

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

VINÍCIUS VAZ PAVANI

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA SALA DE AULA.
UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES COM PROBLEMAS DO COTIDIANO.**

**SÃO CARLOS - SP
2018**

VINÍCIUS VAZ PAVANI

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA SALA DE AULA.
UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES COM PROBLEMAS DO COTIDIANO.**

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano e apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Matemática.

**SÃO CARLOS - SP
2018**

Vaz Pavani, Vinícius

A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA SALA DE AULA. UMA
PROPOSTA DE ATIVIDADES COM PROBLEMAS DO COTIDIANO. /
Vinícius Vaz Pavani. -- 2018.

111 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus São
Carlos, São Carlos

Orientador: Paulo Antonio Silvani Caetano

Banca examinadora: Érica Regina Filletti Nascimento, Pedro Luiz
Aparecido Malagutti

Bibliografia

1. matemática financeira. 2. juros. 3. fichas de atividades. I.
Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Bibliotecário(a) Responsável: Ronildo Santos Prado – CRB/8 7325



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Vinicius Vaz Pavani, realizada em 13/06/2018:

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
UFSCar

Prof. Dr. Érica Regina Filletti Nascimento
UNESP

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
UFSCar

Dedico este trabalho ao meu pai Walter (*in memoriam*) e à minha mãe Val.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida e por me dar forças para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Walter Aparecido Pavani (*in memoriam*) e Valdecy Vaz Pavani, por sempre me apoiarem e acreditarem em mim.

Ao meu irmão e amigo Victor pelo incentivo e ajuda na concretização deste sonho.

À minha avó Adelaide, que sempre me incentiva e vibra a cada conquista minha.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UFSCar, que contribuíram para minha formação ao longo desta jornada de aprendizagem.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano, pela orientação e contribuição para a realização desse trabalho.

Aos colegas do Mestrado Profissional, em especial ao Fausto, Patrícia, Veruska e Paulo, pelo companheirismo e apoio durante esta conquista.

Aos meus amigos Helio Maziviero, Vinícius Martinez e Fabio Cincotto pelo incentivo, apoio e risadas compartilhadas desde a graduação.

Ao Instituto Federal do Paraná - campus Telêmaco Borba pelo apoio na realização da pesquisa.

Ao professor Guilherme Sachs que dedicou seu tempo corrigindo este trabalho.

À UFSCar por ter proporcionado a oportunidade da realização deste sonho.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho apresentamos a idealização, a construção, a aplicação e a análise dos resultados de uma sequência didática para o ensino e a retomada de alguns conteúdos matemáticos, tendo como fio condutor a matemática financeira aplicada ao cotidiano. Como produto final obtivemos quatro fichas de atividades composta por itens (questões) de complexidades gradativas para viabilizar a autonomia do aluno e facilitar sua compreensão em relação às situações propostas. As fichas foram aplicadas em duas turmas do terceiro ano dos cursos Técnico em Automação Industrial e Técnico em Informática para Internet, ambos integrados ao Ensino Médio de 2017 no campus do Instituto Federal do Paraná na cidade de Telêmaco Borba/PR.

Palavras-chave: matemática financeira, juros, porcentagem, investimento, fichas de atividades.

ABSTRACT

In this research we present the idealization, the construction, the application and the analysis of results of a didactic sequence to the teaching and the resumption of some mathematical contents, having as a guide financial mathematics applied on a daily basis. As a final product we got four activities sheets with items (questions) of gradual complexities to enable the student's autonomy and facilitate understanding in relation to the proposed situations. The activities sheets were applied in two classes of the third grade of the Industrial Automation Technical Course and Computer Technical Course for Internet, both integrated to High School in 2017 at Instituto Federal do Paraná campus in Telêmaco Borba-PR.

Keywords: Financial mathematics, interests, percentage, investment, activities sheets.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fachada do Campus Telêmaco Borba.....	16
Figura 2 - Bloco Didático do Campus Telêmaco Borba.....	17
Figura 3 - Bloco Administrativo do Campus Telêmaco Borba.....	18
Figura 4 - Aluno respondendo o questionário.....	24
Figura 5 – Questão 16 do questionário.....	26
Figura 6 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 16ª pergunta do questionário.....	26
Figura 7 – Questão 17 do questionário.....	26
Figura 8 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 17ª pergunta do questionário.....	27
Figura 9 – Questão 18 do questionário.....	27
Figura 10 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 18ª pergunta do questionário.....	28
Figura 11 – Questão 19 do questionário.....	28
Figura 12 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 19ª pergunta do questionário.....	28
Figura 13 – Questão 20 do questionário.....	29
Figura 14 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 20ª pergunta do questionário.....	29
Figura 15 - Anúncio de um notebook da atividade 1.....	32
Figura 16 - Representação gráfica sobre a definição de montante.....	46
Figura 17 - Gráfico do comportamento das funções Juros Simples x Juros Compostos.....	51
Figura 18 - Aluna resolvendo as fichas de atividades.....	52
Figura 19 - Aluna resolvendo as fichas de atividades.....	53
Figura 20 - Alunos resolvendo as fichas de atividades.....	54
Figura 21 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da primeira atividade.....	61
Figura 22 - Resposta plenamente satisfatória de um outro aluno do item 1 da primeira atividade.....	61
Figura 23 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 2 da primeira atividade.....	62
Figura 24 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da primeira atividade.....	62
Figura 25 - Resposta satisfatória de um aluno do item 3 da primeira atividade.....	63
Figura 26 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 3 da primeira atividade.....	63
Figura 27 - Resposta satisfatória de um aluno do item 4 da primeira atividade.....	64
Figura 28 - Resposta satisfatória de um outro aluno do item 4 da primeira atividade.....	64
Figura 29 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 4 da primeira atividade.....	64
Figura 30 - Resposta satisfatória do aluno A do item 5 da primeira atividade.....	65
Figura 31 - Resposta satisfatória do aluno B do item 5 da primeira atividade.....	65
Figura 32 - Resposta satisfatória do aluno C do item 5 da primeira atividade.....	65

Figura 33 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da primeira atividade.	65
Figura 34 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da primeira atividade.....	66
Figura 35 - Resposta satisfatória de um outro aluno do item 6 da primeira atividade.	66
Figura 36 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da primeira atividade.	66
Figura 37 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 1 da segunda atividade. ...	67
Figura 38 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da segunda atividade.	67
Figura 39 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 2 da segunda atividade. ...	68
Figura 40 - Resposta insatisfatória de outro aluno do item 2 da segunda atividade.	68
Figura 41 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da segunda atividade.	69
Figura 42 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 3 da segunda atividade. ...	69
Figura 43 - Resposta insatisfatória de um outro aluno do item 3 da segunda atividade.	70
Figura 44 - Resposta satisfatória de um aluno do item 3 da segunda atividade.	70
Figura 45 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 3 da segunda atividade.	70
Figura 46 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 4 da segunda atividade. ...	72
Figura 47 - Resposta insatisfatória de um outro aluno do item 4 da segunda atividade.	72
Figura 48 - Resposta satisfatória de um aluno do item 4 da segunda atividade.	72
Figura 49 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 4 da segunda atividade.	72
Figura 50 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 5 da segunda atividade. ...	73
Figura 51 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da segunda atividade.	73
Figura 52 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 6 da segunda atividade. ...	74
Figura 53 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da segunda atividade.	75
Figura 54 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da segunda atividade.	75
Figura 55 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da terceira atividade.	76
Figura 56 - Resposta plenamente satisfatória de um outro aluno do item 1 da terceira atividade.	76
Figura 57 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 2 da terceira atividade.	77
Figura 58 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da terceira atividade.	77
Figura 59 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 3 da terceira atividade.	78
Figura 60 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 4 da terceira atividade.	78
Figura 61 - Resposta satisfatória de um aluno do item 5 da terceira atividade.	79

Figura 62 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da terceira atividade.	79
Figura 63 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 6 da terceira atividade.....	80
Figura 64 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da terceira atividade.....	81
Figura 65 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da terceira atividade.	82
Figura 66 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da quarta atividade.	83
Figura 67 - Resposta satisfatória de um aluno do item 2 da quarta atividade.	84
Figura 68 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da quarta atividade.	84
Figura 69 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 3 da quarta atividade.....	85
Figura 70 - Resposta satisfatória de um aluno do item 4 da quarta atividade.	85
Figura 71 - Resposta satisfatória de outro aluno do item 4 da quarta atividade.	86
Figura 72 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da quarta atividade.	87
Figura 73 - Resposta satisfatória de um aluno do item 5 da quarta atividade.	87
Figura 74 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.....	88
Figura 75 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.	88
Figura 76 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.	88
Figura 77 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.	89
Figura 78 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 7 da quarta atividade.....	89
Figura 79 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 7 da quarta atividade.	90
Figura 80 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 8 da quarta atividade.....	91
Figura 81 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 8 da quarta atividade.	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Percentual de poupadores e não poupadores.....	20
Tabela 2 - Valores referente ao pagamento e a dívida ao passar do tempo – Atividade 2.....	34
Tabela 3 - Alíquotas do imposto de renda.	38
Tabela 4 - Exemplos de taxas de juros e suas representações.....	45
Tabela 5 - Resolução da 18ª pergunta do questionário.	47
Tabela 6 - Resolução da 18ª pergunta do questionário com a generalização do período igual a n.....	48
Tabela 7 - Resolução da 19ª pergunta do questionário.....	49
Tabela 8 - Resolução da 19ª pergunta do questionário com a generalização do período igual a n.....	50

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO 1.....	16
UM POUCO SOBRE O INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ E O CAMPUS TELÊMACO BORBA.....	16
CAPÍTULO 2.....	19
A IDEALIZAÇÃO DO TRABALHO.....	19
CAPÍTULO 3.....	31
DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO.....	31
3.1 PRODUÇÃO DAS FICHAS DE ATIVIDADES	31
3.1.1 Atividade 1	31
3.1.2 Atividade 2	34
3.1.3 Atividade 3	37
3.1.4 Atividade 4	40
3.2 RETOMADA DE CONCEITOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA	43
3.2.1 PORCENTAGEM.....	44
3.2.2 TERMOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	44
3.2.3 JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS	46
3.3 APLICAÇÃO DAS FICHAS DE ATIVIDADES.....	51
3.4 CONSOLIDAÇÃO DOS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA ADQUIRIDOS NAS ATIVIDADES	54
3.4.1 TAXAS DE JUROS.....	55
3.4.2 RENDA FIXA.....	57
CAPÍTULO 4.....	60
RESULTADOS DAS ATIVIDADES	60
4.1 ANÁLISE DA ATIVIDADE 1.....	60
4.1.1 Análise do Item 1	60
4.1.2 Análise do Item 2	61
4.1.3 Análise do Item 3	62
4.1.4 Análise do Item 4	63
4.1.5 Análise do Item 5	64
4.1.6 Análise do Item 6	66
4.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE 2.....	67
4.2.1 Análise do Item 1	67

4.2.2 Análise do Item 2	68
4.2.3 Análise do Item 3	69
4.2.4 Análise do Item 4	71
4.2.5 Análise do Item 5	73
4.2.6 Análise do Item 6	74
4.3 ANÁLISE DA ATIVIDADE 3.....	75
4.3.1 Análise do Item 1	75
4.3.2 Análise do Item 2	76
4.3.3 Análise do Item 3	77
4.3.4 Análise do Item 4	78
4.3.5 Análise do Item 5	79
4.3.6 Análise do Item 6	80
4.4 ANÁLISE DA ATIVIDADE 4.....	83
4.4.1 Análise do Item 1	83
4.4.2 Análise do Item 2	83
4.4.3 Análise do Item 3	84
4.4.4 Análise do Item 4	85
4.4.5 Análise do Item 5	86
4.4.6 Análise do Item 6	87
4.4.7 Análise do Item 7	89
4.4.8 Análise do Item 8	90
CAPÍTULO 5.....	93
CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
REFERÊNCIAS	95
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO	97
APÊNDICE B - FICHAS DE ATIVIDADES	101

INTRODUÇÃO

O tema deste trabalho é a matemática financeira aplicada ao cotidiano. Esse tema foi escolhido devido às diversas aplicações desse conteúdo em nosso cotidiano e à dificuldade dos alunos quando se trata de problemas que envolvem a matemática financeira. Para Duarte, “cotidiano é aquilo que acontece fora dos muros da escola ou, pelo menos, fora da sala de aula; é a realidade concreta dos alunos; é a sua prática social; em suma: é a vida” (1996, p. 37).

Em experimentos didáticos aplicados em salas de aula durante minha carreira como professor, pude constatar que há uma dificuldade intrínseca dos alunos em relação à transposição do conteúdo de matemática financeira conceitual para suas aplicações diárias. O professor que se preocupa em oferecer uma educação financeira significativa para o aluno deve buscar novas metodologias e estratégias para suas aulas.

A Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade econômica pode representar importante instrumento para auxiliar em análises e decisões de ordem pessoal e social. Assim, além de servir como aporte a conceitos de outros campos, o aprendizado de Matemática Financeira instrumentaliza o cidadão a melhor entender, interpretar e escolher adequadamente dívidas, crediários, descontos, reajustes salariais aplicações financeiras. Dentre essas decisões, destacamos as escolhas de propostas de financiamentos a longo, médio e curto prazo, relacionadas a experiências do cotidiano. (GIRALDO, et al, 2012, p. 45).

O presente trabalho propõe uma sequência didática relacionando o uso da matemática financeira no cotidiano, visando a aprendizagem de algumas noções de investimentos. Ele será executado por meio de uma sequência didática com fichas de atividades que auxiliem os alunos no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos de matemática financeira, proporcionando ao aluno o contato com diversas situações em que o uso dos recursos básicos da matemática financeira é fundamental para analisar as melhores escolhas nas situações apresentadas.

O referencial teórico que fundamenta esse trabalho é a Engenharia Didática, criada na década de 1980 na França por Artigue (1988). A Engenharia Didática é uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de seu domínio e aceita se

submeter a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.

A Engenharia Didática indica uma metodologia de pesquisa composta por quatro fases, como exemplificado a seguir.

Análise Preliminar:

Durante uma aula no Instituto Federal no Campus da cidade de Telêmaco Borba, no estado do Paraná, o autor refletiu com os alunos a respeito da dificuldade de relacionar o que eles aprendiam em sala de aula sobre o conteúdo de matemática financeira com o que é necessário para tomar decisões no cotidiano. Foi aplicado um questionário com perguntas pessoais juntamente com perguntas relacionadas ao conteúdo de Matemática Financeira a fim de sondar o grau de dificuldade dos alunos. Diante dos comentários e respostas dos alunos, ficou clara a dificuldade que eles enfrentam, pois não conseguem utilizar os conceitos aprendidos em sala nas situações do cotidiano. Diante disso, resolvemos dar continuidade com o trabalho nesse tema.

Concepção e Análise *a priori*

Nesta segunda fase desenvolvemos uma sequência didática utilizando de fichas de atividades composta por itens (questões) diante de uma cronologia em sua resolução a ponto de facilitar a compreensão do aluno em relação à atividade proposta e favorecendo a autonomia do aluno na resolução dos itens, o que facilita a resolução da atividade como um todo. O aluno se sintia atraído a solucionar o problema pelo fato que, além de trabalhar com resolução de problema do cotidiano, também tem uma ordem no desenvolvimento da atividade, facilitando a resolução.

Foram trabalhadas questões que envolvem o cotidiano e que necessitam de tomadas de decisões. O objetivo foi o de estimular o aluno a pensar o que é melhor para ele naquele momento, dentro de suas necessidades.

Essas questões possibilitaram que os alunos demonstrassem seus conhecimentos de Matemática Financeira e permitiram que o professor avaliasse o raciocínio e as dificuldades dos alunos.

Experimentação

Nesta terceira fase aplicamos as fichas de atividades individualmente para 50 alunos do terceiro ano do ensino técnico integrado do Instituto Federal do Paraná, considerando que este é o último ano que essas turmas terão matemática em sua grade curricular, e que em breve eles vivenciarão situações que envolvam matemática financeira.

Análise a posteriori e validação

Nesta quarta fase podemos observar que os alunos participaram de forma efetiva da resolução das fichas, evidenciando a importância de levarmos atividades que explorem situações práticas. Durante a análise das resoluções dos alunos, foi possível perceber que o número de questões sem resolução foi muito baixo e, conversando com os alunos, ficou claro pelo *feedback* dado por eles que a maneira de como as questões foram apresentadas facilitou a resolução das mesmas.

O presente trabalho está dividido em capítulos. No Capítulo 1, apresentamos o Instituto Federal do Paraná e, mais especificamente, o *campus* da cidade de Telêmaco Borba, onde este trabalho foi aplicado. No Capítulo 2, apresentamos a motivação da escolha do tema, a idealização das atividades e a aplicação do questionário inicial, que serviu como indutor para as atividades idealizadas. No Capítulo 3, apresentamos o processo de produção e desenvolvimento das fichas de atividades com os itens idealizados para resolução dos alunos, assim como as expectativas relacionadas a cada um dos itens propostos. Também nesse capítulo, descrevemos a aplicação das fichas de atividades idealizadas com as observações e dúvidas dos alunos durante a aplicação. No Capítulo 4, apresentamos os resultados da aplicação das fichas de atividades e analisamos as respostas obtidas pelos alunos. Por fim, no Capítulo 5, apresentamos nossas considerações finais e as principais conclusões do nosso trabalho.

CAPÍTULO 1

UM POUCO SOBRE O INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ E O CAMPUS TELÊMACO BORBA

O Instituto Federal do Paraná (IFPR) foi criado em dezembro de 2008. É uma instituição pública federal de ensino vinculada ao Ministério da Educação (MEC) por meio da Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (SETEC). É voltada a educação superior, básica e profissional, especializada na oferta gratuita de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades e níveis de ensino.



Figura 1 - Fachada do Campus Telêmaco Borba.

O Campus de Telêmaco Borba iniciou suas atividades no dia 29 de março de 2010, oferecendo cursos que buscam atender às demandas produtivas relacionadas ao papel e à madeira, setor de grande expressão na economia do município, e também favorecer a transformação da realidade social da região.

Quanto à infraestrutura, inicialmente o Campus dispunha apenas do Bloco Didático, que atualmente oferece salas de aula, laboratórios de física, biologia e informática, além de um laboratório de música. Ainda abriga a seção pedagógica e de

assuntos estudantis com equipe multidisciplinar (pedagogas, psicóloga, técnicas em assuntos educacionais, assistente social, intérprete de libras e assistentes de alunos) e lanchonete.

No dia 22 de março de 2013 foi inaugurado o Bloco Didático de Laboratórios de Ensino. Esse espaço está sendo utilizado como laboratórios de mecânica, eletromecânica, automação industrial, eletrônica, informática industrial, metrologia, manutenção de computadores e redes, marcenaria e fabricação de instrumentos musicais.



Figura 2 - Bloco Didático do Campus Telêmaco Borba.

A obra de construção do Bloco Administrativo teve início em 2013, e o espaço foi inaugurado no dia 10 de maio de 2016. O Bloco Administrativo acomoda a biblioteca, secretaria acadêmica, sala de educação física, estúdio de artes, sala de professores, setor administrativo, direção de ensino, sala de coordenadores, gestão de pessoas, espaço de convivência, gabinete e direção geral, além de um auditório com capacidade para mais de 200 pessoas e ainda 2 salas de aula.



Figura 3 - Bloco Administrativo do Campus Telêmaco Borba.

Dentre os cursos oferecidos pelo IF, estão cursos Técnicos Integrados de Automação Industrial, de Informática para Internet e de Mecânica, além dos cursos de nível superior de Licenciatura em Física, de Tecnologia em Automação Industrial e de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas. O campus ainda conta com Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia.

Cerca de 80% dos alunos ingressantes são provenientes de cotas sociais, que ajuda a alavancar o desenvolvimento da cidade. O aluno chega com uma formação defasada na maioria das vezes. Em uma pesquisa institucional aplicada no Campus de Telêmaco Borba, tivemos como resultado que a disciplina de matemática é vista como muito importante para quase todos os alunos, mas somente 60% demonstram interesse pela disciplina. Por mais que o professor trabalhe metodologias diferentes e tente sempre motivar os alunos com conteúdo diversos durante as aulas, sempre devemos buscar novidades para melhorar o ensino da matemática.

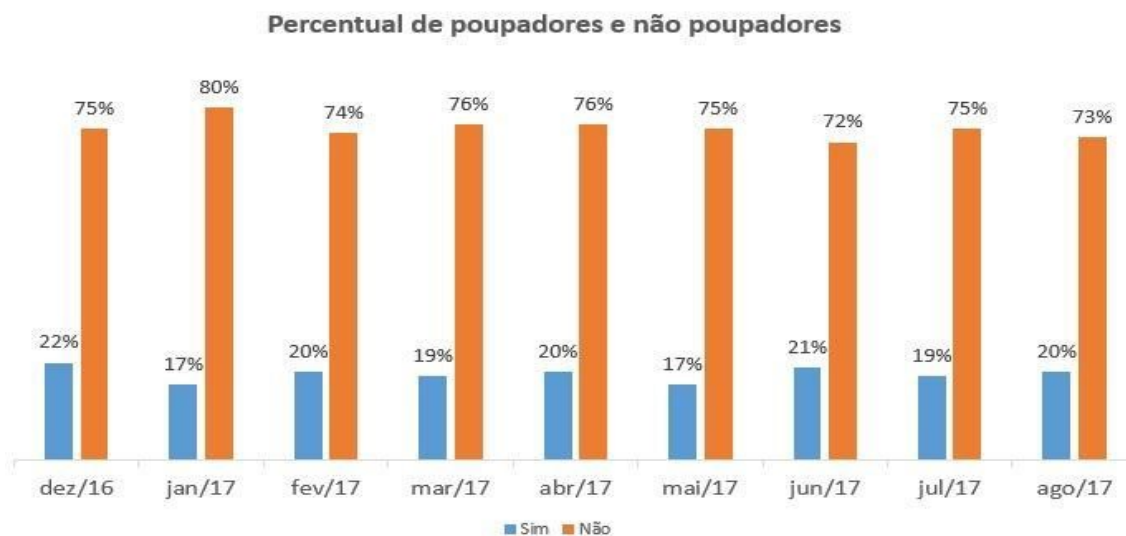
CAPÍTULO 2

A IDEALIZAÇÃO DO TRABALHO

Cada vez mais as pessoas fazem compras a prazo pelo simples fato de saber que a parcela está dentro do seu orçamento.

O *site* do jornal *Estadão*, em sua edição de 03 de outubro de 2011, revela que os brasileiros não estão preocupados em saber quais são as taxas de juros cobradas nas compras parceladas ou empréstimos. No artigo “Brasileiro ignora juros ao fazer compras ou financiar”, é apresentada uma pesquisa feita pela Ipsos Public Affairs - multinacional francesa de pesquisa - em parceria com a revista Exame, revelando que 67% dos entrevistados não sabiam qual o valor das taxas cobradas em parcelamentos ou empréstimos. Na avaliação do diretor executivo da Ipsos, um dos pontos importantes da pesquisa é que grande parte da população tem dificuldade em entender a dinâmica e o cálculo das taxas de juros sobre a compra. A pesquisa também trouxe a informação de que o valor da prestação mensal tem o maior peso na hora da compra, sendo que 42% dos entrevistados fazem compras a prazo ou empréstimo quando sabem que a prestação cabe no bolso.

Por outro lado, analisando o perfil dos poupadores, recentemente dados do Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil) e da Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL) revelaram que o número de poupadores tem se mantido estável em um baixo patamar recentemente. Abaixo, segue a tabela com o percentual de poupadores e não poupadores no 1º semestre de 2017.

Tabela 1 - Percentual de poupadores e não poupadores.

Fonte: SPC Brasil

Vale ressaltar que, dentre os entrevistados, 49% dos que não pouparam nenhum centavo justificaram receber uma renda muito baixa, o que dificulta ter sobras no fim do mês. Também foi mencionado por 17% destes entrevistados a falta de emprego, diante do cenário que estamos passando.

Outro lado que o levantamento mostra é a falta de interesse dos poupadores em buscar conhecimento sobre as opções mais rentáveis de investimento. A pesquisa mostrou que 62% recorreram à caderneta de poupança e 19% guardam dinheiro em casa, muito provavelmente pela necessidade de liquidez. A pesquisa aponta que a minoria dos poupadores utiliza fundos de investimentos, previdência privada, tesouro direto, CDBs e ações em bolsas.

Esses resultados mostram que mesmo aqueles que têm o hábito de guardar dinheiro não buscam informações de outros investimentos disponíveis e que melhor se adequam a cada tipo de objetivo financeiro.

O número de inadimplentes no Brasil atualmente é cerca de 60 milhões de consumidores, conforme o SPC Brasil e CNDL. Cerca de 39% da população adulta entre 18 e 95 anos está com o popularmente dito “nome sujo”. O consumismo desnecessário e a facilidade que o consumidor tem para conseguir crédito, muitas

vezes a taxa de juros altíssima, são fatores que colaboram com esse alto índice de inadimplência.

O consumidor muitas vezes não se preocupa com a taxa de juros que está inserida no pagamento final do produto, mas sim na facilidade em pagar parcelado. Ele está preocupado se a parcela do produto “cabe” no seu orçamento, mesmo que as vezes acabe pagando o dobro do valor real do produto. A falta de informação ou formação faz com que o indivíduo não tome a melhor decisão financeira. Isso acarreta na dificuldade de concluir o pagamento de um produto ou até mesmo de aplicar seu dinheiro em uma modalidade mais rentável.

O primeiro contato com a matemática financeira se dá no ensino fundamental, antes mesmo das pessoas se depararem com situações práticas, como a escolha de um parcelamento ou empréstimo, ou ainda o momento de poupar seu dinheiro. Uma vez que esse primeiro contato acontece na escola, é importante analisarmos como esse conteúdo é apresentado. Observamos que nos livros didáticos há um padrão de roteiro para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Básico. Em geral, inicia-se com revisão dos cálculos de porcentagem, depois é introduzido os conceitos de capital, juros, taxa de juros e montante. Em seguida, são apresentados dois regimes distintos de juros, que são os juros simples e os juros compostos, situação em que muitas vezes suas fórmulas para o cálculo do montante são apresentadas sem justificativas, apenas aplicadas mecanicamente em vários exercícios muitas vezes fora da realidade.

Apesar de vários exercícios nos livros didáticos sugerirem o uso do conceito de juros simples, o mesmo não se aplica em empréstimos, investimentos ou até parcelamentos, pois o mercado financeiro usa o regime de juros compostos. A seguir, apresentamos alguns exemplos de exercícios que aparecem com frequência nos livros didáticos:

1. Um capital de R\$ 1.800,00 é aplicado em regime de juros simples, por 2 anos, à taxa de 2% ao mês. Calcule o montante obtido com essa operação.
2. Marcos aplicou R\$500,00 em um investimento que rende 4% ao mês no regime de juros compostos. Que valor ela terá ao final de cinco meses?

3. Um capital de R\$ 700,00, aplicado durante 6 meses a juros compostos e a uma taxa mensal fixa, produz um montante de R\$ 1.100,00. Qual é a taxa mensal de juros?
4. Uma dívida de R\$ 920,00 foi paga 7 meses depois de contraída e os juros pagos foram de R\$ 85,00. Sabendo que o cálculo foi feito usando juros simples, qual foi a taxa de juros?

Ao analisar as perguntas acima, vemos que são exercícios mecanizados e desconectados da realidade, em que basta o aluno decorar as fórmulas matemáticas de juros simples e juros compostos para conseguir encontrar a solução.

Em contrapartida, questões relacionadas ao cotidiano como as que seguem não são abordadas:

1. Qual regime de juros aplicado na caderneta de poupança ou fundos de renda fixa? E os rendimentos dessas aplicações são calculados de que maneira?
2. Tenho uma dívida no cheque especial e sei que a taxa de juros é de 15,5% ao mês. Qual é o regime de juros aplicado? Como é feito o cálculo relativo a 15 dias de prolongamento da dívida?
3. Se eu financiar um imóvel, como faço o cálculo das prestações, dos juros e do montante?
4. Como são calculados os juros de mora cobrados por atrasos em pagamentos?
5. Vale a pena pagar à vista, se houver a possibilidade de investir o dinheiro e ir pagando a prazo?
6. Comprar um produto parcelado, pagando juros a uma taxa de 3% ao mês, é o mesmo que comprar esse produto pagando juros a uma taxa de 36% ao ano?

Fica claro que a realidade encontrada no mercado financeiro é mais complexa do que os exemplos trabalhados nos livros didáticos.

Em nosso trabalho, idealizamos a aplicação de uma sequência didática com fichas de atividades compostas por questões de situações cotidianas, a fim de que os alunos, associando a autonomia em resolver os problemas, construam uma aprendizagem significativa sobre o conteúdo de Matemática Financeira.

Essa idealização está de acordo com os parâmetros Curriculares de Matemática para o ensino médio, ao mesmo tempo que a resolução de problemas desafia o aluno a pensar e contribui para sua motivação a continuar a resolver o problema:

A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. (BRASIL, 2002, p. 112).

Segundo Dante (1991), a resolução de problemas possibilita desenvolver no aluno iniciativa, criatividade, espírito explorador, independência, a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu cotidiano, na escola ou fora dela.

Destacamos também que o aluno precisa ter uma boa formação para que tenha mais recursos disponíveis e assim elaborar uma boa solução para o problema.

A história nos mostra que a construção do pensamento matemático teve sua base alicerçada na necessidade de aplicações e de resolução de problemas na vida cotidiana. Para muitos estudiosos da educação matemática, a resolução de problemas deve ser o foco do ensino da Matemática sob uma visão muito mais ampla do que aquela que considera a sua finalidade apenas como forma de aplicação de conceitos adquiridos anteriormente pelos alunos. (Polya, 1994, p. 26).

O fato de introduzir um aprendizado envolvendo matemática em situações do cotidiano facilita o aprendizado para o aluno, pois resolver problemas é algo comum em nossas vidas.

Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. (BRASIL, 2002, p. 113).

A resolução de problemas cria no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, contribuindo para o processo de aprendizagem sem ficar somente em exercícios mecanizados e rotineiros.

Passamos a descrever a seguir como foram realizadas as atividades em sala de aula.

Em um primeiro momento, criamos um questionário com perguntas referentes ao cotidiano dos alunos, e que também serviu como uma sondagem à formação deles no tema Matemática Financeira. Este questionário nos deu base para posteriormente pensarmos melhor na elaboração das fichas de atividades.

O questionário, composto de 20 perguntas, foi aplicado nas turmas de terceiros anos dos cursos Técnico em Automação Industrial e Técnico em Informática para Internet, ambos integrados ao Ensino Médio. Foram utilizadas duas aulas de 60 minutos cada para aplicação; primeiro foi feita uma apresentação do trabalho que seria desenvolvido e, logo em seguida, a aplicação do questionário.



Figura 4 - Aluno respondendo o questionário.

Apresentamos os resultados de uma forma unificada, pois houve pouca diferença entre as turmas desses cursos. Ao todo, 50 alunos responderam ao questionário, em sua maioria com idade igual a 17 anos, sendo 26 do sexo feminino e 24 do sexo masculino. Todos os alunos acharam a disciplina Matemática importante, mas somente 30 têm afinidade com a disciplina. Sobre o conhecimento de Matemática Financeira, 39 alunos declararam ter “um pouco” de conhecimento e os demais 11 alunos declararam nenhum conhecimento.

Ao serem questionados a respeito de ter acesso a dinheiro, 40 alunos declararam receber algum dinheiro regularmente (25 recebem bolsa de estudo, 12 recebem dinheiro da família e 3 recebem salário). Desses alunos que declararam receber algum dinheiro, 29 poupam uma parte e os demais gastam tudo o que recebem. Ninguém declarou que gasta mais do que recebe.

A respeito do conhecimento da situação financeira familiar, apenas 4 alunos não possuem nenhum tipo de informação e os demais alegam ter conhecimento da situação. Em relação aos pagamentos realizados pela família, 44 alunos declararam que as contas são pagas à vista utilizando dinheiro ou cartão de débito, sendo que 37 declararam que a família pede desconto. Apenas 6 alunos declararam que as contas são pagas a prazo utilizando o crediário ou cartão de crédito, e todos declararam desconhecer a taxa de juros cobrada nesses crediários.

Em relação a alguns termos do Mercado Financeiro, os mais conhecidos foram: cartão de crédito ou débito, juros, poupança e crediário. Por outro lado, os menos conhecidos foram: LCA – Letra de Crédito do Agronegócio, CDI - Certificado de Depósito Interbancário, LCI – Letra de Crédito Imobiliário, Títulos Públicos, SELIC – Sistema Especial de Liquidação e de Custódia e Alíquota.

Em relação à taxa de juros mensal paga pela Caderneta de Poupança (atualmente em torno de 0,5% ao mês), 26 alunos declararam que está entre 1% a 2,5% e 8 alunos responderam que está abaixo de 1% e 16 declararam valores acima de 2,5%.

Na questão “Se ao comprar um produto parcelado, a taxa de juros for 3% ao mês. Isso quer dizer que a taxa de juros anual será 36%?”, apenas 16 alunos responderam que “não” e os restantes disseram que “sim”.

A seguir apresentamos outras questões abordadas no questionário com respectivas porcentagens das respostas informadas.

Duas lojas vendem o mesmo produto.

- Loja A vende por R\$140,00 e dá desconto de 20% à vista.
- Loja B vende por R\$130,00 e dá desconto de 10% à vista.

Pagando à vista, em qual loja é mais barato?

- () Loja A
 () Loja B
 () Indiferente, pois ficará o mesmo preço

Figura 5 – Questão 16 do questionário.

As respostas foram:

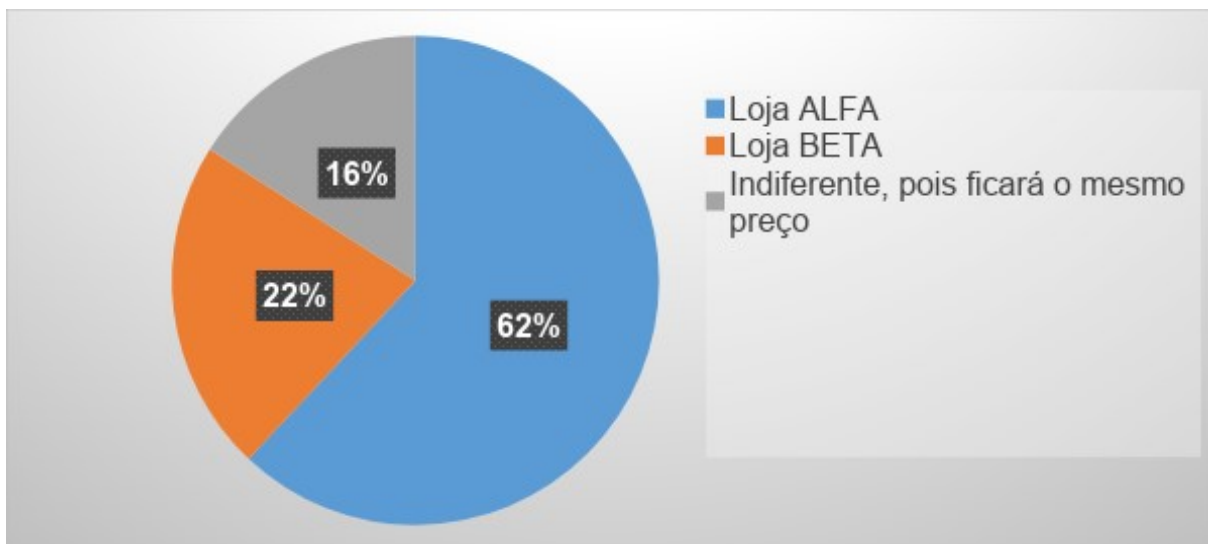


Figura 6 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 16ª pergunta do questionário.

Apesar da maioria estar correta, vemos que em uma simples questão que aborda o tema de porcentagem, ainda há muitos que erram. Talvez pela falta de atenção ou até mesmo pela ansiedade de calcular mentalmente e acabar calculando errado. Mesmo levando em conta essas hipóteses, o percentual de erros é preocupante.

Um produto teve um desconto de 20%. Passou uma semana e o gerente decidiu aumentar 25% do novo valor. Agora o produto está:

- () Mais caro do que era antes
 () Mais barato do que era antes
 () Voltou ao mesmo preço que era antes

Figura 7 – Questão 17 do questionário.

As respostas foram:

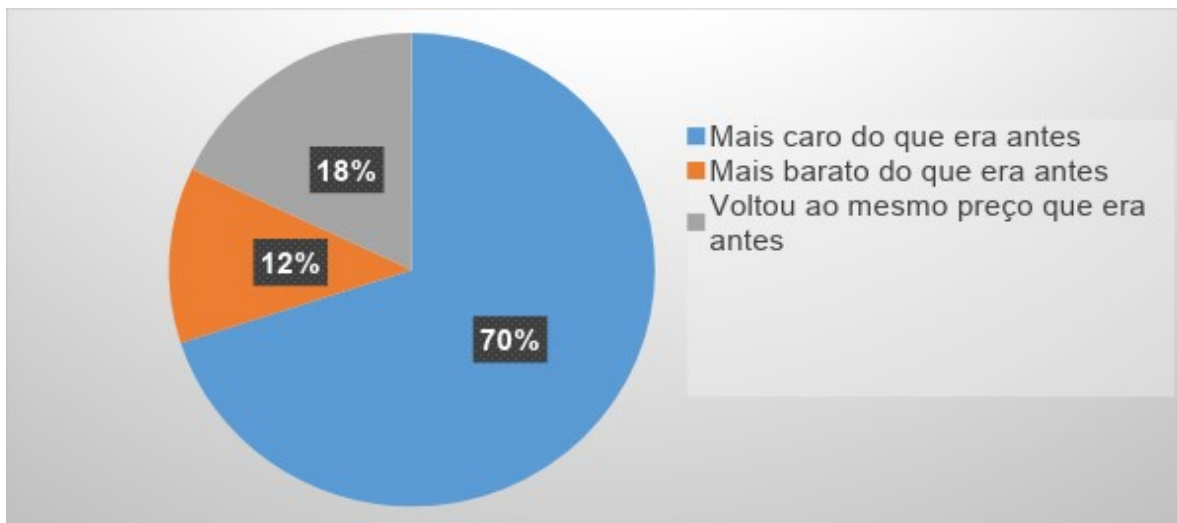


Figura 8 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 17ª pergunta do questionário.

Nesta questão somente 9 alunos responderam corretamente. Concluímos o quanto é importante falar para o aluno prestar atenção nos enunciados e que sempre faça os cálculos para chegar na resposta correta, e não somente analisar os dados do enunciado e atribuir uma resposta sem cálculos. O erro mais encontrado foi a simples análise do valor em si das porcentagens, sem calculá-las.

Algumas respostas foram classificadas como: Insatisfatório, Satisfatório ou Plenamente Satisfatório. Insatisfatório é o conceito para o aluno que não atingiu os objetivos da pergunta. Satisfatório é quando a resposta não está correta, mas atingiu os objetivos da pergunta. Plenamente Satisfatório é quando a resposta está correta.

Se você emprestar R\$ 120,00 para seu amigo e ele pagar após 5 meses com **juros simples** à taxa de 10% ao mês, qual será o valor recebido?

Figura 9 – Questão 18 do questionário.

As respostas foram:

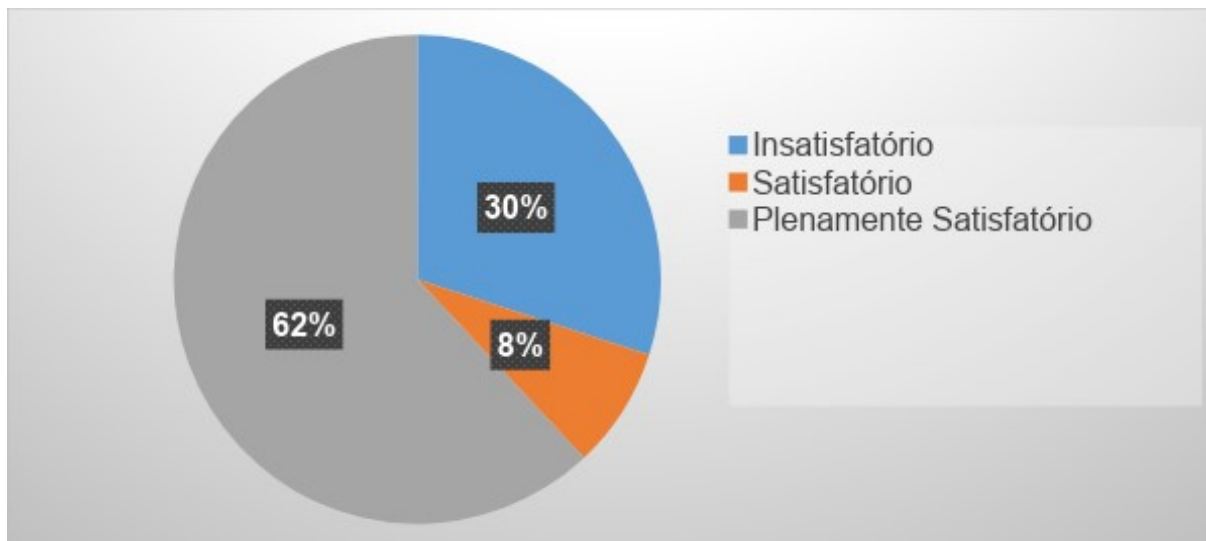


Figura 10 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 18ª pergunta do questionário.

Mesmo sendo uma simples questão que aborda o conceito de Juros Simples, somente 31 alunos acertaram essa questão, ficando evidente o quanto a Matemática Financeira é complexa para os alunos. Fica evidente também a falta de formação no momento em que é necessário tomar uma decisão no dia-a-dia relacionada ao tema.

Se você emprestar R\$ 120,00 para seu amigo e ele pagar após 5 meses com **juros compostos** à taxa de 10% ao mês, qual será o valor recebido?

Figura 11 – Questão 19 do questionário.

As respostas foram:

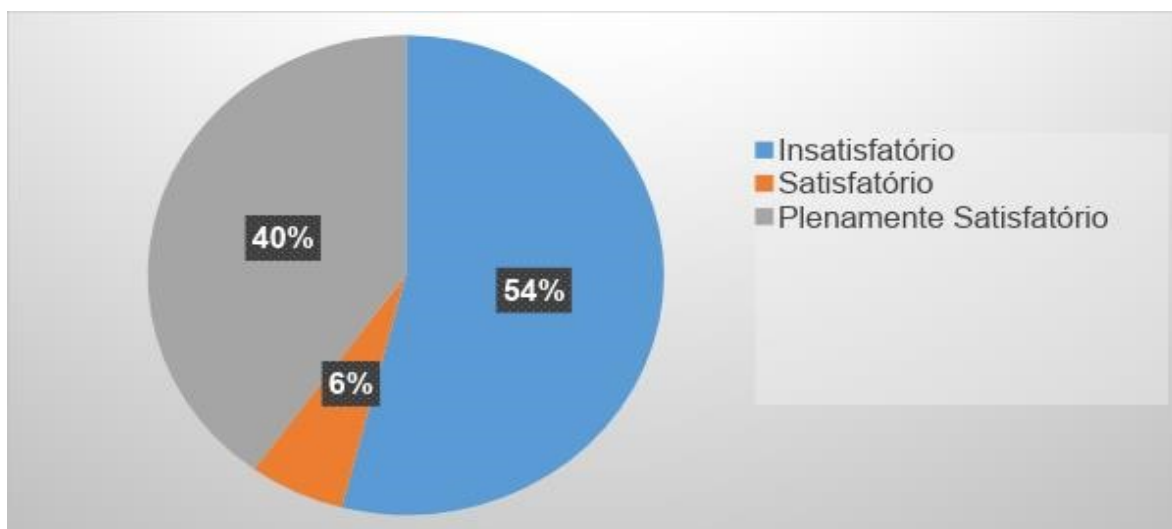


Figura 12 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 19ª pergunta do questionário.

Esta questão tem uma pequena diferença em relação à anterior, pois se trata do regime de Juros Compostos, e isso fez com que mais alunos errassem a resolução. Muitos ainda confundem a diferença entre Juros Simples e Juros Compostos, ou às vezes até sabem a diferença, mas erram nos cálculos.

Você aplicou R\$ 1.000,00 durante 8 meses, à uma taxa de juros compostos de 12% ao ano. Qual será o valor do montante acumulado?

Figura 13 – Questão 20 do questionário.

As respostas foram:

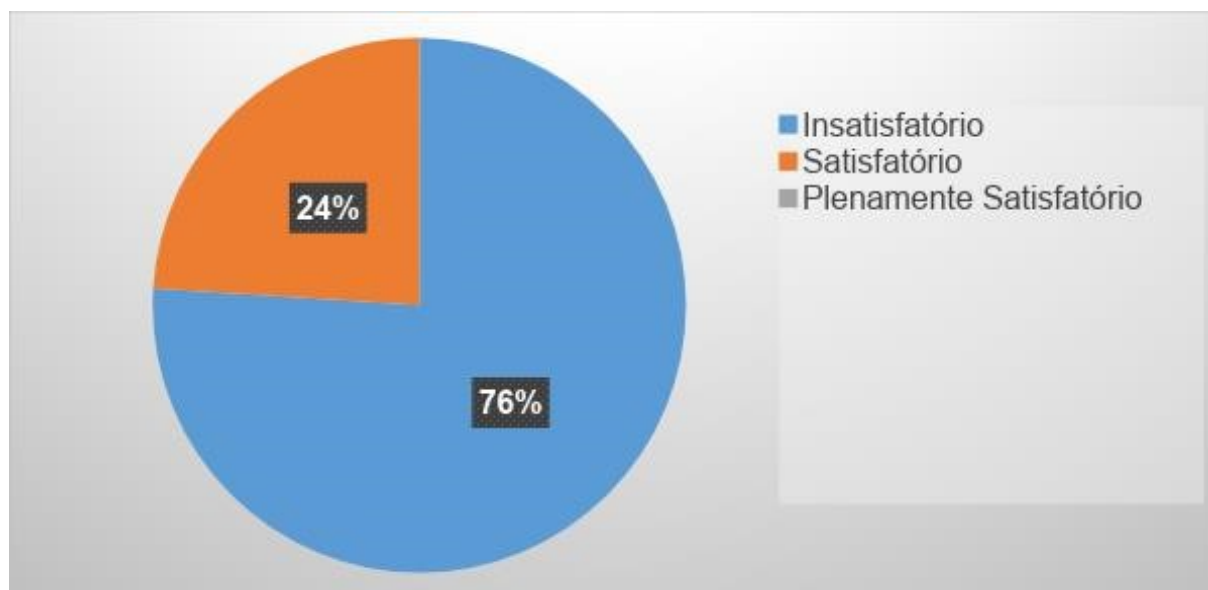


Figura 14 - Gráfico das porcentagens das respostas dos alunos a 20ª pergunta do questionário.

Nesta questão infelizmente nenhum aluno respondeu corretamente, reafirmando a importância de se trabalhar com esse tema. Possivelmente, o fato do período de rentabilidade ser diferente do período aplicado fez com que todos errassem a resolução.

O questionário foi muito importante para conhecermos nosso público. Por se tratar de questões pessoais e de matemática financeira, ele nos ajudou a ficar mais

próximos da realidade dos alunos e ao mesmo tempo funcionou como uma espécie de sondagem em relação ao conteúdo, servindo como indutor do direcionamento do nosso trabalho.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO

Neste capítulo, descrevemos o processo de produção, desenvolvimento e aplicação das atividades sobre matemática financeira condizentes com nosso público alvo. Nesse processo, idealizamos uma retomada de conceitos da matemática financeira, uma sequência didática com fichas de atividades e uma consolidação de conceitos novos adquiridos durante a realização das atividades. Também descrevemos como ocorreram as aplicações das fichas de atividades.


3.1 PRODUÇÃO DAS FICHAS DE ATIVIDADES

Foram idealizadas 4 fichas de atividades (disponíveis nos anexos) em uma sequência didática que aborda conteúdos de Matemática Financeira por meio de resolução de problemas do cotidiano. Essas fichas de atividades têm como característica apresentar uma sequência de itens facilitadores, com perguntas de menor complexidade que ajudam o aluno a construir uma ideia mais complexa que será exigida no item final.

Vamos descrever a seguir as 4 fichas idealizadas, com as atividades e as resoluções esperadas, bem como as expectativas relacionadas a cada um dos itens propostos.

3.1.1 Atividade 1

Trata-se de uma atividade contextualizada em que o aluno está precisando comprar um *notebook*, só que não tem o valor total para pagar à vista, mas tem uma certa porcentagem do valor e terá o valor restante no próximo mês.



**NOTEBOOK - Processador 3.5
4GB 1TB LED 15.6” – Preto**

R\$ 1.800,00 à vista

ou

Entrada de 22% do valor à vista + R\$ 1.628,64 após 32 dias

Figura 15 - Anúncio de um notebook da atividade 1.

Seguem os itens a serem respondidos e também o que é esperado de cada um deles:

Item 1: De acordo com o anúncio, qual o valor de entrada que você terá que pagar?

Espera-se que o aluno saiba o conceito de porcentagem, sendo necessário calcular a porcentagem dada (22%) do valor anunciado do preço à vista (R\$ 1.800,00). É natural que os alunos resolvam de maneiras diferentes: como multiplicar R\$ 1.800,00 por 0,22; resolver por regra de três; utilizar a fração $\frac{22}{100}$ para multiplicar R\$ 1.800,00. Independente da maneira utilizada, todos deverão encontrar o valor de R\$ 396,00.

Item 2: Quando falamos em montante, nos referimos a soma do valor principal mais o juro, ou seja, é o valor total a ser pago pelo produto. Neste caso, qual é o valor total a ser pago pelo produto se você comprar a prazo?

Aqui foi retomado o conceito de “Montante”, exigindo do aluno a interpretação de que Montante é a soma do valor de entrada, calculado no item anterior, com o valor a ser pago após 32 dias, dado no anúncio (R\$ 1.628,64). Uma vez efetuada a soma, o valor encontrado será R\$ 2.024,64.

Item 3: Podemos definir que juros é o valor principal subtraído do montante. Com base nesta afirmação, você sabe qual é o valor do juro que você pagará?

Neste item foi retomado o conceito de “Juros”, permitindo o contato do aluno com o mesmo. Sabendo o que é juros, espera-se que o aluno subtraia o valor do *notebook*

(R\$ 1.800,00) do valor encontrado no item anterior (R\$ 2.024,64), resultando assim em R\$ 224,64.

Item 4: Podemos estabelecer uma razão entre o valor do juro encontrado no item anterior com o valor do *notebook*. Determine esta porcentagem.

OBS.: vale lembrar que o valor encontrado neste item não é a taxa de juros adotada nesta situação.

Um novo conceito é abordado neste item, a razão entre dois valores. É esperado que o aluno associe a palavra razão com a operação de divisão e realize a divisão entre o valor do juro encontrado no item anterior (R\$ 224,64) pelo valor do *notebook* para pagamento à vista (R\$ 1.800,00). O resultado da divisão será 0,1248 que pode ser associado a 12,48%, ou seja, o juro representa 12,48% do valor que seria pago à vista pelo notebook. Esse item mostra para o aluno um juro sobre o valor a vista, porém como foi dado um valor de entrada, este juro encontrado não representa a taxa cobrada na opção de compra a prazo deste problema.

Item 5: Você sabe qual é a taxa nominal de juros diária aplicada na opção de compra a prazo?

Nos itens anteriores, o aluno teve a necessidade de calcular a porcentagem sobre um valor dado, assim como a razão entre dois valores, e utilizar o conceito de montante e juros. Para resolver este item, os mesmos conceitos serão utilizados, assim como a interpretação de que o valor pago na entrada (R\$ 396,00) deverá ser subtraído do valor à vista (R\$ 1.800,00), desta forma os alunos deverão trabalhar com o valor de R\$ 1.404,00, sendo este o valor principal e o montante será o valor pago após 32 dias, R\$ 1.628,64.

Temos agora que o juro desta questão é encontrado fazendo a subtração do montante pelo valor principal, resultando R\$ 224,64. Porém, para calcularmos a taxa de juros diária, será necessário encontrar a razão deste juro em relação ao valor principal de R\$ 1.404,00. Efetuando esta divisão encontramos 0,16, que representa 16% referente ao período de 32 dias. Como o item aborda a taxa nominal diária, faz-se necessário dividir a porcentagem encontrada por 32 dias, resultando em 0,5% ao dia.

Item 6: E se você quiser saber a taxa nominal de juros mensal aplicada na opção de compra a prazo, qual seria?

Como o item anterior aborda a taxa nominal de juros diária, espera-se que o aluno multiplique o resultado encontrado no item anterior por 30, obtendo a taxa nominal de juros mensal igual a 15%.

3.1.2 Atividade 2

Trata-se de uma atividade contextualizada em que a moto do aluno quebrou e ele estava precisando de uma certa quantia de dinheiro para pagar o conserto. Como o conserto só poderia ser pago à vista, então ele decidiu emprestar o dinheiro. O empréstimo seria pago em 6 (seis) parcelas mensais e iguais, sendo que a primeira parcela iria vencer após 1 mês. A atividade traz na tabela abaixo as informações que o gerente do banco forneceu para indicar os valores a serem pagos ao longo dos meses e qual seria a dívida do aluno com o banco, frisando que foi adotado o regime de Juros Compostos no empréstimo.

Tabela 2 - Valores referente ao pagamento e a dívida ao passar do tempo – Atividade 2.

TEMPO (meses)	PAGAMENTO (reais)	DÍVIDA (reais)
1	688,82	2.611,18
2	688,82	2.183,48
3	688,82	1.713,00
4	688,82	1.195,48
5	688,82	626,20
6	688,82	0,00

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesta atividade, a tabela será o norteador para o aluno, portanto é fundamental que ele compreenda a última coluna que está mostrando o quanto ele deverá para o banco após o pagamento da parcela referente a cada mês.

Seguem os itens a serem respondidos e também o que é esperado de cada um deles:

Item 1: De acordo com a tabela, você fez o pagamento do primeiro mês e do segundo mês normalmente. Mas no terceiro mês, achou que já teria o valor total para quitar o empréstimo. Qual seria este valor?

Neste item o aluno deverá analisar a tabela de modo que ele retire os seguintes dados:

- No terceiro mês ele deverá pagar R\$ 688,82 referente a parcela do mês vigente;
- Sua dívida após o pagamento da terceira parcela é de R\$ 1.713,00.

Portanto, o valor a ser pago para quitar a dívida neste momento é de R\$ 2.401,82 (resultado da soma entre o valor da parcela e a dívida acumulada).

Item 2: Você não conseguiu quitar o empréstimo no terceiro mês, então você fez somente o pagamento da parcela. Qual o valor da dívida que ainda restou?

Ainda trabalhando as informações referentes ao terceiro mês é necessário que o aluno compreenda que sua dívida neste momento é R\$ 1.713,00.

Item 3: No quarto mês você recebeu um dinheiro que estava aguardando e com isso conseguiu quitar o empréstimo. Então, ao invés de pagar somente a parcela, qual foi o valor que você pagou?

Retomando os conceitos do primeiro item é esperado que o aluno realize a soma entre a quarta parcela (R\$ 688,82) e sua dívida naquele momento (R\$ 1.195,48), totalizando o valor de R\$ 1.884,30 para quitar sua dívida no quarto mês.

Item 4: Vamos supor que a taxa de juros mensal deste empréstimo fosse 15%. Nesta condição, o valor a ser pago para quitar o empréstimo no quarto mês é maior ou menor do que o valor encontrado no item anterior? Justifique.

Para comparar a taxa de juros cobrada na tabela apresentada pelo gerente com a taxa que foi suposta neste item, será necessário que o aluno aplique os 15% sobre a dívida do terceiro mês e, com isso, ele poderá avaliar se o total pago no item anterior (R\$ 1.884,30) será superior ou inferior ao valor encontrado após empregarmos a taxa de 15% ao mês. Calculando 15% de R\$ 1.713,00, encontramos que o juro é de

R\$ 256,95 e o montante nesta situação é de R\$ 1.969,95. Comparando com o valor pago no item anterior (R\$ 1.844,30), podemos afirmar que o juro cobrado pelo gerente do banco é inferior a 15%.

Item 5: Agora queremos encontrar a taxa de juros mensal correta que foi aplicada no empréstimo para o conserto da moto. Fazendo os cálculos encontramos qual valor da taxa?

Neste item, é esperado que o aluno utilize o conceito de razão, sendo necessário dividir o valor de quitação de um determinado mês (valor da parcela mais valor da dívida acumulada) pelo valor da dívida acumulada do mês anterior. Isso resultará em 1,1, que representa o capital somado a taxa de juros aplicada ao capital. Espera-se também que o aluno perceba que a taxa de juros mensal é 0,1, ou 10% ao mês. Como o aluno trabalhou com esses dados nos dois itens anteriores, referente ao terceiro e quarto mês, é comum que esses dois meses sejam utilizados. Porém, sabemos que essa relação pode ser encontrada utilizando quaisquer outros meses. Neste caso, o aluno efetuará a divisão de R\$ 1.884,30 por R\$ 1.713,00, que resulta em 1,1, ou seja, 10% ao mês. O aluno também poderá utilizar a fórmula de juros compostos para encontrar a taxa solicitada. Neste caso, ele utilizará R\$ 1.884,30 como montante, R\$ 1.713,00 como capital e o tempo igual a 1 mês.

Item 6: Qual foi o valor pago no conserto da moto (valor do empréstimo)?

O aluno consegue encontrar o valor da dívida após um mês dela ter sido contraída, efetuando a soma da primeira parcela (R\$ 688,82) com a dívida acumulada neste período (R\$ 2.611,18), que resultará em R\$ 3.300,00. Utilizando a informação do item anterior, temos que a taxa de juros é de 10% ao mês e, após um mês, a dívida passou a ser de R\$ 3.300,00, resta calcular o capital inicial (o valor do empréstimo). Com esses dados, é possível encontrar o valor de R\$ 3.000,00, o valor pago no conserto da moto.

3.1.3 Atividade 3

Trata-se de uma atividade contextualizada em que o aluno conciliou seus estudos com o trabalho e conseguiu acumular R\$ 25.000,00. Ao pensar em investir o dinheiro, o aluno pesquisou qual seria o melhor investimento e decidiu investir o valor pelo período de 216 dias, que é o que resta até que complete os 18 anos de idade, em um CDB¹ prefixado, à taxa de 15% ao ano (base 360 dias).

Essa atividade visa apresentar para os alunos uma modalidade real de investimento, evitando situações fictícias que podem desestimulá-lo.

Seguem os itens a serem respondidos e também o que é esperado de cada um deles:

Item 1: Sabendo que a taxa é anual (360 dias) e o período de aplicação é 216 dias. Qual o valor do período da aplicação em anos?

A resolução deste item se dá através da razão entre o período de aplicação (216 dias) e o período dado para taxa (360 dias), resultando em 0,6. É esperado que o aluno entenda que o valor ficou investido durante 0,6 ano, ou seja, 60% de um ano.

Item 2: Chamamos de montante bruto o valor total acumulado no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor no nosso caso?

Neste item, foi abordado o conceito de montante bruto, pois em breve será apresentado o conceito de valor/montante líquido, quando as alíquotas referentes ao imposto de renda serão apresentadas e abatidas de acordo com o período investido. Para resolver esta situação, o aluno precisará utilizar os conceitos de juros compostos, conforme consta no lembrete do item. O objetivo de ter colocado este lembrete está relacionado a recorrência de erros dos alunos no momento de identificar o regime adotado pela situação.

Com isso, o aluno deverá multiplicar o capital investido (R\$ 25.000,00) pela soma de 1 mais a taxa aplicada (15%) elevada ao período investido (resultado 0,6 do item anterior), conforme a fórmula de juros compostos:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

onde M é o montante, C é o capital, i é a taxa de juros e n o tempo da aplicação.

Substituindo os valores correspondentes, temos:

$$M = 25.000 \cdot (1 + 0,15)^{0,6} \cong R\$ 27.186,84.$$

Item 3: Chamamos de rendimento bruto o valor total de ganhos no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor no nosso caso?

Uma vez que o aluno encontrou o montante bruto no item anterior, resta fazer a subtração deste valor (R\$ 27.186,84) pelo capital (R\$ 25.000,00), encontrando o rendimento bruto (R\$ 2.186,84).

Item 4: Os rendimentos do CDB são tributados com alíquota de imposto de renda que incide somente sobre o ganho da aplicação, conforme tabela:

Tabela 3 - Alíquotas do imposto de renda.

Período de Aplicações (em dias)		Alíquotas (em %)
De	Até	
1	180	22,5
181	360	20,0
361	720	17,5
721	-	15,0

Fonte: Receita Federal do Brasil.

Qual o valor do imposto de renda que será descontado no final da aplicação?

Uma vez apresentada a tabela da alíquota de Imposto de Renda, o aluno deverá se basear na mesma para resolver este item. Como o período do valor investido foi de 216 dias, então o aluno deverá utilizar a alíquota referente ao período de 181 a 360

dias, ou seja, 20%. No item anterior foi calculado o rendimento bruto (R\$ 2.186,84), que é o mesmo que o ganho da aplicação, e sobre ele será calculado o imposto de renda (20% de R\$ 2.186,84 \cong R\$ 437,37), restando assim 80% do ganho para o investidor.

Item 5: Qual será o valor que você terá disponível no final da aplicação?

Neste item, espera-se que o aluno obtenha a resposta após associar o item 2 e o item 4, utilizando o montante bruto (item 2), que é o valor de R\$ 27.186,84 e dele subtrair o valor pago em impostos (item 4), que é o valor de R\$ 437,33, resultando em R\$ 26.749,51.

Uma outra maneira seria associar o item 3 e o item 4, sendo que o aluno fará o cálculo do rendimento líquido através de uma subtração entre o rendimento bruto (item 3) e o valor pago em impostos (item 4), que será $R\$ 2.186,84 - R\$ 437,33 = R\$ 1.749,51$. E adicionar este resultado ao capital investido ($R\$ 1.749,51 + R\$ 25.000,00 = R\$ 26.749,51$), resultando também em R\$ 26.749,51.

Item 6: Taxa Efetiva refere-se ao período igual ao da aplicação, ou seja, no nosso caso 216 dias. Diante disso, calcule a taxa efetiva desta aplicação?

O conceito de taxa efetiva foi retomado neste item, considerando que pode haver dificuldades por parte dos alunos. Espera-se que o aluno utilize a fórmula de juros compostos para encontrar a taxa efetiva desta aplicação, sendo que temos o montante (R\$ 27.186,84), capital (R\$ 25.000,00) e o período (1, conforme explicado no enunciado). Utilizando esses valores obtemos a taxa efetiva de 8,75%.

3.1.4 Atividade 4

Trata-se de uma atividade contextualizada em que o aluno se depara com 2 anúncios sobre investimentos, sendo eles:

Anúncio A

“Essa oportunidade é para você! **LCA com rendimentos de 95% do CDI (360 dias)**, além de **isenção de imposto de renda**, essa é a hora certa que você estava esperando para investir.”

Anúncio B

“Essa é a hora de elevar seus rendimentos! **CDB com rendimentos de 115% do CDI (360 dias)**, o momento para investir é agora.”

Em seguida, o aluno é convidado a pensar em aplicar **R\$ 10.000,00** pelo período de 360 dias tendo como base as seguintes informações abaixo:

- ✓ CDI = 9,0% ao ano (base 360 dias);
- ✓ LCA = Isento de Imposto de Renda;
- ✓ CDB = Alíquota de imposto de renda incide somente sobre o ganho da aplicação, conforme tabela (Atividade 3);
- ✓ As duas situações tratam de liquidez no vencimento, isso indica que o título só trará o retorno esperado se o dinheiro ficar aplicado até o final do período.

A quarta atividade mantém o objetivo de apresentar para os alunos uma modalidade real de investimento, no caso a modalidade a LCA.

Seguem os itens a serem respondidos e também o que é esperado de cada um deles:

Item 1: No **Anúncio A**, qual a taxa de rentabilidade anual do investimento considerando que o LCA renderá **95% do CDI**?

Conforme consta no Anúncio A, o aluno deverá calcular 95% do CDI (9% ao ano). Logo será necessário fazer 0,95 multiplicado por 0,09, resultando em 0,0855, ou seja, 8,55%.

Item 2: Conforme o **Anúncio A**, o rendimento não terá desconto de Imposto de Renda (isento), portanto os rendimentos brutos e líquidos neste caso são iguais. Diante disso, calcule o valor do rendimento.

Para o aluno descobrir o valor de rendimento referente ao Anúncio A, novamente deverá usar os conceitos de juros compostos. Sendo assim, teremos:

$M = C \cdot (1 + i)^n$, sendo o capital R\$ 10.000,00, a taxa aplicada 8,55% e o período igual a 1 ano.

$$M = 10.000,00 \cdot (1 + 0,0855)^1 = R\$ 10.855,00.$$

Como o rendimento é o capital (R\$ 10.000,00) subtraído do montante (R\$ 10.855,00), então resultará em R\$ 855,00.

Uma outra opção seria o aluno calcular o juro sobre o capital, por ser tratar do período igual a 1.

Item 3: No **Anúncio B**, qual a taxa de rentabilidade anual do investimento considerando que o CDB renderá **“115% do CDI”**?

O aluno deverá utilizar o mesmo raciocínio do item 1, mas nas condições do Anúncio B, ou seja, o aluno deverá calcular 115% do CDI (9% ao ano). Logo será necessário fazer 1,15 multiplicado por 0,09, resultando em 0,1035, ou seja, 10,35%.

Item 4: Chamamos de rendimento bruto o valor total de ganhos no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor se você optar pela aplicação conforme o **Anúncio B**?

O aluno deverá utilizar a mesma fórmula do item 2, mas nas condições do Anúncio B

$M = C \cdot (1 + i)^n$, sendo o capital R\$ 10.000,00, a taxa aplicada 10,35% e o período igual a 1 ano.

$$M = 10.000,00 \cdot (1 + 0,1035)^1 = R\$ 11.035,00.$$

Como o rendimento é o capital (R\$ 10.000,00) subtraído do montante (R\$ 11.035,00), então resultará em R\$ 1.035,00.

Novamente uma outra opção seria o aluno calcular o juro sobre o capital, por ser tratar do período igual a 1.

Item 5: Conforme o **Anúncio B**, o rendimento bruto terá desconto de imposto de renda. Neste caso, qual o valor do imposto de renda que será descontado?

Sabendo que o período do valor investido foi de 360 dias, então o aluno deverá utilizar a alíquota referente ao período de 181 a 360 dias, ou seja, 20%. Para isso será necessário que o aluno consulte a atividade 3.

No item anterior, foi calculado o rendimento bruto (R\$ 1.035,00), que o aluno já sabe que é o mesmo que o ganho da aplicação (pela atividade 3), e sobre ele será calculado o imposto de renda (20% de R\$ 1.035,00) que resulta em R\$ 207,00.

Item 6: Se você optar pelo **Anúncio B**, qual será o valor do rendimento líquido?

O aluno calculou no item 4 o rendimento bruto e no item 5 a alíquota do imposto de renda que será abatido dele. Para encontrar o rendimento líquido é necessário que seja feita a seguinte operação: $R\$ 1.035,00 - R\$ 207,00 = R\$ 828,00$.

Item 7: Depois de analisar os rendimentos de cada anúncio, qual tem a aplicação mais vantajosa?

Como o rendimento do item 2 (Anúncio A) é de R\$ 855,00 e o rendimento do item 6 (Anúncio B) é de R\$ 828,00, então o aluno concluirá que o mais vantajoso é a aplicação do Anúncio A.

Item 8: Supondo que os anúncios ao invés de 360 dias fossem para o **período de 720 dias**. O anúncio mais vantajoso continuaria o mesmo? Justifique.

O objetivo deste item é fazer com que o aluno perceba uma característica do CDB, que é ter uma alíquota menor à medida que o período da aplicação aumenta. Isso pode ser observado na tabela de alíquota na Atividade 3.

Refazendo os cálculos e utilizando o período igual a 2 (referente a 720 dias ou 2 anos), temos:

Anúncio A

$$M = C \cdot (1 + i)^n = 10.000 \cdot (1 + 0,0855)^2 = R\$ 11.783,00.$$

Logo, o rendimento será de R\$ 1.783,00.

Anúncio B

$$M = C \cdot (1 + i)^n = 10.000 \cdot (1 + 0,1035)^2 = R\$ 12.177,00.$$

Lembrando que o aluno deverá descontar a alíquota nesta aplicação, sendo neste caso 17,5% que se refere ao período de 361 a 720 dias, logo o rendimento será de $R\$ 2.177,00 - R\$ 380,98 = R\$ 1.796,02$.

Portanto, para o período indicado, a melhor aplicação passou a ser o Anúncio B, evidenciando as características de cada aplicação.

3.2 RETOMADA DE CONCEITOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Após aplicar o questionário que serviu como sondagem e nos deu base para a elaboração das fichas de atividades proposta pela sequência didática, foi possível conhecer melhor os alunos. Percebemos a necessidade de retomar alguns conceitos básicos da Matemática Financeira, a saber: porcentagem, juros simples e juros compostos. Decidimos utilizar os próprios exercícios do questionário para retomar esses conceitos, pois os alunos ficaram curiosos em saber se responderam corretamente ao questionário já que haviam várias respostas diferentes entre eles. Nessa retomada, foram utilizadas duas aulas, totalizando 120 minutos.

Primeiramente, foi discutido sobre a opinião deles em relação ao questionário aplicado. A maioria dos alunos respondeu que gostaram das perguntas e ficaram surpresos com a dificuldade enfrentada para responder algumas questões. Disseram também que estavam ansiosos para verem os exercícios resolvidos e também para

conhecerem um pouco mais sobre os termos da matemática financeira, citados no questionário. Alguns acharam, à primeira vista, que levariam muito tempo para responder as 21 perguntas do questionário e que não daria tempo, mas falaram que ao começar a responder perceberam que seria algo simples e não tão demorado, deixando eles mais animados. Alguns alunos faltaram no dia da aplicação e quiseram responder também. Esses alunos não fizeram parte dos resultados da pesquisa, mas gostaram de ter participado.

A seguir, descrevemos os conceitos básicos que foram retomados.

3.2.1 PORCENTAGEM

Para a retomada desse conceito, foi apresentada em lousa uma associação da porcentagem com a razão, como abaixo:

Ao número $p\%$ associamos a razão $\frac{p}{100}$, ou seja, tomamos p partes de um todo que foi dividido em 100 partes iguais.

Exemplo:

- Calcule 15% de 200

Sabemos que 15% é o mesmo que escrevermos $\frac{15}{100}$.

Logo, 15% de 200 é o mesmo que $\frac{15}{100}$ multiplicado por 200 que é igual a $\frac{3000}{100}$, resultando em 30.

Portanto, 15% de 200 é igual a 30.

3.2.2 TERMOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Nessa retomada, foram apresentados alguns termos, o modo que são representados e suas definições:

➤ JUROS (J)

Algumas das denominações para juros são rendimento do capital, ganho sobre o capital ou remuneração do capital.

➤ **CAPITAL INICIAL (C)**

Capital Inicial pode ser definido como sendo a quantia inicial que se tem ou que se recebe.

➤ **MONTANTE (M)**

Montante é o resultado total que se obtém da aplicação do capital, ou seja, é quanto se recebe ou se paga pelo “empréstimo” do capital.

➤ **PERÍODO (n)**

Período é definido como o espaço de tempo pelo qual o capital ficou aplicado. Este dado vem representado por um número de períodos que podem ser, por exemplo, dias, meses, trimestres, anos, etc.

➤ **TAXA DE JUROS (i)**

A taxa de juros é o coeficiente que determina o valor do juro, isto é, a remuneração do fator capital utilizado durante certo período de tempo (mês, semestre, ano, etc.).

Tabela 4 - Exemplos de taxas de juros e suas representações.

EXEMPLOS DE TAXAS DE JUROS		
Forma PERCENTUAL	Para transformar na forma unitária	Forma UNITÁRIA
20% ao ano	20/100	0,2 ao ano
6% ao semestre	6/100	0,06 ao semestre
2% ao mês	2/100	0,02 ao mês
0,3% ao dia	0,3/100	0,003 ao dia

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para facilitar o entendimento sobre montante, capital inicial, juros e período da aplicação, a representação gráfica a seguir foi explicada aos alunos.

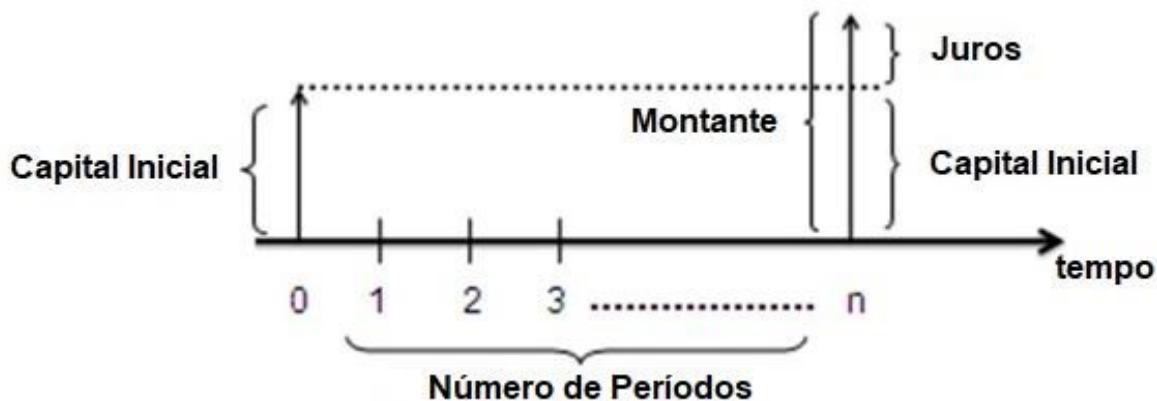


Figura 16 - Representação gráfica sobre a definição de montante.

Podemos analisar essa representação como um exemplo de aplicação de um certo “capital inicial” durante “ n períodos”, que resultará em um “montante”, sendo este a soma do “capital inicial” com “os juros” que rendeu ao longo do período.

3.2.3 JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS

Para retomar o conceito de juros simples e juros compostos, foram utilizados os exercícios que faziam parte do questionário que eles anteriormente responderam.

“Se você emprestar R\$120,00 para seu amigo e ele pagar após 5 meses com juros simples à taxa de 10% ao mês, qual será o valor recebido?”

Durante a resolução deste exercício, foi utilizada uma tabela para facilitar o entendimento do que ocorreu durante o período de 5 meses.

Tabela 5 - Resolução da 18ª pergunta do questionário.

Mês	Capital Inicial	Juros	Montante
1	120,00	$0,1 \times 120,00 = 12,00$	132,00
2	132,00	$0,1 \times 120,00 = 12,00$	144,00
3	144,00	$0,1 \times 120,00 = 12,00$	156,00
4	156,00	$0,1 \times 120,00 = 12,00$	168,00
5	168,00	$0,1 \times 120,00 = 12,00$	180,00

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por se tratar de juros simples, independente do período determinado, sempre o juro será calculado sobre o valor do primeiro mês, sendo assim, o juro será o mesmo para todos os meses. Na tabela, podemos observar o montante de cada mês e concluímos que para cinco meses o valor será de R\$ 180,00. Podemos pensar que o juro mensal é de R\$ 12,00 (10% de R\$ 120,00). Como o período do exercício é igual a 5 meses, podemos calcular o valor total do juro multiplicando R\$ 12,00 por 5 (meses), que resulta em R\$ 60,00. O montante é o valor do capital emprestado mais o valor do juro pelo período emprestado, que será $R\$ 120,00 + R\$ 60,00 = R\$ 180,00$.

Generalizando para “n” meses, podemos montar a seguinte tabela para calcular o valor do juro neste exercício:

Tabela 6 - Resolução da 18ª pergunta do questionário com a generalização do período igual a n .

Período	Taxa x Capital	Juros
1	0,1 x 120,00	12,00
2	0,1 x 120,00	24,00
3	0,1 x 120,00	36,00
4	0,1 x 120,00	48,00
5	0,1 x 120,00	60,00
.	0,1 x 120,00	.
.	0,1 x 120,00	.
.	0,1 x 120,00	.
n	0,1 x 120,00	$n \times 0,1 \times 120,00$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao analisar esta tabela com período até “ n ”, observamos que existe uma relação entre o valor do período, a taxa e o capital, resultando no valor do juro.

Podemos escrever que “juros (J)” é igual a multiplicação de “período (n)” pela “taxa (i)”, e o resultado multiplicado pelo “capital inicial (C)”. Ficando assim:

$$J = C \cdot i \cdot n \quad (i)$$

Mas já sabemos que “juros” é igual ao “capital” subtraído do “montante (M)”, então temos:

$$J = M - C \quad (ii)$$

Substituindo (i) em (ii), temos:

$$C \cdot i \cdot n = M - C$$

Logo, $M = C \cdot (1 + i \cdot n)$.

Voltando ao exercício e utilizando esta generalização que encontramos, temos:

$$C = \text{R\$ } 120,00$$

$$i = 10\% \text{ ao mês} = 0,1$$

$n = 5$ meses

Então,

$$M = 120,00 \cdot (1 + 0,1 \cdot 5) = R\$ 180,00$$

Portanto, o valor recebido será de R\$ 180,00.

Agora faremos o mesmo estudo para um outro exercício do questionário, mas lembrando que se trata de um exercício em regime de juros compostos.

“Se você emprestar R\$120,00 para seu amigo e ele pagar após 5 meses com juros compostos à taxa de 10% ao mês, qual será o valor recebido?”

Neste caso, também faremos uma tabela para facilitar o entendimento.

Tabela 7 - Resolução da 19ª pergunta do questionário.

Mês	Capital Inicial	Juros	Montante
1	120,00	$0,1 \times 120,00 = 12,00$	132,00
2	132,00	$0,1 \times 132,00 = 13,20$	145,20
3	145,20	$0,1 \times 145,20 = 14,52$	159,72
4	159,72	$0,1 \times 159,72 = 15,97$	175,69
5	175,69	$0,1 \times 175,69 = 17,57$	193,26

Fonte: Elaborada pelo autor.

Podemos observar a diferença em relação ao exercício anterior, sendo que por se tratar de regime composto, então os juros são calculados em relação ao capital inicial do mês que estamos calculando. Por exemplo, se quisermos saber qual é o valor do juro cobrado no terceiro mês, precisamos saber o valor do meu capital inicial no terceiro mês, que é o mesmo que o montante do segundo mês (mês anterior).

Podemos então generalizar para um período igual a “n” meses, conforme a tabela abaixo:

Tabela 8 - Resolução da 19ª pergunta do questionário com a generalização do período igual a n.

Período	Capital	Juros	Montante
1	C	i.C	$M_1 = C + i.C = C(1+i)$
2	M_1	$i.M_1$	$M_2 = M_1 + i.M_1 = M_1(1+i) =$ $= C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$
3	M_2	$i.M_2$	$M_3 = M_2 + i.M_2 = M_2(1+i) =$ $= C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	M_{n-1}	$i.M_{n-1}$	$M_n = M_{n-1} + i.M_{n-1} =$ $= M_{n-1}(1+i) =$ $= C(1+i)^{n-1}(1+i) = \mathbf{C(1+i)^n}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao analisar esta tabela, podemos concluir que para um período igual a “n”, temos que $M_n = C \cdot (1 + i)^n$, resultando na fórmula de juros compostos.

Voltando ao exercício e utilizando esta generalização que encontramos, temos:

$$C = R\$ 120,00$$

$$i = 10\% \text{ ao mês} = 0,1$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

Então

$$M_5 = 120,00 \cdot (1 + 0,1)^5 = R\$ 193,26$$

Portanto, o valor recebido será de R\$ 193,26.

É possível observar uma diferença a mais de R\$ 13,26 no valor pago no regime de juro composto em relação ao juro simples. Podemos analisar graficamente e entender melhor essa diferença entre os dois regimes.

O gráfico a seguir nos mostra como se comporta a função de juros simples em azul e a função de juros compostos em verde.

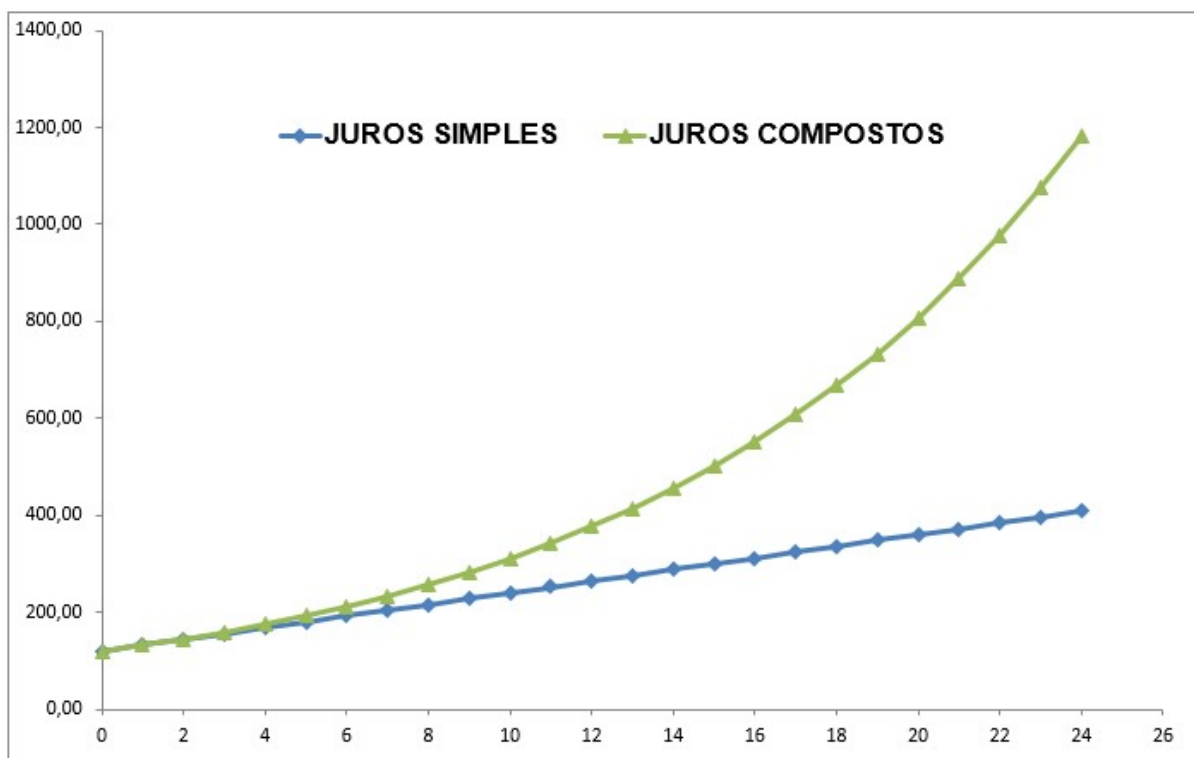


Figura 17 - Gráfico do comportamento das funções Juros Simples x Juros Compostos.

Analisando as duas funções, é possível perceber que a função de juros simples se comporta linearmente, enquanto a função de juros compostos tem um comportamento exponencial. Isso nos mostra a diferença de valores que teremos quanto maior for o período.

3.3 APLICAÇÃO DAS FICHAS DE ATIVIDADES

As fichas de atividades foram elaboradas com o intuito de incentivar a autonomia dos estudantes. Para isso, os itens em cada atividade foram pensados de

forma encadeada, aumentando a complexidade gradativamente, até chegar à solução do último item, que é o objetivo da atividade.

As fichas foram aplicadas individualmente, pois um dos objetivos é fazer com que o aluno reproduza as contas e escolhas na sequência didática em situações semelhantes encontradas no seu cotidiano.

As quatro fichas de atividades foram aplicadas em dois dias (duas fichas em cada dia), em aulas duplas de 120 minutos. Nenhum aluno faltou à aplicação das fichas. Para resolução dos exercícios, os alunos utilizaram calculadora e não foram permitidas consultas aos materiais pessoais. Os alunos receberam instruções no início de cada atividade para resolver os itens registrando seu raciocínio, pois muitas vezes é possível auxiliá-los a melhorar sua maneira de pensar a partir dessa exposição de ideias.

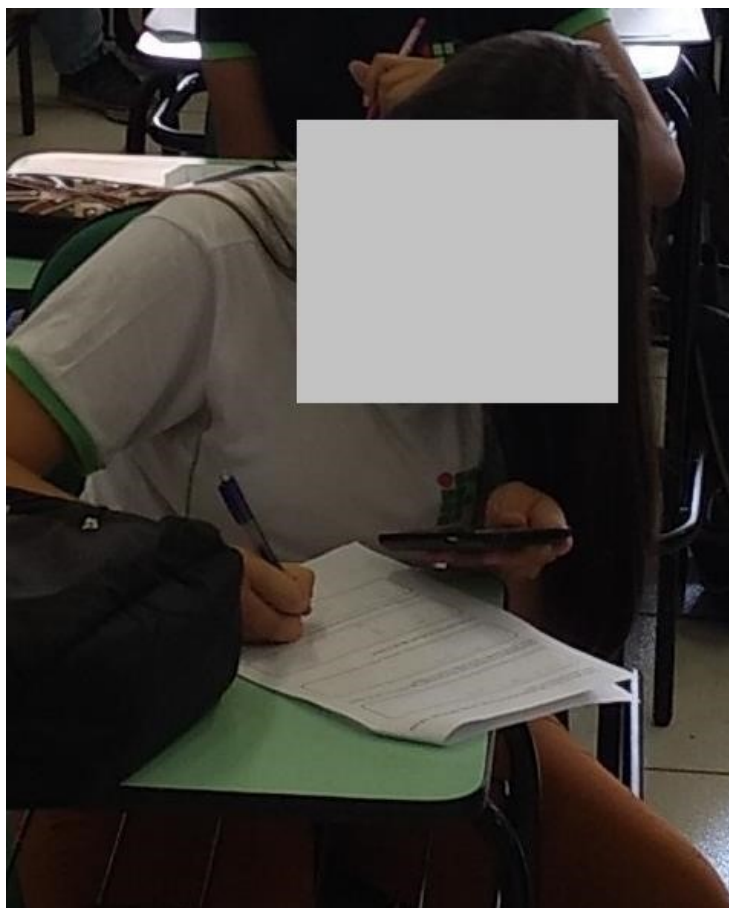


Figura 18 - Aluna resolvendo as fichas de atividades.

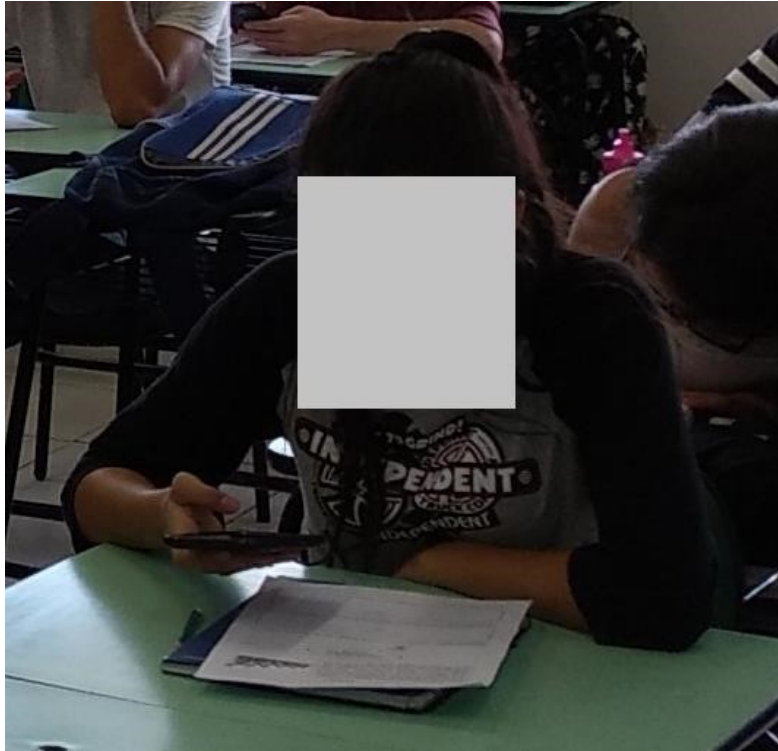


Figura 19 - Aluna resolvendo as fichas de atividades.

Observando a realização da atividade, foi possível perceber que os alunos estavam envolvidos e concentrados na resolução, fato que colaborou para organização da sala tornando o ambiente favorável para o estudo. Poucas vezes procuraram o auxílio do professor, sendo que, quando isso ocorria, as dúvidas eram sanadas prontamente para continuidade do trabalho.



Figura 20 - Alunos resolvendo as fichas de atividades.

Ainda durante a aplicação, foi possível perceber que o tempo foi suficiente para resolução dos exercícios, os alunos que deixaram alguma questão sem resolver, ao serem questionados no momento da entrega, disseram que realmente não conseguiam resolver o que foi solicitado, mas não faltou tempo para pensar no que foi pedido.

3.4 CONSOLIDAÇÃO DOS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA ADQUIRIDOS NAS ATIVIDADES

Ao analisar as respostas dos alunos nas fichas de atividades, percebemos a necessidade de reforçar e consolidar alguns conceitos mais avançados da matemática financeira.

Seguem os conceitos que foram retomados com os alunos e uma breve apresentação de cada um deles.

3.4.1 TAXAS DE JUROS

Vimos que juros é o valor que se paga pelo dinheiro aplicado ou emprestado. Já a taxa de juros é a relação entre este valor recebido ou pago e o valor do capital aplicado ou emprestado. Citaremos alguns tipos de taxas.

➤ TAXA EQUIVALENTE

Denominamos que duas taxas são equivalentes em regime de juros compostos quando expressas em unidades de tempo distintas, quando aplicadas ao mesmo capital inicial e pelo mesmo período de tempo, ambas resultam em um mesmo montante ou juro. Para isso, foi usado o conteúdo de De Sousa (2014, p. 27).

Duas taxas i e i_k , referentes aos períodos t e $\frac{t}{k}$, respectivamente, são equivalentes, se produzem, para um dado capital, um mesmo montante em um mesmo prazo de aplicação.

Utilizando a fórmula, $M = C \cdot (1 + i)^n$, do montante a juros compostos, teremos, para 1 período a que se refere à taxa maior i , k períodos a que se refere à taxa menor i_k , para certo capital inicial C_0 e durante um período a que se refere o prazo de aplicação da taxa maior i . Então, se i e i_k são equivalentes, vamos obter:

$$C_0 \cdot (1 + i)^1 = C_0 \cdot (1 + i_k)^k$$

Dividindo a equação acima por C_0 , decorre:

$$(1 + i_k)^k = (1 + i)$$

$$i = (1 + i_k)^k - 1$$

$$i_k = (1 + i)^{\frac{1}{k}} - 1$$

Exemplo: Determine a taxa trimestral equivalente à taxa de 36% a.a., considerando o regime de capitalização composto.

Solução: Utilizando a fórmula, $i_k = (1 + i)^{\frac{1}{k}} - 1$, teremos $k = 4$, isto é, obtemos:

$$i_4 = (1 + 0,36)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,36^{\frac{1}{4}} - 1 \cong 1,08 - 1 \cong 0,08 \cong 8\% \text{ a. t.}$$

➤ TAXA NOMINAL

A taxa nominal acontece quando a capitalização dos juros ocorre em uma unidade de tempo diferente da qual a taxa se refere.

São exemplos de taxas nominais:

- Uma taxa de 4% ao mês com capitalização diária;
- Uma taxa de 25% ao semestre com capitalização trimestral;
- Uma taxa de 32% ao ano com capitalização mensal.

Com isso, nos cálculos financeiros a taxa nominal não é aplicada, pois precisamos que a taxa de juros e o prazo estejam na mesma unidade de tempo para calcularmos o montante de um investimento. Portanto, precisamos da taxa efetiva para efetuar os cálculos.

Uma taxa nominal transforma-se em taxa efetiva quando convertida em seu período de capitalização. A taxa nominal serve somente como referência, pois não é a taxa realmente paga ou recebida. A taxa efetiva é a efetivamente paga ou recebida em uma operação financeira, razão pela qual somente esta última deve ser utilizada nos cálculos financeiros. (CAMARGOS, 2013).

➤ TAXA EFETIVA

A taxa efetiva ocorre quando a unidade de tempo desta taxa coincide com o período de tempo em que os juros são capitalizados e é esse tipo de taxa que é utilizado para efetuar cálculos financeiros.

➤ **TAXA PREFIXADA**

É aquela que permite que na contratação da operação financeira o investidor fique sabendo o valor total do rendimento do investimento realizado, pois o percentual de remuneração (taxa de juros) é definido no momento da aplicação, e será o mesmo até o resgate.

➤ **TAXA PÓS-FIXADA**

A remuneração é baseada em uma taxa de juros e em um indexador de correção monetária, sendo que esse índice de correção varia durante o período da remuneração, e só é possível conhecê-lo efetivamente ao final da aplicação.

Um exemplo de índice é o CDI - Certificado de Depósito Interbancário. Os CDIs negociados por um dia são utilizados para o cálculo da taxa média diária CDI, referência para a maior parte dos títulos de renda fixa oferecidos ao investidor.

Para realizar os financiamentos e as operações de empréstimos aos seus clientes, os bancos precisam captar dinheiro para esse fim. Uma forma de conseguir esse dinheiro é por meio da emissão dos títulos de renda fixa.

3.4.2 RENDA FIXA

O conceito de renda fixa está atrelado aos investimentos que as pessoas conhecem, à rentabilidade antes da realização da aplicação ou podem prever essa rentabilidade.

➤ **CADERNETA DE POUPANÇA**

A caderneta de poupança é um dos investimentos mais comuns e tradicionais no Brasil, ainda que possua rendimentos baixos. Essa forma de investimento, amplamente popularizada devido à segurança, aos baixos riscos, e à alta liquidez, é uma conta bancária que pode ser aberta em qualquer banco.

As cadernetas de poupança são protegidas por regras estabelecidas pelo Banco Central, e estão isentas do pagamento de taxas de administração e impostos.

➤ **CDB – CERTIFICADO DE DEPÓSITO BANCÁRIO**

O CDB é um título de renda fixa emitido por Instituições Financeiras (Bancos Comerciais/Múltiplos e Bancos de Investimentos), em que no momento da aplicação são negociados a remuneração e o prazo. São investimentos com taxas pré e pós-fixadas, que, no segundo caso, rendem um percentual do CDI.

Exemplo de propaganda para investimento em CDB: “Invista em CDB a 115% do CDI.”

- A principal característica é a liquidez, normalmente diária;
- Possibilidade de resgate parcial ou total mesmo antes do vencimento;
- O rendimento é tributado com alíquota de Imposto de Renda conforme TABELA 3: Alíquotas do imposto de renda.

➤ **LCI – LETRA DE CRÉDITO IMOBILIÁRIO OU LCA – LETRA DE CRÉDITO AGRONEGÓCIO.**

Investimentos com taxas pré e pós-fixadas, que, no segundo caso, rendem um percentual do CDI.

Exemplo de propaganda para investimento em LCA: “Invista em LCA a 90% do CDI por 90 dias.”

Conforme estabelecido na circular número 4.410/2015 do Banco Central do Brasil, a LCI possui um prazo mínimo de vencimento conforme descrição abaixo:

- 36 (trinta e seis) meses, quando atualizada mensalmente por índice de preços;
- 12 (doze) meses, quando atualizada anualmente por índice de preços;
- 90 (noventa) dias, quando não atualizada por índice de preços.

E para a LCA os seguintes prazos:

- 12 (doze) meses, quando atualizada anualmente por índice de preços;
- 90 (noventa) dias, quando não atualizada por índice de preços.

Os investimentos em LCI e LCA possuem as seguintes características:

- Isenção de imposto de renda para pessoa física;
- Ser garantido pelo FGC (Fundo Garantidor do Crédito) até o valor de R\$ 250.000,00;
- É vedado o resgate, total ou parcial, antes do prazo mínimo estabelecido, que atualmente é de 90 dias.

Os temas abordados na consolidação do conteúdo apareceram durante as atividades realizadas pelos alunos de forma superficial e, para que todos pudessem se apropriar com mais profundidade de cada assunto, foi disponibilizado o material exposto em aula, em que foram discutidas as principais características de cada modalidade de investimento, assim como as possíveis formas de divulgação de taxas.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS DAS ATIVIDADES

Neste capítulo, apresentamos o resultado da aplicação das Fichas de Atividades com algumas análises iniciais desses resultados.

Apesar da aplicação das Fichas envolverem um pouco mais do que 50 alunos, foram analisadas somente as respostas dos 50 alunos que participaram do questionário indutor inicial e das quatro atividades.

Em cada item das Fichas de Atividades, as respostas dos alunos foram categorizadas em Plenamente Satisfatório, Satisfatório ou Insatisfatório e algumas respostas foram destacadas com comentários a respeito das dificuldades e facilidades encontradas por eles.

4.1 ANÁLISE DA ATIVIDADE 1

A Atividade 1 contextualiza a compra de um *notebook* a partir de um anúncio e é composta por seis itens.

4.1.1 Análise do Item 1

Item 1: De acordo com o anúncio, qual o valor de entrada que você terá que pagar?
--

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
50	0	0

Esse item teve 100% de acertos, possivelmente pelo fato de que o conceito de porcentagem foi retomado anteriormente ou por ser um conceito muito usual. Esse resultado já era esperado em nossas expectativas para esse item, inclusive com várias formas distintas para a sua resolução. Abaixo, destacamos duas resoluções diferentes que foram apresentadas nesse item.

$$\begin{array}{l}
 100 - 22 = 78 \\
 78 \times 1800 = 139600 \\
 \frac{139600}{100} = 1396,00 \\
 x = R\$ 396,00
 \end{array}$$

Figura 21 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da primeira atividade.

$$\begin{array}{l}
 22\% \text{ de } 1800 \\
 \frac{22 \cdot 1800}{100} = \frac{39600}{100} = R\$ 396,00
 \end{array}$$

Figura 22 - Resposta plenamente satisfatória de um outro aluno do item 1 da primeira atividade.

4.1.2 Análise do Item 2

Item 2: Quando falamos em montante, nos referimos a soma do valor principal mais o juro, ou seja, é o valor total a ser pago pelo produto. Neste caso, qual é o valor total a ser pago pelo produto se você comprar a prazo?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
48	0	2

Esse item exigia apenas a interpretação conceitual da soma do valor encontrado no item anterior com o valor a ser pago após 32 dias. Essa interpretação foi retomada no início do item e, mesmo assim, dois alunos fizeram a soma do valor encontrado no item anterior com o valor do *notebook* a vista, conforme ilustrado a seguir.

$$1800 + 396 = \underline{2196,00 \text{ reais.}}$$

Figura 23 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 2 da primeira atividade.

Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória desse item.

$$\begin{array}{l} \text{os } 1.628,64 + \text{os } 22\% (396) \\ 1.628,64 + 396 \\ 2.024,64 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{O valor total a} \\ \text{ser pago será} \\ \text{R. } 2.024,64 \end{array}$$

Figura 24 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da primeira atividade.

4.1.3 Análise do Item 3

Item 3: Podemos definir que juros é o valor principal subtraído do montante. Com base nesta afirmação, você sabe qual é o valor do juro que você pagará?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
48	2	0

Todos os alunos que acertaram o item anterior conseguiram resolver de forma plenamente satisfatória esse item. Já os dois alunos que erraram a resposta do item anterior demonstraram dominar o conceito abordado, porém utilizaram o valor incorreto encontrado anteriormente. Por isso a resposta desses dois alunos foi considerada satisfatória. Apresentamos a seguir uma resposta satisfatória e uma resposta plenamente satisfatória.

Handwritten calculation: $2196 - 1800 = \underline{\underline{396 \text{ reais.}}}$

Figura 25 - Resposta satisfatória de um aluno do item 3 da primeira atividade.

Handwritten calculation:
 VALOR PRINCIPAL: 1800 JUROS: 224,64
 MONTANTE: 2024,64
 JUROS: 2024,64 - 1800

Figura 26 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 3 da primeira atividade.

4.1.4 Análise do Item 4

Item 4: Podemos estabelecer uma razão entre o valor do juro encontrado no item anterior com o valor do *notebook*. Determine esta porcentagem.

OBS.: vale lembrar que o valor encontrado neste item não é a taxa de juros adotada nesta situação.

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
44	6	0

Neste item, todos os alunos apresentaram domínio sobre o conceito de razão. As seis respostas Satisfatórias se devem aos dois alunos que erraram o item anterior, erro apresentado na Figura 27, e a quatro alunos que usaram o valor a prazo do *notebook* ao invés do valor à vista na hora de calcular a razão solicitada, erro apresentado na Figura 28.

na Figura 30, o aluno utilizou um resultado encontrado erroneamente nos itens anteriores para o valor do juro. Um aluno não respondeu este item, deixando a resposta em branco. Todos os alunos que responderam plenamente satisfatório esse item, apresentaram respostas muito semelhantes à da Figura 33.

$$\frac{11}{32} = 0,34\% \text{ ao dia}$$

Figura 30 - Resposta satisfatória do aluno A do item 5 da primeira atividade.

$$\frac{224,64}{32} = 7,02 \quad \frac{1800 \times 100}{7,02 \times 100} = \frac{202}{1800} = 0,39\%$$

Figura 31 - Resposta satisfatória do aluno B do item 5 da primeira atividade.

$$\frac{12,48 - 32}{x - 1} \quad 32x = 12,48$$

$$x = \frac{12,48}{32}$$

$$x = 0,39\%$$

Figura 32 - Resposta satisfatória do aluno C do item 5 da primeira atividade.

$$\begin{array}{r} 1800,00 \\ - 396,00 \\ \hline 1404,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1.628,64 \\ - 1404,00 \\ \hline 224,64 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1404,00 - 100 \\ 224,64 - X \end{array} \quad \begin{array}{r} 1404,00 X = 224,64 \\ X = \frac{22464}{1404,00} = 16\% \end{array}$$

$$\frac{16}{32} = 0,5\%$$

Figura 33 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da primeira atividade.

4.1.6 Análise do Item 6

Item 6: E se você quiser saber a taxa nominal de juros mensal aplicada na opção de compra a prazo, qual seria?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
13	36	1

Os resultados apresentados neste item foram os mesmos do item anterior, ou seja, os erros do item anterior foram trazidos para esse item.

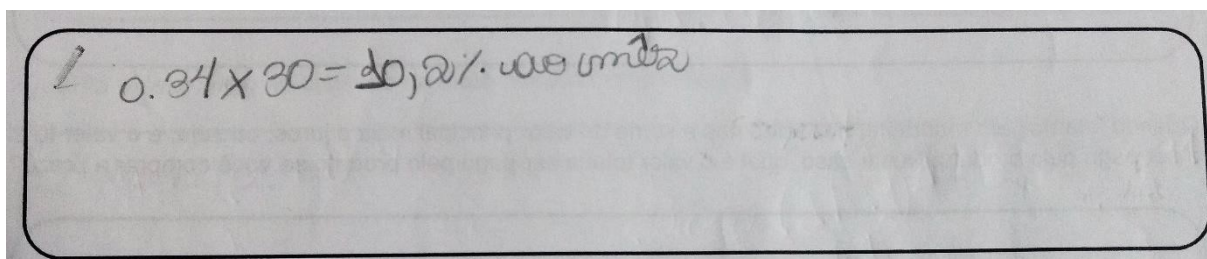


Figura 34 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da primeira atividade.

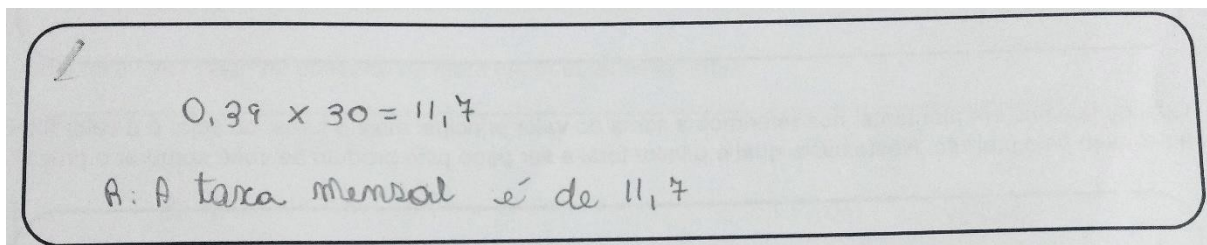


Figura 35 - Resposta satisfatória de um outro aluno do item 6 da primeira atividade.

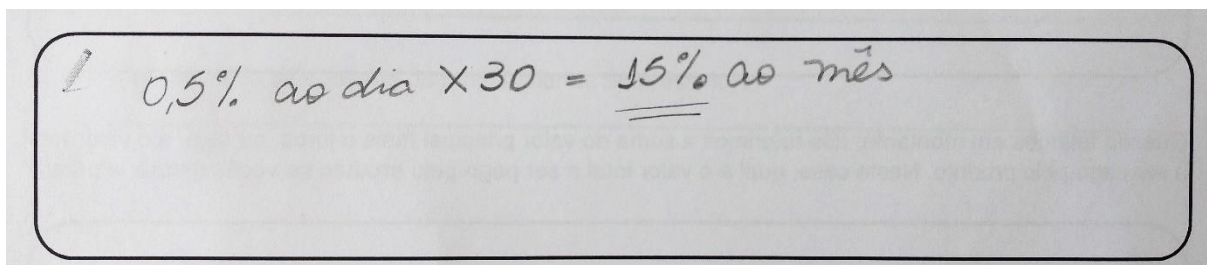


Figura 36 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da primeira atividade.

4.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE 2

A Atividade 2 contextualiza o empréstimo de um valor em dinheiro para pagar o conserto de uma moto e é composta por seis itens.

4.2.1 Análise do Item 1

Item 1: De acordo com a tabela, você fez o pagamento do primeiro mês e do segundo mês normalmente. Mas no terceiro mês, achou que já teria o valor total para quitar o empréstimo. Qual seria este valor?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
44	0	6

Esse item teve 88% de acertos. As seis respostas insatisfatórias se devem aos alunos que somaram a dívida do mês anterior com o valor da parcela, conforme Figura 37, e temos na Figura 38 a representação das respostas plenamente satisfatórias.

Handwritten student work for Item 1 showing an incorrect calculation. The student adds 2183,48 and 688,82 to get 2872,30, and then writes "R\$ 2.872,30".

Figura 37 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 1 da segunda atividade.

Handwritten student work for Item 1 showing a correct calculation. The student writes "parcela + a dívida" and calculates $688,82 + 1.713,00 = 2.401,82$, with an arrow pointing to "valor".

Figura 38 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da segunda atividade.

4.2.2 Análise do Item 2

Item 2: Você não conseguiu quitar o empréstimo no terceiro mês, então você fez somente o pagamento da parcela. Qual o valor da dívida que ainda restou?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
42	0	8

Nesse item, era esperado que o aluno interpretasse a tabela utilizando o raciocínio do item anterior. Dos oito alunos que responderam de forma insatisfatória, três alunos observaram a dívida do quarto mês e cinco alunos subtraíram a parcela paga no terceiro mês da dívida do mesmo mês, conforme apresentamos a seguir:

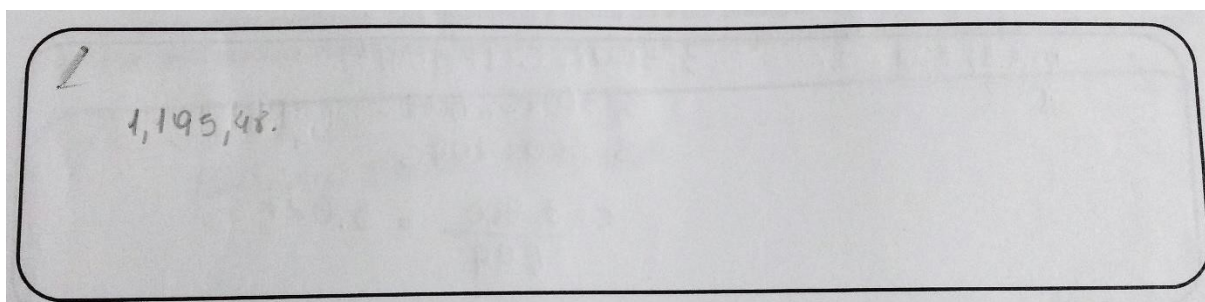


Figura 39 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 2 da segunda atividade.

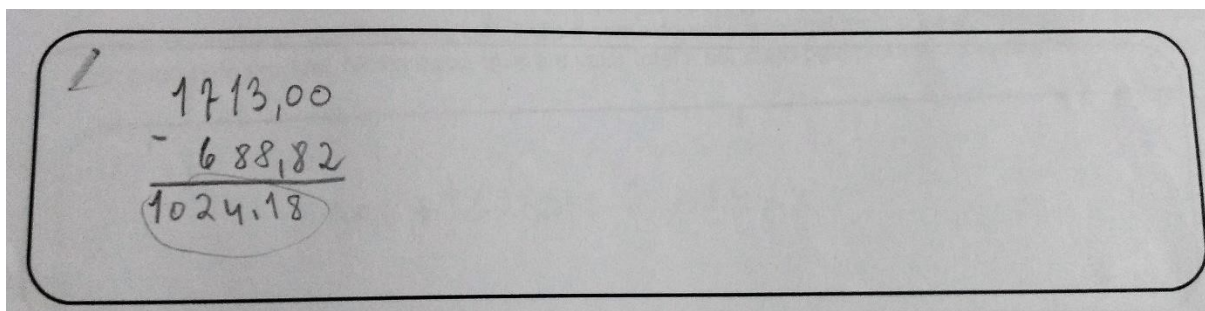


Figura 40 - Resposta insatisfatória de outro aluno do item 2 da segunda atividade.

Apresentamos na Figura 41 uma resposta plenamente satisfatória desse item.

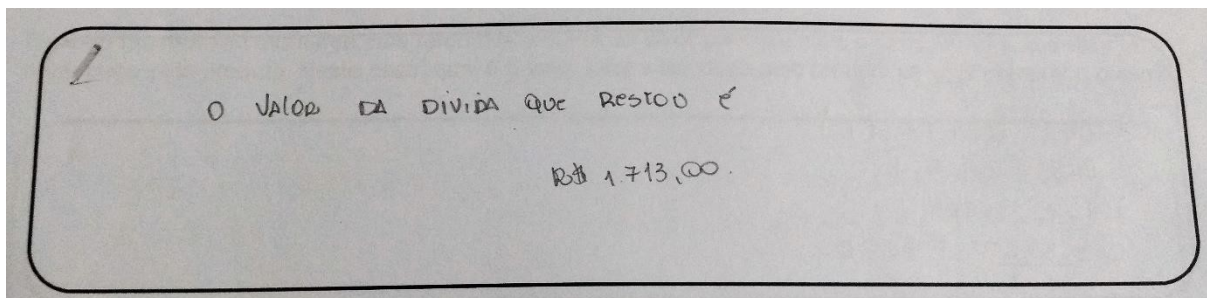


Figura 41 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da segunda atividade.

4.2.3 Análise do Item 3

Item 3: No quarto mês, você recebeu um dinheiro que estava aguardando e com isso conseguiu quitar o empréstimo. Então, ao invés de pagar somente a parcela, qual foi o valor que você pagou?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
39	2	9

Nesse item, obtivemos nove respostas como insatisfatórias. Os alunos erraram ao somar a dívida do quarto mês com a do quinto mês, ver Figura 42, ou multiplicaram o valor da parcela por quatro, ver Figura 43. Consideramos como satisfatórias as duas respostas que os alunos copiaram errado o valor da parcela, porém fizeram os cálculos esperados, ver Figura 44.

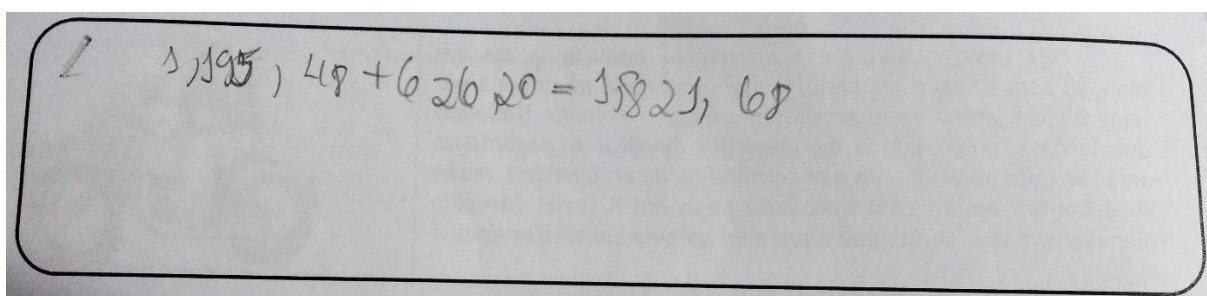


Figura 42 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 3 da segunda atividade.

Handwritten calculation: $688,20 \times 4 = 2.752,80$

Figura 43 - Resposta insatisfatória de um outro aluno do item 3 da segunda atividade.

Handwritten calculation: $1.195,48 + 688,00 = 1.883,70.$

Figura 44 - Resposta satisfatória de um aluno do item 3 da segunda atividade.

Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória desse item.

Handwritten calculation showing addition of 688,20 and 1.195,48 to get 1.884,30, with a vertical addition table and a concluding sentence.

$$688,20 + 1.195,48 = 1.884,30$$

1.195,48	
+ 688,20	

1.884,30	

o valor pago foi de R\$ 1.884,30

Figura 45 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 3 da segunda atividade.

4.2.4 Análise do Item 4

Item 4: Vamos supor que a taxa de juros mensal deste empréstimo fosse 15%. Nesta condição, o valor a ser pago para quitar o empréstimo no quarto mês é maior ou menor do que o valor encontrado no item anterior? Justifique.

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
35	3	12

Nesse item, era esperado que a maior dificuldade fosse a interpretação do enunciado. Esse fato foi constatado nas respostas apresentadas pelos alunos, pois realizaram os cálculos esperados, mas com valores errados, conforme ilustramos a seguir. Na Figura 46, temos a resposta insatisfatória do aluno que calculou 15% em relação a dívida após pagar a primeira parcela (R\$ 2.611,18) e depois multiplicou por 4 ($R\$ 391,67 \cdot 4 = R\$ 1.566,68$), não sendo possível compreender o seu raciocínio. Na Figura 47, também temos uma resposta insatisfatória do aluno que calculou 15% em relação a dívida após pagar a quarta parcela (R\$ 1.195,48) e somou o valor encontrado com a dívida citada ($R\$ 179,32 + R\$ 1.195,48 = R\$ 1.374,80$); porém o aluno não utilizou este valor para comparar com a soma da parcela e da dívida do quinto mês. Já na Figura 48, temos a resposta satisfatória do aluno que calculou 15% em relação a dívida após pagar a terceira parcela (R\$ 1.713,00) e calculou o montante ($R\$ 256,95 + R\$ 1.713,00 = R\$ 1.969,95$) corretamente, mas para finalizar o item fez a comparação com o valor da parcela somado ao valor da dívida após pagar a terceira parcela ($R\$ 688,82 + R\$ 1.713,00 = R\$ 2.401,82$), que acarretou na conclusão errada. Na Figura 49, temos uma resposta plenamente satisfatória de um aluno que interpretou corretamente o enunciado.

Handwritten calculation: $15 \cdot 2611,18 \div 100 = 391,674 = 1566,68$

Figura 46 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 4 da segunda atividade.

Handwritten calculation: $15 - x$
 $100 - 1195,48$
 $15 \cdot 1195,48 = 100x$
 $\frac{17932,20}{100} = 179,32 + 1195,48$
 $1374,80$

Figura 47 - Resposta insatisfatória de um outro aluno do item 4 da segunda atividade.

Handwritten calculation: $1713,00$
 $256,95$
 $\frac{1969,95}{}$ < $\frac{1713}{}$
 $+688,82$
 $2401,82$ É menor.

Figura 48 - Resposta satisfatória de um aluno do item 4 da segunda atividade.

Handwritten calculation: $\frac{15}{100} \cdot 1713,00 = \frac{25.695}{100} = 256,95$
 $1713,00 + 256,95 = 1969,95$
 O valor em CONTRA
 é maior que o
 item anterior

Figura 49 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 4 da segunda atividade.

4.2.5 Análise do Item 5

Item 5: Agora, queremos encontrar a taxa de juros mensal correta que foi aplicada no empréstimo para o conserto da moto. Fazendo os cálculos, encontramos qual valor da taxa?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
34	0	16

Neste item, era esperado que o aluno utilizasse o conceito de razão, sendo necessário dividir o valor de quitação de um determinado mês pelo valor da dívida acumulada do mês anterior. Na Figura 50, temos uma resposta insatisfatória, pois o aluno escolheu o primeiro mês para seus cálculos e utilizou como mês anterior a parcela (R\$ 688,82) mais a dívida do primeiro mês (R\$ 2.611,10). Na Figura 51, apresentamos uma resposta plenamente satisfatória em que o aluno demonstrou domínio do conceito exigido; as respostas plenamente satisfatórias desse item seguiram o mesmo raciocínio utilizando outros meses como referência.

$$\begin{aligned}
 3300 &= 2611,18(1+i)^1 \\
 3300 - 2611,18 &= 2611,18i \\
 \frac{688,82}{2,611,18} &= 2611,18i \\
 i &= 0,26 \cdot 100 = 26\%
 \end{aligned}$$

Figura 50 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 5 da segunda atividade.

$$\begin{aligned}
 m &= C \cdot (1+i)^n \\
 i &= \frac{1713}{1713,00} \\
 i &= 0,1
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 1884,30 &= 1713,00 \cdot (1+i)^1 \\
 1884,30 &= 1713,00 + 1713,00i \\
 1884,30 - 1713 &= 1713,00i \\
 1713,00i &= 171,3
 \end{aligned}$$

Figura 51 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da segunda atividade.

4.2.6 Análise do Item 6

Item 6: Qual foi o valor pago no conserto da moto (valor do empréstimo)?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
23	9	18

Nesse item, era necessário relacionar a resposta do item anterior com as informações apresentadas na tabela e, por isso, não era esperado um alto índice de respostas plenamente satisfatórias, como de fato ocorreu com 27 alunos. Na Figura 52, temos a resposta insatisfatória de um aluno que calculou o valor gasto com o financiamento. Na Figura 53, temos a resposta satisfatória em que o aluno calculou corretamente o montante e usou a taxa de juros correta, mas não soube relacionar as informações para calcular o valor do capital inicial esperado, pois aplicou diretamente a taxa de juros sobre o montante ($3300 - 10\% \cdot 3300$) sem utilizar a fórmula de juros compostos ($\frac{3300}{1+10\%}$). Já na Figura 54, apresentamos a resposta plenamente satisfatória do aluno que conseguiu relacionar a resposta do item anterior com o montante e o capital inicial.

Handwritten calculation: $688,82 \cdot 6 = 4.132,92$

Figura 52 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 6 da segunda atividade.

$$2611,18 + 688,82 = 3300$$

$$10\% \text{ de } 3300 = 330$$

$$3300 - 330 = 2970$$

Figura 53 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da segunda atividade.

$$M = 2.611,18 + 688,82 = 3.300$$

$$C = ?$$

$$i = 0,1$$

$$3.300 = C \cdot (1 + 0,1)^1$$

$$3.300 = C \cdot 1,1$$

$$1,1 \cdot C = 3.300$$

$$C = \frac{3.300}{1,1} = 3000$$

Figura 54 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da segunda atividade.

4.3 ANÁLISE DA ATIVIDADE 3

A Atividade 3 contextualiza o investimento de R\$ 25.000,00 em uma aplicação em renda fixa, na modalidade CDB, e é composta por seis itens.

4.3.1 Análise do Item 1

Item 1: Sabendo que a taxa é anual (360 dias) e o período de aplicação é 216 dias, qual o valor do período da aplicação em anos?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
50	0	0

Esse item exige apenas o conceito de razão e era esperado um alto índice de acertos, o que foi confirmado com 100% de respostas plenamente satisfatórias. Abaixo, destacamos duas resoluções diferentes que foram apresentadas.

$$\frac{216}{360} = \frac{36}{60} = \frac{6}{10} \quad \frac{6}{10} \text{ de anos}$$

Figura 55 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da terceira atividade.

$$\begin{aligned} 360r &= 216 \cdot 1 \\ 360r &= 216 & r &= 0,6 \\ r &= \frac{216}{360} \end{aligned}$$

R: O valor dos períodos da aplicação em 0,6

Figura 56 - Resposta plenamente satisfatória de um outro aluno do item 1 da terceira atividade.

4.3.2 Análise do Item 2

Item 2: Chamamos de montante bruto o valor total acumulado no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor no nosso caso?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
46	0	4

Como no item anterior, a expectativa era de que todos conseguissem resolver de forma plenamente satisfatória esse item, pois era exigido apenas o uso da fórmula de Juros Compostos, que foi retomada anteriormente. Porém, alguns alunos não acertaram esse item. Abaixo, destacamos uma resposta insatisfatória e uma plenamente satisfatória que foram apresentadas.

$$\begin{array}{r} 25000 \\ - 3750 \\ \hline 28750 \end{array}$$

Figura 57 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 2 da terceira atividade.

$$\begin{aligned} M &= C(1+i)^n \\ M &= 25k(1+0,15)^{6,0} \\ M &= 25k(1,15)^{6,0} \\ M &= 25k \cdot 1,08747 \\ M &= \text{R\$ } 27186,84. \end{aligned}$$

Figura 58 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da terceira atividade.

4.3.3 Análise do Item 3

Item 3: Chamamos de rendimento bruto o valor total de ganhos no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor no nosso caso?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
46	4	0

Nesse item, todos os alunos subtraíram o capital inicial do montante, que era o conceito esperado para esse item. Os quatro alunos que erraram o item anterior tiveram suas respostas categorizadas como satisfatórias por terem utilizado corretamente esse conceito. Abaixo, destacamos uma resposta plenamente satisfatória que foi apresentada para esse item.

$$R = M - C$$

$$R = 27186,84 - 25000 = \underline{\underline{2186,84 \text{ reais}}}$$

Figura 59 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 3 da terceira atividade.

4.3.4 Análise do Item 4

Item 4: Os rendimentos do CDB são tributados com alíquota de imposto de renda que incide somente sobre o ganho da aplicação, conforme “TABELA 3: Alíquotas do imposto de renda”.

Qual o valor do imposto de renda que será descontado no final da aplicação?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
46	4	0

Todos os alunos que acertaram plenamente o item anterior conseguiram resolver de forma plenamente satisfatória esse item. Os quatro alunos que não alcançaram acerto pleno calcularam e aplicaram corretamente a taxa relativa ao imposto mas sobre o valor dos juros encontrados erroneamente no item anterior. Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória.

$$i = 20\%$$

$$\text{DESCONTO} = 2186,84 \cdot 0,2$$

$$D = 437,37$$

Figura 60 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 4 da terceira atividade.

4.3.5 Análise do Item 5

Item 5: Qual será o valor que você terá disponível no final da aplicação?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
43	7	0

Esse item apresentou sete respostas satisfatórias, correspondentes a dos quatro alunos que trouxeram respostas incorretas de itens anteriores mais três alunos que encontraram a rentabilidade líquida e não somaram ao valor do capital inicial. Apresentamos a seguir uma resposta satisfatória e uma plenamente satisfatória.

$$2186,84 - 437,37 = \underline{\underline{R\$ 1749,47}}$$

Figura 61 - Resposta satisfatória de um aluno do item 5 da terceira atividade.

$$27^M.186^D,84 - 437,37 = 26.749,47$$

Figura 62 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da terceira atividade.

4.3.6 Análise do Item 6

Item 6: Taxa Efetiva refere-se ao período igual ao da aplicação, ou seja, no nosso caso 216 dias. Diante disso, calcule a taxa efetiva desta aplicação?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
10	36	4

Os alunos que responderam de forma insatisfatória tiveram dificuldade em resolver a equação, apresentando erros durante os cálculos, como apresentamos na Figura 63.

$$\begin{aligned} \angle 27185 &= 25000(1+u)^3 \\ 27185 &= 25000 + 25000u \\ 27185 - 25000 &= 25000u \\ u &= \frac{25000}{27185} \end{aligned}$$

Figura 63 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 6 da terceira atividade.

O elevado número de respostas satisfatórias está relacionado a terem utilizado o montante líquido (com a redução do imposto de renda) para calcular a taxa efetiva, como apresentamos na Figura 64.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper with rounded corners. The work is as follows:

$$\begin{aligned} \checkmark \quad 26,749,40 &= 25.000,00 (1+i)^1 \\ 26,749,40 &= 25.000,00 + 25.000,00 i \\ 26,749,40 - 25.000,00 &= 25.000,00 i \\ 1.749,40 &= 25.000,00 i \\ i &= \frac{1.749,40}{25.000,00} \\ i &= 0,069976 \times 100 \\ i &= 6,9976 \\ \text{A TAXA EFETIVA É } &6,9976\% \end{aligned}$$

Figura 64 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da terceira atividade.

Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória desse item.

Handwritten mathematical solution for item 6 of the third activity. The student uses the formula $M = C \cdot (1+i)^t$ and solves for the interest rate i .

$$M = C \cdot (1+i)^t$$
$$27186,83 = 25000 (1+i)^1$$
$$27186,83 = 25000 + 25000i$$
$$27186,83 - 25000 = 25000i$$
$$2186,83 = 25000i$$
$$i = \frac{2186,83}{25000}$$
$$i \approx 0,08747$$

Figura 65 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da terceira atividade.

4.4 ANÁLISE DA ATIVIDADE 4

A Atividade 4 é composta por oito itens e contextualiza duas situações de investimentos em que o aluno deve analisar e comparar os cenários de cada uma delas.

4.4.1 Análise do Item 1

Item 1: No **Anúncio A**, qual a taxa de rentabilidade anual do investimento considerando que o LCA renderá **95% do CDI**?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
50	0	0

Esse item exigiu apenas o conceito de porcentagem, e todos os alunos apresentaram respostas plenamente satisfatórias. Esse resultado já era esperado, visto que o conceito de porcentagem foi retomado anteriormente. Abaixo, destacamos uma resposta apresentada nesse item.

$$\frac{95}{100} \cdot \frac{9}{100} = \frac{855}{10,000} = \frac{8,55}{100} = 8,55\%$$

↪ $0,0855 \times 100$

Figura 66 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 1 da quarta atividade.

4.4.2 Análise do Item 2

Item 2: Conforme o **Anúncio A**, o rendimento não terá desconto de Imposto de Renda (isento), portanto os rendimentos brutos e líquidos neste caso são iguais. Diante disso, calcule o valor do rendimento.

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
42	8	0

Todos os alunos que tiveram suas respostas consideradas como satisfatória calcularam o valor do montante corretamente, mas deixaram de subtrair o valor do capital aplicado para obter o valor do rendimento, conforme ilustrado na Figura 67.

$$M = 10.000,00 (1 + 0,0855)$$

$$M = 10.000,00 \cdot 1,0855$$

$$M = 10.855$$

Figura 67 - Resposta satisfatória de um aluno do item 2 da quarta atividade.

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 10.000(1+0,0855)^1 = 10.855$$

$$M = 10.000 \cdot 1,0855 = 10.855$$

$$R = M - C$$

$$R = 10.855 - 10.000$$

$$R = 855$$

Figura 68 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 2 da quarta atividade.

4.4.3 Análise do Item 3

Item 3: No Anúncio B, qual a taxa de rentabilidade anual do investimento considerando que o CDB renderá “115% do CDI”?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
48	0	2

Esse item, como o Item 1, exigia somente o conceito de porcentagem, e os dois alunos que erraram se equivocaram na representação decimal de 115%, conforme Figura 69.

$$0,115 \cdot 0,09 = 0,01035 = \underline{\underline{1\% \text{ ao ano.}}}$$

Figura 69 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 3 da quarta atividade.

4.4.4 Análise do Item 4

Item 4: Chamamos de rendimento bruto o valor total de ganhos no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor se você optar pela aplicação conforme o **Anúncio B**?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
39	11	0

Os dois alunos que erraram a resposta do item anterior demonstraram dominar o conceito abordado, porém utilizaram o valor incorreto encontrado anteriormente, conforme Figura 70. Outros nove alunos calcularam o valor do montante corretamente e deixaram de subtrair o valor do capital aplicado para obter o valor do rendimento, conforme Figura 71.

$$M = C \cdot (1+i)^1$$

$$M = 10000 (1+0,01)^1$$

$$M = 10100,00$$

$$R = \underline{\underline{R\$100,00}}$$

Figura 70 - Resposta satisfatória de um aluno do item 4 da quarta atividade.

$$m = 10000(1 + 0,1035)^1$$

$$m = 10000 \cdot 1,1035$$

$$m = 11.035$$

Figura 71 - Resposta satisfatória de outro aluno do item 4 da quarta atividade.

4.4.5 Análise do Item 5

Item 5: Conforme o **Anúncio B**, o rendimento bruto terá desconto de imposto de renda. Neste caso, qual o valor do imposto de renda que será descontado?
 Observação: Lembre-se que a tabela de alíquotas aparece na atividade 3

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
48	2	0

No item anterior, os nove alunos que deixaram de subtrair o valor do capital aplicado para obter o valor do rendimento, fizeram essa subtração nesse item, e, por isso, alcançaram respostas plenamente satisfatórias, conforme ilustra a Figura 72. Os dois alunos com resposta satisfatória são aqueles que erraram o Item 3, mas demonstraram dominar o conceito abordado nesse item, conforme Figura 73.

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 10000(1+0,1035)^1$$

$$M = 10000 \cdot 1,1035$$

$$M = 11035$$

Conforme o **Anúncio B**, o rendimento bruto terá desconto de imposto de renda. Neste caso, qual o valor do imposto de renda que será descontado?

$$R = 11.035 - 10.000$$

$$R = 1035$$

$$1 \cdot \frac{1035 \cdot 20}{100} = 207$$

Lembre-se que a tabela de alíquotas aparece na atividade 3




Figura 72 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 5 da quarta atividade.

$$0,20 \cdot 100 = \underline{\underline{R\$20,00}}$$

Lembre-se que a tabela de alíquotas aparece na atividade 3




Figura 73 - Resposta satisfatória de um aluno do item 5 da quarta atividade.

4.4.6 Análise do Item 6

Item 6: Se você optar pelo **Anúncio B**, qual será o valor do rendimento líquido?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
35	11	4

Nesse item, quatro alunos subtraíram o valor do desconto do imposto de renda do valor do capital aplicado, conforme Figura 74, e, por isso, tiveram suas respostas consideradas como insatisfatórias. Nas respostas satisfatórias, estão nove alunos que encontraram o montante líquido (Figura 75) e dois alunos que trouxeram valores incorretos de itens anteriores (Figura 76).

A handwritten calculation on a piece of paper. It shows the number 10,000,00 followed by a minus sign and 207,00, followed by an equals sign and the result 9793. The numbers are written in black ink.

$$10,000,00 - 207,00 = 9793$$

Figura 74 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.

A handwritten calculation on a piece of paper. At the top left, the word 'imposto' is written above the number 11.035. Below this, the calculation 11.035 - 207 = 10.828 is written. The numbers are written in black ink.

$$11.035 - 207 = 10.828$$

Figura 75 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.

A handwritten calculation on a piece of paper. It shows the number 100 followed by a minus sign and 20, followed by an equals sign and the result R\$80,00. The result is underlined twice. The numbers are written in black ink.

$$100 - 20 = \underline{\underline{R\$80,00}}$$

Figura 76 - Resposta satisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.

Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória desse item.

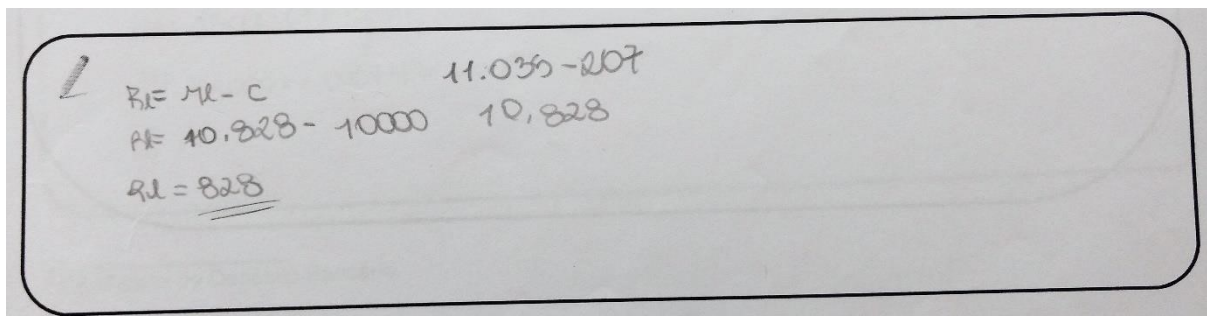


Figura 77 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 6 da quarta atividade.

4.4.7 Análise do Item 7

Item 7: Depois de analisar os rendimentos de cada anúncio, qual tem a aplicação mais vantajosa?

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
31	0	19

Nesse item, 15 alunos tiveram suas respostas categorizadas como insatisfatórias por terem errado em itens anteriores. Além desses, quatro alunos que não erraram os itens anteriores compararam as rentabilidades brutas ao invés das rentabilidades líquidas, obtendo conclusões incorretas (Figura 78).

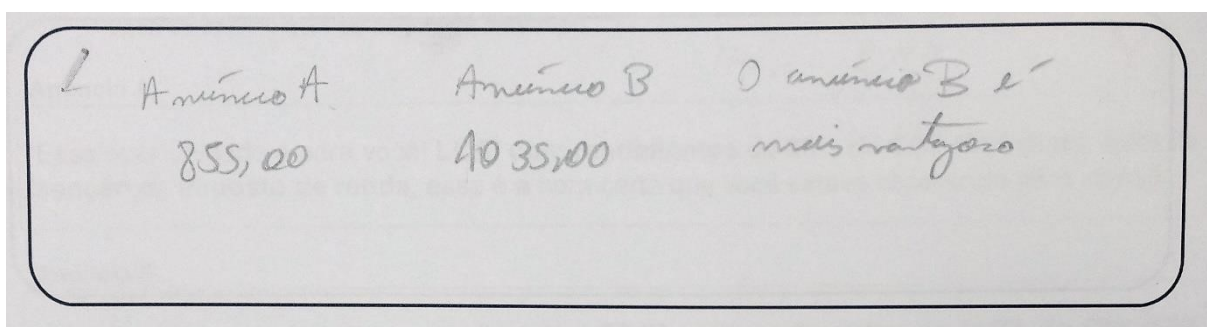


Figura 78 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 7 da quarta atividade.

Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória desse item.

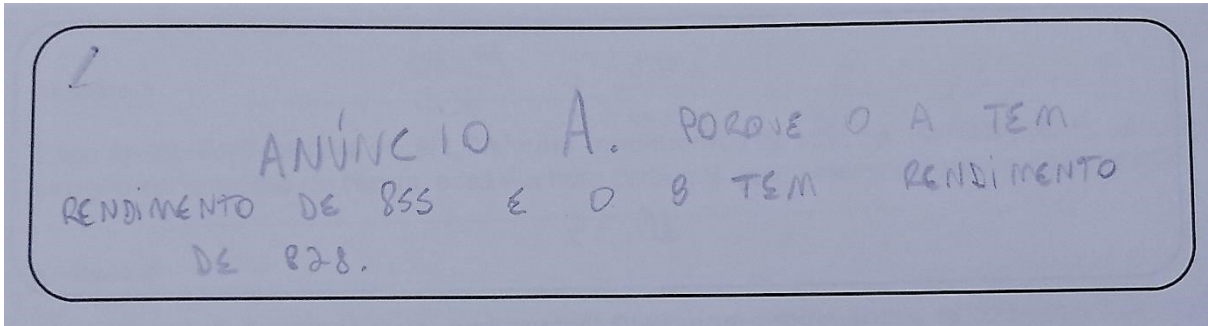


Figura 79 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 7 da quarta atividade.

4.4.8 Análise do Item 8

Item 8: Supondo que os anúncios, ao invés de 360 dias, fossem para o **período de 720 dias**. O anúncio mais vantajoso continuaria o mesmo? Justifique.

Plenamente Satisfatórias	Satisfatória	Insatisfatória
23	0	27

Nesse item, já era esperado um índice alto de respostas insatisfatórias, pois o aluno deveria refazer os cálculos para os dois anúncios utilizando o novo período com uma nova tributação de imposto de renda, exigindo que o aluno relacionasse todos os conceitos abordados anteriormente. Das 27 respostas insatisfatórias, tivemos cinco alunos que deixaram a resposta em branco, nove alunos que responderam sem justificar e 13 alunos que cometeram erros conceituais como mostra a Figura 80, em que o aluno utilizou a alíquota do imposto de renda nos dois tipos de investimentos.

Handwritten student work for item 8 of the fourth activity, showing calculations for two scenarios (Anúncio 1 and Anúncio 2) and interest rate comparisons.

Anúncio 1

$$M = 10.000 \cdot (1 + 0,0855)^2$$

$$M = 10.000 \cdot (1,0855)^2$$

$$M = 10.000 \cdot 1,17831$$

$$M = 11.783,1$$

$$B = m - c$$

$$B = 11.783,1 - 10.000$$

$$B = 1.783$$

$$\frac{0,175 \cdot 1.783}{100} = 3,120$$

Anúncio 2

$$M = 10.000 \cdot (1 + 0,1035)^2$$

$$M = 10.000 \cdot (1,1035)^2$$

$$M = 12.217$$

$$B = m - c$$

$$B = 12.217 - 10.000$$

$$B = 2.217$$

$$\frac{0,175 \cdot 2.217}{100} = 3,879$$

Figura 80 - Resposta insatisfatória de um aluno do item 8 da quarta atividade.

Apresentamos a seguir uma resposta plenamente satisfatória desse item, em que o aluno soube adequar o novo cenário aos investimentos disponíveis, concluindo corretamente que o Anúncio B passaria a ser mais vantajoso e demonstrando domínio do conceito.

$$X = 10000 (1 + 0,0855)^2$$

$$X = 11.783,4025$$
 RENDIMENTO = 1.783,4025

$$X = 10000 (1,1035)^2$$

$$X = 12.177,4225$$

$$RB = 2.177,4225$$

$$DESCONTO = 0,175 \cdot RB = 380,93$$

$$RENDIMENTO = RB - DESCONTO = 1796,4925$$

NÃO, AO MUDAR O PERÍODO, O DESCONTO DE IMPOSTO DE RENDA DIMINUI E O RENDIMENTO B É MAIOR.

Figura 81 - Resposta plenamente satisfatória de um aluno do item 8 da quarta atividade.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como proposta a idealização e aplicação de quatro fichas de atividades para o ensino e retomada de alguns conceitos da matemática financeira a partir de contextualizações do cotidiano.

O tema matemática financeira foi escolhido devido às diversas aplicações desse conteúdo em nosso cotidiano e a grande dificuldade dos alunos em aplicar essa teoria em problemas práticos.

Um dos objetivos atingidos foi o de colocar o aluno como protagonista de sua própria aprendizagem ao se deparar com atividades de complexidade crescente que propiciam a autonomia na resolução do que era pedido, fato comprovado durante a aplicação das atividades, quando os alunos resolveram as atividades de forma independente sem a intervenção do professor.

Outro objetivo atingido foi o enriquecimento do aprendizado do aluno por meio do aprofundamento em novos conceitos, além de uma revisão daqueles já estudados em sala de aula. O desenvolvimento das atividades permitiu a eles resolverem questões que envolvem diversos conceitos novos apresentados no sistema bancário, envolvendo apenas juros compostos.

De forma geral, os alunos demonstraram satisfação em realizar essas atividades, entendendo como algo enriquecedor e motivador. Alguns falaram sobre a dificuldade de compreender as novas situações apresentadas e que esse foi o principal motivo para não acertarem as questões.

Ao conversar com os alunos sobre os resultados das atividades, pudemos perceber que a matemática se tornou mais significativa para eles, uma vez que perceberam como ela é essencial na resolução de problemas que, em algum momento, possam vivenciar.

Dentre os comentários dos alunos, foi possível perceber também a insatisfação com o tipo de exercício que é proposto nos livros didáticos. Isso mostra a necessidade de nós, professores, elaborarmos atividades com o perfil dos nossos alunos, considerando a faixa etária, classe social e demais fatores que podem influenciar seus interesses.

Por fim, espera-se que esse trabalho motive outros professores a aplicarem as atividades idealizadas com possibilidade de adaptações de acordo com sua realidade ou a elaborarem, nos diversos conteúdos, atividades que sejam contextualizadas e visem a autonomia do aluno na aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1998.

BRASIL. Resolução Bacen no 4.410, de 28 de maio de 2015. Altera o Regulamento anexo à Resolução nº 3.932, de 16 de dezembro de 2010, que consolida as normas sobre direcionamento dos recursos captados em depósitos de poupança pelas entidades integrantes do Sistema Brasileiro de Poupança e Empréstimo (SBPE), e dispõe sobre a Letra de Crédito do Agronegócio (LCA) e a Letra de Crédito Imobiliário (LCI). Conselho Monetário Nacional. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/busca/downloadNormativo.asp?arquivo=/Lists/Normativos/Attachments/48547/Res_4410_v1_O.pdf>. Acesso em: 14 out. 2017.

BRASIL, BASES LEGAIS–Parâmetros Curriculares Nacionais; MÉDIO, Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino. PCN+ para o Ensino de Ciências e Matemática. **Brasília: Ministério da Educação**, 2002.

BRASILEIRO IGNORA JUROS AO FAZER COMPRAS OU FINANCIAR. ESTADÃO. Disponível em: <<http://www.estadao.com.br/blogs/jt-seu-bolso/2011/10/03/brasileiro-ignora-juros-ao-fazer-compras-ou-financiar>>. Acesso em: 10 set. 2017.

CAMARGOS, MA de. Matemática Financeira Aplicada a produtos financeiros e à análise de investimentos. **São Paulo**, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. Didática da resolução de problemas de matemática. **São Paulo: Ática**, v. 1, 1991.

DE SOUSA, Tiago Gadelha. Ensino de Matemática Financeira com Utilização de Tecnologias. 2014.

GIRALDO, Victor; CAETANO, Paulo; MATTOS, Francisco. Recursos computacionais no ensino de Matemática. **Rio de Janeiro: SBM**, 2012.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos de matemática elementar, 11: matemática comercial, matemática financeira e estatística descritiva**. Atual, 2013.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. Matemática discreta. **Rio de Janeiro: SBM**, 2013.

MULLER, Michelly Cavaliere. **Uma aplicação de matemática financeira à análise de títulos de renda fixa**. 2015. Dissertação de Mestrado.

O Instituto. INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ. Disponível em: <<http://telemaco.ifpr.edu.br/menu-institucional/o-instituto/>>. Acesso em: 04 mai. 2017.

POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas: um novo enfoque do método matemático*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

Sete em cada dez brasileiros não conseguiram guardar dinheiro em agosto. CONFEDERAÇÃO NACIONAL DE DIRIGENTES LOJISTAS. Disponível em: <<http://site.cndl.org.br/sete-em-cada-dez-brasileiros-nao-conseguiram-guardar-dinheiro-em-agosto/>>. Acesso em: 04 nov. 2017.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO



NOME:

QUESTIONÁRIO

1. Gênero:

Feminino Masculino

2. Idade: _____

3. Gosta de Matemática?

Sim
 Um pouco
 Não

4. Acha Matemática importante?

Sim
 Um pouco
 Não

5. Sobre Matemática Financeira, qual o grau de conhecimento você considera ter?

Muito
 Um pouco
 Nada

6. Você recebe algum dinheiro regularmente?

Sim
 Trabalho
 Família
 Bolsa de Estudo
 Outro: _____
 Não

7. Se recebe, como administra?

Poupo uma parte todo mês
 Poupo uma parte às vezes
 Gasto tudo
 Gasto tudo e ainda fico devendo

8. Você sabe sobre as questões financeiras da sua casa?

Não sei
 Fico sabendo às vezes
 Sei totalmente

9. Qual tipo de pagamento você costuma fazer?

à vista – dinheiro ou cartão de débito
 à prazo – cartão de crédito ou crediário

10. Quando você compra à vista, você pede algum desconto?

Sim
 Às vezes
 Não

11. Quando você compra parcelado, você procura saber a taxa de juros?

Sim
 Às vezes
 Não

12. Sobre comprar parcelado:

É bom, pois pago um pouco por mês
 É ruim, pois cobram juros
 Só compro quando o valor é o mesmo que à vista

13. Selecione todos os termos que você considera ter conhecimento:

- Poupança
- LCA – Letra de Crédito do Agronegócio
- Bolsa de Valores
- Cartão de Débito ou Crédito
- CDI - Certificado de Depósito Interbancário
- Financiamento Habitacional
- CDB – Certificado de Depósito Bancário
- Inadimplência
- Crediário
- Fundo de Investimentos
- Inflação
- LCI – Letra de Crédito Imobiliário
- Juros
- Títulos Públicos
- SELIC – Sistema Especial de Liquidação e de Custódia
- Alíquota

14. A taxa de juros mensal paga pela Caderneta de Poupança atualmente é aproximadamente:

- até 1%
- de 1% a 2,5%
- de 2,5% a 5%
- mais de 5%

15. Se ao comprar um produto parcelado no regime de juros compostos e a taxa de juro for de 3% ao mês. Isso quer dizer que a taxa de juros anual será 36%?

- Sim
- Não

16. Duas lojas vendem o mesmo produto.

- Loja A vende por R\$140,00 e dá desconto de 20% à vista.
- Loja B vende por R\$130,00 e dá desconto de 10% à vista.

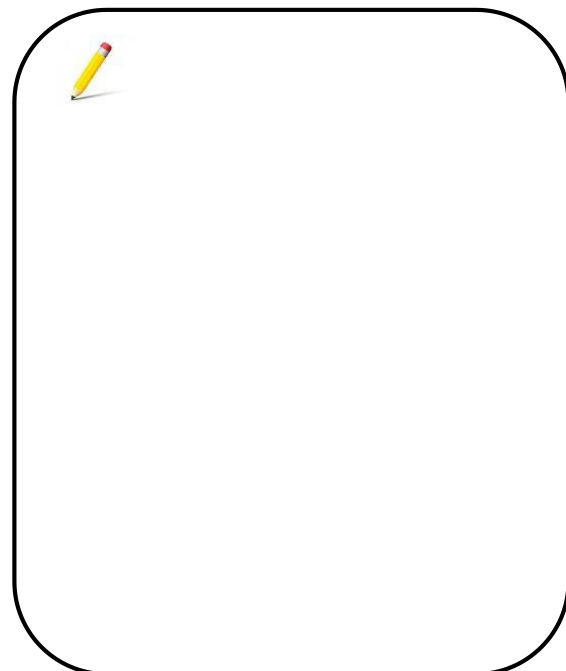
Pagando à vista, em qual loja é mais barato?

- Loja A
- Loja B
- Indiferente, pois ficará o mesmo preço

17. Um produto teve um desconto de 20%. Passou uma semana e o gerente decidiu aumentar 25% do novo valor. Agora o produto está:

- Mais caro do que era antes
- Mais barato do que era antes
- Voltou ao mesmo preço que era antes

18. Se você emprestar R\$ 120,00 para seu amigo e ele pagar após 5 meses com **juros simples** à taxa de 10% ao mês, qual será o valor recebido?



19. Se você emprestar R\$ 120,00 para seu amigo e ele pagar após 5 meses com **juros compostos** à taxa de 10% ao mês, qual será o valor recebido?



20. Você aplicou R\$ 1.000,00 durante 8 meses, à uma taxa de juros compostos de 12% ao ano. Qual será o valor do montante acumulado?

APÊNDICE B - FICHAS DE ATIVIDADES

NOME:

ATIVIDADE 1

Vamos pensar que você está precisando comprar um *notebook* urgente. Só que você não tem o valor total para pagar à vista, mas tem uma certa porcentagem do valor porque economizou nos últimos dias e no próximo mês terá o valor restante. Ao pesquisar valores, encontrou o seguinte anúncio:



NOTEBOOK - Processador 3.5 4GB 1TB LED 15.6" – Preto

R\$ 1.800,00 à vista

ou

Entrada de 22% do valor à vista + R\$ 1.628,64 após 32 dias

De acordo com o anúncio, qual o valor de entrada que você terá que pagar?



Quando falamos em montante, nos referimos a soma do valor principal mais os juros, ou seja, é o valor total a ser pago pelo produto. Neste caso, qual é o valor total a ser pago pelo produto se você comprar a prazo?



ATIVIDADE 2

Sua moto quebrou e você estava precisando de um dinheiro para pagar o conserto. Como o conserto só poderia ser pago à vista, então você decidiu emprestar o dinheiro. Sabendo que havia a possibilidade de conseguir finalizar o pagamento antes da data prevista para o encerramento do empréstimo, então você fez um empréstimo que seria pago em 6 (seis) parcelas mensais e iguais, sendo que a primeira parcela iria vencer após 1 mês.



No banco, o gerente lhe entregou um papel com a tabela abaixo, conforme os pagamentos deveriam ser feitos e informou que foi adotado o regime de Juros Composto sobre o saldo devedor.

TEMPO (meses)	PAGAMENTO (reais)	DÍVIDA (reais)
1	688,82	2.611,18
2	688,82	2.183,48
3	688,82	1.713,00
4	688,82	1.195,48
5	688,82	626,20
6	688,82	0,00


De acordo com a tabela, você fez o pagamento do primeiro mês e do segundo mês normalmente. Mas no terceiro mês, achou que já teria o valor total para quitar o empréstimo. Qual seria este valor?




Você não conseguiu quitar o empréstimo no terceiro mês, então você fez somente o pagamento da parcela. Qual o valor da dívida que ainda restou?




No quarto mês, você recebeu um dinheiro que estava aguardando e com isso conseguiu quitar o empréstimo. Então, ao invés de pagar somente a parcela, qual foi o valor que você pagou?




Vamos supor que a taxa de juros mensal deste empréstimo fosse 15%. Nesta condição, o valor a ser pago para quitar o empréstimo no quarto mês é maior ou menor do que o valor encontrado no item anterior? Justifique.



Agora, queremos encontrar a taxa de juros mensal correta que foi aplicada no empréstimo para o conserto da moto. Fazendo os cálculos, encontramos qual valor da taxa?



Qual foi o valor pago no conserto da moto (valor do empréstimo)?



ATIVIDADE 3

Você sempre conciliou seus estudos com o trabalho. Durante todo esse tempo foi muito poupador e conseguiu acumular R\$ 25.000,00. Ansioso para chegada dos seus 18 anos, finalmente poderá tirar sua CNH (Carteira Nacional de Habilitação) e comprar o tão sonhado carro. Pelas contas faltam 216 dias para completar 18 anos, então você decide investir o dinheiro que tem acumulado. Após pesquisar qual seria o melhor investimento, aplicou os seus R\$ 25.000,00 em um CDB¹ prefixado, à taxa de 15% ao ano (base 360 dias), pelo período de 216 dias.



Esta é uma operação sob o regime de capitalização composta, ou seja, **juros compostos**.



Sabendo que a taxa é anual (360 dias) e o período de aplicação é 216 dias. Qual o valor do período da aplicação em anos?



¹ Certificado de Depósito Bancário.

Chamamos de montante bruto o valor total acumulado no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor no nosso caso?



Chamamos de rendimento¹ bruto o valor total de ganhos no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor no nosso caso?



Os rendimentos do CDB são tributados com alíquota² de imposto de renda que incide somente sobre o ganho da aplicação, conforme tabela:

Período de Aplicações (em dias)		Alíquotas (em %)
De	Até	
1	180	22,5
181	360	20,0
361	720	17,5
721	-	15,0

Fonte: Receita Federal do Brasil

Qual o valor do imposto de renda que será descontado no final da aplicação?



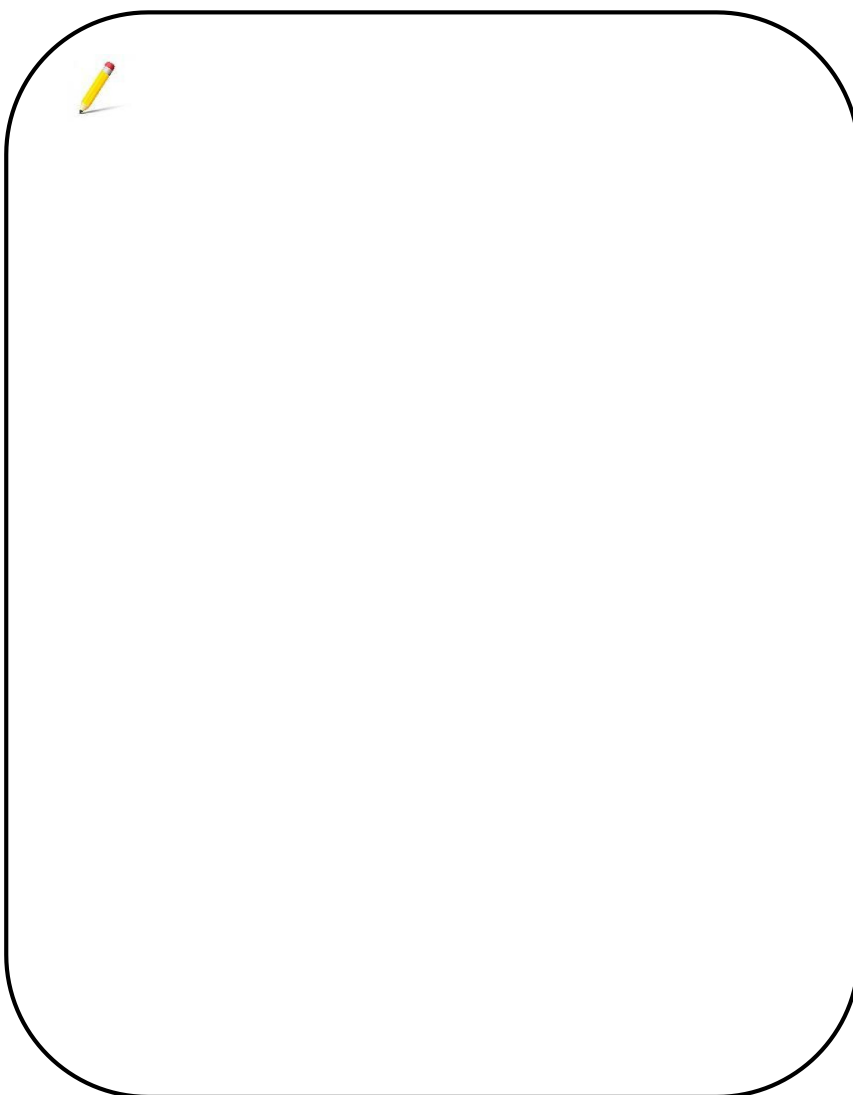
¹ Lucro alcançado em uma empresa ou uma operação financeira.

² Porcentagem no valor de algo que corresponde a taxa ou imposto.

Qual será o valor que você terá disponível no final da aplicação?



Taxa Efetiva refere-se ao período igual ao da aplicação, ou seja, no nosso caso 216 dias. Diante disso, calcule a taxa efetiva desta aplicação?



Associe o conceito com o item anterior



ATIVIDADE 4

Você se depara com os seguintes anúncios:

Anúncio A

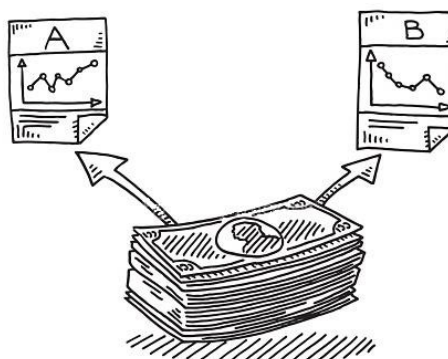
“Essa oportunidade é para você! **LCA¹ com rendimentos de 95% do CDI² (360 dias)**, além de **isenção de imposto de renda**, essa é a hora certa que você estava esperando para investir. ”

Anúncio B

“Essa é a hora de elevar seus rendimentos! **CDB³ com rendimentos de 115% do CDI (360 dias)**, o momento para investir é agora. ”

Vamos pensar que você quer aplicar **R\$ 10.000,00** pelo período de 360 dias. Tomaremos como base as seguintes informações abaixo:

- ✓ CDI = 9,0% ao ano (base 360 dias);
- ✓ LCA = Isento de Imposto de Renda;
- ✓ CDB = Alíquota de imposto de renda incide somente sobre o ganho da aplicação, conforme tabela (Atividade 3);
- ✓ As duas situações tratam de liquidez no vencimento, isso indica que o título só trará o retorno esperado se o dinheiro ficar aplicado até o final do período.



No **Anúncio A**, qual a taxa de rentabilidade anual do investimento considerando que o LCA renderá **95% do CDI**?



¹ Letra de Crédito do Agronegócio.

² Certificado de Depósito Interbancário.

³ Certificado de Depósito Bancário.

Conforme o **Anúncio A**, o rendimento não terá desconto de Imposto de Renda (isento), portanto os rendimentos brutos e líquidos neste caso são iguais. Diante disso, calcule o valor do rendimento.



No **Anúncio B**, qual a taxa de rentabilidade anual do investimento considerando que o CDB renderá “**115% do CDI**”?



Chamamos de rendimento bruto o valor total de ganhos no final da aplicação sem desconto. Qual será esse valor se você optar pela aplicação conforme o **Anúncio B**?



Conforme o **Anúncio B**, o rendimento bruto terá desconto de imposto de renda. Neste caso, qual o valor do imposto de renda que será descontado?



Lembre-se que a
tabela de alíquotas
aparece na atividade


3

Se você optar pelo **Anúncio B**, qual será o valor do rendimento líquido?




A large, empty rounded rectangular box for writing the answer to the first question.

Depois de analisar os rendimentos de cada anúncio, qual tem a aplicação mais vantajosa?



A large, empty rounded rectangular box for writing the answer to the second question.

Supondo que os anúncios, ao invés de 360 dias, fossem para o **período de 720 dias**. O anúncio mais vantajoso continuaria o mesmo? Justifique.



A large, empty rounded rectangular box for writing the answer to the third question.