

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE ENTRE MODELOS DE CÁLCULO DE
RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE DE LAJES ALVEOLARES PRÉ-
FABRICADAS PROTENDIDAS**

Raphael Nabhan Langendorfer Barbosa

São Carlos
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE ENTRE MODELOS DE CÁLCULO DE
RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE DE LAJES ALVEOLARES PRÉ-
FABRICADAS PROTENDIDAS**

Raphael Nabhan Langendorfer Barbosa

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho

São Carlos

2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

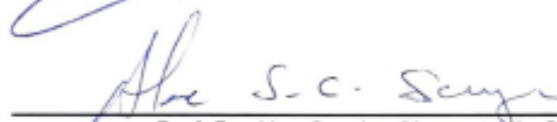
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

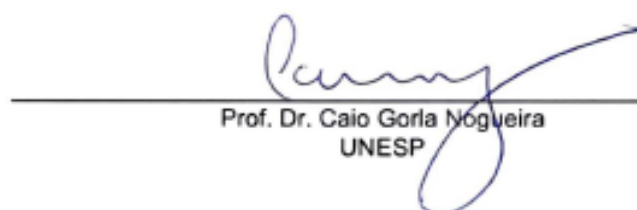
Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Raphael Nabhan Langendorfer Barbosa, realizada em 30/08/2019:



Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho
UFSCar



Prof. Dr. Alex Sander Clemente de Souza
UFSCar



Prof. Dr. Caio Gorla Nogueira
UNESP

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à Natália, minha noiva e eterna companheira, que esteve presente nos momentos mais difíceis e nunca me deixou desistir, e aos meus pais Solano e Bernadete que mesmo de longe sempre desejaram meu sucesso.

AGRADECIMENTOS

Todo trabalho realizado, toda pesquisa, estudo e cálculos não seriam possíveis sem a companhia, compreensão e o amor incondicional mostrado pela minha noiva Natália. A paciência divina para suportar os momentos mais estressantes e difíceis, desestimulantes e frustrantes foi essencial para que essa dissertação fosse concluída. Sem ela eu não conseguiria.

Gostaria de agradecer muito ao meu orientador, Professor Fernando, que me apoiou sempre, foi meu amigo, meu psicólogo e mentor. Ajudou a direcionar o trabalho, ajudou a manter a calma e a pensar que sempre era possível. Sua paciência também em entender minha situação de vida foi imprescindível para a conclusão da pesquisa.

Também preciso agradecer ao meu pai Solano e minha mãe Bernadete, que souberam respeitar os momentos que vivia e me apoiaram e me motivaram muito. Obrigado por suas orações que me deram força.

Agradeço ao meu psicólogo, Bruno Pinafo, que cuidou do meu estado mental por mais de um ano, desde a qualificação até a presente data. Sem nossas conversas, seus conselhos e orientações, não teria conseguido. Também, agradeço a minha psiquiatra, Dra. Tatiana, a qual me ajudou muito nos últimos meses a superar os desafios apresentados.

Tenho que agradecer aos membros da banca, Professor Caio Goia e Professor Alex Sander por se disporem a participar da defesa e compreenderem a correria que passamos.

Também agradeço a todos os meus amigos que participaram dessa conquista, direta e indiretamente, apoiando e motivando sempre.

E agradeço a Deus por ter me proporcionado a vida para chegar até aqui, por ter ouvido minhas orações, ter ficado sempre ao meu lado e dado o empurrão final.

*“O sucesso é ir de fracasso em
fracasso sem perder o
entusiasmo.”*

BARBOSA, R. N. L. **Análise de sensibilidade entre modelos de cálculo de resistência à força cortante de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas**, 2019. 111p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, 2019.

Em vista ao constante aumento em sistemas compostos por elementos pré-fabricados, em especial lajes alveolares protendidas, motivados por redução de custos e prazos, viu-se uma necessidade de revisar as pesquisas já feitas sobre a capacidade resistiva ao esforço cortante das lajes alveolares. Este trabalho teve como objetivo comparar a resistência ao esforço cortante teórica, calculada pelos modelos normativos ACI 318-2014, BS EN 1992-1-1:2004 e ABNT NBR 14861:2011 com os resultados obtidos por ensaios extraídos da literatura e também determinar o quanto as principais variáveis das equações impactam na resistência ao esforço cortante, por meio de uma análise de sensibilidade. Foram estudadas 144 lajes, com altura (H) variando entre 151mm e 500mm. As comparações mostraram que a formulação de BS EN 1992-1-1:2004, equação 6.2a, foi a mais conservadora, tanto sem utilização de fatores de segurança, apresentando valores da razão entre o esforço cortante experimental e teórico, ou parâmetro ξ , entre 0,59 e 3,76. Já a equação 6.4 de BS EN 1992-1-1:2004 trouxe resultados não conservadores e insatisfatórios, mesmo com parâmetros de segurança, apesar de ter uma menor variação entre as respostas obtidas e a média se aproximar mais do modelo real. Os resultados de sensibilidade dos parâmetros influenciadores na resistência ao esforço cortante, indicaram que a maior influência é dada pelo Σb_w e altura efetiva (d), sendo a geometria dos elementos alveolares o fator mais importante a ser levado em consideração em projeto estrutural. Concluímos também, que o modelo mais seguro e simultaneamente conservador, com os fatores de segurança, é o americano (ACI 318-2014), com a menor probabilidade de ocorrência de $\xi < 1$, sendo igual a 2,89%.

Palavras-chave: lajes alveolares pré-fabricadas protendidas, cortante, análise de sensibilidade, modelos normativos

BARBOSA, R. N. L. **Sensitivity analysis between shear strength prediction of building codes of precast prestressed hollow-core slabs**, 2019. 111p. Dissertation (Master) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, 2019.

Regarding the constant increase in systems using precast members, specially prestressed hollow-core slabs, due to cost and schedule reduction, it was necessary to review past researches related to the shear capacity of hollow-core slabs. This dissertation aimed to compare the theoretical shear strength, provisioned by the building codes ACI 318-2014, BS EN 1992-1-1:2004 e ABNT NBR 14861:2011 with the experimental results found in the literature and to determinate how much the most sensitive variables affect the shear strength, through a sensitivity analysis . 144 slabs were studied, with the depth (H) ranging from 151 mm to 500 mm. The comparisons showed that the equation 6.2a from BS EN 1992-1-1:2004 was the most conservative, with the application of reduction factors, presenting values of the ratio between the experimental failure load and theoretical capacity, also known as ξ , ranging from 0,59 to 3,76. Equation 6.4, however, presented non conservative and unsatisfactory results, even with the reduction factors applied, despite having the least variation and the average ξ being the closest to the realistic model. The results from the sensitivity analysis with reference to the shear strength influential parameters indicate that the greatest effect comes from Σb_w and the effective depth (d), being the geometry of the hollow-core elements the most important factor to be considered in structure design. We also concluded that the safest and simultaneously most conservative model is the ACI 318-2014, with the lowest probability of occurring $\xi < 1$, of value 2,89%.

Key-words: precast prestressed hollow-core slabs, shear, sensitivity analysis, building codes

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Desenho esquemático laje alveolar	15
Figura 2 – Fluxograma do resumo da metodologia	19
Figura 3 - Lajes alveolares estocadas	22
Figura 4 - Máquina moldadora	22
Figura 5 - Processo de extrusão	23
Figura 6 - Ruptura por Cortante-Tração na nervura	25
Figura 7 - Ruptura por Cortante-Compressão na nervura	25
Figura 8 - Posição do ponto crítico conforme o método tradicional (a) e conforme Yang, 1994 (b).....	26
Figura 9 - Posição vertical do ponto crítico em lajes alveolares com alvéolos circulares	26
Figura 10 - Posição vertical do ponto crítico em lajes alveolares com alvéolos não circulares.....	26
Figura 11 – Exemplo de Diagrama Tornado.....	33
Figura 12 – Exemplo de Gráfico <i>Spiderplot</i>	35
Figura 13 - Ensaio de 4 pontos, conforme Becker e Buettner (1985).....	37
Figura 14 – Esquemático de ensaios conforme Bertagnoli e Mancini (2009).....	38
Figura 15 – Fluxograma resumo da Análise de Sensibilidade.....	47
Figura 16 – Gráfico de dispersão do erro do modelo sem fatores de segurança	57
Figura 17 – Boxplot do erro do modelo sem fatores de segurança	59
Figura 18 – Ajuste de distribuição do erro do modelo sem fatores de segurança	60
Figura 19 – Distribuição de probabilidade do erro do modelo sem fatores de segurança	61
Figura 20 - Gráfico de dispersão do erro do modelo com fatores de segurança.....	66
Figura 21 – Boxplot do erro do modelo com fatores de segurança	67
Figura 22 - Ajuste de distribuição do erro do modelo com fatores de segurança.....	68

Figura 23 - Distribuição de probabilidade do erro do modelo com fatores de segurança	69
Figura 24 – Diagrama Tornado do modelo ACI318-2014.....	70
Figura 25 - Diagrama Tornado do modelo BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.2a	70
Figura 26 - Diagrama Tornado do modelo BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.4	71
Figura 27 - Diagrama Tornado do modelo NBR 14861:2011	71
Figura 28 - Diagrama Tornado geral dos modelos	73
Figura 29 – Esquema de carregamento somente com peso próprio.....	84
Figura 30 – Esquema estático do ensaio	85
Figura 31 – Boxplot somatório da largura nas nervuras das lajes da base de dados	91
Figura 32 - Boxplot da altura das lajes da base de dados.....	91
Figura 33 - Boxplot resistência característica a compressão das lajes da base de dados	92
Figura 34 - Boxplot taxa de armadura longitudinal das lajes da base de dados.....	92
Figura 35 - Boxplot tensão de compressão no centróide das lajes da base de dados	93
Figura 36 - Boxplot tensão efetiva nas cordoalhas das lajes da base de dados	93
Figura 37 – Gráfico densidade de probabilidade ACI318-2014 sem fatores de segurança	95
Figura 38 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.2a sem fatores de segurança.....	95
Figura 39 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.4 sem fatores de segurança.....	96
Figura 40 - Gráfico densidade de probabilidade NBR 14861:2011 sem fatores de segurança	96
Figura 41 - Gráfico densidade de probabilidade ACI318-2014 com fatores de segurança	97
Figura 42 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.2a com fatores de segurança.....	97

Figura 43 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.4 com fatores de segurança.....	98
Figura 44 - Gráfico densidade de probabilidade NBR 14861:2011 com fatores de segurança	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variáveis de influência	46
Tabela 2 – Resultados dos ensaios analisados	49
Tabela 3 – Compilação dos erros dos modelos ξ sem fatores de segurança	53
Tabela 4 – Dados estatísticos da análise sem fatores de segurança.....	58
Tabela 5 - Compilação dos erros dos modelos ξ com fatores de segurança	62
Tabela 6 - Dados estatísticos da análise com fatores de segurança	66
Tabela 7 - Características da laje 134320.....	83
Tabela 8 – Propriedades geométricas das lajes de Becker e Buettner (1985).....	100
Tabela 9 – Propriedades das cordoalhas e ensaio das lajes de Becker e Buettner (1985).....	101
Tabela 10 – Propriedades geométricas das lajes de Bertagnoli e Mancini (2009) ..	102
Tabela 11 – Propriedades das cordoalhas e ensaios das lajes de Bertagnoli e Mancini (2009).....	107

1.	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	GERAL	17
1.1.2	SECUNDÁRIOS	17
1.2	JUSTIFICATIVA	17
1.3	DELIMITAÇÕES	18
1.4	RESUMO DA METODOLOGIA	18
1.5	ESTRUTURAÇÃO DO TEXTO	19
2.	LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS PRÉ-FABRICADAS	21
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	21
2.2	MODOS DE RUPTURA POR FORÇA CORTANTE	24
2.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
3.	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	31
3.1	DIAGRAMA TORNADO	32
3.2	SPIDER PLOT	34
3.3	COMPARAÇÃO TORNADO VS SPIDERPLOT	35
4.	METODOLOGIA	36
4.1	LEVANTAMENTO DE DADOS	36
4.2	TIPOLOGIA DE CARREGAMENTO	37
4.3	MODELOS DE CÁLCULO	39
4.3.1	ACI318-2014	39
4.3.2	BS EN 1992-1-1:2004	42
4.3.3	ABNT NBR 14861:2011	44
4.4	ESTUDO DAS VARIÁVEIS DO PROBLEMA	46
4.5	PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE	46

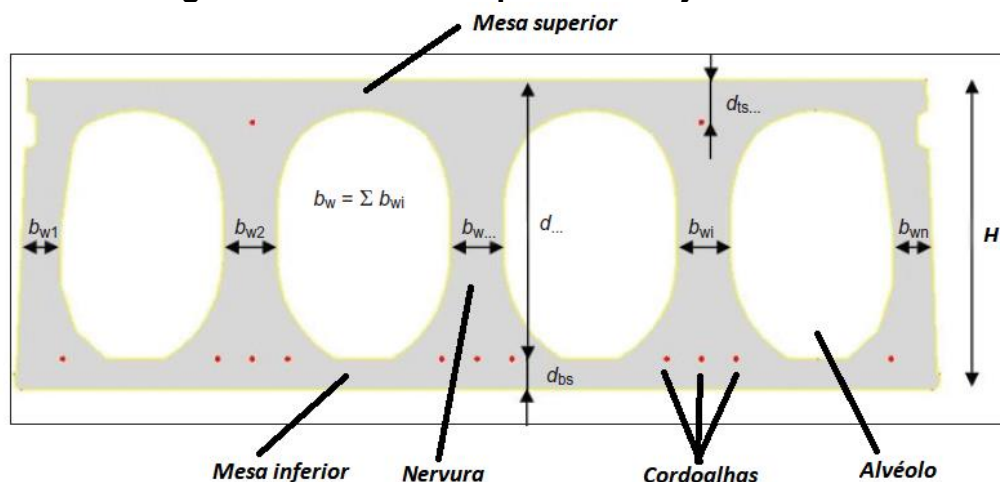
4.5.1	REGRESSÃO LINEAR	48
4.5.2	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO.....	48
5.	<i>ANÁLISE DOS RESULTADOS</i>	49
5.1	RESULTADOS PARAMÉTRICOS	53
5.1.1	SEM COEFICIENTES DE SEGURANÇA.....	53
5.1.2	COM COEFICIENTES DE SEGURANÇA	62
5.2	RESULTADOS DE SENSIBILIDADE	69
5.3	COMENTÁRIOS SOBRE AS FORMULAÇÕES	73
6.	<i>CONCLUSÕES</i>	75
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	75
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	76
	<i>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</i>	77
	<i>APÊNDICE A</i>	82
	<i>APÊNDICE B</i>	90
	<i>APÊNDICE C</i>	94
	<i>ANEXO A</i>	99

1. INTRODUÇÃO

Estruturas pré-fabricadas se estabeleceram no mercado por se tratar de algo econômico, eficiente e com grande performance tecnológica. Essas peças possibilitam a execução de obras com grau de dificuldade alto. O uso dessas peças reflete um ganho expressivo na construção civil, além de assegurar uma maior otimização dos materiais, reduzindo os resíduos. As estruturas pré-fabricadas podem ser aplicadas em obras diversas como: residenciais, comerciais, industriais, infraestrutura, entre outros.

Uma laje alveolar é um elemento pré-moldado em concreto, na maioria dos casos protendido, com vazios (alvéolos) que auxiliam na redução do peso da peça e, portanto, no consumo de materiais, entre outras vantagens. Uma seção esquemática com as principais características de uma laje alveolar pode ser vista na Figura 1

Figura 1 - Desenho esquemático laje alveolar



Fonte: Adaptado de Bertagnoli e Mancini (2009)

Geralmente, por questões que envolvem o processo produtivo, não é viável a utilização de armadura transversal nesse elemento e seu uso é dispensado por normas, como disposto no item 19.4.1 da NBR 6118 (2014) e também pela caracterização dada no item 3.1 da NBR 14861 (2011). Nesse caso, a resistência ao esforço cortante precisa ser assumida e garantida pelo concreto, pois, diferentemente de uma falha por flexão, desejável por ser precedida por fissuras e deflexões, a falha

por cortante é repentina, sem avisos prévios significativos de sua ocorrência (BECKER; BUETTNER, 1985).

Enquanto na Europa e nos EUA as lajes alveolares apresentam alturas entre 265 e 500 mm, no Brasil, as seções mais utilizadas são as de 150 e 200 mm, diferença que pode refletir em comportamentos distintos nos mecanismos de resistência. Ferreira et al. (2008b) reforçam a importância de se realizar ensaios nesse tipo de laje, de forma a contribuir no entendimento de tais comportamentos e no aperfeiçoamento dos projetos.

Embora se conheçam os mecanismos de ruptura das lajes alveolares e se disponha de inúmeras formulações teóricas, a determinação da resistência ao esforço cortante ainda é um assunto alvo de muitas pesquisas por todo o mundo, como pode ser verificado em Catoia et al (2009a), Pinteá (2012), Hawkins e Ghosh (2006) e Brunesi, Bolognini e Nascimbene. (2015).

Os métodos de análise de confiabilidade estão encontrando rapidamente aplicações no ambiente multidisciplinar de dimensionamento, por causa do rigoroso requerimento de desempenho dos sistemas de engenharia, margens de segurança estreitas, responsabilidade de projeto, e competição de mercado. Em um problema de dimensionamento estrutural envolvendo incertezas, uma análise estrutural utilizando-se uma abordagem determinística pode apresentar uma maior probabilidade de falha do que uma estrutura de mesmo custo sendo dimensionada com uma abordagem probabilística que considere incertezas. Isto se dá porque os requerimentos de dimensionamento são satisfeitos precisamente no modelo determinístico, e qualquer variação dos parâmetros poderia causar falhas nas restrições do sistema (CHOI; GRANDHI; CANFIELD, 2007).

Considerando estudos anteriores de ensaios de lajes alveolares e análises já realizadas, viu-se uma necessidade da verificação das formulações mais conceituadas utilizando-se conhecimentos de sensibilidade. Apesar de uma demanda, por vezes computacional, de tempo de elaboração de um projeto estrutural utilizando modelos com estas análises e/ou probabilísticos, difíceis de serem inseridos em softwares de engenharia, há um ganho importante na segurança global da estrutura e economia de materiais.

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos desta dissertação foram divididos em duas categorias, como se segue.

1.1.1 GERAL

Tem-se como objetivo geral ou principal, a determinação dos parâmetros que mais influenciam a resistência ao esforço cortante de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas nos modelos de cálculo normativos mais utilizados globalmente. Esta seria feita com base no aspecto de projeto estrutural e comportamento real, avaliado em experimentos feitos em ambiente de laboratório.

1.1.2 SECUNDÁRIOS

- Melhor entendimento das equações utilizadas;
- Caracterização do modelo de cálculo mais compatível com a realidade observada em ensaios de laboratório, relativo à resistência ao esforço cortante de lajes alveolares;
- Aprimorar a tomada de decisão em projetos estruturais dependentes do esforço cortante, ajudando a definir os parâmetros a serem variados no dimensionamento.

1.2 JUSTIFICATIVA

Por mais de meio século, avanços científicos em desenvolvimento permitiram pesquisadores e engenheiros a criar métodos de dimensionamento que introduzam limites previstos e incertezas. Os campos onde estes avanços foram maiores com mobilização de esforços - primeiramente para engenharia civil, e geotécnica em particular, para cargas naturais e então estruturas mecânicas e construções. Neste contexto, a aplicação de probabilidade e estatística para problemas de engenharia tem-se tornado cada vez mais necessária para projetos e manutenção de estruturas (LEMAIRE, 2009).

Sendo considerado um mecanismo de ruptura frágil e abrupto, a força cortante em lajes alveolares torna-se um fator definitivo nas formulações quando os elementos

estruturais apresentam características diferentes das usuais, como altura elevada, taxa de armadura excessiva ou concretos de alta resistência. E com base em estudos prévios, é de extrema necessidade a realização de uma análise de sensibilidade para verificar quais parâmetros são imprescindíveis e predominantes para determinação da resistência ao esforço cortante de lajes alveolares pré-fabricadas e protendidas sem armadura transversal.

1.3 DELIMITAÇÕES

A pesquisa terá enfoque em elementos estruturais de lajes alveolares pré-fabricadas e protendidas sem armadura transversal, cujos ensaios considerados para análise serão somente aqueles cuja ruptura tenha sido provocada majoritariamente por esforço cortante.

Não haverá restrição quanto à altura das peças, resistência a compressão/tração do concreto e taxa de armadura.

As condições de apoio são do tipo simplesmente apoiadas (com e sem balanço), as lajes não possuem capa de concreto ou preenchimento de alvéolo. Condições normais de teste laboratorial, não sendo expostas ao fogo ou intempéries.

Descartou-se também a restrição quanto ao tipo de ensaio estudado, pois na literatura há uma heterogeneidade entre métodos de aplicação de carga e disposição das lajes nos ensaios, quantidade de pontos de aplicação de carga não são uniformes, nem interface entre a viga de reação aplicadora de carga e a laje ou a viga de reação do apoio e a laje (podendo ser graute, gesso ou neoprene).

O processo de fabricação, extrudadas ou moldadas, não foi utilizado como fator limitador. Também não se limitou quanto ao formato dos alvéolos, sendo estudado elementos com alvéolos tanto circulares quanto de forma irregular.

1.4 RESUMO DA METODOLOGIA

Para elaboração do trabalho, contou-se com:

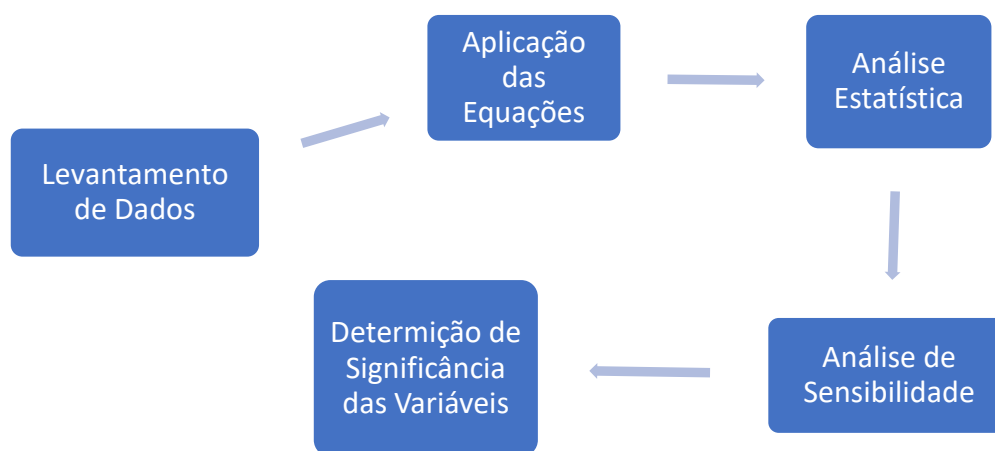
1. Fundamentação teórica, para desenvolver e explicar os elementos de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas, processo de fabricação e

mecanismos de ruptura ao esforço cortante, assim como as formulações normativas apresentadas e explicação da análise de sensibilidade;

2. Revisão bibliográfica, buscando na literatura os trabalhos mais recentes que tratem do tema estudado;
3. Levantamento de dados de ensaio de lajes cuja ruptura deu-se por esforço cortante, buscando na literatura os trabalhos relevantes;
4. Cálculo da resistência do esforço cortante para cada modelo e análises comparativas;
5. Escolha das variáveis problemas e realização da análise de sensibilidade

O procedimento sequencial para análise dos resultados deste trabalho pode ser resumido da seguinte maneira

Figura 2 – Fluxograma do resumo da metodologia



Fonte: Autor (2019)

1.5 ESTRUTURAÇÃO DO TEXTO

O trabalho é composto por seis capítulos, sendo que no primeiro encontra-se a introdução.

No segundo capítulo são considerados as particularidades e aplicabilidade das lajes alveolares, assim como a exposição dos modos típicos de ruptura por cisalhamento das peças e o projeto de lajes alveolares.

No terceiro capítulo temos a explicação da análise de sensibilidade, suas aplicações, relevância e formas de se utilizar.

No quarto capítulo temos a metodologia do trabalho, com a descrição de como foram levantados os dados, exibição dos tipos de carregamento, formulações utilizadas e procedimentos para análise dos resultados.

No quinto capítulo são demonstrados os resultados de todos os cálculos da resistência ao esforço cortante de acordo com as formulações estudadas, com e sem fatores de segurança e da análise de sensibilidade.

No sexto capítulo encontra-se as conclusões do estudo feito e trabalhos futuros sugeridos.

A seguir, é apontado as referências bibliográficas, em ordem alfabética, dos trabalhos consultados durante o desenvolvimento desta dissertação.

Por fim, apresentam-se os apêndices A, B e C e Anexo A, expondo-se todos os exemplos de cálculo da resistência ao esforço cortante, gráficos complementares e banco de dados das lajes alveolares encontradas na literatura.

2. LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS PRÉ-FABRICADAS

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As lajes alveolares são elementos pré-moldados de concreto bastante versáteis, podendo ser utilizadas como pisos, coberturas e painéis de fechamento, combinadas com elementos também pré-moldados ou com outras tipologias construtivas, como estruturas metálicas ou em concreto moldado no local. Estima-se que, no mundo, cerca de 50% dos sistemas de pisos empregados em construções comerciais e residenciais, estádios esportivos e shopping centers sejam em concreto pré-moldado, o qual apresenta inúmeras vantagens em relação aos sistemas convencionais em concreto, como redução no tempo de obra, ausência de formas e escoramento e aumento da qualidade no processo produtivo (FIB, 2013).

Os vazios longitudinais nas lajes protendidas contribuem para a redução do peso próprio da peça e do consumo de materiais (concreto e cordoalhas) e, de acordo com o manual da FIB (2013), a relação entre o volume desses vazios e o volume de uma laje sólida de mesma espessura varia de 30 a 50%. As lajes alveolares apresentam, ainda, como vantagens a resistência ao fogo e propriedades de isolamento acústico e são capazes de vencer grandes distâncias com alturas relativamente pequenas (MONES; BREÑA, 2013).

Em geral, possuem largura de 1200 mm e comprimentos que podem chegar a 20 m (FIB, 2013). Desenvolvidos na década de 1950, a espessura desses elementos estruturais, chegava, no máximo, a 300 mm; os inúmeros estudos realizados na Europa ao longo da década de 1980, aliados a inovações tecnológicas, possibilitaram a fabricação de peças com espessuras maiores, que hoje podem atingir 500 mm (HAWKINS; GHOSH, 2006). O aumento da espessura das lajes ao longo do tempo possibilitou a produção de unidades com alvéolos não circulares em substituição aos tradicionais alvéolos de seção circular (BRUNESI; BOLOGNINI; NASCIBENE, 2015). Um exemplo típico de lajes alveolares pode ser observado na Figura 3.

Figura 3 - Lajes alveolares estocadas

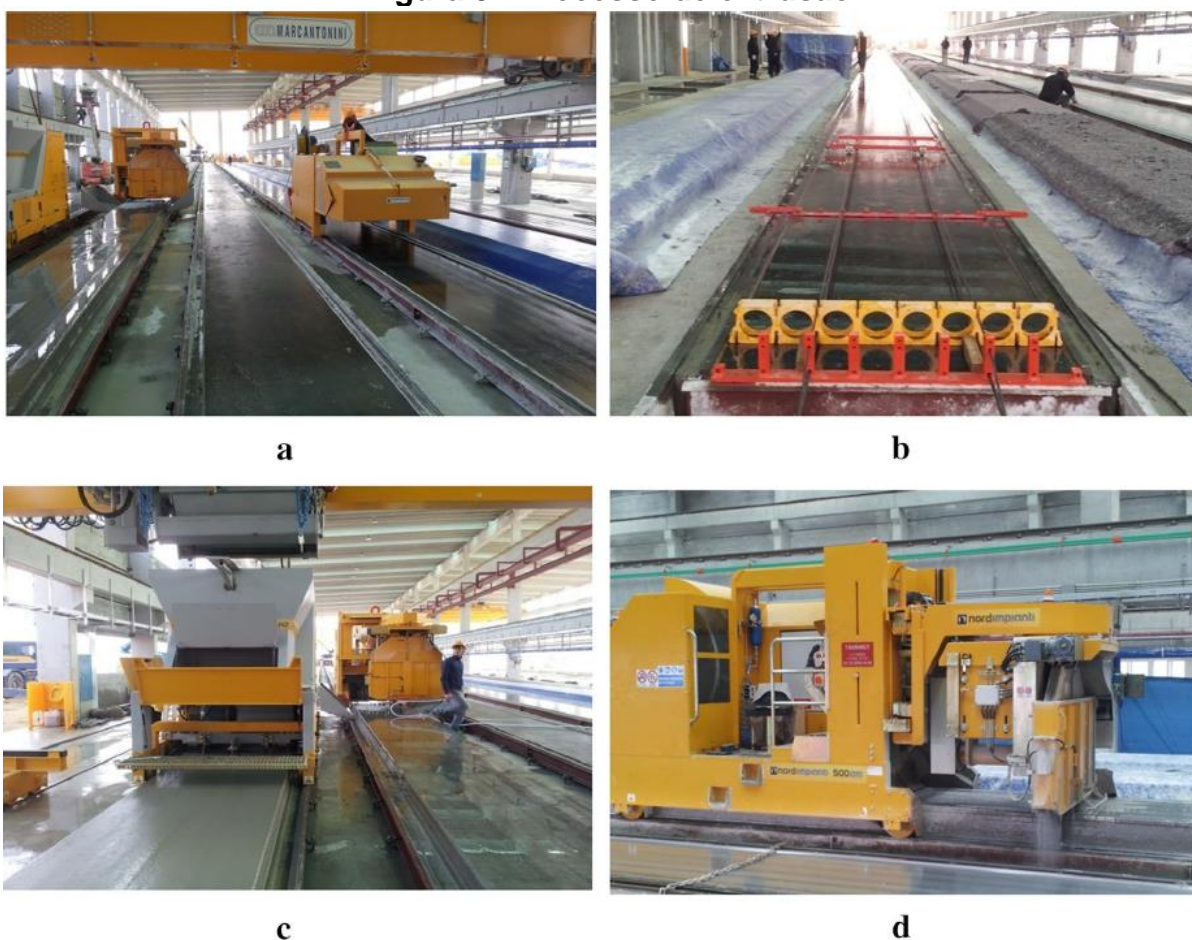
Fonte: Truderung (2011)

Apesar das particularidades de cada fabricante, o Manual de Projeto de Lajes Alveolares do PCI (1998) cita dois métodos produtivos, sendo: o primeiro é um método por extrusão (*dry cast*), no qual os alvéolos são formados por tubos e um concreto de baixo abatimento sendo forçado por meio de uma máquina e compactado entre os vazios; já o segundo método utiliza fôrmas estacionárias ou deslizantes e um concreto com abatimento elevado (*wet cast*) sendo que os alvéolos são formados por tubos pneumáticos conectados às fôrmas fixas ou por longos tubos em fôrmas deslizantes conectados à moldadora. Pode-se observar os equipamentos típicos utilizados na fabricação em cada método executivo em Figura 4 e Figura 5.

Figura 4 - Máquina moldadora

Fonte: Elliot (2005)

Figura 5 - Processo de extrusão



"a": pista de execução. "b": protensão dos cabos. "c": extrusora. "d": máquina de corte

Fonte: Adaptado de Park *et al* (2019)

Em alguns casos, na prática, após a montagem do pavimento, uma capa de concreto com espessura em torno de 50 mm é moldada sobre as lajes, criando uma seção composta que pode contribuir para um incremento nas resistências à flexão e ao esforço cortante, bem como reduzir a necessidade de armadura, desde que a aderência entre os elementos (laje alveolar e capa) seja garantida (MONES; BREÑA, 2013).

O estudo de Mones e Breña (2013) investiga a influência da condição superficial da laje alveolar na resistência à força cortante desenvolvido entre a laje a capa. Catoia *et al.* (2009b) analisaram os resultados de ensaios de cortante em lajes com capa produzidas no Brasil para também verificar o comportamento da seção composta em função da condição da superfície da laje. Ambos demonstraram que a limpeza e certa rugosidade na superfície da laje contribuem para o bom comportamento da seção e um acréscimo na resistência a este esforço.

A FIB (Fédération Internationale du Béton) publicou um Manual (2000) que prescreve o processo construtivo quando utilizado lajes alveolares. Essas devem ser justapostas a fim de assegurar a complementação necessária com graute. A abertura criada entre as lajes deve ter no mínimo 30 mm. Em casos que for necessário o uso de armadura nessas aberturas, determina-se um limite para a amplitude no nível do eixo da armação (CATOIA, 2009).

2.2 MODOS DE RUPTURA POR FORÇA CORTANTE

As análises da ruína por flexão de uma laje alveolar permitem considerá-la como uma viga simplesmente apoiada, sem tensões produzidas por momentos negativos nos apoios e torção, sendo as tensões de tração no estado limite último suportadas pela armadura longitudinal. O mesmo não ocorre para as análises relativas ao cortante e a determinação da resistência da laje, nesse caso, pode ser considerada um problema. Devido às tensões adicionais de cisalhamento que surgem na região de transferência da protensão dos apoios, somadas à porcentagem de vazios, as lajes alveolares acabam tornando-se ainda mais suscetíveis à força cortante (YANG, 1994).

Vários são os fatores que influenciam o comportamento das lajes alveolares e, conseqüentemente, seu mecanismo resistente e modo de ruptura. Segundo Ferreira et al. (2008a), podem-se citar:

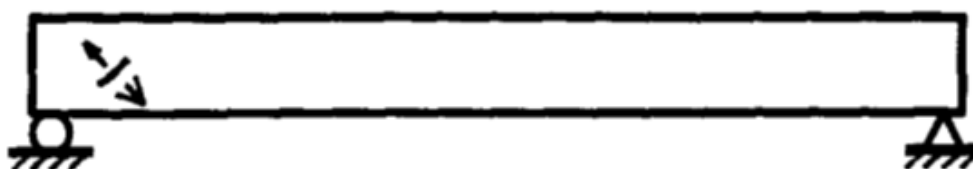
- A espessura da laje;
- A geometria dos alvéolos;
- O vão da laje e as vinculações;
- O carregamento;
- A quantidade de armadura longitudinal,
- A força de protensão;
- As propriedades do material, principalmente a resistência à tração do concreto;
- A aderência entre o concreto e a armadura ativa;
- O processo produtivo.

De acordo com Yang (1994), são basicamente quatro os modos de ruptura por cisalhamento numa laje alveolar:

- Falha por perda da ancoragem dos cabos nos apoios;
- Falha por fissuração no concreto devido à interação de cisalhamento e flexão (flexo-cisalhamento);
- Falha por tensões de cisalhamento superiores à tensão de tração do concreto na nervura (tração diagonal);
- Falha por tensões de cisalhamento superiores à tensão de compressão do concreto na nervura (compressão diagonal).

A falha por tensões de cisalhamento superiores à tensão de tração do concreto na nervura acontece quando a tensão principal de tração na nervura atinge a tensão de tração do concreto. Forma-se, então, uma fissura diagonal que se propaga para cima e para baixo, caracterizando uma ruptura brusca. A Figura 6 representa a fissura diagonal formada por tensões de tração.

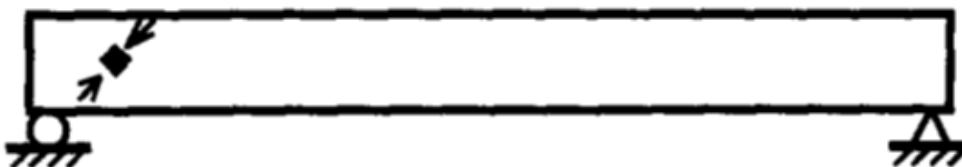
Figura 6 - Ruptura por Cortante-Tração na nervura



Fonte: Yang (1994)

A falha por tensões de cisalhamento superiores à tensão de compressão do concreto na nervura acontece quando a tensão principal de compressão na nervura atinge a tensão de compressão do concreto. Entretanto, não é possível a ocorrência dessa falha para lajes alveolares desprovidas de armadura transversal, já que a tensão de tração por cisalhamento ocorre primeiro que a tensão de compressão por cisalhamento na nervura. A Figura 7 representa a fissura diagonal formada por tensões de compressão.

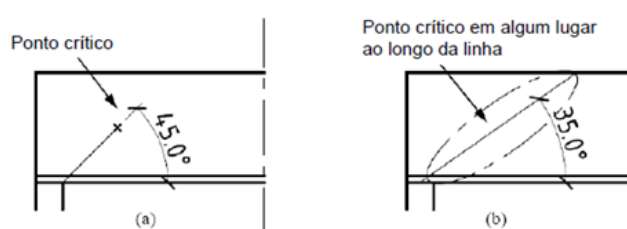
Figura 7 - Ruptura por Cortante-Compressão na nervura



Fonte: Yang (1994)

O estudo de Yang (1994) demonstrou que o ponto em que a probabilidade de ocorrência da fissuração da nervura por cisalhamento é mais elevada (ponto crítico) deve localizar-se ao longo de uma linha que parte do meio do apoio com inclinação de 35° , diferentemente do que indica o método tradicional (o ponto crítico seria a intersecção de uma linha inclinada a 45° que parte da borda do apoio com uma linha horizontal na metade da altura da peça). A Figura 8 apresenta essas diferenças.

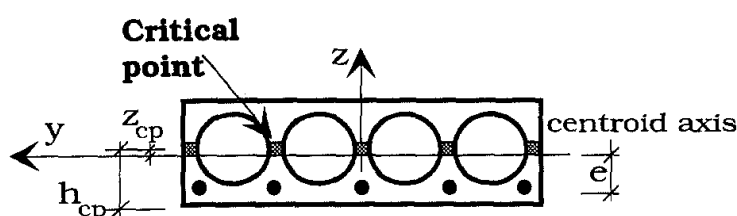
Figura 8 - Posição do ponto crítico conforme o método tradicional (a) e conforme Yang, 1994 (b)



Fonte: Rettne e Edekling, (2006 *apud* Catoia et al., 2009a)

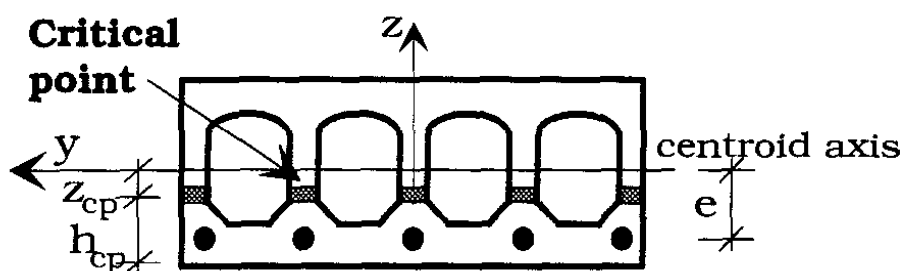
Na seção da laje, o ponto crítico para o caso de alvéolos circulares (Figura 9) ocorre em uma posição vertical diferente do caso de alvéolos não circulares (Figura 10), evidenciando que nem sempre tal ponto estará próximo ao centroide da peça.

Figura 9 - Posição vertical do ponto crítico em lajes alveolares com alvéolos circulares



Fonte: Yang (1994)

Figura 10 - Posição vertical do ponto crítico em lajes alveolares com alvéolos não circulares



Fonte: Yang (1994)

Becker e Buettner (1985) afirmam que as falhas por cisalhamento na nervura devem ser evitadas devido ao seu comportamento frágil. Segundo os autores, o projeto da laje alveolar na região dos apoios é comandado pela possibilidade de falha por cisalhamento na nervura, enquanto em seções mais distantes, o flexo-cisalhamento é o modo mais crítico de ruptura.

Comparações entre tradicionais códigos normativos demonstraram que as lajes mais altas, com maiores comprimentos e sujeitas a cargas concentradas elevadas próximas aos apoios estão sujeitas ao aparecimento de uma fissura diagonal e, a falha por cisalhamento na nervura, podendo romper sob cargas menores que aquelas previstas pela teoria convencional (BRUNESI; BOLOGNINI; NASCIMBENE, 2015).

Hawkins e Ghosh (2006) concluem que é altamente desejável que ainda se realizem muitas investigações experimentais sobre a resistência das lajes alveolares ao cisalhamento nas nervuras, ampliando a literatura sobre um tema que deve ser essencial ao projeto dessas lajes.

2.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Aqui será feito um compilado das pesquisas mais recentes (2009-2019) sobre cisalhamento em lajes alveolares, com os resultados encontrados, investigações feitas e contribuições ao presente trabalho.

Segundo Bertagnoli e Mancini (2009), após analisar 129 espécimes de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas, concluiu-se que a utilização da formulação europeia EN 1992-1-1:2004 dada pelas equações 6.2a e 6.4 atende de forma satisfatória as condições de projeto, com a inclusão dos fatores de segurança. Para uma confiança de 95%, a razão entre a resistência teórica e a carga última do ensaio variou entre 0,75 e 0,79, estando abaixo do valor crítico ou de falha igual a 1. Vale ressaltar que neste estudo, os autores fizeram permutações das equações em várias seções ao longo das lajes estudadas para determinar qual seria a menor resistência dada pela formulação. Além disso, nota-se uma mudança no mecanismo de falha ao considerar os fatores de segurança, pouca influência da perda de protensão nos resultados e quase a totalidade dos mecanismos de falha foi por fissuração provocada por momento fletor.

Estudos desenvolvidos por Palmer e Schultz (2011) analisaram o comportamento de lajes alveolares altas (maiores que 300mm, até 500mm de altura) em relação aos modelos americanos ACI 318-05 e ACI 318-08. O que os autores puderam verificar foi que a formulação ACI 318-05 foi relativamente ineficaz em prever a capacidade resistente ao esforço cortante das lajes alveolares estudadas, sendo ora conservadora e ora o completo oposto. Também, observa-se a grande subestimação no cálculo da resistência ao esforço cortante pelo ACI 318-08 para lajes entre 400mm e 500mm de altura, com valores da razão entre os dados de ensaio e valores teóricos variando entre 1,48 e 2,62, o que representa uma penalização aos fabricantes por considerar uma formulação antieconômica.

Em sua dissertação, Celal (2011) faz a calibração das equações de determinação do esforço cortante contidas no código normativo canadense (CSA 2004), utilizando-se de investigação experimental e numérica por meio de análise de elementos finitos. Foram três séries de lajes estudadas, com alturas de 200mm, 250mm e 300mm. O autor comparou os resultados provindos da norma canadense com os modelos americano (ACI 318-08) e europeu (EN 1168. 2008), concluindo que o modelo canadense é demasiadamente conservativo, muito superior aos demais, com a faixa de variação ad razão entre os dados de ensaio e valores teóricos entre 1,10 e 1,93, sem fatores de segurança, enquanto para o ACI 318-08 a faixa foi de 0,99 a 1,80 e EN 1168 (2008) 0,91 a 1,51. A análise de elementos finitos sugere que a taxa de armadura longitudinal que traz a maior resistência ao esforço cortante varia entre 0,7% e 1,1%.

Similarmente a Celal (2011), Truderung (2011) também analisou o efeito na taxa de armadura longitudinal, verificando que o modelo canadense (CSA 2004) apresenta uma influência muito maior dessa variável que o modelo ACI 318-08. Também é visto que as equações de flexo-cisalhamento e cortante na nervura de ACI 318-08 preveem mais precisamente a resistência ao esforço cortante que o modelo canadense (CSA 2004). Enfim, mostra-se a influência da largura do apoio, que apesar de pouco impactar na resistência ao esforço cortante, teve uma variação nos resultados entre 1% e 14%, e de maneira geral, reduzindo a largura do apoio alterava o perfil de falha por cisalhamento próximo a este.

Pintea (2012), também compara lajes alveolares, com altura variando entre 200mm e 320mm, quanto a resistência ao esforço cortante. Utiliza para isso, das

formulações do Eurocode 2 (EN 1992-1-1:2004), British Code of Practice CP110 (1972), de acordo com Walraven e Mercx (1983) e de acordo com Yang (1994). Os resultados apontam que a formulação de Yang (1994) apresenta respostas mais compatíveis com os ensaios realizados, inclusive, sendo afirmado que essa formulação deveria substituir a presente em EN 1992-1-1:2004.

A pesquisa feita por Rahman *et al* (2012) baseou-se em 15 espécimes de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas, com vãos de 5m e 2,5m de comprimento e alturas de 200, 250 e 300mm. Os autores notaram a mudança do tipo de falha, de flexão pura ao flexo-cisalhamento à medida que a altura das peças aumentava. A capacidade resistente ao esforço cortante nas nervuras também reduziu com o aumento da altura. Os resultados experimentais são comparados com os valores teóricos obtidos por meio das equações do ACI 318-05, onde constata-se uma superestimação da capacidade resistente ao esforço cortante das lajes, considerando um vão de cisalhamento entre 3,5 e 8.

Wijesundara, Mallawaarachchi e Sendanayake (2012), preocupados com a popularização de tipos mais altos de lajes alveolares, com alturas de 500mm, e as incertezas envolvidas na determinação da resistência ao esforço cortante, conduziram uma análise numérica com a coleta de dados de ensaios obtidos na literatura (44 espécimes) e por meio da análise por elementos finitos. Compararam os resultados experimentais com os valores teóricos obtidos pelas formulações de ACI 318-05, EN 1992-1-1:2004 e CSA 2004. Verificaram que, de maneira geral, as formulações foram conservativas para os elementos com alvéolos circulares, enquanto os modelos ACI 318-05 e EN 1992-1-1:2004 foram não conservativos em elementos mais altos e com nervuras planas. Ainda assim, o modelo canadense (CSA 2004) mostrou-se o mais conservativo, em todos os casos observados.

Nos trabalhos de Brunesi e Nascimbene (2015) e Brunesi, Bolognini e Nascimbene (2014;2015) também foram estudados os modelos normativos ACI 318-05, CSA 2004, EN 1992-1-1:2004, EN 1168 (2011), comparando-se os resultados teóricos obtido pelas formulações e análise por elementos finitos com os ensaios experimentais. A faixa de variação das alturas das lajes foi de 200 a 500mm. Puderam também concluir, o conservadorismo das formulações para elementos com alvéolos circulares e uma grande superestimação quando se tem alvéolos irregulares, com nervuras planas. As observações numéricas revelaram a sensibilidade do mecanismo

de ruptura ao esforço cortante nas nervuras e relacionou a resistência ao esforço cortante ao formato dos alvéolos e a não circularidade deles.

Em estudos mais recentes, como em Park (2019), investiga-se a capacidade resistente ao esforço cortante de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas altas (maiores que 315mm). Apesar do modo de ruptura dos elementos ensaiados ter sido frágil, não houve diminuição na capacidade resistente das nervuras pelo efeito da altura, diferente de Rahman *et al* (2012). Os resultados comparativos entre os dados experimentais e os valores obtidos por ACI 318-05 foram não conservadores tanto para lajes baixas (menores que 315mm) quanto para altas (maiores que 315mm). Também, observa-se que o modelo ACI318-08 pode providenciar estimativas excessivamente conservadoras em elementos maiores que 315mm.

Em face a estas pesquisas, e muitas outras realizadas antes de 2009, justifica-se um estudo aprofundado, considerando-se a análise de sensibilidade das variáveis já investigadas, tanto porque não há um consenso único entre os trabalhos, nem tampouco uma formulação precisa e próxima do modelo real. Observa-se também uma escassez grande de estudos de sensibilidade e probabilísticos relativos a lajes alveolares e esforço cortante, tendo sido muito difícil a revisão literária sobre o tema.

3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Modelos quantitativos dependem de dados que são raramente exatos. Valores correntes devem ser estimados, e previsões são necessárias para eventos futuros, preços, necessidades e oportunidades. Mesmo quando modelos determinísticos são melhores que estocásticos, a incerteza deve ser avaliada por meio da análise de sensibilidade. Frequentemente isto é melhor feito graficamente. A análise de sensibilidade pode ser utilizada para tomar melhores decisões, para decidir qual estimativa de dado deve ser refinado para tomar-se uma decisão, ou para focar a atenção gerencial nos elementos mais críticos durante a implementação (ESCHENBACH, 1992). Pode ajudar em verificar a resposta de um modelo em relação aos dados de entrada conforme a teoria. Também pode auxiliar no processo de calibração do modelo, por exemplo otimizando as condições experimentais mais apropriadas para a determinação de um fator desconhecido (SALTELLI, 1999).

A análise de sensibilidade é um passo essencial na análise de decisão. Ela permite que o analista responda perguntas como “Quais variáveis são importantes neste problema?” ou “Se esta variável alterar de um determinado valor, o resultado ideal também muda?” ou “Qual é o valor limite desta variável?”. Particularmente, a análise de sensibilidade probabilística permite a construção de gráficos mostrando quais estratégias são ideais para diferentes probabilidades ou combinações de probabilidades (SENDI; CLEMEN, 1999).

Uma possível definição de análise de sensibilidade é o estudo de como a incerteza no resultado de um modelo (numérico ou outro qualquer) pode ser dividido em diferentes fontes de incerteza nos parâmetros de entrada do mesmo (SALTELLI *et al.*, 2004).

Este tipo de análise é muito comum em sistema financeiros, área médica e biológica, agricultura, engenharia econômica, comércio, investimento, abertura de novos negócios etc. A maioria dos trabalhos encontrados na literatura, com exemplos práticos, foi em cima destes temas, o que apresentou também um desafio para embasamento desta dissertação, como também um encorajamento para a contribuição que o estudo representa. Além de não termos estudos de sensibilidade

em lajes alveolares pré-fabricadas protendidas, temos poucas publicações em engenharia de estruturas, sendo extremamente necessário o aprofundamento neste tópico.

O procedimento de análise de sensibilidade se dá elencando-se as variáveis julgadas pertinentes no modelo problema (quando possível testar todas as variáveis), e atribuindo uma variação (percentual, unitária ou dentro de uma faixa) para cada uma. Enquanto uma variável é alterada, as outras permanecem fixas, e assim, pode-se refazer os cálculos formulados pelo modelo, obtendo-se uma resposta para aquela variação pontual. O processo termina quando, para cada variável, foi substituído os valores dentro da faixa limite de variação e cada resposta individual obtida. Dessa maneira, pode-se compilar os dados para analisar qual variável impactou mais na resposta do modelo.

De uma maneira simplificada, neste trabalho a variação percentual foi fixada em 10% para mais e para menos para cada variável, sem percorrer valores dentro dessa faixa, sendo analisando apenas o valor base e os extremos na análise, utilizando-se das equações principais de cada formulação apresentada no Capítulo 4.

As interpretações gráficas geralmente utilizadas em análises de sensibilidades, são o Diagrama Tornado e *spider plot*, úteis para se analisar a influência das incertezas e fornecer informações auxiliares (DA SILVA; BELDERRAIN, 2004).

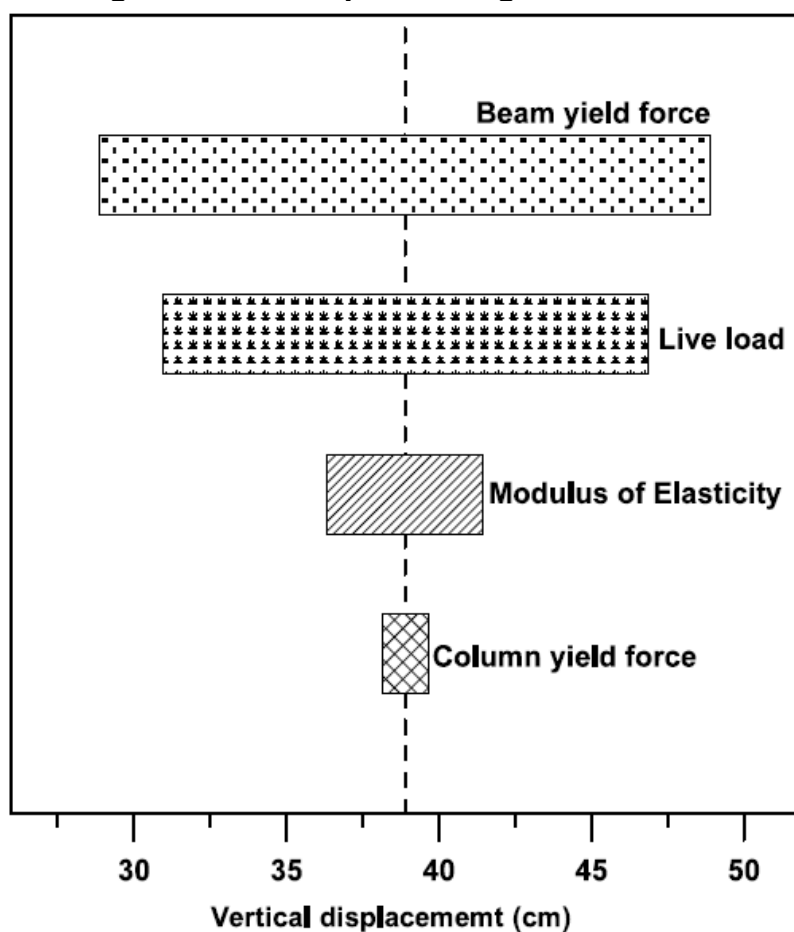
3.1 DIAGRAMA TORNADO

O método do diagrama tornado é utilizado para identificar os parâmetros de entrada que mais contribuem para um resultado específico (parâmetros de saída). Em outras palavras, o diagrama tornado quantifica a sensibilidade de cada resultado de saída para variáveis aleatórias de entrada. Utilizando-se do diagrama tornado, projetistas podem facilmente avaliar quais parâmetros de entrada precisam de mais atenção e consideração ao projetar um sistema. Na análise do diagrama tornado, além do valor determinístico médio de uma variável de entrada aleatória, dois outros valores extremos são selecionados: o percentil de 84% e 16% (média +- 1 desvio padrão). As respostas do modelo numérico são avaliadas por este método usando estes dois valores extremos para uma certa variável aleatória selecionada, enquanto todas as outras variáveis aleatórias de entrada são mantidas em valores médios. Este

procedimento de cálculo é repetido para todas as variáveis aleatórias. Para demonstrar a contribuição de cada variável aleatória para a resposta, as variações ou amplitudes são plotadas em um gráfico de cima para baixo, descendentemente de acordo com seu tamanho. Maiores amplitudes implicam que a variável correspondente tem um maior impacto na resposta do que as aquelas com amplitudes menores. Uma das desvantagens do diagrama tornado é que ele apenas mostra a faixa de parâmetros de saída para a correspondente variável aleatória e não pode incluir a correlação entre duas variáveis aleatórias (KAYSER; GAJAN, 2014)

Para se construir o diagrama tornado da Figura 11, deve-se tomar a variável independente que possui a maior faixa de variação de resultado como a barra superior. Em seguida, arranja-se as outras variáveis em ordem decrescente de influência no resultado. Os limites destas variáveis podem ser expressos como mudança na porcentagem, anos, moeda etc (ESCHENBACH, 1992).

Figura 11 – Exemplo de Diagrama Tornado



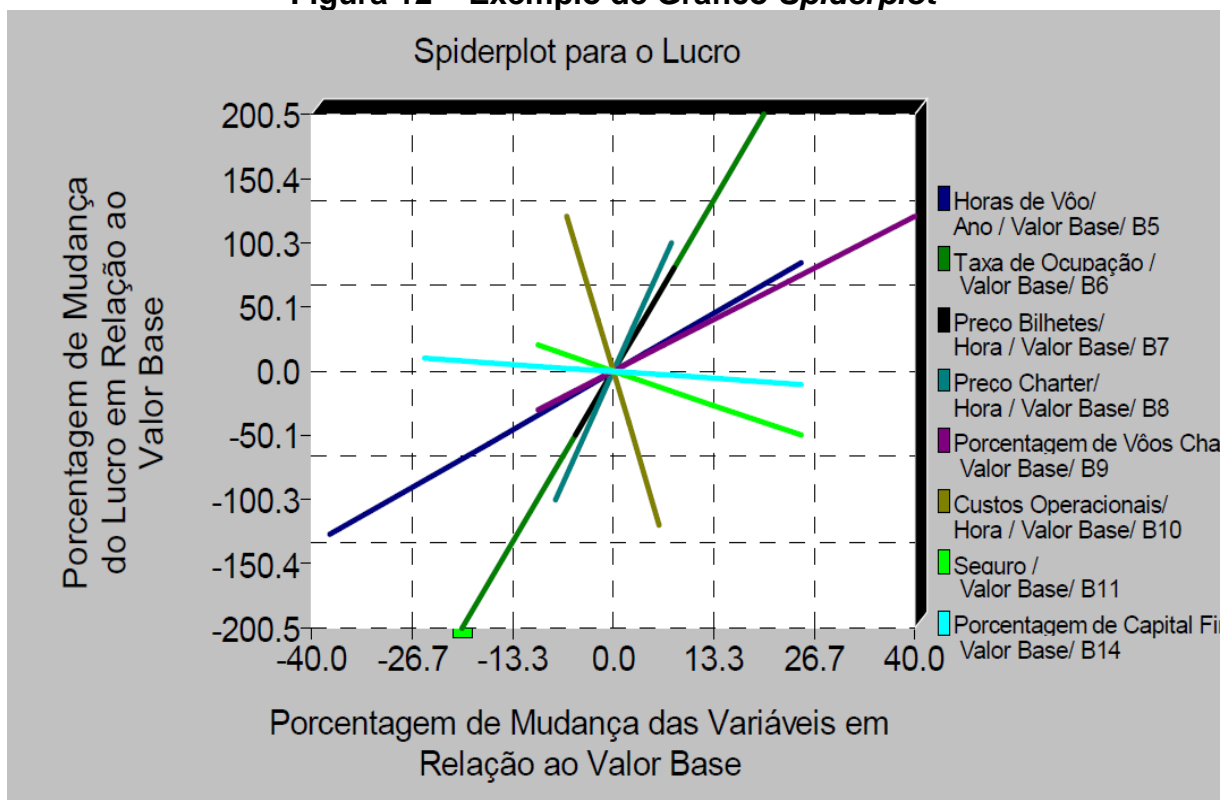
Fonte: Kim, Park e Lee (2011)

3.2 SPIDER PLOT

Vários parâmetros de entrada e um de saída criam um gráfico consolidado chamado de *spider plot* que mostra como a resposta do modelo depende das mudanças percentuais de cada variável de entrada. É uma interpretação visual indicando o impacto da incerteza em cada parâmetro na variável em questão, todos no mesmo gráfico. O centro do *spider plot* é o ponto que todas as variáveis apresentam seus valores médios. As curvas no gráfico sinalizam como a resistência ao esforço cortante (no caso do problema discutido na dissertação) varia quando os valores de cada variável mudam, estando todas as outras constantes. O comprimento das linhas varia porque cada variável tem sua própria faixa de oscilação plausível. O gráfico *spider plot* mostra a resposta específica de saída para cada parâmetro em uma escala comum, sendo necessário uma métrica comum para representar as mudanças em todos os parâmetros. Gráficos *spider plot* são mais difíceis de se construir que diagramas tornado, porém, providenciam uma visualização mais completa da relação entre cada parâmetro e a resposta medida (adaptado de EL-TEMANY;GENDY, 2014).

Para a construção de um *spider plot*, Figura 12, deve-se plotar uma curva para cada variável em um único gráfico x-y. Deve-se limitar o número de variáveis em sete ao total plotadas em um único gráfico, sendo quatro ou cinco ideais, a fim de se evitar aglomeração excessiva de curvas. Pare se manter a consistência, o eixo x mede cada variável independente como uma porcentagem do caso base. As coordenadas x nestes extremos são os limites para cada variável independente. A angulação do gráfico *spider plot* mostra a mudança relativa no resultado para mudança unitária na variável independente (ESCHENBACH, 1992).

Figura 12 – Exemplo de Gráfico *Spiderplot*



Fonte: Da Silva e Belderrain (2004)

3.3 COMPARAÇÃO TORNADO VS SPIDERPLOT

Um diagrama tornado rapidamente evidencia aquelas variáveis no qual o resultado é mais sensível. Este diagrama pode incluir múltiplas variáveis, e pode ser construído como um gráfico de barras horizontal. A maior complexidade de um *spider plot* pode trazer mais informações. O diagrama tornado mostra apenas os valores nas extremidades de um gráfico *spider plot*.

Por consideração a sua simplicidade e aplicação prática, com uma resposta visual mais intuitiva e explicativa, os resultados da análise de sensibilidade deste trabalho foram expostos por meio de diagramas Tornado. O gráfico *spider plot* não teria uma aplicação lógica pois nossa faixa de variação foi fixada em $\pm 10\%$ para todas as variáveis, e ainda sendo analisado apenas valores nesses extremos. Não traríamos todo o potencial de um *spider plot*, deixando todas as retas de mesmo tamanho e lineares. Dessa maneira, considerando o que já foi discutido em 3.2, não seria justificado a aplicação desse método.

4. METODOLOGIA

Os itens que abordam as técnicas utilizadas para ser realizada a pesquisa são apresentados a seguir.

4.1 LEVANTAMENTO DE DADOS

Para o procedimento de análise de sensibilidade é necessário fazer um levantamento de ensaios experimentais de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas.

Em trabalhos disponíveis na literatura, como em Becker e Buettner (1985) e Bertagnoli e Mancini (2009) pode-se encontrar os dados que foram utilizados nas análises. Este banco de dados foi compilado nas tabelas disponíveis no Anexo A.

O levantamento foi feito seguindo as delimitações deste trabalho, ou seja, buscamos apenas ensaios onde a ruptura das lajes se deu por algum tipo de cisalhamento, seja tração diagonal com rompimento da nervura ou combinação de flexão e cisalhamento, sem avaliar fendilhamento ou perda de ancoragem nas cordoalhas. Também se filtrou ensaios de lajes simplesmente apoiadas, desconsiderando pesquisas com continuidade e múltiplos vãos. As peças não possuíam nenhum tipo de tratamento superficial ou capeamento de concreto, apenas o elemento finalizado direto da fabricação.

Procurou-se varrer na literatura internacional, trabalhos (artigos, dissertações de mestrado e teses de doutorado) que disponibilizassem dados suficientes para o cálculo de todas as formulações escolhidas. As variáveis essenciais para prosseguir com a análise são detalhadas em 4.4.

Deixou-se de analisar uma quantidade significativa de dados, como em Yang (1994), por não conter em seu trabalho, informações como área de concreto, somatório de largura das nervuras, momento de inércia bruto da peça e momento estático da porção superior e em torno do centroide. Também não foi fornecido desenho esquemático da tipologia das lajes, pois caso tivera, ainda seria possível obter os dados por aproximações e simplificações. Essas duas variáveis são

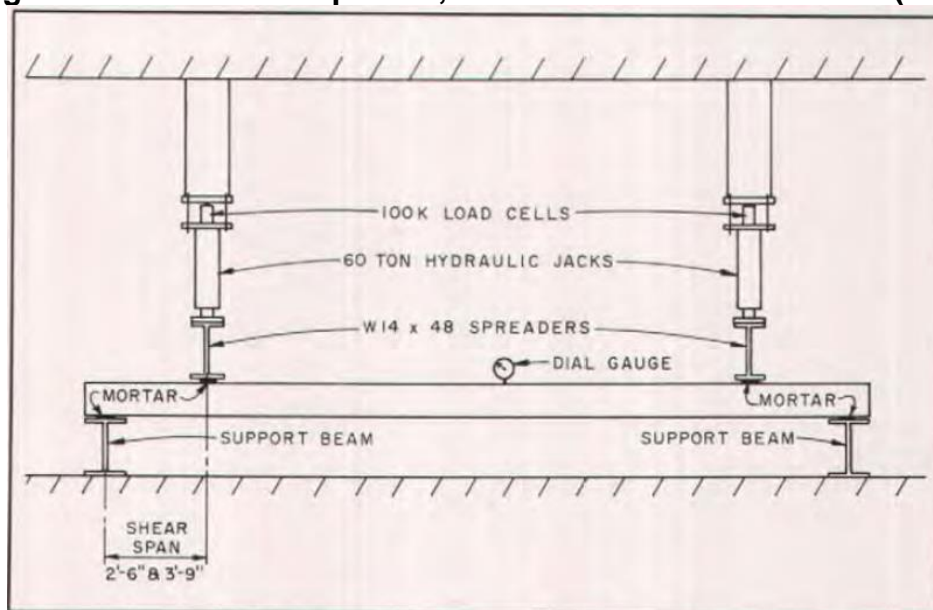
necessárias para se calcular a resistência ao esforço cortante pela Equação 6.4 da norma BS EN 1992-1-1:2004. Dessa forma, 59 ensaios foram descartados.

Na elaboração do banco de dados, observou-se que não havia um padrão no tipo de ensaio executado para rompimento dos elementos. Há uma variabilidade entre autores e países de origem estudados. Essa heterogeneidade de números de pontos de aplicação de carga e simetria, tipo de interface entre o macaco hidráulico aplicador de carga e a peça (gesso, Neoprene), largura do apoio, posicionamento da laje entre os apoios, taxa de aplicação de carga (raramente fornecida), representou um desafio para elencar os dados a serem considerados. Portanto, não se julgou pertinente, ao menos neste escopo e enfoque, filtrar a padronização de ensaios, validando ensaios que mostrassem ruptura por cisalhamento e que apresentassem os dados necessários. Essas considerações tiveram de ser feitas, para aumento do espaço amostral e relevância do estudo realizado, pois do contrário, teríamos poucos dados para analisar e validar possíveis conclusões.

4.2 TIPOLOGIA DE CARREGAMENTO

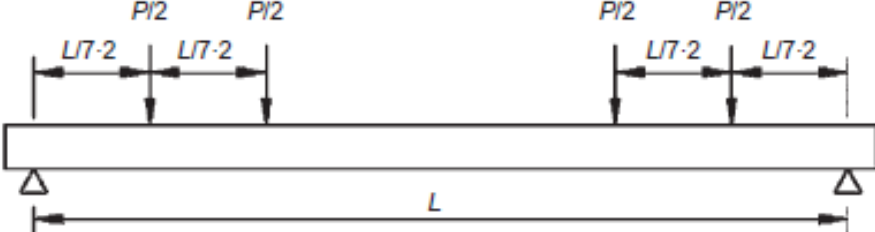
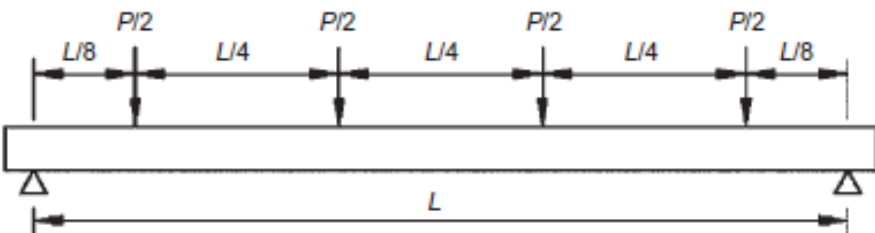
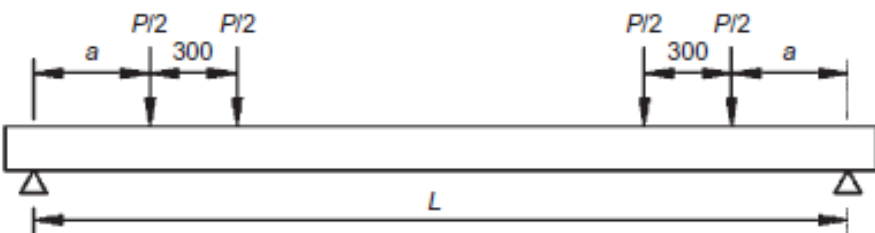
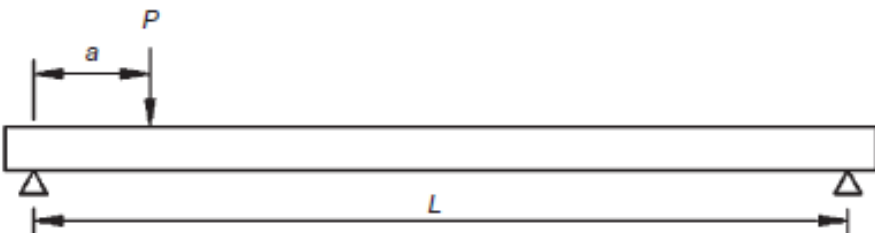
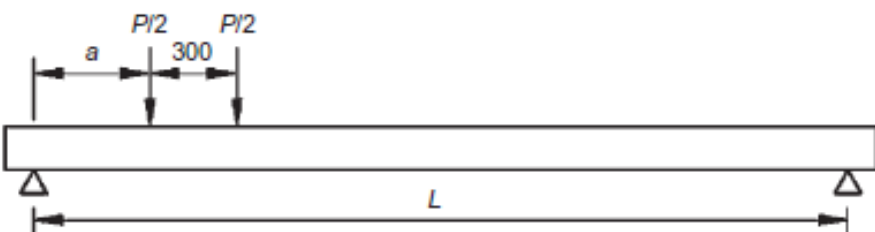
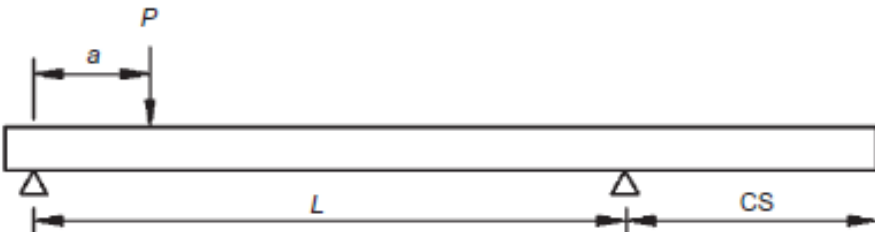
Os tipos de ensaios estudados podem ser vistos em Figura 13 e Figura 14 a seguir, utilizando-se desse código para interpretação das tabelas do Anexo A.

Figura 13 - Ensaio de 4 pontos, conforme Becker e Buettner (1985)



Fonte: Becker e Buettner (1985)

Figura 14 – Esquemático de ensaios conforme Bertagnoli e Mancini (2009)

Code	Load scheme
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Fonte: Bertagnoli e Mancini (2009)

4.3 MODELOS DE CÁLCULO

Para a verificação da resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas, serão utilizados três modelos normativos.

Os modelos normativos são: ACI318-2014 da norma americana, NBR 14861:2011 da norma brasileira e BS EN 1992-1-1:2004 da norma europeia (Eurocode 2 ou EC2), sendo esta última composta por duas equações para análise.

A seguir as formulações de cada modelo, com suas respectivas unidades serão descritas.

4.3.1 ACI318-2014

Existem duas maneiras de se calcular a resistência ao esforço cortante para elementos protendidos, não específicos para lajes, pela norma americana: no primeiro escolhe-se o menor valor obtido entre as equações “a” (1), “b” (2) e “c” (3) da Tabela 22.5.8.2, item 22.5.8.2 de ACI318-14, considerado método aproximado :

$$V_C = \left(0,05\lambda\sqrt{f'_c} + 4,8\frac{V_u d_p}{M_u}\right) b_w d \quad (1)$$

$$V_C = \left(0,05\lambda\sqrt{f'_c} + 4,8\right) b_w d \quad (2)$$

$$V_C = 0,42\lambda\sqrt{f'_c} b_w d \quad (3)$$

Onde:

V_C : Parcela da força cortante resistida pelo concreto, em N;

f'_c : Resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

b_w : Somatório da largura das nervuras na linha do centroide, em mm;

d_p e d : Altura efetiva, em mm.

λ : Fator modificador relacionado a concretos leves;

V_u : Esforço cortante na seção considerada, em N;

M_u : Momento fletor na seção considerada, em N.mm

O segundo método pelo item 22.5.8.3, dito como alternativo pela norma, baseia-se em determinar a resistência flexo-cortante V_{ci} e a resistência ao cortante da nervura V_{cw} e escolher o menor dentre estes valores. Calcula-se V_{ci} como o maior valor entre as equações “a” (4) e “b” (5) de 22.5.8.3.1 de ACI318-14:

$$V_{ci} = 0.05\lambda\sqrt{f'_c}b_wd_p + V_d + \frac{V_iM_{cre}}{M_{max}} \quad (4)$$

$$V_{ci} = 0.14\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \quad (5)$$

Onde:

V_{ci} : Resistência ao esforço flexo-cortante, em N;

λ : Fator modificador relacionado a concretos leves;

f'_c : Resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

b_w : Somatório da largura das nervuras na linha do centroide, em mm;

d_p : Altura efetiva não menor que 0,8h, em mm.

V_d : Esforço cortante na seção considerada devido ao peso próprio não majorado, em N;

M_{cre} : Momento que causa fissuras de flexão na seção devido a cargas aplicadas externamente, em N.mm;

V_i : Esforço cortante na seção devido a esforços externos, ocorrendo simultaneamente com M_{max} , em N;

M_{max} : Máximo esforço cortante na seção devido a esforços externos, em N

M_{cre} é dado pela seguinte equação:

$$M_{cre} = \left(\frac{I}{y_t}\right) \left(0.5\lambda\sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d\right) \quad (6)$$

Onde:

I : Momento de inércia em torno do centroide, em mm⁴;

y_t : Distância do centroide à fibra mais tracionada, em mm;

λ : Fator modificador relacionado a concretos leves;

f'_c : Resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

f_{pe} : Tensão de compressão no concreto devido apenas à protensão, depois de todas as perdas, na fibra mais externa se a tensão de tração é provocada por cargas aplicadas externamente, em MPa;

f_d : Tensão provocada pelo peso próprio não majorado, na fibra mais externa da seção onde a tensão de tração é causada por forças externas, em MPa

Para determinar o V_{cw} partimos do item 22.5.8.3.2 de ACI318-14:

$$V_{cw} = (0.29\lambda\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc}) b_w d + V_p \quad (7)$$

Onde:

λ : Fator modificador relacionado a concretos leves;

f'_c : Resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

f_{pe} : Tensão de compressão no concreto devido apenas à protensão, depois de todas as perdas, no centroide da seção resistindo cargas aplicadas externamente, em MPa.

b_w : Somatório da largura das nervuras na linha do centroide, em mm;

d : Altura efetiva não menor que 0,8h, em mm.

V_p : Componente vertical da força efetiva de protensão, em N.

Em ambos métodos para cálculo da resistência ao esforço cortante, o valor de V_c não deve ser tomado como inferior à equação do item 22.5.5.1:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d \quad (8)$$

Onde:

λ : Fator modificador relacionado a concretos leves;

f'_c : Resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

b_w : Somatório da largura das nervuras na linha do centroide, em mm;

d : Altura efetiva, em mm.

Devido à simplicidade do método aproximado, considerando poucas variáveis, optou-se pela utilização do método alternativo como representante da norma americana neste trabalho.

4.3.2 BS EN 1992-1-1:2004

A norma europeia traz duas distintas formulações para determinação do esforço cortante resistido pelo concreto, em elementos sem armadura transversal.

A equação 6.2a (9) é utilizada em regiões onde já tenha ocorrido fissuração do concreto provocada por momento fletor (flexo-cisalhamento). Para regiões onde as tensões de tração devido ao momento fletor são inferiores ao valor característico da tensão de tração do concreto (cisalhamento na nervura), a equação 6.4 (16) é recomendada.

A seguir são descritas as formulações analisadas:

4.3.2.1 Equação 6.2a:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d \quad (9)$$

Sendo,

$$V_{Rd,c} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (10)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$: Parcela da força cortante resistida pelo concreto, em N;

f_{ck} : Resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

d : Altura efetiva, em mm;

b_w : Largura da base, em mm;

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02; \quad (11)$$

A_{sl} : Área de armadura longitudinal, em mm²;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0; \quad (12)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c}; \quad (13)$$

N_{Ed} : Força axial agindo no centroide da seção devido ao carregamento ou protensão, em N;

A_c : Área da seção de concreto, em mm²;

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}; \quad (14)$$

Sendo γ_c o fator de segurança do concreto, adotado como 1;

$$v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}, \text{ em MPa.} \quad (15)$$

$k_1 = 0,15$ tomado como recomendado pelo BS EN 1992-1-1:2004 e NA to BS EN 1992-1-1:2004.

4.3.2.2 Equação 6.4:

$$V_{Rd,c} = \frac{I_{bw}}{s} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad (16)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$: Parcela da força cortante resistida pelo concreto, em N;

I : Momento de inércia da seção, em mm⁴;

S : Momento estático medido acima do centroide da seção, em mm³;

b_w : Largura da seção medida no eixo do centroide, em mm;

f_{ctd} : Resistência à tração de cálculo do concreto, em MPa;

$$\alpha_l = \frac{l_x}{l_{pt2}} \begin{cases} \leq 1,0 & \text{protensão com bainha} \\ = 1,0 & \text{outras protensões} \end{cases} \quad (17)$$

l_x : Distância da seção considerada até o início do comprimento de transmissão, em mm;

l_{pt2} : Valor superior do comprimento de transmissão do elemento protendido, em mm;

σ_{cp} : Tensão de compressão no concreto agindo no centroide da seção devido ao carregamento ou protensão, em MPa.

4.3.3 ABNT NBR 14861:2011

A resistência ao esforço cortante das lajes alveolares, em regiões fissuradas, deve atender as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (18)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \text{ ou } V_{Sd} \leq V_{Rd2 \text{ capa}} \quad (19)$$

onde:

V_{Sd} é a força solicitante de cálculo na seção;

V_{Rd1} é força cortante resistente de cálculo na seção;

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo na seção, das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd2 \text{ capa}}$ é a força cortante resistente de cálculo na seção, das diagonais comprimidas de concreto da laje alveolar com capa e alvéolos preenchidos.

sendo:

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} 0,9 d \Sigma b_{w,1} \quad (20)$$

$$V_{Rd2 \text{ capa}} = \frac{1}{2} v f_{cd} 0,9 d_{tot} \Sigma b_{w,2} \quad (21)$$

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 \quad (22)$$

onde:

$\Sigma b_{w,1}$ e $\Sigma b_{w,2}$ são o somatório das nervuras (internas e externas) da laje alveolar e da parcela da seção com alvéolos preenchidos;

d é a altura útil da seção transversal da laje alveolar;

d_{tot} é a altura útil da seção transversal da laje alveolar mais capa estrutural;

f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto usada no projeto.

Como não estamos utilizando dados de lajes com capa ou preenchimento de alvéolos, a parcela $V_{Rd2 \text{ capa}}$ é desprezada.

A parcela V_{Rd1} de lajes alveolares, com ou sem capeamento estrutura, é dada pela seguinte expressão:

$$V_{Rd1} = V_{c,1} + V_{p,1} \quad (23)$$

sendo:

$$V_{c,1} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40\rho_1)\Sigma b_{w,1} d \quad (24)$$

$$V_{p,1} = 0,15 \sigma_{cp,1} \Sigma b_{w,1} d \quad (25)$$

$$\Sigma b_{w,1} = \Sigma b_{w,ext} + \Sigma b_{w,int} \quad (26)$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{(\Sigma b_{w,1} d)} \quad (27)$$

$$\sigma_{cp,1} = \frac{N_p}{A_c} \alpha \quad (28)$$

$$k = 1,6 - d \geq 1, \text{ com } d \text{ em metros (m)} \quad (29)$$

onde:

V_{Rd1} é força cortante resistente de cálculo na seção, com ou sem capa estrutural;

f_{ctd} é a resistência à tração de projeto do concreto pré-moldado e do moldado no local;

$\Sigma b_{w,1}$ é o somatório das nervuras (internas e externas) da laje alveolar;

A_s é a área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

ρ_1 corresponde à taxa de armadura específica para a seção da laje alveolar pré-moldada;

d é altura útil total da seção transversal, considerando a altura da laje alveolar (d) ou da laje alveolar mais a altura da capa na seção composta ($d=d_{tot}$);

$\sigma_{cp,1}$ é a tensão de compressão do concreto devido à força de protensão de projeto para o caso da laje sem alvéolo preenchido (ou com alvéolo preenchido após liberação da protensão);

N_p é a força de protensão final, depois de todas as perdas;

A_c é a área da seção transversal de concreto da laje alveolar pré-moldada;

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1$$

onde:

l_x é a distância da seção x a partir do final da laje;

l_{pt2} é o valor superior de projeto para o comprimento de transmissão (fixado em 85ϕ).

4.4 ESTUDO DAS VARIÁVEIS DO PROBLEMA

A partir do levantamento de dados, da revisão dos trabalhos encontrados na literatura e as formulações consideradas neste trabalho, elencou-se as seguintes variáveis para investigação de sua influência na resistência ao esforço cortante de lajes alveolares pré-fabricadas e protendidas sem armadura transversal, resumidas na Tabela 1:

Tabela 1 - Variáveis de influência

Σb_w	d	f_{ck}	ρ	σ_{cp}
--------------	-----	----------	--------	---------------

Fonte: Autor (2019)

onde:

Σb_w é a somatório das larguras das nervuras na linha do centroide da peça;

d é a altura efetiva da peça;

f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto;

ρ é a taxa de armadura de protensão longitudinal;

σ_{cp} é a tensão efetiva nas cordoalhas

4.5 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE

A análise foi composta de duas etapas: análise estatística paramétrica, comparando-se os resultados previstos de cada formulação com o encontrado nos ensaios e análise de sensibilidade, para averiguar como os parâmetros de cada formulação impacta na resistência ao esforço cortante das lajes.

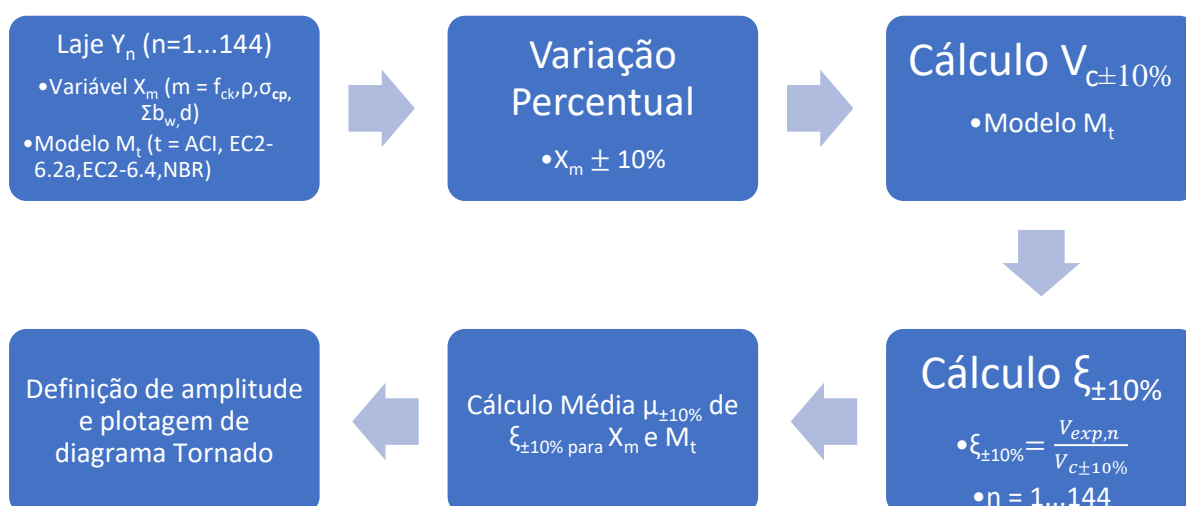
Verifica-se posteriormente, por meio de uma análise de sensibilidade, a influência e correlação de cada parâmetro das formulações, para um melhor entendimento do comportamento das lajes alveolares.

Na primeira etapa, todos os dados de ensaio foram organizados e distribuídos em uma planilha utilizando-se do software comercial Microsoft Excel. Então calculou-

se a resistência ao esforço cortante para cada modelo normativo, comparando-se este valor com aqueles obtidos pelos ensaios. A razão entre o esforço cortante teórico ($V_{c,t}$) e o experimental ($V_{c,exp}$) foi chamado de parâmetro ξ , definido aqui como o erro do modelo. Os cálculos foram feitos tanto para o caso real (sem coeficientes de segurança) quanto em relação ao projeto estrutural (com coeficientes de segurança).

Em seguida, prossegue-se para a análise de sensibilidade, cujos resultados seguiram os moldes dos exemplos expostos no Apêndice A, considerando uma variação em 10% para mais e para menos de cada parâmetro influenciador e refazendo-se todos os cálculos para os novos dados, sem a utilização de fatores de segurança. Isto quer dizer que, para cada variável estudada, em cada laje e em todos os modelos, aplica-se $\pm 10\%$ sobre valor do dado e repete-se os processos dos exemplos anteriores. Sempre se variou um parâmetro, mantendo-se todas as outras variáveis independentes fixas, com exceção da tensão de compressão pois depende da taxa de armadura. O fluxograma da Figura 15 expõe resumidamente o procedimento.

Figura 15 – Fluxograma resumo da Análise de Sensibilidade



Fonte: Autor (2019)

Ao todo, foram estudados quatro modelos, em três formulações normativas, cada qual com suas sub-equações. Considerando que para cada análise de sensibilidade, refaz-se o cálculo da resistência ao esforço cortante com o valor base e os extremos $\pm 10\%$ para laje, teve-se ao final 18 análises de sensibilidade efetuadas e 5.184 cálculos de resistência ao esforço cortante para obtenção dos diagramas Tornado.

Os parâmetros estatísticos utilizados nas análises são descritos a seguir.

4.5.1 REGRESSÃO LINEAR

De acordo com Helton *et al* (2006), análise de regressão providencia uma representação algébrica das relações entre y e um ou mais x_j 's. A não ser que seja dito o contrário, a análise de regressão é geralmente construída com modelos lineares da forma:

$$\hat{y} = b_0 + b_j x_j \quad (30)$$

para uma única variável independente (por exemplo x_j) e

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{j=1}^{nX} b_j x_j \quad (31)$$

para múltiplas variáveis independentes (por exemplo x_1, x_2, \dots, x_{nX})

4.5.2 COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

Ainda de acordo com Helton *et al* (2006), temos que a correlação fornece a medida da intensidade da relação linear entre x_j e y . Especificamente, o coeficiente de correlação de Pearson (ρ) entre x_j e y é definido por:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{nS} (x_{ij} - \bar{x}_j)(y_i - \bar{y})}{[\sum_{i=1}^{nS} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2]^{1/2} [\sum_{i=1}^{nS} (y_i - \bar{y})^2]^{1/2}} \quad (32)$$

onde

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{nS} x_{ij}}{nS} \text{ e } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{nS} y_i}{nS}$$

O coeficiente de correlação (ρ) tem um valor entre -1 e 1, com um valor positivo indicando que x_j e y tendem a crescer ou diminuir juntos, e um valor negativo aponta que x_j e y tendem a se mover em direções opostas. Além disso, gradações no valor absoluto entre 0 e 1 correspondem a tendência de nenhuma relação linear entre x_j e y para total relação linear entre as variáveis.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados experimentais, extraídos de Becker e Buettner (1985) e Bertagnoli e Mancini (2009), foram resumidos na Tabela 2, com o número do experimento, número de série, tipologia do carregamento e carga última de colapso. A somatória da largura das nervuras (Σb_w) tem uma variação entre 215mm e 449mm, a altura (H) das peças entre 151mm e 500mm, a resistência característica a compressão do concreto (f_{ck}) entre 41MPa e 113,9 MPa, tensão nas cordoalhas (σ_s) entre 850,92MPa e 1400MPa, taxa de armadura longitudinal (ρ) entre 0,45% e 3,29% e tensão de compressão no centroide da peça (σ_{cp}) entre 2,49MPa e 13,35MPa. A distribuição e faixa de variação desses dados pode ser vista nas Figuras do Apêndice B.

A justificativa para escolha dos dados desses autores deu-se para avaliar ensaios de lajes mais antigas comparados com ensaios mais recentes. Também deve-se incluir o motivo da necessidade de todos os dados necessários para se calcular a resistência ao esforço cortante estarem presentes nos trabalhos. Então, com esses filtros, ainda assim, escolheu-se de maneira arbitrária na literatura disponível, embora seja possível a compilação de uma maior base de dados.

Tabela 2 – Resultados dos ensaios analisados

Número do experimento	Autores	Número de Série	Tipo de carregamento	Ensaio
				$V_{c,exp}$
				kN
1	Becker RJ, Buettner DR (1985)	8414	4 PONTOS	124,20
2		8414	4 PONTOS	89,10
3		8414	4 PONTOS	89,10
4		8414	4 PONTOS	112,95
5		8512	4 PONTOS	171,45
6		8512	4 PONTOS	157,50
7		8512	4 PONTOS	115,65
8		8512	4 PONTOS	116,55
9		8512	4 PONTOS	97,20
10		8512	4 PONTOS	94,95
11		8614	4 PONTOS	274,95
12		8614	4 PONTOS	252,00

13		8614	4 PONTOS	135,00
14		8614	4 PONTOS	180,00
15		8614	4 PONTOS	174,60
16		8614	4 PONTOS	148,05
17		10414	4 PONTOS	130,50
18		10614	4 PONTOS	252,00
19		10614	4 PONTOS	260,55
20		10614	4 PONTOS	226,35
21		10620	4 PONTOS	193,95
22		10620	4 PONTOS	151,20
1	Bertagnoli G, Mancini G (2009)	31200	1	80
2		33200	1	108
3		40200	1	95
4		63200	1	95
5		74265	1	149
6		98265	1	209
7		104265	1	125
8		107265	1	123
9		109265	1	178
10		110265	1	184
11		113265	1	170
12		114265	1	179
13		115265	1	166
14		501265	5	272
15		502265	5	261
16		505265	5	240
17		507265	5	219
18		509265	5	211
19		511265	5	265
20		512265	5	267
21		146320	1	199
22		148320	1	238
23		151320	1	240
24		133320	3	275
25		134320	3	269
26		513320	5	231
27		514320	5	333
28		515320	5	329
29		516320	5	329
30		517320	5	329
31		160370	3	286
32		161370	3	262
33		162400	1	287
34		178400	1	269

35		188400	1	269
36		518400	5	433
37		519400	5	507
38		520400	5	443
39		521400	5	382
40		191500	2	326
47		260-1	4	399
48		260-2	4	417
49		260-3	4	411
50		320-1	4	434
51		320-2	4	463
52		320-3	4	478
53		400-1	4	652
54		400-2	4	616
55		400-3	4	640
56		260-1W	4	228
57		260-2W	4	224
58		260-3W	4	265
59		320-1W	4	352
60		320-2W	4	314
61		320-3W	4	322
62		260-1EBM	4	416
63		260-2EBM	4	386
64		260-3EBM	4	376
65		320-1EBM	4	396
66		320-2EBM	4	387
67		320-3EBM	4	391
68		260-1B	4	415
69		260-2B	4	402
70		260-3B	4	424
71		320-1B	4	372
72		320-2B	4	368
73		320-3B	4	358
74		400-1B	4	444
75		400-2B	4	452
76		400-3B	4	452
77		260-1V	4	302
78		260-2V	4	300
79		260-3V	4	295
80		320-1V	4	345
81		320-1V	4	368
82		320-1V	4	302
83		400-1V	4	487
84		400-2V	4	532
85		400-3V	4	538

86		WT15a	4	353
87		WT15b	4	333
88		WT16a	4	370
89		WT16b	4	364
90		WT4a	4	367
91		WT4b	4	405
92		WT5a	4	370
93		WT5b	4	436
94		WT6	4	414
95		WT7a	4	278
96		WT7b	4	369
97		WT8b	4	231
98		WT10a	4	279
99		WT11a	4	358
100		WT11b	4	321
101		WT12	4	439
102		A3	6	97
103		A4	6	105
104		C2	6	164
105		C4	6	127
106		D1	6	247
107		D2	6	251
108		F2	6	311
109		F3	6	339
110		3	4	165
111		4	4	166
112		5	4	195
113		N-42-01	4	478
114		N-42-02	4	431
115		N-42-03	4	460
116		H150	4	181
117		H150	4	177
118		H150	4	157
119		H200	4	258
120		H250	4	242
121		H250	4	177
122		H250	4	274
123		H300	4	241
124		H360	4	241
125		H360	4	353
126		H360	4	366
127		H400	4	501
128		H500	4	641
129		H500	4	714

Fonte: Autor (2019)

5.1 RESULTADOS PARAMÉTRICOS

A sintetização dos resultados encontrados, com e sem consideração de coeficientes de segurança nas formulações é ilustrada nos itens a seguir.

5.1.1 SEM COEFICIENTES DE SEGURANÇA

O resumo dos parâmetros ξ são encontrados na Tabela 3 abaixo. ξ_{ACI} , $\xi_{EC2-6.2a}$, $\xi_{EC2-6.4}$ e ξ_{NBR} referem-se à razão entre o esforço cortante experimental e o valor teórico obtido pelas formulações de ACI318-14, BS EN 1992-1-1:2004 equação 6.2a, BS EN 1992-1-1:2004 equação 6.4 e NBR 14861:2011 sem utilização de quaisquer coeficientes de segurança.

Tabela 3 – Compilação dos erros dos modelos ξ sem fatores de segurança

Número do experimento	Autor	Série de laje	ξ_{ACI}	$\xi_{EC2-6.2a}$	$\xi_{EC2-6.4}$	ξ_{NBR}
1	Becker RJ, Buettner DR (1985)	8414	1,47	1,25	0,77	0,94
2		8414	1,05	0,89	0,55	0,67
3		8414	1,05	0,89	0,55	0,67
4		8414	1,33	1,13	0,70	0,85
5		8512	2,02	1,46	0,98	1,15
6		8512	1,86	1,34	0,90	1,05
7		8512	1,36	0,98	0,66	0,77
8		8512	1,38	0,99	0,67	0,78
9		8512	1,15	0,83	0,55	0,65
10		8512	1,12	0,81	0,54	0,64
11		8614	2,72	1,73	1,34	1,47
12		8614	2,49	1,59	1,23	1,35
13		8614	1,34	0,85	0,66	0,72
14		8614	2,12	1,13	0,88	0,94
15		8614	2,06	1,10	0,85	0,91
16		8614	1,75	0,93	0,72	0,77
17		10414	1,20	1,14	0,65	0,84
18		10614	1,81	1,39	0,99	1,19
19		10614	1,87	1,44	1,03	1,23
20		10614	2,08	1,25	0,89	1,04
21		10620	1,19	0,87	0,69	0,76
22		10620	1,39	0,68	0,53	0,58
1	Bertagnoli G, Mancini G (2009)	31200	0,94	0,88	0,40	0,66
2		33200	0,99	1,20	0,55	0,99
3		40200	0,88	0,83	0,37	0,64
4		63200	0,75	1,01	0,45	0,84

5		74265	0,99	1,86	0,70	1,32
6		98265	1,00	1,65	0,78	1,30
7		104265	1,08	1,90	0,70	1,43
8		107265	1,04	1,85	0,69	1,37
9		109265	0,94	1,46	0,68	1,16
10		110265	1,04	1,80	0,81	1,41
11		113265	1,18	2,08	0,80	1,56
12		114265	1,01	1,62	0,73	1,28
13		115265	1,15	2,02	0,80	1,53
14		501265	1,75	2,23	1,04	1,60
15		502265	1,68	2,14	0,99	1,54
16		505265	1,67	2,14	1,00	1,49
17		507265	1,62	2,00	0,92	1,38
18		509265	1,51	1,89	0,88	1,32
19		511265	2,17	2,34	1,07	1,59
20		512265	2,19	2,33	1,07	1,59
21		146320	1,19	1,92	0,74	1,40
22		148320	1,06	1,56	0,74	1,29
23		151320	1,18	1,81	0,72	1,38
24		133320	1,18	1,90	0,85	1,40
25		134320	1,34	1,99	0,88	1,37
26		513320	1,14	1,14	0,57	0,84
27		514320	1,63	1,50	0,72	1,18
28	Bertagnoli G,	515320	1,61	1,46	0,71	1,16
29	Mancini G	516320	1,87	1,75	0,83	1,36
30	(2009	517320	1,84	1,76	0,83	1,35
31		160370	0,99	1,56	0,69	1,18
32		161370	1,06	1,41	0,63	1,03
33		162400	1,30	1,31	0,58	1,04
34		178400	0,87	1,14	0,53	0,90
35		188400	0,96	1,19	0,56	0,94
36		518400	1,71	1,80	0,84	1,43
37		519400	2,00	2,10	0,99	1,67
38		520400	1,57	1,97	0,90	1,64
39		521400	1,35	1,70	0,78	1,41
47		260-1	1,43	1,99	0,87	1,79
48		260-2	1,49	2,08	0,91	1,87
49		260-3	1,47	2,05	0,89	1,84
50		320-1	1,32	1,78	0,83	1,52
51		320-2	1,40	1,90	0,89	1,62
52		320-3	1,45	1,96	0,92	1,67
53		400-1	1,73	2,34	1,01	1,81
54		400-2	1,63	2,21	0,95	1,71
55		400-3	1,69	2,29	0,99	1,77
56		260-1W	0,92	1,55	0,72	1,27

57		260-2W	0,86	1,47	0,69	1,23
58		260-3W	1,02	1,73	0,82	1,45
59		320-1W	0,94	1,65	0,81	1,32
60		320-2W	0,84	1,47	0,73	1,17
61		320-3W	0,86	1,51	0,74	1,20
62	Bertagnoli G, Mancini G (2009)	260-1EBM	1,84	1,88	0,82	1,65
63		260-2EBM	1,71	1,74	0,76	1,53
64		260-3EBM	1,66	1,70	0,74	1,49
65		320-1EBM	1,77	1,94	0,82	1,64
66		320-2EBM	1,73	1,90	0,80	1,61
67		320-3EBM	1,75	1,92	0,81	1,62
68		260-1B	1,41	1,72	0,78	1,57
69		260-2B	1,37	1,70	0,75	1,55
70		260-3B	1,44	1,79	0,80	1,63
71		320-1B	1,18	1,45	0,69	1,27
72		320-2B	1,17	1,44	0,68	1,25
73		320-3B	1,14	1,40	0,66	1,22
74		400-1B	1,30	1,59	0,73	1,28
75		400-2B	1,32	1,62	0,74	1,30
76		400-3B	1,32	1,62	0,74	1,30
77		260-1V	0,89	1,27	0,69	1,10
78		260-2V	0,88	1,26	0,68	1,09
79		260-3V	0,87	1,24	0,67	1,07
80		320-1V	1,02	1,39	0,66	1,15
81		320-1V	1,09	1,48	0,70	1,23
82		320-1V	0,89	1,21	0,58	1,01
83		400-1V	1,36	1,58	0,71	1,27
84		400-2V	1,49	1,72	0,77	1,39
85		400-3V	1,50	1,74	0,78	1,41
86		WT15a	2,42	2,84	1,22	2,27
87		WT15b	1,40	2,68	1,15	2,42
88		WT16a	2,53	2,97	1,28	2,37
89		WT16b	1,53	2,92	1,26	2,64
90		WT4a	1,14	2,11	1,06	2,11
91		WT4b	2,09	2,32	1,17	1,98
92		WT5a	1,15	2,12	1,07	2,12
93		WT5b	3,07	2,50	1,26	1,92
94		WT6	3,64	2,38	1,19	1,83
95		WT7a	1,20	2,83	1,04	2,24
96	WT7b	2,60	3,76	1,38	2,65	
97	WT8b	0,96	2,35	0,86	1,92	
98	WT10a	0,89	1,90	0,93	1,79	
99	WT11a	1,86	2,43	1,19	1,92	
100	WT11b	1,02	2,18	1,07	2,06	
101	WT12	3,43	2,98	1,46	2,25	

102	Bertagnoli G, Mancini G (2009)	A3	0,70	0,59	0,31	0,53
103		A4	0,76	0,65	0,35	0,58
104		C2	1,18	1,28	0,47	1,02
105		C4	0,91	0,99	0,36	0,79
106		D1	1,13	1,18	0,53	1,08
107		D2	1,04	1,11	0,53	1,03
108		F2	1,44	1,60	0,61	1,22
109		F3	1,54	1,74	0,67	1,33
110		3	1,38	1,36	0,54	1,10
111		4	1,36	1,27	0,50	1,04
112		5	1,62	1,56	0,61	1,27
113		N-42-01	1,03	1,31	0,56	1,20
114		N-42-02	0,93	1,22	0,52	1,11
115		N-42-03	1,00	1,34	0,57	1,21
116		H150	1,41	1,91	0,75	1,62
117		H150	1,55	2,23	0,77	1,85
118		H150	1,62	2,56	0,75	1,94
119		H200	1,66	2,58	1,03	2,16
120		H250	1,38	2,38	0,95	1,86
121		H250	1,53	2,94	0,97	2,02
122		H250	1,71	2,90	1,15	2,24
123		H300	1,52	2,79	1,02	1,95
124		H360	0,98	1,51	0,61	1,21
125		H360	1,70	2,66	1,02	2,09
126		H360	1,54	2,60	1,01	2,06
127		H400	1,79	2,21	0,93	1,81
128		H500	1,95	2,41	0,94	1,93
129		H500	1,85	2,19	0,96	1,81

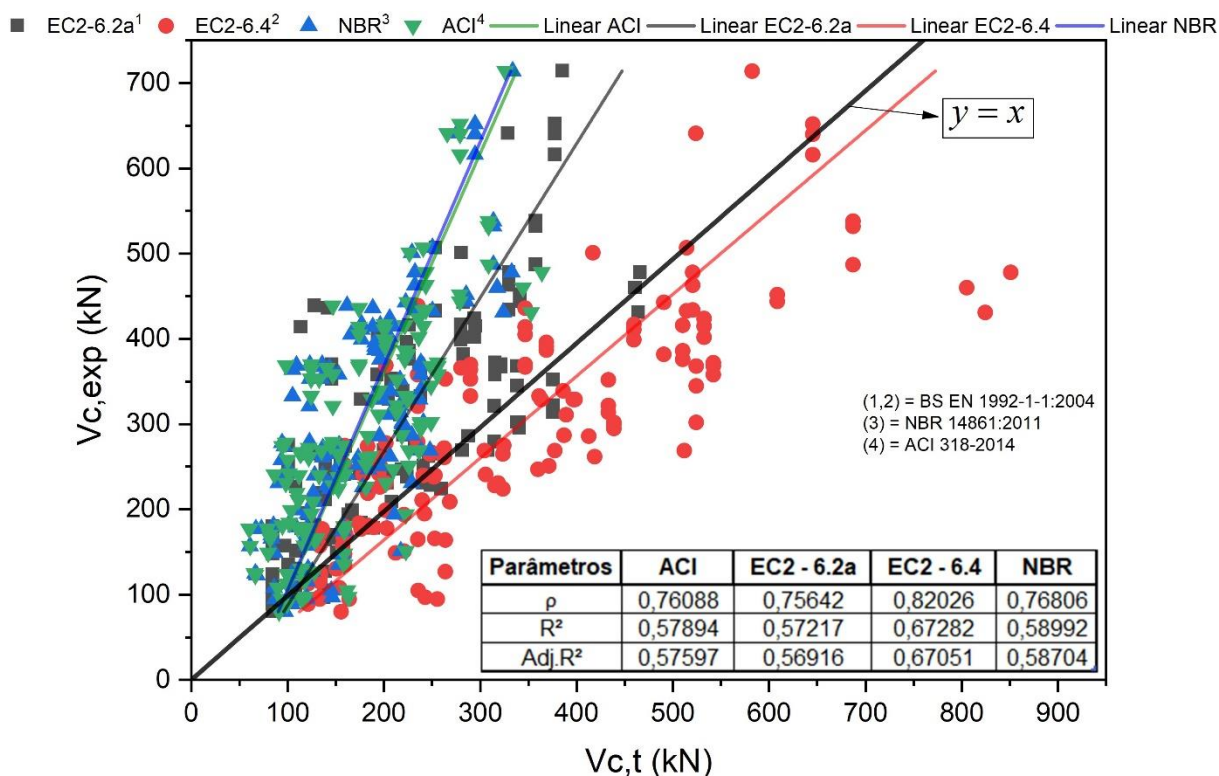
Fonte: Autor (2019)

Dentro da base de dados de Bertagnoli e Mancini (2009), tinha-se originalmente 129 experimentos que foram analisados. Entretanto, as lajes 40 a 46 apresentaram valores de resistência ao esforço cortante pela Equação 6.4 incompatíveis com as demais, talvez ocasionado por algum erro na definição do momento de inércia e momento estático. Portanto, para se manter a igualdade de comparações, descartaram-se esses dados, também para não prejudicar as distribuições de cada modelo e invalidar os resultados da análise de sensibilidade.

A distribuição de ξ é observada no gráfico da Figura 16, onde temos as regressões lineares para cada modelo, expressadas simplesmente como “Linear + NORMA”. Tem-se ainda neste gráfico, o coeficiente de correlação (ρ), coeficiente de determinação (R^2) e o coeficiente de determinação ajustado (Adj. R^2). Será comum nos

gráficos das análises o desenho da projeção da reta $Y = X$, definida como a superfície de falha ou erro do modelo. É considerado falha o resultado abaixo da reta, de valor teórico esperado maior que o obtido experimentalmente.

Figura 16 – Gráfico de dispersão do erro do modelo sem fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

Um modelo consistente para a determinação da resistência ao esforço cortante de lajes alveolares pré-fabricadas protendidas deve apresentar um ξ de 1, sendo a favor da segurança valores maiores que 1.

Esta consistência do modelo é representada pela dispersão dos pontos do gráfico da Figura 16 em torno da reta que passa pela origem. Os pontos acima desta reta, representam os ensaios cujo cálculo estimado pelo modelo é inferior ao valor obtido experimentalmente, significando que houve uma subestimação da resistência ao cisalhamento do elemento considerado, ou seja, não ocorreria uma falha estrutural caso o valor calculado fosse utilizado para projeto.

Analogamente, os pontos abaixo desta reta representam os ensaios cujo valor calculado estimado é superior ao obtido experimentalmente. Esta superestimação da resistência ao cisalhamento pode significar uma falha estrutural, mesmo utilizando-se de fatores de segurança de projeto.

Como pode-se observar pelo gráfico boxplot da Figura 17 e pela Tabela 4, o modelo europeu (Equação 6.2a) pode ser considerado o mais seguro entre as três equações analisadas, com uma maior concentração de resultados acima da superfície de falha.

Apesar de seguro, também pode-se inferir que este modelo é demasiadamente conservador, tendo tanto a média dos quocientes quanto o desvio padrão altos.

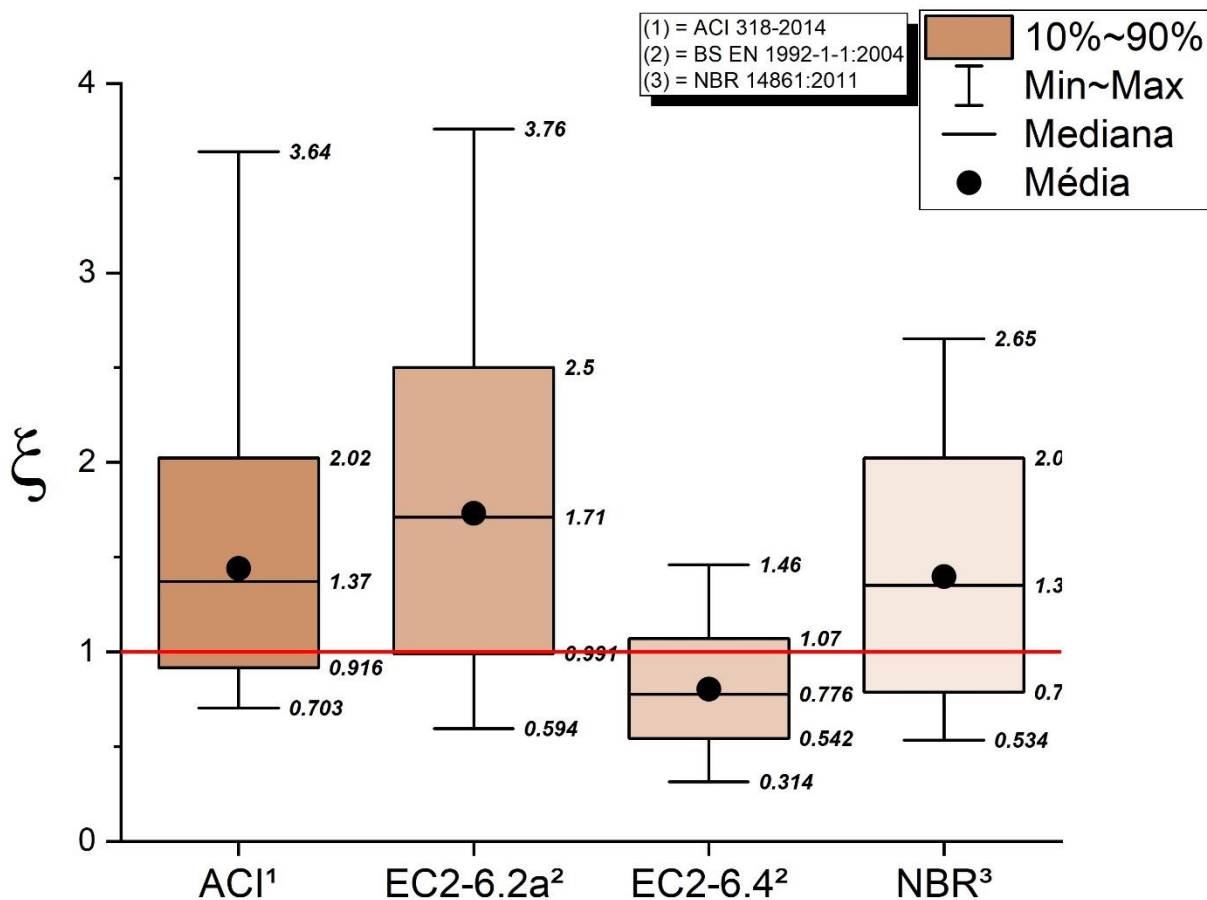
Os ajustes lineares mostram-se satisfatórios para a análise realizada, com forte correlação entre as variáveis. A equação europeia 6.4 é a única a apresentar resultados majoritariamente contra a segurança, com a regressão linear ficando abaixo da superfície de falha. Os dados estatísticos descritivos são sumarizados na Tabela 4 para complementar o entendimento dos resultados dos cálculos. O gráfico boxplot da Figura 17 representa de maneira explicativa os mesmos dados estatísticos, com a concentração de 80% dos resultados no intervalo das caixas. A reta $y=1$ auxilia na identificação do erro de cada formulação.

Tabela 4 – Dados estatísticos da análise sem fatores de segurança

Variável	Média	Desv Pad	Variância	Coef Var	Mínimo	Mediana	Máximo
ACI 318-2014	1,4408	0,5014	0,2514	34,80	0,7029	1,3712	3,6404
EC2 - 6.2a (BS EN 1992-1-1:2004)	1,7323	0,5739	0,3293	33,13	0,5937	1,7113	3,7584
EC2 - 6.4 (BS EN 1992-1-1:2004)	0,8035	0,2198	0,0483	27,35	0,3140	0,7763	1,4593
NBR 14861:2011	1,3983	0,4516	0,2039	32,30	0,5343	1,3499	2,6530

Fonte: Autor (2019)

Figura 17 – Boxplot do erro do modelo sem fatores de segurança

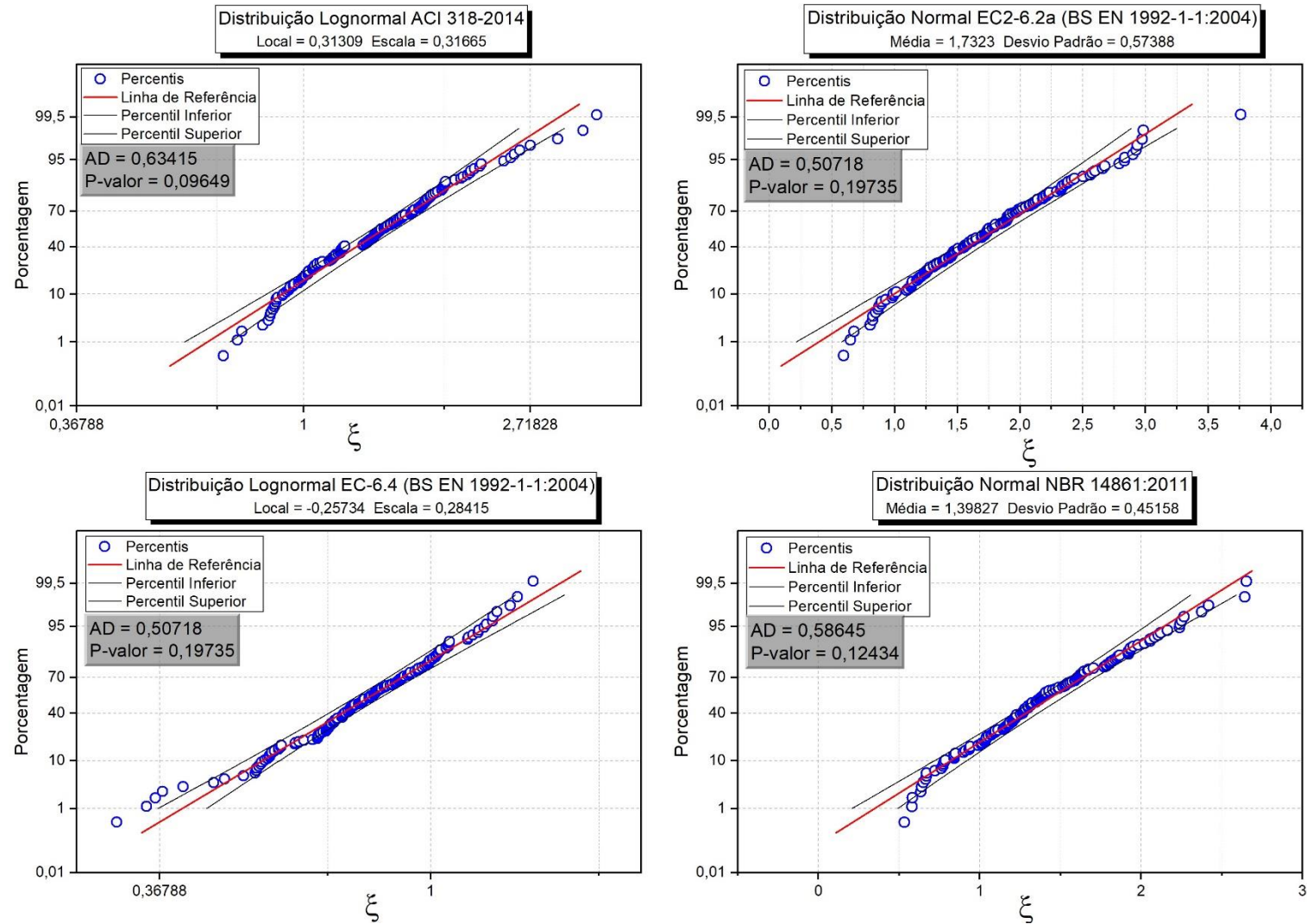


Fonte: Autor (2019)

Imbuído dos dados da Tabela 3, e utilizando-se do Software OriginPro 2018, foi feito o teste de identificação de distribuição individual, para verificar qual tipo de distribuição, para cada modelo, melhor representa os resultados. Considerando um valor de significância de 0,05 (P-valor = 0,05) e a estatística de Anderson Darling (AD) como comparador de normalidade, conclui-se que as melhores aproximações de distribuição são dadas pelo gráfico da Figura 18, cujos valores AD e P-valor são mostrados acima de cada distribuição. Optou-se pelo teste de Anderson Darling ao invés de outros como Kolmogorov-smirnov, Cramer-Von Mises e Shapiro-Wilk por apresentar resultados satisfatórios e equivalentes aos demais, segundo Leotti, Birck e Riboldi (2005).

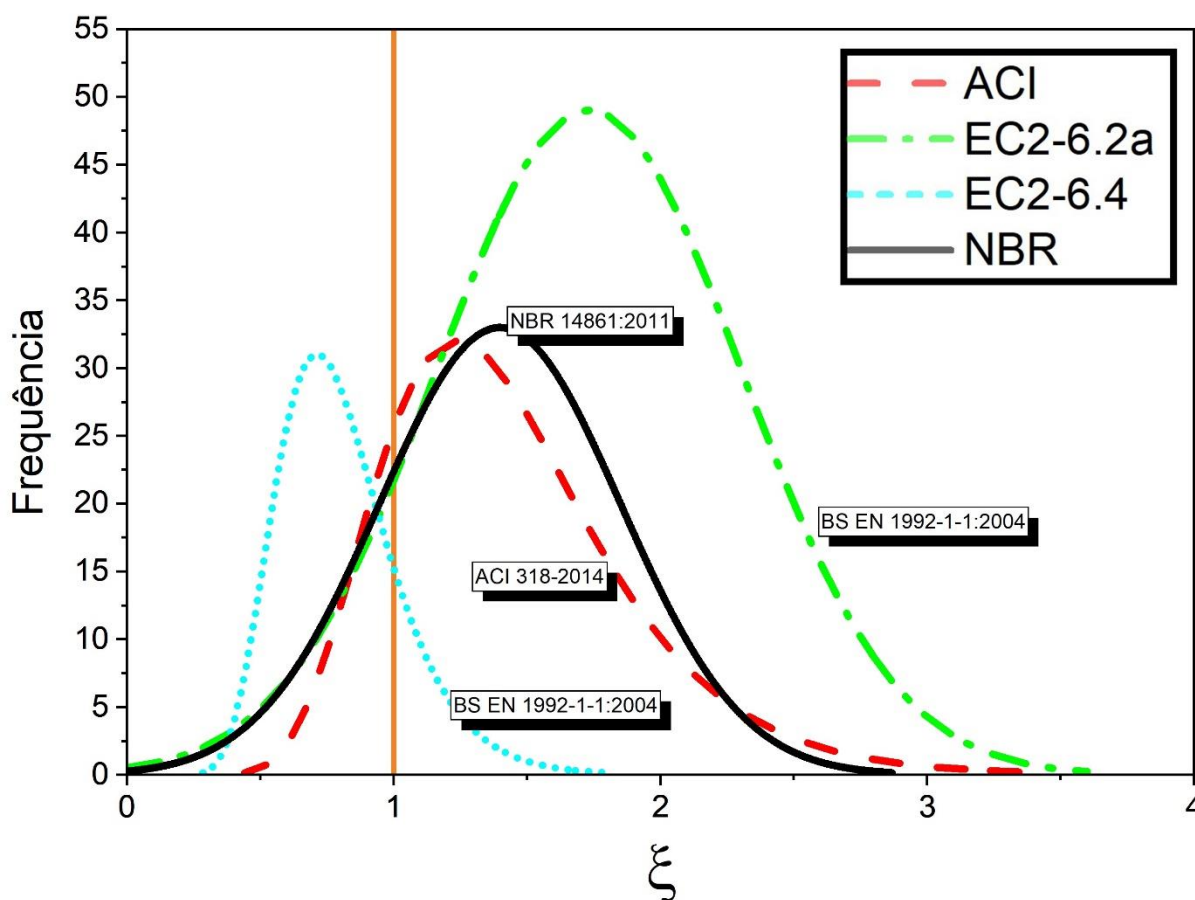
Os gráficos de densidade de probabilidade, utilizando-se das distribuições aproximadas, pode ser visto na Figura 19.

Figura 18 – Ajuste de distribuição do erro do modelo sem fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

Figura 19 – Distribuição de probabilidade do erro do modelo sem fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

Em um gráfico de densidade de probabilidade, quanto maior a amplitude, ou seja, quanto menor o pico do gráfico, maior a dispersão dos resultados. Sendo assim, nota-se que a maior variabilidade dos resultados ocorre no modelo americano. Analogamente, tem-se que o gráfico com o maior pico terá valores mais próximos da média, menos dispersos, sendo este representado pelo modelo europeu (Equação 6.4).

As formulações da NBR 14861:2011 e ACI318-2014 apresentam resultados próximos entre si e intermediários entre as equações 6.2a e 6.4 do Eurocode 2:2004, com uma dispersão dos pontos satisfatória.

Com base nas curvas, a probabilidade do evento $P(x) < 1$, correspondente a valores de ξ menores que 1 (área abaixo da curva), é dada por:

- $P_{ACI} = 16,14\%$;
- $P_{EC2-6.2a} = 10,10\%$;

- $P_{EC2-6.4} = 81,74\%$;
- $P_{NBR} = 18,89\%$

Todos os gráficos individuais, com a representação das probabilidades, estão no Apêndice C.

5.1.2 COM COEFICIENTES DE SEGURANÇA

O resumo dos parâmetros ξ são encontrados na Tabela 5 abaixo, com a utilização dos coeficientes de segurança previstos em cada formulação.

No modelo americano, temos o fator redutor ϕ de valor 0,75 que é aplicado ao final dos cálculos. Nas formulações do Eurocode, temos a minoração de $C_{Rd,c}$ e f_{ctd} dado pelo fator γ_c de valor 1,5. Por fim, na NBR tem-se a minoração de f_{cd} e f_{ctd} pelo fator γ_c de valor 1,4.

Tabela 5 - Compilação dos erros dos modelos ξ com fatores de segurança

Número do experimento	Autor	Série de laje	ξ_{ACI}	$\xi_{EC2-6.2a}$	$\xi_{EC2-6.4}$	ξ_{NBR}
1	Becker RJ, Buettner DR (1985)	8414	1,95	1,49	1,02	1,19
2		8414	1,40	1,07	0,74	0,85
3		8414	1,40	1,07	0,74	0,85
4		8414	1,78	1,36	0,93	1,08
5		8512	2,70	1,81	1,29	1,43
6		8512	2,48	1,67	1,18	1,32
7		8512	1,82	1,22	0,87	0,97
8		8512	1,83	1,23	0,87	0,97
9		8512	1,53	1,03	0,73	0,81
10		8512	1,49	1,00	0,71	0,79
11		8614	3,63	2,11	1,73	1,80
12		8614	3,32	1,93	1,58	1,65
13		8614	1,78	1,04	0,85	0,88
14		8614	2,83	1,38	1,13	1,14
15		8614	2,75	1,34	1,10	1,11
16		8614	2,33	1,14	0,93	0,94
17		10414	1,60	1,34	0,87	1,07
18		10614	2,41	1,70	1,29	1,45
19		10614	2,49	1,76	1,33	1,50
20		10614	2,78	1,53	1,15	1,27
21		10620	1,58	1,05	0,88	0,92
22		10620	1,85	0,82	0,68	0,69

1		31200	1,26	1,05	0,51	0,82
2		33200	1,32	1,44	0,70	1,25
3		40200	1,18	1,01	0,48	0,80
4		63200	1,00	1,23	0,58	1,09
5		74265	1,31	2,17	0,93	1,72
6		98265	1,34	1,99	1,00	1,65
7		104265	1,43	2,24	0,93	1,88
8		107265	1,39	2,17	0,92	1,80
9		109265	1,26	1,76	0,88	1,48
10		110265	1,39	2,21	1,06	1,80
11		113265	1,57	2,51	1,06	2,04
12		114265	1,34	2,00	0,94	1,64
13		115265	1,54	2,48	1,05	1,99
14		501265	2,34	2,69	1,33	1,99
15		502265	2,24	2,58	1,28	1,91
16		505265	2,23	2,62	1,29	1,87
17		507265	2,16	2,44	1,19	1,73
18		509265	2,02	2,32	1,14	1,66
19		511265	2,90	2,86	1,38	1,98
20		512265	2,92	2,85	1,39	1,99
21		146320	1,59	2,33	0,99	1,81
22	Bertagnoli G, Mancini G (2009)	148320	1,42	1,86	0,94	1,59
23		151320	1,58	2,24	0,95	1,76
24		133320	1,57	2,34	1,11	1,79
25		134320	1,79	2,45	1,15	1,73
26		513320	1,52	1,34	0,73	1,01
27		514320	2,17	1,77	0,92	1,42
28		515320	2,14	1,73	0,91	1,39
29		516320	2,49	2,11	1,07	1,65
30		517320	2,45	2,12	1,06	1,65
31		160370	1,32	1,89	0,90	1,46
32		161370	1,42	1,70	0,81	1,27
33		162400	1,74	1,57	0,74	1,25
34	178400	1,16	1,36	0,68	1,09	
35	188400	1,27	1,41	0,71	1,13	
36	518400	2,28	2,16	1,09	1,73	
37	519400	2,67	2,53	1,27	2,02	
38	520400	2,09	2,37	1,17	1,99	
39	521400	1,80	2,04	1,01	1,71	
47	260-1	1,90	2,38	1,11	2,25	
48	260-2	1,99	2,49	1,16	2,36	
49	260-3	1,96	2,45	1,15	2,32	
50	320-1	1,75	2,11	1,07	1,87	
51	320-2	1,87	2,25	1,14	1,99	
52	320-3	1,93	2,32	1,17	2,06	

53	400-1	2,30	2,81	1,31	2,21
54	400-2	2,17	2,66	1,23	2,09
55	400-3	2,26	2,76	1,28	2,17
56	260-1W	1,22	1,86	0,93	1,62
57	260-2W	1,15	1,75	0,89	1,55
58	260-3W	1,36	2,08	1,05	1,84
59	320-1W	1,25	1,93	1,04	1,62
60	320-2W	1,11	1,72	0,92	1,45
61	320-3W	1,14	1,77	0,95	1,49
62	260-1EBM	2,45	2,33	1,06	2,12
63	260-2EBM	2,28	2,17	0,99	1,97
64	260-3EBM	2,22	2,11	0,96	1,92
65	320-1EBM	2,36	2,40	1,07	2,07
66	320-2EBM	2,31	2,34	1,05	2,03
67	320-3EBM	2,33	2,37	1,06	2,05
68	260-1B	1,88	2,07	1,00	1,98
69	260-2B	1,82	2,05	0,97	1,95
70	260-3B	1,92	2,16	1,02	2,06
71	320-1B	1,57	1,73	0,88	1,56
72	320-2B	1,56	1,71	0,87	1,54
73	320-3B	1,51	1,66	0,84	1,50
74	400-1B	1,73	1,91	0,94	1,56
75	400-2B	1,77	1,94	0,96	1,58
76	400-3B	1,77	1,94	0,96	1,58
77	260-1V	1,18	1,49	0,87	1,38
78	260-2V	1,17	1,48	0,87	1,37
79	260-3V	1,15	1,46	0,85	1,34
80	320-1V	1,36	1,66	0,84	1,43
81	320-1V	1,45	1,77	0,90	1,53
82	320-1V	1,19	1,45	0,74	1,25
83	400-1V	1,81	1,90	0,92	1,55
84	400-2V	1,98	2,08	1,00	1,70
85	400-3V	2,00	2,10	1,01	1,71
86	WT15a	3,22	3,37	1,59	2,86
87	WT15b	1,86	3,18	1,50	3,16
88	WT16a	3,38	3,53	1,66	3,00
89	WT16b	2,04	3,48	1,64	3,46
90	WT4a	1,52	2,50	1,35	2,70
91	WT4b	2,79	2,75	1,49	2,44
92	WT5a	1,53	2,52	1,36	2,72
93	WT5b	4,09	2,97	1,61	2,31
94	WT6	4,85	2,82	1,53	2,20
95	WT7a	1,59	3,26	1,38	2,95
96	WT7b	3,46	4,33	1,83	3,37
97	WT8b	1,28	2,71	1,14	2,55

98	WT10a	1,18	2,24	1,19	2,27
99	WT11a	2,47	2,88	1,52	2,34
100	WT11b	1,36	2,58	1,37	2,61
101	WT12	4,58	3,53	1,87	2,71
102	A3	0,94	0,70	0,40	0,66
103	A4	1,02	0,77	0,45	0,72
104	C2	1,57	1,48	0,62	1,31
105	C4	1,21	1,15	0,48	1,01
106	D1	1,50	1,42	0,69	1,34
107	D2	1,39	1,33	0,68	1,28
108	F2	1,91	1,94	0,80	1,51
109	F3	2,06	2,11	0,88	1,64
110	3	1,84	1,70	0,70	1,40
111	4	1,82	1,59	0,66	1,32
112	5	2,16	1,95	0,81	1,61
113	N-42-01	1,37	1,53	0,72	1,44
114	N-42-02	1,24	1,42	0,67	1,33
115	N-42-03	1,33	1,56	0,73	1,45
116	H150	1,88	2,21	0,98	2,12
117	H150	2,06	2,64	1,00	2,43
118	H150	2,15	2,89	1,00	2,57
119	H200	2,22	3,07	1,34	2,75
120	H250	1,85	2,83	1,24	2,34
121	H250	2,04	3,21	1,30	2,63
122	H250	2,28	3,49	1,50	2,83
123	H300	2,02	3,25	1,35	2,47
124	H360	1,30	1,81	0,79	1,49
125	H360	2,26	3,21	1,34	2,61
126	H360	2,06	3,13	1,31	2,55
127	H400	2,38	2,64	1,20	2,19
128	H500	2,60	2,87	1,22	2,32
129	H500	2,47	2,56	1,23	2,14

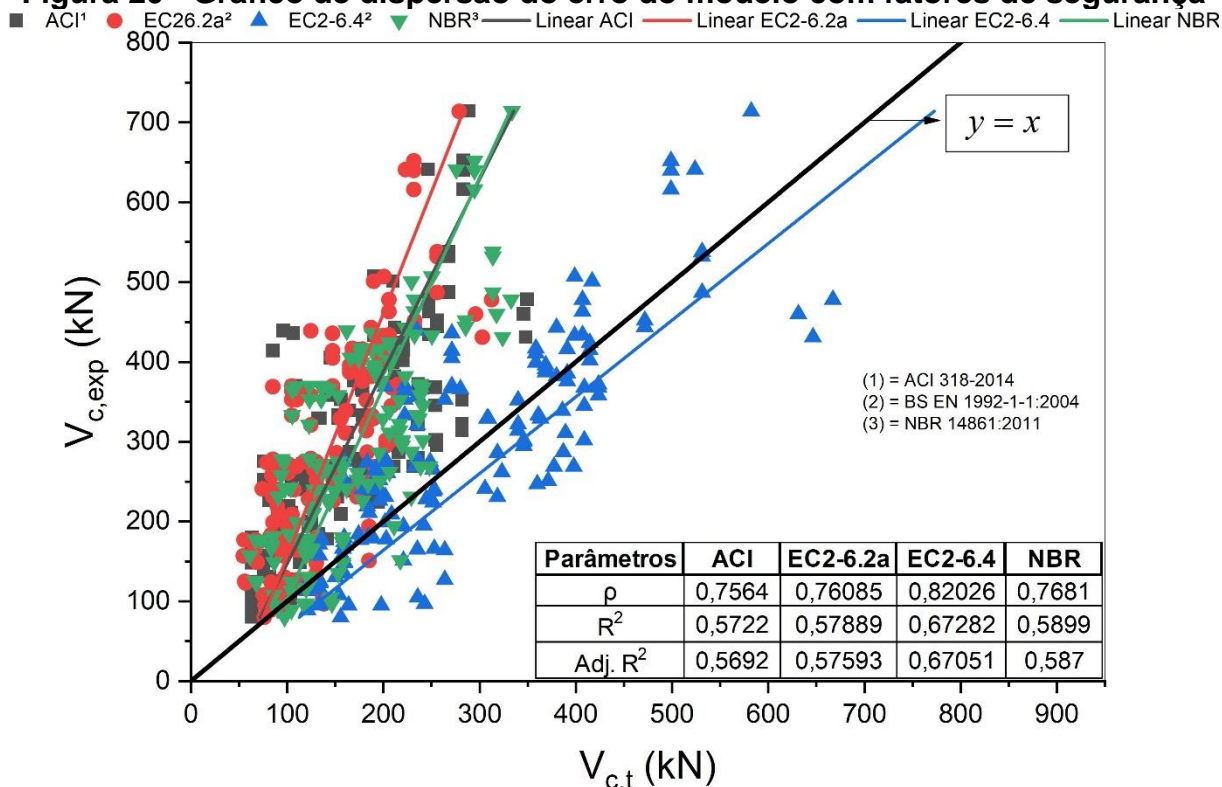
Fonte: Autor (20190)

Faz-se a distribuição de ξ da mesma maneira que no item 5.1.1, ilustrando-a no gráfico da Figura 20, com as regressões lineares para cada modelo, o coeficiente de correlação (ρ), coeficiente de determinação (R^2) e o coeficiente de determinação ajustado (Adj. R^2).

Assim como verificado sem a utilização dos fatores de segurança, pela Figura 20 e Tabela 6 podemos notar um comportamento semelhante na resposta do erro do modelo, com um leve deslocamento dos pontos para cima, afastando-se da linha de falha. Agora temos o modelo ACI 318-2014 como mais conservador, e observa-se

uma aproximação maior entre os modelos americano (ACI 318-2014) e brasileiro (NBR 14861:2011).

Figura 20 - Gráfico de dispersão do erro do modelo com fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

Pela Figura 21 vemos uma dispersão maior dos resultados do modelo americano (ACI 318-2014) quando são utilizados os fatores de segurança, também visto em menor escala nos demais.

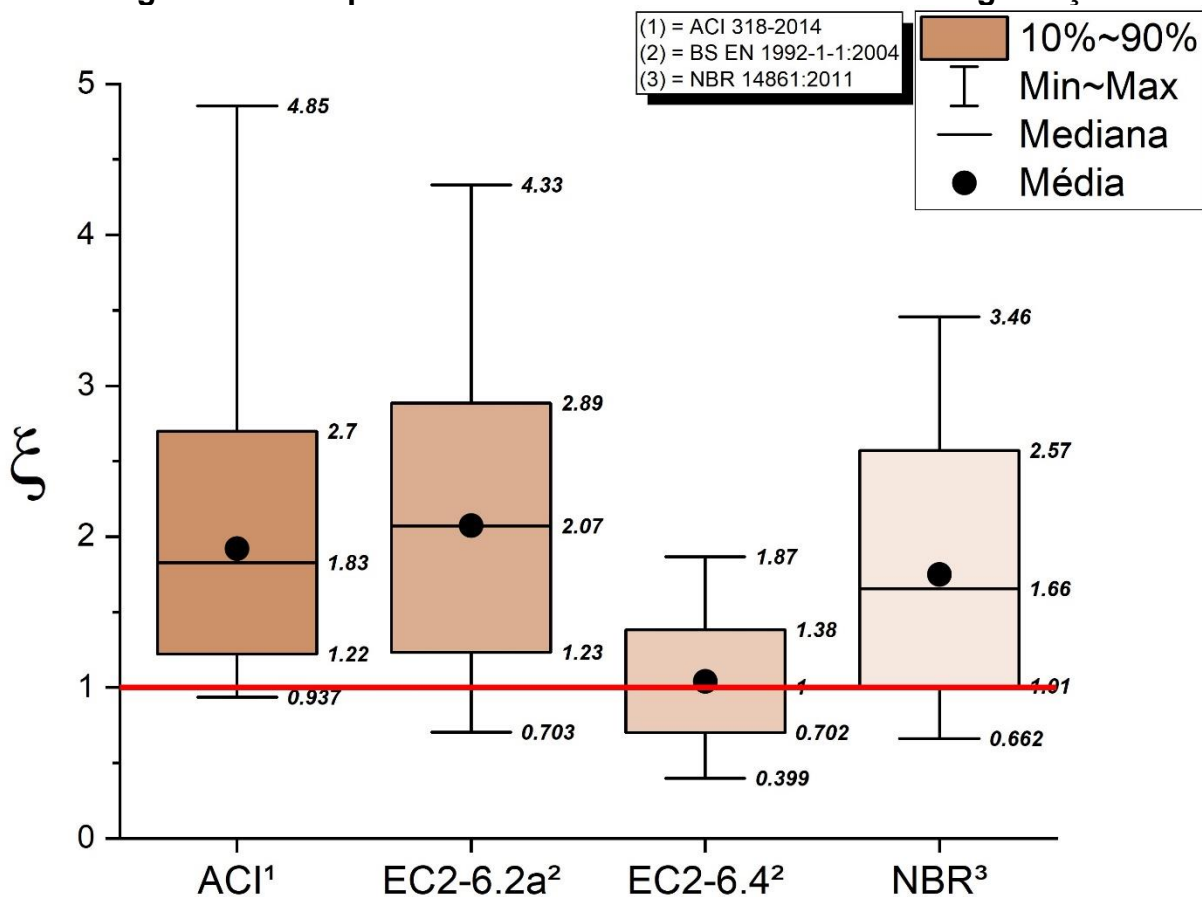
Novamente, a equação 6.4 do modelo europeu (BS EN 1992-1-1:2004) traz os resultados mais próximos do modelo experimental, com média muito próxima de 1 e menor desvio padrão. Entretanto, como estamos no âmbito de projeto estrutural, a preocupação é existir uma margem de segurança em consideração de eventuais erros de execução, variáveis não consideradas e incertezas próprias dos mecanismos de cisalhamento. Sendo assim, os resultados são insatisfatórios para a utilização dessa formulação em dimensionamento.

Tabela 6 - Dados estatísticos da análise com fatores de segurança

Variável	Médi a	Desv Pad	Variân cia	Coef Var	Míni mo	Medi ana	Máxi mo
ACI 318-2014	1,921 02	0,668 52	0,4469 2	0,348	0,937 22	1,828 23	4,853 89

EC2 - 6.2a (BS EN 1992-1-1:2004)	2,074 74	0,671 7	0,4511 8	0,323 75	0,702 74	2,071 89	4,332 41
EC2 - 6.4 (BS EN 1992-1-1:2004)	1,041 4	0,284 67	0,0810 4	0,273 35	0,399 21	1,003 42	1,867 69
NBR 14861:2011	1,749 62	0,581 26	0,3378 7	0,332 22	0,661 89	1,655 24	3,457 77

Figura 21 – Boxplot do erro do modelo com fatores de segurança

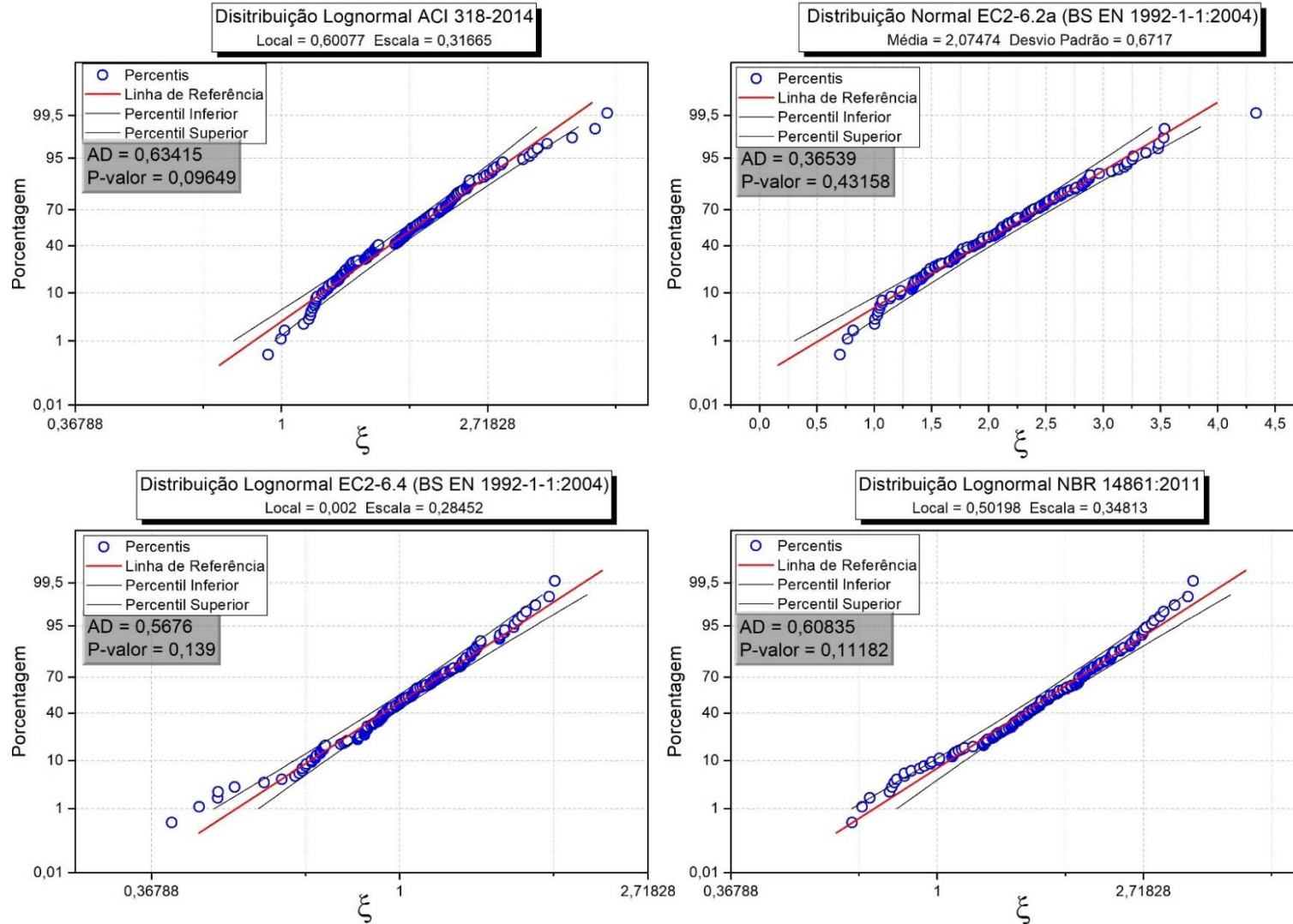


Fonte: Autor (2019)

Houve uma mudança no ajuste de distribuição da variável erro do modelo ξ , observado na Figura 22, onde o modelo brasileiro (NBR 14861:2011) passa de uma distribuição normal para lognormal, apesar dos valores de Anderson-Darling e P-valor serem próximos.

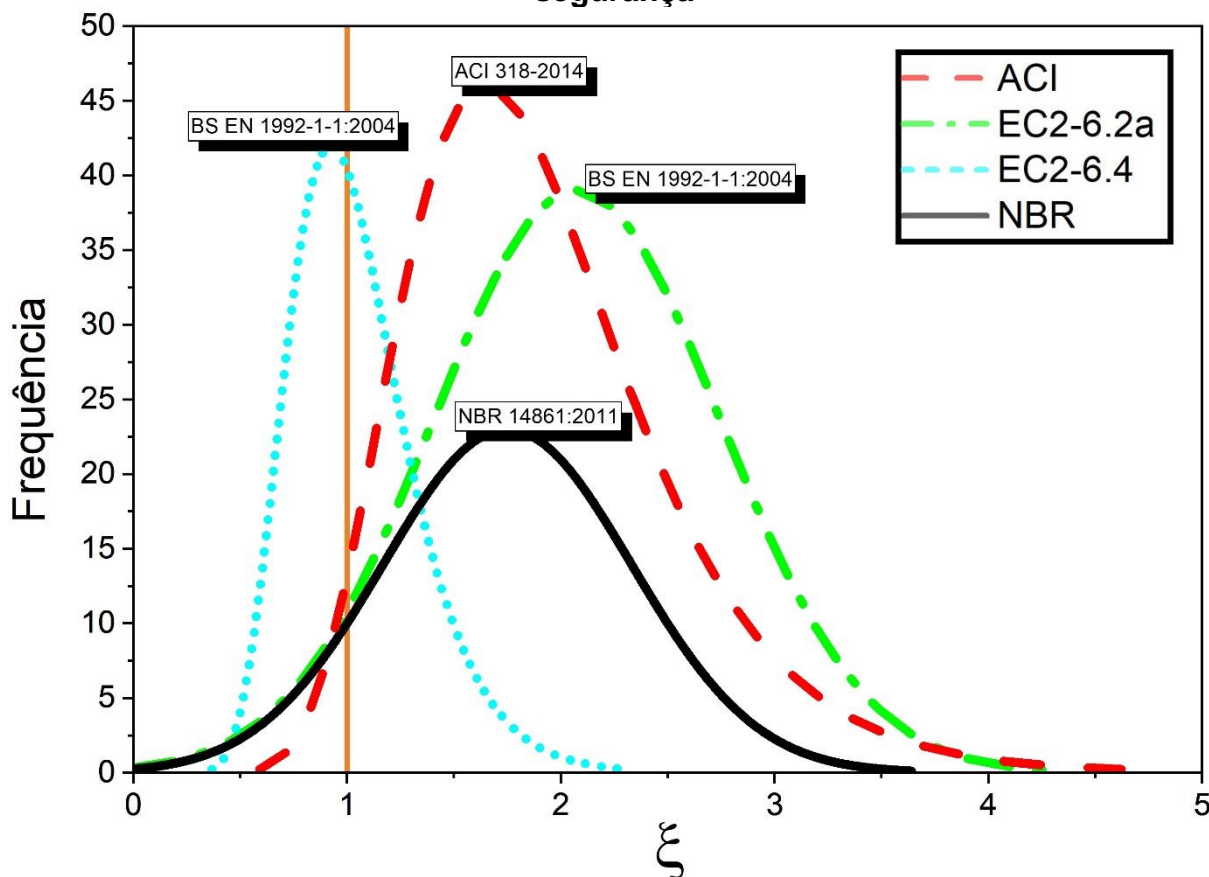
Da mesma maneira que foi feito no item 5.1.1, temos o gráfico da Figura 23 apresentando a densidade de probabilidade do erro dos modelos, com notória dispersão do pico gaussiano do modelo americano (ACI 318-2014), tendo uma faixa de variação maior de valores, assim como uma distribuição mais suave dos resultados do modelo brasileiro (NBR 14861:2011) com amplitude horizontal maior e menor pico.

Figura 22 - Ajuste de distribuição do erro do modelo com fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

Figura 23 - Distribuição de probabilidade do erro do modelo com fatores de segurança



A probabilidade de ocorrência do evento $P(x) < 1$, correspondente a valores de ξ menores que 1 (área abaixo da curva), foi calculada como:

- $P_{ACI} = 2,89\%$;
- $P_{EC2-6.2a} = 5,48\%$;
- $P_{EC2-6.4} = 49,72\%$;
- $P_{NBR} = 7,47\%$

Todos os gráficos individuais, com a representação das probabilidades, estão no Apêndice C.

5.2 RESULTADOS DE SENSIBILIDADE

A comparação foi feita com base na variação percentual no erro do modelo ξ , chamado aqui como $\Delta\xi$, observado nos gráficos da Figura 24, Figura 25, Figura 26 e Figura 27, para cada formulação e parâmetros.

Figura 24 – Diagrama Tornado do modelo ACI318-2014

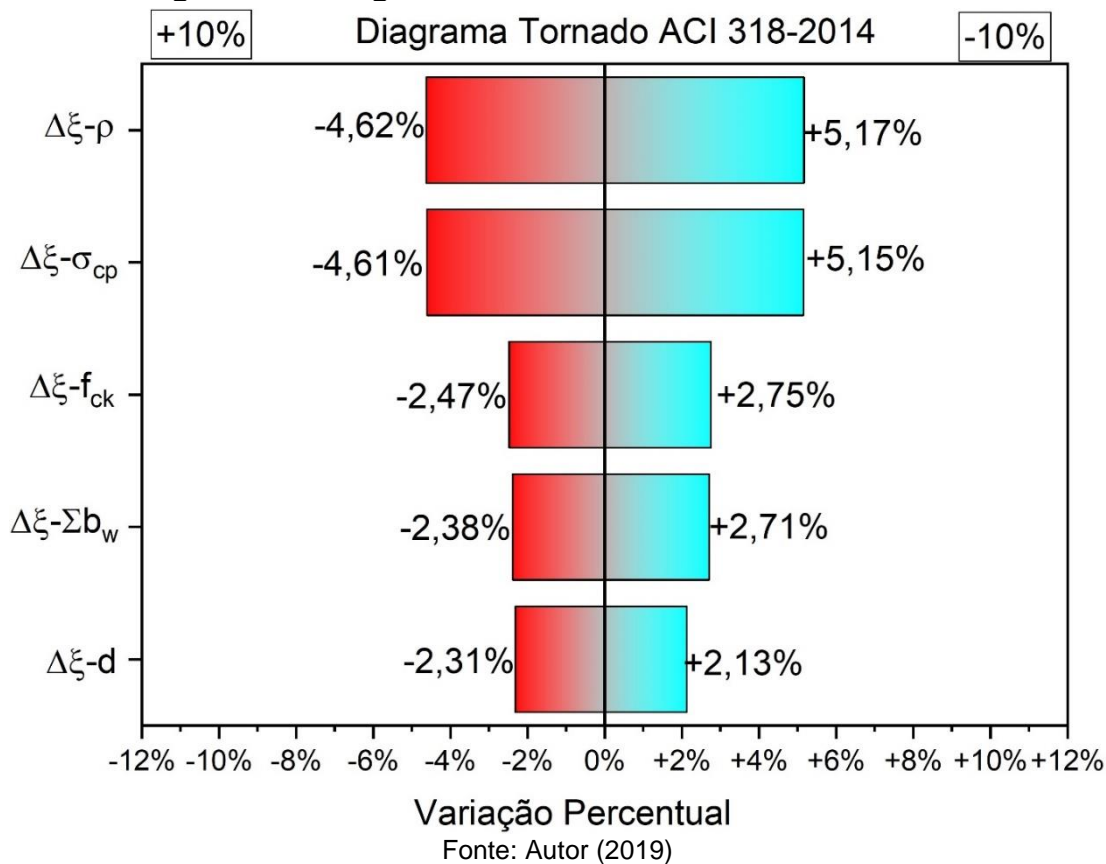


Figura 25 - Diagrama Tornado do modelo BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.2a

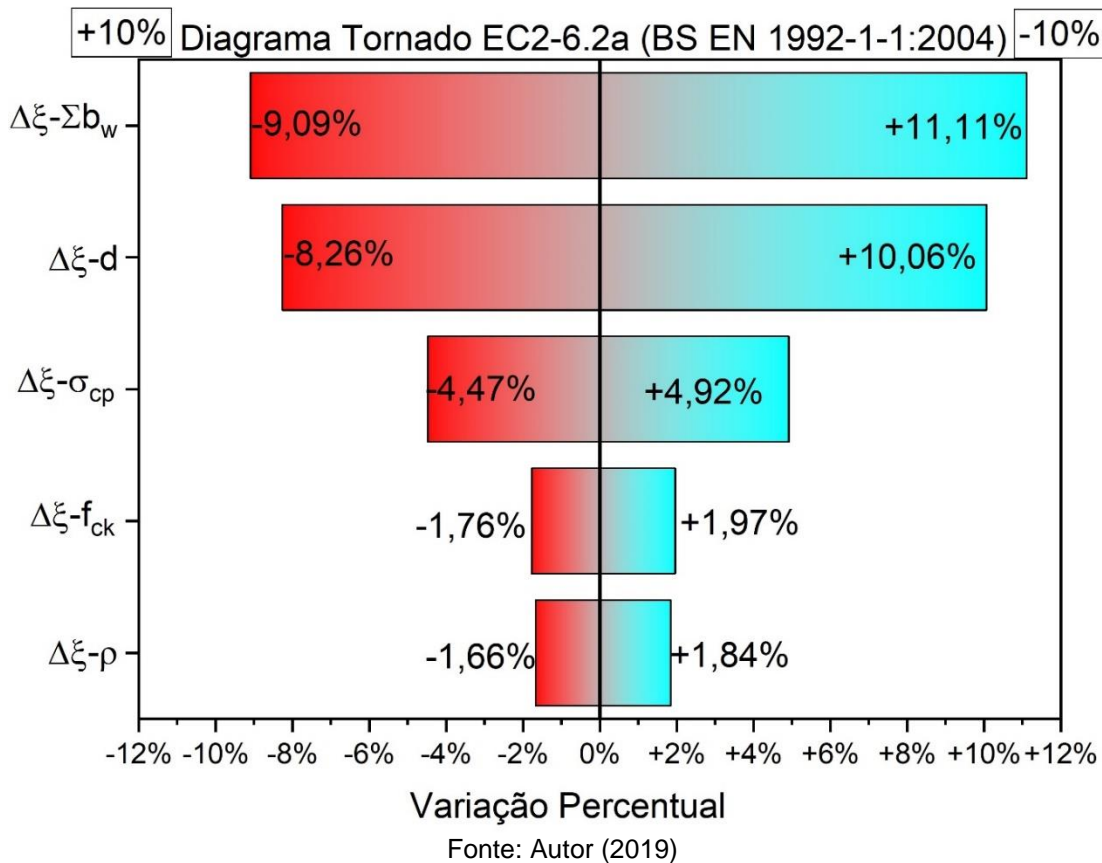
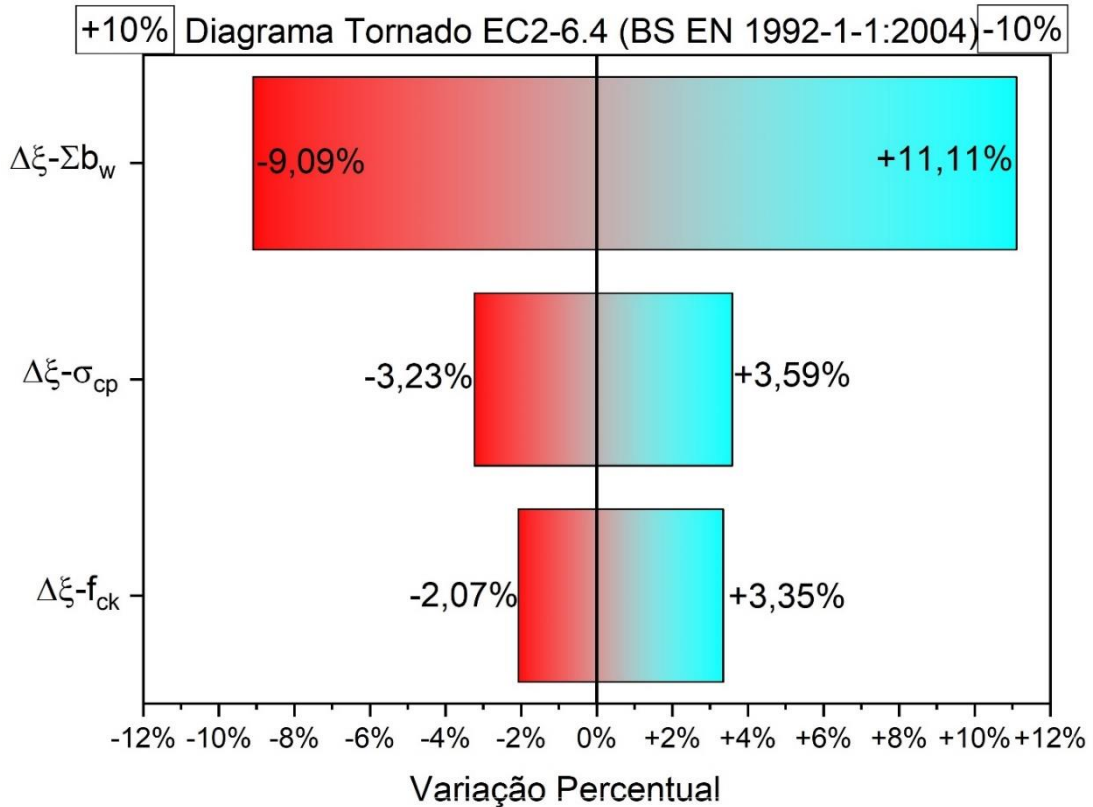
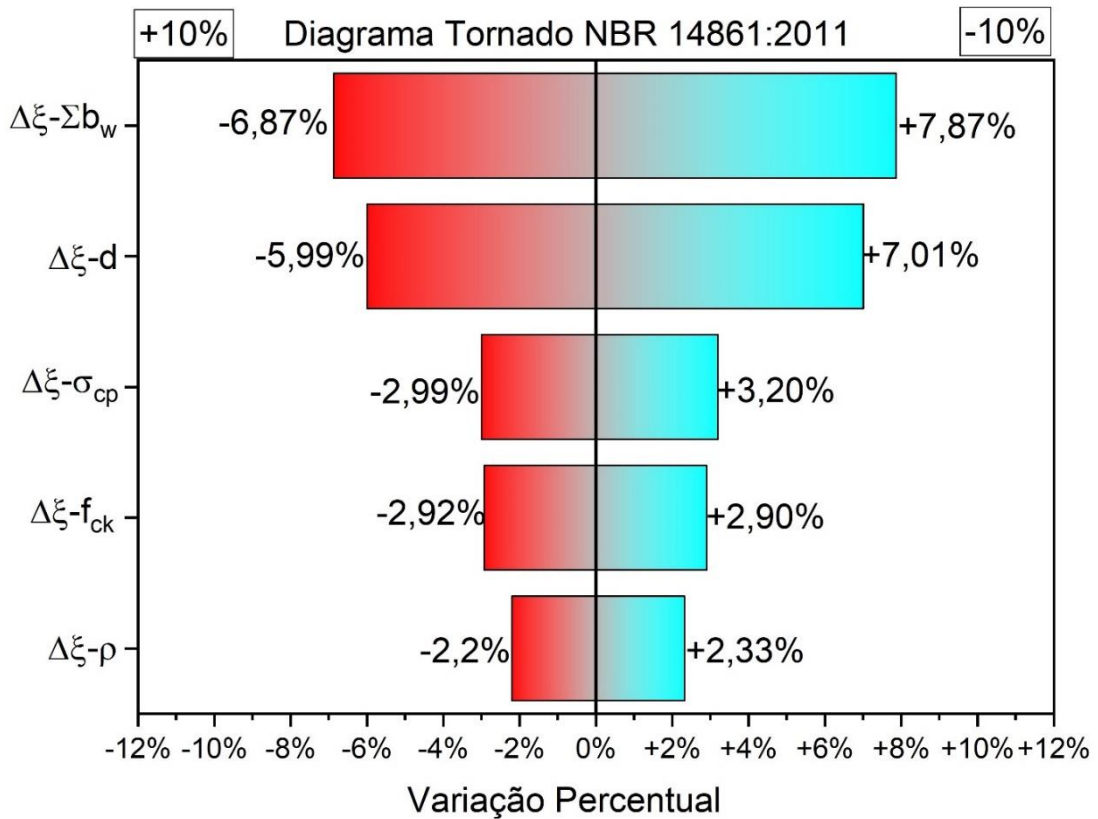


Figura 26 - Diagrama Tornado do modelo BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.4



Fonte: Autor (2019)

Figura 27 - Diagrama Tornado do modelo NBR 14861:2011



Fonte: Autor (2019)

Com os resultados obtidos para cada variável, procurou-se determinar a média geral de cada parâmetro entre todos os modelos, para analisar, de maneira aproximada, a influência dos parâmetros selecionados na caracterização da resistência ao esforço cortante em lajes alveolares pré-fabricadas protendidas, no intuito de ajudar a focar os estudos e investigações em fatores que mais podem impactar nos mecanismos de cisalhamento.

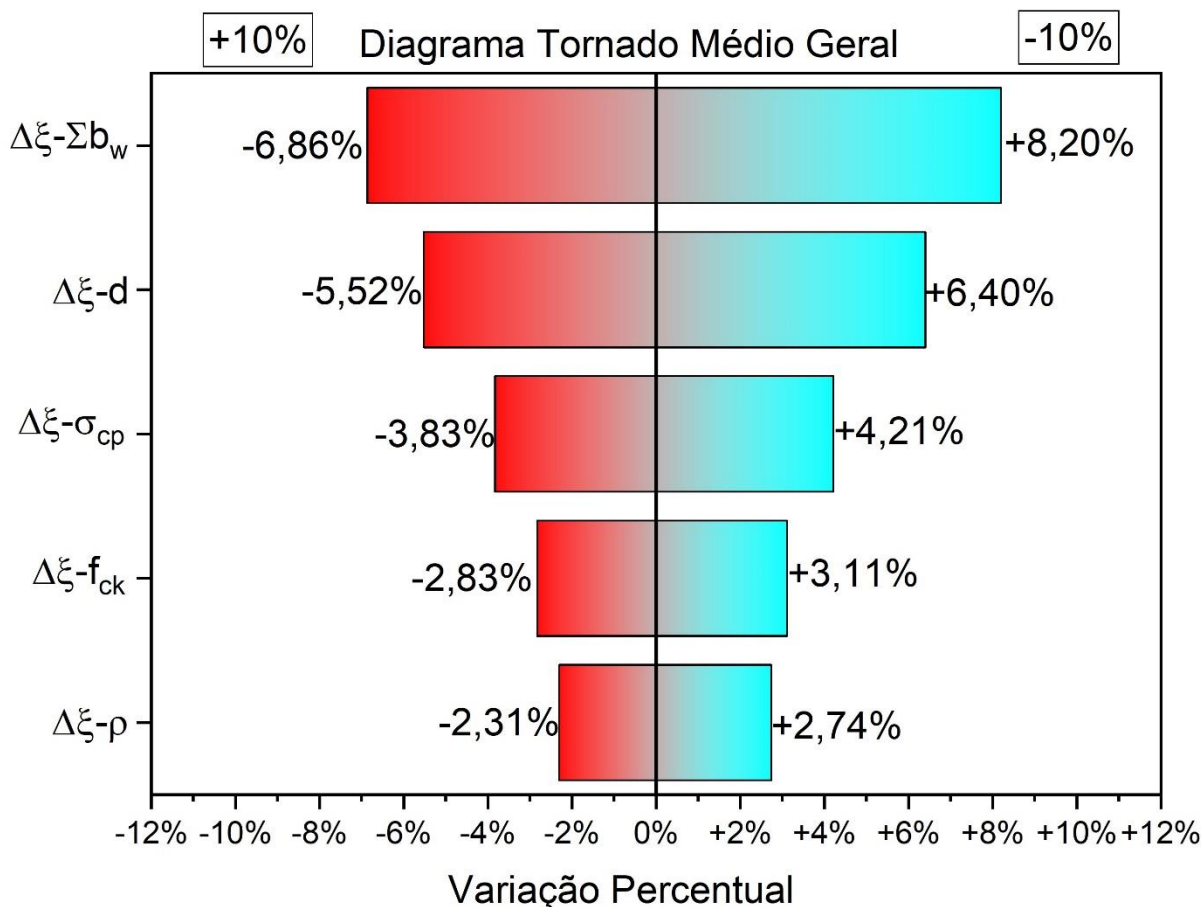
O gráfico da Figura 28 nos mostra que dentre as formulações analisadas e dentro do espaço amostral coletado, as variáveis de maior influência na resistência ao esforço cortante são o somatório da largura das nervuras (Σb_w) e a altura efetiva (d), ambas propriedades geométricas. Σb_w justifica-se pelo aumento da seção de concreto resistente da peça, já d admite-se que o ganho na capacidade resistente à flexão pelo aumento da altura da peça, provoca uma redução na ação combinada do flexo-cisalhamento.

A tensão de protensão σ_{cp} melhora a capacidade resistente por aliviar as tensões de tração diagonal, próximas ao apoio, onde temos o comprimento de transmissão. Entretanto, esta é uma variável que depende intensamente da perda de protensão das cordoalhas, afetando diretamente sua relatividade.

A resistência característica à compressão do concreto f_{ck} está vinculada à resistência à tração, cuja magnitude aumenta a resistência às tensões de tração diagonal observadas próximas ao apoio.

A taxa longitudinal de armadura, embora seja o parâmetro menos predominante junto com o f_{ck} , favorece à transmissão dos esforços por meio do efeito pino ou encavilhamento da armadura de flexão, um dos mecanismos auxiliares de resistência ao esforço cortante em peças de concreto.

Figura 28 - Diagrama Tornado geral dos modelos



Fonte: Autor (2019)

5.3 COMENTÁRIOS SOBRE AS FORMULAÇÕES

Após as análises efetuadas, tendo em vista apenas a segurança estrutural como fator, o modelo de ACI 318-14 é o mais indicado. Podemos justificar por ter apresentado os maiores valores mínimos e máximos de ξ e a menor probabilidade de falha, considerando os fatores de segurança em ambos os casos. Mas, vale ressaltar que a aplicação desses fatores entra como uma possível correção nas incertezas da formulação, gerando um expressivo conservadorismo. Isto porque quando estudamos os modelos sem nenhum coeficiente minorador de resistências, a equação mais conservadora é a 6.2a do EC2, cuja probabilidade de falha é a menor entre as outras formulações e maior valor de média de resultados.

No âmbito de comportamento estrutural, a equação 6.4 do EC2 é a que fica mais próxima dos dados dos ensaios, apesar de não ser de maneira alguma segura. Seus valores médios ficaram muito próximos de 1, com um coeficiente de variação pequeno e uma baixa dispersão dos resultados. Aliás, com a utilização de fatores minoradores

de resistências, a média do erro fica pouco acima de 1 e continuamos com uma concentração de resultados próximos a esta média. Isso nos leva a crer que adotando-se um fator de segurança fixo e global sobre a equação, poderemos ter um modelo seguro e econômico.

Sem a consideração dessa mudança na Equação 6.4, o modelo mais indicado para os profissionais de projeto estrutural de lajes é o modelo brasileiro (NBR 14861:2011), com otimização de materiais, pois tem-se uma média de resultados menor que ACI 318-2014 e EC2 6.2a, assim como uma menor subestimação da resistência ao esforço cortante. É necessário destacar que neste trabalho analisamos condições laboratoriais, com e sem aplicação de fatores de segurança normativos. Em condições de projeto estrutural, ainda teríamos uma majoração das cargas para dimensionamento do elemento, aumentando a segurança e corrigindo aqueles pontos que ficam fora do domínio de falha.

Sobre a análise de sensibilidade, curiosamente a taxa de armadura e tensão de compressão são os fatores mais preponderantes na formulação americana (ACI 318-2014). Porém, em outros trabalhos já se viu que há uma significância dessas variáveis, mas sem essa expressividade. De uma maneira geral vemos a importância da geometria das peças, representado em média como o fator de maior importância no dimensionamento das lajes. Isso ajuda a embasar os trabalhos anteriores que já haviam concluído o efeito da forma dos alvéolos e influência da altura, mas faltavam-lhes a quantificação e determinação por meio de sensibilidade do quanto esses fatores influenciavam.

6. CONCLUSÕES

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como visto no item anterior, o modelo mais satisfatório quanto a segurança estrutural seria o previsto pelo Eurocode 2:2004, sendo representado pela Equação 6.2a. Entretanto, este modelo ainda não representa consistentemente o real comportamento de elementos protendidos solicitados a esforços cortantes, já que há uma grande variabilidade entre os resultados obtidos e uma amplitude grande no erro, com um forte conservadorismo. Torna-se necessário um estudo aprimorado das equações analisadas, seja por meio de novos ensaios ou análise de um banco de dados maior, apesar deste estudo ter sido realizado baseando-se em 144 ensaios válidos.

Pode-se observar que a formulação dada pela Equação 6.4 do Eurocode 2:2004, cuja indicação é dada para regiões onde não há fissuração por flexão, superestima demasiadamente a resistência ao esforço cortante. No entanto, é a equação que possui uma distribuição em torno da média muito concentrada, com os menores valores de desvio padrão e coeficiente de variação e possui a média mais próxima de 1. Isso indica que é um modelo consistente com os ensaios experimentais, porém há a necessidade de ajuste dos coeficientes, em prol da segurança de projeto estrutural.

No tocante a análise de sensibilidade, é mostrado a significância das propriedades geométricas na resistência ao esforço cortante das lajes alveolares, sendo um ponto importante para o projeto de lajes. Ora, quando deseja-se obter um ganho de resistência ao esforço cortante, deve-se primeiramente saber qual variável mais influência na determinação do V_c para então elaborar o projeto e prosseguir com os cálculos estruturais. Relativamente ao comportamento real das lajes, é dada a importância que a seção resistiva de concreto em torno da linha neutra afeta na absorção de tensões cisalhantes e ganho de capacidade carga. Procura-se sempre evitar a ruptura ao esforço cortante, por se dar de maneira abrupta, frágil e sem avisos, mais significativo ainda em peças sem armadura transversal, como é o caso de lajes alveolares.

Estes resultados mostram a necessidade no aprofundamento do estudo da resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas, sem armadura transversal, visto que não existe ainda uma formulação unificada e ideal, tampouco uma aproximação ótima e linear entre os parâmetros de cada formulação.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Resumidamente, considera-se alguns estudos a serem feitos posteriormente, com temas a se aprofundar:

- Expandir embasamento teórico com auxílio de técnicas e formulações de análise de confiabilidade, com enfoque na Simulação Monte Carlo, providenciando algoritmo a ser utilizado para cálculo da probabilidade de falha e convergência do modelo.
- Utilizar modelagem em Elementos Finitos para calcular o esforço cortante numa dada situação típica de carregamento. Será necessário calibrar o modelo para validação, comparando-se os resultados com ensaios já realizados. Esse valor do esforço cortante será base para a Simulação Monte Carlo.
- Expandir o espaço amostral de ensaios com lajes alveolares protendidas, procurando englobar maior variedade de espécimes, com diferenças nas taxas de armadura, resistência à compressão do concreto, altura da peça, tipos de carregamento, distância dos pontos de aplicação das cargas etc.
- Incluir mais formulações e equações para comparação, em seguida fazer a análise de sensibilidade e de confiabilidade pela Simulação Monte Carlo, determinando-se, assim, a probabilidade de falha de cada modelo.
- Considerar outros fatores influenciadores na resistência ao esforço cortante também importantes, como o formato dos alvéolos, vão de cisalhamento, vão efetivo e largura dos apoios.
- Estudos específicos filtrando-se tipos de ensaios e carregamentos, para uma aferição da influência de padronização de testes laboratoriais

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **Committee 318**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, 2014.

_____. **Committee 318**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, 2008.

_____. **Committee 318**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 14861**: Lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido – Requisitos e procedimentos. Rio de Janeiro, 2011.

BECK, A. T.; SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R. Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.I.]. vol. 7, nº5, p. 723-746. Outubro de 2014.

BECKER, J. R.; BUETTNER, D. R. Shear tests of extruded hollow-core slabs. **PCI Journal**, Chicago, v. 30, n. 2, p. 40-54, março/abril 1985.

BERTAGNOLI, G.; MANCINI, G. Failure analysis of hollow-core slabs testes in shear. **Structural Concrete**, [S.I.] vol. 10, nº 3, 2009.

BRITISH STANDARD INSTITUTION (BSI). **BS EN 1992-1-1**: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. Londres, 2004.

BRUNESI, E.; BOLOGNINI, D.; NASCIMBENE, R. Evaluation of the shear capacity of precast-prestressed hollow core slabs: numerical and experimental comparisons. **Materials and Structures**, Dordrecht, v. 48, n. 5, p.1503-1521, maio 2015.

BRUNESI, E.; BOLOGNINI, D.; NASCIMBENE, R. Evaluation of the shear capacity of precast-prestressed hollow core slabs: numerical and experimental comparisons. **Materials and Structures**, [S.I.] janeiro 2014.

BRUNESI, E.; NASCIMBENE, R. Numerical web-shear strength assessment of precast prestressed hollow core slab units. **Engineering Structures**, v. 102 p.13-30, 2015.

CATOIA, B. (Tese) Lajes alveolares protendidas: cisalhamento em região fissurada por flexão, São Carlos, 2009.

CATOIA, B. et al. Análise da resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas com capa de concreto. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 51., 2009b, Curitiba. **Concretos para infraestrutura sustentável**. São Paulo: IBRACON, 2009b.

CATOIA, B. et al. Estado da arte da resistência ao cisalhamento em lajes alveolares protendidas. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 2., 2009a, São Carlos.

CELAL, M. S. (Dissertação) Shear behaviour of precast/prestressed hollow-core slabs. University of Manitoba, Canada, 2011.

CEN-EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **DIN EN 11668-08**. Precast concrete products-hollow core slabs (includes amendment A1:2008), Brussels, 2008.

CHOI, S.; GRANDHI, R. V.; CANFIELD, R. A. Reliability-based Structural Design. Springer. Londres, 2007.

CSA. A23.3-04 Design of concrete structures. **CSA Standard**, Dezembro 2004. ISSN 1-55397-559-6.

DA SILVA, R.M.; BELDERRAIN, M.C.N. Considerações sobre análise de sensibilidade em análise de decisão. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 36, São João Del-Rei, 2004.

EL-TEMTANY, S.A.; GENDY, T.S. Economic evaluation and sensitivity analysis of some fuel oil upgrading processes. **Egyptian Journal of Petroleum**, 2014.

ELLIOT, K.S. I Workshop Internacional: Design and construction of precast concrete structures, São Carlos, UFSCar – NETPRE, 2005.

ESCHENBACH, T.G. Spiderplots versus tornado diagrams for sensitivity analysis. **Institute for Operations Research and the Management Sciences**, Maryland, 1992.

FEDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON(FIB/CEB-FIB). **Planning and design handbook on precast building structures**, Lausanne, 2013.

_____. **Model code for concrete structures**, Lausanne, 2010.

FERREIRA, et al. Avaliação das resistências ao cisalhamento e à flexão em lajes alveolares pré-fabricadas em concreto protendido. **FCI – Fábrica de Concreto Internacional**, v.4, p.106-113, 2008b.

FERREIRA, et al. Resistência ao cisalhamento em lajes alveolares protendidas pré-fabricadas: avaliação de desempenho segundo a EN:1168:2005. In: CONGRESSO NACIONAL DA PREFABRICAÇÃO EM BETÃO, 2., 2008a, Lisboa. **Anais...** Lisboa: ANIPB, 2008a.

HAWKINS, N. M.; GHOSH, S.K. Shear strength of hollow-core slabs. **PCI Journal**, Chicago, v. 51, n. 1, p. 110-114, janeiro/fevereiro 2006.

HELTON et a. Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 91, p. 1175-1209, 2006.

KAYSER, M.; GAJAN, S. Application of probabilistic methods to characterize soil variability and their effects on bearing capacity and settlement of shallow foundations: state of the art. **International Journal of Geotechnical Engineering**, vol. 8, 2014.

KIM, J.; PARK, J.; LEE, T. Sensitivity analysis of steel buildings subjected to column loss. **Engineering Structures**, v. 33, p. 421-432, 2011.

LEMAIRE, M. **Structural Reliability**. ISTE e Wiley. Reino Unido, 2009.

LEOTTI, V.B.; BIRCK, A. L.; RIBOLDI, J. Comparação dos testes de aderência à normalidade Kolmogorov- Mmirnov, Anderson-Darling, Cramer–von Mises e Shapiro-Wilk por simulação. In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA E A 50ª REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA (RBRA), 11, **Anais**, Londrina, 2005.

MONES, R. M.; BREÑA, S. F. Hollow-core slabs with cast-in-place concrete toppings: A study of interfacial shear strength. **PCI Journal**, Chicago, v. 58, n. 3, p. 124-141, summer 2013.

PAJARI, M. Resistance of prestressed hollow core slabs against web shear failure. Espoo 2005. VTT Tiedotteita – Research Notes 2292.

PALMER, K.D.; SCHULTZ, A.E. Experimental investigation of the web-shear strength of deep hollow-core units. **PCI Journal**, setembro, 2011.

PARK, M. et al. Web-shear capacity of thick precast prestressed hollow-core slab units produced by extrusion method. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, janeiro. 2019.

PINTEA, A. Shear capacity for prestressed-prefabricated hollow core concrete slabs, without shear reinforcement. **Journal of applied engineering sciences**, Oradea, v. 2, n. 1, p. 83-88, maio 2012.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (PCI). Manual for the design of hollow core slabs. 2. ed. Chicago, 1998.

RAHMAN et al. Flexure and shear strength of prestressed precast hollow-core slabs. **Arab J. Sci. Eng.**, v. 37, p. 443-455, 2012.

SALTELLI et al. Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models. **Wiley**, 2004.

SALTELLI, A. Sensitivity analysis: could better methods be used? **Journal of Geophysical Research**, v. 104, p. 3789-3793, fevereiro, 1999.

SENDI, P.P.; CLEMEN, R.T. Sensitivity analysis on a chance node with more than two branches. **Medical Decision Making**, 1999.

THE BRITISH CODE OF PRACTICE. **CP 110-1**. Code of practice for the structural use of concrete: design, materials and workmanship, 1972.

TRUDERUNG, K. A. (Dissertação) Shear capacity of dry-cast extruded precast/prestressed hollow-core slabs. University of Manitoba, Canada, 2011.

WALRAVEN, J.C.; MERCX, W.P.M. The bearing capacity of prestressed hollow core slabs. **Delft University of Technology – Heron**, 1983.

WIJESUNDARA, K.K.; MALLAWAARACHCHI, R.S.; SENDANAYAKE, S. Shear strength of precast prestressed concrete hollow core slabs. In: SAITM RESEARCH SYMPOSIUM ON ENGINEERING ADVANCEMENTS, 2012.

YANG, L. Design of prestressed hollow core slabs with reference to web shear failure. **ASCE Journal of Structural Engineering**, Washington, v. 120, n. 9, p. 2675-2696, setembro. 1994.

APÊNDICE A

EXEMPLOS DE CÁLCULO

Para o cálculo dos exemplos, segue-se o roteiro de apresentar os dados de entrada nas formulações, resolução de equações e termos secundários que compõe a formulação e enfim a inserção dos dados obtidos na equação principal.

Foi tomado arbitrariamente o espécime 134320 de Bertangoli e Mancini (2009), para se prosseguir com os exemplos de cálculo. As características e propriedades podem ser encontradas na Tabela 7.

Tabela 7 - Características da laje 134320

Geometria								Concreto
Σb_w	h	d	a	L	A_c	I	S	f_c'
mm	mm	mm	mm	m	mm ²	mm ⁴	mm ³	MPa
243	320	281	970	6,99	2,37E+06	2,86E+09	1,22E+07	72,2
Aço protendido							Ensaio	
Fios Inferiores (1)		Fios Inferiores (2)		d_{bs}	A_p	$\sigma_{p, inferior}$	$V_{c, exp}$	
#	Φ_{sp} (mm)	#	Φ_{sp} (mm)	mm	mm ²	MPa	kN	
8	12,5	3	12,5	39	1349,903	1000	269	

Fonte: Autor

EXEMPLO ACI318-2014

Dados de entrada para ACI 318-2014, equação 22.5.8.3.1a:

$$\lambda = 1;$$

$$f_c' = 72,2 \text{ MPa};$$

$$a = 970 \text{ mm};$$

$$V_u = 269 \text{ kN};$$

$$d \text{ e } d_p = 281 \text{ mm};$$

$$b_w = 243 \text{ mm};$$

$$\sigma_p = 1000 \text{ Mpa}$$

$$A_p = 1350 \text{ mm}^2$$

$$A_c = 2,37E+05 \text{ mm}^2$$

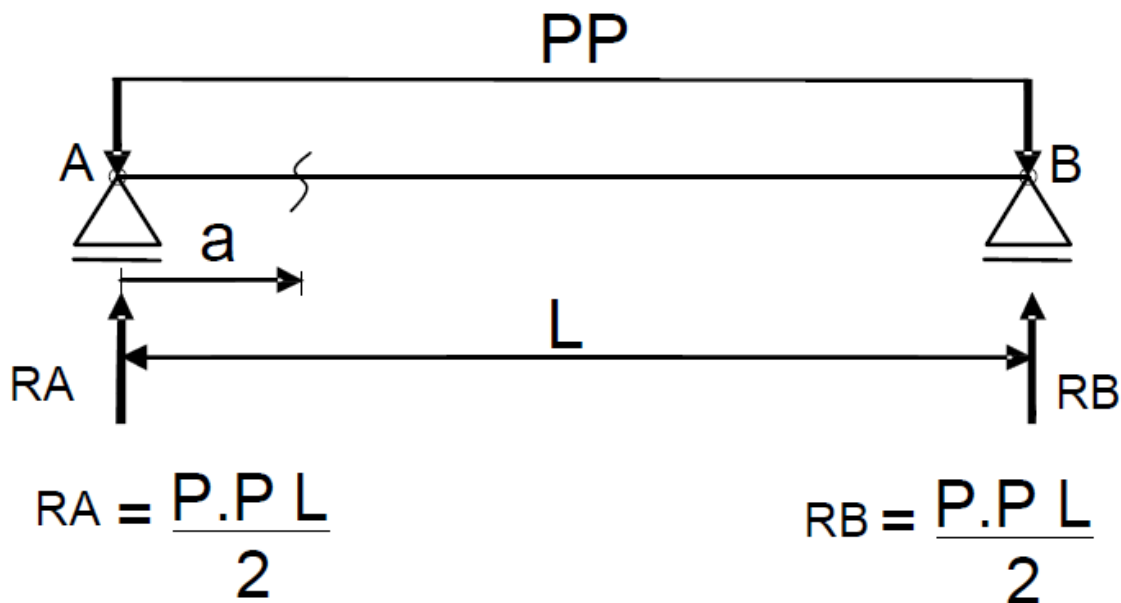
$$I = 2,86E+09 \text{ mm}^4;$$

$$y_t = 166 \text{ mm}$$

$$L = 6,99 \text{ m}$$

Como V_d se dá apenas pelo peso próprio, temos o seguinte esquema de carregamento:

Figura 29 – Esquema de carregamento somente com peso próprio



Fonte: Autor (2019)

Sendo:

$$PP = A_c \times \gamma$$

Onde:

A_c : Área de concreto da seção, em m^2 ;

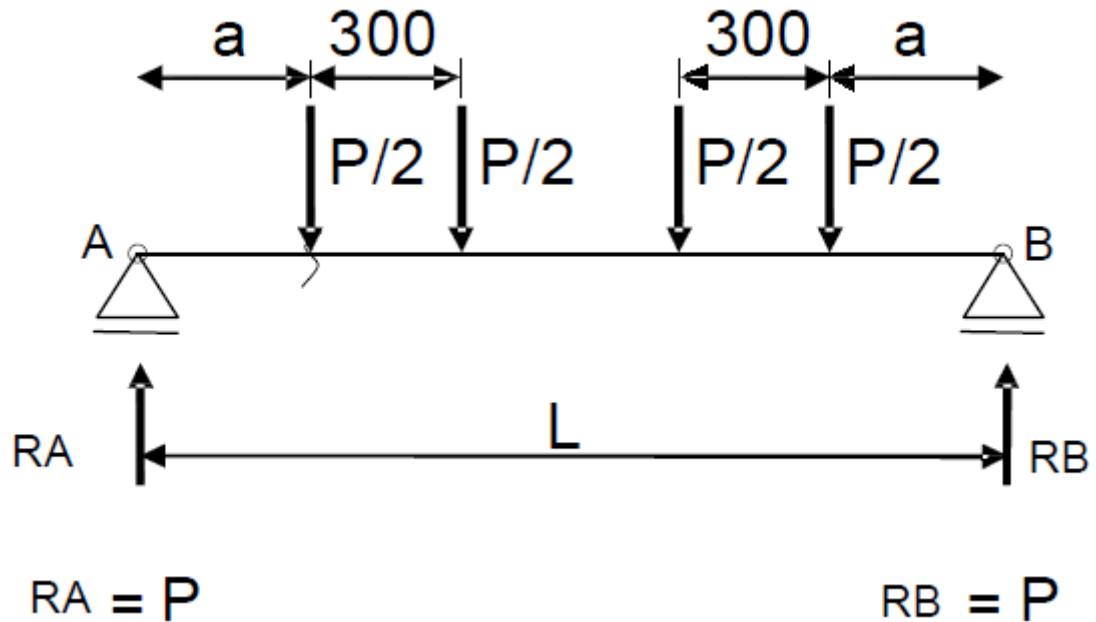
γ : Peso específico de concreto protendido, adotado como 25 kN/m^3 .

$$PP = 0,237 \times 25 = 5,925 \text{ kN/m}$$

$$V_d = R_A - PP \times a = \frac{PP \times L}{2} - PP \times a = \frac{5,925 \times 6,99}{2} - 5,925 \times 0,97 = 14,96 \text{ kN}$$

Para determinarmos V_i e M_{max} recorreremos ao esquema estático que representa a situação do ensaio:

Figura 30 – Esquema estático do ensaio



Fonte: Autor (2019)

$$V_i = R_A = P$$

$$M_{max} = P \times a$$

Logo:

$$\frac{V_i}{M_{max}} = \frac{P}{P \times a} = \frac{1}{a}$$

Dessa maneira, a equação 22.5.8.3.1a fica:

$$V_{ci} = 0.05\lambda \sqrt{f_c'} b_w d_p + V_d + \frac{M_{cre}}{a}$$

Para determinar M_{cre} , procedemos para o cálculo de f_{pe} e f_d :

$$f_{pe} = \frac{\sigma_p A_p}{A_c} = \frac{1000 \times 1350}{2,37 \times 10^5} = 5,6957 \text{ MPa}$$

$$f_d = \frac{M_{g1}}{W}$$

Onde:

M_{g1} : Momento devido ao peso próprio, em N.mm;

W : Módulo de resistência da seção considerada, dado como $\frac{I}{y_t}$

$$W = \frac{2,86 \times 10^9}{166} = 1,72 \times 10^7 \text{ mm}^3$$

$$M_{g1} = \frac{PP \times L}{2} \times a - PP \times a \times \frac{a}{2} = \frac{5,925 \times 6990}{2} \times 970 - 5,925 \times 970 \times \frac{970}{2}$$

$$\cong 1,73 \times 10^7 \text{ N.mm}$$

$$f_d = \frac{1,73 \times 10^7}{1,72 \times 10^7} \cong 1,004 \text{ MPa}$$

Logo, M_{cre} fica:

$$M_{cre} = 1,72 \times 10^7 \times (0,5\sqrt{72,2} + 5,6957 - 1,004) \cong 1,52 \times 10^8 \text{ N.mm}$$

Com esses resultados, podemos voltar e determinar V_{ci} :

$$V_{ci} = 0,05\sqrt{72,2} \times 243 \times 281 + 14,96 \times 10^3 + \frac{1,52 \times 10^8}{970} \cong 200,2017 \text{ kN (a)}$$

Ainda precisa-se verificar a segunda equação para o V_{ci} :

$$V_{ci} = 0,14\sqrt{72,2} \times 243 \times 281 \cong 79,2354 \text{ kN (b)}$$

$$V_{ci} > \begin{cases} a \\ b \end{cases} \therefore V_{ci} = 200,2017 \text{ kN}$$

Precisa-se calcular também a resistência da nervura V_{cw} , começando por V_p :

$$V_p = \frac{N_p \times (h - d)}{L} = \frac{1349,903 \times (0,32 - 0,281)}{6,99} = 7,53 \text{ kN}$$

$$V_{cw} = (0,29 \times \sqrt{72,2} + 0,3 \times 5,6957) \times 243 \times 281 + 7,53 \times 10^3 = \boxed{288,34 \text{ kN}}$$

$$V_c < \begin{cases} V_{ci} \\ V_{cw} \end{cases} \therefore V_c = 200,2017 \text{ kN}$$

Apenas precisamos verificar se este valor atende o valor mínimo:

$$V_c > 0,17\lambda \sqrt{f_c'} b_w d = 0,17 \times \sqrt{72,2} \times 243 \times 281 = 96,21 \text{ kN}$$

Logo:

$$\boxed{V_c = 200,2017 \text{ kN}}$$

EXEMPLO BS EN 1992-1-1:2004

Equação 6.2a

Dados de entrada para Equação 6.2a de BS EN 1992-1-1:2004:

$$d = 281 \text{ mm};$$

$$b_w = 243 \text{ mm};$$

$$f_{ck} = 72,2 \text{ MPa};$$

$$A_c = 2,37 \times 10^5 \text{ mm}^2;$$

$$A_{sl} = 1349,903 \text{ mm}^2;$$

$$\gamma_c = 1;$$

$$k_1 = 0,15;$$

Agora prosseguimos para o cálculo de termos e equações secundárias:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + 0,8436 = 1,8436 \leq 2,0 \text{ (ok)}$$

$$v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2} = 0,035 \times 1,8436^{3/2} \times 72,2^{1/2} = 0,035 \times 2,5032 \times 8,497 \\ = 0,7444 \text{ MPa}$$

$$N_{Ed} = \sigma_u \times A_{sl} = 1000 \times 1349,903 = 1349903 \text{ N}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{1349903}{2,37 \times 10^5} = 5,695 \text{ MPa}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1} = 0,18$$

Considerando γ_c como 1 pois estamos determinando a resistência real.

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{1349,903}{243 \times 281} = 0,01977 \leq 0,02 \text{ (ok)}$$

Agora para determinar a resistência ao esforço cortante resistente $V_{Rd,c}$:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,18 \times 1,8436 \times (100 \times 0,01977 \times 72,2)^{1/3} + 0,15 \times 5,695 \right] \times 243 \times 281$$

$$V_{Rd,c} = [0,3318 \times 5,2261 + 0,854] \times 68283$$

$$V_{Rd,c} = 2,588 \times 68283$$

$$V_{Rd,c} = 176716,404 \text{ N ou } 176,716 \text{ kN}$$

Resta apenas comparar esse resultado com a resistência mínima, dada por:

$$V_{Rd,c} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$$

$$V_{Rd,c} \geq (0,7444 + 0,15 \times 5,695) \times 243 \times 281$$

$$V_{Rd,c} \geq 3,5919 \times 68283 = 245265,707 \text{ N ou } 245,2657 \text{ kN}$$

Logo,

$$V_{Rd,c} = 245265,707 \text{ N ou } 245,2657 \text{ kN}$$

Equação 6.4

$d=281$ mm;

$b_w=243$ mm;

$f_{ck}=72,2$ MPa;

$I = 2,86 \times 10^9$;

$S = 1,22 \times 10^7$;

$\sigma_{cp}=0,5695$ MPa obtido do exemplo anterior;

$\alpha_l=1$, pois não há bainha (outras protensões)

Termos intermediários:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times 0,3^3 \sqrt{f_{ck}^2}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times 0,3^3 \sqrt{72,2^2}}{1} = 0,7 \times 0,3 \times 17,3390 = 3,6412 \text{ MPa}$$

Mesma consideração de γ_c como 1, pois estamos determinando a resistência real.

Agora para a equação principal:

$$V_{Rd,c} = \frac{2,86 \times 10^9 \times 243}{1,22 \times 10^7} \times \sqrt{(3,6412)^2 + 1 \times 0,5695 \times 3,6412}$$

$$V_{Rd,c} = 56965,5738 \times \sqrt{15,33}$$

$$V_{Rd,c} = 56965,5738 \times 3,9156$$

$$V_{Rd,c} = 223054,4007 \text{ N ou } 223,054 \text{ kN}$$

EXEMPLO ABNT NBR 14861:2011

Dados de entrada para cálculo de V_{Rd2} e V_{Rd1} :

$$\Sigma b_{w,1} = 243 \text{ mm};$$

$$d = 281 \text{ mm};$$

$$f_{ck} = 72,2 \text{ MPa};$$

$$A_c = 2,37 \times 10^5 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 1349,903 \text{ mm}^2;$$

$$f_{ctd} = 3,6412 \text{ MPa (tomado do exemplo anterior);}$$

$$\rho_1 = 0,01977 \text{ (tomado do exemplo anterior);}$$

$$\sigma_{cp,1} = 5,695 \text{ MPa}$$

Determinação de termos intermediários:

$$v = 0,7 - \frac{72,2}{200} = 0,339 \geq 0,5 \text{ logo } v = 0,5$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{72,2}{1} = 72,2 \text{ MPa}$$

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 72,2 \times 0,9 \times 281 \times 243 = 1109257,335 \text{ N ou } 1109,257 \text{ kN}$$

$$k = 1,6 - 0,281 = 1,319 \geq 1$$

$$\begin{aligned} V_{c,1} &= 0,25 \times 3,6412 \times 1,319 \times (1,2 + 40 \times 0,01977) \times 243 \times 281 \\ &= 163218,5682 \text{ N ou } 163,218 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{p,1} = 0,15 \times 5,695 \times 243 \times 281 = 58330,753 \text{ N ou } 58,330 \text{ kN}$$

$$V_{Rd1} = 163,218 + 58,330 = 221,548 \text{ kN}$$

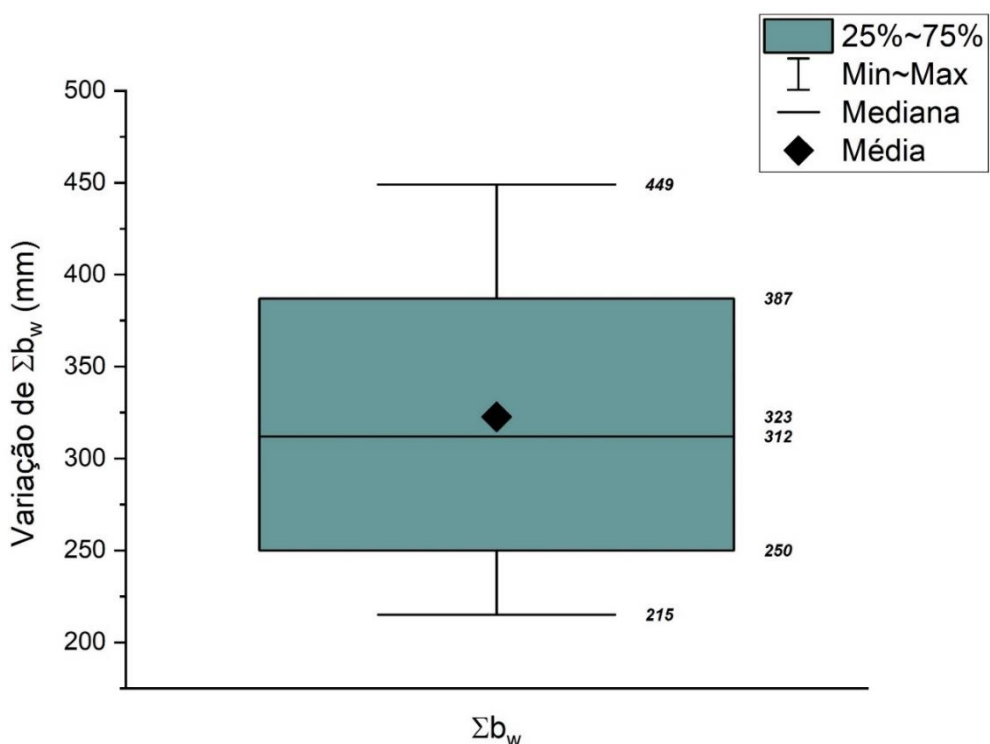
Como $V_{Sd} \leq \begin{cases} V_{Rd1} \\ V_{Rd2} \end{cases}$, temos que:

$$\boxed{V_{Sd} = 221,548 \text{ kN}}$$

APÊNDICE B

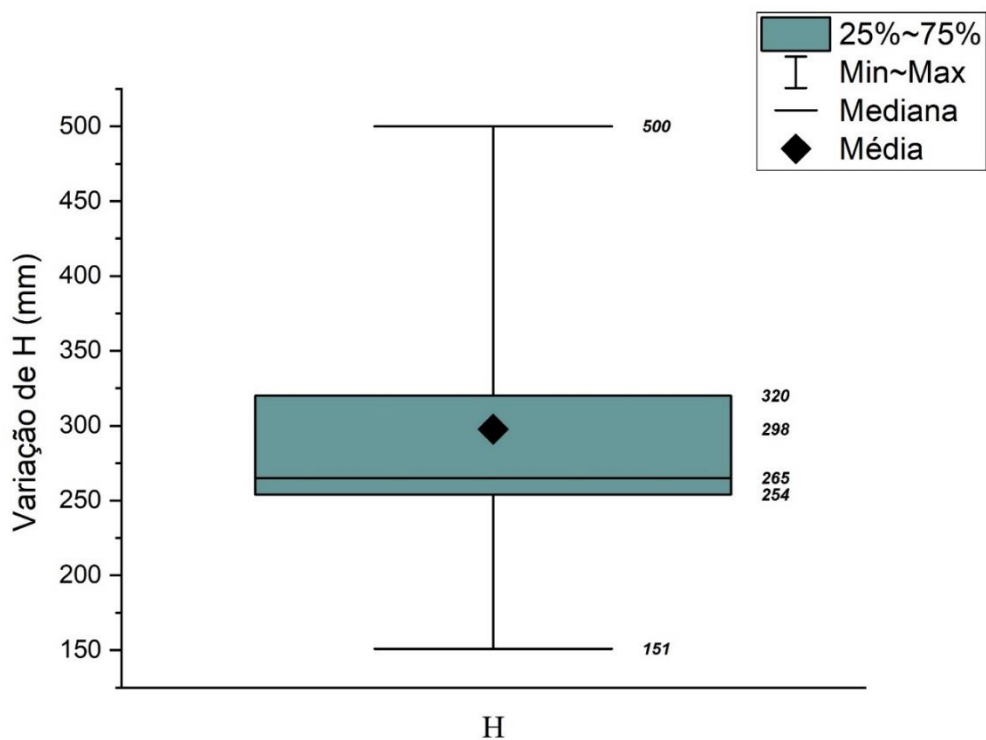
GRÁFICOS BOXPLOT

Figura 31 – Boxplot somatório da largura nas nervuras das lajes da base de dados



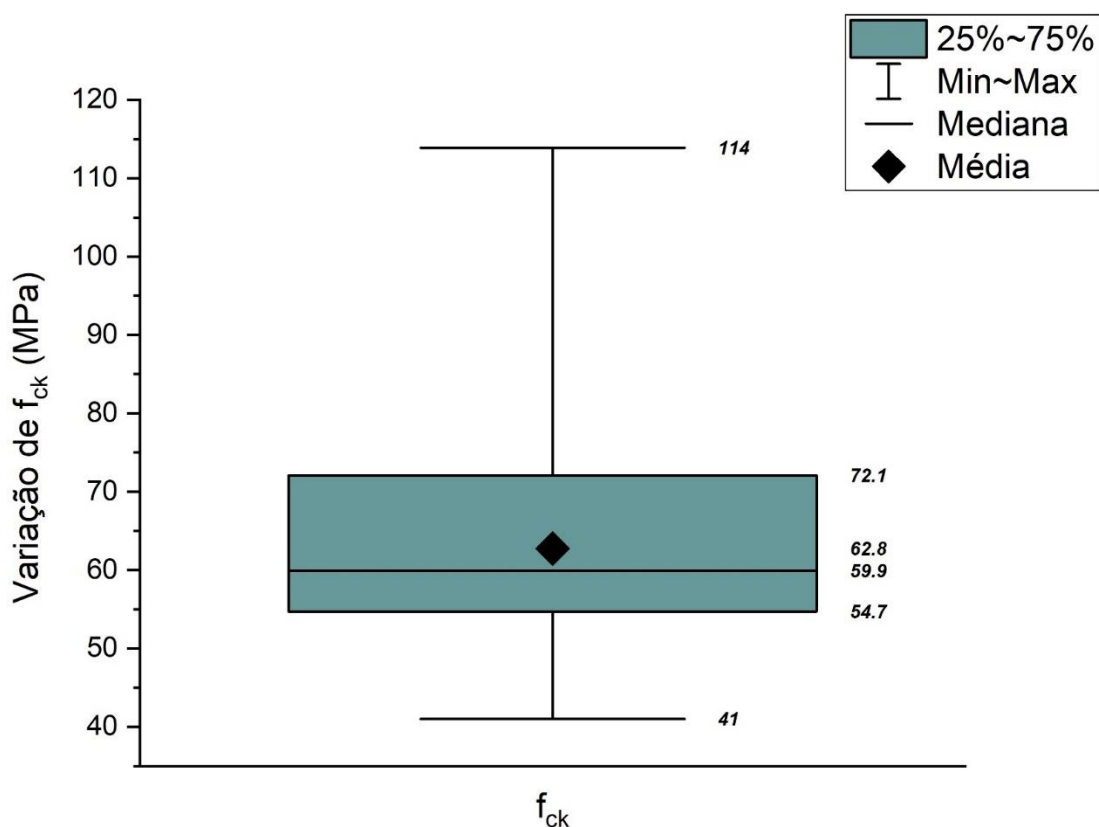
Fonte: Autor (2019)

Figura 32 - Boxplot da altura das lajes da base de dados



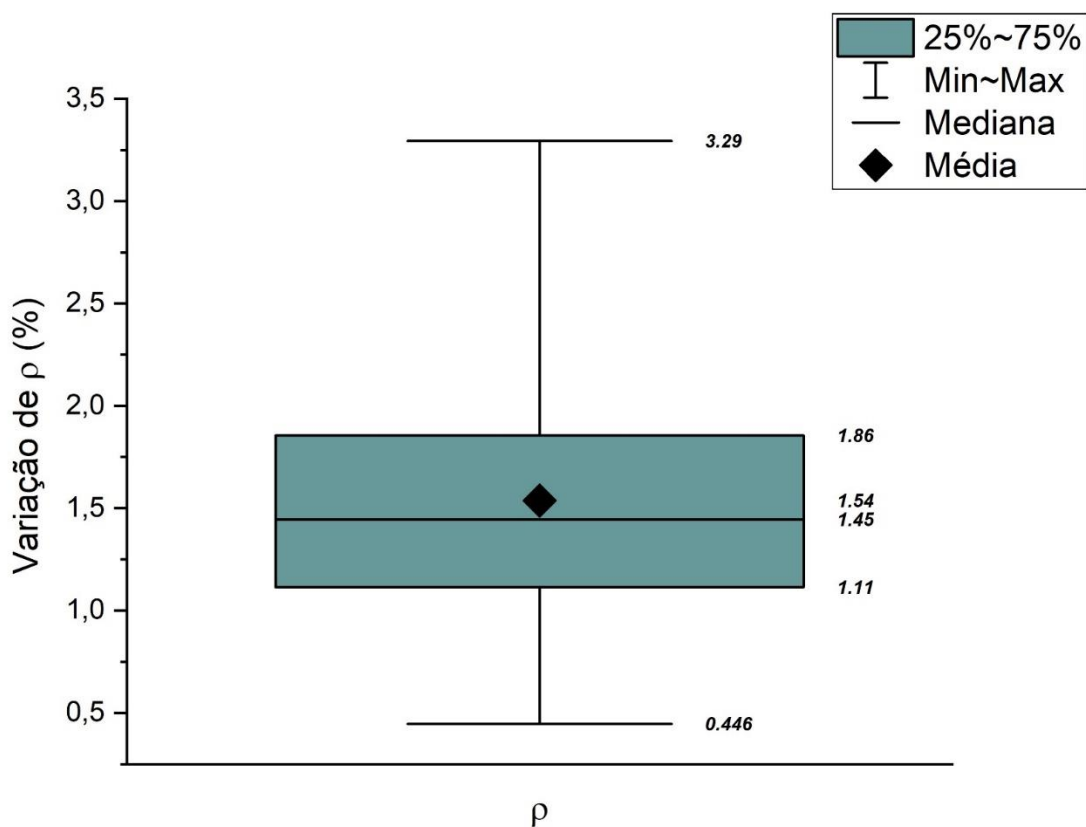
Fonte: Autor (2019)

Figura 33 - Boxplot resistência característica a compressão das lajes da base de dados



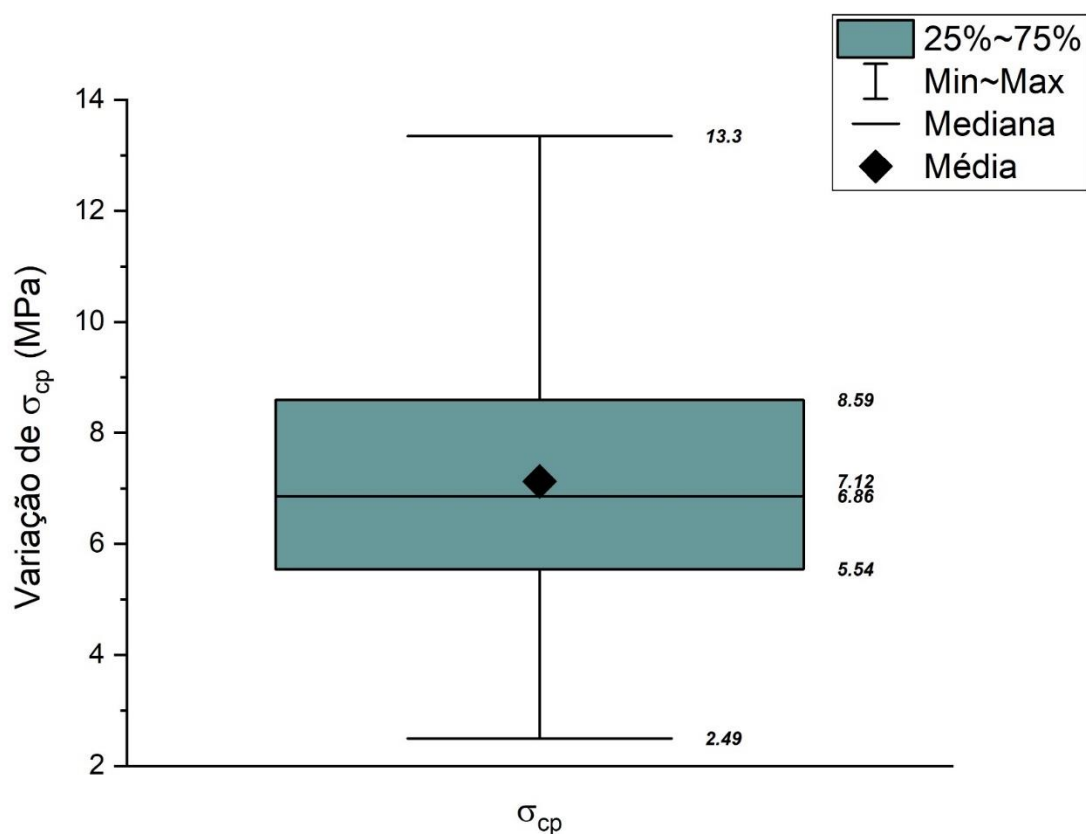
Fonte: Autor (2019)

Figura 34 - Boxplot taxa de armadura longitudinal das lajes da base de dados



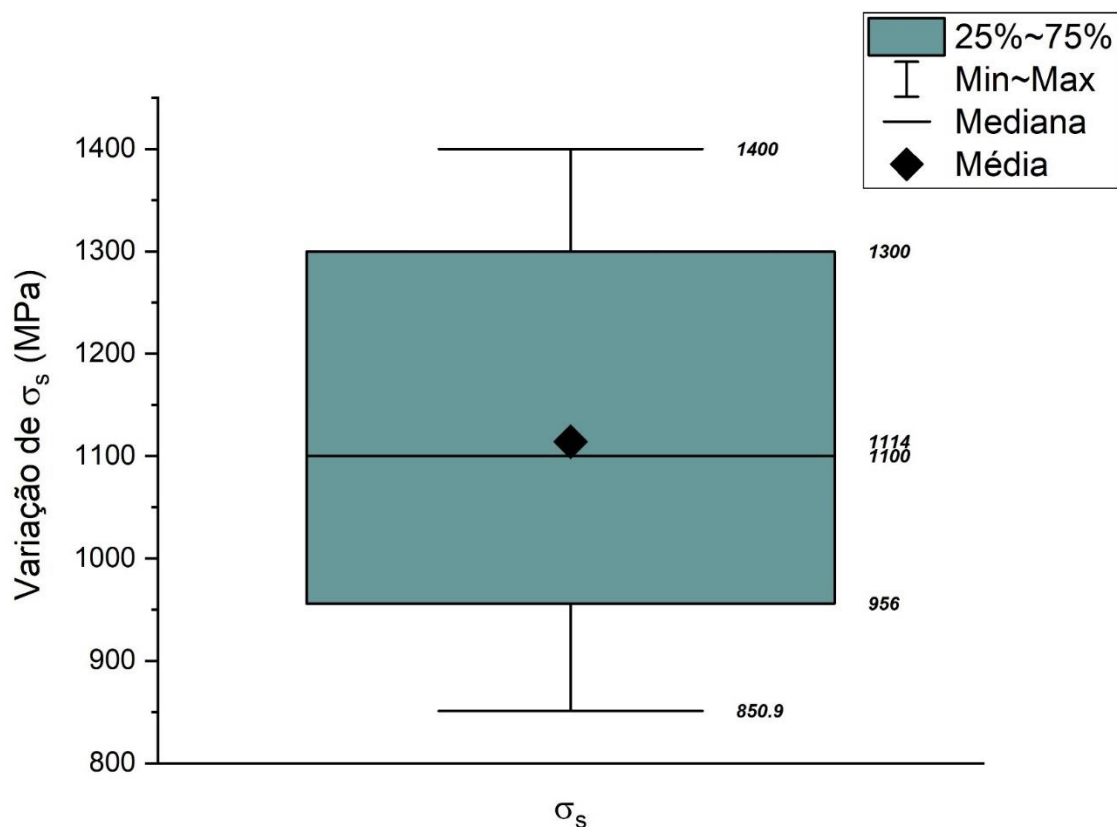
Fonte: Autor (2019)

Figura 35 - Boxplot tensão de compressão no centróide das lajes da base de dados



Fonte: Autor (2019)

Figura 36 - Boxplot tensão efetiva nas cordoalhas das lajes da base de dados

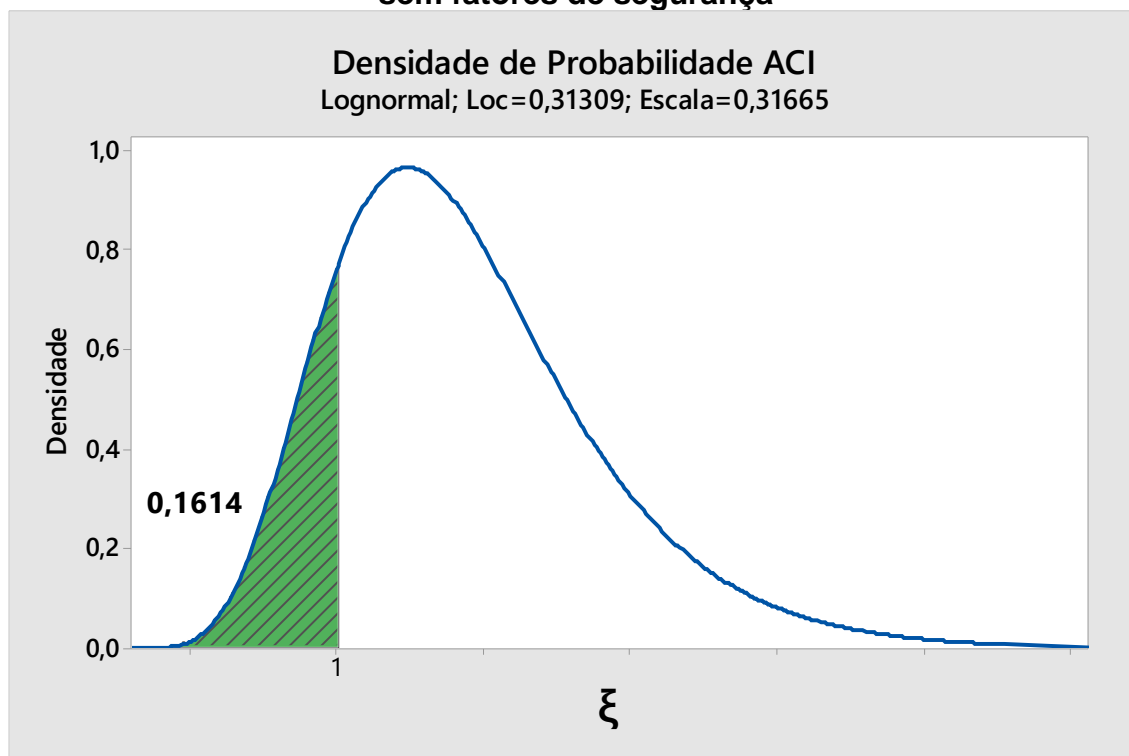


Fonte: Autor (2019)

APÊNDICE C

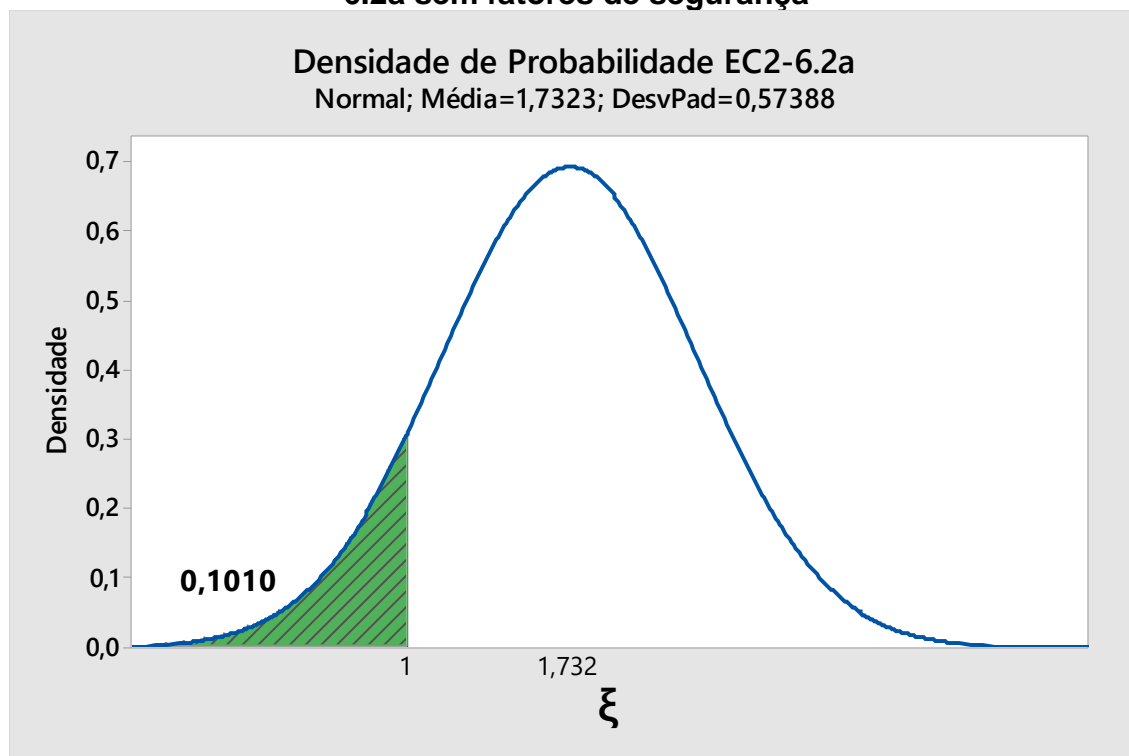
GRÁFICOS DE PROBABILIDADE

Figura 37 – Gráfico densidade de probabilidade ACI318-2014 sem fatores de segurança



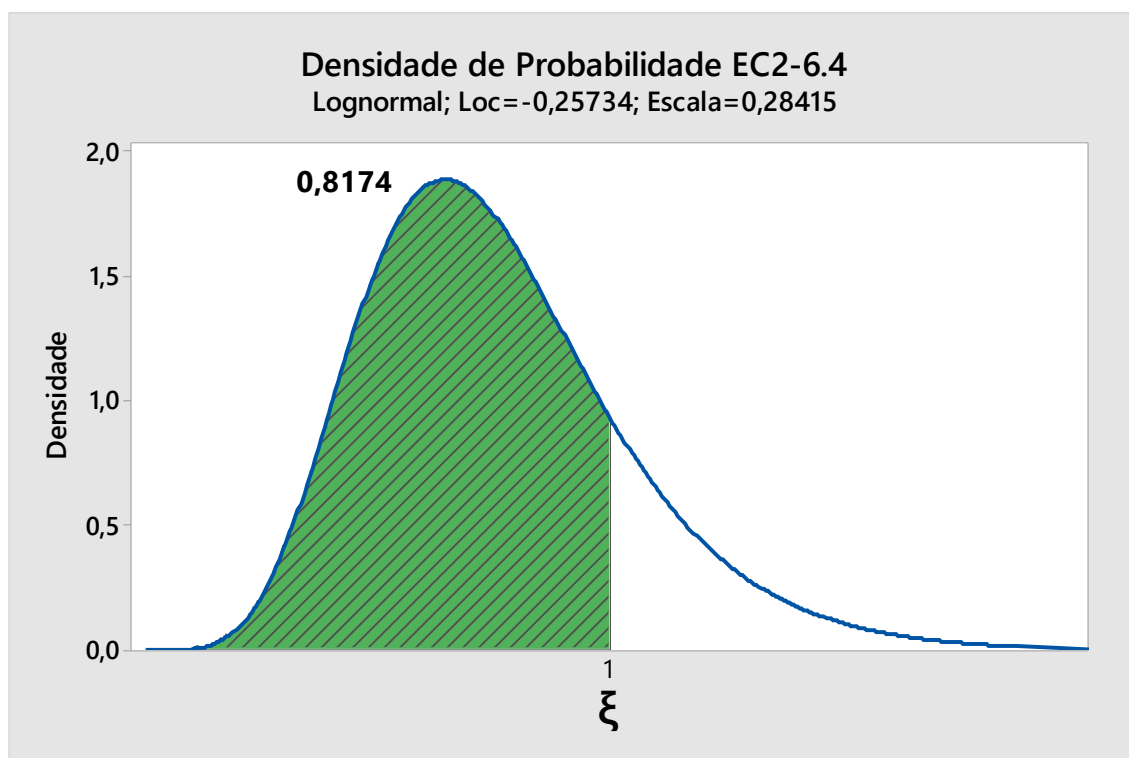
Fonte: Autor (2019)

Figura 38 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.2a sem fatores de segurança



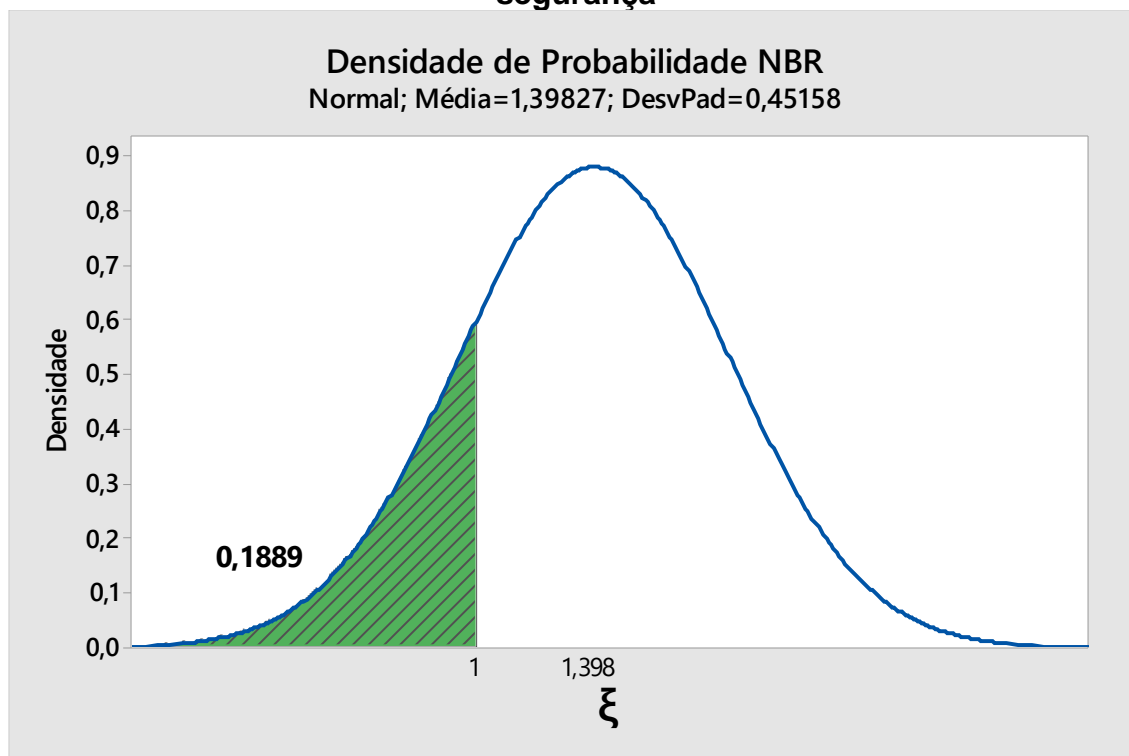
Fonte: Autor (2019)

Figura 39 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.4 sem fatores de segurança



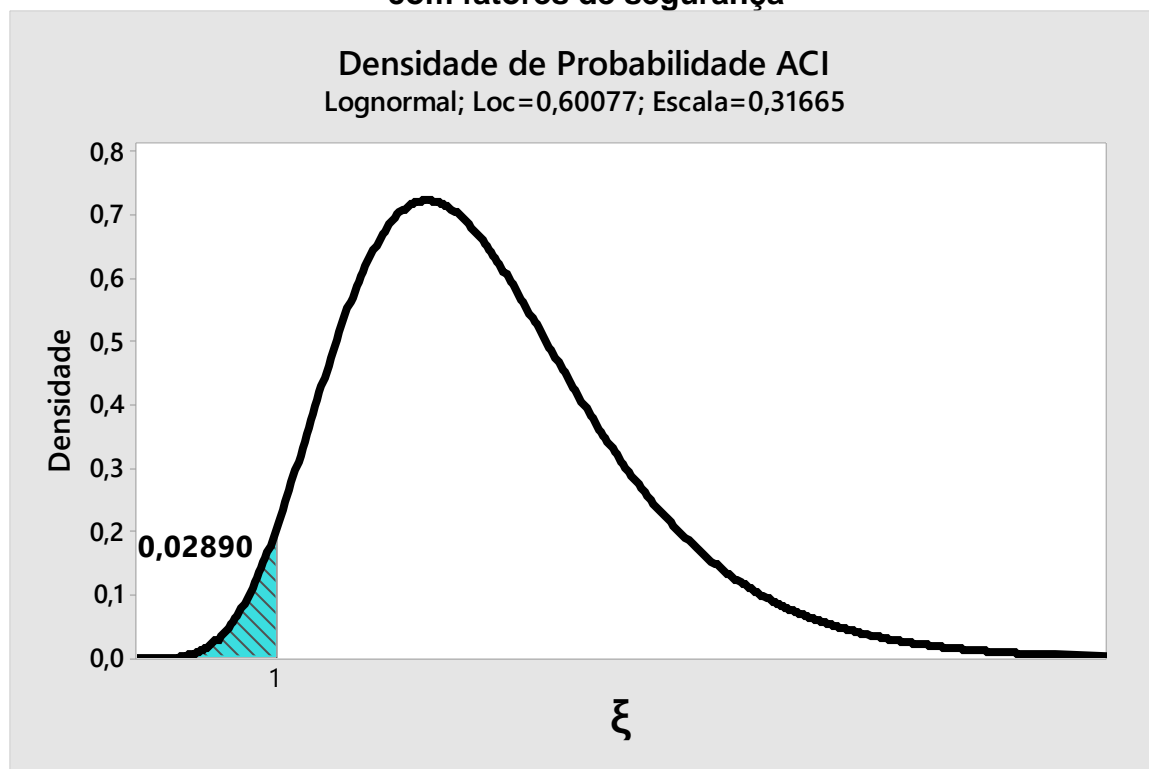
Fonte: Autor (2019)

Figura 40 - Gráfico densidade de probabilidade NBR 14861:2011 sem fatores de segurança



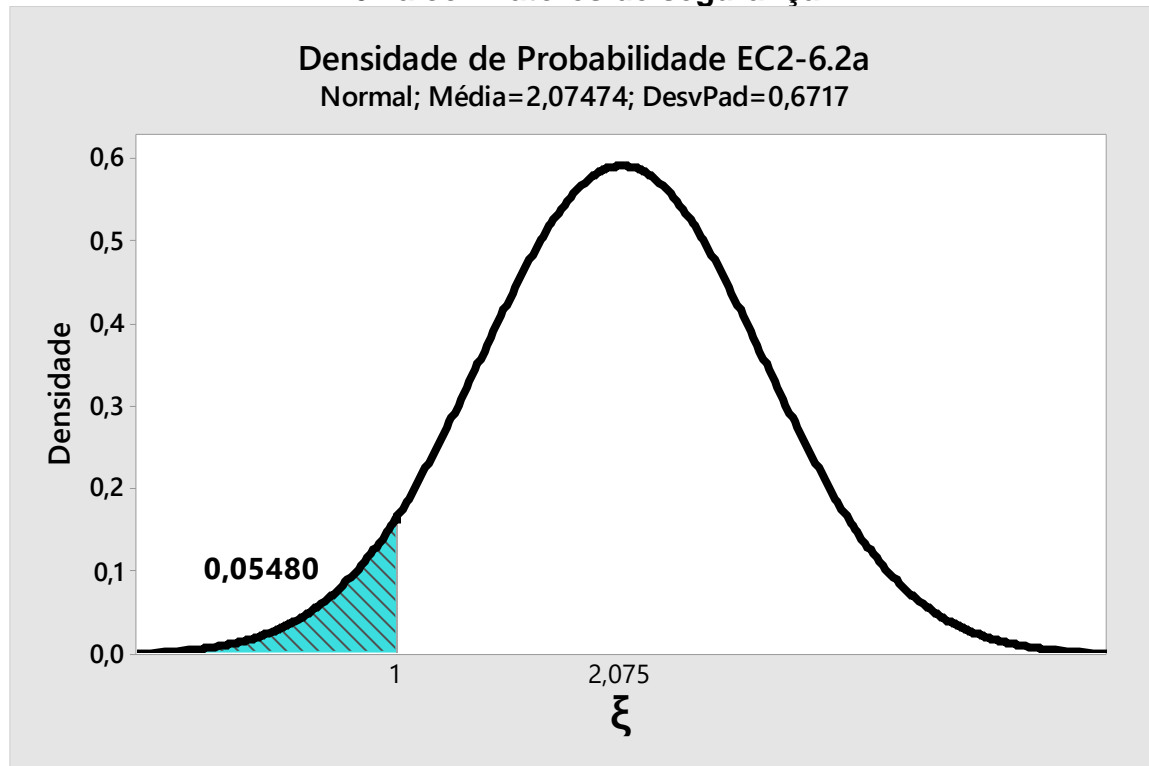
Fonte: Autor (2019)

Figura 41 - Gráfico densidade de probabilidade ACI318-2014 com fatores de segurança



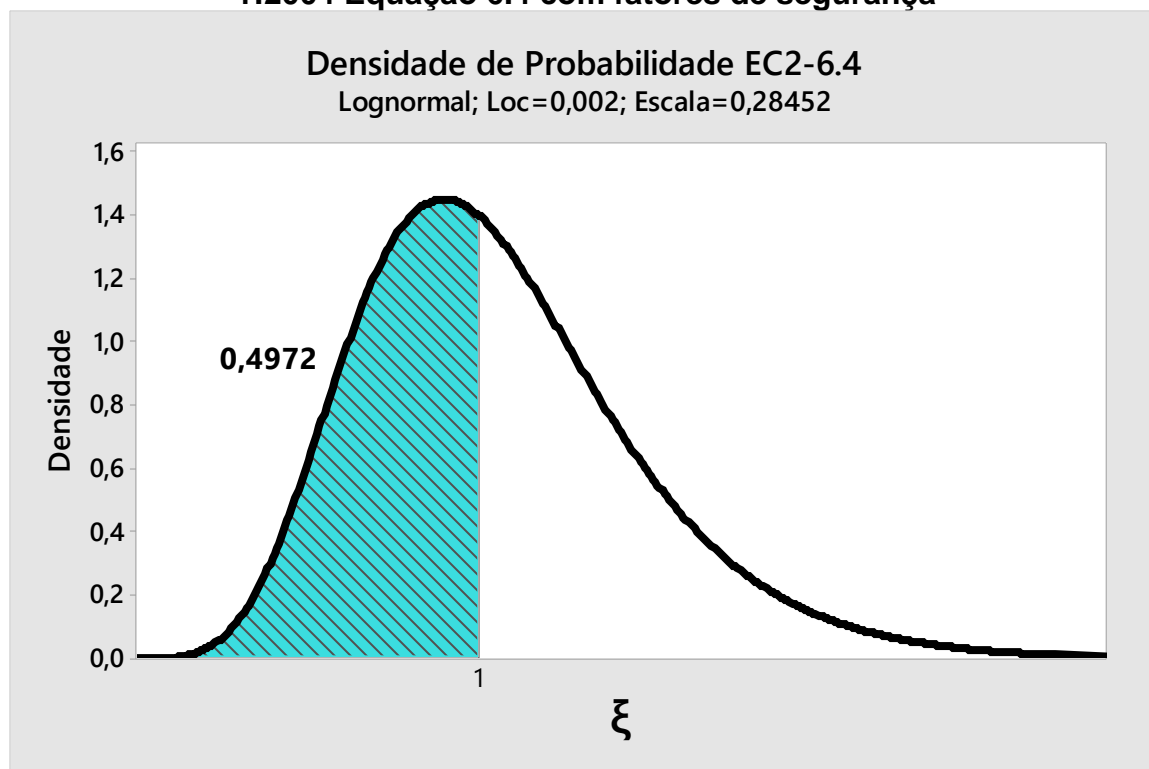
Fonte: Autor (2019)

Figura 42 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.2a com fatores de segurança



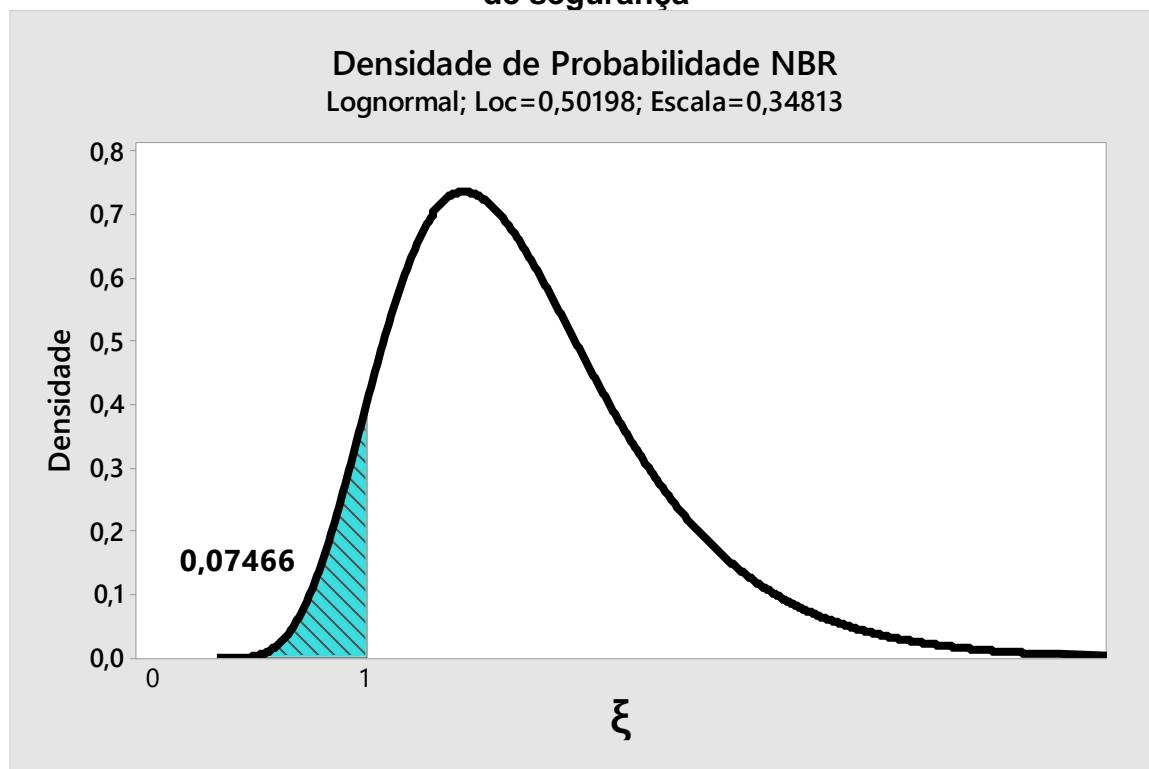
Fonte: Autor (2019)

Figura 43 - Gráfico densidade de probabilidade BS EN 1992-1-1:2004 Equação 6.4 com fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

Figura 44 - Gráfico densidade de probabilidade NBR 14861:2011 com fatores de segurança



Fonte: Autor (2019)

ANEXO A

BANCO DE DADOS

A base de dados utilizada para o cálculo da resistência ao esforço cortante das formulações apresentadas pode ser observada nas Tabelas a seguir:

Tabela 8 – Propriedades geométricas das lajes de Becker e Buettner (1985)

Nr.	Número de Série	Tipo de carregamento	Geometria							
			Σb_w	h	d	a	L	A_c	I	S
			mm	mm	mm	mm	m	mm ²	mm ⁴	mm ³
1	8414	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	760	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
2	8414	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
3	8414	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
4	8414	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
5	8512	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	760	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
6	8512	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	760	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
7	8512	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
8	8512	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
9	8512	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
10	8512	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
11	8614	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	760	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
12	8614	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	760	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
13	8614	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	760	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
14	8614	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
15	8614	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
16	8614	4 PONTOS	431,8	203,2	179,4	1140	4,57	1,41E+05	6,31E+08	6,24E+06
17	10414	4 PONTOS	431,8	254	230,2	760	4,57	1,66E+05	1,22E+09	9,26E+06
18	10614	4 PONTOS	431,8	254	230,2	760	4,57	1,66E+05	1,22E+09	9,26E+06
19	10614	4 PONTOS	431,8	254	230,2	760	4,57	1,66E+05	1,22E+09	9,26E+06

20	10614	4 PONTOS	431,8	254	230,2	1140	4,57	1,66E+05	1,22E+09	9,26E+06
21	10620	4 PONTOS	431,8	254	230,2	762	8,64	1,66E+05	1,22E+09	9,26E+06
22	10620	4 PONTOS	431,8	254	230,2	1524	8,64	1,66E+05	1,22E+09	9,26E+06

Fonte: Autor (2019)

Tabela 9 – Propriedades das cordoalhas e ensaio das lajes de Becker e Buettner (1985)

Nr.	Número de Série	Propriedades do Aço											Ensaio
		Cordoalhas Inferiores $\eta_{i,1}$		Cordoalhas Inferiores $\eta_{i,2}$		Cordoalhas Superiores η_s		d_i	d_s	A_p	$\sigma_{p,inferior}$	$\sigma_{p,superior}$	$V_{c,exp}$
		N_c	Φ_{sp} (mm)	N_c	Φ_{sp} (mm)	N_c	Φ_{sp} (mm)	mm	mm	mm ²	MPa	MPa	kN
1	8414	14	6,35	0	0	0	0	28,00	0	0	927,05	0	124,20
2	8414	14	6,35	0	0	0	0	44,00	0	0	927,05	0	89,10
3	8414	14	6,35	0	0	0	0	49,00	0	0	927,05	0	89,10
4	8414	14	6,35	0	0	0	0	39,00	0	0	927,05	0	112,95
5	8512	12	7,94	0	0	0	0	38,00	0	0	921,45	0	171,45
6	8512	12	7,94	0	0	0	0	37,00	0	0	921,45	0	157,50
7	8512	12	7,94	0	0	0	0	42,00	0	0	921,45	0	115,65
8	8512	12	7,94	0	0	0	0	28,00	0	0	921,45	0	116,55
9	8512	12	7,94	0	0	0	0	42,00	0	0	921,45	0	97,20
10	8512	12	7,94	0	0	0	0	40,00	0	0	921,45	0	94,95
11	8614	14	9,53	0	0	0	0	62,00	0	0	883,38	0	274,95
12	8614	14	9,53	0	0	0	0	30,00	0	0	883,38	0	252,00
13	8614	14	9,53	0	0	0	0	60,00	0	0	883,38	0	135,00
14	8614	14	9,53	0	0	0	0	2,00	0	0	883,38	0	180,00
15	8614	14	9,53	0	0	0	0	11,00	0	0	883,38	0	174,60
16	8614	14	9,53	0	0	0	0	30,00	0	0	883,38	0	148,05
17	10414	14	6,35	0	0	0	0	30,00	0	0	932,65	0	130,50

18	10614	14	9,53	0	0	0	0	30,00	0	0	896,82	0	252,00
19	10614	14	9,53	0	0	0	0	30,00	0	0	896,82	0	260,55
20	10614	14	9,53	0	0	0	0	30,00	0	0	896,82	0	226,35
21	10620	20	9,53	0	0	0	0	0,00	0	0	850,92	0	193,95
22	10620	20	9,53	0	0	0	0	0,00	0	0	850,92	0	151,20

Fonte: Autor (2019)

Tabela 10 – Propriedades geométricas das lajes de Bertagnoli e Mancini (2009)

Nr.	Número de Série	Tipo de carregamento	Geometria								Propriedades do Concreto
			Σb_w	h	d	a	L	A_c	I	S	f_{ck}
			mm	mm	mm	mm	m	mm ²	mm ⁴	mm ³	MPa
1	31200	1	239	200	200	917	6643	1,19E+05	6,02E+08	3,95E+06	48,5
2	33200	1	238	200	200	689	4998	1,19E+05	6,03E+08	3,95E+06	47,5
3	40200	1	293	200	200	863	6257	1,26E+05	6,07E+08	4,10E+06	70,2
4	63200	1	262	200	200	551	4006	1,26E+05	6,18E+08	4,10E+06	52,5
5	74265	1	219	265	265	717	5199	1,72E+05	1,50E+09	7,51E+06	72,6
6	98265	1	228	265	265	724	5253	1,72E+05	1,51E+09	7,52E+06	64,4
7	104265	1	244	265	265	689	5004	1,72E+05	1,51E+09	7,53E+06	41
8	107265	1	239	265	265	690	5007	1,72E+05	1,51E+09	7,53E+06	42,8
9	109265	1	242	265	265	688	4997	1,72E+05	1,50E+09	7,52E+06	51,8
10	110265	1	220	265	265	691	5015	1,64E+05	1,46E+09	7,26E+06	52,2
11	113265	1	226	265	265	688	4997	1,63E+05	1,46E+09	7,24E+06	57,8
12	114265	1	226	265	265	688	4997	1,63E+05	1,46E+09	7,24E+06	57,8
13	115265	1	215	265	265	684	4963	1,63E+05	1,46E+09	7,24E+06	55,1
14	501265	5	224	265	265	968	5501	1,71E+05	1,50E+09	7,48E+06	63,2
15	502265	5	224	265	265	968	5501	1,71E+05	1,50E+09	7,48E+06	63,2
16	505265	5	216	265	265	970	5998	1,72E+05	1,51E+09	7,52E+06	63,7

17	507265	5	218	265	265	970	5995	1,72E+05	1,50E+09	7,51E+06	54,7
18	509265	5	217	265	265	970	5996	1,72E+05	1,50E+09	7,50E+06	62,3
19	511265	5	221	265	265	1170	5999	1,70E+05	1,50E+09	7,46E+06	63,7
20	512265	5	223	265	265	1170	6001	1,70E+05	1,50E+09	7,46E+06	63
21	146320	1	256	320	320	813	5890	2,05E+05	2,61E+09	1,08E+07	51,1
22	148320	1	263	320	320	826	5985	2,03E+05	2,59E+09	1,07E+07	43,5
23	151320	1	270	320	320	828	6003	2,07E+05	2,64E+09	1,09E+07	57,8
24	133320	3	261	320	320	810	6995	2,37E+05	2,84E+09	1,22E+07	68,7
25	134320	3	243	320	320	970	6990	2,37E+05	2,86E+09	1,22E+07	68,7
26	513320	5	258	320	320	1265	9594	1,81E+05	2,41E+09	9,95E+06	54,5
27	514320	5	309	320	320	1160	7198	1,90E+05	2,47E+09	1,03E+07	57,9
28	515320	5	311	320	320	1160	7200	1,90E+05	2,47E+09	1,03E+07	57,9
29	516320	5	289	320	320	1160	5800	1,80E+05	2,42E+09	1,00E+07	60
30	517320	5	287	320	320	1160	5800	1,80E+05	2,42E+09	9,99E+06	62,8
31	160370	3	272	370	370	960	7002	2,43E+05	4,13E+09	1,51E+07	64,9
32	161370	3	276	370	370	1145	6993	2,43E+05	4,13E+09	1,51E+07	64,9
33	162400	1	284	400	400	1380	10017	2,13E+05	4,41E+09	1,45E+07	57
34	178400	1	286	400	400	1048	7626	2,18E+05	4,41E+09	1,46E+07	64,9
35	188400	1	285	400	400	1100	7626	2,19E+05	4,49E+09	1,48E+07	50,7
36	518400	5	293	400	400	1150	8390	2,10E+05	4,33E+09	1,43E+07	64,5
37	519400	5	293	400	400	1150	8390	2,10E+05	4,33E+09	1,43E+07	64,5
38	520400	5	291	400	400	968	5504	2,10E+05	4,34E+09	1,43E+07	60,1
39	521400	5	291	400	400	968	5504	2,10E+05	4,34E+09	1,43E+07	60,1
40	191500	2	325	500	500	1364	10995	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	69
41	193500	3	335	500	500	1350	8470	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	69
42	194500	3	312	500	500	1350	8499	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	63,7
43	198500	3	324	500	500	1475	8492	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	72,1
44	199500	3	326	500	500	1350	8516	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	66

45	200500	3	327	500	500	1475	8510	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	66
46	201500	3	322	500	500	1600	8512	3,00E+05	9,09E+09	1,21E+07	66
47	260-1	4	347	255	255	638	4000	1,74E+05	1,40E+09	7,07+E06	81,9
48	260-2	4	347	255	255	638	4000	1,74E+05	1,40E+09	7,07+E06	81,9
49	260-3	4	347	255	255	638	4000	1,74E+05	1,40E+09	7,07+E06	81,9
50	320-1	4	317	320	320	800	4800	2,03E+05	2,50E+09	1,04E+07	82,5
51	320-2	4	317	320	320	800	4800	2,03E+05	2,50E+09	1,04E+07	82,5
52	320-3	4	317	320	320	800	4800	2,03E+05	2,50E+09	1,04E+07	82,5
53	400-1	4	308	400	400	1000	6000	2,43E+05	4,60E+09	1,51E+07	113,9
54	400-2	4	308	400	400	1000	6000	2,43E+05	4,60E+09	1,51E+07	113,9
55	400-3	4	308	400	400	1000	6000	2,43E+05	4,60E+09	1,51E+07	113,9
56	260-1W	4	247	265	265	663	4000	1,72E+05	1,50E+09	7,55E+06	85
57	260-2W	4	247	265	265	663	4000	1,72E+05	1,50E+09	7,55E+06	85
58	260-3W	4	247	265	265	663	4000	1,72E+05	1,50E+09	7,55E+06	85
59	320-1W	4	241	320	320	800	4800	2,06E+05	2,60E+09	1,08E+07	90,2
60	320-2W	4	241	320	320	800	4800	2,06E+05	2,60E+09	1,08E+07	90,2
61	320-3W	4	241	320	320	800	4800	2,06E+05	2,60E+09	1,08E+07	90,2
62	260-1EBM	4	449	260	260	650	4000	1,86E+05	1,50E+09	7,52E+06	81,1
63	260-2EBM	4	449	260	260	650	4000	1,86E+05	1,50E+09	7,52E+06	81,1
64	260-3EBM	4	449	260	260	650	4000	1,86E+05	1,50E+09	7,52E+06	81,1
65	320-1EBM	4	378	320	320	800	4800	2,06E+05	2,50E+09	1,04E+07	59,9
66	320-2EBM	4	378	320	320	800	4800	2,06E+05	2,50E+09	1,04E+07	59,9
67	320-3EBM	4	378	320	320	800	4800	2,06E+05	2,50E+09	1,04E+07	59,9
68	260-1B	4	394	260	260	650	4000	1,81E+05	1,50E+09	7,48E+06	88,7
69	260-2B	4	394	260	260	650	4000	1,81E+05	1,50E+09	7,48E+06	88,7
70	260-3B	4	394	260	260	650	4000	1,81E+05	1,50E+09	7,48E+06	88,7
71	320-1B	4	325	320	320	800	4800	1,84E+05	2,40E+09	9,80E+06	81,4
72	320-2B	4	325	320	320	800	4800	1,84E+05	2,40E+09	9,80E+06	81,4
73	320-3B	4	325	320	320	800	4800	1,84E+05	2,40E+09	9,80E+06	81,4

74	400-1B	4	318	400	400	1000	6000	2,22E+05	4,50E+09	1,51E+07	86,9
75	400-2B	4	318	400	400	1000	6000	2,22E+05	4,50E+09	1,51E+07	86,9
76	400-3B	4	318	400	400	1000	6000	2,22E+05	4,50E+09	1,51E+07	86,9
77	260-1V	4	305	260	260	650	4000	1,78E+05	1,40E+09	7,35E+06	81,3
78	260-2V	4	305	260	260	650	4000	1,78E+05	1,40E+09	7,35E+06	81,3
79	260-3V	4	305	260	260	650	4000	1,78E+05	1,40E+09	7,35E+06	81,3
80	320-1V	4	318	320	320	800	4800	2,09E+05	2,60E+09	1,06E+07	84
81	320-1V	4	318	320	320	800	4800	2,09E+05	2,60E+09	1,06E+07	84
82	320-1V	4	318	320	320	800	4800	2,09E+05	2,60E+09	1,06E+07	84
83	400-1V	4	387	400	400	1000	6000	2,61E+05	4,90E+09	1,65E+07	76,3
84	400-2V	4	387	400	400	1000	6000	2,61E+05	4,90E+09	1,65E+07	76,3
85	400-3V	4	387	400	400	1000	6000	2,61E+05	4,90E+09	1,65E+07	76,3
86	WT15a	4	294	255	255	805	2445	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
87	WT15b	4	294	255	255	460	2088	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
88	WT16a	4	294	255	255	805	2462	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
89	WT16b	4	294	255	255	460	2095	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
90	WT4a	4	294	255	255	460	2089	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
91	WT4b	4	294	255	255	805	2449	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
92	WT5a	4	294	255	255	460	2083	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
93	WT5b	4	294	255	255	1150	2795	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
94	WT6	4	294	255	255	1500	3146	1,71E+05	1,35E+09	7,07E+06	61,4
95	WT7a	4	250	300	300	540	2376	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	59,1
96	WT7b	4	250	300	300	945	2589	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	59,1
97	WT8b	4	250	300	300	440	2045	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	59,1
98	WT10a	4	250	300	300	540	2161	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	46
99	WT11a	4	250	300	300	945	2585	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	46
100	WT11b	4	250	300	300	540	2145	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	46
101	WT12	4	250	300	300	1495	3129	2,00E+05	2,14E+09	9,54E+06	46
102	A3	6	398	163	163	600	6025	1,12E+05	3,40E+08	2,86E+06	55

103	A4	6	386	166	166	600	5995	1,12E+05	3,40E+08	2,86E+06	55
104	C2	6	434	234	234	600	6985	1,57E+05	1,06E+09	5,91E+06	55
105	C4	6	434	234	234	600	6985	1,57E+05	1,06E+09	5,91E+06	55
106	D1	6	372	307	307	750	6175	1,76E+05	1,97E+09	8,53E+06	55
107	D2	6	360	303	303	750	6970	1,76E+05	1,97E+09	8,58E+06	55
108	F2	6	374	374	374	950	5800	2,36E+05	3,99E+09	1,38E+07	55
109	F3	6	371	378	378	950	6995	2,36E+05	3,99E+09	1,38E+07	55
110	3	4	413	200	200	600	4100	1,41E+05	6,57E+08	4,39E+06	55,7
111	4	4	444	200	200	600	4100	1,41E+05	6,57E+08	4,39E+06	55,7
112	5	4	425	200	200	600	4100	1,41E+05	6,57E+08	4,39E+06	55,7
113	N-42-01	4	354	421,5	421,5	1050	6400	2,38E+05	5,99E+09	1,63E+07	65,7
114	N-42-02	4	343	421,5	421,5	1050	6400	2,38E+05	5,99E+09	1,63E+07	65,7
115	N-42-03	4	335	421,5	421,5	1050	6400	2,38E+05	5,99E+09	1,63E+07	65,7
116	H150	4	414	162	162	375	4200	1,34E+05	3,85E+08	3,30E+06	58,1
117	H150	4	406	153	153	375	4200	1,18E+05	3,12E+08	2,79E+06	58,1
118	H150	4	406	151	151	375	4200	1,16E+05	2,99E+08	2,70E+06	58,1
119	H200	4	296	203	203	500	4200	1,34E+05	6,74E+08	4,39E+06	58,1
120	H250	4	247	253	253	625	4200	1,57E+05	1,27E+09	6,58E+06	58,1
121	H250	4	223	243	243	625	4200	1,42E+05	1,07E+09	5,76E+06	58,1
122	H250	4	240	248	248	625	4200	1,48E+05	1,16E+09	6,12E+06	58,1
123	H300	4	215	301	301	750	4700	1,70E+05	2,00E+09	8,58E+06	58,1
124	H360	4	264	360	360	900	5600	2,12E+05	3,51E+09	1,27E+07	58,1
125	H360	4	244	364	364	900	5600	1,86E+05	3,24E+09	1,16E+07	58,1
126	H360	4	234	364	364	900	5600	1,87E+05	3,33E+09	1,18E+07	58,1
127	H400	4	320	387	387	1000	6200	2,25E+05	4,53E+09	1,50E+07	58,1
128	H500	4	320	496	496	1250	7000	2,93E+05	9,02E+09	2,35E+07	58,1
129	H500	4	320	497	497	1250	7000	2,93E+05	9,02E+09	2,35E+07	58,1

Fonte: Autor (2019)

Tabela 11 – Propriedades das cordoalhas e ensaios das lajes de Bertagnoli e Mancini (2009)

Nr.	Número de Série	Propriedades do Aço											Ensaio
		Cordoalhas Inferiores $\eta_{i,1}$		Cordoalhas Inferiores $\eta_{i,2}$		Cordoalhas Superiores η_s		d_i	d_s	A_p	$\sigma_{p,inferior}$	$\sigma_{p,superior}$	$V_{c,exp}$
		#	Φ_{sp} (mm)	#	Φ_{sp} (mm)	#	Φ_{sp} (mm)	mm	mm	mm ²	MPa	MPa	kN
1	31200	4	12,5	3	12,5	0	0	39	0	859	1100	0	80
2	33200	4	12,5	3	12,5	0	0	40	0	859	1100	0	108
3	40200	4	12,5	3	12,5	0	0	39	0	859	1100	0	95
4	63200	4	12,5	3	12,5	0	0	38	0	859	1000	0	95
5	74265	2	12,5	3	12,5	0	0	40	0	614	1100	0	149
6	98265	7	12,5	3	12,5	0	0	36	0	1227	1100	0	209
7	104265	1	12,5	3	12,5	0	0	45	0	491	1000	0	125
8	107265	1	12,5	3	12,5	0	0	39	0	491	1000	0	123
9	109265	7	12,5	3	12,5	0	0	39	0	1227	1000	0	178
10	110265	5	12,5	3	12,5	0	0	32	0	982	1000	0	184
11	113265	1	12,5	3	12,5	2	9,3	32	40	627	1000	0	170
12	114265	5	12,5	3	12,5	2	9,3	34	40	1118	900	0	179
13	115265	3	12,5	3	12,5	0	0	40	0	736	1000	0	166
14	501265	7	12,5	3	12,5	0	0	41	0	1227	1100	0	272
15	502265	7	12,5	3	12,5	0	0	41	0	1227	1100	0	261
16	505265	7	12,5	3	12,5	0	0	35	0	1227	950	0	240
17	507265	7	12,5	3	12,5	0	0	37	0	1227	950	0	219
18	509265	7	12,5	3	12,5	0	0	37	0	1227	950	0	211
19	511265	7	12,5	3	12,5	0	0	40	0	1227	950	0	265
20	512265	7	12,5	3	12,5	0	0	39	0	1227	950	0	267
21	146320	3	12,5	3	12,5	0	0	33	0	736	1000	0	199
22	148320	8	12,5	3	12,5	2	9,3	51	49	1486	1000	0	238
23	151320	6	12,5	3	12,5	0	0	48	0	1104	950	0	240

24	133320	8	12,5	3	12,5	0	0	40	0	1350	1000	0	275
25	134320	8	12,5	3	12,5	0	0	39	0	1350	1000	0	269
26	513320	10	12,5	3	12,5	2	12,5	51	22	1841	1100	0	231
27	514320	10	12,5	3	12,5	0	0	43	0	1595	1100	0	333
28	515320	10	12,5	3	12,5	0	0	42	0	1595	1100	0	329
29	516320	8	12,5	3	12,5	0	0	38	0	1350	1000	0	329
30	517320	8	12,5	3	12,5	0	0	39	0	1350	1000	0	329
31	160370	9	12,5	3	12,5	0	0	48	0	1473	1100	0	286
32	161370	9	12,5	3	12,5	0	0	48	0	1473	1100	0	262
33	162400	9	12,5	3	12,5	0	0	53	0	1473	1100	0	287
34	178400	10	12,5	3	12,5	0	0	48	0	1595	1100	0	269
35	188400	10	12,5	3	12,5	0	0	48	0	1595	1100	0	269
36	518400	10	12,5	3	12,5	0	0	41	0	1595	1000	0	433
37	519400	10	12,5	3	12,5	0	0	41	0	1595	1000	0	507
38	520400	8	12,5	3	12,5	0	0	36	0	1350	1100	0	443
39	521400	8	12,5	3	12,5	0	0	36	0	1350	1100	0	382
40	191500	13	12,5	3	12,5	0	0	53	0	1963	1000	0	326
41	193500	13	12,5	3	12,5	0	0	56	0	1963	1000	0	386
42	194500	15	12,5	3	12,5	0	0	58	0	2209	1000	0	452
43	198500	13	12,5	3	12,5	0	0	47	0	1963	1000	0	442
44	199500	18	12,5	3	12,5	0	0	52	0	2577	1000	0	528
45	200500	18	12,5	3	12,5	0	0	53	0	2577	1000	0	485
46	201500	18	12,5	3	12,5	0	0	51	0	2577	1000	0	462
47	260-1	5	12,5	5	12,5	2	6,5	53	45	1294	1302	1302	399
48	260-2	5	12,5	5	12,5	2	6,5	53	45	1294	1302	1302	417
49	260-3	5	12,5	5	12,5	2	6,5	53	45	1294	1302	1302	411
50	320-1	8	12,5	8	9,3	2	6,5	53	55	1592	1302	1302	434
51	320-2	8	12,5	8	9,3	2	6,5	53	55	1592	1302	1302	463
52	320-3	8	12,5	8	9,3	2	6,5	53	55	1592	1302	1302	478

53	400-1	8	12,5	8	9,3	2	6,5	53	55	1592	1302	1302	652
54	400-2	8	12,5	8	9,3	2	6,5	53	55	1592	1302	1302	616
55	400-3	8	12,5	8	9,3	2	6,5	53	55	1592	1302	1302	640
56	260-1W	4	12,5	4	12,5	2	9,3	35	40	1118	1302	1302	228
57	260-2W	4	12,5	4	12,5	2	9,3	35	40	1118	1400	1400	224
58	260-3W	4	12,5	4	12,5	2	9,3	35	40	1118	1400	1400	265
59	320-1W	10	12,5	3	12,5	3	9,3	49	40	1799	1400	1400	352
60	320-2W	10	12,5	3	12,5	3	9,3	49	40	1799	1400	1400	314
61	320-3W	10	12,5	3	12,5	3	9,3	49	40	1799	1400	1400	322
62	260-1EBM	5	12,5	5	12,5	0	0	40	0	1227	930	930	416
63	260-2EBM	5	12,5	5	12,5	0	0	40	0	1227	930	930	386
64	260-3EBM	5	12,5	5	12,5	0	0	40	0	1227	930	930	376
65	320-1EBM	5	12,5	5	12,5	0	0	40	0	1227	930	930	396
66	320-2EBM	5	12,5	5	12,5	0	0	40	0	1227	930	930	387
67	320-3EBM	5	12,5	5	12,5	0	0	40	0	1227	930	930	391
68	260-1B	5	12,5	5	12,5	2	9,3	45	40	1363	1250	800	415
69	260-2B	5	12,5	5	12,5	2	9,3	50	40	1363	1250	800	402
70	260-3B	5	12,5	5	12,5	2	9,3	50	40	1363	1250	800	424
71	320-1B	8	12,5	4	12,5	2	9,3	50	40	1608	1167	800	372
72	320-2B	8	12,5	4	12,5	2	9,3	50	40	1608	1167	800	368
73	320-3B	8	12,5	4	12,5	2	9,3	50	40	1608	1167	800	358
74	400-1B	8	12,5	4	12,5	2	9,3	50	40	1608	1150	800	444
75	400-2B	8	12,5	4	12,5	2	9,3	50	40	1608	1150	800	452
76	400-3B	8	12,5	4	12,5	2	9,3	50	40	1608	1150	800	452
77	260-1V	12	12,5	4	12,5	10	5	45	45	2160	1100	1100	302
78	260-2V	12	12,5	4	12,5	10	5	45	45	2160	1100	1100	300
79	260-3V	12	12,5	4	12,5	10	5	45	45	2160	1100	1100	295
80	320-1V	10	12,5	4	12,5	6	5	45	45	1836	1100	1100	345
81	320-1V	10	12,5	4	12,5	6	5	45	45	1836	1100	1100	368

82	320-1V	10	12,5	4	12,5	6	5	45	45	1836	1100	1100	302
83	400-1V	10	12,5	4	12,5	2	5	51	40	1757	1100	1100	487
84	400-2V	10	12,5	4	12,5	2	5	51	40	1757	1100	1100	532
85	400-3V	10	12,5	4	12,5	2	5	51	40	1757	1100	1100	538
86	WT15a	3	12,5	3	12,5	0	0	30	0	736	1300	0	353
87	WT15b	3	12,5	3	12,5	0	0	30	0	736	1300	0	333
88	WT16a	3	12,5	3	12,5	0	0	30	0	736	1300	0	370
89	WT16b	3	12,5	3	12,5	0	0	30	0	736	1300	0	364
90	WT4a	5	12,5	5	12,5	0	0	30	0	1227	1300	0	367
91	WT4b	5	12,5	5	12,5	0	0	30	0	1227	1300	0	405
92	WT5a	5	12,5	5	12,5	0	0	30	0	1227	1300	0	370
93	WT5b	5	12,5	5	12,5	0	0	30	0	1227	1300	0	436
94	WT6	5	12,5	5	12,5	0	0	30	0	1227	1300	0	414
95	WT7a	3	12,5	2	12,5	0	0	35	0	614	1300	0	278
96	WT7b	3	12,5	2	12,5	0	0	35	0	614	1300	0	369
97	WT8b	3	12,5	2	12,5	0	0	35	0	614	1300	0	231
98	WT10a	5	12,5	5	12,5	0	0	35	0	1227	1300	0	279
99	WT11a	5	12,5	5	12,5	0	0	35	0	1227	1300	0	358
100	WT11b	5	12,5	5	12,5	0	0	35	0	1227	1300	0	321
101	WT12	5	12,5	5	12,5	0	0	35	0	1227	1300	0	439
102	A3	5	12,5	5	12,5	2	6,5	30	45	1294	1140	1140	97
103	A4	5	12,5	5	12,5	2	6,5	30	45	1294	1140	1140	105
104	C2	3	9,3	7	6,5	2	6,5	35	55	502	1140	1140	164
105	C4	3	9,3	7	6,5	2	6,5	35	55	502	1140	1140	127
106	D1	6	12,5	2	9,3	6	6,5	35	80	1071	1092	1092	247
107	D2	7	12,5	1	15	8	6,5	35	80	1301	1074	1074	251
108	F2	5	9,3	3	12,5	6	6,5	35	60	907	1139	1139	311
109	F3	5	9,3	3	12,5	6	6,5	35	60	907	1139	1139	339
110	3	3	9,3	7	9,3	2	6,5	43	40	746	956	956	165

111	4	3	9,3	7	9,3	2	6,5	43	40	746	956	956	166
112	5	3	9,3	7	9,3	2	6,5	43	40	746	956	956	195
113	N-42-01	8	15	2	12,5	6	6,5	43	82	1858	1334	1334	478
114	N-42-02	8	15	2	12,5	6	6,5	43	82	1858	1334	1334	431
115	N-42-03	8	15	2	12,5	6	6,5	43	82	1858	1334	1334	460
116	H150	6	9,3	2	6,5	0	0	28	0	474	1362	0	181
117	H150	6	9,3	2	6,5	0	0	44	0	474	1264	0	177
118	H150	2	9,3	6	6,5	0	0	49	0	335	1290	0	157
119	H200	4	9,3	3	12,5	0	0	39	0	640	1360	0	258
120	H250	5	9,3	5	9,3	0	0	38	0	679	1352	0	242
121	H250	4	9,3	2	6,5	0	0	37	0	338	1273	0	177
122	H250	5	9,3	5	9,3	0	0	42	0	679	1225	0	274
123	H300	4	9,3	4	9,3	0	0	28	0	543	1225	0	241
124	H360	4	12,5	4	12,5	0	0	42	0	982	1350	0	241
125	H360	4	12,5	4	9,3	0	0	40	0	763	1228	0	353
126	H360	7	12,5	2	9,3	0	0	62	0	995	1215	0	366
127	H400	7	12,5	4	9,3	0	0	30	0	1131	1346	0	501
128	H500	5	12,5	12	9,3	0	0	60	0	1429	1346	0	641
129	H500	9	12,5	8	9,3	3	9,3	52	50	1852	1362	0	714

Fonte: Autor (2019)