

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

PATRÍCIA MENDONÇA TALMELLI DOS SANTOS

ANÁLISE QUALITATIVA DE ESTRATÉGIAS INOVADORAS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA

SÃO CARLOS

2020

PATRÍCIA MENDONÇA TALMELLI DOS SANTOS

**ANÁLISE QUALITATIVA DE ESTRATÉGIAS INOVADORAS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre, sob orientação do Professor Dr. João Carlos Vieira Sampaio

SÃO CARLOS

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

Santos, Patrícia Mendonça Talmelli.

Análise qualitativas de estratégias inovadoras no ensino de matemática / Patrícia Mendonça Talmelli dos Santos – São Carlos: UFSCar, 2019.

74 páginas.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, 2019.

1. Metodologias inovadoras 2. Ensino de Matemática. 3. Razão e Proporção. 4. Hábito da Mente. 5. Cultura do Pensamento. 6. Projeto



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Patricia Mendonça Talmelli dos Santos, realizada em 28/02/2020.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio (UFSCar)

Prof. Dr. Hermano de Souza Ribeiro (USP)

Profa. Dra. Luciene Nogueira Bertonecello (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

RESUMO

Nesse estudo a autora mostra uma experiência de aplicação de atividades e metodologias inovadoras no ensino de razões no 6º ano do Ensino Fundamental, escola onde a professora pesquisadora trabalha. A escolha do tema veio da constatação por parte da pesquisadora das dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental em entender técnicas e valorizar o uso de ferramentas matemáticas como proporção e porcentagem no dia a dia. O objetivo das atividades era fundamentar o ensino de razões e proporções utilizando metodologias que fornecem estruturas cognitivas e socioemocionais para que o ensino se desse de maneira orgânica e significativa, dessa forma os estudantes recebem oportunidades de experiências durante a sequência didática para que consigam manter o aprendizado por toda sua vida. As atividades acompanharam o percurso da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa.

Palavras-chaves: metodologias inovadoras; ensino de matemática; razão, proporção, engenharia didática; hábitos da mente; cultura do pensamento; PBL; projetos.

ABSTRACT

In this study, the author shows application of innovative activities and methodologies in the teaching of ratios in the 6th year of elementary school, the school where the research teacher works. The choice of the theme came from the researcher's observation of the difficulties presented by elementary school students in understanding techniques and valuing the use of mathematical tools such as proportion and percentage in everyday life. The purpose of the activities was to support the teaching of ratios and proportions using methodologies that provide cognitive and socioemotional structures so that learning takes place in an organic and meaningful way, thus students get opportunities of experiences during the didactic sequence so that they can maintain learning for all their life. The activities followed the course of Didactic Engineering as a research methodology.

Keywords: innovative methodologies; mathematics teaching; ratio; proportion; didactic engineering; habits of mind; culture of thinking; PBL; projects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Hierarquia do domínio cognitivo – Taxonomia de Bloom.....	16
Figura 2 – Passos para implementar PBL.....	19
Figura 3 – 16 Hábitos da Mente.....	23
Figura 4 – 8 Forças Culturais que definem a sala de aula	26
Figura 5 –Mapa de Entendimento	27
Figura 6 –Referência visual de Roma, Aula Inicial	33
Figura 7 –Vídeo do <i>Youtube</i> exibido na aula inicial.....	34
Figura 8 –Apresentação das expectativas (<i>Power Point</i>)	36
Figura 9 –Apresentação do modelo de uso de razão (<i>Power Point</i>).....	37
Figura 10 –Modelo de uso de razão em tabela desenhada na lousa	38
Figura 11 –Apresentação do segundo modelo de uso de razão (<i>Power Point</i>).....	38
Figura 12 –Representação do problema em diagrama	39
Figura 13 –Discussão: razão na sala de aula (<i>Power Point</i>).....	40
Figura 14 –Atividade 1 de razões (<i>Power Point</i>)	41
Figura 15 –Atividade de localizar e escrever razão dentro da sala de aula.	41
Figura 16 –Atividade para criar uma descrição para as razões apresentadas	42
Figura 17 –Atividade resolvida pela estudante.....	43
Figura 18 –Resumo das primeiras dinâmicas em sala de aula.....	44
Figura 19 –Discussão de encerramento das dinâmicas em sala de aula.....	45
Figura 20 –Atividade de fechamento das Dinâmicas em sala.....	46
Figura 21 –Atividade para fortalecer o aprendizado das Dinâmicas em sala	47
Figura 22 –Atividade do estudante para fortalecer o aprendizado das Dinâmicas em sala.....	47
Figura 23 –Atividade de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.....	48
Figura 24 –Continuação da atividade de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.....	49
Figura 25 –Pergunta 1 da estudante de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.....	50
Figura 26 – Pergunta 2 da estudante de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.....	50
Figura 27 – Pergunta 3 da estudante de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.....	51

Figura 28 – O que é preciso para fazer uma maquete	53
Figura 29 – Decidindo a razão e os elementos da maquete	53
Figura 30 – Modelo para a base da maquete.....	54
Figura 31 – Estudantes pintando a base da maquete	55
Figura 32 – Encontrar razões equivalentes usando diagrama de fita	56
Figura 33 –Atividade da estudante de encontrar razões equivalentes usando diagrama de fita	57
Figura 34 –Modelo de árvore e pessoa para a maquete	58
Figura 35 – Estudantes trabalhando nos elementos da maquete	58
Figura 36 –Árvores e base da maquete construídas pelos estudantes	59
Figura 37 – Problemas com razões equivalentes	60
Figura 38 – Atividade da estudante de problemas com razões equivalentes	61
Figura 39 – Estratégia para encontrar razões equivalentes	62
Figura 40 – Construções feitas pelos estudantes	63
Figura 41 – Estudantes montando a maquete	63
Figura 42 – Estudantes montando a maquete	64
Figura 43 –Estudantes montando a maquete	64
Figura 44 – Imagens da maquete feita pelos estudantes.....	65
Figura 45 – Imagens da maquete feita pelos estudantes.....	65
Figura 46 – Imagens da maquete feita pelos estudantes.....	65
Figura 47 – Comparativo maquete com realidade	66
Figura 48 – Atividade individual avaliativa	67
Figura 49 – Continuação da atividade individual avaliativa	69

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	METODOLOGIA DE PESQUISA	12
2.1	ENGENHARIA DIDÁTICA.....	12
2.2	A ESCOLA E O CONTEXTO SOCIAL.....	12
3	CONTEÚDO MATEMÁTICO - RAZÃO E PROPORÇÃO	14
4	MÉTODOS E TÉCNICAS INOVADORAS	16
4.1	PROJECT BASED LEARNING (APRENDIZADO BASEADO EM PROJETOS)	17
4.2	HABITS OF MIND (HÁBITOS MENTAIS)	20
4.3	CULTURE OF THINKING (CULTURA DO PENSAMENTO).....	24
4.3.1	8 Cultural Forces (8 Culturas do Pensamento)	25
4.3.2	Understanding Map (Mapa Do Entendimento)	26
4.3.3	Visible Thinking Routine(Rotinas do Pensamento Visível)	28
5	APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES	30
5.1	ANÁLISES PRÉVIAS	30
5.2	ANÁLISE <i>A PRIORI</i>	30
5.3	DESCRIÇÃO DAS AULAS UTILIZANDO MÉTODOS INOVADORES (EXPERIMENTAÇÃO)	31
5.3.1	Conjunto de atividades em sala de aula 1	32
5.3.2	Conjunto de atividades em sala de aula 2	35
5.3.3	Conjunto de atividades em sala de aula 3	46
5.3.4	Conjunto de atividades em sala de aula 4	55
5.3.5	Conjunto de atividades em sala de aula 5	59

5.3.6	Conjunto de atividades em sala de aula 6	66
5.4	<i>ANÁLISE A POSTERIORI</i>	70
6	CONCLUSÃO	72
	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

Nesta dissertação é relatado a construção e experiência da aplicação de aulas que fazem uso de metodologias inovadoras no ensino de matemática para o 6^o ano do Ensino Fundamental de uma escola particular no interior do estado de São Paulo.

O objetivo era conduzir o estudante através de um ensino significativo e orgânico de razões e proporções com finalidade de prepará-los para a introdução do conceito de porcentagem. A sequência didática faz uso de ferramentas que organizam e estruturam o ensino cognitivo e sócioemocional.

A escolha do conteúdo surgiu da percepção da professora pesquisadora de que os estudantes apresentam dificuldade em entender o uso e cálculo de porcentagem. Dificuldade de entender as técnicas e dificuldade de usar em questões adversas. Percebeu-se também que os estudantes aprendiam técnicas para calcular porcentagens e no ano seguinte não lembravam mais, pois não haviam aprendido e sim decorado.

A pesquisa é qualitativa e usa-se a Engenharia Didática para legitimar as hipóteses e conclusões.

No primeiro capítulo é brevemente apresentado o trajeto da Engenharia Didática e as características e o contexto social da escola onde a pesquisa é feita.

No segundo capítulo foi resumido os conceitos matemáticos que são apresentados na sequência didática oferecida aos estudantes, definição, notações, elementos históricos e equivalência de razões.

No terceiro capítulo é apresentado os métodos inovadores que foram aplicados na sequência didática, que são Aprendizado por Projetos, Hábitos da Mente e Cultura do Pensamento.

No quarto capítulo é descrito a aplicação dessas metodologias durante as atividades que se dão em seis conjuntos de atividades, apresentação e engajamento sobre o tema do projeto, introdução ao conteúdo matemático e seus usos, uso do conteúdo na elaboração de um produto, dedução de razões equivalentes e o uso na resolução de problemas, formalização do aprendizado e a finalização do produto e por fim, a avaliação.

A análise deste processo teve como funcionalidade responder à questão da pesquisa: “Utilizar metodologias inovadoras incentiva e apoia o estudante no aprendizado significativo de conteúdos matemáticos?”.

2 METODOLOGIA DE PESQUISA

2.1 ENGENHARIA DIDÁTICA

A engenharia didática é uma metodologia de pesquisa caracterizada por experimentações em sala de aula que surgiu no início dos anos 80. As experimentações se dão por criação, aplicação, observação e investigação dos resultados. A pesquisa é considerada experimental por se validar através da comparação entre análises a priori e a posteriori. ALMOULOUUD e COUTINHO, 2008

A engenharia didática é dividida em quatro fases: análise prévia, construção e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação.

- **Análise prévia:** O pesquisador analisa o conteúdo programado pelo ensino e os efeitos que se tem ao ensinar de maneira tradicional, analisa também os bloqueios e desafios que os estudantes apresentam. Essas análises devem ter em foco o objetivo da pesquisa.
- **Construção e análise a priori.** O pesquisador levanta hipóteses quanto aos comportamentos e desafios que serão enfrentados pelos estudantes durante a sequência didática, descrevendo o objetivo de cada escolha feita, essas escolhas serão avaliadas e validadas durante a análise a posteriori. SEVERO, 2015
- **Experimentação.** O pesquisador explica os objetivos de aprendizagem aos estudantes e aplica as atividades desenvolvidas, assiste e registra resultados e comportamentos observados. É possível que o professor pesquisador faça correções e retorne nas análises a priori caso haja necessidade de complementações.
- **Análise a posteriori e validação.** O pesquisador analisa as produções dos estudantes e os dados coletados durante a experimentação. As coletas de dados serão nesse momento validadas ou não em relação à análise a priori.

2.2 A ESCOLA E O CONTEXTO SOCIAL

A escola onde a professora pesquisadora realizou a pesquisa é uma escola particular de classe alta no interior do estado de São Paulo.

A escola se intitula uma escola inovadora por oferecer metodologias ativas, fundamentada em aprendizado por projetos com sequências didáticas que colocam o estudante no centro do aprendizado, o que significa que o estudante é ouvido e valorizado no momento de planejar a sequência didática, ou seja, o professor tem liberdade para explorar os assuntos e projetos dando uma vertente diferente para diferentes estudantes. Por exemplo, uma sala pode ser mais tendenciosa a estudar o meio ambiente enquanto outra tem um foco maior nas tecnologias.

Além das metodologias a escola conta com um arsenal tecnológico que possui equipamentos como impressora 3D, máquinas de corte à laser, entre outros. Assim como acessórios eletrônicos e de marcenaria para que os estudantes e os professores consigam explorar a criatividade e criar ferramentas que apoiam o aprendizado e a experiência do aluno. É parte do material escolar do estudante um *tablet* para que possa fazer pesquisas, produções de áudio, texto e vídeo, explorar aplicativos de aprendizado conforme orientações dos educadores.

A escola tem também o programa bilíngue; no Ensino Infantil toda a comunicação entre professores e estudante é realizada em inglês, no Ensino Fundamental I é 50% em inglês e 50% em português e no Ensino Fundamental II é 60% em português e 40% em inglês. Para o Ensino Fundamental II as matérias de Matemática e Ciências são lecionadas em inglês, portanto todo material apresentado pela professora pesquisadora, professora de Matemática, será apresentado em inglês.

3 CONTEÚDO MATEMÁTICO – RAZÃO E PROPORÇÃO

Em matemática, razão é uma comparação ou relação entre duas grandezas que expressa quantas vezes uma quantidade contém a outra e aparecem frequentemente no dia a dia ajudando a compreensão da relação entre quantidades. Por exemplo, se em uma sala de aula de 6º ano tem 9 meninas e 6 meninos, então a razão do número de meninas para o número de meninos é de 9 para 6 (ou seja, 9:6, ou de maneira equivalente 3:2). Podemos dizer também que a razão do número de meninos para o número de meninas é de 6 para 9 (ou 2:3), ou ainda que a razão entre o número de meninas para o número total de estudantes na sala é de 9 para 15 (ou 3:5). WIKIPEDIA, 2019 As duas primeiras razões são chamadas parte para parte e a última chamada parte para todo.

Razões são usadas para relacionar quantidades de pessoas, objetos e também medidas como comprimento, tempo, peso e etc.

De maneira formal define-se razão como um par ordenado de números não negativos, onde pelo menos um deles é diferente de zero. NYSED, 2014

Para expressar a razão entre os valores A e B usa-se as notações:

- A razão entre a quantidade A e a quantidade B é de A para B .
- $A:B$
- A está para B assim como C está para D , caso exista um valor c tal que $A \cdot c = C$ e $B \cdot c = D$. Neste caso a igualdade de duas razões é chamado proporção.
- $\frac{A}{B}$

As razões podem ser usadas com dois ou mais termos, como por exemplo em uma receita em que se usa 1 copo de arroz para 2 copos de água e $1\frac{1}{2}$ colher de chá de sal.

É preciso observar a ordem em que se descreve uma razão, por exemplo se a razão do número de maçãs para o número de limões for 4:1, então teremos 4 maçãs e 1 limão, ou quantidades proporcionais a essa, como 8 maçãs e 2 limões.

A palavra razão tem origem na Grécia antiga “ratio”. Os pitagóricos desenvolveram teorias de razões e proporções aplicáveis aos números racionais e descobriram proporções incomensuráveis (irracionais) na geometria e Euclides relacionou a palavra com computação ou avaliação. No Livro V, do conjunto de livros chamado *Os Elementos*, de Euclides há 18 definições que se relacionam com razões.

Ao multiplicar os dois valores de uma razão por um mesmo valor geramos uma nova razão que é dita equivalente. Quando duas razões são equivalentes são ditas proporcionais. Por exemplo, em uma quadra há 5 bolas e 2 delas são brancas. Logo a razão do número de bolas brancas para o número total de bolas na quadra é 2:5, se dobrarmos o número de bolas mantendo a mesma razão teremos 4:10. Essas duas razões que são equivalentes são ditas proporcionais. Ao escrever essa razão equivalente onde o segundo termo é 100, temos 40:100, encontrando a porcentagem do número de bolas brancas na quadra.

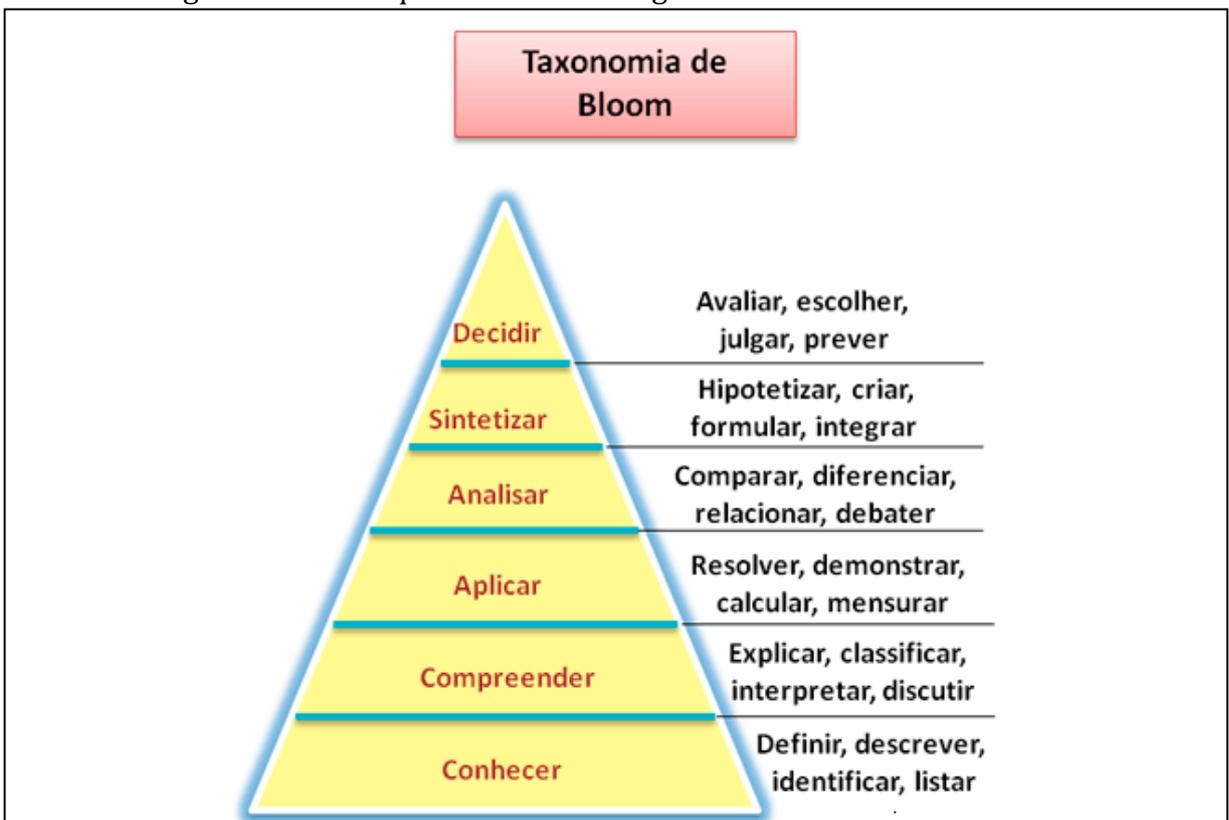
4 MÉTODOS E TÉCNICAS INOVADORAS

A necessidade de novas técnicas de ensino-aprendizagem existe há muitos anos, mas foi com o surgimento da psicologia e o estudo da aprendizagem que nasceram técnicas que ajudam a desenvolver o potencial do estudante.

A taxonomia dos objetivos educacionais, mais conhecida como Taxonomia de Bloom, criada por Benjamin Samuel Bloom, psicólogo educacional, em meados de 1950, dizia respeito à organização hierárquica de objetivos educacionais.

Bloom, já naquela época, considerava três domínios na aprendizagem: domínio cognitivo (da aprendizagem intelectual); domínio afetivo (da aprendizagem sócio emocional); e domínio psicomotor (da execução de tarefas que envolvem o aparelho motor). Cada um destes domínios possui níveis de profundidade e estes níveis foram classificados de maneira hierárquica como mostra a Figura 1 sobre os níveis do domínio cognitivo.

Figura 1 – Hierarquia do domínio cognitivo – Taxonomia de Bloom.



Fonte: <https://nedesc.fe.ufg.br/up/292/o/eixo5.pdf> - Acesso dia 28.07.19

Bloom defendia que para facilitar o desenvolvimento do ensino era preciso organizar os objetivos de aprendizado, ordenando do mais fácil para o mais difícil. Por exemplo: primeiramente o estudante conhece um novo objeto de aprendizado, sua definição, como esse objeto é descrito e identificado. Em seguida ele é capaz de explicar e discutir sobre esse objeto, para só depois ser capaz de aplicar em uma nova situação.

A hierarquia do domínio cognitivo de Bloom foi muito usada na educação e é ainda usada por muitos educadores, porém cientistas questionam a existência ou não de uma hierarquia estrita e sequencial no processo de aprendizagem.

As próximas técnicas e métodos que serão apresentados são ferramentas para educadores estruturarem a aula com a intenção de aumentar o desenvolvimento do estudante em sala de aula ou qualquer outro espaço de aprendizagem. Elas evidenciam semelhanças à taxonomia de Bloom, dizem respeito à aprendizagem cognitiva, usando-se verbos análogos aos verbos de Bloom e à aprendizagem socioemocional, mas não possuem uma hierarquia estruturada, é função do educador definir qual objetivo de aprendizado será explorado.

4.1. PROJECT BASED LEARNING (APRENDIZADO BASEADO EM PROJETOS)

Na era em que vivemos, de dispositivos que te dão todas as respostas e te mostram todas as possibilidades, é preciso entender que o papel da escola não é mais transferir conhecimento, pois esse se encontra na palma da mão. É preciso criar caminhos para os estudantes desenvolverem criatividade, que estejam dispostos a correr riscos, fracassar e começar de novo. BARELL, 2010. De acordo com estudos feitos pela American Management Association ASSOCIATION, 2012, as quatro habilidades necessárias para alcançar sucesso no século XXI são os 4 C's:

- Pensamento Crítico;
- Criatividade;
- Colaboração e
- Comunicação

A educação que é inovadora prepara o estudante para o futuro, pensando no que ele precisa desenvolver para obter sucesso em sua vida pessoal e profissional. Quando o

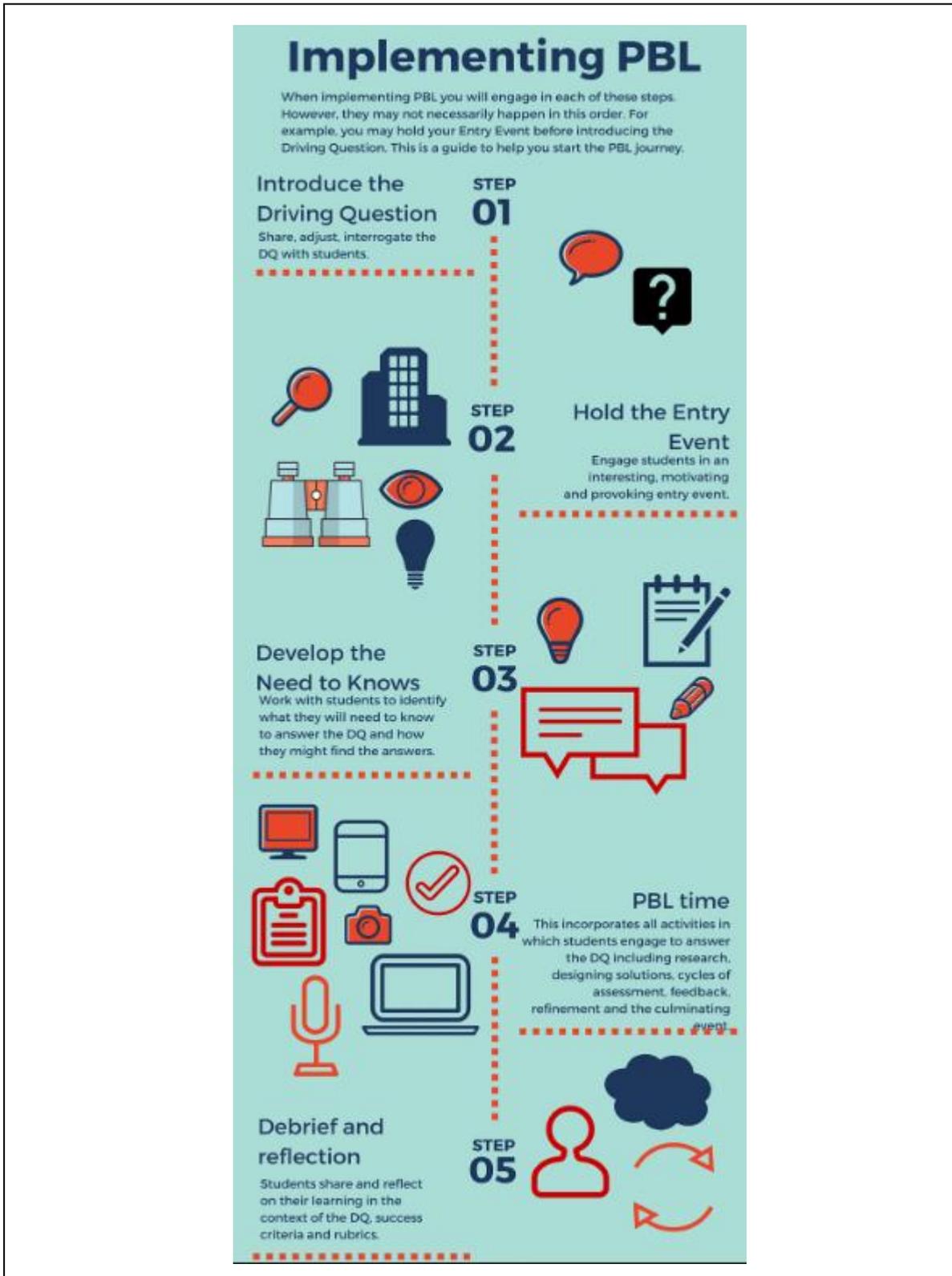
assunto é educação através de projetos o que está em pauta é o desenvolvimento de sequências didáticas que vão estender a habilidade de resolver problemas do estudante utilizando o raciocínio crítico, a criatividade, a colaboração e a comunicação efetiva, além disso trabalha-se a empatia, curiosidade e reflexão sobre o próprio aprendizado HEICK, 2020. A resolução desses problemas se estruturam da seguinte forma:

1. Atentar-se a um problema existente;
2. Nomear e classificar o problema;
3. Identificar ferramentas para resolver o problema;
4. Generalizar possíveis soluções;
5. Testar e refletir;
6. Registrar.

Para aplicar o PBL segue-se uma estrutura de eventos como mostra a Figura 2, que não necessariamente precisam ocorrer nessa mesma ordem. Key elements of project-based learning, 2019

- Pergunta condutora. Esta pergunta irá guiar o desenvolvimento do projeto, como por exemplo: “Como diferentes linguagens explicam a origem do universo?” ou “Qual a importância do patrimônio histórico-cultural de uma cidade?”. A pergunta pode ser construída com os estudantes ou apresentada aos estudantes e reformada com eles após o levantamento de curiosidades.
- *Kick-off* (Ponta pé inicial). O professor desenvolve atividades que vão cativar e engajar o estudante no assunto que será desenvolvido. Por exemplo, o professor pode convidar um profissional da área para dar uma palestra ou um workshop, ou talvez apresentar um vídeo ou um artigo relacionado.
- Levantamento de dúvidas e curiosidades que os estudantes têm sobre o assunto. Após conversar com os estudantes o professor deve coletar quais questões, dúvidas, teorias ou curiosidades os estudantes têm sobre o assunto. Estes questionamentos irão guiar o professor no desenvolvimento e planejamento da sequência didática.

Figura 2 – Passos para implementar PBL.



Fonte: Key elements of project-based learning, 2019

- Desenvolvimento do projeto e a construção do produto final. Envolve todas as atividades que vão aumentar o repertório do estudante, os fornecendo ferramentas para responder à pergunta condutora. É função do professor fazer a conexão entre o conteúdo de sua matéria e a necessidade desse conteúdo na resolução do problema apresentado pela pergunta condutora, assim como auxiliar na elaboração do produto final. O produto a ser produzido pode ser oriundo da vontade e curiosidade do estudante e deve ser um objeto que representa seu aprendizado e apoia o estudante a resolver o problema em questão.
- Reflexões e conclusões. No momento final do projeto os estudantes discutem quais foram os aprendizados adquiridos e refletem na importância desse aprendizado para ele e para a comunidade em que vivem.

4.2 *HABITS OF MIND* (HÁBITOS MENTAIS)

Um hábito é um comportamento que é exercido com tamanha frequência e rotina que se faz inconscientemente, como por exemplo escovar os dentes antes de ir dormir. DICTIONARY.

Em COSTA e KALLICK, 2019 os autores pesquisaram e analisaram o comportamento de pessoas bem-sucedidas, tanto no plano profissional quanto no plano pessoal e, a partir desta pesquisa, agruparam 16 atributos que se caracterizam como hábitos mentais bastante frequentes no grupo pesquisado. Estes hábitos estão associados às competências socioemocionais que garantem a estudantes, jovens ou adultos, habilidades e aptidão para resolver problemas.

Com o intuito de desenvolver estes hábitos entre os estudantes, o instituto desenvolveu uma proposta de levar conscientização e prática dos hábitos durante o período escolar para que quando chegarem a vida adulta consigam exercê-los sem esforço, como um hábito que já está intrínseco.

O processo de internalização destes hábitos passa por 5 estágios:

- Primeiro, exploração do significado de cada um dos hábitos - é preciso estudar e entender o significado, o uso e a importância de cada um dos hábitos;
- Segundo, a expansão do conhecimento e capacidades - o estudante passa a explorar situações de aplicação e busca de novos significados;
- Terceiro, reconhecimento em si mesmo e no outro - os estudantes começam a reconhecer os hábitos no dia a dia, reconhecem quando os familiares usam ou não usam, reconhecem em si também o uso em algumas situações e necessidade do uso em outras;
- Quarto, extensão dos valores e busca em usá-los - o estudante reconhece as situações em que é preciso colocar em prática e se esforça para alcançar objetivos que demandam alguns dos hábitos para obter sucesso;
- Quinto, a construção de um comprometimento - na última etapa o estudante já se convenceu de que ao aplicar os hábitos da mente na resolução de problemas ou conflitos ele obterá resultados mais eficientes ou eficazes, portanto ele se compromete a aplicar esforço no uso dos hábitos em todas as situações reconhecidas.

Os 16 hábitos são: persistir, manejar impulsividade, ouvir com entendimento e empatia, pensar flexivelmente, pensar sobre o pensamento, se esforçar para obter precisão, contestar e questionar, aplicar seus conhecimentos em situações novas, pensar e se comunicar com clareza e precisão, recolher informações através de todos os sentidos, criar, imaginar e inovar, responder com encantamento e admiração, tomar riscos responsáveis, encontrar humor, pensar de maneira interdependente e continuar aberto ao aprendizado contínuo, como podemos ver na figura 3.

Para cada um dos hábitos segue a descrição da expectativa de desenvolvimento no estudante HEICK, 2019:

- 1. Persistir.** Não desistir é o primeiro hábito. Este hábito tem como função motivar o estudante a completar qualquer tipo de trabalho, problema ou atividade que ele tenha que realizar. Portanto ele aplicará este comportamento enquanto procurar por maneiras de alcançar o objetivo mesmo quando estiver se sentindo bloqueado por qualquer motivo.

- 2. Manejar a impulsividade.** Se manter calmo e segurar os impulsos. Este hábito diz respeito a pensar antes de agir, o estudante permanece calmo, pondera e analisa possibilidades antes de agir.
- 3. Ouvir com entendimento e empatia.** Ouvir aos outros com respeito. O estudante ao adquirir este hábito coloca um investimento de energia mental para com as ideias e pensamentos do outro, há inicialmente um esforço consciente em entender os pontos de vista e emoções daquele que comunica.
- 4. Pensar flexivelmente.** Não se ver preso em uma única ideia e ser capaz de olhar as situações de várias maneiras diferentes. O estudante deve estar aberto para mudar a perspectiva, criar alternativas e considerar diferentes opções.
- 5. Pensar sobre seu pensamento.** Este hábito diz respeito a metacognição, entender e analisar o próprio pensamento. Significa ter consciência dos próprios pensamentos, das estratégias, sentimentos e ações além de seus efeitos sobre os outros. O estudante quando tem consciência do seu pensamento é capaz de estruturá-lo e reapplicá-lo em diferentes situações.
- 6. Se esforçar para a precisão.** Sempre se esforçar para fazer o melhor que pode. O estudante que desenvolve este hábito aumenta a expectativa dos próprios aprendizados e entregas, ele confere o trabalho realizado para encontrar maneiras de melhorar constantemente.
- 7. Contestar e questionar.** Não acreditar em tudo que ouve, questionar verdades e procurar mais informações. O estudante tem uma atitude mais questionadora, consegue reconhecer a necessidade de dados e informações além de conseguir questionar estratégias para a produção destes dados. Este hábito descreve um comportamento de um estudante que encontra problemas para resolver.
- 8. Aplicar conhecimentos passados em novas situações.** Uso do conhecimento adquirido. O estudante que desenvolveu este hábito é capaz de acessar conhecimentos anteriores, transferir e adaptar este conhecimento além das situações em que foi aprendido.
- 9. Pensar e comunicar com clareza e precisão.** Ser claro durante a comunicação. O estudante se esforça para ser preciso durante a comunicação, tanto a comunicação escrita quanto a oral. Ele evita generalizações, distorções, simplificações ou explicações exageradas.

Figura 3 – 16 Hábitos da Mente.

 <p>1. Persisting <i>Stick to it!</i> Persevering in task through to completion; remaining focused. Looking for ways to reach your goal when stuck. Not giving up.</p>	 <p>2. Managing Impulsivity <i>Take your time!</i> Thinking before acting; remaining calm, thoughtful and deliberative.</p>	 <p>3. Listening with understanding and empathy <i>Understand others!</i> Devoting mental energy to another person's thoughts and ideas; Make an effort to perceive another's point of view and emotions.</p>	 <p>4. Thinking flexibly <i>Look at it another way!</i> Being able to change perspectives, generate alternatives, consider options.</p>
 <p>5. Thinking about your thinking (Metacognition) <i>Know your knowing!</i> Being aware of your own thoughts, strategies, feelings and actions and their effects on others.</p>	 <p>6. Striving for accuracy <i>Check it again!</i> Always doing your best. Setting high standards. Checking and finding ways to improve constantly.</p>	 <p>7. Questioning and problem posing <i>How do you know?</i> Having a questioning attitude; knowing what data are needed & developing questioning strategies to produce those data. Finding problems to solve.</p>	 <p>8. Applying past knowledge to new situations <i>Use what you learn!</i> Accessing prior knowledge; transferring knowledge beyond the situation in which it was learned.</p>
 <p>9. Thinking & communicating with clarity and precision <i>Be clear!</i> Strive for accurate communication in both written and oral form; avoiding over-generalizations, distortions, deletions and exaggerations.</p>	 <p>10. Gather data through all senses <i>Use your natural pathways!</i> Pay attention to the world around you. Gather data through all the senses. taste, touch, smell, hearing and sight.</p>	 <p>11. Creating, imagining, and innovating <i>Try a different way!</i> Generating new and novel ideas, fluency, originality</p>	 <p>12. Responding with wonderment and awe <i>Have fun figuring it out!</i> Finding the world awesome, mysterious and being intrigued with phenomena and beauty.</p>
 <p>13. Taking responsible risks <i>Venture out!</i> Being adventuresome; living on the edge of one's competence. Try new things constantly.</p>	 <p>14. Finding humor <i>Laugh a little!</i> Finding the whimsical, incongruous and unexpected. Being able to laugh at one's self.</p>	 <p>15. Thinking interdependently <i>Work together!</i> Being able to work in and learn from others in reciprocal situations. Team work.</p>	 <p>16. Remaining open to continuous learning <i>Learn from experiences!</i> Having humility and pride when admitting we don't know; resisting complacency.</p>

Fonte: COSTA e KALLICK, 2019

10. Recolher informações através de todos os sentidos. Prestar atenção a todos os tipos de informações ao seu redor. O estudante que desenvolve esse hábito é capaz de coletar informações através da audição, visão, toque, paladar e cheiro.

11. Criar, imaginar e inovar. Tentar novas coisas. O estudante consegue criar e propor ideias novas que são inovadoras e originais, é capaz de resolver problemas utilizando a criatividade.

12. Responder com encantamento e admiração. Admirar a descoberta de novas coisas. O estudante se encanta com o mundo, se intriga com os mistérios e novas descobertas e desafios. Ele se cativa ao descobrir novos conhecimentos.

13. Tomar riscos responsáveis. Se aventurar em novos caminhos. O estudante é aventureiro e se arrisca ao tentar novas descobertas e conhecimentos, sem receio de errar. Ele está constantemente tentando novas resoluções e caminhos.

14. Encontrar humor. É capaz de ter bom temperamento e dar risada em situações diversas. O estudante é bem-humorado e espontâneo, consegue rir de si mesmo.

15. Pensar de maneira interdependente. Trabalhar coletivamente. O estudante é capaz de trabalhar, ensinar e aprender com os colegas de maneira colaborativa, sem ter intenção de se destacar ou se diminuir. Consegue reconhecer e usar seu potencial para colaborar com o grupo.

16. Continuar aberto ao aprendizado contínuo. Continuar a aprender constantemente com novas experiências. O estudante tem humildade e honra ao reconhecer que não sabe tudo, que é capaz de aprender algo novo em diferentes situações.

4.3 *CULTURE OF THINKING* (CULTURA DO PENSAMENTO)

“Como saber se meu estudante está aprendendo?” Esta é uma pergunta muito comum entre professores de matemática porque durante as provas, instrumento utilizado por educadores para avaliar aprendizado, os estudantes apresentam nervosismo, ansiedade, mal-estar, sintomas que comprometem o bom desenvolvimento na avaliação, causando ruídos na análise dos resultados dessa prova.

Avaliações do tipo “teste” não devem ser utilizadas como único instrumento de avaliação. É importante para o aprendizado do estudante e para o feedback do educador que o pensamento do estudante esteja visível o tempo todo durante a sequência didática.

Project Zero (Projeto Zero) é um centro de pesquisa que investiga os potenciais humanos, como inteligência, pensamento, criatividade, pensamento interdisciplinar e ética, e tem como objetivo preparar os estudantes para o mundo onde viverão, trabalharão e se desenvolverão.

O projeto foi fundado em 1967 pelo filósofo Nelson Goodman e um grupo de pesquisadores na Harvard Graduate School of Education com o objetivo de entender o aprendizado. Dentre os diversos conhecimentos agregados em relação ao aprendizado, criou-se as rotinas do pensamento visível, que são práticas que o educador pode agregar

às atividades propostas em sala de aula para que o pensamento do estudante esteja visível tanto para ele quanto para os próprios estudantes. ALVARADO, 2017

4.3.1 8 *Cultural Forces* (8 Culturas do Pensamento)

Junto com o Project Zero, Mark Church e Ritchhart desenvolveram as 8 forças culturais (*8 Cultural Forces*), como mostra a Figura 4, que representam ferramentas para o professor e para a escola moldar a cultura de seu contexto educacional. RITCHHART, 2002

Tempo: O professor deve dispor tempo para o estudante explorar tópicos com profundidade e tempo para que criem respostas bem articuladas.

Oportunidades: Criar atividades que estimulem o engajamento do estudante para que este desenvolva o pensamento durante toda a experiência.

Estrutura & Rotina: Criar estruturas para que os estudantes sejam capazes de acompanhar a sequência sem se sentirem perdidos, além das rotinas para que se sintam confortáveis durante todo o percurso.

Linguagem: Usar o mapa mental como guia da linguagem para que durante todo o processo o estudante esteja consciente do que está desenvolvendo e sendo avaliado.

Modelagem: Ser modelo para os estudantes do que é deixar o pensamento visível, compartilhando, analisando e discutindo os pensamentos para que estes se desenvolvam.

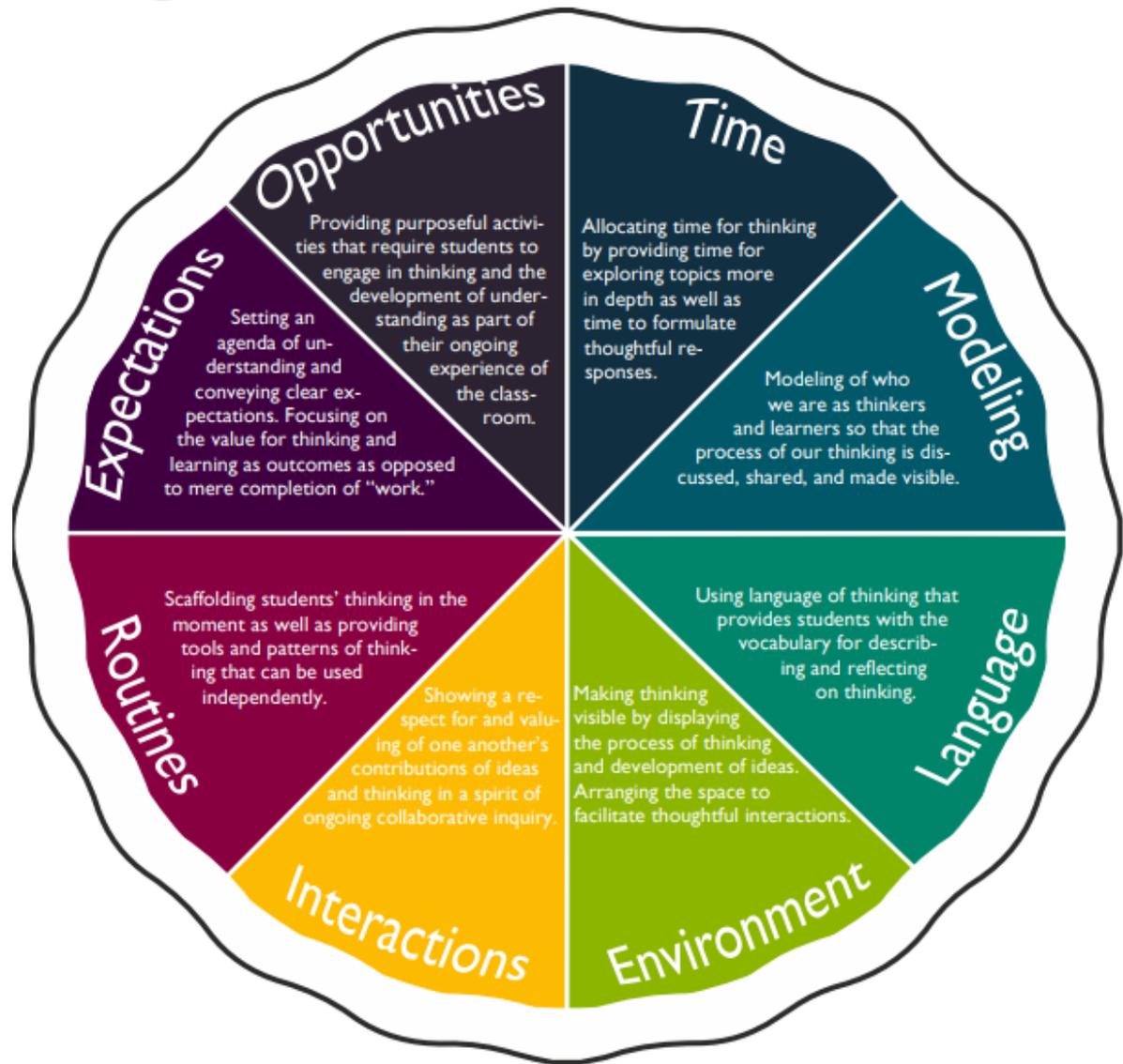
Interações & Relacionamentos: Valorizar o respeito um pelo outro e o espírito de colaboração para que todos contribuam com suas ideias.

Ambiente físico: Organizar o ambiente de aprendizado com os pensamentos e ideias dos estudantes e estimular a interação com o mesmo para que possam acompanhar o desenvolvimento das ideias no tópico que está sendo estudado.

Expectativas: Deixar transparente para o estudante a programação, o tipo de desenvolvimento (Understanding Map, ver seção 3.3.2 abaixo) que está sendo esperado dele e quais as entregas que ele deve fazer para que seu trabalho esteja completo.

Figura 4 – 8 Forças Culturais que definem a sala de aula.

8 Cultural Forces that define our classrooms



Fonte:

http://ronritchhart.com/ronritchhart.com/COT_Resources_files/8%20Forces%20That%20Shape%20Group%20Culture%202015.pdf Acesso em: 18 Setembro 2019.

4.3.2 Understanding Map (Mapa Do Entendimento)

Foi pensando em ideias sobre questionar, ouvir, documentar, nomear, além de outras estratégias para estabelecer uma cultura de pensamento positiva e engajada em

sala de aula que Ron Ritchhart, Mark Church e Karin Morrison se envolveram por muitos anos em criar práticas e caminhos para educadores desenvolverem em sala de aula essas experiências de aprendizado. Um dos produtos é o *Understanding Map* (Mapa de entendimento) que é uma maneira visual de mostrar aos estudantes como eles aprendem tópicos de maneira significativa (Figura 5). As maneiras de aprender são:

Figura 5 – Mapa de Entendimento.



Fonte: http://ronritchhart.com/ronritchhart.com/COT_Resources_files/Understanding%20Map.pdf Acesso em: 18 Setembro 2019.

- Reason with Evidence: Argumentar usando evidências;
- Make connections: Fazer conexões;
- Uncovering complexity: Desvendar complexidades;
- Capture the heart & form conclusions: Capturar a essências e formar conclusões;
- Build explanations: Construir explicações;
- Describe what's there: Descrever o que se vê;
- Wondering: Questionar;
- Consider different viewpoints: Considerar diferentes pontos de vista.

É fundamental que os estudantes entendam a importância de cada uma dessas formas de aprender/pensar e que durante as aulas e experiências o professor continuamente explore quais desses movimentos mentais os estudantes estão utilizando. Ao preparar a aula o professor deve selecionar alguns desses movimentos como parte do aprendizado do estudante, junto com as rotinas do pensamento visível. RITCHHART, CHURCH e MORRISON, 2011

4.3.3 *Visible Thinking Routine*(Rotinas do Pensamento Visível)

As rotinas do pensamento visível são práticas adotadas por professores por 3 possíveis motivos, como ferramenta, como estrutura ou como padrões de comportamentos. Segue a baixo uma breve descrição das práticas e seus objetivos.

O que te faz dizer isso? Essa rotina encoraja o estudante a descrever o que ele vê ou sabe, promove a argumentação com evidências além de promover diferentes interpretações, pois cada estudante explicará de uma maneira diferente. Esta rotina é flexível e pode ser utilizada sempre que o educador tiver como objetivo que os estudantes descrevam (por escrito ou oralmente) o que é observado, como por exemplo uma análise de padrões ou sequências.

Ponte 3 - 2 - 1: Essa rotina encoraja que os estudantes percebam seus pensamentos, ideias e questionamentos iniciais sobre algum tópico e façam uma ponte (conexão) com os novos pensamentos depois de receber alguma instrução. Esta rotina tem dois momentos, antes do tópico ser abordado os estudantes escrevem 3 ideias sobre, 2 perguntas e 1 analogia. O educador então aborda o tópico como havia sido planejado, com conhecimentos novos a serem agregados, e então segue para o segundo momento da rotina, onde os estudantes novamente responderam sobre o tópico 3 ideias, 2 perguntas e 1 analogia. Após responderem é o momento para fazer a ponte e refletir sobre o novo aprendizado. É interessante que o estudante perceba que novas experiências leva os pensamentos em novas direções.

Pense, junte-se, compartilhe: Essa rotina encoraja que os estudantes pensem sobre um tópico ou problema e articulem seus pensamentos de forma que consigam explicar para os colegas. Por compartilharem e ouvirem o colega, a rotina também promove que vejam os problemas por diferentes perspectivas. Pode ser usado em diferentes momentos das aulas, como por exemplo quando os estudantes devem

resolver algum exercício ou problema de matemática. É encorajado que esses pensamentos sejam registrados de alguma maneira, desenhos, contas, gráficos, e que depois de todos compartilharem com os colegas, o professor peça para alguns grupos compartilharem com a sala toda.

É importante destacar que essas rotinas por si só não resolvem o problema de falta de engajamento ou dificuldade de aprendizado dos estudantes, é preciso criar uma cultura onde os estudantes se sintam confortáveis e seguros em demonstrar aquilo que pensam e entendam o real significado do que é aprender. Mais importante do que saber algum conteúdo é entender este conteúdo; ser capaz de construir explicações, descrever ideias e significados, considerar diferentes pontos de vista, fazer conexões, argumentar, se questionar e aplicar estes conhecimentos.

5 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades e dinâmicas preparadas para essa pesquisa foram aplicadas na turma do 6° ano, com 15 estudantes de diferentes perfis e comportamentos. 60% da turma apresenta dificuldade em matemática e, portanto, comportamentos desafiadores pois se sentem desmotivados frente às dificuldades.

5.1 ANÁLISES PRÉVIAS

Ao analisar livros didáticos verificamos que o ensino de razão, proporção e por fim porcentagem são apresentados de maneira mecânica e sem significado. Faz-se uma comparação de frações com denominador igual a 100 com porcentagem, por exemplo $\frac{3}{100}$ são 3%, mas não é feita uma análise mais detalhada no significado desses conceitos.

Os estudantes não conseguem compreender o motivo de aprenderem a matemática, os exercícios são fictícios e fora da realidade em que vivem. A matemática acaba virando símbolos sem sentido e que exigem um nível de concentração e abstração muito maior do que a motivação de tirar uma boa nota.

As técnicas e as regras são ensinadas para serem memorizadas ao invés de construir a lógica com os estudantes para que eles percebam e criem as próprias técnicas e estratégias.

5.2 ANÁLISE *A PRIORI*

O objetivo do ensino por projeto é aumentar o significado do aprendizado, que os alunos entendam a importância de aprender e que vejam exemplos reais de aplicação dos conteúdos apresentados. Por exemplo, ao construir o produto deste projeto o estudante será capaz de ver a aplicação da matemática em algo que é real, pois as notações e cálculos serão ferramentas utilizadas para que o produto dê certo.

Os hábitos mentais são ensinados com o objetivo de orientar os estudantes na relevância de se manter comportamentos positivos e confiantes no próprio aprendizado.

A cultura do pensamento é utilizada para que os estudantes tenham consciência constante de seu aprendizado e que visualizem o progresso de seu aprendizado ao longo do projeto.

5.3 DESCRIÇÃO DAS AULAS UTILIZANDO MÉTODOS INOVADORES (EXPERIMENTAÇÃO)

Todas as folhas de atividades foram selecionadas para que o estudante construa seu aprendizado de maneira significativa e orgânica, que as notações e cálculo sejam necessários para a resolução de problemas, que tenham clareza do objetivo e da importância do conteúdo em suas vidas.

Existe uma frase famosa de John Dewey que diz: “Não aprendemos apenas com a experiência, aprendemos também com a reflexão sobre como foi a experiência. “. Ao aplicar uma atividade com os estudantes é importante que se reflita sobre o aprendizado que tiveram, que tomem conclusões e que analisem outras perspectivas a respeito da experiência vivida. Portanto durante a aplicação da atividade é importante que o professor tenha em mente que o estudante não apenas responda o exercício, mas que reflita em como ele chegou ao resultado.

O primeiro conjunto de atividade diz respeito à apresentação do tema do projeto e engajamento dos estudantes nesse assunto, além disso ocorre a escolha de um produto para demonstrar o aprendizado durante o projeto.

O segundo conjunto de atividades diz respeito à introdução da nomenclatura e alguns exemplos de como usar a ferramenta matemática aprendida na vida real.

O terceiro conjunto de atividades reforça a utilização do conteúdo além de dar início na montagem do produto final.

O quarto conjunto de atividades induz a ideia de razões equivalentes e utiliza esse conhecimento para a construção de elementos do produto final.

O quinto conjunto de atividades faz uso do conhecimento adquirido até aqui para formalizar o aprendizado de razões equivalentes além de terminar a montagem do produto final.

O sexto e último conjunto de atividades diz respeito à atividade avaliativa que irá quantificar os resultados obtidos em relação ao aprendizado de razões.

5.3.1 Conjunto de atividades em sala de aula 1

Materiais utilizados: Projetor para mostrar imagem e vídeo e post-it.

Tempo: 1 aula de 45 minutos.

Visible Thinking Routines (VTR): Vê, Pensa e Questiona; Pense, junte-se e Compartilhe

Hábitos da mente (HoM): Responder com encantamento e admiração

O objetivo desse primeiro encontro é apresentar o tema do projeto e buscar por curiosidades e questionamentos dos estudantes frente ao assunto apresentado. A professora pesquisadora iniciou a aula contando aos estudantes que estavam começando um novo projeto e que nesse encontro usariam o HoM de Responder com encantamento e admiração.

Prof.^a: - Quem gostaria de dizer o que significa “Responder com encantamento e admiração”?

Estudante G.: - Significa estar interessado no assunto, mesmo quando é algo que você acha que não vai gostar, você tem que entender que talvez você goste sim.

Prof.^a: - Alguém aqui alguma vez se viu em uma situação em que achou que não ia gostar de algo e então se surpreendeu e gostou?

Estudante O.: - Aconteceu quando minha mãe me colocou na aula de piano, eu não queria fazer e achei que não ia gostar, mas agora eu amo.

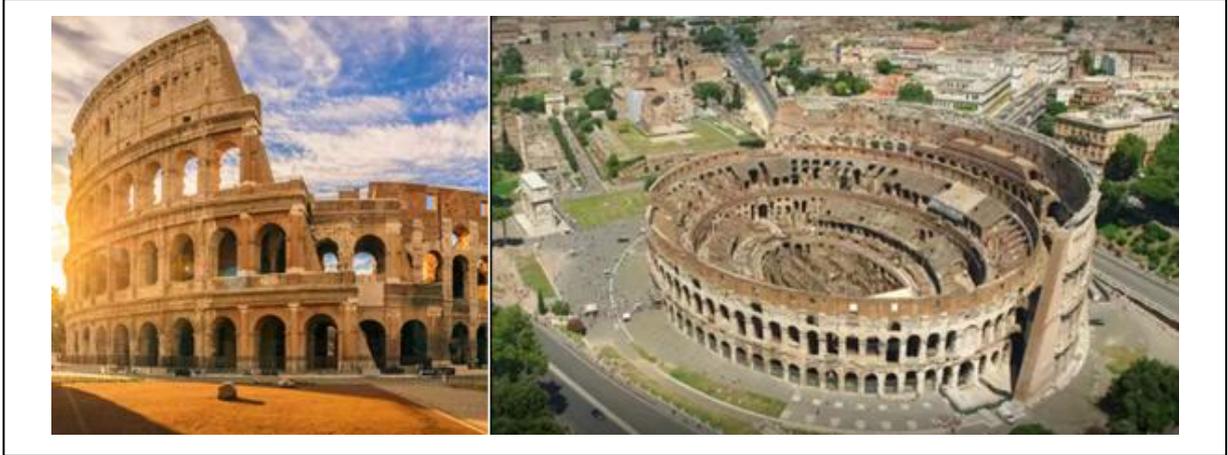
Prof.^a: -E quem sabe me dizer por que é importante que respondamos com encantamento e admiração?

Estudante J.: - Porque quando a gente começa algo com pessimismo demora mais para aprender do que quando começamos com vontade de aprender, achando que vai ser legal.

A atividade seguiu no formato da VTR ‘Vê, Pensa e Questiona’ com a intenção de gerar uma discussão sobre o novo projeto. A professora apresentou no projetor a

imagem da Figura 6 e explicou que faria algumas perguntas e que os estudantes responderiam em *post-its* e depois compartilhariam com a turma.

Figura 6 – Referência visual de Roma, Aula Inicial.



Fonte: Elaborado pela autora.

A primeira pergunta foi: O que você vê? – Era esperado que eles dissessem apenas o que se vê, e não o que se deduz como aconteceu, alguns responderam Roma e a discussão foi conduzida para a descrição do que eles viam na imagem apresentada, como Coliseu, ruas, prédios, árvores e etc., escreveram nos *post-its* e colaram na parede onde a professora havia colado a mesma imagem.

A segunda pergunta foi: O que você pensa sobre o que você vê? – Eles responderam então que era Roma e começaram a perguntar se o novo projeto seria sobre Roma e os Gladiadores.

A professora seguiu com a discussão perguntando “O que te faz dizer que é Roma?”, responderam que reconheceram a cidade pela construção, algo típico, que faz parte da história e da cultura de Roma.

Após essa discussão inicial a professora guiou a conversa para a cidade onde moram utilizando a VTR ‘Pense, junte-se e Compartilhe’, eles tinham 2 minutos para pensar, 2 minutos para se sentar com um par e 6 minutos para escrever as respostas em uma folha:

- O que é típico da sua cidade?
- Qual parte da sua cidade você reconheceria apenas com uma imagem?
- Como a sua história e a história da sua cidade se conectam?

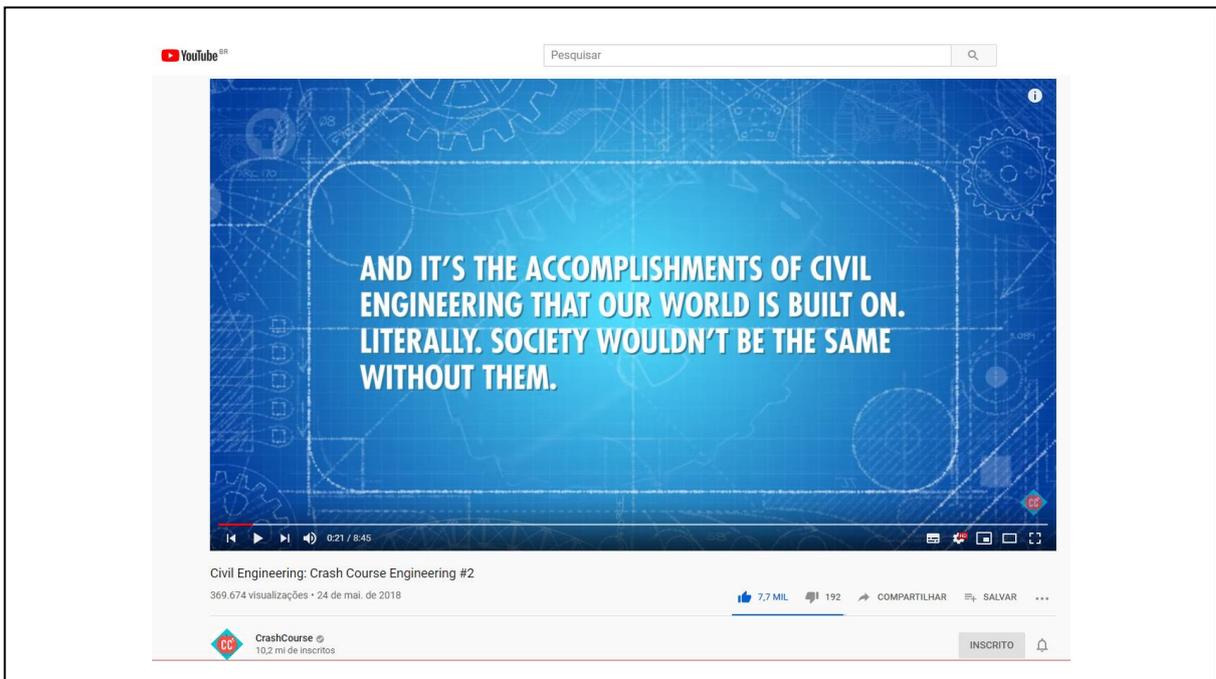
Ao final da dinâmica alguns pares compartilharam com a sala suas respostas e as folhas onde responderam foram expostas na parede.

Após a discussão a professora expôs aos estudantes que o objetivo do projeto era que estudassem os processos históricos e a construção da memória em relação à cidade onde vivem, utilizando a matemática para analisar as construções memoráveis que fazem parte de sua própria história e memórias.

Para finalizar o encontro foi apresentado o vídeo do *YouTube Civil Engineering: Crash Course Engineering #2* sobre Engenharia Civil (Figura 7) que faz a conexão entre o projeto e o conteúdo matemático, razão e escala. O vídeo tem duração de aproximadamente 9 minutos.

Ao terminar o vídeo a professora perguntou: “Como poderíamos expor nossa cidade e nossa história de maneira visual?” Alguns estudantes sugeriram uma maquete, um produto que já havia sido pedido por essa turma para ser feito em outros projetos passados, todos concordaram e a aula se encerrou.

Figura 7 – Vídeo do *Youtube* exibido na aula inicial.



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=-xbtnz4wdaA&t=2s>

5.3.2 Conjunto de atividades em sala de aula 2

Materiais utilizados: Projetor para projetar apresentação em PowerPoint e 2 folhas de atividades.

Tempo: 2 aulas de 45 minutos.

Visible Thinking Routines (VTR): 'Pense, Junte-se e Compartilhe'

Hábitos da mente (HoM): Manejar a impulsividade

O Objetivo do encontro foi familiarizar o termo razão e aprender que razão é um par ordenado que pode ser utilizado em afirmações sobre quantidades em proporções. Em relação ao projeto o objetivo foi aumentar o vocabulário matemático para que se familiarizassem com o uso de razões na descrição de escalas. Já sobre os hábitos mentais o objetivo era que conseguissem se manter conectados à aula por 15 minutos sem interrupções.

No início do encontro a professora apresentou as expectativas das atividades e dinâmicas para os estudantes na apresentação de *PowerPoint* como mostra a Figura 8, que diz:

- Entender que *razão* é um par ordenado onde pelo menos um deles é diferente de zero;
- Usar a linguagem e notação precisas para o uso de *razões*;
- E na figura: Manejar a impulsividade (Hábito Mental que foi apresentado).

Prof.^a: - Qual o significado de 'Manejar a Impulsividade'?

Estudante F.: - Significa não fazer bagunça mesmo quando você quer muito.

Estudante O.: - Significa não ficar interrompendo a aula.

Prof.^a: - Em qual situação você se esforçou muito e conseguiu manejar sua impulsividade?

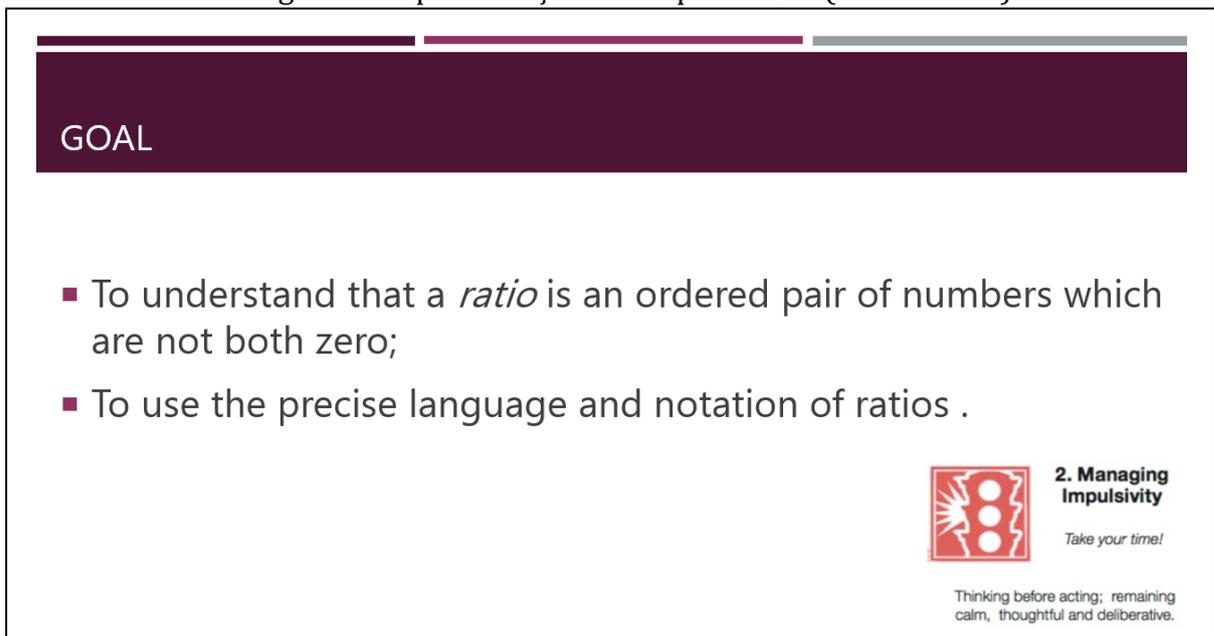
Estudante F.: - Quando um menino do meu condomínio ficou me irritando e eu queria bater nele, mas não bati.

Prof.^a: - E por que é tão importante que consigamos controlar nossa impulsividade?

Estudante L.: - Se ficarmos o tempo todo fazendo o que temos vontade nunca vamos fazer o que precisa ser feito, se eu só ficar brincando e não conseguir me concentrar para estudar, quando eu crescer eu não vou conseguir um emprego porque não vou saber sobre nada.

A professora ficou satisfeita com as respostas e explicou como eles treinariam para manejar a impulsividade durante todo o projeto.

Figura 8 – Apresentação das expectativas (*Power Point*).



GOAL

- To understand that a *ratio* is an ordered pair of numbers which are not both zero;
- To use the precise language and notation of ratios .

2. Managing Impulsivity
Take your time!
Thinking before acting; remaining calm, thoughtful and deliberative.

Fonte: Elaborado pela autora.

O encontro estava fragmentado em dinâmicas de 15 minutos e caso eles conseguissem se manter focados e dedicados durante os 15 minutos eles ganhariam 3 minutos livres para descansar e ficar livre para desenhar ou jogar algum jogo no dispositivo eletrônico ao final da aula, ou seja, a professora estaria marcando os 15 minutos e caso ela fosse interrompida por qualquer situação que não fosse apropriado para a sala de aula eles não ganhariam tempo livre. Em um encontro de 45 minutos eles conseguiriam ganhar até 6 minutos de descanso. Os estudantes gostaram da proposta e se sentiram motivados a conseguir cumprir o desafio.

A professora explicou que o conhecimento matemático que aprenderiam neste encontro os forneceria ferramentas para a construção do produto final do projeto, a maquete. Começou perguntando aos estudantes se eles conheciam a palavra razão, eles disseram que conheciam, traduziram como 'motivo', a estudante O. explicou: "Se alguém me perguntar, qual a razão de você estar neste lugar, eu vou explicar a essa pessoa qual

é a razão. ”. A professora perguntou então: “ E em matemática? Alguém sabe o que é razão em matemática? ”, porém nenhum estudante se arriscou a responder.

A professora apresentou um slide no projetor usando o termo razão para expressar duas quantidades que estão em proporção como mostra a Figura 9, e desenhou na lousa a Figura 10. O slide diz:

- Exemplo 1: O time de futebol da escola tem quatro vezes mais meninos do que meninas. Dizemos que a razão do número de meninos e o número de meninas na equipe é **4: 1**. Lemos isso como *quatro para um*.
- Vamos criar uma tabela para mostrar quantos meninos e quantas meninas podem ter no time.

Figura 9 – Apresentação do modelo de uso de razão (*Power Point*).

Classwork

EXAMPLE 1

THE SCHOOL SOCCER TEAM HAS FOUR TIMES AS MANY BOYS ON IT AS IT HAS GIRLS. WE SAY THE RATIO OF THE NUMBER OF BOYS TO THE NUMBER OF GIRLS ON THE TEAM IS **4: 1**. WE READ THIS AS *FOUR TO ONE*.

Let's create a table to show how many boys and how many girls could be on the team.



# of Boys	# of Girls	Total # of Players

Fonte: Elaborado pela autora.

Logo que viram o exemplo os estudantes já se mostraram mais confortáveis e disseram entender como se aplicava razão em matemática. A professora então pediu para que fizessem uma tabela em seus cadernos e que completassem junto. Alguns estudantes haviam entendido ter exatamente 4 meninos e 1 menina no time de futebol, enquanto foram completando a tabela modelo com outros exemplos começaram a entender o que significava a razão.

Figura 10 – Modelo de uso de razão em tabela desenhada na lousa.

Nº de meninos	Nº de meninas	Nº total de Jogadores

Fonte: Elaborado pela autora.

A professora fez com os estudantes mais 6 exemplos na tabela até que todos terem dito ter compreendido. A atividade seguiu com um novo exemplo como mostra a Figura 11, que diz:

- Suponha que a razão do número de meninos para o número de meninas no time seja **3: 2**.

Figura 11 – Apresentação do segundo modelo de uso de razão (*Power Point*).

Classwork

SUPPOSE THE RATIO OF THE NUMBER OF BOYS TO THE NUMBER OF GIRLS ON THE TEAM IS 3: 2

# of Boys	# of Girls	Total # of Players



I can't say there are 3 times as many boys as girls. What would my multiplicative value have to be? There are ____ as many boys as girls.

Let's make a tape diagram (or bar model) to represent the situation.

Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudantes fizeram uma segunda tabela no caderno com o novo modelo e completaram demonstrando facilidade.

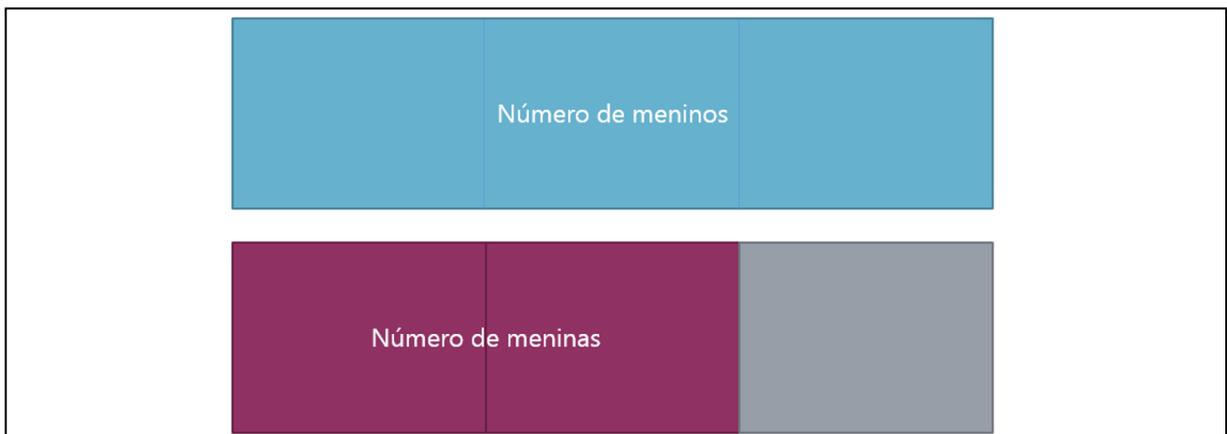
Ao finalizar a atividade terminou também o primeiro bloco de 15 minutos e os estudantes e a professora ficaram satisfeitos em perceber que tinham alcançado o primeiro objetivo, eles assim ganharam 3 minutos de tempo livre para o final da aula.

Continuando a professora incentivou que tentassem completar a frase que também se encontra na Figura F.10 enunciando:

- Não posso dizer que há três vezes mais meninos que meninas. Qual seria o meu valor multiplicativo? Existem ___ a quantidade de meninos para a quantidade de meninas.
- Vamos fazer um diagrama de fita (ou modelo de barra) para representar a situação.

Como era esperado os estudantes não conseguiram responder à pergunta corretamente. Foi apresentado na lousa então o diagrama como na Figura 12 para representar a situação:

Figura 12 – Representação do problema em diagrama.



Fonte: Elaborado pela autora.

Depois de mostrar o diagrama de fita era esperado que os estudantes respondessem com a fração $\frac{3}{2}$ ou com o decimal 1,5, porém os estudantes demonstraram muita dificuldade em entender o diagrama. A professora fez uma pausa para explicar melhor com dois outros exemplos o diagrama, seu uso e a conexão com frações, até que a maior parte da sala estivesse confiante no uso de diagramas e completaram a atividade.

A professora propôs uma discussão em grupo utilizando a VTR 'Pense, Junte-se e Compartilhe'. Cada pergunta foi projetada, como mostra a Figura 13, eles tiveram 2 minutos para pensar, 3 minutos para sentar em um grupo com três ou quatro estudantes e mais 4-5 minutos para compartilhar suas ideias com os colegas. A projeção dizia:

Discussão:

- Encontre a proporção de meninos para meninas em nossa classe.
- Qual é a razão de meninos para meninas em nossa classe?
- Como podemos dizer isso como uma comparação multiplicativa sem usar proporções?
- A proporção entre o número de meninas e o número de meninos é igual à proporção entre o número de meninos e o número de meninas?

Figura 13 – Discussão: razão na sala de aula (*Power Point*).

DISCUSSION

Find the ratio of boys to girls in our class.

What is the ratio of boys to girls in our class?

How can we say this as a multiplicative comparison without using ratios?



Is the ratio of number of girls to number of boys the same as the ratio of number of boys to number of girls?

Fonte: Elaborado pela autora.

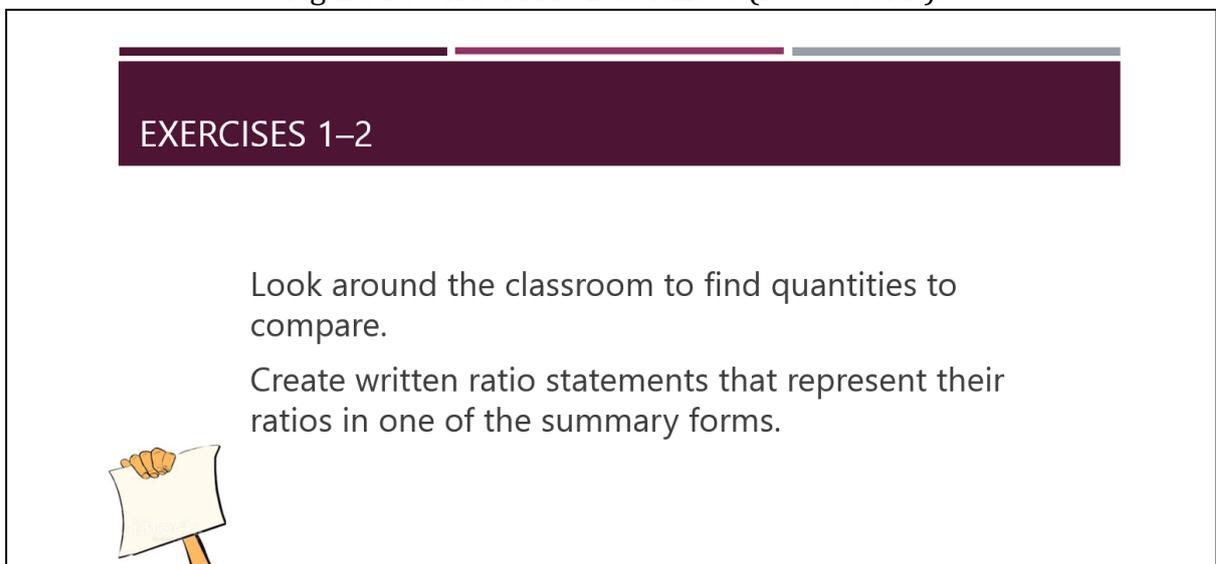
Os grupos compartilharam suas respostas e a professora colocou as respostas dos estudantes na lousa. E verificou que os estudantes estavam confortáveis com o uso de razão. Durante o segundo bloco de 15 minutos os estudantes estavam muito agitados e não conseguiram completar o desafio e, portanto, só ganharam 3 minutos ao fim da aula. Mas antes do tempo livre começar, a professora perguntou se os estudantes gostariam de mudar de estratégia e eles disseram que não, que gostariam de tentar mais uma vez na próxima aula. E assim encerrou o primeiro encontro dessa atividade.

Para começar o segundo encontro a professora os lembrou do desafio do HoM onde ganhariam 3 minutos livres para cada 15 minutos de concentração e participação total da sala. Iniciou revisitando o uso de razões com uma atividade projetada com o Power Point como mostra a Figura 14, que diz:

Exercícios 1 – 2

- Olhe ao redor da sala de aula para encontrar quantidades para comparar.
- Crie instruções de razão por escrito que representem suas proporções em uma das folhas de atividade.

Figura 14 – Atividade 1 de razões (*Power Point*).



EXERCISES 1-2

Look around the classroom to find quantities to compare.

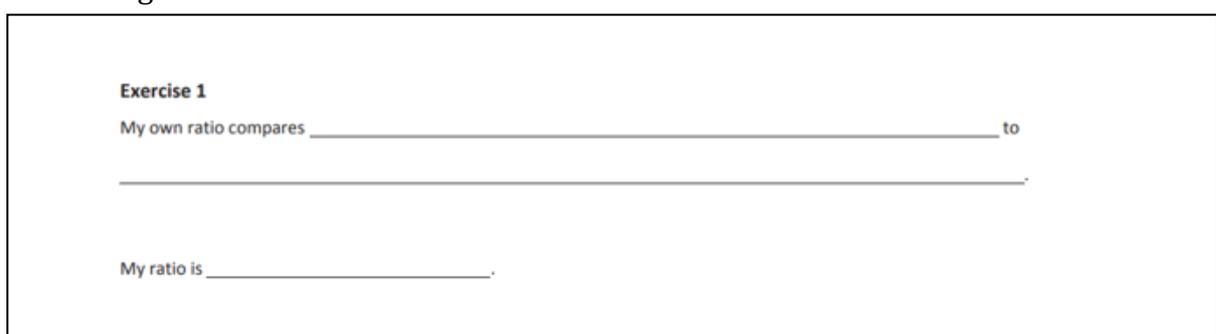
Create written ratio statements that represent their ratios in one of the summary forms.

Fonte: Elaborado pela autora.

E entregou uma folha de atividades (Figura) 15 para que respondessem individualmente, a atividade diz:

- *Exercício 1*
- Minha própria razão compara _____ para _____.
- Minha razão é _____.

Figura 15 – Atividade de localizar e escrever razão dentro da sala de aula.



Exercise 1

My own ratio compares _____ to _____

My ratio is _____.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesta atividade os estudantes localizaram algumas comparações dentro da sala, como por exemplo o número de janelas para o número de cortinas, ou número de estudantes com jaqueta de frio para o número de estudantes sem jaqueta de frio, alguns estudantes conseguiram executar a atividade sem dificuldades, mas a maioria precisou que a professora fizesse um exemplo na lousa.

A segunda atividade(Figura 16) pedia para que os estudantes criassem uma descrição para as razões que lhes eram apresentadas a partir de situações do dia a dia. Os estudantes estavam engajados na atividade e faziam compartilhando suas ideias com os colegas que estavam por perto. Na Figura 17 é possível ver a atividade feita pela estudante O.

Figura 16 – Atividade para criar uma descrição para as razões apresentadas.

<p>Exercise 2</p> <p>Using words, describe a ratio that represents each ratio below.</p> <p>a. 1 to 12 _____ _____</p> <p>b. 12:1 _____ _____</p> <p>c. 2 to 5 _____ _____</p> <p>d. 5 to 2 _____ _____</p> <p>e. 10:2 _____ _____</p> <p>f. 2:10 _____ _____</p>
--

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 17 – Atividade resolvida pela estudante.

NAME / Nome: _____ GRADE / Ano: Grade / º Ano _____
 DATE / Data: ____ / ____ / ____ COMPETENCE / Competência: _____
 HABITS OF MIND / Hábitos Mentais: _____

Exercise 1
 My own ratio compares people wearing shorts to
people wearing pants.
 My ratio is 8:6.

Exercise 2
 Using words, describe a ratio that represents each ratio below.

a. 1 to 12 One month of 12 (months)

b. 12:1 for every 12 months we have only 1 easter.

c. 2 to 5 Every 2 classes more than 5 people get board

d. 5 to 2 Every 5 people in our class, 2 are smart

e. 10:2 for every 10 mins. i win less than 2 matches in brual stars.

f. 2:10 Every 2 hands there usualy are 10 fingers

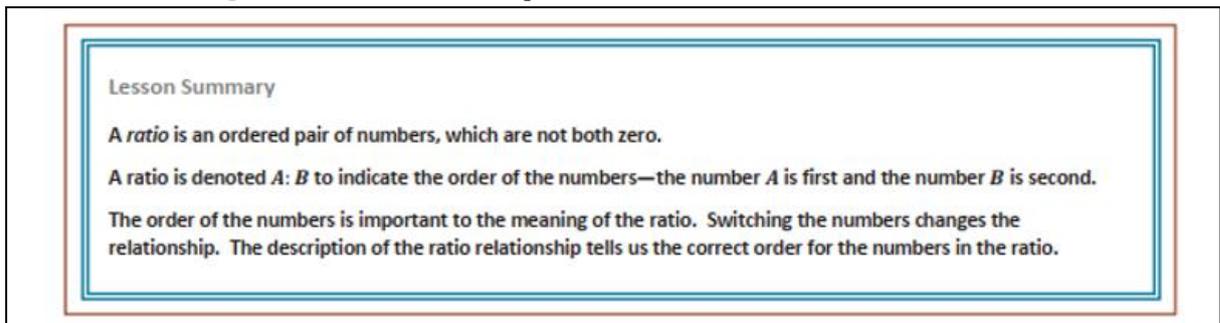
Fonte: Elaborado pela autora.

Quando todos finalizaram, cada estudante compartilhou com a turma uma das descrições criadas. Comemoraram, pois, conseguiram mais uma vez participar da atividade ativamente por 15 minutos sem interrupções.

No verso da atividade havia um resumo do que haviam aprendido no encontro anterior como podemos ver na Figura 18 que diz:

- *Resumo da lição:*
- Uma *razão* é um par ordenado, no qual não são os dois iguais a zero.
- Uma *razão* é denotada $A : B$ para indicar a ordem dos números – o número A aparece primeiro e o número B é o segundo.
- A ordem dos números é importante para o significado da razão. Trocando os números troca-se a relação. A descrição da relação de razão nos diz a ordem correta dos números na razão.

Figura18 – Resumo das primeiras dinâmicas em sala de aula.



Fonte: Elaborado pela autora.

Um dos estudantes leu a revisão e a professora apresentou mais um exemplo para que pudessem passar para a próxima discussão. Algumas perguntas foram colocadas no projetor como podemos ver na Figura 19 para engajar a conversa sobre o assunto entre os estudantes. As perguntas eram:

- O que é uma razão? Você pode descrever verbalmente uma razão com suas próprias palavras usando esta descrição?
- Como escrevemos razões?
- Quais são as duas quantidades que você gostaria de ter na proporção de 5: 2, mas odeia ter na proporção de 2: 5?

Figura19 – Discussão de encerramento das dinâmicas em sala de aula.

CLOSING

What is a ratio? Can you verbally describe a ratio in your own words using this description?

How do we write ratios?

What are two quantities you would love to have in a ratio of 5: 2 but hate to have in a ratio of 2: 5?



Fonte: Elaborado pela autora.

Cada grupo tinha 3 minutos para conversar sobre as perguntas e então as respostas foram apresentadas para o restante da sala.

Para o fechamento do encontro a professora projetou uma atividade como mostra a Figura 20 para que resolvessem individualmente, uma forma de avaliá-los quanto aos conteúdos apresentados. A atividade dizia:

- *Bilhete de saída:*
- 1 - Escreva uma relação para a seguinte descrição: Kaleel fez três vezes mais cestas que John durante o treino de basquete.
- - Descreva uma situação que possa ser modelada com a proporção 4: 1
- - Escreva uma proporção para a seguinte descrição: Para cada 6 xícaras de farinha em uma receita de pão, existem 2 xícaras de leite.

Os estudantes resolveram as atividades em uma folha e entregaram para a professora. No geral, não apresentaram dificuldades. Concluíram também o segundo bloco de 15 minutos com engajamento e ganharam ao fim da aula 6 minutos livres. E assim encerrou-se o segundo conjunto de atividades em sala de aula.

Figura 20 – Atividade de fechamento das Dinâmicas em sala.

EXIT TICKET

1 - Write a ratio for the following description: Kaleel made three times as many baskets as John during basketball practice.

2- Describe a situation that could be modeled with the ratio 4: 1

3- Write a ratio for the following description: For every 6 cups of flour in a bread recipe, there are 2 cups of milk.



Fonte: Elaborado pela autora.

5.3.3 Conjunto de atividades em sala de aula 3

Materiais utilizados: Folha de atividades, folha com a malha quadriculada (Base da maquete), folha modelo da base, lápis de cor e canetinhas coloridas.

Tempo: 2 aulas de 45 minutos cada.

Hábitos da mente (HoM): Manejar a impulsividade

O objetivo das atividades era fortalecer o entendimento quanto a razões como um par ordenado de valores não negativos onde pelo menos um deles não é nulo, fortalecer o uso da notação precisa e da ordem em que a razão e suas descrições são apresentadas. Em relação ao projeto o objetivo era compreender a necessidade do uso de razões no dia a dia além de aumentar o engajamento trazendo a base da maquete para que dessem início na montagem da maquete.

No início do encontro a professora os lembrou do desafio de manejar a impulsividade e apresentou a primeira atividade, como mostra a atividade na Figura 21. Eles tinham 3 minutos para responder e depois com uma dinâmica que chama *Popcorn* (Pipoca), o estudante se levanta e responde a pergunta, quando esse se senta outro levanta e dá sua resposta, que deve ser diferente dos estudantes anteriores, essa

atividade aumenta a atenção que os estudantes depositam na resposta do colega, pois eles não podem repetir respostas. A atividade pedia que eles criassem dois exemplos de razões na quais eles se simpatizavam.

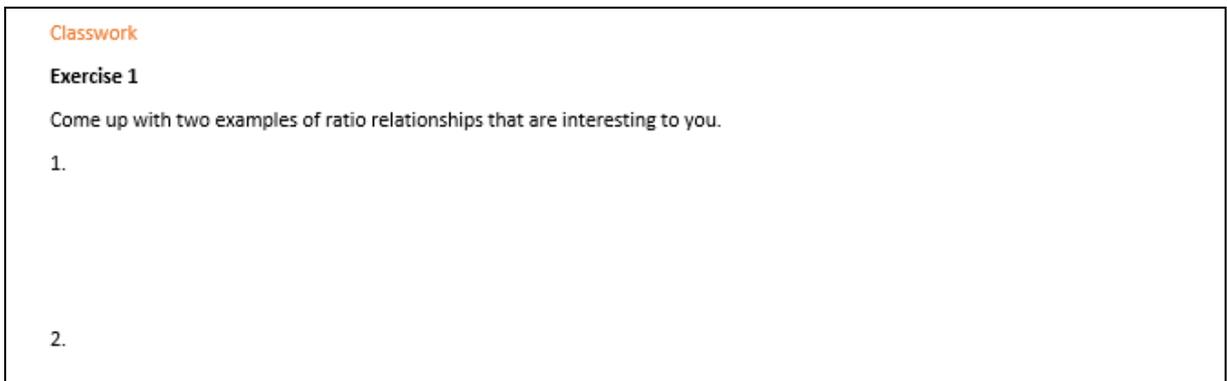
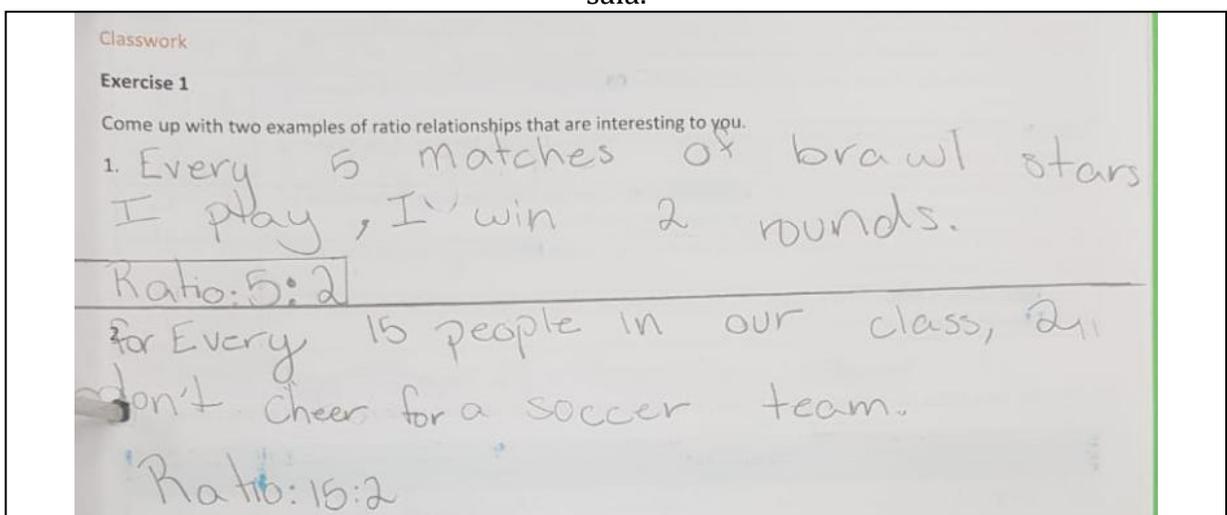


Figura 21– Atividade para fortalecer o aprendizado das Dinâmicas em sala.

Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudantes responderam e se divertiram com as respostas dos colegas, até que não conseguiram criar novos exemplos que ainda não haviam sido apresentados. Na Figura 22 encontram-se as respostas da estudante O.

Figura 22 – Atividade do estudante para fortalecer o aprendizado das Dinâmicas em sala.



Fonte: Elaborado pela autora.

A segunda atividade da aula dizia respeito a uma situação-problema que apresentava um gráfico para que fizessem a leitura e respondessem às perguntas, como mostra as Figuras 23 e 24. A atividade devia ser feita em grupos de 3-4 estudantes.

Figura 23 – Atividade de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala 3.

Exploratory Challenge

A T-shirt manufacturing company surveyed teenage girls on their favorite T-shirt color to guide the company's decisions about how many of each color T-shirt they should design and manufacture. The results of the survey are shown here.

Favorite T-Shirt Colors of Teenage Girls Surveyed

Color	Number of Girls
Red	1
Blue	4
Green	2
White	7
Pink	5
Orange	3
Yellow	4

Exercises for Exploratory Challenge

- Describe a ratio relationship, in the context of this survey, for which the ratio is 3: 5.
- For each ratio relationship given, fill in the ratio it is describing.

Description of the Ratio Relationship	Ratio
(Underline or highlight the words or phrases that indicate the description is a ratio.)	
For every 7 white T-shirts they manufacture, they should manufacture 4 yellow T-shirts. The ratio of the number of white T-shirts to the number of yellow T-shirts should be ...	
For every 4 yellow T-shirts they manufacture, they should manufacture 7 white T-shirts. The ratio of the number of yellow T-shirts to the number of white T-shirts should be ...	
The ratio of the number of girls who liked a white T-shirt best to the number of girls who liked a colored T-shirt best was ...	
For each red T-shirt they manufacture, they should manufacture 4 blue T-shirts. The ratio of the number of red T-shirts to the number of blue T-shirts should be ...	
They should purchase 4 bolts of yellow fabric for every 3 bolts of orange fabric. The ratio of the number of bolts of yellow fabric to the number of bolts of orange fabric should be ...	
The ratio of the number of girls who chose blue or green as their favorite to the number of girls who chose pink or red as their favorite was ...	
Three out of every 26 T-shirts they manufacture should be orange. The ratio of the number of orange T-shirts to the total number of T-shirts should be ...	

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 24 – Continuação da atividade de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.

3. For each ratio given, fill in a description of the ratio relationship it could describe, using the context of the survey.

Description of the Ratio Relationship (Underline or highlight the words or phrases that indicate your example is a ratio.)	Ratio
	4 to 3
	3:4
	19:7
	7 to 26

Fonte: Elaborado pela autora.

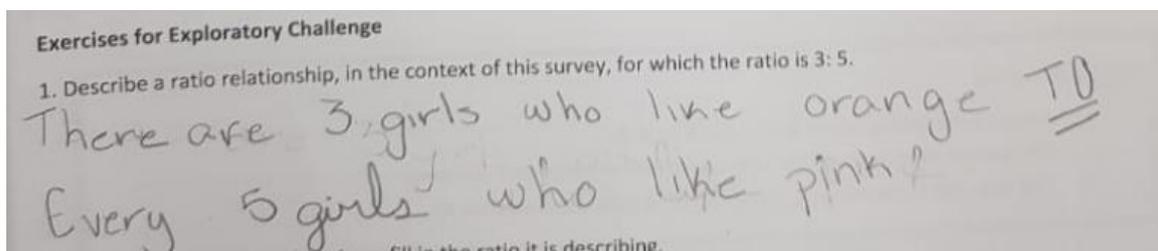
A atividade diz:

- Desafio exploratório
- Uma empresa de manufatura de camisetas fez uma pesquisa com adolescentes sobre sua cor favorita de camiseta para orientar as decisões da empresa sobre quantas camisetas coloridas devem ser projetadas e fabricadas. Os resultados da pesquisa são mostrados aqui.
- No eixo do gráfico encontra-se as cores vermelho, azul, verde, branco, rosa, laranja e amarelo respectivamente.
- Pergunta 1: Descreva uma relação de proporção, no contexto desta pesquisa, para a qual a razão é 3: 5. E a estudante O respondeu: “Existem 3 meninas que gostam de laranja A cada 5 meninas que gostam de rosa” como mostra a Figura 25.
- Pergunta 2: Para cada relação de proporção fornecida, preencha a razão que está sendo descrita.

E a tabela na Figura 24 pede:

- Sublinhe ou grife as palavras ou frases que indicam que a descrição é uma razão. E a atividade apresenta várias sentenças que descrevem diferentes razões como por exemplo: Para cada 7 camisetas brancas que fabricam, devem fabricar 4 camisetas amarelas. A razão entre o número de camisetas brancas e o número de camisetas amarelas deve ser ...

Figura 25 – Pergunta 1 da estudante de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.



Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudantes então deviam selecionar as palavras que remetem a razão, como por exemplo “para todo”, “para cada” e escrever a razão com a notação correta, como mostra a Figura 26 com a atividade preenchida pela estudante O.

Figura 26 – Pergunta 2 da estudante de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.

Description of the Ratio Relationship	Ratio
(Underline or highlight the words or phrases that indicate the description is a ratio.)	
For every 7 white T-shirts they manufacture, they should manufacture 4 yellow T-shirts. The ratio of the number of white T-shirts to the number of yellow T-shirts should be ...	7:4
For every 4 yellow T-shirts they manufacture, they should manufacture 7 white T-shirts. The ratio of the number of yellow T-shirts to the number of white T-shirts should be ...	4:7
The ratio of the number of girls who liked a white T-shirt best to the number of girls who liked a colored T-shirt best was ...	7:19
For each red T-shirt they manufacture, they should manufacture 4 blue T-shirts. The ratio of the number of red T-shirts to the number of blue T-shirts should be ...	1:4
They should purchase 4 bolts of yellow fabric for every 3 bolts of orange fabric. The ratio of the number of bolts of yellow fabric to the number of bolts of orange fabric should be ...	4:3
The ratio of the number of girls who chose blue or green as their favorite to the number of girls who chose pink or red as their favorite was ...	6:6
Three out of every 26 T-shirts they manufacture should be orange. The ratio of the number of orange T-shirts to the total number of T-shirts should be ...	3:26

Fonte: Elaborado pela autora.

Pergunta 3: Para cada razão fornecida, preencha uma descrição da relação de proporção que ela poderia descrever, usando o contexto da pesquisa.

E os estudantes fizeram a descrição da razão de acordo com a interpretação do gráfico como na Figura 27 preenchida pela estudante O.

Figura 27 – Pergunta 3 da estudante de leitura de gráfico com razões das Dinâmicas em sala.

3. For each ratio given, fill in a description of the ratio relationship it could describe, using the context of the survey.

Description of the Ratio Relationship (Underline or highlight the words or phrases that indicate your example is a ratio.)	Ratio
for every 4 Blue T-shirts made, 3 should be orange.	4 to 3
for every 3 orange T-shirts, 4 should be blue.	3:4
for every 19 girls who like colored shirts, 7 like white	19:7
There are 7 girls who like white T-shirts out of 26.	7 to 26

Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudantes tiveram 15 minutos para responder as duas tabelas. Ao finalizarem as respostas foram discutidas e colocadas na lousa para correção.

A professora então perguntou à sala: “Por que é importante estudar razões?” e “Para que usamos razões matemáticas no nosso dia a dia?” Alguns estudantes se arriscaram e algumas respostas como “Para fazer comparações.” e “para saber relações entre objetos ou pessoas” surgiram timidamente. Então a professora seguiu: “E qual a aplicação de razões em nosso projeto de cidades?”, apesar de mostrarem não saber como aplicariam os estudantes responderam: “para construir nossa maquete”.

Para que os estudantes alcançassem as respostas das perguntas a professora mostrou a eles uma pequena borracha e o apagador da lousa e disse:

Prof.^a: - Vamos supor que em nossa maquete a borracha está representando o prédio onde eu moro e o apagador está representando meu carro, minha maquete está realística?

Classe: - Não.

Prof.^a: - E por que não?

Classe: - Porque os objetos não estão proporcionais.

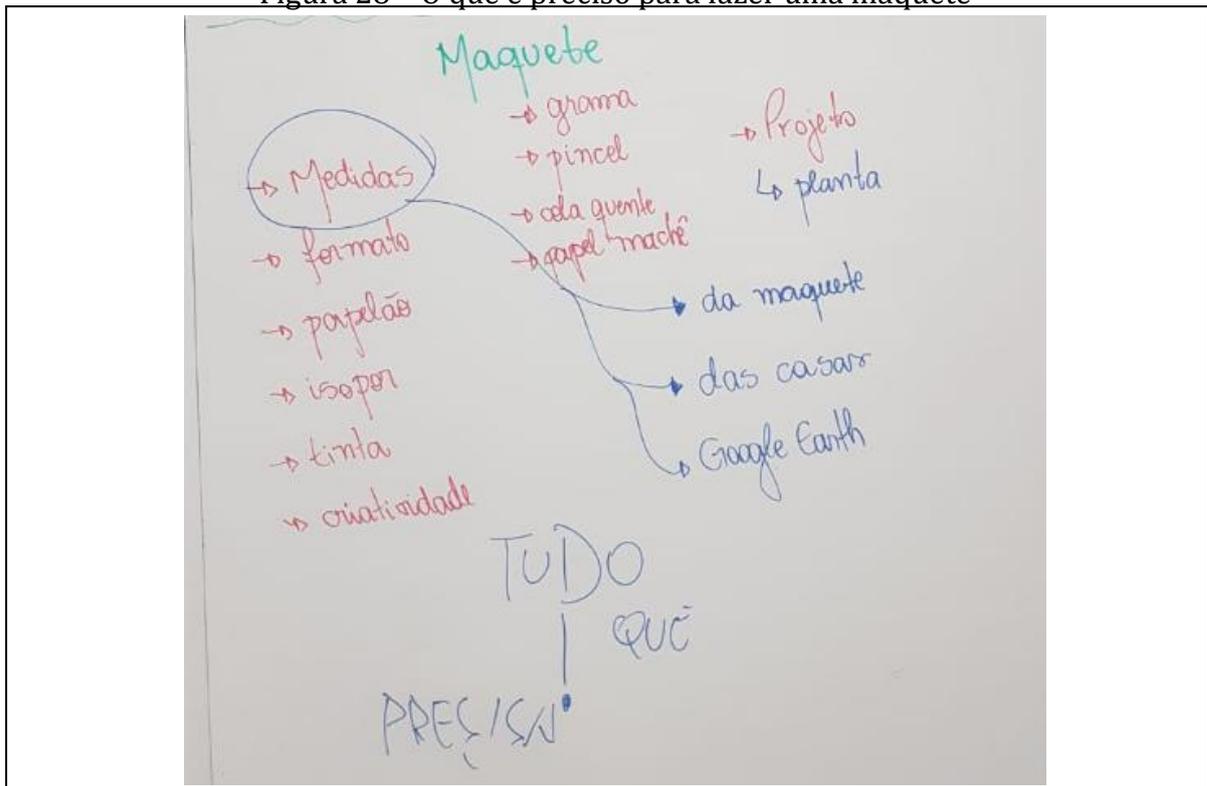
Prof.^a: - E por que é tão importante que consigamos controlar nossa impulsividade?

Estudante O.: - O carro deve ser menor que o prédio, e na representação da borracha e do apagador está o contrário.

Prof.^a: -Portanto para que nossa maquete fique realista é preciso que os objetos estejam todos seguindo a mesma proporção, ou podemos dizer a mesma razão.

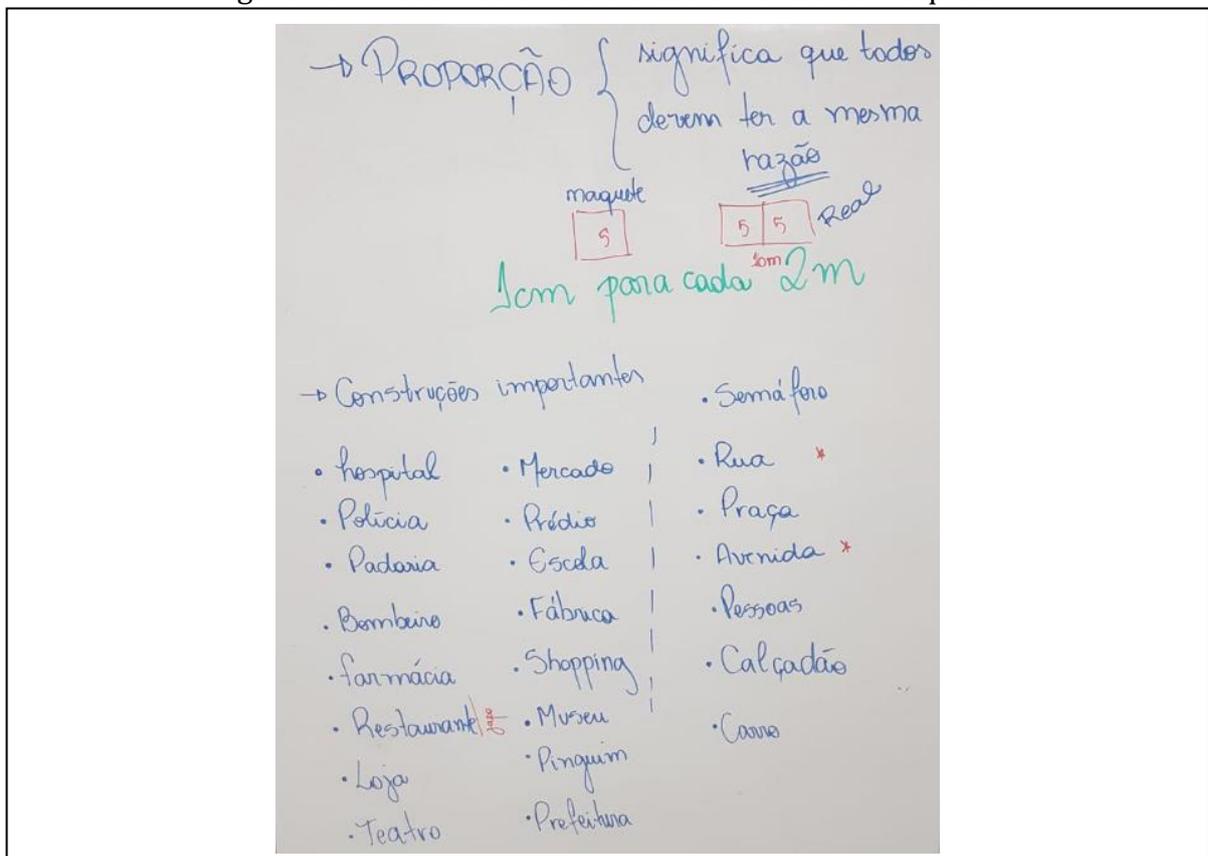
A professora então pediu para que os estudantes pesquisassem em seus dispositivos eletrônicos qual era o tamanho da base da escola. Através do aplicativo Google Maps descobriram então que era aproximadamente 40m por 50m. “Qual seria um bom tamanho da nossa escola na maquete? ”, perguntou a professora. E juntos decidiram que um bom tamanho seria 20 cm por 25cm. Logo a razão seria 1cm na maquete para cada 2m da vida real. Decidiram também quais prédios eles gostariam de construir para representar a cidade e quais materiais seriam necessários para fazer uma maquete. Enquanto discutiam a professora foi anotando algumas informações na lousa como mostra as Figuras 28 e 29.

Figura 28 – O que é preciso para fazer uma maquete



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 29 – Decidindo a razão e os elementos da maquete.

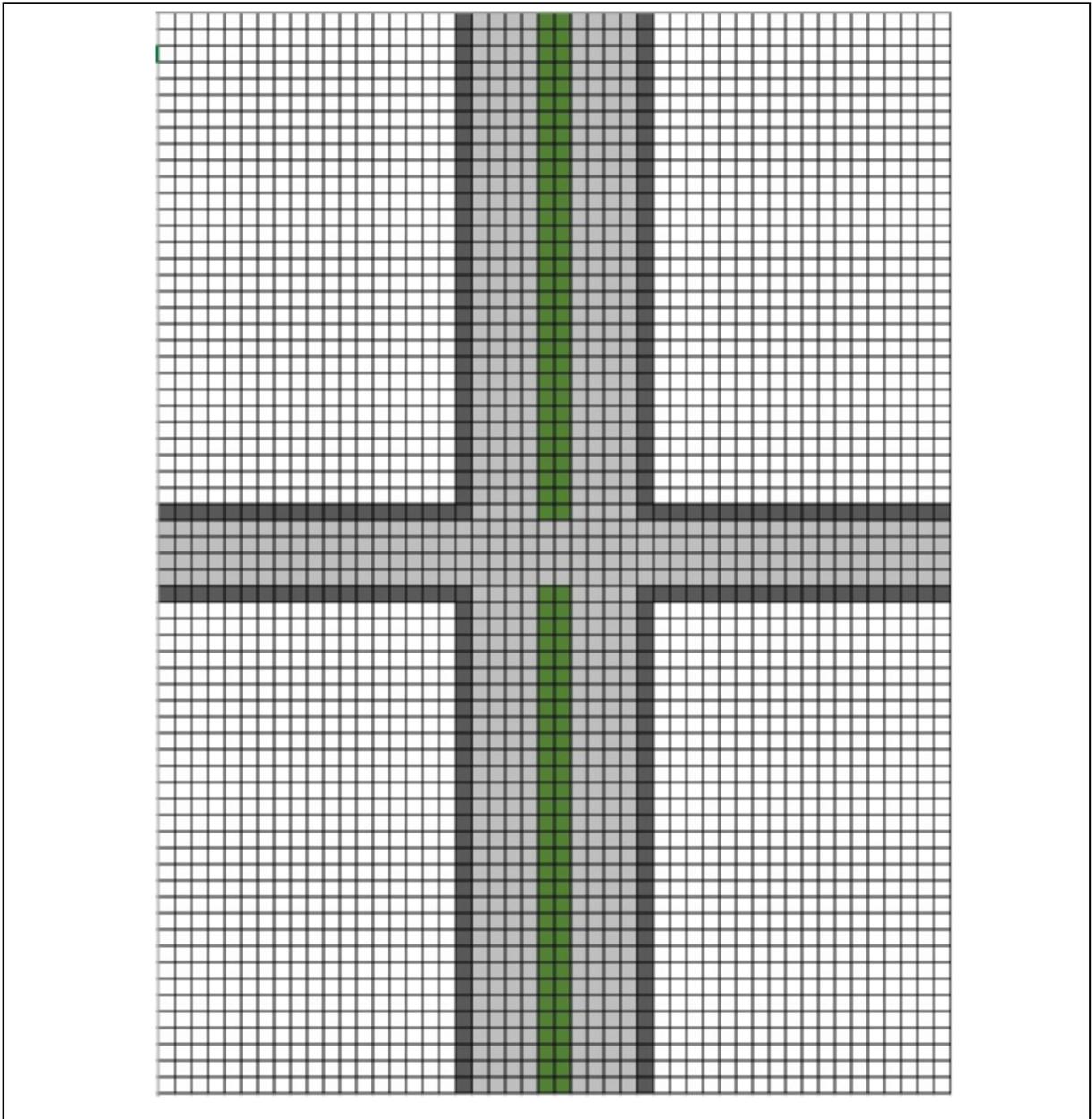


Fonte: Elaborado pela autora.

A professora então apresentou aos estudantes a base da maquete que construiriam, era uma folha quadriculada com quadrados de 2 por 2cm. Eles receberam também uma folha com o modelo de onde ficariam as ruas e avenidas como mostra a Figura 30. Os estudantes foram divididos em 4 grupos, cada um com uma base para colorir as avenidas como mostra a Figura 31.

Neste encontro os estudantes não manejaram impulsividade e conseguiram apenas 3 minutos livres, mas como estavam pintando a base da maquete não quiseram jogar, preferiram terminar de pintar.

Figura 30- Modelo para a base da maquete.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 31 – Estudantes pintando a base da maquete.



Fonte: Elaborado pela autora.

5.3.4 Conjunto de atividades em sala de aula 4

Materiais utilizados: Folha de atividades, papel colorido, palito de dente, tinta, tesoura e cola

Tempo: 2 aulas de 45 minutos cada.

Hábitos da mente (HoM): Manejar a impulsividade

Visible Thinking Routine (VTR): Pense, junte-se, compartilhe.

O objetivo dessa aula era desenvolver, com o uso de diagramas de fita, uma compreensão intuitiva sobre razões equivalentes na resolução de problemas. Em relação ao projeto o objetivo era continuar a construção dos elementos da maquete como árvores, postes, placas e bancos utilizando as razões 1cm para 2m e também continuar trabalhando a impulsividade.

No início do encontro além de lembra-los do desafio dos 15 minutos focados a professora explicou o que eram proporções equivalentes com um exemplo simples: “Em nossa sala há 9 meninos e 6 meninas, então podemos dizer que a razão de meninos pra meninas é de 9:6. É equivalente dizer que há 3 meninos para cada duas meninas? “.Os estudantes concordaram e para exemplificar o que estava dizendo a professora separou a turma em grupos com 3 meninos e duas meninas e projetou a Atividade A.5 no projetor. A atividade foi feita nesses grupos e depois cada grupo apresentou suas respostas para a sala toda.

A atividade pedia:

1. Use diagramas ou a descrição de razões equivalentes para mostrar que as proporções 2: 3, 4: 6 e 8: 12 são equivalentes.
2. Prove que 3: 8 é equivalente a 12: 32.
 - a. Use diagramas para apoiar sua resposta.
 - b. Use a descrição de proporções equivalentes para apoiar sua resposta.
3. A razão do dinheiro da Isabella para o dinheiro de Shane é 3:11. Se Isabella tem \$33, quanto dinheiro Shane e Isabella tem juntos? Use o diagrama de fitas para ilustrar sua resposta.

Figura 32 - Encontrar razões equivalentes usando diagrama de fita.

Problem Set

1. Use diagrams or the description of equivalent ratios to show that the ratios 2: 3, 4: 6, and 8: 12 are equivalent.

2. Prove that 3: 8 is equivalent to 12: 32.
 - a. Use diagrams to support your answer.

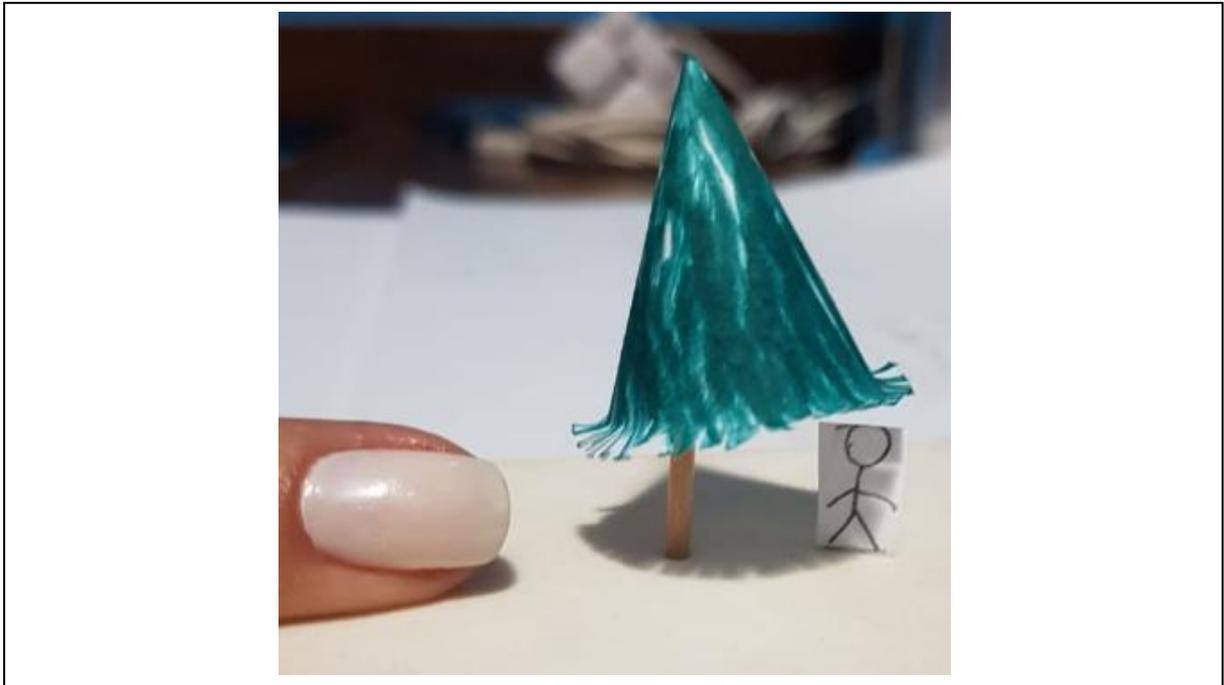
 - b. Use the description of equivalent ratios to support your answer.

3. The ratio of Isabella’s money to Shane’s money is 3: 11. If Isabella has \$33, how much money do Shane and Isabella have together? Use diagrams to illustrate your answer.

Fonte: Elaborado pela autora.

A professora apresentou aos estudantes um modelo de árvore e de uma pessoa na maquete. Considerando que a razão seria 1cm para 2m, então uma pessoa alta de 2m de altura teria, na maquete, 1cm de altura, como mostra a Figura 34.

Figura 34 – Modelo de árvore e pessoa para a maquete.



Fonte: Elaborado pela autora.

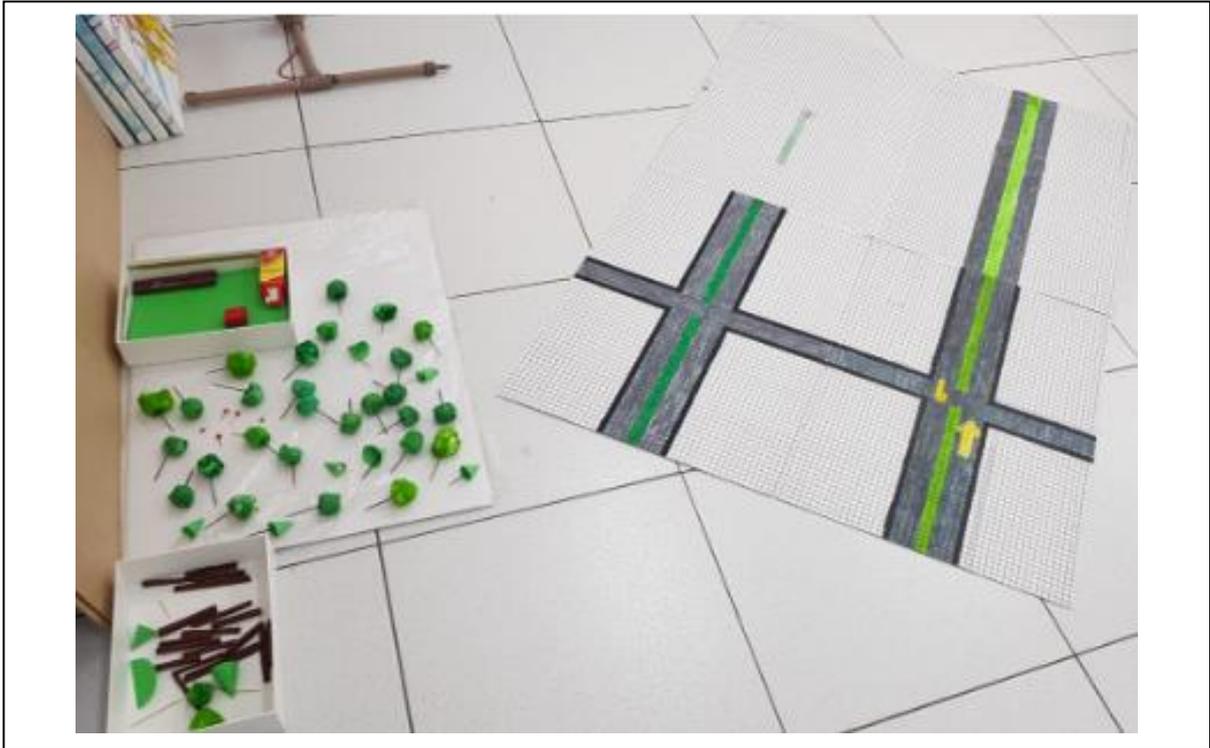
Os estudantes ficaram muito engajados e foram divididos em grupos de trabalho, cada grupo ficou com um elemento da maquete como mostra a Figura 35. Eles continuaram trabalhando na base e fizeram árvores, bancos, postes e placas de pare(Figura 36).

Figura 35 – Estudantes trabalhando nos elementos da maquete.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 36 – Árvores e base da maquete construídas pelos estudantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

Enquanto os estudantes trabalhavam nos elementos a professora passou as instruções para os próximos passos da construção da maquete. Cada um dos estudantes escolheu uma construção a ser feita, bombeiro, polícia, restaurantes e etc. e a tarefa seria feita em casa. Eles tinham que medir no aplicativo *Google Maps* o tamanho da construção que tinham escolhido, construir em casa com materiais reciclados e trazer na próxima semana a construção pronta para que pudessem montar a maquete. Todas as instruções para o desenvolvimento das construções foram enviadas aos pais dos estudantes por e-mail. Mais uma vez os estudantes não quiseram os minutos livres e se dedicaram a trabalhar na maquete.

5.3.5 Conjunto de atividades em sala de aula 5

Materiais utilizados: Folha de atividades, papel colorido, palito de dente, tinta, tesoura, cola e cola quente.

Tempo: 2 aulas de 45 minutos cada.

Visible Thinking Routines (VTR): 'Pense, Junte-se e Compartilhe'

Hábitos da mente (HoM): Manejar a impulsividade

Figura 38 – Atividade da estudante de problemas com razões equivalentes.

Classwork

Example 1

The morning announcements said that two out of every seven sixth-grade students in the school have an overdue library book. Jasmine said, "That would mean 24 of us have overdue books!" Grace argued, "No way. That is way too high." How can you determine who is right?

$2:7$

Jasmine will only be right if $(7 \times 2 = 14)$ then
 $14 \times 6^{\text{th}}$ graders

Exercise 1

Decide whether or not each of the following pairs of ratios is equivalent.

- If the ratios are not equivalent, find a ratio that is equivalent to the first ratio.
- If the ratios are equivalent, identify the nonzero number, c , that could be used to multiply each number of the first ratio by in order to get the numbers for the second ratio.

a. $6:11$ and $42:88$ Yes, the value, c , is _____.

$\times 7$ $\times 8$ No, an equivalent ratio would be $42:77$.

b. $0:5$ and $0:20$ Yes, the value, c , is 4.

$\times 4$ $\times 4$ No, an equivalent ratio would be _____.

Exercise 2

In a bag of mixed walnuts and cashews, the ratio of the number of walnuts to the number of cashews is 5:6. Determine the number of walnuts that are in the bag if there are 54 cashews. Use a tape diagram to support your work. Justify your answer by showing that the new ratio you created of the number of walnuts to the number of cashews is equivalent to 5:6.

walnuts

--	--	--	--	--

 : 54

cashew

--	--	--	--	--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora.

O exemplo 1 dizia:

- O anúncio da manhã dizia que dois em cada sete alunos da sexta série da escola têm um livro da biblioteca em atraso. Jasmine disse: "Isso significaria que 24 de nós temos livros em atraso!" Grace argumentou: "De jeito nenhum. Isso é muito alto." Como você pode determinar quem está certo?

A discussão do primeiro exemplo gerou vários pontos de vista, alguns estudantes argumentavam que não daria para responder pois faltava informação, portanto era preciso responder com uma condição. Outros diziam que não importava a condição, Jasmine estaria errada. A professora pediu então para os estudantes explorar em qual

Os estudantes estavam empenhados e participaram ativamente da discussão. Eles tiveram 8 minutos para resolver a atividade sozinhos, 2 minutos para encontrar um colega e 3 minutos para se corrigirem antes de discutirem com a sala.

Ao terminarem a discussão a professora pediu para que os estudantes apresentassem as construções que haviam feito em casa com os pais, como nas Figura 40.

Figura 40 – Construções feitas pelos estudantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

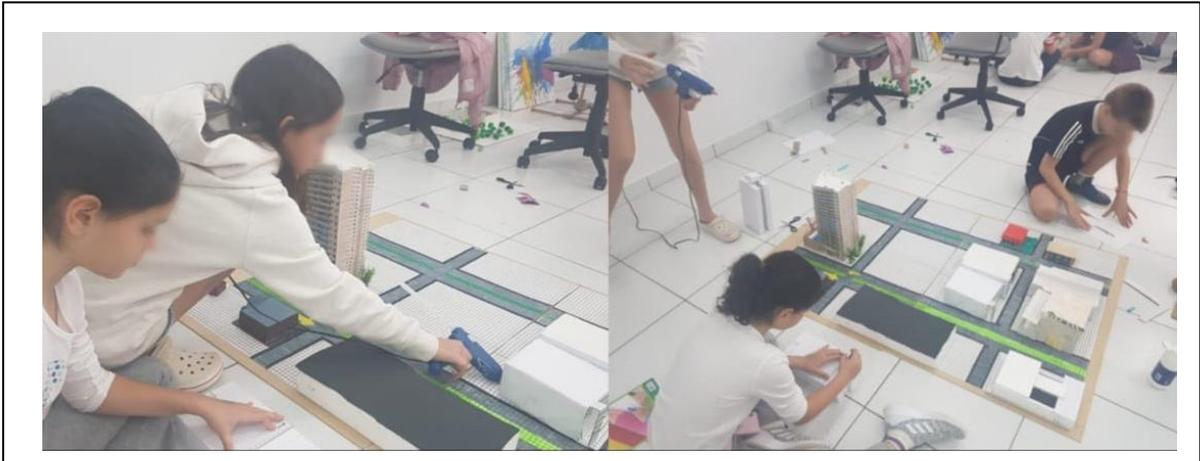
Os grupos se separaram em diferentes tarefas e colaram a base, as árvores e as construções como mostra as Figuras 41, 42 e 43.

Figura 41 – Estudantes montando a maquete.



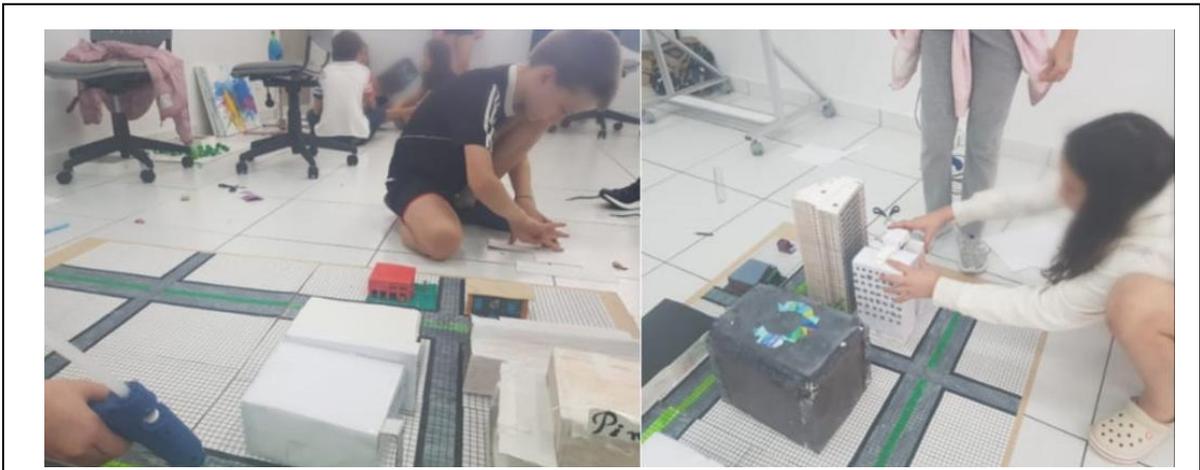
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 42 – Estudantes montando a maquete.



Fonte: Elaborado pela autora.

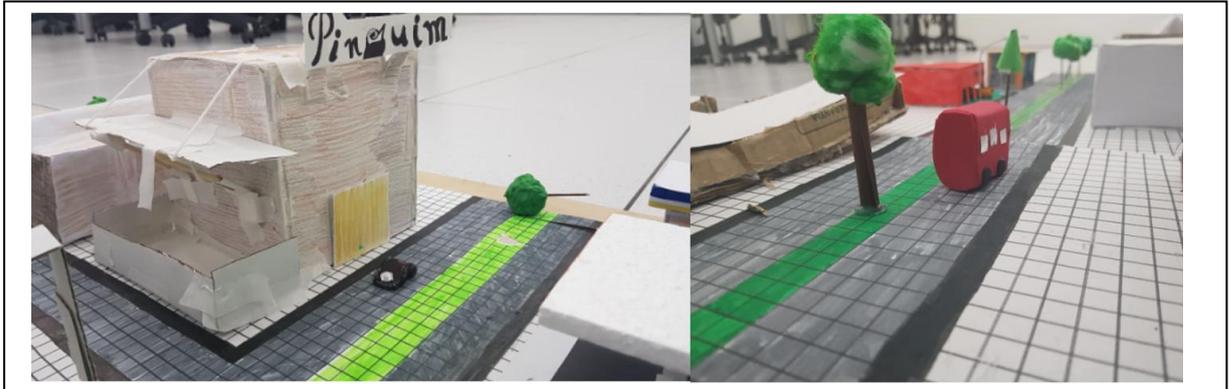
Figura 43 – Estudantes montando a maquete.



Fonte: Elaborado pela autora.

Seguem nas Figuras 44, 45 e 46 as imagens que os estudantes fizeram da maquete pronta. Na Figura 47 a imagem que o estudante A. fez para expor e equiparar a sua construção e o restaurante real.

Figura 44 – Imagens da maquete feita pelos estudantes.



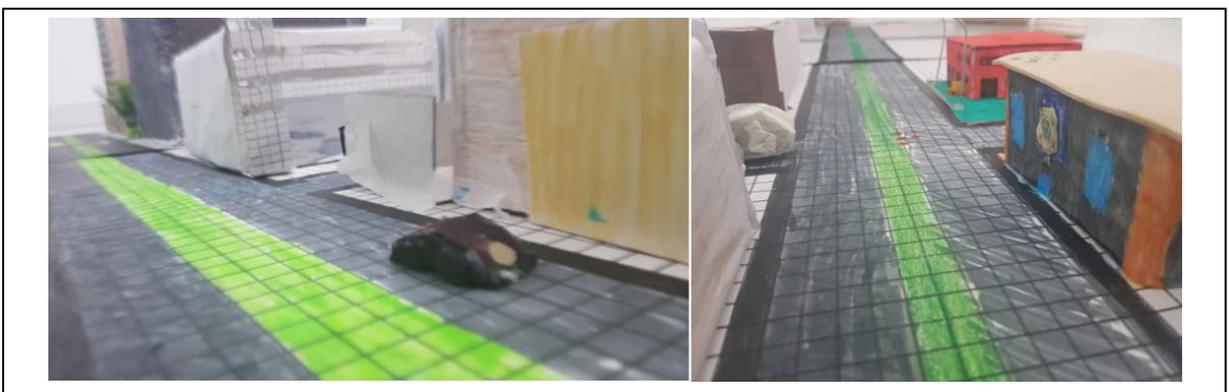
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 45 – Imagens da maquete feita pelos estudantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 46 – Imagens da maquete feita pelos estudantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 47 – Comparativo maquete com realidade.



Fonte: Elaborado pela autora.

5.3.6 Conjunto de atividades em sala de aula 6

Materiais utilizados: Folha de atividade avaliativa.

Tempo: 2 aulas de 45 minutos cada.

Hábitos da mente (HoM): Manejar a impulsividade

Visible Thinking Routine (VTR): Pense, junte-se, compartilhe.

O objetivo era avaliar o desempenho dos estudantes em relação ao conteúdo de razões.

Ao iniciar o encontro a professora pesquisadora pediu para que os estudantes escrevessem em um *post it* qual era, na opinião deles, a importância de se aprender sobre razões.

Alguns estudantes responderam “Para construir maquetes”, outros responderam “para aprender a nos comunicar usando números” e outros “Para podermos comparar quantidades, por exemplo, eu não tinha noção da altura do prédio onde moro até o ver do lado de outros prédios na maquete, é mais alto que que imaginava”.

Figura 48 – Atividade individual avaliativa.

1. At the sixth grade school dance, there are **132** boys, **89** girls, and **14** adults.

- Write the ratio of the number of boys to the number of girls.
- Write the ratio of the number of boys to the number of adults.

2. Choose a situation that could be described by the following ratios, and write a sentence to describe the ratio in the context of the situation you chose.

For example: **3 : 2**. For every **3** cups of white paint she uses in the mixture, she needs to use **2** cups of red paint.

- 1 : 2**
- 5 : 7**

3. Billy wanted to write a ratio of the number of apples to the number of peppers in his refrigerator. He wrote **1 : 3**. Did Billy write the ratio correctly? Explain your answer.



4. Pam and her brother both open savings accounts. Each begin with a balance of zero dollars. For every two dollars that Pam saves in her account, her brother saves five dollars in his account.

- Determine a ratio to describe the money in Pam's account to the money in her brother's account.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nas figuras 48 e 49 encontra-se a atividade individual de avaliação que diz:

- No baile do sexto ano, há 132 meninos, 89 meninas e 14 adultos.
 - Escreva a razão entre o número de meninos e o número de meninas.
 - Escreva a razão entre o número de meninos e o número de adultos.
- Escolha uma situação que possa ser descrita pelas seguintes razões e escreva uma frase para descrever a razão no contexto da situação que você escolheu.

Por exemplo: **3: 2**. Para cada **3** xícaras de tinta branca que ela usa na mistura, ela precisa usar **2** xícaras de tinta vermelha.

a. 1: 2

b. 5: 7

3. Billy queria escrever uma proporção entre o número de maçãs e o número de pimentas em sua geladeira. Ele escreveu **1: 3**. Billy escreveu a proporção corretamente? Explique sua resposta.

4. Pam e seu irmão abrem contas de poupança. Cada um começa com um saldo de zero dólares. Para cada dois dólares que Pam economiza em sua conta, seu irmão economiza cinco dólares.

a. Determine uma razão para descrever o dinheiro na conta de Pam para o dinheiro na conta de seu irmão.

b. Se Pam tiver 40 dólares em sua conta, quanto dinheiro tem seu irmão? Use um diagrama de fita para apoiar sua resposta.

c. Escreva duas outras razões equivalentes para a situação.

5. Para um projeto em sua aula de saúde, Jasmine e Brenda registraram a quantidade de leite que bebiam todos os dias. Jasmine bebia 2 copos de leite todos os dias, e Brenda bebia 3 copos de leite todos os dias.

a. Escreva uma razão entre o número de copos de leite que Jasmine bebeu e o número de copos de leite que Brenda bebeu todos os dias.

b. Represente esse cenário com diagramas de fita.

c. Se um copo de leite é equivalente a **2** xícaras de leite, quantas xícaras de leite Jasmine e Brenda bebem? Como você descobriu?

d. Escreva uma razão entre o número de xícaras de leite que Jasmine bebeu e o número de xícaras de leite que Brenda bebeu.

e. As duas razões que você encontrou são equivalentes? Explique por que ou por que não.

6. Há 35 meninos no sexto ano. O número de meninas no sexto ano é 42. Lonnie diz que isso significa que a razão entre o número de meninos no sexto ano e o número de meninas no sexto ano é 5: 7. Lonnie está correto? Mostre por que.

7. A razão de meninas para meninos em um clube de xadrez era de 5: 4. Havia 32 meninos. Quantas garotas havia no clube?

Figura 49 – Continuação da atividade individual avaliativa.

b. If Pam has 40 dollars in her account, how much money does her brother have in his account? Use a tape diagram to support your answer.

c. Write two other equivalent ratios for the situation.

5. For a project in their health class, Jasmine and Brenda recorded the amount of milk they drank every day. Jasmine drank 2 pints of milk each day, and Brenda drank 3 pints of milk each day.

a. Write a ratio of the number of pints of milk Jasmine drank to the number of pints of milk Brenda drank each day.

b. Represent this scenario with tape diagrams.

c. If one pint of milk is equivalent to 2 cups of milk, how many cups of milk did Jasmine and Brenda each drink? How do you know?

d. Write a ratio of the number of cups of milk Jasmine drank to the number of cups of milk Brenda drank.

e. Are the two ratios you determined equivalent? Explain why or why not.

6. There are 35 boys in the sixth grade. The number of girls in the sixth grade is 42. Lonnie says that means the ratio of the number of boys in the sixth grade to the number of girls in the sixth grade is 5: 7. Is Lonnie correct? Show why or why not.

7. The ratio of girls to boys in a chess club was 5 : 4. There were 32 boys. How many girls were there in the club? |

Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudantes tiveram 90 minutos para resolver a avaliação e o resultado está na tabela 1:

Tabela 1 – Resultado da avaliação.

Número de acertos	Número de estudantes
1	1
2	1
3	3
4	3
5	4
6	2
7	1

Fonte: Elaborado pela autora.

Analisando a tabela, 13% dos estudantes acertaram até 30% das questões, 66% dos estudantes acertaram entre 40 e 75% e 20% dos estudantes acertaram entre 90 e 100%.

5.4 ANÁLISE A POSTERIORI

Ao fazer uma análise qualitativa do comportamento dos estudantes é possível concluir que os estudantes estavam engajados e interessados nas atividades de todos os encontros. Eles participavam, questionando e respondendo às questões dos colegas. Ao responder à pergunta sobre a importância de se aprender razões, apesar de nem todas as respostas serem profundas, eles tinham uma noção do uso desse conteúdo, mesmo que apenas para a construção da maquete.

Os estudantes, apesar de não terem mostrado muito aumento de desempenho na avaliação, as atividades ficaram na maioria feitas. Originalmente os estudantes deixavam boa parte das avaliações em branco, é perceptível que o trabalho realizado nesta pesquisa aumentou a confiança em se arriscar para tentar resolver as atividades mesmo não tendo certeza das respostas.

Durante o projeto foi possível observar um aumento considerável na participação dos estudantes, interrompiam as aulas constantemente, e com o monitoramento do tempo em que passavam sem interromper a aula os estudantes conseguiram manejar a impulsividade e o tempo máximo atingido sem interrupção foi de 18 minutos enquanto que no começo da pesquisa eram apenas 3 minutos o máximo de tempo de foco.

6 CONCLUSÃO

Nesta pesquisa foi apresentado o estudo de três metodologias inovadoras: ensino através de projetos, hábitos da mente e cultura do pensamento. Essas metodologias são aplicadas em uma sequência didática em que se ensina razões e proporções que são aplicadas na construção de uma maquete.

É possível concluir com esse estudo que o aprendizado através de projetos e resolução de problemas aumenta a disposição do estudante durante a sequência didática além de melhorar o comportamento e a confiança durante resolução de exercícios.

Conclui-se também que trabalhar intencionalmente com habilidades sócio emocionais eleva a consciência e clareza dos estudantes quanto as expectativas do professor em relação a ele, aumentando assim a expectativa do estudante quanto a ele mesmo.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, D. Q. E. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 2008. 77.
- ALVARADO, S. Askwith Essentials: What is Project Zero? **Harvard**, 2017. Disponível em: <<https://www.gse.harvard.edu/news/17/10/askwith-essentials-what-project-zero>>. Acesso em: 15 Setembro 2019.
- ASSOCIATION, A. M. **Critical Skills Survey**. AMA. [S.l.], p. 9. 2012.
- BARELL, J. E. A. **21st century skills Rethinking How Students Learn**. [S.l.]: [s.n.], 2010.
- COSTA, A.; KALLICK, B. TeachThought Staff. **TeachThought**, 2019. Disponível em: <<https://www.teachthought.com/pedagogy/what-are-the-habits-of-mind/>>. Acesso em: 15 Novembro 2019.
- DICTIONARY. Habit - Definition of Habit by Merriam - Webster. **Merriam - Webster**. Disponível em: <<https://www.merriam-webster.com/dictionary/habit>>. Acesso em: 10 Outubro 2019.
- HARVARD. cot_8ForcesThatShapeGroupCulture. **Harvard.edu**, 2015. Disponível em: <<https://pz.harvard.edu/resources/the-8-forces-that-shape-group-culture>>. Acesso em: 12 Setembro 2019.
- HEICK, T. 16 strategies for Integrating The Habits of Mind In The Classroom. **Teachthought**, 2019. Disponível em: <<https://www.teachthought.com/pedagogy/strategies-for-integrating-the-habits-of-mind/>>. Acesso em: 30 Outubro 2019.
- HEICK, T. 13 Brilliant Outcomes Of Project-Based Learning. **teachthought**, 2020. Disponível em: <<https://www.teachthought.com/project-based-learning/outcomes-of-project-based-learning-pbl/>>. Acesso em: 15 Janeiro 2020.
- KEY elements of project-based learning. **NSW Government**, 2019. Disponível em: <<https://education.nsw.gov.au/teaching-and-learning/school-learning-environments-and-change/future-focused-learning-and-teaching/project-based-learning-resource-guide/introducing-project-based-learning/Key-elements-of-project-based-learning>>. Acesso em: 19 Setembro 2019.
- NYSED. Grade 6 Mathematics Module 1, Topic A, Lesson 1 | EngageNY. **engageny.org**, 2014. Disponível em: <<https://www.engageny.org/resource/grade-6-mathematics-module-1-topic-lesson-1>>. Acesso em: 5 Setembro 2019.
- RITCHHART, R. 8 Cultural Forces. **ronritchhart.com**, 2002. Disponível em: <http://www.ronritchhart.com/Welcome_files/8%20Cultural%20Forces.pdf>. Acesso em: 18 Setembro 2019.
- RITCHHART, R.; CHURCH, M.; MORRISON, K. **Making Thinking Visible**. San Francisco: Jossey - Bass, 2011.

SEVERO, C. ENGENHARIA DIDÁTICA by Crislei Severo. **Prezi**, 2015. Disponível em:
<<https://prezi.com/ln0n4gj7stxs/engenharia-didatica/>>. Acesso em: 10 Setembro 2019.

WIKIPEDIA. Ratio - Wikipedia. **Wikipedia**, 2019. Disponível em:
<<https://en.wikipedia.org/wiki/Ratio>>. Acesso em: 25 Agosto 2019.