

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Modos massivos e paredes de domínio em líquidos de Fermi.

HENRIQUE BRITO BRENTAN

São Carlos  
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Modos massivos e paredes de domínio em líquidos de  
Fermi.

Tese de Doutorado apresentada ao programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, Campus de São Carlos - como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr.  
Paulo E. F. Farinas

Área de concentração:  
Matéria condensada.

HENRIQUE BRITO BRENTAN

São Carlos  
2018



Brito Brentan, Henrique

Modos massivos e paredes de domínio em líquidos de Fermi. / Henrique Brito Brentan. -- 2018.  
99 f. : 30 cm.

Tese (doutorado)-Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos

Orientador: Paulo E. F. Farinas

Banca examinadora: Amir Ordacgi Caldeira, Nelson Studart Filho, Wilson Aires Ortiz, Marcelo Zoega Maialle

Bibliografia

1. líquidos de Fermi. 2. Modos massivos. 3. Paredes de domínio. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Bibliotecário(a) Responsável: Ronildo Santos Prado – CRB/8 7325



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Física

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Tese de Doutorado do candidato Henrique Brito Brentan, realizada em 11/06/2018:

Prof. Dr. Paulo Eduardo Fornasari Farinas  
UFSCar

  
Prof. Dr. Amir Ordacgi Caldeira  
UNICAMP

Prof. Dr. Nelson Studart Filho  
UFSCar

Prof. Dr. Wilson Aires Ortiz  
UFSCar

Prof. Dr. Marcelo Zoega Maialle  
UNICAMP

Para meus pais.



# Agradecimentos

Gostaria de agradecer

Meus pais Angelo e Maria de Lourdes, meu irmão, cunhada e sobrinha Renan, Géssica e Laura por entenderem minha ausência em momentos importantes de suas vidas,

Ao CNPQ e à CAPES por fornecerem meios financeiros para realização desta pesquisa,

Ao Professor Kevin S. Bedell pela atenção dedicada à mim nos EUA,

Em especial, ao Professor e amigo Paulo F. Farinas que acompanhou esta trajetória e ensinou-me sobre a Teoria de Líquido de Fermi de Landau, meu ganha pão nesses últimos anos,

Aos meus amigos Jucas (Kleydson, Matheus, Rodolfo, Eduardo, Junior e Rogério) pelos momentos de alegria,

E aos meus amigos de infância Tiago Brentam, Breno Rodrigues, Thiago Pereira Martins, Felipe Pitaro e Guilherme Pitaro pela consideração e pelos votos de sucesso.



*"I never saw a wild thing sorry for itself.  
A small bird will drop frozen dead from a bough  
without ever having felt sorry for itself."*

— D. H. LAWRENCE

# Resumo

Nesta tese, utilizando a teoria de líquidos de Fermi, tratamos três problemas. Os dois primeiros consistem na tentativa de detectar direta e indiretamente um modo coletivo massivo tipo “Higgs” em ferromagnetos fracos como  $MnSi$  e  $ZrZn_2$ , previsto pela teoria de líquidos de Fermi ferromagnéticos. O terceiro é a previsão de aumento da velocidade de paredes de domínio na presença de flutuações ferromagnéticas fortes. Dividimos a tese conforme segue: No capítulo 1, fazemos uma introdução sobre os assuntos tratados; no capítulo 2, revisamos alguns aspectos da teoria de líquidos de Fermi, ferramental necessário para a compreensão do que se segue; no capítulo 3, abordamos o problema do modo coletivo massivo tipo “Higgs” em ferromagnetos fracos e mostramos resultados obtidos que podem ser comparados com experimentos de espalhamento inelástico de neutrons (detecção direta). Para isto, calculamos o espectro dos modos coletivos na presença de um campo magnético externo e observamos, para direções em que o vetor de propagação onda  $\mathbf{q}$  está entre a região perpendicular e paralela ao campo aplicado  $\mathbf{H}_0$ , que o modo massivo tipo Higgs apresenta uma tripla degenerescência. Ainda no capítulo 3, como tentativa de detectar indiretamente do modo massivo tipo Higgs, desenvolvemos uma associação entre a energia livre ferromagnética que advém da descrição do líquido de Fermi e um modelo fenomenológico que descreve resultados experimentais para o ferromagneto fraco  $ZrZn_2$ , no qual utilizamos a teoria de Ginzburg-Landau de transições de fase de segunda ordem para abordar o problema; no capítulo 4, introduzimos, de maneira breve, o conceito de paredes de domínio, e estudamos a sua dinâmica dependente do torque de transferência de spin no caso em que os elétrons de condução possuem um comportamento de líquido de Fermi. Com esta hipótese, mostramos como a velocidade de parede de domínio, nas proximidades da transição ferromagnética, cresce indefinidamente e como esta parece divergir no ponto crítico ao passo que a densidade de corrente de spin crítica, necessária para fazer a parede de domínio se mover, vai a zero no mesmo ponto.

# Abstract

In this thesis, we use Fermi liquid theory to deal with three problems. The first and second problems are about a direct and an indirect detection of the amplitude massive “Higgs” mode in weak ferromagnets like  $ZrZn_2$  and  $MnSi$  predicted by the ferromagnetic Landau Fermi liquid theory. The third problem is the enhanced domain wall velocities due to strong ferromagnetic fluctuations. We divided this thesis as follow: In chapter one, we did a general introduction to what this thesis deal with. In chapter two we review some topics in Fermi liquid theory necessary to understand the text ahead. In chapter three we approach the problem about the collective massive “Higgs” mode in weak ferromagnets and we also showed our results (dispersion relaxation and structure form factor) what can be compared with experimental results obtained from inelastic neutron scattering (a direct detection of the amplitude “Higgs” mode). We calculated the spectra of the collective modes in the presence of an external magnetic field and we observed that the massive amplitude “Higgs” mode has a 3-fold degeneracy when the spin vector wave  $\mathbf{q}$  is not parallel neither perpendicular to the external magnetic field  $H_0\hat{z}$ . Still, in chapter three, we obtained a promising equation of state to the magnetization when we consider a second order phase transition theory to the energy of the ferromagnetic Fermi liquid and when we keep all second order terms in the expansion of magnetization and in deviation of distribution function due to Fermi surface distortion. It was done to explain the Yelland observation of the decay of magnetization on weak ferromagnets like  $ZrZn_2$  which it does not occur like in  $Fe$  *i.e.* it is not a consequence of spin wave effects (magnons) and the decay of magnetization can be related to “Higgs”. In chapter four, we introduced briefly the concept of the domain wall and we studied the dynamic of it for the situation where an induced electric current is applied to it. We assume the electric current charge carriers to behave like Fermi liquid. As consequence, we showed the domain wall velocity close to ferromagnetic critical point increases and at the same point the critical density spin current decreases.

# Lista de Figuras

- FIGURA 1.1 – Quebra de simetria. As setas representam a direção dos spins. No caso (a) não existe uma direção preferencial e o sistema é completamente simétrico em relação à rotação. Segundo Paul Langacker and Alfred K. Mann, passando de (a) para (b), o sistema sofre uma quebra espontânea de simetria no qual todos os spins estão todos alinhados e apontam para mesma direção (quebra espontânea da simetria de  $SU(2)$ ). . . . . 21
- FIGURA 1.2 – Parede de domínio formada pelos elétrons da banda  $d$  com comprimento característico  $w$ . Na direita,  $w$  é grande comparado aos comprimento de difusão dos spins  $|\lambda|$  dos elétrons  $s$ . Próximo da transição ferromagnética onde  $F_0^a \rightarrow -1_+$ , o comprimento característico  $w$  fica pequeno comparado a  $|\lambda|$ . . . . . 26
- FIGURA 2.1 – Distribuição de Fermi-Dirac. Conforme  $T$  diminui,  $n_{\mathbf{p},\sigma}$  se aproxima da função degrau ( $\epsilon/\epsilon_F = 1$ ). Na figura,  $\epsilon_F$  é a energia de Fermi do sistema,  $\epsilon$  é a energia de excitação do sistema,  $k_B$  é a constante de Boltzman e  $T$  a temperatura do sistema. . . . . 28
- FIGURA 2.2 – Momentos  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$  de duas quase-partículas interagindo definidas nas proximidades da superfície de Fermi ( $S_F$ ).  $|p| \approx |p'|$ , pois ambas as quase-partículas são excitações definidas nas proximidades da ( $S_F$ ) o que leva a possibilidade de se realizar uma expansão da interação em termos dos polinômios de Legendre, que só dependem do ângulo  $\theta$  entre  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$ . . . . . 32

- FIGURA 3.1 – Espaço de campos. Oscilações em torno do equilíbrio correspondem às oscilações dos campos que representam partículas ou modos propagantes. No caso da densidade de lagrangeana 3.1, para  $\mu^2 > 0$ , o estado fundamental acontece em  $\Phi_0 = 0$ . Oscilações em torno de  $\Phi_0$  custam energia correspondente à  $\mu^2$ ,  $L(\Phi) = L(-\Phi)$  ( $L$  é simétrica em relação à  $\Phi$ ) e o potencial  $V(\Phi)$  possui a simetria da densidade de lagrangeana. . . . . 38
- FIGURA 3.2 – Potencial em formato de chapéu mexicano no espaço de campos. Oscilações em torno do equilíbrio correspondem às oscilações dos campos que representam partículas ou modos propagantes. No caso da densidade de lagrangeana 3.1, para  $\mu^2 < 0$ , o estado fundamental acontece ao longo do círculo  $\Phi_0 = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ . O estado fundamental não possui a simetria  $U(1)$  da densidade lagrangeana, o que caracteriza uma quebra espontânea de simetria. . . . . 39
- FIGURA 3.3 – Oscilações em torno do estado fundamental  $\Phi_0 = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ . Na figura,  $V$  é o eixo do potencial saindo do papel,  $\eta$  é a perturbação de amplitude na direção radial de  $\Phi_1$  e  $\xi$  é a perturbação de fase percorrendo o círculo que define o mínimo potencial na direção tangencial  $\Phi_2$ . . . . . 40
- FIGURA 3.4 – Figura original obtida na Ref. (1). Modos coletivos e contínuo partícula-buraco (área cinza). No caso (a), temos  $F_0^a = -1.18$  e  $F_1^a = -0.84$ . No caso (b) temos  $F_0^a = -1.16$  e  $F_1^a = 1.32$ . A linha pontilhada verde representa a dispersão calculada via abordagem hidrodinâmica e a linha azul é calculada tomando os polos da função resposta. Os valores dos parâmetros  $F_0^a$  e  $F_1^a$  são valores estimados.  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} eV^{-1} m^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3 m_e$ ,  $E_F = 0.147 eV$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 m s^{-1}$ . . . . . 44
- FIGURA 3.5 – Esquema de vetores para estudo da dinâmica do ferromagneto fraco *MnSi* com a densidade de magnetização fixa na direção  $\hat{z}$  paralela ao campo magnético externo  $H_0$ . Os vetores de momento  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  das quase-partículas interagentes 1 e 2, assim como o vetor de onda de spin  $\mathbf{q}$  são linearmente independentes e livres para mudar de direção. O ângulo entre  $\mathbf{p}$  e a direção  $\hat{z}$  é  $\theta$ , o ângulo entre  $\mathbf{p}'$  e a direção  $\hat{z}$  é  $\theta'$ , o ângulo entre  $\mathbf{p}$  e o vetor de onda  $\mathbf{q}$  é  $\gamma$ , o ângulo entre  $\mathbf{p}$  e o vetor de onda  $\mathbf{p}'$  é  $\alpha$ , o ângulo entre  $\mathbf{q}$  e a direção  $\hat{z}$  é  $\theta_q$  e ângulo entre a projeção de  $\mathbf{q}$  no plano  $x-y$  e o eixo  $\hat{x}$  é  $\phi_q$ . . . . . 48

FIGURA 3.6 – Relação de dispersão  $\omega \times q$ . Temos que a região do contínuo partícula-buraco delimitada pelas retas (curva cinza), o modo de Goldstone (mágnons) onde  $\omega \rightarrow 0$  se  $q \rightarrow 0$  (curva preta) e o modo de amplitude tipo “Higgs” onde  $\omega \rightarrow \text{GAP}$  se  $q \rightarrow 0$  (curva vermelha). Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi* no qual  $F_0^a = -1.16$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ . O problema possui simetria azimutal tal que podemos tomar a escolha  $\phi_q = 0$ . No caso (a),  $F_1^a = 0$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$  e o modo de amplitude tipo “Higgs” se encontra completamente na região do contínuo partícula-buraco e portanto é atenuado. No caso (b),  $F_1^a = 0.44$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ . No caso (c),  $F_1^a = 0.88$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ . No caso (d),  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ . O acionamento do parâmetro  $F_1^a$  desloca o modo tipo “Higgs” para fora da região do contínuo partícula-buraco. . . . . 52

FIGURA 3.7 – Relação de dispersão  $\omega \times q$ . Temos que a região do contínuo partícula-buraco delimitada pelas retas (curva cinza), o modo de Goldstone (mágnons) onde  $\omega \rightarrow 0$  se  $q \rightarrow 0$  (curva preto) e o modo de amplitude tipo “Higgs” onde  $\omega \rightarrow \text{GAP}$  se  $q \rightarrow 0$  (curva vermelha). O problema possui simetria azimutal tal que podemos tomar a escolha  $\phi_q = 0$ . No caso (a), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/2 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ , ou seja, o vetor de onda está perpendicular ao campo magnético externo e o modo de amplitude tipo “Higgs” não apresenta degenerescência. No caso (b), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/2 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0.03 \text{ meV}$  e vemos que o modo de amplitude apresenta dupla degenerescência como previsto na Ref. (2) (curvas vermelha e azul). No caso (c), temos,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/2 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  e no caso (d), temos um zoom do caso (c) em que  $81 \text{ meV} \leq \omega \leq 84 \text{ meV}$ . No caso (e),  $F_1^a = 0$ ,  $\theta_q = \pi/2 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  e o modo massivo tipo “Higgs” degenerado encontra-se inteiramente dentro da região do contínuo partícula-buraco e é atenuado. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi*, ou seja,  $F_0^a = -1.16$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ . . . . . 53

FIGURA 3.8 – Relação de dispersão  $\omega \times q$ . Temos que a região do contínuo partícula-buraco delimitada pelas retas (curva cinza), o modo de Goldstone (mágnons) onde  $\omega \rightarrow 0$  se  $q \rightarrow 0$  (curva preto) e o modo de amplitude tipo “Higgs” onde  $\omega \rightarrow \text{GAP}$  se  $q \rightarrow 0$  (curva vermelha). O problema possui simetria azimutal tal que podemos tomar a escolha  $\phi_q = 0$ . No caso (a), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0$  meV, ou seja, o vetor de onda não é paralelo nem perpendicular ao campo magnético externo e o modo de amplitude tipo “Higgs” não apresenta degenerescência. No caso (b), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0.03$  meV e vemos que o modo de amplitude apresenta tripla degenerescência (curvas vermelha, azul e verde). No caso (c), temos,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0.06$  meV e no caso (d), temos um zoom do caso (c) em que  $81 \text{ meV} \leq \omega \leq 84 \text{ meV}$ . No caso (e),  $F_1^a = 0$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0.06$  meV e o modo massivo tipo “Higgs” degenerado encontra-se inteiramente dentro da região do contínuo partícula-buraco e é atenuado. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi*, ou seja,  $F_0^a = -1.16$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ . 54

FIGURA 3.9 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi* onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ ,  $H_0 = 0$  meV cada curva representa uma variação de 10 graus no ângulo  $\theta_q$  formado entre o vetor de onda  $\mathbf{q}$  e o campo magnético externo  $H_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $\theta_q$  varia não se degenera. . . . . 57

FIGURA 3.10 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi* onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ ,  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  ( $\sim 20 \text{ T}$ ). Cada curva representa uma variação de 10 graus no ângulo  $\theta_q$  formado entre o vetor de onda  $\mathbf{q}$  e o campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $\theta_q$  varia, não se degenera para  $\theta_q = 0^\circ$ , possui uma tripla degenerescência para  $0^\circ < \theta_q < 90^\circ$  e uma dupla degenerescência para  $\theta_q = 90^\circ$ . . . . 57

FIGURA 3.11 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} eV^{-1} m^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3 m_e$ ,  $E_F = 0.147 eV$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 m.s^{-1}$ ,  $\theta_q = 50^\circ$ . Cada curva representa uma variação de  $0.012 meV$  no campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $H_0$  varia, o modo massivo adquire um tripla degenerescência onde cada pico se torna mais afastado conforme o valor de  $H_0$  aumenta. . . . . 58

FIGURA 3.12 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} eV^{-1} m^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3 m_e$ ,  $E_F = 0.147 eV$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 m.s^{-1}$ ,  $\theta_q = 90^\circ$ . Cada curva representa uma variação de  $0.012 meV$  no campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $H_0$  varia, o modo massivo adquire uma dupla degenerescência onde cada pico se torna mais afastado conforme o valor de  $H_0$  aumenta. 58

FIGURA 3.13 – Legenda traduzida e figura obtida da Ref. (3). Redução de  $\Delta(T)$  e  $M(T)$  em baixas temperaturas para o  $ZrZn_2$  e para o  $Fe$ . O quadro (a) mostra  $\delta\Delta(T)/\Delta(0)$  com  $B = 9.5 T$  para o  $ZrZn_2$  calculado através de medidas de dHvA (este trabalho). Os triângulos para cima e para baixo representam os resultados para as varreduras das superfícies de Fermi de spin- $\uparrow$  e spin- $\downarrow$ . A linha sólida representa  $\delta M(T)/M(0)$  e foi obtida na Ref. (4). A linha tracejada e a pontilhada são respectivamente  $\delta M(T, B)/M(0, B)$  e  $\delta\Delta(T, B)/\Delta(0, B)$  calculadas a partir do modelo dinâmico de Ginzburg-Landau. As curvas mostram um comportamento de  $T^2$  para  $\delta\Delta(T)/\Delta(0)$  sob outro mínimo do batimento. Para  $B < 7.2 T$  o sinal do ruído foi muito baixo para extrair a a fase de forma confiável. O quadro (b) mostra resultados para  $Fe$  onde  $\Delta$  não apresentou um decaimento para  $T < 4.2K$ . . . . . 60



- FIGURA 4.1 – Velocidade de parede de domínio ( $v_{DW}^*$ ) como função de  $F_0^a$ . Temos  $j_e = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ ,  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $M_s = 8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $n_0/M_s \approx 10^{-2}$ ,  $\tau_{FL} = \tau_{sf} \approx 10^{-12} \text{ s}$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \approx 10^{-2}$ . A transição de fase ocorre com  $F_0^a \rightarrow -1_+$ . Para  $F_0^a = 0$ ,  $v_{DW}^* \approx 6.07 \text{ m/s}$  (valor estimado pela abordagem não adiabática) e para  $F_0^a = 1.02$ ,  $v_{DW}^* \approx 3 \text{ m/s}$  (valor observado experimentalmente). . . . . 72
- FIGURA 4.2 – Velocidade de parede de domínio ( $v^*_{DW}$ ) como função de  $F_0^a$ . Temos  $j_e = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ ,  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $M_s = 8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $n_0/M_s \approx 10^{-2}$ ,  $\tau_{FL} = \tau_{sf} \approx 10^{-12} \text{ s}$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \approx 10^{-2}$ . A transição de fase ocorre com  $F_0^a \rightarrow -1_+$ .  $F_0^a = -0.99$ ,  $v^*_{DW} \approx 600 \text{ m/s}$ . . . . . 73
- FIGURA 4.3 – Corrente crítica,  $j_c^*$  em função do parâmetro  $F_0^a$ . Temos  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.085$ ,  $M_s = 7.96 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $n_0/M_s \approx 10^{-2}$ ,  $\tau_{FL} = \tau_{sf} \approx 10^{-12} \text{ s}$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \approx 10^{-2}$ . Aproxima-se da instabilidade ferromagnética conforme  $F_0^a \rightarrow -1_+$ ,  $H_e = H_k = 0$ . Para  $F_0^a = 1.02$ ,  $j_c^* \approx 1.02 \times 10^{16} \text{ A/m}^2$ . . . . . 75
- FIGURA 4.4 – Velocidade de parede de domínio ( $b_j$ ) em função da magnetização de saturação ( $M_s$ ). Observa-se que o elemento  $CrO_2$  possui a menor magnetização de saturação e a maior velocidade de parede de domínio, enquanto que o elemento  $Fe$  possui a menor velocidade de parede de domínio e a maior magnetização de saturação. A figura indica que elementos ou compostos com menor valor de  $M_s$  tem tendência a ter maior valor de  $b_j$ . . . . . 77
- FIGURA A.1 – Collective spin modes predicted for  $MnSi$  for two values of the  $F_1^a$  parameter, (a)  $F_1^a > 0$  and (b)  $F_1^a < 0$ . The low energy peak is the transverse spin wave (phase mode) and the high-energy peaks either just above or below the p-h continuum are the predicted collective amplitude mode. . . . . 96
- FIGURA A.2 –Magnetic phase diagram of  $MnSi$  (Ref. 3). . . . . 97

# Lista de Tabelas

TABELA 2.1 – Propriedades de equilíbrio do gás de fermions livres e do líquido de Fermi. . . . .	33
TABELA 4.1 – Os valores de $b_j$ para alguns materiais onde $j_e = 10^{11} Am^{-2}$ . . . . .	76

# Sumário

1	INTRODUÇÃO. . . . .	19
2	TÓPICOS EM LÍQUIDO DE FERMI. . . . .	27
2.1	Quase-partícula. . . . .	27
2.2	Energia de quase-partícula. . . . .	29
2.3	Interação entre quase-partículas. . . . .	31
2.4	Propriedades de equilíbrio. . . . .	33
2.5	Estabilidade do líquido de Fermi. . . . .	34
2.6	Equação cinética. . . . .	35
3	DETECÇÃO DO MODO TIPO “HIGGS”. . . . .	37
3.1	Motivação e introdução. . . . .	37
3.1.1	<i>Quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs.</i> . . . .	38
3.1.2	<i>Previsão do modo de amplitude tipo “Higgs” no ferromagnetismo.</i> . . . .	42
3.2	Detecção direta do modo massivo. . . . .	44
3.2.1	<i>Equação cinética com termo de acoplamento e <math>-H_0</math>.</i> . . . .	45
3.2.2	<i>Tripla degenerescência do modo tipo “Higgs”.</i> . . . .	47
3.3	Detecção indireta do modo massivo. . . . .	59
4	INTERAÇÃO DE LANDAU E PAREDES DE DOMÍNIO. . . . .	66
4.1	Motivação e introdução. . . . .	66
4.2	Equação LLG estendida e renormalizada. . . . .	69
4.3	Altas velocidades de parede de domínio. . . . .	70
4.4	Corrente crítica. . . . .	73

---

4.5	Modelo vs. aplicações. . . . .	75
5	CONCLUSÕES. . . . .	78
	REFERÊNCIAS . . . . .	80
	APÊNDICE A – RESULTADOS ÚTEIS. . . . .	85
A.1	Soma sobre spins. . . . .	85
A.2	Derivada em ordens mais altas da distribuição em relação a energia de quase-partícula. . . . .	86
A.3	Teorema da Adição. . . . .	86
A.4	Soma sobre momentos. . . . .	87
A.5	Integral do produto triplo de harmônicos esféricos. . . . .	88
A.6	Energia de quase-partícula para uma variação do estado fundamental não polarizado. . . . .	88
	APÊNDICE B – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO CINÉTICA. . . . .	91
	ANEXO A – PROPOSTA EXPERIMENTAL . . . . .	95
A.1	Background. . . . .	95
A.2	Proposed Experiment on SEQUOIA. . . . .	96

# 1 Introdução.

A teoria de líquidos de Fermi é uma teoria que descreve a física de sistemas fermiônicos interagentes no estado normal. Em sua gênese, sua principal aplicação foi a descrição de propriedades termodinâmicas, de transporte e modos propagantes coletivos do  ${}^3\text{He}$  líquido no estado normal(5, 6). Em meados da década de 70, esse sistema foi estudado exaustivamente e assim, é muito recorrente o pensamento dentre os físicos de matéria condensada que a teoria de líquido de Fermi já é um assunto esgotado. Uma vez que a teoria baseia-se na simples hipótese de que o sistema estudado seja fermiônico e de que os férmions sejam interagentes <sup>1</sup>, existe um leque abrangente para sua aplicação nos mais diversos campos como, por exemplo, a explicação de fenômenos em núcleos de estrelas de nêutrons, descrição de sistemas ferromagnéticos entre outros. De modo mais abrangente, a teoria de líquidos de Fermi é um tópico importante no que se convencionou chamar de sistemas fortemente correlacionados, e portanto, tem estreita ligação com o que há de mais atual na física contemporânea.

No gás de férmions, sem interações, a distribuição das excitações de baixa energia contém flutuações em torno de um estado fundamental com uma descontinuidade no espaço de momentos em torno de uma escala de comprimento caracterizada por um momento  $p_F$ , que é determinado pelo número de férmions presentes no sistema,  $N = \sum_{\mathbf{p}, \sigma, \sigma'} n_{\mathbf{p}, \sigma, \sigma'}$  onde  $\mathbf{p}$ ,  $\sigma$  e  $\sigma'$  são o momento e os índices de spins de cada férmion respectivamente. A teoria de Landau presume que esta descontinuidade é mantida quando existe a interação entre os férmions e argumenta que  $p_F$  preserva a sua relação com o número de férmions. Com estas hipóteses, é possível parametrizar a contribuição da interação para a energia como um funcional de  $n_{\mathbf{p}, \sigma, \sigma'}$  em termos de parâmetros adimensionais  $F_{\mathbf{p}}^{\sigma, \sigma'}$  relacionados com distorções do estado fundamental no entorno de  $p_F$  no espaço de momentos. Isto permite escrever energias livres em termos de  $F_{\mathbf{p}}^{\sigma, \sigma'}$  e obter respostas de equilíbrio em que instabilidades não presentes no gás de férmions podem ser identificadas. Além disso, é possível escrever equações de movimento para  $n_{\mathbf{p}, \sigma, \sigma'}$ , assumindo hipóteses gerais baseadas nas simetrias do estado fundamental, obtendo assim correlações e propriedades de transporte como respostas dinâmicas e seus espectros associados. Este panorama é chamado,

---

<sup>1</sup>Esta hipótese é formulada com maior rigor no capítulo 2 quando abordamos o conceito de quase-partícula.

por vezes, de “teoria fenomenológica” possivelmente em referência à parametrização das interações.

Em um desenvolvimento complementar importante, é possível partir de um hamiltoniano escrito em segunda quantização para férmions interagentes e mostrar, usando os métodos típicos de teoria quântica de campos <sup>2</sup> e supondo a existência de descontinuidade em  $p_F$  presente na autoenergia da função de Green, que a relação entre  $p_F$  e  $N$  mantém se idêntica a do gás de férmions (7). Além disso é possível reescrever de forma aproximada a função de Green renormalizada por um fator  $Z$  que mede, a grosso modo, o tamanho da descontinuidade em  $p_F$ . Além de reduzir o número de hipóteses para uma (descontinuidade de  $n_{\mathbf{p},\sigma,\sigma'}$ ), esta abordagem permite identificar, em uma série perturbativa para um hamiltoniano bastante geral, a relação dos parâmetros  $F_{\mathbf{p}}^{\sigma,\sigma'}$  com funções de vértice da série perturbativa, permitindo relacionar os  $F_{\mathbf{p}}^{\sigma,\sigma'}$  com modelos hamiltonianos. Este avanço é, por vezes chamado de “teoria microscópica” em contraposição a “teoria fenomenológica”. Esta terminologia acaba sendo confusa, uma vez que, efetivamente, modelos hamiltonianos passíveis de tratamento para a obtenção dos parâmetros  $F_{\mathbf{p}}^{\sigma,\sigma'}$  são todos fenomenológicos. Por exemplo o conhecido modelo de “Hubbard”. Em princípio, entretanto, seria possível identificar os  $F_{\mathbf{p}}^{\sigma,\sigma'}$  a partir da interação coulombiana “pura” mas não é nada difícil ver que as interações de longo alcance fazem com que  $Z \rightarrow 0$  e a série perturbativa falha em todas as ordens. Portanto a teoria tem validade apenas com base em hipóteses que a tornam tanto “fenomenológica” quanto “teoria microscópica” em todos os seus aspectos.

Em meados da década de 60, os experimentos com  ${}^3He$  líquido concordaram qualitativamente com a teoria de líquidos de Fermi. Ainda na década de 50, mais especificamente no ano de 1958, Silin descreve ondas de spin utilizando a teoria de líquido de Fermi para o  ${}^3He$  polarizado(8). Na época, existia a expectativa de verificar a existência de um estado ferromagnético para o  ${}^3He$ . Assim, no mesmo ano da publicação de Silin, Abrikosov e Dzyaloshinskii formularam a versão ferromagnética da teoria de líquidos de Fermi (TLFF)(9), ao passo que I. I. Pomeranchuk mostrara que as condições gerais sobre os parâmetros de Landau  $F_l^{s,a} > -(2l + 1)$ , se violadas, caracterizam transições de fase no líquido de Fermi (10). Em especial, é possível identificar que, para  $l = 0$ , o limite  $F_0^a \rightarrow -1_+$  caracteriza a transição de fase do estado paramagnético para o estado ferromagnético do líquido de Fermi (condição de Stoner para o ferromagnetismo(11, 12)). Quase uma década e meia depois, I. E. Dzyaloshinskii and P. S. Kondratenko desenvolvem a base microscópica da teoria de líquidos de Fermi ferromagnéticos(13) com intuito de descrever as propriedades de ferromagnetos itinerantes fracos como  $MnSi$  e  $ZrZn_2$ . Mais recentemente, K.B. Blagoev, J. R. Engelbrecht, and K. S. Bedell, baseando-se no trabalho de Abrikosov e Dzyaloshinskii, formularam condições de Pomeranchuk de forma

<sup>2</sup>Em matéria condensada adota-se o nome Teoria de muitos corpos.

generalizada para o líquido de Fermi(14).

K.S. Bedell and K.B. Blagoev utilizando as condições generalizadas de Pomeranchuk, ao considerar o parâmetro  $F_1^a$ , que vai além da descrição usual de Stoner (além da aproximação Hartree-Fock), encontraram um modo coletivo propagante com um gap de massa no ferromagnetismo e com uma relação de dispersão para a qual  $\omega(q = 0) = \omega^+$ (15). Este modo com um gap de massa foi reconhecido como um modo de amplitude tipo “Higgs”(1) com propagação decorrente da variação do módulo da magnetização e não, como usual, da variação da fase global como no caso das ondas de spin, que se propagam no ferromagnetismo para o caso isotrópico.

É comum encontrar na literatura textos que afirmam que o estado ferromagnético de um sistema é um exemplo de uma quebra espontânea de simetria. No entanto, este é um assunto bastante controverso no qual nomes de peso como P. W. Anderson defende que a quebra espontânea de simetria não ocorre de fato no ferromagnetismo em contraposição aos argumentos de Paul Langacker, Alfred K. Mann e Rudolf Peierls (16, 17, 18).

O teorema de Goldstone diz que, associada a cada quebra espontânea de simetria na qual a lagrangeana era originalmente invariante (consequência da invariância do estado fundamental do sistema), existe a formação de um bóson sem massa (19). Segundo Paul Langacker and Alfred K. Mann, o caso ferromagnético é um exemplo de quebra espontânea de simetria no qual o estado fundamental ferromagnético, com os spins todos alinhados, quebra a simetria de rotação,  $SU(2)$ , do sistema original (ver Fig (1.1)). Isto leva à formação do modo coletivo cujo quantum é chamado mágnon, os bósons do sistema ferromagnético.

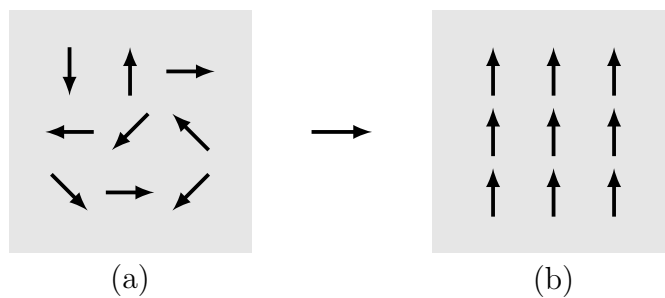


FIGURA 1.1 – Quebra de simetria. As setas representam a direção dos spins. No caso (a) não existe uma direção preferencial e o sistema é completamente simétrico em relação à rotação. Segundo Paul Langacker and Alfred K. Mann, passando de (a) para (b), o sistema sofre uma quebra espontânea de simetria no qual todos os spins estão todos alinhados e apontam para mesma direção (quebra espontânea da simetria de  $SU(2)$ ).

P. W. Anderson rebate o argumento de que o ferromagnetismo consiste em um exemplo de quebra espontânea de simetria, pois o estado fundamental é um auto-estado do grupo de simetria original (grupo de rotação dos spins).

Rudolf Peierls discorda dos argumentos de Anderson dizendo que a verdadeira questão é se o auto-estado do parâmetro de ordem pertence a uma representação do grupo de simetria e afirma que o parâmetro de ordem no ferromagnetismo, no caso, a magnetização, que possui direção e magnitude, não possui a mesma simetria de rotação dos spins. Para Peierls, o limite termodinâmico  $m = \lim_{B \rightarrow 0}, \lim_{N \rightarrow \infty} \langle Q \rangle$  que define a magnetização clássica do sistema é quem define a quebra espontânea de simetria, onde  $Q$  é o operador do parâmetro de ordem.

Anderson rebate novamente o argumento de Rudolf Peierls dizendo que os argumentos de Peierls não se apoiam no trabalho original de Nambu e Jona-Lasinio (20, 21), Steven Weinberg (22) e colaboradores. Segundo Anderson, não existe teoria de partículas com simetrias espontaneamente quebradas do tipo conservada como parece acontecer para o caso ferromagnético onde as excitações de ondas de spin podem ser escolhidas para criar estados com um número quântico definido. Ainda, segundo Anderson, as idéias de Peierls sobre o limite termodinâmico são incompletas, pois não engloba a variedade de estados quase-degenerados de spins.

O mecanismo de Higgs, por sua vez, basicamente decorre da quebra da invariância da lagrangeana do sistema sob a transformação de simetria local (simetria de gauge), ou seja, decorre de considerarmos um gauge tal que a lagrangeana perturbada gera uma componente com massa ao passo que a componente sem massa associada a quebra espontânea de simetria desaparece. Para entender o conceito de quebra espontânea de simetria local e o mecanismo de Higgs, o exemplo mais clássico e didático é o campo escalar complexo no modelo  $\lambda(\phi)^4$ <sup>3</sup>. Neste exemplo é possível visualizar que, devido ao mecanismo de Higgs, os bósons sem massa dão lugar a bósons massivos (bóson de Higgs) quando ocorre a quebra da simetria de gauge.

A discussão entre P. W. Anderson, Paul Langacker, Alfred K. Mann e Rudolf Peierls implica se no ferromagnetismo ocorre as condições para o mecanismo de Higgs e se alguma analogia pode ser realizada. Em especial, a discussão de Peierls se alinha à teoria de transição de fase de segunda ordem para o ferromagnetismo, no qual a magnetização é descrita como um campo clássico escalar e complexo semelhante ao modelo  $\lambda(\phi)^4$  via energia livre e que é invariante por uma transformação da fase global<sup>4</sup>.

Como mencionado anteriormente, é fato que a TLFF prevê um modo massivo que surge ao considerarmos o parâmetro de Landau  $F_1^a \neq 0$  e que vem sendo chamado de tipo “Higgs”. Segundo a Ref. (1), o modo de amplitude tipo “Higgs”, com spin +1, está relacionado ao fenômeno de spin-flip envolvendo os spins- $\uparrow$  e spins- $\downarrow$  das superfícies de Fermi e que modifica o módulo da magnetização. O parâmetro de Landau  $F_1^a$  é responsável por retirar esse modo da região do contínuo partícula-buraco, evitando o Landau damping,

---

<sup>3</sup>Ver capítulo 3.

<sup>4</sup>Ver capítulo 3.



e tornando-o propagante. Dados coletados em experimentos envolvendo espalhamento de nêutrons estão sendo analisados na tentativa de se detectar este modo massivo previsto no ferromagnetismo segundo a teoria de líquidos de Fermi de Landau, no qual o sistema estudado é o ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  (veja a proposta do experimento em Anexo).

Se o modo massivo tipo “Higgs” existe para o caso ferromagnético, a discussão de Peierls parece fazer algum sentido em contraposição aos argumentos de P. W. Anderson e temos a consequência do teorema de Goldstone ser aplicado a sistemas físicos no qual o estado fundamental é um auto estado do grupo de simetria original. A diferença é que aqui, a quebra espontânea de simetria, que leva a formação dos bósons sem massa, envolve uma fase global. De fato, o problema ferromagnético é diferente daquele envolvendo o modelo padrão de física de altas energias onde a física requer que os bósons de spin inteiro tenham massa, como ocorre para as partículas  $W^+$ ,  $W^-$  e  $Z^0$ , ao passo que bósons sem massa de spin inteiro não se manifestam (23). No caso ferromagnético, a física descrita pela energia livre não requer uma quebra espontânea de simetria local e portanto, mesmo que exista o modo massivo, ele não decorre do mecanismo de Higgs. No entanto, a energia livre ferromagnética ainda descreve, no espaço de campos, um potencial tipo “chapéu mexicano” onde é possível perturbações de amplitude (sobre as paredes do chapéu) e que modifica o módulo da magnetização. Este seria, portanto, um modo coletivo análogo ao Higgs por ser, de maneira semelhante, uma oscilação de amplitude.

É nesta discussão envolvendo o modo massivo previsto pela TLFF que se encontra parte do desenvolvimento desta tese. Na busca de contribuir para a detecção direta experimental do modo massivo tipo Higgs, que utiliza o ferromagneto fraco  $MnSi$ , resolvemos a equação dinâmica para magnetização via abordagem hidrodinâmica da TLFF, onde introduzimos o termo de acoplamento do campo externo  $H_0$  com a carga  $e$  da quase-partícula e encontramos o fator de estrutura dinâmico em que direciona-se o vetor de onda  $\mathbf{q}$  em ângulos intermediários a região perpendicular e paralela ao campo magnético externo aplicado  $H_0$ . Observamos que o pico referente ao modo massivo tipo Higgs nessa região mostra uma tripla degenerescência. Na direção em que o vetor de onda é paralelo ao campo magnético externo aplicado, nosso espectro concorda com os resultados obtidos na Ref. (1) e na direção em que o vetor de onda é perpendicular ao campo magnético externo aplicado, nosso espectro concorda com os resultados obtidos na Ref. (2).

O outro estudo realizado na presente tese refere-se à detecção indireta do modo massivo tipo “Higgs”. Experimentos que investigaram o decaimento da magnetização no ferromagneto itinerante fraco  $ZrZn_2$  concluíram que o processo dominante responsável pela diminuição da magnetização do sistema não se deve às ondas de spin como usualmente ocorre no  $Fe$ , mas se deve à repopulação dos spins- $\uparrow$  e dos spins- $\downarrow$  que formam as duas superfícies de Fermi responsáveis pela magnetização do material (3). Na tentativa de uma

detecção indireta, assumimos que os efeitos observados na Ref. (3) possam ser devidos ao modo massivo tipo “Higgs” e desenvolvemos uma teoria de líquidos de Fermi baseada na teoria de transições de fase de segunda ordem de Ginzburg-Landau(24), teoria esta utilizada na Ref. (3) para explicar os resultados experimentais observados, onde consideram flutuações térmicas da magnetização que advém da contribuição da aproximação Hartree-Fock e que seriam responsáveis pelo decaimento da magnetização.

A outra parte dos trabalhos desenvolvidos nesta tese tem um viés mais aplicado remetendo à previsão de velocidades de parede de domínio aumentadas pela transferência de torque de spin quando se considera os elétrons de condução interagentes e nas proximidades de uma transição ferromagnética.

Paredes de domínio são regiões de transição entre dois domínios magnéticos em que ocorre a inversão dos spins (25). O interesse no controle de paredes de domínio para possível armazenamento de informação remete a década de 80, com os trabalhos de L. Berger e Slonczewski (26, 27, 28, 29, 30). O mecanismo de transferência de torque de spin foi uma promessa de otimização de dispositivos magnéticos e memórias magnéticas (31) que ganhou força nas últimas duas décadas. Geralmente, para controlar a parede de domínio, induz-se no sistema uma densidade de corrente de spin polarizada formada pelos elétrons de condução. A diferença de direção entre os spins da corrente induzida e os spins da parede de domínio gera um torque que pode fazer com que a parede de domínio se movimente. Uma abordagem usual para a transferência de torque de spin considera um hamiltoniano  $H_{s-d}$  com interação entre as bandas  $s$  e  $d$  interagindo por um termo de troca (operador de Kasuya(32, 33))<sup>5</sup> que acopla as equações que descrevem os elétrons da banda  $s$ , considerados como um gás de férmions, com os elétrons da banda  $d$  que são considerados como elétrons localizados, ferromagnéticos e com uma magnetização espontânea, cuja dinâmica é dada por uma equação fenomenológica, comumente a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (equação LLG) (35, 36). O resultado desta abordagem é o surgimento de uma componente de torque “não adiabática”  $c_j$  na equação LLG. Esta componente é uma consequência do desalinhamento espacial entre os spins dos elétrons de condução e os spins dos elétrons da banda  $d$ (37). A otimização dos dispositivos magnéticos necessariamente requer uma “escrita magnética” rápida, ou seja, a parede de domínio deve ter uma resposta rápida à perturbação do sistema. A eficiência na transferência de torque resultante da interação entre os spins, neste sistema, é atribuída à razão entre a componente adiabática  $b_j$  e a não adiabática  $c_j$  (38). Por outro lado, tentativas de otimizar o torque que resulta da interação entre os spins, na prática, esbarram em problemas de alteração da estrutura da parede de domínio quando esta é submetida a uma alta densidade de corrente induzida de spin(39) ou é submetida a altos valores do campo magnético apli-

<sup>5</sup>O operador de interação de Kasuya é conhecido por sua aplicação na descrição de ligas metálicas, cujas propriedades magnéticas são dadas pela física do efeito Kondo(34).

cado (condição de quebra de Walker)(40, 41), ou ainda quando é submetida a repetidas aplicações da densidade de corrente de spin induzida que provocam um decaimento da velocidade da parede de domínio até que o deslocamento desta não seja mais reproduzível. Sendo assim, um dos desafios é conseguir maiores velocidades de parede de domínio ao mesmo tempo que se tenta evitar tais problemas. Embora incorporar a componente não adiabática na equação LLG tenha resultado em uma teoria que explica razoavelmente os resultados experimentais, tal concordância ainda não é ideal, pois estimam uma velocidade de 6  $m/s$  (metros por segundo) (37) ao tentar reproduzir a velocidade de parede de domínio de 3  $m/s$  observada em Permalloy (42). Na Ref. (37), a discordância entre a teoria e a observação experimental é atribuída a defeitos e impurezas não consideradas pela teoria, mas o cálculo envolvendo impurezas e defeitos nunca foi realizado.

Uma abordagem complementar para o problema de torque de spin foi proposta na Ref. (43) incluindo interação entre os elétrons da banda  $s$  do modelo via teoria de líquidos de Fermi. Nesta abordagem, a magnetização dos elétrons localizados da banda  $d$ , no estado ferromagnético, age como um campo magnético externo sobre os elétrons da banda  $s$  que encontram-se no estado paramagnético. Com isto, é possível estudar o sistema nas proximidades de instabilidades do líquido de Fermi, que são dadas pelas condições de Pomeranchuk(10). As condições de Pomeranchuk podem ser utilizadas para caracterizar transições de fase quânticas, ou seja, em que o estado fundamental do sistema muda mesmo para  $T = 0$ (44, 45). Portanto, a hipótese dos elétrons  $s$  com comportamento de líquido de Fermi introduz no problema de transferência de torque via interação entre elétrons nas bandas a possibilidade de estudá-lo nas proximidades de pontos de transições de fase quânticas, o que pode influenciar o comportamento das paredes de domínio que, como veremos, de fato é o que ocorre. Na Ref. (43) foi mostrado que, nas proximidades de uma instabilidade ferromagnética na banda  $s$  ( $F_0^a \rightarrow -1_+$ ), a largura crítica, abaixo da qual a parede de domínio não é estável, decresce com  $F_0^a \rightarrow -1_+$ , provendo um entendimento para o relativo sucesso da teoria parades de domínio bem mais estreitas do que o esperado (veja Fig. (1.2)).

Na segunda parte da tese mostramos como esta abordagem pode resolver a discordância entre a teoria descrita na Ref. (37) e os resultados experimentais de velocidades de parede de domínio observados na Ref. (42) . Em especial, encontramos uma velocidade de parede de domínio de 3  $m/s$  para  $F_0^a = 1.02$  e de 6,07  $m/s$  para o caso em que  $F_0^a = 0$  para o sistema Permalloy ( $Ni_{80}Fe_{20}$ ), ou seja, quando desligamos o parâmetro  $F_0^a$ , retornamos ao resultado estimado teoricamente na Ref. (37) . Uma vez que esta teoria descreve os resultados experimentais, estimamos a velocidade da parede de domínio para um sistema hipotético que possua o parâmetro  $F_0^a \approx -1$ . Como resultado obtivemos velocidades de parede de domínio de  $\approx 600 m/s$  para  $F_0^a \approx -0.99$ . Também analisamos

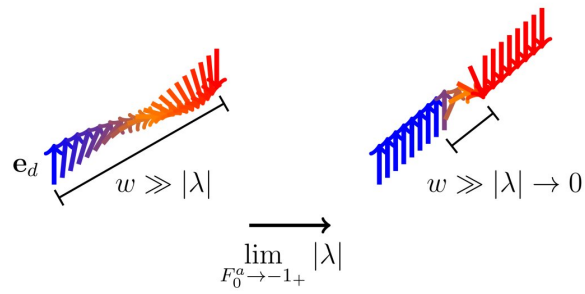


FIGURA 1.2 – Parede de domínio formada pelos elétrons da banda  $d$  com comprimento característico  $w$ . Na direita,  $w$  é grande comparado aos comprimento de difusão dos spins  $|\lambda|$  dos elétrons  $s$ . Próximo da transição ferromagnética onde  $F_0^a \rightarrow -1_+$ , o comprimento característico  $w$  fica pequeno comparado a  $|\lambda|$ .

o comportamento da densidade de corrente crítica e constatamos que para  $F_0^a \rightarrow -1_+$ ,  $j_c^* \rightarrow 0$ .

## 2 Tópicos em líquido de Fermi.

No presente capítulo, apresentaremos o ferramental teórico necessário para o desenvolvimento dos cálculos realizados nesta tese. Introduziremos os conceitos de quase-partícula, energia de quase-partícula, interação entre quase-partículas, energia livre, energia livre para sistemas ferromagnéticos, equação cinética e equação cinética para o ferromagnetismo na teoria de líquidos de Fermi.

### 2.1 Quase-partícula.

Em baixas temperaturas (no limite de  $T \rightarrow 0$ ), o princípio da exclusão de Pauli e a interação entre férmions atuam no sistema fermiônico de forma concorrente. Desta concorrência nasce o comportamento de líquido de Fermi. Note que considerar a interação entre férmions é tão importante quanto considerar o princípio de exclusão de Pauli, pois sem aquela o líquido de Fermi se resume ao gás de férmions livres e sem os dois “ingredientes”<sup>1</sup>, o sistema reduz-se ao gás clássico. Apesar de incluída a interação entre os férmions, o paralelo entre o gás de férmions e o líquido de Fermi existe de forma que podemos abordar o líquido de Fermi de maneira similar à abordagem do gás. Sabemos que o gás de férmions fica bem caracterizado pelos números quânticos de momento  $\mathbf{p}$  e spin  $\sigma$ , onde a função de onda normalizada é dada pela onda plana

$$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.1)$$

e cada um dos  $N$  férmions, com as respectivas ondas planas, contribui para formar a função de onda total anti-simétrica dada pelo determinante de Slater. O estado fundamental do sistema é caracterizado pela distribuição de Fermi-Dirac, que informa a ocupação média do estado  $\mathbf{p}, \sigma$ ,

$$n_{\mathbf{p},\sigma} = \frac{1}{e^{(\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} - \mu)/k_B T} + 1}, \quad (2.2)$$

---

<sup>1</sup>O princípio da exclusão de Pauli deixa de ser importante para o sistema a medida que o potencial químico  $\mu = \varepsilon_F + O(k_B T^2)$  é muito menor que  $k_B T$  em altas temperaturas.

sendo que o número de partículas é dado por

$$N = \sum_{\mathbf{p},\sigma} n_{\mathbf{p},\sigma}, \quad (2.3)$$

em que, para  $T = 0$ , o sistema encontra-se na configuração de menor energia (estado fundamental), e para  $T \neq 0$ , os férmions saltam para estados excitados (veja Fig. (2.1)). No gás, cada férmion possui uma energia cinética dada por  $p^2/2m$  de forma que a energia

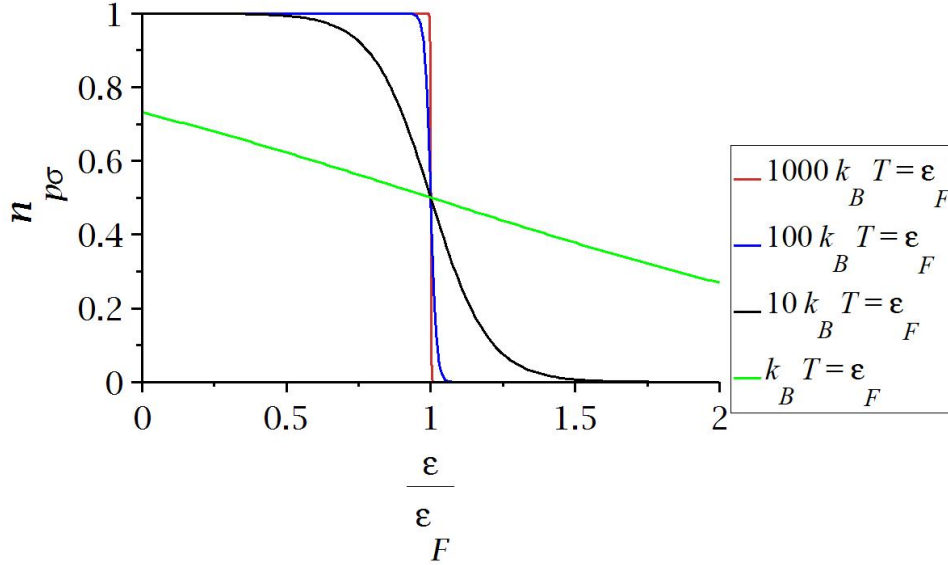


FIGURA 2.1 – Distribuição de Fermi-Dirac. Conforme  $T$  diminui,  $n_{\mathbf{p},\sigma}$  se aproxima da função degrau ( $\epsilon/\epsilon_F = 1$ ). Na figura,  $\epsilon_F$  é a energia de Fermi do sistema,  $\epsilon$  é a energia de excitação do sistema,  $k_B$  é a constante de Boltzman e  $T$  a temperatura do sistema.

total do sistema é soma da energia de cada férmion com peso  $n_{\mathbf{p},\sigma}$ , ou seja,

$$E = \sum_{\mathbf{p},\sigma} n_{\mathbf{p},\sigma} \frac{p^2}{2m}. \quad (2.4)$$

Os  $N$  férmions no estado fundamental definem o momento de Fermi e a superfície de Fermi ( $S_F$ ). Já o estado excitado de um férmion, portanto, é o estado no qual o férmion se encontra em um nível de energia acima do nível de energia de Fermi caracterizado pela  $S_F$ , excitando também um buraco abaixo da  $S_F$ . Esta excitação é equivalente a criar uma partícula fora da  $S_F$  e um buraco dentro da  $S_F$  e esta excitação em pares é conhecida como excitação partícula-buraco.

Para o sistema excitado, a energia total difere da energia no estado fundamental de forma que

$$E - E_0 = \sum_{\mathbf{p},\sigma} \frac{p^2}{2m} \delta n_{\mathbf{p},\sigma} \quad (2.5)$$

onde  $\delta n_{\mathbf{p},\sigma} = n_{\mathbf{p},\sigma} - n_{\mathbf{p},\sigma}^0$ . Em termos do grande potencial canônico,  $\Omega = E - \mu N$  as Eqs.

(2.3) e (2.5) levam a

$$\Omega - \Omega_0 = \sum_{\mathbf{p},\sigma} \left( \frac{p^2}{2m} - \mu \right) \delta n_{\mathbf{p},\sigma} \quad (2.6)$$

que é uma expressão conveniente para se trabalhar quando o sistema está em contato com um reservatório (número de partículas não conservado) e possui potencial químico  $\mu$  e temperatura  $T$  constante.

Pode-se “gerar” o líquido de Fermi a partir do gás de férmions livres ligando a interação entre os férmions de maneira adiabática, de modo que os auto estados do gás ideal são mapeados via uma correspondência um-para-um nos estados do líquido, ou seja, sob condições adiabáticas, os estados do gás livre são transformados nos estados do líquido de forma progressiva, lenta e durante um tempo infinito de modo que a superfície de Fermi ainda exista no líquido. Os auto estados do líquido de Fermi podem ser classificados, como no caso do gás de férmions livres, por uma distribuição  $n_{\mathbf{p},\sigma}$ , onde, devido à interação,  $n_{\mathbf{p},\sigma}$  deixa de ser uma função com dependência bem definida em relação ao momento  $\mathbf{p}$  da partícula <sup>2</sup>, mas que ainda apresenta um momento de Fermi característico no espaço de momentos. As excitações elementares correspondem às excitações de partícula e buraco do gás livre, mas no líquido são chamadas de quase-partículas e quase-buracos.

Como consequência da interação, o líquido de Fermi possui propriedades que não se manifestam no sistema não interagente como modos coletivos (Zero-sound) e transições de fase quântica (transições de fase que ocorrem no limite de  $T \rightarrow 0$  (44)).

## 2.2 Energia de quase-partícula.

Embora  $n_{\mathbf{p},\sigma}$  deixe de ter uma forma conhecida em relação ao momento  $\mathbf{p}$  da quase-partícula, devido à condição adiabática e da correspondência um-para-um, ainda é possível supor a forma funcional geral  $E\{n_{\mathbf{p},\sigma}\}$  para a energia total do sistema. Se uma quase-partícula é adicionada em um estado não ocupado  $\mathbf{p},\sigma$  do sistema, a energia total do sistema será acrescida de uma quantidade  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}\{n_{\mathbf{p},\sigma}\}$  chamada de energia de quase-partícula que também é um funcional da distribuição, ou seja, a energia total do sistema sofre uma variação em relação a  $n_{\mathbf{p},\sigma}$ ,

$$\delta E = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} \delta n_{\mathbf{p},\sigma}, \quad (2.7)$$

onde a derivada funcional define a energia de quase-partícula com  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} = \frac{\delta E}{\delta n_{\mathbf{p},\sigma}}$  e  $V$  é o volume do sistema.

A correspondência um-para-um entre os estados do gás e do líquido garante que a

---

<sup>2</sup>A dependência de  $n_{\mathbf{p},\sigma}$  com  $\mathbf{p}$  deixa de ser  $p^2$  devido à interação.

densidade de entropia do líquido assuma a mesma forma que a densidade de entropia do gás de férmions livres,

$$s = -\frac{k_B}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} n_{\mathbf{p},\sigma} \ln(n_{\mathbf{p},\sigma}) + (1 - n_{\mathbf{p},\sigma}) \ln(1 - n_{\mathbf{p},\sigma}), \quad (2.8)$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann. A mesma forma de entropia do gás livre e do líquido conduz a uma distribuição similar à distribuição de Fermi-Dirac para o líquido,

$$n_{\mathbf{p},\sigma} = \frac{1}{e^{(\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} - \mu)/k_B T} + 1}, \quad (2.9)$$

mas aqui  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} = \delta E / \delta n_{\mathbf{p},\sigma} = \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}\{n_{\mathbf{p},\sigma}\}$  que caracteriza uma superfície de Fermi para o sistema interagente. Isto ocorre por que o número de férmions do sistema é conservado enquanto a interação é ligada adiabaticamente.

É importante reforçar a diferença entre as Eqs. (2.2) da página 28 e (2.9). Na primeira a dependência funcional entre  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}$  e  $\mathbf{p}$  é conhecida e simples ao passo que na segunda não. Com  $T \rightarrow 0$ , perto de  $p = p_F$ , a Eq. 2.9 fica

$$n_{\mathbf{p},\sigma} \rightarrow n_{\mathbf{p},\sigma}^0 = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} < \mu, \\ 0, & \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} > \mu, \end{cases} \quad (2.10)$$

que define o momento de Fermi  $p_F$  do mar de férmions e  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 = \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}\{n_{\mathbf{p},\sigma}^0\}$ .

Para flutuações perto de  $T = 0$ , a distribuição de quase-partícula varia em torno da superfície de Fermi definida por  $p_F$ . Podemos produzir uma flutuação em torno de  $T = 0$  adicionando uma quase-partícula com momento e spin  $\mathbf{p}, \sigma$  ao estado fundamental e assumir que  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0$  é uma função suave e contínua em relação à  $\mathbf{p}$  nas proximidades da  $S_F$ . Desta forma, a expansão em série da energia de quase-partícula em torno de  $p_F$ ,

$$\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 = \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0|_{p=p_F} + \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p}|_{p=p_F} (p - p_F) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p^2}|_{p=p_F} (p - p_F)^2 + \dots \quad (2.11)$$

fixa o potencial químico  $\mu = \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0|_{p=p_F}$ , a velocidade de Fermi  $v_F = \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p}|_{p=p_F}$  e o momento de Fermi  $v_F = p_F/m^*$  onde  $m^*$  é a massa efetiva devida às interações entre os férmions. A massa efetiva nada mais é que a massa do férmion nu normalizada pelas interações entre quase-partículas. As interações entre quase-partículas são objeto de estudo da próxima seção. Uma variação da energia livre do estado fundamental do sistema (com  $T \rightarrow 0$ ), somada sobre todos os momentos e spins, fornece a densidade de estados de quase-partículas nas proximidades da superfície de Fermi

$$N(0) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}\sigma} \delta(\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 - \mu). \quad (2.12)$$



No limite termodinâmico, podemos repassar as somas em  $\mathbf{p}$  por integrais, o que fornece  $N(0) = m^* p_F / \pi^2 \hbar^3$ .

### 2.3 Interação entre quase-partículas.

Vimos na seção anterior que ao ligar a interação no gás de férmions, via processo adiabático, a energia do sistema é alterada e criam-se quase-partículas. A dependência funcional  $E\{n_{\mathbf{p},\sigma}\}$  permite uma expansão funcional

$$E = E_0 + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 \delta n_{\mathbf{p},\sigma} + \frac{1}{2} \frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\sigma,\sigma'} \delta n_{\mathbf{p},\sigma} \delta n_{\mathbf{p}',\sigma'} + \dots, \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} = \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}',\sigma'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\sigma,\sigma'} \delta n_{\mathbf{p}',\sigma'} + \dots, \quad (2.14)$$

onde  $f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\sigma,\sigma'}/V$  representa a energia de interação entre quase-partículas com momentos e spins  $\mathbf{p}, \sigma$  e  $\mathbf{p}', \sigma'$ .

É importante notar que aqui consideramos os spins projetados sobre o eixo de quantização  $\hat{z}$ , cujos valores são sempre  $\uparrow$  e  $\downarrow$ . No entanto, de uma forma mais geral, a função de distribuição  $n_{\mathbf{p},\sigma}$ , a energia de quase-partícula  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}$  e a interação  $f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\sigma,\sigma'}$  são matrizes  $2 \times 2$  no espaço de spins que podem, portanto, ser escritas em termos das matrizes de Pauli,

$$(n_{\mathbf{p}})_{\alpha,\bar{\alpha}} = n_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \sigma_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}, \quad (2.15)$$

$$(\varepsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha,\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}, \quad (2.16)$$

$$(f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'})^{\alpha,\bar{\alpha},\alpha',\bar{\alpha}'} = f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} + f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'}. \quad (2.17)$$

Nestas expansões formais, os coeficientes são interpretados:  $\sigma_{\mathbf{p}}$  é a polarização de spin resultante,  $\mathbf{h}_{\mathbf{p}}$  é o campo magnético efetivo resultante da interação com o campo magnético externo  $H_0$  e da interação entre os spins. Em termos dos alinhamentos simétrico (índice  $s$ ) e anti-simétrico (índice  $a$ ) dos spins, definidos na Eq. (2.17), a energia de quase-partícula e o campo magnético efetivo são dados por

$$\varepsilon_{\mathbf{p}} = \varepsilon_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta n_{\mathbf{p}'}, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{h}_{\mathbf{p}} = \mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a \delta \sigma_{\mathbf{p}'}, \quad (2.19)$$

onde  $\mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0 = -\frac{1}{2}\gamma\hbar\mathbf{H}_0$  ( $\gamma$  é o raio giromagnético) (ver apêndice B, seção B.6 que estabelece estas relações).

Uma quase-partícula é bem definida nas proximidades da superfície de Fermi. Assim, os módulos dos momentos ( $p$  e  $p'$ ) de duas quase-partículas que interagem são muito próximos, ou seja, ambos, basicamente, recaem sobre a superfície de Fermi (ver Fig. (2.2)).

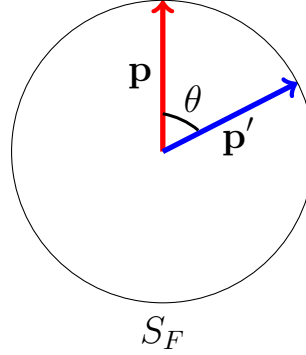


FIGURA 2.2 – Momentos  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$  de duas quase-partículas interagindo definidas nas proximidades da superfície de Fermi ( $S_F$ ).  $|p| \approx |p'|$ , pois ambas as quase-partículas são excitações definidas nas proximidades da ( $S_F$ ) o que leva a possibilidade de se realizar uma expansão da interação em termos dos polinômios de Legendre, que só dependem do ângulo  $\theta$  entre  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$ .

Sendo assim, podemos expandir a interação não só em termos das componentes simétrica e antisimétrica dos spins, mas também em termos do ângulo  $\theta$  formado pelos momentos  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$ , ou seja,

$$f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{s(a)} = \sum_{l=0}^{\infty} f_l^{s(a)} P_l(\cos(\theta)), \quad (2.20)$$

onde  $P_l(\cos(\theta))$  são os polinômios de Legendre. O  $l$ -ésimo termo da interação é fixado por truncagem uma vez que podemos estimar quais amplitudes relacionadas a ordem de distorção da  $S_F$  (que está relacionada ao  $l$ ) geram contribuições relevantes ao estudo do problema. A interação do sistema define os parâmetros de Landau, quantidades adimensionais, que são medidas das forças de interação entre quase-partículas e que são dados por

$$F_l^{s(a)} = N(0)f_l^{s(a)}. \quad (2.21)$$

Como visto, a teoria de líquidos de Fermi é formulada sob a hipótese da esfera de Fermi ser esférica, o que permite a expansão (2.20). No entanto, a superfície de Fermi nem sempre assume uma forma esférica. Típicos exemplos são materiais metálicos cujas superfícies de Fermi cruzam a primeira zona de Brillouin. Mesmo nestes casos, ainda podemos utilizar a expansão (2.20) modelando essas esferas de Fermi não esféricas em esféricas preservando a densidade de pontos. Em especial, no caso do líquido de Fermi

ferromagnético, adota-se um modelo de esfera de Fermi isotrópica de banda única e no limite de pequenos momentos.

## 2.4 Propriedades de equilíbrio.

Basicamente, o efeito da interação sobre as propriedades estáticas do gás de férmions é a renormalização destas propriedades pelos parâmetros de Landau. Esta é a consequência mais óbvia da teoria, mas não é a única, pois também emergem propriedades dinâmicas (fenômenos de transporte e modos coletivos propagantes) devido à interação do sistema (por exemplo, viscosidade, spin waves, etc.). Tais propriedades estáticas do líquido de Fermi são amplamente encontradas na literatura (46, 47). Na tabela (2.1) listamos algumas destas propriedades com finalidade meramente informativa e as comparamos com as propriedades equivalentes do gás de férmions.

TABELA 2.1 – Propriedades de equilíbrio do gás de fermions livres e do líquido de Fermi.

Propriedade	Gás livre	Líquido de Fermi
Massa	$m$	$m^* = m(1 + \frac{F_1^s}{3})$
Densidade de estados	$g(0) = \frac{mp_F}{\pi^2 \hbar^3}$	$N(0) = \frac{m^*}{m} g(0)$
Calor específico (v=const.)	$c_V = \frac{\pi^2}{3} g(0) k_B T$	$c_V = \frac{\pi^2}{3} N(0) k_B T$
Compressibilidade	$k = \frac{1}{n^2} g(0)$	$k = \frac{1}{n^2} \frac{N(0)}{1+F_0^s}$
Susceptibilidade Magnética	$\chi = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{4} g(0)$	$\chi = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{4} \frac{N(0)}{1+F_0^a}$

Dentre as propriedades encontradas na tabela (2.1), destacamos a susceptibilidade magnética estática,  $\chi$ , fundamental para o entendimento do problema tratado no capítulo 3. Ao ligarmos a interação, vemos que a susceptibilidade fica renormalizada pelo parâmetro  $F_0^a$ . Esta forma da susceptibilidade, renormalizada pela interação, é conhecida na literatura como modelo de Stoner (11, 12). De fato, se tomarmos o limite de  $F_0^a \rightarrow -1_+$ , a susceptibilidade diverge, o que caracteriza uma transição de fase ferromagnética do líquido de Fermi. Esta transição também aparece nas condições de estabilidade de Pomeranchuk (10) para o valor de  $l = 0$ . Estudaremos a estabilidade do líquido de Fermi no próximo tópico, mas cabe dizer que somente comparando a susceptibilidade  $\chi$  com a teoria de Stoner é que podemos identificar  $l = 0$  nas condições de Pomeranchuk como sendo uma transição ferromagnética para  $T \rightarrow 0$ . Como veremos, as condições de estabilidade de Pomeranchuk fornecem pontos de instabilidade do líquido de Fermi, mas não fornecem informações sobre a natureza da transição.

## 2.5 Estabilidade do líquido de Fermi.

A idéia de estabilidade consiste em minimizar a energia livre do sistema, tal que exista uma variação em segunda ordem e que esta variação seja positiva. Sendo assim, tomemos o potencial grande canônico com a transformada  $\Omega = E - \mu N$  para a energia total do líquido de Fermi e consideremos a expansão até segunda ordem da função de distribuição,

$$\delta n_{\mathbf{p}} = \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial p} \delta p_F + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial p^2} \delta p_F^2. \quad (2.22)$$

É importante notar que a coleta dos termos de primeira ordem na Eq. (2.22) pode leva à um mínimo local, o que não garante que este mínimo seja absoluto. Para encontrar as condições sob um mínimo global devemos considerar todos os termos da Eq. (2.13) até segunda ordem. Coletando todos os termos de segunda ordem, temos a energia livre

$$\begin{aligned} \delta\Omega = & \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} (\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} - \mu) \left( \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p} \delta p_F + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p^2} \delta p_F^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{V^2} \sum_{p,p',\sigma,\sigma'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\sigma,\sigma'} \left( \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p} \delta p_F \right) \left( \frac{\partial n_{\mathbf{p}',\sigma'}^0}{\partial p'} \delta p_F' \right). \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

Utilizando as identidades (A.8), (A.9) e realizando a soma sobre os spins e sobre os momentos, encontramos a variação sobre os termos de segunda ordem,

$$\delta\Omega = \frac{N(0)}{16} \frac{p_F^2}{m^*} \sum_l \left( \frac{1}{2|l|+1} \right)^2 \left[ \left( \nu_l^\uparrow + \nu_l^\downarrow \right)^2 \left( 1 + \frac{F_l^s}{2l+1} \right) + \left( \nu_l^\uparrow - \nu_l^\downarrow \right)^2 \left( 1 + \frac{F_l^a}{2l+1} \right) \right], \quad (2.25)$$

que deve ser positivo definido para que o mínimo seja global. O fato de  $\delta\Omega^{2nd} > 0$  leva às condições de Pomeranchuk,

$$F^{s(a)} > -(2l+1). \quad (2.26)$$

Na Eq. 2.25,  $\nu_l^{\uparrow,\downarrow}$  são amplitudes de distorção da superfície de Fermi de spin- $\uparrow$  e spin- $\downarrow$ . Na Eq. 2.26 cada valor de  $l$  se refere a um ponto de instabilidade no líquido de Fermi. Como visto, para  $l = 0$ , o parâmetro  $F_0^a$  deve ser maior que  $-1$  para que haja estabilidade. O limite  $F_0^a \rightarrow -1_+$  refere-se a transição de fase na qual o sistema deixa de ser paramagnético e passa a ser ferromagnético. Note também, como já mencionado, que as condições (2.26) não dizem nada sobre o tipo da transição de fase ocorrida no sistema. Saber sobre a natureza da transição envolvendo cada valor de  $l$  é sempre um trabalho comparativo, no qual analisa-se a dependência com os parâmetros de Landau das propriedades calculadas de um determinado sistema conhecido, ou seja, que se tem um conhecimento prévio sobre a fase que o sistema se encontra.

## 2.6 Equação cinética.

Uma vez que existe interação entre os férmions, uma diferença básica em relação ao gás é a existência de fenômenos dinâmicos de transporte como viscosidade e modos de propagação coletiva como spin waves. Estas propriedades são devidos ao líquido de Fermi não homogêneo em situação fora do equilíbrio. Não nos ateremos aqui ao cálculo das muitas propriedades do líquido de Fermi fora do equilíbrio e das leis de conservação visto que estas propriedades e leis também podem ser encontradas na literatura. No entanto, nos ateremos a equação cinética uma vez que esta é uma ferramenta necessária para o desenvolvimento dos trabalhos nesta tese.

Uma vez que flutuações internas ou um estímulo externo como a aplicação de um campo magnético fraco resulte em uma perturbação linear no líquido de Fermi, é possível modelá-lo utilizando uma equação de transporte de quase-partículas, ou seja, basta analisarmos o fluxo de quase-partículas no sistema onde tanto a flutuação da densidade de estados  $n_{\mathbf{p}}$  quanto a flutuação da densidade de spins  $\sigma_p$  seja uma flutuação clássica, ou seja, a escala de comprimento de onda da flutuação das densidades deve ser de ordem muito menor que a escala de comprimento da não homogeneidade do sistema, o que preserva o princípio de incerteza. Desta forma é possível especificar tanto uma densidade de distribuição de quase-partículas quanto uma densidade de spins em uma certa posição e tempo,  $n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t)$  e  $\sigma_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  respectivamente. As equações de transporte para densidade de quase-partícula e densidade de spin de quase-partícula são

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \{n_{\mathbf{p}}, \varepsilon_{\mathbf{p}}\} + \{(h_{\mathbf{p}})_j, (\sigma_{\mathbf{p}})_j\} = I'[n_{\mathbf{p}}, \sigma_{\mathbf{p}}], \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}}\} + \{\sigma_{\mathbf{p}}, \varepsilon_{\mathbf{p}}\} = -\frac{2}{\hbar}(\sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}) + \left(\frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}'}}{\partial t}\right)_{col}, \quad (2.28)$$

onde  $I[n_{\mathbf{p}}, \sigma_{\mathbf{p}}]$  e  $(\partial \sigma_{\mathbf{p}} / \partial t)_{col}$  são termos que descrevem colisões entre quase-partículas em  $T \neq 0$ , e  $-(2/\hbar)\sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}$  é o termo que descreve a dinâmica de precessão dos spins devido à resposta destes ao campo magnético efetivo.

As Eqs. (2.27) e (2.28) são deduzidas de primeiros princípios, considerando a equação de movimento de Heisenberg da mecânica quântica. Tal dedução está realizada no apêndice C.

Se a resposta das densidades a um estímulo externo ou a flutuações é linear, ou seja,

$$n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) = n_{\mathbf{p}}^0 + \underbrace{\left( \delta n_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \delta \varepsilon_{\mathbf{p}} \right)}_{\delta \bar{n}_{\mathbf{p}}}, \quad (2.29)$$

$$\sigma_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) = \sigma_{\mathbf{p}}^0 + \underbrace{\left( \delta\sigma_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \delta \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \right)}_{\delta \bar{\sigma}_{\mathbf{p}}}, \quad (2.30)$$

recordando que  $\nabla_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}} = \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} \partial n_{\mathbf{p}}^0 / \partial \varepsilon_{\mathbf{p}}$  e preservando somente os termos de primeira ordem, as Eqs. (2.27) e (2.28) ficam

$$\frac{\partial \delta n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \cdot \nabla_r \left( \delta n_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \delta \varepsilon_{\mathbf{p}} \right) = I[n_{\mathbf{p}'}], \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \delta \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \cdot \nabla_r \left( \delta \sigma_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \delta \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \right) = -\frac{2}{\hbar} [(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}}^0 \times \delta \mathbf{h}_{\mathbf{p}}) + (\delta \sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0)] + \left( \frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}'}}{\partial t} \right)_{col} \quad (2.32)$$

onde  $\mathbf{v}_{\mathbf{p}}$  é a velocidade de quase-partícula no espaço de posição,  $\delta n_{\mathbf{p}}$  e  $\delta \sigma_{\mathbf{p}}$  são dadas pela variação das Eqs. (2.18) e (2.19).

Em especial, parte deste trabalho foi encontrar soluções da Eq. (2.32) que descrevem a dinâmica do líquido de Fermi no canal de spin, ou seja, descrevem o líquido de Fermi ferromagnético no qual adicionamos um elemento de acoplamento entre o campo magnético externo e carga (líquido de Fermi com carga). A maneira como acoplamos a carga com o campo externo, a forma de modelagem para o *MnSi* e a resolução da Eq. (2.32) são assuntos do próximo capítulo.

## 3 Detecção do modo tipo “Higgs”.

### 3.1 Motivação e introdução.

De modo mais abrangente, a motivação consiste na verificação de um possível análogo de uma oscilação tipo “Higgs” (um modo coletivo propagante com massa decorrente de uma oscilação de amplitude) no ferromagnetismo, apesar da advertência contrária de P. W. Anderson de que o ferromagnetismo não consiste de uma quebra espontânea de simetria (17).

A verificação do surgimento de um modo coletivo de amplitude (modo massivo de Higgs) para um campo escalar complexo  $\Phi = (1/\sqrt{2})(\Phi_1 + i\Phi_2)$  (modelo  $\lambda(\phi)^4$ ) é um exemplo relativamente simples de ser entendido e análogo ao caso ferromagnético. Basicamente, para cada quebra espontânea de simetria referente a cada simetria que existe na densidade de lagrangeana, como diz o teorema de Goldstone, surge de um bóson sem massa (bóson de Goldstone)<sup>1</sup>. Em especial, como veremos no exemplo do campo escalar complexo, para uma densidade de lagrangeana com simetria  $U(1)$  global<sup>2</sup>, a quebra espontânea de simetria leva também à uma oscilação de amplitude com massa e que não envolve o mecanismo de Higgs. Por outro lado, o mecanismo de Higgs requer que a quebra de simetria na densidade de lagrangeana seja especificamente uma quebra de simetria de gauge (quebra de simetria local), onde a escolha de um gauge específico é necessário para que a densidade de lagrangeana tenha sentido físico, o que leva ao cancelamento do termo que descreve o bóson de Goldstone (bósons sem massa) sobrando somente os termos referentes à partícula com massa. Rigorosamente, uma oscilação de amplitude é chamada de oscilação do campo de Higgs somente se esta decorre de uma quebra de simetria de gauge.

---

<sup>1</sup>Rigorosamente, o bóson de Goldstone é produto da quantização da densidade de lagrangeana clássica. Este cálculo não será considerado na presente tese de modo que utilizaremos o termo bóson de Goldstone com certo abuso. O tratamento rigoroso de como encontrar este modo utilizando o formalismo de teoria quântica de campos pode ser encontrado na obra original de Goldstone (19).

<sup>2</sup>Simetria  $U(1)$  global significa que o parâmetro  $\alpha$  que caracteriza a fase numa transformação do tipo  $\Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\alpha}\Phi$  não varia ponto a ponto no espaço-tempo ( $\alpha = \text{constante}$ ).

### 3.1.1 Quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs.

Com a finalidade de visualizar de maneira mais detalhada a quebra espontânea de simetria e o mecanismo de Higgs, considere a densidade de lagrangeana que consiste do termo cinético para o fóton mais duas partículas referentes as oscilações dos campos  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  (que formam o campo escalar complexo  $\Phi$ ) cada uma com massa  $\mu^2$  e carga  $e$ ,

$$L = \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{Fóton}} + \underbrace{(\partial_\mu\Phi)^\dagger(\partial^\mu\Phi) - \mu^2\Phi^\dagger\Phi}_{\text{Partícula livre com massa } \mu} - \underbrace{\lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2}_{\text{Auto interação.}} \quad (3.1)$$

onde  $F_{\mu\nu}$  é o tensor do campo eletromagético e se relaciona com o quadripotencial  $A_\mu = (A_1, A_2, A_3, i\phi)$  segundo a relação

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu^3. \quad (3.2)$$

De fato, o potencial escalar complexo  $V(\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$ , para  $\mu^2 > 0$ , é simétrico em relação a mudança de fase global, preserva a simetria da densidade de lagrangeana e leva ao o estado fundamental corresponde à  $\Phi_0 = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = 0$  (Fig. 3.1). Note que

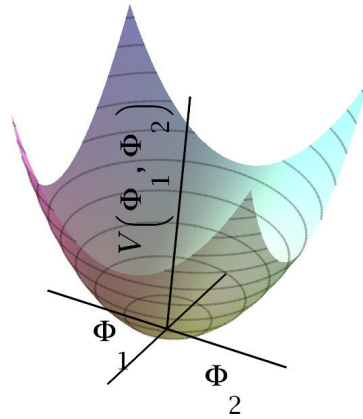


FIGURA 3.1 – Espaço de campos. Oscilações em torno do equilíbrio correspondem às oscilações dos campos que representam partículas ou modos propagantes. No caso da densidade de lagrangeana 3.1, para  $\mu^2 > 0$ , o estado fundamental acontece em  $\Phi_0 = 0$ . Oscilações em torno de  $\Phi_0$  custam energia correspondente à  $\mu^2$ ,  $L(\Phi) = L(-\Phi)$  ( $L$  é simétrica em relação à  $\Phi$ ) e o potencial  $V(\Phi)$  possui a simetria da densidade de lagrangeana.

a densidade de lagrangeana (3.1) permanece invariante se considerarmos a transformação global de fase

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\alpha}\Phi, \quad (3.3)$$

<sup>3</sup>Em especial, neste modelo, incluímos o fóton com o propósito de visualizar como o mecanismo de Higgs “geraria massa ao fóton”, bóson de interação do campo eletromagnético.



uma vez que  $(\Phi')^\dagger \Phi' = e^{-i\alpha}(\Phi)^\dagger e^{i\alpha}\Phi = (\Phi)^\dagger \Phi$ , e dizemos, portanto, que a Eq. (3.1) é invariante sob uma transformação de simetria global  $U(1)$ .

Por outro lado, se tomamos o termo de massa como imaginário, ou seja, se  $\mu^2 < 0$  na densidade de lagrangeana (3.1), haverá um estado fundamental infinitamente degenerado definido ao longo do círculo

$$\sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = \Phi_0, \quad (3.4)$$

ou seja, o estado fundamental ou valor esperado de vácuo (VEV)<sup>4</sup> não ocorre mais em  $\Phi_0 = 0$  (Fig. (3.2)) e não possui mais a simetria  $U(1)$  da densidade de lagrangeana. Neste caso, dizemos que houve uma quebra espontânea de simetria.

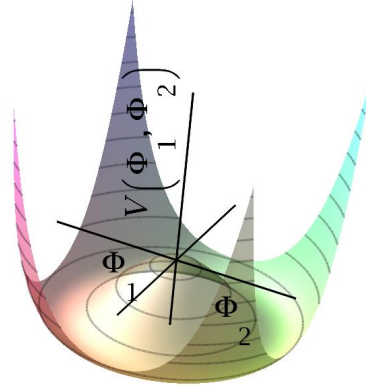


FIGURA 3.2 – Potencial em formato de chapéu mexicano no espaço de campos. Oscilações em torno do equilíbrio correspondem às oscilações dos campos que representam partículas ou modos propagantes. No caso da densidade de lagrangeana 3.1, para  $\mu^2 < 0$ , o estado fundamental acontece ao longo do círculo  $\Phi_0 = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ . O estado fundamental não possui a simetria  $U(1)$  da densidade lagrangeana, o que caracteriza uma quebra espontânea de simetria.

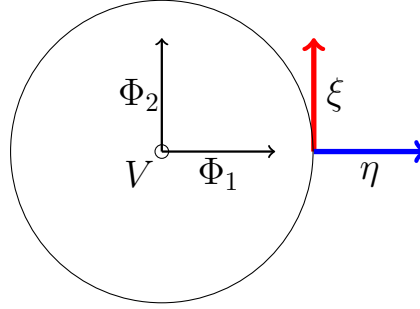
Em um primeiro momento, a densidade de lagrangeana (3.1) com potencial dependente de um termo de massa imaginária e com auto interação pode parecer estranha mas perturbações em torno do estado fundamental revelam uma partícula sem massa (bóson de Goldstone) que consiste na manifestação do teorema de Goldstone, além de uma partícula escalar com massa real como consequência da perturbação de amplitude.

Com a finalidade de visualizar o surgimento dos termos que dão origem ao bóson de Goldstone e a partícula massiva, considere as perturbações  $\eta$  na direção radial (oscilação de amplitude) e  $\xi$  na direção tangencial (oscilação de fase) que ocorrem em torno do estado

<sup>4</sup>A nomenclatura valor esperado de vácuo (VEV) é mais recorrente na área de física de altas energias.

fundamental (Fig. (3.3)) para a situação em que  $\mu^2 < 0$  na densidade de lagrangeana (3.1), onde  $\eta = \Phi_1 - \nu$  sendo  $\nu = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2}$  um dos pontos no círculo que define o estado fundamental e  $\xi = \Phi_2$ , tal que perturbações no estado fundamental são dadas por

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + \eta + i\xi). \quad (3.5)$$



Estado fundamental  $\Phi_0$

FIGURA 3.3 – Oscilações em torno do estado fundamental  $\Phi_0 = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ . Na figura,  $V$  é o eixo do potencial saindo do papel,  $\eta$  é a perturbação de amplitude na direção radial de  $\Phi_1$  e  $\xi$  é a perturbação de fase percorrendo o círculo que define o mínimo potencial na direção tangencial  $\Phi_2$ .

Uma vez com o estado fundamental perturbado, retornamos à densidade de lagrangeana (3.1) onde  $\mu^2 = -\lambda\nu^2$  em que  $\Phi^\dagger\Phi = (1/2)[(\nu + \eta)^2 + \xi^2]$  e encontramos a densidade de lagrangeana perturbada

$$L(\eta, \xi) = \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{Fóton}} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta) - (\lambda\nu^2)\eta^2}_{\text{Oscilações de amplitude}} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi) + 0 \cdot \xi^2}_{\text{Oscilações de fase}} + \text{termos de interação}. \quad (3.6)$$

Na densidade de lagrangeana perturbada (3.6), visualizamos que a oscilação que decorre de uma perturbação na amplitude gera uma partícula  $\eta$  com massa real onde  $\mu_\eta = \sqrt{2\lambda\nu^2} = \sqrt{-2\mu^2} > 0$  enquanto as oscilações decorrentes da perturbação na fase geram uma partícula sem massa  $\mu_\xi = 0$  (bóson de Goldstone).

Agora analisemos como a quebra de simetria local de gauge (quebra de invariância de gauge) elimina os bósons de Goldstone levando a formação de partículas com massa (mecanismo de Higgs propriamente dito).

Requerer que a densidade de lagrangeana (3.1) seja invariante sob uma transformação de simetria  $U(1)$  local<sup>5</sup> exige a escolha da derivada covariante  $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$  e da

<sup>5</sup>Simetria  $U(1)$  local significa que o parâmetro  $\alpha$  que caracteriza a fase numa transformação do tipo  $\Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\alpha(x)}\Phi$  varia ponto a ponto no espaço-tempo ( $\alpha = \alpha(x)$ ).

transformação de calibre (transformação de gauge)  $A'_\mu = A_\mu + (1/e)\partial_\mu\alpha$  de modo que a Eq. (3.1) fica

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D^\mu\Phi)^\dagger(D_\mu\Phi) - \frac{1}{2}\mu^2(\Phi\Phi^\dagger) - \lambda(\Phi\Phi^\dagger)^2. \quad (3.7)$$

Procedendo com o mesmo tipo de análise realizado no caso anterior, para  $\mu^2 > 0$ , temos o estado fundamental em  $\Phi_0 = 0$  que preserva a simetria da Eq. (3.7) e descreve duas partículas escalares  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  cada uma com massa  $\mu$  mais o fóton sem massa. Para  $\mu^2 < 0$ , temos uma quebra espontânea de simetria com um estado fundamental infinitamente degenerado descrito ao longo do círculo  $\sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_2^2} = \sqrt{(-\mu^2/\lambda)} = \nu$  que não preserva a simetria da lagrangeana. Novamente, analisando a perturbação de amplitude  $\eta$  e a perturbação de fase  $\xi$  onde  $\Phi_0 = (1/\sqrt{2})[(\nu + \eta) + i\xi]$ , encontramos a densidade de lagrangeana

$$L(\eta, \xi) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2\nu^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta) - (\lambda\nu^2)\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi) - e\nu A_\mu(\partial^\mu\xi) + \text{int.} \quad (3.8)$$

A densidade de lagrangeana perturbada (3.8) possui alguns elementos da Eq. (3.6) como a partícula com massa  $\eta$  e a partícula sem massa  $\xi$ . Porém, devido ao fato de considerarmos uma invariância sob uma transformação de fase local, onde  $\alpha(x)$  não é constante e varia ponto a ponto, a quebra espontânea desta simetria gera termos como o “fóton com massa”<sup>6</sup>,  $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2\nu^2 A_\mu^2$ , e termos que não fazem sentido físico,  $-e\nu A_\mu(\partial^\mu\xi)$ . Entretanto, podemos utilizar o grau de liberdade  $\alpha$  presente na transformação de calibre (transformação de Gauge)  $A'_\mu = A_\mu + (1/e)\partial_\mu\alpha$  como mencionamos anteriormente. Se notarmos que

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi) - e\nu A_\mu(\partial^\mu\xi) + \frac{1}{2}e^2\nu^2 A_\mu^2 = \frac{1}{2}e^2\nu^2[A_\mu - \frac{1}{e\nu}(\partial_\mu\xi)]^2 = \frac{1}{2}e^2\nu^2(A'_\mu)^2, \quad (3.9)$$

basta escolhermos  $\alpha = \xi/\nu$  tal que

$$\Phi' \rightarrow \Phi e^{-i\xi/\nu} = e^{-i\xi/\nu} \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + \eta)e^{+i\xi/\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + h) \quad (3.10)$$

(onde  $h$  é o campo de Higgs) e retornando à densidade de lagrangeana (3.7), encontramos

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2\nu^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu h\partial^\mu h) - \lambda\nu^2 h^2 + \text{interações.} \quad (3.11)$$

A escolha de  $\alpha = \xi/\nu$ , chamada de gauge unitário, configura a quebra de liberdade

<sup>6</sup>O exemplo de simetria  $U(1)$  com o campo escalar complexo  $\Phi$  faz com que o fóton adquira massa, o que não condiz com observações experimentais. No entanto, este problema deve ser encarado como um bom exemplo e um bom exercício para o entendimento do mecanismo de Higgs uma vez que ele é facilmente estendido para modelos com simetria  $SU(2) \times U(1)$  possibilitando o entendimento do surgimento da massa dos bósons vetoriais  $W^+$ ,  $W^-$  e  $Z_0$  responsáveis pela interação fraca.

de escolha do gauge (quebra de simetria de gauge) e é necessária para que as perturbações no estado fundamental decorrente da quebra espontânea de simetria  $U(1)$  da densidade de lagrangeana (3.7) façam sentido físico. Em decorrência da escolha específica  $\alpha = \xi/\nu$ , vemos que os termos de partículas sem massa da densidade de lagrangeana (3.8) desaparecem. Este é o mecanismo de Higgs. Note que a introdução do campo  $h$  ocorre após a escolha do gauge unitário, pois agora sabemos que este se trata do campo de Higgs de fato, ou seja, uma oscilação de amplitude que decorre da escolha de um gauge específico. Aplicações da teoria de Higgs em física de baixas energias aparecem na teoria London-BCS, na teoria de condensado de Bose-Einstein (BEC), na teoria de Ginzburg-Landau de transições de fase de segunda ordem.

Apesar da advertência de P. W. Anderson, é recorrente encontrar na literatura a abordagem do problema ferromagnético como uma quebra espontânea de simetria de rotação decorrente do alinhamento dos spins como exemplo de quebra espontânea da simetria  $SU(2)$  que, no limite termodinâmico, resulta na magnetização clássica  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ . O ferromagnetismo descrito via energia livre (teoria de transição de fase de segunda ordem) onde a magnetização, campo complexo com um módulo e uma fase ( $\langle M(\mathbf{r}) \rangle = M_0 e^{i\theta_0}$ )<sup>7</sup>, faz o papel do campo  $\Phi$  do modelo  $\lambda(\phi)$ <sup>4</sup>. Seguindo esta abordagem, podemos descrever a energia do sistema ferromagnético como

$$F(\mathbf{M}) = \alpha(T - T_c)\mathbf{M}^2 + \frac{\beta}{4}\mathbf{M}^4 + \dots \quad (3.12)$$

Note que a Eq. (3.12), a menos do termo cinético, é o mesmo exemplo do campo escalar complexo estudado anteriormente.

Procedendo com o mesmo tipo de análise realizado para o campo escalar complexo, encontra-se a temperatura crítica e outras propriedades do sistema ferromagnético a temperatura finita  $T$ .

### 3.1.2 Previsão do modo de amplitude tipo “Higgs” no ferromagnetismo.

No caso do líquido de Fermi, consideremos uma variação da expansão da energia (2.13) transformada para o potencial grande canônico,

$$\delta \left( \frac{\Omega}{V} \right) = + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \sigma} (\varepsilon_{\mathbf{p}, \sigma}^0 - \mu) \delta n_{\mathbf{p}, \sigma} + \frac{1}{2} \frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{p}, \sigma, \mathbf{p}', \sigma'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\sigma, \sigma'} \delta n_{\mathbf{p}, \sigma} \delta n_{\mathbf{p}', \sigma'}. \quad (3.13)$$

A partir da Eq. (3.13), podemos definir o estado fundamental do líquido de Fermi ferromagnético rigorosamente tomando  $\delta n_{\mathbf{p}, \sigma} = \sigma_{\mathbf{p}} \cdot \sigma$ , onde  $\sigma_{\mathbf{p}} = -(1/N(0))(\partial n_{\mathbf{p}}^0 / \partial \varepsilon_{\mathbf{p}}) m \hat{z}$

<sup>7</sup> $\langle M(r) \rangle$  define o estado fundamental. A quebra de simetria corresponde a escolha dos valores finitos  $M_0$  e  $\theta_0$ .

é a densidade de magnetização gerada pelos spins e  $\sigma$  é a componente  $\hat{z}$  das matrizes de Pauli, de forma a energia livre fica

$$\delta \left( \frac{\Omega}{V} \right) = \frac{(1 + F_0^a)}{N(0)} m^2 + \frac{\beta}{4} m^4. \quad (3.14)$$

Realizando o mesmo tipo de análise de quebra espontânea de simetria, vemos que o estado fundamental do sistema é definido por  $m = \pm \sqrt{-(1 + F_0^a)/\beta N(0)}$ , o que nos leva a condição  $F_0^a \rightarrow -1_+$  para transição de fase ferromagnética, como esperado segundo as condições de Pomeranchuk discutidas no capítulo 2. Cabe notar que a energia livre (3.14), pode ser definida, a priori, em  $T = 0$ , o que caracteriza a transição como uma transição de fase quântica (45, 44).

Na Ref. (1), utilizando a abordagem fenomenológica da teoria de líquido de Fermi ferromagnética, é assumida a variação na densidade de magnetização  $\mathbf{m} = m_0 \hat{z} + \delta \mathbf{m}$  ( $m_0$  é a magnetização de equilíbrio), tal que

$$\sigma_{\mathbf{p}}^0 = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} m_0 \hat{z}, \quad (3.15)$$

$$\delta \sigma_{\mathbf{p}} = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \nu_{\mathbf{p}}, \quad (3.16)$$

causadas por um pulso magnético externo  $\mathbf{H} = H_0 \hat{z} + \delta \mathbf{H}$ , tal que

$$\mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0 = -H_0 \hat{z} + 2 \sum_{\mathbf{p}, \sigma} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a \sigma_{\mathbf{p}}^0, \quad (3.17)$$

$$\delta \mathbf{h}_{\mathbf{p}} = -\delta \mathbf{H} + 2 \sum_{\mathbf{p}, \sigma} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a \delta \sigma_{\mathbf{p}}, \quad (3.18)$$

onde  $\nu_{\mathbf{p}} = \sum_l \nu_l P_l(\mathbf{p} \cdot \hat{z})$  são amplitudes devido à distorção da superfície de Fermi.

Utilizando as Eqs. (3.15), (3.16), (3.17), (3.18) na Eq. cinética (2.32) em  $T = 0$  (ausência de colisões) os autores encontraram as relações de dispersão dinâmica para a perturbação  $\delta \mathbf{m} = \delta m_x \hat{x} + \delta m_y \hat{y}$  devido ao pulso também transversal  $\delta \mathbf{H} = \delta H_x \hat{x} + \delta H_y \hat{y}$ ,

$$\omega_1^{\pm}(q) = \frac{c_s^2}{\omega^{\pm}} q^2, \quad (3.19)$$

$$\omega_2^{\pm}(q) = \omega^{\pm} - \frac{c_s^2}{\omega^{\pm}} q^2 \quad (3.20)$$

( $c_s^2 = (v_F)^2/3|1 + F_0^a|(1 + F_1^a/3)$  é a velocidade de quase-partícula,  $v_F$  é a velocidade de Fermi e  $\omega^{\pm} = \pm 2m_0|F_0^a - F_1^a/3|$  e o sinal  $\pm$  indica que as polarizações destes modos são idênticas), ao considerar distorções de ordem mais alta na superfície de Fermi ( $l = 0$  e

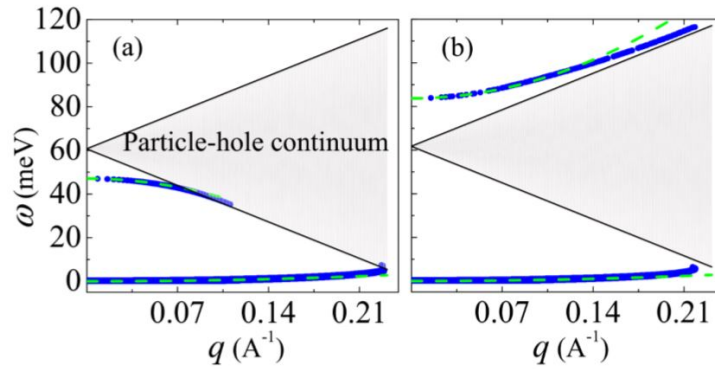


FIGURA 3.4 – Figura original obtida na Ref. (1). Modos coletivos e contínuo partícula-buraco (área cinza). No caso (a), temos  $F_0^a = -1.18$  e  $F_1^a = -0.84$ . No caso (b) temos  $F_0^a = -1.16$  e  $F_1^a = 1.32$ . A linha pontilhada verde representa a dispersão calculada via abordagem hidrodinâmica e a linha azul é calculada tomando os polos da função resposta. Os valores dos parâmetros  $F_0^a$  e  $F_1^a$  são valores estimados.  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} eV^{-1} m^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 eV$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 ms^{-1}$ .

$l = 1$ ) que descrevem o ferromagnetismo de Stoner e como vemos vai além.

O modo coletivo  $\omega_1^\pm$  descreve o mágnon na teoria ferromagnética, ou seja, oscilações de fase que correspondem ao modo de Nambu-Goldstone devido à precessão dos spins. Por outro lado, o modo coletivo  $\omega_2^\pm$  decorre da variação da magnitude da magnetização (oscilações de amplitude que correspondem ao modo tipo Higgs) em função do processo de inversão de spins  $\sigma = \uparrow$  e  $\sigma = \downarrow$  (spin flip process) que definem a magnetização  $m_0$  do sistema e possui gap de massa  $\omega^\pm$ . Observando a expressão de  $\omega_2^\pm(q)$ , vemos que parâmetro  $F_1^a$  é o responsável por retirar o modo tipo Higgs do contínuo partícula-buraco e torná-lo propagante. Note que no limite de  $F_1^a \rightarrow 0$ ,  $\omega_2^\pm(q = 0) = 2m_0|F_0^a| = \Delta$ , que nada mais é que o gap de Stoner. As relações de dispersão (3.19) e (3.20) estão plotadas na Fig. (3.4) retirada da Ref. (1) onde foram utilizados os valores estimados dos parâmetros de Landau  $F_0^a$  e  $F_1^a$ , além de outros parâmetros experimentais do ferromagneto fraco *MnSi*.

## 3.2 Detecção direta do modo massivo.

Uma vez previsto pela teoria de líquido de Fermi de Landau ferromagnética um modo massivo tipo “Higgs” no ferromagnetismo, é preciso detectá-lo. Nesta seção, trataremos da observação direta do modo massivo cujos resultados experimentais envolvendo o experimento de espalhamento inelástico de nêutrons (Apêndice A) realizados para o ferromagneto itinerante fraco *MnSi* (para este ferromagneto, a magnetização abaixo da temperatura crítica e sob um campo magnético externo destrói o ordenamento helicoidal (48)) estão sob análise. Aqui, o objetivo é encontrar a relação de dispersão e o fator de

estrutura dinâmico dependentes do campo magnético externo  $H_0$  e da direção do vetor de onda  $q$  em relação a este campo. Estas informações, de forma mais completa, podem ajudar com o reconhecimento dos picos encontrados no experimento de espalhamento inelástico de nêutons. Para tanto, modificamos a Eq. cinética (2.32) com um termo que acopla a carga da quase-partícula e o campo magnético externo como realizado na Ref. (2) e verificamos regiões do espectro para valores intermediários à situação em que o vetor de onda  $\mathbf{q}$  e o campo externo  $\mathbf{H}_0$  são paralelos e perpendiculares, ou seja se  $\theta_q$  é o ângulo que define a direção do vetor e onda  $\mathbf{q}$  em relação ao campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ , no nosso trabalho, analisamos a região para a situação em que  $0 < \theta_q < \pi/2$ . A análise desta região, ainda não estudada anteriormente, como veremos, revela novas assinaturas do modo de amplitude tipo “Higgs”. Nessa região, a função resposta dinâmica e a relação de dispersão mostram que o modo massivo tipo “Higgs” apresenta degenerescência tripla. Nos casos limites de  $\theta_q = 0$  e  $\theta_q = \pi/2$ , encontramos espectros similares aos descritos na Ref. (1) e na Ref. (2), respectivamente.

### 3.2.1 Equação cinética com termo de acoplamento $e - H_0$ .

Na presença de um campo magnético  $\mathbf{H}$  e um campo elétrico  $\mathbf{D}$  externos e não estáticos, se a quase-partícula possui carga  $e$  esta sentirá a presença destes campos e a distribuição, energia e a dinâmica do líquido de Fermi será modificada devido à força de Lorentz gerada. Vejamos como isso ocorre. Em termos do potencial vetor  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ , podemos expressar o campo elétrico e o campo magnético como

$$\mathbf{D} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (3.21)$$

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.22)$$

onde escolhemos um gauge no qual o potencial escalar  $\phi$  seja nulo. Para um sistema de férmions livres, na presença dos campos  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{H}$ , cada férmion passa então a possuir o momento conjugado

$$\bar{\mathbf{p}} = \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \quad (3.23)$$

de forma que a energia total do sistema é dada por

$$H = \frac{1}{2m} \sum_i [\bar{\mathbf{p}}_i - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i, t)]^2 + V. \quad (3.24)$$

Assim, o termo adicional no momento devido aos campos reflete como um deslocamento na energia total do sistema. Vejamos como no líquido de Fermi ocorre algo parecido. Para tanto, considere uma quase-partícula na posição  $\mathbf{r}$  e seja  $\bar{\mathbf{P}}$  o seu momento devido

à presença dos campos  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{H}$ . De forma geral, os parênteses de Poisson de duas funções quaisquer  $M(\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{r})$  e  $N(\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{r})$ ,

$$\left\{M\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}, \mathbf{r}\right), N\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}, \mathbf{r}\right)\right\} \equiv \frac{\partial M}{\partial p_i} \frac{\partial N}{\partial r_i} - \frac{\partial M}{\partial r_i} \frac{\partial N}{\partial p_i}, \quad (3.25)$$

com dependência implícita de  $\mathbf{r}$  gera um termo adicional proporcional à  $\nabla \times \mathbf{A}$ , ou seja,

$$\{M, N\} = \{M, N\}_{\mathbf{A}=0} + \left(\frac{\partial M}{\partial \mathbf{p}} \times \frac{\partial N}{\partial \mathbf{p}}\right) \cdot \left(\frac{e}{c}\nabla \times \mathbf{A}\right). \quad (3.26)$$

Desta forma, retornando a Eq. (B.10) (ver apêndice C), temos

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}[\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] - \frac{1}{2}\{\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})\} + \frac{1}{2}\{n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})\} + \frac{e}{c}\left(\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \times \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}}\right) \cdot \mathbf{H} = I[n_{\mathbf{p}}], \quad (3.27)$$

onde os índices dos spins  $\alpha$  e  $\bar{\alpha}$  foram omitidos por comodidade. Como a Eq. (3.27) se diferencia da Eq. (B.10) somente por um termo adicional, basta trabalharmos este termo e adicioná-lo à Eq. cinética (2.32). Novamente, considerando as Eq. (B.17), notamos que para  $1/2 \text{ tr}(3.27)$

$$\frac{e}{c}\left(\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \times \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}}\right) \cdot \mathbf{H} \rightarrow \frac{e}{c}[(\partial_{\mathbf{p}}\epsilon_{\mathbf{p}} \times \mathbf{H}) \cdot \partial_{\mathbf{p}}\sigma_{\mathbf{p}} + (\mathbf{H} \times \partial_{\mathbf{p}}n_{\mathbf{p}}) \cdot \partial_{\mathbf{p}}\mathbf{h}_{\mathbf{p}}]. \quad (3.28)$$

Considerando a linearização (2.30) e coletando somente termos de primeira ordem, o termo adicional, para  $1/2 \text{ tr}(3.27)$ ,

$$\frac{e}{c}\left(\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \times \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}}\right) \cdot \mathbf{H} \rightarrow \frac{e}{c}(\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{H}_0) \cdot \nabla_{\mathbf{p}}\left(\delta\sigma_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}\delta\mathbf{h}_{\mathbf{p}}\right), \quad (3.29)$$

de modo que temos a equação cinética com um termo de acoplamento  $e - \mathbf{H}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta\sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} + [\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \cdot \nabla_r + \frac{e}{c}(\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{H}_0) \cdot \nabla_{\mathbf{p}}]\left(\delta\sigma_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}\delta\mathbf{h}_{\mathbf{p}}\right) = \\ = -\frac{2}{\hbar}[(\sigma_{\mathbf{p}}^0 \times \delta\mathbf{h}_{\mathbf{p}}) + (\delta\sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0)] + \left(\frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}'}}{\partial t}\right)_{col}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Note que naturalmente a Eq. (3.30) não depende do campo  $\mathbf{D}$ .

Estamos interessados na dinâmica dos spins. Portanto, não nos importaremos com os efeitos do acoplamento carga-campo na dinâmica da distribuição  $n_{\mathbf{p}}$  de modo que omitimos aqui a dedução da dependência da Eq. (2.31) com os campos  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{H}$ . Para a dedução dos dois pares de equações recomendamos a leitura do livro de Platzman e Wolff (49).



### 3.2.2 Tripla degenerescência do modo tipo “Higgs”.

Considerando a teoria de líquido de Fermi ferromagnética, descrevemos um ferromagneto itinerante fraco, onde  $m_0/n \ll 1$  ( $n = n_\uparrow + n_\downarrow$ ) (14) em 3 dimensões abaixo da temperatura de Curie cuja distribuição e densidade de energia de quase-partículas são as usuais do líquido de Fermi e dadas pelas Eqs. (2.15) e (2.16). Também modelamos o ferromagneto com uma densidade de magnetização de equilíbrio na direção  $\hat{z}$  dado pela Eq. (3.15) no qual um pulso transversal magnético  $\delta\mathbf{H} = \mathbf{H} - \mathbf{H}_0$  provoca um desvio na densidade de magnetização e no campo magnético efetivo (molecular) como descrito pelas Eqs. (3.16) e (3.18). A hipótese que diferencia o presente trabalho são as amplitudes de distorção da superfície de Fermi expandidas em termos dos hamônicos esféricos,  $\nu_{\mathbf{p}} = \sum_{l,m} \nu_{l,m} Y_l^m(\theta, \phi)$ , diferentemente da Ref. (1) onde  $\nu_{\mathbf{p}} = \sum_{l,m} \nu_l P_l(\hat{z} \cdot \mathbf{p})$ . Esta hipótese permite a escolha do ângulo  $\theta_q$  formado entre o vetor de onda de spin  $\mathbf{q}$  e o campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$  paralelo a magnetização de equilíbrio  $m_0$ , ambos fixos na direção  $\hat{z}$  (Fig. 3.5), o que possibilita estudar todo o intervalo do espectro em que  $0 \leq \theta_q \leq \pi/2$ . Como veremos, esta hipótese mais o termo de acoplamento  $e-H_0$  proposto na seção 3.2.1 possibilita visualizar as degenerescências do modo massivo. Esses espectros degenerados cobrindo todo intervalo  $0 \leq \theta_q \leq \pi/2$  serão comparados com os dados obtidos no experimento de espalhamento inelástico de nêutrons (Ver proposta no Anexo A).

*Relação de dispersão.*

Encontramos a relação de dispersão para o *MnSi* trabalhando a Eq. cinética (3.30) no limite  $T \rightarrow 0$ , regime no qual o termo de colisão entre quase-partículas pode ser ignorado.

Seja a perturbação linear na densidade de magnetização

$$\sigma_{\mathbf{p}} = \sigma_{\mathbf{p}}^0 \hat{z} + \delta\sigma_{\mathbf{p}}^x \hat{x} + \delta\sigma_{\mathbf{p}}^y \hat{y}, \quad (3.31)$$

devido ao pulso externo

$$\mathbf{h}_{\mathbf{p}} = h_{\mathbf{p}}^0 \hat{z} + \delta h_{\mathbf{p}}^x \hat{x} + \delta h_{\mathbf{p}}^y \hat{y}, \quad (3.32)$$

na Eq. (3.30). Calculando os produtos  $\sigma_{\mathbf{p}}^0 \times \delta\mathbf{h}_{\mathbf{p}}$  e  $\delta\sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0$ , e somando cada componente termo a termo tal que  $\delta\sigma^\pm = \delta\sigma_{\mathbf{p}}^x \pm i\delta\sigma_{\mathbf{p}}^y$  e  $\delta h^\pm = \delta h_{\mathbf{p}}^x \pm i\delta h_{\mathbf{p}}^y$ , obtemos

$$\frac{\partial \delta\sigma_{\mathbf{p}}^\pm}{\partial t} + [\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \cdot \nabla_r + \frac{e}{c} (\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{H}_0) \cdot \nabla_p] \left( \delta\sigma_{\mathbf{p}}^\pm - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \delta h_{\mathbf{p}}^\pm \right) = \mp i2 (\sigma_{\mathbf{p}}^0 h_{\mathbf{p}}^\pm - h_{\mathbf{p}}^0 \sigma_{\mathbf{p}}^\pm) + (\delta\sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0). \quad (3.33)$$

que é equação cinética que descreve a dinâmica na direção perpendicular ao eixo  $\hat{z}$ . Na direção  $\hat{z}$  ocorre o fenômeno de Landau Damping, ou seja, os modos são atenuados, pois nascem dentro da região do contínuo partícula-buraco. Assim, a análise da componente

$\delta m_z$  é desconsiderada. Note também que na Eq. (3.33) adotamos  $\hbar = c = 1$ .

Considerando a transformada de Fourier da variação da magnetização  $\sigma_{\mathbf{p}}^{\pm} = \delta\sigma_{\mathbf{p}}^{\pm} e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$ , temos a mudança nos termos

$$\begin{aligned}\frac{\partial\delta\sigma_{\mathbf{p}}^{\pm}}{\partial t} &\rightarrow -i\omega\delta\sigma_{\mathbf{p}}^{\pm} \\ \nabla_r\delta\sigma_{\mathbf{p}}^{\pm} &\rightarrow i(\mathbf{q}\cdot)\delta\sigma_{\mathbf{p}}^{\pm}\end{aligned}\quad (3.34)$$

da Eq. (3.33) e ainda, observando que

$$e\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{H}_0 \cdot \nabla_p = \frac{eH_0}{m^*} (\mathbf{p} \times \hat{z}) \cdot \left( \hat{p} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{\hat{\theta}}{p} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\hat{\phi}}{p \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) = -\frac{eH_0}{m^*} \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (3.35)$$

e considerando os ângulos entre os vetores  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$ ,  $\mathbf{q}$ , como na Fig. (3.5), no qual a relação

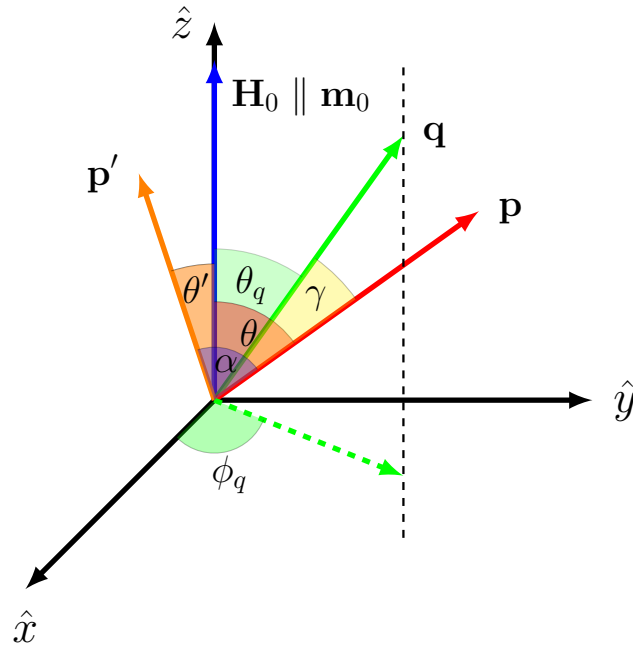


FIGURA 3.5 – Esquema de vetores para estudo da dinâmica do ferromagneto fraco  $MnSi$  com a densidade de magnetização fixa na direção  $\hat{z}$  paralela ao campo magnético externo  $H_0$ . Os vetores de momento  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  das quase-partículas interagentes 1 e 2, assim como o vetor de onda de spin  $\mathbf{q}$  são linearmente independentes e livres para mudar de direção. O ângulo entre  $\mathbf{p}$  e a direção  $\hat{z}$  é  $\theta$ , o ângulo entre  $\mathbf{p}'$  e a direção  $\hat{z}$  é  $\theta'$ , o ângulo entre  $\mathbf{p}$  e o vetor de onda  $\mathbf{q}$  é  $\gamma$ , o ângulo entre  $\mathbf{p}$  e o vetor de onda  $\mathbf{p}'$  é  $\alpha$ , o ângulo entre  $\mathbf{q}$  e a direção  $\hat{z}$  é  $\theta_q$  e ângulo entre a projeção de  $\mathbf{q}$  no plano  $x-y$  e o eixo  $\hat{x}$  é  $\phi_q$ .

entre os ângulos  $\alpha$ ,  $\theta$  e  $\theta'$  são é dada pelo teorema da adição (ver apêndice B, seção B.3),

no limite termodinâmico, temos que a Eq. (3.33) resulta em

$$\begin{aligned} & [\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \mp 2H_0 \pm 2m_0 f_0^a] \sum_{l,m} \nu_{l,m}^{\pm} Y_l^m(\theta, \phi) + \frac{eH_0}{m^*} \sum_{l,m} m \left(1 + \frac{F_l^a}{2l+1}\right) \nu_{l,m}^{\pm} Y_l^m(\theta, \phi) = \\ & = [N(0)\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \pm 2m_0][-\delta H^{\pm} + \sum_{l,m} \frac{f_l^a \nu_{l,m}^{\pm}}{2l+1} Y_l^m(\theta, \phi)]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Agora, sendo a relação entre os ângulos  $\gamma$  (ângulo entre  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{q}$ , ver Fig. 3.5),  $\theta$  e  $\theta_q$ , utilizando novamente o teorema da adição ao passo que projetamos a Eq. (3.36) nas amplitudes  $l = 0$  ( $m = 0$ ) e  $l = 1$  ( $m = -1, 0, 1$ ), encontramos quatro relações entre as amplitudes de distorção das superfícies e Fermi.

Para  $l = 0$  e  $m = 0$ ,

$$\begin{aligned} & [\bar{\omega}] \nu_{0,0}^{\pm} + \\ & - \frac{qv_F}{3} (4\pi)^{1/2} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \{ -[Y_1^{-1}(\theta_q, \phi_q)]^* \nu_{1,-1}^{\pm} + [Y_1^0(\theta_q, \phi_q)]^* \nu_{1,0}^{\pm} - [Y_1^1(\theta_q, \phi_q)]^* \nu_{1,1}^{\pm} \} = \\ & = \mp (4\pi)^{1/2} 2m_0 \delta H^{\pm}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

para  $l = 1$  e  $m = -1$ ,

$$\begin{aligned} & [\bar{\omega} \pm 2m_0 \left(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}\right) - H^* \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)] \nu_{1,-1}^{\pm} + \\ & - \frac{qv_F}{3} (4\pi)^{1/2} (1 + F_0^a) [Y_1^{-1}(\theta_q, \phi_q)]^* \nu_{0,0}^{\pm} = \\ & = -N(0) (4\pi)^{\frac{qv_F}{3}} \delta H^{\pm} [Y_1^{-1}(\theta_q, \phi_q)]^*, \end{aligned} \quad (3.38)$$

para  $l = 1$  e  $m = 0$ ,

$$\begin{aligned} & [\bar{\omega} \pm 2m_0 \left(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}\right)] \nu_{1,0}^{\pm} + \\ & + \frac{qv_F}{3} (4\pi)^{1/2} (1 + F_0^a) [Y_1^0(\theta_q, \phi_q)]^* \nu_{0,0}^{\pm} = \\ & = -N(0) (4\pi)^{\frac{qv_F}{3}} \delta H^{\pm} [Y_1^0(\theta_q, \phi_q)]^* \end{aligned} \quad (3.39)$$

e para  $l = 1$  e  $m = 1$ ,

$$\begin{aligned} & [\bar{\omega} \pm 2m_0 \left(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}\right) + H^* \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)] \nu_{1,1}^{\pm} + \\ & - \frac{qv_F}{3} (4\pi)^{1/2} (1 + F_0^a) [Y_1^1(\theta_q, \phi_q)]^* \nu_{0,0}^{\pm} = \\ & = -N(0) (4\pi)^{\frac{qv_F}{3}} \delta H^{\pm} [Y_1^1(\theta_q, \phi_q)]^*, \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde desconsideramos a frequência de Lamor  $\mp 2H_0$  e  $H^* = eH_0/m^*$  cujo único efeito é provocar um deslocamento do espectro. Basicamente, trunca-se as amplitudes em  $l = 1$  pelo fato das magnitudes de oscilação para  $l > 1$  serem muito pequenas uma vez que  $qv_F \approx |(2m_0/N(0))(\nu_{3,m}/\nu_{2,m})|$  onde  $\nu_{1,m} \gg \nu_{2,m} \gg \nu_{3,m}$ , e assim a hipótese consiste em escolher a contribuição de distorção da superfície de Fermi para  $l = 1$  por ser a mais relevante.

Para encontrar a relação de dispersão, consideramos oscilações livres, onde  $\delta H^\pm = 0$ . Das equações (3.37), (3.38), (3.39) e (3.40) encontramos a relação de dispersão

$$\begin{aligned} \omega + c_s^2 q^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{\sin^2(\theta_q) e^{2i\phi_q}}{\omega + M_0 \left( F_0^a - \frac{F_1^a}{3} \right) - H_0 \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)} + \right. \\ \left. + \frac{\cos^2(\theta_q)}{\omega + M_0 \left( F_0^a - \frac{F_1^a}{3} \right)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{\sin^2(\theta_q) e^{-2i\phi_q}}{\omega + M_0 \left( F_0^a - \frac{F_1^a}{3} \right) + H_0 \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde  $c_s^2$  é a velocidade de quase-partícula e  $M_0 = 2m_0/N(0)$ . Podemos expandir a Eq. (3.41) em torno de  $q = 0$  e obter a relação no limite de transferência de pequenos momentos. A Fig. 3.6 mostra os gráficos obtidos a partir da relação de dispersão neste limite para a situação em que  $H_0 = 0 \text{ meV}$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $\phi_q = 0 \text{ rad}$ . Estas condições são idênticas a abordagem encontrada na Ref. (1) de forma que os mesmos resultados são observados. Como vemos na Fig. 3.6, o acionamento do parâmetro  $F_1^a$  desloca o modo coletivo tipo “Higgs” para fora da região do contínuo-partícula buraco fazendo com que este modo deixe de ser atenuado. No entanto, como mencionado anteriormente, considerar a expansão da distorção da superfície de Fermi em termos dos harmônicos esféricos gera um grau de liberdade adicional no qual podemos escolher o ângulo  $\theta_q$  do vetor de onda  $\mathbf{q}$  em relação ao campo magnético externo  $H_0$  fixo na direção  $\hat{z}$ . Na Ref. (1) não é considerado o acoplamento carga-campo de modo que os efeitos de  $H_0$  sobre o sistema, se reduz a frequência de Lamor,  $\omega_L = \mp 2H_0$ . Devido ao termo de acoplamento carga-campo, temos como consequência que o modo massivo tipo “Higgs” se degenera com o acionamento de  $H_0$  para uma direção de  $\mathbf{q}$  não paralela a  $H_0$ . Este efeito foi estudado. Na Ref. (2) para caso restrito em que  $\theta_q = \pi/2$ , onde o modo massivo tipo “Higgs” se torna duplamente degenerado tal como acontece no efeito Zeeman (50) para um sistema de dois níveis. A relação de dispersão mostrada na Fig. (3.7) é obtida considerando nossos cálculos e mostra que para  $\theta_q = \pi/2$ , também encontramos o modo massivo tipo “Higgs” duplamente degenerado.

Com o grau de liberdade adicional (ângulo  $\theta_q$ ) decorrente da expansão

$$\nu_{\mathbf{p}} = \sum_{l,m} \nu_{l,m} Y_l^m(\theta, \phi), \quad (3.42)$$

podemos investigar a região intermediária que se encontra entre a direção perpendicular e a paralela do vetor de onda  $q$  em relação ao campo magnético externo  $H_0$ . Na relação de dispersão mostrada na Fig. 3.8, temos o caso em que  $\theta_q = \pi/4$  onde variamos  $H_0$  e o parâmetro  $F_1^a$ . Assim, o vetor de onda se encontra no intervalo onde  $0 \leq \theta_q \leq \pi/2$  ainda não estudado anteriormente. Vemos que a mudança nos parâmetros  $H_0$  e  $F_1^a$  não resultam em modificações para o modo de Goldstone (mágnons) correspondentes à curva preta enquanto que o modo massivo tipo Higgs apresenta uma tripla degenerescência (curva verde azul e vermelha). Este resultado é inteiramente novo e corresponde ao esperado uma vez que  $l = 1$  temos três níveis de degenerescência correspondentes a  $m = -1, 0, 1$ . Na Ref. (2) foi encontrada uma dupla degenerescência mas não fica claro qual a relação entre a dupla degenerescência e as amplitudes de distorção da superfície de Fermi. Segundo a nossa descrição, o campo magnético  $H_0$  diferencia cada harmônico referente às amplitudes de distorção que ocorrem devido ao pulso magnético aplicado e que se reflete nos modos propagantes. Como truncamos a Eq. (3.36) em  $l = 1$ , temos três modos de oscilação referentes aos subníveis  $m = -1, 0$  e  $1$ . Note ainda que os três modos propagantes são uma consequência das Eqs. (3.38), (3.39) e (3.40). Para  $\theta_q = 0$ , vemos só o modo referente ao hamônico  $Y_1^0$ . Para  $\theta_q = \pi/2$ , vemos os modos propagantes referentes aos harmônicos  $Y_1^{-1}$  e  $Y_1^1$ . No intervalo  $0 \leq \theta_q \leq \pi/2$ , vemos os três modos simultaneamente. Para  $H_0 = 0$ , não ocorre degenerescência em qualquer das direções e vemos sempre o modo de amplitude descrito na Ref. (1). De fato se o problema não depende do ângulo azimutal  $\phi_q$  e  $H_0 = 0$ , então não há restrição alguma sobre o ângulo  $\theta_q$  na Eq. (3.41) ( $\sin^2(\theta_q) + \cos^2(\theta_q) = 1$ ) e esta pode ser escrita na forma da equação de segundo grau

$$\omega^2 + \omega^\pm \omega + c_s^2 q^2 = 0 \quad (3.43)$$

cujas soluções no limite de transferência de pequenos momentos

$$\omega_1 = \frac{c_s^2}{\omega^\pm} q^2, \quad (3.44)$$

$$\omega_2 = \omega^\pm - \frac{c_s^2}{\omega^\pm} q^2, \quad (3.45)$$

são exatamente as relações (3.19) e (3.20) encontradas por aqueles autores. Como observação final, se considerarmos  $l > 1$ , como consequência, teríamos novos modos propagantes e outros subníveis degenerados. No entanto, como já mencionado, a hipótese consiste em estudar a contribuição de ordens para  $l = 0$  e  $l = 1$  que correspondem às amplitudes de

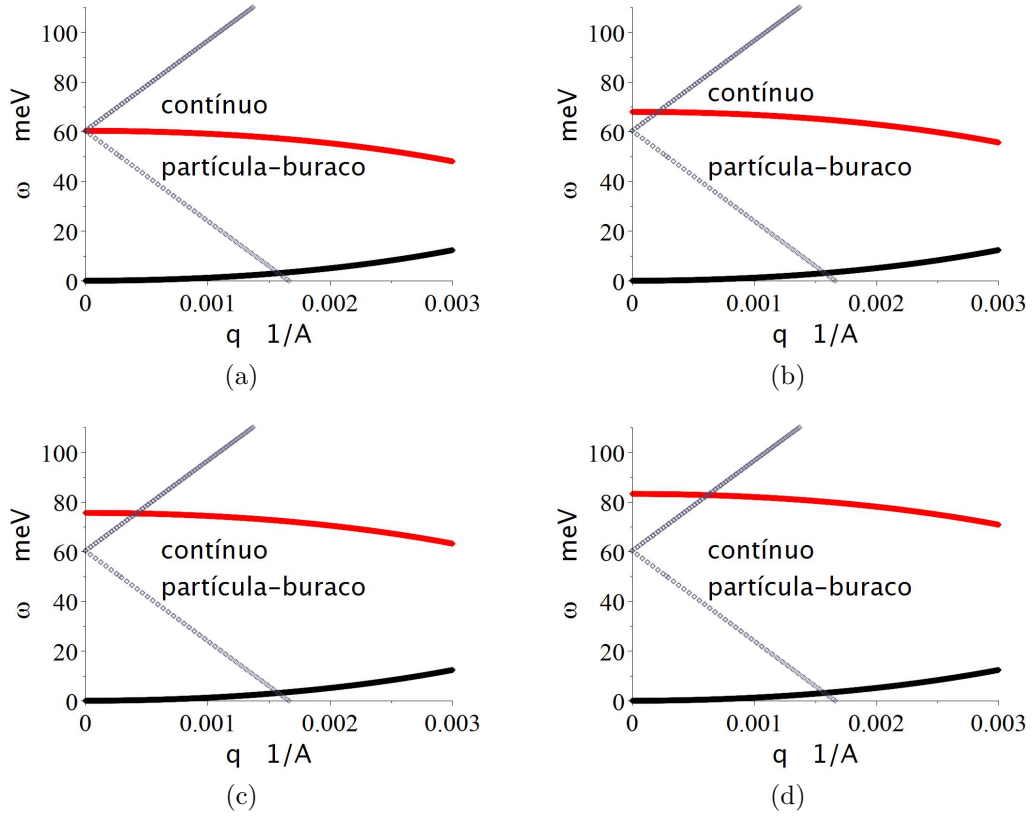


FIGURA 3.6 – Relação de dispersão  $\omega \times q$ . Temos que a região do contínuo partícula-buraco delimitada pelas retas (curva cinza), o modo de Goldstone (mágnons) onde  $\omega \rightarrow 0$  se  $q \rightarrow 0$  (curva preta) e o modo de amplitude tipo “Higgs” onde  $\omega \rightarrow \text{GAP}$  se  $q \rightarrow 0$  (curva vermelha). Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi* no qual  $F_0^a = -1.16$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3 m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ . O problema possui simetria azimutal tal que podemos tomar a escolha  $\phi_q = 0$ . No caso (a),  $F_1^a = 0$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$  e o modo de amplitude tipo “Higgs” se encontra completamente na região do contínuo partícula-buraco e portanto é atenuado. No caso (b),  $F_1^a = 0.44$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ . No caso (c),  $F_1^a = 0.88$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ . No caso (d),  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = 0 \text{ rad}$  e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ . O acionamento do parâmetro  $F_1^a$  desloca o modo tipo “Higgs” para fora da região do contínuo partícula-buraco.

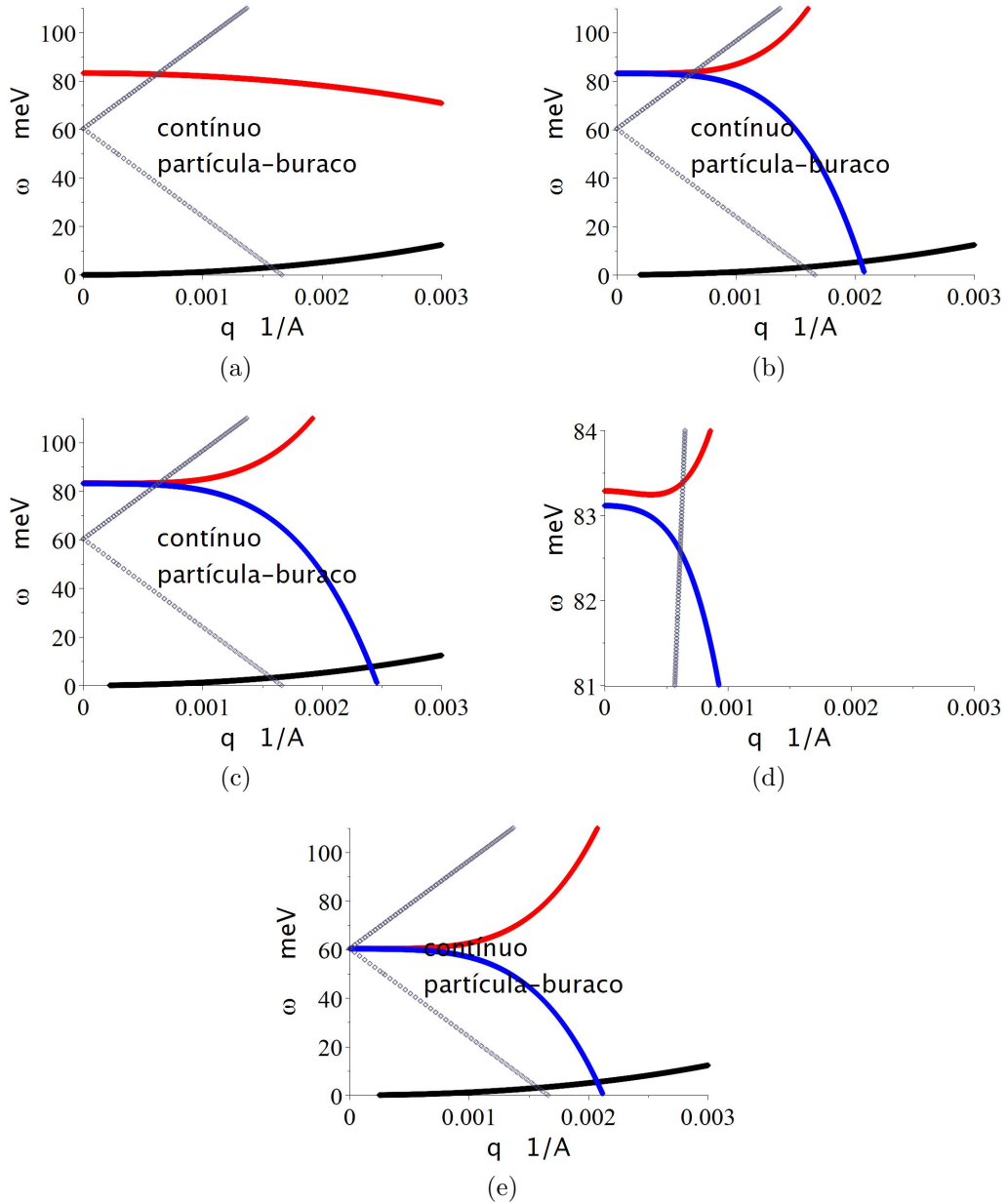


FIGURA 3.7 – Relação de dispersão  $\omega \times q$ . Temos que a região do contínuo partícula-buraco delimitada pelas retas (curva cinza), o modo de Goldstone (mágnons) onde  $\omega \rightarrow 0$  se  $q \rightarrow 0$  (curva preto) e o modo de amplitude tipo “Higgs” onde  $\omega \rightarrow \text{GAP}$  se  $q \rightarrow 0$  (curva vermelha). O problema possui simetria azimutal tal que podemos tomar a escolha  $\phi_q = 0$ . No caso (a), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/2$  rad e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ , ou seja, o vetor de onda está perpendicular ao campo magnético externo e o modo de amplitude tipo “Higgs” não apresenta degenerescência. No caso (b), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/2$  rad e  $H_0 = 0.03 \text{ meV}$  e vemos que o modo de amplitude apresenta dupla degenerescência como previsto na Ref. (2) (curvas vermelha e azul). No caso (c), temos,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/2$  rad e  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  e no caso (d), temos um zoom do caso (c) em que  $81 \text{ meV} \leq \omega \leq 84 \text{ meV}$ . No caso (e),  $F_1^a = 0$ ,  $\theta_q = \pi/2$  rad e  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  e o modo massivo tipo “Higgs” degenerado encontra-se inteiramente dentro da região do contínuo partícula-buraco e é atenuado. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi*, ou seja,  $F_0^a = -1.16$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ .

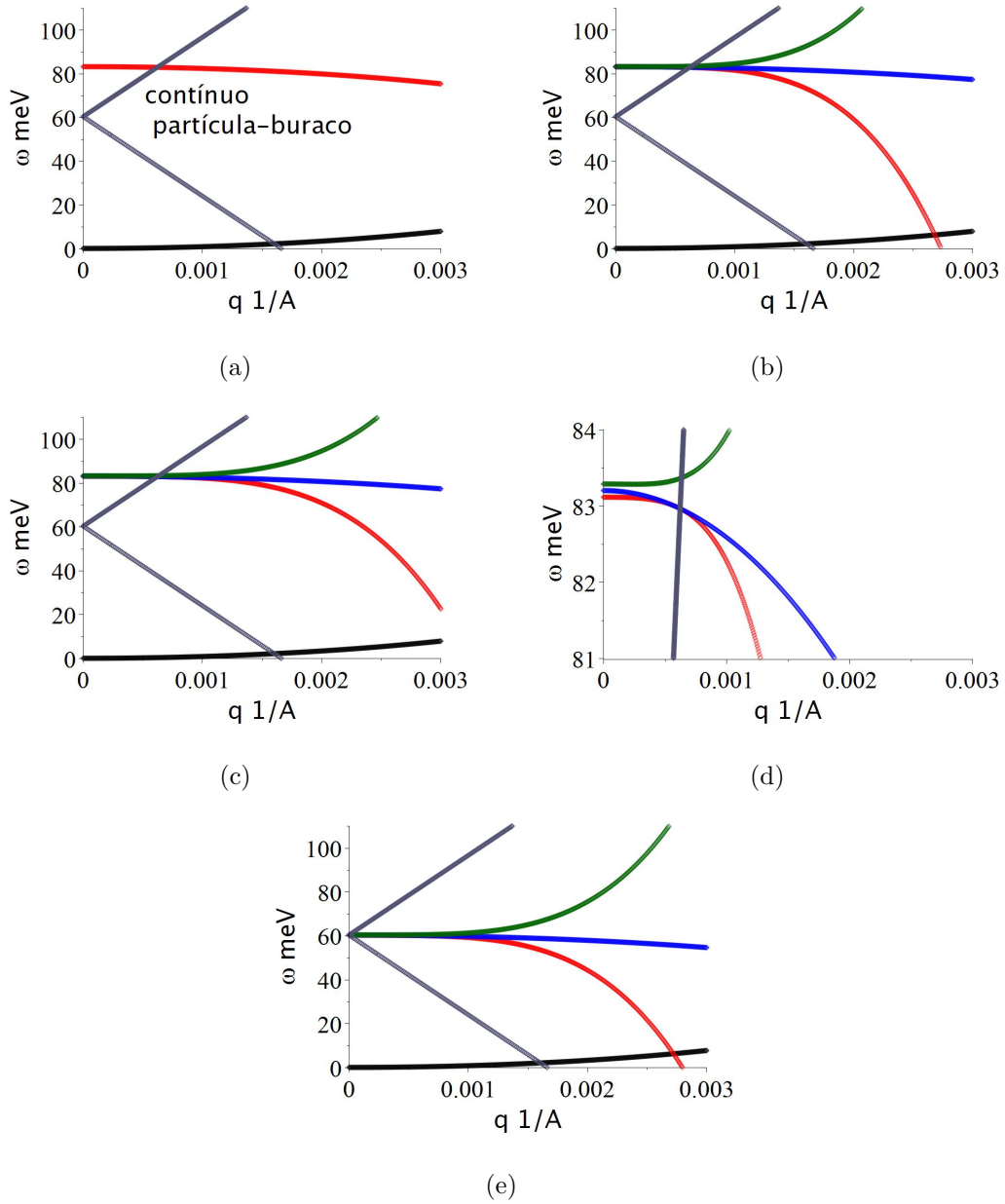


FIGURA 3.8 – Relação de dispersão  $\omega \times q$ . Temos que a região do contínuo partícula-buraco delimitada pelas retas (curva cinza), o modo de Goldstone (mágnons) onde  $\omega \rightarrow 0$  se  $q \rightarrow 0$  (curva preto) e o modo de amplitude tipo “Higgs” onde  $\omega \rightarrow \text{GAP}$  se  $q \rightarrow 0$  (curva vermelha). O problema possui simetria azimutal tal que podemos tomar a escolha  $\phi_q = 0$ . No caso (a), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0 \text{ meV}$ , ou seja, o vetor de onda não é paralelo nem perpendicular ao campo magnético externo e o modo de amplitude tipo “Higgs” não apresenta degenerescência. No caso (b), temos  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0.03 \text{ meV}$  e vemos que o modo de amplitude apresenta tripla degenerescência (curvas vermelha, azul e verde). No caso (c), temos,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  e no caso (d), temos um zoom do caso (c) em que  $81 \text{ meV} \leq \omega \leq 84 \text{ meV}$ . No caso (e),  $F_1^a = 0$ ,  $\theta_q = \pi/4$  rad e  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  e o modo massivo tipo “Higgs” degenerado encontra-se inteiramente dentro da região do contínuo partícula-buraco e é atenuado. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco *MnSi*, ou seja,  $F_0^a = -1.16$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ .



distorções da superfície de Fermi mais relevantes uma vez que estas ficam muito menores conforme  $l$  cresce.

*Fator de estrutura dinâmico.*

O fator de estrutura dinâmico é dado pela parte imaginária da susceptibilidade dinâmica, ou seja,  $S(q, \omega) \sim -\frac{1}{\pi} \Im(\chi)$ . A susceptibilidade dinâmica na direção perpendicular ao eixo  $\hat{z}$  é definida por

$$\chi^\pm(q, \omega) = \frac{\nu_{0,0}^\pm}{\delta H_0^\pm} \equiv \frac{2 \sum_{\mathbf{p}} (-1/N(0)) (\partial n_{\mathbf{p}}^0 / \partial \varepsilon_{\mathbf{p}}) \nu_{\mathbf{p}}^\pm}{\delta H_0^\pm} \quad (3.46)$$

onde  $\nu_p^\pm$  são as amplitudes de distorção da superfície de Fermi. Das Eqs. (3.38), (3.39) e (3.40), podemos isolar as amplitudes tal que

$$\nu_{1,-1}^\pm = \alpha(\theta_q, \phi_q) \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (4\pi)^{\frac{1}{2}} (1 + F_0^a) \nu_{0,0}^\pm - \frac{1}{3} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (4\pi) N(0) \delta H^\pm \right\} \quad (3.47)$$

$$\nu_{1,0}^\pm = \beta(\theta_q, \phi_q) \left\{ -\frac{1}{3} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (4\pi)^{\frac{1}{2}} (1 + F_0^a) \nu_{0,0}^\pm - \frac{1}{3} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (4\pi) N(0) \delta H^\pm \right\} \quad (3.48)$$

$$\nu_{1,1}^\pm = \gamma(\theta_q, \phi_q) \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (4\pi)^{\frac{1}{2}} (1 + F_0^a) \nu_{0,0}^\pm - \frac{1}{3} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (4\pi) N(0) \delta H^\pm \right\} \quad (3.49)$$

onde

$$\alpha(\theta_q, \phi_q) = \frac{qv_F \sin(\theta_q e^{i\phi_q})}{\bar{\omega} \pm 2m_0 \left( f_0^a - \frac{f_1^a}{3} \right) - H^* \left( 1 + \frac{f_1^a}{3} \right)} \quad (3.50)$$

$$\beta(\theta_q, \phi_q) = \frac{qv_F \cos(\theta_q e^{i\phi_q})}{\bar{\omega} \pm 2m_0 \left( f_0^a - \frac{f_1^a}{3} \right)} \quad (3.51)$$

$$\gamma(\theta_q, \phi_q) = -\frac{qv_F \sin(\theta_q e^{-i\phi_q})}{\bar{\omega} \pm 2m_0 \left( f_0^a - \frac{f_1^a}{3} \right) + H^* \left( 1 + \frac{f_1^a}{3} \right)}. \quad (3.52)$$

Por outro lado, da Eq. (3.36), temos que

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{p}} \nu_{\mathbf{p}}^\pm &= \left( \frac{N(0) \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \pm 2m_0}{\bar{\omega} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \pm 2m_0 f_0^a} \right) \left\{ -\delta H^\pm + f_0^a \nu_{0,0}^\pm Y_0^0(\theta, \phi) + \right. \\ &+ \frac{f_1^a}{3} \left( \nu_{1,-1}^\pm Y_1^{-1}(\theta, \phi) + \nu_{1,0}^\pm Y_1^0(\theta, \phi) + \nu_{1,1}^\pm Y_1^1(\theta, \phi) \right) \left. \right\} + \\ &+ \left( \frac{H^* \left( 1 + \frac{f_1^a}{3} \right)}{\bar{\omega} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \pm 2m_0 f_0^a} \right) \left( \nu_{1,-1}^\pm Y_1^{-1}(\theta, \phi) - \nu_{1,1}^\pm Y_1^1(\theta, \phi) \right). \end{aligned} \quad (3.53)$$

Das Eqs. (3.47), (3.48), (3.49), (3.53) e da definição (3.46), encontramos que a susceptibilidade dinâmica é dada por

$$\chi^\pm = \frac{-\sqrt{4\pi}\chi_{0,0}^\pm - N(0) (\alpha(\theta_q, \phi_q)\bar{\chi}_{1,-1}^\pm + \beta(\theta_q, \phi_q)\bar{\chi}_{1,0}^\pm + \gamma(\theta_q, \phi_q)\bar{\chi}_{1,1}^\pm)}{1 - \left( f_0^a \chi_{0,0}^\pm + \alpha(\theta_q, \phi_q)\bar{\bar{\chi}}_{1,-1}^\pm - \beta(\theta_q, \phi_q)\bar{\bar{\chi}}_{1,0}^\pm + \gamma(\theta_q, \phi_q)\bar{\bar{\chi}}_{1,1}^\pm \right)}, \quad (3.54)$$

onde, no limite termodinâmico,

$$\chi_{0,0}^\pm = \left( \frac{1}{4\pi} \right)^{3/2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta (\dots)_{0,0} \sin(\theta) \quad (3.55)$$

$$\bar{\chi}_{1,-1}^\pm = \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta (\dots)_{1,-1} \sin^2(\theta) e^{-i\phi} \quad (3.56)$$

$$\bar{\chi}_{1,0}^\pm = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta (\dots)_{1,0} \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (3.57)$$

$$\bar{\bar{\chi}}_{1,-1}^\pm = -\frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta (\dots)_{1,1} \sin^2(\theta) e^{i\phi} \quad (3.58)$$

com

$$(\dots)_{0,0} \equiv \frac{N(0)qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0}{\bar{\omega} - qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0 f_0^a} \quad (3.59)$$

$$(\dots)_{1,-1} \equiv \frac{(N(0)qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0) \frac{f_1^a}{3} + H^* \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)}{\bar{\omega} - qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0 f_0^a} \quad (3.60)$$

$$(\dots)_{1,0} \equiv \frac{(N(0)qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0) \frac{f_1^a}{3}}{\bar{\omega} - qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0 f_0^a} \quad (3.61)$$

$$(\dots)_{1,1} \equiv \frac{(N(0)qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0) \frac{f_1^a}{3} - H^* \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)}{\bar{\omega} - qv_F (\sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta)) \pm 2m_0 f_0^a} \quad (3.62)$$

e  $\bar{\bar{\chi}}_{l,m}^\pm = \frac{(1+F_0^a)}{\sqrt{4\pi}} \bar{\chi}_{l,m}^\pm$  com  $l = 1$  e  $m = -1, 0, 1$ .

Para resolver as integrais (3.55), (3.56), (3.57) e (3.58) procedemos com um cálculo numérico utilizando uma rotina em python que possibilitou encontrarmos o fator de estrutura dinâmico. Os resultados são mostrados a seguir.

As Figs. (3.9), (3.10), (3.11), (3.12), apresentam o pico referente aos mágnons na região

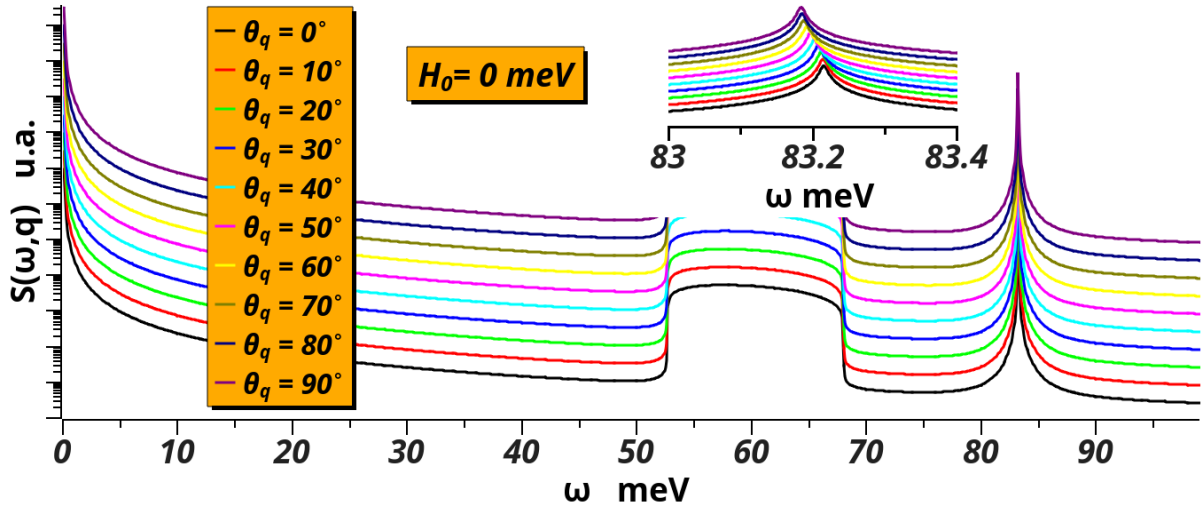


FIGURA 3.9 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1}m^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ ,  $H_0 = 0 \text{ meV}$  cada curva representa uma variação de 10 graus no ângulo  $\theta_q$  formado entre o vetor de onda  $\mathbf{q}$  e o campo magnético externo  $H_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $\theta_q$  varia não se degenera.

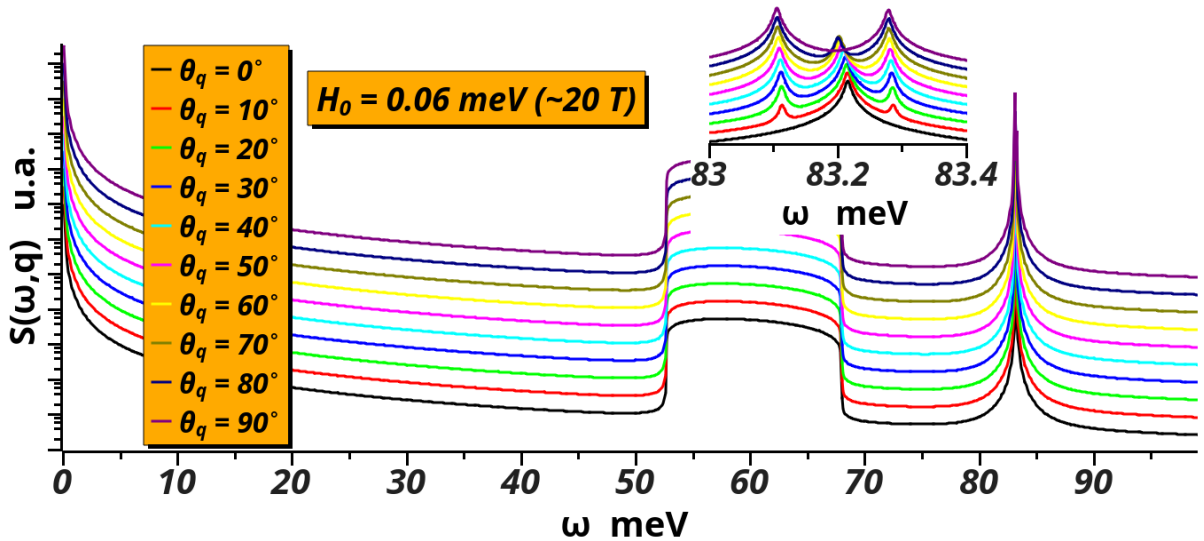


FIGURA 3.10 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1}m^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ ,  $H_0 = 0.06 \text{ meV}$  ( $\sim 20 \text{ T}$ ). Cada curva representa uma variação de 10 graus no ângulo  $\theta_q$  formado entre o vetor de onda  $\mathbf{q}$  e o campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $\theta_q$  varia, não se degenera para  $\theta_q = 0^\circ$ , possui uma tripla degenerescência para  $0^\circ < \theta_q < 90^\circ$  e uma dupla degenerescência para  $\theta_q = 90^\circ$ .

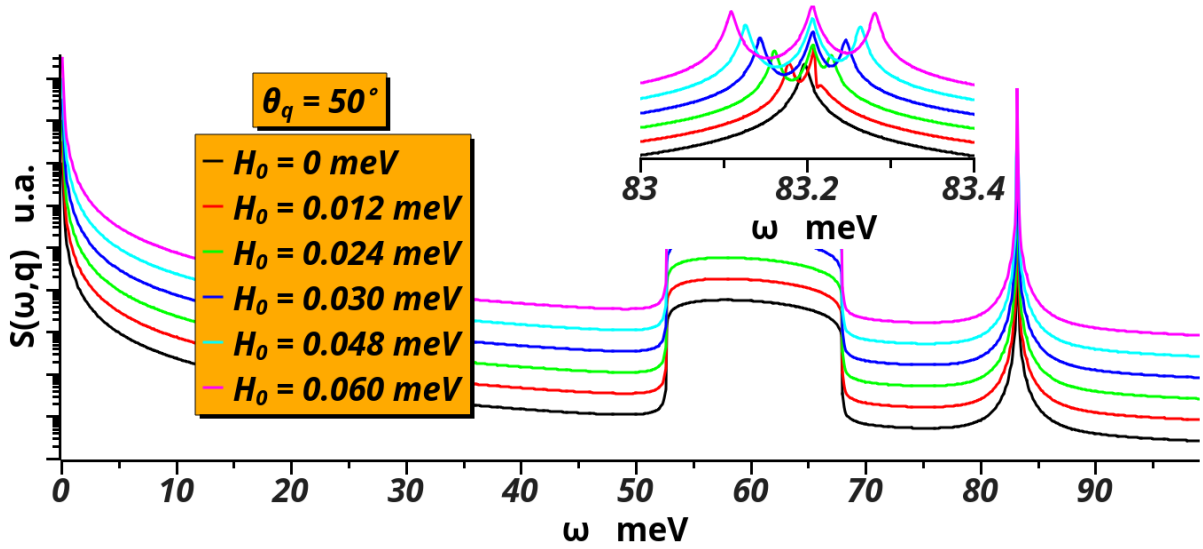


FIGURA 3.11 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados na Ref. (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3 m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_q = 50^\circ$ . Cada curva representa uma variação de  $0.012 \text{ meV}$  no campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $H_0$  varia, o modo massivo adquire um tripla degenerescência onde cada pico se torna mais afastado conforme o valor de  $H_0$  aumenta.

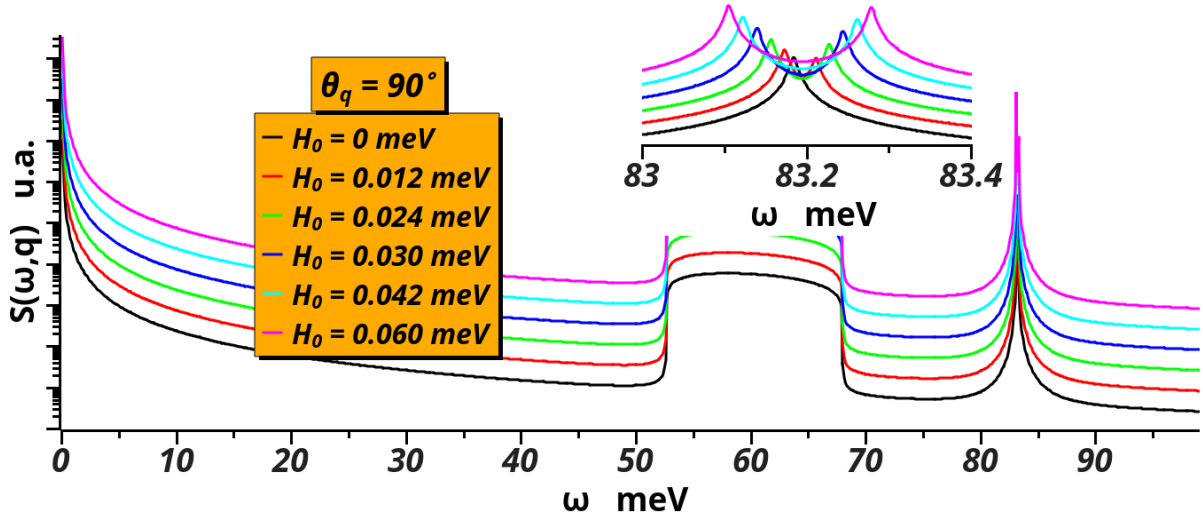


FIGURA 3.12 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias. Os parâmetros são os mesmos utilizados (1) para modelagem do ferromagneto itinerante fraco  $MnSi$  onde  $q = 0.0320 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $N(0) = 6.4 \times 10^{24} \text{ eV}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ,  $k_F = 1.23 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $m^* = 39.3 m_e$ ,  $E_F = 0.147 \text{ eV}$  e  $v_F = 3.63 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_q = 90^\circ$ . Cada curva representa uma variação de  $0.012 \text{ meV}$  no campo magnético externo  $\mathbf{H}_0$ . O zoom na abscissa mostra que o modo massivo, conforme  $H_0$  varia, o modo massivo adquire uma dupla degenerescência onde cada pico se torna mais afastado conforme o valor de  $H_0$  aumenta.

$\omega \sim 0$ , o contínuo partícula-buraco para  $53 \text{ meV} < \omega < 69 \text{ meV}$  e o modo massivo tipo “Higgs”, às vezes não degenerado, às vezes duplamente degenerado e às vezes triplamente degenerado na região em que  $\omega \sim 83.2 \text{ meV}$ . Vemos na Fig. (3.9) que se o campo externo  $H_0$  é desligado, todas as direções do vetor de onda  $\mathbf{q}$  revelam um pico não degenerado referente ao modo massivo tipo “Higgs”. Na Fig. (3.10) ligamos o campo magnético externo e para  $\theta_q = 0^\circ$  o pico referente ao modo massivo ainda é não degenerado. Este resultado também foi obtido na Ref. (1) na situação em que as amplitudes são expandidas em termos dos polinômios de Legendre sem o termo de acoplamento carga-campo na equação cinética. Por outro lado para a situação em que  $\theta_q = 90^\circ$ , o modo massivo tipo “Higgs” apresenta uma dupla degenerescência. Este resultado foi obtido na Ref. (2) ao considerar o acoplamento carga-campo na equação cinética para a situação exclusiva em que  $\theta_q = 90^\circ$ , ou seja, outros valores do ângulo de  $\theta_q$  não foram investigadas por estes autores. Como vemos, para o intervalo  $0^\circ < \omega < 90^\circ$ , o modo massivo tipo “Higgs” apresenta uma tripla degenerescência. Segundo a Ref. (2), a degenerescência do modo massivo seria dupla, correspondente a um sistema de dois níveis tal qual ocorre no efeito Zeeman. Como vemos, o efeito de considerar o acoplamento carga-campo com a liberdade de escolha da direção do vetor de onda  $\theta_q$ , gera também uma espécie de efeito Zeeman, mas para um sistema de 3 níveis, onde cada nível está relacionado a um subnível de distorção de amplitude da superfície de Fermi  $m$  ( $m = -1, 0, 1$ ).

Na Figs. (3.11), (3.12) selecionamos  $\theta_q = 50^\circ$  e  $90^\circ$  e variamos o valor do campo magnético externo  $H_0$  de modo crescente. Observamos, novamente que para  $H_0 = 0 \text{ meV}$ , o pico referente ao modo massivo tipo “Higgs” não apresenta degenerescência. Ao passo que o campo magnético aumenta de valor, a distância entre os picos referentes a degenerescência do modo massivo também aumenta. Este fato ocorre tanto para degenerescência dupla quanto a tripla.

Estas assinaturas do modo massivo tipo “Higgs” podem ajudar a identificar os padrões de espalhamento medidos no experimento de espalhamento inelástico de nêutrons e que estão sob análise (ver anexo A).

### 3.3 Detecção indireta do modo massivo.

No caso de ferromagnetos itinerantes com um momento magnético grande como o  $Fe$  e  $Ni$ , o decaimento da magnetização decorre da formação de ondas de spin (mágnons) devido ao aumento da temperatura cujo comportamento característico é proporcional  $T^{3/2}$ . Entretanto, na Ref. (3) foi mostrado que, para ferromagnetos itinerantes fracos como o  $ZrZn_2$ , o processo dominante que leva ao decaimento da magnetização ocorre devido à repopulação das superfícies de Fermi de spin- $\uparrow$  e spin- $\downarrow$ . Basicamente, os autores

comparam o termo de troca  $\Delta(T) = \epsilon(\mathbf{k}_{F\uparrow}) - \epsilon(\mathbf{k}_{F\downarrow})$  ( $\epsilon(\mathbf{k})$  é a energia de banda para o caso paramagnético), encontrada utilizando o efeito de Haas-van Alphen, com o decaimento da magnetização  $M(T)$ . Quando o mesmo procedimento é realizado para o *Fe*,  $\Delta(T)$  mantém-se constante em relação ao decaimento de  $M(T)$  (ver Fig. (3.13)).

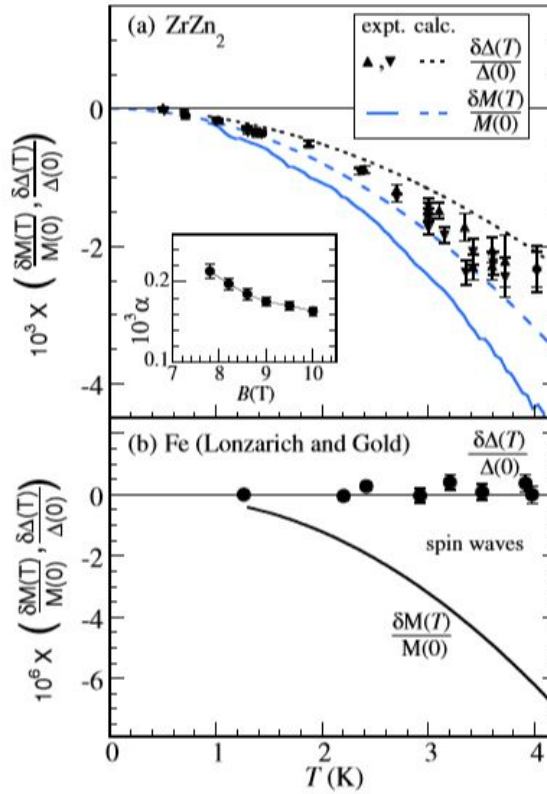


FIGURA 3.13 – Legenda traduzida e figura obtida da Ref. (3). Redução de  $\Delta(T)$  e  $M(T)$  em baixas temperaturas para o  $ZrZn_2$  e para o *Fe*. O quadro (a) mostra  $\delta\Delta(T)/\Delta(0)$  com  $B = 9.5 T$  para o  $ZrZn_2$  calculado através de medidas de dHvA (este trabalho). Os triângulos para cima e para baixo representam os resultados para as varreduras das superfícies de Fermi de spin- $\uparrow$  e spin- $\downarrow$ . A linha sólida representa  $\delta M(T)/M(0)$  e foi obtida na Ref. (4). A linha tracejada e a pontilhada são respectivamente  $\delta M(T, B)/M(0, B)$  e  $\delta\Delta(T, B)/\Delta(0, B)$  calculadas a partir do modelo dinâmico de Ginzburg-Landau. As curvas mostram um comportamento de  $T^2$  para  $\delta\Delta(T)/\Delta(0)$  sob outro mínimo do batimento. Para  $B < 7.2 T$  o sinal do ruído foi muito baixo para extrair a fase de forma confiável. O quadro (b) mostra resultados para *Fe* onde  $\Delta$  não apresentou um decaimento para  $T < 4.2 K$ .

O autores explicam o comportamento não esperado para o decaimento de  $\Delta(T)$  utilizando uma teoria aos moldes da teoria de Ginzburg-Landau, mas com componentes adicionais decorrentes de flutuações térmicas ao longo do eixo de magnetização e perpendicular a este mesmo eixo. Estas componentes adicionais surgem da aproximação Hartree-Fock (51). Este modelo tem a pretensão de explicar ferromagnetos itinerantes fracos como o  $ZrZn_2$ .

De modo resumido, este modelo considera a magnetização  $\mathbf{M}$  (parâmetro de ordem

clássico) com flutuações em torno do eixo  $\hat{z}$ , ou seja,  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M\hat{z} + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  onde  $\mathbf{m}$  depende das médias no tempo e no espaço das flutuações térmicas das componentes paralela  $\langle m_{\parallel} \rangle$  e transversal de  $\langle m_{\perp} \rangle$  em relação ao eixo  $\hat{z}$ . Da energia livre ferromagnética com os termos adicionais devido à flutuações térmicas, eles encontram a equação de estado

$$\frac{B}{H} = \frac{a}{b} + 3\langle m_{\parallel}^2 \rangle + 2\langle m_{\perp}^2 \rangle + M^2. \quad (3.63)$$

onde  $a$  e  $b$  são coeficientes fenomenológicos decorrentes da teoria de Ginzburg-Landau.

Outro aspecto interessante realizado na Ref. (3) é a associação  $\delta\Delta \propto \delta\langle |\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)| \rangle$  onde  $\delta\Delta = \Delta(T) - \Delta(0)$  e  $\langle |\mathbf{M}(\mathbf{r})| \rangle$  é o resultado da excitação térmica de baixa energia no limite de pequenos momentos. A derivação

$$\langle |\mathbf{M}(\mathbf{r})| \rangle^2 = \langle \sqrt{[M\hat{z} + \mathbf{m}(\mathbf{r})] \cdot [M\hat{z} + \mathbf{m}(\mathbf{r})]} \rangle^2 = M^2 + 2\langle m_{\perp}^2 \rangle + \dots, \quad (3.64)$$

se inserida na equação de estado (3.63) revela que, para  $B = 0$ , somente o termo  $\langle m_{\parallel}^2 \rangle$  afeta  $\Delta$ , o que é incoerente com a predição da teoria de líquido de Fermi ferromagnético onde sabe-se que o modo longitudinal é atenuado (Landau damping). No entanto, a forma em que ocorre o decaimento da magnetização (repopulação das superfícies de Fermi de spin- $\uparrow$  e spin- $\downarrow$ ) possui características semelhantes àquelas esperadas devido à existência do modo massivo tipo “Higgs”, como o fato do modo massivo ser uma consequência do processo de spin-flip que leva a variação do módulo da magnetização. Com esta hipótese, a idéia é construir uma teoria que descreva os resultados apresentados na Ref. (3) em termos da teoria de líquidos de Fermi de Landau.

#### *Energia livre.*

Para descrever os resultados observados na Ref. (3) pela teoria de líquidos de Fermi ferromagnéticos, devemos escrever a Eq. de estado (3.63) em termos dos parâmetros de Landau. Pela Ref. (1), o parâmetro  $F_1^a$  está relacionado à propagação do modo massivo tipo “Higgs” em ferromagnetos fracos como  $ZrZn_2$  e  $MnSi$ , pois, como visto na seção anterior, tal parâmetro retira o “Higgs” da região do contínuo partícula buraco tornando-o propagante. Assim, esperamos observar que o comportamento que descreve os resultados experimentais observados na Ref. (3) sobre decaimento dos termos  $\delta M$  e  $\delta\Delta$  e que introduz uma dependência do comportamento termo  $\delta\Delta$ , termo que descreve a repopulação das superfícies de Fermi de spin- $\uparrow$  e de spin- $\downarrow$ , esteja associada com parâmetro  $F_1^a$ .

Desenvolvemos uma teoria de Ginzburg-Landau de transições de fase de segunda ordem

em termos do líquido de Fermi partindo da energia livre

$$\delta\left(\frac{\Omega}{V}\right) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} (\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 - \mu) \delta n_{\mathbf{p},\sigma} + \frac{1}{2} \frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\sigma,\sigma'} \delta n_{\mathbf{p},\sigma} \delta n_{\mathbf{p}',\sigma'} + \dots, \quad (3.65)$$

para o caso ferromagnético onde  $\delta n_{\mathbf{p},\sigma} = \sigma_p \cdot \sigma$ , com  $\sigma_p = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} m \hat{z}$  e  $\sigma$  as matrizes de Pauli.

Para tanto, consideramos a perturbação longitudinal  $\phi_{\mathbf{p}}^l$  e transversal  $\phi_{\mathbf{p}}^t$  devido à flutuações térmicas

$$\sigma_p \cdot \sigma = (\sigma_{\mathbf{p}} + \phi_{\mathbf{p}}^l + 2\phi_{\mathbf{p}}^t \cos(\theta_{p,p'})) \sigma \quad (3.66)$$

na expansão

$$\begin{aligned} \sigma_p \cdot \sigma &= -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} m \sigma + \frac{1}{2!} \left(-\frac{1}{N(0)}\right)^2 \frac{\partial^2 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^2} (m\sigma)^2 \\ &+ \frac{1}{3!} \left(-\frac{1}{N(0)}\right)^3 \frac{\partial^3 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^3} (m\sigma)^3 + \frac{1}{4!} \left(-\frac{1}{N(0)}\right)^4 \frac{\partial^4 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^4} (m\sigma)^4, \end{aligned} \quad (3.67)$$

e consideramos também a expansão

$$\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma} - \mu = \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p} \Big|_{p_F} (p - p_F) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p^2} \Big|_{p_F} (p - p_F)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p^3} \Big|_{p_F} (p - p_F)^3 + \dots \quad (3.68)$$

do termo de energia de quase-partícula conforme o usual e coletamos todos os termos importantes até segunda ordem tal qual na teoria de transições de fase de segunda ordem de Landau. Note que na Eq. (3.68) o primeiro termo é  $\frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p} \Big|_{p_F} = \frac{p_F}{m^*}$  como usual. Estes termos de ordem mais alta geralmente são ignorados nos cálculos de líquidos de Fermi de forma que pouco se conhece sobre seu comportamento. Desta forma, adotamos a hipótese de que tais termos possuem uma dependência como segue:

$$\frac{\partial^j \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial p^j} \Big|_{p_F} = \frac{\bar{C}}{j!} \left(\frac{p_F}{m^*}\right)^j, \quad (3.69)$$

onde introduzimos uma fase tal que  $\varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 = e^{p \frac{p_F}{m^*}}$  e  $\bar{C} = \bar{C}(p_F)$  é a constante que decorre das derivações para  $j > 2$ .

Aqui lidamos com o problema com uma “engenharia reversa”, onde esperavamos encontrar uma equação de estado semelhante a (3.63) e nos perguntamos qual deveria ser o comportamento dos termos não lineares (3.69) para que tal resultado fosse alcançado.

Das Eqs. (3.13), (3.66), (3.67), (3.68) e (3.69), no limite termodinâmico, o primeiro



termo do lado esquerdo da igualdade da Eq. (3.65) fica

$$I = \sum_{\sigma} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} dp \frac{p^2}{(2\pi\hbar)^3} [\dots] \quad (3.70)$$

onde

$$\begin{aligned} [\dots] = & \left[ \frac{p_F}{m^*} (p - p_F) + \frac{\bar{c}}{2} \left( \frac{p_F}{m^*} \right)^2 (p - p_F)^2 + \frac{\bar{c}}{3!} \left( \frac{p_F}{m^*} \right)^3 (p - p_F)^3 + \frac{\bar{c}}{4!} \left( \frac{p_F}{m^*} \right)^4 (p - p_F)^4 \right] \times \\ & \times \left[ \frac{-1}{N(0)} \left( \frac{-m^*}{p} \right) \delta(p - p_F) [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)] \sigma + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^2 \left( \frac{-m^*}{p} \right)^2 \left[ \frac{1}{p} \delta(p - p_F) + \delta'(p - p_F) \right] [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^2 \sigma^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{3!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^3 \left( \frac{-m^*}{p} \right)^3 \left[ \frac{-3}{p^2} \delta(p - p_F) - \frac{3}{p} \delta'(p - p_F) - \delta''(p - p_F) \right] [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^3 \sigma^3 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^4 \left( \frac{-m^*}{p} \right)^4 \left[ \frac{15}{p^3} \delta(p - p_F) + \frac{15}{p^2} \delta'(p - p_F) + \frac{6}{p} \delta''(p - p_F) + \delta'''(p - p_F) \right] \right] \times \\ & \times [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^4 \sigma^4 \end{aligned} \quad (3.71)$$

e o segundo termo do lado esquerdo da igualdade da Eq. (3.65) fica

$$I = \sum_{\sigma, \sigma'} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi d\phi' \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{\pi} d\theta' \sin(\theta') \int_0^{p_F} dp \frac{p^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} dp' \frac{p'^2}{(2\pi\hbar)^3} [\dots] \quad (3.72)$$

onde

$$\begin{aligned} [\dots] = & [f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^s + \sigma \cdot \sigma' f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a] \left[ 1 + \left( \frac{\bar{c}}{1} \right) \left( \frac{p_F}{m^*} \right) (p - p_F) \left( \frac{p_F}{m^*} \right) (p' - p_F) \right] + \\ & + \left( \frac{\bar{c}}{2 \cdot 2} \right) \left( \frac{p_F}{m^*} \right) (p - p_F) \left( \frac{p_F}{m^*} \right)^2 (p' - p_F)^2 + \dots + \left( \frac{\bar{c}}{4 \cdot 4} \right) \left( \frac{p_F}{m^*} \right) (p - p_F) \left( \frac{p_F}{m^*} \right)^4 (p' - p_F)^4 \right] \times \\ & \times \left[ \frac{-1}{N(0)} \left( \frac{-m^*}{p} \right) \delta(p - p_F) [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)] \sigma + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^2 \left( \frac{-m^*}{p} \right)^2 \left[ \frac{1}{p} \delta(p - p_F) + \delta'(p - p_F) \right] [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^2 \sigma^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{3!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^3 \left( \frac{-m^*}{p} \right)^3 \left[ \frac{-3}{p^2} \delta(p - p_F) - \frac{3}{p} \delta'(p - p_F) - \delta''(p - p_F) \right] [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^3 \sigma^3 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^4 \left( \frac{-m^*}{p} \right)^4 \left[ \frac{15}{p^3} \delta(p - p_F) + \frac{15}{p^2} \delta'(p - p_F) + \frac{6}{p} \delta''(p - p_F) + \delta'''(p - p_F) \right] \right] \times \\ & \times [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^4 \sigma^4 \times \\ & \times \left[ \frac{-1}{N(0)} \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \delta(p' - p_F) [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)] \sigma' + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right)^2 \left[ \frac{1}{p'} \delta(p' - p_F) + \delta'(p' - p_F) \right] [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^2 \sigma'^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{3!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^3 \left( \frac{-m^*}{p'} \right)^3 \left[ \frac{-3}{p'^2} \delta(p' - p_F) - \frac{3}{p'} \delta'(p' - p_F) - \delta''(p' - p_F) \right] [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^3 \sigma'^3 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4!} \left( \frac{-1}{N(0)} \right)^4 \left( \frac{-m^*}{p'} \right)^4 \left[ \frac{15}{p'^3} \delta(p' - p_F) + \frac{15}{p'^2} \delta'(p' - p_F) + \frac{6}{p'} \delta''(p' - p_F) + \delta'''(p' - p_F) \right] \right] \times \\ & \times [(m + \phi_l) + 2\phi_t \cos(\theta)]^4 \sigma'^4. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Considerando as distorções na superfície de Fermi de  $l = 0$  e  $l = 1$  e coletando os

termos até segunda ordem da magnetização  $m$ , e das perturbações  $\phi_l$  e  $\phi_t$ , encontramos a energia livre

$$\delta\left(\frac{\Omega}{V}\right) = \frac{1}{2} \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} (m^2 + \phi_l^2) + \frac{1}{3N(0)} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \phi_t^2 + \frac{1}{2} \frac{\bar{C}}{N(0)^2} \left\{ \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} \phi_l^2 + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} + \frac{1}{3N(0)} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \right] \phi_t^2 \right\} m^2 + \frac{1}{4} \beta m^4, \quad (3.74)$$

onde  $\bar{C} = \bar{C}(p_F, m^*)$  é uma renormalização de  $\bar{C}$ . O parâmetro adicional  $\bar{C}$  é resultado da hipótese (3.69) e pode ser determinado fenomenologicamente, mas como veremos, a equação de estado decorrente da energia livre (3.74) independe de  $\bar{C}$ . A energia livre (3.74) é do mesmo tipo que a encontrada na Ref. (51). Se  $\bar{C} = 0$  a energia livre se resume a forma encontrada na Ref. (52) para a descrição tridimensional do ferromagneto fraco  $MnSi$ .

*Equação de estado.*

Podemos obter a equação de estado em função das perturbações  $\phi_l$  e  $\phi_t$  analisando os mínimos da energia livre (3.74). Temos que a relação termodinâmica

$$\frac{\partial(\delta\Omega/V)}{\partial M} = H \quad (3.75)$$

fornece a relação entre  $M$  e  $H$ . Desta forma, encontramos

$$H = \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} m + \frac{\bar{C}}{N(0)^2} \left\{ \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} \phi_l^2 + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} + \frac{1}{3N(0)} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \right] \phi_t^2 \right\} m + \beta m^3. \quad (3.76)$$

Se tomarmos a constante  $\beta = \frac{\bar{C}}{N(0)^2}$ , encontramos a equação de estado

$$\frac{H}{m\beta} = \frac{(1+F_0^a)}{N(0)\beta} + \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} \phi_l^2 + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} + \frac{1}{3N(0)} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \right] \phi_t^2 + m^2. \quad (3.77)$$

A Eq. (3.77) é semelhante a equação de estado proposta encontrada na Ref. (3). Comparando as duas equações, identificamos o termo

$$3\langle m_{\parallel}^2 \rangle \text{ com } \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} \phi_l^2 \quad (3.78)$$

e o termo

$$2\langle m_{\perp}^2 \rangle \text{ com } \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} \frac{(1+F_0^a)}{N(0)} + \frac{1}{3N(0)} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \right] \phi_t^2, \quad (3.79)$$

de modo que poderemos efetuar análises sobre o decaimento da magnetização em relação

ao parâmetro  $F_1^a$  associado ao modo de amplitude tipo “Higgs”. A Eq. (3.77) parece ser bastante promissora para conseguirmos uma detecção indireta do modo massivo. Entretanto, tal análise ainda não foi realizada e será objeto de estudo em um projeto futuro.

# 4 Interação de Landau e paredes de domínio.

## 4.1 Motivação e introdução.

Quando a energia dipolar de um ferromagneto completamente ordenado é reduzida, ocorre uma quebra na estrutura ferromagnética ordenada, o que leva à formação de domínios magnéticos. A estrutura de separação entre dois domínios magnéticos é chamada de parede de domínio (25).

Se induzirmos uma corrente elétrica sobre uma parede de domínio, a interação entre os spins dos portadores de carga que cruzam a parede e os spins da parede de domínio geram uma transferência de torque sobre a parede de domínio que, dependendo do valor da corrente aplicada, pode se desestabilizar e se mover(26). Entender este processo é importante para aplicações como desenvolvimento e o aprimoramento de dispositivos magnéticos(31).Tal aprimoramento requer uma escrita magnética rápida, ou seja, altas velocidades de parede de domínio, ao mesmo tempo que a densidade de corrente aplicada seja menor. Velocidades de paredes de domínio com valores relativamente altos foram observadas em nanofios de Permalloy ( $Ni_{81}Fe_{19}$ ) (53, 54), mas apresentam problemas de estabilidade quando submetidas a alta densidade de corrente de spin, altos valores de campo magnético (39, 40, 41) ou a sucessivas aplicações da densidade de corrente de spin de forma que levam ao decaimento da velocidade da parede de domínio (55). Ao mesmo tempo, as densidades de correntes aplicadas são altas e a construção de uma memória magnética, os valores da corrente aplicada não deve ser maior que  $0.5 \text{ mA}$ (56). Para obter alta velocidade de parede de domínio, é necessário que a transferência de torque entre os spins dos elétrons de condução e os spins dos elétrons da parede de domínio seja eficiente. Isto quer dizer que a razão entre a componente de torque não adiabática e adiabática deve ser 1 (38).

Alternativas para evitar os problemas acima mencionados incluem utilizar o efeito Hall do spin (57) e a combinação entre de torque de transferência de spin e torque de spin-órbita (58).

A descrição teórica da interação entre os spins da densidade de corrente induzida e dos spins da parede de domínio envolvendo o torque de transferência de spin adiabático foi descrita pela primeira vez considerando um modelo de troca  $s$ - $d$  proposto nos trabalhos de Berger e Slonczewski (26, 27, 28, 29, 30), onde os elétrons da banda  $s$  (elétrons de condução) se encontram na fase paramagnética enquanto que os elétrons da banda  $d$  (elétrons localizados cujos spins formam a parede de domínio) encontram-se na fase ferromagnética. A média dos elétrons da banda  $d$  é dada pelo parâmetro de ordem  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  como um campo clássico cuja dinâmica é descrita pela equação de Landau-Lifschitz-Gilbert (Eq. LLG) (35, 36). Por outro lado, a descrição dos elétrons de condução, geralmente, é realizada por uma equação de transporte que funciona bem em um regime semi-clássico. A interação  $s$ - $d$  é dada pelo operador de Kasuya (32) que acopla a equação LLG e a equação de transporte de maneira muito similar ao que ocorre na física do efeito Kondo(34).

Por volta de uma década atrás, foi incluída na equação LLG uma componente de torque de spin não adiabático (59, 60, 61), tal que a Eq. LLG, renomeada por equação LLG estendida, ficou escrita como

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{T}. \quad (4.1)$$

Na Eq. (4.1), como usual,  $\gamma$  é o raio giromagnético do elétron,  $\mathbf{H}_{eff}$  é o campo magnético efetivo,

$$\mathbf{H}_{eff} = \frac{H_K M_x}{M_s} \mathbf{e}_x + \frac{2A}{(M_s)^2} \nabla^2 \mathbf{M} - 4\pi M_z \mathbf{e}_z + H_e \mathbf{e}_x, \quad (4.2)$$

que inclui o campo magnético anisotrópico  $H_K$ , o campo magnético externo  $H_e$  e a constante de troca  $A$  onde  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  é a magnetização do sistema,  $M_s$  é a magnetização de saturação do sistema,  $\alpha$  é o fator de amortecimento de Gilbert e  $\mathbf{T} = \delta \mathbf{m} \times \mathbf{M} / \tau_{ex} M_s$  é a componente de torque não adiabática resultante da interação entre os spins dos elétrons condução e os elétrons localizados (que constituem a parede de domínio). Esta abordagem do problema de torque de transferência de spin, conhecida como abordagem não adiabática, explica qualitativamente as observações experimentais realizadas por Yamaguchi (42), mas possui discordância quantitativa com estas observações por um fator de 2. Yamaguchi observou que as paredes de domínio, para uma densidade de corrente induzida de  $j_e = 1.02 \times 10^{12} A/m^2$  no Pemalloy, cuja polarização  $P = 0.7$ , a magnetização de saturação  $M_s = 8 \times 10^5 A/m$  e fator de amortecimento de Gilbert  $\alpha = 0.1$ , apresenta uma velocidade de  $3m/s$ . Já os resultados teóricos apresentados pela abordagem não adiabática, utilizando os mesmo parâmetros, apresentam uma velocidade de  $6m/s$ . Os autores da teoria não adiabática atribuíram discrepância entre seus resultados e aqueles encontrados experimentalmente por Yamaguchi devido à impurezas ou defeitos não considerados pela teoria.

Embora estas abordagens tenham promovido avanços e um bom entendimento do

fenômeno de torque de transferência de spin, nenhuma delas considera a interação entre os portadores, resumindo o tratamento destes ao de elétrons livres. Assim, uma primeira melhoria no modelo da teoria não adiabática seria considerar interação entre os elétrons de condução. Em 1998, uma abordagem complementar para o problema foi realizada assumindo que os elétrons de condução interagem entre si e que sentem a magnetização resultante dos elétrons da banda  $d$  como um campo magnético externo(43). Em tal trabalho, foi derivada a equação de transporte

$$D'_s \nabla^2 \delta \mathbf{m} - \frac{1}{\tau_{ex} M_s} \delta \mathbf{m} \times \mathbf{M} - \frac{\delta \mathbf{m}}{\tau_{sf}} + \Delta = \frac{n'_0}{M_s} \partial_t \mathbf{M} - \frac{\mu_B P'}{e M_s} (\mathbf{j}_e \cdot \nabla) \mathbf{M} \quad (4.3)$$

para os elétrons de condução renormalizada pelos parâmetros de Landau  $F_l^a$ 's onde o termo

$$\frac{\Delta}{D'_s} = \frac{g n'_0}{M_s} \partial_i (\mathbf{M} \times \partial_i \delta \mathbf{M}) + \left( \frac{g n'_0}{M_s} \right)^2 \partial_i [\mathbf{M} (\mathbf{M} \cdot \partial_i \delta \mathbf{M})] \quad (4.4)$$

é uma consequência direta da interação entre os elétrons de condução (elétrons da banda  $s$ ).

Nas Eqs. (4.3) e (4.4), o coeficiente de difusão renormalizado é dado por  $D'_s = D_s / (1 + g^2 n_0^2)$  com  $D_s = (v_F^2 / 3) (1 + F_0^a) \tau'_{sf}$ ,  $v_F$  é a velocidade de Fermi,  $g = 2\tau'_{sf} (F_0^a - F_1^a / 3) / (\hbar N(0))$  é a força de interação entre os elétrons  $s$  com densidade de estados dada por  $N(0)$  (densidade de quasi-partículas),  $\tau_{sf}^{\prime -1} = (1 + F_1^a / 3) \tau_{FL}^{-1} + \tau_{sf}^{-1}$  é a aproximação do tempo de relaxação total onde  $\tau_{sf}$  é o tempo de relaxação do processo de espalhamento,  $\tau_{FL}$  é o tempo de relaxação decorrente da descrição de líquido de Fermi dos elétrons  $s$  e o tempo de relaxação  $\tau_{ex} = \hbar / S J_{ex}$  vem do termo de troca na hamiltoniana  $s$ - $d$  que afeta o campo molecular. É importante reforçar que nesta abordagem complementar, os elétrons localizados da banda  $d$  atuam como um campo magnético externo para os elétrons da banda  $s$ , de forma que na Eq. (2.19),  $H_0$  é substituído por  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ .

A partir da equação de transporte (4.3), o autor analisa o comportamento da largura crítica da parede de domínio nas proximidades da instabilidade ferromagnética ( $F_0^a \rightarrow 1_+$ ) e verificou-se que a espessura decresce.

No que segue, partimos da hipótese de que os elétrons  $s$  interagem entre si, como na abordagem complementar, e assumimos a Eq. de transporte (4.4). Derivamos uma equação LLG estendida e renormalizada pelos parâmetros de Landau. Munidos da equação renormalizada, explicamos a discrepância entre os resultados experimentais encontrados por Yamaguchi e os resultados teóricos previstos pela abordagem adiabática e analisamos o comportamento da velocidade de parede de domínio nas proximidades da instabilidade ferromagnética dos elétrons de condução, bem como o comportamento da corrente crítica neste mesmo ponto.

## 4.2 Equação LLG estendida e renormalizada.

Partindo da Eq. (4.3), podemos derivar uma nova equação LLG estendida semelhante a Eq. (4.1), mas renormalizada pelos parâmetros de Landau  $F_l^a$ . Considerando somente os termos de primeira ordem na Eq. (4.4), temos

$$\frac{\Delta}{D'_s} \cong \frac{gn'_0}{M_s} \mathbf{M} \times \nabla^2 \delta \mathbf{m}. \quad (4.5)$$

Das Eqs. (4.3) e (4.5), obtemos a equação renormalizada dependente de  $\delta \mathbf{m}$  (pequeno desvio na magnetização de equilíbrio  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ ),

$$\frac{1}{\tau_{sf}^*} \delta \mathbf{m} + \frac{1}{\tau_{sf}^* M_s} (\delta \mathbf{m} \times \mathbf{M}) = -\frac{n'_0}{M_s} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \frac{\mu_B P'}{e M_s} (\mathbf{j}_e \cdot \nabla) \mathbf{M} \quad (4.6)$$

onde  $1/\tau_{sf}^* \equiv D'_s k^2 + 1/\tau_{sf}$ ,  $1/\tau_{ex}^* \equiv 1/\tau_{ex} - D'_s k^2 gn'_0$  é o tempo de relaxação renormalizado e  $\mathbf{k} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$  é o vetor de onda de spin que surge da atuação do operador nabla  $\nabla^2 \delta \mathbf{m} = -k^2 \delta \mathbf{m}$  onde assumimos que  $\delta \mathbf{m}$  tem um comportamento de onda de spin devido à um pequeno desvio da magnetização de equilíbrio  $\delta \mathbf{m} e^{i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$  nas bandas  $s$  e  $d$ .

Utilizando as propriedades transversais do sistema decorrentes da geometria entre  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  e  $\delta \mathbf{m}$ , tal que  $\delta \mathbf{m} \cdot \mathbf{M} = 0$  e  $(\delta \mathbf{m} \times \mathbf{M})/(\tau_{ex} M_s) = \mathbf{T}$  na Eq. (4.5), encontramos uma nova componente de torque de spin similar ao da abordagem não adiabática, mas renormalizada pelos parâmetros de Landau que é dada por

$$\mathbf{T} = \frac{\tau_{ex}^*/\tau_{ex}}{[1 + (\xi^*)^2]} \left[ -\frac{n'_0}{M_s} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \frac{\xi^* n'_0}{(M_s)^2} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + b_j (\hat{\mathbf{j}}_e \cdot \nabla) \mathbf{M} - \frac{\xi^*}{M_s} b_j \mathbf{M} \times [(\hat{\mathbf{j}}_e \cdot \nabla) \mathbf{M}] \right], \quad (4.7)$$

onde  $\xi^* \equiv \tau_{ex}^*/\tau_{sf}^*$  e  $b_j \equiv \mu_b P' j_e / e M_s$ .

Esta renormalização é uma consequência direta da auto interação entre os spins dos elétrons de condução. Claramente, a Eq. (4.7) retoma a forma não adiabática quando os parâmetros de Landau ( $F_l^a$ ,  $l = 0, 1$ ), o tempo de relaxação  $\tau_{FL}$  e o termo  $k^2$  são identicamente nulos.

A Eq. (4.7), quando a interação entre os elétrons de condução é desligado ( $F_l^a = 0$ ), na situação em que  $w \gg \lambda$ ,  $k^2 \approx 0$ , é componente de torque não adiabático dependente de  $\delta \mathbf{m}$  (37).

Com a finalidade de eliminar a quantidade  $\delta \mathbf{m}$ , das Eqs. (4.1) e (4.7), encontramos uma nova Eq. LLG estendida e renormalizada,

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma^* \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha^*}{M_s} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{T}^*, \quad (4.8)$$

cuja componente de torque é dada por

$$\mathbf{T}^* = b_j^* (\hat{\mathbf{j}}_e \cdot \nabla) \mathbf{M} - \frac{c_j^*}{M_s} \mathbf{M} \times [(\hat{\mathbf{j}}_e \cdot \nabla) \mathbf{M}], \quad (4.9)$$

com os coeficientes renormalizados

$$\begin{aligned} \gamma^* &\equiv \frac{\gamma}{1 + \Gamma \frac{n'_0}{M_s}}, \\ \alpha^* &\equiv \frac{1}{1 + \Gamma \frac{n'_0}{M_s}} \left( \alpha + \Gamma \frac{\xi^*}{M_s} \frac{n'_0}{M_s} \right), \\ b_j^* &\equiv \frac{\Gamma}{1 + \Gamma \frac{n'_0}{M_s}} b_j, \\ c_j^* &\equiv \xi^* b_j^* \text{ and} \\ \Gamma &\equiv \frac{\tau_{ex}^*}{\tau_{ex}} \frac{1}{1 + (\xi^*)^2}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

### 4.3 Altas velocidades de parede de domínio.

A abordagem não adiabática do torque de transferência de spin prevê a velocidade de parede de domínio observada em nanofios de Permalloy ( $Ni_{81}Fe_{19}$ )(60). Por outro lado, deslocamento e velocidades de paredes de domínio também foram observados em experimentos com nano fios de Permalloy(42, 62, 63). Um dos experimentos comparados com as previsões teóricas estimadas pela abordagem não adiabática consistiu em uma observação direta do deslocamento de paredes de domínio com formato de vórtice e com formato transversal controlada por uma densidade de corrente de spin polarizada  $j_e = 1.2 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$  com polarização  $P = 0.7$  e uma constante de amortecimento  $\alpha = 0.1$  na ausência de campos magnéticos, onde nano fios de Permalloy foram utilizados. Nesta observação direta foi constatado o deslocamento de paredes de domínio tipo vortex e tipo transversal com uma velocidade média de  $3 \text{ m/s}$ (42).

A descrição teórica da abordagem não adiabática prevê que a velocidade de parede de



domínio é dada segundo a equação

$$v_{DW} = -\frac{c_j}{\alpha} \pm \frac{\gamma W}{\alpha} H_e \quad (4.11)$$

na direção do eixo fácil  $\mathbf{e}_x$ , onde  $W$  é o comprimento característico da parede de domínio relacionado à mobilidade da parede (velocidade de Walker). Na ausência de do campo magnético  $H_e$ ,

$$v_{DW} = -\frac{c_j}{\alpha} \quad (4.12)$$

que descreve a parede de domínio movendo se com uma velocidade constante proporcional a densidade de corrente induzida aplicada, onde  $c_j = \xi b_j$  e  $\xi$  é o fator que nos fornece o grau de não adiabaticidade entre os spins dos elétrons de condução e  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ . A Eq. (4.11) é bastante geral, descrevendo velocidades de paredes de domínio do tipo transversal e tipo longitudinal. A abordagem não adiabática, utilizando a Eq. (4.11), para  $j_e = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ ,  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $M_s = 8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $n_0/M_s \sim 10^{-2}$ ,  $\tau_{sf} \sim 10^{-12} \text{ s}$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \sim 10^{-2}$ , prevê um valor de velocidade de parede de domínio de  $6 \text{ m/s}$ , o que discorda do valor observado experimentalmente na Ref. (42) ( $v_{DW} = 3 \text{ m/s}$ ). O autores atribuem esta discrepância de um fator de 2 devido a defeitos ou impurezas não considerados na teoria(59, 37). Como podemos ver, a abordagem não adiabática fornece uma predição qualitativa para velocidade de parede de domínio com uma discrepância de um fator de 2 em relação a observação experimental. Tal discrepância pode ser explicada pela hipótese de interação entre os elétrons de condução. Utilizando a Eq. (4.8) e recalculando a Eq. (4.11), encontramos

$$v_{DW}^* = -\frac{c_j^*}{\alpha^*} \pm \frac{\gamma^* W}{\alpha^*} H_e \quad (4.13)$$

que na ausência do campo magnético  $H_e$ , e Eq. (4.13) fica

$$v_{DW}^* = -\frac{c_j^*}{\alpha^*} \quad (4.14)$$

que é semelhante a Eq. (4.12), mas renormalizada pelos parâmetros de Landau  $F_0^a$ ,  $F_1^a$  implícitos em  $c_j^*$  e  $\alpha^*$ , com dependência do vetor de onda  $k$  e do tempo de relaxação  $\tau_{FL}$ .

Para mover a parede de domínio é necessário uma energia mínima, o que exige minimizarmos a velocidade de parede de domínio (Eq. (4.14)) em relação ao vetor de onda  $k$ . Devido à dependência implícita de  $v_{DW}^*(k)$ , o mínimo da expressão foi calculado via uma rotina computacional realizada em Maple, onde encontrou-se  $k_{min} = 0$ , o que elimina a dependência da Eq. (4.14) com o parâmetro  $F_1^a$  e com o vetor de onda  $k$ . Ao mesmo tempo, a rotina estimou a velocidade de parede de domínio numericamente. Os resultados são mostrados na Fig. (4.1).

Na figura, podemos ver que ao desligar a interação fazendo  $F_0^a = 0$ , que corresponde ao limite descrito na abordagem não adiabática, a velocidade de parede de domínio é de

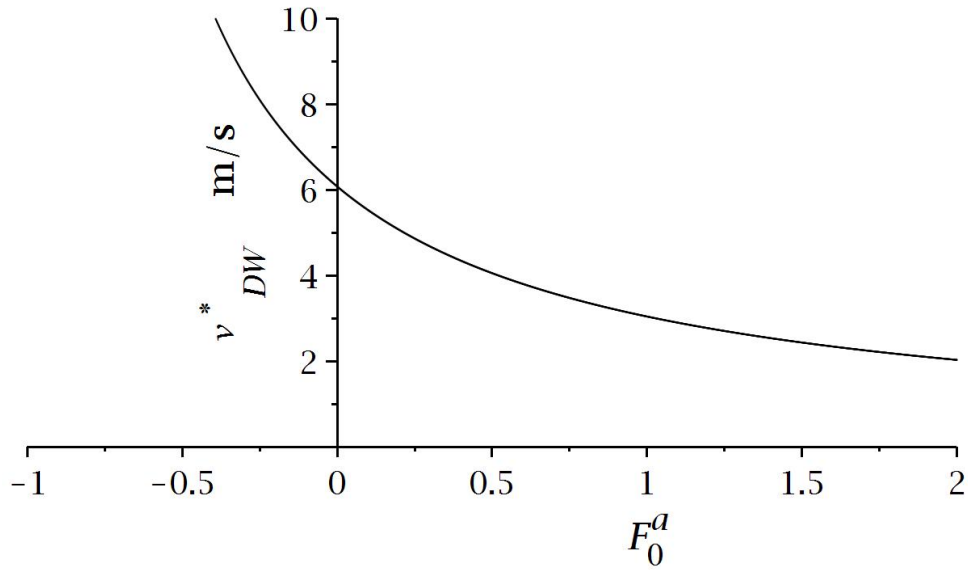


FIGURA 4.1 – Velocidade de parede de domínio ( $v_{DW}^*$ ) como função de  $F_0^a$ . Temos  $j_e = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ ,  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $M_s = 8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $n_0/M_s \approx 10^{-2}$ ,  $\tau_{FL} = \tau_{sf} \approx 10^{-12} \text{ s}$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \approx 10^{-2}$ . A transição de fase ocorre com  $F_0^a \rightarrow -1_+$ . Para  $F_0^a = 0$ ,  $v_{DW}^* \approx 6.07 \text{ m/s}$  (valor estimado pela abordagem não adiabática) e para  $F_0^a = 1.02$ ,  $v_{DW}^* \approx 3 \text{ m/s}$  (valor observado experimentalmente).

aproximadamente  $6.07 \text{ m/s}$ . Por outro lado, para  $F_0^a \approx 1.02$ , temos que a velocidade de parede de domínio é de aproximadamente  $3 \text{ m/s}$  e corresponde ao valor experimental observado na Ref. (42).

A Fig. (4.1) mostra que a hipótese dos elétrons de condução interagindo entre si explica quantitativamente a discrepância entre o resultado experimental e a previsão teórica desenvolvida pela abordagem não adiabática para o Permalloy ( $Ni_{81}Fe_{19}$ ). Este resultado indica que a hipótese de interação entre os elétrons de condução é coerente. Podemos então extrapolar as aplicações da Eq. (4.14) e estudar o comportamento da velocidade de parede de domínio nas proximidades da instabilidade ferromagnética, ou seja, quanto  $F_0^a \rightarrow -1_+$  (instabilidade de Stoner (12)).

É importante ressaltar que os parâmetros são uma consequência direta da interação entre os elétrons de condução e apesar de podermos variá-los livremente de um ponto de vista teórico, na prática isso não se aplica (a interação não pode ser manipulada diretamente no material). Desta forma, encararemos a variação do parâmetro  $F_0^a$  como uma experiência de pensamento de forma que se algum material ou liga apresente os valores aqui previstos para o parâmetro  $F_0^a$ , e que seja possível a formação de paredes de domínio, então a velocidade de parede de domínio deve se comportar conforme previsto na Fig. (4.2).

Na Fig. (4.2) observa-se que a velocidade da parede de domínio diverge conforme

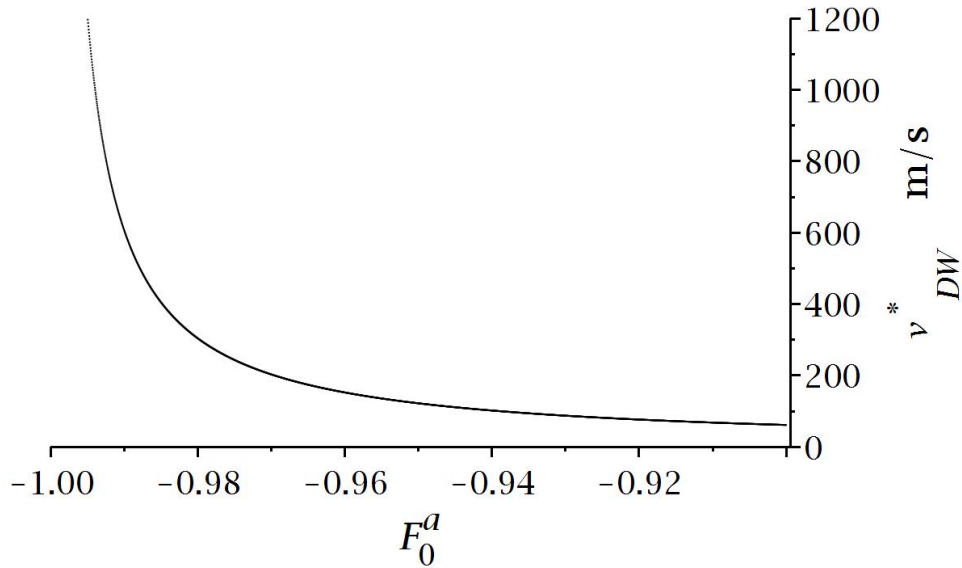


FIGURA 4.2 – Velocidade de parede de domínio  $(v^*)_{DW}$  como função de  $F_0^a$ . Temos  $j_e = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ ,  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $M_s = 8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $n_0/M_s \approx 10^{-2}$ ,  $\tau_{FL} = \tau_{sf} \approx 10^{-12} \text{ s}$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \approx 10^{-2}$ . A transição de fase ocorre com  $F_0^a \rightarrow -1_+$ .  $F_0^a = -0.99$ ,  $v_{DW}^* \approx 600 \text{ m/s}$ .

$F_0^a \rightarrow -1_+$ . Próximo da instabilidade, aumentam as flutuações ferromagnéticas que tornam a parede de domínio sensível ao torque de transferência de spin. Para  $F_0^a = -0.99$ , temos  $v_{DW} \approx 600 \text{ m/s}$ . Para descrever o experimento com Permalloy realizado na Ref. (42), encontramos  $F_0^a = 1.02$  o que significa que os elétrons de condução estão longe da transição ferromagnética, o que faz a parede de domínio mais lenta e justifica, portanto, o baixo valor da velocidade da parede de domínio encontrada na Ref. (42) para o Permalloy. A interpretação física do limite  $F_0^a \rightarrow -1_+$  é discutida na seção 4.5.

## 4.4 Corrente crítica.

A corrente crítica é a densidade de corrente necessária para desestabilizar a parede de domínio fazendo com que esta se mova. Para derivar a densidade de corrente crítica, seguiremos a abordagem não adiabática(61) e consideramos ondas de spin produzidas por uma densidade de corrente de spin induzida e aplicada sobre o eixo fácil  $\mathbf{e}_x$  como consequência do desvio na magnetização tal que

$$\mathbf{M} = M_s \mathbf{e}_x + \delta \mathbf{m} e^{i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad (4.15)$$

onde  $k$  é o vetor de onda de spin e  $\omega$  é a frequência da onda de spin. Note que a variação de  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ , que descreve a propagação da parede de domínio, é tratada como uma onda de spin. Entretanto, agora os elétrons de condução possuem um comportamento de líquido

de Fermi que, devido à interação, origina também uma onda de spin. Aqui assumimos que ambas as ondas, a que representa uma propagação dos elétrons de condução e a que representa a propagação dos elétrons que formam a parede de domínio, possuem a mesma frequência  $\omega$  e o mesmo vetor de onda  $k$ .

Das Eqs. (4.2), (4.8) e (4.15), mantendo os termos de primeira ordem em  $\delta\mathbf{m}$ , encontramos a equação secular dependente do vetor de onda  $\mathbf{k}$  e da frequência da onda de spin  $\omega$  indêntica a da abordagem não adiabática, mas renormalizada pela interação entre os elétrons de condução,

$$\begin{bmatrix} -i(\omega - b_j^* k_x) & A_1^* \\ A_2^* & -i(\omega - b_j^* k_x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta m_y \\ \delta m_z \end{bmatrix} = 0, \quad (4.16)$$

onde  $A_1^* \equiv -\gamma^*[(2A/M_s)k^2 + 4\pi M_s + H] - i\alpha^*\omega + ic_j^*k_x$ ,  $A_2^* \equiv \gamma^*[(2A/M_s)k^2 + H] + i\alpha^*\omega - ic_j^*k_x$  e  $H = H_e + H_K$ .

Tomando a solução não trivial da equação secular (4.16), podemos obter a corrente crítica

$$j^* = \frac{eM_s(1 + F_0^a)}{\mu_b P} \left(\frac{\gamma}{\Gamma}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{\xi^*}{\alpha^*}}\right) \frac{1}{k} \sqrt{\left(\frac{2A}{M_s}k^2 + H\right) \left(\frac{2A}{M_s}k^2 + H + 4\pi M_s\right)}, \quad (4.17)$$

onde fizemos  $k^2 = k_x^2$  e  $k_y = k_z = 0$ . Embora a Eq. (4.17) dependa explicitamente do parâmetro  $F_0^a$ , entender como a interação entre os elétrons de condução afeta  $j^*$  não é uma tarefa trivial, uma vez que devemos considerar as dependências implícitas do parâmetro  $F_1^a$ , do tempo de relaxação  $\tau_{FL}$  e do vetor de onda de spin  $k$ .

A Eq. (4.17) estabelece a densidade de corrente crítica necessária para desestabilizar a parede de domínio a menos do vetor de onda  $k$ . Novamente, para que a energia gasta para desestabilizar a parede de domínio seja mínima, devemos minimizar a expressão (4.17) em relação à  $k$ . Na ausência dos campos magnéticos externos ( $H_e$ ) e anisotrópicos  $H_k$ , encontramos que a densidade de corrente crítica ocorre para  $k_{min} = 0$ , o que é coerente com a condição de mínimo para a velocidade de parede de domínio encontrada na seção anterior. Assim, temos

$$j_c^*(k_c = 0) = \frac{eM_s(1 + F_0^a)}{\mu_b P} \left(\frac{\gamma}{\Gamma^*}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{\xi^*}{\alpha^*}}\right) \sqrt{\frac{2A}{M_s}} \left(\sqrt{4\pi M_s}\right). \quad (4.18)$$

A Fig. (4.3) é o gráfico gerado a partir a da Eq. (4.18) para o Permalloy onde  $M_s = 7.96 \cdot 10^5 A/m$ ,  $A = 1.3 \cdot 10^{-11} J/m$ ,  $P = 0.7$ ,  $\gamma = 1.76 \cdot 10^{11} s^{-1} T^{-1}$ ,  $\alpha = 0.085$ ,  $\tau_{FL} = 10^{-12} s$ ,  $\tau_{ex}/\tau_{sf} = 10^{-2}$  and  $n/M_s = 10^{-2}$  e  $H_k = H_e = 0T$ .

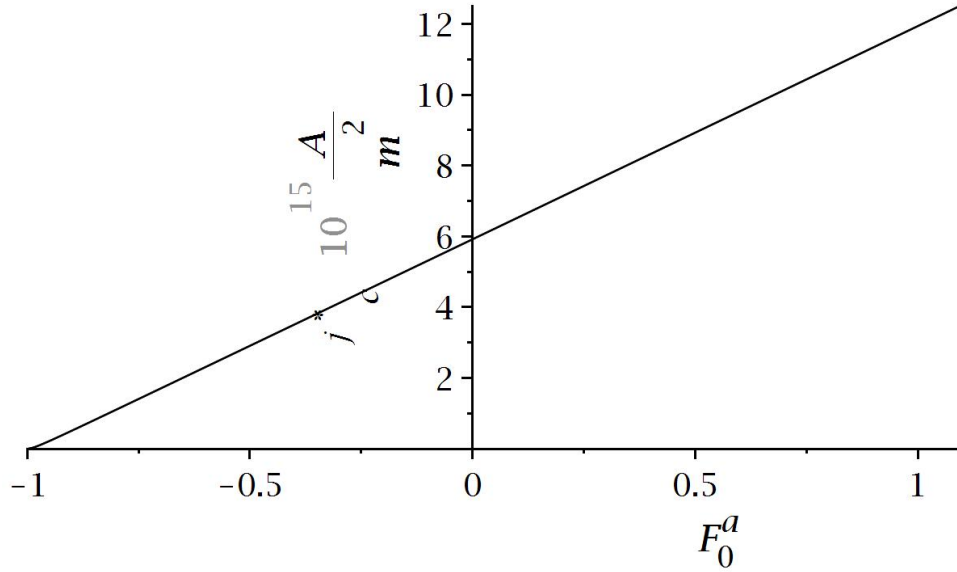


FIGURA 4.3 – Corrente crítica,  $j_c^*$  em função do parâmetro  $F_0^a$ . Temos  $P = 0.7$ ,  $\alpha = 0.085$ ,  $M_s = 7.96 \cdot 10^5 A/m$ ,  $n_0/M_s \approx 10^{-2}$ ,  $\tau_{FL} = \tau_{sf} \approx 10^{-12} s$ ,  $\xi = \tau_{ex}/\tau_{sf} \approx 10^{-2}$ . Aproxima-se da instabilidade ferromagnética conforme  $F_0^a \rightarrow -1_+$ ,  $H_e = H_k = 0$ . Para  $F_0^a = 1.02$ ,  $j_c^* \approx 1.02 \times 10^{16} A/m^2$ .

A Fig. (4.3) mostra que a densidade de corrente crítica de spin estimada para o Permalloy onde  $F_0^a = 1.02$  é de  $j_c^* \approx 1.02 \times 10^{16} A/m^2$  que é quatro ordens de grandeza maior que o utilizado no experimento realizado na Ref. (42). No entanto, os autores da abordagem não adiabática já haviam chamado a atenção para este problema e justificaram o fato com a existência de dois tipos de densidade de corrente de spin: uma densidade de corrente dos spin de bulk e outra de superfície. A Fig. (4.3) é referente densidade de corrente de elétrons de bulk segundo a abordagem não adiabática. Já a densidade de corrente de superfície estimada pelos autores da abordagem não adiabática chega a ser 3 ordens de grandeza menor que a densidade de corrente de bulk para ligas de  $Co(61)$ , o que coloca nosso resultado em concordância com as previsões experimentais. A Fig. (4.3) também mostra que próximo do ponto de instabilidade ferromagnética a corrente crítica diminui. Para  $F_0^a = -0.99$ , estimamos  $j_c = 1.00 \times 10^{12} Am^{-2}$ . Ainda observa-se que  $j_c^* \rightarrow 0$  para  $F_0^a \rightarrow -1_+$ . Este quadro é bastante interessante uma vez que engloba dois pontos importantes para construção de dispositivos magnéticos e memórias magnéticas. No entanto, ainda é preciso dizer alguma coisa sobre como encontrar sistemas reais nos quais  $F_0^a$  está próximo de  $-1$ , assunto da próxima seção.

## 4.5 Modelo vs. aplicações.

Como vimos, ao assumir a interação entre os elétrons de condução, nas proximidades da instabilidade ferromagnética, é possível obter maiores velocidades de parede de domí-

nio conjuntamente com menores valores de corrente crítica que aqueles estimados pela abordagem não adiabática ( $v_{DW} = 6 \text{ m/s}$  e  $j_e^{bulk} = 1.12 \times 10^{14} \text{ A/m}$ (37, 61)). No entanto, embora os elétrons de condução sejam paramagnéticos, o sistema é ferromagnético (existência de paredes de domínio). A presente análise em relação ao parâmetro  $F_0^a$  refere-se aos efeitos de interação entre os elétrons de condução no estado paramagnético sobre paredes de domínio magnéticas quando tomamos o limite  $F_0^a \rightarrow -1_+$ . A priori, poderia se pensar que este limite não garante que o sistema ferromagnético esteja nas proximidades da instabilidade ferromagnética, mas que somente os elétrons de condução estejam. Como veremos, não é o caso. O estado ferromagnético no líquido de Fermi é caracterizado pela condição  $F_0^a < -1$  e o limite  $F_0^a \rightarrow -1_-$  representa a transição da fase ferromagnética para a paramagnética. O limite  $F_0^a \rightarrow -1_+$  dos elétrons de condução paramagnéticos é uma consequência de  $F_0^a \rightarrow -1_-$  para os elétrons da banda  $d$  que formam a parede de domínio. Apesar de termos adotado um modelo de “dois fluídos” no qual separamos os elétrons de condução e aqueles que formam a parede de domínio, na realidade, os dois “dois fluídos” são formados pelos mesmos elétrons e portanto o parâmetro  $F_0^a$  refere-se aos dois sistemas, ou seja, o parâmetro  $F_0^a$  é o elo entre os elétrons de condução e a parede de domínio. Isto garante que no limite de  $F_0^a \rightarrow -1_+$  o sistema ferromagnético se aproxima do ponto de instabilidade ferromagnética.

Mesmo com  $F_0^a$  como “guia”, medir tal parâmetro não é prático do ponto de vista experimental. No entanto, existe uma correlação entre a magnetização de saturação e o parâmetro  $F_0^a$ . Quanto mais próximo  $F_0^a$  de  $-1$ , menor é a magnetização de saturação do sistema, pois mais próximo o sistema se encontra do ponto de instabilidade ferromagnética. Estima-se, por exemplo, que para ferromagnetos fracos como o *MnSi*, cujo valor do momento magnético é de  $\approx 0.4\mu_B/\text{Mn}(64)$ , o parâmetro  $F_0^a \approx -1.16(1)$ . Esta relação entre  $F_0^a$  e a magnetização de saturação reproduz uma tendência para velocidades de parede de domínio observada na Tabela 4.1 que se encontra na Ref. (60). Na Tabela, nota-se que quanto menor a magnetização de saturação do material, maior é o valor da velocidade de parede de domínio observada neste mesmo material.

TABELA 4.1 – Os valores de  $b_j$  para alguns materiais onde  $j_e = 10^{11} \text{ Am}^{-2}$ .

Nanowire	$M_s(\text{Am}^{-1})$	$P$	$b_j(\text{ms}^{-1})$
<i>Fe</i>	$17.18 \times 10^5$	0.5	1.35
<i>Co</i>	$14.46 \times 10^5$	0.35	1.41
<i>Ni</i>	$4.9 \times 10^5$	0.23	2.7
<i>Permalloy</i>	$8 \times 10^5$	0.7	5.1
$\gamma - \text{Fe}_2\text{O}_3$	$4.14 \times 10^5$	1.0	14.0
<i>CrO<sub>2</sub></i>	$3.98 \times 10^5$	1.0	14.6

A Fig. 4.4 proporciona uma melhor visualização dos valores de  $b_j$  em função da magnetização de saturação  $M_s$  que confirma uma tendência de que em materiais com menor

valor da magnetização de saturação obtém-se maior valor para a velocidade de parede de domínio.

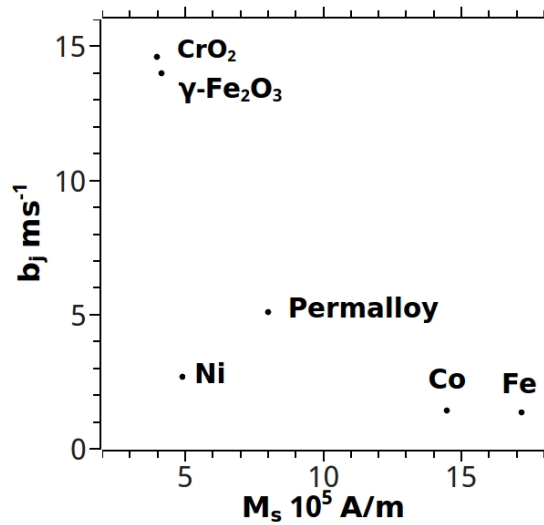


FIGURA 4.4 – Velocidade de parede de domínio ( $b_j$ ) em função da magnetização de saturação ( $M_s$ ). Observa-se que o elemento  $\text{CrO}_2$  possui a menor magnetização de saturação e a maior velocidade de parede de domínio, enquanto que o elemento  $\text{Fe}$  possui a menor velocidade de parede de domínio e a maior magnetização de saturação. A figura indica que elementos ou compostos com menor valor de  $M_s$  tem tendência a ter maior valor de  $b_j$ .

## 5 Conclusões.

Na presente tese, apresentamos previsões teóricas obtidas a partir da teoria de líquidos de Fermi de Landau.

A primeira delas se trata da detecção direta do modo de amplitude tipo “Higgs” previsto pela teoria de líquidos de Fermi Ferromagnéticos, no qual, o parâmetro  $F_1^a$  faz com que o modo de amplitude saia da região do contínuo partícula-buraco tornando-o propagante. Utilizando a hipótese de que as amplitudes de espalhamento podem ser expandidas em termos dos harmônicos esféricos e colocando na equação de transporte um termo de acoplamento entre carga e campo, obtivemos a relação de dispersão e o fator de estrutura do espectro em regiões onde o ângulo  $\theta_q$  entre o vetor de onda  $q$  e a densidade de magnetização  $m_0\hat{z}$  encontra-se no intervalo  $0^\circ < \theta_q < 90^\circ$ . Nesta região, o modo massivo tipo “Higgs” apresenta uma tripla degenerescência. Este resultado diverge daquele encontrado na Ref. (2) que apresenta uma dupla degenerescência como assinatura do modo massivo na presença de um campo magnético externo  $H_0$  quando existe o termo de acoplamento carga-campo na equação de transporte. Acreditamos que os resultados por nós obtidos serão úteis para entender o espectro obtido no experimento de espalhamento inelástico de nêutrons (Ver anexo A).

Na segunda parte da tese, partimos da hipótese de que o decaimento da magnetização em ferromagnetos fracos como o  $ZrZn_2$ , como observado na Ref. (3), é consequência da propagação modo de amplitude tipo “Higgs” uma vez que este é responsável pelo processo de spin-flip que faz a repopulação das superfícies de Fermi de spin- $\uparrow$  e spin- $\downarrow$ . Então, desenvolvemos uma teoria de transições de fase de segunda ordem a partir de uma perturbação na energia que descreve o líquido de Fermi ferromagnético. Considerando os termos importantes até segunda ordem, encontramos então uma equação de estado em termos dos parâmetros de Landau  $F_0^a$  e  $F_1^a$ . Tal equação é bastante promissora uma vez que é semelhante à equação de estado encontrada na Ref. (3) a partir de uma teoria de transições de fase de segunda ordem que considera flutuações térmicas como decorrentes de aproximação Hartree-Fock e que é utilizada como teoria fenomenológica para descrever o decaimento da magnetização em  $ZrZn_2$ . A equação de estado encontra ainda não foi testada. Assim, o teste dos cálculos por nós realizado para detecção indireta do modo massivo, será objeto de estudo em um projeto futuro. A expectativa é observar, em



decorrência da equação encontrada, que o decaimento da magnetização não ocorre se parâmetro  $F_1^a$  é nulo.

Na terceira parte da tese, estudamos a dinâmica de paredes de domínio. Assumimos um comportamento de líquido de Fermi para elétrons de condução que são responsáveis por desestabilizar a parede fazendo-a se mover. Com isso, encontramos uma equação LLG renormalizada pelos parâmetros de Landau. Deste modo, interações entre os elétrons de condução são naturalmente incorporadas aos tratamentos anteriores. Utilizamos a equação encontrada para obter a velocidade de parede de domínio ( $v_{DW}^*$ ) e a corrente crítica ( $j_c^*$ ). Com a hipótese de comportamento de líquido de Fermi, explicamos a discrepância do fator de 2 entre os resultados experimentais para velocidade de parede de domínio observados na Ref. (42) e a previsão teórica realizada pelos autores da abordagem não adiabática (37). Esta discrepância entre teoria e experimento é atribuída a defeitos e impurezas, hipóteses não consideradas pela abordagem não adiabática. Entretanto, o cálculo que estima a velocidade de parede de domínio envolvendo impurezas e defeitos nunca foi realizado de forma que, num trabalho posterior, esta análise seria interessante para compararmos tais resultados com os resultados obtidos por nós com a hipótese de interação entre os dos elétrons de condução. Também analisamos o comportamento da velocidade de parede de domínio nas proximidades do “ponto crítico ferromagnético” ( $F_0^a \rightarrow -1_+$ ) e observamos que esta velocidade aumenta indefinidamente com  $F_1^a \rightarrow -1_+$ . No mesmo ponto a corrente crítica vai a zero. Assim, concluímos que as flutuações ferromagnéticas, incluídas via líquidos de Fermi, influenciam diretamente a dinâmica das paredes de domínio tornando-as mais sensíveis ao torque de transferência de spin. A previsão teórica de que nas proximidades da transição ferromagnética temos altas velocidades de parede de domínio com uma baixa densidade de corrente de spin pode ser importante na busca por materiais com maiores velocidades de parede de domínio e, portanto, melhores respostas em aplicações como memórias magnéticas.

# Referências

- 1 ZHANG, Y.; FARINAS, P.; BEDELL, K. The “Higgs” amplitude mode in weak ferromagnetic metals. **Acta Physica Polonica A**, Institute of Physics, Polish Academy of Science, v. 127, n. 2, p. 153–156, 2015. xi, xii, xiii, xiv, 21, 22, 23, 43, 44, 45, 47, 50, 51, 52, 53, 54, 57, 58, 59, 61, 76
- 2 FARINAS, P. F.; BEDELL, K. S. Orbital zeeman effect: Signature of charge in the carriers of ferromagnetism. **Philosophical Magazine Letters**, Taylor & Francis, v. 83, n. 6, p. 789–796, 2003. xii, 23, 45, 50, 51, 53, 59, 78
- 3 YELLAND, E.; HAYDEN, S. Magnetic excitations in an itinerant ferromagnet near quantum criticality. **Physical Review Letters**, APS, v. 99, n. 19, p. 196405, 2007. xiv, 23, 24, 59, 60, 61, 64, 78
- 4 HAYDENT, S.; PAULSEN, C. The low temperature magnetization of  $ZrNi_2$ . **Physica B: Condensed Matter**, Elsevier, v. 165, p. 201–202, 1990. xiv, 60
- 5 LANDAU, L. Teorija fermi-zhidkosti. **Zhurnal Eksperimental’noi i Teoreticheskoi Fiziki**, v. 30, 1956. 19
- 6 LANDAU, L. The theory of a fermi liquid. **Soviet Physics Jetp-Ussr**, AMER INST PHYSICS CIRCULATION FULFILLMENT DIV, 500 SUNNYSIDE BLVD, WOODBURY, NY 11797-2999, v. 3, n. 6, p. 920–925, 1957. 19
- 7 LUTTINGER, J. Fermi surface and some simple equilibrium properties of a system of interacting fermions. **Physical Review**, APS, v. 119, n. 4, p. 1153, 1960. 20
- 8 SILIN, V. Theory of a degenerate electron liquid. **Soviet Physics Jetp-Ussr**, v. 6, n. 2, p. 387–391, 1958. 20
- 9 ABRIKOSOV, A.; DZYALOSHINSKII, I. Spin waves in a ferromagnetic metal. **Zhurnal Eksperimental’noi i Teoreticheskoi Fiziki**, v. 35, p. 771–775, 1958. 20
- 10 POMERANCHUK, I. Y. On the stability of a fermi liquid. **Soviet Physics Jetp-Ussr**, v. 8, p. 361, 1958. 20, 25, 33
- 11 STONER, E. C. Collective electron ferromagnetism. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, JSTOR, p. 372–414, 1938. 20, 33
- 12 STONER, E. C. Collective electron ferromagnetism. ii. energy and specific heat. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, JSTOR, p. 339–371, 1939. 20, 33, 72

- 13 DZYALOSHINSKII, I.; KONDRATENKO, P. Theory of weak ferromagnetism in a fermi liquid. **Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki**, v. 70, n. 5, p. 1987–2005, 1976. 20
- 14 BLAGOEV, K.; ENGELBRECHT, J.; BEDELL, K. S-wave superconductivity in weak ferromagnetic metals. **Philosophical Magazine Letters**, Taylor & Francis, v. 78, n. 2, p. 169–176, 1998. 21, 47
- 15 BEDELL, K. S.; BLAGOEV, K. B. Quantum spin hydrodynamics and a new spin-current mode in ferromagnetic metals. **Philosophical Magazine Letters**, Taylor & Francis, v. 81, n. 7, p. 511–517, 2001. 21
- 16 LANGACKER, P.; MANN, A. K. The unification of electromagnetism with the weak force. **Physics Today**, v. 42, n. 12, 1989. 21
- 17 ANDERSON, P. W.; LANGACKER, P.; MANN, A. K. Broken symmetry can't compare with ferromagnets. **Physics Today**, v. 43, p. 117, 1990. 21, 37
- 18 PEIERLS, R.; KAPLAN, T. A.; ANDERSON, P. W. Reflections on broken symmetry. **Physics Today**, v. 44, p. 13, 1991. 21
- 19 GOLDSTONE, J.; SALAM, A.; WEINBERG, S. Broken symmetries. **Physical Review**, APS, v. 127, n. 3, p. 965, 1962. 21, 37
- 20 NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. i. **Physical Review**, APS, v. 122, n. 1, p. 345, 1961. 22
- 21 NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. ii. **Physical Review**, APS, v. 124, n. 1, p. 246, 1961. 22
- 22 WEINBERG, S. A model of leptons. **Physical Review Letters**, APS, v. 19, n. 21, p. 1264, 1967. 22
- 23 KIBBLE, T. W. Englert–brout–higgs–guralnik–hagen–kibble mechanism (history). **International Journal of Modern Physics A**, World Scientific, v. 24, n. 32, p. 6001–6009, 2009. 23
- 24 GINZBURG, V. L.; LANDAU, L. D. On the theory of superconductivity. **Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki**, Springer, v. 20, n. 1064-1082, p. 35, 1950. 24
- 25 ASHCROFT, N. W.; MERMIN, N. D.; RODRIGUEZ, S. **Solid state physics**. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 1998. 24, 66
- 26 BERGER, L. Low-field magnetoresistance and domain drag in ferromagnets. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 49, n. 3, p. 2156–2161, 1978. 24, 66, 67
- 27 BERGER, L. Exchange interaction between ferromagnetic domain wall and electric current in very thin metallic films. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 55, n. 6, p. 1954–1956, 1984. 24, 67

- 28 BERGER, L. Motion of a magnetic domain wall traversed by fast-rising current pulses. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 71, n. 6, p. 2721–2726, 1992. 24, 67
- 29 SLONCZEWSKI, J. C. Conductance and exchange coupling of two ferromagnets separated by a tunneling barrier. **Physical Review B**, APS, v. 39, n. 10, p. 6995, 1989. 24, 67
- 30 SLONCZEWSKI, J. C. Current-driven excitation of magnetic multilayers. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Elsevier, v. 159, n. 1-2, p. L1–L7, 1996. 24, 67
- 31 KENT, A. D.; WORLEDGE, D. C. A new spin on magnetic memories. **Nature Nanotechnology**, Nature Research, v. 10, n. 3, p. 187–191, 2015. 24, 66
- 32 KASUYA, T. A theory of metallic ferro-and antiferromagnetism on zener's model. **Progress of Theoretical Physics**, Oxford University Press, v. 16, n. 1, p. 45–57, 1956. 24, 67
- 33 LARSEN, U. A simple derivation of the sd exchange interaction. **Journal of Physics C: Solid State Physics**, IOP Publishing, v. 4, n. 13, p. 1835, 1971. 24
- 34 KONDO, J. Resistance minimum in dilute magnetic alloys. **Progress of Theoretical Physics**, Oxford University Press, v. 32, n. 1, p. 37–49, 1964. 24, 67
- 35 GILBERT, T. A lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization field. **Physics Review**, v. 100, p. 1243, 1955. 24, 67
- 36 LIFSHITZ, E. M.; PITAEVSKII, L. P. **Statistical physics: theory of the condensed state**. [S.l.]: Elsevier, 2013. v. 9. 24, 67
- 37 ZHANG, S.; LI, Z. Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets. **Physical Review Letters**, APS, v. 93, n. 12, p. 127204, 2004. 24, 25, 69, 71, 76, 79
- 38 MIRON, I.; ZERMATTEN, P.-J.; GAUDIN, G.; AUFFRET, S.; RODMACQ, B.; SCHUHL, A. Domain wall spin torquemeter. **Physical Review Letters**, APS, v. 102, n. 13, p. 137202, 2009. 24, 66
- 39 HAYASHI, M.; THOMAS, L.; RETTNER, C.; MORIYA, R.; JIANG, X.; PARKIN, S. S. Dependence of current and field driven depinning of domain walls on their structure and chirality in permalloy nanowires. **Physical Review Letters**, APS, v. 97, n. 20, p. 207205, 2006. 24, 66
- 40 BEACH, G. S.; NISTOR, C.; KNUTSON, C.; TSOI, M.; ERSKINE, J. L. Dynamics of field-driven domain-wall propagation in ferromagnetic nanowires. **Nature Materials**, Nature Publishing Group, v. 4, n. 10, p. 741–744, 2005. 25, 66
- 41 SCHRYER, N. L.; WALKER, L. R. The motion of 180 domain walls in uniform dc magnetic fields. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 45, n. 12, p. 5406–5421, 1974. 25, 66

- 42 YAMAGUCHI, A.; ONO, T.; NASU, S.; MIYAKE, K.; MIBU, K.; SHINJO, T. Real-space observation of current-driven domain wall motion in submicron magnetic wires. **Physical Review Letters**, APS, v. 92, n. 7, p. 077205, 2004. 25, 67, 70, 71, 72, 73, 75, 79
- 43 FARINAS, P. F. Nonequilibrium interacting electrons in a ferromagnet. **Physical Review B**, APS, v. 77, n. 2, p. 020410, 2008. 25, 68
- 44 VOJTA, M. Quantum phase transitions. **Reports on Progress in Physics**, IOP Publishing, v. 66, n. 12, p. 2069, 2003. 25, 29, 43
- 45 LÖHNEYSSEN, H. v.; ROSCH, A.; VOJTA, M.; WÖLFLE, P. Fermi-liquid instabilities at magnetic quantum phase transitions. **Reviews of Modern Physics**, APS, v. 79, n. 3, p. 1015, 2007. 25, 43
- 46 BAYM, G.; PETHICK, C. **Landau Fermi-liquid theory: concepts and applications**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. 33
- 47 PINES, D.; NOZIERES, P. **The Theory of Quantum Liquids. Vol. 1: Normal Fermi Liquids**. [S.l.]: New York, 1966. 33
- 48 ISHIKAWA, Y.; ARAI, M. Magnetic phase diagram of mnsi near critical temperature studied by neutron small angle scattering. **Journal of the Physical Society of Japan**, The Physical Society of Japan, v. 53, n. 8, p. 2726–2733, 1984. 44
- 49 PLATZMAN, P. M.; WOLFF, P. A. **Waves and interactions in solid state plasmas**. [S.l.]: Academic Press New York, 1973. v. 13. 46
- 50 GRIFFITHS, D. J. **Introduction to quantum mechanics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2016. 50
- 51 LONZARICH, G.; TAILLEFER, L. Effect of spin fluctuations on the magnetic equation of state of ferromagnetic or nearly ferromagnetic metals. **Journal of Physics C: Solid State Physics**, IOP Publishing, v. 18, n. 22, p. 4339, 1985. 60, 64
- 52 ZHANG, Y.; BEDELL, K. S. Spin orbit magnetism and unconventional superconductivity. **Physical Review B**, APS, v. 87, n. 11, p. 115134, 2013. 64
- 53 HAYASHI, M.; THOMAS, L.; RETTNER, C.; MORIYA, R.; BAZALIY, Y. B.; PARKIN, S. S. Current driven domain wall velocities exceeding the spin angular momentum transfer rate in permalloy nanowires. **Physical Review Letters**, APS, v. 98, n. 3, p. 037204, 2007. 66
- 54 MEIER, G.; BOLTE, M.; EISELT, R.; KRÜGER, B.; KIM, D.-H.; FISCHER, P. Direct imaging of stochastic domain-wall motion driven by nanosecond current pulses. **Physical Review Letters**, APS, v. 98, n. 18, p. 187202, 2007. 66
- 55 KLÄUI, M.; JUBERT, P.-O.; ALLENSPACH, R.; BISCHOF, A.; BLAND, J. A. C.; FAINI, G.; RÜDIGER, U.; VAZ, C. A.; VILA, L.; VOUILLE, C. Direct observation of domain-wall configurations transformed by spin currents. **Physical Review Letters**, APS, v. 95, n. 2, p. 026601, 2005. 66

- 56 SAKIMURA, N.; SUGIBAYASHI, T.; HONDA, T.; HONJO, H.; SAITO, S.; SUZUKI, T.; ISHIWATA, N.; TAHARA, S. Mram cell technology for over 500-mhz soc. **IEEE Journal of Solid-State Circuits**, IEEE, v. 42, n. 4, p. 830–838, 2007. 66
- 57 HAAZEN, P.; MURÈ, E.; FRANKEN, J.; LAVRIJSEN, R.; SWAGTEN, H.; KOOPMANS, B. Domain wall depinning governed by the spin hall effect. **Nature Materials**, Nature Publishing Group, v. 12, n. 4, p. 299, 2013. 66
- 58 MIRON, I. M.; MOORE, T.; SZAMBOLICS, H.; BUDA-PREJBEANU, L. D.; AUFFRET, S.; RODMACQ, B.; PIZZINI, S.; VOGEL, J.; BONFIM, M.; SCHUHL, A. *et al.* Fast current-induced domain-wall motion controlled by the rashba effect. **Nature materials**, Nature Research, v. 10, n. 6, p. 419–423, 2011. 66
- 59 LI, Z.; ZHANG, S. Domain-wall dynamics driven by adiabatic spin-transfer torques. **Physical Review B**, APS, v. 70, n. 2, p. 024417, 2004. 67, 71
- 60 LI, Z.; ZHANG, S. Domain-wall dynamics and spin-wave excitations with spin-transfer torques. **Physical Review Letters**, APS, v. 92, n. 20, p. 207203, 2004. 67, 70, 76
- 61 LI, Z.; HE, J.; ZHANG, S. Effects of spin current on ferromagnets. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 99, n. 8, p. 08Q702, 2006. 67, 73, 75, 76
- 62 HAYASHI, M.; THOMAS, L.; BAZALIY, Y. B.; RETTNER, C.; MORIYA, R.; JIANG, X.; PARKIN, S. Influence of current on field-driven domain wall motion in permalloy nanowires from time resolved measurements of anisotropic magnetoresistance. **Physical Review Letters**, APS, v. 96, n. 19, p. 197207, 2006. 70
- 63 BOONE, C.; KATINE, J.; CAREY, M.; CHILDRESS, J.; CHENG, X.; KRIVOROTOV, I. Rapid domain wall motion in permalloy nanowires excited by a spin-polarized current applied perpendicular to the nanowire. **Physical Review Letters**, APS, v. 104, n. 9, p. 097203, 2010. 70
- 64 COLLYER, R.; BROWNE, D. Magnetic moment of mnsi. In: **APS Meeting Abstracts**. [S.l.: s.n.], 2008. 76

# Apêndice A - Resultados úteis.

## A.1 Soma sobre spins.

Considerando a projeção sobre o eixo de quantização  $\hat{z}$ , onde  $\sigma$  assume os valores  $\uparrow$  e  $\downarrow$ , temos as identidades

$$\sum_{\sigma} \sigma = \sum_{\sigma, \sigma'} \sigma \sigma' = \sum_{\sigma} \sigma \sigma' = \dots = 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\sum_{\sigma} 1 = 2, \quad (\text{A.2})$$

e

$$\sum_{\sigma} \sigma \sigma \sigma' = \sigma'. \quad (\text{A.3})$$

Desta forma, recordando que  $f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\sigma, \sigma'} = f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^s + \sigma \cdot \sigma' f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a$ ,

$$\sum_{\sigma} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\sigma, \sigma'} = 2f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^s, \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{\sigma} \sigma \sigma' f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\sigma, \sigma'} = 2f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a, \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{\sigma, \sigma'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\sigma, \sigma'} = 4f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^s, \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{\sigma, \sigma'} \sigma \sigma' f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\sigma, \sigma'} = 4f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a. \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Derivada em ordens mais altas da distribuição em relação a energia de quase-partícula.

Pela definição de velocidade de quase-partícula,  $v_{\mathbf{p}} = \partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^0 / \partial p$ , as seguintes identidades são verdadeiras

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} = \frac{m^*}{p} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial p} = -\frac{m^*}{p} \delta(p - p_F), \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial^2 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^2} = \left(\frac{m^*}{p}\right)^2 \left[ \frac{-1}{p} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial p} + \frac{\partial^2 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial p^2} \right] = \left(\frac{m^*}{p}\right)^2 \left[ \frac{1}{p} \delta(p - p_F) + \delta^1(p - p_F) \right], \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial^3 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^3} = \left(\frac{m^*}{p}\right)^3 \left[ \frac{-3}{p^2} \delta(p - p_F) + \frac{-3}{p} \delta^1(p - p_F) - \delta^2(p - p_F) \right], \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial^4 n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}^4} = \left(\frac{m^*}{p}\right)^4 \left[ \frac{15}{p^3} \delta(p - p_F) + \frac{15}{p^2} \delta^1(p - p_F) + \frac{15}{p} \delta^2(p - p_F) + \delta^3(p - p_F) \right], \quad (\text{A.11})$$

onde

$$\frac{\partial^n n_{\mathbf{p}}}{\partial p^n} = (-1)^n \delta^{n-1}(p - p_F), \quad (\text{A.12})$$

tal que a "derivada" da função delta é definida por

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dp g(p) \delta^n(p - p_F) = \frac{d^n g}{dp^n} \Big|_{p=p_F} \equiv g^n(p_F). \quad (\text{A.13})$$

## A.3 Teorema da Adição.

Seja o  $\cos(\gamma)$  definido por

$$\cos(\gamma) = \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \cos(\phi_1 - \phi_2), \quad (\text{A.14})$$

Então, o  $l$ -ésimo polinômio de Legendre pode ser escrito como

$$P_l(\cos(\gamma)) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l (-1)^m Y_l^m(\theta_1, \phi_1) Y_l^{-m}(\theta_2, \phi_2). \quad (\text{A.15})$$



## A.4 Soma sobre momentos.

No limite termodinâmico,  $N \rightarrow \infty$ ,  $V \rightarrow \infty$  e  $N/V = \text{const.}$  Nessas condições a soma  $\sum_{\mathbf{p},\sigma} \rightarrow \sum_{\sigma} \int \mathbf{d}^3p$  e temos as identidades:

$$\sum_{\mathbf{p},\sigma} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} \rightarrow \sum_{\sigma} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) = -\frac{m^* p_F}{\pi^2 \hbar^3} = -N(0), \quad (\text{A.16})$$

$$\sum_{\mathbf{p},\sigma} f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} \rightarrow \sum_l \sum_{\sigma} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} P_l(\cos(\theta)) = -F_0^s \quad (\text{A.17})$$

onde  $P_l$  é o  $l$ -ésimo polinômio de Legendre,

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{p},\sigma} \sigma\sigma' f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} \rightarrow \\ & \sum_l \sum_{\sigma} \sigma\sigma' \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} P_l(\cos(\theta)) = -F_0^a \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Se  $v_{\mathbf{p}} = \sum_l v_l P_l \cos \theta$ , então,

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{p},\sigma} f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} v_{\mathbf{p}} \rightarrow \\ & \sum_{l,l'} \sum_{\sigma} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} v_l P_l(\cos(\theta)) P_{l'}(\cos(\theta)) = \\ & = -\frac{F_0^s v_l}{2l+1} \delta_{l,l'} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

e

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{p},\sigma} \sigma\sigma' f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} v_{\mathbf{p}} \rightarrow \\ & \sum_{l,l'} \sum_{\sigma} \sigma\sigma' \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} v_l P_l(\cos(\theta)) P_{l'}(\cos(\theta)) = \\ & = -\frac{F_0^a v_l}{2l+1} \delta_{l,l'}. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Se  $v_{\mathbf{p}} = \sum_l v_{l,m} Y_l^m \cos(\theta, \phi)$ , então,

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{p},\sigma} f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} v_{\mathbf{p}} \rightarrow \\ & \sum_{l,l',m'} \sum_{\sigma} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \times \\ & \times \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} v_{l',m'} P_l(\cos(\alpha)) Y_{l',m'}^m(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

onde  $\alpha$  é o ângulo entre  $p$  e  $p'$ . Utilizando o teorema da adição (identidade (A.15)) enquanto reescrevemos a Eq. (A.21), encontramos

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{p},\sigma} f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} v_{\mathbf{p}} \rightarrow \\ & \sum_{l,m,l',m'} \sum_{\sigma} \frac{4\pi}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \phi'')]^* \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \times \\ & \quad \times \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} v_{l',m'} Y_l^m(\theta, \phi) Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi) = \\ & \quad = - \sum_{l,m} \frac{F_l^s v_{l,m}}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \phi'')]^* \delta_{l,l'} \delta_{m,m'}. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Da mesma forma,

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{p},\sigma} \sigma \sigma' f_{p,p'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p},\sigma}} v_{\mathbf{p}} \rightarrow \\ & \sum_{l,m,l',m'} \sum_{\sigma} \sigma \sigma' \frac{4\pi}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \phi'')]^* \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_F} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \times \\ & \quad \times \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_F) f_l^{\sigma,\sigma'} v_{l',m'} Y_l^m(\theta, \phi) Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi) = \\ & \quad = - \sum_{l,m} \frac{F_l^a v_{l,m}}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \phi'')]^* \delta_{l,l'} \delta_{m,m'}. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

## A.5 Integral do produto triplo de harmônicos esféricos.

Sejam  $Y_{l''}^{m''}(\theta, \phi)$ ,  $Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi)$  e  $Y_l^m(\theta, \phi)$ , harmônicos esféricos. Então,

$$\int Y_{l''}^{m''}(\theta, \phi) Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) d\Omega = \sqrt{\frac{(2l''+1)(2l'+1)(2l+1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} l'' & l' & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'' & l' & l \\ m'' & m' & m \end{pmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

onde  $\begin{pmatrix} l'' & l' & l \\ m'' & m' & m \end{pmatrix}$  são os símbolos 3-j de Wigner. A integral (A.24) anula-se a menos que  $m = m'' + m'$  e  $|l' - l| \leq l'' \leq |l' + l|$  que concorda com a regra de adição de momento angular, de forma que  $l'' + l' + l$  deve ser ímpar.

## A.6 Energia de quase-partícula para uma variação do estado fundamental não polarizado.

Temos a densidade de distribuição, a densidade de energia e de interação de quase-partículas, para o estado fundamental não polarizado expandidas em termos das matrizes de Pauli,

$$(n_{\mathbf{p}})_{\alpha,\bar{\alpha}} = n_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \sigma_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}, \quad (\text{A.25})$$

$$(\varepsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha,\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\mathbf{p}}\delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}, \quad (\text{A.26})$$

$$(f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s)_{\alpha,\bar{\alpha},\alpha',\bar{\alpha}'} = f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} + f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'}, \quad (\text{A.27})$$

e a equação de energia de quase-partícula,

$$(\varepsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha,\bar{\alpha}} = (\varepsilon_{\mathbf{p}}^0)_{\alpha,\bar{\alpha}} + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\alpha,\bar{\alpha}} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^{\alpha,\bar{\alpha},\alpha',\bar{\alpha}'} \delta n_{\mathbf{p},\alpha,\bar{\alpha}} \delta n_{\mathbf{p}',\alpha',\bar{\alpha}'} + \dots \quad (\text{A.28})$$

Para  $T = 0$ , a Eq. (A.25)<sup>1</sup> e a Eq. (A.26) ficam

$$(n_{\mathbf{p}'}^0)_{\alpha',\bar{\alpha}'} = n_{\mathbf{p}'}^0 \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} + \sigma_{\mathbf{p}'}^0 \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'}, \quad (\text{A.29})$$

$$(\varepsilon_{\mathbf{p}}^0)_{\alpha,\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\mathbf{p}}^0 \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} - \frac{\gamma \hbar}{2} \mathbf{H}_0 \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}. \quad (\text{A.30})$$

Ainda, para uma variação da distribuição, a Eq. (A.25) fica

$$(\delta n_{\mathbf{p}})_{\alpha,\bar{\alpha}} = \delta n_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \delta \sigma_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}. \quad (\text{A.31})$$

Comparando as Eqs. (A.26) e (A.28) ao mesmo tempo que usando as Eqs. (A.27), (A.29), (A.30) e (A.31), encontramos que a energia de quase-partícula pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} &= \varepsilon_{\mathbf{p}}^0 \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} - \frac{\gamma \hbar}{2} \mathbf{H}_0 \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} \\ + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}',\alpha,\bar{\alpha}} (f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} + f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'}) &(\delta n_{\mathbf{p}'} \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} + \delta \sigma_{\mathbf{p}'} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'}). \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Temos que os produtos crusados na Eq. (A.32) se anulam sobre a soma do traço,

$$\sum_{\mathbf{p}',\alpha,\bar{\alpha}} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} \delta \sigma_{\mathbf{p}'} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'} = \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta_{\alpha,\alpha'} \delta \sigma_{\mathbf{p}'} \cdot \sum_{\alpha'} \tau_{\alpha',\alpha'} = 0, \quad (\text{A.33})$$

$$\sum_{\mathbf{p}',\alpha,\bar{\alpha}} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'} \delta n_{\mathbf{p}'} \delta_{\alpha',\bar{\alpha}'} = \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a \delta_{\mathbf{p}'} \tau_{\alpha\bar{\alpha}} \cdot \sum_{\alpha'} \tau_{\alpha',\alpha'} = 0 \quad (\text{A.34})$$

e a Eq. (A.32) fica

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} &= \varepsilon_{\mathbf{p}}^0 \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} - \frac{\gamma \hbar}{2} \mathbf{H}_0 \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}} \\ + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}',\alpha'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta n_{\mathbf{p}'} \delta_{\alpha,\bar{\alpha}} &+ \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}',\alpha',\bar{\alpha}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^a (\delta \sigma_{\mathbf{p}'} \cdot \tau_{\alpha',\bar{\alpha}'}) (\tau_{\alpha',\bar{\alpha}'} \cdot \tau_{\alpha,\bar{\alpha}}). \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

<sup>1</sup>O índice linha (') refere-se a uma segunda quase-partícula.

Agora, realizando a soma sobre o índice  $\alpha'$  e utilizando as propriedades das matrizes de Pauli

$(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau})(\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\tau}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + i(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \boldsymbol{\tau}$  e  $\text{tr}[(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau})(\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\tau})] = 2\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  na Eq. (A.35), temos que

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha, \bar{\alpha}} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\alpha, \bar{\alpha}} &= (\varepsilon_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^s \delta n_{\mathbf{p}'}) \delta_{\alpha, \bar{\alpha}} \\ &\quad (-\frac{\gamma \hbar}{2} \mathbf{H}_0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a \delta \sigma_{\mathbf{p}'}) \cdot \boldsymbol{\tau}_{\bar{\alpha}, \alpha}. \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

onde obtemos as relações (2.18) e (2.19),

$$\varepsilon_{\mathbf{p}} = \varepsilon_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^s \delta n_{\mathbf{p}'} \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{h}_{\mathbf{p}} = -\frac{\gamma \hbar}{2} \mathbf{H}_0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^a \delta \sigma_{\mathbf{p}'}. \quad (\text{A.38})$$

# Apêndice B - Dedução da equação cinética.

Seja o propagador  $N_{\alpha,\bar{\alpha}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle c_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}_1)c_{\bar{\alpha}}(\mathbf{r}_2) \rangle$  que satisfaz a equação de movimento

$$\frac{\partial N(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \int \mathbf{d}^3 r' [H(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}')N(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2) - N(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}')H(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2)] = I[N(\mathbf{r})]. \quad (\text{B.1})$$

onde  $H$  é o hamiltoniano do sistema.  $N_{\alpha,\bar{\alpha}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  cria uma quase-partícula na posição  $\mathbf{r}_1$  com spin  $\alpha$  enquanto destrói uma quase-partícula na posição  $\mathbf{r}_2$  com spin  $\bar{\alpha}$  quando os operadores de criação  $c_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}_1)$  e aniquilação  $c_{\bar{\alpha}}(\mathbf{r}_2)$  atuam no estado fundamental do sistema ou no mar de férmions. Note que na Eq. (B.1) omitimos, por comodidade, os índies de spin.

Utilizando a representação mista,

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \int \mathbf{d}^3 r' e^{-\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}'} H(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{r}'}{2}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{r}'}{2}), \quad (\text{B.2})$$

$$n_{\mathbf{p}} = \int \mathbf{d}^3 r' e^{-\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}'} N(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{r}'}{2}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{r}'}{2}), \quad (\text{B.3})$$

a Eq. (B.1) fica

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{i}{(2\pi)^6 \hbar} \int \mathbf{d}^3 p' \mathbf{d}^3 q \mathbf{d}^3 r' \mathbf{d}^3 \eta e^{i[(\mathbf{p}'-\mathbf{p})\cdot\eta+(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\cdot\mathbf{q}]} \times \\ & \times [\epsilon_{\mathbf{p}'+\hbar\mathbf{q}/2}(\mathbf{r}' + \hbar\eta/2)n_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') - n_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}')\epsilon_{\mathbf{p}'-\hbar\mathbf{q}/2}(\mathbf{r}' - \hbar\eta/2)] = I[n_{\mathbf{p}'}]. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Podemos expandir  $\epsilon_{\mathbf{p}'+\hbar\mathbf{q}/2}(\mathbf{r}' + \hbar\eta/2)$  nas variáveis  $\mathbf{r}'$  e  $\mathbf{p}'$  em torno dos pontos  $\hbar\mathbf{q}/2$  e  $\hbar\eta/2$ , ou seja,

$$\epsilon_{\mathbf{p}'+\hbar\mathbf{q}/2}(\mathbf{r}' + \hbar\eta/2) = \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') + \frac{\hbar\eta}{2} \cdot \nabla_{r'} \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') + \frac{\hbar\mathbf{q}}{2} \cdot \nabla_{p'} \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') + \dots, \quad (\text{B.5})$$

de forma que a Eq. (B.4) fica

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] + \frac{i}{2(2\pi)^6 \hbar} \int \mathbf{d}^3 p' \mathbf{d}^3 q \mathbf{d}^3 r' \mathbf{d}^3 \eta e^{i[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \boldsymbol{\eta} + (\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{q}]} \times \\ & \times \{ [\boldsymbol{\eta} \cdot \nabla_{r'} \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}')] n_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') + [\mathbf{q} \cdot \nabla_{r'} \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}')] n_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') - n_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') [\boldsymbol{\eta} \cdot \nabla_{r'} \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}')] - n_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}') [\mathbf{q} \cdot \nabla_{r'} \epsilon_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}')] \}. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Agora, reconhecendo que

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{d}^3 \eta \eta e^{i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \boldsymbol{\eta}} = i \nabla_p \int \frac{\mathbf{d}^3 \eta}{(2\pi)^3} \eta e^{i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \boldsymbol{\eta}} = i \nabla_p \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{d}^3 q \mathbf{q} e^{i(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{q}} = -i \nabla_r \int \frac{\mathbf{d}^3 q}{(2\pi)^3} e^{i(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \cdot \mathbf{q}} = -i \nabla_r \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (\text{B.8})$$

podemos reescrever a Eq. (B.6) como

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] - \frac{1}{2} \{ \nabla_p [\nabla_r \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] - \nabla_r [\nabla_p \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] + \\ & + \nabla_p [n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \nabla_r \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] - \nabla_r [n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \nabla_p \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] \} + \dots = I[n_{\mathbf{p}}]. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Após desprezar os termos de ordem mais alta e rearranjar os termos de primeira ordem da Eq. (B.9), temos

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] - \frac{1}{2} \{ \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \} + \frac{1}{2} \{ n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), \epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \} = I[n_{\mathbf{p}}] \quad (\text{B.10})$$

onde  $[A, B]$  é o comutador usualmente encontrado no formalismo da mecânica quântica e  $\{A, B\}$  são os parênteses de Poisson usuais da mecânica clássica.

Recorde que tanto a densidade de distribuição quanto a densidade de energia de quase-partícula têm implícitos os índices de spin, ou seja,  $n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \equiv (n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}))_{\alpha, \bar{\alpha}}$  e  $\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \equiv (\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}))_{\alpha, \bar{\alpha}}$ . Desta maneira, podemos assumir as formas (2.15) para distribuição e (2.16) para energia de quase-partícula e

$$n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{tr}[(n_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}], \quad (\text{B.11})$$

$$\sigma_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{tr}[\tau (n_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}], \quad (\text{B.12})$$

$$\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{tr}[(\epsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}], \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{h}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{tr}[\tau (\epsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}]. \quad (\text{B.14})$$

Assim,

$$\frac{i}{\hbar}[\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] = \frac{i}{\hbar}[\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \sigma_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}], \quad (\text{B.15})$$

e recordando a propriedade das matrizes de Pauli  $(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau})(\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\tau}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + i(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \boldsymbol{\tau}$ , temos

$$\frac{i}{\hbar}[\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}), n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})] = \frac{2}{\hbar}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}) \cdot \boldsymbol{\tau}. \quad (\text{B.16})$$

Por outro lado,

$$\begin{aligned} (n_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}} &= n_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha, \bar{\alpha}} + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\alpha, \bar{\alpha}}, \\ (\epsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}} &= \epsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha, \bar{\alpha}} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\alpha, \bar{\alpha}}. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Desta forma,

$$\{(n_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}, (\epsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}\} = \{n_{\mathbf{p}}, \epsilon_{\mathbf{p}}\} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} + \{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \epsilon_{\mathbf{p}}\} + \{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\}, \quad (\text{B.18})$$

$$-\{(\epsilon_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}, (n_{\mathbf{p}})_{\alpha, \bar{\alpha}}\} = \{n_{\mathbf{p}}, \epsilon_{\mathbf{p}}\} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} + \{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \epsilon_{\mathbf{p}}\} - \{\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\}, \quad (\text{B.19})$$

de modo que a Eq. (B.10) fica escrita como

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{\tau} + \{n_{\mathbf{p}}, \epsilon_{\mathbf{p}}\} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} + \{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \epsilon_{\mathbf{p}}\} + \\ + \frac{1}{2}[\{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} - \{\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\}] = -\frac{2}{\hbar}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}) \cdot \boldsymbol{\tau} + I. \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Agora, temos que

$$\frac{1}{2}[\{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} - \{\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\}] = \{(h_{\mathbf{p}})_j, (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}})_k\}(\tau_j \tau_k - i\epsilon_{jks} \tau_s) \quad (\text{B.21})$$

onde, recordando que  $[\tau_j, \tau_k] = 2i\epsilon_{jks} \tau_s$ ,

$$[\{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} - \{\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\}] = [\partial_{r_i}(\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}), \partial_{p_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau})]_{\dagger} - [\partial_{p_i}(\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}), \partial_{r_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau})]_{\dagger}, \quad (\text{B.22})$$

e

$$\begin{aligned} [\partial_{r_i}(\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}), \partial_{p_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau})]_{\dagger} &= \partial_{r_i}(h_{\mathbf{p}})_j \partial_{p_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}})_k \tau_j \tau_k + \partial_{p_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}})_k \partial_{r_i}(h_{\mathbf{p}})_j \tau_k \tau_j \\ &= 2\partial_{r_i}(h_{\mathbf{p}})_j \partial_{p_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}})_k \tau_j \tau_k - 2i\partial_{p_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}})_k \partial_{r_i}(h_{\mathbf{p}})_j \epsilon_{jks} \tau_s, \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

e

$$[\partial_{p_i}(\mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}), \partial_{r_i}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau})]_{\dagger} = 2\partial_{p_i}(h_{\mathbf{p}})_j \partial_{r_i}(\sigma_{\mathbf{p}})_k \tau_j \tau_k - 2i\partial_{r_i}(\sigma_{\mathbf{p}})_k \partial_{p_i}(h_{\mathbf{p}})_j \varepsilon_{jks} \tau_s. \quad (\text{B.24})$$

Assim, reescrevemos a Eq. (B.20) como

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{\tau} + \{n_{\mathbf{p}}, \varepsilon_{\mathbf{p}}\} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}\} + \{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\tau}, \varepsilon_{\mathbf{p}}\} + \\ + \{(h_{\mathbf{p}})_j, (\sigma_{\mathbf{p}})_k\}(\tau_j \tau_k - i\varepsilon_{jks} \tau_s) = -\frac{2}{\hbar}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}) \cdot \boldsymbol{\tau} + I. \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Tomando o  $tr(C.25)$  e  $tr(C.25)\boldsymbol{\tau}$ , encontramos as Eqs. (2.27) e (2.28),

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \{n_{\mathbf{p}}, \varepsilon_{\mathbf{p}}\} + \{(h_{\mathbf{p}})_j, (\sigma_{\mathbf{p}})_j\} = I'[n_{\mathbf{p}}, \sigma_{\mathbf{p}}] \quad (\text{B.26})$$

onde  $I'[n_{\mathbf{p}}, \sigma_{\mathbf{p}}] = (1/2)tr(I)$  e

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}}\} + \{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}}, \varepsilon_{\mathbf{p}}\} = -\frac{2}{\hbar}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}) + \mathbf{J}' \quad (\text{B.27})$$

onde  $\mathbf{J}' = (1/2)tr(\boldsymbol{\tau}I) = (\partial_t \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}'})_{col}$ .



# Anexo A - Proposta experimental

Abaixo, incluímos uma cópia da proposta, elaborada pelo Prof. Stephen Wilson do Department of Physics do Boston College, e aprovada no Oak Ridge Spallation Neutron Source para o experimento que tentou detectar o modo massivo. Atualmente os dados coletados estão sob análise.

## A.1 Background.

Spontaneously broken symmetries in nature often result in the appearance of two types of low energy excitations: (1) massless Goldstone bosons associated with phase fluctuations of the corresponding order parameter and (2) massive Higgs bosons associated with amplitude modes of the order parameter. Aside from the well-known search for the Higgs boson in elementary particle physics, bosonic excitations mapped to the Higgs mechanism have been identified in a number of condensed matter systems as well. These include systems manifesting charge density wave order, superconductivity, superfluid and Mott phases. In a similar vein, a recent theoretical prediction has been put forward which identifies a new magnetic mode within ferromagnetic metals as a manifestation of the Higgs mechanism [1]. In a ferromagnetic metals below the ordering temperature, fundamentally spin-1/2 quasiparticles couple into gapless  $S = 1$  modes which define the precessional directions of the equilibrium magnetization. These modes comprise transverse spin waves and are the massless Goldstone excitations of the long-range ferromagnetic order. Transverse spin waves are thus the collective phase fluctuations of the order parameter, which propagate with a fixed amplitude (its equilibrium value). In the typical Stoner model, the corresponding amplitude fluctuations are gapped at  $q = 0$  (Stoner gap) and are incoherent at finite momentum transfers, resulting in no collective Higgs or amplitude mode. Instead, the transverse spin waves decay into this incoherent particle-hole continuum via Landau damping. Recently, however, a more complete description of the Fermi liquid state in a ferromagnetic metal by Bedell and Blagoev using a spin hydrodynamic model and a higher order Fermi liquid parameter ( $F_1^a$ ) has predicted the presence of an additional gapped, collective, mode arising out of the particle-hole continuum in metallic ferromagnets [1,2].

This new mode is built out of amplitude fluctuations and is predicted to couple into the spin fluctuation response making it accessible to neutron scattering measurements. The core of the theoretical prediction here is that this new mode comprises the Higgs mode for a ferromagnetic metal [1] and, given the right material, is accessible to direct detection via inelastic neutron scattering. Our theoretical collaborators have recently identified *MnSi* as a promising system to search for this magnetic Higgs mode [1]. While better known as a helimagnetic metal, MnSi can be easily driven into a ferromagnetic state via a modest magnetic field of  $1T$  [3], and the well-characterized electronic and magnetic parameters for this system enable an quantitative prediction for the dynamic range and scattering intensity of its corresponding Higgs mode (Fig.A.1). One ambiguity remains

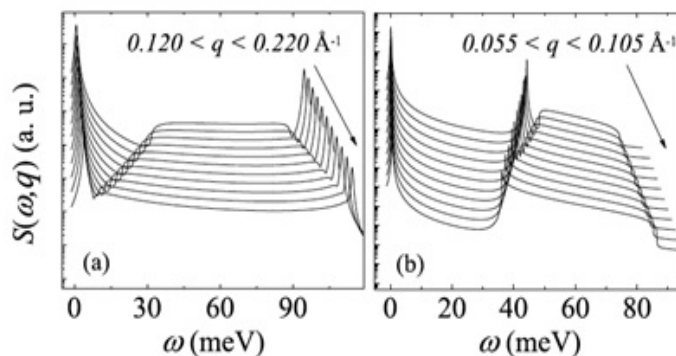


FIGURA A.1 – Collective spin modes predicted for *MnSi* for two values of the  $F_1^a$  parameter, (a)  $F_1^a > 0$  and (b)  $F_1^a < 0$ . The low energy peak is the transverse spin wave (phase mode) and the high-energy peaks either just above or below the p-h continuum are the predicted collective amplitude mode.

regarding the sign of the  $F_1^a$  Fermi parameter, meaning that the Higgs mode potentially resides either just above or just below the particle-hole continuum in this material—both are cases accessible via neutrons. Here we propose to utilize time-of-flight neutron scattering techniques in order to search for the predicted Higgs magnetic mode within MnSi driven into the ferromagnetic regime, and we hope to establish ferromagnetic metals as a new class of materials where the Higgs mechanism can be explored. If we are successful, we envision our results being of interest to both condensed matter and broader physics communities.

## A.2 Proposed Experiment on SEQUOIA.

We propose to explore the high-energy spin dynamics of *MnSi* within the ferromagnetic phase in search of a predicted, collective amplitude mode of the magnetic order parameter. We will utilize the same high quality crystal as that utilized in earlier experiments exploring the low energy excitations within the spiral phase with a total volume

of  $12\text{cm}^3$  [4]. The sample will be aligned within the  $[H, H, L]$  scattering plane, mounted within a  $5T$  magnet, and cooled under field below  $T_c$  ( $30K$ ). A modest magnetic field of  $1T$  is all that is required to induce  $MnSi$  into the ferromagnetic regime (Fig.A.2). Our search will focus on the sample cooled within the ferromagnetic phase near the magnetic zone center (110) in the energy regions of  $\Delta E \approx 40\text{meV}$  (just below the p-h continuum) and  $90\text{meV}$  (just above p-h continuum). The structure factor of this high-energy mode is predicted to build with increasing reduced  $q$ ; however the lifetime is simultaneously damped, so we will search for an optimal point slightly away from the magnetic zone center. Time-of-flight techniques are ideal for this search for a high-energy mode, and SEQUOIA is the optimal instrument for the neutron flux and resolution in the energy-range required. One of the challenges of this experiment is the predicted weak signal of the amplitude

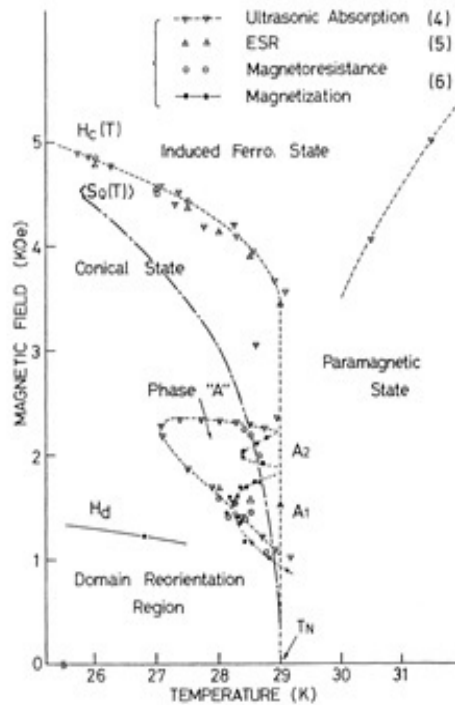


FIGURA A.2 – Magnetic phase diagram of  $MnSi$  (Ref. 3).

mode relative to the spin wave modes at lower energies. Using realistic parameters, the high energy mode is predicted to be  $\approx 10$  times weaker than the traditional magnon modes; however given the advances in both our crystal volume and the SNS neutron flux relative to previous experiments in the ferromagnetic phase [5], our preliminary estimates show that the signal should be resolvable. There are two key parameters that we can exploit to unambiguously discriminate whether we have seen the amplitude mode: (1) It should disappear immediately above  $T_c$  and (2) It should also vanish if the system enters the helimagnetic phase at zero field. Both of these metrics provide consistency checks and a means for removing phonon and background scattering, which may be large due to the necessary magnet. Due to the predicted weak signal, we request 8 days of time on SEQUOIA and the use of the  $5T$  magnet. This experiment is part of the thesis work of Xiang Chen.

**References**

- [1] Y. Zhang, P. Farinas, and K. Bedell, *Acta Phys. Pol. A*, 127 (2) 153-156 (2015);
- [2] K. Bedell and K Blagoev, *Phil. Mag. Lett.* 81, 511 (2001).
- [3] Y. Ishikawa and M. Arai, *JPSJ* 53, 2726 (1984).
- [4] C. Pfeleiderer et al. *Phys. Rev. Lett.*, 99, 156406 (2007).
- [5] Y. Ishikawa et al., *Phys. Rev. B.* 16, 4956 (1977).