

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Marcela Eliane Pinheiro

LÓGICA MATEMÁTICA NO COTIDIANO ESCOLAR

São Carlos - SP

2020

Marcela Eliane Pinheiro

LÓGICA MATEMÁTICA NO COTIDIANO ESCOLAR

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação: Prof.^a Dra. Grazielle Feliciani Barbosa

Coorientação: Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti

São Carlos

2020

Pinheiro, Marcela Eliane

Lógica matemática no cotidiano escolar. / Marcela Eliane Pinheiro -- 2020.
87f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): Grazielle Feliciani Barbosa
Banca Examinadora: Pedro Luiz Aparecido Malagutti, Gustavo Barbosa, João Carlos Vieira Sampaio
Bibliografia

1. Lógica. 2. Ensino de Matemática. 3. OBMEP. I. Pinheiro, Marcela Eliane. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Ronildo Santos Prado - CRB/8 7325



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Marcela Eliane Pinheiro, realizada em 24/06/2020.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti (UFSCar)

Prof. Dr. Gustavo Barbosa (UNILA)

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

DEDICATÓRIA

Àqueles estudantes que nunca desistem, apesar das condições adversas.

AGRADECIMENTOS

À Maria, aquela que intercede por nós junto a Deus e também à minha mãe, mulher guerreira que me ensinou o significado de ser honesta e trabalhar dignamente.

Ao Manoel, meu pai, que apesar de não ter recursos financeiros, não limitou o meu sonho de estudar.

Aos meus irmãos, Vitor e Márcia, que dão exemplos vivos do caminho certo a percorrer nesta jornada da vida.

Ao Marcius, amigo, namorado, companheiro e marido, por me incentivar a não desistir e por todo seu amor.

À Neusa e à sua família (Molfetta), por todo apoio prestado.

À minha orientadora, Grazielle Feliciani Barbosa, por ter aceitado à árdua tarefa de construir esta dissertação, pelos encontros semanais repletos de compreensão e conhecimento.

Ao meu coorientador, Pedro Luiz Aparecido Malagutti, por ter dado continuidade à dissertação e enriquecido com suas contribuições.

A todos os professores do PROFMAT (UFSCar e UNESP-Rio Claro) e do PPGECE (UFSCar) pelos ensinamentos nas aulas.

À Kelly Schiabelli, secretária do programa, pela atenção e disponibilidade.

Aos colegas de PROFMAT, UFSCar turmas de 2015 e 2016, e também da UNESP/Rio Claro turma de 2013, pela solidariedade e companheirismo.

À CAPES, pelo apoio financeiro, recebido nos anos de 2013 e 2014.

Aos meus alunos do 8º ano da Escola Estadual Professor Aduar Kemell Dibo, mais conhecida como “Jardim dos Coqueiros”, pela participação e colaboração nas atividades desta pesquisa no ano de 2019.

Aos meus colegas de profissão, tanto na rede estadual quanto na municipal, que me apoiaram nesta trajetória.

Aos professores doutores, que gentilmente aceitaram participar desta banca.

Por fim, à toda pessoa que nesta vida me ensinou algo, fica o meu sincero “MUITO OBRIGADA!”

EPÍGRAFE

“Ela (a lógica) é a ciência das ciências.”

Frege

RESUMO

A Lógica e a Matemática ocupam posições importantes nos dias atuais, uma vez que fazem parte de nosso cotidiano. Apresentar a relevância desses dois importantes temas é o objetivo principal desse trabalho, o qual aborda os conceitos envolvidos com os temas e trata dos aspectos relacionados às dificuldades e padrões da aplicação da lógica matemática no cotidiano escolar; mais especificamente, o trabalho almeja proporcionar a aprendizagem de lógica para alunos da disciplina de Matemática no Ensino Fundamental. O trabalho descreve a pesquisa que foi aplicada com os alunos de uma escola da região periférica da cidade de São Carlos, no interior do estado de São Paulo, envolvendo principalmente questões de lógica que fizeram parte da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

Palavras-chave: Lógica. Matemática. Ensino. OBMEP.

ABSTRACT

Logic and mathematics occupy important positions today, as they are part of our daily lives. Presenting the relevance of these two important themes is the main objective of this work, which addresses the concepts involved with the themes and deals with aspects related to the difficulties and patterns of the application of mathematical logic in daily school life; more specifically, the work aims to provide logic learning for students in the Mathematics subject in elementary school. The paper describes the research that was applied with the students of a school in the peripheral region of the city of São Carlos, a inland city in the state of São Paulo, involving mainly logic issues that were part of the Brazilian Public Schools Mathematics Olympiad.

Keywords: Logic. Mathematics. Teaching. OBMEP.

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A - Produto Educacional: Fichas de Atividades Aplicadas.....	74
ANEXO B – Questões não extraídas da OBMEP utilizadas nas aulas	80

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Linha do Tempo da História da Lógica abordada neste trabalho.	20
Figura 2: Exemplo de texto trabalhado em sala de aula.	33
Figura 3: Exemplo de texto trabalhado em sala de aula.	34
Figura 4: Exemplo de exercício após o texto.	34
Figura 5: Exemplo de exercício após o texto.	35
Figura 6 - “Memes” da Obmep 2018.	39
Figura 7 - Gabarito da 1ª questão da avaliação diagnóstica.	42
Figura 8 - Resolução padrão de quem acertou a 1ª questão da avaliação diagnóstica.	43
Figura 9 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.	43
Figura 10 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.	44
Figura 11 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.	44
Figura 12 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica. Fonte: Arquivo da autora.	44
Figura 13 - Gabarito da 2ª questão da avaliação diagnóstica.	45
Figura 14 - Resolução correta com tabelas apresentadas na 2ª questão da avaliação diagnóstica.	45
Figura 15 - Resolução padrão de quem acertou a 2ª questão da avaliação diagnóstica.	46
Figura 16 - Resolução padrão de quem errou a 2ª questão da avaliação diagnóstica.	46
Figura 17 - Resolução errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.	46
Figura 18 - Resolução errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.	46
Figura 19 - Resolução errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.	47
Figura 20 - Resolução muito errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.	47
Figura 21 - Resolução muito errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.	47
Figura 22 - Gabarito da 3ª questão da avaliação diagnóstica.	48
Figura 23 - Melhor resolução correta da questão 3 da avaliação diagnóstica.	48
Figura 24: Resolução padrão de quem acertou a questão 3 da avaliação diagnóstica.	48
Figura 25: Resolução padrão de quem errou a questão 3 da avaliação diagnóstica.	49

Figura 26 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.	49
Figura 27 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.	49
Figura 28 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.	49
Figura 29 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.	50
Figura 30 - Gabarito da 4ª questão da avaliação diagnóstica.	50
Figura 31 - Resolução característica de quem acertou a questão 4 da avaliação diagnóstica.	51
Figura 32 - Resolução com tabela apresentada na 4ª questão da avaliação diagnóstica.	51
Figura 33 - Calendário de desenvolvimento das atividades.	52
Figura 34 - Resolução com “tabela verdade ou mentira” de acordo com a na RPM, 17, p.12.	54
Figura 35 - Gabarito da 1ª questão da avaliação final.	62
Figura 36 - Resolução por meio de tabela na 1ª questão da avaliação final.	62
Figura 37 - Resolução por meio de texto na 1ª questão da avaliação final.	63
Figura 38 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação final.	63
Figura 39 - Gabarito da 2ª questão da avaliação final.	64
Figura 40 - Resolução padrão de quem acertou a 2ª questão da avaliação final.	64
Figura 41 - Resolução padrão de quem errou a 2ª questão da avaliação final.	65
Figura 42 - Gabarito da 3ª questão da avaliação final.	65
Figura 43 - Melhor resolução da 3ª questão da avaliação final.	66
Figura 44 - Resolução padrão de quem errou a 3ª questão da avaliação final.	66
Figura 45 - Resolução inconclusiva da 3ª questão da avaliação final.	67
Figura 46 - Enunciado e gabarito da questão adaptada para a 3ª questão da avaliação final.	68
Figura 47 - Resolução de quem acertou a questão 4 da avaliação final.	68
Figura 48 - Resolução com tabela correta e resposta errada da 4ª questão da avaliação final.	69

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 - Fotos da lousa com a resolução apresentada pelos alunos no 2º dia.....	54
Imagem 2 - Fotos da lousa com a resolução apresentada pelos alunos no 3º dia.....	57
Imagem 3 - Fotos da lousa com a resolução apresentada pelos alunos no 4º dia.....	59

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Conteúdos da(o) 5ªsérie/6º ano do Ensino Fundamental.....	29
Quadro 2: Conteúdos da(o) 6ªsérie/7º ano do Ensino Fundamental.....	30
Quadro 3: Conteúdos da(o) 7ªsérie/8º ano do Ensino Fundamental.....	30
Quadro 4: Conteúdos da(o) 8ªsérie/9º ano do Ensino Fundamental.....	31
Quadro 5: Conteúdos do 1º ano do Ensino Médio.	31
Quadro 6: Conteúdos do 2º ano do Ensino Médio.	32
Quadro 7: Conteúdos do 3º ano do Ensino Médio.	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEFAM	Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
COVID19	Corona Virus Disease 2019
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais
E E	Escola Estadual
EEPSG	Escola Estadual de Primeiro e Segundo Grau
EMEB	Escola Municipal de Educação Básica
Etec	Escola Técnica Estadual
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programme for International Student Assessment
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PPGECE	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas
REDEFOR	Rede São Paulo de Formação Docente
SARESP	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SEE-SP	Secretaria de Educação do Estado de São Paulo
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNIVESP	Universidade Virtual do Estado de São Paulo
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Histórico pessoal e profissional	17
1.2	Projeto de pesquisa.....	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	20
2.1	Breve história da lógica	20
2.2	Lógica matemática no currículo escolar	27
2.3	Metodologia de pesquisa.....	36
3	DESENVOLVIMENTO	39
3.1	Público Alvo.....	39
3.2	A visão dos alunos sobre as questões de lógica da OBMEP	39
3.3	Avaliação Diagnóstica	40
3.4	Aulas Realizadas.....	52
3.5	Avaliação Final	60
4	CONCLUSÃO	70
	REFERÊNCIAS.....	72
	ANEXOS	74

1 INTRODUÇÃO

Esse trabalho é fruto da experiência docente na rede estadual paulista e dos conhecimentos adquiridos na trajetória acadêmica.

1.1 Histórico pessoal e profissional

Nasci em 6 de dezembro de 1985 no pequeno município de Lucélia, localizado no interior paulista na região oeste a 572 Km de São Paulo (capital). Lá comecei minha vida escolar com 5 anos e 3 meses, na pré-escola de uma instituição rural municipal em 1991. A entrada na escola do 1º grau foi marcada pela mudança do campo para a cidade, na E.E.P.S.G. “José Firpo”, onde iniciei (1992) e cursei todo o 1º grau, concluído em 1999.

Meu Ensino Médio (2000 a 2003) foi cursado no CEFAM “Prof.^a Maria Rosa da Costa Palo Mello” na cidade de Adamantina, vizinha à Lucélia. O curso era organizado da seguinte forma: os dois primeiros anos eram dedicados exclusivamente às disciplinas do Ensino Médio, já no terceiro ano apareciam as disciplinas do magistério, então as aulas de Matemática, Língua Portuguesa, História e Geografia eram as únicas que permaneciam, mas de maneira bem resumida, e no quarto ano era apenas formação específica do magistério.

Concomitante, do segundo semestre de 2001 até o final de 2002, cursei também o Técnico em Informática no período noturno na Etec “Prof. Eudécio Luiz Vicente”. No 2º semestre de 2003 resolvi fazer o cursinho pré-vestibular semiextensivo e, ao final do ano, decidi que prestaria Matemática como forma de aproveitar os conhecimentos adquiridos no magistério e no técnico.

Em 2004, ao ingressar no curso de Matemática do ICMC da USP em São Carlos, já tinha a intenção de desenvolver pesquisas sobre Ensino de Matemática, mas o local que escolhi para cursar não favorecia a Licenciatura e sim o Bacharelado e/ou pós-graduação em Matemática Pura. Por muito tempo pensei em desistir, pois meu curso ainda tinha a estrutura de três anos de bacharelado e um ano de licenciatura.

Quando consegui a bolsa trabalho na creche da USP, foi que tive a certeza de que deveria persistir nessa formação e que realmente queria ser professora, então logo as coisas se tornaram mais animadoras. A iniciação científica com a Prof.^a Dra.

Renata Cristina Geromel Meneghetti abriu a perspectiva de mestrado, mas alguns problemas familiares fizeram com que eu adiasse esse plano.

O princípio formal da carreira docente foi exatamente no dia 18 de fevereiro de 2008 no período da tarde na sexta série A da E. E. “Pedro de Mello” em Piracicaba. Lá estava eu, recém formada e aprovada no concurso público sem nunca antes ter entrado em uma sala de aula da rede estadual para ministrar aulas, ansiosa e cheia de expectativas. Nesta escola permaneci até 2013.

No ano seguinte, reingressei por meio de um novo concurso público na E. E. “Francisca Elisa da Silva”, foi uma importante troca de ambiente: da periferia para um bairro elitizado da cidade de Piracicaba.

Nos anos de 2009 e 2010, tentei cursar disciplinas como aluna especial da pós-graduação em Educação Matemática na UNESP de Rio Claro, mas acabei desistindo porque era muito difícil conciliar a falta de recursos financeiros, trabalho e os estudos. Em 2010, iniciei o curso semipresencial de Pedagogia da UNESP/UNIVESP em Rio Claro e concluí em 2013. Concomitante, de 2011 a 2012, cursei também a Especialização em Matemática REDEFOR/UNICAMP.

Mesmo ainda não tendo terminado o curso de Pedagogia e acumulando cargos de professora de Matemática, em 2013, decidi aproveitar a oportunidade e cursar também o PROFMAT da UNESP de Rio Claro. Consegui ser aprovada nas disciplinas básicas do mestrado no ano inicial, mas em 2014 reprovei duas vezes na prova de qualificação e perdi todo o curso. Entretanto não desisti, em 2015 ingressei novamente neste mesmo programa na UFSCar.

Em 2016 consegui a aprovação no segundo exame de qualificação, mas o desafio de concluir este curso ainda não tinha terminado. Este ano foi bem intenso, retornei definitivamente para São Carlos, consegui remoção para a E. E. “Jardim dos Coqueiros” e por motivos financeiros no meio do ano comecei acumular cargo na EMEB “Carmine Botta”. Inevitavelmente reprovei na última disciplina do curso de mestrado, Geometria Analítica, mas aprendi encarar as reprovações como momento ímpar de aprendizado.

Em 2018, reingressei no Mestrado Profissional do PPGECE da UFSCar, consegui a equivalência das disciplinas cursadas no PROFMAT e assim consegui um tempo maior para dedicar a elaboração da dissertação. Além disso, continuei trabalhando na E. E. “Prof. Aduar Kemell Dibo” e na EMEB “Prof.^a Dalila Galli”.

No ano de 2019, também participei do projeto “Meninas nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação” - sob a coordenação da Prof.^a Dra. Kalinka Castelo Branco e financiamento do CNPq - oportunidade de concretizar ações no Ensino Fundamental visando à inclusão feminina no Ensino Superior.

Por fim, o último capítulo dessa epopeia, chamada mestrado, foi marcado pela apresentação virtual da defesa da dissertação em meio a pandemia do COVID19.

1.2 Projeto de pesquisa

O tema do projeto é a Lógica Matemática e Aprendizagem Significativa, com foco no problema de identificação de: “Como proporcionar a aprendizagem de lógica para alunos da disciplina de Matemática no Ensino Fundamental?”. As hipóteses apontam para a falta de familiarização com as questões de lógica, o que pode indicar ausência do conteúdo de lógica no currículo escolar.

Os objetivos do trabalho são investigar a presença do conteúdo de lógica matemática no Currículo do Estado de São Paulo e propor uma forma de abordar este conteúdo em sala de aula.

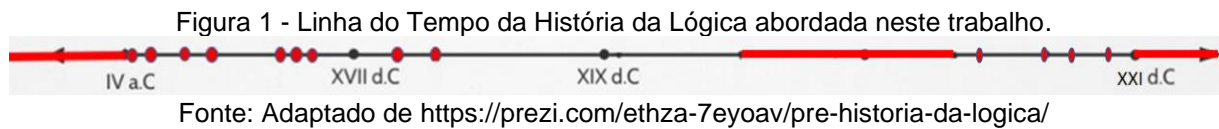
A principal justificativa para o desenvolvimento desse trabalho é a situação incômoda de que anualmente logo após a aplicação da prova da primeira fase da OBMEP surgem dentro da sala de aula e nas redes sociais “memes”, piadas e comentários depreciativos por parte dos adolescentes que não dominam a habilidade de resolver as questões de lógica desta prova.

A presente pesquisa foi aplicada com os alunos da E. E. “Prof. Aduar Kemell Dibo”, localizada em uma região periférica de São Carlos, que atende principalmente os moradores dos bairros Jardim dos Coqueiros, Itamaraty, Munique, São Carlos 8, Maria Stella Fagá, Tangará e Douradinho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

“...só se compreende bem uma ciência pela sua história.” (A. Comte)

2.1 Breve história da lógica



Sabendo que a Lógica aborda os princípios da inferência válida, para W. & M. Kneale (1968) é acertado dizer que os homens criaram e criticaram inferências bem antes de Aristóteles (384 - 322 a.C.). Mas foi ele o primeiro pensador a conceber um sistema lógico, inspirado na definição universal encontrada em Sócrates (470 - 399 a.C.), o uso de *reductio ad absurdum* em Zenão de Eleia (489 - 430 a.C.), afirmações sobre estrutura proposicional e negação em Parmênides (530 - 460 a.C) e Platão (430 - 347 a.C.), e o corpo de técnicas argumentativas encontrado em raciocínio e em prova geométrica.

No entanto, a teoria apresentada nos tratados de Aristóteles conhecidos como Organon - Das Categorias, Da Interpretação, Primeiros Analíticos, Segundos Analíticos, Tópicos e seu apêndice Das Refutações Sofísticas - vai muito além de qualquer uma delas.

Aristóteles sustenta que uma proposição é um complexo envolvendo dois termos, um sujeito e um predicado. Um silogismo consiste em três proposições. As duas primeiras, as premissas, compartilham exatamente um termo, e elas implicam logicamente a terceira proposição, a conclusão, que contém os dois termos não compartilhados das premissas.

De acordo com Blanche e Dubucs (2001), a análise da forma lógica, oposição e conversão são combinadas na silogística, que é considerada por muitos lógicos como a maior invenção de Aristóteles.

Segundo W. & M. Kneale (1962, p.48): “... Aristóteles aceita em geral os princípios que vieram a ser conhecidos mais tarde como o Princípio da Não-

Contradição¹ e o Princípio do Terceiro Excluído²”, assim como ele também formulou o Princípio da Bivalência³. Estes são importantes em sua discussão da lógica modal e da lógica do tempo, ele se referiu a certos princípios da lógica proposicional e ao raciocínio envolvendo hipóteses e proposições, criou teorias lógicas não-formais: técnicas e estratégias para elaborar argumentos, e uma teoria de falácias.

Após a morte de Aristóteles, seus alunos reuniram e editaram suas obras. Dentre eles, destacou-se Teofrasto de Êreso (372 - 287 a. C.).

As próximas grandes inovações em lógica são devidas à Escola Megarostóica no fim da Antiguidade. Eles desenvolveram um relato alternativo do silogismo e, ao fazê-lo, elaboraram uma lógica proposicional completa que complementa a lógica termo aristotélica. Existem registros fragmentados de debates sobre as condições de verdade para vários conectivos proposicionais, que incluem relatos de implicação material, implicação estrita e implicação relevante.

Os megáricos e os estóicos também investigaram várias antinomias lógicas, incluindo o Paradoxo do Mentiroso⁴. O principal lógico desta escola foi Crísipo de Solos (281 - 204 a. C.), a quem se credita mais de cem trabalhos em lógica.

Houve pouco desenvolvimento na lógica nos períodos subseqüentes, nada além do que uma série de manuais, resumos, traduções e comentários, geralmente de forma simplificada e combinada. Os autores mais influentes incluem Cícero no século I a. C., Porfírio no final do século III d. C. e Boécio no século VI d. C., além de al-Farabi, Avicena e Averróis no mundo árabe. (BLANCHE; DUBUCS, 2001).

No século XII, com a organização das universidades, surge o próximo grande lógico conhecido: Pedro Abelardo (1079 – 1142), que compôs um tratado independente sobre lógica, o Dialéctica, e escreveu extensos comentários. Há discussões de conversão, oposição, quantidade, qualidade, lógica tensa, redução da modalidade de dicto ou de re⁵. Blanche e Dubucs (2001, p.145) destacam que foi “...

¹ Algo não pode ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo.

² Uma proposição ou é verdadeira ou falsa, não há uma terceira hipótese a contemplar.

³ Somente o discurso no qual habita o verdadeiro e o falso é um discurso veritativo.

⁴ “Uma pessoa diz que está a mentir. Aquilo que ela diz é verdadeiro ou falso?” (KNEALE & KNEALE, 1968, p.116)

⁵ De dicto é a modalidade atribuída a proposições, por exemplo: “um e um são dois”. De re é a modalidade atribuída a coisas, por exemplo: “Platão é um ser humano”.

graças a ele, ao seu ensino oral assim como aos seus livros, que a lógica começou a ser séria e largamente estudada na Idade Média”.

Em meados do século XIII, foi criada a primeira fase da teoria da suposição, uma elaborada doutrina sobre a referência de termos em vários contextos proposicionais. Seu desenvolvimento aconteceu nos manuais de Pedro Hispano (posteriormente papa João XXI), Lambert de Auxerre e Guilherme de Sherwood. Além disso, outros tópicos como a relação entre tempo e modalidade, a convencionalidade da semântica e a teoria da verdade foram investigadas.

O décimo quarto século é o ápice da teoria lógica medieval. A teoria da suposição é desenvolvida extensivamente em sua segunda fase por lógicos como Guilherme de Ockham, Jean Buridan, Gregório de Rimini e Alberto da Saxônia. Buridan também elabora uma teoria completa das consequências, um cruzamento entre as vinculações e as regras de inferência. De princípios semânticos explícitos, Buridan constrói uma investigação detalhada e extensa de silogística, e oferece provas de completude.

A energia criativa que impulsionou as investigações lógicas do décimo quarto século não foi sustentada. Em meados do século XV, poucos trabalhos ou nada de novo estava sendo feito. Em vez disso, havia muitos manuais simplificados e manuais de lógica. Os descendentes desses livros chegaram a ser usados nas universidades, e as grandes inovações dos lógicos medievais foram esquecidas.

Provavelmente, o melhor desses trabalhos é o *Port Royal Logic*, por Antoine Arnauld e Pierre Nicole, publicado em 1662. De acordo com W. & M. Kneale (1968, p. 325): “... a concepção geral de lógica que eles expuseram neste livro teve larga aceitação e dominou o tratamento da lógica pela maior parte dos filósofos nos 200 anos seguintes.”.

Desde o início da era moderna a maioria das contribuições para a lógica foram feitas por matemáticos. Leibniz (1646 – 1716) imaginou o desenvolvimento de uma linguagem universal a ser especificada com precisão matemática. A sintaxe das palavras deveria corresponder à composição metafísica das entidades designadas. Embora este grandioso projeto não tenha sido muito desenvolvido, e não tenha tido influência direta, o *Universal Characteristic* (1677) é um precursor de grande parte do trabalho subsequente em lógica matemática.

No início do século XIX, Bolzano (1781 -1848) desenvolveu várias noções centrais para a lógica. Algumas delas, como analiticidade e consequência lógica, são

vistos como relativos a uma coleção de conceitos variáveis. Esta pode ser a primeira tentativa de caracterizar consequências em termos não-modais, e é o começo de uma longa tradição de caracterização lógica de noções em termos semânticos.

No final do século XIX, podemos distinguir três tradições sobrepostas no desenvolvimento da lógica.

Uma delas se origina com De Morgan (1806-1871) e Boole (1815 - 1864) inclui entre outros, Peirce (1839 – 1914), Jevons (1835-1882), Schroder (1841 – 1902) e Venn (1834 – 1923). Esta "escola algébrica" tinha como objetivo primário desenvolver cálculos comuns ao raciocínio em diferentes áreas, como proposições, classes e probabilidades. A orientação é a da álgebra abstrata.

Um conjunto de axiomas é então formulado e é satisfeito por cada um dos sistemas. O sistema que Boole desenvolveu é bastante semelhante ao que agora é chamado de álgebra booleana. Outros membros da escola desenvolveram quantificadores rudimentares, que foram por vezes tomados para ser estendido, mesmo infinitivo, conjunções e disjunções.

O objetivo da segunda tradição, a "escola logicista", era codificar a lógica subjacente de todo discurso científico racional em um único sistema. Os principais lógicos foram Russell (1872-1970), Wittgenstein (1889 - 1951), e Gottlob Frege (1848 – 1925). Para eles, a lógica não é o resultado de abstrações do raciocínio em particular disciplinas e contextos. Em vez disso, a lógica diz respeito aos recursos mais gerais do discurso preciso real, características independentes do assunto, ou em outras palavras:

Historicamente falando, a matemática e a lógica têm sido domínios de estudo inteiramente distintos. A matemática tem estado relacionada com a ciência e a lógica com o idioma grego. Mas ambas se desenvolveram nos tempos modernos: a lógica tornou-se mais matemática e a matemática tornou-se mais lógica. Em consequência, tornou-se agora inteiramente impossível traçar uma linha divisória entre as duas; na verdade, as duas são uma. Diferem entre si como rapaz e homem: a lógica é a juventude da matemática e a matemática é a maturidade da lógica. (RUSSELL, 2007, p.230)

Em seu *Begriffsschrift*, Frege desenvolveu uma rica linguagem formal com rigor matemático. Apesar da notação bidimensional, é facilmente reconhecida como uma lógica contemporânea de ordem superior. Quantificadores são entendidos como estão em livros de lógica atuais, não como conjunções e disjunções estendidas. Ao contrário dos algebristas, Frege não fez vislumbrar vários domínios do discurso, cada um dos quais pode ser uma interpretação da linguagem. Ele fez uso brilhante de suas ideias

lógicas ao desenvolver seus programas filosóficos sobre matemática e linguagem. Ele pretendia "... mostrar que a aritmética era idêntica à lógica." (KNEALE & KNEALE, 1968, p.441).

Infelizmente, o sistema que Frege eventualmente desenvolveu foi mostrado ser inconsistente. Uma contradição conhecida como "Paradoxo de Russell"⁶. Uma grande resposta foi o *Principia Mathematica*, três grandes volumes, de Russell e Whitehead (1861 – 1947), que tenta recapturar o programa logicista desenvolvendo uma teoria elaborada de tipos.

A terceira tradição, inclui Dedekind (1831 – 1916), Peano (1858 – 1932), Hilbert (1862 – 1943), Heyting (1898 – 1980), e Zermelo (1871 – 1953). O objetivo desta "escola matemática" é a axiomatização de ramos particulares da matemática, como geometria, aritmética, análise, e teoria dos conjuntos. Alguns membros da escola matemática pensaram que era importante incluir uma formulação explícita das regras de inferência – a lógica - no desenvolvimento axiomático.

Zermelo, por exemplo, produziu uma axiomatização da teoria dos conjuntos em 1908, com base em *insights* de Cantor (1845 – 1918) e outros. A teoria agora conhecida como teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel é o resultado de algumas modificações e esclarecimentos, devido a Skolem (1887 - 1963), Fraenkel (1891 – 1965) e von Neumann (1903 – 1957), entre outros.

Segundo W. & M. Kneale (1968, p.691): "Hilbert não defendeu que a aritmética podia ser reduzida à lógica mas antes que deviam ser ambas desenvolvidas ao mesmo tempo a fim de que todo o sistema se pudesse demonstrar como livre de inconsistências."

Outros, como Heyting, produziram versões axiomáticas da lógica do intuicionismo e da matemática intuicionista, a fim de contrastar e destacar seus programas revisionistas.

Uma variação sobre o tema matemático ocorreu na Polônia tendo como principal expositor Lukasiewicz (1878 – 1956). A própria lógica tornou-se o ramo da matemática para ser trazida dentro da metodologia axiomática. Sistemas de lógica

⁶ Classe que não pertence a si própria, exemplo de aplicação: O barbeiro é um homem da cidade que faz a barba de todos aqueles, e somente dos homens da cidade que não barbeiam a si mesmos. Quem barbeia o barbeiro?

proposicional, lógica modal, lógica de tempo, álgebra booleana e mereologia⁷ foram projetadas e analisadas.

Um desenvolvimento crucial ocorreu quando a atenção foi focada nas linguagens e as axiomatizações em si como objetos para estudo matemático direto. Com base no advento da geometria não-euclidiana, os matemáticos desta escola consideraram interpretações alternativas de seus sistemas, incluindo questões de independência, consistência, categoricidade e integridade.

Tanto a escola polaca como as que perseguem o programa de Hilbert desenvolveram um extenso programa para essa investigação "metamatemática". Eventualmente, noções sobre sintaxe e prova, tais como consistência e derivabilidade, foram cuidadosamente distinguidas dos equivalentes semântico ou teórico de modelo, como por exemplo: satisfatibilidade e consequência lógica.

Essa perspectiva metamatemática é estranha à escola lógica. Para eles, as línguas relevantes já foram totalmente interpretadas, e não serão limitadas a qualquer assunto específico. A orientação dos logicistas tem sido chamada de "lógica como linguagem", e dos matemáticos e algebristas "lógica como cálculo". Apesar dos problemas de comunicação, houve interação significativa entre as escolas. A lógica contemporânea é uma mistura delas.

Em 1915, Lowenheim (1878 – 1957) delineou cuidadosamente o que mais tarde seria reconhecido como a parte de primeira ordem de um sistema lógico, e mostrou que se uma primeira ordem da fórmula é satisfatória, então é satisfatória em um contável (ou finito) domínio.

Segundo Blanche e Dubucs (2001), o trabalho intensivo em problemas metamatemáticos culminou nas realizações de Kurt Gödel (1906 – 1978), que em sua dissertação de doutorado de 1929 mostrou que uma dada sentença de primeira ordem é dedutível em sistemas dedutivos comuns para a lógica se e somente se for logicamente verdadeiro no sentido de que é satisfeito por todas as interpretações. Isso é conhecido como o teorema da completude de Gödel.

Um ano depois ele provou que para axiomatizações comuns de uma versão suficientemente rica da aritmética, há uma sentença que não é nem provável nem

⁷ Parte da lógica que estuda as relações entre as partes e o todo.

refutável. Isso é chamado Teorema da Incompletude de Gödel ou simplesmente Teorema de Gödel.

Em meados da década de 1930, os lógicos voltaram sua atenção para os problemas de computabilidade e eficácia. De acordo com Blanche e Dubucs (2001, p.382): “Tecnicamente, o resultado fundamental dos anos 30 foi o desenvolvimento de uma definição das funções (de N^p em N) calculáveis por algoritmo.”

Nessa época, destacam-se os trabalhos desenvolvidos pelo lógico e matemático Alan Turing (1912 - 1954) responsável pela formalização do conceito de algoritmo e desenvolvimento da máquina de Turing que impulsionou o surgimento da computação. Assim como Alfred Tarski (1902 – 1983), aluno de Lukasiewicz, que influenciou uma ampla gama de escolas matemáticas e filosóficas, conhecido por suas definições de verdade e consequência lógica, que introduzem a frutífera noção semântica de satisfação. Isso, no entanto, é apenas uma pequena fração de seu trabalho, que ilumina a metodologia de sistemas dedutivos, e tais noções centrais como completude, decidibilidade, consistência, satisfatibilidade e definibilidade. Seus resultados são o embasamento de vários programas de pesquisa em andamento.

Alonzo Church (1903 – 1995) foi outra grande autoridade tanto na matemática quanto na lógica filosófica. Ele e estudantes como Kleene (1909 - 1994) e Henkin (1921 – 2006) desenvolveram uma ampla gama de trabalhos em áreas de lógica filosófica e matemática, incluindo completude, definibilidade, computabilidade, lógica de segunda ordem e sentido e referência.

O desenvolvimento da lógica nas primeiras décadas do século XX é um dos eventos mais marcantes da história intelectual, trazendo muitas mentes brilhantes trabalhando em conceitos intimamente relacionados. A lógica matemática chegou a ser uma ferramenta central da análise analítica contemporânea da filosofia, formando a espinha dorsal do trabalho de grandes figuras como Quine (1908 – 2000), Kripke (1940) e Dummet (1925 – 2011), contudo o campo ainda atrai talentosos matemáticos e filósofos.

2.2 Lógica matemática no currículo escolar

Em 2018, o SARESP apresentou novamente um resultado não muito agradável, demonstrando que 46,6% dos estudantes concluem o Ensino Médio com baixo rendimento no que diz respeito ao aprendizado da Matemática.

É senso comum dizer que, se o Brasil tem o objetivo de acompanhar o crescimento econômico e tecnológico, necessita de investimentos e melhorias no ensino básico para criar estímulos e aperfeiçoamento no aprendizado de áreas vitais, como as áreas de ciências exatas.

Da mesma forma, os resultados de 2018 do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) também não foram bons. De um rol de 79 países e regiões, o Brasil conseguiu apenas a 70ª colocação em Matemática, 66ª em Ciências e 57ª em Leitura.

Em países que são líderes no ranking de educação, que utiliza o PISA como critério, como a China (que ocupa o primeiro lugar), já existem modelos de sucesso de como fazer a integração das crianças à tecnologia e ao raciocínio lógico desde cedo.

Infelizmente, o problema que se enfrenta no Brasil não se limita a falta de incentivo ou a falta de recursos para que os professores possam providenciar e preparar aulas mais dinâmicas e interessantes, mas está principalmente relacionado à ausência de qualidade no ensino da maior parte dos jovens brasileiros, que estão nas escolas sem o básico e saem dessas sem o mínimo esperado que se poderia ter e exigir para que possam prosseguir e continuar o estudo em nível superior.

Desde a promulgação da Constituição da República Federativa do Brasil em 1988, foi previsto no artigo 205 o “pleno desenvolvimento da pessoa” e o inciso VII do artigo 206 estabelece a “garantia de padrão de qualidade”. Para tal, o artigo 210 fixa “conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum”.

A partir da publicação da LDB (Brasil, 1996), um conjunto de metas para serem atingidas pela educação brasileira foi traçado. O artigo 26 dessa lei, propõe que os currículos do ensino fundamental devem possuir uma base nacional comum, que será completada por uma parte diversificada de acordo com as particularidades regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos.

A fim de atender à formulação de diretrizes que tenham a capacidade de nortear os currículos e seus conteúdos mínimos, foram elaborados os PCN para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998). Neste documento foram apresentadas duas faces da Matemática: aquela reconhecida como necessária à formação do cidadão e a que funciona como filtro social, dentro e fora da escola.

Com o objetivo de sistematização dos princípios e das diretrizes gerais da Educação Básica contemplados na LDB e demais dispositivos legais, traduzindo-os em orientações que contribuam para garantir a formação básica comum nacional, o Ministério da Educação editou as DCN para a Educação Básica, que foram elaboradas em 1998.

Porém, esses documentos legais (LDB, DCN e PCN) precisam de algumas condições para serem colocados em prática, que se refletem em um documento de definição de um currículo que possa ser colocado em ação nas escolas e que tenha nível de detalhe suficiente para funcionar como um guia de ação às equipes escolares.

A SEE-SP criou em 2008, um material que foi chamado de “Proposta Curricular do Estado de São Paulo”⁸. De acordo com esta secretaria, o documento foi organizado de forma a padronizar os conteúdos a serem abordados com os estudantes de toda a rede pública estadual.

Tal documento apresenta “os princípios orientadores do currículo para uma escola capaz de promover as competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo” (SÃO PAULO, 2011, p. 7).

Também fazendo parte da Proposta Curricular do estado de São Paulo, o caderno do professor é um material distribuído aos docentes, constituído por 32 cadernos do Ensino Fundamental e 36 cadernos do Ensino Médio (organizados por bimestre⁹, por série e componente curricular) e indica com clareza o conteúdo a ser ministrado aos alunos da rede pública estadual. Nos mesmos moldes foi elaborado, em 2009, o caderno do aluno, que trazia exercícios, mapas, tabelas, indicadores bibliográficos e dicas de estudo.

⁸ Em 2011, a proposta passou a ser denominada “Currículo do Estado de São Paulo”

⁹ A partir de 2014, os cadernos foram organizados em dois volumes semestrais.

Uma das preocupações do Currículo de Matemática do Estado de São Paulo era a de apresentar o conteúdo em diferentes níveis de abordagem:

Quadro 1: Conteúdos da(o) 5ªsérie/6º ano do Ensino Fundamental.

<p>1º Bimestre</p> <p>Números</p> <p>Números naturais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Múltiplos e divisores • Números primos • Operações básicas (+, -, ., ÷) • Introdução às potências <p>Frações</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representação • Comparação e ordenação • Operações 	<p>3º Bimestre</p> <p>Geometria/Relações</p> <p>Formas geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formas planas • Formas espaciais <p>Perímetro e área</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida • Perímetro de uma figura plana • Cálculo de área por composição e decomposição • Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas
<p>2º Bimestre</p> <p>Números/Relações</p> <p>Números decimais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representação • Transformação em fração decimal • Operações <p>Sistemas de medida</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medidas de comprimento, massa e capacidade • Sistema métrico decimal: múltiplos e submúltiplos da unidade 	<p>4º Bimestre</p> <p>Números/Relações</p> <p>Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Leitura e construção de gráficos e tabelas • Média aritmética • Problemas de contagem

Fonte: Adaptado de São Paulo (2011, p.57 – 58).

Quadro 2: Conteúdos da(o) 6ªsérie/7º ano do Ensino Fundamental.

1º Bimestre	<p>Números</p> <p>Sistemas de numeração</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de numeração na Antiguidade • O sistema posicional decimal <p>Números negativos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representação • Operações <p>Números racionais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representação fracionária e decimal • Operações com decimais e frações (complementos) 	3º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Proporcionalidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais • Conceito de razão • Porcentagem • Razões constantes na Geometria: π • Construção de gráficos de setores • Problemas envolvendo probabilidade
2º Bimestre	<p>Geometria</p> <p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ângulos • Polígonos • Circunferência • Simetrias • Construções geométricas • Poliedros 	4º Bimestre	<p>Números</p> <p>Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso de letras para representar um valor desconhecido • Conceito de equação • Resolução de equações • Equações e problemas

Fonte: Adaptado de São Paulo (2011, p.59 – 60).

Quadro 3: Conteúdos da(o) 7ªsérie/8º ano do Ensino Fundamental.

1º Bimestre	<p>Números</p> <p>Números racionais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Transformação de decimais finitos em fração • Dízimas periódicas e fração geratriz <p>Potenciação</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propriedades para expoentes inteiros • Problemas de contagem 	3º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Equações</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolução de equações de 1º grau • Sistemas de equações e resolução de problemas • Inequações de 1º grau <p>Gráficos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Coordenadas: localização de pontos no plano cartesiano
2º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Expressões algébricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equivalências e transformações • Produtos notáveis • Fatoração algébrica 	4º Bimestre	<p>Geometria</p> <p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Teorema de Tales • Teorema de Pitágoras • Área de polígonos • Volume do prisma

Fonte: Adaptado de São Paulo (2011, p.61 – 62).

Quadro 4: Conteúdos da(o) 8ªsérie/9º ano do Ensino Fundamental.

1º Bimestre	<p>Números</p> <p>Números reais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos numéricos • Números irracionais • Potenciação e radiciação em R • Notação científica 	3º Bimestre	<p>Geometria/Relações</p> <p>Proporcionalidade na Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • O conceito de semelhança • Semelhança de triângulos • Razões trigonométricas
2º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equações de 2º grau: resolução e problemas <p>Funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noções básicas sobre função • A ideia de variação • Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e de 2º graus 	4º Bimestre	<p>Geometria/Números</p> <p>Corpos redondos</p> <ul style="list-style-type: none"> • O número π; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo • Volume e área do cilindro <p>Probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemas de contagem e introdução à probabilidade

Fonte: São Paulo (2011, p.63 – 64).

Quadro 5: Conteúdos do 1º ano do Ensino Médio.

1º Bimestre	<p>Números</p> <p>Números e sequências</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos numéricos • Regularidades numéricas: sequências • Progressões aritméticas e progressões geométricas 	3º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Funções exponencial e logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Crescimento exponencial • Função exponencial: equações e inequações • Logaritmos: definição e propriedades • Função logarítmica: equações e inequações
2º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relação entre duas grandezas • Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado • Função de 1º grau • Função de 2º grau 	4º Bimestre	<p>Geometria/Relações</p> <p>Geometria-Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Razões trigonométricas nos triângulos retângulos • Polígonos regulares: inscrição, circunscrição e pavimentação de superfícies • Resolução de triângulos não retângulos: Lei dos Senos e Lei dos Cossenos

Fonte: São Paulo (2011, p.65 – 66).

Quadro 6: Conteúdos do 2º ano do Ensino Médio.

1º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fenômenos periódicos • Funções trigonométricas • Equações e inequações • Adição de arcos 	3º Bimestre	<p>Números</p> <p>Análise combinatória e probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Princípios multiplicativo e aditivo • Probabilidade simples • Arranjos, combinações e permutações • Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos • Probabilidade condicional • Distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o binômio de Newton
2º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Matrizes, determinantes e sistemas lineares</p> <ul style="list-style-type: none"> • Matrizes: significado como tabelas, características e operações • A noção de determinante de uma matriz quadrada • Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento 	4º Bimestre	<p>Geometria</p> <p>Geometria métrica espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elementos de geometria de posição • Poliedros, prismas e pirâmides • Cilindros, cones e esferas

Fonte: São Paulo (2011, p.67 – 68).

Quadro 7: Conteúdos do 3º ano do Ensino Médio.


1º Bimestre	<p>Geometria/Relações</p> <p>Geometria analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pontos: distância, ponto médio e alinhamento de três pontos • Reta: equação e estudo dos coeficientes; problemas lineares • Ponto e reta: distância • Circunferência: equação • Reta e circunferência: posições relativas • Cônicas: noções, equações, aplicações 	3º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Estudo das funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qualidades das funções • Gráficos: funções trigonométricas, exponencial, logarítmica e polinomiais • Gráficos: análise de sinal, crescimento e taxa de variação • Composição: translações e reflexões • Inversão
2º Bimestre	<p>Números</p> <p>Equações algébricas e números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equações polinomiais • Números complexos: operações e representação geométrica • Teorema sobre as raízes de uma equação polinomial • Relações de Girard 	4º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gráficos estatísticos: cálculo e interpretação de índices estatísticos • Medidas de tendência central: média, mediana e moda • Medidas de dispersão: desvio médio e desvio padrão • Elementos de amostragem

Fonte: São Paulo (2011, p.69 – 70).

Essa proposta conferiu à Matemática uma dupla função no currículo, afirmando que ela é necessária em atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade e que ela desenvolve o raciocínio lógico. Apesar disso, nota-se a ausência da palavra “lógica” neste quadro de conteúdos que é apresentado ao final do caderno intitulado “Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias”.

Ao pesquisar conteúdos de lógica nos Cadernos do Aluno de Matemática, conseguimos encontrar menção apenas na “Situação de Aprendizagem 1: Conjuntos e Números” no volume 1 do 9º ano:

Figura 2: Exemplo de texto trabalhado em sala de aula.




Leitura e Análise de Texto

Conjuntos e diagramas

Os diagramas podem ser usados para representar os conjuntos e suas relações. Atribui-se ao famoso matemático suíço Leonhard Euler a ideia de se usar diagramas para representar relações lógicas. O diagrama de Euler nada mais é do que uma região delimitada do plano, simbolizada por uma figura curva fechada, que representa um conjunto. Um conjunto é formado por elementos que possuem uma determinada propriedade. Vejamos um exemplo:


O conjunto das aves inclui animais que possuem determinadas características. Uma delas é possuir asas. O beija-flor, o tucano e a águia são aves, ou seja, são animais que possuem asas. O cavalo, por sua vez, não pertence ao conjunto das aves, pois não possui asas. O diagrama a seguir representa essa situação.



The diagram consists of an oval labeled 'Ave' at the top right. Inside the oval, there are three bullet points: '• Beija-flor', '• Tucano', and '• Águia'. To the right of the oval, outside it, is another bullet point: '• Cavalo'.

Fonte: São Paulo (2014, p.4).

Figura 3: Exemplo de texto trabalhado em sala de aula.

 **Leitura e Análise de Texto**


Diagramas e lógica

Os diagramas de Euler passaram a ser amplamente utilizados para representar conjuntos devido à sua facilidade de compreensão visual. Contudo, ficaram mais conhecidos como “Diagramas de Venn”, devido à semelhança com o tipo de diagrama criado pelo filósofo britânico John Venn. Os diagramas também podem ser usados para representar argumentações lógicas. Por exemplo:

- Todos os mineiros são brasileiros.

Pedro é mineiro.
Logo, Pedro é brasileiro.

Essa estrutura de argumentação lógica é denominada **silogismo**, e é composta de três proposições: duas premissas e uma conclusão.



Fonte: São Paulo (2014, p.9).

Os textos dessa seção são acompanhados de exercícios de fixação:

Figura 4: Exemplo de exercício após o texto.

Matemática - 8ª série/9ª ano - Volume 1

 **VOCÊ APRENDEU?** 

2. A partir do que você leu no texto apresentado na seção *Leitura e Análise de Texto*, represente, por meio de diagramas, as seguintes situações:

a) **Conjunto:** Paulistanos

Elementos: André, Luiz e Renata nasceram na cidade de São Paulo. Júlio nasceu em Ribeirão Preto.

Fonte: São Paulo (2014, p.5).

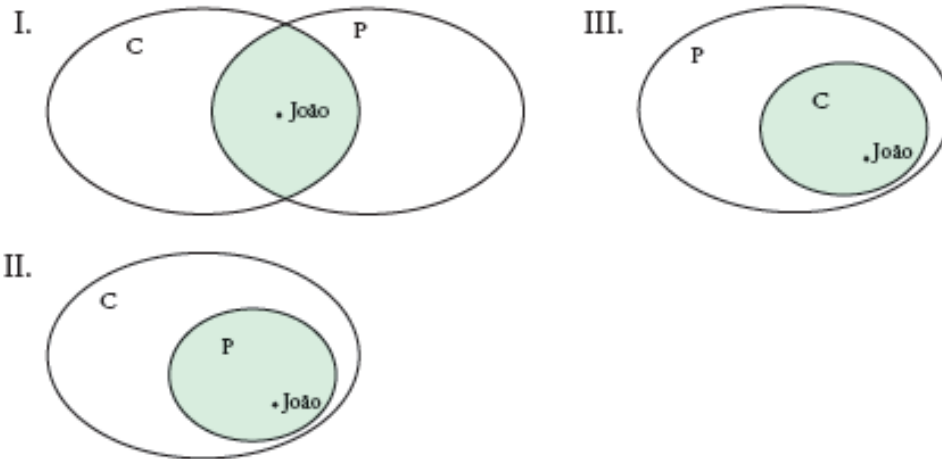
Figura 5: Exemplo de exercício após o texto

5. Nas figuras seguintes, assinale o diagrama que melhor representa os argumentos dados.

a) Todas as pessoas nascidas em Curitiba (C) são paranaenses (P).

João nasceu em Curitiba.

Logo, João é paranaense.



Fonte: São Paulo (2014, p.9).

Recentemente este material começou a entrar em desuso devido a implementação do “Currículo Paulista” (2018), de acordo com a promulgação da BNCC do Ensino Fundamental (Resolução CNE/CP Nº 2, de 22 de dezembro de 2017). Dessa forma, este momento de transição permite repensar a ênfase dada a determinados conteúdos e ausência de outros.

Segundo o Prof. Dr. Dave Barker-Plummer, pesquisador do Centro de Estudos de Linguagem e Informação da Universidade de Stanford, o ensino da lógica não precisa ser um assunto abordado somente no nível universitário, os adolescentes de hoje estão provavelmente mais aptos que os de gerações anteriores: “... por causa da Era do Computador, os estudantes já têm sido mais expostos ao tipo de pensamento de que você precisa para entender um curso de lógica.” (MORENO, 2014, n.p.).

Este ponto de vista, é defendido também em outras pesquisas nem tão recentes:

Trata-se de um tema com amplas conotações interdisciplinares e que se torna mais rico na medida que for possível perceber o quanto a lógica permeia as conversas informais entre amigos, a leitura de jornais ou revistas e as diversas disciplinas do currículo – não é um instrumento só da Matemática. O objetivo principal de um certo domínio da lógica é o do desenvolvimento da capacidade de usar e entender um discurso correto, identificando construções falaciosas, ou seja, incorretas, mas com a aparência de correção lógica. Desenvolver no aluno a capacidade de argumentar e compreender

argumentos, bem como a capacidade de criticar argumentações ou textos. (DRUCK, 1998, p.10)

No desenvolvimento do raciocínio lógico, a Língua Materna funciona, indubitavelmente, como a fonte primária, com uma importância no ensino básico que transcende em muito a da própria Matemática. Assim, a adesão ao *slogan* “A Matemática desenvolve o raciocínio”, com todas as conotações que lhe são peculiares, deveria exigir bem mais cautela do que costumeiramente exige. (MACHADO, 1993, p.82)

Para Bianchi (2007, p.194) a Lógica deveria “... ser a bússola orientadora do pensamento de educandos e educadores...”. Dessa forma, sugere a abordagem como tema transdisciplinar promotor do raciocínio formal e argumentação, não só na Matemática, mas também nos demais componentes curriculares. Para tal, é necessário expandir as competências argumentativas, desenvolver habilidades de raciocínio, esclarecer conceitos, analisar significados e ampliar atitudes de questionamento do aluno. Portanto, deveria ser incumbência do docente:

1. Entender o que as crianças estão tentando dizer, reconhecendo os padrões lógicos dos discursos e percebendo seus interesses;
2. Dirigir discussões de modo a atingir o consenso, se possível;
3. Incentivar o aluno a pensar por si mesmo;
4. Desenvolver no aluno a percepção da coerência de um texto, sua validade ou não validade, detectando eventuais falácias ou paradoxos;
5. Desenvolver a compreensão de argumentos e teorias quaisquer, reconhecendo-lhes a validade;
6. Ensinar a distinguir se determinada teoria ou proposição é ou não consistente com outras verdades. (BIANCHI, 2007, p.84)

2.3 Metodologia de pesquisa

Para resolver problemas de lógica o aluno basicamente precisa saber como resolver problemas, ter conhecimento anterior para distinguir afirmações verdadeiras ou falsas e formular conclusões a partir destas observações.

Assim, a metodologia aplicada nesta pesquisa será a “Resolução de Problemas” de George Polya (1887 - 1985) combinada com a “Teoria da Assimilação” de David Ausubel (1918 - 2008). Inicialmente pensamos que tal combinação é possível, pois a aprendizagem de Matemática por meio da resolução de problemas é um método de ensino em que aluno é o protagonista que constrói conhecimento matemático durante a resolução e que para fazer isto, utilizará o conhecimento prévio em uma interação evolutiva que levará ao surgimento de novas estruturas cognitivas.

Segundo Polya (1995), o professor de Matemática tem ampla oportunidade de inculcar o gosto pelo raciocínio, quando desperta a curiosidade dos alunos, oferecendo-lhes problemas compatíveis com os seus conhecimentos e ajudando-os por meio de perguntas instigantes, ao invés de ocupar o tempo da aula com operações rotineiras, destruindo o interesse e impedindo o desenvolvimento intelectual dos alunos.

A resolução de problemas nos moldes de George Polya abrange quatro etapas:

Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (POLYA, 1995, p.3-4)

De acordo com Moreira e Masini (1982, p.95), aprendizagem significativa é o conceito fundamental da teoria da Assimilação de Ausubel, assim definido: "... a nova informação é ligada a aspectos relevantes preexistentes da estrutura cognitiva (aquilo que o aprendiz já sabe), e tanto a nova informação como esses aspectos são modificados no processo.", e para que isto ocorra deve haver "... uma predisposição para aprender de parte de quem aprende".

A solução de problemas é citada dentro da teoria ausubeliana como exemplo de uso cognitivo de conceitos em casos simples na aprendizagem significativa por descoberta e também em tipos mais complexos, em que conceitos e proposições (ideias-âncoras) são estendidos, elaborados ou reorganizados na estrutura cognitiva. De acordo com Moreira e Masini (1982), há uma sobreposição entre aquisição e uso de conceitos e a solução de problemas.

Nessa abordagem, fica nítido que os subsunçores¹⁰ cumprem papel fundamental na resolução de problemas, principalmente se considerarmos que a busca de solução abrange uma readaptação residual do conhecimento prévio frente às demandas do novo problema. Assim, resolver um problema pode ser entendido como forma de promoção da aprendizagem significativa, pois deriva de ações de esclarecimento progressivo sobre relações de meio-e-fim baseadas na formulação, comprovação e rejeição de hipóteses alternativas.

¹⁰ Conceitos relevantes na estrutura cognitiva preexistente.

Outro conceito importante definido por Ausubel foi o de aprendizagem mecânica: "... a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma associação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva." (MOREIRA, MASINI, 1982, p.9). Essa deve ser entendida não em uma relação de dicotomia com a aprendizagem significativa, mas sim um "continuum". Dessa forma, ao procurar evidências da aprendizagem significativa, todo cuidado é necessário:

Ausubel argumenta que uma longa experiência em fazer exames faz com que os estudantes se habituem em memorizar não só proposições e fórmulas, mas também causas, exemplos, explicações e maneiras de resolver 'problemas típicos'. Propõe, então, que, ao se procurar evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a 'simulação da aprendizagem significativa' é utilizar questões e problemas que sejam novos e não-familiares e requeira máxima transformação do conhecimento existente. Testes de compreensão, por exemplo, devem, no mínimo, ser fraseados de maneira diferente e apresentados em um contexto de alguma forma diverso daquele originalmente encontrado no material instrucional" (MOREIRA, MASINI, 1982, p. 15).

3 DESENVOLVIMENTO

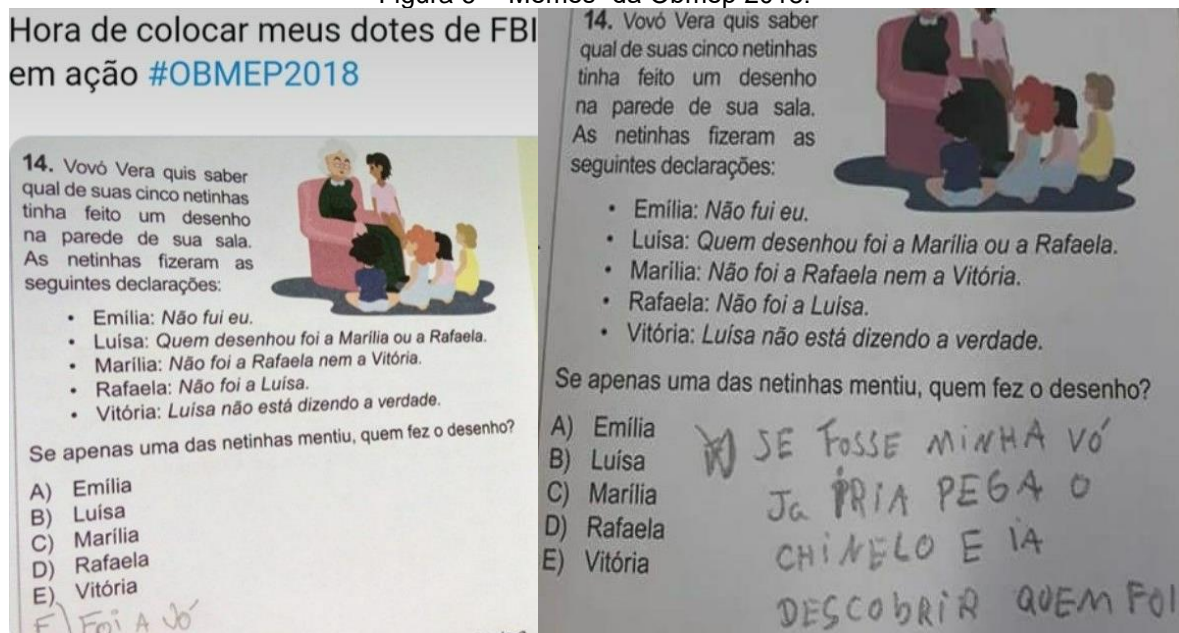
3.1 Público Alvo

As turmas escolhidas para o desenvolvimento do projeto foram os oitavos anos A e B, com respectivamente 31 e 28 alunos matriculados; estes vivenciaram a utilização dos antigos “Cadernos do Aluno” até o 7º ano em 2018 e, em 2019 vivenciaram a fase de transição para o novo currículo de acordo com a BNCC.

3.2 A visão dos alunos sobre as questões de lógica da OBMEP

Anualmente logo após a aplicação da prova da primeira fase da OBMEP surgem dentro da sala de aula e nas redes sociais “memes”, piadas e comentários depreciativos por parte dos adolescentes que não dominam a habilidade de resolver as questões de lógica desta prova, como por exemplo:

Figura 6 - “Memes” da Obmep 2018.



Fonte: <https://www.facebook.com/ObmepDaDepressao/>

Assim, para evitar a recusa ou ridicularização das questões propostas, optou-se por omitir a fonte de onde foram extraídas tanto das questões das avaliações quanto das aulas propostas.

3.3 Avaliação Diagnóstica

Foram aplicadas quatro questões dissertativas retiradas da 1ª fase da OBMEP (múltipla escolha) do nível 2 (8º e 9º ano) de anos anteriores, em aulas duplas nos dias 27 e 28 de agosto de 2019. Estavam presentes respectivamente 29 alunos no 8º ano A e 23 alunos no 8º ano B. Houve colaboração plena dos 52 alunos, que resolveram a avaliação diagnóstica com seriedade. Mas um aluno em especial fez o seguinte questionamento: “Dona, é de Matemática isto daqui?”. Tal prova foi elaborada como exposto abaixo:

ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR ADUAR KEMELL DIBO

Nome: _____ nº _____ 8ºano _____

Avaliação Diagnóstica

Data: ___ / ___ / _____

1) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

(espaço restante da página 1 para resolução)

2) Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria. Ela perguntou:

- Que dia da semana é hoje?
- Hoje é quinta, disse João.
- É sexta, respondeu Maria.

Depois perguntou:

- Que dia da semana será amanhã?
- Segunda, falou João.

– Amanhã será domingo, disse Maria.

Finalmente ela perguntou:

– Que dia da semana foi ontem?

– Terça, respondeu João.

– Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

(espaço restante da página 2 para resolução)

3) Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.

- Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”
- Eduardo diz: “O culpado é uma menina.”
- Por fim, Daniela diz: “Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.”

Quem comeu os biscoitos?

(espaço restante da página 3 para resolução)

4) Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
- Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

(espaço restante da página 4 para resolução)

Apenas 7 alunos (13,5%) acertaram a primeira questão, na segunda questão 24 alunos (46,1%) acertaram, na terceira questão observamos 8 acertos (15,4%) e na última apenas 4 acertos (7,7%). Em média, observamos apenas 20,7% de acerto por questão.

Ao observar o número de acertos por aluno, temos uma noção mais clara da dificuldade ou falta de habilidade em resolver questões deste tipo. Nenhum aluno acertou as quatro questões, apenas um aluno (1,9%) acertou três questões, dez

alunos (19,2%) conseguiram acertar somente duas questões, vinte alunos (38,5%) acertaram apenas uma questão e o restante dos alunos (40,4%) não acertaram nenhuma das questões.

3.3.1 Análise da 1ª questão da avaliação diagnóstica

Figura 7 - Gabarito da 1ª questão da avaliação diagnóstica.



Solução da prova da 1ª fase
OBMEP 2010 – Nível 2

QUESTÃO 18 ALTERNATIVA D

Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

	é	diz que	logo
1	Adriano um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	Bruno uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	Carlos uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	Daniel um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

	é	diz que	logo
1	Adriano uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	Bruno um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	Carlos um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	Daniel um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

e vemos que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.

Fonte: www.obmep.org.br

A maioria dos alunos procurou responder à questão utilizando o formato exclusivo de texto. Dentre aqueles que acertaram (7 alunos), ao comparar com o gabarito oficial, percebemos que eles apresentaram como justificativa apenas a parte final da solução em que se considera que:

Figura 8 - Resolução padrão de quem acertou a 1ª questão da avaliação diagnóstica.

3 dos 4 amigos são tamanduás

Adriano diz que Bruno é uma preguiça, ele mente, dependendo que Bruno está dizendo a verdade (é um tamanduá), Carlos também está dizendo a verdade (tamanduá). Ele diz que Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais, um está dizendo a verdade e o outro mentindo. Daniel diz que Adriano é uma preguiça; se ele estiver certo, Adriano está mentindo, então ele realmente é uma preguiça e Daniel é um tamanduá

Fonte: Arquivo da autora.

Já em relação aos alunos que erraram, cinco alunos desenvolveram raciocínio semelhante na justificativa, mas falharam na conclusão final que levou a conclusão de apenas dois tamanduás:

Figura 9 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.

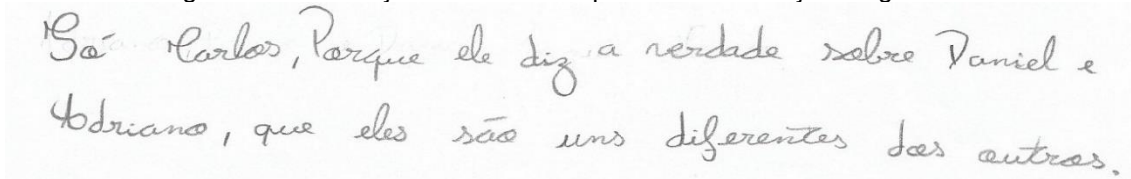
Se Carlos diz que Daniel e Adriano são de diferentes tipos de animais "E CARLOS É UM TAMANDUÁ" que não mente" Se Adriano é uma preguiça então Daniel será Tamanduá

R: Dois são.

Fonte: Arquivo da autora.

Um outro grupo de sete alunos conseguiu deduzir que "Carlos é um tamanduá, portanto fala a verdade", mas falharam em relação as consequências desta afirmação e chegaram em conclusões erradas:

Figura 10 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.

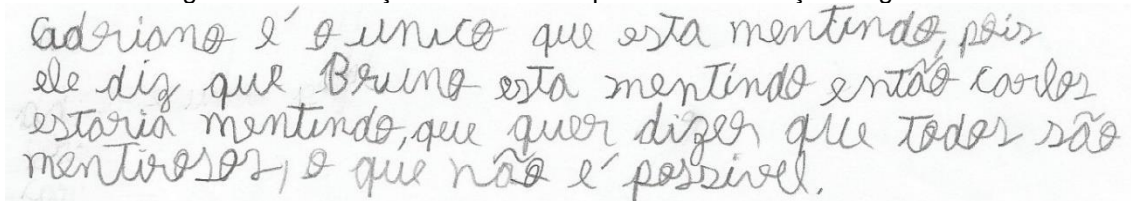


São Carlos, Porque ele diz a verdade sobre Daniel e Adriano, que eles são uns diferentes das outras.

Fonte: Arquivo da autora.

Destacou-se também no grupo das respostas erradas a seguinte solução, na qual infelizmente o aluno não escreveu a conclusão completa de sua argumentação:

Figura 11 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.

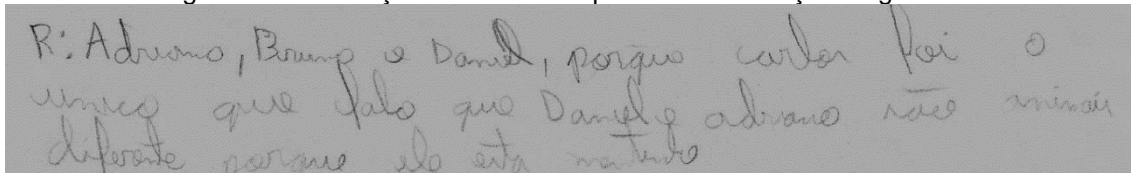


Adriano é o único que está mentindo, pois ele diz que Bruno está mentindo então Carlos estaria mentindo, que quer dizer que todos são mentirosos, o que não é possível.

Fonte: Arquivo da autora.

Há ainda um grupo de oito alunos que procurou justificar a resposta, porém sua argumentação não faz muito sentido e aponta que o “Adriano é um tamanduá”:

Figura 12 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação diagnóstica.



R: Adriano, Bruno e Daniel, porque Carlos foi o único que falou que Daniel e Adriano são animais diferente porque ele está mentindo.

Fonte: Arquivo da autora.

Por fim, entre as respostas erradas ainda temos: onze alunos que responderam quantidade e nome(s) sem justificativa, cinco alunos responderam apenas o(s) nome(s), sete alunos escreveram apenas um número e um aluno deixou a questão em branco.

3.3.2 Análise da 2ª questão da avaliação diagnóstica

Figura 13 - Gabarito da 2ª questão da avaliação diagnóstica.



Somando novos talentos para o Brasil

QUESTÃO 8 ALTERNATIVA D

Solução da prova da 1ª Fase
OBMEP 2016 – Nível 2

A tabela abaixo indica o que João e Maria dizem a respeito do dia da brincadeira (hoje, no diálogo) em cada pergunta:

Pergunta	João	Maria
Primeira	quinta	sexta
Segunda	domingo	sábado
Terceira	quarta	quinta

Como, pelo enunciado, João e Maria deram a resposta correta exatamente uma vez, concluímos que a brincadeira aconteceu em uma quinta-feira.

Outra solução: Observamos que a resposta correta de João foi para a primeira pergunta “Que dia da semana é hoje?”. As outras duas respostas de João não podem ser verdadeiras, pois implicariam que todas as respostas de Maria estariam erradas. De fato, se a resposta correta de João fosse para a pergunta “Que dia da semana será amanhã?”, ou seja, se o dia seguinte fosse uma segunda-feira, a conversa teria ocorrido em um domingo e o dia anterior seria um sábado, confirmando que as três respostas de Maria estariam erradas. Conclusão análoga é encontrada se a resposta correta de João fosse para a pergunta “Que dia da semana foi ontem?”. Portanto, a conversa ocorreu em uma quinta-feira.

Fonte: www.obmep.org.br

Nesta questão também a maioria respondeu utilizando o formato de texto. Entre os que acertaram, temos nove alunos que apenas escreveram o dia sem nenhuma justificativa, duas alunas utilizaram tabelas para justificar a resposta:

Figura 14 - Resolução correta com tabelas apresentadas na 2ª questão da avaliação diagnóstica.

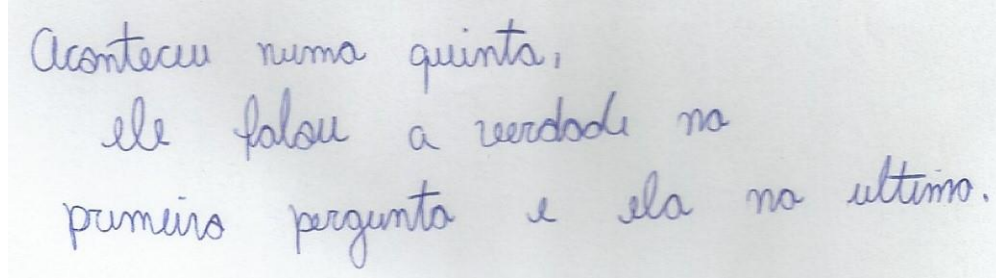
Pergunta	João	Maria
1	✓	~
2	~	~
3	~	✓

	Maria	João
hoje	sexta	quinta
amanhã	domingo	segunda
ontem	quarta	terça

Fonte: Arquivo da autora.

Os demais (13 alunos) que acertaram apresentaram como justificativa o seguinte raciocínio:

Figura 15 - Resolução padrão de quem acertou a 2ª questão da avaliação diagnóstica.

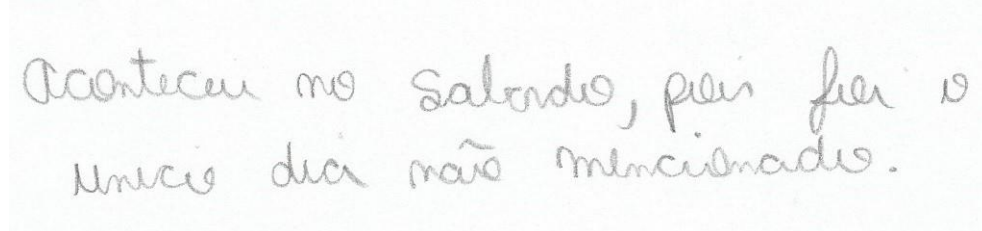


Aconteceu numa quinta,
ele falsou a verdade na
primeira pergunta e ela no ultimo.

Fonte: Arquivo da autora.

Em relação aos que erraram, temos que a maioria (19 alunos) apontaram como resposta “sábado” por critério de eliminação:

Figura 16 - Resolução padrão de quem errou a 2ª questão da avaliação diagnóstica.



Aconteceu no sábado, pois foi o
unico dia não mencionado.

Fonte: Arquivo da autora.

Há um pequeno grupo, de quatro alunos, que acredita que a resposta correta seja “sexta-feira” simplesmente porque alguém disse no enunciado:

Figura 17 - Resolução errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.

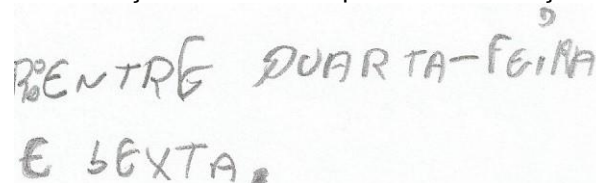


Eu acho que foi na sexta porque a maria
fala assim hoje e sexta

Fonte: Arquivo da autora.

Nas respostas erradas destaca-se ainda, um aluno que resolveu o problema mas falhou no raciocínio dos dias da semana:

Figura 18 - Resolução errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.

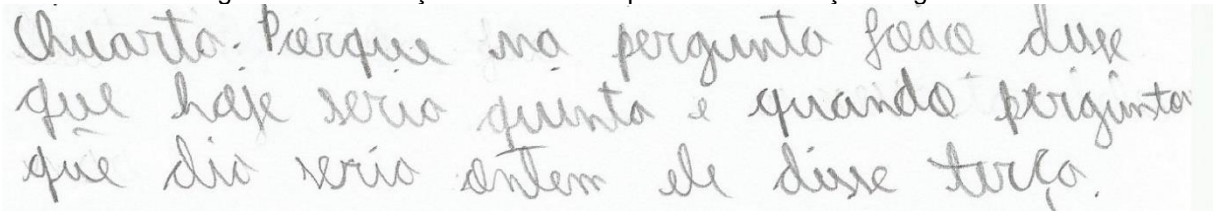


Entre quarta-feira
e sexta.

Fonte: Arquivo da autora.

No grupo das resoluções erradas, mas que apresentam alguma conexão com o enunciado temos um aluno que respondeu “segunda-feira” sem nenhuma justificativa e outro que respondeu “quarta-feira” com a seguinte argumentação falha:

Figura 19 - Resolução errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.



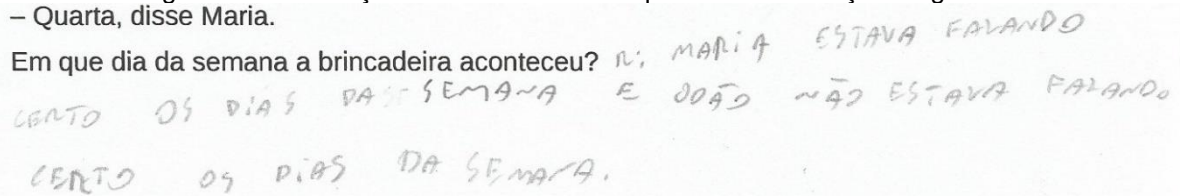
Quarta. Porque na pergunta fosse disse que hoje seria quinta e quando perguntar que dia seria ontem ele disse terça.

Fonte: Arquivo da autora.

Por fim, temos ainda dois alunos que não conseguiram simplesmente apontar um dia da semana e argumentam que “João ou Maria não responderam corretamente”:

Figura 20 - Resolução muito errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.

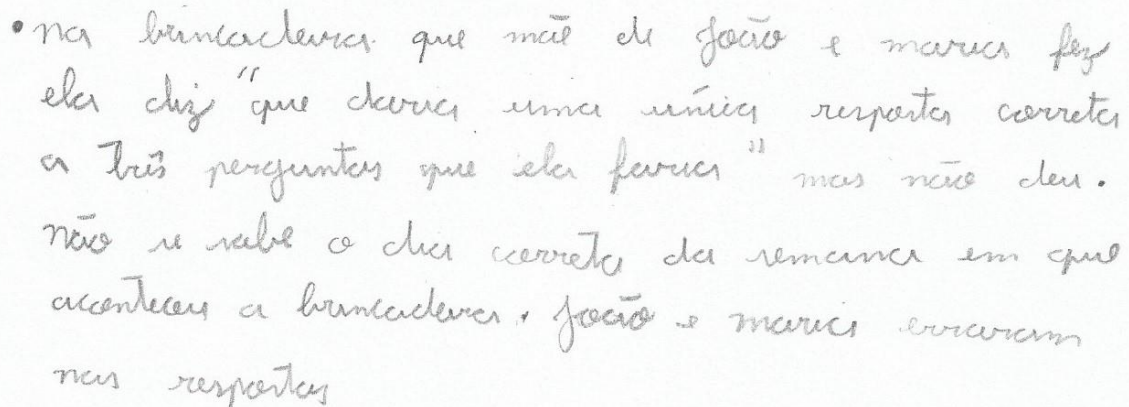
– Quarta, disse Maria.



Em que dia da semana a brincadeira aconteceu? R: MARIA ESTAVA FALANDO CERTO OS DIAS DA SEMANA E JOÃO NÃO ESTAVA FALANDO CERTO OS DIAS DA SEMANA.

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 21 - Resolução muito errada da 2ª questão da avaliação diagnóstica.



na brincadeira que mãe de João e Maria fez ela diz que deveria uma única resposta correta as três perguntas que ela fez mas não deu. não se sabe o dia certo da semana em que aconteceu a brincadeira, João e Maria erraram nas respostas.

Fonte: Arquivo da autora.

3.3.3 Análise da 3ª questão da avaliação diagnóstica

Figura 22 - Gabarito da 3ª questão da avaliação diagnóstica.



Solução da prova da 1ª fase
OBMEP 2011 – Nível 2

QUESTÃO 14 ALTERNATIVA E

Primeiro notamos que a afirmativa de Daniela é verdadeira, pois há apenas um culpado; logo a culpada não é Daniela. Se Bruno mentiu, então ele é culpado e Eduardo diz a verdade. Mas Eduardo disse que a culpada é uma menina, logo ele também estaria mentindo, o que não satisfaz o enunciado. Então Bruno diz a verdade e, portanto, Eduardo é o culpado.

Fonte: www.obmep.org.br

A resposta que mais se assemelha ao gabarito foi a seguinte:

Figura 23 - Melhor resolução correta da questão 3 da avaliação diagnóstica.

Fonte: Arquivo da autora.

Três alunos apenas indicaram o nome correto sem escrever a justificativa e outro grupo de quatro alunos também apontou o Eduardo como culpado, porém a justificativa se resume ao fato dele ter acusado uma menina:

Figura 24: Resolução padrão de quem acertou a questão 3 da avaliação diagnóstica.

Fonte: Arquivo da autora.

A maioria dos alunos não conseguiu identificar que a afirmativa de Daniela era verdadeira. Inclusive para 17 alunos a Daniela é culpada:

Figura 25: Resolução padrão de quem errou a questão 3 da avaliação diagnóstica.

Eu acho que Daniella é a culpada, pois ela quis tirar a "barra" de Cecília, para parecer inocente, e além disso ela é culpada por duas pessoas

Fonte: Arquivo da autora.

Há um grupo considerável de onze alunos que entendeu a afirmação de Daniela como sendo: "Bruno é culpado então Cecília é inocente". Dessa forma, ignoraram a condicional e apontaram o Bruno como culpado:

Figura 26 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.

Rº Bruno comeu os Biscoitos ja que a culpada sempre mente e os inocentes sempre dizem a verdade

Fonte: Arquivo da autora.

Ainda nesta categoria de respostas erradas, temos oito alunos que pensaram por eliminação e apontaram a Ana como culpada:

Figura 27 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.

Ana, Porque em nenhum momento ela disse algo se ela era inocente, ou se os outros que estavam com ela eram culpados, mas em momento nenhum a ana trocou uma palavra sobre nada que tinha acontecido.

Fonte: Arquivo da autora.

Da mesma forma, um outro grupo de cinco alunos apontou a Cecília como culpada:

Figura 28 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.

Cecília Pois Ela NÃO DIZ NADA

Fonte: Arquivo da autora.

Por fim, um aluno apontou que seriam uma das duas culpadas, Ana ou Cecília. Outro aluno pensou de modo contrário, disse que todos são culpados menos a Ana e a Cecília. Mas a mais absurda de todas as respostas erradas foi:

Figura 29 - Resolução incorreta da questão 3 da avaliação diagnóstica.

Por fim todas comeram o biscoito, porque não teve nenhum inocente que se envenenou

Fonte: Arquivo da autora.

3.3.4 Análise da 4ª questão da avaliação diagnóstica

Figura 30 - Gabarito da 4ª questão da avaliação diagnóstica.



Solução da prova da 1ª fase
OBMEP 2008 – Nível 2

QUESTÃO 18 (ALTERNATIVA A)

Cada uma das três pessoas, em princípio, pode beber água ou suco, logo há $2 \times 2 \times 2 = 8$ possibilidades para considerar, conforme a tabela.

	Ari	Bruna	Carlos
1	água	água	água
2	suco	água	água
3	água	suco	água
4	suco	suco	água
5	água	água	suco
6	suco	água	suco
7	água	suco	suco
8	suco	suco	suco

Devemos agora analisar as condições do problema para decidir qual das possibilidades é a correta. A primeira condição (*se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água*) elimina as possibilidades 3 e 8. A segunda condição (*se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco*) elimina a possibilidade 2. A terceira condição (*se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água*) elimina as possibilidades 4 e 6. Até o momento, restam as possibilidades 1, 5 e 7.

	Ari	Bruna	Carlos
1	água	água	água
5	água	água	suco
7	água	suco	suco

e como apenas um deles pede sempre a mesma bebida, chegamos a Ari, que sempre pede água.

Fonte: www.obmep.org.br

Apenas quatro alunos conseguiram apontar a resposta correta, porém falta argumentação na justificativa, conforme mostra o exemplo:

Figura 31 - Resolução característica de quem acertou a questão 4 da avaliação diagnóstica.

Resposta: foi ari porque todos disseram que ele pede água

Fonte: Arquivo da autora.

A maioria, 21 alunos, apontou a resposta incorreta “Carlos pede suco” e também com a mesma característica de falta de argumentação na justificativa. Dentre estas respostas erradas, destaca-se a tentativa de uma única aluna em elaborar uma tabela semelhante ao gabarito oficial:

Figura 32 - Resolução com tabela apresentada na 4ª questão da avaliação diagnóstica.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa? Carlos

Ari	Bruna	Carlos
Suco	Água	Suco
Água	Suco	Suco
Água	Água	Suco

Fonte: Arquivo da autora.

Ainda dentro do contexto da pergunta, foram obtidos os seguintes resultados:

- 10 alunos relacionaram uma pessoa com uma bebida;
- 6 alunos apenas indicaram um nome;
- 1 aluno indicou somente a bebida;
- 2 alunos deixaram em branco a questão;

Além disso, surgiram respostas absurdas:

- 7 alunos responderam que duas pessoas pediram a mesma bebida;
- 1 aluno escreveu que nenhuma pessoa pedia a mesma bebida;

3.4 Aulas Realizadas

A princípio foi preestabelecido que as aulas de Lógica aconteceriam sempre às terças-feiras no oitavo A e às quartas-feiras no oitavo B por motivos de melhor aproveitamento e disposição dos alunos, pois são as primeiras aulas de Matemática da semana e em horários que favorecem um melhor aprendizado, 3ª e 4ª aula no oitavo A e 1ª e 2ª aula no oitavo B.

Figura 33 - Calendário de desenvolvimento das atividades.



Fonte: Arquivo da autora.

Durante as aulas procurou-se destacar de forma explícita as quatro etapas da resolução de problemas (compreender – planejar – executar – revisar) formuladas por Polya (1995) e de forma implícita o conceito de aprendizagem significativa da teoria da Assimilação de Ausubel. Dessa forma, a professora assumiu a dupla função de observar e participar, realizou intervenções somente no momento em que o grupo chegou em uma conclusão errada ou se não conseguiu compreender o problema.

3.4.1 Primeiro dia

Nos dias 03 e 04 de setembro foi realizada a correção da avaliação diagnóstica em aulas duplas, estavam presentes respectivamente 23 alunos no oitavo A e 21 alunos no oitavo B. A aula foi organizada de modo expositivo com a cópia do enunciado na lousa, leitura das questões e resolução por meio de tabelas conforme o gabarito oficial da OBMEP. Ao final desta, os alunos receberam suas avaliações impressas corrigidas para dar significado aos erros.

3.4.2 Segundo dia

Foi realizado nos dias 10 e 11 de setembro, estavam presentes 23 e 22 alunos respectivamente no oitavo A e B, que foram organizados em grupos de 3 ou 2 alunos, parceiros de diferentes níveis de aprendizagem previamente selecionados pela professora. Cada aluno recebeu uma folha impressa com os seguintes problemas (extraídos do artigo “A Linguagem Lógica” de autoria de Iole de Freitas Druck):

Exercício 1: Uma Aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O Leão e o Unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O Leão mentia às segundas, terças e quartas-feiras, e falava a verdade nos outros dias da semana. O Unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias da semana.

Problema 1.

Um dia Alice encontrou o Leão e o Unicórnio descansando à sombra de uma árvore. Eles disseram:

Leão: Ontem foi um dos meus dias de mentir.

Unicórnio: Ontem foi um dos meus dias de mentir.

A partir dessas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era?

Problema 2.

Em outra ocasião Alice encontrou o Leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações:

- (1) Eu menti ontem.
- (2) Eu mentirei daqui a 3 dias.

Qual era o dia da semana?

Problema 3.

Em qual dia da semana é possível o Leão fazer as seguintes afirmações?

- (1) Eu menti ontem.
- (2) Eu mentirei amanhã.

Problema 4.

Em que dias da semana é possível o Leão fazer cada uma das seguintes afirmações:

- (a) Eu menti ontem e eu mentirei amanhã.
- (b) Eu menti ontem ou eu mentirei amanhã.
- (c) Se eu menti ontem, então mentirei de novo amanhã.
- (d) Menti ontem se e somente se mentirei amanhã.

A professora determinou que cada grupo seria responsável por resolver e apresentar uma questão para a sala. Como foram formados 8 grupos, em segundo momento após tentativas de resolução aqueles que tinham questões iguais se juntaram para revisar a resolução e planejar a apresentação.

De início foi necessário esclarecer a necessidade de todos resolverem todos os problemas, pois havia uma relação de dependência entre os problemas. Depois foi importante auxiliar os alunos com a montagem da tabela de verdade (V) ou mentira (M) de acordo com os dias da semana:

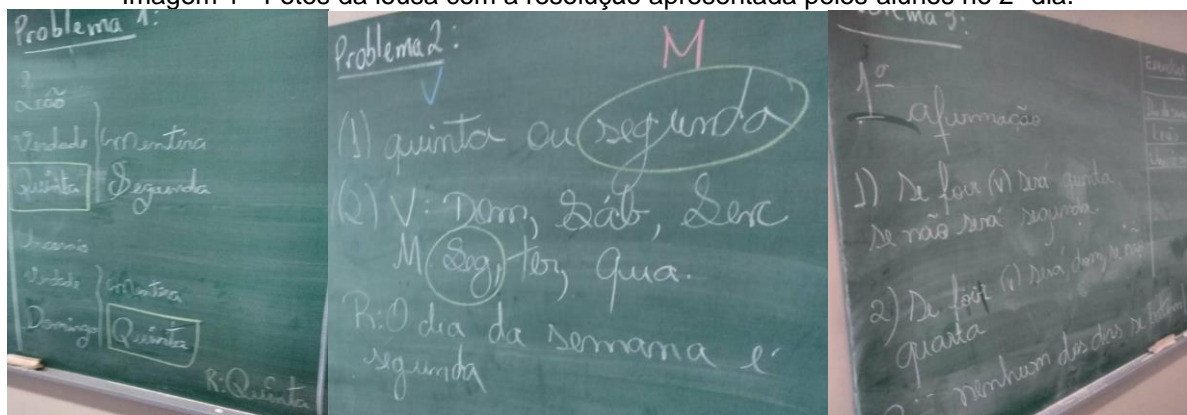
Figura 34 - Resolução com “tabela verdade ou mentira” de acordo com a na RPM, 17, p.12.

Dia da semana	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	SAB	DOM
Leão	M	M	M	V	V	V	V
Unicórnio							

Fonte: Arquivo da autora.

Feito isto, os alunos conseguiram resolver e apresentar os problemas 1, 2 e 3:

Imagem 1 - Fotos da lousa com a resolução apresentada pelos alunos no 2º dia.



Fonte: Arquivo da autora.

Já em relação ao problema 4, não se atingiu o êxito esperado. No oitavo A, os alunos conseguiram resolver os itens (a) e (b) referentes aos conectivos lógicos “e” e

“ou” respectivamente. Mas os itens (c) e (d) referentes aos conectivos lógicos condicionais “se, então” e “se e somente se” não foram resolvidos em nenhuma das duas salas, o que exigiu que a professora apresentasse a resolução comentada na lousa.

3.4.3 Terceiro dia

Aconteceu nos dias 17 e 18 de setembro, estavam presentes 24 e 23 alunos respectivamente no oitavo A e B, que foram organizados em grupos de 3 ou 2 alunos, de acordo com a preferência deles. Cada aluno recebeu uma folha impressa com os seguintes problemas:

1) O grupo formado por Antônio, Bruna, Carlos, Daniela e Elias entregou um trabalho copiado da Internet ao professor João, que descobriu que o trabalho fora copiado da Internet e convocou os alunos para uma conversa. Nela, fica sabendo que quatro alunos ficaram responsáveis por redigir parte do trabalho, tendo o quinto assumido a responsabilidade de fazer a editoração final do trabalho. Em vez disso, esse aluno copiou o trabalho da Internet. Na conversa com João, Antônio disse que Bruna copiou o trabalho da Internet; Bruna disse que Carlos não copiou o trabalho da Internet; Carlos disse que Daniela não copiou o trabalho da Internet; Daniela disse que Elias copiou o trabalho da Internet; e Elias disse que quem copiou o trabalho da Internet foi Antônio. Sabendo-se que apenas o aluno que copiou o trabalho falou a verdade, quem copiou o trabalho da Internet?

2) Cinco aldeões foram trazidos à presença de um velho rei, acusados de haver roubado laranjas do pomar real. Abelim, o primeiro a falar, falou tão baixo que o rei que era um pouco surdo não ouviu o que ele disse. Os outros quatro acusados disseram:

Bebelim: Cebelim é inocente.

Cebelim: Dedelim é inocente.

Dedelim: Ebelim é culpado.

Ebelim: Abelim é culpado.

O mago Merlim, que vira o roubo das laranjas e ouvira as declarações dos cinco acusados disse então ao rei: Majestade, apenas um dos cinco acusados é culpado, e ele disse a verdade; os outros quatro são inocentes e todos os quatro mentiram. O velho rei que embora um pouco surdo era muito sábio, logo concluiu corretamente que o culpado era quem?

3) Cinco amigas, Ana, Bia, Cati, Dida e Elisa, são tias ou irmãs de Zilda. As tias de Zilda sempre contam a verdade e as irmãs de Zilda sempre mentem. Ana diz que Bia é tia de Zilda. Bia diz que Cati é irmã de Zilda. Cati diz que Dida é irmã de Zilda. Dida diz que Bia e Elisa têm diferentes graus de parentesco com Zilda, isto é: se uma é tia a outra é irmã. Elisa diz que Ana é tia de Zilda. Assim, o número de irmãs de Zilda neste conjunto de cinco é quanto?

4) Depois de um assalto a um banco, quatro testemunhas deram quatro diferentes descrições do assaltante segundo quatro características, a saber: estatura, cor dos olhos, tipo de cabelos e usar ou não bigode.

Testemunha 1: “Ele é alto, olhos verdes, cabelos crespos e usa bigode.”

Testemunha 2: “Ele é baixo, olhos azuis, cabelos crespos e usa bigode.”

Testemunha 3: “Ele é de estatura mediana, olhos castanhos, cabelos lisos e usa bigode.”

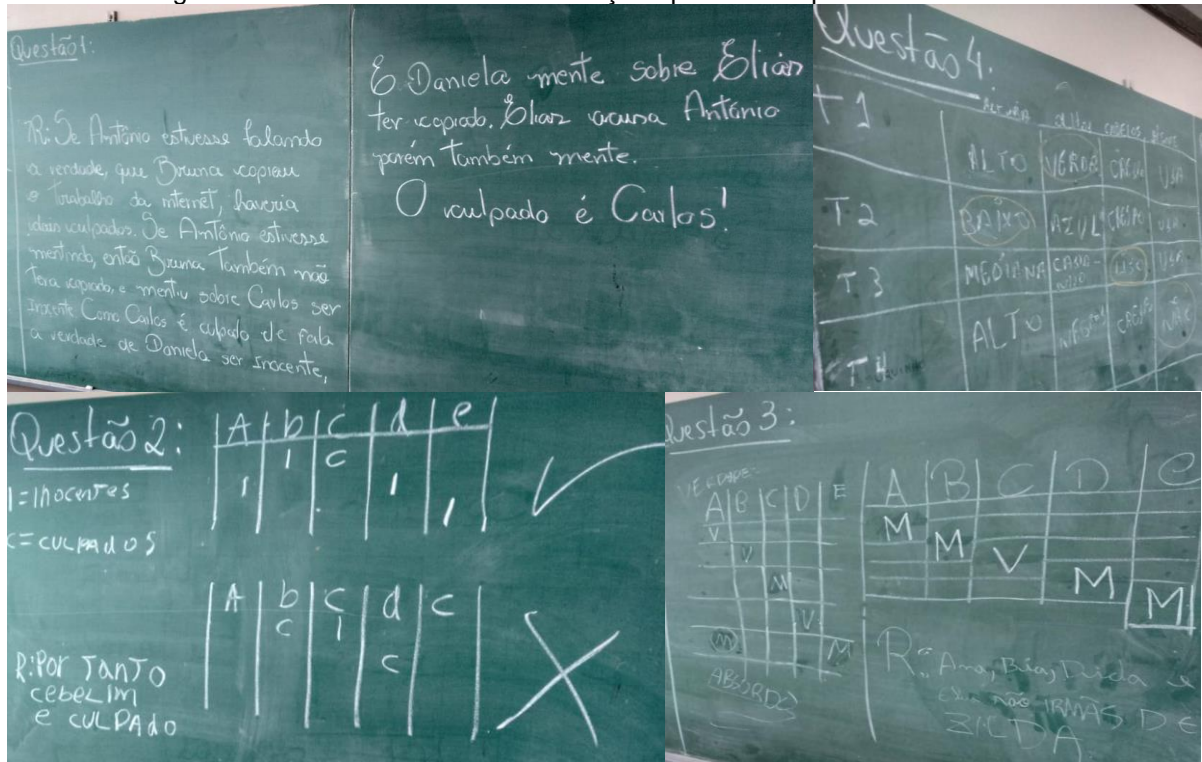
Testemunha 4: “Ele é alto, olhos negros, cabelos crespos e não usa bigode.”

Cada testemunha descreveu corretamente uma e apenas uma das características do assaltante, e cada característica foi corretamente descrita por uma das testemunhas. Assim, qual é a descrição do assaltante?

Semelhante ao que aconteceu na aula anterior, a professora determinou que cada grupo seria responsável por resolver e apresentar uma questão para a sala. Como foram formados 8 grupos, em segundo momento após tentativas de resolução aqueles que tinham questões iguais se juntaram para revisar a resolução e planejar a apresentação.

Nesta aula, os alunos das duas salas já demonstraram um pouco mais de familiaridade com a resolução dos problemas:

Imagem 2 - Fotos da lousa com a resolução apresentada pelos alunos no 3º dia.



Fonte: Arquivo da autora.

3.4.4 Quarto dia

Ocorreu nos dias 24 e 26 de setembro, estavam presentes 26 e 22 alunos respectivamente no oitavo A e B, que foram organizados em grupos de 4, 3 ou 2 alunos, agrupados aleatoriamente por meio de sorteio. Cada aluno recebeu uma folha impressa com os seguintes problemas:

1) Três amigas, Tânia, Janete e Angélica, estão sentadas lado a lado em um teatro. Tânia sempre fala a verdade; Janete às vezes fala a verdade; Angélica nunca fala a verdade. A que está sentada à esquerda diz: "Tânia é quem está sentada no meio". A que está sentada no meio diz: "Eu sou Janete". Finalmente, a que está sentada à direita diz: "Angélica é quem está sentada no meio". A que está sentada à esquerda, a que está sentada no meio e a que está sentada à direita são, respectivamente quem?

2) Auri tem três bolas de tamanhos diferentes, B1, B2 e B3, e pretende pintar cada uma delas com uma única das cores: preta, branca ou vermelha, não necessariamente nesta ordem. Considere as seguintes afirmações:

- (1) B1 é vermelha.
- (2) B2 não é vermelha.
- (3) B3 é preta.

De quantos modos Auri poderá fazer a pintura das bolas para que apenas uma das afirmações seja verdadeira?

3) Certo dia, três amigos fizeram, cada um deles, uma afirmação:

- Alúcio: - Hoje não é terça-feira.
Benedito: - Ontem foi domingo.
Camilo: - Amanhã será quarta-feira.

Sabe-se que um deles mentiu e que os outros dois falaram a verdade. Em que dia eles fizeram essas afirmações?

4) Em uma investigação de fraude administrativa, um detetive colheu evidências que o convenceram de que as seguintes afirmações são verdadeiras:

1. Se Epaminondas é culpado, então João é culpado.
2. Se Epaminondas é inocente, então João ou Ariovaldo são culpados.
3. Se Ariovaldo é inocente, então João é inocente.
4. Se Ariovaldo é culpado, então Epaminondas é culpado.

O que indicam as evidências do detetive?

A aula seguiu a mesma rotina estabelecida nos dias anteriores: tempo para pensar na resolução em grupo, depois aconteceu um novo agrupamento maior e a apresentação da resolução para os demais colegas. Finalmente, nota-se que nas resoluções todos os grupos procuraram organizar as informações por meio de tabelas:

Imagem 3 - Fotos da lousa com a resolução apresentada pelos alunos no 4º dia.

Questão 2: $\frac{3}{B1} \cdot \frac{2}{B2} \cdot \frac{1}{B3} = 6$ modos
 P = Preta
 V = Vermelha
 Br = Branca
 R: 3 possibilidades.

B1	B2	B3
P	Br	V
Br	V	P
V	P	Br
V	Br	P
P	V	Br
Br	P	V

Questão 3:

	Ontem	Hoje	Amanhã
A		NÃO É BRANCA	
B	DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA
C	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA

R: CAMILO MENTIU PORTANTO HOJE É SEGUNDA

Questão 4:

E	J	A
C	C	C

R: TODOS SÃO CULPADOS

Fonte: Arquivo da autora.

3.4.5 Quinto dia

Nos dias 08 e 09 de outubro foi realizada a correção da avaliação final, em aulas duplas, estavam presentes respectivamente 21 alunos nas duas salas. Assim como aconteceu na correção da avaliação diagnóstica, a aula foi organizada de modo expositivo com a cópia do enunciado na lousa, leitura das questões e resolução por meio de tabelas. Ao final desta, os alunos receberam suas avaliações impressas corrigidas para dar significado aos erros.

3.5 Avaliação Final

Aconteceu no dia 02 de outubro, estavam presentes 26 e 24 alunos respectivamente no oitavo A e B. Houve colaboração plena dos 50 alunos, que resolveram a avaliação final com seriedade. Tal prova foi elaborada como exposto abaixo:

ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR ADUAR KEMELL DIBO

Nome: _____ nº _____ 8ºano _____

Avaliação Final

Data: ____ / ____ / ____

1) Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “De quem são os celulares que tocaram?” Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Quem mentiu?

(espaço restante da página 1 para resolução)

2) Arthur, Bernardo, Conrado, Demétrio e Eusébio jogavam bola na calçada. Um deles chutou a bola com muita força e quebrou o vidro da janela da casa de Dona Maria, que saiu às pressas de casa e perguntou aos meninos quem quebrara o vidro de sua janela. Arthur disse que foi Bernardo; Bernardo disse que não foi ele quem quebrou o vidro; Conrado disse que Arthur mentiu; Demétrio disse que foi Eusébio; e Eusébio disse que foi Arthur. Sabendo-se que apenas um dos meninos falou a verdade, quem chutou a bola com força e quebrou o vidro da janela da casa de Dona Maria?

(espaço restante da página 2 para resolução)

3) Joãozinho mente nas terças-feiras, quintas-feiras e sábados e o resto dos dias fala a verdade. Um dia Pedrinho encontra com Joãozinho e têm o seguinte diálogo:

- Pedrinho pergunta: Que dia é hoje?
- Joãozinho responde: Sábado.
- Pedrinho pergunta: E que dia será amanhã?

- Joãozinho responde: Quarta-feira.

Que dia da semana o Pedrinho encontrou o Joãozinho?

(espaço restante da página 3 para resolução)

4) Se Ana diz a verdade, Beto também fala a verdade, caso contrário Beto pode dizer a verdade ou mentir. Se Cléo mentir, David dirá a verdade, caso contrário ele mentirá. Beto e Cléo dizem ambos a verdade ou ambos mentem. Ana, Beto, Cléo e David responderam, nessa ordem, se há ou não um cachorro em uma sala. Se há um cachorro nessa sala, quais são as possibilidades de resposta de Ana, Beto, Cléo e David, nessa ordem?

(Adote: S: há cachorro na sala; N: não há cachorro na sala)

(espaço restante da página 4 para resolução)

Os resultados obtidos foram os seguintes: 38 alunos (76%) acertaram a primeira questão, 21 alunos (42%) acertaram a segunda questão, na terceira questão observamos 18 acertos (36%) e na última apenas 1 acerto (2%). Em média, obtemos 39% de acerto por questão.

Ao analisar o número de acertos por aluno, temos uma noção mais ampla da habilidade em resolver questões deste tipo. Apenas um aluno acertou as quatro questões (2%), nove alunos (18%) acertaram três questões apenas, 17 alunos (34%) conseguiram acertar somente duas questões, 13 alunos (26%) acertaram apenas uma questão e dez alunos (20%) não acertaram nenhuma das questões.

3.5.1 Análise da 1ª questão da avaliação final

Figura 35 - Gabarito da 1ª questão da avaliação final.



Solução da prova da 1ª fase
OBMEP 2013 – Nível 2

QUESTÃO 17 ALTERNATIVA B

Na tabela abaixo mostramos como analisar as informações do enunciado. Na primeira linha, supomos que Bernardo disse a verdade; na segunda, que Guto disse a verdade e na terceira, que Carlos disse a verdade.

	Guto Não foi o meu	logo	Carlos Foi o meu	logo	Bernardo Não foi o de Guto	logo
1	mentiu	O celular de Guto tocou	mentiu	O celular de Carlos não tocou	disse a verdade	O celular de Guto não tocou
2	disse a verdade	O celular de Guto não tocou	mentiu	O celular de Carlos não tocou	mentiu	O celular de Guto tocou
3	mentiu	O celular de Guto tocou	disse a verdade	O celular de Carlos tocou	mentiu	O celular de Guto tocou

Nas duas primeiras linhas, chega-se à conclusão de que o celular de Guto tanto tocou quanto não tocou (em vermelho). Essa contradição mostra que o único caso possível é o da terceira linha, ou seja, Carlos disse a verdade e os celulares de Guto e Carlos tocaram.

Fonte: www.obmep.org.br

O número de alunos que procurou responder à questão utilizando o formato exclusivo de tabela foi superior ao de texto. Dentre aqueles que acertaram (38 alunos), ao comparar com o gabarito oficial, as respostas que mais se assemelham foram as seguintes:

Figura 36 - Resolução por meio de tabela na 1ª questão da avaliação final.

R: Guto e Bernardo mentiram
Carlos disse a verdade

G	C	B
V	M	mX
M	m	vX
m	V	me

Fonte: Arquivo da autora.

Figura 37 - Resolução por meio de texto na 1ª questão da avaliação final.

Não há lógica se dizer que Guto falou a verdade, pois Bernardo diz que é de Guto não tocou mas se Bernardo estiver mentindo então tocou. A mesma coisa é se Bernardo estiver falando a verdade.

R: Carlos diz a verdade, então Guto e Bernardo mentem.

Fonte: Arquivo da autora.

Já em relação aos alunos que erraram, dois alunos apontaram que “Carlos e Guto mentiram” e uma aluna escreveu que “Carlos e Bernardo mentiram”. É possível perceber erro de conclusão lógica nestes casos.

Tivemos também, três alunos que responderam que “Carlos mentiu” e três alunos que disseram que “Bernardo mentiu”. Neste caso, podemos deduzir que faltou atenção para o enunciado da questão pois estava escrito “um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram”.

Por fim, dois alunos entregaram a questão em branco e uma aluna escreveu uma resposta absurda:

Figura 38 - Resolução errada da 1ª questão da avaliação final.

BERNARDO	GUTO	CARLOS
mentiu	tocou	nao tocou
✓	M	...

Justificativo: Bernardo disse que ^{aluno} de Guto não tocou então Guto provavelmente mentiu Carlos e Guto não tocou e dele tenho tocado e nem um dos dois falou a verdade que ele havia mentido se falou a verdade Bernardo falou a verdade provavelmente de verdade Bernardo Guto não mentiu e nem falou a verdade Bernardo falou a verdade, Guto mentiu.

Fonte: Arquivo da autora.

3.5.2 Análise da 2ª questão da avaliação final

Figura 39 - Gabarito da 2ª questão da avaliação final.

CEITEC 2012 - FUNRIO - ENSINO MÉDIO - TAO-ADMINIS

1 Arthur, Bernardo, Conrado, Demétrio e Eusébio jogavam bola na calçada. Um deles chutou a bola com muita força e quebrou o vidro da janela da casa de Dona Maria, que saiu às pressas de casa e perguntou aos meninos quem quebrara o vidro de sua janela. Arthur disse que foi Bernardo; Bernardo disse que não foi ele quem quebrou o vidro; Conrado disse que Arthur mentiu; Demétrio disse que foi Eusébio; e Eusébio disse que foi Arthur.

Sabendo-se que apenas um dos meninos falou a verdade, quem chutou a bola com força e quebrou o vidro da janela da casa de Dona Maria foi

A Arthur.

B Bernardo.

C Conrado.

D Demétrio.

E Eusébio.

ACERTOU ✓

Fonte: www.mapadaprova.com.br/questoes/de/racioc--logico-e-matematico/raciocinio-logico/problemas-de-verdade-mentira#

Nesta questão, observou-se que a maioria dos 21 alunos que acertaram iniciaram uma tabela, mas não concluíram com todas as possibilidades porque encontraram a resposta correta já na primeira linha:

Figura 40 - Resolução padrão de quem acertou a 2ª questão da avaliação final.

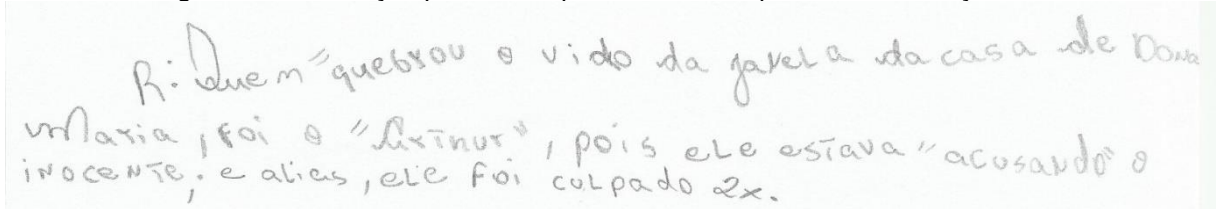
A	B	C	D	E
V	M	M	M	M

Se Arthur disse a verdade, foi Bernardo. Então quando Bernardo disse que não foi ele, ele mentiu. Então quando Conrado disse que Arthur mentiu, ele falou a verdade. E Eusébio e Demétrio mentiu.

Fonte: Arquivo da autora.

Em relação aos que erraram, temos que a maioria (20 alunos) apontaram como resposta “Arthur”:

Figura 41 - Resolução padrão de quem errou a 2ª questão da avaliação final.



R: Quem "quebrou" o vidro da janela da casa de Dona Maria, foi o "Arthur", pois ele estava "acusando" o inocente, e alias, ele foi culpado 2x.

Fonte: Arquivo da autora.

Ainda em relação as respostas erradas, temos três alunos que responderam “Conrado”, um aluno apontou como culpado “Demétrio” e dois alunos não concluíram a resposta. Além de 3 alunos que entregaram a questão em branco.

3.5.3 Análise da 3ª questão da avaliação final

Figura 42 - Gabarito da 3ª questão da avaliação final.



Soluções do Nível 1

Lista 9

2. **Menino mentiroso** – Claramente Pedrinho encontrou Joãozinho em um dia que ele mente. O sábado está descartado pois, caso contrário, ele estaria falando a verdade. Assim, o encontro entre eles foi numa terça-feira ou quinta-feira. Como o dia seguinte não pode ser quarta-feira, a única possibilidade é quinta-feira.

58

OBMEP 2009

Fonte: <http://www.obmep.org.br/banco.htm>

Nesta questão, apesar do gabarito oficial não apresentar, também observou-se a utilização de tabelas para auxiliar a organização das informações apresentadas no enunciado. Dentre aqueles que acertaram (18 alunos) destaca-se a seguinte resolução como a mais completa:

Figura 43 - Melhor resolução da 3ª questão da avaliação final.

Pedrinho encontrou Joãozinho na quinta.

Se fosse terça, ele mentiria, então não dá certo, pois na primeira afirmação ele mente mas na segunda afirmação fala a verdade.

Quinta ele mente nas duas. Hoje é quinta não sábado, amanhã é sexta não quinta.

Sábado ele mente, mas na primeira afirmação ele fala a verdade.

	hoje	amanhã
x	seg	terça
x	qua	quinta
x	sex	sábado
x	dom	segunda

	hoje	amanhã
x	Ter	qua
✓	qui	sex
x	sáb	Dom

Fonte: Arquivo da autora.

A maioria dos alunos que erraram (10 alunos) indicaram como resposta “terça-feira”, o que indica um erro de conclusão lógica:

Figura 44 - Resolução padrão de quem errou a 3ª questão da avaliação final.

Seg | Ter | **Qua** | qui | Sex | Sab | Dom

V M V M V M V

Ontem	Hoje	Amanhã
Sex	Sab	Dom
Seg	Ter	Qua

r. terça-feira

Fonte: Arquivo da autora.

Assim como, também podemos deduzir que os dois alunos que indicaram “sábado” cometeram um erro semelhante. Eles conseguiram perceber corretamente que Joãozinho estava mentindo, porém não concluíram de modo correto a resolução.

Nas resoluções erradas tivemos ainda um outro grupo que não conseguiu perceber que Joãozinho mentia:

- oito alunos responderam “segunda-feira”;

- quatro alunos indicaram “domingo”;
- três alunos disseram “sexta-feira”;
- um aluno escreveu “quarta-feira”.

Por fim, tivemos ainda dois alunos que deixaram a questão em branco, um aluno que não apontou nenhum dia da semana e um outro que inicialmente pensou corretamente, mas na conclusão escreveu que “Não tem dia certo”:

Figura 45 - Resolução inconclusiva da 3ª questão da avaliação final.

D	S	T	Q	Q	S	S
		M		M		M

R: Pode ser terça, quarta ou sábado porque se for terça no dia seguinte será quarta se for quinta ele pode estar mentindo que é sábado e que será quinta-feira amanhã e se for sexta ele pode estar mentindo que é sábado e amanhã será quinta-feira.
 Não tem dia certo para essa afirmação

Fonte: Arquivo da autora.

3.5.4 Análise da 4ª questão da avaliação final

Figura 46 - Enunciado e gabarito da questão adaptada para a 3ª questão da avaliação final.

TRT 8ª 2010 - FCC - ANALISTA JUDICIÁRIO - EXECUÇÃO DE MANDATOS

14

Se Ana diz a verdade, Beto também fala a verdade, caso contrário Beto pode dizer a verdade ou mentir. Se Cléo mentir, David dirá a verdade, caso contrário ele mentirá. Beto e Cléo dizem ambos a verdade, ou ambos mentem. Ana, Beto, Cléo e David responderam, nessa ordem, se há ou não um cachorro em uma sala. Se há um cachorro nessa sala, uma possibilidade de resposta de Ana, Beto, Cléo e David, nessa ordem, é:

Adote: S: há cachorro na sala
N: não há cachorro na sala

A N, N, S, N.
 B N, S, N, N.
 C S, N, S, N.
 D S, S, S, N.
 E N, N, S, S.

Fonte: www.mapadaprova.com.br/questoes/de/racioc--logico-e-matematico/raciocinio-logico/problemas-de-verdade-mentira#

O enunciado foi modificado, pedindo todas as possibilidades existentes e apenas um aluno conseguiu responder corretamente a questão:

Figura 47 - Resolução de quem acertou a questão 4 da avaliação final.

(V) Verdade
(M) Mentira

A	B	C	D
V	V	V	M

V

A	B	C	D
M	V	V	M

V

A	B	C	D
M	M	M	V

V

Essas são as possibilidades das respostas na ordem

Fonte: Arquivo da autora.

Dentre as respostas erradas, observamos que 15 alunos tentaram desenvolver uma tabela de possibilidades, mas muitos falharam na conclusão da própria tabela ou na interpretação do enunciado ao identificar as possibilidades corretas. Como por exemplo a resolução a seguir, em que faltou considerar a afirmação “Beto e Cléo dizem ambos a verdade ou ambos mentem.”:

Figura 48 - Resolução com tabela correta e resposta errada da 4ª questão da avaliação final.

A	B	C	D	
S	S	S	S	X
N	N	N	N	X
S	N	N	N	X
N	S	N	N	X
N	N	S	N	C
N	N	N	S	C
N	S	S	S	X
S	N	S	S	X
S	S	N	S	C
S	S	S	N	C
S	N	S	N	X
N	S	N	S	C
N	S	S	N	C
S	N	N	S	X
S	S	N	N	X
N	N	S	S	X

$\frac{2}{A} \cdot \frac{2}{B} \cdot \frac{2}{C} \cdot \frac{2}{D} = 16$
 16 possibilidades

Fonte: Arquivo da autora.

Tivemos ainda, seis alunos que tentaram listar livremente as possibilidades sem a utilização de tabela, porém não obtiveram êxito nesta tarefa. Dez alunos deram respostas que estavam fora do contexto e infelizmente 18 alunos deixaram a questão em branco.

4 CONCLUSÃO

Ao analisar brevemente a história da Lógica, enquanto ciência do pensamento, percebemos que há uma certa dicotomia entre Matemática e Filosofia. O mesmo acontece quando analisamos o currículo escolar, o que acarreta muitas vezes na ausência do conteúdo dentro da sala de aula por falta de prescrição oficial. No entanto, o conteúdo está sempre presente nas provas da primeira fase da OBMEP e este foi o fio condutor deste trabalho.

O diagnóstico realizado apontou a necessidade de conceitos lógicos para resolução dos problemas, como conectivos (condicional, conjunção, negação), princípios de não-contradição, terceiro excluído e também tabela-verdade. Porém, estes não foram desenvolvidos da forma tradicional com aulas expositivas, pois isto poderia causar desinteresse pelo assunto.

Os alunos se sentiram motivados a aprender de modo significativo usando as técnicas de resolução de problemas e também com as atividades em grupo. Neste sentido, organizar as informações do enunciado no formato de tabela foi a estratégia adotada para desenvolver as quatro etapas de resolução de problemas (compreender-planejar-executar-revisar). É evidente que nem todo aluno seguiu este caminho, mas aqueles que o fizeram obtiveram êxito na maioria dos problemas.

Assim como toda escola pública, o local em que foi realizada a pesquisa também sofre com a evasão e infrequência dos alunos. Por este motivo, é necessário considerar para fins comparativos somente aqueles sujeitos que realizaram a avaliação diagnóstica e a avaliação final. Desta maneira, tivemos a participação expressiva de 48 alunos, com uma frequência média de 90,5% nas atividades das aulas propostas.

Em relação aos resultados obtidos por este grupo citado acima, observou-se melhora significativa entre a avaliação diagnóstica (com média de acertos de 20,5% por aluno) e a avaliação final (com média de acertos de 39,6% por aluno). Sendo assim, confirma-se a hipótese inicial de falta de familiarização com as questões de lógica ocasionada pela insuficiência do conteúdo de lógica no currículo escolar.

Cabe ressaltar que estes resultados foram atingidos em apenas uma sequência de sete aulas duplas que foram distribuídas em um único dia da semana e durou cerca de um mês e meio. Então, fica a reflexão: Se tivéssemos um tempo maior, onde esses alunos poderiam chegar? Ou ainda, se o trabalho acontecesse em todas as séries

anualmente, quando chegassem à terceira série do Ensino Médio quais resultados seriam obtidos?

Portanto, este trabalho proporcionou a aprendizagem de lógica para alunos da disciplina de Matemática no Ensino Fundamental por meio da resolução das questões da prova da primeira fase e também do banco de questões da OBMEP, além de questões de concursos públicos disponíveis em sites da internet. Mas aqueles que pretenderem replicá-lo em sala de aula podem também utilizar provas e materiais de olimpíadas nacionais e internacionais de lógica, conforme foi sugerido pelo Prof. Dr. Pedro Malagutti.

REFERÊNCIAS

- BIANCHI, C. **A lógica no desenvolvimento da competência argumentativa**. 2007. xiii, 206 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007.
- BLANCHE, R.; DUBUCS, J.P. **História da Lógica**. Edições 70 (Portugal), 1a edição 2001.
- BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federal do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 5ª a 8ª séries**. Brasília: MEC/SEF, 1998.148p.
- _____. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: Presidência da República. 1996.
- _____. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais**,1998.
- COMTE, A. **Curso de Filosofia Positiva**. Tradução de José Arthur Giannotti. In: Comte. São Paulo: Abril Cultural, 1978. (Coleção Os pensadores)
- DRUCK, I. F. A linguagem Lógica. **Revista do Professor de Matemática**, 17, p. 10 – 18, 1998.
- GIANNOTTI, J. A. **Lições de Filosofia Primeira**. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.
- KNEALE, W.; KNEALE, M. **O desenvolvimento da Lógica**. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1968.
- MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 3.ed. São Paulo: Cortez, 1993.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, E.A.F.S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes, 1982.
- MORENO, A. C. Ensino de lógica não precisa estar restrito à universidade, diz professor. **G1 Educação**, São Paulo, 13 dez. 2014. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2014/12/ensino-de-logica-nao-precisa-estar-restrito-universidade-diz-professor.html>>. Acesso em: 30 jan. 2019.
- OBMEP. **Provas e Soluções**. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 12 de agosto de 2019.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RUSSEL, B. **Introdução à Filosofia da Matemática**. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias** / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2011. 72 p.

_____. **Caderno do Aluno: Matemática, Ensino Fundamental – 9ºano, volume 1**. São Paulo: SEE, 2014.

ANEXOS

ANEXO A - Produto Educacional: Fichas de Atividades Aplicadas

Avaliação Diagnóstica

Data: ___ / ___ / _____

Nome: _____ nº _____ 8ºano _____

1) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

2) Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria. Ela perguntou:

- Que dia da semana é hoje?
- Hoje é quinta, disse João.
- É sexta, respondeu Maria.

Depois perguntou:

- Que dia da semana será amanhã?
- Segunda, falou João.
- Amanhã será domingo, disse Maria.

Finalmente ela perguntou:

- Que dia da semana foi ontem?
- Terça, respondeu João.
- Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

3) Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.

- Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”
- Eduardo diz: “O culpado é uma menina.”
- Por fim, Daniela diz: “Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.”

Quem comeu os biscoitos?

4) Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
- Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

Aula1

Uma Aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O Leão e o Unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O Leão mentia às segundas, terças e quartas-feiras, e falava a verdade nos outros dias da semana. O Unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias da semana.

Problema 1.

Um dia Alice encontro o Leão e o Unicórnio descansando à sombra de uma árvore. Eles disseram:

Leão: Ontem foi um dos meus dias de mentir.

Unicórnio: Ontem foi um dos meus dias de mentir.

A partir dessas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era?

Problema 2.

Em outra ocasião Alice encontrou o Leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações:

(3) Eu menti ontem.

(4) Eu mentirei daqui a 3 dias.

Qual era o dia da semana?

Problema 3.

Em qual dia da semana é possível o Leão fazer as seguintes afirmações?

- (3) Eu menti ontem.
- (4) Eu mentirei amanhã.

Problema 4.

Em que dias da semana é possível o Leão fazer cada uma das seguintes afirmações:

- (e) Eu menti ontem e eu mentirei amanhã.
 - (f) Eu menti ontem ou eu mentirei amanhã.
 - (g) Se eu menti ontem, então mentirei de novo amanhã.
 - (h) Mentirei ontem se e somente se mentirei amanhã.
-

Aula 2

1) O grupo formado por Antônio, Bruna, Carlos, Daniela e Elias entregou um trabalho copiado da Internet ao professor João, que descobriu que o trabalho fora copiado da Internet e convocou os alunos para uma conversa. Nela, fica sabendo que quatro alunos ficaram responsáveis por redigir parte do trabalho, tendo o quinto assumido a responsabilidade de fazer a editoração final do trabalho. Em vez disso, esse aluno copiou o trabalho da Internet. Na conversa com João, Antônio disse que Bruna copiou o trabalho da Internet; Bruna disse que Carlos não copiou o trabalho da Internet; Carlos disse que Daniela não copiou o trabalho da Internet; Daniela disse que Elias copiou o trabalho da Internet; e Elias disse que quem copiou o trabalho da Internet foi Antônio. Sabendo-se que apenas o aluno que copiou o trabalho falou a verdade, quem copiou o trabalho da Internet?

2) Cinco aldeões foram trazidos à presença de um velho rei, acusados de haver roubado laranjas do pomar real. Abelim, o primeiro a falar, falou tão baixo que o rei que era um pouco surdo não ouviu o que ele disse. Os outros quatro acusados disseram:

Bebelim: Cebelim é inocente.

Cebelim: Dedelim é inocente.

Dedelim: Ebelim é culpado.

Ebelim: Abelim é culpado.

O mago Merlin, que vira o roubo das laranjas e ouvira as declarações dos cinco acusados disse então ao rei: Majestade, apenas um dos cinco acusados é culpado, e ele disse a verdade; os outros quatro são inocentes e todos os quatro mentiram. O velho rei que embora um pouco surdo era muito sábio, logo concluiu corretamente que o culpado era quem?

3) Cinco amigas, Ana, Bia, Cati, Dida e Elisa, são tias ou irmãs de Zilda. As tias de Zilda sempre contam a verdade e as irmãs de Zilda sempre mentem. Ana diz que Bia é tia de Zilda. Bia diz que Cati é irmã de Zilda. Cati diz que Dida é irmã de Zilda. Dida diz que Bia e Elisa têm diferentes graus de parentesco com Zilda, isto é: se uma é tia a outra é irmã. Elisa diz que Ana é tia de Zilda. Assim, o número de irmãs de Zilda neste conjunto de cinco é quanto?

4) Depois de um assalto a um banco, quatro testemunhas deram quatro diferentes descrições do assaltante segundo quatro características, a saber: estatura, cor dos olhos, tipo de cabelos e usar ou não bigode.

Testemunha 1: “Ele é alto, olhos verdes, cabelos crespos e usa bigode.”

Testemunha 2: “Ele é baixo, olhos azuis, cabelos crespos e usa bigode.”

Testemunha 3: “Ele é de estatura mediana, olhos castanhos, cabelos lisos e usa bigode.”

Testemunha 4: “Ele é alto, olhos negros, cabelos crespos e não usa bigode.”

Cada testemunha descreveu corretamente uma e apenas uma das características do assaltante, e cada característica foi corretamente descrita por uma das testemunhas. Assim, qual é a descrição do assaltante?

Aula 3

1) Três amigas, Tânia, Janete e Angélica, estão sentadas lado a lado em um teatro. Tânia sempre fala a verdade; Janete às vezes fala a verdade; Angélica nunca fala a verdade. A que está sentada à esquerda diz: “Tânia é quem está sentada no meio”. A que está sentada no meio diz: “Eu sou Janete”. Finalmente, a que está sentada à direita diz: “Angélica é quem está sentada no meio”. A que está sentada à esquerda, a que está sentada no meio e a que está sentada à direita são, respectivamente quem?

2) Auri tem três bolas de tamanhos diferentes, B1, B2 e B3, e pretende pintar cada uma delas com uma única das cores: preta, branca ou vermelha, não necessariamente nesta ordem. Considere as seguintes afirmações:

- (1) B1 é vermelha.
- (2) B2 não é vermelha.
- (3) B3 é preta.

De quantos modos Auri poderá fazer a pintura das bolas para que apenas uma das afirmações seja verdadeira?

3) Certo dia, três amigos fizeram, cada um deles, uma afirmação:

- Alúísio: - Hoje não é terça-feira.
- Benedito: - Ontem foi domingo.
- Camilo: - Amanhã será quarta-feira.

Sabe-se que um deles mentiu e que os outros dois falaram a verdade. Em que dia eles fizeram essas afirmações?

4) Em uma investigação de fraude administrativa, um detetive colheu evidências que o convenceram de que as seguintes afirmações são verdadeiras:

- 1. Se Epaminondas é culpado, então João é culpado.
- 2. Se Epaminondas é inocente, então João ou Ariovaldo são culpados.
- 3. Se Ariovaldo é inocente, então João é inocente.
- 4. Se Ariovaldo é culpado, então Epaminondas é culpado.

O que indicam as evidências do detetive?

Avaliação Final

Data: ___ / ___ / ____

Nome: _____ nº _____ 8ºano _____

1) Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “De quem são os celulares que tocaram?” Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Quem mentiu?

2) Arthur, Bernardo, Conrado, Demétrio e Eusébio jogavam bola na calçada. Um deles chutou a bola com muita força e quebrou o vidro da janela da casa de Dona Maria, que saiu às pressas de casa e perguntou aos meninos quem quebrara o vidro de sua janela. Arthur disse que foi Bernardo; Bernardo disse que não foi ele quem quebrou o vidro; Conrado disse que Arthur mentiu; Demétrio disse que foi Eusébio; e Eusébio disse que foi Arthur. Sabendo-se que apenas um dos meninos falou a verdade, quem chutou a bola com força e quebrou o vidro da janela da casa de Dona Maria?

3) Joãozinho mente nas terças-feiras, quintas-feiras e sábados e o resto dos dias fala a verdade. Um dia Pedrinho encontra com Joãozinho e têm o seguinte diálogo:

- Pedrinho pergunta: Que dia é hoje?
- Joãozinho responde: Sábado.
- Pedrinho pergunta: E que dia será amanhã?
- Joãozinho responde: Quarta-feira.

Que dia da semana o Pedrinho encontrou o Joãozinho?

4) Se Ana diz a verdade, Beto também fala a verdade, caso contrário Beto pode dizer a verdade ou mentir. Se Cléo mentir, David dirá a verdade, caso contrário ele mentirá. Beto e Cléo dizem ambos a verdade ou ambos mentem. Ana, Beto, Cléo e David responderam, nessa ordem, se há ou não um cachorro em uma sala. Se há um cachorro nessa sala, quais são as possibilidades de resposta de Ana, Beto, Cléo e David, nessa ordem?

(Adote: S: há cachorro na sala; N: não há cachorro na sala)

ANEXO B – Questões não extraídas da OBMEP utilizadas nas aulas

(CEITEC -2012) O grupo formado por Antônio, Bruna, Carlos, Daniela e Elias entregou um trabalho copiado da Internet ao professor João, que descobriu que o trabalho fora copiado da Internet e convocou os alunos para uma conversa. Nela, fica sabendo que quatro alunos ficaram responsáveis por redigir parte do trabalho, tendo o quinto aluno assumido a responsabilidade de fazer a editoração final do trabalho. Em vez disso, esse aluno copiou o trabalho da Internet. Na conversa com João, Antônio disse que Bruna copiou o trabalho da Internet; Bruna disse que Carlos não copiou o trabalho da Internet; Carlos disse que Daniela não copiou o trabalho da Internet; Daniela disse que Elias copiou o trabalho da Internet; e Elias disse que quem copiou o trabalho da Internet foi Antônio. Sabendo-se que apenas o aluno que copiou o trabalho falou a verdade, quem copiou o trabalho da Internet foi

- A. Antônio.
- B. Bruna.
- C. Carlos.
- D. Daniela.
- E. Elias.

Gabarito: C

Fonte: <https://questoes.grancursosonline.com.br/questoes-de-concursos/raciocinio-logico/698794>

- B diz a verdade, logo: **C é inocente**;
- C mente, logo: **D é culpado**;

Ora, paremos por aí. Se foi concluído acima que **D é culpado**, resta que ele teria que dizer a verdade, pois isso foi previsto pelo enunciado (o culpado é veraz!).

Porém, de acordo com essa primeira hipótese, temos que **D mente**.

Ou seja, houve um conflito entre as conclusões desta hipótese e as informações do enunciado. Conclusão: a primeira hipótese não é a boa!

Passemos ao teste da segunda hipótese. Teremos:

- B mente, logo: **C é culpado**;
- C diz a verdade, logo: **D é inocente**;

Podemos dar continuidade à esta análise? Sim, pois até agora, o culpado C é aquele que diz a verdade! Em frente!

- D mente, logo: **E é inocente**;
- E mente, logo: **A é inocente**.

De acordo, pois, com as conclusões emanadas da segunda hipótese, encontramos o seguinte resultado: só há um culpado, que o **Cebelim**, e ele é o único que diz a verdade!

Resultado este totalmente compatível com as informações da questão!

Logo: **Letra C → Resposta da Questão!**

(Técnico - SERPRO 2001 ESAF) Depois de um assalto a um banco, quatro testemunhas deram quatro diferentes descrições do assaltante segundo quatro características, a saber: estatura, cor de olhos, tipo de cabelos e usar ou não bigode.

Testemunha 1: "Ele é alto, olhos verdes, cabelos crespos e usa bigode."

Testemunha 2: "Ele é baixo, olhos azuis, cabelos crespos e usa bigode."

Testemunha 3: "Ele é de estatura mediana, olhos castanhos, cabelos lisos e usa bigode."

Testemunha 4: "Ele é alto, olhos negros, cabelos crespos e não usa bigode."

Cada testemunha descreveu corretamente uma e apenas uma das características do assaltante, e cada característica foi corretamente descrita por uma das testemunhas.

Assim, o assaltante é:

- a) baixo, olhos azuis, cabelos lisos e usa bigode.
- b) alto, olhos azuis, cabelos lisos e usa bigode.
- c) baixo, olhos verdes, cabelos lisos e não usa bigode.
- d) estatura mediana, olhos verdes, cabelos crespos e não usa bigode.
- e) estatura mediana, olhos negros, cabelos crespos e não usa bigode.

Sol.:

Começamos com as informações adicionais do enunciado. Teremos:

- Cada testemunha descreveu corretamente apenas uma das características;

→ Cada característica foi descrita corretamente por apenas uma das testemunhas.

Daí, deduzimos que se houver duas respostas iguais acerca de uma característica qualquer, essa resposta não poderá ser verdadeira!

Façamos a seguinte tabela:

	Estatura?	Cor dos olhos?	Cabelos?	Usa bigode?
Testemunha 1	Alta	Verdes	Crespos	Usa
Testemunha 2	Baixa	Azuis	Crespos	Usa
Testemunha 3	Mediana	Castanhos	Lisos	Usa
Testemunha 4	Alta	negros	crespos	Não usa

Nosso teste consistirá, a princípio em identificar respostas iguais, referentes a cada característica descrita. Estas respostas, já sabemos, serão todas falsas! Teremos:

	Estatura?	Cor dos olhos?	Cabelos?	Usa bigode?
Testemunha 1	Alta	Verdes	Crespos	Usa
Testemunha 2	Baixa	Azuis	Crespos	Usa
Testemunha 3	Mediana	Castanhos	Lisos	Usa
Testemunha 4	Alta	negros	Crespos	Não usa

Somente por essa análise inicial, já podemos chegar a duas conclusões:

→ a testemunha 3 disse a verdade sobre os cabelos: são lisos;

→ a testemunha 4 disse a verdade sobre o bigode: não é usado.

Como o enunciado disse que cada testemunha acertou apenas uma característica, resta que as demais respostas dessas duas que acabamos de tratar (terceira e quarta) serão necessariamente falsas. Vejamos como fica:

	Estatura?	Cor dos olhos?	Cabelos?	Usa bigode?
Testemunha 1	Alta	Verdes	Crespos	Usa
Testemunha 2	Baixa	Azuis	Crespos	Usa
Testemunha 3	Mediana	Castanhos	Lisos	Usa
Testemunha 4	Alta	negros	Crespos	Não usa

Daí, só restou uma resposta possível para a estatura. Qual? **Baixa!** E essa é a resposta da Testemunha 2. Daí, as demais respostas da Testemunha 2 são necessariamente falsas. Teremos:

	Estatura?	Cor dos olhos?	Cabelos?	Usa bigode?
Testemunha 1	Alta	Verdes	Crespos	Usa
Testemunha 2	Baixa	Azuis	Crespos	Usa
Testemunha 3	Mediana	Castanhos	Lisos	Usa
Testemunha 4	Alta	negros	Crespos	Não usa

Finalmente, restou apenas uma possibilidade para a cor dos olhos! As características reais desse ladrão são as seguintes em destaque:

	Estatura?	Cor dos olhos?	Cabelos?	Usa bigode?
Testemunha 1	Alta	Verdes	Crespos	Usa
Testemunha 2	Baixa	Azuis	Crespos	Usa
Testemunha 3	Mediana	Castanhos	Lisos	Usa
Testemunha 4	Alta	negros	Crespos	Não usa

Ou seja, o ladrão é **baixo**, tem **olhos verdes**, **cabelos lisos** e **não usa bigode**.

Conclusão: **Letra C → Resposta da Questão!**

(MPOG 2002) Cinco amigas, Ana, Bia, Cati, Dida e Elisa, são tias ou irmãs de Zilda. As tias de Zilda sempre contam a verdade e as irmãs de Zilda sempre mentem. Ana diz que Bia é tia de Zilda. Bia diz que Cati é irmã de Zilda. Cati diz que Dida é irmã de Zilda. Dida diz que Bia e Elisa têm diferentes graus de parentesco com Zilda, isto é: se uma é tia a outra é irmã. Elisa diz que Ana é tia de Zilda. Assim, o número de irmãs de Zilda neste conjunto de cinco amigas é dado por:

- a) 1 d) 4
b) 2 e) 5
c) 3

Sol.:

O enunciado traz as seguintes informações:

- Há cinco amigas: **Ana**, **Bia**, **Cati**, **Dida** e **Elisa**, que são **tias** ou **irmãs** de **Zilda**.
- As **tias** de Zilda sempre **contam a verdade** e as **irmãs** de Zilda **sempre mentem**.

Também, temos as seguintes declarações feitas pelas cinco amigas:

- 1) Ana diz: Bia é tia de Zilda
- 2) Bia diz: Cati é irmã de Zilda
- 3) Cati diz: Dida é irmã de Zilda
- 4) Dida diz: Bia e Elisa têm diferentes graus de parentesco com Zilda
- 5) Elisa diz: Ana é tia de Zilda

Vamos supor que a primeira declarante seja tia de Zilda, ou seja, estamos supondo que **Ana é tia de Zilda**, e como as tias sempre dizem a verdade, então **Ana sempre diz a verdade!** Agora, testaremos esta suposição:

Ana diz: Bia é tia de Zilda.	→ Como Ana diz a verdade, então Bia é tia de Zilda! Logo, Bia diz a verdade!
Bia diz: Cati é irmã de Zilda	→ Também Bia diz a verdade, então Cati é irmã de Zilda! Logo, Cati mente!
Cati diz: Dida é irmã de Zilda	→ Temos que Cati mente, então Dida não é irmã de Zilda, mas sim tia de Zilda! Logo, Dida diz a verdade!
Dida diz: Bia e Elisa têm diferentes graus de parentesco com Zilda.	→ Como Dida diz a verdade, e como obtemos anteriormente que Bia é tia de Zilda, então concluímos que Elisa é irmã de Zilda! Logo, Elisa mente!
Elisa diz: Ana é tia de Zilda	→ Elisa mente, logo Ana não é tia de Zilda! Porém, isto contradiz a suposição inicial que fizemos: Ana é tia de Zilda! Assim, como ocorreu uma contradição, então a suposição inicial está errada, restando-nos considerar que, com certeza, Ana é irmã de Zilda!

Sabendo que **Ana é irmã de Zilda**, faremos uma nova análise nas declarações de cada amiga, para identificarmos cada uma delas quanto ao parentesco com Zilda.

Ana diz: Bia é tia de Zilda.	→ Como Ana é irmã de Zilda , logo Ana mente , daí Bia não é tia de Zilda, mas sim irmã! Logo, Bia mente!
Bia diz: Cati é irmã de Zilda	→ Como Bia mente, então Cati não é irmã de Zilda, mas sim tia! Logo, Cati diz a verdade!
Cati diz: Dida é irmã de Zilda	→ Temos que Cati diz a verdade, então Dida é irmã de Zilda! Logo, Dida mente!
Dida diz: Bia e Elisa têm diferentes graus de parentesco com Zilda.	→ Como Dida mente, então Bia e Elisa têm iguais graus de parentesco com Zilda, como obtemos anteriormente que Bia é irmã de Zilda, então concluímos que Elisa também é irmã de Zilda! Logo, Elisa mente!
Elisa diz: Ana é tia de Zilda	→ Elisa mente, então Ana não é tia de Zilda! Este resultado está de acordo com o que estabelecemos inicialmente!

- Resultados obtidos:

Ana é irmã de Zilda!
Bia é irmã de Zilda!
Cati é tia de Zilda!
Dida é irmã de Zilda!
Elisa é irmã de Zilda!

Resposta: alternativa **D**.

Fonte: <https://www.docsity.com/pt/aula-10-analise-combinatoria-parte-i-1/4744328/>

(ESAF/AFTN/96) - Três amigas, Tânia, Janete e Angélica, estão sentadas lado a lado em um teatro. Tânia sempre fala a verdade; Janete às vezes fala a verdade; Angélica nunca fala a verdade. A que está sentada à esquerda diz: "Tânia é quem está sentada no meio". A que está sentada no meio diz: "Eu sou Janete". Finalmente, a que está sentada à direita diz: "Angélica é quem está sentada no meio". A que está sentada à esquerda, a que está sentada no meio e a que está sentada à direita são, respectivamente:

- Janete, Tânia e Angélica
- Janete, Angélica e Tânia
- Angélica, Janete e Tânia
- Angélica, Tânia e Janete
- Tânia, Angélica e Janete

Gabarito: B

Fonte: <https://pt.slideshare.net/claudemilsonr/80-questoes-de-raciocnio-lgico-flavio-nascimento>

(FCC - 2011 - TRT - 24ª REGIÃO) - Auri tem três bolas de tamanhos diferentes, e pretende pintar cada uma delas com uma única das cores: preta, branca ou vermelha, não necessariamente nesta ordem. Considere as seguintes afirmações:

- (1) B1 é vermelha.
- (2) B2 não é vermelha.
- (3) B3 é preta.

De quantos modos Auri poderá fazer a pintura das bolas para que apenas uma das afirmações seja verdadeira?

- A) duas.
- B) três.
- C) quatro.
- D) cinco.
- E) seis.

Gabarito: B

Fonte: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/868b2567-4a>

(FGV - 2010 – BADESC) Certo dia, três amigos fizeram, cada um deles, uma afirmação:

Aluísio: - Hoje não é terça-feira.

Benedito: - Ontem foi domingo.

Camilo: - Amanhã será quarta-feira.

Sabe-se que um deles mentiu e que os outros dois falaram a verdade.

Assinale a alternativa que indique corretamente o dia em que eles fizeram essas afirmações.

- A) sábado.
- B) domingo.
- C) segunda-feira.
- D) terça-feira.
- E) quarta-feira.

Gabarito: C

Fonte: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/fb767026-84>

(COPS-UDEL - 2013 - PC-PR) Em uma investigação de fraude administrativa, um detetive colheu evidências que o convenceram de que as seguintes afirmações são verdadeiras:

1. Se Epaminondas é culpado, então João é culpado.
2. Se Epaminondas é inocente, então João ou Ariovaldo são culpados.
3. Se Ariovaldo é inocente, então João é inocente.
4. Se Ariovaldo é culpado, então Epaminondas é culpado.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o que indicam as evidências do detetive.

- A) Epaminondas e Ariovaldo são culpados, mas João é inocente.
- B) Epaminondas e João são inocentes, mas Ariovaldo é culpado.
- C) Epaminondas é culpado, mas João e Ariovaldo são inocentes.
- D) Epaminondas, João e Ariovaldo são culpados.
- E) Epaminondas, João e Ariovaldo são inocentes

Gabarito: D

Fonte: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/74d3d612-bc>