UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE

GLADYS BEATRIZ CHURATA GARCIA

OESTUDO DA CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA EM QUESTÕES DE EQUAÇÃO DE 1º GRAU NAS AVALIAÇÕES DE APRENDIZAGEM EM PROCESSO

SOROCABA
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE

GLADYS BEATRIZ CHURATA GARCIA

O ESTUDO DA CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA EM QUESTÕES DE EQUAÇÃO DE 1º GRAU NAS AVALIAÇÕES DE APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Gladys Beatriz Churata Garcia
ORIENTADOR: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

SOROCABA
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE

GLADYS BEATRIZ CHURATA GARCIA

O ESTUDO DA CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA EM QUESTÕES DE EQUAÇÃO DE 1º GRAU NAS AVALIAÇÕES DE APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.
Orientação: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

SOROCABA
2019

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Gladys Beatriz Churata Garcia, realizada em 07/02/2019:

Paulo César Oliveira

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira
UFSCar

Profa. Dra. Eliane Matesco Cristovão
UNIFEI

Magda Peixoto

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto
UFSCar

Certifico que a defesa realizou-se com a participação à distância do(s) membro(s) Eliane Matesco Cristovão e, depois das arguições e deliberações realizadas, o(s) participante(s) à distância está(ao) de acordo com o conteúdo do parecer da banca examinadora redigido neste relatório de defesa.

Paulo César Oliveira

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente à Deus que me deu força e luz durante esta permanente caminhada ao conhecimento, e por colocar pessoas que me ajudaram a terminar esta jornada.

Agradeço infinitamente ao meu professor orientador Dr. Paulo César Oliveira pelas incansáveis orientações, pelo incentivo e confiança depositada em meu trabalho.

Aos meus pais Ricardo e Balvina, que sempre me incentivaram para construir um futuro melhor.

Ao meu esposo e meus filhos, pelo amor e fé em mim depositados, em especial para minha filha que meu deu força e confiança nos momentos de maior dificuldade.

Aos professores do programa de mestrado, pelo acolhimento e ensinamentos que me proporcionaram abrindo novos horizontes em minha formação.

Às professoras Drª. Magda da Silva Peixoto e Drª Eliane Matesco Cristovão, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora, e que contribuíram de forma inestimável com suas críticas e sugestões.

Aos amigos e colegas dos Programas de Pós-Graduação PPGECE e PROFMAT da UFSCar pela companhia, pelo incentivo e sobretudo pela ajuda ao longo do curso.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo contribuir com pesquisas envolvendo investigações em avaliações em larga escala, em especial a Avaliação de Aprendizagem em processo (AAP). No tocante à análise deste tipo de documento apresentamos implicações do conteúdo de equação do 1º grau e sistemas lineares de duas equações do 1º grau com duas variáveis, sob a ótica dos registros de representação semiótica. Para o percurso teórico e metodológico da pesquisa formulamos a seguinte questão de investigação: qual a incidência dos critérios de congruência semântica em questões contendo equações de primeiro grau? O percurso metodológico desta investigação foi qualitativo na modalidade documental. Em termos bibliográficos, nosso principal referencial foi as contribuições da teoria de Raymond Duval. Na perspectiva documental apresentamos a análise do segundo volume do Caderno do Professor para o 8º ano do Ensino Fundamental, bem como a análise de oito questões extraídas de edições da AAP aplicadas no período de 2012 a 2018. Os resultados de nossa pesquisa revelaram indícios na forma de atenção necessária para o vocabulário adequado para o contexto algébrico, bem como possibilidade de minimização dos critérios de congruência não conservados.

Palavras-chave: Ensino fundamental, equação, registro de representação semiótica, congruência semântica, avaliação externa.

ABSTRACT

This work aims to contribute with research involving large scale research, especially the In-Process Learning Assessment (AAP). With regard to the analysis of this type of document, we present implications of the content of equation of the first degree and linear systems of two equations of the first degree with two variables, from the perspective of the registers of semiotic representation. For the theoretical and methodological course of the research we formulate the following research question: what is the incidence of the criteria of semantic congruence in questions containing first degree equations? The methodological course of this research was qualitative in the documentary modality. In bibliographical terms, our main reference was the contributions of Raymond Duval's theory. In the documentary perspective we present the analysis of the second volume of the Teacher's Book for the 8th year of Elementary School, as well as the analysis of eight questions extracted from AAP editions applied in the period from 2012 to 2018. The results of our research revealed signs in the form necessary attention to the vocabulary appropriate to the algebraic context, as well as the possibility of minimizing non-conserved congruence criteria.

Key words: Elementary education, equation, registration of semiotic representation, semantic congruence, external evaluation.

Lista de Figuras

Figura 1: Representação algébrica de equação de 1º grau..............................22
Figura 2: Expressão algébrica...24
Figura 3: Conservação da ordem que compõe cada uma das unidades de significado...26
Figura 4: Conversão congruente...28
Figura 5: Questão 1 da AAP - 2012 para a 1ª série do Ensino Médio..............44
Figura 6: Questão 4 da AAP - 2012 para a 2ª série do Ensino Médio..............45
Figura 7: Questão 10 da AAP - 2013 para a 1ª série do Ensino Médio............46
Figura 08: Atividade de transformação do registro na forma de tratamento **38**
Figura 09: Conversão de registros no sistema semiótica figural **39**
Figura 10: Conversão de registros no sistema semiótico simbólico **40**
Figura 11: Representação gráfica do sistema linear **41**
Figura 12: Questão 1 da AAP - 2012 para a 1ª série do Ensino Médio **44**
Figura 13: Questão 4 da AAP - 2012 para a 2ª série do Ensino Médio **45**
Figura 14: Questão 10 da AAP - 2013 para a 1ª série do Ensino Médio **46**
Figura 15: Questão 1 da AAP - 2014 para o 9º ano do Ensino Fundamental **48**
Figura 16: Questão 10 da AAP-2014 para o 9º ano do Ensino Fundamental **49**
Figura 17: Questão 7 da AAP-2016 para o 8º ano do Ensino Fundamental **50**
Figura 18: Questão 12 da AAP-2016 para o 8º ano do Ensino Fundamental **51**
Figura 19: Resolução comentada da Questão 12 -AAP 2016 - 8º EF **52**
Figura 20: Questão 10 da AAP-2018 para o 8º ano do Ensino Fundamental **53**
Figura 21: Questão 11 da AAP-2018 para o 8º ano do Ensino Fundamental **54**
Figura 22: Reformulação do enunciado (questão 1 - AAP 2012) **60**

Lista de Quadro

Quadro 1: Mapeamento de pesquisas no período de 2001 a 2017..................**16**
Quadro 2: Panorama das questões em relação aos critérios de congruência.**56**

Lista de Tabelas

Tabela 1: Mapeamento das pesquisas sobre o SIMAVE..................................**14**
Tabela 2: Apresentação das questões selecionadas das AAP.........................**43**

Sumário

1. INTRODUÇÃO..11
2. PERCURSO TEÓRICO...20
2.1 Registros de Representação semiótica...20
3. DEMARCAÇÃO DOS PASSOS PARA A METODOLOGIA DE PESQUISA 30
3.1 Avaliação da Aprendizagem em Processo: aspectos estruturais.....33
3.2 Proposta pedagógica para o ensino de Matemática...........................35
4. ANÁLISE DO REPERTÓRIO DE QUESTÕES DAS APP............................43
4.1 Análise de cada uma das questões...43
4.1.1 Primeira questão...44
4.1.2 Segunda questão...45
4.1.3 Terceira questão..46
4.1.4 Quarta questão..48
7. REFERÊNCIAS...61
8. ANEXOS 66

1. INTRODUÇÃO

Uma das ciências mais antigas a ser ensinada é a Matemática, e ao mesmo tempo ela está presente em nossas vidas desde o nosso nascimento, a começar pelas ações da mãe nos cuidados com o recém-nascido.

Nos contextos escolares a importância da Matemática enquanto componente curricular é notória, por exemplo, quando abordamos os sistemas de avaliação externa no Brasil.

Historicamente, o governo federal criou em 1990, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), desencadeando um movimento de ênfase na implantação de iniciativas de avaliação de sistema como instrumento de gestão das políticas educacionais e como interesse subjacente a elas, a qualidade de ensino avaliada pela mensuração do desempenho dos estudantes, entre outros fatores.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), inicialmente aplicado em 1990, nos atuais 2º, 4º, 6º e 8º anos do Ensino Fundamental em Português e Matemática, tinha como objetivo a verificação da leitura e resolução de problemas dos estudantes. No entanto, a demora na divulgação dos resultados do Saeb; o seu caráter amostral e a necessidade de promover avaliações anuais, já que o Saeb era aplicado a cada dois anos, constituíram fatores motivadores para que os estados brasileiros planejassem sistemas de avaliação próprios (MACHADO, ALAVARSE, ARCAS, 2015).

Em 1998 foi disponibilizado pelo Ministério da Educação aos professores de Ensino Fundamental II os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.5) com a "intenção de ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade e dê origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro". Neste documento já foi possível encontrar registros sobre os efeitos da consolidação do sistema de avaliação em larga escala em meados da década de 90, o Saeb,revelando indicadores expressivos de como se encontra o ensino de Matemática:

> As provas de Matemática aplicadas em 1993, pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB) indicavam que, na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para

> 3,1%, na quinta série e subia para 5,9% na sétima série. Nas provas de Matemática, aplicadas em 1995, abrangendo alunos de quartas e oitavas séries do ensino fundamental, os percentuais de acerto por série/grau e por capacidades cognitivas, além de continuar diminuindo à medida que aumentavam os anos de escolaridade, indicavam também que as maiores dificuldades encontravam-se nas questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas. (BRASIL, 1998, p.23-24)

O Saeb constituiu-se em uma máquina propulsora de sistemas de avaliação de larga escala que proliferou nas políticas públicas de Estados e Municípios que foram criando instrumentos próprios de avaliação. De acordo com Ortigão, Santos, Aguilar Junior (2017, p.76), “a avaliação torna-se sistemática, orgânica, adquire um caráter regulador e ganha centralidade nas discussões educacionais. Deixa de ser possível, atualmente, imaginar processos educativos que não conduzam a modalidades de julgamentos”.

Com a descentralização das avaliações em larga escala na União, dezenove unidades da federação incluindo o Distrito Federal, através de suas politicas públicas educacionais, elaboraram seus próprios sistemas de avaliação, na perspectiva censitária.

Em fevereiro de 2015, Machado; Alavarse; Arcas (2015) atualizaram um “mapeamento da situação de existência dos sistemas estaduais de avaliação”. Das diversas informações produzidas por estes autores, destaca-se que os estados do Amapá, Maranhão, Mato Grosso, Rio Grande do Norte, Santa Catarina, Sergipe dentre as 26 unidades da Federação, além do Distrito Federal não possuem sistemas de avaliação em larga escala. Em 2018, não houve mudanças no cenário dos Estados que ainda não implantaram sistemas de avaliação externa.

Nossa pesquisa tem como propósito analisar aspectos de um dos sistemas de avaliação de larga escala implantado no estado de São Paulo, onde são executadas duas avaliações em larga escala. A primeira dela é o SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), que utiliza procedimentos metodológicos formais e científicos para coletar e sistematizar dados e produzir informações sobre o desempenho dos estudantes ao término das segundas, quartas, sextas e oitavas séries ou, no caso do ensino de nove anos, terceiras, quintas, sétimas e nonos anos do Ensino Fundamental, bem como da terceira série do Ensino Médio.

O outro sistema de avaliação paulista que é objeto de nossa pesquisa é a Avaliação da Aprendizagem em Processo (AAP), cujo intuito é disponibilizar ao professor uma ferramenta de diagnóstico acerca do desempenho dos estudantes na disciplina de Matemática, sendo aplicada, atualmente, de forma bimestral. Em termos de objeto de pesquisa, interessa-nos analisar o conteúdo equação do 1º grau contido nas diversas edições da AAP, sob a ótica dos registros de representação semiótica de Raymond Duval.

Além dos referidos sistemas de avaliação a educação pública de São Paulo conta com o IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação de São Paulo),

> um indicador de qualidade das séries iniciais (1ª a 4ª séries) e finais (5ª a 8ª séries) do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Na avaliação de qualidade das escolas feita pelo IDESP consideram-se dois critérios complementares: o desempenho dos alunos nos exames do SARESP e o fluxo escolar. O IDESP tem o papel de dialogar com a escola, fornecendo um diagnóstico de sua qualidade, apontando os pontos em que precisa melhorar e sinalizando sua evolução ano a ano. (idesp.edunet.sp.gov.br/o_que_e.asp)

A construção da problemática de investigação da nossa pesquisa teve como foco a análise de questões envolvendo o conteúdo de equações do primeiro grau com uma ou duas variáveis extraídas das AAP, no período de 2012 a 2017. A escolha em analisar o componente curricular no sistema de avaliação externa justifica-se pelo fato de que a abordagem dos conteúdos matemáticos em pesquisas envolvendo sistemas de avaliação de larga escala é muito pequena, se comparado com o montante de pesquisas no tema em questão.

Para darmos uma dimensão dessa situação vamos considerar inicialmente a dissertação de Franco (2016). Esse trabalho contemplou especificamente o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE) por meio da abordagem qualitativa bibliográfica, que envolveu 28 dissertações de mestrado e cinco teses de doutorado, desenvolvidas, em sua maioria, em programas nacionais de pós-graduação em Educação, no período de 2000 a 2013.

Para o repertório das pesquisas catalogadas por Franco (2016) elaboramos a tabela 1 que apresenta o número de dissertações por área de conhecimento e suas respectivas temáticas:

Tabela 1: Mapeamento das pesquisas sobre o SIMAVE

área de conhecimento	quantidade	Temática
Educação	26	Política pública, gestão, avaliação educacional (
Política social	1	Estado, política social e cidadania
Economia	1	Estatística socioeconômica
Administração	2	Administração pública e gestão de sistemas educacionais
Linguística	2	Ensino e aprendizagem de línguas e linguística aplicada
Ensino de ciências e matemática	1	Educação matemática

Fonte: adaptado de Franco (2016)

O único trabalho em educação matemática catalogado por Franco (2016) foi o de Soares (2011), inserido no campo de pesquisa da história da educação matemática, mais especificamente, investigar as transformações que vêm ocorrendo na disciplina Matemática, da terceira série do Ensino Médio, a partir da constituição do SIMAVE/Proeb no ano de 2000.

Os resultados da pesquisa de Soares (2011) apontam para uma interferência no currículo da disciplina, no momento em que os resultados da avaliação do SIMAVE são parâmetros para o recebimento de uma premiação instituída pelo governo de Minas Gerais para que as escolas alcançassem metas que variam ano após ano. O que está em jogo é o processo de bonificação, sobre o qual os professores acabam sendo pressionados pelos colegas da escola em função deste prêmio ser balizado a partir dos resultados das avaliações dos conteúdos Matemática e Língua Portuguesa do SIMAVE/Proeb.

Nota-se que do montante de pesquisas catalogadas por Franco (2016) a análise do componente curricular na avaliação externa, não só a Matemática, pouco tem sido alvo de investigação na comunidade acadêmica.

Pesquisas desenvolvidas no GEPLAM (Grupo de Estudos e Planejamento de Aulas de matemática) sob a temática da avaliação em larga escala tem priorizado a análise da matemática enquanto componente curricular. Nesse sentido, vamos destacar duas dessas pesquisas sob a orientação do Prof. Dr. Paulo César Oliveira; a dissertação de Mestrado Profissional de Duarte (2015) e o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Santos (2018). Essas duas pesquisas, respectivamente, geraram comunicações científicas (OLIVEIRA; DUARTE (2016) e SANTOS (2018)) publicadas nas duas últimas edições do CONAVE (Congresso Nacional de Avaliação em Educação).

Duarte (2015) em sua dissertação “Desempenho em questões de álgebra do SIMAVE sob a perspectiva dos registros de representação semiótica” buscou responder à seguinte questão de investigação: como alunos com bom rendimento no SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública) mobilizaram registros de representação semiótica em questões com conteúdos algébricos? A opção metodológica para esta pesquisa foi qualitativa, na modalidade de estudo de caso. Os sujeitos de pesquisa, alunos do 9º ano eram pertencentes a um contexto escolar que tem apresentado bons resultados no sistema de avaliação externa de Minas Gerais, desde 2009.

O autor selecionou do banco SIMAVE oito testes e disponibilizou para os alunos resolverem e solicitou a justificativa do raciocínio como forma deacesso à produção escrita dos sujeitos da pesquisa. O desempenho quantitativo levantado através de análise de dados revelou que os alunos utilizaram aquilo que aprenderam nas aulas de Matemática para se desenvolverem como estrategistas eficazes na obtenção da resposta correta.

A forma como os registros de representação semiótica foram mobilizados estava diretamente ligada ao papel exercido pelo professor-pesquisador Duarte (2015) em sala de aula, ou seja, o registro escrito como forma de expressar o raciocínio, foi tratado em nossas aulas como parte fundamental do desenvolvimento das atividades matemáticas dos alunos. Um dos resultados da pesquisa apontou que habilidades da matriz de avaliação do SIMAVE, como identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do primeiro grau, é necessário e suficiente para ter sucesso na resolução de questões dessa avaliação.

> Porém, os registros escritos dos alunos de Duarte (2015) apontaram que esta habilidade é insuficiente quando há necessidade de articular os conceitos internos aos elementos visuais do gráfico como a

inclinação da reta no plano cartesiano, por exemplo, como elemento necessário para a composição da equação da reta.

No percurso teórico-metodológico de sua pesquisa, Duarte (2015) fez um mapeamento brasileiro das pesquisas envolvendo sistemas de avaliação com a inserção das palavras-chaves avaliação externa, educação básica e matemática. Duarte (2015), no término de seu levantamento bibliográfico até o ano de 2014 catalogou 22 trabalhos.

Desse montante de pesquisas, Santos (2018) utilizou oito pesquisas, as quais tratam do componente curricular Matemática em sistemas de avaliação externa em contextos estaduais voltados para o Ensino Fundamental II e Médio. Em seu TCC intitulado "Avaliação externa em matemática: análise de teses e dissertações que abordam conteúdos matemáticos", Santos (2018) deu continuidade ao mapeamento elaborado por Duarte (2015) até o ano de 2017, totalizando 17 pesquisas listadas a seguir:

Quadro 1: Mapeamento de pesquisas no período de 2001 a 2017

Autor	Nome	Ano	Universidade
Alessandro Jacques Ribeiro	Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP.	2001	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Jader Otavio Dalto	A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum a 8ª série do ensino fundamental e à 3ª série do ensino médio do AVA/2002.	2007	Universidade Estadual de Londrina
Rosana Aparecida da Costa Vaz	SARESP/2005: Uma análise de questões de matemática da 7ª série do ensino fundamental, sob a ótica dos níveis de mobilização de conhecimentos e dos registros de representação semiótica	2008	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Maria José Ferreira França	Avaliação em larga escala: um estudo sobre erros dos alunos no trabalho com números e suas operações. SAEP	2008	Universidade Federal do Pernambuco
César Clemente	Os desdobramentos do SARESP no processo curricular e na avaliação interna: uma análise do componente curricular de Matemática	2011	Centro Universitário Maura Lacerda
Luciana de Castro Lugli	A Análise de Dados e a Probabilidade nas Avaliações Externas para o Ensino Médio: ENEM e SARESP	2011	Universidade Cruzeiro do Sul
Rinaldo	Exame do SAEPE: Um estudo das	201	Universidade

César de Holanda Beltrão	estratégias mobilizadas pelos alunos para resolver problemas algébricos.	1	Federal Rural de Pernambuco
Rosivaldo Severino dos Santos	Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais	2011	Universidade Federal de Pernambuco
Rosangela de Souza Jorge Ando	Formação continuada e ensino de álgebra: Reflexões de professores da educação básica sobre itens do SARESP.	2012	Universidade Bandeirante
Alessandro Gonçalves	Análise de estratégias e erros de alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no Saresp de 2008 a 2011	2014	PUC-SP
Ronan Cesar Duarte	Desempenho em questões de álgebra do SIMAVE sob a perspectiva dos registros de representação semiótica	2015	Universidade Federal de São Carlos
Renata Pessoa Bifano	Um estudo sobre o desempenho dos estudantes da Escola Estadual Waldomiro Mendes de Almeida nos Exames do SIMAVE e ENEM	2015	Universidade Federal de Viçosa.
SusimaraSantade	Currículo de matemática do estado de São Paulo e SARESP – análise crítica	2015	Universidade Do Oeste Paulista
Elizabeth Blanco Pardo Reis	As avaliações em matemática no nono ano em Parintins/AM: contradições entre rendimento e desempenho	2015	Universidade Federal de Juiz de Fora
Luiz Fabiano dos Anjos	A proficiência matemática dos alunos do núcleo regional de educação de ponta grossa no SAEP 2012: uma análise dos descritores do tratamento da informação	2015	Universidade Estadual De Ponta Grossa
Rosivaldo Severino dos Santos	Rendimentos e Estratégias de Estudantes Concluintes do Ensino Fundamental na Resolução de Itens de Avaliações Externas	2016	Universidade Anhanguera De São Paulo
Tatiane Goncalves Moraes	Sistema de avaliação do estado de goiás (SAEGO): interpretação estatística e pedagógica dos itens de matemática	2017	Universidade Estadual De Ponta Grossa

Fonte: Santos (2018, p.19-20)

Com um total de 17 pesquisas com foco na análise sobre as implicações dos conteúdos matemáticos privilegiados em teses e dissertações envolvendo os sistemas de avaliação de larga escala, nenhuma dessas pesquisas esteve relacionada à AAP (Avaliação de Aprendizagem em Processo).

Uma revisão com base nas fontes de buscas por teses e dissertações utilizadas pelos colegas pesquisadores já citados, não revelou nenhuma dissertação ou tese cujo foco tenha sido as implicações do conteúdo matemático na AAP. Os trabalhos que tivemos acesso em relação á AAP privilegiam outras vertentes da pesquisa em avaliação externa como a análise da gestão escolar com base no desempenho dos estudantes.

Nosso propósito de pesquisa tem por base a seguinte questão de investigação: **qual a incidência dos critérios de congruência semântica em questões contendo equações de primeiro grau?**

O objetivo da nossa pesquisa consiste em analisar os registros de representação semiótica, com base na Teoria de Raymond Duval, mais especificamente, quando há atividade de conversão, os critérios de congruência em questões extraídas de edições da Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP), no período de 2012 a 2018.

> Este objetivo foi delineado com base no relato de pesquisa de Lourenço e Oliveira (2018) intitulado “Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau”. Trata-se de uma investigação desenvolvida em um cenário distinto do tema avaliação de larga escala. Lourenço e Oliveira (2018) com base na teoria dos registros de representação semiótica e por meio de uma pesquisa bibliográfica e documental teve como objetivo analisar quais critérios de congruência são conservados em quinze problemas com equações do primeiro grau apresentados em um material didático apostilado e tecer reflexões sobre a influência dos critérios não conservados nas possíveis dificuldades dos alunos.
>
> Esses autores, juntamente com a autora desta dissertação de mestrado, são alguns dos membros de uma das linhas de pesquisa do GEPLAM, o estudo e difusão das contribuições de Raymond Duval quanto à teoria dos registros de representação semiótica. No nosso caso, também desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica e documental escolhendo questões com habilidades distintas envolvendo o conteúdo de equações de 1º grau e sistemas de equações do 1ª grau com duas variáveis. Porém, a fonte documental, sobre a qual extraímos as questões é a Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP).

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, é um dos pilares teóricos-metodológicos utilizados nas produções acadêmicas vinculadas ao GEPLAM, por concentrar seus estudos na aprendizagem da matemática, segundo os aspectos cognitivos para a compreensão da mesma. Do ponto de vista cognitivo, o processo de aprendizagem requer a mobilização de diferentes registros semióticos de representação para que não haja confusão entre o objeto matemático e a representação do mesmo, bem como, a coordenação entre os diferentes registros.

A semiótica é a "ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significado e sentido" (SANTAELLA, 2002, p.13). No caso da matemática, a comunicação extrapola o uso da língua materna, principalmente via registros escritos, pois nos comunicamos também por meio de gráficos, tabelas, simbologias algébricas, entre outras formas de registros de representação semiótica.

A continuidade do nosso relatório de pesquisa levando em conta a 'Introdução' como primeiro capítulo, tem a seguinte estrutura:

a) **capítulo 2:** apresentação do referencial teórico-metodológico dos registros de representação semiótica com ênfase no fenômeno de congruência;

c) **capítulo 3:** descrição dos aspectos metodológicos da pesquisa;

d) **capítulo 4:** análise do conjunto de questões envolvendo o conteúdo de equação do 1ºgrau e sistemas lineares contendo duas equações do 1º grau com duas variáveis.

Finalizamos a dissertação apresentando as considerações finais e a lista das referências bibliográficas utilizadas no decorrer do relatório desta pesquisa. Além disso, disponibilizamos ao leitor um conjunto de questões referentes ao tema de nossa pesquisa, extraímos na íntegra de AAP aplicada a partir de 2011.

2. PERCURSO TEÓRICO.

Apresentamos, neste capítulo os principais argumentos da teoria dos registros de representação semiótica, e uma discussão sobre congruência semântica articulada ao nosso objeto de estudo equação do primeiro grau.

2.1 Registros de Representação semiótica

Neste item elaboramos um texto que justifica e apresentam as contribuições da teoria de Raymond Duval para a análise do conjunto de treze questões extraídas das versões das AAP no período de 2012 a 2016.

Iniciamos nosso texto com uma declaração: Duval (2009) afirmou que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação. Para ratificar esta afirmação, o autor retoma três momentos historicamente marcantes em que se pressupõe que o conhecimento só possa ser mobilizado com uma atividade de representação.

O primeiro marco diz respeito à representação mental, a partir das contribuições de Jean Piaget sobre a teoria do desenvolvimento da inteligência pautada na oposição entre o plano da ação em pensamento e o plano da representação.

Em meados da década de cinquenta, no século passado, temos o segundo marco: representação interna ou computacional. Neste contexto há uma polarização do método de tratamento da representação, saltando do tempo empregado para a interiorização das ações (perspectiva piagetiana) para o tempo da reação. Trata-se de um período em que a noção de representação torna-se essencial como forma sob a qual uma informação pode ser decodificada, a partir do tratamento por meio de um sistema.

A representação semiótica é o último marco e está presente em trabalhos acadêmicos envolvendo a aquisição de conhecimentos matemáticos, bem como os problemas que sua aprendizagem origina. Do contexto geral de semiótica, o signo é relacionado a um objeto concreto. Para a especificidade matemática, o símbolo (signo) representa o objeto abstrato por meio da ação do sujeito do conhecimento (significante ou conceito).

A palavra ‘abstrato’ diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Com efeito, outro argumento se constrói, desta vez em relação ao binômio objeto-representação: “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação” (DUVAL, 2009, p14).

As representações gráficas, numérica ou algébrica são consideradas, e usadas, meramente como uma maneira de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação. Podemos dizer que esta interpretação é restrita,uma vez que elas desempenham uma finalidade relevante na construção do pensamento matemático.

O autor desta teoria salienta a importância dos registros de representação para a matemática afirmando que: “o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (DUVAL, 2003, p.13), em outras palavras a evolução da matemática teve como fundamento para seu desenvolvimento o uso de registros de representação para expressar ideias construídas.

Duval (2003) destaca sobre a relevância e o uso das representações semióticas no estudo dos objetos matemáticos, dado que todo pensamento matemático é externalizado por meio de registros, que devem ser examinados a fim de possibilitar a construção do conhecimento, ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis sem o uso de registros de representação, como indica a afirmação:

> (...) diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou microscopicamente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. (DUVAL, 2003, p.21)

A compreensão do objeto matemático equação do 1º grau é possível através de um sistema semiótico (registro) simbólico em uma representação algébrica, conforme exemplo a seguir:

Figura 1: Representação algébrica de equação de 1º grau

(AAP 2013, questão 03) Determine um valor para "x" de tal forma que :

$$\frac{2x-1}{5} + \frac{3}{2} = \frac{3x+4}{3}$$

Objeto matemático: Equação do 1º grau
Sistema Semiótico: Simbólico
Representação: Algébrica

Fonte: São Paulo (2013, 2º semestre, 9º ano, p.9)

No conteúdo da 'figura 01' o símbolo (=)está sendo utilizado para estabelecer a relação de igualdade entre as duas expressões algébricas, um registro simbólico externalizado a partir de uma ação em nível de representação mental.

Em uma atividade de aquisição de conhecimento matemático, tem que ser levados em conta dois componentes: os próprios conteúdos desse conhecimento, para os que existem métodos e processos para que possibilitem estabelecer resultados e, o cognitivo, que segundo Duval (2009), a identificação de uma noção matemática com seus registros de representação semióticos pode constituir-se num dos problemas centrais da aprendizagem dessa noção.

Um registro de representação semiótico de um objeto matemático pode ser um símbolo, uma figura ou a língua natural. Cada tipo de registro apresenta um conteúdo diferente, estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido. A apreensão das características diferentes só terá sucesso quando o indivíduo que aprende for capaz de efetuar transformações nos registros, seja na forma de tratamento (operações internas a um mesmo registro) e/ou conversões (passagem de um registro a outro, com mudança na forma pela qual determinado registro é representado).

Retomando o conteúdo da ‘figura 01’, nos comentários e recomendações pedagógicas relativas a essa questão (determine um valor para “x” para a equação), contida na AAP -2013, destaca-se o “caráter procedimental e exige que os alunos resolvam a equação empregando os conceitos matemáticos como, por exemplo, operações com frações” (SÃO PAULO, 2013, 2º semestre, 9º ano, p.9).

Uma possibilidade de resolução da equação, conforme a recomendação pedagógica é o uso de operações com frações:

$$\frac{2X+1}{5} + \frac{3}{2} = \frac{3X+4}{3}$$

$$\frac{2X}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{2} = \frac{3X}{3} + \frac{4}{3}$$

$$\frac{2X}{5} - \frac{3X}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = \frac{3X}{3} - \frac{3X}{3} + \frac{4}{3} - \frac{1}{5} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{6X-15X}{15} = \frac{40-6-45}{30}$$

$$\frac{-9X}{15} = \frac{-11}{30}$$

$$\frac{-9X}{15} \cdot \frac{15}{-9} = \frac{-11}{30} \cdot \frac{15}{-9}$$

$$x = \frac{11}{18}$$

Os procedimentos algébricos que apresentamos constituem um exemplo de transformação de registro na forma de tratamento. Ocorreram operações internas (operações com frações) a um mesmo registro, ou seja, no sistema semiótico simbólico permeado por uma representação algébrica.

Retomando as transformações de registro, no caso a conversão, apresentamos como exemplo uma questão de AAP (figura 02) cuja mudança dar-se-á do registro figural para o algébrico.

Figura 2: Expressão algébrica

(AAP 2016, questão 01) Na roda de conversa de uma escola, a quantidade de alunos é seis vezes maior que a quantidade de professores. Considerando a letra A para o número de alunos, e P para o número de professores, a expressão que traduz algebricamente a situação representada na imagem dessa roda de conversa é

(A) A = 6P. (B) 6A = P. (C) A + P = 6. (D) P = A – 6.

Objeto matemático: Expressão algébrica

Sistema Semiótico: figural

Representação: Algébrica

Fonte: São Paulo (2016, 3º bimestre, 8º ano, p.8)

De acordo com a resolução comentada,

> o objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno ao expressar na linguagem Matemática, uma situação representada em uma imagem. Analisando a imagem em que um professor (P) e seis alunos (A) conversam, e confirmando o que anuncia o problema "há seis mais alunos do que professores", evidentemente entende-se que o número de Professores é um sexto do número de Alunos. Para 12 alunos haverá dois professores e para 18 alunos haverá três professores, e assim por diante.(SÃO PAULO, 2016, 3º bimestre, 8º ano, p.8)

A forma de ser abordada a resolução denota uma conversão do registro figural para o registro algébrico, praticamente desconsiderando o enunciado da questão (registro na língua natural), exceto pelo fato de utilizar as incógnitas 'A e P'.

A resolução desta questão pode envolver uma conversão cujo registro de partida é o enunciado e o de chegada é o registro algébrico.

Nesta situação a imagem que é um exemplo de registro figural, no contexto da teoria de Raymond Duval faz o papel de registro auxiliar, podendo ser suprimido do conteúdo da questão, sem perda de generalidade.

Em síntese, para obtermos a resposta correta (A = 6P) dessa questão, o objeto matemático pode ser fruto de mais de uma forma de conversão entre registros. De acordo com Duval (2009) o objeto matemático (expressão algébrica na forma A=6P) pode ter acesso mediante diferentes conversões com registros contendo diferentes conteúdos, no entanto, sem mudar a conservação da essência da questão matemática envolvida.

Os registros de representação possuem conteúdos distintos que são estabelecidos pelo sistema semiótico em que são produzidos. Para Duval (2003, 2009) não basta que o sujeito conheça o conteúdo de um registro, ou mesmo de vários isoladamente, mas sim que transite entre as mais diversas representações que possui o objeto matemático em questão. Portanto, a conversão de registro assume papel importantíssimo. O autor destaca que:

> É preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instancia ou ilustra. (DUVAL, 2009, p.82)

O custo cognitivo deste trânsito depende em muito do que o autor chama de congruência semântica. Sendo que, a esse respeito, destacamos que uma conversão será semanticamente congruente quando a representação final transparecer na representação de partida, o que torna uma atividade relativamente trivial. Enquanto que uma conversão semanticamente não congruente será aquela em que a representação final não transparece na representação de partida. De acordo com tal teoria, o custo cognitivo, quando a conversão é congruente, é menor do que quando a conversão é não-congruente.

Duval (2003, 2009) enuncia que para ser congruente, uma conversão deve satisfazer três condições:

1.) Correspondência semântica ou correspondência uma a uma, entre os elementos significantes: para cada elemento simples no registro de saída tem um elemento simples no registro de chegada.

2.) Univocidade semântica terminal: cada unicidade significante no registro de saída tem uma única unicidade no registro de chegada.

3.) A conservação da ordem que compõe cada uma das unidades de significado: diz respeito à forma de apresentação de cada uma das representações.

Para este autor, quando uma destas três condições descritas acima não está satisfeita a conversão não é semanticamente congruente, a passagem de um registro para outro registro distinto não se faz de forma direta.

Apresentamos uma questão aberta da AAP -2016 e a respectiva análise dos critérios de congruência.

Figura 3: Conservação da ordem que compõe cada uma das unidades de significado

(AAP 2016, questão 6)

André e Júlia foram a uma lanchonete. André comeu dois hambúrgueres, tomou um refrigerante e gastou R$ 17,60. Julia comeu um hambúrguer e também tomou um refrigerante, gastando R$ 11,60. Para saber o preço do hambúrguer e do refrigerante nessa lanchonete pode-se utilizar um sistema de equações.
O sistema que resolve algebricamente o problema é

Resolução:
Seja “x” o valor de um hambúrguer e “y” o valor de um refrigerante.

André: comeu dois hambúrgueres, tomou um refrigerante e gastou R$ 17,60.
Equação correspondente: $2x + y = 17,60$

Julia: comeu um hambúrguer e também tomou um refrigerante, gastando R$ 11,60.
Equação correspondente: $x + y = 11, 60$

Fonte: São Paulo (2016, 3º bimestre, 8º ano, p.21)

A habilidade esperada para essa questão, na qual não apresentamos as alternativas que contém a resposta correta, é que o aluno consiga “identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema” (SÃO PAULO, 2016, 3º bimestre, 8º ano, p.22).

Em se tratando da análise da congruência, a correspondência semântica entre as unidades de significado (critério 1) não é conservada, uma vez que a palavra “gastou” possui apenas um signo, enquanto que sua interpretação na representação algébrica de cada uma das duas equações, esta associada com o signo “+” e “=”.Outro fato é que a expressão “dois hambúrgueres” contém dois signos e ao ser convertido no registro algébrico, passa a ser três signos, por conta da operação de multiplicação associada ao pagamento de preço para o consumo destes dois lanches.

A univocidade semântica terminal (critério 2) não é conservada, pois o signo “+” não está associado diretamente a nenhuma palavra no enunciado em língua natural. A palavra “gastou” indica a relação de igualdade, porém, para a composição do primeiro membro da igualdade , a referida palavra instiga ao uso do signo”+” no sentido de compor algebricamente o consumo de André e Julia.

A ordem das unidades de significado (critério 3) é conservada. No entanto, pela ausência de uma palavra que seja associado ao signo “+”, a análise dessa conservação foi feita a partir da palavra “gastou” que tem a função de unir os dois membros da equação pelo signo “+”.Segundo Duval (2009, p.69), “esse critério é, sobretudo, importante quando se trata de comparar frases e fórmulas literais”. Acontece que muitos alunos acreditam que para fazer a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico é suficiente fazer a tradução das palavras presentes no enunciado na mesma ordem em que elas aparecem.

Nesta questão, apenas o “critério 3” é conservado na análise da congruência, gerando assim, uma conversão semanticamente não-congruente.

Para finalizarmos o conteúdo deste capítulo, apresentamos uma questão da AAP em que todos os critérios de congruência são satisfeitos. Nessa questão a habilidade almejada nos alunos é “saber fazer a transposição entre a linguagem corrente e a linguagem algébrica” (SÃO PAULO, 2014, 1º semestre, 8º ano, p.27)

Figura 4: Conversão congruente

(AAP 2014, questão 12)

O pai de Paulinho tem uma loja que aluga bicicletas. O preço do aluguel é R$ 5,00 por dia mais R$ 2,00 de taxa de limpeza. Para facilitar o serviço de seu pai, Paulinho fez uma tabela assim:

Número de dias	**Total a pagar (em Reais)**
1	7
2	12
3	17
4	22

João foi à loja para alugar uma bicicleta, mas não sabia ao certo quantos dias iria ficar com ela. Pedrinho disse: "Vou te ensinar uma fórmula para calcular o total a pagar, assim você pode controlar a despesa e saberá o quanto irá me pagar no dia que quiser devolver a bicicleta." Se a letra n representa o número de dias, a fórmula que Paulinho passou para João era

(A) 5n + 2.(B) 5*n* + 2*n.* (C) 5*n* + 5. (D) 2*n* + 2.

Fonte: São Paulo (2014, 1º semestre, 8º ano, p.27)

Na leitura do enunciado a tabela (registro figural) é coadjuvante no processo de resolução desta questão. De acordo com os comentários e recomendações pedagógicas para essa questão, "a tabela possibilita que o aluno teste cada fórmula apresentada nas alternativas e confira o resultado antes de assinalar. É uma estratégia importante que deve ser comentada pelo professor" (SÃO PAULO, 2014, 1º semestre, 8º ano, p.27)

Como nosso propósito é analisar os critérios de congruência, vamos desconsiderar o registro figural na conversão, pois o mesmo seria significativo se o foco de nossa pesquisa fosse analisar as estratégias do alunos para um bom desempenho nas questões objetivas de equação do 1º grau com um ou duas variáveis nas AAP. Neste sentido, analisamos os critérios de congruência tomando por base a conversão do registro na língua natural para o registro algébrico, sendo a tabela (registro figural) um recurso auxiliar para o processo de transformação dos registros.

Dado que no enunciado da questão (figura 04), a letra “n” representa o número de dias em que uma bicicleta é alugada, vamos analisar os três critérios de congruência na frase “o preço do aluguel é R$ 5,00 por dia mais R$ 2,00 de taxa de limpeza”.

O primeiro critério (correspondência semântica dos elementos significantes) está satisfeito; pois a preposição “por” possui um único signo e sua interpretação está associada ao signo “.”, o qual denota a operação de multiplicação. Mesma consideração é feita para a palavra “mais” associada semanticamente ao signo “+”, próprio da operação de adição. Em síntese, as unidades significantes da expressão “R$ 5,00 por dia mais R$ 2,00 de taxa de limpeza” corresponde semanticamente a “5.n+2”.

A correspondência semântica que acabamos de escrever satisfaz também os outros dois critérios de congruência, pois a univocidade semântica terminal (critério 2) é conservada, já que as palavras que destacamos no parágrafo anterior tem seus correspondentes em termos de símbolos que designam a operação de multiplicação e adição. A ordem das unidades de significado (critério 3) também está conservada, o que permite concluir que a conversão nesta questão (figura 04) é semanticamente congruente.

O procedimento de análise ilustrado nesta seção do capítulo II foi adotado para a análise do conjunto de questões contidas no capítulo IV, já que no próximo apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa.

3. DEMARCAÇÃO DOS PASSOS PARA A METODOLOGIA DE PESQUISA

Dado que o objeto matemático da nossa pesquisa é a equação do 1º grau, destacamos o trabalho de Duarte (2015) desenvolvido no mesmo programa de Pós-Graduação, o qual a autora deste trabalho é mestranda. Embora na pesquisa de Duarte (2015) não tenha a equação do 1º grau como foco exclusivo de análise, pois seu objeto matemático é mais amplo (conteúdos algébricos), o referido trabalho traz contribuições para nossa análise devido aos resultados gerados com base na teoria de Raymond Duval.

Outro trabalho que contribuiu para nossas análises é o de Lourenço e Oliveira (2018) por dois motivos correlacionados: o foco ser a equação do 1º grau e a diversidade de questões analisadas. Estes autores basearam sua pesquisa nos trabalhos de Costa (2010) e Silva (2011), cujo repertório de questões submetidas à análise foi o mesmo e envolveu apenas problemas de partilha, convencionalmente abordados em equações do 1º grau.

Em detalhes, Costa (2010) propôs investigar em que medida os fatores de não congruência influenciam na conversão do registro na língua natural para o registro algébrico em problemas que envolvem equações de primeiro grau adotando os pressupostos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymont Duval. De acordo com essa teoria, a não congruência semântica pode dificultar a aprendizagem dos alunos nos conteúdos matemáticos (DUVAL, 2003, 2009).

Assim, Costa (2010) preparou seu instrumento de coleta de dados contendo oito problemas de primeiro grau do tipo partilha, fixando alguns elementos e variando apenas os fatores de congruência que foram conservados, tendo em vista associar a influência desses na conversão dos registros.

Como forma de ilustração transcrevemos dois problemas elaborados por Costa (2010, p. 38).

> (PROBLEMA 1) Três amigos, Jorge, Paulo e Felipe, possuem, juntos, 140 bonecos. Jorge possui uma certa quantidade de bonecos. Duas vezes a quantidade de Jorge é a quantidade de Paulo. A quantidade de bonecos de Jorge, vezes quatro, é a quantidade de bonecos de Felipe. Quantos bonecos possui cada um?
>
> (PROBLEMA 3) José, Augusto e Fábio produziram, juntos, 1400 peças na fábrica em que trabalham. Augusto produziu uma certa quantidade. Duas vezes o número de peças produzidas por Augusto dá a quantidade de Fábio. A metade do número de peças produzidas por Augusto é a quantidade fabricada por José. Quantos produtos foram fabricados, individualmente, por estes três funcionários?

Este instrumento foi disponibilizado para 217 alunos de 8º ano do Ensino Fundamental e sua análise pautou nas conversões realizadas pelos alunos. Costa (2010) apresentou, dentre outros resultados, que para o problema em que os três critérios de congruência não eram conservados a taxa de conversão total para o registro algébrico foi a menor de todas, indo ao encontro do que Duval (2003, 2009) pressupõe quanto às dificuldades da aprendizagem em função do fenômeno de congruência.

Silva (2011) baseou-se no trabalho de Costa (2010) utilizando o mesmo repertório de problemas, bem como a produção escrita (protocolos) dos sujeitos de pesquisa de Costa (2010) com o objetivo de “analisar em que medida a estrutura de problemas baseados em fatores de congruência podem conduzir os alunos a determinados registros na transformação de registros da linguagem natural em linguagem algébrica” (SILVA, 2011, p.16).

Silva (2011) fez uma reorganização dos protocolos utilizados em Costa (2010) e com a (re)análise, Silva (2011) inferiu que em média, 59% dos alunos não lançaram mão dos registros algébricos para tentar resolver os problemas envolvendo equações do primeiro grau propostos. Segundo Silva (2011, p.60), “isso pode ser um indicativo de que os alunos possuem dificuldades ao utilizar tal registro”. Silva (2011, p.66) apontou que o único fator que pareceu interferir positivamente para o emprego do registro algébrico na conversão dos problemas propostos foi “a correspondência semântica das unidades de significado, ou seja, o número de signos do registro de representação na língua natural é o mesmo para o registro de representação na linguagem natural”.

Lourenço e Oliveira (2018) destacaram que tal consideração feita por Silva (2011) é especifica dos oito problemas de partilha aplicados. Esse fato precisa ser estudado para outros tipos de problemas, que não sejam os problemas de partilha.

Os trabalhos de Costa (2010) e Silva (2011) diferenciam-se a medida que o primeiro deles objetivou verificar o sucesso da conversão em função da conservação ou não de cada um dos critérios de congruência, enquanto que o segundo buscou verificar a mobilização de determinados registros (inclusive algébrico) dada a variação da conservação dos critérios de congruência.

Em nossa análise o trabalho de Lourenço e Oliveira (2018) é importante porque estes autores buscaram inferir, *a priori,* quais os caminhos que alunos podem seguir e quais dificuldades podem encontrar, tendo em vista a conservação dos critérios de congruência, de modo que isso permite elaborar estratégias melhores para minimizar as dificuldades de aprendizagem frente ao fenômeno da não congruência semântica.

Ainda em relação à opção metodológica de nossa pesquisa, vamos dar atenção ao fato da investigação contemplar a análise documental cujo foco é as questões extraídas de algumas edições da Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP). Porém, apresentamos também uma análise documental via registros de representação semiótica do objeto matemático desta pesquisa, considerando o segundo volume do Caderno do Professor para o 8º ano do Ensino Fundamental.

Esta extensão na análise documental enquanto planejamento do percurso metodológico é justificado por dois motivos correlacionados. O primeiro deles deve-se ao fato de que as questões elaboradas para as vinte edições da AAP (2011 a 2018) levam em conta as competências e habilidades prescritas no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO APAULO, 2012), presentes nas orientações didático-pedagógicas do material de apoio a este documento curricular, o denominado Caderno do Professor. O Outro motivo diz respeito á escolha das questões cujas habilidades correspondem às habilidades da matriz curricular para as escolas públicas estaduais de São Paulo.

"A pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa" (GIL, 2008, p.51). Por sua vez, a leitura analítica das questões submetidas à análise dos critérios de congruência visa obter informações que possibilitem a obtenção de respostas ao problema de pesquisa.

Na continuidade da redação deste capítulo, inserimos duas seções. A primeira é dedicada à apresentação da fonte documental, a AAP. Para finalizar o capítulo, apresentamos o que é proposto no segundo volume do Caderno do Professor para o 8ª ano do Ensino Fundamental no que diz respeito ao objeto matemática desta pesquisa, bem como a análise documental pautada nas contribuições teóricas de Raymond Duval.

3.1 Avaliação da Aprendizagem em Processo: aspectos estruturais

A Avaliação da Aprendizagem em Processo(AAP) é uma ação desenvolvida de modo colaborativo entre a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e um grupo de Professores Coordenadores das Oficinas Pedagógicas de diferentes Diretorias de Ensino, que visa avaliar os componentes curriculares de Língua Portuguesa e

Matemática. A prova de Matemática é composta por questões objetivas de múltipla escolha e questões abertas, com base no que é prescrito no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012).

O propósito desta avaliação é o acompanhamento da aprendizagem das turmas e alunos de forma individualizada, com um caráter diagnóstico. Tem como objetivo apoiar as unidades escolares e os docentes na elaboração de estratégias adequadas a partir da análise de seus resultados, buscando a melhoria do desempenho dos alunos, especialmente nas ações de recuperação contínua.

Implantada, como piloto, em agosto de 2011, sua primeira edição, teve como foco o 6º ano do Ensino Fundamental e a 1ª série do Ensino Médio.

Em 2012, ocorreu a 2ª e 3ª edição em cada um dos semestres letivos, as quais ampliou sua abrangência e passou a contemplar o 6° e 7° ano do Ensino Fundamental e a 1ª e 2ª série do Ensino Médio.

No ano de 2013, ocorreu a 4ª e 5ª edição, uma em cada semestre letivo. Sua ampliação contemplou todos os anos e series do Ensino Fundamental II e Médio. O mesmo processo se repetiu para os anos de 2014 (6ª e 7ª edição) e 2015 (8ª e 9ª edição).

A partir de 2016 houve duas mudanças na estrutura da AAP: a periodicidade de aplicação passou de cada início de semestre para o início de cada bimestre letivo. A outra novidade foi a implantação desse sistema de avaliação para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste sentido, em 2016 houve a 10ª, 11ª, 12ª e 13ª edição. No ano de 2017 ocorreram mais quatro edições (14ª a 17ª) e finalmente, em 2018, as edições de número 18 a 21.

Até a 8ª edição (1º semestre de 2015), além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados documentos específicos de orientação para os professores, os chamados “Comentários e Recomendações Pedagógicas”, que continham o quadro de habilidades, gabaritos, itens, interpretação pedagógica das alternativas, sugestões de atividades subsequentes às análises dos resultados, orientação para aplicação e correção das produções textuais.

A partir da 9ª edição (2º semestre de 2015) até a 21ª edição (4º bimestre de 2018), além da formulação dos instrumentos de avaliação, na forma de cadernos de provas para os alunos, também foram elaborados os respectivos Cadernos do Professor, com orientações específicas para os docentes, quadro de habilidades de cada prova, exemplar da prova, gabarito, grade de correção e recomendações pedagógicas gerais. Em relação aos anos iniciais do Ensino Fundamental, tal material é acrescido de instruções para a aplicação da prova e orientações para correção das mesmas.

3.2 Análise documental do Caderno do Professor

O Caderno do Professor, criado pelo programa São Paulo Faz Escola, apresenta orientações didático-pedagógicas e traz como base o conteúdo do Currículo Oficial do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) para cada componente curricular.

Em 2009, as escolas públicas estaduais de São Paulo começaram a receber bimestralmente quatro volumes bimestrais de cada componente curricular do Ensino Fundamental II e Médio, repassados para os estudantes, no caso, o Caderno do Aluno e, para os docentes, o Caderno do Professor. A partir de 2014, para ajustar a logística de distribuição do Caderno do Professor e do Aluno, os mesmos foram reeditados, mantendo o mesmo conteúdo, passando de quatro volumes para dois volumes, um por semestre letivo.

Cada volume do Caderno do Professor contém

> as Situações de Aprendizagem para orientar o trabalho do professor no ensino dos conteúdos disciplinares específicos e a aprendizagem dos alunos. Esses conteúdos, habilidades e competências são organizados por série/ano e acompanhados de orientações para a gestão da aprendizagem em sala de aula e para a avaliação e recuperação. Oferecem também sugestões de métodos e estratégias de trabalho para as aulas, experimentações, projetos coletivos, atividades extraclasse e estudos interdisciplinares. (SÃO PAULO, 2012, p.8)

No Caderno do Aluno são apresentadas as aulas conforme o Caderno do Professor, contendo as tarefas, textos complementares, indicadores bibliográficos, dicas de estudo e revisão.

O conteúdo “equação do primeiro grau” é abordado na primeira Situação de Aprendizagem do segundo volume do Caderno do professor para o 8º ano do Ensino Fundamental. Em termos de avaliação, uma orientação dada ao professor é que o mesmo prepare o aluno para "uma boa leitura de enunciados e para a transposição de linguagens (do texto para a Álgebra e vice-versa). A leitura e a interpretação de enunciados será melhor quanto mais o aluno puder praticá-la com orientação do professor"(SÃO PAULO, 2014-2017, p.24).

Vamos considerar o "exemplo 1" desse material:

Figura 05: Formulação do registro algébrico

Enunciado	**Resolução**
Escreva uma sentença matemática que represente a seguinte frase:"**X**reais a menos que **Y** reais é igual a 40 reais."	É possível que boa parte dos estudantes responda x-y = 40, quando o correto seria y-x = 40. Um exemplo numérico pode ajuda-los a esclarecer a questão:"Dez reais a menos que 50 reais e igual a 40 reais"(50-10 = 40).

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.12)

Quando pressupõe que "é possível que boa parte dos estudantes responda x-y = 40" como registro algébrico para a conversão do enunciado, nesse caso, o aluno cometendo o equívoco de conservar a ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações: "xreais a menos que yreais" não é referencialmente equivalente a "x-y" (3º critério de congruência).

Para a transposição da linguagem algébrica para a língua natural selecionamos o "exemplo 4":

Figura 06: Formulação do registro na língua natural

Enunciado	**Resolução**
Escreva por extenso uma sentença que forneça a mesma informação que a expressão X = 5Y fornece.	Uma resposta tipicamente errada seria:"X = número de figurinhas de João e Y = número de figurinhasde Paulo. Logo, Paulo tem o quíntuplo do número defigurinhas de João."

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.13)

A possibilidade da resposta tipicamente errada implica que o aluno novamente estaria infringindo o terceiro critério de congruência, pois na conversão para o registro da língua natural houve a mudança de ordem dos nomes referente ás letras "x" e "y".

Ainda com relação às considerações de avaliação para a primeira Situação de Aprendizagem destacamos a orientação para que o professor evite “concentrar o curso apenas em problemas do tipo ‘resolva a equação...’, ‘determine o valor de x...’ etc., sendo preferível que se privilegiem problemas com texto e contexto” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.24). De fato, averiguando os exemplos e orientações didático-pedagógicas desse Caderno do Professor encontramos apenas um exemplo do tipo “resolva a equação...” cujo objetivo é resolver equações mais complexas, no caso, com coeficientes racionais.

Na terceira Situação de Aprendizagem estão contidos os seguintes conteúdos e temas: sistemas de equações; métodos de resolução (adição e substituição); representação gráfica de uma equação linear com duas variáveis; análise das soluções de um sistema linear (algébrica e gráfica).

Em termos de orientações avaliativas, sugere-se que o professor no decorrer das aulas destinadas ao estudo dos conceitos e temas descritos, algumas atividades de avaliação que contemplem os seguintes itens: resolução de problemas, resolução de sistemas, representação gráfica e análise e discussão das soluções de um sistema.

A seguir descrevemos o que é desejável contemplar em cada um dos quatro itens de avaliação com exemplos extraídos desse Caderno do Professor.

No que diz respeito ao item resolução de problemas, “o foco da avaliação deve estar na tradução do problema para a linguagem algébrica (montagem do sistema)” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.60). Destacamos o quarto exemplo que trata de uma situação-problema de partilha cuja conversão de registros conserva apenas o segundo critério de congruência (a univocidade “semântica” terminal).

Figura 07: Montagem do sistema linear

Enunciado	**Resolução**
Dois amigos foram a uma lanchonete e gastaram R$ 18,00. Eles comeram 2 sanduíches e tomaram 3 sucos. Sabendo que o preço do sanduíche era o triplo do preço do suco, descubra qual	As equações do problema são 2x + 3y = 18 e x = 3y, sendo x o preço do sanduíche e y, o do suco. O suco custa R$ 2,00 e o sanduíche, R$ 6,00. Este problema pode ser resolvido tanto por raciocínio aritmético

era o preço de cada um.	quanto por meio de equação.

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.48)

Em relação ao primeiro critério de congruência (correspondência semântica dos elementos significantes) não há conservação, pois nas expressões “2 sanduíches” e “3 sucos” no registro em língua natural (partida) há dois signos em cada uma delas. Adotando “x” para o preço de cada sanduíche e “y” para o preço de cada suco, no registro algébrico (chegada) utilizamos três signos correspondentes a cada expressão, ou seja, “2.x” e “3y”, respectivamente. Ainda em relação ao mesmo critério, a equação correspondente à expressão “o preço do sanduíche era o triplo do preço do suco” possui um signo a mais (x = 3.y), por conta da palavra “triplo” que exige dois signos (o numeral 3 e o símbolo da operação de multiplicação), na composição da representação algébrica.

Para ocorrer a conservação do terceiro critério de congruência, seria necessário inverter a ordem da primeira frase com a segunda, para que a equivalência referencial seja estabelecida na conversão do registro na língua natural para o registro algébrico.

O segundo item de avaliação contínua diz respeito à resolução de sistemas lineares do 1º grau com duas variáveis é abordado por meio dos métodos da substituição e adição. O primeiro método é baseado no princípio da equivalência, por um lado, utilizando a imagem da balança com pratos e, por outro lado, foi apresentado um exemplo contendo o passo a passo algébrico (procedimentos) para a resolução de dois sistemas lineares.

No método da adição “podemos somar ou subtrair duas equações sem comprometer o princípio de equivalência” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.50). No material é apresentado sistemas lineares formulados requerendo os procedimentos algébricos para obter sua solução.

Em termos de registros de representação semiótica, o tratamento é uma transformação de representação dentro de um mesmo registro. A resolução de um sistema linear em sua representação algébrica, independente do método adotado, é um exemplo para este tipo de transformação mostrado a seguir:

Figura 08: Atividade de transformação do registro na forma de tratamento

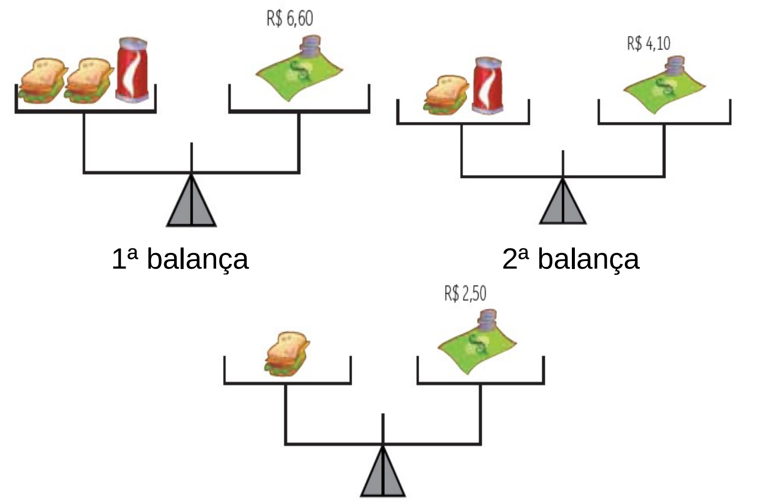
Enunciado	Resolução
Resolva o sistema a seguir pelo método da adição. $\begin{cases} 3x+2y=-4 \\ 4x-3y=23 \end{cases}$ **Objeto matemático:** Sistema linear **Sistema Semiótico:** Simbólico **Representação:** Algébrica	c) $\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 4x - 3y = 23 \end{cases} \xrightarrow[\cdot 2]{\cdot 3} \begin{cases} 9x + 6y = -12 \\ 8x - 6y = 46 \end{cases} +$ $17x = 34$ 1ª: não há termos opostos. Portanto, uma estratégia é multiplicar a 2ª equação por 2 e a 1ª equação por 3, obtendo os termos opostos $6y$ e $-6y$. 2ª e 3ª: obtemos $17x = 34$. Portanto, $x = 2$. 4ª: substituindo na 1ª equação, temos: $3 \cdot 2 + 2y = -4$, então $y = -5$.

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.53)

Ainda com relação ao método da adição, o Caderno do Professor oferece um exemplo a partir da formulação de um problema, o qual envolve a montagem do respectivo sistema linear e a resolução é feita, tanto por meio de procedimentos algébricos, quanto pela equivalência de imagens de balança com pratos, concomitantemente.

No contexto da teoria de Raymond Duval, o exemplo que vamos apresentar envolve uma conversão (mudança de registro) da língua natural para a linguagem algébrica e da língua natural para a linguagem figural, portanto, os procedimentos de resolução do sistema linear (atividade de tratamento) são realizados em dois sistemas semióticos distintos, o figural (imagem da balança com pratos) e o simbólico. A seguir apresentamos o mesmo exemplo (figura 09 e 10) com a resolução feita de acordo com o sistema semiótico envolvido.

Figura 09: Conversão de registros no sistema semiótico figural

Enunciado	Resolução
André e Júlia foram a uma lanchonete. André comeu dois mistos, tomou um refrigerante e gastou R\$ 6,60. Júlia comeu um mistoe também tomou um refrigerante, gastandoR\$ 4,10. Qual é o preço do misto e do refrigerantenessa lanchonete? **Objeto matemático:** Sistema linear	

Sistema Semiótico: Figural Representação: Imagem	3ª balança

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.51)

Para cada uma das três imagens que apresentamos, sua produção foi vinculada por instruções que apresentamos a seguir:

> a) Escreva a equação que representa o consumo e o gasto de André.
> b) Escreva a equação que representa o consumo e o gasto de Júlia.
> c) Calcule a diferença de gasto e de consumo entre André e Júlia. O que se obteve com essa operação?
> d) Qual foi o preço pago pelo refrigerante? (SÃO PAULO, 2014-2017, p.51).

Consideramos que para um bom aproveitamento do conteúdo do problema o adequado é que não fornecer aos alunos tais instruções.

Em termos dos registros de representação semiótica, na conversão do registro da língua natural para o registro figural prevalece o fenômeno da congruência. No prato do lado esquerdo da balança, a quantidade de lanches e refrigerante tem seus respectivos signos. No prato, do lado direito da balança há um sino representando gasto em reais. O equilíbrio da balança em termos figural representa a igualdade, próprio da caracterização de uma equação.

A passagem da primeira para a segunda e finalmente a terceira imagem caracteriza uma atividade de tratamento, sob a ótica dos registros de representação semiótica.

Passamos a reapresentar o exemplo cuja conversão se faz com base no sistema semiótico simbólico na figura 10.

Figura 10: Conversão de registros no sistema semiótico simbólico

Enunciado	**Resolução**
André e Júlia foram a uma lanchonete. André comeu dois mistos, tomou um refrigerante e gastou R$ 6,60. Júlia comeu um misto e também tomou um refrigerante, gastando R$ 4,10. Qual é o preço do misto e do refrigerante nessa lanchonete?	para "x" (preço do lanche) e "y" (preço do refrigerante) Subtraindo a primeira equação da segunda resulta x=2,50. O preço do refrigerante é 2,50+y=4,10. Portanto, y=1,60. **Objeto matemático:** Sistema linear **Sistema Semiótico:** Simbólico **Representação:** Algébrica

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.51)

Na mudança do sistema semiótico figural para o simbólico, um dos critérios de congruência semântica, não é conservado. Trata-se do primeiro critério (correspondência semântica dos elementos significantes), pois a expressão “dois mistos” que possui dois signos, na conversão para o registro algébrico utiliza três signos (2.x), sendo que um deles é para indicar a operação de multiplicação para o gasto efetuado por André.

No que diz respeito ao terceiro item de avaliação, o da representação gráfica, é desejável que o aluno seja capaz de “representar equações no plano cartesiano e construir tabelas com alguns valores das incógnitas. Avaliar se os alunos representam corretamente os pares (x; y) da equação no plano cartesiano” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.61).

No Caderno do Professor destacamos o fato de que “a representação gráfica de uma equação linear com duas incógnitas é um recurso valioso na discussão e na análise das possíveis resoluções de um sistema” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.54).Nos exemplos contidos no material, no registro tabular é sugerido atribuir valores para as coordenadas para obter os pontos que interceptam o eixo das abcissas e o eixo das ordenadas, os quais podem ser pertencentes ao conjunto dos números inteiros ou racionais, conforme o “item a” na figura 11.

Figura 11: Representação gráfica do sistema linear

Enunciado	**Resolução**
Construa os gráficos e as tabelas que representam os sistemas de equações a seguir. Dê as coordenadasdo ponto de interseção entre as retas que representam cada equação. Em seguida, resolvao sistema pelo método que preferir.(Observação: são necessários apenas doispontos para representar uma reta no plano.) $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x-y=3 \end{cases}$	

Fonte: São Paulo (2014-2017, p.51)

O custo cognitivo na conversão da representação algébrica para a gráfica é menor do que no sentido inverso, porém, esta etapa de construção gráfica é preparatória para o estudo de função no 9º ano do Ensino Fundamental. De acordo com Duval (2011, p.102),

> para passar da escrita simbólica para a representação gráfica, é possível se contentar com a abordagem ponto a ponto: atribuem-se valores particulares a x sem se preocupar com quaisquer propriedades para encontrar pares de números, quer dizer, pontos.

No enunciado deste exemplo ressaltamos que a solicitação para que o aluno forneça “as coordenadas do ponto de interseção entre as retas que representam cada equação”é uma atividade preparatória para o último item de avaliação, destacado no próximo parágrafo. A ação para obter o referido ponto envolve uma atividade de tratamento sobre a representação gráfica.

Conforme anúncio, análise e discussão das soluções de um sistema é o último item de avaliação. Em termos de competência e habilidade, é desejável que o aluno seja capaz de “propor a resolução de sistemas que tenham solução indeterminada ou impossível. Avaliar se os alunos sabem identificar quando o sistema é possível e determinado ou indeterminado ou impossível” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.61).

No Caderno do Professor são disponibilizados exemplos que demandam a construção gráfica e a classificação do sistema linear de acordo com o tipo de solução resultante. Também há exemplos cujo enunciado é a representação gráfica e solicita-se dos alunos a respectiva classificação do sistema linear. Neste ultimo caso, de acordo com Duval (2011), a leitura das representações gráficas requer dos alunos a discriminação das diferentes variáveis visuais pertinentes à classificação, ou seja, a posição relativa de duas retas (concorrentes, paralelas ou coincidentes).

Os registros de representação possuem conteúdos distintos que são estabelecidos pelo sistema semiótico que é produzido. Para Duval (2003, 2009) não basta que o sujeito conheça o conteúdo de um registro, ou mesmo de vários isoladamente, mas sim que transite entre as mais diversas representações que possui o objeto matemático em questão. Portanto, a conversão de registro assume papel importantíssimo. O autor destaca que:

> É preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instancia ou ilustra. (DUVAL, 2009, p.82)

Vale ressaltar que nesse Caderno do Professor há uma orientação de que, independente do método ou procedimentos adotados na resolução do sistema linear, é importante que o professor estimule o aluno a averiguar se a solução encontrada esta correta, ou seja, se satisfaz a igualdade de cada equação envolvida no sistema linear.

As questões extraídas da Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP) e submetidas á análise no próximo capítulo, foram escolhidas de acordo com a organização e disposição das competências e habilidades descritas no processo contínuo de avaliação prescrito no segundo volume do Caderno do professor para o 8º ano do Ensino Fundamental.

4. ANÁLISE DO REPERTÓRIO DE QUESTÕES DAS APP

A redação deste capítulo foi planejada em duas partes. A primeira contém uma síntese sobre a análise do repertório de nove questões. A segunda parte destina-se à apresentação do conteúdo de cada questão extraída de algumas das edições da AAP, bem como a relação com as prescrições do segundo volume do Caderno do Professor para o 8º ano do Ensino Fundamental.

Por fim, apresentamos a análise de cada questão com base na teoria dos registros de representação semiótica e,quando possível, utilizamos as nossas categorias de análise (três critérios de congruência).

4.1 Análise de cada uma das questões

Organizamos a análise segundo a ordem das informações dispostas na tabela 2.

Tabela 2: Apresentação das questões selecionadas das AAP

Ano	Edição	Período Letivo	Questão	Segmento escolar
2012	3ª	2º semestre	1	1ª série EM
2012	2º	1º semestre	4	2ª série EM
2013	5º	2º semestre	10	1ª série EM
2014	6ª	1º semestre	1	9° ano EF
2014	6ª	1º semestre	10	9° ano EF
2016	13º	3 bimestre	7	8° ano EF
2016	13º	3º bimestre	12	8º ano EF
2018	21º	3º bimestre	10	8º ano EF
2018	21º	3º bimestre	11	8º ano EF

Fonte: arquivo da pesquisadora

Vamos ressaltar conforme exposto no capítulo II que Duval (2009) identificou três critérios para que duas representações semióticas, em sistemas semióticos distintos, sejam congruentes. Segundo (DUVAL, 2009), se um desses critérios não for mantido, ocorrerá o fenômeno da não-congruência e o custo cognitivo da conversão de uma representação para a outra será maior. Os critérios a conservar são:

1.)Correspondência semântica ou correspondência uma a uma, entre os elementos significantes: para cada elemento simples no registro de saída tem um elemento simples no registro de chegada.

2.)Univocidade semântica terminal: cada unidade significante no registro de saída tem uma única unidade no registro de chegada.

3.)A conservação da ordem que compõe cada uma das unidades de significado.

A seguir apresentamos o enunciado de cada questão e sua análise mediante esses critérios de congruência.

4.1.1 Primeira questão

Figura 12: Questão 1 da AAP - 2012 para a 1ª série do Ensino Médio

Ao repartir uma conta de R$ 78,00 no restaurante AL GEBRÁ, três amigos estabeleceram que: Rui pagaria ¾ do que Gustavo pagou; Cláudia pagaria R$

10,00 a menos que a terça parte do que Gustavo pagou. Que valor da conta coube a cada um dos três amigos?

Fonte: São Paulo (2012, 1º semestre, 1ª EM, p.8)

Com base nos comentários e recomendações pedagógicas da AAP, a habilidade requerida foi a resolução de problema envolvendo equação do 1º grau com coeficientes racionais.Esta questão inserida na edição da 1ª série do Ensino Médio (EM) pressupõe saberes apreendidos pelo aluno, tendo em vista que no processo avaliativo do 8º ano, de acordo com o segundo volume do Caderno do Professor, o aluno tenha sido preparado para “uma boa leitura de enunciados e para a transposição de linguagens (do texto para a Álgebra e vice-versa). (SÃO PAULO, 2014-2017, p.24). Acrescenta também a habilidade na resolução de equações do 1ºgrau com coeficientes inteiros e racionais.

Em termos de resolução desta questão, se considerarmosa incógnita “x” para a quantia paga por Gustavo, Rui pagou três quartos do que foi pago por Gustavo ($\frac{3}{4}.x$¿. Claudia pagou R$ 10,00 a menos que a terça parte do que Gustavo pagou, ou seja, $\left(\frac{1}{3}x-10\right)$.

A equação decorrente é dada por: x+$\frac{3}{4}x$ + $\frac{1}{3}x-10=78$.

Não há conservação da correspondência semântica entre as unidades de significado (primeiro critério de congruência) apenas para o caso de Claudia que pagou R$ 10,00 a menos que a terça parte paga por Gustavo, ou seja, $\left(\frac{1}{3}x-10\right)$. A expressão ‘terça parte” possui dois signos e o equivalente referencial no registro numérico utiliza apenas um signo: $\frac{1}{3}$.

O critério da univocidade semântica terminal também não é válido neste problema, pois seu enunciado começa com a expressão “ao repartir”, a qual indica a ideia de divisão. No entanto a equivalência referencial dada pelo registro algébrico utiliza uma igualdade cujo primeiro membro é formado pela soma de três parcelas correspondentes ao pagamento da conta de cada um dos três amigos.

No que tange à ordem das unidades de significado, esse terceiro critério não é conservado apenas quanto à informação do pagamento de Cláudia: pagou R$ 10,00 a menos que a terça parte do que Gustavo pagou. Na conversão da representação na língua natural da expressão “R$ 10,00 a menos” na representação numérica há uma mudança na ordem dos signos, ou seja, (-10). Se observarmos também a informação toda relativa ao pagamento feito por Claudia, na conversão da representação da língua natural para a representação algébrica, a equivalência referencial inicia-se pela expressão “a terça parte do que Gustavo pagou”, ou seja, $\left(\frac{1}{3}x-10\right)$.

Em síntese, na primeira questão nenhum critério de congruência semântica foi satisfeito.

4.1.2 Segunda questão

Figura 13: Questão 4 da AAP - 2012 para a 2ª série do Ensino Médio

Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua diferença 2. Lúcia utilizou outra estratégia, determinando esses dois números algebricamente. Dessa forma, um possível sistema de equações para indicar o raciocínio de Lúcia é:

Fonte: São Paulo (2012, 1º semestre, 2ª EM, p.18)

A habilidade requerida para esta questão é identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema. De acordo com os comentários e recomendações pedagógicas da AAP, “a questão indicada solicita que se traduza um problema dado na língua natural para uma linguagem algébrica, na forma de sistema de equações do 1º grau” (SÃO PAULO, 2012, 1º semestre, 2ª EM, p.19)

A habilidade requerida do aluno nesta questão converge com o primeiro item de avaliação para o estudo de sistemas lineares no segundo volume do Caderno do Professor para o 8º ano: “o foco da avaliação deve estar na tradução do problema para a linguagem algébrica (montagem do sistema)” (SÃO PAULO, 2014-2017, p.60).

Em termos de resolução de acordo com a habilidade requerida, sedesignarmos por “x” o primeiro número e por “y” o segundo número, a soma registrada na linguagem algébrica é dada por x+y = 12. Já a diferença é x-y = 2.

Centrando a análise sobre o fenômeno de congruência, observamos que não há conservação da correspondência semântica dos elementos significantes. Observe que a expressão “diferença dois” tem dois signos e na representação algébrica necessitamos de três signos: o símbolo “-“ para fazer referência à palavra “diferença” e o símbolo “=” para construir a equação envolvendo o primeiro membro (x-y) com o segundo membro que contém o signo “2”.

Há conservação da univocidade semântica terminal, pois a palavra “soma” refere-se à adição e a palavra “diferença” indica a subtração.

Com relação ao terceiro critério não há conservação da ordem das unidades de significado. Na expressão “a soma de dois números”, quando ocorre a conversão para a representação algébrica, o registro algébrico não se inicia pelo signo “+”. Mesma situação ocorre com a referência para a “diferença” entre esses dois números.

Em síntese, nesta questão apenas o segundo critério está satisfeito.

4.1.3 Terceira questão

Figura 14: Questão 10 da AAP - 2013 para a 1ª série do Ensino Médio

Em uma lanchonete o preço do sanduíche com um refrigerante é R$ 11,50. Lucia comeu dois sanduíches e três refrigerantes e pagou R$ 26,50. Quanto pagou Ana que comeu três sanduíches e dois refrigerantes nessa mesma lanchonete?

Fonte: São Paulo (2013, 2º semestre, 1ª EM, p.28)

De acordo com os comentários e recomendações pedagógicas da AAP,

> os sistemas lineares constituem-se em uma ferramenta importante para a resolução de situações-problema contextualizadas. A descrição de alguns contextos permite que sejam escritas as equações e que, ao final, após a resolução do sistema, os valores encontrados para as incógnitas sejam avaliados à luz do contexto inicialmente proposto. (SÃO PAULO, 2013, 2º semestre, 1ª EM, p.28)

Tendo em vista que a habilidade requerida é resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares, espera-se que a solução contemple os métodos de resolução estudados no Ensino Fundamental (método da adição ou substituição).Assim como na correção desta questão da AAP, o estudo e avaliação de sistemas lineares de duas equações do 1º grau com duas variáveis no 8º ano do Ensino Fundamental via Caderno do Professor, possibilita que o aluno escolha o procedimento algébrico que achar mais adequado para obter a solução do sistema. Vale lembrar que no referido material de apoio ao currículo oficial, há a orientação de que o aluno seja motivado a verificar se a solução encontrada para o sistema linear está correta.

Em termos de resolução, vamos adotar as seguintes incógnitas: “x” (preço do sanduíche) e “y” (preço do refrigerante).O sistema resultante para duas equações e duas variáveis é $\begin{cases} x+y=11{,}50 \\ x+3y=26{,}50 \end{cases}$

A resolução do referido sistema gera os seguintes resultados: x= R$ 8,00 e y = R$ 3,50. O gasto de Ana é dado por 3.(8)+2.(3,5)= R$31,00.

Em se tratando da análise da congruência, a correspondência semântica entre as unidades de significado (critério 1) é conservada apenas para a primeira equação. Para o fragmento “o preço do sanduíche com um refrigerante é R$ 11,50” a equivalência referencial é dada por x+y = 11,50. O signo “com” associa-se ao símbolo “+”, bem como o signo “é” faz referência à igualdade da equação, o que permite também inferir a validade do segundo critério para essa equação.

Já na segunda equação, o primeiro critério de congruência não é satisfeito, pois o número de signos utilizados representação na língua natural é menor que o número de signos na representação algébrica. Na expressão “dois sanduíches” há dois signos e na conversão para o registro algébrico utilizamos três signos para indicar o preço a ser pago pelos dois sanduiches, ou seja, “2.x”. De forma análoga, para a expressão “três refrigerantes” foi também utilizadostrês signos na forma algébrica (3.x). Como nessa equação cada unidade significante no registro de saída (língua natural) tem uma única unidade no registro de chegada (algébrico), o segundo critério de congruência é válido.

Em síntese, para esse sistema de duas equações com duas variáveis, apenas o segundo critério de congruência é válido.

A validade se faz presente também no terceiro critério, pois a ordem das unidades de significado nas duas equações é conservada em relação à conversão das representações semióticas.

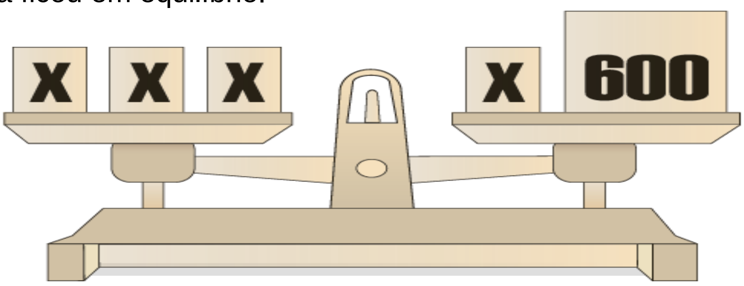
Como já foi descrito, a resolução do referido sistema linear gera os seguintes resultados para as incógnitas: x= R$ 8,00 e y = R$ 3,50.

A partir do preço de cada sanduíche (R$ 8,00) e de cada refrigerante (R$ 3,50) é provável que o aluno recorra à conversão do registro da língua natural (quanto pagou Ana que comeu três sanduíches e dois refrigerantes) para o registro numérico (3.(8)+2.(3,5) = R$31,00), por ser uma transformação com custo cognitivo menor.

4.1.4 Quarta questão

Figura 15: Questão 1 da AAP - 2014 para o9º ano do Ensino Fundamental

Numa balança, como representada abaixo, foram colocados objetos de maneira que a balança ficou em equilíbrio.



Se a letra *x* representa o peso do objeto conforme a figura, para que o prato da esquerda tenha o mesmo peso do prato da direita o valor de *x* deve ser
(A) 150.(B) 200.**(C) 300**.(D) 600.

Fonte: São Paulo (2014, 1º semestre, 9º EF, p.5)

A habilidade requerida é “saber expressar de modo significativo a solução” da equação do 1º grau (SÃO PAULO, 2014, 1º semestre, 9º EF, p.5). De acordo com os comentários e recomendações pedagógicas dessa AAP, a expressão “modo significativo” se concretiza quando o aluno compreende a analogia entre a equação e o uso da balança com pratos.

“O objetivo dessa questão é identificar se o aluno percebe tal analogia e que, retirando-se o objeto de peso x de ambos os pratos, ainda oequilíbrio se mantém. Assim, se obtém que 2 objetos de peso x pesam 600 g,donde se conclui que cada um pesa 300 g” (SÃO PAULO, 2014, 1º semestre, 9º EF, p.5).

As considerações sobre o objetivo da resolução desta questão sobre a ótica dos registros de representação semiótica não envolve a atividade de conversão e, sim, o tratamento do registro figural por meio da produção de imagens de balanças com pratos, mantendo-se o equilíbrio.

Apresentamos esta questão que não permite a análise dos critérios de congruência em função da ausência da atividade de conversão, porque no segundo volume do Caderno do professor para o 8º ano do Ensino Fundamental, há o incentivo do uso da analogia com balanças para a resolução de equações envolvidas no sistema linear.

4.1.5Quintaquestão

Figura 16: Questão 10 da AAP - 2014 para o9º ano do Ensino Fundamental

Num supermercado um pacote com 6 barras de cereal custa 7 reais a mais que uma barra de cereal. Determine o preço de uma barra de cereal.

Fonte: São Paulo (2014, 1º semestre, 9º EF, p.21)

A habilidade requerida nesta questão aberta é “saber expressar de modo significativo a solução de equações” do 1º grau(SÃO PAULO, 2014, 1º semestre, 9º EF, p.21).

De forma análoga às considerações feitas na “questão 1” (figura 12), temos uma atividade de conversão da representação na língua natural para a representação algébrica, envolvendo o registro de uma equação de 1º grau com uma variável.

Na grade de correção contida na AAP, “a resposta correta é R$ 1,40. O aluno consegue obter a expressão matemática para o problema: 6x = x+7 e resolve corretamente obtendo x = 7/5 = 1,4” (SÃO PAULO, 2014, 1º semestre, 9º EF, p.21).

Em relação aos critérios de congruência, a correspondência semântica dos elementos significantes não é conservada. Ao considerarmos “x” como o preço de cada barra de cereal, n expressão “6 barras” há dois signos cuja transformação para o registro algébrico exige o uso de 3 signos, sendo um deles associado à operação de multiplicação (6.x).

O segundo critério (univocidade semântica terminal) está conservado. A preposição “de” nessa atividade de conversão, faz referência ao signo “.”; próprio da operação de multiplicação. A expressão “a mais” é referencial equivalente ao signo “+” (operação de adição), assim como a palavra "custa" que é associada ao signo "=" (igualdade). No entanto, a ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações, não é conservada. No terceiro critério, a expressão "7 reais a mais que uma barra de cereal" é referencialmente inverso ao conteúdo do registro algébrico "x+7".

Logo, apenas o segundo critério de congruência está satisfeito.

4.1.6 Sexta questão

Figura 17: Questão 7 da AAP - 2016 para o8º ano do Ensino Fundamental

Carlos e Marisa compraram canetas "marca texto" e canetas comuns de diversas cores. As canetas "marca texto" custaram mais que as comuns. Carlos comprou duas canetas de cada tipo, gastando R$ 8,20 e Marisa comprou 3 canetas "marca texto" e uma caneta comum, gastando R$9,10.
Ao equacionar a compra de Marisa e Carlos em um sistema, de forma que x representa as canetas "marca texto" e y as canetas comuns, temos:

$$\begin{cases} 2x+2y=8{,}20 \\ 3x+y=9{,}10 \end{cases}$$

O valor de cada caneta "marca texto" e de cada caneta comum é:
(A) x = 6,50 e y = 2,45. (B) x = 3,20 e y = 0,90. (C) x = 2,80 e y = 1,10.
(D)x = 2,50 e y = 1,60.

Fonte: São Paulo (2016, 3º bimestre, 8º EF, p.24)

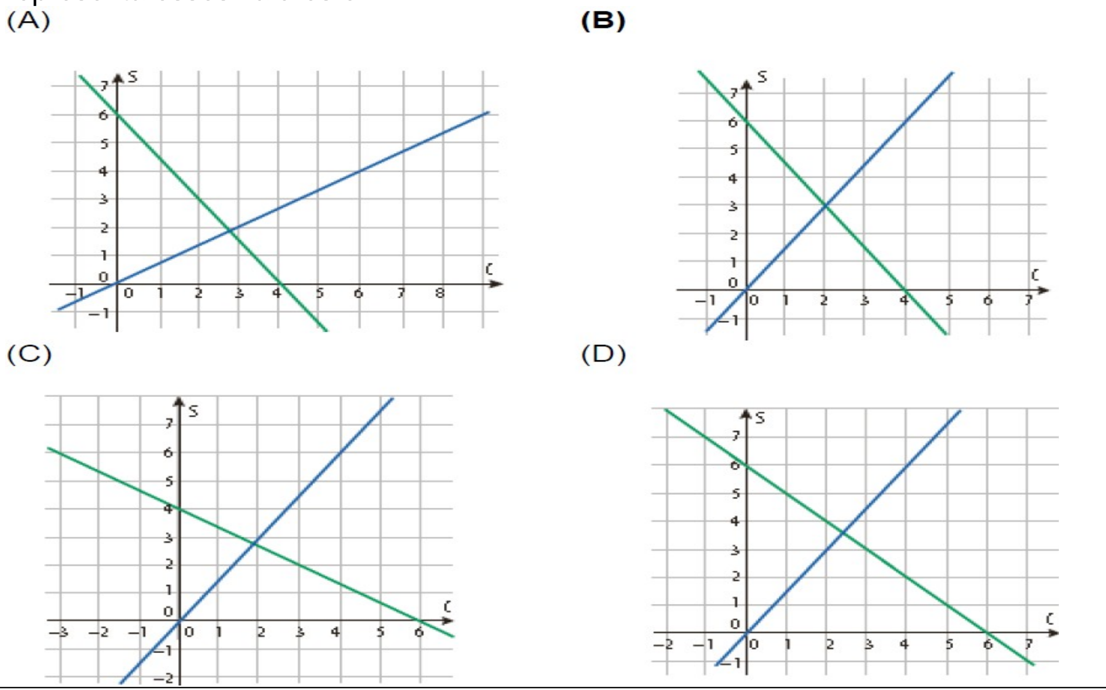
Apenas no ano de 2016, nas edições das AAP, foi incluído o nível de dificuldade da questão. Neste caso, temos uma questão de nível médio. A habilidade envolvida nesta questão é a resolução do sistema de equações lineares pelo método da substituição ou adição. Neste sentido, em termos de registros de representação semiótica temos uma atividade de tratamento realizada com base em um sistema semiótico simbólico, de modo que a solução correta é a letra "d".

De acordo com as orientações didático-pedagógicas do segundo volume do Caderno do professor para o 8º ano do Ensino Fundamental, é importante que o aluno tenha a oportunidade de se deparar com diferentes situações contextualizadas que permita a identificação de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis e consiga realizar a montagem de tal sistema (SÃO PAULO, 2014-2017). Neste sentido, em termos de propósito de avaliação a formulação da questão tolheu a possibilidade de interpretação do enunciado por parte do aluno e, por consequência, impediu a montagem do respectivo sistema linear. Em termos de registro de representação semiótica, não houve a atividade de conversão, pois no enunciado da questão já estão apresentadas as representações na língua natural e algébrica.

4.1.7 Sétimaquestão

Figura 18: Questão 12 da AAP - 2016 para o8º ano do Ensino Fundamental

Miguel comprou três chocolates e dois sucos pagou pela despesa o valor de R$12,00. Observou que os dois sucos custaram o mesmo valor dos três chocolates e resolveu apresentar em um gráfico o preço de cada produto.O gráfico que representa esses valores é



Fonte: São Paulo (2016, 3º bimestre, 8º EF, p.38)

Estamos diante de uma questão classificada como difícil. Sua habilidade envolve a interpretação gráfica da solução de um sistema linear.

Outra mudança a partir do ano de 2016 são as informações envolvendo o conteúdo de cada questão. A partir da 11ª edição, o material disponibilizado aos docentes cujo subtítulo era “Comentários e recomendações pedagógicas” passou a se chamar “Caderno do Professor” e tem contemplado apenas as seções “resolução comentada” e “grade de correção”.

Na resolução comentada espera-se que o aluno faça a montagem do sistema linear e como sugestão aplique os procedimentos adequados do método da adição para obter a solução do sistema, cujo ponto de coordenadas (c,s) seja identificado na representação gráfica do item “b”, conforme alguns detalhes a seguir:

Figura 19: Resolução comentada da Questão 12-AAP 2016 - 8º EF

Segundo as informações do problema, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 3c + 2s = 12 \\ 2s = 3c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3c + 2s = 12(I) \\ -3c + 2s = 0(II) \end{cases} \xrightarrow{(I)+(II)} 4s = 12 \Rightarrow s = \frac{12}{4} = 3(III)$$

Substituindo (III) em (II), temos que:

$$2s = 3c \Rightarrow 2 \cdot 3 = 3c \Rightarrow 6 = 3 \cdot c \Rightarrow c = \frac{6}{3} = 2$$

Fonte: São Paulo (2016, 3º bimestre, 8º EF, p.39)

O processo de resolução desta questão envolve uma atividade de conversão do enunciado (representação na língua natural) para a montagem e resolução do respectivo sistema linear (representação algébrica).

Em seguida o par ordenado (c,s), cuja abscissa é “c” e ordenada “s”, deve ser associado à representação gráfica correspondente, envolvendo uma atividade de tratamento na forma de representação semiótica do registro, com mudança de sistema semiótico, ou seja, do simbólico para o geométrico.

A atividade de conversão será analisada com base nos critérios de congruência. A partir da primeira frase do enunciado, foi estipulado a incógnita “c” para o preço de cada chocolate e “s” para o preço de cada suco.

Na expressão “três chocolates” temos dois signos cuja referência no registro algébrico envolve a presença de três signos (3.c) por conta da operação de multiplicação. Analogamente, a expressão “dois sucos” ontem dois signos que na conversão para a representação algébrica é necessário três signos (2.s), devido ao símbolo da operação de multiplicação.As mesmas expressões citadas se repetem no conteúdo da segunda frase citada no enunciado, cuja análise, em termos do primeiro critério de congruência é a mesma. Assim, esta transformação de registros de representação semiótica não conserva o primeiro critério de congruência (correspondência “semântica” dos elementos significantes).

Os outros dois critérios, univocidade semântica terminal e a ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações, são conservados. A conjunção “e” conecta as expressões “três chocolates” com “dois sucos” cuja conversão para o registro algébrico associa o signo (+), indicando a operação de adição. Na segunda frase, a expressão “mesmo valor” tem como equivalência referencial no registro algébrico o signo (=) para estabelecer a igualdade na equação 2s=3c, de acordo com a ordem dos elementos significantes na representação da língua natural.

Portanto, apenas o primeiro critério de congruência não é satisfeito.

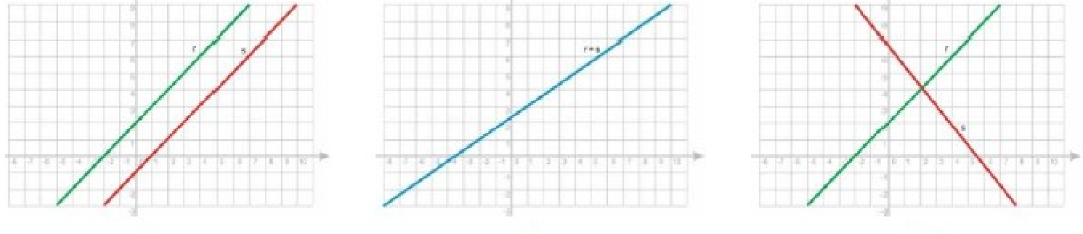
A oitava (figura 20) e nona questão (figura 21) foi extraída da 21ª edição da AAP aplicada no 8º ano do Ensino Fundamental e, além disso, partilham da mesma habilidade: interpretar graficamente a solução de um sistema linear.

Na sequência apresentamos o conteúdo das duas questões e, em seguida, nossas considerações com base, tanto nas competências e habilidades previstas no Caderno do Professor, quanto no aporte teórico de Raymond Duval.

4.1.8 Oitava questão

Figura 20: Questão 10 da AAP - 2018 para o8º ano do Ensino Fundamental

Os gráficos a seguir correspondem a representações de três sistemas de equações lineares.



I II III

Pela análise dessas representações podemos afirmar que esses sistemas são, respectivamente:

A) possível e indeterminado; impossível; possível e determinado.

B) impossível; possível e determinado; possível e indeterminado.

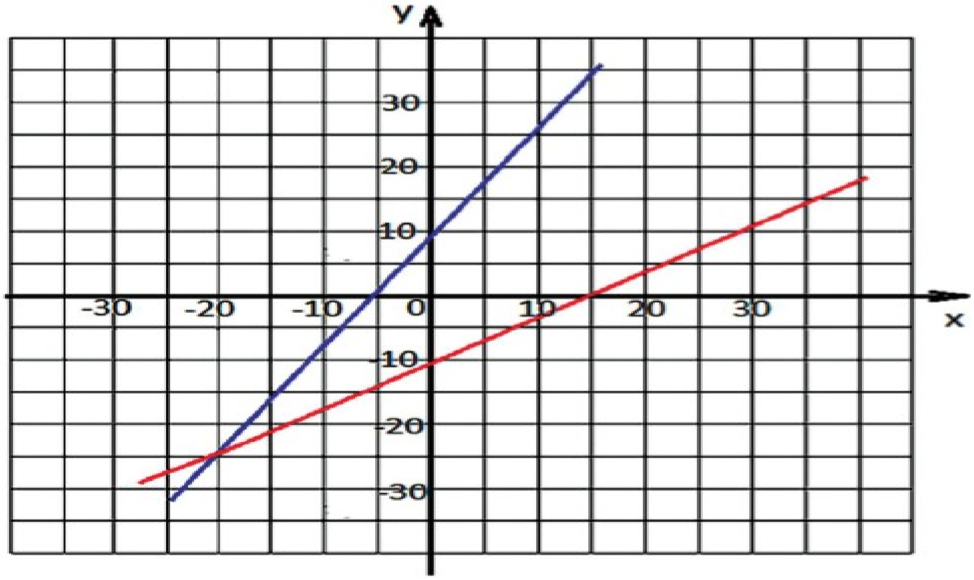
C) impossível; possível e indeterminado; possível e determinado.
D) possível e determinado; impossível; possível e indeterminado.

Fonte: São Paulo (2018, 3º bimestre, 8º EF, p.26)

4.1.9Nona questão

Figura 21: Questão 11 da AAP - 2018 para o 8º ano do Ensino Fundamental

A representação gráfica de um sistema de equações lineares é apresentada a seguir.



A solução deste sistema é dada por: (A) (- 5, 15) (B) (10, - 10) (C) (- 15, - 10)(D) (- 20, - 25)

Fonte: São Paulo (2018, 3º bimestre, 8º EF, p.28)

Enfatizamos que no segundo volume do Caderno do Professor para o 8º ano do Ensino Fundamental, primeiro é necessário que os alunos se apropriem dos procedimentos de resolução de um sistema linear formado por duas equações do 1º grau com duas variáveis, independente do método escolhido para a resolução. De posse desta competência e habilidade, passa-se a problematizar a questão das possíveis soluções de um sistema linear atrelada à sua representação gráfica. Isto é importante para que o aluno seja capaz de classificar um sistema linear de acordo com o tipo de solução resultante (SÃO PAULO, 2014-2017).

Nesse processo é recomendável que o professor estimule seus alunos a investigarem os padrões nas equações dos sistemas, bem como nas representações gráficas, em que a solução é possível (uma única solução), indeterminada (infinitas soluções) ou impossível (nenhuma solução).

O que se espera do aluno em termos de aprendizagem e bom desempenho em avaliações, a partir destas orientações didático-pedagógicas contidas nesse material de apoio para o currículo oficial converge com o conteúdo da oitava e nona questão, justificando assim, a escolha das mesmas. No entanto, em termos de registros de representação semiótica, ambas as questões, não apresentam uma atividade de conversão.

Pelo contrário, a transformação de registros nestas duas questões envolve uma atividade de tratamento de forma distinta, por conta do que se espera como resposta em cada uma delas. De acordo com Duval (2011) uma das variáveis visuais na representação gráfica é a posição do traçado que, no caso do sistema linear, refere-se às posições relativas de duas retas: paralelas, coincidentes ou concorrentes.

Na oitava questão (figura 20), para o aluno ter êxito na resposta (alternativa C) ele deve reconhecer o significado (posição relativa de duas retas) da representação gráfica do sistema linear e relacionar com a respectiva nomenclatura, de acordo com o número de soluções envolvidas.

Na nona questão (figura 21), para o aluno ter êxito na resposta (item D) ele deve reconhecer na representação gráfica de duas retas concorrentes, que o cruzamento das mesmas, denota a única solução do sistema linear, através de um par ordenado (sistema possível e determinado).

Selecionamos esse conjunto de questões observando a disposição do conteúdo de equação de 1º grau e sistemas lineares envolvendo duas equações do 1º grau com duas variáveis, distribuídos ao longo das vinte e uma edições da AAP. Buscamos apresentar um exemplo de cada tipo de questão presente nessas edições de avaliação, de acordo com o nosso objeto de estudo. Porém, nem todas as questões puderam ser analisadas segundo os três critérios de congruência.

Finalizamos a redação deste capítulo apresentamos o quadro 2 com as questões que foram analisadas segundo nossas categorias. Adotamos “S” para indicar o critério de congruência conservado e “N” para a ausência de conservação:

Quadro 2: Panorama das questões em relação aos critérios de congruência.

Critério de Congruência	**Questão**								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	N	N	N		N		N		
2	N	S	S		S		S		
3	N	N	N		N		S		

Fonte: Arquivo da pesquisadora

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de investigação em questão foi desenvolvido na perspectiva da pesquisa qualitativa, na modalidade bibliográfica e documental. Em termos bibliográficos utilizamos basicamente a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, embora tenhamos feito apontamentos sobre as pesquisas desenvolvidas por Costa (2010) e Silva (2011). Embora tais pesquisas apresentaram contribuições importantes para o estudo do fenômeno da congruência, destacamos seu caráter restrito por conta de lidar apenas com problemas de partilha.

Em termos da pesquisa documental fizemos a análise do segundo volume do Caderno do Professor para o 8º ano do Ensino Fundamental tomando por base nosso aporte teórico e, quando possível, foi dado ênfase às categorias de análise (critérios de congruência). Embora esse documento não tenha sido a fonte primordial para o cumprimento do objetivo da pesquisa, o Caderno do Professor é fator relevante no processo de elaboração das questões da Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP).

Neste sentido, justifica-se a análise realizada e, por consequência, tomamos por base as orientações de avaliação contínua presentes no referido Caderno do professor para a escolha de questões da AAP, de acordo com o objeto de estudo.

A análise das nove questões, assim como outras similares que, por este fato, não estão em nosso repertório, convergem em termos de competências e habilidades previstas nas orientações didático-pedagógicas sobre avaliação no referido Caderno do Professor.

No que diz respeito aos registros de representação semiótica, vamos retomar nossa questão de investigação para respondê-la: **qual a incidência dos critérios de congruência semântica em questões contendo equações de primeiro grau?**

Das nove questões, cinco delas envolveram atividade de conversão e, consequentemente, a análise dos critérios de congruência. Trata-se da primeira, segunda, terceira, quinta e sétima questão.

Na primeira questão (figura 12) todos os critérios de congruência não são conservados em determinada questão, o que de acordo com a teoria de Duval (2003, 2009, 2011) implica um maior custo cognitivo do aluno no processo de resolução.

Atrelado a isto, Duval (2009, p.69) referindo-se à conservação da ordem das unidades de significado (3º critério) destacou que “esse critério é, sobretudo, importante quando se trata de comparar frases e fórmulas literais”. Em nosso repertório de questões com análise do fenômeno de congruência, das cinco questões citadas, apenas a sétima questão teve este critério conservado. Tal situação nos traz indícios de atenção por parte do professor para este tipo de critério da não congruência, pois o mesmo pode contribuir em obstáculos para a aprendizagem.

A segunda, terceira e quinta questão tiveram o primeiro (correspondência semântica dos elementos significantes) e o terceiro critérios de congruência não conservados. Em relação ao primeiro critério, na segunda e terceira questão temos enunciados que demandaram a montagem de sistemas lineares com de duas equações do 1º grau com duas variáveis. Já a quinta questão envolveu a formulação da equação do 1º grau a partir do enunciado em língua natural. A não conservação deste critério decorreu pela necessidade de utilizar um maior número de signos na linguagem algébrica (registro de chegada) a partir da conversão do registro de partida (língua natural).

Mais especificamente, as expressões “diferença 2”, “dois sanduíches e três refrigerantes”, “6 barras de cereal” foram responsáveis pela não conservação do primeiro critério.

Essa situação geradora da desigualdade no número de signos na atividade de conversão traz indícios para o professor dar atenção ao vocabulário necessário para o êxito na linguagem algébrica. A expressão “diferença 2” poderia ser alterada de modo a não comprometer o conteúdo da frase contida na questão 2 (figura 13) para a seguinte forma: Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua “diferença igual a 2”. Outro detalhe diz respeito ao fato de que a palavra “diferença” conecta duas quantidades por meio do signo (-).

No caso das expressões “dois sanduíches e três refrigerantes”, “6 barras de cereal”, ambas são relacionadas nas questões como atividade comercial de compra e venda. Neste sentido, o professor pode trabalhar diversas situações-problemas em diversos contextos para que o aluno apreenda que é comum o signo referente à operação da multiplicação não estar explícito no registro da língua natural.

Apenas a sétima questão (figura 18) teve apenas um critério de congruência não conservado, no caso, o primeiro (correspondência “semântica” dos elementos significantes). As expressões “três chocolates” e “dois sucos” também se enquadram ao conteúdo abordado no parágrafo anterior.

Em nossa pesquisa o primeiro critério de não congruência foi o que apresentou maior incidência de ocorrência e o critério com menor frequência foi o segundo (conservação da univocidade semântica terminal).A incidência do primeiro critério convergiu com os resultados da pesquisa de Lourenço e Oliveira (2018), que abordou questões envolvendo equação do 1º grau com uma variável.

Em síntese, quanto o maior número de critérios de congruência não conservados, maior a dificuldade da questão por conta da demanda do custo cognitivo no processo de resolução. Em nossa pesquisa os resultados revelaram que a questão com maior grau de dificuldade é a primeira (figura 12) e a sétima questão (figura 18) é a que apresenta menor grau de dificuldade.

No entanto, de acordo com a análise feita com base no conteúdo da “figura 18”, a sétima questão foi considerada difícil. Cabe ressaltar que, com base nas contribuições teóricas de Raymond Duval, atribuímos o menor grau de dificuldade para essa questão em função do menor número de critérios de congruência não conservados.

Na análise individual da sétima questão, a mesma envolve duas atividades de conversão, ou seja, da representação da língua natural (enunciado) para a representação algébrica (montagem do sistema linear) e para a representação geométrica (gráfico).

Como implicação de nossa pesquisa sugerimos ao professor que diante de situações envolvendo o insucesso dos seus alunos na atividade de conversão, instigue-os na reformulação do enunciado de modo a diminuir o número de critério de congruência não conservado, de modo a manter o conteúdo da questão, conforme exemplo a seguir:

Figura 22: Reformulação do enunciado (questão 1 - AAP 2012)

Original: Ao repartir uma conta de R$ 78,00 no restaurante AL GEBRÁ, três amigos estabeleceram que: Rui pagaria ¾ do que Gustavo pagou; Cláudia pagaria R$ 10,00 a menos que a terça parte do que Gustavo pagou. Que valor da conta coube a cada um dos três amigos?

Tratamento: Três amigos gastaram R$78,00 no restaurante AL GEBRÁ. Decidiram que cada um ajudaria a pagar a conta do seguinte modo: Rui pagaria ¾ do que Gustavo pagou; Cláudia pagaria $\frac{1}{3}$ do que Gustavo pagou, menos R$10,00. Que valor da conta coube a cada um dos três amigos?

Fonte: arquivo da pesquisadora

Na primeira questão do nosso repertório mostramos que nenhum dos três critérios de congruência semântica foi satisfeitos. Porém é possível propor um tratamento no registro da língua natural de modo que os três critérios de congruência possam ser atendidos.

7. REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática (Ensino Fundamental II). Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

DUARTE, Ronan Cesar. **Desempenho em questões de álgebra do SIMAVE sob a perspectiva dos registros de representação semiótica**. 2015. 117f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas). Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2015.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et PenséeHumaine: Registres Sémiotiques et ApprentissagesIntellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

DUVAL, Raymond. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de MériclesThadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

FRANCO, Karla Oliveira. **Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE):** o estado da arte da produção científica brasileira (2000-2013). 2016. 161f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação). Campinas: Pontifícia Universidade Católica de Campinas, 2016.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos de Pesquisa Social.** São Paulo: Atlas, 2008.

MACHADO, Cristiane; ALAVARSE, Ocimar Munhoz; ARCAS, Paulo Henrique. Sistemas estaduais de avaliação: interfaces com qualidade e gestão da educação. **Revista Brasileira de Política e Administração da Educação (RBPAE), Associação Brasileira de Política e Administração da Educação,**v. 31, n. 3, p. 667-680, 2015.

LOURENÇO, Édrei Henrique; OLIVEIRA, Paulo César. Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.1, pp. 84-109, 2018.

O que é o IDESP. Disponível em: <http://idesp.edunet.sp.gov.br/o_que_e.asp>. Acesso em: 14 dez.2018.

ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho; SANTOS, Maria José Costa dos; AGUILAR JUNIOR, Carlos Augusto. Pesquisa em avaliação: algumas reflexões. **Boletim GEPEM**, n.70, pp. 70-89, 2017.

OLIVEIRA, Paulo Cesar; DUARTE, Ronan Cesar. Desempenho algébrico em questões do SIMAVE: um estudo de caso. In: CONGRESSO NACIONAL DE AVALIAÇÃO DE AVALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO, 4., 2016, Bauru. **Anais...** 12p. Bauru: CECEMCA/UNESP, 2016.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2002.

SANTOS, Cícero Inacio dos**.** Mapeamento de pesquisas sobre avaliação externa em matemática da Região Sudeste. In: CONGRESSO NACIONAL DE AVALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO, 5., 2018, Bauru. **Anais...** 12p. Bauru: CECEMCA/UNESP, 2018.

SANTOS, Cícero Inacio dos**. Avaliação externa em matemática: análise de teses e dissertações que abordam conteúdos matemáticos.** 2018. 45f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2018.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas da prova de matemática. São Paulo: SEE, 2012, 2º semestre, 1ª série EM, 3ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas da prova de matemática. São Paulo: SEE, 2012, 1º semestre, 2ª série EM, 2ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias – Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio. Coordenação de área: Nilson José Machado. 1ª ed. atual. São Paulo, SEE, 2012. 72p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas da prova de matemática. São Paulo: SEE, 2013, 2º semestre, 9º ano EF, 5ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas da prova de matemática. São Paulo: SEE, 2013, 2º semestre, 1ª série do EM, 5ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo - Caderno do Professor:** 8º ano do Ensino Fundamental, Matemática. São Paulo: SEE, 2014-2017, v.2.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2014, 1º semestre, 9º ano EF, 6ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** Caderno do Professor - Matemática. São Paulo: SEE, 2016, 3º bimestre, 8º ano EF, 13ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Caderno do Professor:** Avaliação da Aprendizagem em Processo– Matemática. São Paulo: SEE, 2018, 3º bimestre, 8º ano EF, 21ª edição.

ANEXOS

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2013	5ª	2º semestre	04	3ª série EM

Enunciado: Marina dispunha de certa importância em dinheiro e resolveu usá-la para passar alguns dias de suas férias na praia, devendo regressar quando o dinheiro acabasse. Verificou que se gastasse R$ 80,00 por dia poderia permanecer na praia um dia a mais, que se gastasse R$ 90,00. A quantia de que Marina dispunha era

a) R$ 640,00

b) R$ 720,00

c) R$ 810,00

d) R$ 880,00

Habilidade requerida: Resolver problemas que envolvam equações do 1º grau.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

Embora a habilidade requerida no problema seja a resolução de equações do 1º grau, é esperado também que o aluno traduza o problema para a linguagemmatemática. A leitura atenta de um problema é o primeiro passo no caminhoda transposição para a linguagem algébrica, mas estudos indicam que apenasa boa leitura não é garantia para a transposição correta. Parte significativa doempenho do professor como o parceiro mais experiente do aluno deve ser ode selecionar adequadamente problemas que permitam a maior abrangênciade situações passíveis de transposição da linguagem materna para a linguagem algébrica.Uma forma que o aluno poderia utilizar para resolver a questão é expressar seugasto de 90 reais por dia como 90 d. Em seguida expressar o gasto de 80 reaispor dia, ficando um dia a mais como 80 (d + 1). Igualando então essas expressões ele encontraria a equação que soluciona a questão: 90 d = 80 (d + 1).

Grade de Correção:

Alternativas	Justificativa
(A) R$ 640,00	Resposta incorreta. Provavelmente o aluno monta corretamente a equação e encontra o valor x = 8, mas no momento de calcular a quantia total, faz 80 . 8 = 640.
(B) R$ 720,00	**Resposta correta.** O aluno transpõe corretamente a situação para a linguagem algébrica, obtendo possivelmente, a equação 90 d = 80 (d + 1) e resolve corretamente a equação encontrando o valor 8. Obtém a resposta fazendo 90 . 8 = 720. Ou utilizou outro procedimento que levou à resposta correta.
(C) R$ 810,00	Resposta incorreta. O aluno, provavelmente, monta a equação 90 (d + 1) = 80 d. Resolve-a ignorando o sinal da resposta e encontra o valor x = 9. Obtém como resultado 90 . 9 = 810.
(D) R$ 880,00	Resposta incorreta. Possivelmente o aluno calcula 90 − 80 = 10 faz 10 + 1 = 11 e 80 . 11 = 880, tentando resolver o problema sem montar a equação.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2012	2ª	2º semestre	01	1ª série EM

Enunciado: Ao repartir uma conta de R$ 78,00 no restaurante AL GEBRÁ, três amigos estabeleceram que:

• Rui pagaria 3⁄4 do que Gustavo pagou;

• Cláudia pagaria R$ 10,00 a menos que a terça parte do que Gustavo pagou.

Que valor da conta coube a cada um dos três amigos?

Habilidade requerida: Resolver problemas que envolvam equações do 1º grau com coeficientes racionais.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

Uma das grandes necessidades de conhecimentos que os alunos devem demonstrar ao chegar ao Ensino Médio é o raciocínio algébrico, incluindo reconhecimento de variáveis, cálculo algébrico como soma e multiplicações de polinômios e resolução de alguns tipos de equações. Todos esses conhecimentos, juntamente com as ideias de conjuntos e de variações, são importantes para a construção da noção de funções, ampliando o conhecimento dos alunos. Inclui-se também a compreensão das operações com frações e sua aplicação em contextos algébricos. Isso porque o estudo de funções exponenciais e logarítmicas recai, inevitavelmente, em expressões algébricas com coeficientes racionais. Dessa forma, consideramos que se torna importante diagnosticar o nível de conhecimento dos alunos em relação a esta habilidade.

Grade de Correção:

Categorias para análise	**Observação**
O aluno escreveu a expressão algébrica para o cálculo dos resultados e encontrou corretamente o valor de cada amigo: $\left(\frac{3}{4}g\right)+\left(\frac{1}{3}g-10\right)+g=78$ $\begin{cases} g = R\$42{,}24 \\ r = R\$31{,}68 \\ c = R\$4{,}08 \end{cases}$	O aluno demonstra compreensão dos cálculos com frações e sabe aplicá-los em contextos algébricos. Ao efetuar corretamente os cálculos algébricos o aluno também demonstra raciocínio algébrico. Todavia, há necessidade de discutir a resposta. O professor pode solicitar que o aluno crie outras situações-problema relacionadas às mesmas habilidades.
O aluno escreveu a expressão algébrica para o cálculo dos resultados: $\left(\frac{3}{4}g\right)+\left(\frac{1}{3}g-10\right)+g=78$ Calcula corretamente o valor de g, mas não defini o valor dos demais amigos.	O aluno demonstra o conhecimento de frações e sabe aplicá-las em contextos algébricos. Ao efetuar corretamente os cálculos algébricos o aluno também demonstra raciocínio algébrico. O professor pode retomar a situação-problema, chamando a atenção para o enunciado, de forma que o aluno possa complementar sua questão.
O aluno escreveu a expressão algébrica para o cálculo dos resultados: $\left(\frac{3}{4}g\right)+\left(\frac{1}{3}g-10\right)+g=78$, mas resolve incorretamente o valor de g na equação.	O aluno demonstra o conhecimento de frações e sabe aplicá-las em contextos algébricos. O fato de não resolver tal equação pode estar associado aos coeficientes fracionários. É interessante verificar se o aluno resolve equações sem o uso de frações. O professor pode propor outras situações-problema, inicialmente envolvendo coeficientes inteiros e posteriormente com coeficientes fracionários.

O aluno respondeu corretamente o valor pago por cada um: Gustavo: R$ 42,24 Rui: R$ 31,68 Cláudia: R$ 4,08 Mas não apresentou os cálculos na folha de resposta.	O aluno possivelmente utilizou estratégias corretas para chegar ao seu resultado. É interessante questionar o aluno a respeito de seu raciocínio.
O aluno expressou de maneira algébrica as parcelas referentes a cada amigo: Rui: $\left(\frac{3}{4}g\right)$.	O aluno compreende a linguagem de frações e a aplica na forma algébrica. Porém, ainda não está seguro quanto à organização de raciocínio algébrico.
Cláudia: $\left(\frac{1}{3}g-10\right)$. No entanto, não somou as parcelas, igualando-as a 78.	É importante retomar as estratégias de resolução de equações do primeiro grau e posteriormente trabalhar com outras situações-problema dessa natureza.
O aluno expressou de maneira algébrica as parcelas referentes a cada amigo: Rui: $\left(\frac{3}{4}g\right)$. Cláudia: $\left(\frac{1}{3}g-10\right)$. No entanto, ao somar as parcelas, igualando-as à 78, não inclui o próprio Gustavo (g). $\left(\frac{3}{4}g\right)+\left(\frac{1}{3}g-10\right)=78$	O aluno compreende a linguagem de frações e a aplica na forma algébrica. Porém, ainda não está seguro quanto a organização de raciocínio algébrico. O professor pode retomar a situação em questão, observando a associação entre cada parcela com cada um dos amigos e posteriormente trabalhar com outras situações-problema dessa natureza.
O aluno não consegue aplicar as frações num contexto algébrico. Escreve as frações 3/4 e 1/3, mas de maneira incompreensível, não relacionada à equação que resolveria o problema.	O aluno demonstra não ter domínio no raciocínio algébrico. O professor pode retomar o trabalho de resolução de problemas do primeiro grau utilizando algumas das referências indicadas.

O aluno coloca números desconectados (3, 4, 1, 3, 10), sem demonstrar conhecimento sobre frações.	O aluno demonstra não ter domínio no raciocínio algébrico que envolve frações. É necessário verificar se problemas algébricos que não se utilizam de frações são resolvidos pelos alunos. De qualquer maneira, o professor pode retomar o trabalho de resolução de problemas do primeiro grau utilizando algumas das referências indicadas.
O aluno não responde a questão.	O professor pode retomar o trabalho de resolução de problemas do primeiro grau utilizando algumas das referências indicadas.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2012	2ª	1º semestre	04	2ª série EM

Enunciado: Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua diferença 2. Lúcia utilizou outra estratégia, determinando/ esses dois números algebricamente. Dessa forma, um possível sistema de equações para indicar o raciocínio de Lúcia é

a) $\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y=9 \\ 4x+3y=10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 12x+2y=1 \\ 7x-5y=2 \end{cases}$

Habilidade requerida: Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

O estudo de sistemas do 1º grau é iniciado no caderno da 7ª série (8º ano), vol. 3. A introdução do assunto se dá com situações-problema de uma equação e duas incógnitas. São exibidas tabelas para que se observe as diversas soluções possíveis. Daí então, mostra-se que com mais informações sobre a situação-problema – inclusão de outra equação – o problema tem solução única. Considera-se dessa forma um sistema de equações do 1º grau. O assunto é retomado com maior profundidade no caderno da 2ª série, vol. 2, onde o tratamento de sistemas lineares com matrizes é sistematizado. Acreditamos que tal diagnóstico permitirá ao professor planejar estratégias que viabilizem o desenvolvimento das propostas apresentadas nesse material de apoio. A questão indicada solicita que se traduza um problema dado na língua natural para uma linguagem algébrica, na forma de sistema de equações do 1º grau. Obviamente, espera-se também que o aluno saiba reconhecer uma equação do 1º grau. Se o aluno sabe fazer a devida interpretação dos dados do problema e passá-los para o formato desejado e reconhecendo essas expressões no formato de um sistema de equações, ele demonstra dominar a habilidade em questão. Caso o aluno escolha qualquer outra alternativa, é aconselhável fazer uma revisão, recorrendo a algumas das referências indicadas.

Grade de Correção:

Alternativas	Justificativas
a) $\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno considerou somente a soma igual a 12, mas não atentou à diferença.
b) $\begin{cases} 2x-y=9 \\ 4x+3y=10 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.
c) $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.
d) $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$	Resposta correta. O aluno fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.
e) $\begin{cases} 12x+2y=1 \\ 7x-5y=2 \end{cases}$	Resposta errada. O aluno não fez as devidas correspondências entre o enunciado da questão e as equações.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2013	5ª	2º semestre	06	8º ano EF
Enunciado:				

Indique a expressão algébrica que representa o que Paola propôs ao Zé.

(A) $2x - 4x$

(B) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4}$

(C) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4}$

(D) $2x + 4x$

Habilidade requerida: Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem materna e vice-versa.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

Este item tem por objetivo verificar se o aluno lê e relaciona expressões algébricas com textos matemáticos escritos em linguagem materna e, vice-versa. O trabalho com textos ou situações-problema pode favorecer o raciocínio aritmético e heurístico que poderá contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico. O Caderno do Professor 6ª série (7º ano), Volume 4 (situações de aprendizagem 2 e 3) apresenta sequências que trabalham com a habilidade de transpor a linguagem escrita corrente para a algébrica, com foco nas resoluções de equações do 1º grau.

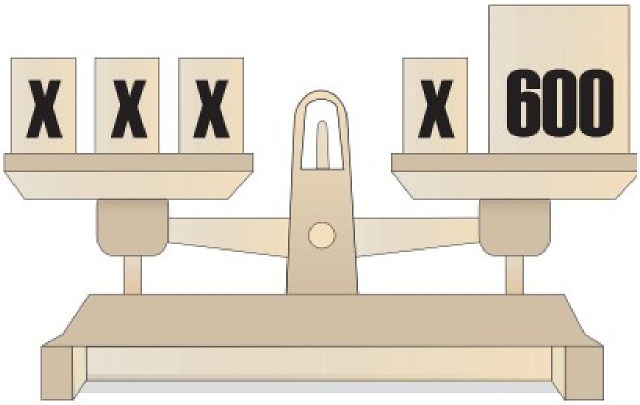
Grade de Correção:

Alternativas	Justificativas
(A) $2x-4x$	Resposta incorreta. O aluno indica corretamente o sinal de menos (-) para representar a diferença. Todavia não associa a metade de um número com a expressão x/2 e também não faz a correspondência da expressão x/4 para a quarta parte de um número.
(B) $\frac{x}{2}-\frac{x}{4}$	**Resposta correta**. O aluno faz correspondência do texto matemático apresentado em linguagem materna e vice-versa.
(C) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}$	Resposta incorreta. O aluno associa a metade de um número à expressão x/2 da mesma forma que representa corretamente a quarta parte de um número como x/4. Todavia indica de forma equivocada a diferença com um sinal de +.
(D) $2x+4x$	Resposta incorreta. O aluno não associa as expressões metade e quarta parte de um número a x/2 e x/4, respectivamente, e também erra ao indicar o sinal de + para a diferença.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar

2014	6ª	1º semestre	01	9º ano EF

Enunciado: Numa balança, como representada abaixo, foram colocados objetos de maneira que a balança ficou em equilíbrio.



Se a letra x representa o peso do objeto conforme a figura, para que o prato da esquerda tenha o mesmo peso do prato da direita o valor de x deve ser:

a) 150
b) 200
c) 300
d) 600

Habilidade requerida: Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

Para dar significado a equações pode-se fazer uso da analogia com a balança de pratos. O objetivo dessa questão é identificar se o aluno percebe tal analogia e que, retirando-se o objeto de peso x de ambos os pratos, ainda o equilíbrio se mantém. Assim, se obtém que 2 objetos de peso x pesam 600 g, donde se conclui que cada um pesa 300 g. Deve-se explorar diversos contextos onde surge a necessidade de manipular equações com uma incógnita, quando letras representam números. Na questão proposta o aluno pode também utilizar as alternativas, substituindo o valor de x e verificando se obtém o equilíbrio. Resolvendo dessa forma o aluno também interpreta de forma correta a solução do problema.

Grade de Correção:

Alternativa	Interpretação
(A) 150	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, descreveu corretamente o problema com a equação $3x = x + 600$, mas obteve $4x = 600$ e assim $x = 150$. Nesse caso, ele tem boa compreensão do problema e familiaridade com a analogia apresentada. Contudo, pode revelar que ele ainda não manipula corretamente expressões com letras. Recomenda-se um trabalho com números e igualdade, procurando tornar as operações envolvidas numa resolução de equação mais significativas.
(B) 200	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, não descreveu corretamente o problema com uma equação ou testou o valor 200 e fez um cálculo errado. Pode também revelar "chute".
(C) 300	**Resposta correta**. O aluno, possivelmente, percebeu que retirando-se o objeto de peso x de ambos os pratos ainda o equilíbrio se mantém. Assim se obtém que 2 objetos de peso x pesam 600 g, donde se conclui que cada um pesa 300 g. O aluno descreveu corretamente o problema com a equação $3x = x + 600$ e manipulou a equação obtendo $2x = 600$ e assim $x = 300$.
(D) 600	Resposta incorreta. O aluno, possivelmente, deu essa resposta achando que o equilíbrio só pode ocorrer com outros 600 gramas. O que revela não compreensão do enunciado ou ainda falta de noção de grandeza. Pode também revelar "chute".

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar

2013	5ª	2º semestre	10	1ª série EM

Enunciado: Em uma lanchonete o preço do sanduíche com um refrigerante é R$ 11,50. Luciacomeu dois sanduíches e três refrigerantes e pagou R$ 26,50. Quanto pagou Anaque comeu três sanduíches e dois refrigerantes nessa mesma lanchonete?

Habilidade requerida: Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares de 2a ordem.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:
Os sistemas lineares constituem-se em uma ferramenta importante na resolução de situações-problema contextualizadas. A descrição de alguns contextospermite que sejam escritas as equações e que, ao final, após a resolução dosistema, os valores encontrados para as incógnitas sejam avaliados à luz docontexto inicialmente proposto.Para a resolução dos sistemas obtidos a partir de situações-problema contextualizadas, sugerimos que o professor estimule seus alunos a utilizar, inicialmente, os métodos estudados no Ensino Fundamental, isto é, os métodos deadição, substituição ou comparação.Salientamos a importância de o professor trabalhar as diversas formas de resolução de Sistemas Lineares de maneira que o aluno possa fazer investigaçõessobre a opção mais conveniente em cada situação.

Grade de Correção:

Categorias para análise	Observação
O aluno resolve corretamente. Indicando por: S -> preço do sanduíche R -> preço do refrigerante O sistema é equivalente a: $\begin{cases} S + R = 11{,}5 \\ S + 3R = 26{,}5 \end{cases}$ Resolvendo-o, obtemos os seguintes valores: S= R$ 8,00 e R = R$ 3,50. Fazendo 3(8)+2(3,5)=31, assim a despesa total será R$ 31,00.	O professor pode ampliar tal habilidade trabalhando com outras situações onde está presente a habilidade em questão.

O aluno representa corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém erra na sua resolução pelo método da substituição.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos da substituição de variáveis e escalonamento.
O aluno estrutura corretamente o sistema a partir das informações disponibilizadas no enunciado da questão, porém erra na sua resolução pelo método do escalonamento.	O professor pode retomar situações que envolvam a resolução de sistemas de equações do 1º grau pelos métodos do escalonamento e substituição de variáveis.
O aluno não consegue estruturar o sistema baseado nas informações apresentadas no enunciado da questão	O professor pode trabalhar com o aluno a habilidade de traduzir o problema para a linguagem matemática. Para isso, pode desenvolver atividades de leitura de um problema, que se constituem no primeiro passo no caminho da transposição para a linguagem algébrica.
O aluno deixou a questão em branco ou demonstrou total falta de domínio da habilidade avaliada.	O professor pode retomar situações que envolvam a habilidade indicada.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar

2014	6ª	1º semestre	07	9º ano EF

Enunciado: Numa lanchonete, João pagou por 2 coxinhas e 1 empada o total de R$ 6,50 e Alice pagou por 1 coxinha e 2 empadas o total de R$ 7,00. O preço de uma coxinha e de uma empada é, respectivamente,

a) R$ 2,00 e R$ 2,50
b) R$ 2,40 e R$ 4,10
c) R$ 5,00 e R$ 6,00
d) R$ 3,00 e R$ 3,50

Habilidade requerida: Saber resolver sistemas lineares de duas incógnitas pelos métodos da adição e da substituição.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:
O uso de uma ou mais incógnitas para organizar as informações de umproblema é um recurso importante que facilita sua resolução. A utilizaçãode muitos problemas e contextos facilita a compreensão do significado deum sistema de equações com duas incógnitas, que é tema trabalhado no8º ano.A compreensão de um problema e a sua tradução em linguagem matemática permite a busca por informações, respostas ou soluções do problema.Somente o trabalho com diversos tipos de problemas e situações, em diferentes contextos, permite o desenvolvimento de tal habilidade.

Grade de Correção:

Alternativa	Interpretação
(A) R$ 2,00 e R$ 2,50	**Resposta correta**. A solução pode ser encontrada pelo método da substituição. Se C é o preço da coxinha e E o preço da empada, temos duas equações: $2C+E = 6,5$ e $C+2E = 7$. Logo $2(7 - 2E) + E = 6,5$ o que implica que $3E = 7,5$ e então $E = 2,5$. Donde $C = 7 - 5 = 2$. O aluno pode ter verificado que os valores satisfazem as condições do problema.

(B) R$ 2,40 e R$ 4,10	Resposta incorreta. Um erro comum ao se manipular expressões algébricas é o de não efetuar corretamente a distributiva. É comum se observar o erro "a(b + c) = ab + c" . Recomenda-se trabalhar com valores específicos e com representações geométricas para se evidenciar o erro. Se C é o preço da coxinha e E o preço da empada, temos duas equações: 2C+E = 6,5 e C+2E = 7. O aluno pode ter feito (-2)(C + 2E = 7) mas obtido –2C + 4E = 14. Assim ao somar com a outra equação obteve 5E = 20,5, donde obteve E = 4,1 e então C = 6,5-4,1 = 2,4. O aluno pode ter verificado que os valores satisfazem a primeira equação (o que o João gastou), porém não verificou que não satisfazem a segunda condição (o que a Alice gastou)
(c) R$ 3,00 e R$ 3,50	Resposta incorreta. O aluno pode ter verificado que os valores podem satisfazer a primeira equação (o que o João gastou), porém não verificou que não satisfazem a segunda condição (o que a Alice gastou)
(D) R$ 5,00 e R$ 6,00	Resposta incorreta. Um erro comum na aplicação da propriedade distributiva é fazer: "a(b+c) = ab + c". A solução pode ter sido obtida da seguinte forma: se C é o preço da coxinha e E o preço da empada, temos duas equações: 2C+E = 6,5 e C+2E = 7. Substituindo ficaria C + 2 (6,5 – 2C) = 7, mas o aluno fez C + 13 – 2C = 7, donde teria concluído que C = 13 – 7 = 6. daí C = 7 – 12. Como não poderia ter uma resposta negativa, tomou C = 5, não observando que as respostas não satisfazem a equação.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13ª	2º semestre	01	8º ano EF

Enunciado: Na roda de conversa de uma escola, a quantidade de alunos é seis vezes maior que a quantidade de professores.

Considerando a letra A para o número de alunos, e P para o número de professores, a expressão que traduz algebricamente a situação representada na imagem dessa roda de conversa é:

a) $A=6P$.

b) $6A=P$.

c) $A+P=6$.

d) $P=A-6$.

Habilidade requerida: Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:
O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno ao expressar na linguagemMatemática, uma situação representada em uma imagem.Analisando a imagem em que um professor (P) e seis alunos (A) conversam, econfirmando o que anuncia o problema “há seis mais alunos do que professores”,evidentemente entende-se que o número de Professores é um sexto do número deAlunos. Para 12 alunos haverá dois professores e para 18 alunos haverá três professores,e assim por diante.

Grade de Correção:

Alternativa		Observação
(A)	**A = 6P.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	6A = P.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente faz a relação direta entre alunos e professores, dessa forma à medida que A aumenta P cresce seis vezes mais, por exemplo se A=10, P=60, o que contradiz o enunciado do problema.
(C)	A + P = 6.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente relaciona o termo "mais" a uma soma, e adiciona 6 ao número de professores.
(D)	P = A – 6.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente compreende que a cada professor corresponde a uma determinada quantidade de alunos, menos 6.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13ª	2º semestre	08	8º ano EF

Enunciado: Um estacionamento cobra a diária de R$ 12,00 por moto e R$ 25,00 por carro. Ao final de um dia, o caixa registrou R$ 2.415,00 para um total de 120 veículos. Quantas motos e quantos carros usaram o estacionamento nesse dia?

a) 75 motos e 75 carros.
b) 45 motos e 45 carros.
c) 45 motos e 75 carros.
d) 75 motos e 45 carros.

Habilidade requerida: Resolver sistemas de equações lineares.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno para equacionar e resolver uma situação-problema.

Considerando:

"x" a quantidade de motos;

"y" a quantidade de carros.

$$\begin{cases} 12x + 25y = 2415 \text{ (I)} \\ x + y = 120 \text{ (II)} \end{cases}$$

Multiplicando a equação II por (−25), temos que:

$$\begin{cases} 12x + 25y = 2415 \text{ (I)} \\ -25x - 25y = -3000 \text{ (II)} \end{cases}$$

Adicionando-se as equações (I) e (II), temos que:

$$-13x = -585 \Rightarrow x = \frac{-585}{-13} = 45$$

Substituindo o valor de x na equação (II), temos que:

$$x + y = 120 \Rightarrow 45 + y = 120 \Rightarrow y = 120 - 45 \Rightarrow y = 75$$

Provando:

Motos		Carros		
12,00 · 45	+	25,00 · 75		
540,00	+	1.875,00	=	2.415,00

Página 28 / 47

Grade de Correção:

	Alternativa	Observação
(A)	75 motos e 75 carros.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente multiplica a segunda equação por (-12), para eliminar o termo de x. Assim calcula a quantidade y de carros e equivocadamente a considera o mesmo resultado como resposta para quantidade de motos. $\begin{cases} 12x + 25y = 2415 \\ -12x - 12y = -1440 \end{cases} \Rightarrow 13y = 975 \Rightarrow y = \frac{975}{13} \Rightarrow y = 75$
(B)	45 motos e 45 carros.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno possivelmente multiplica a segunda equação por (-25), para eliminar o termo de y. Assim calcula a quantidade x de motos e equivocadamente a considera como resposta para a mesma quantidade de carros. $\begin{cases} 12x + 25y = 2415 \\ -25x - 25y = -3000 \end{cases} \Rightarrow -13x = -585 \Rightarrow x = \frac{-585}{-13} \Rightarrow x = 45$
(C)	**45 motos e 75 carros.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	75 motos e 45 carros.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente inverteu o valor x com o valor de y, ou seja, a quantidade de carros com a quantidade de motos.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13ª	2º semestre	02	8º ano EF

Enunciado: Considere a expressão:

$$\boxed{4{,}5x + 8}$$

A escrita que representa corretamente a sentença matemática apresentada no quadro é:

a) Quatro quintos de x mais oito.
b) Quarenta e cinco x mais oito.
c) Quatro inteiros e cinco décimos de x mais oito.
d) Doze inteiros e cinco décimos de x

Habilidade requerida: Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.

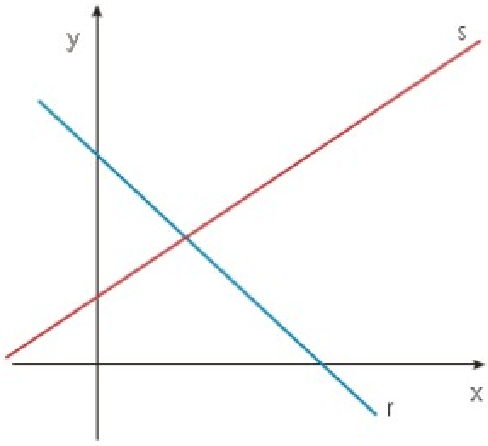
Comentários e Recomendações Pedagógicas:
O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno na transposição entre aslinguagens escritas.A leitura atenta de um problema é o primeiro passo da transposição entrelinguagens, porém estudos mostram que a boa leitura não é garantia para a transposiçãocorreta. Neste caso é necessário que se faça a correta associação entre as linguagensenvolvidas.Portanto, C é a alternativa correta.

Grade de Correção:

(A)	quatro quintos de x mais oito.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente entende a escrita decimal de um número como sendo uma escrita fracionária, o que demonstra, que este aluno ainda não se apropriou do conceito de números racionais e associa um número decimal composto com uma fração que utiliza os mesmos algarismos.
(B)	quarenta e cinco x mais oito.	**Resposta incorreta.** O aluno possivelmente desconsidera o conceito de número decimal. Transforma o número em questão em um número inteiro ignorando a vírgula.
(C)	**quatro inteiros e cinco décimos de *x* mais oito.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	doze inteiros e cinco décimos de x.	**Resposta incorreta.** Possivelmente o aluno somou os coeficientes da expressão algébrica ou respondeu aleatoriamente.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13ª	2º semestre	10	8º ano EF

Enunciado: A figura representa a solução gráfica de um sistema de equações lineares.



r e **s** são concorrentes

Observando a figura, pode-se afirmar que trata-se de um:

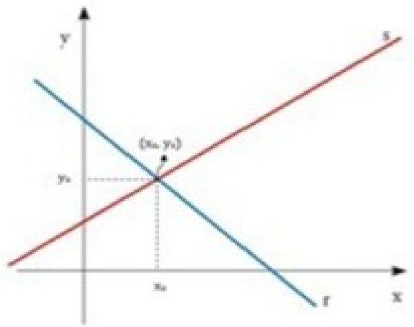
a) Sistema possível e determinado.
b) Sistema impossível.
c) Sistema possível e indeterminado.
d) Sistema impossível e determinado.

Habilidade requerida: Interpretar graficamente a solução de um sistema linear.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

O objetivo da questão é avaliar se o aluno identifica o sistema representado e o associa a uma solução.

Uma particularidade dos sistemas lineares de duas equações é que eles podem gerar diversos tipos de resultados.



No referencial em questão, as retas r e s são concorrentes e representam as duas equações de um sistema, cuja solução é o ponto de coordenadas (x_s, y_s), onde se interceptam.

Assim sendo, as características notadas mostram que, trata-se de um Sistema Possível e Determinado.

Grade de Correção:

Alternativa		Observação
(A)	**sistema possível e determinado.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão. Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	sistema impossível.	**Resposta incorreta.** A escolha dessa resposta, possivelmente mostra que o aluno ainda não ampliou seu repertório referente às diversas soluções de um sistema linear.
(C)	sistema possível e indeterminado.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente reconhece apenas parte da discussão do sistema representado na figura.
(D)	sistema impossível e determinado.	**Resposta incorreta.** O aluno escolheu aleatoriamente ao assinalar esta alternativa.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13ª	2º semestre	05	8º ano EF

Enunciado: Em uma prova com 45 questões, para cada resposta correta o aluno ganha 3 pontos, e para cada incorreta ele perde 0,75 ponto. O sistema de equações que relaciona o número de acertos (x) e o número de erros (y) com o total de pontos obtidos (p) é:

a) $\begin{cases} x+y=45 \\ 3x+y=p \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=45 \\ 3x+0{,}75y=p \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=45 \\ 3x-0{,}75y=p \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y=45 \\ 0{,}75x-3y=p \end{cases}$

Habilidade requerida: Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em identificar a equação relativa a uma situação.

O número de questões com respostas corretas (x), mais o número de questões com respostas incorretas (y) deve totalizar 45, que é a quantidade de questões da prova, então: x + y = 45.

Com relação à pontuação (p), a cada questão correta, obtêm-se três pontos e a cada questão incorreta perde-se 0,75 ponto, assim: 3x – 0,75y = p.

Logo o sistema de equações que resolve o problema é:

$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 3x - 0{,}75y = p \end{cases}$$

Portanto, ***C*** *é a alternativa correta.*

Grade de Correção:

Alternativa		Observação
(A)	$\begin{cases} x + y = 45 \\ 3x + y = p \end{cases}$	**Resposta incorreta.** Nessa resposta o aluno possivelmente reconhece apenas os pontos ganhos, não levando em conta os pontos que se perde com as respostas incorretas.
(B)	$\begin{cases} x + y = 45 \\ 3x + 0{,}75y = p \end{cases}$	**Resposta incorreta.** Na escolha dessa resposta, o aluno comete o equívoco de adicionar também os pontos referentes às respostas incorretas.
(C)	$\begin{cases} x + y = 45 \\ 3x - 0{,}75y = p \end{cases}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(D)	$\begin{cases} x + y = 45 \\ 0{,}75x - 3y = p \end{cases}$	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno inverte a relação referente a quantidade de pontos ganhos com a de pontos perdidos.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13	2 semestre	06	8º ano EF

Enunciado: André e Júlia foram a uma lanchonete. André comeu dois hambúrgueres, tomou um refrigerante e gastou R$ 17,60. Julia comeu um hambúrguer e também tomou um refrigerante, gastando R$ 11,60. Para saber o preço do hambúrguer e do refrigerante nessa lanchonete pode-se utilizar um sistema de equações. O sistema que resolve algebricamente o problema é

(A) $\begin{cases} 2x + y = 17{,}60 \\ x + y = 11{,}60 \end{cases}$	(B) $\begin{cases} 2x + y = 11{,}60 \\ x + y = 17{,}60 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} 2x + y = 17{,}60 \\ x - y = 11{,}60 \end{cases}$	(D) $\begin{cases} 2x - y = 17{,}60 \\ x + y = 11{,}60 \end{cases}$

Habilidade requerida: Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

O objetivo da questão é avaliar a habilidade do aluno em identificar sistemas de equações lineares. Vamos considerar como "x" o valor de um hambúrguer e "y" o valor de um refrigerante. De acordo com os dados da questão, André comeu dois hambúrgueres, tomou um refrigerante e gastou R$ 17,60. Então: 2x + y = 17,60 Júlia comeu um hambúrguer e tomou um refrigerante, gastando R$ 11,60. Assim: x + y = 11,60 Verificação: Resolvendo o sistema, tem-se o valor de cada hambúrguer, R$ 6,00 e de cada refrigerante, R$ 5,60. André gastou 2x + y = 17,60 ⇒ 2 · 6,00 + 5,60 = 12,00 + 5,60 = 17,60 (o resultado confere e valida a equação) Júlia gastou x + y = 11,60 ⇒ 6,00 + 5,60 = 11,60 (o resultado confere e valida a equação) Logo, o sistema de equações que resolve o problema é o da alternativa A.

Grade de Correção:

Alternativa		Observação
(A)	$\begin{cases} 2x + y = 17{,}60 \\ x + y = 11{,}60 \end{cases}$	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**
(B)	$\begin{cases} 2x + y = 11{,}60 \\ x + y = 17{,}60 \end{cases}$	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno equivocadamente troca os valores referentes a cada despesa.
(C)	$\begin{cases} 2x + y = 17{,}60 \\ x - y = 11{,}60 \end{cases}$	**Resposta incorreta.** Ao escolher essa resposta, o aluno possivelmente não identifica corretamente os valores relativos às despesas, inclusive a operação da equação que a resolve.
(D)	$\begin{cases} 2x - y = 17{,}60 \\ x + y = 11{,}60 \end{cases}$	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente se equivocou quanto ao sinal da primeira equação e não relacionou corretamente a relação dos valores a serem pagos.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2016	13	2º semestre	07	8º ano EF

Enunciado:

Carlos e Marisa compraram canetas “marca texto” e canetas comuns de diversas cores. As canetas “marca texto” custaram mais que as comuns. Carlos comprou duas canetas de cada tipo, gastando R$ 8,20 e Marisa comprou 3 canetas “marca texto” e uma caneta comum, gastando R$9,10. Ao equacionar a compra de Marisa e Carlos em um sistema, de forma que x representa as canetas “marca texto” e y as canetas comuns, temos:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8{,}20 \\ 3x + y = 9{,}10 \end{cases}$$

O valor de cada caneta “marca texto” e de cada caneta comum é:

(A) x = 6,50 e y = 2,45.

(B) x = 3,20 e y = 0,90.

(C) x = 2,80 e y = 1,10.

(D) x = 2,50 e y = 1,60.

Habilidade requerida: Resolver sistemas de equações lineares.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

O objetivo da questão é avaliar a compreensão do aluno quanto à resolução de um sistema de equações.

Uma possível forma de resolução:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8{,}20 \text{ (I)} \\ 3x + y = 9{,}10 \text{ (II)} \end{cases}$$

Multiplicando a equação (II) por (−2), temos:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8{,}20 \text{ (I)} \\ -6x - 2y = -18{,}20 \text{ (II)} \end{cases}$$

Adicionando as equações (I) e (II) temos que:

$$-4x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{-4} = 2{,}50$$

Substituindo o valor de x, na equação (I), temos que

$$2x + 2y = 8{,}20 \Rightarrow y = \frac{8{,}20 - 2 \cdot 2{,}50}{2} = \frac{8{,}20 - 5{,}00}{2} = \frac{3{,}20}{2} = 1{,}60$$

*Portanto, **D** é a alternativa correta.*

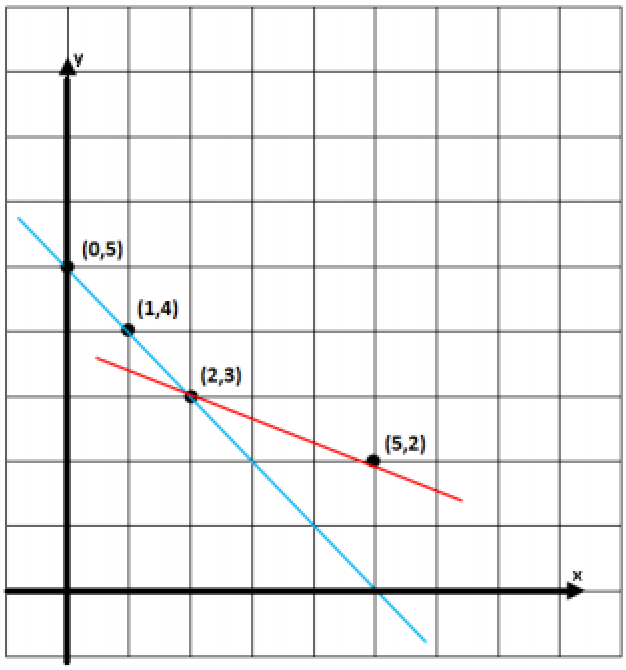
Grade de Correção:

Alternativa		Observação
(A)	x = 6,50 e y = 2,45.	**Resposta incorreta.** Ao assinalar essa alternativa, o aluno possivelmente resolve o sistema adicionando equivocadamente as parcelas referentes ao segundo membro das equações: $\begin{cases} 2x + 2y = 8,20 \\ 3x + y = 9,10(-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 8,20 \\ -6x - 2y = 18,20 \end{cases} \Rightarrow -4x = 26,00 \Rightarrow x = 6,50$ Substituindo o valor de x em (I), temos: $2x + 2y = 8,20 \Rightarrow y = \frac{8,2 0 - (2 \cdot 6,50)}{2} = \frac{13,0 - 8,20}{2} = \frac{4,8}{2} = 2,4$
(B)	x = 3,20 e y = 0,90.	**Resposta incorreta.** Para a escolha dessa resposta, o aluno elimina corretamente o termo y, multiplicando a equação por (−2), entretanto, erra o sinal do produto (−2) por 3x e também o sinal do produto (−2) · 9,10. $\begin{cases} 2x + 2y = 8,20 \\ 3x + y = 9,10(-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 8,20 \\ 6x - 2y = 18,20 \end{cases} \Rightarrow 8x = 26,20 \Rightarrow x = 3,20$ Substituindo o valor de x em (I), temos: $2x + 2y = 8,20 \Rightarrow y = \frac{8,20 - (2 \cdot 3,20)}{2} = \frac{8,20 - 6,40}{2} = \frac{1,80}{2} = 0,90$
(C)	x = 2,80 e y = 1,10.	**Resposta incorreta.** Nessa resposta, o aluno possivelmente, transcreveu de forma errônea o sistema de equações indicado e concluiu que y=1,10 a partir da diferença entre 9,20 e 8,10. $\begin{cases} 3x + y = 9,20 \\ 2x + 2y = 8,10 \end{cases} \Rightarrow 5x + 3y = 17,30$ se $y = 1,10 \Rightarrow 3y = 3,30 \Rightarrow 5x + 3,30 = 17,30 \Rightarrow 5x = 14,00 \Rightarrow x = 2,80$
(D)	**x = 2,50 e y = 1,60.**	**Resposta correta. O aluno interpretou corretamente o enunciado e aplicou seus conhecimentos sobre o assunto para resolver a questão.** **Cabe ao professor verificar através dos registros do aluno se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.**

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2018	18	1º semestre	08	9º ano EF

Enunciado:

O gráfico a seguir representa a solução de um sistema de duas equações do 1º grau.



A solução desse sistema é o par ordenado:

(A) (2,3)

(B) (0,5)

(C) (5,2)

(D) (1,4)

Habilidade requerida: Interpretar graficamente a solução de um sistema linear.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

(A)	**(2,3)**	***Resposta correta*** O aluno que optou pela alternativa A percebeu que as retas da figura representam graficamente um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, cuja solução é o ponto de intersecção das duas retas correspondentes às duas equações, no caso, o par ordenado (2,3).

(B)	(0,5)	***Resposta incorreta*** Ao indicar a alternativa B o aluno pode ter achado que a solução estaria onde a reta cruza o eixo, e este ponto expressa um cruzamento com um eixo.

(C)	(5,2)	***Resposta incorreta*** A escolha da alternativa C indica que o aluno não compreende a representação gráfica de um sistema e pode ter feito uma escolha aleatória.
(D)	(1,4)	***Resposta incorreta*** Ao indicar a alternativa D o aluno pode ter pensado na indicação de um ponto que se mantivesse alinhado com os outros de modo a manter uma posição na mesma reta que os demais.

Grade de Correção:
Professor aos alunos que apresentaram dificuldades nesta questão indique que trabalhem com as atividades propostas na sequência Sistemas Lineares

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2018	21	2º semestre	01	8º ano EF

Enunciado:
Um professor propôs a seus alunos o seguinte problema:
As medidas dos lados de um retângulo são x + 1 e x + 3. Sabendo que seu perímetro é 36, escreva uma expressão que permita calcular as medidas dos lados.
Veja as respostas de dois alunos:

Carla	Joaquim
$x + 1 + x + 3 + x + 1 + x + 3 = 36$	$2(x + 1) + 2(x + 3) = 36$

Podemos afirmar que

(A) apenas Carla acertou.
(B) apenas Joaquim acertou.
(C) ambos acertaram.
(D) ambos erraram.

Habilidade requerida: Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:
nenhuma

Grade de Correção:

(A)	**Resposta incorreta**	O aluno que optou por esta resposta pode ter percebido a conversão de registro solicitada, porém não reconhece que essa conversão pode ser feita de modo mais simplificado, por meio de uma transformação da expressão escolhida por ele.

(B)	**Resposta incorreta**	O aluno que indicou esta alternativa pode tê-lo feito por considerar que a outra forma de representar, por não ser a mais simples, não é correta para expressar o perímetro de um retângulo, uma vez que se deve usar cada medida duas vezes. Isto mostra a insegurança em utilizar os registros algébricos.

(C)	**Resposta correta**	**Ao indicar esta resposta o aluno demonstra que sabe fazer a conversão da língua materna para a algébrica, reconhecendo que o registro algébrico pode ter variações de acordo com transformações possíveis.**

(D)	**Resposta incorreta**	O aluno que apontou essa resposta indica dificuldade em fazer a conversão solicitada e pode ter feito essa escolha de modo aleatório.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2018	21	2º semestre	02	8º ano EM

Enunciado:

Um grupo de amigos fez um bolão para um jogo de futebol. Do total arrecadado usaram um terço para quem acertou o time vencedor, um quinto para quem acertou o autor do primeiro gol e com os R$ 84,00 restantes pagaram os petiscos que comeram durante o jogo. A expressão que permite descobrirmos o valor arrecadado nesse bolão é:

A) $x = 84 - (\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x)$

B) $\boldsymbol{x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + 84}$

C) $x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x = 84$

D) $(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x) = 0$

Habilidade requerida: Relacionar uma expressão matemática a uma expressão na língua materna e vice-versa

Comentários e Recomendações Pedagógicas:
nenhuma

Grade de Correção:

(A)	**Resposta incorreta**	O aluno que optou por esta alternativa pode ter entendido que o prêmio do bolão foi tirado dos R$ 84,00, indicando dificuldade de compreensão do enunciado do problema, mas parece reconhecer o uso correto dos parênteses em uma expressão.
(B)	**Resposta correta**	**O aluno que indicou esta resposta mostra que compreende o enunciado do problema e é capaz de fazer a conversão da língua materna para a expressão em que o valor arrecadado corresponde à soma dos prêmios e o gasto que tiveram.**
(C)	**Resposta incorreta**	O aluno que escolheu esta alternativa pode tê-lo feito por entender que a soma de tudo correspondia aos 84, presente no enunciado, o que indica dificuldade na interpretação do problema. Mas, também pode ter se enganado na operação expressa ao considerar que 84 seria o que sobrou do valor arrecado ao tirar os prêmios, porém enganou-se na operação.
(D)	**Resposta incorreta**	Ao escolher esta alternativa possivelmente o aluno considerou que uma expressão deve ser igualada a zero e desconsiderou o valor 84 por ter sido gasto.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2018	21	2º semstre	05	8º ano EM

Enunciado:

Um comerciante de bijuterias comprou numa semana 4 pulseiras e 3 colares por R$ 120,00. Na semana seguinte comprou 4 colares e 12 pulseiras por R$ 260,00. Indique o sistema de equações que permite descobrir o preço de cada pulseira e de cada colar.

(A) $\begin{cases} 4x + 3y = 120 \\ 4x + 12y = 260 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} \mathbf{4x + 3y = 120} \\ \mathbf{12x + 4y = 260} \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 4x + 3x = 120 \\ 12y + 4y = 260 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 4x + 12\,y = 120 \\ 3x + 4y = 260 \end{cases}$

Habilidade requerida: Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:
nenhum

Grade de Correção:

(A)	**Resposta incorreta**	O aluno que escolheu esta alternativa parece ter interpretado bem o problema, mas na montagem das equações usou os números na sequência em que apareceram no texto ficando com a segunda equação incorreta.

(B)	**Resposta correta**	**O aluno que indicou esta resposta mostra que compreendeu o enunciado do problema, identificou x como o valor de uma pulseira e y como o valor de um colar e reconheceu as equações correspondentes a cada compra realizada.**

(C)	**Resposta incorreta**	O aluno que escolheu este sistema pode ter interpretado que x representa os valores da primeira compra e y os valores da segunda compra, indicando dificuldade em realizar a conversão da língua materna para a representação algébrica.

(D)	**Resposta incorreta**	O aluno que indicou esta alternativa pode ter considerado que deve juntar as pulseiras em uma equação e os colares em outra, indicando dificuldade na interpretação do enunciado e na sua representação algébrica.

Ano	Edição	Período	Questão	Segmento escolar
2018	21	2º semestre	06	8º ano EF

Enunciado:

Durante as férias João e Maria jogaram 25 partidas de game. Ao final Maria venceu o dobro de vezes que João e 4 partidas terminaram empatadas. O sistema de equações que possibilita a determinação do número de vitórias de cada um é:

Habilidade requerida: Identificar o sistema de equações lineares que resolve um problema.

Comentários e Recomendações Pedagógicas:

Nenhum comentário

Grade de Correção:

(A)	**Resposta incorreta**	O aluno que escolheu este sistema pode ter apenas se atrapalhado em como representar as partidas empatadas, uma vez que elas não foram consideradas na representação algébrica desta resposta. Ele pode não ter percebido que a pergunta se refere apenas às vitórias.
(B)	**Resposta incorreta**	Nesta escolha o aluno pode ter reconhecido a necessidade de excluir dos cálculos as partidas empatadas tendo reconhecido uma forma correta para a primeira equação, no entanto, achou que deveria incluir os empates na segunda equação, deixando-a sem sentido e sem relação com o enunciado.
(C)	**Resposta correta**	**Ao optar por esta resposta o aluno mostra que interpretou o enunciado, reconheceu como expressar algebricamente o problema, sendo capaz de perceber que as partidas ganhas por Maria estão representadas por y e a necessidade de tirar do total de partidas aquelas em que empataram para que pudesse determinar o número de vitórias de cada um. Além disso reconheceu que a equação mais simples para representar $x + y + 4 = 25$ é $x + y = 21$.**
(D)	**Resposta incorreta**	O aluno que escolheu esta resposta parece ter compreendido que deveria retirar as partidas empatadas, porém não percebeu que x e y representam apenas as vitórias de cada jogador e não o total de partidas.

Referências bibliográficas das questões:

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2012, 1º semestre, 2ª série EM, 2ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2012, 1º semestre, 1ª série EM, 2ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2013, 2º semestre, 8º ano EF, 5ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2013, 2º semestre, 1ª série EM, 5ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2013, 2º semestre, 3ª série EM, 5ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2014, 1º semestre, 9º ano EF, 6ª edição.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo:** comentários e recomendações pedagógicas para a prova de matemática. São Paulo: SEE, 2016, 2º semestre, 8º ano EF, 13ª edição.