

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROFMAT – PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL

Tiago Gonçalves Aquino

DISCO ESTATÍSTICO:

Elaboração e utilização do jogo pedagógico em sala de aula de Matemática no Ensino Médio

SÃO CARLOS - SP
2019

Tiago Gonçalves Aquino

DISCO ESTATÍSTICO

Elaboração e utilização do jogo pedagógico em sala de aula de Matemática no
Ensino Médio

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao
PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em
Matemática Rede Nacional, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Professor Orientador: Prof. Dr. Renato José de Moura

SÃO CARLOS - SP

2019

Gonçalves Aquino, Tiago

DISCO ESTATÍSTICO: Elaboração e utilização do jogo pedagógico em sala de aula de Matemática no Ensino Médio / Tiago Gonçalves Aquino. -- 2020.

88 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos

Orientador: Renato José de Moura

Banca examinadora: Érica Regina Filletti Nascimento, Paulo Antonio Silvani Caetano

Bibliografia

1. Estatística. 2. Engenharia Didática. 3. Jogos pedagógicos. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Bibliotecário(a) Responsável: Ronildo Santos Prado – CRB/8 7325

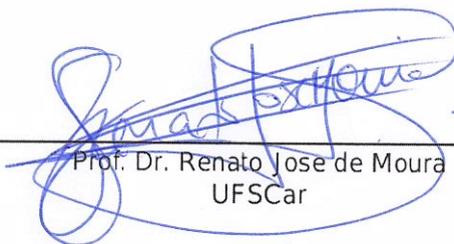


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

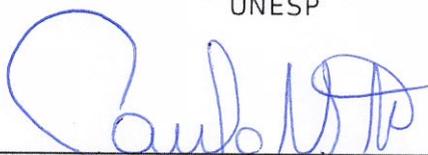
Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Tiago Gonçalves Aquino, realizada em 28/01/2020:



Prof. Dr. Renato Jose de Moura
UFSCar



Profa. Dra. Érica Regina Filletti Nascimento
UNESP



Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
UFSCar

AGRADECIMENTO

Agradeço a minha esposa Fernanda, meus filhos Ana Laura e Heitor, meus pais e irmãos por todo o apoio dado nesses últimos dois anos. Foi uma longa jornada, mas sem seu carinho, dedicação e apoio incondicional, não teria conseguido.

Também agradeço ao Professor Orientador Renato José de Moura por ter aceitado me guiar nesse processo. Seus conselhos foram de suma importância para a confecção e aplicação dessa pesquisa.

Agradeço ainda a equipe gestora da escola E.E. Prof.^a. Angelina Lia Rolfsen, a Diretora Daniela Dolce, a vice-diretora Daiane Benedetti e a Coordenadora Adriana C. Bueno do Amaral, pelo apoio e materiais disponibilizados para as atividades.

Aos alunos, meu sincero obrigado, pela paciência e pela disposição em fazerem parte desse projeto, pois, sem eles e por eles, ele não seria possível.

À CAPES pela Bolsa de Estudos oferecida.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a Deus, que me guia em todos os momentos de minha jornada e me concedeu sabedoria, discernimento, boa-vontade e perseverança.

RESUMO

A Estatística faz parte de nosso dia-a-dia e saber a ler e interpretar são habilidades necessárias a todos os cidadãos. Porém, percebemos a crescente dificuldade que os alunos oriundos das escolas públicas têm ao lidar com informações de trato estatístico. Frente a essa dificuldade, propomos aqui a revisar e requisitar esses conteúdos e habilidades através do jogo Disco Estatístico. Esperamos que, dessa maneira, os alunos se tornem aptos a: a) diagnosticar quais habilidades relacionadas a linguagem estatística estão defasadas; b) selecionar, desenvolver e aplicar atividades teóricas e práticas sobre o tema; c) realizar atividade de pesquisa e coleta de dados para a construção de gráficos e d) analisar os benefícios e malefícios, se houveram, do uso de atividades lúdicas na sala de aula de Matemática. Com suporte da Engenharia Didática, nos propomos a levantar quais habilidades e conteúdos estavam em defasagem através de uma avaliação diagnóstica, propor um plano de intervenção teórico e prático e reavaliar os alunos, comparando os dados obtidos em antes, durante e depois para analisarmos empiricamente como se deu a melhora. Pudemos perceber que a utilização do jogo ressignificou e o contexto para aprendizagem de termos antes abstratos aos alunos, tornado seu processo de ensino-aprendizagem divertido e significativo.

Palavras-chaves: Estatística. Engenharia Didática. Ensino de Matemática. Jogos pedagógicos.

ABSTRACT

Statistics is part of our daily lives and reading and interpreting are necessary skills for all citizens. However, we realize that a growing number of public-school students can't have access to statistical information. Faced with this difficulty, we propose here to review and request this content and skills using the game Statistical Disk. We expect that students will be able to: a) diagnose which statistical language skills need to be reviewed; b) select, develop and apply theoretical and practical activities on the subject; c) conduct research activities and collect data for charting; and d) analyze the benefits and harms, if any, of using practical in the math classroom. With the support of Didactic Engineering, we propose to survey which skills and content are being included in a diagnostic assessment, to propose a theoretical and practical intervention plan and to evaluate the students, comparing the data obtained in before, during and after to empirically analyze and how it improved. We could see the use of the reframed game and the context for learning terms prior to summaries for students, making their teaching-learning process fun and meaningful.

Keywords: Statistics. Didactic Engineering. Mathematics teaching. Pedagogical games.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplo de gráfico de segmentos.....	30
Figura 2 - Exemplo de gráfico de barras vertical feito pelo autor.....	31
Figura 3 - Exemplo de gráfico de barras horizontal.....	31
Figura 4 - Exemplo de gráfico de barras horizontal com múltiplas colunas.....	31
Figura 5 - Exemplo de gráfico de barras vertical com múltiplas colunas feito pelo autor.....	32
Figura 6 - Exemplo de gráfico de setores.....	32
Figura 7 - Exemplo de histograma.....	33
Figura 8 - Exemplo 2 de histograma.....	33
Figura 9 - Exemplo de gráfico de pictograma.....	34
Figura 10 - Exemplo de infográfico.....	34
Figura 11 - Gráfico de distribuição.....	40
Figura 12 - Tabuleiro pronto.....	41
Figura 13 - Reta paralela.....	42
Figura 14 - Circunferência.....	42
Figura 15 - Posicionamento do compasso na circunferência.....	43
Figura 16 - Divisão da circunferência.....	43
Figura 17 - Recorte do círculo.....	44
Figura 18 - Esquema da bissetriz.....	45
Figura 19 - Circunferência maior dividida em seis setores.....	45
Figura 20 - Bissetriz.....	46
Figura 21 - Posicionamento do compasso na corda do setor de ângulo central de 15 graus....	46
Figura 22 - Disco maior pronto.....	47
Figura 23 - Iniciando a construção do tetraedro.....	48
Figura 24 - Planificação do tetraedro.....	48
Figura 25 - Planificações dos tetraedros pintadas.....	49
Figura 26 - Tetraedros prontos.....	49
Figura 27 - Realização da prova diagnóstica.....	51
Figura 28 - Gráfico sobre a porcentagem de acertos por questão dos alunos da 3 ^a A.....	52
Figura 29 - Gráfico sobre a porcentagem de acertos por questão dos alunos da 3 ^a B.....	52
Figura 30 - Apresentações.....	54
Figura 31 - Resultado da pesquisa.....	55
Figura 32 - Construção do jogo.....	58
Figura 33 - Jogando o jogo.....	59
Figura 34 - Gráfico sobre a comparação dos resultados nas avaliações.....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tabela de frequência da quantidade de banheiros.....	29
--	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. JUSTIFICATIVA	13
2.1. TIPOS DE JOGOS E USO EM SALA.....	15
3. OBJETIVOS	18
4. METODOLOGIA DE PESQUISA	19
4.1. O TEMA DE PESQUISA	21
5. A ESCOLA.....	23
6. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	25
6.1. ETAPA 1: FASE DIAGNÓSTICA	26
6.2. ETAPA 2- TERMOS DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA	27
6.3. ETAPA-3 FREQUÊNCIA ABSOLUTA E FREQUÊNCIA RELATIVA	28
6.4. ETAPA-4 HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA	29
6.5. ETAPA-5 TIPOS DE GRÁFICOS	29
6.6. ETAPA- 6 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	35
6.7. ETAPA 7 – MEDIDAS DE DISPERSÃO	36
6.8. ETAPA 8 - ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	39
6.9. ETAPA 9 – AVALIAÇÃO PRÉ-JOGO	40
6.10. ETAPA 10 – CONSTRUINDO O JOGO “DISCO ESTATÍSTICO”	40
6.11 ETAPA 11 – UTILIZAÇÃO DO JOGO DISCO ESTATÍSTICO	50
6.12 ETAPA 12 – ATIVIDADE AVALIATIVA.....	50
7. APLICAÇÃO DO PROJETO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	51
8. CONCLUSÃO.....	63
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFIAS	66
ANEXOS.....	68

1. INTRODUÇÃO

Vivemos em uma sociedade altamente informatizada e na qual as informações mudam rápido. Somos bombardeados todos os dias por dados tabelados, gráficos, infográficos e porcentagens; é quase impossível encontrarmos uma notícia que não contenha alguma informação em linguagem estatística, pois ela é objetiva, permitindo que o tratamento e a leitura de informações sejam mais rápidos. Isso acaba demandando de seus leitores o domínio dos conjuntos de habilidades como selecionar, qualificar, analisar e contextualizar tais dados. É dessa necessidade que surgiu o estudo da Estatística.

Estatística só foi inserida nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no final da década de 90, como parte dos conteúdos de Tratamento da Informação. França, Japão, Itália, Estados Unidos, Espanha e Portugal, por exemplo, incluíram a Estatística como parte de seus conteúdos na segunda metade da década de 80, começo da década de 90. Uma vez garantido o ensino de estatística, ele passa a compor um dos quatro blocos dos conteúdos do Ensino Fundamental (EF) e Ensino Médio (EM), inserido no bloco de Tratamento da Informação. Enfatiza-se, assim, que

[...] cada vez mais se acentua a importância da Estatística, das Probabilidades e das suas aplicações no mundo onde a criança vive, assistindo-se simultaneamente a um ensino que procura o abandono da memorização de fórmulas e algoritmos para se focar nas conexões entre a Estatística e o mundo. Ter a possibilidade de resolver problemas que lhe estão próximos leva o aluno a ser mais persistente no que está a fazer. (CARVALHO, 2003, p.35-36 apud DANGIÓ, 2014)

À medida que eles passam a integrar os currículos escolares na análise de questões socioeconômicas torna-se necessário que o professor compreenda e utilize esse conhecimento de forma contextualizada, pois a sociedade exige que o cidadão tenha formação adequada para compreender esses dados. Isso também evidencia que precisamos pensar em diferentes técnicas metodológicas e abordagens diferenciadas para despertar o interesse desses alunos, pois eles não veem sentido no que aprendem.

A realidade em muitas salas de aula ainda é um ensino de matemática fragmentado e descontextualizado, que prioriza a mecanização, a memorização e a abstração, distanciando-se de um aprendizado significativo, que propicie aos estudantes reflexão e análise de situações concretas ou mesmo relacionadas com o mundo real. (BAUMGARTEL, 2016)

Acreditamos que a utilização de jogos seja uma alternativa interessante para isso. Quando associado com o ensino, ele leva o aluno a experimentar uma sensação de desafio e

prazer que pode tornar a aprendizagem mais significativa, além de possibilitar que uma gama de habilidades seja requisita, revisada e posta em utilização em conjunto para resolverem um determinado desafio.

Levando em conta essa necessidade de formação crítica dentro de seu contexto social de nosso alunado percebemos que o ensino de estatística vai além da Matemática: ela adentra na Sociologia, na História, em Biologia e até em Língua Portuguesa. Porém também percebemos que ela não é explorada de maneira adequada tanto com alunos do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, o que acabada comprometendo as habilidades leitoras em todas as disciplinas em que ela aparece. Desse modo, faz-se necessário buscar novas formas de se ensinar Estatística, como através de projetos e aulas práticas com jogos lúdicos.

Na perspectiva de contribuir com a mudança desse cenário, no sentido de melhoria para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, busca-se por metodologias de ensino que realmente sejam significativas para os estudantes, que os envolvam no processo de construção do conhecimento, onde “seja possível ao aluno estabelecer um sistema de relações entre a prática vivenciada e a construção e estruturação do vivido, produzindo conhecimento” (GRANDO, 2000, p.13 apud BAUMGARTE, 2016).

As atividades de pesquisa que regem esse trabalho foram programadas de acordo com as orientações do antigo Currículo do Estado de São Paulo para a 3ª série do Ensino Médio, volume 2, da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Seus conteúdos e metodologias de trabalho são descritos no *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologia* e na *Matriz de avaliação processual: matemática; encarte do professor* para o 1º e 2º Semestre da 3ª série do Ensino Médio.

Levando em conta o atual cenário de mudanças no campo da Educação, optamos por desenvolver esse projeto pautados nos antigos documentos do Estado, uma vez que as novas diretrizes para o Ensino Médio não foram homologadas até a data de sua proposição e desenvolvimento. Os conteúdos serão trabalhados a partir de situações cotidianas, levando em conta a faixa etária dos alunos e em acordo com os dados levantados durante a Avaliação Diagnóstica. Ele deve, ao final das atividades propostas, compreender e analisar as etapas da Análise Estatística, desde a amostragem até os relatórios finais.

Para isso, e com o aporte teórico da Engenharia Didática, segundo Vera Clotilde Garcia Carneiro (2005) (organizado em fases: *análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação*), buscaremos diagnosticar quais as dificuldades específicas apresentadas pelos alunos para propor atividades lúdicas e contextualizadas.

Estabelecemos um total de 6 semanas para a realização do projeto com cinco aulas cada turma. A primeira semana é focada na explicação das atividades, sendo elas: levantamento dos conhecimentos prévios e dificuldades discentes, apontadas através da realização da Avaliação Diagnóstica. Na sequência trabalhamos por três semanas com os conceitos básicos, minimamente necessários de estatística, a fim de assegurarmos um nivelamento razoável de pré-requisitos. Duas semanas para as avaliações pré e pós jogo, assim como construção e utilização. A avaliação do processo será feita através de observações realizadas em sala de aula, pela participação dos alunos durante as atividades e pela comparação das avaliações realizadas.

2. JUSTIFICATIVA

O jogo como recurso didático tem sido foco de diferentes pesquisas e em diferentes áreas, como a biologia, psicologia e pedagogia, apenas citando alguns exemplos. Segundo Brougère, ele define “jogo” como

[...] uma certa situação caracterizada pelo fato de que seres jogam, têm uma atividade que diz respeito ao jogo, qualquer que seja sua definição. Jogo é o que o vocábulo científico denomina “atividade lúdica”, quer essa denominação diga respeito a um reconhecimento objetivo por observação externa ou ao sentimento pessoal que cada um pode ter, em certas circunstâncias, de participar de um jogo (BROUGÈRE, 2003, p. 14 apud GUIRADO; PEREIRA; UEDA; YAMAMOTO, 2018).

Inserido como recurso didático o jogo, que é uma atividade lúdica capaz de ensinar ao ser humano normas de comportamento, é ressignificado para contribuir de forma efetiva para uma aprendizagem mais significativa uma vez que proporcionam trabalhar com soluções de desafios.

Os jogos são talvez, uma das melhores formas de demonstrar empiricamente, em situações e problemas que as crianças entendem, o valor da Matemática como disciplina de um pensar com razão, que argumenta, calcula, faz inferências, que age em um contexto de regras lógicas (exigem coerência) e regras sócias (exigem reconhecimento do outro com quem se joga, pedem a disciplina do estar junto e compartilhar os mesmos elementos sem os quais não há jogo). Como valorizar as dimensões lógica e social como partes de um mesmo todo? (PIAGET, 1996.p.28 apud JUSTO, MARTIN, 2014)

Sua inserção, ainda, possibilita a modificação do modo de ensino tradicional, completando e ampliando a prática docente dentro de sala de aula. Além de ser mais prazeroso para o aluno, o jogo vai ajudar no desenvolvimento de sua criatividade através de atividades motivadoras.

Para Santos (2007), a utilização de jogos no ensino da matemática tem um papel relevante em relação às situações de aprendizagens, pois contribui para o desenvolvimento de capacidades físicas – manipulações de materiais, objetos, desenvolvimento do corpo, capacidades afetivas, valores, atitudes, interesses e apreciações; e capacidades cognitivas – aquisição de determinados conhecimentos. Essas capacidades contribuem para a formação de um indivíduo complexo e preparado. (COSTA, OLIVEIRA, SILVA, 2019)

Além do elencado acima, inserir os jogos na aprendizagem também contribuem para a operacionalização quando o aluno se depara com situações concretas que exigem soluções lógicas e coerentes; o leva ainda a avaliar resultados e compará-los os com a vida real, fazendo-o desenvolver sua autonomia.

A ludicidade permite aos estudantes criarem suas próprias expectativas, como também suas frustrações, promovendo meios para que seja possível aprender a lidar com elas. O que fazer diante de uma perda? E como lidar com a vitória? São conceitos básicos que devem ser levados em consideração, permitindo que o professor-orientador perceba as dificuldades de aprendizagem dos alunos, para poder contribuir no processo de superação das mesmas, auxiliando-os. (COSTA, OLIVEIRA, SILVA, 2019)

A ludicidade, quando bem empregada, facilita o processo de ensino e aprendizagem. Cada tipo de jogo pode ser empregado para atingir um determinado objetivo. Veremos a seguir sobre essas pesquisas e como os jogos podem ser utilizados.

Henri Wallon, psicólogo estudioso do desenvolvimento infantil, em 1968, definia “jogo” como atividades feitas pelas crianças em comparação ao que é o jogo para o adulto. Percebemos aqui que a ideia do jogo está ligada a atitudes que as crianças copiam dos adultos e as reproduzem para, então, as assimilar. Em 1969, seguindo a mesma linha de raciocínio, temos Michel Hurtiaget, que diz que “os psicólogos infantis utilizaram o jogo para ilustrar as características de diversos processos fundamentais do desenvolvimento e sua execução pela criança em comportamentos naturais”.

Já na década de 70, Morton Davis (1973) e Ivar Ekeland (1974) destacam as similaridades entre o jogo leigo e o jogo teórico, onde em ambos os jogadores devem tomar decisões lógicas para atingir determinado objetivo, podendo ter uma recompensa ou punição como resultado das ações que tomam durante o jogo.

Jean Piaget (1975) observou que os jogos nos dão oportunidades de estudar o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. Durante o desenvolvimento de suas pesquisas, entre 1921 e 1932, ele produziu a primeira obra que fala sobre o uso de jogos de regras e sua contribuição para o desenvolvimento cognitivo da criança. Ele o separou em três categorias:

- a) Jogo de exercício, para a faixa etária de 0 a 2 anos, que se relaciona ao desenvolvimento sensório-motor da criança;
- b) Jogo simbólico, para a faixa dos 2 aos 7 anos, caracterizado pelo “faz de conta”, onde um objeto pode simbolizar outra coisa.
- c) Jogo de regras, começa a aparecer entre os 6 e 7 anos e continua até a vida adulta, em que é necessária a cooperação entre os jogadores para atingir determinado objetivo.

É nessa última categoria de jogo que enquadramos o nosso, pois os alunos são desafiados e devem cooperar para atingir determinado objetivo.

No Brasil, a inserção de jogos no ambiente escolar foi incentivada pela Escola Nova, cujo objetivo principal era proporcionar ao aluno desenvolver seu conhecimento através de situações concretas e que permitem oportunidade de exploração. Deu-se, aqui, ênfase em jogos para o desenvolvimento da personalidade do aluno e das habilidades motoras e socio-afetivas.

Desta forma, pode-se assegurar a importância do jogo, enquanto instrumento pedagógico, pois, a partir dele é possível ensinar conteúdo ou aprofundar conhecimentos, ou seja, jogando o aluno aprende não só a matemática, mas outras matérias curriculares. Para que isso ocorra, o professor deve selecionar jogos, cujos conteúdos vão ao encontro de seus objetivos identificáveis. (GUIRADO; PEREIRA; UEDA; YAMAMOTO, 2018)

Ficou claro pelo exposto que o jogo deixou de ser mero instrumento de ludicidade e passou a ser um mecanismo de aprendizagem válido. Ele pode ensinar e reforçar determinados comportamentos e habilidades e pode ser usado para ensinar um novo conteúdo ou aprofundar um já existente. Ele requisita ao aluno relacionar diferentes habilidades de maneira lógica para atingir seu objetivo e ganhar. Vale destacar que para um jogo ser relevante para o processo de ensino e aprendizagem, ele deve cumprir determinadas premissas:

- 1º) Ser uma atividade coletiva;
- 2º) Ter um vencedor ou um grupo vencedor;
- 3º) Ter regras estabelecidas e claras, que devem ser lidas, discutidas e interpretadas;
- 4º) Ser significativo e possibilitar o uso de estratégias que desenvolvam o raciocínio lógico.

2.1. TIPOS DE JOGOS E USO EM SALA

Segundo a categoria de Piaget, trabalharemos aqui com jogo de regras. Eles possuem diversas subdivisões de acordo com seu objetivo. Além de refletirmos sobre quais são esses tipos de jogos, também iremos discutir nessa parte como e quando ele deve ser aplicado em sala.

Partiremos do princípio de que o jogo é outra forma de apresentar uma situação problema, podendo ser modificada de acordo com o andamento da partida, em que o aluno precisará reavaliar sua situação e lançar mão de estratégias novas para conseguir avançar. Essas estratégias devem estar de acordo com as regras do jogo e podem ter a mediação do professor.

Um jogo pode ser escolhido porque permitirá que seus alunos comecem a pensar sobre um novo assunto, ou para que eles tenham um tempo maior para desenvolver a compreensão sobre um determinado conceito, para que desenvolvam estratégias de resolução de problemas ou para que conquistem determinadas habilidades que naquele momento você vê como importantes para o processo de ensino e aprendizagem (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007, p.16, apud ELORZA; FÜRKOTTER).

Temos de ressaltar que apenas o jogo não garante a construção do conhecimento, pois ele tem a característica da ludicidade. O papel do professor aqui é fundamental para que o aluno perceba que o jogo foi desenvolvido por um motivo específico e para atingir um objetivo; o jogo vai o auxiliar a adquirir determinado conteúdo e a se aprofundar em determinada habilidade. O professor atua como um mediador, apontando caminhos a serem seguidos para confirmar ou refutar uma hipótese e deve, ainda, promover a socialização das descobertas. Ele acaba explorando a personalidade do aluno e o orienta em sua formação.

Para inserirmos o jogo em sala precisamos, antes de tudo, propor uma atividade diagnóstica para saber qual o nível da turma de acordo com o conteúdo ministrado. A partir desse diagnóstico é montado o plano de ensino.

Como qualquer outra metodologia, a aula com jogos exige preparação, pesquisa e adequação. O professor deve fazer intervenções de tal forma que os alunos estabeleçam relações entre as regras, as estratégias vencedoras em cada jogada, a pontuação do jogo, os resultados e os conteúdos matemáticos envolvidos, facilitando reflexões. Para a atividade com jogos precisa-se de tempo e nunca pode ser feita de forma improvisada, uma vez que o jogo não deve ser visto como uma diversão, mas como um instrumento que conduz à experimentação e à descoberta. (GUIRADO; PEREIRA; UEDA; YAMAMOTO, 2018)

Sua inserção em sala é variada e pode acontecer em diferentes momentos do ensino e diferentes jogos podem exercer diferentes funções.

Os jogos podem ser usados para despertar o interesse do aluno a um novo conteúdo (chamados, assim, de pré-instrucionais), paralelamente ao desenvolvimento de um determinado conteúdo (co-instrucionais) ou ao final, para fixar um conteúdo e reforçar seu aprendizado (pós-instrucionais). Aqui, trabalharemos com jogo pós-instrucional, pois sua aplicação será após o conteúdo desenvolvido em sala e vai priorizar o treinamento e memorização do conteúdo de Estatística através do uso de estratégias. Trata-se, pois, de um jogo que mistura estratégia e conhecimento.

Quanto ao seu *objeto*, se os jogos abordam temas habituais da Matemática, sejam conteúdo ou procedimentos, são denominados “jogos de conhecimento”. Se abordam as possibilidades de se criar estratégias para vencer ou para não perder, são chamados “jogos de estratégia” (CORBALÁN, 1996, p.32, apud ELORZA; FÜRKOTTER).

Corbalán (1996) separa os jogos de conhecimento em três grupos: numéricos, geométricos e probabilidade. Já os jogos de estratégia possibilitam aos alunos o desenvolvimento do pensar em Matemática, especificamente aqui o pensar estatístico, e as habilidades necessárias para resolver um problema. Além disso, o autor ainda cita quais características considera ideal para um “bom jogo” em Matemática:

- a) O jogo deve ter poucas regras para atrair o interesse do aluno;
- b) O professor precisa conhecer o jogo e jogá-lo diversas vezes antes de o apresentar aos alunos, podendo, assim, explicar as regras com clareza.
- c) Ele deve durar pouco tempo e o aluno não deve deduzir o resultado muito rápido. Uma longa duração, ainda, dificulta a análise e corre o risco de ter a partida interrompida;
- d) O professor precisa avaliar se o jogo e seu conteúdo são adequados para a faixa etária dos alunos, se seu nível de dificuldade é adequado e se o número de jogos necessários para o número de participantes.

Um dos momentos que o autor considera mais importante é o momento pós jogo, onde as situações que ocorreram durante a partida são analisadas e os jogadores trocaram experiências sobre o processo. Essa análise é importante para a comprovação de hipóteses.

O professor, como já dito, é o mediador desse processo. No momento do jogo ele é o responsável por levar os alunos a transporem o lúdico e os ajudar na criação e análise de hipóteses durante o percurso do jogo, garantindo seu caráter educativo de maneira objetiva e clara, problematizando as situações apresentadas e auxiliando na construção de conhecimentos. Isso é essencial, pois sem sua intervenção, o jogo educativo não cumprirá seu papel.

[...] (no momento do jogo) o retorno das hipóteses é imediato, pois se um cálculo ou estratégia não estiver correta, não se atingem os objetivos propostos ou não se cumprem as regras e isso é apontado pelos próprios jogadores. Nas folhas de atividades, não se tem este retorno imediato, pois se gasta tempo para corrigi-las e, muitas vezes, são devolvidas aos alunos uma semana depois de realizadas, quando dificilmente estarão interessados em retomá-las para pensar sobre o que fizeram naquela ocasião (STAREPRAVO, 2009, p.20, apud ELORZA; FÜRKOTTER).

O sucesso da utilização de jogos durante o processo de ensino e aprendizagem está na oportunidade de adquirir conhecimento de maneira prazerosa.

3. OBJETIVOS

Objetivamos com esse trabalho:

- a) Diagnosticar quais das dificuldades específicas dos alunos em ler e usar a linguagem estatística;
- b) Selecionar, desenvolver e aplicar atividades teóricas e práticas sobre Estatística;
- c) Coletar dados para serem trabalhados em atividades estatísticas a serem cumpridas no decorrer do processo ensino-aprendizagem;
- d) Analisar de que maneira as atividades lúdicas estão relacionadas ao processo de aprendizagem.

4. METODOLOGIA DE PESQUISA

A Engenharia Didática surgiu oficialmente na década de 80 como uma vertente que estuda o processo de transmissão e aquisição de diferentes conteúdos, indo desde o ensino básico até o avançado. Suas discussões começaram na França, no final da década de 60 no IREM (Instituto de Investigação do Ensino de Matemática). Ela foi desenvolvida como uma complementação da formação básica dos professores e produzia materiais para a sala de aula, em especial jogos, brinquedos, exercícios e experimentos lúdicos. Foi na década de 80, com Michèle Artigue, que um conjunto de atividades voltados ao ensino e baseadas no desempenho de engenheiros constituiu a proposta metodológica que ficou conhecida como Engenharia da Matemática.

Na perspectiva de Brousseau (1996), a Didática da Matemática deveria se centrar nas atividades didáticas que tem como objetivo o ensino naquilo que tem de específico: os saberes matemáticos. Dentro desta concepção, a Didática da Matemática deve oferecer explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise, incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos (fazendo referência a certos aspectos da obra de Piaget), além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber. (POMMER, 2013)

A grande novidade dessa metodologia é a criação de uma sequência didática aplicada diretamente em sala de aula, supervisionada, experimentada e avaliada. Ela é composta por quatro etapas: *a análise a priori, a experimentação, a análise a posteriori e validação*. Ela coincide com a definição de Pais (2001, p.102 apud DANGIÓ, 2014): “Uma Sequência Didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conhecimentos previstos à pesquisa didática. Essas aulas são denominadas sessões”.

Ela valoriza o saber prático do processo e destaca a realização didática em sala como prática de investigação. Tudo o que é produzido por ela é centrado na união entre o conhecimento prático e teórico.

A Engenharia Didática atende a duas questões básicas: a) quais as relações existentes entre pesquisa e ação no sistema de ensino? E b) qual é o lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de ensino? Ao pensar a análise da sequência didática, ela fundiu a prática e a análise científica em uma metodologia que busca analisar de maneira objetiva qual a relação entre metodologia e prática dentro da sala de aula, e como cada sessão está relacionada a uma etapa investigativa. Está aqui a importância de cada etapa descrita por Artigue.

Na etapa de análise prévia é feito o levantamento das informações a serem investigadas e qual o caminho que devemos seguir para atingir nossos objetivos.

Segundo Artigue (1988), há duas classes de variáveis que são manuseadas pelo investigador: as globais e as locais da Engenharia Didática. Tais classificações dessas variáveis gozam de uma sequência abrangente ou de cunho específico conforme conteúdo da Matemática trabalhado, sendo que a exploração é feita em três dimensões: a epistemológica, a cognitiva e a didática. (FIZZON, 2018)

As variáveis citadas acima interferem diretamente nos resultados obtidos durante o processo de análise a priori.

As *variáveis globais* (ou *macrodidáticas*) se referem a organização global da sequência didática em análise. Já as *variáveis locais* (ou *microdidáticas*) tratam da organização local da sequência; ou seja, o número de aulas previstas para a realização da sequência e cada uma de suas fases, o tempo disponível para cada uma delas, os materiais disponíveis ou a ausência deles, citando alguns exemplos. (ARTIGUE, 1988, p. 202 apud POMMER, 2013, p. 24). Essas variáveis globais podem indicar *o quê, onde e como* devemos agir para determinar e solucionar dado problema. As variáveis locais, ainda, nos permitem prever fatores que possam interferir nos resultados e prever possíveis soluções de antemão; que poderão ser confirmadas ou refutadas durante a execução e análise posteriori.

A análise a priori das experiências vai desde a apresentação do trabalho, em que os objetivos são explicados, até a descrição de como ocorrerá o projeto. Será descrito aqui o tempo para a execução das atividades, os materiais utilizados, onde serão desenvolvidas e porque foi escolhido determinado público alvo. Aqui estão presentes duas etapas de suma importância para a descrição do objetivo e a estimativa de avanço para o procedimento, pois verificamos os problemas relativos aos objetos de estudo e levantamos hipóteses que são constatadas pela investigação prática.

A implementação da experiência descreve como o projeto foi colocado em prática, a forma como as sessões foram ministradas e como foi a participação dos alunos. Em especial, quais aspectos positivos e negativos foram coletados para análise posterior. Aqui são feitas, também, a adequação e correções necessárias segundo as variáveis locais, retomando a análise a priori para complementação e mesmo correção.

Artigue diz que, durante a experimentação da sequência, é preciso:

- a) Explicar os objetivos e condições da realização da pesquisa;
- b) Estabelecer o contrato didático;
- c) Aplicar os instrumentos de pesquisa;

d) Registrar a experimentação.

Para isso, é imprescindível que o professor assuma a postura de pesquisador para, então, passar para a análise posteriori e a validação.

Nessas próximas fases são confrontados a análise a priori e a análise posteriori obtida através da experimentação para se chegar ao que foi validado durante a execução dela confirmando assim se a sequência se mostrou proveitosa para o aprendizado dos alunos.

Através das fases descritas acima é possível constatar que a Engenharia Didática veio dar ênfase às práticas educativas e lhes conceder tratamento metodológico, considerando a prática de ensino como objeto de pesquisa não fechado, pois permite mudanças durante seu processo à medida que se observam os resultados. Pais (2002) explica que

Trata-se de uma sistematização da pesquisa de maneira que ciência e técnica são mantidas articuladas, estabelecendo melhores condições de fluxo entre as fontes de influência descritas pela transposição didática. Nesse caso, o saber acadêmico é constituído pelos resultados da pesquisa, enquanto que suas constatações práticas estão relacionadas com o saber a ser ensinado. A estrutura proposta pela engenharia didática mantém um elo de aplicação entre esses dois saberes, aproximando a academia das práticas escolares. (PAIS, 2002, p.10, APUD FIZZON, 2018).

Escolhemos a Engenharia Didática para nortear nossa pesquisa por analisar ações de sala de aula sob o viés metodológico, possibilitando o entendimento dos efeitos originários da prática dos professores.

4.1. O TEMA DE PESQUISA

Estatística foi escolhida como tema desta pesquisa pela sua importância como tema dentro da sala de aula e devido à grande demanda de processar e analisar dados. Ela é uma grande ferramenta de inserção e participação no mundo atual. Dominar sua escrita e leitura de modo ativo e crítico é fundamental para exercer a cidadania.

Seu ensino já foi reconhecido como de suma importância tanto para o Ensino Médio e Fundamental. Mas nossa experiência nos mostra que ela enfrenta diversos problemas em sua aplicação como conteúdo dentro da sala de aula. Podemos destacar, como exemplo:

- a) A resistência de professores em trabalhar a interpretação de dados estatísticos;
- b) Dentro dos materiais didáticos e planejamento curricular, o tema vem sempre na parte final e, em geral, não sobra tempo para serem trabalhados de forma adequada;
- c) Alunos desmotivados, que não veem a importância de se trabalhar esse tema e que não dominam as operações básicas envolvidas na estatística.

Percebemos ainda que as terceiras séries do Ensino Médio possuem pouca experiência com o tratamento de dados estatísticos. Mostrou-se a urgência de algo ser feito em relação a isso, pois trata-se de um conteúdo de suma importância tanto para suas vidas pessoais, como para as provas de vestibulares que irão prestar ao longo do ano e para suas vidas acadêmicas. Prevemos que a inserção do jogo para tratar desse conteúdo permitiria não apenas a revisão e recuperação, como seu aprofundamento junto a outros conteúdos matemáticos. Esses foram os fatores decisivos para a escolha do tema e do campo de atuação.

5. A ESCOLA

A Escola Estadual Professora Angelina Lia Rolfsen foi homologada no dia 16 de junho de 1989, no Bairro Jardim CECAP, como escola de Ensino Fundamental e Médio. Já chegou a abrigar mais de mil alunos, tendo classes divididas entre os turnos matutino, vespertino e noturno. Recentemente, a escola também começou a oferecer o Supletivo, ou classes de Educação de Jovens e Adultos (EJA).

As turmas da manhã e da tarde somam trinta (30) horas/aulas semanais, as do noturno, vinte e cinco (25) horas/aulas. Hoje conta com vinte e sete turmas. O Ensino Médio é dividido em três turmas de primeiro ano, três de segundo e quatro de terceiro ano, sendo duas de cada turma no período matutino e uma no noturno. O Ensino Fundamental é dividido em quatro turmas de sextos e nonos anos, e três turmas de sétimo e oitavos anos, sendo os nonos as únicas turmas no período da manhã, e o restante no período da tarde. As turmas do Ensino Médio possuem uma média de quarenta alunos por classe, e o Fundamental, trinta.

A escola também conta com um quadro de trinta professores, sete agentes de organização escolar, uma gerente de organização escolar, uma coordenadora, uma vice-diretora e uma diretora. Os professores são todos graduados, com especializações e mais de uma graduação. Os professores efetivos possuem baixa rotatividade, mas os contratados mudam a cada ano. Apesar do quadro de funcionários ser considerado grande, hoje nos deparamos com apenas quatro funcionários no Quadro de Apoio escolar e temos, em média, ainda quinze professores afastados para suprir cargos de coordenação, vice direção e escolas de Programa de Ensino Integral (PEI).

O vínculo com a comunidade é valorizado por se tratar de uma escola de bairro. A grande maioria dos alunos que já passaram pela escola e os que estão matriculados possuem relações familiares próximas: são pais, irmãos, tios, primos e, em alguns casos, até avós. Graças a isso, busca-se envolver a todos na resolução de problemas de disciplinas e nos Conselhos de Escola e Associação de Pais e Mestres (APM). Além de reforçar os laços com a comunidade, garante-se assim a Gestão Democrática.

Os alunos por pertencerem a classe média baixa e classe baixa. Muitos de seus pais trabalham nas empresas do bairro, em cargos sem requisitos de nível superior e/ou em cargos terceirizados. Muitos alunos, pois, buscam uma qualificação muito cedo. Mas só reconhecem isso quando chegam a 3ª série do Ensino Médio, trazendo dificuldades de aprendizagens

específicas e baixo desenvolvimento de habilidades e competências que serão requisitadas em maior grau de complexidade.

Levando isso em conta, as turmas escolhidas para o desenvolvimento desse projeto foram as turmas da 3ª série A e B do Ensino Médio da manhã, tanto por estudarem o tema proposto quanto por necessitarem dele para suas vidas pessoais e profissionais. Ambos foram escolhidos por apresentarem relativa dificuldade com o tratamento de dados estatísticos, leitura e produção de gráficos. O projeto se destina a eles e na busca de soluções para uma dificuldade específica observada, não só neles, mais em várias turmas que os precederam.

6. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este projeto tem como objetivo desenvolver habilidades e competências voltadas à área de Estatística através de atividades teóricas e práticas, além de incluir jogos pedagógicos e suas tecnologias como um facilitador para uma aprendizagem significativa.

O Currículo do Estado de São Paulo apresenta as seguintes competências e habilidades de estatística a serem desenvolvidas ao longo dos anos da Educação Básica para o Ensino Fundamental Anos Finais:

a) 6º Ano – 4º bimestre

- Compreender informações transmitidas em tabelas e gráficos;
- Saber construir gráficos elementares (barras, linhas, pontos) utilizando escala adequada;
- Saber calcular, interpretar e utilizar informações relacionadas as medidas de tendência central (média, mediana, moda).

b) 7º Ano – 3º bimestre:

- Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.), bem como na construção de gráficos de setores.

Segundo os *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* (1997, p.41), o currículo deve ser tratado em forma de espiral, sendo que um conceito é relacionado com outros, por meio de correções e difusões. Seguindo essa recomendação, o tema vai reaparecer no 3º ano do Ensino Médio, no 4º Bimestre:

- Saber construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências a partir de dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas;
 - Saber calcular e interpretar medidas de tendência central de uma distribuição de dados: média, mediana e moda;
 - Saber calcular e interpretar medidas de dispersão de uma distribuição de dados: desvio padrão;
- Saber analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos
- Reconhecer as características de conjuntos de dados distribuídos normalmente; utilizar a curva normal em estimativas pontuais e intervalares.

Inicialmente serão revisados os conteúdos de estáticas trabalhados nos anos anteriores a fim de verificar os conhecimentos prévios sobre o mesmo e que serão referência para a realização das atividades aqui propostas.

O desenvolvimento do trabalho é constituído de doze principais atividades, cujo intuito é trabalhar tópicos importantes de Estatísticas com atividades lúdicas e diversificadas, assim como a utilização de desenhos geométricos para confecção do jogo. A avaliação diagnóstica nos dará as informações necessárias para delimitar o objetivo do projeto e das atividades. Outras avaliações serão propostas ao final das atividades teóricas e após a aplicação do jogo para melhor reconhecermos quais objetivos foram atingidos e quais precisarão ser repensados em práticas futuras.

A atividade diagnóstica é de grande importância para a análise das competências e habilidades dos alunos, pois mostra empiricamente quais delas são dominadas por cada um e quais estão em defasagem. Isso também nos permitirá ponderar objetivamente quais delas necessitam de maior intervenção para melhor solucionar as dificuldades apresentadas e tornar a aprendizagem significativa.

Como apoio dentro de sala para a realização das atividades teóricas, utilizaremos o capítulo 2, “Estatística”, do livro didático *Matemática – Contexto e Aplicações*, de Luiz Roberto Dantas, aprovado no PNL D de 2018, e disponível em grande quantidade para os alunos utilizarem como material complementar.

Os encontros para a aplicação serão realizados em sala bem ventilada com lousa branca, sala de multiuso e/ou sala de acesso. Os materiais base serão fornecidos pelo professor e serão usados materiais da escola, como projetor multimídia, cartolinas, computadores, entre outros posteriormente citados, de acordo com o planejamento inicial das atividades propostas.

Na sequência, apresentamos as etapas que compõem o planejamento da sequência didática.

6.1. ETAPA 1: FASE DIAGNÓSTICA

O ponto de partida desse trabalho é resgatar os assuntos já estudados no Ensino Fundamental e que estão relacionados ao desenvolvimento e aprofundamento dos conteúdos estatísticos.

O objetivo dessa etapa é verificar e diagnosticar quais são os conhecimentos prévios dos alunos através de Avaliação Diagnóstica. Será feita a devolutiva e análise dos resultados em sala de aula como forma de confirmar habilidades e competências que já foram atingidas para, então, retomar as que se fazem necessárias.

Essa etapa é composta de:

- a) Aplicação de avaliação diagnóstica sobre o conteúdo. Ela será resolvida individualmente pelos alunos, descrevendo os passos de cada resolução da maneira que julgarem corretas. Estimativa de duração: 2 aulas.
- b) Análise das competências e habilidades que foram atingidas ou não dos alunos.
- c) Devolutiva expositiva e resolução da avaliação diagnóstica com foco nas atividades em maior defasagem, demonstrando aos alunos quais pontos precisam de atenção. Estimativa de duração 1 aula.

A atividade diagnóstica detalhada desta etapa pode ser encontrada no Anexo 1.

Tendo realizado a devolutiva, passaremos a trabalhar de forma investigativa, onde cada aluno poderá discutir e ponderar sobre determinada questão. Isso permitirá que cada um elenque suas dificuldades e analise sua forma de raciocínio. Destacamos o papel de orientador do professor nessa fase, cujo propósito será de os direcionar para questões pertinentes, para a leitura detalhada e pausada dos enunciados dos exercícios, quais dados são apresentados neles e quais podemos coletar a fim de desenvolver a linha de raciocínio, determinar as diversas estratégias para resolver o problema e verificar a plausibilidade do resultado obtido.

6.2. ETAPA 2- TERMOS DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

Nessa fase, os alunos farão a leitura do livro didático, resolvendo os exercícios da sequência. O tempo estimado para essa atividade é de 2 aulas. Seguem os conceitos que trabalharemos nessas aulas:

- População e amostra

População ou *universo estatístico* é um conjunto de pessoas, itens ou eventos sobre os quais você quer fazer inferências. *Amostra* é um subconjunto de pessoas, itens ou eventos de uma *população*. Chamando de U o universo estatístico e de A uma amostra, temos:

$$A \subset U$$

- Indivíduo ou objeto

Os elementos que compõem a amostra são indivíduos ou objetos.

- Variável¹

Variável é a característica de interesse que é medida em cada elemento da amostra ou população. Seus valores variam de elemento para elemento e podem ter valores numéricos ou não numéricos.

¹ Adaptado do site: <http://leg.ufpr.br/~silvia/CE055/node8.html>

São caracterizadas em variáveis quantitativas, que podem ser medidas em uma escala. Elas podem ser classificadas em:

- a) *Variáveis quantitativas discretas*: características mensuráveis que podem assumir apenas um número finito ou infinito contável de valores e somente fazem sentido valores inteiros. Geralmente são o resultado de contagens.
- b) *Variáveis quantitativas contínuas*: são características mensuráveis que assumem valores em uma escala contínua (na reta real), para as quais valores fracionais fazem sentido.

Já as variáveis qualitativas (ou categóricas) são as características que não possuem valores quantitativos, mas são definidas por várias categorias que representam uma classificação dos indivíduos. Podem ser nominais ou ordinais:

- a) *Variáveis qualitativas nominais*: não existe ordenação dentre as categorias. Exemplos: sexo, cor dos olhos, fumante/não fumante, doente/sadio.
- b) *Variáveis qualitativas ordinais*: existe uma ordenação entre as categorias. Exemplos: escolaridade (1º, 2º, 3º graus), estágio da doença, mês de observação.

Uma variável originalmente quantitativa pode ser coletada de forma qualitativa. Por exemplo, a variável idade, medida em anos completos, é quantitativa (contínua); mas, se for informada apenas a faixa etária (0 a 5 anos, 6 a 10 anos), é qualitativa (ordinal).

6.3. ETAPA-3 FREQUÊNCIA ABSOLUTA E FREQUÊNCIA RELATIVA

Será feita a leitura do livro didático, além da resolução dos exercícios. Os alunos também realizarão um trabalho de pesquisa de campo e construirão tabelas de frequências. As atividades serão realizadas em duplas. O tempo estimado para essa etapa é de 3 aulas. Aqui eles trabalharão com as seguintes nomenclaturas:

- *Frequência absoluta* é o número de vezes que um valor da variável é citado.
- *Frequência relativa* é a frequência absoluta em relação ao total de citações.

Exemplo: Uma pesquisa foi feita sobre a quantidade de banheiros que cada aluno do 6ºA tinha em casa e os resultados foram os seguintes: 18 alunos tem um banheiro, 12 tem dois banheiros, 8 três banheiros e 2 tem quatro banheiros. A frequência absoluta de um banheiro é 16, e a frequência relativa é $18/40$ ou $9/20$ ou 0,45 ou 45%.

Podemos construir a seguinte tabela:

Tabela 1: Tabela de frequência da quantidade de banheiros

Quantidade de banheiros das casas dos alunos do 6ºA		
Quantidade de Banheiros	FA	FR
1	18	45%
2	12	30%
3	8	20%
4	2	5%
Total	40	100%

6.4. ETAPA-4 HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA

Nessa etapa será realizada a leitura do livro para introduzir o trabalho de pesquisa. Os alunos também realizarão uma pesquisa sobre a história da Estatística na Sala do Acesso. Tempo estimado para essa atividade é de 1 aula.

6.5. ETAPA-5 TIPOS DE GRÁFICOS

Aqui eles irão trabalhar com vários tipos de gráficos. Será feita a apresentação de vários modelos de gráficos estatísticos na sala de multiuso com auxílio do projetor multimídia. Cada grupo será responsável por apresentar um tipo de gráfico, explicando suas características e como os construir em programas disponíveis nos computadores do Acesso Escola. É estimado 3 aulas para a atividade. Segue abaixo alguns modelos do que será esperado:

- *Gráficos* são representações visuais utilizadas para exibir dados, sejam eles sobre determinada informação ou valores numéricos. Geralmente são utilizados para demonstrar padrões, tendências e comparar informações qualitativas e quantitativas num determinado espaço de tempo. São ferramentas utilizadas em diversas áreas de estudo para facilitar a visualização de alguns dados, bem como para tornar os dados mais claros e informativos. Dessa forma, o uso de gráficos torna a interpretação e/ou análise mais rápida e objetiva. Alguns elementos importantes que estão incluídos nos gráficos são:

a) Título: geralmente possuem um título a respeito da informação que será apresentada.

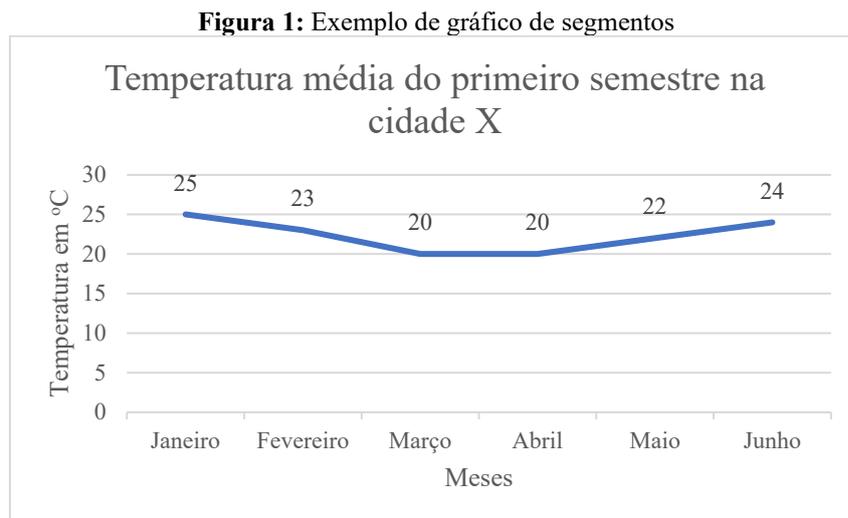
b) Fonte: muito gráficos, sobretudo os da área de estatística, apresentam a fonte de onde as informações foram retiradas. Também podem apresentar o ano de publicação da fonte referida.

c) Números: estes são essenciais para comparar as informações dadas pelos gráficos.

d) Legendas: grande parte dos gráficos apresentam legendas que auxiliam na leitura das informações apresentadas. Junto a ela, cores que destacam diferentes informações, dados ou períodos, são utilizadas.

- Gráfico de segmentos²

É utilizado para apresentar valores (sequência numérica) em determinado espaço de tempo, mostrando as evoluções ou diminuições de algum fenômeno. Pode ser chamado também de gráfico de linhas.



Fonte: do autor

- Gráfico de barras³

O gráfico de barras é um gráfico com barras retangulares e comprimento proporcional aos valores que ele representa. As barras podem ser desenhadas verticalmente ou horizontalmente. Ele também pode apresentar mais de uma coluna. O gráfico de barras vertical as vezes é chamado de gráfico de colunas.

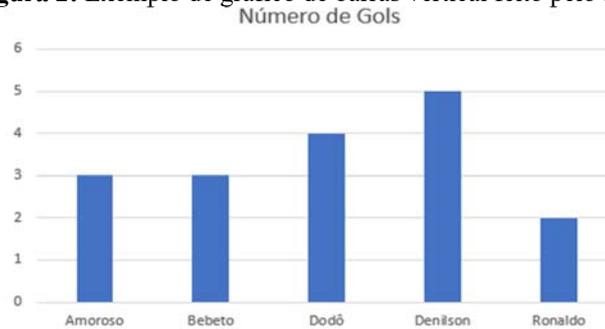
²<https://doutormatematico.blogspot.com/2012/01/01-o-grafico-de-barras-abaixo-mostra.html> . Acessado 29/04/2019

³ <https://sabermatematica.com.br/grafico-de-barras.html> Acessado 29/04/2019

<http://blog.uplexis.com.br/analises-de-graficos-e-tabelas/grafico-de-barras-2/> Acessado 29/04/2019

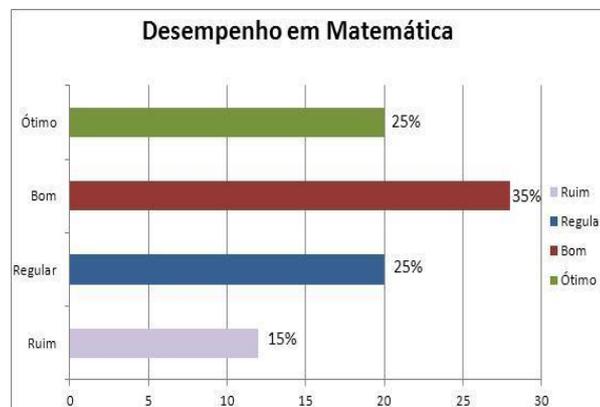
www1.educacao.pe.gov.br Acessado 29/04/2019

Figura 2: Exemplo de gráfico de barras vertical feito pelo autor.



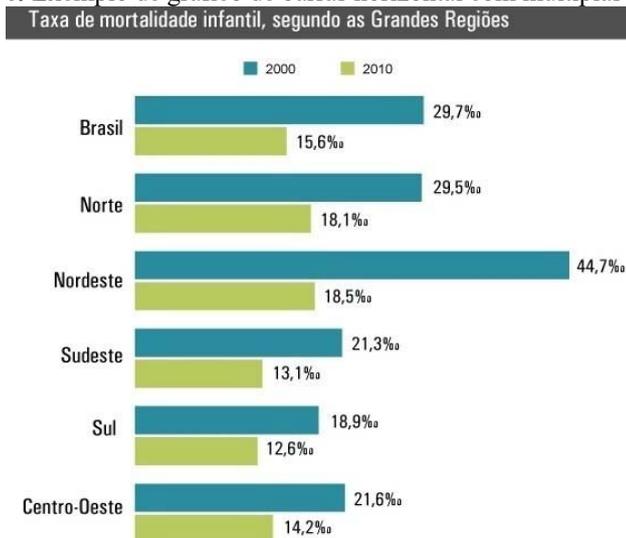
Fonte: Saber Matemática. Disponível em: <<https://sabermatematica.com.br/grafico-de-barras.html>> Acessado 29/04/2019

Figura 3: Exemplo de gráfico de barras horizontal.



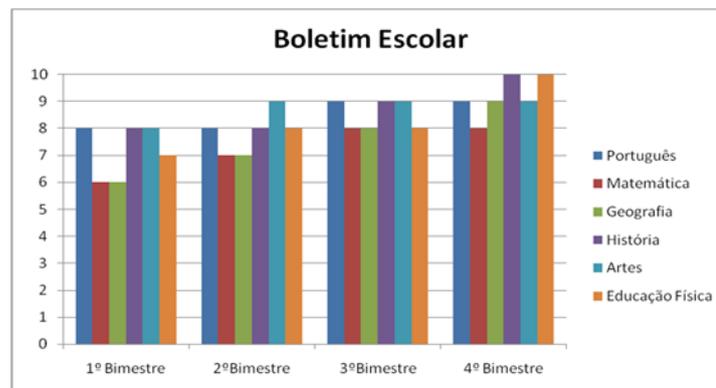
Fonte: Uplexis. Disponível em: <<http://blog.uplexis.com.br/analises-de-graficos-e-tabelas/grafico-de-barras-2/>> Acessado 29/04/2019

Figura 4: Exemplo de gráfico de barras horizontal com múltiplas colunas.



Fonte: IBGE. Disponível em <<https://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2012/04/27/mortalidade-infantil-cai-47-em-dez-anos-no-nordeste-queda-superou-50.htm>> Acesso em 29/04/2019

Figura 5: Exemplo de gráfico de barras vertical com múltiplas colunas.



Fonte: Goconqr. Disponível em: < <https://www.goconqr.com/quiz/9684367/quiz-aula-02-estat-stica-ss0> > Acessado 29/04/2019

- Gráfico de setores⁴

Também denominado de “Gráfico de Pizza”, esse modelo recebe esse nome pois tem a forma de uma pizza. Eles são utilizados para reunir valores a partir de um todo, segundo o conceito de proporcionalidade.

Figura 6: Exemplo de gráfico de setores.



Fonte: Microsoft. Disponível em: < <https://support.office.com/pt-br/article/detalhar-ou-expandir-um-gr%C3%A1fico-de-pizza-63284b67-22ea-4960-ab1e-0a3895af68ce> > Acessado 29/04/2019

- Histograma⁵

O histograma, também conhecido como distribuição de frequências, é a representação gráfica em colunas de um conjunto de dados previamente tabulados e divididos em classes uniformes ou não uniformes. A base de cada retângulo representa uma classe. A

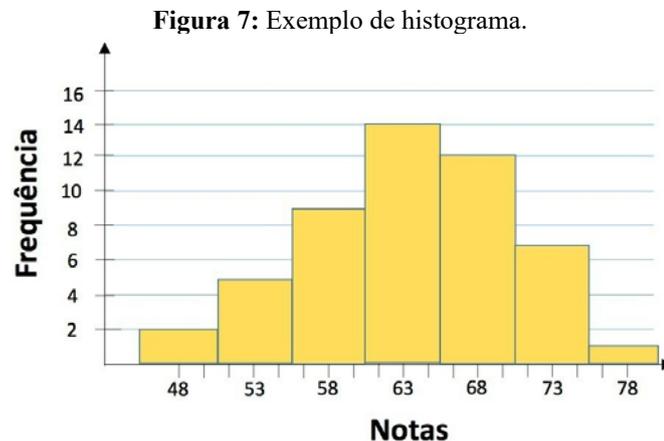
⁴ <https://support.office.com/pt-br/article/detalhar-ou-expandir-um-gr%C3%A1fico-de-pizza-63284b67-22ea-4960-ab1e-0a3895af68ce>. Acessado 29/04/2019

⁵ <https://pt.wikipedia.org/wiki/Histograma> Acessado 01/05/2019

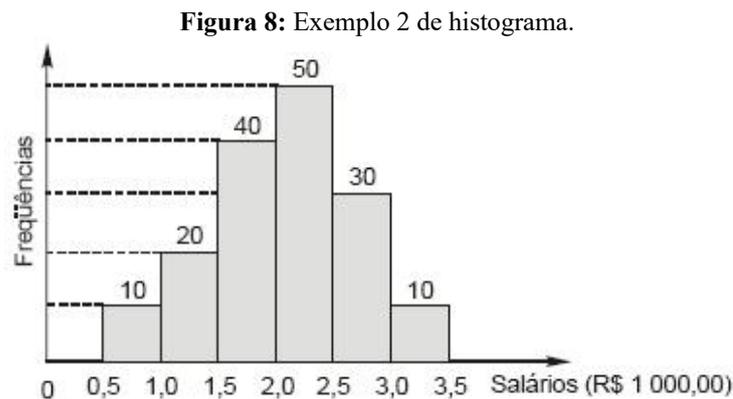
<https://brainly.com.br/tarefa/15440954> Acessado 01/05/2019

<https://www.qconcur.com/questoes-de-concursos/questoes/bacc743e-9a> Acessado 01/05/2019

altura de cada retângulo representa a quantidade ou a frequência absoluta com que o valor da classe ocorre no conjunto de dados para classes uniformes ou a densidade de frequência para classes não uniformes



Fonte: Brainly. Disponível em: <<https://brainly.com.br/tarefa/15440954>> Acessado 01/05/2019



Fonte: Qconcursos.com. Disponível em: <[ps://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/bacc743e-9](https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/bacc743e-9)> Acessado 01/05/2019

- Pictograma⁶

A fim de tornar os gráficos mais atraentes, os meios de comunicação, como revistas e jornais, por exemplo, costumam ilustrá-los com imagens relacionadas ao contexto do qual as informações fazem parte. Essa forma de representação é denominada pictograma ou gráfico pictórico. Nesse tipo de representação, assim como nos gráficos tradicionais, as dimensões das imagens devem ser proporcionais aos dados apresentados.

⁶ <https://blogdoenem.com.br/tipos-de-grafico-e-interpretacao-analise-grafica-para-o-enem/> Acessado 01/05/2019
<http://bloginformaticamicrocamp.com.br/excel/como-criar-um-pictograma-no-excel/> Acessado 01/05/2019

Figura 9: Exemplo de gráfico de pictograma

Fonte: Microcamp. Disponível em: < <http://bloginformaticamicrocamp.com.br/excel/como-criar-um-pictograma-no-excel/> > Acessado 01/05/2019

- **Infográfico**⁷

Infográficos são textos visuais informativos associados a elementos não verbais, tais como imagens, sons, gráficos, hiperlinks, por exemplo. São utilizados com frequência na mídia impressa e digital, tendo como principal função informar o leitor. Além do seu uso no meio jornalístico, podemos encontrá-los em manuais técnicos, educativos ou científicos, entre outras publicações.

Figura10: Exemplo de infográfico.

Fonte: Sabesp. Disponível em:< https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Exemplo-de-Infografico-Fonte-Planeta-Sustentavel-2011_fig10_318402451 > Acessado em 01/05/201

⁷ <https://pt.wikipedia.org/wiki/Infografia> Acessado 01/05/2019

https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Exemplo-de-Infografico-Fonte-Planeta-Sustentavel-2011_fig10_318402451 Acessado 01/05/2019

6.6. ETAPA- 6 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Após a apresentação, os alunos deverão realizar a atividade de leitura do livro. A leitura será feita em sala de aula como aula expositiva, e os exercícios como atividade extraclasse. A correção será feita pelos próprios alunos, e cada grupo corrigirá dois exercícios em lousa. A duração dessa etapa é de 3 aulas.

A Estatística trabalha com diversas informações que são apresentadas por meio de gráficos e tabelas, representando e caracterizando um determinado conjunto de dados. Dentre todas as informações contidas nele, podemos retirar valores que representem todo o conjunto. Esses valores são denominados *Medidas de Tendência Central ou Medidas de Centralidade*. As medidas de centralidade que apresentaremos são a *Média Aritmética*, a *Moda* e a *Mediana*⁸. Vamos mostrar a seguir o que vem a ser cada uma delas.

a) Média Aritmética (MA)⁹

A média aritmética é representada por: MA

E ela consiste na soma de todos os elementos, dividido pelo número “n” de elementos.

$$MA = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

A Média Aritmética Ponderada é aquela em que alguns dos números envolvidos possuem “pesos”. Em outras palavras, a Média Aritmética Ponderada é uma Média Aritmética na qual você repete os números tantas vezes quantos são seus pesos.

b) Moda (Mo)

É a medida de tendência central que consiste no valor observado com mais frequência em um conjunto de dados. Por exemplo, digamos que o Palmeiras em determinado torneio de futebol fez, em dez partidas, a seguinte quantidade de gols: 5, 4, 2, 1, 3, 7, 1, 1, 2 e 1.

Para essa sequência de gols marcados, a moda é de 1 gol, pois é o número que aparece mais vezes. Outra situação comum seria se dentre 7 pessoas tomássemos suas idades, a saber: 15 anos, 20 anos, 32 anos, 13 anos, 5 anos, 43 anos e 90 anos.

Nesse caso, não há moda, pois, nenhuma idade se repetiu mais vezes que a outra.

⁸<http://clubes.obmep.org.br/blog/tratamento-da-informacao-medidas-de-tendencia-central/medidas-de-tendencia-central-passando-a-limpo-as-ideias/> Acessado 2/05/2019

⁹ <http://blog.mepassaa.com.br/como-calcular-media-aritmetica/> Acessado 2/05/2019

Quando um conjunto de dados não apresenta moda, dizemos que esse conjunto é *amodal*. Caso exista uma moda, denominamos o conjunto de *Unimodal*. Existindo duas modas, denominamos o conjunto de *bimodal* e assim sucessivamente.

c) Mediana (Me)¹⁰

É a medida de tendência central que indica exatamente o valor central de um conjunto de dados quando organizados em ordem crescente ou decrescente. Por exemplo, vamos considerar que um aluno tirou as seguintes notas em cinco provas de uma determinada matéria: 5, 8, 7, 4 e 8. Colocando as cinco notas em ordem crescente, por exemplo, obtemos $4 < 5 < 7 < 8 = 8$.

A mediana é o valor que está no centro dessa sequência, ou seja, 7. E alguém poderia perguntar: Mas e se ao invés de cinco notas fossem seis? Pois bem, nesse caso, ao ordenarmos os números, teremos dois termos centrais ao invés de um. Por exemplo, digamos que as notas agora são 5, 2, 8, 7, 4 e 8. Colocando em ordem crescente, temos $2 < 4 < 5 < 7 < 8 = 8$. Aqui, os dois termos centrais seriam 5 e 7. Portanto, a Mediana desse conjunto de dados é a Média Aritmética dos dois termos centrais, ou seja:

$$Me = \frac{5 + 7}{2} = 6$$

Resumindo o cálculo da Mediana, temos:

- Coloque os valores do conjunto de dados em ordem crescente ou decrescente;
- Se a quantidade de valores do conjunto for ímpar, a mediana é o valor central;
- Se a quantidade de valores do conjunto for par, é preciso tirar a Média Aritmética dos valores centrais.

6.7. ETAPA 7 – MEDIDAS DE DISPERSÃO

Aqui será feita a leitura detalhada do livro para que os alunos consigam resolver os exercícios com a orientação do professor. A duração prevista é de 2 aulas. Ainda, começaremos a trabalhar com os seguintes parâmetros estatísticos¹¹:

Medidas de dispersão são parâmetros estatísticos usados para determinar o grau de variabilidade dos dados de um conjunto de valores. As utilizações desses parâmetros tornam a

¹⁰<http://clubes.obmep.org.br/blog/tratamento-da-informacao-medidas-de-tendencia-central/medidas-de-tendencia-central-passando-a-limpo-as-ideias/> Acessado 2/05/2019

¹¹<https://www.todamateria.com.br/medidas-de-dispersao/> Acessado 2/05/2019

análise de uma amostra mais confiável, visto que as variáveis de tendência central (média, mediana, moda) muitas vezes escondem a homogeneidade ou não dos dados.

Por exemplo, vamos considerar que um animador de festas infantis selecione as atividades de acordo com a média das idades das crianças convidadas para uma festa. Vamos considerar as idades de dois grupos de crianças que irão participar de duas festas diferentes:

- Festa A: 1 ano, 2 anos, 2 anos, 12 anos, 12 anos e 13 anos
- Festa B: 5 anos, 6 anos, 7 anos, 7 anos, 8 anos e 9 anos

Em ambos os casos, a média é igual a 7 anos de idade. Entretanto, ao observar as idades dos participantes podemos admitir que as atividades escolhidas sejam iguais? Portanto, neste exemplo, a média não é uma medida eficiente, pois não indica o grau de dispersão dos dados.

As medidas de dispersão mais usadas são: amplitude, variância e desvio padrão.

a) *Amplitude:* Essa medida de dispersão é definida como a diferença entre a maior e a menor observação de um conjunto de dados, seja amplitude dado por **A**, o elemento do conjunto de dados com maior valor dado por **x**, e o elemento do conjunto de dados com menor valor dado por **y**, temos:

$$A = x - y.$$

Por ser uma medida que não leva em consideração como os dados estão efetivamente distribuídos, não é muito utilizada.

Exemplo: O setor de controle de qualidade de uma empresa seleciona ao acaso peças de um lote. Quando a amplitude das medidas dos diâmetros das peças ultrapassa 0,8 cm o lote é rejeitado. Considerando que em um lote foram encontrados os seguintes valores 2,1 cm; 2,0 cm; 2,2 cm; 2,9 cm; 2,4 cm, esse lote foi aprovado ou rejeitado?

Solução: Para calcular a amplitude, basta identificar o menor e o maior valores, que neste caso, são 2,0 cm e 2,9 cm. Calculando a amplitude, temos:

$$A = 2,9 - 2 = 0,9 \text{ cm}$$

Nesta situação o lote foi rejeitado, pois a amplitude ultrapassou o valor limite.

b) *Variância:* ela é determinada pela média dos quadrados das diferenças entre cada uma das observações e a média aritmética da amostra.

Seja **V** a variância, **x_i** o valor de cada elemento do conjunto de dados, **MA** a média aritmética e **n** o número de dados observados. O cálculo é feito com base na seguinte fórmula:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - MA)^2}{n}$$

Exemplo: Considerando as idades das crianças das duas festas indicadas anteriormente, vamos calcular a variância desses conjuntos de dados.

Festa A

Dados: 1 ano, 2 anos, 2 anos, 12 anos, 12 anos e 13 anos

$$MA = \frac{1 + 2 + 2 + 12 + 12 + 13}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

$$V = \frac{(1 - 7)^2 + (2 - 7)^2 + (2 - 7)^2 + (12 - 7)^2 + (12 - 7)^2 + (13 - 7)^2}{6}$$

$$V = \frac{36 + 25 + 25 + 25 + 25 + 36}{6} \cong 28,67$$

Festa B

Dados: 5 anos, 6 anos, 7 anos, 7 anos, 8 anos e 9 anos

$$MA = \frac{5 + 6 + 7 + 7 + 8 + 9}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

$$V = \frac{(5 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (8 - 7)^2 + (9 - 7)^2}{6}$$

$$V = \frac{4 + 1 + 0 + 0 + 1 + 4}{6} \cong 1,67$$

Observe que apesar da média ser igual, o valor da variância é bem diferente, ou seja, os dados do primeiro conjunto são bem mais heterogêneos.

c) **Desvio Padrão:** é definido como a raiz quadrada da variância. Desta forma, a unidade de medida do desvio padrão será a mesma da unidade de medida dos dados, o que não acontece com a variância.

Seja DP o desvio padrão e V a variância, temos:

$$DP = \sqrt{V}$$

Quando todos os valores de uma amostra são iguais, o desvio padrão é igual a 0. Sendo que, quanto mais próximo de 0, menor é a dispersão dos dados.

Exemplo: Considerando ainda o exemplo anterior, vamos calcular o desvio padrão para as duas situações:

Festa A

$$DP \cong \sqrt{28,67} \cong 5,35 \text{ anos}$$

Festa B

$$DP \cong \sqrt{1,67} \cong 1,29 \text{ anos}$$

Agora, sabemos que a variação das idades do primeiro grupo em relação a média é de aproximadamente 5 anos, enquanto a do segundo grupo é de apenas 1 ano.

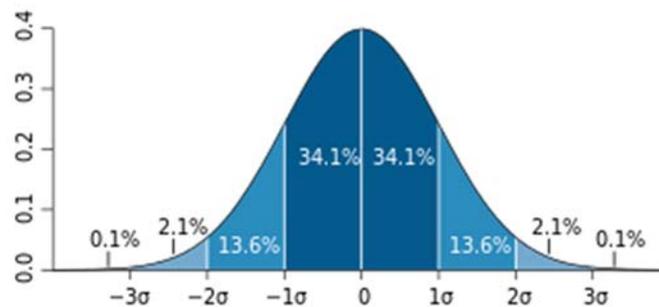
A preocupação de calcular o desvio padrão é, no Ensino Médio, secundária, embora sua interpretação seja revestida de inúmeros significados estatísticos importantes, principalmente no que diz respeito às inferências que podemos fazer sobre as características de uma população. (GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO, Caderno do professor - 3ª série volume 2, página 75)

6. 8. ETAPA 8 - ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Continuando a ideia de emancipação, cada aluno deverá decidir qual será sua preferência para resolver os exercícios. Esta atividade será feita extraclasse e corrigida em sala pelos alunos. Eles terão duas aulas para resolver os exercícios onde a estatística também é usada para estimar a probabilidade de ocorrência de um evento. Ainda será apresentado aos alunos, por meio de slides, a curva normal e a relação com o desvio padrão.

Aqui podemos também relacionar a medida desvio padrão com a curva normal ou curva de Gauss. A distribuição normal é a mais importante distribuição estatística, considerando a questão prática e teórica e esse tipo de distribuição se apresenta em formato de sino, unimodal, simétrica em relação a sua média. Considerando a probabilidade de ocorrência, a área sob sua curva soma 100%. Isso quer dizer que a probabilidade de uma observação assumir um valor entre dois pontos quaisquer é igual à área compreendida entre esses dois pontos.¹²

¹² <https://cognoscentes.wordpress.com/2013/03/07/as-curvas-de-gauss/> Acessado dia 02/06/2019

Figura 11: Gráfico de distribuição

Fonte: Cognoscentes. Disponível em: <<https://cognoscentes.wordpress.com/2013/03/07/as-curvas-de-gauss/>>

Acessado dia 02/06/2019

Chamando de σ o desvio padrão, temos que a área compreendida entre o intervalo $[MA, MA + \sigma]$, sob a curva normal, é de aproximadamente 34,1% da área total sob a curva. Por ser simétrica tem a mesma área no intervalo $[MA - \sigma, MA]$ sob a curva normal. Podemos observar na figura as porcentagens da área de cada intervalo comparado com a área toda.

6. 9. ETAPA 9 – AVALIAÇÃO PRÉ-JOGO

Serão utilizadas duas aulas para realização de uma avaliação contendo todas as habilidades trabalhadas até aqui, para comparar o desempenho dos alunos com outra avaliação aplicado pós jogo. A avaliação se encontra no Anexo 2.

6. 10. ETAPA 10 – CONSTRUINDO O JOGO “DISCO ESTATÍSTICO”

Para construção do jogo serão utilizadas três aulas.

Este jogo utiliza dois círculos, um com medidas que podem variar de 15 a 18 cm de raio e o outro no mínimo 5cm maior o seu raio do anterior. Cada um destes círculos deverá ser feito em uma cartolina ou papel cartão. A opção de fazer dois círculos é para facilitar a visualização dos gráficos independentemente da posição do jogador, pois a parte superior pode ser movimentada. Segue a imagem o jogo pronto.

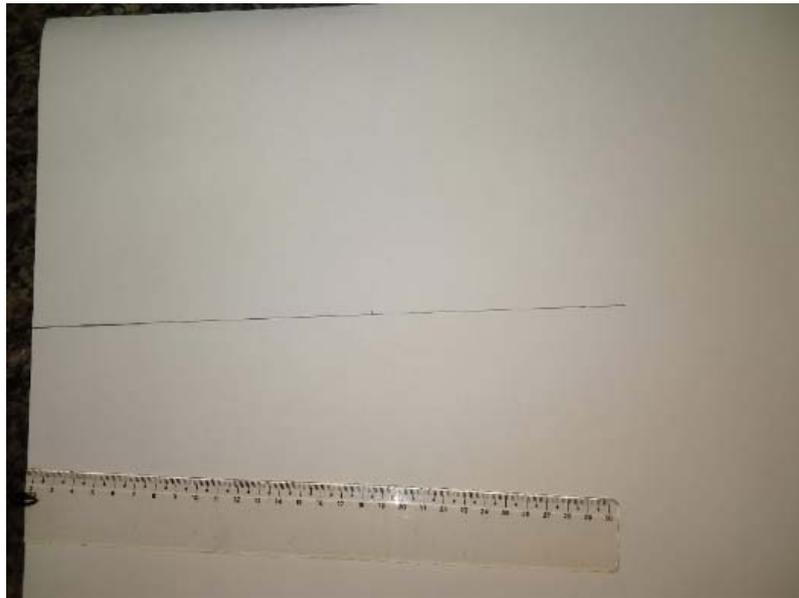
Figura 12: Tabuleiro pronto



- Tabuleiro menor

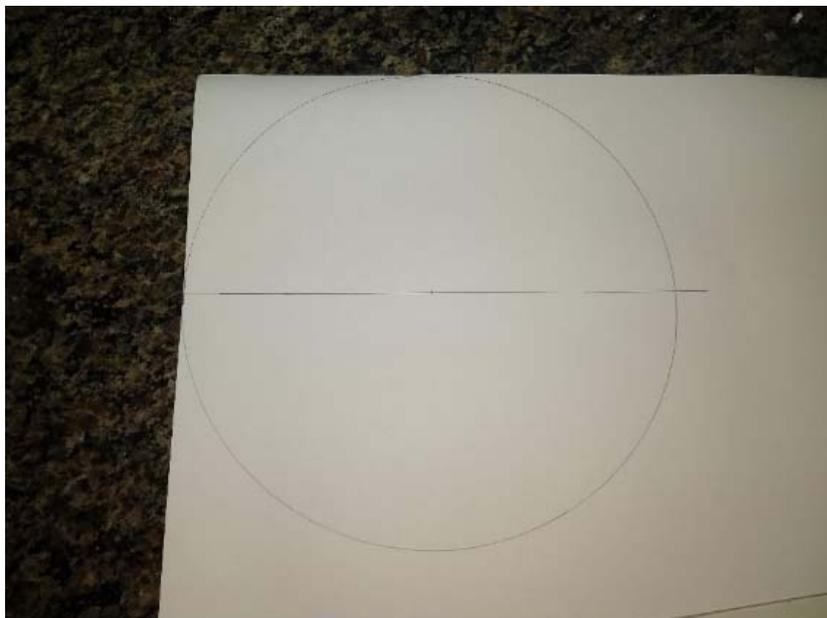
No círculo menor, devem ser feitas seis divisões iguais em sua volta. Sabendo que a volta possui 360 graus, e dividindo por seis, cada divisão terá 60 graus. Logo, basta construir triângulos equiláteros com vértices no centro da circunferência. Para isso, deve-se manter o raio da circunferência igual no compasso e mudar a posição da ponta seca, onde a mesma deve ser posicionada na circunferência para fazer as marcações necessárias. Em cada divisão é colado um gráfico com dados fictícios (Anexo 3), que o professor ficará responsável por imprimir nas medidas adequadas para os alunos colarem. Seguem abaixo as imagens representando a construção que será feita em sala de aula.

Figura 13: Reta paralela



Na primeira imagem é feita uma reta paralela a partir da borda da cartolina com distância mínima de 17 cm, e um ponto na reta que também tem distância mínima de 17cm da outra borda, que vai ser o centro deste disco.

Figura 14: Circunferência



É utilizado uma adaptação no compasso que permite encaixar lápis, canetas e, nesse caso, a lapiseira. Basta abrir o compasso com 17cm, posicionar a ponta seca na marcação do

centro e com a parte do grafite fazer o desenho do círculo. Nessa sequência vemos a construção do círculo.

Nas próximas imagens veremos como serão feitas as divisões de seis setores iguais, com a utilização do compasso.

Figura 15: Posicionamento do compasso na circunferência



Podemos observar que nestas fotos foram feitas marcações em torno do círculo. Agora, precisamos apenas traçar segmentos do centro até as marcações feitas na circunferência. Isso é ilustrado nas próximas imagens.

Figura 16: Divisão da circunferência

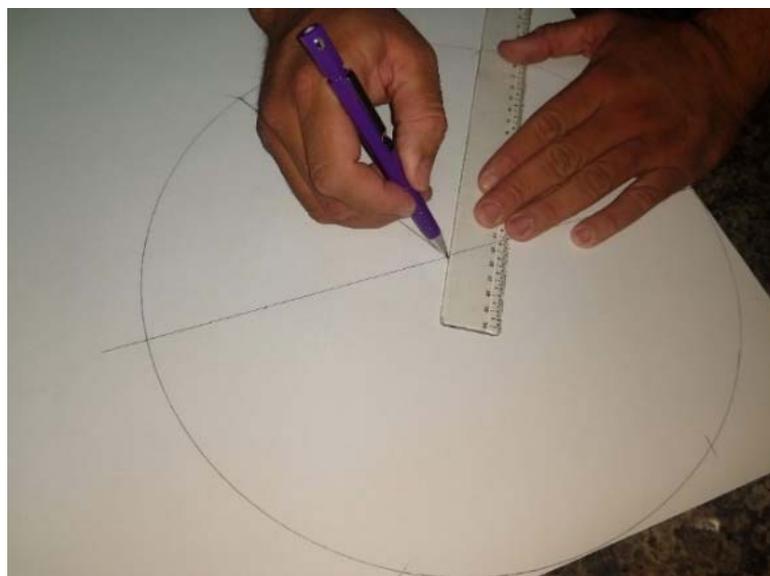
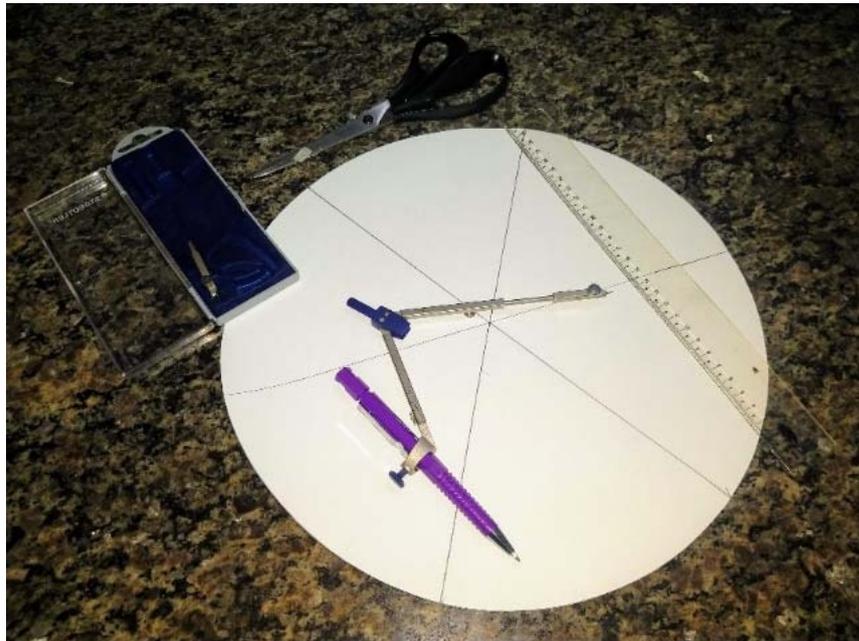


Figura 17: Recorte do círculo



Na imagem anterior podemos ver o disco dividido e recortado junto com todos os instrumentos utilizados até aqui.

- Tabuleiro maior

No círculo maior faremos 24 divisões, podendo repetir o processo anterior para dividir em seis partes iguais, e depois fazer 4 divisões iguais em cada uma delas. Para isso, vamos recorrer ao uso da trigonometria. Sabendo que cada divisão tem 15 graus, podemos encontrar a medida da corda dessa divisão fazendo

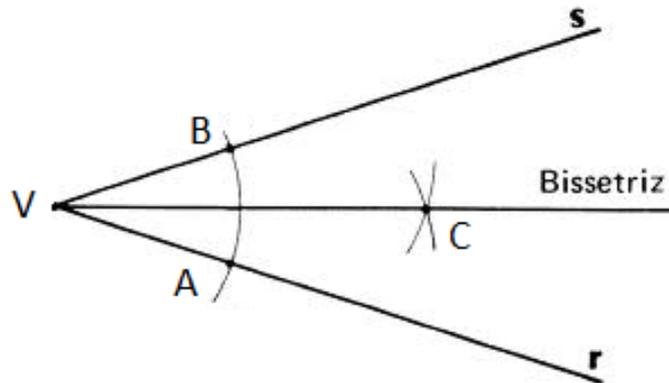
$$AB = 2r \operatorname{sen}(7,5)$$

Sendo que r é o raio da circunferência e AB é a corda com ângulo central de 15° graus.

Também podemos determinar, com auxílio do compasso, a bissetriz¹³. Lembrando que a bissetriz de um ângulo é o lugar geométrico dos pontos equidistante das semirretas.

¹³ <http://circunferencia9.weebly.com/bissetriz-e-mediatrix.html>

Figura 18: Esquema da bissetriz

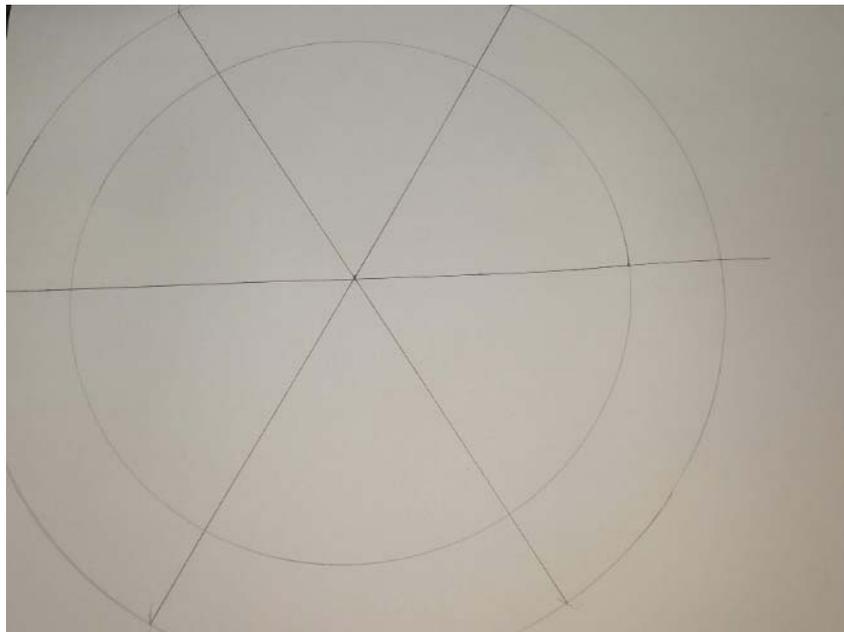


Para construir a bissetriz de um ângulo é necessário seguir os seguintes passos:

Coloque a ponta seca do compasso no vértice V e trace um arco de circunferência que intersecta as retas r e s, que na ilustração anterior essas intersecções aparecem como pontos A e B, continuando com o compasso sem mudar a abertura coloque a ponta seca no vértice A e trace um arco fazendo o mesmo com a ponta seca em B, os arcos vão se intersectar em C, para finalizar basta com uma régua traçar um segmento que passa por V e C.

Segue o procedimento em imagens para construção do maior tabuleiro:

Figura 19: Circunferência maior dividida em seis setores



Inicialmente vamos repetir o processo anterior, porém agora com raio de 22cm. Também devemos desenhar a circunferência de raio 17cm, como mostrado na imagem anterior.

As próximas imagens representam a divisão de um setor com ângulo central de 60 graus ao meio, através da sua bissetriz. Em seguida, dividimos esse novo setor, que tem 30 graus, ao meio utilizando novamente a bissetriz, obtendo assim um setor com ângulo central de 15 graus. Em seguida, abriremos o compasso na medida da corda desse setor e marcaremos a circunferência em toda sua volta.

Figura 20: Bissetriz

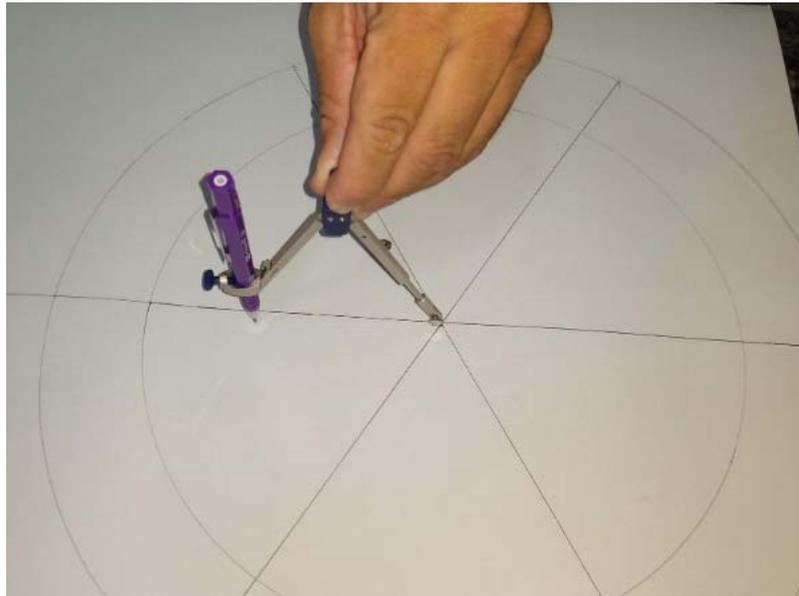
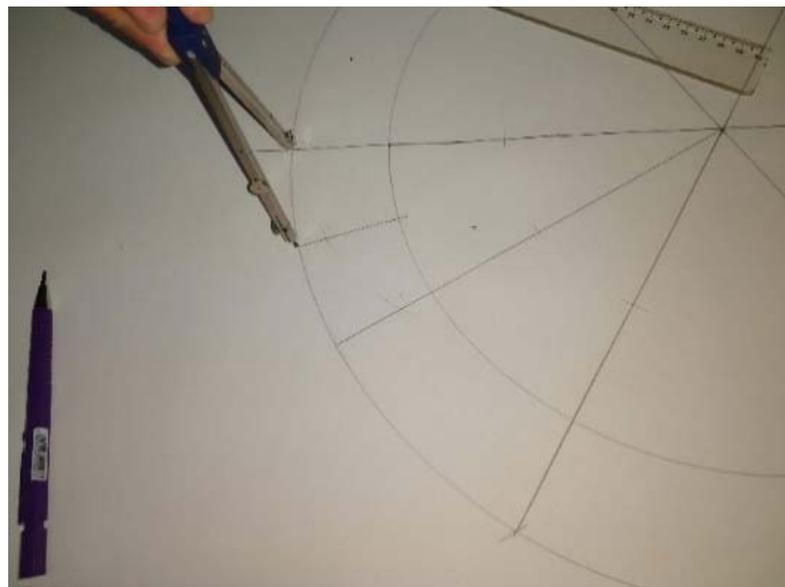


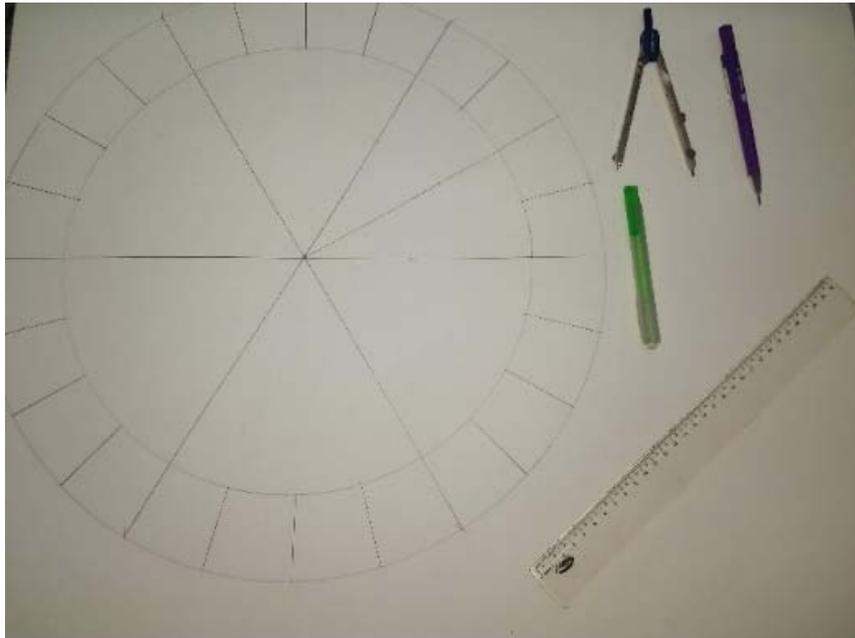
Figura 21: Posicionamento do compasso na corda do setor de ângulo central de 15 graus



Nesta última sequência de imagens podemos visualizar a abertura do compasso na medida da corda de 15 graus e foram feitas várias marcações em torno do círculo afim dele ficar

com 24 divisões iguais. Depois foram traçados segmentos entre os círculos, onde a reta de cada segmento passe pelo centro e pelas marcações feitas pelo compasso. Podemos apagar os seguimentos da parte inferior do círculo menor para manter um visual mais limpo do tabuleiro. Por fim, recortamos em volta do círculo maior, como mostrado nas próximas imagens:

Figura 22: Disco maior pronto



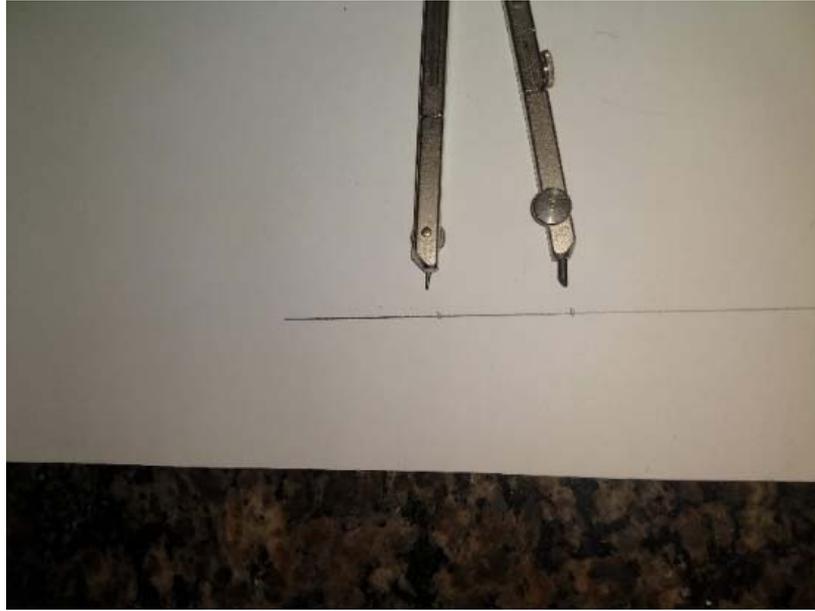
Cada espaço formado entre os círculos e as retas vão receber perguntas (Anexo 4) sobre estatística como mostra o jogo pronto no início.

As cartas serão coladas atrás de um papel de cor escura e recortadas depois de secas. No anexo 5 é possível encontrar as cartas do jogo.

- Pinos (Marcadores de posicionamento do jogador)

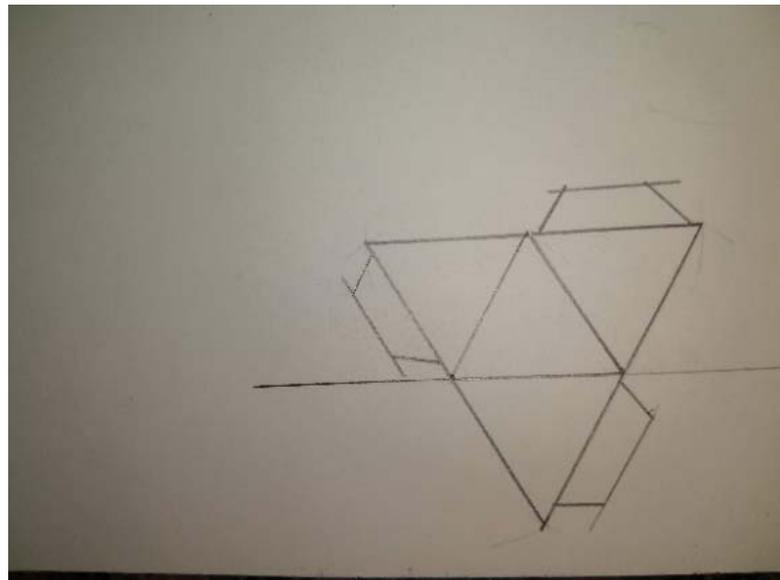
A construção dos pinos é algo opcional ao jogo, podendo, se assim for de sua escolha, utilizar os de qualquer jogo de tabuleiro, desde que eles possuam as cores necessárias (azul, verde, amarelo e vermelho). Aqui, optaremos pela construção de pequenos tetraedros. Sua construção é mostrada nas imagens seguintes.

Figura 23: Iniciando a construção do tetraedro



Podemos observar pelas imagens acima a construção de uma reta, com referência que dista no mínimo 3 cm da borda e dois pontos na reta com distancias de 3cm a fim de posicionar as pernas do compasso nos pontos e localizar os vértices dos triângulos equiláteros de 3cm de lado, como mostrado nas próximas figuras.

Figura 24: Planificação do tetraedro



Podemos ver na figura que foram feitos quatro triângulos equiláteros e três abas para facilitar nas colagens, o próximo passo é fazer mais três planificações e pintar cada uma de uma cor.

Figura 25: Planificações dos tetraedros pintadas

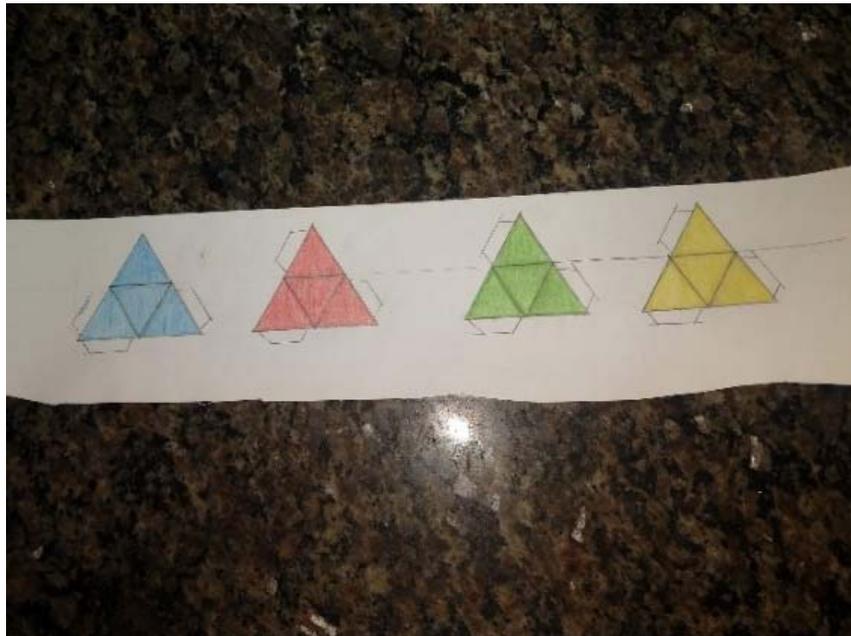


Figura 26: Tetraedros prontos



- Regras do jogo

É feita uma rodada de lançamento de dados, quem tirar o maior valor começa. O próximo a jogar é o jogador a esquerda, seguindo o sentido horário.

Todos os jogadores iniciam na casa que tem a pergunta “Qual o tipo de variável?”.

Em sua vez, cada jogador lança o dado e vai responder a uma pergunta referente ao gráfico de mesmo número do dado. Respondendo certo, ele avança para próxima casa, errando ele fica na mesma casa e espera voltar sua vez para repetir o processo.

Nas casas com o símbolo (?) o jogador deve responder uma pergunta de uma carta que será retirada da pilha e lida por outro jogador, o qual vai mostrar a carta para todos os demais depois da resposta do jogador da rodada, pois na carta contém a pergunta e a resposta.

Nas casas “ângulo central da cor de seu pino” e “Desvio padrão” não é necessário lançamento do dado, pois a primeira possui apenas um gráfico de setor, e a segunda o aluno vai responder sobre o mesmo gráfico que respondeu à pergunta “Variância”.

Em todas as casas os alunos têm que responder corretamente para avançar. Quando o gráfico não permitir responder alguma pergunta, a resposta correta do aluno vai ser avisar sobre o ocorrido, alegando que para este gráfico não existe tal resposta.

O vencedor vai ser aquele que conseguir dar a volta completa primeiro ou aquele que conseguir ir mais longe no final de determinado tempo.

6.11 ETAPA 11 – UTILIZAÇÃO DO JOGO DISCO ESTATÍSTICO

Os grupos divididos anteriormente na construção do jogo deverão, nesse momento, jogar o mesmo. A atividade prevê reorganizar a sala em grupos. A duração dessa fase será de duas aulas.

Este jogo é composto de dois tabuleiros, um com os gráficos e o outro com as casas de perguntas, 36 cartas, 4 pinos de cores diferentes e um dado.

Será permitido o uso da calculadora, pois a intenção é que os alunos possam adquirir a habilidade de trabalhar com vários dados, utilizando ferramentas acessíveis para agilizar no processo de cálculo.

6.12 ETAPA 12 – ATIVIDADE AVALIATIVA

Realizaremos uma avaliação com questões que possam ser comparadas com a avaliação pré-jogo para analisar o desempenho dos alunos, assim como a correção detalhada. Duração prevista de três aulas para essa fase. Tanto a atividade avaliativa quando sua resolução se encontra no Anexo 6.

7. APLICAÇÃO DO PROJETO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O objetivo aqui é analisar como se deu a aplicação do plano de ensino. Alguns dos objetivos propostos para esse trabalho foram atingidos, mas as ações propostas tiveram de ser adaptadas de acordo com o material disponível na escola, número de alunos participantes, sua frequência e participação efetiva nas atividades.

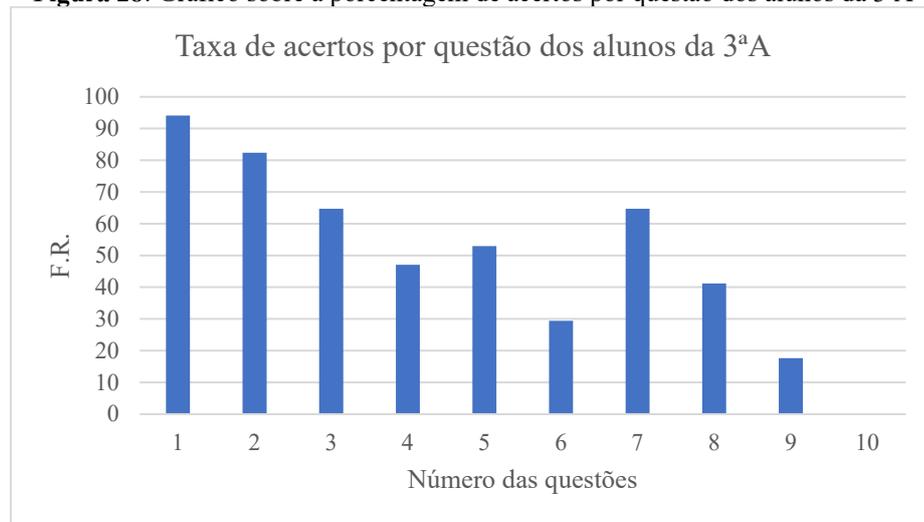
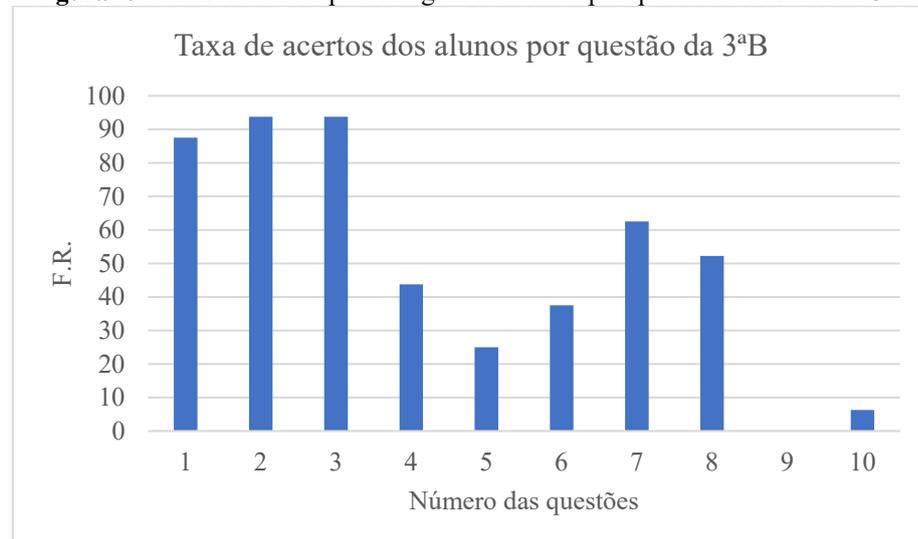
Antes de iniciar a aplicação das atividades, foi conversado com os alunos e explicado o que iria acontecer nas aulas seguintes. Frisei a importância da presença e participação em todas as atividades, não só para garantir a continuidade do projeto como para atingir os objetivos de aprendizagem propostos.

O início das atividades, em ambas as salas escolhidas para o projeto, aconteceu no dia 4 de setembro, com a aplicação da Atividade Diagnóstica. Os alunos mostraram, nesse primeiro momento, interesse em responder as perguntas por se sentirem desafiados, mas a grande maioria deles apresentou dificuldade em responder questões específicas. Na turma do 3º A, exclusivamente, os alunos apresentaram dificuldade em lembrar o significado das palavras “gráficos de barras”, “gráficos de setores”, “moda” e “mediana”.

Figura 27: Realização da prova diagnóstica



Os gráficos abaixo representam o resultado da avaliação, mostrando quantos alunos acertaram cada questão:

Figura 28: Gráfico sobre a porcentagem de acertos por questão dos alunos da 3ªA**Figura 29:** Gráfico sobre a porcentagem de acertos por questão dos alunos da 3ªB

Podemos notar que as questões com maior número de acerto em ambas as salas foram as de número 1, 2, 3 e 7, as quais são questões de interpretação gráfica e de interpretações explícitas.

Já as questões 4, 5 e 6 sofreram uma variação entre 29% a 52% no 3ªA e de 25% a 44% no 3ªB, o que demonstra uma grande queda em relação as questões anteriores. Ao fazer a correção, ficou claro que muitos erraram por não saber qual operação realizar para resolver exercícios envolvendo comparações.

Já na questão 8, em que o aluno recebe dados de uma pesquisa para construir uma tabela e um gráfico de barras, houve um pouco mais de 40% de acertos no 3ªA e 50% no 3ªB. Isso demonstra que quase todos os alunos que se arriscaram para responder acertaram, mesmo fazendo muito tempo que tenham realizado uma atividade como essa. Vários disseram que não

faziam esse tipo de exercício desde o 6º ano do Ensino Fundamental. Aqueles que acertaram a questão também disseram que têm contato com esse tipo de gráfico em outras disciplinas como Geografia e Sociologia, além de os verem em jornais e revistas.

A questão 9 teve 17,65% de acertos no 3ªA e nenhum acerto no 3ªB, o que demonstra que quase todos os alunos não sabem ou não se lembram como calcular o ângulo central e/ou utilizar o transferidor. Observei durante a realização que muitos estavam estipulando visualmente o tamanho do setor.

A questão 10 não registrou nenhum acerto no 3ªA e, no 3ªB, apenas uma aluna lembrou o significado de média, moda e mediana e foi capaz de efetuar os cálculos necessários para resolver o exercício. Os demais alegaram que não sabiam o significado dessas palavras. Pelo que pude observar, suas declarações são verdadeiras frente aos resultados analisados, pois, segundo o antigo Currículo do Estado de São Paulo, esses cálculos aparecem apenas no final no 6º ano do Ensino Fundamental.

No dia 6 de setembro foi feita a correção dos exercícios 1 ao 7, da Atividade Diagnóstica, em ambas as salas.

No dia 9 de setembro tivemos apenas uma aula no 3ªA, na qual foi feita a leitura do livro e a resolução dos exercícios. Nesse dia, faltaram seis alunos. No 3ªB, foi desenvolvida a mesma atividade. A leitura do livro faz parte da Etapa 2.

No dia 11, foram iniciadas a Atividade 3, composta pela leitura do livro e resolução dos exercícios, além de corrigirmos os exercícios da Etapa 2. Os alunos demonstraram dificuldade no cálculo da Frequência Relativa. Nesse dia, também organizamos os grupos para a realização das próximas atividades, em especial, para a Etapa 5.

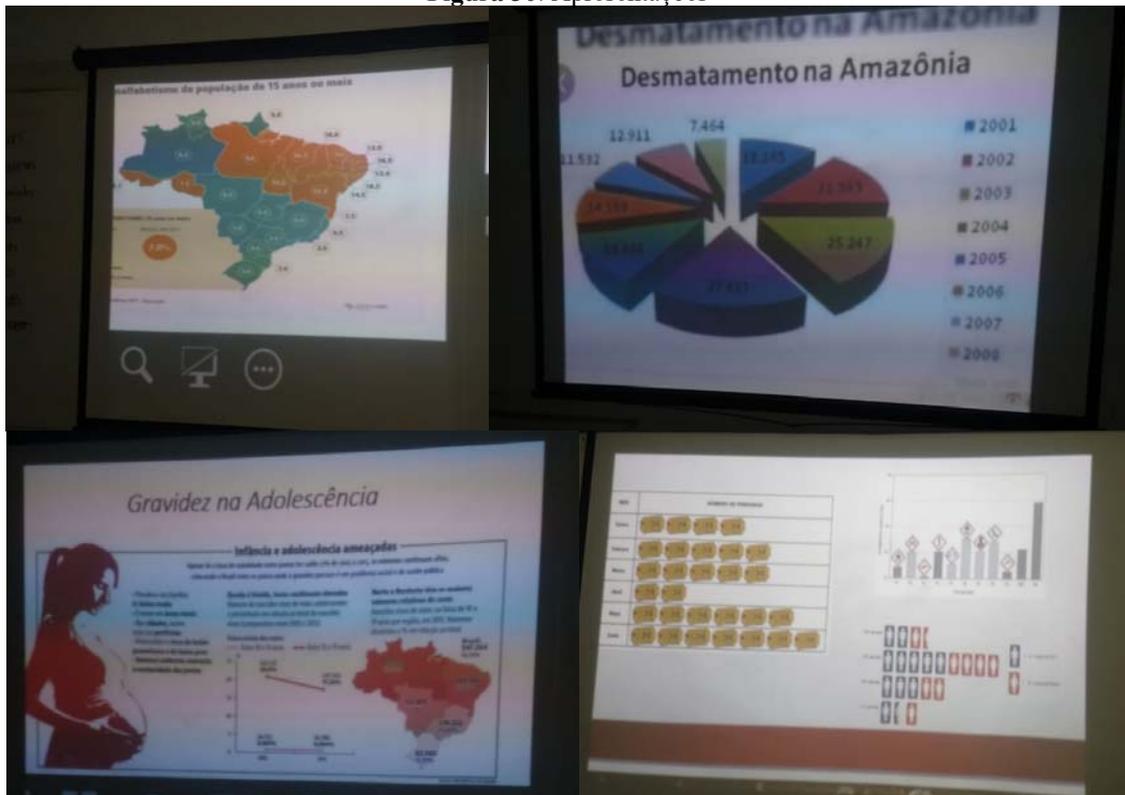
O dia 13 de setembro foi marcado pelo alto número de alunos ausentes. A atividade desse dia consistia em resolver os exercícios para entregar na próxima aula. A baixa frequência nesse dia foi sentida na aula do dia 16, pois prejudicou a continuação das atividades. A grande maioria de ambas as salas não os entregaram, alegando não terem entendido o que deveria ser feito por terem faltado na aula. Para não os prejudicar, pedi que entregasse os mesmos na próxima aula. Aqueles que entregaram, pude notar que se dedicaram ao trabalho e conseguiram realizar os exercícios sem dificuldade.

Além do problema da entrega dos trabalhos, não pude levar os alunos à Sala de Acesso para realizarem a pesquisa para a apresentação, pois ela se encontrava interdita pela falta de internet e por estar com metade dos computadores operantes funcionando. Pedi, então,

que os alunos realizassem a pesquisa usando o livro didático e a completassem em casa com ajuda da internet.

No dia 18, tanto o 3^aA quanto o 3^aB, realizaram as apresentações sobre os gráficos pesquisados na sala Multiuso.

Figura 30: Apresentações



Vários grupos optaram por usar slides, o que possibilitou uma explicação clara e apresentação de vários exemplos. O grupo do gráfico de setores do 3^aA optou por um vídeo, o qual ficou muito bom. No 3^aB teve três grupos, responsáveis pelos gráficos de barras, pictograma e de setores, que fizeram um trabalho excelente, onde a clara distribuição de tarefas ficou evidente, o que resultou em uma apresentação clara e coesa.

Também foi essa a sala que mais apresentou problemas. Dois grupos se desentenderam e outro não apresentou seu trabalho por falta de interesse dos participantes. O grupo responsável pelo gráfico de segmentos apresentou três slides e leu a pesquisa pelo celular, mostrando que apenas um elemento do grupo fez sua parte e os outros pesquisaram na hora o que apresentar. O grupo responsável pelo infográfico, além dos problemas internos, apresentou um trabalho mal feito, com poucos slides, explicações falhas e sem muitos exemplos. Já a

apresentação do histograma foi feita apenas uma aluna, que alegou a falta de interesse dos colegas em fazer o trabalho.

No dia 20 começamos a organizar os grupos para a atividade de pesquisa. Cada um decidiu um tema para realizar uma pesquisa quantitativa com os colegas da escola e cujo resultado deveria ser apresentado em forma de gráficos em cartolina. O gráfico apresentado deveria ser o mesmo apresentado na atividade anterior.

A entrega e apresentação dos trabalhos só foi feita no dia 7 de outubro, pois nesse interim tivemos a reunião de Conselho de Escola, aplicação da Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP) do 3º Bimestre e campeonato interclasses. Os mesmos problemas encontrados durante a execução das apresentações aconteceram aqui: vários alunos reclamaram que os colegas não demonstraram interesse em ajudar, outros que apenas uma ou duas pessoas realizaram as atividades ou fizeram apenas um desenho.

Figura 31: Resultado da pesquisa



No dia 9 de outubro, um aluno novo começou a frequentar o 3ºB, o que me obrigou a rever a organização dos grupos. Isso já era algo que pensava em fazer devido os problemas apresentados nas etapas anteriores. Começamos a Etapa 6 do projeto com a explicação e

demonstrei os conceitos de média aritmética ponderada. Tanto no 3ºA quanto no 3ºB apresentaram alguns problemas, mas nada fora do esperado.

Nesse momento, já é possível perceber como a falta de interesse de alguns alunos pode influenciar o resultado esperado do projeto e que, talvez, não seja possível alcançar totalmente os objetivos propostos. Quando propomos um projeto desse tipo, além de almejar levar nossos alunos a melhor compreenderem a importância de um determinado tópico estudado, nos propomos a trazer atividades dinâmicas e diferenciadas para a sala de aula, a fim de despertar seu interesse pela matéria e melhor contextualizar a prática. Porém, nos frustramos ao perceber que apenas os alunos que normalmente participam percebem nosso esforço e realizam as atividades propostas. Aqueles que normalmente não participam, por falta de interesse ou por apresentarem dificuldades específicas na matéria, não realizam o mínimo esforço para tentar adquirir o conhecimento proposto. São eles quem mais se beneficiariam com esse tipo de aula, pois ela oferece e possibilita não apenas o trabalho em grupo, mas que utilizem diferentes habilidades e competências para solucionar o problema proposto.

Nas duas semanas seguintes não foi possível continuar as atividades. No dia 11 de outubro foi feita a reunião de pais e mestres e os alunos de ambas as salas não vieram. No dia 14 de outubro, véspera da suspensão de aula pelo Dia dos Professores, mesmo tendo aula, eles também não vieram.

No dia 16 de outubro foi possível retomar as atividades. Faltaram dois alunos tanto do 3ªA quanto do 3ªB, e um aluno do 3ªB foi remanejado para o período noturno. Foi perceptível a mudança de postura dos alunos: eles estavam desanimados, sem vontade de realizar atividades, agindo como se já estivessem formados e de férias. Foi necessário, inicialmente, conversar com eles e os lembrar sobre seus deveres, que ainda não se formaram e ainda tínhamos ao menos dois meses de aula e muito poderia acontecer. Dois meses são suficientes para que, por exemplo, eles ultrapassem o limite de faltas e sejam reprovados por infrequência. Após essa conversa, prosseguimos com a aula e foi possível explicar Média Aritmética, Mediana e Moda em tabelas de frequência, variância e desvio padrão para as etapas 6 e 7 do projeto.

Dia 21 de outubro, em uma aula no 3ªA ficou claro que os alunos não tinham entendido o conceito para calcular variância. Optei, então, por reexplicar o conceito e realizar exercícios junto a eles. Na aula seguinte, 22 de outubro, onze alunos entregaram os exercícios e fiz a correção na lousa, retomando conceitos e explicando passo-a-passo.

No dia 23 de outubro, tivemos de interromper mais uma vez as atividades por causa da aplicação da Prova Brasil. Foi necessário realizar um trabalho de conscientização com os alunos sobre a importância de realizar essa prova e de terem frequência de mais de 80% ou a nota não seria computada para escola. Muitos relataram que a prova estava fácil e que os conceitos trabalhados ajudaram tanto na realização da prova de Matemática quando na interpretação de algumas tabelas e gráficos.

Retomamos, mais uma vez, no dia 21 de outubro, no 3^aB com a realização das atividades e correção na lousa.

No dia 25 de outubro tivemos uma aula no 3^aA e no 3^aB, realizamos os exercícios a serem corrigidos e explicados por eles no dia 30, como seminário. Na segunda metade da aula, fomos à Sala Multiuso para mostrar a curva de Gauss e como utilizar o cálculo de probabilidade.

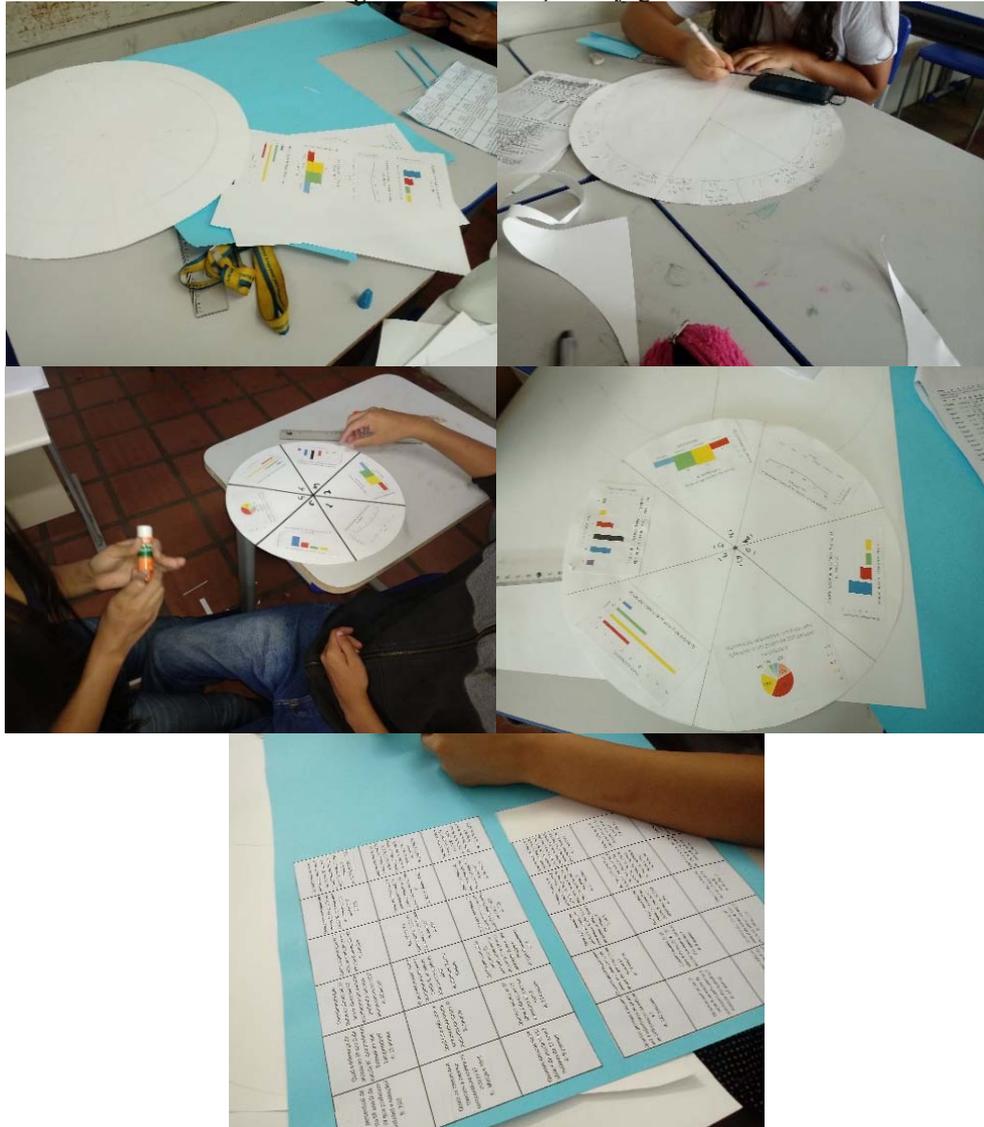
No dia 30 de outubro, foram duas aulas em ambas as salas e fiquei decepcionado e preocupado. Os alunos não tinham feito os exercícios que passei. Para os ajudar, permiti que cada grupo escolhesse um exercício para resolver na lousa. Um aluno de cada grupo acabou por fazer isso. A situação foi decepcionante, porque foi perceptível a falta de interesse e foi preocupante pois, ficou claro que, a cada dificuldade encontrada, eles desistiam e nem tentavam resolver os exercícios. Na segunda aula, fomos para a Sala de Multiuso para continuar a curva normal de Gauss.

No dia 1 de novembro, aplicamos a segunda avaliação para acompanhar o desempenho dos alunos.

No dia 4 de novembro começamos a construção do jogo. Tanto no 3^oA quando o 3^oB houve muitas faltas por conta do ENEM. Os alunos presentes relataram estarem extremamente cansados e desanimados por acharem que tinham ido muito mal. Muitos também pensavam em não voltar para fazer o segundo dia. Por conta da grande ausência, precisei reorganizar os grupos e ficou combinado de, nessa aula, fazermos ao menos o círculo menor do tabuleiro.

Foram entregues gráficos, cartolinas, régua, transferidor e compassos para a confecção. Tive de comprar o material para a construção do jogo, pois a escola não tinha. Foi necessário adaptar o compasso para conseguirmos fazer os círculos e também precisei ficar andando pelas salas não só para ajudar na adaptação, como para os ajudar a manusear os objetos para dividir o círculo em partes.

Figura 32: Construção do jogo



Do dia 6 de novembro, tendo duas aulas em ambas as salas finalizamos a construção do jogo. Faltaram poucos alunos, e foi possível também entregar as atividades que realizariam e os ajudar. Foi interessante observar como alguns alunos, logo ao receberem o material, se organizaram sozinhos e já começaram a resolver. Também foi notável como alguns alunos recorreram a outros que desenhavam melhor para fazer os desenhos geométricos. Os com maior dificuldade, preferiam sempre recortar e colar. Mas todos foram unânimes: gostariam de ter mais aulas com esses instrumentos para aprender a como os usar de maneira adequada, não só como parte dos instrumentos da aula de Matemática, mas também para os utilizar em matérias como Arte e Física.

Nos dias 8 e 11 de novembro, em ambas as salas, começamos a jogar o jogo. Notei uma grande dificuldade nos alunos para entender como jogar e em realizar as operações. Isso

fez com que vários, em especial do 3ºB, desistissem de jogar. Tive de intervir e conversar com eles para que tentassem novamente.

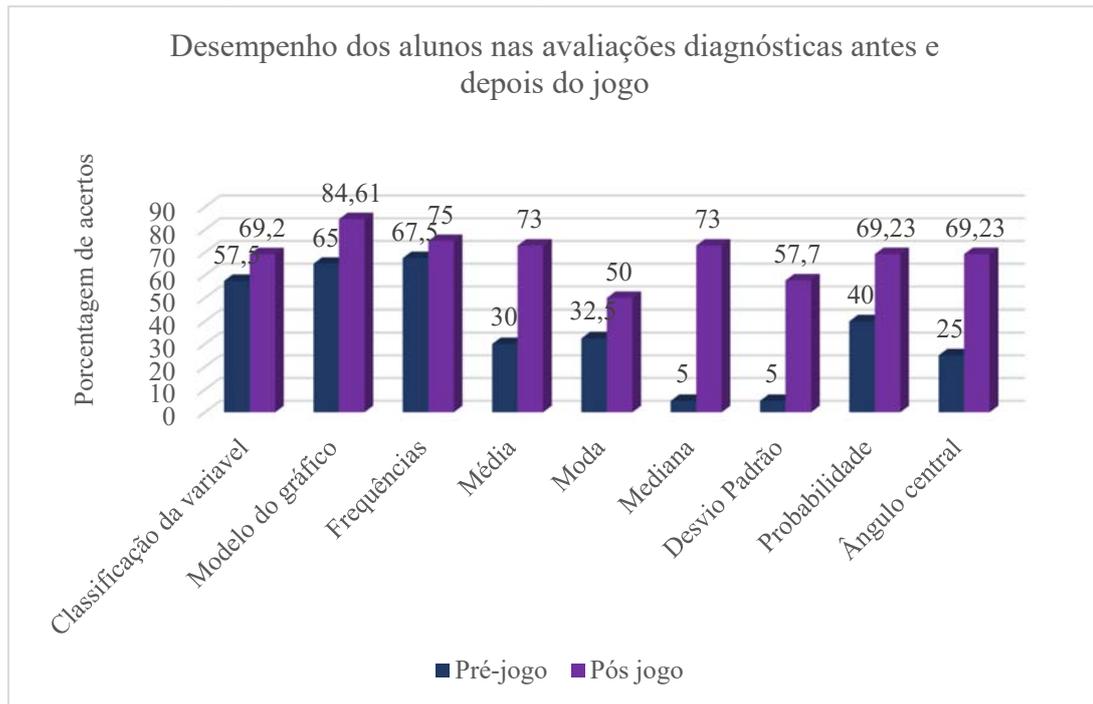
No dia 11, alguns alunos que faltaram no dia 8 tiveram muita dificuldade em participar do jogo. E, alguns dos que estavam presentes no primeiro dia, faltaram. Foi necessário explicar novamente as regras e jogar uma partida com eles para que entendessem seu propósito. Se no primeiro momento a dificuldade impediu que alguns jogassem, nesse segundo momento ela fez vários desistirem. Os desistentes eram os mesmos alunos que, em aulas normais, não realizaram as atividades e não apresentaram trabalhos de pesquisa ou seminários.

Figura 33: Jogando o jogo



O ideal seria que, devido as dificuldades apresentadas, realizássemos mais uma aula de jogo para sanar dúvidas e poder ajudar aqueles com maior dificuldade. Porém, por causa do número de feriados no mês de novembro e a necessidade de encerrarmos as atividades avaliativas para iniciarmos as atividades de recuperação do 4º Bimestre e recuperação final, precisei aplicar a avaliação final.

Apliquei a avaliação no dia 13 de novembro, na primeira e na segunda aula, simultaneamente em ambas as salas, porque, a partir da terceira aula, os alunos teriam uma palestra sobre o Vestibular da UNESP. Para isso, pedi ajuda aos professores das salas e aulas seguintes. Os resultados obtidos estão representados no gráfico a seguir.

Figura 34: Gráfico sobre a comparação dos resultados nas avaliações

O gráfico representa a média de acertos dos alunos antes e depois da execução do jogo. Ele foi construído com a união das duas salas 3^a A e 3^a B, totalizando 20 alunos frequentes no dia da avaliação pré-jogo e 26 pós jogo. Em ambas as salas foi perceptível a dificuldade de alguns alunos que não estavam presentes em uma ou mais das etapas anteriores e daqueles que não realizaram as atividades com dedicação. Aqueles que estavam presentes em todas ou realizaram todas as atividades, as resolveram sem problemas.

Nas avaliações foram cobrados conhecimentos adquiridos e reforçados desde o início da sequência. A decisão de realizar uma avaliação antes do jogo foi importante para retomar conhecimentos em defasagem e melhor visualizar seu avanço. Elas foram compostas dos mesmos tipos de exercícios, com leves mudanças. O resultado representado no gráfico mostra que o uso do jogo levou a uma melhora na compreensão dos exercícios e, conseqüentemente, nos resultados obtidos.

A classificação de variável em ambas foi pedida na avaliação pré-jogo e, na pós-jogo, foi pedido que exemplificassem variável qualitativa ordinal. Podemos notar a taxa de acerto de 61,53% nesse tipo de questão, uma melhora considerável de em média 10% em relação a questão da primeira avaliação.

Optamos por perguntas sobre qual o modelo de gráfico utilizado, nas quais a resposta era histograma. A razão dessa pergunta estar na avaliação é pelo fato desse gráfico ser normalmente confundido com o gráfico de barras. Podemos notar pelos resultados que isso

aconteceu na primeira avaliação, onde a taxa de acerto foi de 65%, mas na segunda registramos uma taxa de acerto de 84,61%.

As perguntas cujo tema era a frequência totalizaram quatro em ambas as avaliações. Pudemos notar uma leve melhora, de 67,5% para 75%, pois em cada questão os alunos deveriam realizar a leitura atenta e dominar as transformações de FA para FR ou, ao contrário, de FR para FA.

Também foi cobrado a medida de tendência central (média, moda e mediana) e foi nessa questão que notamos uma grande melhora em relação a primeira avaliação: a taxa de acerto sobre média subiu de 30% para 73% e a de moda de 32,5% para 50%. Em especial destacamos a questão sobre mediana, onde apenas um aluno respondeu na primeira avaliação, o que resultou uma taxa de acerto de 5%, e na segunda subiu para 73%, a melhor melhora de toda a prova.

Quanto ao desvio padrão, já era esperado que houvesse melhora, de 5% na primeira para 57,7% na segunda, pois foi feita tanto a revisão do conceito durante as aulas quando a utilização da calculadora para ajudar na realização de cálculos de maneira mais simplificada.

A pergunta sobre probabilidade também registrou melhora significativa no número de acertos, de 40% para 69,23%. Fazer uma pergunta sobre probabilidade teve como objetivo mostrar aos alunos que o cálculo de probabilidade nada mais é do que o cálculo de FR.

Na primeira avaliação foi apresentado um gráfico de setores com valores para calcular o ângulo central. Registramos 25% de acerto nesse primeiro momento. Após a realização do jogo, foi pedido aos alunos que realizassem a construção de um gráfico de setores, questão cujo grau de dificuldade era maior. A taxa de acerto registrada na segunda avaliação foi de 69,23%.

Para finalizar a segunda avaliação, os alunos deveriam construir um gráfico de barras em FR. Seu desempenho foi de 53,84% de acertos. Não havia uma questão desse tipo na primeira avaliação.

Evidenciamos através do gráfico de resultados uma melhora significativa no desempenho dos alunos dentro desse conteúdo. Ficou evidente na primeira avaliação que muitas habilidades e competências envolvidas no conteúdo de Estatística, desde as ligadas diretamente a ela (média, moda, mediana, a citar alguns exemplos) quanto as ligadas indiretamente (cálculo do ângulo central), estavam em defasagem. Muitos relataram, como foi dito, já as ter estudados, mas não se lembravam direito ou carregaram com eles dificuldades que não foram sanadas nos

anos anteriores. A construção e execução do jogo não apenas as revisou como contextualizou seu uso, o que refletiu na melhora mostrada no gráfico.

8. CONCLUSÃO

Pudemos perceber que o jogo contribuiu para uma aprendizagem significativa do conteúdo de Estatística. A sequência didática aqui elaborada foi pensada para se trabalhar habilidades globais e locais sobre o conteúdo de Estatística e foi pensada levando em conta conhecimentos prévios sobre os alunos e o que poderia ser mais relevante para eles.

Começando pela Avaliação Diagnóstica, pudemos perceber que o conceito de currículo espiralado não é sustentável na prática. Segundo o documento e o relato dos alunos, os conceitos estatísticos trabalhados no 6º ano do Ensino Fundamental Ciclo II, agora chamado de Anos Finais, e só voltam a serem requisitados na 3ª série do Ensino Médio, um intervalo de cinco anos entre eles. Alguns conceitos, de menor complexidade, foram rememorados facilmente. Porém, o mesmo não aconteceu com os de maior complexidade. Os conceitos geométricos, por outro lado, mais utilizados ao longo dos anos, e apesar de não serem o foco direto do trabalho de pesquisa, e foram utilizados apenas na construção do jogo, não apresentavam problemas. Com algumas exceções, os alunos realizavam as operações com facilidade.

Durante o procedimento das aulas ficou mais claro ainda essa dificuldade. Houve o reconhecimento da importância do tema pelo seu uso amplo em outras matérias e na mídia em geral, o trabalho de cálculo e as nomenclaturas estavam turvos em suas mentes e muitas confusões eram feitas por falta de atenção aos detalhes. Isso pode ser exemplificado pela etapa dos seminários. Mesmo havendo várias apresentações bem-feitas e cujos alunos demonstraram trabalho de pesquisa cuidadoso, vários tiveram dificuldade e fizeram apresentações sem pesquisa aprofundada e os slides estavam desleixados. Em aplicações futuras, essa etapa poderá ser reestruturada.

A baixa frequência e a descontinuidade das aulas foi, talvez, o fator que mais influenciou, pois os alunos não conseguiam manter a linha de raciocínio. Uma falta em aula comprometia a sequência toda. Isso também influenciou na realização dos exercícios, muitos não eram feitos pelos mesmos motivos.

Não era esperado e nem planejado a necessidade de reformular os grupos por conta das ausências e desentendimentos internos. Durante a fase de coleta de dados para análise em pesquisa, citando um exemplo, foi perceptível essa dificuldade de trabalho em conjunto. Quando foi proposto o trabalho com as 3ªs séries do Ensino Médio, pensávamos que estaríamos trabalhando com alunos mais comprometidos, com o objetivo certo de ingressar em uma

universidade ou mercado de trabalho, pessoas cujos objetivos os levariam a entender a importância de dominar competências e habilidades estatísticas e de trabalho em conjunto. Além de serem surpreendidos com esse tipo de atitude, também foram necessárias intervenções por conta do comportamento em sala de aula pela falta de compromisso que apresentaram.

Isso tudo acabou por refletir no resultado da avaliação pré-jogo. Ela foi composta por exercícios semelhantes aos do livro didático e em provas oficiais do Estado de São Paulo, como o SARESP. Também foi levado em consideração as habilidades e competências em defasagem, levantadas na avaliação diagnóstica. Ficou claro através dela que apenas aulas teóricas não foram o suficiente. Apenas os alunos que se dedicam normalmente obtiveram resultados positivos e melhora em relação a primeira avaliação. Os demais, não apresentaram melhora significativa.

Com a construção e aplicação do jogo, no entanto, a situação mudou. No processo de construção tiveram de revisar conhecimentos geométricos. Mesmo não sendo esse um dos objetivos principais do trabalho, foi perceptível como muitos passaram a entender esses conceitos a partir do momento de uso prático; o mesmo se deu com a aplicação do jogo em si, muitos passaram a entender conceitos e foram obrigados a revisar o que já sabiam. O relato dos alunos demonstrou que essa foi a melhor parte da sequência e a que mais elogiaram. Para as próximas aplicações do jogo serão necessárias algumas mudanças no jogar, como a diminuição do tempo da partida e a troca de algumas cartas, para facilitar o processo.

O fator de competição foi decisivo para os estimular a jogar. Podiam começar desamainados e se sentindo obrigados a fazer isso, mas à medida que a partida avançava, foram tomados pelo espírito competidor de vencer os colegas e, como eles mesmos diziam, “esfregar (a derrota) na cara deles”. Eles se divertiram jogando e o jogo deu um novo sentido para a aprendizagem, tornando-a significativa. Isso foi comprovado na avaliação pós-jogo, onde o número de acertos melhorou. Em relação a avaliação diagnóstica, questão que em um primeiro momento não foram respondidas, passaram a ser.

O jogo ressignificou seu processo de ensino-aprendizagem ao lhes propor desafios e, tanto isso em mente, possibilitou que adquirissem e melhorassem habilidades em defasagem. Eles precisaram ser criativos tanto para construir quanto para encontrar soluções operacionais para os desafios lógicos propostos, desenvolvendo sua autonomia e criticidade sem ajuda direta de colegas, que eram seus rivais, e do professor.

Além disso, também precisaram desenvolver controle emocional e maturidade para lidar com o outro em situação de desafio de rivais. Como dito anteriormente, seus colegas agora eram seus rivais, se antes o ajudavam, agora torciam por seu fracasso. Lidaram ainda com situações de negociação de saber.

O jogo em sala de aula de Matemática foi importante não apenas para ensinar um conteúdo, mas para revisar e relacionar conteúdos aparentemente desconectados, para dar sentido e contexto para o ensino-aprendizagem e, principalmente, para mostrar que aprender é divertido e significativo.

Para os próximos anos, e para acompanhar as mudanças propostas pela Base Comum Curricular e o Novo Currículo Paulista, mudanças deverão ser propostas, como a série em que essa sequência será aplicada e a duração do jogo, pois o trabalho se mostrou proveitoso e contribuiu de maneira positiva para processo de ensino-aprendizagem.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAUMGARTEL, Priscila. **O USO DE JOGOS COMO METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA**. XX EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba, 12 a 14 de Novembro de 2016. Disponível em: <<
http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_priscila_baumgartel.pdf
 >>. Acesso em 7 de Julho de 2019.

BAYER, A et al. **A ESTATÍSTICA E SUA HISTÓRIA. UMA ABORDAGEM DO ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. XII Simpósio Sul Brasileiro de Ensino e Ciências, 2004, Canoas. Disponível em: <www.exatas.net/ssbec_estatistica_e_sua_historia.pdf>. Acesso em: 26 dez. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: TERCEIRO E QUARTO CICLOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Brasília, 1999, p.27. Disponível em: <
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acessado em: 28 dez. 2013.

_____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação. **LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996. – LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL**. Brasília, 1996. Disponível em: <
http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acessado em: 28 Abril. 2019.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **ENGENHARIA DIDÁTICA: UM REFERENCIAL PARA AÇÃO INVESTIGATIVA E PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**. Zetetike, Campinas-UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005

COSTA, A.; NACARATO, A. M. **A ESTOCÁSTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: PERCEPÇÕES DE PROFESSORES E DE FORMADORES**. *Bolema*, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 368-300, dez. 2011. Disponível em: <
<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5092>>. Acesso em: 27 dez. 2019.

COSTA, Jessica Fláine dos Santos; OLIVEIRA, Williamar Figueredo de; SILVA, Mary Rodrigues da. **O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA LUDICIDADE: JOGOS E OFICINAS**. Disponível em: <<
<https://sescpe.org.br/revistaconhecereproduzir/arquivos/xv/WILLIAMAR%20FIGUEREDO.pdf>>> Acesso em 6 de Julho de 2019.

DANGIÓ, Eric Giovanni Zanatti. **O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DE PROJETOS**. Dissertação de Mestrado em Educação. São Carlos: UFSCAR, 2014.

DANTE, Luiz Roberto. **MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES: ENSINO MÉDIO** / Luiz Roberto Dante. -- 3. ed. -- São Paulo: Ática, 2016.

ELORZA, Natiele Silva Lamera; FÜRKOTTER, Monica. **O USO DE JOGOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO**

FUNDAMENTAL. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Disponível em: << http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6973_3192_ID.pdf>> Acesso em 14 de Maio de 2019.

FIZZON, Luciano Mateus. **O USO DE JOGOS E MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL.** Dissertação de Mestrado em Educação. São Carlos: UFSCAR, 2018. Disponível em: << <http://www.proformat-sbm.org.br/dissertacoes/>>> Acesso em 14 de Maio de 2019.

JUSTO, Sônia Garcia Justo; MARTIN, George Francisco Santiago. **O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS JOGOS.** In: Os desafios da Escola Pública Paranaense na perspectiva do professor – PDE Antigos. Governo do Estado do Paraná: 2014. Disponível em: << http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uenp_mat_artigo_sonia_garcia_justo.pdf>> Acesso em 14 de Maio de 2019.

GUIRADO, João Cesar; PEREIRA, Teresinha Aparecida Corazza; UEDA, Clara Matiko; YAMAMOTO, Akemi Yamagata. **JOGOS MATEMÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: A MAGIA DE ENSINAR E APRENDER.** Campo Mourão: Fecilcam, 2018. Disponível em: << <http://campomourao.unespar.edu.br/editora/documentos/jogos-matematicos-da-educacao-basica-ebook.pdf>>>. Acesso em 14 de Junho de 2019.

LOPES, C. A. E. **A PROBABILIDADE E A ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE CURRICULAR.** Dissertação de Mestrado em Educação – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **MATRIZ DE AVALIAÇÃO PROCESSUAL: MATEMÁTICA; ENCARTE DO PROFESSOR /** Secretaria da Educação; coordenação, Ghisleine Trigo Silveira, Regina Aparecida Resek Santiago; elaboração, equipe curricular de Matemática. São Paulo: SE, 2016. Disponível em: << <https://drive.google.com/file/d/0ByQnM4HSIaBuM0w1Q193ZF1vTFk/view>>. Acesso em 1º de Maio de 2019.

CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO: MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2011. 72 p.

CADERNO DO PROFESSOR – MATEMÁTICA. 3º ANO DO ENSINO MÉDIO. Volume 2. São Paulo: 2017.

ANEXOS

Anexo 1 – Atividade diagnóstica



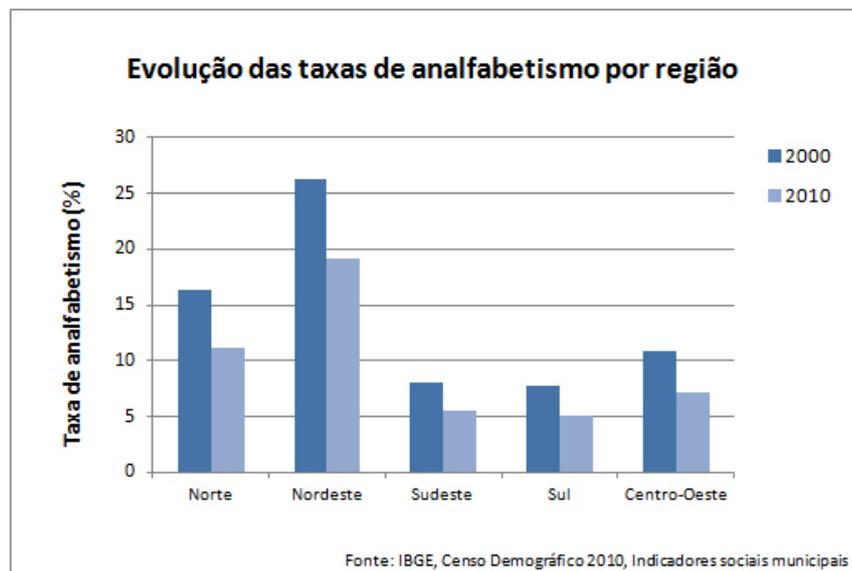
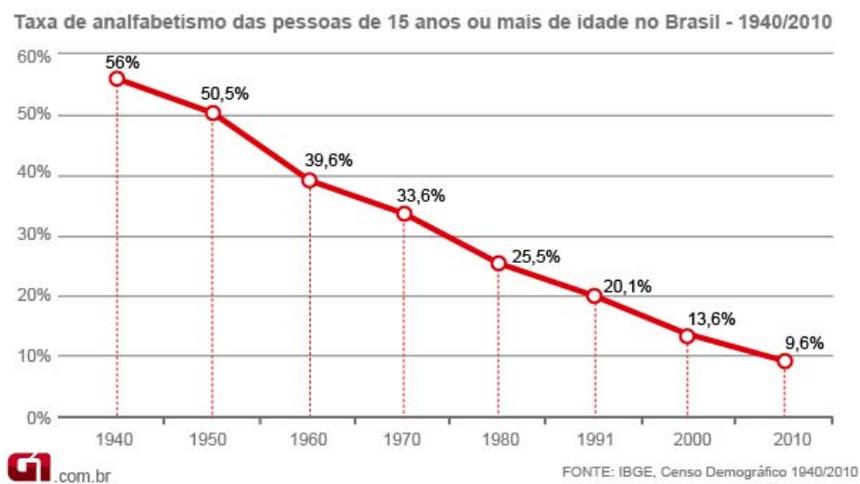
Diretoria de Ensino de Araraquara-SP
E.E. Prof.^a Angelina Lia Rolfsen
Atividade diagnóstica

Nome:

n°:

série:

Observe os gráficos a seguir e responda as questões de 1 a 7

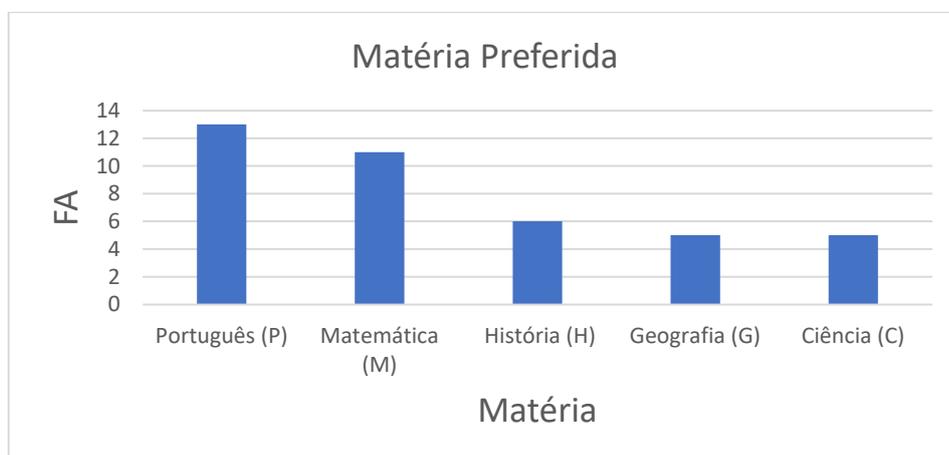


- 1) Quais informações estão contidas no primeiro gráfico?
- 2) Qual foi o gráfico utilizado para mostrar a evolução das taxas de analfabetismo por região?
- 3) Quais foram as fontes de informações dos gráficos?
- 4) Qual foi a diferença do percentual de 1950 para 1980 no analfabetismo no Brasil com pessoas com 15 anos ou mais?
- 5) Qual foi a região que teve a maior taxa de diminuição no analfabetismo de 2000 para 2010?
- 6) Em qual intervalo de anos que a taxa de analfabetos no Brasil com pessoas de 15 anos ou mais teve a menor diminuição?
- 7) Qual a região do Brasil que precisa de maior atenção na questão sobre analfabetismo?
- 8) Uma pesquisa sobre “ qual a sua matéria preferida” com as opções Português (P), Matemática (M), História (H), Geografia (G) e Ciência (C) foi feita com uma turma de 40 alunos do 8º ano do ensino fundamental, as respostas dos alunos estão listadas abaixo, organize as respostas em uma tabela e construa um gráfico de barras com essas informações: H, P, P, G, M, P, M, P, H, G, G, M, M, M, C, P, C, P, M, C, H, H, G, M, P, M, P, P, C, H, G, H, M, P, P, P, P, M, C, M
- 9) Uma pesquisa foi feita com 300 pessoas sobre preferência de refrigerantes, e o resultado foi que 120 preferem refrigerante de guaraná, 100 preferem refrigerante de laranja, 60 preferem refrigerante de limão e os restantes não gostam de nenhum tipo de refrigerante. Sabendo que cada um escolheu apenas um refrigerante construa um gráfico de setores sobre a preferência dessas pessoas de refrigerante.
- 10) As idades em anos de um elenco de um clube de futebol são: 18, 25, 22, 28, 20, 23, 20, 32, 30, 22, 21, 22, 19, 19, 22, 25, 27, 22, 23, 22, 28, 31 e 25. Calcule a média, moda e mediana da idade desse elenco

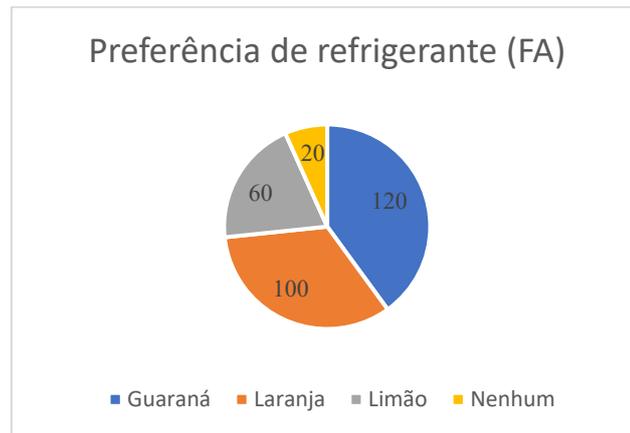
Soluções

- 1) As informações contidas no primeiro gráfico, são sobre a taxa de analfabetismo no Brasil, com pessoas de 15 anos ou mais de 1940 até 2010.
- 2) 2º gráfico
- 3) IBGE
- 4) A diferença foi de - 25%
- 5) O Nordeste
- 6) No intervalo de 2000 até 2010
- 7) O Nordeste

Matéria Preferida	
Matéria	FA
Português (P)	13
Matemática (M)	11
História (H)	6
Geografia (G)	5
Ciência (C)	5



8)



9) Média é de aproximadamente 23,74 anos, a moda é de 22 anos e a mediana é de 22 anos.

Anexo 2 – Avaliação pré-jogo



Diretoria de Ensino de Araraquara-SP
E.E. Prof.^a Angelina Lia Rolfsen

Nome:

n.º:

série:

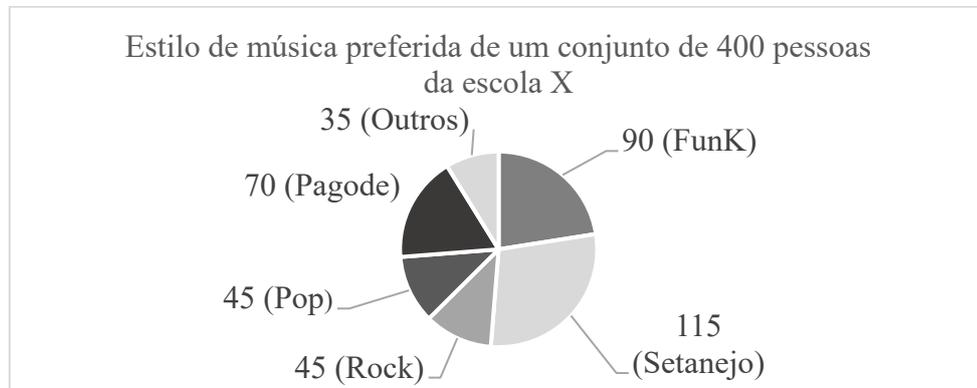
Observe o gráfico a seguir para responder as questões de 1 até 6



Fonte: Feito pelo autor

- 1- Qual o tipo da variável e o modelo de gráfico utilizado?
- 2- Qual a porcentagem de funcionários da empresa X que recebem um salário no intervalo de [1500, 2000[reais?
- 3- Sabendo que nessa empresa trabalham 300 funcionários, quantas pessoas nessa empresa recebem entre 2500 reais até 2999,99 reais?
- 4- Quantas pessoas recebem 2000 reais ou mais nessa empresa?
- 5- Qual é a média, moda e mediana respectivamente de salário dessa empresa?
- 6- Qual é o valor da variância e do desvio padrão desse conjunto de dados?

Observe o gráfico a seguir e responda as questões de 7 até 10



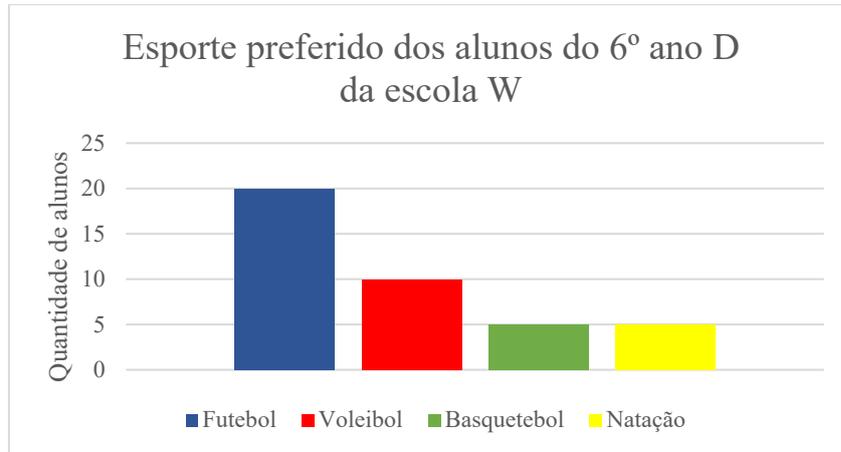
Fonte: Feito pelo autor

- 7- Quanto deve ser o valor do ângulo central do setor pagode do gráfico?
- 8- Qual a porcentagem de pessoas que preferem funk ou sertanejo?
- 9- Qual é a variável e a moda do gráfico?
- 10- Qual a probabilidade de escolhido ao acaso uma pessoa que foi entrevistada sobre a preferência musical na escola X, ser uma pessoa que prefere pagode?

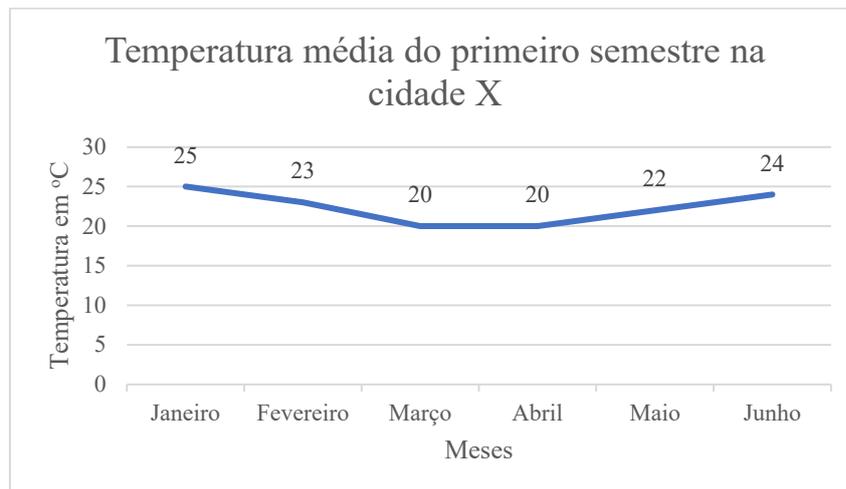
Respostas esperadas

- 1- Quantitativa continua e histograma.
- 2- 20%.
- 3- 45 pessoas.
- 4- 210 pessoas.
- 5- $MA = 2250$ reais, $Me = 2250$ reais, $Mo = 2250$ reais
- 6- $V = 350000$ DP= 591,61
- 7- 63 graus
- 8- 51,25%
- 9- Qualitativa nominal e sertanejo
- 10- $70/400$ ou $7/40$ ou 0,175 ou 17,5%

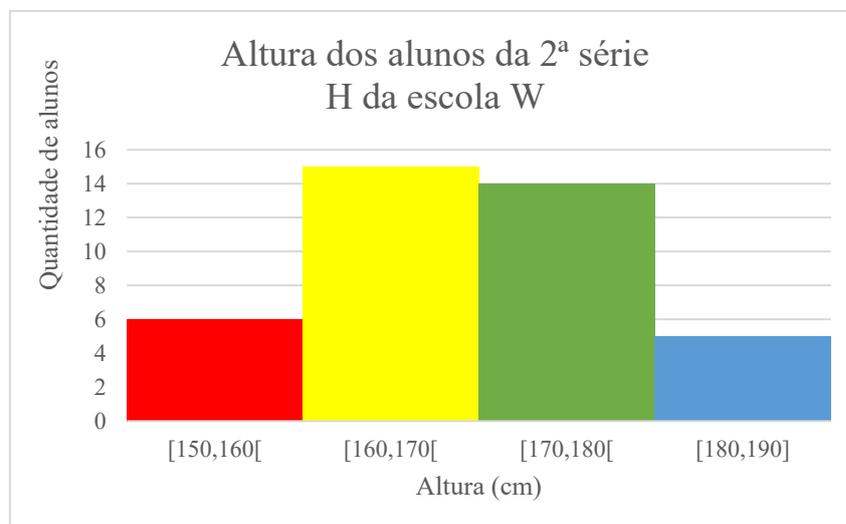
Anexo 3 - Gráficos do jogo



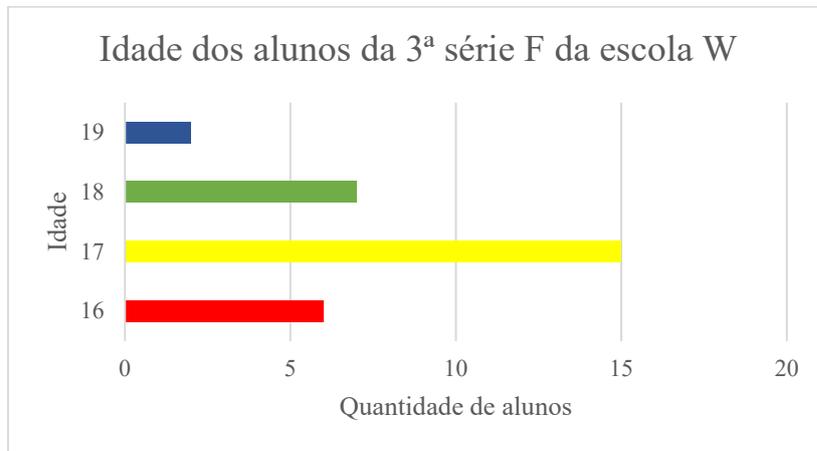
Fonte: Feito pelo autor



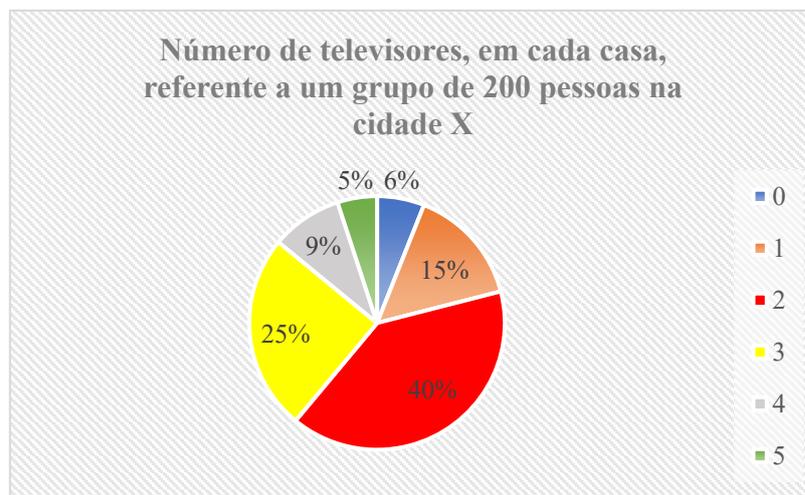
Fonte: Feito pelo autor



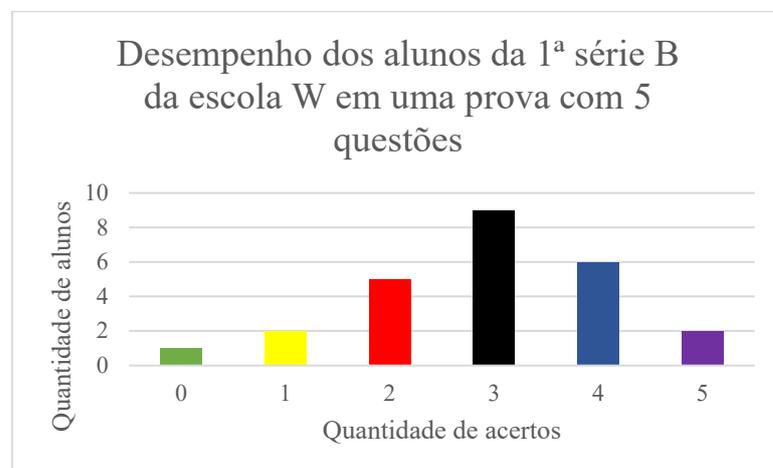
Fonte: Feito pelo autor



Fonte: Feito pelo autor

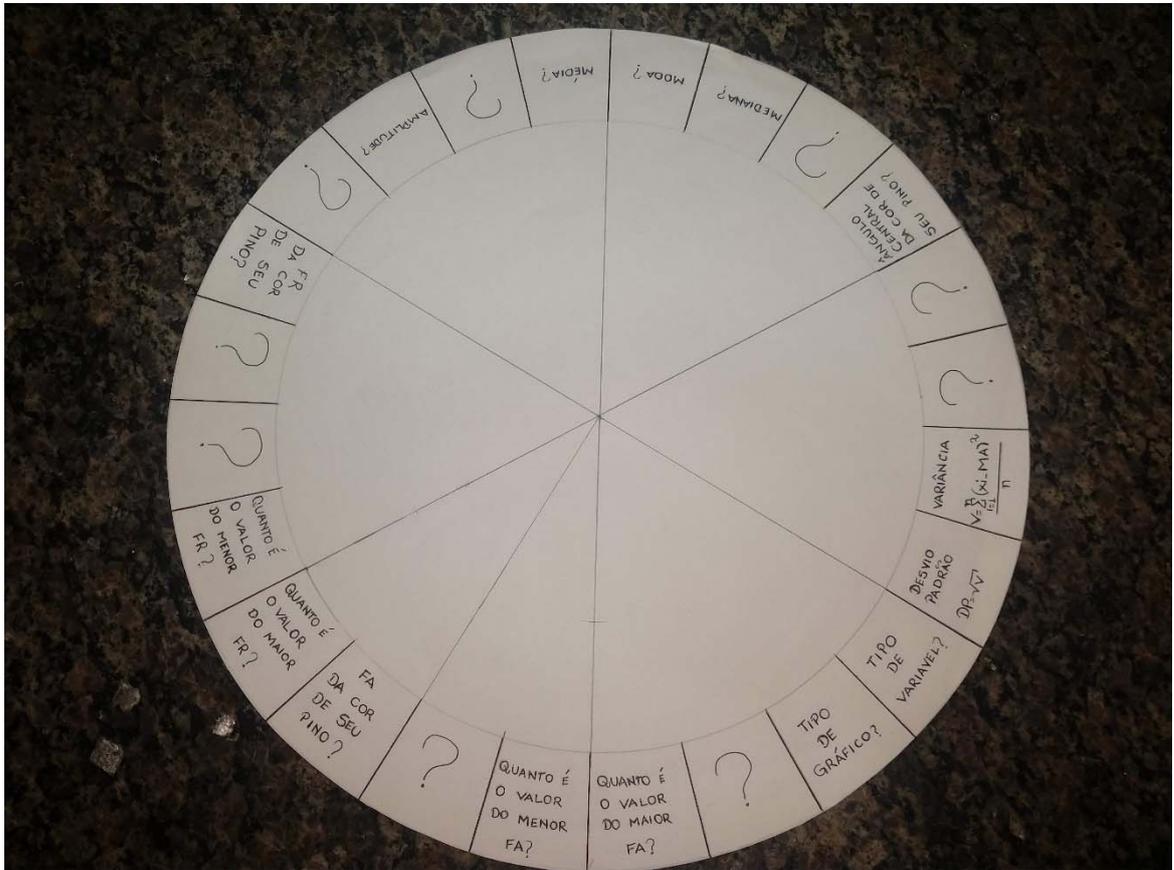


Fonte: Feito pelo autor



Fonte: Feito pelo autor

Anexo 4 – Perguntas do disco



Anexo 5 – Tabela de respostas

Gráficos	1	2	3
Tipo da variável?	quantitativa contínua	quantitativa contínua	quantitativa discreta
Tipo de gráfico?	segmentos	histograma	barras
Qual o maior FA?	não tem	15	9
Qual o menor FA?	não tem	5	1
FA da cor do seu pino?	não tem	amarelo 15 vermelho 6 verde 14 azul 5	amarelo 2 vermelho 5 verde 1 azul 6
Qual o maior FR?	não tem	37,50%	36%
Qual o menor FR?	não tem	12,50%	4%
FR da cor de seu pino?	não tem	amarelo 37,5% vermelho 15% verde 35% azul 12,5%	amarelo 8% vermelho 20% verde 4% azul 24%
Amplitude?	5 graus	40cm	5
Média?	22,333... °C	170 cm	2,92 acertos
Moda?	20 °C	165 cm	3 acertos
Mediana	22,5°C	165 cm	3 acertos
Ângulo central da cor de seu pino?	não tem	não tem	não tem
Variância?	3,82	81,7625	1,4336
Desvio padrão?	1,95	9,04	1,197

Gráficos	4	5	6
Tipo da variável?	quantitativa discreta	quantitativa discreta	qualitativa nominal
Tipo de gráfico?	barras	setores	barras
Qual o maior FA?	15	80	20
Qual o menor FA?	2	10	5
FA da cor do seu pino?	amarelo 15 vermelho 6 verde 7 azul 2	amarelo 50 vermelho 80 verde 10 azul 12	amarelo 5 vermelho 10 verde 5 azul 20
Qual o maior FR?	50%	40%	50%
Qual o menor FR?	6,70%	5%	12,50%
FR da cor de seu pino?	amarelo 50% vermelho 20% verde 23,3% azul 6,7%	amarelo 25% vermelho 40% verde 5% azul 6%	amarelo 12,5% vermelho 25% verde 12,5% azul 50%
Amplitude?	3	5 televisores	não tem
Média?	17,16 anos	2,31 televisores	não tem
Moda?	17 anos	2 televisores	Futebol
Mediana	17 anos	2 televisores	não tem
Ângulo central da cor de seu pino?	não tem	vermelho 144 graus verde 18 graus azul 21,6 graus	não tem
Variância?	0,67	1,3539	não tem
Desvio padrão?	0,81	1,16	não tem

Anexo 6 – Cartas do jogo

<p>Qual é o percentual de alunos do 6° ano D da escola W que preferem basquetebol e natação? R: 25%</p>	<p>Qual a diferença de alunos do 6° ano D da escola W, que preferem futebol do que basquetebol? R: 15 alunos</p>	<p>Considerando que todos os alunos do 6° ano D da escola W escolheram um esporte preferido, quantos alunos tem nessa sala? R: 40 alunos</p>
<p>Quais os meses que tiveram a mesma temperatura média na cidade X? R: Março e Abril</p>	<p>Qual foi o mês com a temperatura média mais alta na cidade X? R: Janeiro</p>	<p>O que aconteceu com a temperatura média na cidade X, do mês de Março para o mês de abril? R: Diminuiu 3 graus Celsius.</p>
<p>Quantas pessoas da 3ª série F da escola W são maiores de 17 anos? R: 9 pessoas</p>	<p>Quantos alunos da 3ª série F da escola W possuem 17 anos ou mais? R: 24 pessoas</p>	<p>Qual o percentual da diferença da quantidade de alunos que tem 17 e 18 anos da escola W da turma 3ª série F? R: aproximadamente 27%</p>

<p>Qual o esporte que tem 50% de preferência no 6º ano D da escola W? R: Futebol</p>	<p>Qual a porcentagem de alunos do 6º ano D da escola W, que não tem o voleibol como preferido? R: 75%</p>	<p>Se sorteado ao acaso um aluno do 6º ano D da escola W, qual a probabilidade de que o esporte preferido seja natação? R: 12,5%, 0,125 ou 1/8</p>
<p>Na cidade X a temperatura média de Fevereiro e maio foram as mesmas? R: Não</p>	<p>Quais os meses que a temperatura média esteve abaixo de 23 graus Celsius na cidade X? R: Março, Abril e Maio.</p>	<p>Uma pessoa que gosta de temperaturas média acima de 23 graus Celsius, preferiria visitar a cidade X em quais meses no primeiro semestre? R: Janeiro e Junho</p>
<p>Qual a porcentagem de alunos menores de 18 anos da turma 3ª série F da escola W? R: 70%</p>	<p>Quantos alunos são menores que 19 anos da turma 3ª série F da escola W? R: 28 alunos</p>	<p>Em um sorteio com a turma 3ª série F da escola W, qual a probabilidade de que ganhe um aluno maior de idade? R: 0,3; 30% ou 3/10.</p>

<p>Quantas pessoas possuem até 2 televisores do grupo de 200 pessoas da cidade X?</p> <p>R: 122 pessoas</p>	<p>Quantas pessoas possuem mais de 2 televisores do grupo de 200 pessoas da cidade X?</p> <p>R: 78 pessoas</p>	<p>Qual o percentual de pessoas que possuem pelo menos 4 televisores do grupo de 200 pessoas da cidade X?</p> <p>R: 14%</p>
<p>Quantos alunos da 1ª série B da escola W acertaram pelo menos a metade das questões?</p> <p>R: 17 alunos</p>	<p>Quantos alunos da 1ª série B da escola W não acertaram nem a metade das questões?</p> <p>R: 8 alunos</p>	<p>Qual a porcentagem de aluno da 1ª série B da escola W que acertou 100% das questões?</p> <p>R: 8%</p>
<p>Um aluno que tem 170 cm de altura da 2ª série H da escola W pertence a qual cor de coluna no gráfico?</p> <p>R: verde</p>	<p>Quantos alunos da 2ª série H da escola W tem altura de 160 cm ou mais?</p> <p>R: 34 alunos</p>	<p>Quantos alunos tem na sala da 2ª série H da escola W?</p> <p>R: 40 alunos</p>

<p>Retirando todas as pessoas que possuem 2 televisores do grupo de 200 pessoas da cidade X, quantas pessoas sobram no grupo? R: 120 pessoas</p>	<p>Sabe-se que metade das pessoas do grupo de 200 pessoas da cidade X que possuem 3 televisores são solteiros, quantas pessoas possuem 3 televisores e são solteiros desse grupo? R: 25 pessoas</p>	<p>Qual é a quantidade de televisores desse grupo de 200 pessoas da cidade X? R: 462 televisores</p>
<p>Alunos da 1ª série B da escola W que acertaram 4 ou mais questões vão participar do sorteio de um brinde, quantos alunos vão participar desse sorteio? R: 8 alunos</p>	<p>Quantos alunos da 1ª série B da escola W não acertaram todas as questões? R: 23 alunos</p>	<p>Teve aluno da 1ª série B da escola W que não acertou nenhuma questão? R: Sim</p>
<p>Qual é a maior altura que um aluno da 2ª série H da escola W pode ter? R:190 cm</p>	<p>Quantos alunos da 2ª série H da escola W possuem 160 cm de altura até no máximo de 179,999... cm de altura? R: 29 alunos</p>	<p>Qual a probabilidade de escolhido um aluno da 2ª série H da escola W, retire um aluno com altura menor que 170 cm? R: 52,5%</p>

Anexo 7 – Atividade avaliativa pós jogo



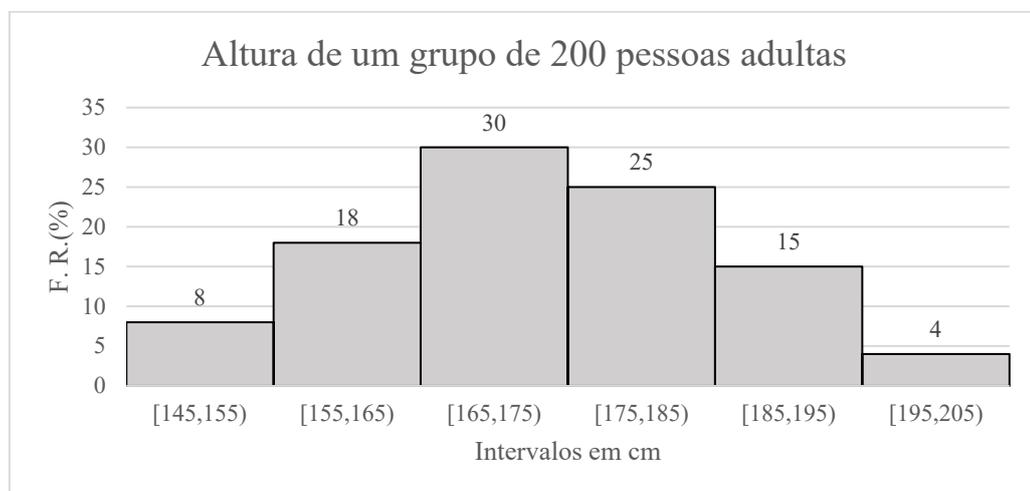
Diretoria de Ensino de Araraquara-SP
E.E. Prof.^a Angelina Lia Rolfsen

Nome:

n^o:

série:

Observe o gráfico a seguir, e responda as questões de 1 a 5



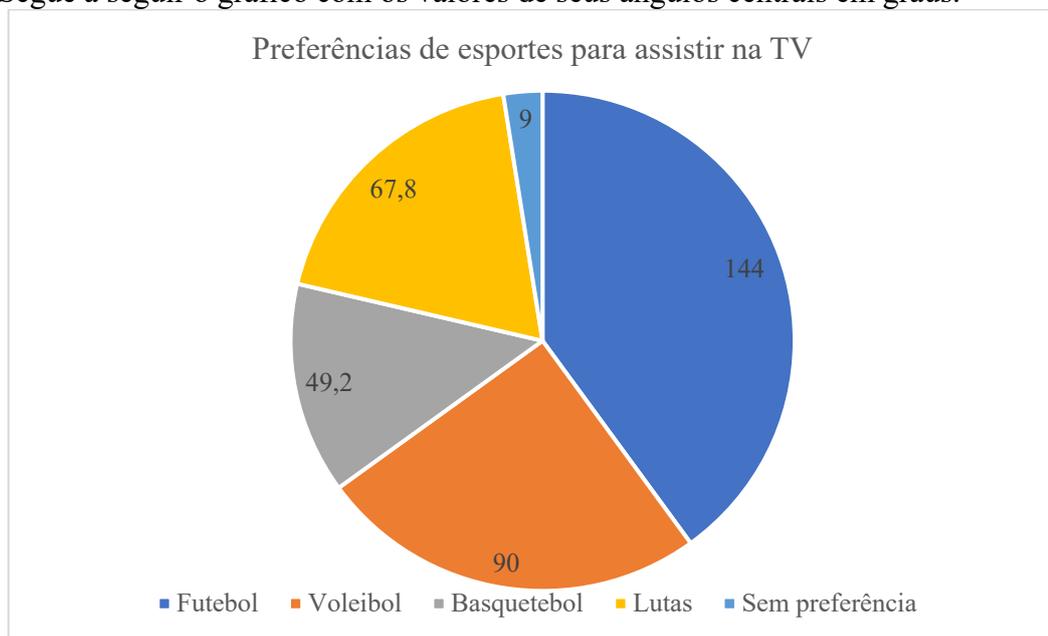
Fonte: Feito pelo autor

1. Qual é o nome do modelo do gráfico utilizado para representar as alturas dessas pessoas, e qual a classificação da variável apresentada?
2. Quantas pessoas desse grupo tem altura mínima de 195cm?
3. Qual a porcentagem de pessoas desse grupo que tem altura menor que 175 cm?
4. Calcule a média, a mediana e a moda das alturas apresentadas nesse gráfico.
5. Calcule o desvio padrão dos dados apresentados no gráfico.
6. Em uma pesquisa feita sobre a preferências de esportes para assistir na televisão, tiveram os seguintes resultados 240 pessoas preferem futebol, 150 preferem voleibol, 82 preferem basquetebol, 113 preferem lutas e 15 não tem preferência. Faça o desenho de um gráfico de setores dessa pesquisa?
7. Qual é a classificação da variável, e a moda da pesquisa do exercício anterior?
8. De um exemplo de uma pesquisa onde a variável é classificada como qualitativa ordinal.

9. Desenhe um gráfico de barras com as frequências em porcentagem da pesquisa do exercício 6.
10. Qual a probabilidade de escolhido ao acaso uma pessoa do grupo de entrevistados do exercício 6, ser uma pessoa que prefere assistir voleibol?

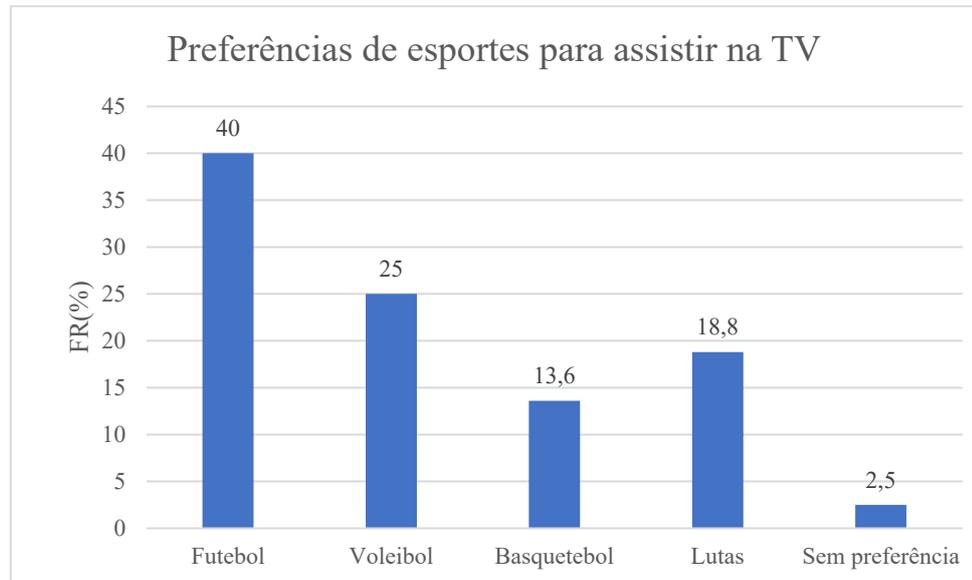
Respostas esperadas

- 1- Histograma e qualitativa continua
- 2- 8 pessoas
- 3- 56 %
- 4- $MA = 173,3$ cm, $Me = 170$ cm, $Mo = 170$ cm
- 5- $V = 160,11$ $DP = 12,65$
- 6- Segue a seguir o gráfico com os valores de seus ângulos centrais em graus.



- 7- Qualitativa nominal e futebol.
- 8- Pessoal

9-



10-25