UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – PPGECE

CAMPUS DE SÃO CARLOS

PAULO EDUARDO BARILLARI

APLICAÇÃO EM SALA DE AULA DO EXPERIMENTO DESLOCAMENTO NO PLANO INCLINADO PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

SÃO CARLOS – SP

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – PPGECE
CAMPUS DE SÃO CARLOS

PAULO EDUARDO BARILLARI

APLICAÇÃO EM SALA DE AULA DO EXPERIMENTO DESLOCAMENTO NO PLANO INCLINADO PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini

SÃO CARLOS – SP
2020

Barillari, Paulo Eduardo

Aplicação em sala de aula do experimento Deslocamento no Plano Inclinado para o ensino da função quadrática / Paulo Eduardo Barillari -- 2020.
167f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): Roberto Ribeiro Paterlini
Banca Examinadora: Roberto Ribeiro Paterlini, Edna Maura Zuffi, Pedro Luiz Aparecido Malagutti
Bibliografia

1. Educação matemática. 2. Experimento da física. 3. Modelagem matemática. I. Barillari, Paulo Eduardo. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Ronildo Santos Prado - CRB/8 7325

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Paulo Eduardo Barillari, realizada em 10/07/2020.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini (UFSCar)

Profa. Dra. Edna Maura Zuffi (USP)

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.
O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a **DEUS** por permitir mais essa realização em minha vida.

Ao meu pai, acredito que estaria feliz com essa conquista.

A minha mãe, pelo amor, carinho, cuidado e exemplo, a qual com uma palavra se define: guerreira. Agradeço os seus ensinamentos de caráter, honestidade, força, luta e perseverança sempre.

A minha madrinha, Maria Aparecida Diniz Pereira, “mamacita”, sempre presente me apoiando e dando forças para prosseguir nesta caminhada, e em todas as situações de minha vida.

À minha tia, Maria Helena Diniz, pelo incentivo e carinho sempre presentes.

Aos meus irmãos e primos irmãos, fundamentais na minha existência.

Ao meu filho, João Pedro Diniz Barillari, por um dos maiores aprendizados em minha vida.

À minha filha, Helena Barillari, meu presente Divino e minha melhor realização enquanto pessoa.

Ao meu amigo, Milton Lima Nardi Gomes, pela ajuda na elaboração dos experimentos e nas medições de tempos com o cronômetro digital.

Ao meu amigo, Sérgio Henrique Mariano, pela ajuda na operação e gravação das filmagens iniciais dos experimentos.

Ao meu amigo, Edson Pereira Marques Filho, companheiro de graduação e de vida.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini, pela imensa paciência, incentivo e dedicação nas orientações, conduzindo o trabalho sempre da melhor forma.

Aos professores do mestrado da UFSCar, uma equipe fantástica. Satisfação enorme em ter sido aluno de muitos de vocês na Graduação e na Pós-Graduação.

Aos meus alunos que aceitaram participar desse projeto, agradeço a dedicação, o envolvimento de corpo e alma, a seriedade e a parceria.

A equipe gestora da escola onde a proposta foi desenvolvida. Obrigado pela colaboração.

RESUMO

BARILLARI, Paulo Eduardo. Aplicação em sala de aula do experimento Deslocamento no Plano Inclinado para o ensino de função quadrática. 2020. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, *campus* São Carlos, São Carlos, 2020.

Com o intuito de colaborar na superação das dificuldades relacionadas ao ensino do conceito de função e suas aplicações, foi preparada uma proposta didática interdisciplinar. A temática foi a função polinomial do 2º grau, conteúdo atrelado à 1ª série do Ensino Médio. Para a construção e validação do produto pedagógico foram utilizadas as orientações básicas propostas pela Engenharia Didática. Foi desenvolvido um experimento na área de Física (Deslocamento no Plano Inclinado), com diferentes alturas correspondentes à elevação da rampa em relação à horizontal, da qual a função modelo é a quadrática. Os estudantes envolvidos se dividiram em grupos para a execução das atividades. Cada grupo realizou a gravação do experimento e a edição do vídeo possibilitando a coleta de dados numéricos, compondo uma tabela. O início da análise foi efetuado com a disposição dos dados como pontos em um plano cartesiano. Observando o padrão dos pontos encontrados e usando recursos algébricos, os estudantes obtiveram a expressão de uma função quadrática. Em outro momento, os mesmos dados foram manipulados com o auxílio de ferramentas computacionais. Em seguida, os estudantes resolveram problemas teóricos para aprofundar e verificar os conteúdos assimilados. A aplicação foi encerrada com os grupos se reunindo na sala de vídeo da escola para apresentar, socializar e comparar os diversos resultados obtidos. Os estudantes mostraram muita disposição em participar das atividades propostas e ficaram bastante satisfeitos com os produtos finais. Durante a aplicação e o desenvolvimento dos trabalhos, houve grande interatividade entre alunos e professor, repercutindo numa relação mais próxima e amigável. Essas atividades proporcionaram aos discentes um melhor entendimento sobre o tema funções, evidenciando que o trabalho atingiu os propósitos almejados.

Palavras-chave: Educação Matemática. Função Quadrática. Experimento da Física. Modelagem Matemática. Engenharia Didática.

ABSTRACT

BARILLARI, Paulo Eduardo. Classroom application of the experiment Displacement in the Inclined Plane for teaching quadratic function. 2020. Dissertation (Postgraduate Program in Teaching Exact Sciences) - Federal University of São Carlos, *campus* São Carlos, São Carlos, 2020.

In order to collaborate in overcoming difficulties related to teaching the concept of function and its applications, an interdisciplinary didactic proposal was prepared. The theme was second-degree polynomial function, content linked to the 1st grade of High School. For the construction and validation of the pedagogical product, the basic guidelines proposed by Didactic Engineering were used. An experiment was developed in the area of Physics (Displacement in the Inclined Plane), with different heights corresponding to the elevation of the ramp in relation to the horizontal, of which the model function is quadratic. The students involved were divided into groups to carry out the activities. Each group recorded the experiment and edited the video, enabling the collection of numerical data, composing a table. The analysis started with the data being arranged as points on a Cartesian plane. Observing the pattern of the points found and using algebraic resources, the students obtained the expression of a quadratic function. In another moment, the same data was manipulated with assistance of computational tools. Then, the students solved theoretical problems to deepen and verify the assimilated contents. The application ended with groups meeting in the school's video room to present, socialize and compare the various results obtained. The students were very willing to participate in the proposed activities and were very satisfied with the final products. During the application and development of the works, there was great interactivity between students and teacher, reflecting on a closer and friendly relationship. These activities provided the students with a better understanding of the functions theme, showing that the work achieved the intended purposes.

Keywords: Mathematical Education. Quadratic Function. Physics Experiment. Mathematical Modeling. Didactic Engineering.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Sou professor de Matemática e Física e leciono desde o ano de 2000 no Ensino Fundamental, Médio e Superior, nas redes pública e particular. Em minha prática procuro constantemente refletir sobre o trabalho em sala de aula e o planejamento de situações que promovam o aprendizado dos alunos.

A escola, juntamente com os educadores têm continuamente procurado meios para que o aluno se torne um cidadão crítico, isto é, com opinião formada em relação às situações vivenciadas na sociedade da qual faz parte.

No ensino da Matemática, habitualmente, por falta de interação entre realidade e prática, os estudantes não conseguem desenvolver plenamente este espírito crítico, por faltar-lhes, inúmeras vezes, noção de como relacionar os conteúdos escolares com a sua vida. Observa-se que muitos apresentam dificuldades em determinar a lei da função que generaliza um problema ou em compreender situações nas quais aparecem expressões algébricas, ou, ainda, em interpretar gráficos.

Diante disto, sempre busquei adotar metodologias que ajudassem no desenvolvimento de capacidades que proporcionassem aos alunos maior iniciativa na busca de soluções.

O objetivo desta pesquisa foi explorar e aprofundar as discussões acerca das aplicações de modelos matemáticos que estão relacionados às funções quadráticas através da realização do experimento Deslocamento no Plano Inclinado.

O trabalho foi realizado com 81 alunos da 1ª série do Ensino Médio em uma escola estadual na cidade de Ribeirão Preto - SP. O ponto de partida foi a análise do conhecimento prévio dos alunos sobre o que foi assimilado no 9º ano do Ensino Fundamental, quando o conceito de funções é apresentado. Na construção da sequência didática levaram-se em conta os saberes dos alunos, baseados em avaliações diagnósticas realizadas no início do ano letivo e na observação das dificuldades apresentadas.

Foi elaborada uma intervenção de ensino envolvendo atividades práticas, de tal forma que os estudantes pudessem perceber a importância e o porquê do uso das funções e a sua relação com outras disciplinas, tendo como foco principal a ampliação dos saberes.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Essa pesquisa tem caráter qualitativo, pois aborda a complexidade de trabalhar o cotidiano escolar com metodologias alternativas.

Segundo Lüdke e André (1986): "para realizar uma pesquisa é preciso o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico a respeito dele".

A pesquisa foi realizada com base na Engenharia Didática. A origem etimológica do termo didática faz menção ao estudo da técnica de dirigir ou orientar a aprendizagem.

A metodologia da Engenharia Didática surgiu em decorrência da vertente conhecida como Didática da Matemática (DOUADY, 1985).

A Engenharia Didática une a pesquisa à prática, focando o ensino de Matemática. Trata-se de uma metodologia de pesquisa e teoria educacional, em que é possível desenhar a aplicação planejada de uma sequência didática para um grupo de alunos. Sequência didática é um termo usado em educação para definir um procedimento realizado em etapas ligadas entre si com o objetivo de tornar mais eficiente o processo de aprendizagem.

Douady (1985) define a Didática da Matemática como a área da ciência que estuda o processo de transmissão e aquisição de diferentes conteúdos no ensino básico e universitário, propondo-se a descrever e explicar os fenômenos relativos ao ensino e à aprendizagem específica da Matemática. Porém, a Didática da Matemática, segundo Douady (1985), não se reduz a pesquisar uma boa maneira ou modelo de ensinar uma determinada noção ou conceito particular.

Na perspectiva de Brousseau (1996 a, b), a Didática da Matemática deveria se centrar nas atividades que têm como objetivo o ensino daquilo que propõe de específico: os saberes matemáticos. Dentro desta concepção, a Didática da Matemática deve oferecer explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise, incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos (fazendo referência a certos aspectos da obra de Piaget), além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber. Para Brousseau (1996 a, b), as situações didáticas são uma gênese artificial análoga àquela que originou o conhecimento, de modo que a aprendizagem dos sujeitos agentes (os alunos) ocorre por adaptação, assimilação e equilibração, tal como designou Piaget, originadas nas etapas de “[...] selecionar, antecipar, executar e controlar as estratégias que aplica à resolução do problema formulado pela sequência didática” (GÁLVEZ, 1996, p. 32).

D’Amore (2007, p. 3) complementa como objetivo da Didática da Matemática “[...] a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito”.

Segundo Brousseau (1986), as principais características das situações didáticas são: (a) os alunos aceitam se responsabilizar pelo fazer e pela organização da situação-problema, como um projeto pessoal; (b) ela é elaborada para se obter certo conhecimento que é parcial ou totalmente possível de ser alcançado pelo aluno; (c) espera-se que o aluno tome decisões, teste-as e modifique-as quando necessário para adequá-las à busca da resposta correta; (d) existe uma estratégia de base disponibilizada pelo repertório de conhecimento dos alunos que permita uma solução local ou uma solução parcial que inicie o desenvolvimento da atividade; (e) a eficácia e a viabilidade dependem das variáveis didáticas de comando que o professor convenientemente deve escolher e utilizar na concepção das atividades; (f) envolvem uma socialização que pode ocorrer de três modos; comunicação e negociação entre pares, com o jogo/problema e, eventualmente, em caso de extrema necessidade, com o professor; (g) é elaborada para que o aluno perceba que o novo conhecimento almejado é o meio mais eficaz para encaminhar e resolver a situação; (h) permite a construção do conhecimento, o que equivale à formação de sentido para o aluno.

Em uma pesquisa cuja metodologia é fundamentada nos pressupostos da Engenharia Didática, busca-se identificar as diferentes fases de seu desenvolvimento: (1) Análises prévias, (2) Concepção e análises *a priori*, (3) Experimentação (aplicação da proposta didática) e (4) Análise *a posteriori* e validação. Segundo Artigue (1988), cada uma dessas fases é retomada e aprofundada ao longo do trabalho de pesquisa, em função das necessidades emergentes. Isso significa que a expressão “análises preliminares” não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-las, visto que a temporalidade identificada pelo termo “preliminar” ou “prévia” é relativa, pois se refere apenas a um primeiro nível de organização. Na realidade, deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa. Estas análises prévias devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise *a priori* e construção da sequência de ensino.

(1) Análises prévias são as referências utilizadas como pontos de partida para o desenvolvimento de uma proposta didática, as dificuldades apresentadas pelos estudantes, a forma de apresentação do conteúdo a eles, as propostas curriculares e os autores pesquisados, destacando os objetivos que se pretendem alcançar com a proposta a ser construída.

(2) Concepção e análises *a priori* é a construção da proposta didático-pedagógica que contribui para a compreensão e superação das dificuldades percebidas. A proposta construída é aplicada em classes de estudantes. O professor como mediador do processo, organiza situações de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aquisição de conhecimento.

(3) Experimentação: durante a experimentação, coleta-se e organiza-se um corpus de pesquisa variado, composto por produção dos alunos, registro de perguntas, dúvidas e erros constatados durante o acompanhamento de suas ações. A análise desse material é essencial para a etapa da validação. Esse é o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o se necessário, quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica em um retorno à análise *a priori*, em um processo de complementação. Junto à experimentação, é iniciada a análise *a posteriori* e a validação das hipóteses. O professor em ação não espera para analisar o trabalho após concluí-lo.

(4) Análise *a posteriori* e validação: ao ser realizado um estudo da aplicação do produto, são considerados os sucessos ou insucessos e, se necessário, modifica-se a proposta inicial para a obtenção de um melhor resultado. A análise *a posteriori* se apoia no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. Esses dados são, às vezes, completados por dados obtidos pela utilização de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino. O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos *a priori* e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados. A análise *a posteriori* de uma sessão é o

conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribuem para a melhoria dos conhecimentos didáticos. É uma análise embasada na análise *a priori*, dos fundamentos teóricos, das hipóteses e da problemática da pesquisa; supondo que a observação foi preparada por uma análise *a priori* conhecida do observador e que os objetivos da observação foram delimitados por ferramentas apropriadas e estruturados também pela análise *a priori*.

A validação é fundada no confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* (ARTIGUE, 1996, p. 197). O confronto das referidas análises consiste em investigar aquilo que foi considerado nas hipóteses e se, na prática, ocorreu ou sofreu distorções.

ELABORAÇÃO DA PESQUISA

O tema escolhido foi o de funções quadráticas e o Currículo do Estado de São Paulo indica a sua aplicação no 2º bimestre da 1ª série do Ensino Médio. Para tal intervenção optou-se em apresentar para os estudantes uma construção “contemporânea” do experimento de Galileu sobre a queda dos corpos no plano inclinado. Esse experimento, ao mesmo tempo em que faz a interdisciplinaridade com a matéria de Física, permite reforçar o conceito de função e, em particular, de função quadrática. O momento estabelecido para a aplicação foi logo após a apresentação usual dessa matéria.

Esta dissertação foi planejada e sistematizada em 4 capítulos.

O Capítulo I é dedicado à revisão literária, no qual foram apresentadas algumas referências, a fim de conhecer melhor o universo de estudo escolhido. A revisão foi importante para estabelecer a investigação acerca do assunto a ser trabalhado. Este estudo que se refere à primeira fase da engenharia didática é a apresentação da análise prévia e de toda a problemática envolvida no trabalho a ser executado com os alunos. Destacou-se a relevância da função quadrática, conceitos, propriedades e o seu gráfico.

O Capítulo II refere-se ao planejamento dos instrumentos de coleta de dados que deram suporte à fundamentação desta pesquisa. Foram abordadas a concepção e análise *a priori* do experimento didático e das situações de aprendizagem elaboradas, apresentando as atividades com os objetivos esperados em cada uma delas.

O Capítulo III versa sobre o universo de pesquisa, descreve o local e os participantes do processo de investigação. Discorre sobre a aplicação da proposta didática com informações da atividade experimental e o exame de todo o material produzido pelos estudantes, identificando as dificuldades encontradas em cada etapa e a proposta de intervenção utilizada pelo professor. Foi possível examinar com uma visão mais ampla e aprofundada, como os estudantes refletiram sobre as atividades realizadas sobre o tema abordado. O tratamento da análise dos dados coletados culminou na discussão dos resultados numa perspectiva qualitativa.

No capítulo IV, junto à análise *a posteriori*, apontou-se a validação da proposta didática, a apreciação do método escolhido, as observações pessoais, as considerações finais, a proposta para um novo trabalho e finalmente, foram listadas todas as referências utilizadas para a construção deste texto acadêmico.

No Apêndice A estão disponibilizadas as folhas de Atividades que constituem o material a ser trabalhado com os estudantes em sala de aula.

O Apêndice B apresenta as resoluções da Atividade 4 (Avaliação) da sequência didática.

No Apêndice C há o Termo de Compromisso da E.E. Prof. Cid de Oliveira Leite (Regimento Escolar), que permite o uso das imagens dos alunos em trabalhos científicos.

1 O ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NA MATEMÁTICA E NO ENSINO MÉDIO

1.1 INTRODUÇÃO

Para esta dissertação, foi elaborada uma atividade experimental de Física cuja modelagem teve caráter interdisciplinar, contextualizando o conceito de função quadrática e buscando uma metodologia de ensino mais atraente para os estudantes.

A pesquisa foi baseada no Currículo do Estado de São Paulo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), nas Orientações Educacionais Complementares (PCN+ Ensino Médio) e na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC Ensino Médio), abordando o tema de funções com o intuito de estabelecer um melhor aproveitamento no aprendizado dos alunos.

Deve-se ressaltar o parecer favorável ao uso de metodologias diferenciadas que tragam melhorias na construção do conhecimento matemático. A literatura em Educação Matemática, em geral, orienta que conteúdos que são trabalhados por meio de situações contextualizadas e associadas a experimentos realizados pelos próprios estudantes se caracterizam como facilitadores para a construção dos significados de conceitos matemáticos dentro do processo de ensino e de aprendizagem.

1.2 DEFINIÇÕES, PROPRIEDADES E GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Essa seção apresenta algumas definições, propriedades e o gráfico que representa a função polinomial do 2º grau. A principal referência é o livro “A Matemática do Ensino Médio”, volume 1, capítulo de Funções Quadráticas, de Lima e outros autores (2012, p. 131 a 164).

DEFINIÇÃO: Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se diz quadrática quando existem números reais a, b, c, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

PROPRIEDADE I: Sejam $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $g(x) = a'x^2 + b'x + c'$ funções quadráticas. Se $f(x) = g(x)$, ou seja, $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$, então $a = a'$, $b = b'$ e $c = c'$.

Demonstração:

Nas condições do enunciado, façamos primeiro $x = 0$. Temos $c = c'$. Assim, obtemos $ax^2 + bx = a'x^2 + b'x$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$. Porém essa igualdade é válida para todo $x \neq 0$. Dividindo ambos os membros por x, temos $ax + b = a'x + b'$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

Portanto, fazendo $x = 1$ e depois $x = -1$, obtemos, respectivamente, $a + b = a' + b'$ e $-a + b = -a' + b'$. Fazendo a soma dessas duas equações, encontramos $b = b'$ e fazendo a subtração entre elas encontramos $a = a'$.

PROPRIEDADE II: Sejam $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $g(x) = a'x^2 + b'x + c'$ funções quadráticas. Se $f(x_1) = g(x_1)$, $f(x_2) = g(x_2)$ e $f(x_3) = g(x_3)$, onde $x_1 \neq x_2 \neq x_3$, ou seja, $f(x) = g(x)$ em três pontos distintos, então $f(x) = g(x)$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

Demonstração:

Fazendo $\alpha = a - a'$, $\beta = b - b'$ e $\gamma = c - c'$, queremos mostrar que $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

Sabemos que:

$$f(x_1) - g(x_1) = 0$$
$$a{x_1}^2 + bx_1 + c - (a'{x_1}^2 + b'x_1 + c') = 0$$
$$a{x_1}^2 + bx_1 + c - a'{x_1}^2 - b'x_1 - c' = 0$$
$$(a - a')\,{x_1}^2 + (b - b')\,x_1 + (c - c') = 0$$
$$\therefore\ \alpha x_1^2 + \beta x_1 + \gamma = 0$$

De maneira análoga, temos que $f(x_2) - g(x_2) = 0$ equivale a $\alpha x_2^2 + \beta x_2 + \gamma = 0$.

E que $f(x_3) - g(x_3) = 0$ equivale a $\alpha x_3^2 + \beta x_3 + \gamma = 0$.

Isto significa que:

$$\begin{cases} \alpha x_1^2 + \beta x_1 + \gamma = 0 \\ \alpha x_2^2 + \beta x_2 + \gamma = 0 \\ \alpha x_3^2 + \beta x_3 + \gamma = 0 \end{cases}$$

Subtraindo a primeira equação de cada uma das outras, obtemos:

$$\alpha\,(x_2^2 - x_1^2) + \beta\,(x_2 - x_1) = 0 \text{ e } \alpha\,(x_3^2 - x_1^2) + \beta\,(x_3 - x_1) = 0.$$

Como $x_2 - x_1 \neq 0$, podemos dividir $\alpha\,(x_2^2 - x_1^2) + \beta\,(x_2 - x_1) = 0$ por $x_2 - x_1$, obtendo:

$$\frac{\alpha\,(x_2^2 - x_1^2) + \beta\,(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{0}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{\alpha\,(x_2 + x_1)\,(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} + \frac{\beta\,(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{0}{x_2 - x_1}$$

$$\alpha\,(x_2 + x_1) + \beta = 0$$

De maneira análoga, como $x_3 - x_1 \neq 0$, podemos dividir $\alpha\,(x_3^2 - x_1^2) + \beta\,(x_3 - x_1) = 0$ por $x_3 - x_1$, obtendo $\alpha\,(x_3 + x_1) + \beta = 0$.

Subtraindo $\alpha\,(x_2 + x_1) + \beta = 0$ de $\alpha\,(x_3 + x_1) + \beta = 0$, membro a membro, temos:

$$\alpha\,(x_3 + x_1) + \beta - \alpha\,(x_2 + x_1) - \beta = 0$$

$$\alpha\,x_3 + \alpha x_1 - \alpha\,x_2 - \alpha x_1 = 0$$

$$\alpha\,(x_3 - x_2) = 0$$

Como $x_3 - x_2 \neq 0$, temos que $\alpha = 0$.

Substituindo $\alpha = 0$ em $\alpha\,(x_2 + x_1) + \beta = 0$, obtemos $\beta = 0$. E por fim, substituindo $\alpha = \beta = 0$ em $\alpha x_1^2 + \beta x_1 + \gamma = 0$, por exemplo, obtemos $\gamma = 0$.

Logo, se duas funções quadráticas assumem os mesmos valores em três pontos distintos x_1, x_2, x_3 então essas funções são iguais, isto é, assumem o mesmo valor para qualquer número real x.

PROPRIEDADE III: Dados três números reais x_1, x_2, x_3 (portanto diferentes dois a dois) e números reais y_1, y_2, y_3 tais que os pontos A = (x_1, y_1), B = (x_2, y_2) e C = (x_3, y_3) são não colineares em $\mathbb{R}^2$, existe uma e somente uma função quadrática f(x) = ax^2 + bx + c tal que f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2 e f(x_3) = y_3.

Demonstração:

Consideremos o sistema linear homogêneo nas incógnitas α, β e γ:

$$\begin{cases} x_1^2\alpha + x_1\beta + \gamma = 0 \\ x_2^2\alpha + x_2\beta + \gamma = 0 \\ x_3^2\alpha + x_3\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

A matriz dos coeficientes é:

$$M = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & 1 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Pelos cálculos feitos na propriedade II vemos que o sistema (1) tem uma única solução (a solução trivial). Dessa forma det M $\neq$ 0. Consideremos agora o sistema linear nas incógnitas a, b e c:

$$\begin{cases} x_1^2a + x_1b + c = y_1 \\ x_2^2a + x_2b + c = y_2 \\ x_3^2a + x_3b + c = y_3 \end{cases} \qquad (3)$$

A matriz dos coeficientes de (3) é novamente M, portanto esse sistema tem uma única solução (a, b, c).

Consideremos a função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por f(x) = ax^2 + bx + c.

Por (3) temos f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2 e f(x_3) = y_3. Falta apenas provar que f é quadrática, isto é, que a $\neq$ 0. Vamos calcular **a**.

Subtraindo x_1^2a + x_1b + c = y_1 de x_2^2a + x_2b + c = y_2 e de x_3^2a + x_3b + c = y_3, temos respectivamente,

$$a(x_2^2 - x_1^2) + b(x_2 - x_1) = y_2 - y_1 \text{ e } a(x_3^2 - x_1^2) + b(x_3 - x_1) = y_3 - y_1.$$

Como $x_2 - x_1 \neq 0$ e $x_3 - x_1 \neq 0$, podemos dividir as relações acima por esses valores, e obtemos, respectivamente,

$$a(x_2 + x_1) + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{e} \quad a(x_3 + x_1) + b = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}.$$

Subtraindo a segunda relação da primeira eliminamos b e temos

$$a(x_2 + x_1) - a(x_3 + x_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

$$\Leftrightarrow a(x_3 - x_2) = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

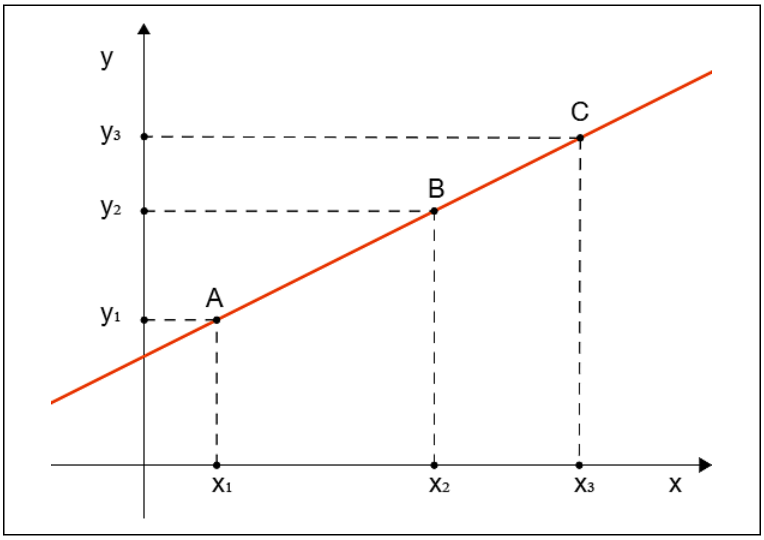
$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{x_3 - x_2}\left[\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right].$$

Mas $\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$ é a inclinação da reta que passa por A e C, e $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ é a inclinação da reta que passa por A e B. Como esses três pontos não são colineares, essas inclinações são diferentes, e temos $a \neq 0$.

Observação:

A condição $\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ significa que as retas AC e AB têm o mesmo declive, ou seja, os pontos A, B e C são colineares.

Figura 1 - Pontos A, B e C colineares

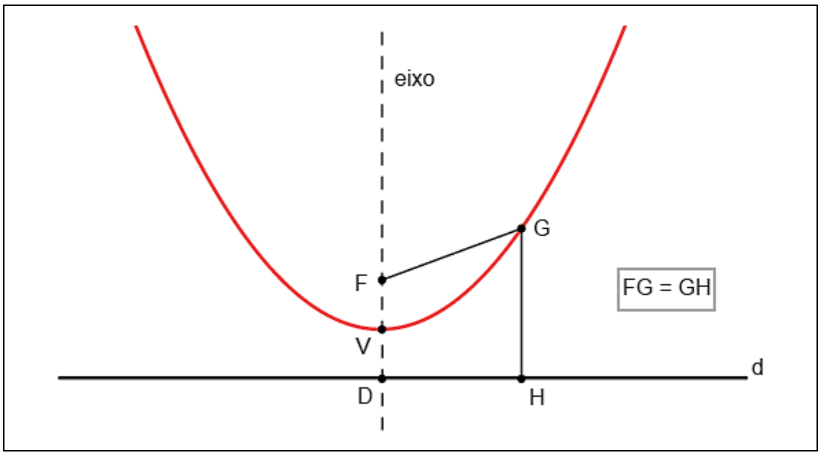


Fonte: Arquivo pessoal

O GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

DEFINIÇÃO: Uma parábola é o conjunto dos pontos do plano equidistantes de um ponto **F** (foco) e de uma reta **d** (diretriz) que não contém esse ponto.

Figura 2 - Gráfico da função quadrática



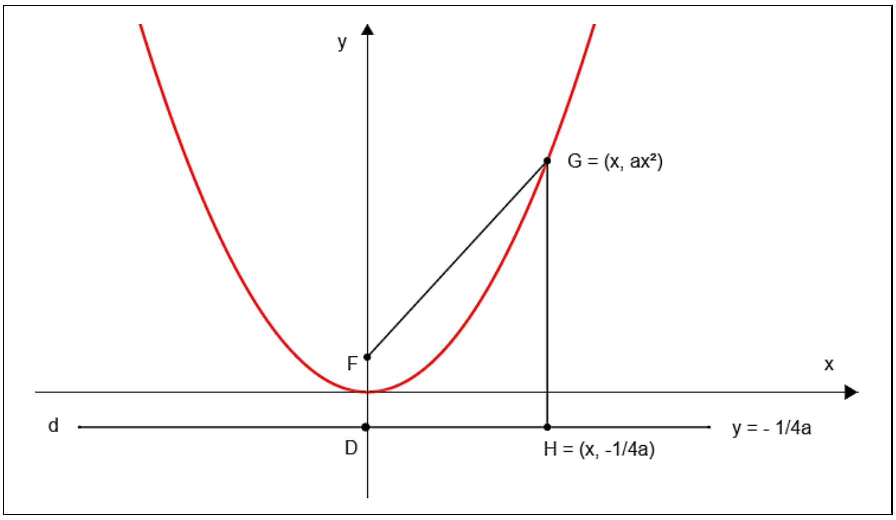
Fonte: Arquivo pessoal

A reta que passa no foco **F** e é perpendicular à diretriz **d** designa-se eixo de simetria da parábola.

O ponto **V** mais próximo da diretriz **d** chama-se vértice da parábola. Este é o ponto médio do segmento cujas extremidades são o foco **F** e o ponto **D** de intersecção entre o eixo (de simetria) da parábola e a diretriz **d**.

Verificaremos que o gráfico de qualquer função quadrática é uma parábola.

Figura 3 - Gráfico da função $f(x) = ax^2$



Fonte: Arquivo pessoal

Seja G = (x, ax^2) um ponto qualquer que pertence ao gráfico de $f(x) = ax^2$.

Mostraremos que, para todo $x \in \mathbb{R}$, a distância do ponto G = (x, ax^2) do gráfico de $f(x) = ax^2$ ao foco F = $\left(0, \frac{1}{4a}\right)$ é igual à distância do mesmo ponto G à diretriz que é a reta horizontal $y = -\frac{1}{4a}$, ou seja, FG = GH.

$$\mathbf{FG} = \sqrt{\mathbf{x^2} + \left(\mathbf{ax^2} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4a}}\right)^{\mathbf{2}}} =$$

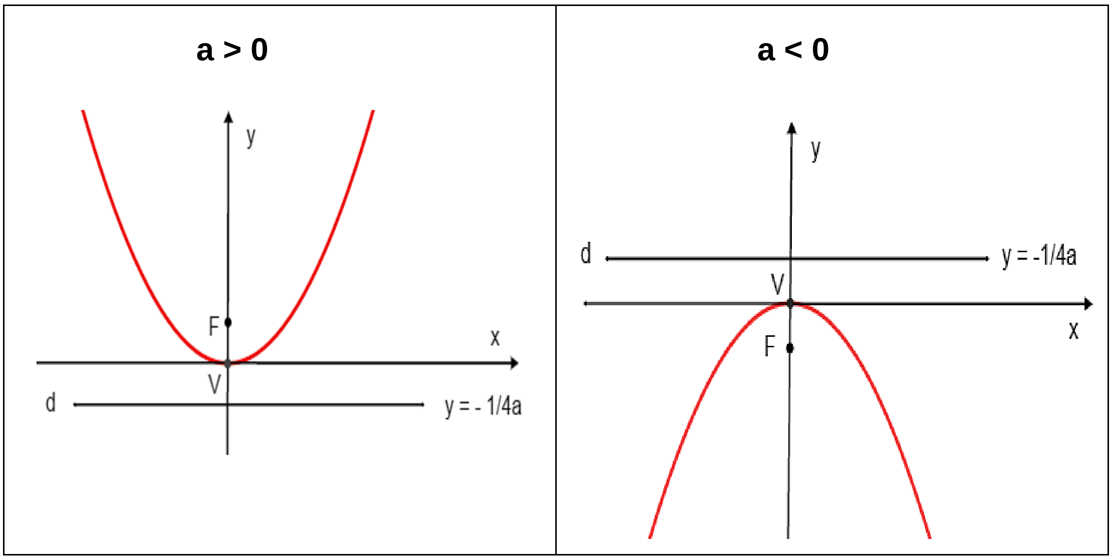
$$= \sqrt{x^2 + a^2x^4 - \frac{2ax^2}{4a} + \frac{1}{16a^2}} =$$

$$= \sqrt{a^2x^4 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{16a^2}} =$$

$$= \left(\mathbf{ax^2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4a}}\right) = \mathbf{GH}$$

Logo, o gráfico da função $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$ é a parábola cujo foco é o ponto F = $\left(0, \frac{1}{4a}\right)$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = -\frac{1}{4a}$.

Figura 4 - Sinal do coeficiente **a** da função quadrática



Fonte: Arquivo pessoal

Se a > 0, a parábola tem sua concavidade voltada para cima e se a < 0, sua concavidade está voltada para baixo.

O gráfico de $f(x) = a\,(x - m)^2$ resulta do gráfico de $g(x) = ax^2$ pela translação horizontal $(x, y) \to (x + m, y)$, a qual leva o eixo $x = 0$ no eixo $x = m$.

O gráfico da função quadrática $f(x) = a\,(x - m)^2 + k$ é obtido do gráfico de $g(x) = a\,(x - m)^2$ por meio da translação vertical $(x, y) \to (x, y + k)$, que leva o eixo OX na reta $y = k$ e a reta $y = -\frac{1}{4a}$ na reta $y = k - \frac{1}{4a}$. Logo, o gráfico da função $f(x) = a\,(x - m)^2 + k$, com $a \neq 0$, é a parábola cujo foco é o ponto $F = \left(m,\ k + \frac{1}{4a}\right)$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = k - \frac{1}{4a}$.

Considerando a função quadrática geral $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, usando completamento de quadrados pode-se escrever:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Obtém-se dessa forma a expressão anterior com $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$. Portanto o gráfico de f é uma parábola. Seu foco é:

$F = \left(m, k + \frac{1}{4a}\right) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} + \frac{1}{4a}\right) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 1}{4a}\right)$ e sua diretriz é a reta: $y = k - \frac{1}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} - \frac{1}{4a} = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a}$.

O ponto do gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$ mais próximo da diretriz é aquele de abcissa $x = \frac{-b}{2a}$. Neste ponto, f(x) atinge seu valor mínimo quando $a > 0$ e seu valor máximo quando $a < 0$. Quando $x = \frac{-b}{2a}$, o ponto (x, f(x)) é o vértice da parábola que constitui o gráfico de f(x).

As abcissas x_1, x_2 dos pontos, se existirem, da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ intersecta o eixo OX são as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

O ponto médio do segmento $[x_1, x_2]$ é a abcissa do vértice da parábola. Se o gráfico está inteiramente acima, ou inteiramente abaixo do eixo horizontal OX, a equação não possui raízes. Se o gráfico apenas tangencia o eixo OX, a equação tem uma raiz (única) dupla. Se $x_1 < x < x_2$ então f(x) tem sinal contrário ao sinal de a; se $x < x_1$ ou $x > x_2$, f(x) tem o mesmo sinal de a. Estas e outras conclusões resultam imediatamente do exame do gráfico.

1.3 A MATEMÁTICA E O ENSINO DAS FUNÇÕES SEGUNDO O CURRÍCULO DA SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO; OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO - PCNEM (MEC), AS ORIENTAÇÕES EDUCACIONAIS COMPLEMENTARES - PCN+ ENSINO MÉDIO (MEC) E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR - BNCC ENSINO MÉDIO (MEC).

Segundo os documentos oficiais que estabelecem as diretrizes educacionais brasileiras, a Educação tem como um dos seus objetivos preparar indivíduos e inseri-los na sociedade desenvolvendo pensamentos e atitudes, capacitando-os para solucionar problemas, desenvolvendo a criatividade e proporcionando poder de análise para o enfrentamento de situações novas.

O Currículo da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo propõe que o conceito de função seja incialmente apresentado ao estudante no 9º ano do Ensino Fundamental através de noções básicas, observando as variações entre as grandezas e construindo gráficos de funções lineares e quadráticas. O tema volta a ser apresentado aos alunos na 1ª série do Ensino Médio, retomando os conteúdos do Ensino Fundamental, porém acrescidos de novos conceitos.

A partir do Ensino Médio, os estudantes iniciam o estudo acerca de funções como uma relação binária e as suas classificações. Na relação entre conjuntos é realizado o reconhecimento de uma função identificando o domínio, o contradomínio, a imagem e o seu diagrama. Alguns gráficos ajudam a compreensão dos estudantes no que se refere à propriedade da função, como a classificação em função crescente, decrescente e constante, relação entre o par ordenado que representa um ponto e os valores da variável x e sua imagem f(x), dentre outros. No estudo de funções de forma geral, são observadas suas representações gráficas e algébricas desenvolvendo uma série de exercícios que envolvem situações de aplicação direta e situações contextualizadas, que trazem, inclusive, exemplos de conhecimentos interdisciplinares.

Para que o estudante entenda o conceito de função é preciso mais do que saber interpretar uma expressão algébrica e fazer transposição gráfica ou descrita para outra linguagem. O Currículo sugere trabalhos que envolvam situações contextualizadas e interdisciplinares que favoreçam a atribuição de significado aos conhecimentos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem.

Com relação à preocupação com a interdisciplinaridade, destaca o PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002, p. 111):

> Quem aprende matemática integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competência e habilidades que são essencialmente formadoras à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias a sua formação.

As habilidades mais específicas em que se fundamentam os objetivos de um pensar matemático e do domínio de um “saber fazer matemática” passam por um processo que deve ter uma prolongada atividade sobre resolução de problemas, elaborando conjecturas, capacidade de argumentação desenvolvendo habilidades essenciais à leitura e à interpretação, inclusive de outras áreas do conhecimento.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 72):

> O estudo das funções pode prosseguir com os diferentes modelos que devem ser o objeto de estudo na escola - modelo linear, quadrático e exponencial. O modelo periódico será discutido no tópico referente às funções trigonométricas, mais adiante. É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomado em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado). Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio de uma simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções.

Os PCNs destacam que a Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1998), são três as competências relativas à área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: representação e comunicação, investigação e compreensão, e contextualização das ciências no âmbito sociocultural.

Na competência da representação e comunicação - o estudante deverá fazer a leitura, a interpretação dos dados enunciados transformando-os em gráficos, tabelas e expressões algébricas, além de aprender a expor as resoluções com argumentos e justificativas claras para a solução de uma situação-problema.

Na competência de investigação e compreensão, o estudante deverá desenvolver habilidades que possam levá-lo a questionar processos naturais e tecnológicos. Deverá interpretar e criticar resultados utilizando conhecimentos relativos à ciência e dados obtidos em seus experimentos e demonstrações.

Na competência da contextualização das ciências, no âmbito sociocultural, o estudante deverá desenvolver o raciocínio matemático para saber compreender e julgar os resultados obtidos a partir das aplicações tecnológicas dos diferentes campos científicos.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio (2018, p. 523), destacamos duas competências específicas da área de Matemática e suas tecnologias:

> - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
>
> - Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Segundo Brasil (1998), o ensino da Matemática é importante por permitir resolver problemas do cotidiano, por ser um saber aplicável em outras disciplinas, assim como no mundo do trabalho e, por interferir fortemente na formação de capacidades intelectuais dos alunos. Apresenta a seguinte concepção: Matemática é uma ciência que se originou no cotidiano e converteu-se em sistema de variadas e extensas disciplinas. Como as demais ciências, reflete as leis sociais e serve de poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza.

O aluno deve ser estimulado a tentar superar as dificuldades, apoiando-se em estratégias obtidas pelo seu próprio esforço. Permanentemente provocado e instigado para que consiga evoluir pelo próprio mérito ao longo de todo o processo de ensino-aprendizagem.

De acordo com Moreno (2006, p. 49):

> Na interação desenvolvida por um aluno em situação de ensino, ele utiliza seus conhecimentos anteriores, submete-os à revisão, modifica-os, rejeita-os ou os completa, redefine-os, descobre novos contextos de utilização e, dessa maneira constrói novas concepções.

Segundo Prospero (2013), são poucas situações em sala de aula que permitem a discussão e observação de detalhes acerca do que compõe uma função. Em situações-problema, os estudantes geralmente não identificam quais são as variáveis, o domínio e a imagem. Para o referido autor, as dificuldades relativas à compreensão dos conceitos de funções podem ser consequências do tipo de abordagem e da maneira como o tema é apresentado aos estudantes através de aulas expositivas e de maneira abstrata.

Macedo (2011), ao propor uma atividade contextualizada e interdisciplinar, desenvolveu um experimento na construção de uma proposta pedagógica que consistia na observação do escoamento de um líquido. Após a obtenção de dados discretos a partir da atividade experimental, os estudantes realizaram a transposição dos mesmos para o contínuo através das funções, concluindo que uma função quadrática poderia descrevê-los utilizando um aplicativo computacional para determinar sua função algébrica.

Ressalta ainda Macedo (2011), em sua proposta pedagógica, a ausência de situações experimentais interdisciplinares nos livros didáticos e justifica: “A ideia de iniciar o estudo de funções com História da Matemática e com exemplos do cotidiano atende a sugestões dos PCNs, contudo seria interessante para o aluno comprovar esse fato realizando um experimento”.

A Matemática neste sentido assume papel fundamental na preparação do aluno, pois o auxilia nos processos cognitivos. Raciocinar, analisar, comparar, validar, refutar, refletir, concluir, tomar decisões, dentre outras, são características essenciais no desenvolvimento intelectual de qualquer indivíduo da atualidade.

1.4 IDEIAS E MOTIVAÇÕES PRESENTES NO USO DE UM EXPERIMENTO

O ensino de Matemática requer reflexões constantes dos professores com relação aos trabalhos desenvolvidos em sala de aula. Como fazer com que os alunos criem alternativas de sucesso na busca de soluções dos problemas propostos? Mudar o método habitual (dos modelos tradicionais) e lecionar utilizando a Modelagem Matemática é um caminho diferente e interessante.

"Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade" (BASSANEZI, 2002).

A Modelagem Matemática, no ensino, deve ser vista mais como uma estratégia de aprendizagem; o objetivo principal não é de se chegar a um modelo perfeito, mas de seguir etapas em que o conteúdo matemático vai sendo, no decorrer do processo, sistematizado e aplicado.

De acordo com Fidelis e Almeida (2004), "a escolha do tema, a coleta de informações e dados realizados pela equipe de alunos faz com que cada um, indiretamente, se sinta um pouco responsável pela resolução do problema". Isso diferencia a Modelagem Matemática da simples aplicação da Matemática na resolução de problemas, muitas vezes distantes da realidade de cada comunidade escolar.

Segundo Biembengut (2000) e Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática é uma arte de formular, resolver e elaborar expressões que não sirvam apenas para uma solução particular, mas também, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias. Pode-se dizer que Matemática e realidade são dois conjuntos distintos e a modelagem é um meio de fazê-las interagir.

Bassanezi (2010, p. 17) considera a Modelagem Matemática "um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios de agir sobre ela e transformá-la".

Em face à dificuldade dos alunos em relação ao conteúdo de funções, é que se propôs este trabalho com Modelagem Matemática para verificar de que maneira o aluno relaciona a realidade por ele vivida, com a aprendizagem por ele adquirida.

De acordo com D'Ambrosio (1996), o grande desafio do professor é dar-se conta de como a maneira de ensinar Matemática pode contribuir para alcançar os principais objetivos da educação atual, proporcionando ao aluno a chance de lidar com situações novas, desencadeando um novo problema, que poderá motivá-lo à busca de soluções, vindo ao encontro do PCN+, os quais afirmam que é preciso:

> [...] considerar o mundo em que o jovem está inserido, não somente através do reconhecimento de seu cotidiano enquanto objeto de estudo, mas também de todas as dimensões culturais, sociais e tecnológicas que podem ser por ele vivenciadas na cidade ou região em que vive (BRASIL, 2002, p. 83).

D' Ambrósio (1996, p. 31) relata que "o ciclo de aquisição de conhecimento é deflagrado a partir da realidade, que é plena de fatos".

A intenção desse trabalho é de enfatizar ao aluno a importância da Matemática e despertar, assim, o interesse por tal conhecimento, desenvolvendo habilidades para ler e interpretar as mesmas sem complexidade, estimulando a criatividade, o observar, o raciocínio e o pensar matemático.

Para O'shea e Berry (1982, apud LEAL, 1999, p. 27):

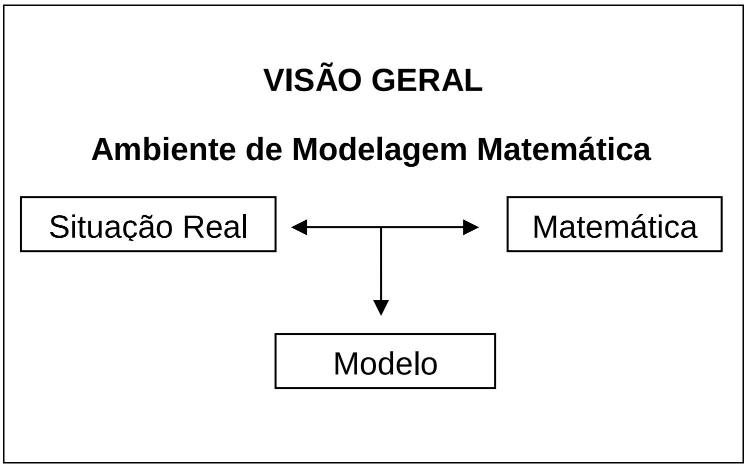
> A Modelagem Matemática é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não matemático, para chegar a colocá-lo numa linguagem matemática. A Modelagem é um processo interativo em que o estágio de validação frequentemente leva as diferenças entre predições baseadas no modelo e na realidade.

"A Modelagem Matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BASSANEZI, 2002).

O experimento do plano inclinado é bastante citado em livros didáticos como um acontecimento histórico. A partir de uma conversa com o professor Dari Campolina de Onofre, do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) - Campus Araraquara - SP, foi visto que é possível adaptá-lo para a sala de aula.

O desenvolvimento de um modelo matemático requer alguns procedimentos. Para Biembengut (2000), esses procedimentos podem ser agrupados em três etapas: (1) Interação, (2) Matematização e (3) Modelo matemático.

Figura 5 - Etapas da Modelagem Matemática



Fonte: Beimbengut; Hein, 2000, p. 13

No primeiro procedimento, nesse trabalho pedagógico, a interação acontece a partir do momento em que os alunos conhecem o objeto a ser pesquisado; na proposta pedagógica realizada, consiste na observação e filmagem dos fenômenos envolvidos na atividade experimental (Deslocamento no Plano Inclinado).

No segundo procedimento, buscam-se explicações para algumas questões, como a relação entre a distância e o tempo percorrido pela esfera; essa etapa depende dos registros realizados na atividade experimental a partir da gravação do fenômeno. Nesse momento os estudantes precisam utilizar conhecimentos matemáticos prévios para escolher o modelo que relaciona as grandezas envolvidas.

E por último, o modelo em si, depois de investigado, servirá como método de avaliação, pois a partir da interação obtida chegará a hora de aplicar os conhecimentos teóricos. Nessa etapa, o estudante faz a generalização baseada nas relações investigadas e do modelo obtido na segunda etapa. O estudante compara o que foi obtido matematicamente com o problema real apresentado inicialmente e ocorre então a validação do modelo matemático.

Reconstruir o conhecimento é algo fundamental para o aprendizado efetivo, pois provoca reflexões sobre a situação investigada. "Nenhuma teoria é final, assim como nenhuma prática é definitiva, e não há teoria e prática desvinculadas" (D'Ambrósio, 1996, p. 81).

1.5 A IMPORTÂNCIA DAS MÍDIAS TECNOLÓGICAS NA SALA DE AULA

É inegável a necessidade de uma abordagem diferente diante do universo tecnológico, pois no atual cenário os alunos já possuem acesso à tecnologia, desde pequenos, em seu convívio e aprendizado social.

Lampert (1999, p. 7) dita sobre a importância da chamada “tecnologia educativa”, que pode proporcionar “a apreensão de novas formas de conhecimento”, além de garantir indispensável renovação nas práticas docentes e a “reorganização, através de novas abordagens, do processo de ensino-aprendizagem”.

Kenski esclarece que largas oportunidades são usadas para a construção crítica do conhecimento diante das ferramentas computacionais, desde que utilizadas como auxiliares do processo de ensino-aprendizagem na estratégia pedagógica. Explica que tais ferramentas não realizam o papel do professor, não ensinam, não resolvem todos os problemas das diversas dimensões da escola, mas podem oportunizar, no contexto acanhado da sala de aula e para além dele, a dinâmica da experimentação (KENSKI, 2001).

Para Coscareli & Ribeiro (2011, p. 7), “Todo processo de educação deve fazer sentido para educador e educandos, permitindo que eles possam transcender a fragmentação do conhecimento para alcançar uma visão inter e trans-disciplinar”; “um projeto de educação tecnológica deve ter como foco a interdisciplinaridade, a formação integral do homem, a mediação entre ciência e tecnologia, cultura e conhecimento e entre homem e sociedade”.

Lévy (2009, p. 175):

> As aulas devem ser planejadas levando-se em consideração: os objetivos e os conteúdos de aprendizagem; as potencialidades do recurso tecnológico para promover aprendizagens significativas; os encaminhamentos para problematizar os conteúdos utilizando tecnologia; e os procedimentos da máquina que são necessários conhecer para sua manipulação.

É importante enfatizar o cunho pedagógico e integrar as mídias tecnológicas na educação com valor agregado, disponibilizando ao aluno recursos que o façam desenvolver em seu ritmo e dedicação, a promoção do seu próprio conhecimento.

1.6 O EXPERIMENTO DE GALILEU GALILEI

A realização do experimento dessa dissertação reporta a Galileu Galilei (1564 - 1642), por ter sido o mesmo realizado por ele no século XVI com materiais rudimentares.

Dentre as inúmeras realizações de Galileu, a atenção desse estudo estará centralizada no experimento do plano inclinado, abordado e refeito como seu objeto específico. Notadamente, nos dias de hoje, o experimento é reelaborado com o uso das tecnologias existentes, chegando à mesma conclusão.

Afirma Paty (1989) que “para Galileu, a Matemática era conhecida como um conhecimento que permitia uma leitura direta da natureza, da qual precisamente era a linguagem”.

Galileu Galilei, considerado um dos precursores do método experimental, despertou inúmeros debates entre os historiadores de ciências. Alguns duvidaram de seus experimentos, declarando que ele trabalhava em uma época em que não se dispunha de instrumentação científica precisa e que teria sido incapaz de realizar medições suficientemente apuradas para serem significativas.

Em 1638, Galileu contribuiu para a ciência do movimento dos corpos com o “Discursos e demonstrações em torno de duas novas ciências relativas à mecânica e aos movimentos locais”.

Neste livro ele enumera as leis de movimento:

> (1) As velocidades dos corpos em queda livre são proporcionais ao tempo gasto na queda;
>
> (2) Os espaços percorridos pelos corpos em queda livre são proporcionais aos quadrados dos tempos gastos para descrever esses espaços (CHERMAN, 2005, p. 38).

É fácil identificar a oposição entre o trabalho manual e o intelectual, entre a prática e a teoria que existia desde a Antiguidade, evidenciando a experimentação e a sua dimensão simbólica, o que explica as controvérsias a respeito de Galileu. O que hoje parece muito simples, como as principais leis do movimento e da inércia, na época de Galileu era motivo de bastante estudo e muita comprovação.

O estudo da “queda livre”, quando uma bola de boliche ou de ferro cai ao chão, é um fenômeno estudado nos primeiros capítulos dos atuais manuais de Física. Hoje qualquer estudante aprende que a queda livre obedece a uma lei fundamental que permite calcular a distância percorrida em função do tempo decorrido a partir do instante inicial. O movimento de queda livre é uniformemente acelerado. Acelerado, porque sua velocidade aumenta a cada instante; uniformemente acelerado porque sua velocidade aumenta regular e proporcionalmente ao tempo decorrido desde o início da queda, ou seja, a aceleração é constante (THUILLIER, 1994, p. 118).

A princípio, Galileu pesquisou sobre o movimento naturalmente acelerado e durante algum tempo acreditou que a velocidade do movimento uniformemente acelerado fosse proporcional ao espaço percorrido.

Numa segunda hipótese: “Se um móvel, partindo do repouso, cai com um movimento uniformemente acelerado, os espaços percorridos em quaisquer períodos de tempo pelo mesmo móvel estão entre si numa razão dupla desses mesmos períodos de tempo, isto é, como os quadrados desses mesmos tempos”. Na Física atual esta lei é expressa na fórmula da função $e = \frac{1}{2} gt^2$ (onde **e** é o espaço percorrido, **g** é aceleração da gravidade e **t** é o tempo). Galileu, porém, não utiliza essa linguagem, ele compara relações: os espaços percorridos estão entre si como os quadrados dos tempos $\left(\frac{e_1}{e_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}\right)$.

Vejamos então a descrição da experiência do plano inclinado por Galileu “... em uma régua, ou mais exatamente uma viga de madeira, medindo cerca de 6 metros de comprimento e com a espessura de três dedos, cavamos um pequeno canal com pouco mais de um dedo, perfeitamente retilíneo, em seguida o guarnecemos com uma folha de pergaminho bem lustrosa para torná-lo o mais escorregadio possível, e deixamos correr sobre ele uma bola de bronze bem dura, perfeitamente redonda e polida. Colocando então o aparelho numa posição inclinada e elevando uma de suas extremidades a 50 cm ou 1 metro acima do horizonte, nós deixamos, como já disse, a bola rolar sobre o canal, anotando (...) o tempo necessário para uma decida completa; a experiência foi repetida várias vezes, a fim de determinarmos exatamente a duração do tempo, mas sem que nunca descobríssemos uma diferença superior à décima fração de um batimento de pulso. Depois de colocar a bola no lugar e tomar essa primeira medida fazíamos com que ela descesse somente a quarta parte do canal: o tempo medido era sempre e rigorosamente igual à metade do tempo precedente. Em seguida, variamos a experiência comparando o tempo necessário para percorrer a metade e os dois terços, ou três quartos, ou uma outra fração; repetindo essas experiências mais de cem vezes, verificamos sempre que os espaços percorridos estavam entre si como os quadrados dos tempos, fosse qual fosse a inclinação do plano, ou seja, do canal pelo qual se fazia descer a bola." (Tradução francesa de Maurice Clavelin, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, 1970, p. 143-4).

Foi de grande destreza a utilização de um plano inclinado por Galileu, pois possibilitou maior exatidão nas medidas de tempo do movimento dos objetos sob a ação da gravidade, reduzindo sua velocidade. À época, as medições de tempo eram realizadas utilizando-se de pulsações, pêndulos ou relógios de água. Essa experiência era bastante engenhosa e convincente, pois Galileu habilmente transpôs o problema da queda livre para um problema onde haveria mais facilidade de lidar experimentalmente: o de uma bola que rola sobre um plano inclinado. O dispositivo é descrito minuciosamente: Galileu "revestiu o canal com uma folha de pergaminho bem lustrosa"; para medir o tempo usava "um grande balde cheio de água"; a água escorria por um orifício feito no fundo do balde e em seguida, era pesada. Comparando as quantidades de águas recolhidas, era possível determinar "as diferenças e proporções entre os tempos". Metodicamente, variando as distâncias percorridas e as inclinações do plano, acumulavam-se vários dados.

Durante muito tempo os historiadores admitiram a veracidade dos atos e experiências de Galileu que surgia como fundador do "método experimental". Até que Paul Tannery e, posteriormente, Alexandre Koyré, em seus "Études galiléennes" ("Estudos galilaicos") (1935 - 1939) colocaram em dúvida as experiências realizadas (THUILLIER, 1994, p. 121).

Rigorosamente Koyré manifesta dúvidas e reservas quanto à realidade das experiências de Galileu. Ao examinar a experiência relativa ao plano inclinado, Koyré constata que a "execução não fica à altura da ideia"; é "rigorosamente impossível" que os resultados obtidos tenham coincidido tão exatamente com as previsões teóricas. Num outro artigo em 1953, ele retoma a mesma ideia, afirmando que o dispositivo usado para estudar o movimento de uma bola de bronze era muito rudimentar e que não se podia medir corretamente o tempo com a ajuda de um recipiente que deixe escorrer um fio d´água.

"Que acúmulo de fontes de erro e de incerteza! É evidente que as experiências de Galileu são completamente destituídas de valor." (KOYRÉ, 1986, p. 154).

Descartes também refutava em bloco as experiências de Galileu: "todas as experiências de Galileu, pelo menos todas as experiências reais, conduzindo a uma medida e a um número, foram consideradas duvidosas pelos seus contemporâneos" (THUILLIER, 1994, p. 123).

Nos últimos anos, diversas pesquisas conduziram a outra conclusão. Em 1961, Thomas Settle reproduziu com êxito a experiência dos planos inclinados usando dispositivos semelhantes ao original. Depois de determinar as distâncias sucessivas que a bola deveria percorrer, observou o movimento e mediu o tempo com a água que escorria dentro de um cilindro e as quantidades recolhidas proporcionais ao tempo eram avaliadas por leitura direta.

Galileu se refere a uma pesagem e sabe-se que desde o século XVI era possível fazer pesagens de até 0,2 grama. Segundo Settle, os resultados foram excelentes. Os resultados das medidas obtidas para cada distância correspondiam perfeitamente às "predições teóricas", sendo as diferenças no máximo de 1 a 2 por cento.

Outro historiador, Stillman Drake, professor na Universidade de Toronto, no início dos anos 70 e James MacLachlan chegaram às mesmas conclusões.

Na verdade, Galileu foi um experimentador muito mais eficiente do que acreditava Koyré. Ele mediu o movimento de uma bola rolando ao longo do plano inclinado, e estudou quantitativamente a trajetória parabólica da mesma bola após o movimento em que ela deixava o plano inclinado e entrava em queda livre. Os trabalhos de Galileu Galilei mudaram a maneira de ver e pensar o movimento de objetos sob a ação da gravidade. As teorias e as metodologias de medida da aceleração da gravidade na superfície terrestre mudaram muito desde o século XVI, porém os métodos utilizados por Galileu continuam bastante atuais e seus resultados experimentais são surpreendentemente válidos, se forem levados em conta os recursos que possuía para executar medidas.

2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE DA PROPOSTA DIDÁTICA

2.1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo trata da Concepção e Análise a *priori,* a segunda fase da Engenharia Didática.

Foi construída uma atividade experimental na área de Física. A ideia foi abordar e fazer um tratamento interdisciplinar sobre o tema de funções que despertasse nos alunos a curiosidade e o interesse em aprender conteúdos que habitualmente são abordados apenas teoricamente.

Deslocamento no Plano Inclinado é um assunto no qual a maioria dos estudantes tem pouco interesse pelo fato de ser abstrato e pela dificuldade de compreensão dos conceitos trabalhados.

Segundo a professora titular de Física da escola onde a proposta pedagógica foi aplicada, os assuntos de Mecânica (do 1º bimestre) referentes aos Gráficos de Movimento Uniforme e de Movimento Uniformemente Variado são muitas vezes tratados rapidamente e de forma superficial por consequência da dificuldade de entendimento das turmas. Ressalta que os estudantes não estão familiarizados com os conceitos de função e com as representações gráficas. Baseada em sua experiência, prioriza outros temas em detrimento a esses, pois apenas uma pequena porcentagem de alunos consegue acompanhar.

Para essa proposta pedagógica baseada no experimento físico, elaborou-se uma sequência didática com situações de aprendizagem divididas em 6 etapas.

A sequência didática apresentada pode e deve ser alterada visando às metas que o professor deseja alcançar com a sua turma.

O objetivo específico com relação às funções quadráticas que se deseja alcançar com o experimento e com a sequência didática proposta é de aprofundar os saberes dos alunos, instigando-os a trabalhar de forma participativa e colaborativa uns com os outros, explorando assuntos que muitas vezes são vistos com grande desinteresse.

2.2 PLANEJAMENTO DA APLICAÇÃO DO EXPERIMENTO E DAS ATIVIDADES

Antes da aplicação da proposta pedagógica desta dissertação (Experimento Deslocamento no Plano Inclinado) serão trabalhados, no 2º bimestre da 1ª série do Ensino Médio, de acordo com o Currículo da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2010, p. 65), os conteúdos e as habilidades abaixo.

Conteúdos:

- Relação entre duas grandezas;
- Proporcionalidades: direta, inversa e direta com o quadrado;
- Função polinomial de 1º grau e
- Função polinomial de 2º grau.

Habilidades:

- Saber reconhecer relações de proporcionalidade direta, inversa direta com o quadrado, entre outras, representando-as por meio de funções (6 aulas);

- Compreender a construção do gráfico de funções polinomiais de 1º grau, sabendo caracterizar o crescimento, o decrescimento e a taxa de variação (6 aulas);

- Compreender a construção do gráfico de funções polinomiais de 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decrescimento, os sinais da função e os valores extremos (pontos de máximo ou de mínimo) (8 aulas) e

- Saber utilizar em diferentes contextos as funções de 1º e de 2º graus, explorando problemas de máximos e de mínimos (10 aulas).

As intervenções, utilizando metodologias ativas, que serão executadas com **cada turma** ficaram divididas do seguinte modo:

PRIMEIRA ETAPA: duas aulas para assistir a um curta-metragem sobre Galileu (vida e obra) e ler uma adaptação do artigo: Galileu fez o plano inclinado? de NEVES, M. C. D. et al, onde Koyré refuta as experiências de Galileu, para, em seguida, compor um círculo de debate e reflexões. Mais uma aula para apresentar o projeto, dar as orientações necessárias e fazer uma pequena simulação mostrando o que os estudantes realizarão no dia da gravação do experimento.

SEGUNDA ETAPA - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1 (ATIVIDADE 1): duas aulas para a realização da gravação do experimento na sala de vídeo da escola. As tarefas, de edição do vídeo e tabela serão feitas nas casas dos alunos.

TERCEIRA ETAPA - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2 (ATIVIDADE 2): uma aula para a construção do gráfico de pontos em papel milimetrado. Mais duas aulas para responder às questões propostas e encontrar a função que descreve a curva do gráfico de pontos. Após a aplicação, mais uma aula para correção e esclarecimento de dúvidas.

QUARTA ETAPA - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3 (ATIVIDADE 3): encontrar o gráfico e a expressão da função da função quadrática a partir de aplicativos computacionais (GeoGebra e Planilhas eletrônicas). A Atividade 3 será realizada nas residências dos estudantes.

QUINTA ETAPA - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4 (ATIVIDADE 4): três aulas para a realização da Avaliação, que contém no total 6 problemas, sendo três deles sobre análise, interpretação, e construção de gráficos e três sobre funções quadráticas. Após a aplicação, mais três aulas para correção e esclarecimento de dúvidas.

SEXTA ETAPA: 2 aulas para a apresentação e o compartilhamento dos resultados dos grupos na sala de vídeo da escola.

2.3 DESCRIÇÃO E SIMULAÇÃO DA ATIVIDADE EXPERIMENTAL

Nesta seção serão descritas as etapas de construção e alguns resultados dos experimentos obtidos pelo professor. Após a construção do experimento foram realizados estudos e análises das simulações, com o intuito de verificar a viabilidade de sua aplicação.

Materiais necessários para a construção do experimento (os objetos utilizados são fáceis de serem encontrados no comércio e de baixo custo):

- 2 metros de trilho de alumínio de cortina com dimensões: 3 cm x 2,5 cm x 1 cm. Ao comprar o trilho optou-se pelo reforçado (espessura maior do alumínio), pois o trilho com espessura menor entortava facilmente devido ao tamanho. Optou-se por esse tamanho de trilho, pois é viável o transporte no carro.

Figura 6 - Trilho de cortina

Fonte: Arquivo pessoal

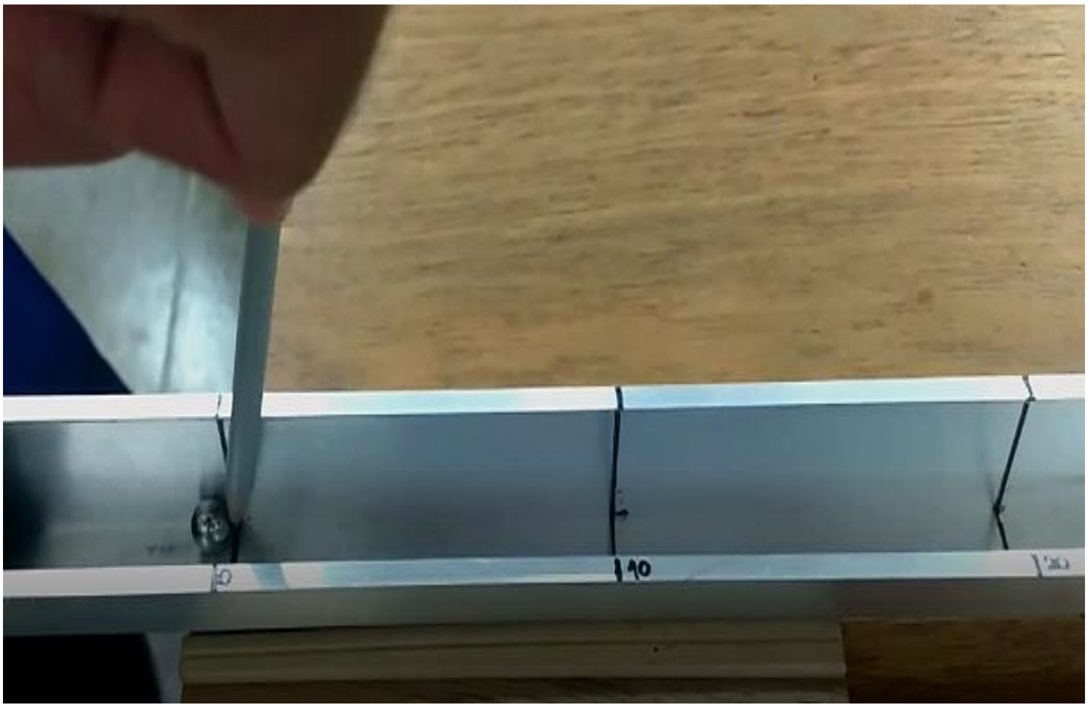
- 1 esfera de aço de 5 mm de diâmetro. Pode-se utilizar com diâmetros diferentes, por exemplo, uma esfera de rolamento de mouse. A esfera que foi utilizada é de rolamento de máquina.

Figura 7 - Esfera de aço

Fonte: Internet

- Caneta de marcador permanente preta, a mesma utilizada para escrever em CDs. Fazer marcações de 10 cm em 10 cm com o marcador permanente ao longo do trilho, numerando de zero a 20.

Figura 8 - Trilho com marcações de 10 cm em 10 cm



Fonte: Arquivo pessoal

- Diversos pedaços de madeira com espessuras diferentes (10 mm, 20 mm, 40 mm, 50 mm, etc.) para estabelecer o plano inclinado do trilho. Podem-se substituir as madeiras por livros.

- Celular para gravar o deslocamento da esfera no plano inclinado.

Etapas da realização do experimento:

(1^a) Em uma mesa horizontalmente plana apoiar o trilho e a(s) madeira(s) na extremidade que possui o marco zero, de tal forma a criar um plano inclinado para o deslocamento da esfera. Colocar um palito japonês (hashi), palito de sorvete ou outro, na beirada do trilho com a marcação 10 cm de altura (Vide Figura 8), para que a esfera possa deslocar na “quina” sem fazer “zigue-zague” ao longo do trajeto.

(2ª) Filmar com o celular o deslocamento da esfera, desde o marco zero até o final do trilho (marco 200 cm).

(3ª) Editar o vídeo utilizando o programa Movie Maker, iniciando o deslocamento exatamente no marco zero. Utilizar o frame by frame (quadro a quadro), e anotar os tempos da passagem da esfera em cada marcação, de 10 cm em 10 cm no percurso de 200 cm. Em seguida montar uma tabela de deslocamento (em cm) por tempo (em segundos).

Obter as 1ª e 2ª variações dos dados relativas ao tempo, em planilhas eletrônicas.

(4ª) Em posse da tabela, utilizar o programa de planilhas eletrônicas e o aplicativo GeoGebra para gerar os gráficos. Depois da análise, refletir e discutir sobre as curvas e as equações horárias dos espaços apresentadas.

Na simulação feita pelo professor, as primeiras medições de tempo foram realizadas com um cronômetro digital, mas apresentaram resultados imprecisos nos atos de disparar e parar as contagens de tempo. O passo seguinte foi gravar o deslocamento e a partir daí, chegar a um resultado plausível e construir uma tabela com dados confiáveis.

Inicialmente as gravações foram realizadas com operador e câmera profissionais - gentilmente feitas por Sérgio Henrique Mariano - com a filmadora fixa em um tripé; porém as gravações não ficaram com boa resolução nas extremidades do trilho.

Após, efetuaram-se gravações com a filmadora acompanhando a esfera e o operador caminhando paralelamente ao trilho; o resultado foi o desejado. Produziram-se cerca de 50 gravações com inúmeras alturas diferentes do plano inclinado com relação à horizontal. Foram feitas também gravações de outro experimento que é apresentado na seção 4.4 (p. 124).

Num segundo momento executaram-se gravações com máquina fotográfica digital portátil e o desfecho foi muito bom. E por fim, várias gravações com o celular, pois esse seria o recurso mais fácil para trabalhar com os alunos e o resultado mostrou-se também muito preciso. Os resultados dos tempos com as gravações de vídeo são da ordem de centésimos de segundos.

Figura 9 - Estrutura montada e organizada do experimento

Fonte: Arquivo pessoal

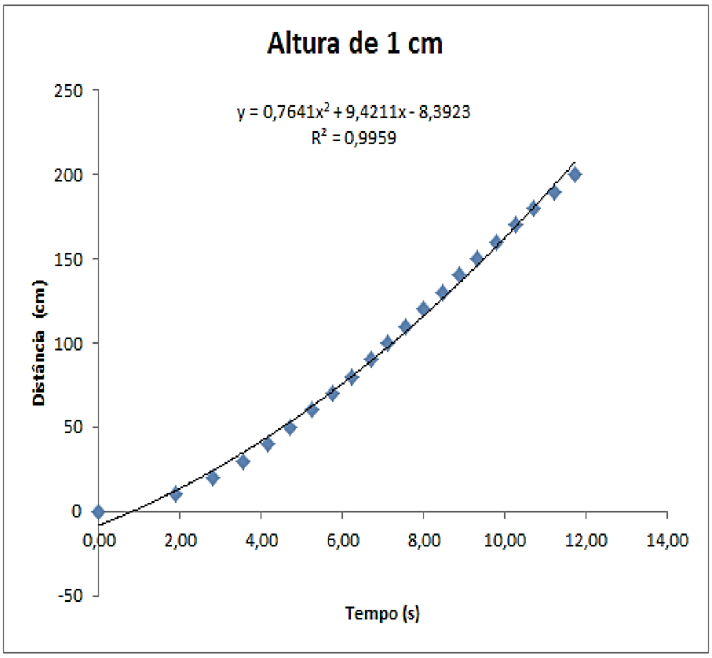
2.4 RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DOS EXPERIMENTOS, DE TRÊS ALTURAS DIFERENTES DO PLANO INCLINADO COM RELAÇÃO À HORIZONTAL, UTILIZANDO AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDICs)

Foram gravados os deslocamentos da esfera no plano inclinado com diferentes alturas (1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm e 6 cm) com relação à horizontal. E de posse dos dados tabulados a partir das edições dos vídeos, foi possível gerar os gráficos e as expressões algébricas das funções utilizando os programas de Planilhas Eletrônicas e Geogebra.

A seguir, são apresentados os resultados das gravações com a câmera profissional dos experimentos, com as alturas de 1 cm, 2 cm e 4 cm.

Figura 10 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 1 cm - Planilha Eletrônica

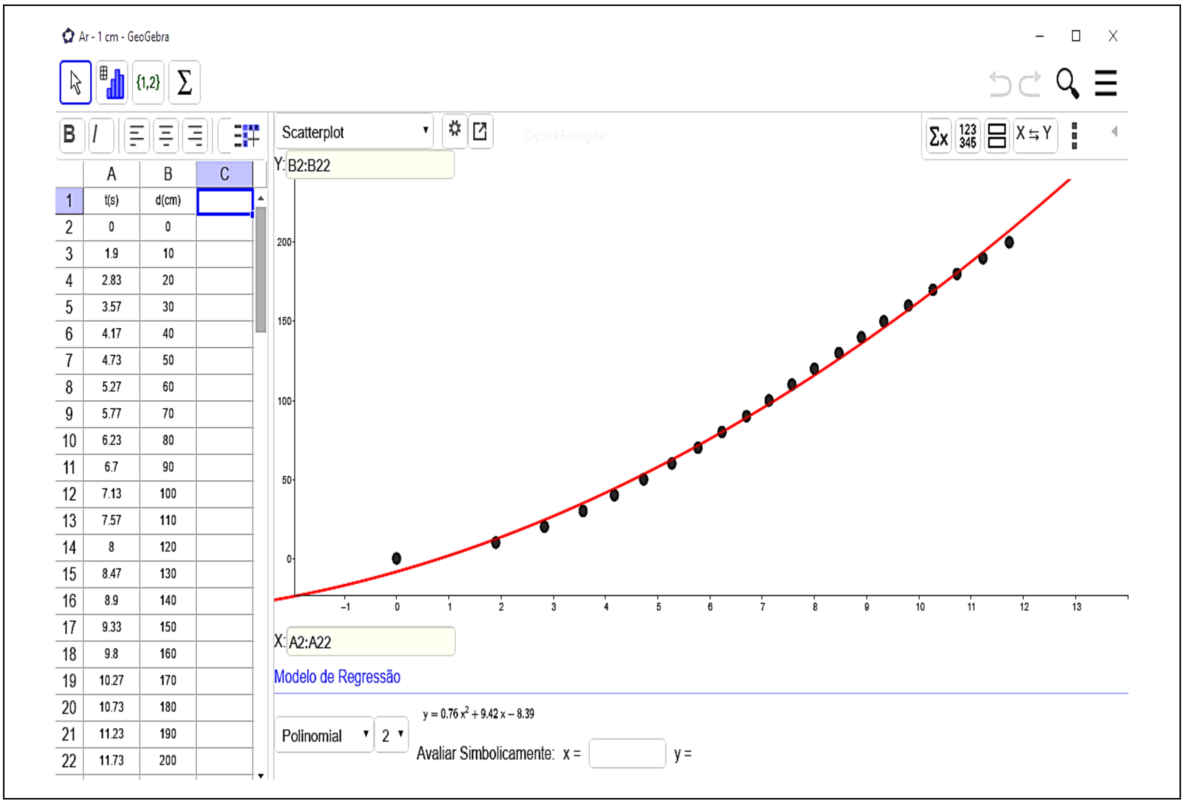
t (s)	d (cm)	1ª Δ (t)	2ª Δ (t)
0,00	0		
1,90	10	1,90	
2,83	20	0,93	-0,97
3,57	30	0,74	-0,19
4,17	40	0,60	-0,14
4,73	50	0,56	-0,04
5,27	60	0,54	-0,02
5,77	70	0,50	-0,04
6,23	80	0,46	-0,04
6,70	90	0,47	0,01
7,13	100	0,43	-0,04
7,57	110	0,44	0,01
8,00	120	0,43	-0,01
8,47	130	0,47	0,04
8,90	140	0,43	-0,04
9,33	150	0,43	0,00
9,80	160	0,47	0,04
10,27	170	0,47	0,00
10,73	180	0,46	-0,01
11,23	190	0,50	0,04
11,73	200	0,50	0,00



$d\,(t) = 0{,}7641\,t^2 + 9{,}4211\,t - 8{,}3923$

Fonte: Arquivo pessoal

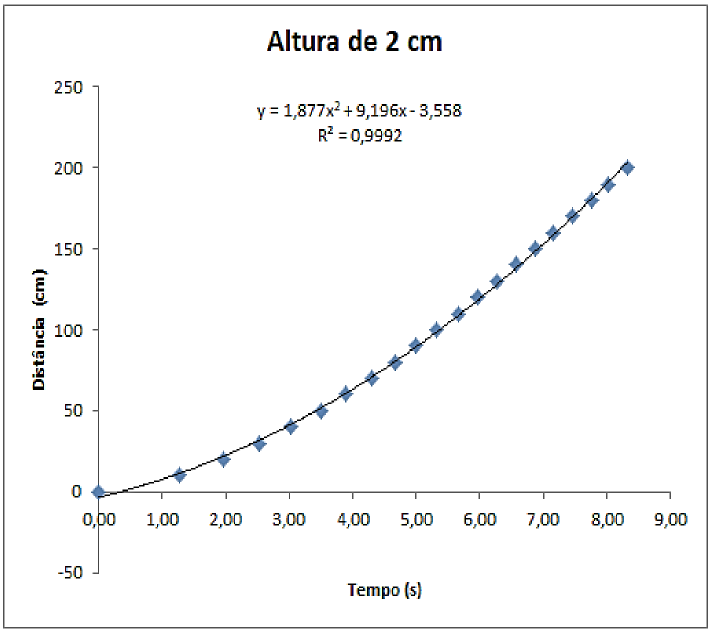
Figura 11 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 1 cm - GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 12 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 2 cm - Planilha Eletrônica

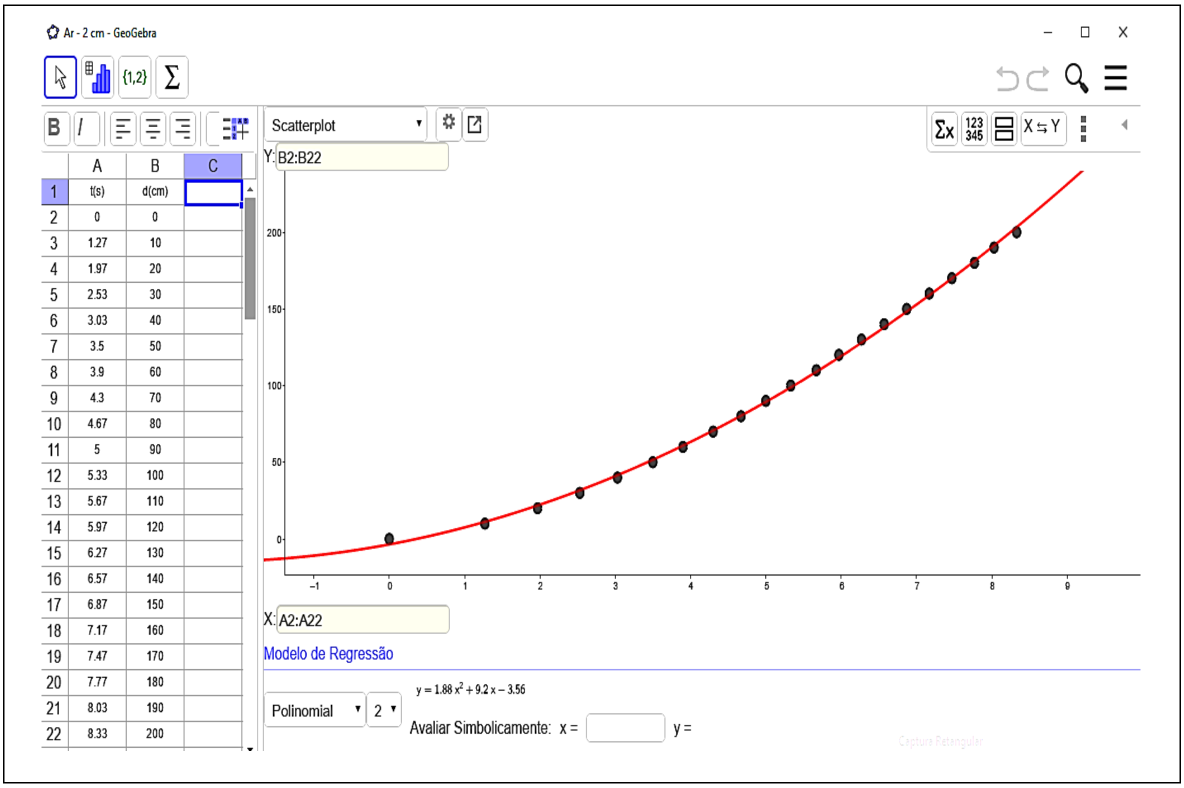
t (s)	d (cm)	1ª Δ (t)	2ª Δ (t)
0,00	0		
1,27	10	1,27	
1,97	20	0,70	-0,57
2,53	30	0,56	-0,14
3,03	40	0,50	-0,06
3,50	50	0,47	-0,03
3,90	60	0,40	-0,07
4,30	70	0,40	0,00
4,67	80	0,37	-0,03
5,00	90	0,33	-0,04
5,33	100	0,33	0,00
5,67	110	0,34	0,01
5,97	120	0,30	-0,04
6,27	130	0,30	0,00
6,57	140	0,30	0,00
6,87	150	0,30	0,00
7,17	160	0,30	0,00
7,47	170	0,30	0,00
7,77	180	0,30	0,00
8,03	190	0,26	-0,04
8,33	200	0,30	0,04



$d(t) = 1{,}877\,t^2 + 9{,}196\,t - 3{,}558$

Fonte: Arquivo pessoal

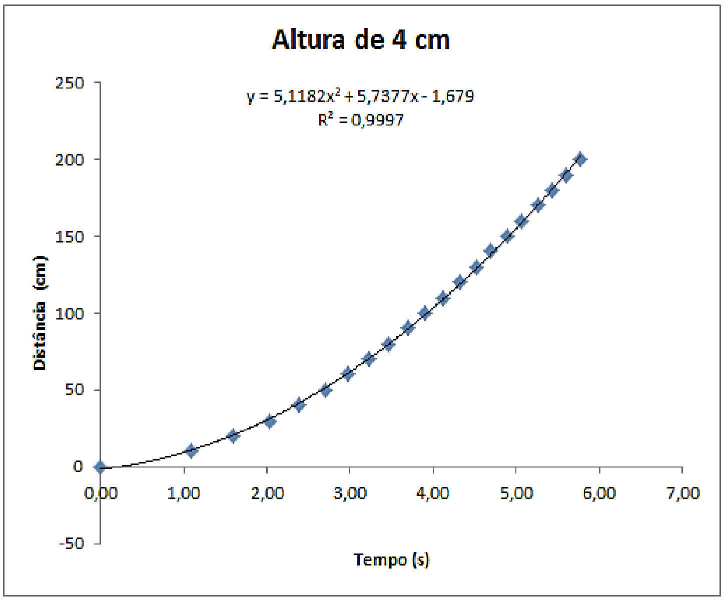
Figura 13 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 2 cm - GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 14 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 4 cm - Planilha Eletrônica

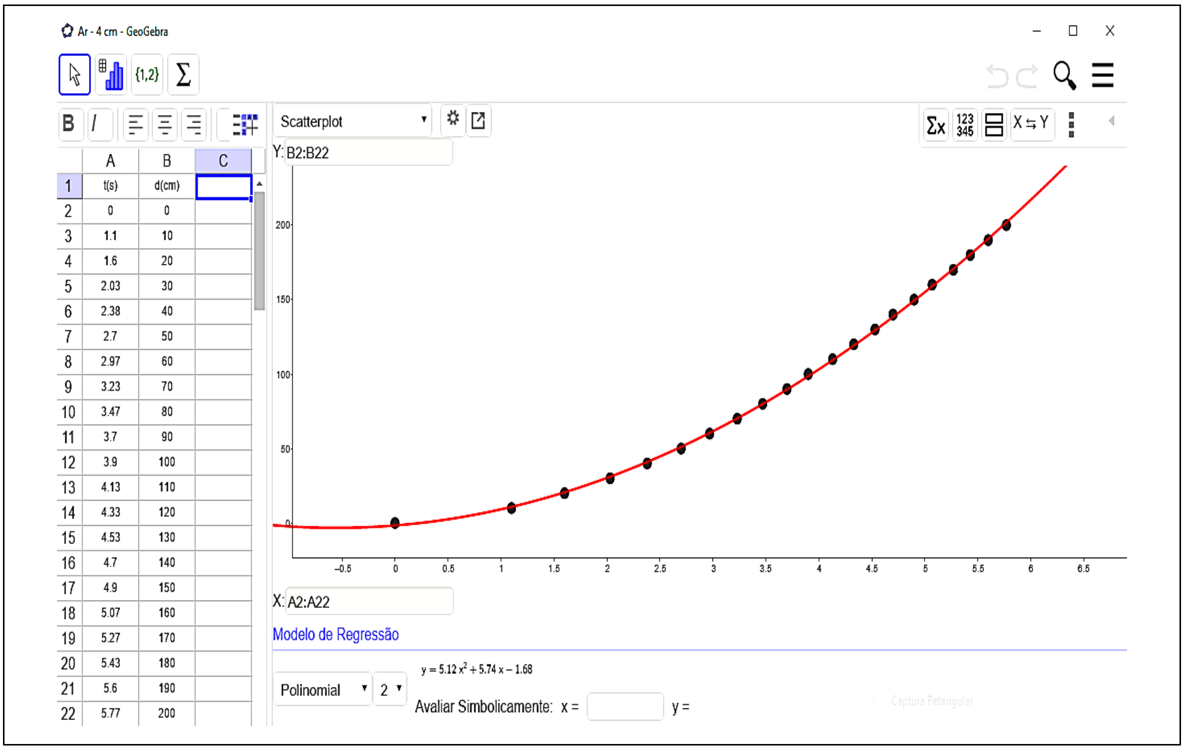
t (s)	d (cm)	1ª Δ (t)	2ª Δ (t)
0,00	0		
1,10	10	1,10	
1,60	20	0,50	-0,60
2,03	30	0,43	-0,07
2,38	40	0,35	-0,08
2,70	50	0,32	-0,03
2,97	60	0,27	-0,05
3,23	70	0,26	-0,01
3,47	80	0,24	-0,02
3,70	90	0,23	-0,01
3,90	100	0,20	-0,03
4,13	110	0,23	0,03
4,33	120	0,20	-0,03
4,53	130	0,20	0,00
4,70	140	0,17	-0,03
4,90	150	0,20	0,03
5,07	160	0,17	-0,03
5,27	170	0,20	0,03
5,43	180	0,16	-0,04
5,60	190	0,17	0,01
5,77	200	0,17	0,00



$d(t) = 5{,}1182\,t^2 + 5{,}7377\,t - 1{,}679$

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 15 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 4 cm - GeoGebra



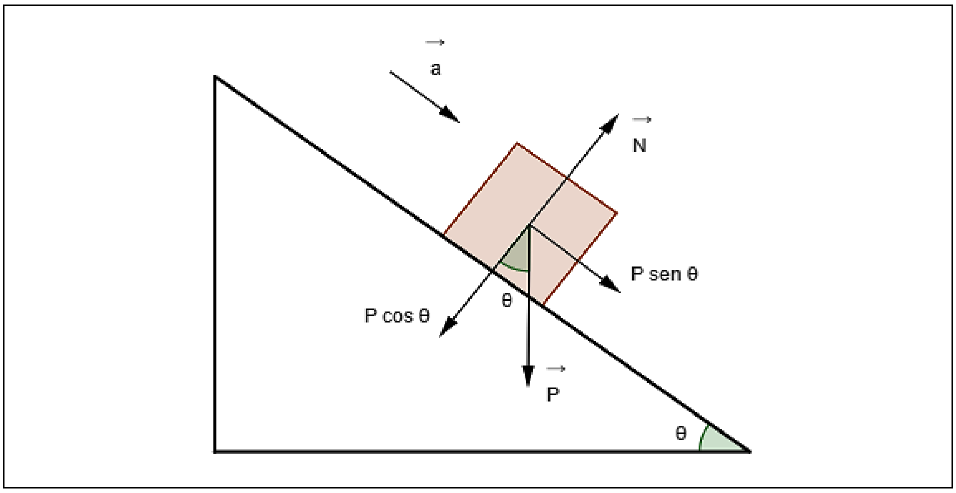
Fonte: Arquivo pessoal

A realização prévia da atividade experimental foi de fundamental importância para observar vários detalhes que deveriam ser colocados no planejamento.

Numa rápida análise das tabelas e dos gráficos anteriores, pode-se verificar que quanto maior a altura do plano inclinado com relação a horizontal, menor é o tempo no percurso de 200 cm, ou seja, maior será a velocidade.

No deslocamento no plano inclinado, **desconsiderando o atrito e a resistência do ar**, percebe-se que a força exercida pelo plano, a Força Normal ($\vec{N}$) está em equilíbrio com a componente $P \cdot \cos\theta$ da Força Peso ($\vec{P}$), a outra componente $P \cdot \text{sen}\,\theta$ está na direção do movimento do corpo e atua como Força Resultante (F_R).

Figura 16 - Componentes das forças aplicadas num corpo no plano inclinado



Fonte: Arquivo pessoal

Sejam $\mathbf{F_R}$ a Força Resultante, **m** a massa do corpo, **g** a aceleração da gravidade (cujo valor aproximado é 9,8 m/s^2), $\boldsymbol{\theta}$ o ângulo que o plano inclinado faz com a horizontal e **a** a aceleração do movimento (constante e diferente de zero).

Pelo Princípio Fundamental da Dinâmica:

$$F_R = m \cdot a \;\Rightarrow\; P \cdot \text{sen}\,\theta = m \cdot a \;\Rightarrow\; m \cdot g \cdot \text{sen}\,\theta = m \cdot a \;\Rightarrow\; \mathbf{a = g \cdot sen\,\theta}$$

Pela análise do balanço de forças, verifica-se que a aceleração (**a**) não depende da massa (**m**) do corpo, depende do ângulo $\boldsymbol{\theta}$ e da aceleração da gravidade (**g)**.

2.5 DESCRIÇÃO DETALHADA DAS FOLHAS DE ATIVIDADES

As folhas de Atividades foram elaboradas com o propósito de deixá-las em um nível considerado o mais adequado possível para a sua aplicação e para a compreensão dos alunos.

São quatro folhas de Atividades preparadas em blocos que buscam aprofundar conceitos de função quadrática, finalizando com uma avaliação para reforçar a aprendizagem e verificar a compreensão dos conteúdos. As Atividades, no total, têm 17 folhas sequenciais. Essas folhas podem ser visualizadas integralmente e na ordem em que foram aplicadas no Apêndice A. No Apêndice B, há as resoluções da Atividade 4 (Avaliação).

Para uma descrição e análise mais detalhada, as folhas de Atividades foram seccionadas em trechos, com alguns comentários que pudessem esclarecer os conteúdos abordados, juntamente com as expectativas das soluções a serem dadas pelos estudantes.

2.5.1 ATIVIDADE 1 - GRAVAÇÃO DOS EXPERIMENTOS, EDIÇÃO DOS VÍDEOS E OBTENÇÃO DA TABELA (DISTÂNCIA X TEMPO)

A Atividade 1 é composta por três folhas. A Atividade 1 - Folha 1 traz o objetivo do experimento, uma sequência de tarefas que o grupo deve seguir e um breve relato sobre as reflexões de Galileu. A 1ª tarefa, gravação do experimento, será realizada na sala de vídeo da escola.

Figura 17 - Atividade 1 - Folha 1 (Objetivo e tarefas do grupo)

ATIVIDADE 1 - FOLHA 1

Realização do experimento (construção de uma função baseada em algumas experiências de Galileu).

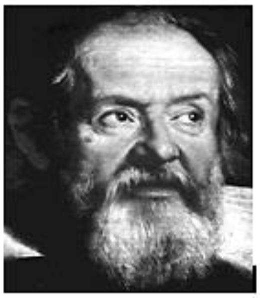
O **objetivo** dessa atividade é a obtenção de uma tabela a partir da gravação de um experimento no plano inclinado.

Tarefas do grupo:
1º) Gravar o experimento (acompanhe detalhadamente a explicação do professor);
2º) Editar o vídeo gravado e construir uma tabela para organizar os dados coletados.

Fonte: Arquivo pessoal

A seguir, um breve relato sobre Galileu para contextualizar o experimento.

Figura 18 - Atividade 1 - Folha 1 (Reflexões de Galileu)



A reflexão sobre o plano inclinado proposto por Galileu Galilei (1564 -1642) foi uma importante contribuição à evolução dos conceitos da Física. No livro "Diálogo a respeito de duas novas ciências", o italiano apresenta um diálogo, no qual o problema do plano inclinado é proposto e discutido, entre Salviati (defensor de suas ideias); Sagredo (aluno curioso e inteligente) e Simplício (arraigado em algumas ideias equivocadas aristotélicas). O conceito de movimento uniformemente acelerado era na época objeto de controvérsia. Na obra, a definição só é alcançada após uma longa discussão a respeito dos movimentos em geral. Galileu, com seus pensamentos revolucionários, utilizou a linguagem matemática como peça fundamental na explicação dos fenômenos naturais e despertou a humanidade sobre o universo físico, cultural e ético de uma sociedade que relutava em ver as afirmações da ciência com outros olhos.

Fonte: Arquivo pessoal

Na Atividade 1 - Folha 2, há a 2ª tarefa que será realizada nas casas dos estudantes. Consiste na produção de uma tabela a partir da edição do vídeo gravado. Elaborou-se um sucinto tutorial de edição utilizando o software Windows Movie Maker (editor de filmes gratuito para o Windows), que servirá de apoio para os alunos. Em posse do vídeo editado, preencherão a tabela que relaciona a distância (em centímetros), com o tempo (em segundos). O ideal seria realizar essa tarefa na escola, porém como a sala de informática conta com poucos computadores funcionando, a alternativa encontrada foi fornecer algumas informações para que os grupos possam realizar em casa a edição dos vídeos. Os grupos, posteriormente, transmitirão para o professor, via e-mail, a filmagem editada e a tabela preenchida.

A seguir, o tutorial de edição de vídeo.

Figura 19 - Atividade 1 - Folha 2 (Tutorial Windows Movie Maker)

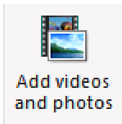
ATIVIDADE 1 - FOLHA 2

Após a gravação do experimento, observar algumas dicas na edição do mesmo.
Edição e obtenção dos dados do vídeo com o **Windows Movie Maker**:
(O grupo poderá escolher outro editor que melhor convier ou desejar).

1. Caso o computador não tenha o Windows Movie Maker, instale o programa (busque no site Microsoft). Se tiver dúvidas na instalação, procure o professor.

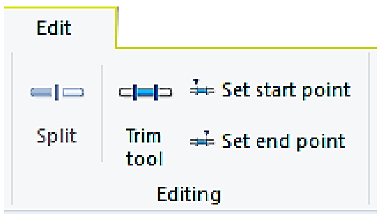
2. Na aba **Home**, do programa, clicar em **Add vídeos and fotos**, para adicionar o vídeo do experimento.

Localize a pasta e adicione o vídeo.



3. Com os botões de avanço e retrocesso (frame by frame) localize o início exato de partida da esfera no marco $d_0 = 0$ (início do deslocamento).

4. Na aba **Edit**, clicar em **Set start point** para iniciar o deslocamento ($d_0 = 0$) no tempo 0 segundo.



5. Com os botões de avanço e retrocesso (frame by frame) localize e marque os tempos correspondentes a todas as distâncias (de 10 cm em 10 cm) até a última (com 200 cm).

6. Em posse dos dados, complete a tabela da Folha 3 que relaciona o tempo (em segundos), com a distância percorrida (em centímetros): t (s) x d (cm).

7. Salve o vídeo editado, renomeie conforme modelo: **Vídeo editado - 1º ? - Grupo ?**
No lugar do ?, identifique a 1ª série e o grupo a qual pertence.

Envie os dois arquivos juntos (vídeo editado e a tabela da Folha 3 preenchida) para o e-mail do professor.

Fonte: Arquivo pessoal

Na Atividade 1 - Folha 3 há a tabela para ser preenchida após a edição do vídeo. Com os dados numéricos obtidos no experimento, utilizando a Modelagem Matemática, os grupos deverão obter a lei que generaliza a função e a sua representação gráfica.

Figura 20 - Atividade 1 - Folha 3 (Tabela)

ATIVIDADE 1 - FOLHA 3

t (s)	d (cm)
	0
	10
	20
	30
	40
	50
	60
	70
	80
	90
	100
	110
	120
	130
	140
	150
	160
	170
	180
	190
	200

Fonte: Arquivo pessoal

2.5.2 ATIVIDADE 2 - PRODUÇÃO DO GRÁFICO DE PONTOS EM UM SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS E OBTENÇÃO DA EXPRESSÃO ALGÉBRICA DA FUNÇÃO

Na Situação de Aprendizagem, Atividade 2 - Folha 1, há os objetivos e as tarefas desejadas. Tem também um espaço reservado para os grupos reproduzirem as tabelas da Atividade 1.

Figura 21 - Atividade 2 - Folha 1 (Objetivo e tarefas do grupo)

ATIVIDADE 2 - FOLHA 1

Estudo do experimento.

Objetivos:
1) Construir um gráfico de pontos a partir da tabela da Atividade 1.
2) Obter a expressão da função a partir da curva do gráfico.

Tarefas do grupo:
1º) Produzir um gráfico de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas;
2º) Responder as questões da Atividade 2 - Folha 3.

Fonte: Arquivo pessoal

Na Atividade 2 - Folha 2, os grupos em posse dos dados da tabela da Atividade 1, produzirão um gráfico de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas, em uma folha de papel milimetrado.

Os estudantes, nessa tarefa, precisarão verificar em quais eixos cartesianos (Ox e Oy) colocarão as grandezas distância e tempo. A identificação das variáveis (dependente e independente) servirá de guia para a solução.

A escala a ser adotada também deverá ser estudada, já que a grandeza tempo aparece na ordem de centésimos de segundos (apresenta duas casas decimais).

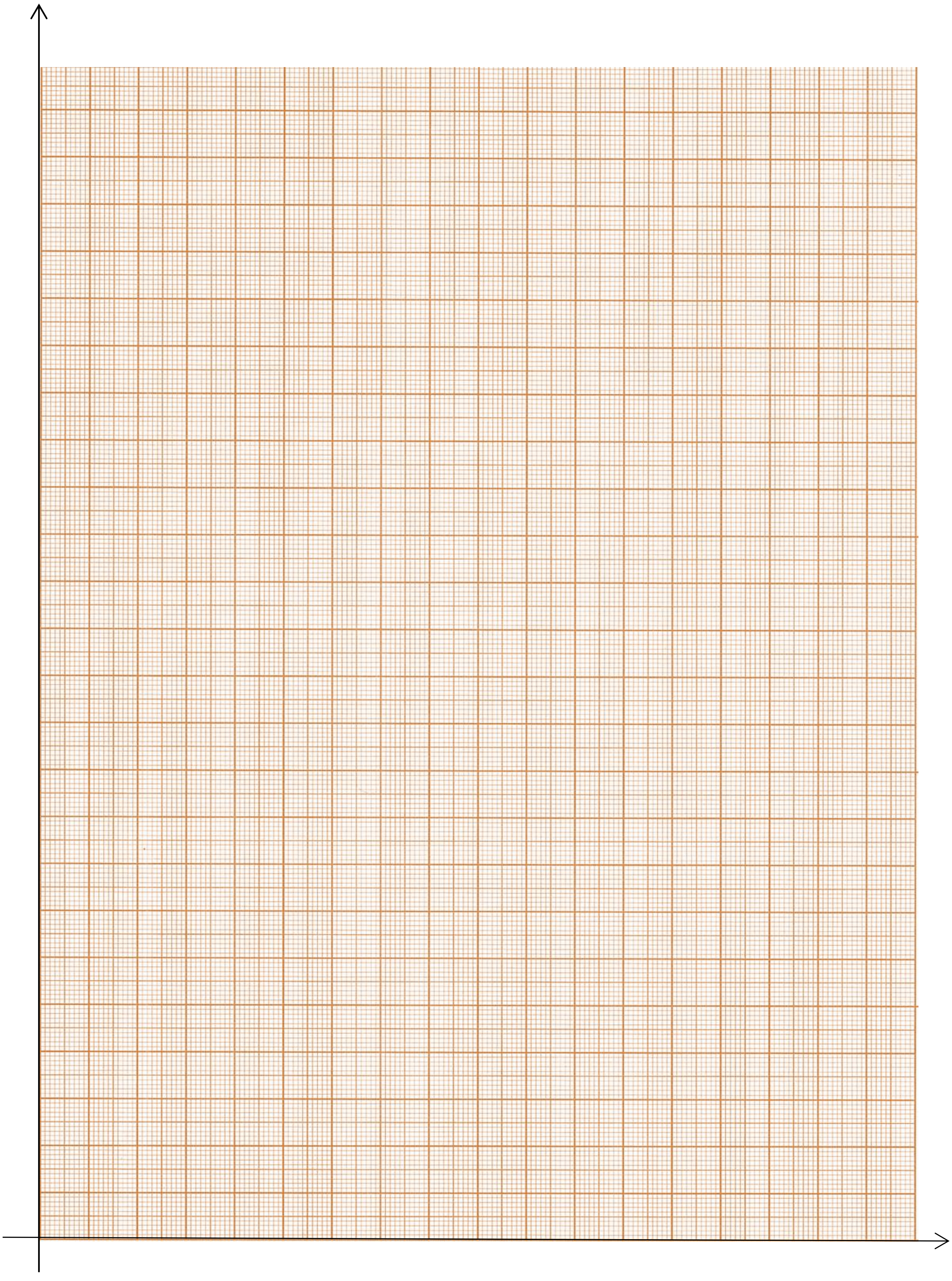
Espera-se que os grupos plotem os pares ordenados na folha de papel milimetrado, percebam que esses pontos se aproximam de um ramo de parábola e que a situação pode ser modelada por uma função quadrática.

Figura 22 - Atividade 2 - Folha 2 (Gráfico de pontos)

ATIVIDADE 2 - FOLHA 2

1ª série _____ Grupo _____

Faça o gráfico de pontos a partir da tabela da Atividade 1.



Fonte: Arquivo pessoal

Na Atividade 2 - Folha 3, os grupos deverão responder a seis questões que relacionam o experimento com os conceitos de função quadrática estudado em sala de aula. Os estudantes, provavelmente, não terão dificuldades para responder as quatro primeiras questões.

Figura 23 - Atividade 2 - Folha 3 - Questões 1 a 4

ATIVIDADE 2 - FOLHA 3

Responda as questões com o seu grupo:

1) No gráfico de pontos produzido, vocês observaram algum padrão com relação à **curva**? Qual?

____

2) O padrão observado é indicativo de algum tipo de função? Qual?

____

3) Escreva a expressão algébrica da função que espera responder esse padrão? (Use **a**, **b** e **c** para os coeficientes).

d (t) = ____

4) Observando que o par ordenado (0,0) é um ponto do gráfico, essa informação implica em uma forma particular para a função descrita no item (3)? Qual?

d (t) = ____

Fonte: Arquivo pessoal

Para a questão 1, espera-se que os grupos percebam que a curva produzida no gráfico de pontos aproxima-se de um ramo de parábola.

Para a questão 2, espera-se que os grupos associem o padrão observado no gráfico com a função quadrática.

Para a questão 3, espera-se que os grupos encontrem a expressão algébrica da função quadrática, $d(t) = at^2 + bt + c$.

Na questão 4, os grupos devem deduzir que se o ponto (0,0) pertence ao gráfico, então $c = 0$. Isso implica em $d(t) = at^2 + bt$.

Figura 24 - Atividade 2 - Folha 3 - Questões 5 e 6

5) Encontre os coeficientes **a** e **b** da função descrita no item (4).
Utilize o verso dessa folha para realizar os cálculos.
(Sugestão: escolher dois pontos do gráfico que estão melhor posicionados).

a = ________ **b** = ________

6) Escreva a função da curva apresentada no gráfico:

d (t) = ____

Fonte: Arquivo pessoal

A questão 5 consiste em encontrar os coeficientes **a** e **b** da função quadrática. Para esse cálculo, os alunos deverão pegar dois pontos quaisquer da curva, com exceção do (0, 0), e a partir deles resolver um sistema de equações lineares para chegar à solução. O primeiro passo antes da aplicação é verificar o conhecimento dos alunos com relação à resolução de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Se houver deficiências com relação a esse conteúdo, procurar saná-las, para que seja plausível o desenvolvimento em específico. Possivelmente os grupos poderão encontrar certa dificuldade nessa questão.

A questão 6 é simplesmente a substituição dos coeficientes **a** e **b** na expressão $d(t) = at^2 + bt$.

A Atividade 2 - Folha 3 encerra com a questão 7 e permite aos grupos a oportunidade de expressarem suas opiniões a respeito da realização das atividades.

Figura 25 - Atividade 2 - Folha 3 - Questão 7

7) Quais foram as dificuldades encontradas durante a realização das atividades?
____
____
____
____
____

Fonte: Arquivo pessoal

2.5.3 ATIVIDADE 3 - OBTENÇÃO DO GRÁFICO E DA FUNÇÃO USANDO PLANILHAS ELETRÔNICAS E O GEOGEBRA

A Atividade 3 consiste em obter o gráfico e a função que modela o experimento Deslocamento no Plano Inclinado, fazendo uso de aplicativos computacionais (Planilhas eletrônicas e GeoGebra).

Os recursos das Tecnologias de Informação e Comunicação garantem aprendizagens significativas, e para isso o professor precisa considerar a experiência prévia dos alunos em relação ao recurso tecnológico que será utilizado e ao conteúdo em questão; e organizar as situações de aula em função do nível de competência dos alunos (PCN, 1998, p. 153).

Como as turmas são grandes e o laboratório de informática da escola conta com poucos computadores funcionando, foram elaborados tutoriais, bastante simples, para que os alunos possam realizar a Atividade 3 em casa.

Verificou-se com os alunos e todos sinalizaram que pelo menos um integrante de cada grupo possuía o aplicativo de Planilhas Eletrônicas. O GeoGebra é gratuito podendo ser baixado no próprio celular ou no computador residencial.

A atividade é um complemento para essa geração conectada. A tecnologia digital promove a curiosidade, o envolvimento e o interesse nos trabalhos.

Deve-se salientar, sem aprofundar, que os programas fazem uso de todos os pontos através do Método dos Mínimos Quadrados, mostrando que os gráficos e as funções foram obtidos por meio de um processo de aproximação dos valores.

A Atividade 3 - Folha 1 apresenta o objetivo, as tarefas dos grupos e uma breve descrição do Método dos Mínimos Quadrados.

A Atividade 3 - Folha 2 traz o tutorial do aplicativo GeoGebra.

As Folhas 3 e 4 da Atividade 3 trazem o tutorial da Planilha eletrônica.

Apesar das turmas não conhecerem o GeoGebra, com o auxílio dos tutoriais espera-se que os grupos não encontrem dificuldades na elaboração dos gráficos e suas respectivas expressões.

Figura 26 - Atividade 3 - Folha 1 (Objetivos e tarefas do grupo)

ATIVIDADE 3 - FOLHA 1

Estudo do experimento / Aprofundando o conhecimento.

Objetivo: Desenvolver a autonomia dos alunos e promover a construção do conhecimento. As mídias tecnológicas possibilitam o manuseio, a criatividade, a percepção, o planejamento e a organização, criando oportunidades para a ressignificação dos recursos didáticos no processo de ensino-aprendizagem.

Tarefas do grupo: Obter a expressão da função e o seu gráfico com o aplicativo GeoGebra e com planilhas eletrônicas. Os gráficos obtidos serão diferentes daqueles obtidos na Atividade 2, em função dos ajustes (aproximação por mínimos quadrados) feitos automaticamente pelos aplicativos.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 27 - Atividade 3 - Folha 1

Método dos Mínimos Quadrados

Os programas que faremos uso utilizam uma "linha" que busca “passar o mais próximo” dos pontos tabelados, ou seja, que minimiza a soma das distâncias dos pontos tabelados à linha. Minimizar a soma das distâncias dos pontos tabelados à linha é equivalente a minimizar a soma dos quadrados das distâncias dos pontos tabelados à linha.

A aproximação por mínimos quadrados consiste em encontrar a função que “melhor se ajusta”, ao conjunto de pontos dado, minimizando o erro resultante do ajustamento, ou seja, pretende-se minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os valores tabelados e os valores obtidos pela aproximação.

Credita-se a Carl Friedrich Gauss, príncipe da Matemática, como o desenvolvedor das bases fundamentais do método dos mínimos quadrados, em 1795, quando tinha apenas dezoito anos. Entretanto, Adrien-Marie Legendre foi o primeiro a publicar o método em 1805, em seu “Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes”. Gauss publicou suas conclusões apenas em 1809.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 28 - Atividade 3 - Folha 2 (Tutorial para o GeoGebra)

ATIVIDADE 3 - FOLHA 2

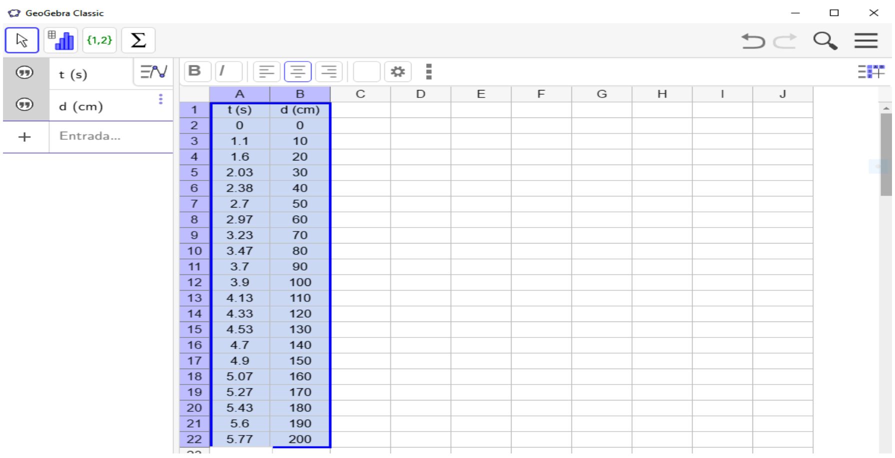
Tutorial para o Aplicativo GeoGebra

1. Caso o computador não tenha o GeoGebra, instale o programa. Caso tenha dúvidas na instalação, procure o professor. Link: https://www.geogebra.org/download?lang=pt

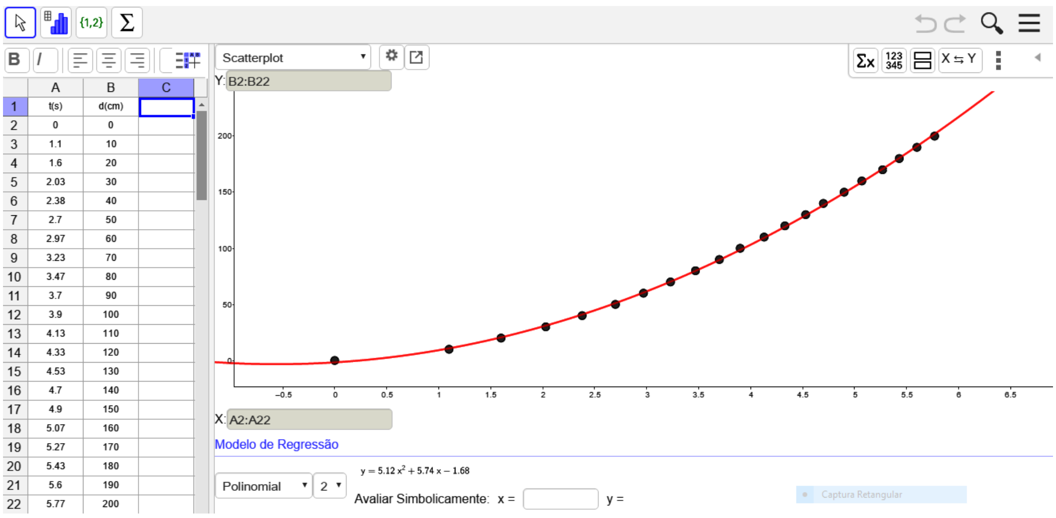
2. Clicar no símbolo , no canto superior direito, selecionar **Exibir** e após em **Planilha**.

3. Preencher a planilha com os dados da tabela da Atividade (1). Na primeira coluna, insira os dados referentes ao tempo (s) e na coluna da direita, insira os dados referentes às distâncias (cm). Na digitação, para os números decimais, utilize ponto ao invés de vírgula (o GeoGebra não reconhece a vírgula).

4. Selecione as duas colunas.



5. Clicar no símbolo , no canto superior esquerdo, e selecionar **Análise Bivariada**.



Em **Modelo de Regressão**, selecione o tipo de função a qual a curva se assemelha.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 29 - Atividade 3 - Folha 3 (Tutorial para Planilhas Eletrônicas)

ATIVIDADE 3 - FOLHA 3

Tutorial para o Microsoft Excel

1. Digitar a tabela na Planilha Eletrônica.

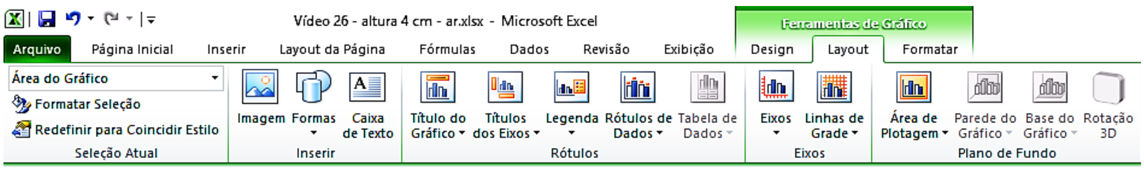
Na coluna A, insira os dados do tempo (s) e na coluna B, insira os dados da distância (cm). Com o botão direito do mouse, clicar sobre a letra A da coluna e selecionar **Formatar células**. Na aba Número, selecionar em Categoria: **Número** e após em casas decimais: **2**. Clicar em OK, para concluir.

2. Selecionar os valores das duas colunas.

	A	B
2		
3	t (s)	d (cm)
4	0,00	0
5	1,10	10
6	1,60	20
7	2,03	30
8	2,38	40
9	2,70	50
10	2,97	60
11	3,23	70
12	3,47	80
13	3,70	90
14	3,90	100
15	4,13	110
16	4,33	120
17	4,53	130
18	4,70	140
19	4,90	150
20	5,07	160
21	5,27	170
22	5,43	180
23	5,60	190
24	5,77	200

Na aba Inserir, procurar Gráficos e selecionar: **Dispersão**.

3. Clicar dentro da janela do gráfico criado. Em **Ferramentas de Gráfico:**



Clicar em **Layout**:

Em **Linhas de Grade**:

- Linhas de Grade Horizontais Principais - Selecionar Linhas de Grade Secundárias.
- Linhas de Grade Verticais Principais - Selecionar Linhas de Grade Secundárias.

Em **Títulos dos Eixos**:

- Título do Eixo Horizontal Principal - Selecionar **Título Abaixo do Eixo** e após nomear.
- Título do Eixo Vertical Principal - Selecionar **Título Girado** e após nomear. Em **Título do Gráfico** - Selecionar **Acima do Gráfico** e nomear conforme modelo a seguir:

1E ou 1F - Grupo ? - Altura: ? cm.

Turma (1ª série E ou F) - Grupo (ao qual faz parte) - Altura (altura do ponto de partida da esfera com relação a horizontal no deslocamento do plano inclinado).

Fonte: Arquivo Pessoal

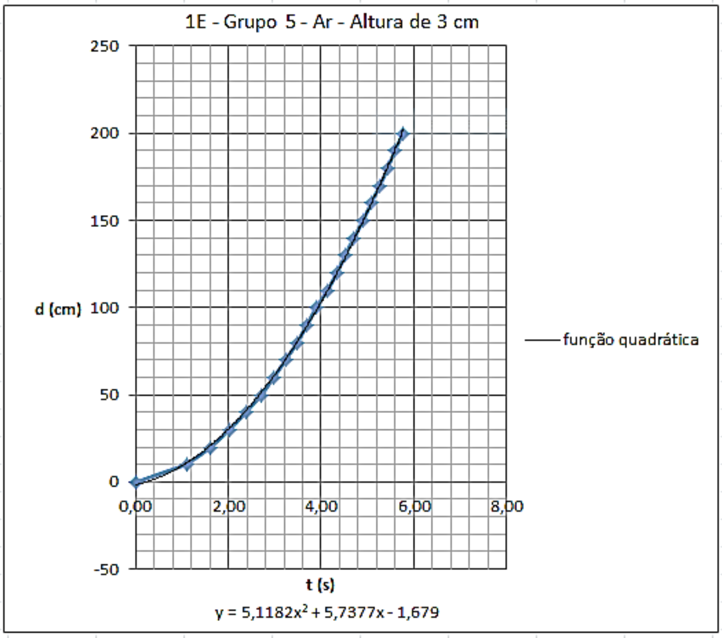
Figura 30 - Atividade 3 - Folha 4 (Tutorial para Planilhas Eletrônicas)

ATIVIDADE 3 - FOLHA 4

4. Clicar sobre a curva do gráfico com o botão direito do mouse e selecionar **Adicionar Linha de Tendência**.
Em Tipo de Tendência/Regressão, escolher o tipo de função ao qual a curva se assemelha.
Em Nome da Linha de Tendência, selecionar **Personalizado** e digitar qual é o tipo de função encontrada.
Selecionar **Exibir Equação no gráfico**.
Clicar em **Fechar** para finalizar.
Renomear arquivo conforme modelo: 1º___ - Grupo ___ e enviar para o e-mail do professor.

Resultado final:

t (s)	d (cm)
0,00	0
1,10	10
1,60	20
2,03	30
2,38	40
2,70	50
2,97	60
3,23	70
3,47	80
3,70	90
3,90	100
4,13	110
4,33	120
4,53	130
4,70	140
4,90	150
5,07	160
5,27	170
5,43	180
5,60	190
5,77	200



Fonte: Arquivo pessoal

2.5.4 ATIVIDADE 4 - AVALIAÇÃO

A avaliação é uma ferramenta importante para a gestão da sala de aula, a organização e o planejamento de atividades. Ela possibilita compreender a metodologia desenvolvida, a prática docente e o conhecimento dos alunos. Esclarece a respeito dos pontos fortes e fracos dos estudantes e dos conteúdos que merecem mais atenção, onde devemos centrar esforços. Qualifica a aprendizagem e identifica problemas, possibilitando corrigir rumos e tomar decisões.

Nesse sentido, a avaliação acompanha o processo de ensino e de aprendizagem para poder aprimorá-lo.

A Atividade 4 (Avaliação) possui 6 problemas. Os três primeiros tratam sobre análise, reflexão, interpretação e representação de gráficos, foram agregados, pois os materiais didáticos dos alunos contêm pouquíssimos exercícios nesse contexto. Os três últimos tratam de aplicações da função quadrática.

Todos os problemas trazem situações do cotidiano e do mundo real, permitindo uma visão mais ampla e facilitando a compreensão dos conteúdos.

Na Atividade 4 - Folha 1 há as tarefas e um espaço para os grupos utilizarem de rascunho para as resoluções.

Figura 31 - Atividade 4 - Folha 1 (Avaliação - Objetivos)

ATIVIDADE 4 - FOLHA 1

Avaliação

Tarefas:

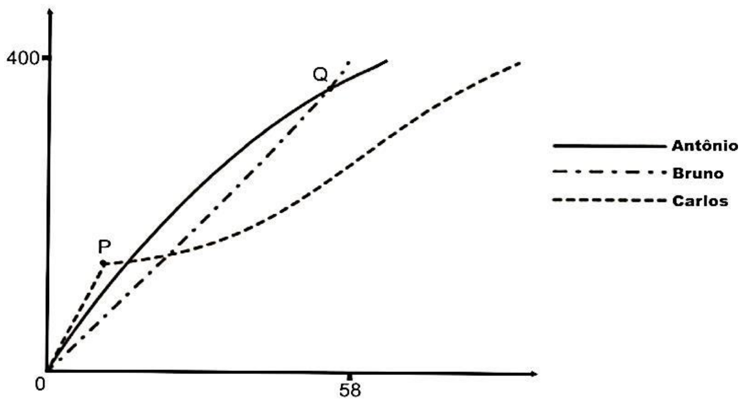
1. Resolver problemas sobre análise, interpretação e representação de gráficos.
2. Resolver problemas de funções quadráticas.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 32 - Atividade 4 - Folha 2 (Avaliação - Problema 1)

Problema 1 - A corrida de 400 metros com barreiras

Os 400 metros com barreiras é uma modalidade olímpica do atletismo que consiste em uma corrida de velocidade com a superação de 10 barreiras ao longo da totalidade de uma pista padrão ovalada. As barreiras podem ser tocadas ou até derrubadas sem desclassificação do atleta que geralmente é o único prejudicado em seu próprio tempo nesta situação.
O recorde mundial e também olímpico pertence a um norte-americano, Kevin Young com 46,78 s (desde 1992) e o feminino é da russa Yuliya Pechonkina com 52,34 s (desde 2003).
O gráfico abaixo descreve, de maneira aproximada, o que se passou numa corrida de 400 metros com barreiras em que participaram três atletas: Antônio, Bruno e Carlos.



Examinar as informações do gráfico e responder as questões:

a) Nomear e dar as unidades de medidas dos eixos (abscissa e ordenada) do gráfico.

b) Em um mesmo instante, ao observar as curvas descritas pelos competidores no **início da corrida** (primeiros 100 m), pode-se concluir que o atleta ________________ largou em **1º** lugar (foi o mais rápido); seguido do atleta ________________, que por sua vez percorreu uma distância maior que o atleta ________________ que se encontrava na **3ª** posição.

c) O que pode ter acontecido com o atleta no ponto P?
____

d) Descreva o que ocorreu no instante imediatamente após o ponto Q:
____

e) Quem ganhou a corrida de 400 m com barreiras foi o atleta ________________ com um tempo de _______. O atleta ________________ ficou em 2º lugar e o atleta ________________ chegou em 3º lugar.

Questão adaptada de ABRANTES, P. **Avaliação e Educação Matemática**. v. 1, 1995.

Fonte: Arquivo pessoal

O problema 1, de análise de gráfico, é uma questão originalmente dissertativa. Buscou-se adaptá-la para que, numa análise qualitativa, pudesse se obter o maior número possível de conclusões a respeito dos desenvolvimentos e raciocínios dos alunos.

A alternativa (a) é uma questão bastante simples, onde precisa-se identificar o eixo Oy como sendo a distância em metros, e o eixo Ox como sendo o tempo em segundos.

Espera-se que na alternativa (b) os grupos dividam a distância de zero a 400 m do eixo Oy em 4 partes iguais e verifiquem, no primeiro 1/4 de corrida (100 m), a classificação de cada atleta.

Na alternativa (c), no ponto P, espera-se que os grupos verifiquem que aconteceu algo com o atleta Carlos que o atrapalhou na corrida, pois caiu da 1ª colocação e concluiu a prova em último lugar.

Na alternativa (d) espera-se que os estudantes percebam que ocorreu a ultrapassagem do atleta Bruno em cima do atleta Antônio.

Na alternativa (e) espera-se que os grupos relacionem a distância percorrida com o tempo realizado por cada atleta para concluir a classificação final de cada um deles.

Os alunos não estão habituados a analisarem gráficos, portanto crê-se que terão dificuldades numa primeira análise, mas que após refletirem e observarem com atenção as informações implícitas chegarão aos resultados almejados.

As próximas duas questões (2 e 3) buscam reforçar as análises, reflexões e ideias praticadas no problema 1.

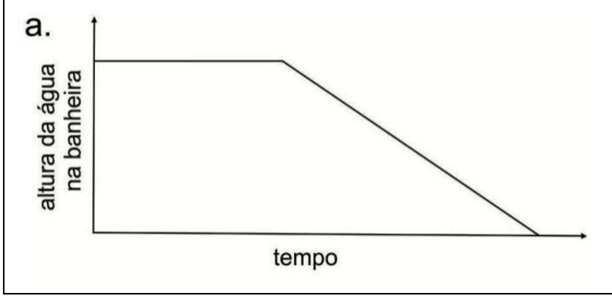
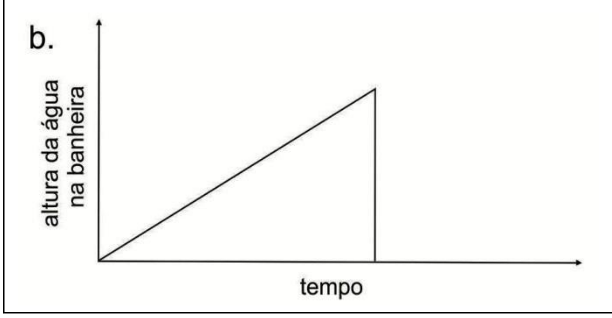
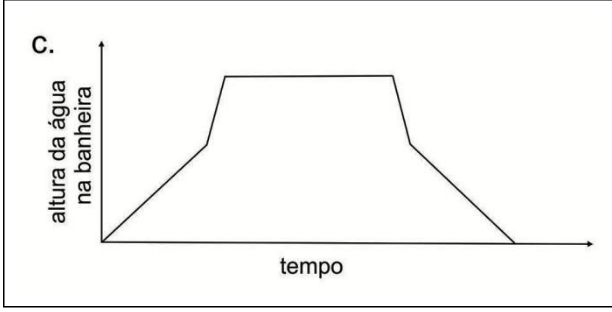
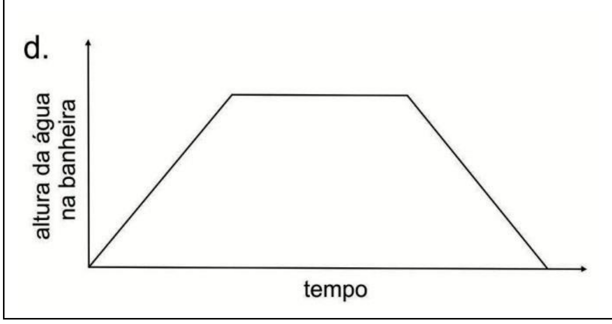
Figura 33 - Atividade 4 - Folha 3 (Avaliação - Problema 2)

Problema 2 - Eureca, o desafio da banheira

Arquimedes vai tomar banho. Ele enche parte da banheira para que não derrame água ao usá-la, entra nela, permanece um tempo, sai da banheira e escoa a água.

Qual gráfico mostra melhor o que acontece com o nível da água na banheira?

Nas alternativas incorretas, explique o que está errado.

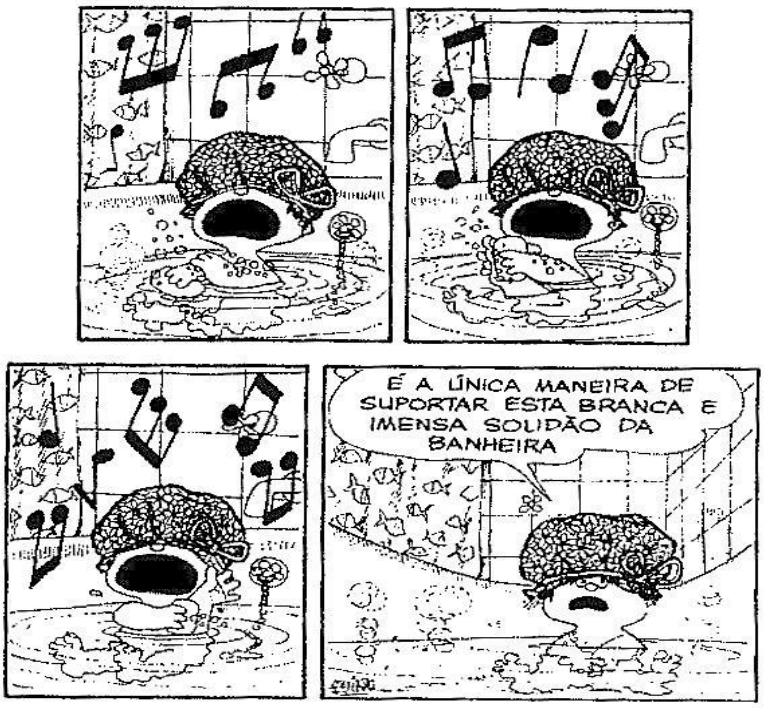
	
	
	
	

Questão adaptada de SMOOTHEY, M.
Atividades e jogos com gráficos. São Paulo: Scipione, 1997.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 34 - Atividade 4 - Folha 4 (Avaliação - Problema 3)

Problema 3 - O banho de Mafalda



Na hora do banho, Mafalda abriu a torneira de sua casa e ficou observando o nível de água subir. Deixou-a encher parcialmente para não desperdiçar água. Fechou a torneira, entrou, lavou-se e saiu sem esvaziar a banheira.
Esboce um gráfico que mais se aproxima da representação do nível de água (N) na banheira em função do tempo (t).

Questão adaptada de vestibular.
UFRN - 2002.

Fonte: Arquivo pessoal

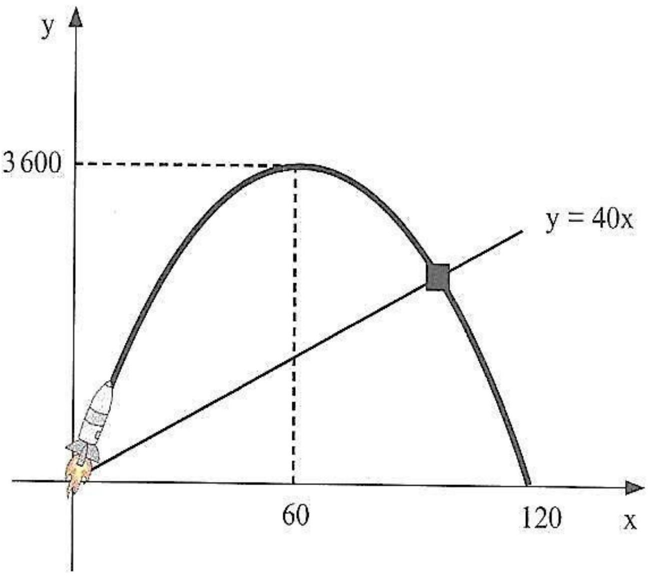
Os problemas 2 e 3 são semelhantes. Enquanto no problema 2 os grupos terão que analisar os gráficos dados, no problema 3 precisarão representar graficamente o que se pede, atentando ao fato que Arquimedes (no problema 2) esvazia a banheira e Mafalda (no problema 3) sai da banheira sem esvaziá-la.

Espera-se que os grupos consigam resolver, sem maiores dificuldades, as duas questões.

Figura 35 - Atividade 4 - Folha 5 (Avaliação - Problema 4)

Problema 4 - O foguete defeituoso

Um foguete, que é lançado de uma base militar, apresenta um defeito em pleno voo e, segundo os cálculos, deverá cair sobre uma região habitada. O gráfico a seguir representa a trajetória desse foguete, sendo **x** e **y** dados em metros. O gráfico também apresenta a trajetória praticamente retilínea de um míssil que foi lançado da mesma base para interceptar o foguete e evitar um possível desastre. Suponha que a trajetória do míssil seja dada pela função y = 40x.



a) Com base nos dados do gráfico, encontre a sentença que representa a trajetória do foguete.

b) Calcule a que altura do solo o míssil interceptará o foguete.

Questão extraída do Caderno do Aluno.
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

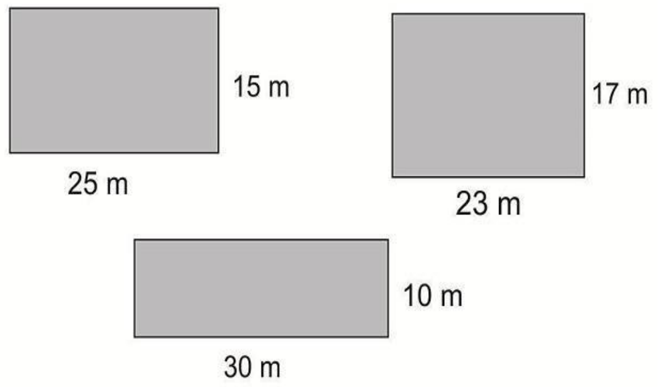
Fonte: Arquivo pessoal

O problema 4, cuja resolução retoma os desenvolvimentos realizados na Atividade 2 - Folha 3 (encontrar a expressão algébrica a partir de pontos distintos do gráfico) contextualiza a aplicação da função quadrática. A ideia foi reforçar os conceitos trabalhados anteriormente.

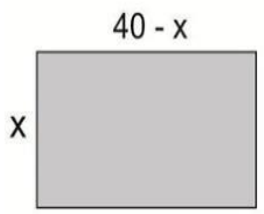
Figura 36 - Atividade 4 - Folha 6 (Avaliação - Problema 5)

Problema 5 - Área máxima em construções

Para delimitar um galinheiro em um amplo quintal, dispõe-se de 80 m (lineares) de uma tela. Deseja-se usar completamente a tela disponível, e a região cercada deve ser um retângulo. Fixado o perímetro, são inúmeras as possibilidades para os lados do retângulo, como podemos perceber nos exemplos a seguir:



A área **A** do retângulo é uma função do comprimento de seus lados. Entre todas as possibilidades para os lados, procura-se, naturalmente, aquela que corresponde à maior área possível para o retângulo:



Dessa forma:

a) Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que sua área seja a maior possível?

b) Qual é o valor da área máxima?

Questão extraída do Caderno do Aluno.
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Fonte: Arquivo pessoal

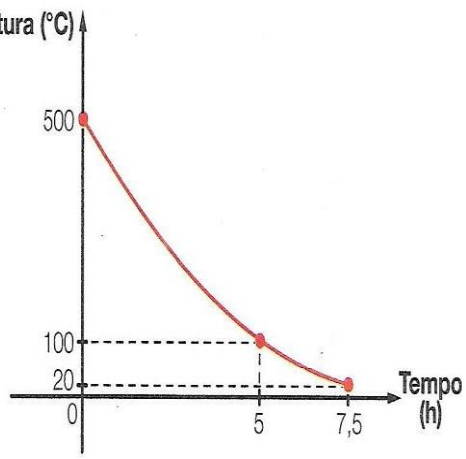
O problema 5 traz a aplicação da propriedade de ponto de máximo de uma função quadrática.

Figura 37 - Atividade 4 - Folha 7 (Avaliação - Problema 6)

ATIVIDADE 4 - FOLHA 7

Problema 6 - Pizza da mama

De acordo com especialistas, as pizzas assadas em fornos a lenha são mais saborosas, pois a combustão da madeira exala aromas que a pizza absorve, ou seja, ela fica levemente defumada. Assim, diferentes tipos de madeira deixam as pizzas com diferentes sabores. Uma das lenhas mais utilizadas no Brasil é a de eucalipto de reflorestamento. Já na Itália, o mais comum é a utilização de galhos de carvalho que caem das árvores. Outra vantagem do forno a lenha é a temperatura, em torno de 550 °C, que é mais alta que a do forno a gás tradicional, cuja temperatura média máxima é de cerca de 300 °C. Devido à alta temperatura do forno a lenha, a pizza assa mais rapidamente, o que deixa a massa crocante por fora e macia por dentro.
Na Pizzaria da Mama, após o uso, o forno a lenha vai reduzindo sua temperatura até chegar à temperatura ambiente de 20 °C, segundo a lei da função quadrática representada no gráfico abaixo.
Determine a lei dessa função.



Questão extraída do livro didático dos alunos.
SOUZA, J. R. **Novo Olhar - Matemática - 2. ed**.
São Paulo: FTD, 2013 - p. 147

Fonte: Arquivo pessoal

Os problemas 4 e 6 são correlatos. A principal diferença, comparada às outras questões em que tinham que encontrar a expressão algébrica a partir de pontos distintos do gráfico, é que o ponto de intersecção da parábola com o eixo Oy é (0, 500), ou seja, o coeficiente c é igual a 500. Na hora de construir o sistema de 2 equações lineares, os alunos precisam se ater a esse importante detalhe.

3 IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA

3.1 INTRODUÇÃO

Esta seção mostra a análise de dados da pesquisa de cunho qualitativo. Os instrumentos aplicados aos estudos tinham a finalidade de recolher informações que permitissem interpretar as atividades desenvolvidas pelos alunos da 1ª série do Ensino Médio sob um olhar mais cuidadoso quanto aos desenvolvimentos relacionados ao estudo de funções. Nesse sentido, o movimento da análise perfez um caminho que permitiu realizar um estudo com os fundamentos apresentados no 1º capítulo (Análises preliminares) e no 2º capítulo (Concepção e análise a *priori*).

Desse modo, seguem os registros das devolutivas das Atividades, lembrando que a intenção, em linhas gerais, era promover a reflexão de algumas características e conceitos que envolviam a relação entre o experimento de Física e a função quadrática.

As etapas e as situações de aprendizagens (Atividades 1, 2, 3 e 4) realizadas pelos alunos seguem descritas, assim como, as análises e reflexões obtidas em todo o processo da sequência didática.

Para a realização das atividades e coleta de dados foram formados 15 grupos com 5 alunos e 1 grupo com 6 alunos que incluía uma deficiente cognitiva e visual, totalizando 16 grupos (8 grupos em cada sala). Um grupo em uma das salas foi formado por 5 alunos que faltavam com muita frequência; no dia da composição eles não estavam presentes.

Foi deixado a cargo dos alunos formarem os grupos. O critério de escolha deles foi por afinidade e por proximidade de residências, para que pudessem se reunir quando necessário.

3.2 UNIVERSO DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual Professor Cid de Oliveira Leite que pertence à Diretoria de Ensino da Região de Ribeirão Preto, Estado de São Paulo. A unidade escolar é referência no atendimento a alunos com deficiência visual nos Ensinos Fundamental II e Médio. No período da manhã funciona o Ensino Médio (da 1ª à 3ª série) e no período da tarde, o Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano). O colégio é espaçoso, possui 18 salas de aula, uma biblioteca com acervo significativo, uma sala de informática com 20 computadores, uma sala de vídeo, uma quadra de esporte coberta e duas descobertas (sendo uma de chão de concreto e outra de gramado) e uma área grande e arborizada onde os alunos passam o maior tempo na hora do intervalo. Possui aproximadamente 1.700 alunos. Apresenta uma localização intermediária entre grandes corredores arteriais de acesso que interligam diferentes regiões da cidade, portanto muitos alunos não pertencem ao bairro onde a escola está inserida, mas são oriundos de bairros circunvizinhos, e isso torna-se uma questão que dificulta o envolvimento maior da comunidade com a instituição de ensino.

A clientela caracteriza-se por alguns aspectos diagnosticados, por amostragem, através de um questionário:

- possui renda familiar em torno de três a quatro salários mínimos;
- a origem/bairro dos alunos a cada ano está mais distante da escola, atendendo cerca de 40 bairros;
- os pais/mães são, preponderantemente, prestadores de serviços e
- a maioria dos pais cursou o Ensino Médio, verificando-se que o índice de analfabetos é inexistente.

Observando os dados apresentados, verificou-se que os cidadãos são de classe média.

A comunidade espera que o estabelecimento de ensino, além de colaborar com o desenvolvimento intelectual, seja o espaço que atenda as aspirações de lazer, esportivas, sendo para muitos o principal local de transmissão e fortalecimento de valores éticos, morais, espírito solidário, entre outros.

A escola participou de todas as edições do SARESP, IDEB e IDESP aplicados até a presente data. Os resultados do SARESP vêm sofrendo oscilações medianas durante os anos, porém em 2017, 2018 e 2019 obteve média superior às do Estado.

Para o desenvolvimento desta pesquisa foram selecionadas duas turmas da 1ª série do Ensino Médio, num total de 81 alunos, distribuídos igualmente entre garotas e garotos, com idades variando de 15 a 17 anos. Essas turmas foram selecionadas pelo fato de o Currículo do Estado de São Paulo, na 1ª série do Ensino Médio, contemplar na área de Matemática, o ensino de funções nos 2º e 3º bimestres e na área de Física, o ensino de Mecânica no 1º bimestre; conteúdos pertinentes e atrelados ao desenvolvimento da atividade experimental.

Uma turma era composta por 40 alunos, a maioria estudou no Ensino Fundamental em uma mesma escola municipal da cidade, e já se conhecia há bastante tempo; o perfil da turma era de alunos falantes, mas muito produtivos. A outra turma era composta por 41 alunos oriundos de 5 escolas municipais distintas, a relação foi marcada por alguns desentendimentos entre grupos durante o ano, evidenciando algumas segregações dentro da sala de aula, porém, também era uma turma profícua e participativa.

3.3 PRIMEIRA ETAPA: APRESENTAÇÃO DA ATIVIDADE EXPERIMENTAL

Foi realizada na sala de vídeo da escola.

Num primeiro momento, em uma aula dupla de 100 minutos, os alunos assistiram a um curta-metragem sobre a vida e a obra de Galileu Galilei. Logo após, leram o artigo adaptado: Galileu fez o plano inclinado? de Neves e outros autores, onde há contestações das realizações de Galileu. Esse texto estimulou a curiosidade com relação ao tema, serviu de base para análises e reflexões dos estudantes e culminou num debate muito rico e significativo. A discussão, posterior a leitura, possibilitou que eles entendessem as objeções de Koyré; que se dão pelo fato de Galileu não ter equipamentos adequados, à época, para executar as medidas com a precisão que os resultados experimentais dele apresentavam. O vídeo e o texto tinham a intenção de estimular a realização do experimento do plano inclinado. Foi proposta em seguida, uma reprodução "moderna" do experimento do plano inclinado de Galileu.

Num segundo momento, em uma aula de 50 minutos, explicou-se o objetivo do trabalho a ser desenvolvido, além de como se daria todo o processo e o desenvolvimento da pesquisa. Foram apresentados os instrumentos da experiência, demonstrando os procedimentos a serem seguidos nas gravações da Atividade 1. Os alunos ficaram bastante atentos à transmissão das informações pelo professor. Alguns estudantes perguntaram acerca da procedência da esfera e onde poderiam encontrá-la. Também questionaram se podia usar bolinha de gude no experimento; foi explicado que em função da irregularidade da superfície não era aconselhável. Muitos indagaram sobre a utilização do celular, já que o uso é proibido por lei na escola; foi esclarecido que o mesmo seria ferramenta no referido trabalho e que se tratava de uso pedagógico.

Foi comunicado que no dia da realização da Atividade 1 poderiam trazer máquina digital portátil, filmadora ou outro aparelho para a realização das gravações. Muitos perguntaram o que fariam com as gravações e quais seriam os próximos passos. Esclarecidas as dúvidas, foram informados que explicações adicionais seriam dadas no decorrer das demais etapas. Os alunos ficaram bastante curiosos e interessados em participar das atividades.

3.4 SEGUNDA ETAPA: ATIVIDADE 1 - GRAVAÇÃO DOS EXPERIMENTOS, EDIÇÃO DOS VÍDEOS E OBTENÇÃO DA TABELA (DISTÂNCIA X TEMPO)

A Atividade 1 foi de gravação dos vídeos para que depois os grupos fizessem a edição deles. Foi realizada na sala de vídeo da escola em uma aula dupla (100 minutos) com cada turma.

Listas com vários exercícios sobre funções foram distribuídas para cada grupo. Enquanto um grupo realizava a gravação, os demais trabalhavam nas resoluções dos exercícios que seriam devolvidos no mesmo dia. O professor Roberto (orientador) acompanhou as atividades nesse dia e ajudou os alunos nas dificuldades apresentadas das listas.

O trilho foi apoiado em uma mesa grande, horizontal e plana. Para estabelecer as diferentes inclinações do trilho, com relação à horizontal, foram utilizadas placas de madeira com diferentes espessuras (1 cm, 2 cm, 4 cm, etc.).

Todos os 16 grupos realizaram as gravações.

Em um grupo havia apenas um aluno presente. Com a ajuda de outros estudantes, ele realizou a gravação para, posteriormente, compartilhar com os demais integrantes de seu grupo.

Cada grupo realizava, no mínimo, três gravações e escolhia a melhor delas para fazer a edição do vídeo. A maioria não teve dificuldade, porém quatro grupos fizeram mais de cinco gravações e um grupo fez onze tentativas para chegar a um resultado razoável.

Com a ajuda da ponta de um lápis, um aluno “liberava” a esfera do marco zero e outro, percorrendo paralelamente ao trilho, efetuava a gravação acompanhando-a durante todo o percurso. Os alunos se alternavam na tarefa de gravar e de “soltar” a esfera. Alguns alunos tiveram mais facilidade que outros nas gravações. Ao final, mostravam para o professor validar a melhor gravação.

Gravações em que a esfera estava fora do marco zero no momento de partida, ou que o início tinha sido “cortado”, dentre outras, eram descartadas.

Para que durante a edição fosse possível visualizar os tempos em todos os marcos da régua, a gravação precisava estar nítida, acompanhando a esfera do início ao fim do percurso de 200 cm e sem cortes.

Em cada sala, os grupos realizaram gravações com diferentes alturas (2 cm, 3 cm e 4 cm) do plano inclinado com relação à horizontal, para que em uma análise final, pudessem comparar os distintos resultados encontrados dos gráficos e das expressões algébricas.

As gravações com a altura de 1 cm não apresentaram resultados satisfatórios pelos primeiros grupos e, portanto, foram descartadas (apesar de, na elaboração e simulação do experimento, a altura de 1 cm ter se mostrado plausível de execução e com resultado positivo). Alturas superiores a 4 cm também não foram realizadas pois o deslocamento da esfera é muito rápido e dificulta a gravação do experimento.

Foi entregue a cada grupo um sucinto tutorial de como editar um vídeo utilizando o Windows Movie Maker (Atividade 1 - Folha 2) para coletar os dados que seriam utilizados em atividades futuras (tabela que relaciona distância com tempo). Duas semanas após a gravação, cada grupo deveria enviar o vídeo editado e a tabela gerada para o e-mail do professor.

Escolheu-se o Windows Movie Maker como software de edição de vídeo pelo fato de ser gratuito, porém foi deixado a critério dos alunos utilizarem aquele que desejassem, pois vários dominam essa tecnologia.

Todos os grupos enviaram os vídeos editados para o e-mail do professor até a data preestabelecida.

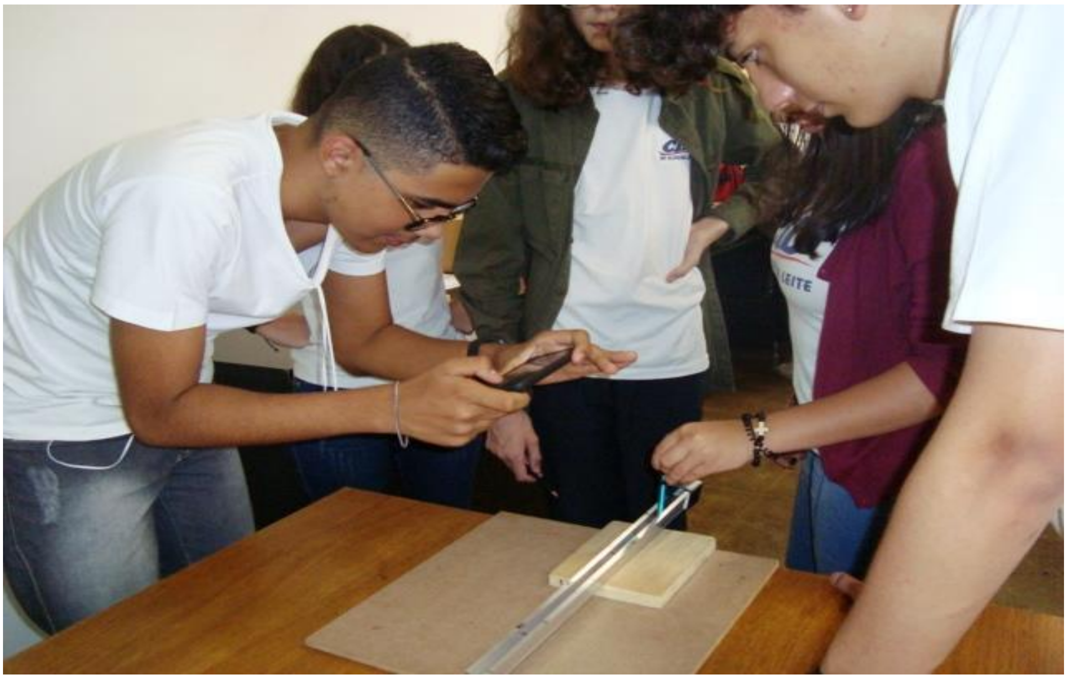
Após a transmissão, não foi possível abrir alguns vídeos editados, pois foram utilizados softwares diferentes do Windows Movie Maker, que não tinham no computador do professor. Depois da instalação de tais programas, os vídeos remanescentes editados foram visualizados.

Dois grupos fizeram a edição de maneira incorreta. Em ambos os casos, apresentavam o início do deslocamento da esfera depois do marco zero. Foram orientados e refizeram a edição, corrigindo os erros.

Figura 38 - Alunos realizando a gravação do experimento

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 39 - Alunos realizando a gravação do experimento



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 40 - Alunos resolvendo lista de exercícios durante a realização dos experimentos

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 41 - Alunos resolvendo lista de exercícios durante a realização dos experimentos

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 42 - Tabelas geradas pelos grupos a partir das edições dos vídeos - Atividade 1 - Folha 3

t (s)	d (cm)
0	0
1,53	10
2,27	20
2,83	30
3,33	40
3,77	50
4,17	60
4,53	70
4,93	80
5,27	90
5,60	100
5,93	110
6,23	120
6,50	130
6,83	140
7,13	150
7,40	160
7,67	170
7,97	180
8,27	190
8,53	200

t (s)	d (cm)
0	0
1,52	10
2,24	20
2,80	30
3,26	40
3,66	50
4,08	60
4,44	70
4,80	80
5,13	90
5,44	100
5,76	110
6,08	120
6,38	130
6,66	140
6,96	150
7,23	160
7,51	170
7,80	180
8,10	190
8,36	200

Fonte: Material produzido pelos estudantes

As tabelas acima foram geradas a partir dos vídeos editados por 2 grupos diferentes, um de cada sala. As filmagens foram realizadas a partir de uma mesma altura com relação à horizontal no deslocamento no plano inclinado. Comparando as duas tabelas, observa-se que os tempos nas mesmas posições da régua (marcos), apresentam valores muito próximos (diferença da ordem de centésimos de segundos).

3.5 TERCEIRA ETAPA: ATIVIDADE 2 - PRODUÇÃO DO GRÁFICO DE PONTOS EM UM SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS E OBTENÇÃO DA EXPRESSÃO ALGÉBRICA DA FUNÇÃO

A Atividade 2 é composta de um total de 3 folhas. A primeira folha é, simplesmente, para copiar a tabela de valores encontrados na Atividade 1. A segunda folha é para fazer um gráfico de pontos em uma folha de papel milimetrado, reproduzindo os 21 pontos a partir da tabela. E a terceira folha apresenta questões que conduzem para a formulação da expressão algébrica da curva encontrada no gráfico de pontos.

Antes da realização da atividade 2, para que os alunos pudessem resolver as questões da folha 3 (escrever a expressão algébrica da função a partir de pontos distintos do gráfico) foi realizada uma revisão do conteúdo de resolução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, pois a maioria dos alunos não recordava ou não sabia o assunto.

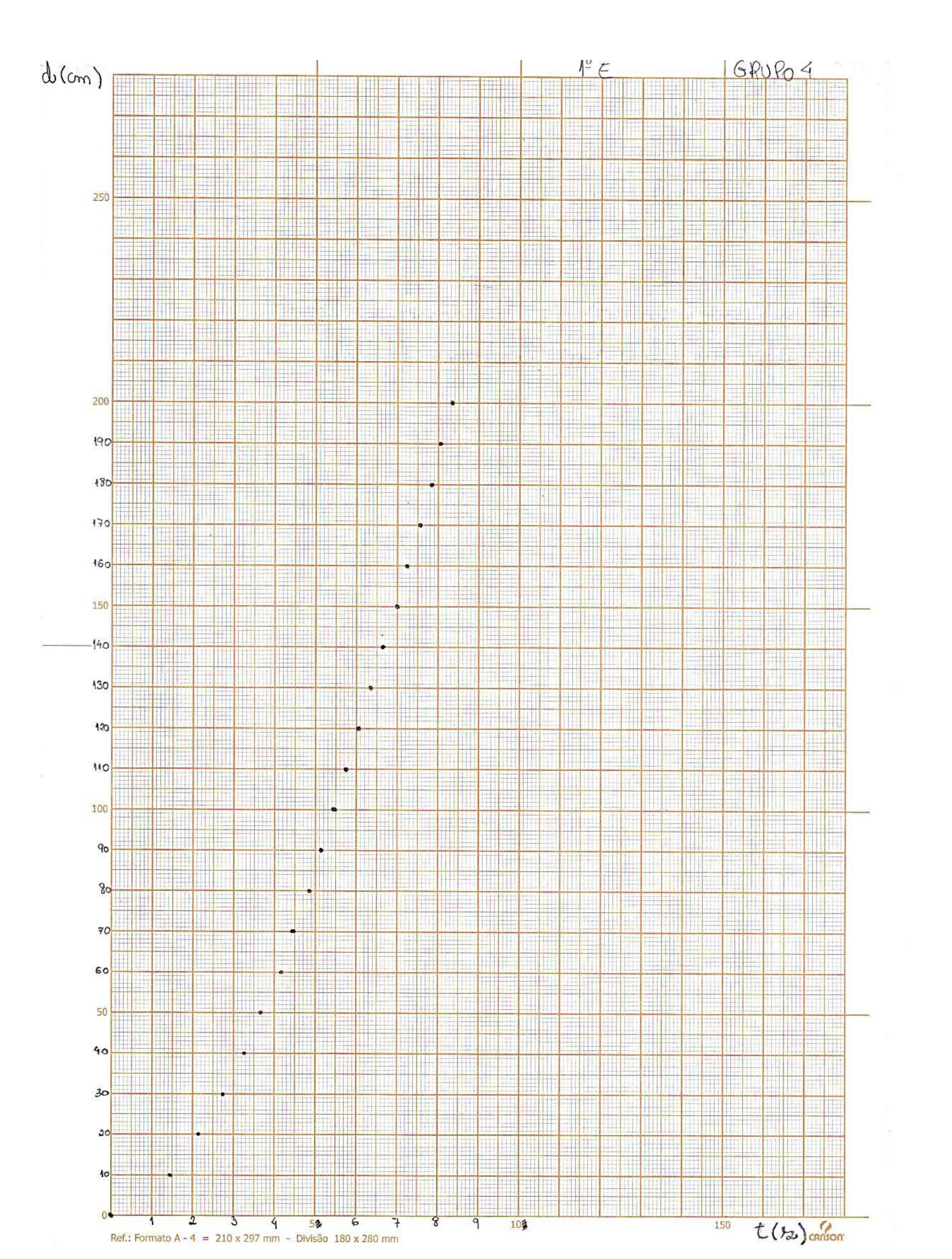
O intuito dessa atividade foi trabalhar a análise simplesmente matemática da curva, não tratando de conceitos físicos. A única abordagem física foi recordar aos alunos, que o deslocamento no plano inclinado, na queda livre e no lançamento vertical, é o movimento retilíneo e uniformemente variado (M.R.U.V.) e que a função horária do espaço é quadrática, e consequentemente o gráfico é uma parábola.

A Atividade 2 - Folha 2 (Gráfico de pontos), foi realizada em uma aula simples de 50 minutos.

As dúvidas de alguns alunos estavam relacionadas aos eixos cartesianos: “O tempo deve ficar no eixo Ox ou Oy?”. Apesar de ter trabalhado as variáveis em uma função, inclusive com inúmeros exemplos, isso ainda suscitava dificuldades de entendimento. Foram orientados a relacionar as variáveis dependente e independente com as grandezas distância e tempo. Após refletirem, concluíram que a variável independente era o tempo e essa deveria ser colocada no eixo Ox.

Com relação à escala a ser adotada no gráfico, os estudantes mostraram eficiência e habilidade e não tiveram dificuldade em plotar os pontos (pares ordenados) - da tabela da Atividade 1 - no papel quadriculado.

Figura 43 - Gráfico de pontos produzido pelos alunos - Atividade 2 - Folha 2



Fonte: Material produzido pelos estudantes

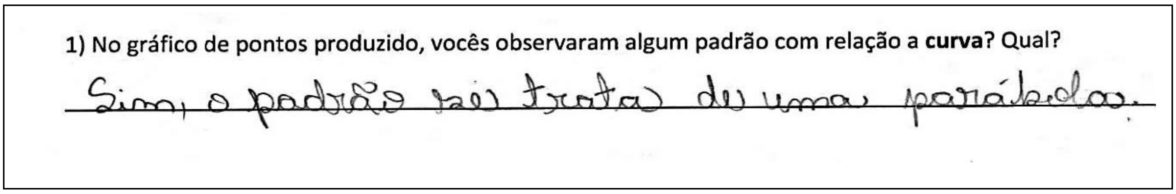
A Atividade 2 - Folha 3 foi realizada em uma aula dupla (100 minutos).

As questões 1, 2, 3 e 4 estão associadas uma com a outra. Os alunos tiveram facilidade para respondê-las. A partir do gráfico de pontos, perceberam que a curva parecia uma parábola e que a função relacionada a ela era a quadrática, do tipo $d(t) = at^2 + bt + c$.

Os alunos tiveram dificuldade na resolução da questão 5, que envolvia sistema de 2 equações lineares com 2 incógnitas e operações com números decimais.

A seguir, algumas resoluções dos grupos referentes à Atividade 2 - Folha 3:

Figura 44 - Atividade 2 - Folha 3 - Questão 1

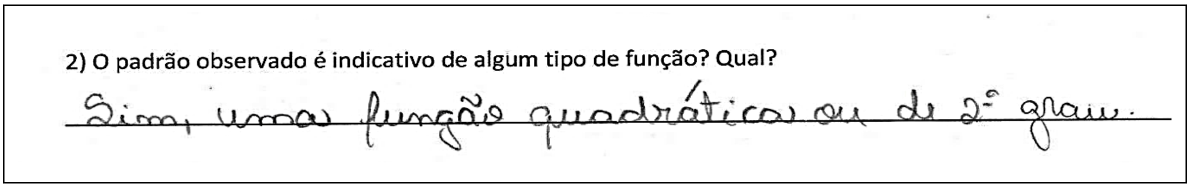

1) No gráfico de pontos produzido, vocês observaram algum padrão com relação a **curva**? Qual?

Sim, o padrão se trata de uma parábola.

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Grande parte dos grupos respondeu parábola, ao invés de ramo de parábola.

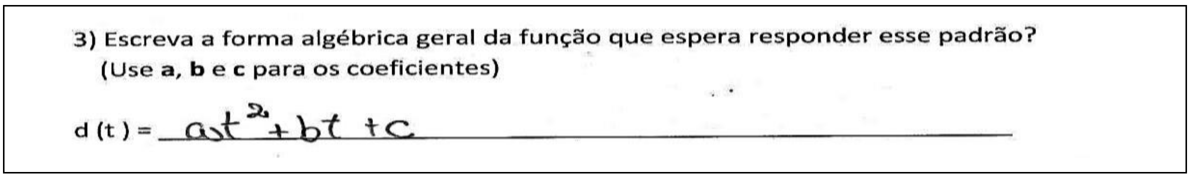
Figura 45 - Atividade 2 - Folha 3 - Questão 2


2) O padrão observado é indicativo de algum tipo de função? Qual?

Sim, uma função quadrática ou de 2º grau.

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Figura 46 - Atividade 2 - Folha 3 - Questão 3


3) Escreva a forma algébrica geral da função que espera responder esse padrão?
(Use **a, b** e **c** para os coeficientes)

d (t) = $at^2 + bt + c$

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Aproveitou-se a questão 3 para falar sobre a variável t e a função d(t), representadas no gráfico de pontos, respectivamente, pelos eixos Ox e Oy.

Figura 47 - Atividade 2 - Folha 3 - Questão 4

4) Observando que o par ordenado (0,0) é um ponto do gráfico, essa informação implica em uma forma particular para a função descrita no item (3)? Qual?

d (t) = $at^2 + bt$

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Na questão 4, os alunos tinham que observar que a curva intersecta o eixo Oy na origem (0,0) do plano cartesiano e consequentemente, o coeficiente c é 0.

Figura 48 - Atividade 2 - Folha 3 - Questão 5

5) Encontre os coeficientes **a** e **b** da função descrita no item (4).
Utilize o verso dessa folha para realizar os cálculos.
(Sugestão: escolher dois pontos do gráfico que estão melhor posicionados).

a = 2,36 **b** = 4,88

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Alguns grupos relataram bastante dificuldade com relação à questão 5, no tocante ao desenvolvimento do sistema de duas equações lineares com duas incógnitas e também pelo fato das contas envolverem números decimais. Os grupos foram orientados que podiam fazer arredondamentos utilizando apenas uma casa decimal e que, após encontrarem os valores dos coeficientes **a** e **b**, os substituíssem nas equações do sistema para verificar se, mesmo com as aproximações, eram plausíveis e apresentavam soluções verdadeiras. A maioria dos grupos fez os cálculos utilizando apenas uma casa decimal para a variável tempo.

Alguns alunos também relataram dificuldades em fazer as operações matemáticas com os números decimais, disseram que estavam habituados a trabalhar apenas com os números inteiros.

Um grupo não realizou a atividade, havia apenas um aluno presente e ele não tinha a tabela para a realização da atividade; o mesmo acompanhou os desenvolvimentos com outros estudantes.

Figura 49 - Atividade 2 - Folha 3 - Resolução dos alunos da questão 5

t (s)	d (cm)
0	0
1,50	10
2,23	20
2,80	30
3,30	40
3,73	50
4,17	60
4,50	70
4,87	80
5,20	90
5,50	100
5,80	110
6,13	120
6,43	130
6,73	140
7,03	150
7,30	160
7,57	170
7,87	180
8,13	190
8,43	200

$d(t) = at^2 + bt$

$\left.\begin{array}{l} A = (\overset{x_A}{4,5} ; \overset{y_A}{70}) \\ B = (\overset{x_B}{7,0} ; \overset{y_B}{150}) \end{array}\right\} \quad y = ax^2 + bx$

$70 = a(4,5)^2 + b.(4,5)$

• $4,5^2 a + 4,5b = 70$

$y = ax^2 + bx$

• $150 = a(7)^2 + b.7$

$49a + 7.b = 150$

$\begin{cases} 4,5^2 a + 4,5b = 70 \quad (\div 4,5) \\ 49a + 7.b = 150 \quad (\div 7) \end{cases}$

$\begin{cases} 4,5a + b = 15,5 \quad (\div -1) \\ 7a + b = 21,4 \end{cases}$

$\begin{cases} -4,5a - \cancel{b} = -15,5 \\ 7a + \cancel{b} = 21,4 \end{cases}$ +

$2,5 = 5,9$

$a = \dfrac{5,9}{2,5} = 2,36$

$a = 2,36$

$7a + b = 21,4$

$7.(2,36) + b = 21,4$

$16,52 + b = 21,4$

$b = 21,4 - 16,52$ $\quad b = 4,88$

* Prova:

• $49a + 7b = 150$

$\underbrace{49(2,36)}_{} + \underbrace{7(4,88)}_{} = 150$

$115,64 + 34,16 = 149,8 \simeq 150$ (V)

• $7a + b = 21,4$

$\underbrace{7(2,36)}_{} + 4,88 = 21,4$

$16,52 + 4,88 = 21,4$

$21,4 = 21,4$ (V)

$d(t) = at^2 + bt$

$d(t) = 2,36t^2 + 4,88t$

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Figura 50 - Atividade 2 - Folha 3 - Resolução dos alunos da questão 6

6) Escreva a função da curva apresentada no gráfico:

d (t) = $2,36t^2 + 4,88t$

Fonte: Material produzido pelos estudantes

A questão 6 é a resposta do desenvolvimento efetuado na questão 5.

Vale ressaltar que, como a expressão da função é obtida a partir da substituição de dois pontos distintos quaisquer do gráfico, exceto o (0, 0), separadamente, em d(t) = at^2 + bt; então dependendo dos pares ordenados escolhidos, ao resolver o sistema linear teremos resultados diferentes.

Considere, por exemplo, os dados tabulados a seguir:

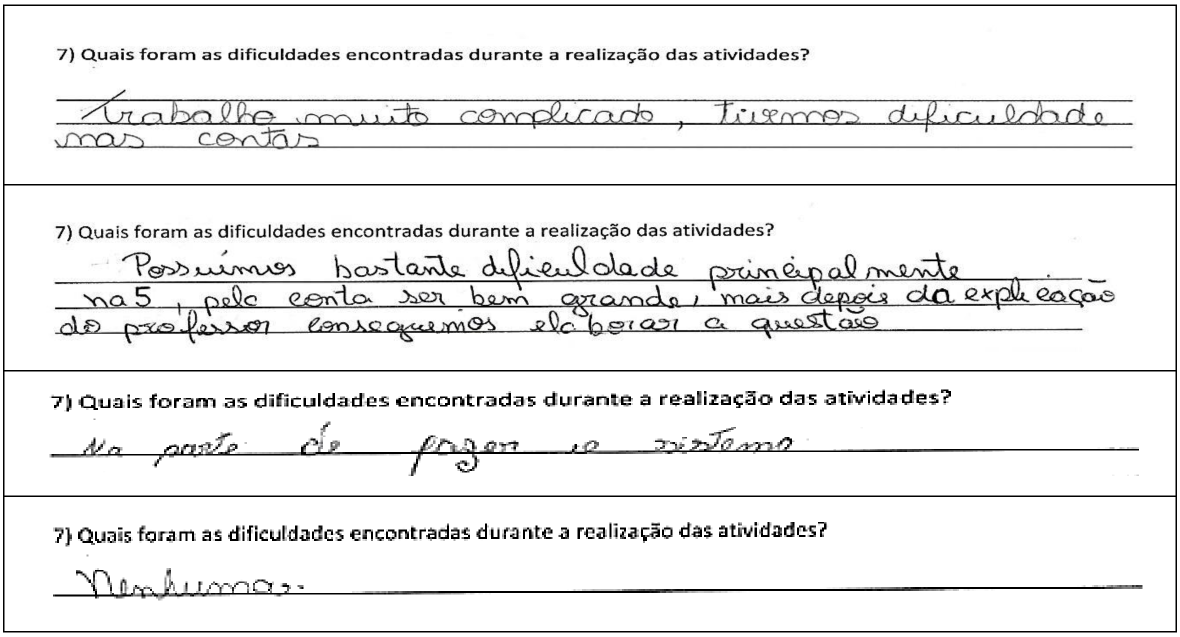
t (s)	0	1,90	2,83	3,57	4,17	4,73	5,27	5,77	6,23	6,70	7,13
d (cm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Ponto					A			C		E	

t (s)	7,57	8,00	8,47	8,90	9,33	9,80	10,27	10,73	11,23	11,73
d (cm)	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Ponto		F				D		B		

Para uma mesma tabela de pontos, temos expressões algébricas diferentes:

- Para os pontos A = (4,17; 40) e B = (10,73; 180) a expressão algébrica é $d(t) = 1,09\ t^2 + 5,05\ t$;
- Para os pontos C = (5,77; 70) e D = (9,80; 160) a expressão algébrica é $d(t) = 1,04\ t^2 + 6,14\ t$;
- Para os pontos E = (6,70; 90) e F = (8,00; 120) a expressão algébrica é $d(t) = 1,21\ t^2 + 5,32t$.

Figura 51 - Algumas considerações dos alunos, referente à Atividade 2


7) Quais foram as dificuldades encontradas durante a realização das atividades?

trabalho muito complicado, tivemos dificuldade nas contas

7) Quais foram as dificuldades encontradas durante a realização das atividades?

Possuímos bastante dificuldade principalmente na 5, pelo conta ser bem grande, mais depois da explicação do professor conseguimos elaborar a questão

7) Quais foram as dificuldades encontradas durante a realização das atividades?

Na parte de fazer o sistema

7) Quais foram as dificuldades encontradas durante a realização das atividades?

Nenhumas.

Fonte: Material produzido pelos estudantes

A partir do retorno dos alunos, foram elaborados para as aulas seguintes, problemas que contemplavam resoluções de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e utilizavam números decimais nos cálculos.

3.5.1 PRODUÇÃO DO GRÁFICO DE PONTOS PELA ALUNA COM DEFICIÊNCIA COGNITIVA E VISUAL

Alunos portadores de deficiências e/ou alunos que apresentam dificuldade no processo de aprendizagem, necessitam de práticas educacionais diferenciadas, com direcionamentos específicos para adequarem-se as suas necessidades especiais.

Na busca de propiciar a aproximação da aluna com deficiência (cegueira total), das atividades que estavam sendo realizadas, procurou-se por recursos que a trouxessem ao convívio da turma e também lhe permitisse agregar conhecimentos.

Em um grupo havia estudantes que se destacavam com relação à postura, iniciativa e rendimentos positivos nas condutas desde o início do ano; coube a eles a inclusão da aluna com deficiência cognitiva e visual no início das atividades, o que foi prontamente atendido, sem nenhuma restrição por parte dos integrantes. Na Atividade 1, os alunos do grupo descreveram o que estava sendo realizado, para que ela tivesse ideia do que estava sendo desenvolvido. Com o intuito de incluí-la no processo de aprendizagem, foi elaborado na Atividade 2, um plano cartesiano “alternativo” para que ela pudesse plotar alguns pontos e tivesse a ideia da curva descrita pela função (ramo de parábola). O grupo trabalhou de forma colaborativa, carinhosa e muito atenciosa com essa aluna.

Na elaboração do plano cartesiano “alternativo” foram utilizados os seguintes materiais:

- placa de isopor com 2 cm de espessura;
- cartolina branca ou folha sulfite;
- palitos de churrasco e tachinhas de bolinhas de painéis de cortiça.

Figura 52 - Tachinhas usadas em painéis de cortiça

Fonte: Internet

A placa de isopor foi recortada nas mesmas dimensões da folha sulfite. Os palitos de churrasco foram utilizados para fazer os eixos das abscissas e das ordenadas. Com uma serra foram feitas marcações nos eixos de 1 cm em 1 cm e estes foram colados na folha sulfite.

No processo de obtenção da curva, primeiro a aluna tinha que encontrar no eixo Ox (abscissas) e no eixo Oy (ordenadas), os valores correspondentes ao par ordenado (ponto) da tabela, para posteriormente com a ajuda de um esquadro, localizar o ponto no plano cartesiano (os catetos do esquadro serviam de projeções horizontal e vertical até o ponto) e marcá-lo com o alfinete. Plotando 7 pontos, a aluna conseguiu estabelecer a relação entre a função quadrática e a sua forma (parábola).

O processo foi visto como algo interessante pelos demais alunos da sala, e eles propuseram que fizessem também a atividade utilizando os percevejos com bolinhas. Posteriormente, foram realizadas diversas construções de funções quadráticas diferentes utilizando o plano cartesiano “alternativo”, e neste, os alunos encontravam as raízes e o vértice da parábola, identificando se era ponto de máximo ou de mínimo da função, dentre outras observações. Também com relação ao plano cartesiano “alternativo” foram realizadas no decorrer do 2º semestre, construções com outros tipos de funções, como, por exemplo, constantes, polinomiais de 1º grau, exponenciais, logarítmicas, dentre outras. Devido ao interesse dos alunos na realização da atividade, resolveu-se estender e desenvolver a atividade com a outra turma; que também apresentou um resultado bastante positivo com relação à aprendizagem, principalmente no que diz respeito ao fato de localizar e plotar pontos no plano de maneira diferente.

Nesse processo de inclusão, a estratégia pedagógica que buscou apoiar a aprendizagem de uma aluna com necessidades especiais acabou contribuindo para o conhecimento coletivo, onde todos se beneficiaram.

Figura 53 - Aluna com necessidades especiais plotando “pontos” (tachinhas) no plano cartesiano “alternativo”

Fonte: Arquivo pessoal

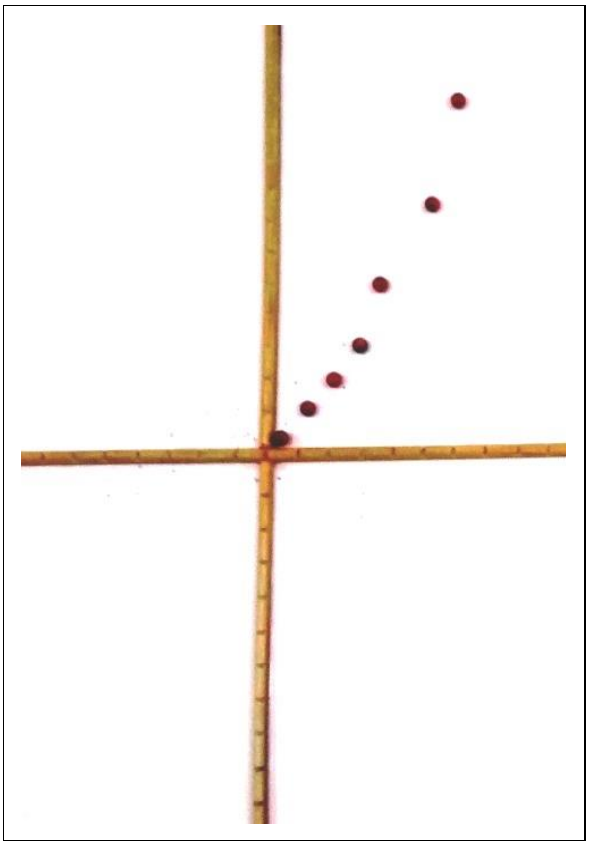
Figura 54 - Realização da Atividade 2 com a aluna com necessidades especiais

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 55 - Grupo que desenvolveu a Atividade 2 com a aluna com necessidades especiais

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 56 - Resultado da Atividade 2 realizada pela aluna com necessidades especiais



Fonte: Arquivo pessoal

3.6 QUARTA ETAPA: ATIVIDADE 3 - OBTENÇÃO DO GRÁFICO E DA FUNÇÃO USANDO PLANILHAS ELETRÔNICAS E O GEOGEBRA

A Atividade 3 foi apresentada e entregue aos alunos no final do 2º bimestre, para que eles se organizassem e pudessem se reunir com mais tranquilidade no recesso escolar, pois vários trabalhavam ou estagiavam em empresas públicas e particulares. As dúvidas e a entrega do material estavam programadas para o início do 3º bimestre.

A Atividade 3 inicialmente foi idealizada para que os alunos a fizessem em casa e transmitissem os resultados via e-mail para o professor; pois o laboratório de informática da escola contava com apenas 3 computadores funcionando no final do 2º bimestre e ficaria inviável levar uma turma com 40 alunos para realizar as atividades nele. Não se podia contar com o agente de organização escolar para ficar com os alunos em sala, enquanto outra parte estava no laboratório; pois a escola é grande e todos os funcionários ficam alocados nas suas respectivas funções.

O cronograma atrasou, pois metade dos grupos não enviou a Atividade 3 e aqueles que enviaram, quando questionados, informaram que em 60% dos casos a atividade fora executada por apenas um aluno do grupo, aquele que dominava mais o uso das planilhas eletrônicas.

Nenhum aluno conhecia o aplicativo GeoGebra.

Nas férias escolares de julho e no início do 3º bimestre, o coordenador pedagógico Marcos se empenhou e arrumou 80% dos computadores do laboratório de informática; com isso, foi possível reprogramar e levar as turmas ao laboratório.

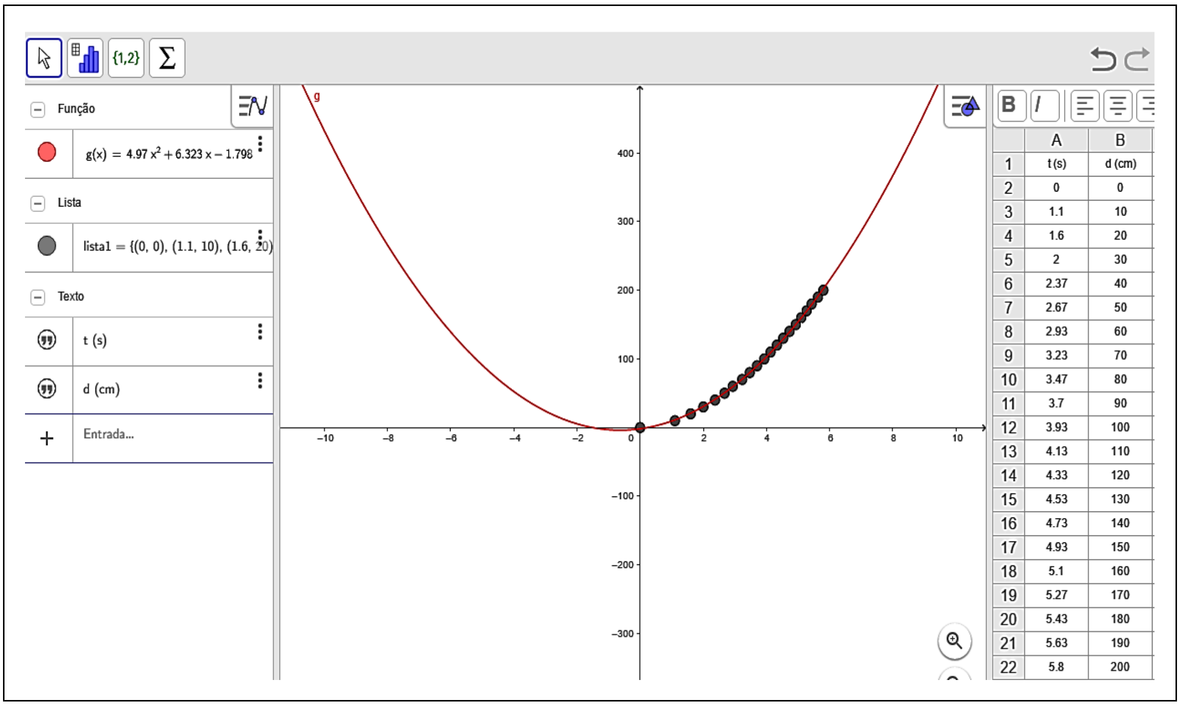
Com o tutorial em mãos, os alunos não demonstraram dificuldades para fazer os gráficos com as Planilhas Eletrônicas e com o GeoGebra.

A atividade 3 foi realizada em aula dupla (100 minutos) e foi possível acompanhar efetivamente a produção e o empenho de cada aluno nas realizações dos trabalhos, além de poder esclarecer inúmeras dúvidas que surgiram na execução dos mesmos.

Dentre os 16 grupos, um não realizou a atividade (os alunos faltaram e não entregaram a atividade posteriormente).

O grupo 6 do 1º E obteve o resultado abaixo (Figura 57). Foi explicado aos alunos que o eixo Ox (eixo das abscissas) por se tratar da variável tempo está restrito ao intervalo [0, + ∞[e consequentemente o ramo de parábola a esquerda do eixo Oy (eixo das ordenadas) não faz parte da solução do problema.

Figura 57 - Resultado parcialmente correto do gráfico gerado no GeoGebra - 1º E - Grupo 6

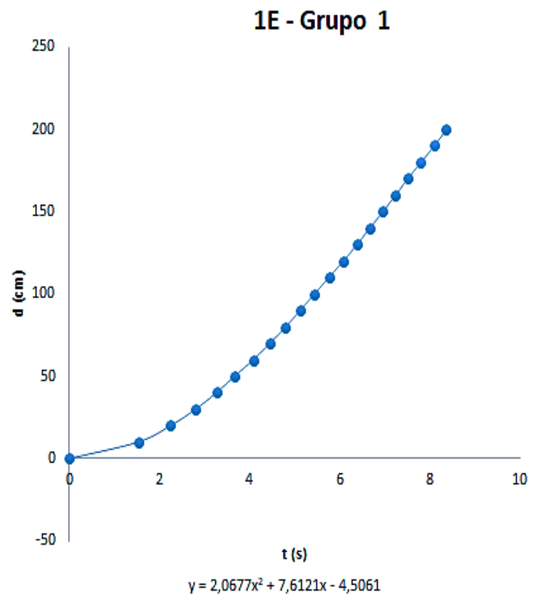


Fonte: Material produzido pelos estudantes

A seguir, resultados de 2 grupos utilizando Planilhas Eletrônicas:

Figura 58 - Gráfico gerado a partir da tabela da Atividade 1 na Planilha Eletrônica - 1º E - Grupo 1

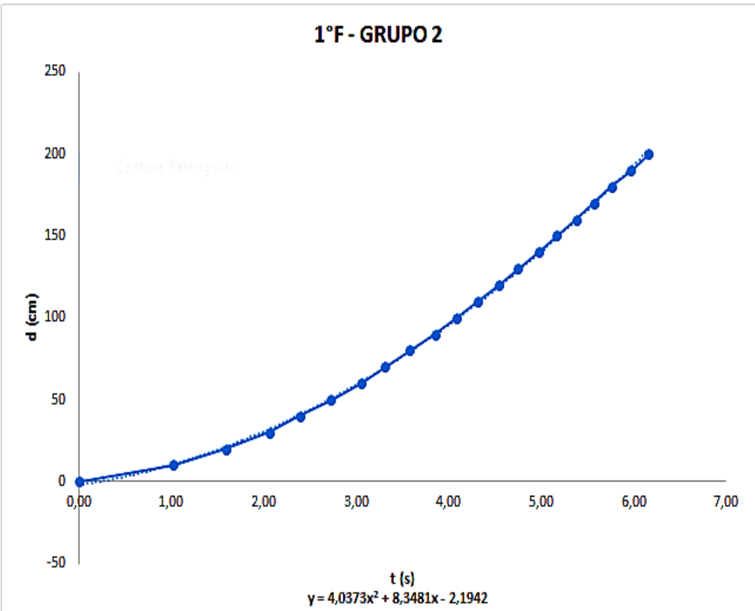
t(s)	d(cm)
0	0
1,52	10
2,24	20
2,8	30
3,26	40
3,66	50
4,08	60
4,44	70
4,8	80
5,12	90
5,44	100
5,76	110
6,08	120
6,38	130
6,66	140
6,96	150
7,23	160
7,51	170
7,8	180
8,1	190
8,36	200



Fonte: Material produzido pelos estudantes

Figura 59 - Gráfico gerado a partir da tabela da Atividade 1 na Planilha Eletrônica - 1º F - Grupo 2

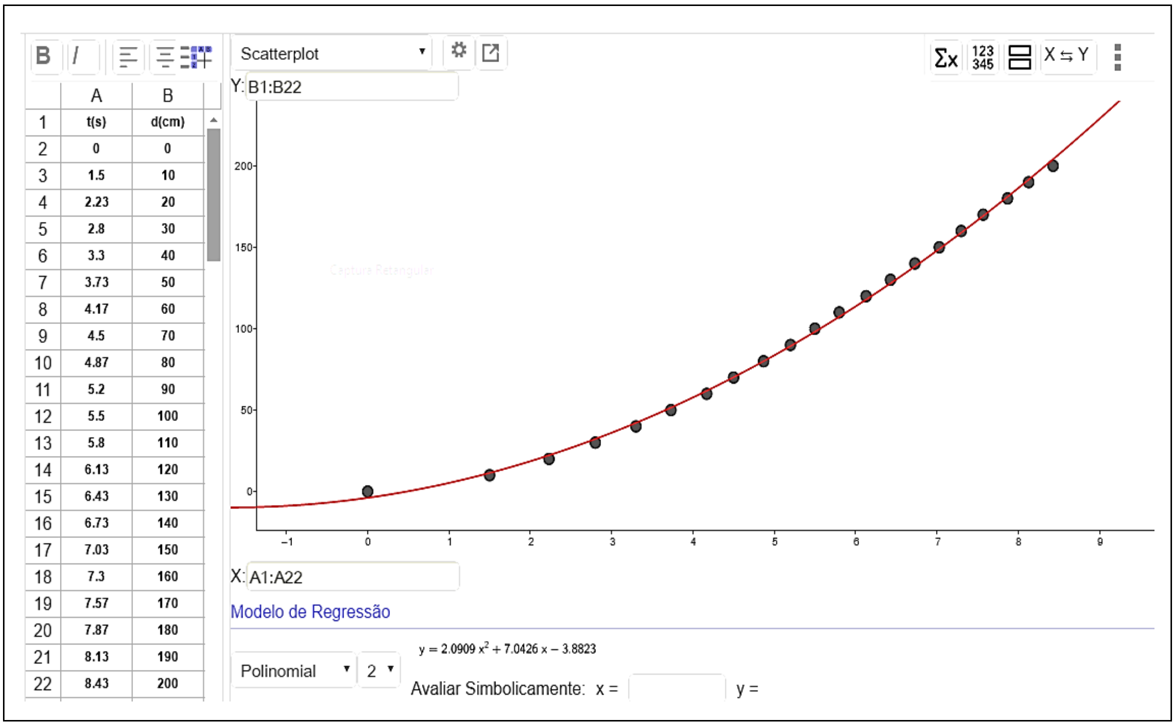
TEMPO (s)	DISTÂNCIA (cm)
0,00	0
1,02	10
1,59	20
2,06	30
2,39	40
2,73	50
3,05	60
3,31	70
3,58	80
3,85	90
4,09	100
4,32	110
4,54	120
4,75	130
4,97	140
5,17	150
5,38	160
5,57	170
5,76	180
5,97	190
6,16	200



Fonte: Material produzido pelos estudantes

A seguir, resultados de 2 grupos utilizando o aplicativo GeoGebra:

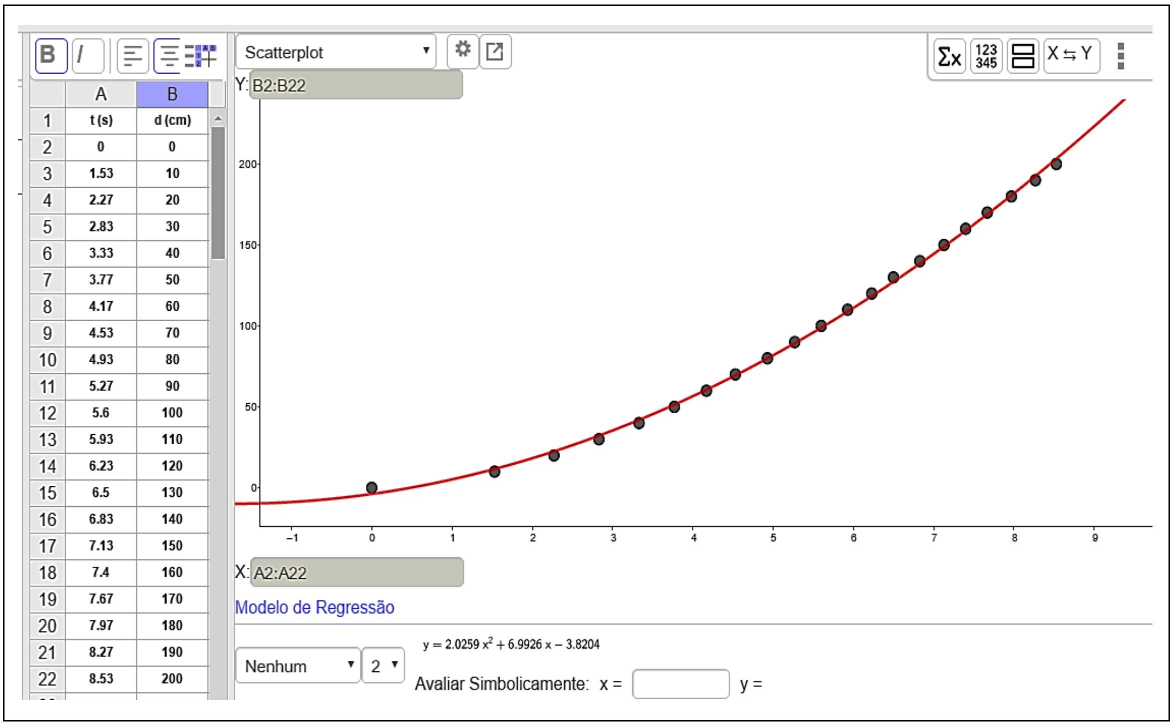
Figura 60 - Gráfico gerado a partir da tabela da Atividade 1 no GeoGebra - 1º E - Grupo 3



	A	B
1	t(s)	d(cm)
2	0	0
3	1.5	10
4	2.23	20
5	2.8	30
6	3.3	40
7	3.73	50
8	4.17	60
9	4.5	70
10	4.87	80
11	5.2	90
12	5.5	100
13	5.8	110
14	6.13	120
15	6.43	130
16	6.73	140
17	7.03	150
18	7.3	160
19	7.57	170
20	7.87	180
21	8.13	190
22	8.43	200

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Figura 61 - Gráfico gerado a partir da tabela da Atividade 1 no GeoGebra - 1º F - Grupo 6



	A	B
1	t (s)	d (cm)
2	0	0
3	1.53	10
4	2.27	20
5	2.83	30
6	3.33	40
7	3.77	50
8	4.17	60
9	4.53	70
10	4.93	80
11	5.27	90
12	5.6	100
13	5.93	110
14	6.23	120
15	6.5	130
16	6.83	140
17	7.13	150
18	7.4	160
19	7.67	170
20	7.97	180
21	8.27	190
22	8.53	200

Fonte: Material produzido pelos estudantes

Figura 62 - Alunos trabalhando na sala de informática da escola (Atividade 3)

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 63 - Alunos trabalhando na sala de informática da escola (Atividade 3)

Fonte: Arquivo pessoal

3.7 QUINTA ETAPA: ATIVIDADE 4 - AVALIAÇÃO

A Atividade 4 (Avaliação) foi realizada em 3 aulas simples (50 minutos cada). Foi proposta a resolução, em grupo, de dois problemas em cada aula.

Os grupos fizeram:

- na 1ª aula: os problemas 1 e 2 de observação e interpretação de gráficos;
- na 2ª aula: o problema 3 de análise e representação de gráfico e o problema 4 que era para determinar a lei da função quadrática a partir de pontos distintos do gráfico (o problema 4 é um exemplo contextualizado da Atividade 2) e
- na 3ª aula: o problema 5 sobre ponto de máximo da função quadrática e o problema 6 que era para encontrar a expressão algébrica da função quadrática a partir de pontos distintos do gráfico.

As diferenças entre os problemas 4 e 6 estavam relacionadas aos coeficientes **a** e **c** da função $y = ax^2 + bx + c$. A parábola da questão 4 tinha a concavidade voltada para baixo ($a < 0$) e o ponto de intersecção do gráfico com o eixo Oy era (0, 0), ou seja, $c = 0$ e na questão 6, a parábola possuía a concavidade voltada para cima ($a > 0$) e ponto de intersecção da curva com o eixo Oy era (0, 500), ou seja, c= 500.

Análise das respostas dos grupos referente ao **Problema 1**:

Um grupo não fez as atividades neste dia, portanto as análises e observações ficaram restritas às considerações de 15 grupos.

Item (a):
14 grupos acertaram e 1 grupo não nomeou as coordenadas do gráfico.

Item (b):

8 grupos acertaram e 7 grupos erraram.

”Em um mesmo instante, ao observar as curvas descritas pelos competidores no início da corrida (primeiros 100 m), pode-se concluir que o atleta _______________ largou em 1º lugar (foi o mais rápido); seguido do atleta _______________, que por sua vez percorreu uma distância maior que o atleta _______________ que se encontrava na 3ª posição”.

Respostas incorretas:

- “**1º lugar:** Bruno, **2º lugar:** Antônio e **3º lugar:** Carlos” (3 grupos);
- “**1º lugar:** Carlos, **2º lugar:** Bruno e **3º lugar:** Antônio” (2 grupos);
- “**1º lugar:** Bruno, **2º lugar:** Antônio e **3º lugar:** Bruno” e
- “**1º lugar:** Carlos, **2º lugar:** Antônio e **3º lugar:** Carlos”.

Item (c):

14 grupos acertaram e 1 grupo errou.

Respostas corretas:

- “Caiu”;
- “Ele caiu ou derrubou a barreira”;
- “Carlos teve uma queda”;
- “Ele esbarrou ou derrubou uma barreira que prejudicou o seu tempo”;
- “Carlos pode ter derrubado alguma barreira e então perdeu a velocidade”;
- “Ele cai durante a corrida”;
- “Ele pode ter caído e perdido tempo” e outras similares.

Resposta incorreta:

“Ele quis correr mais rápido para ganhar e cansou no resto da corrida”**.**

Item (d):

10 grupos acertaram e 5 grupos erraram.

Respostas corretas:

- 1 grupo respondeu: “Bruno chegou mais rápido” (Apesar da falta de informação e clareza, foi considerada correta);
- 2 grupos responderam: “Bruno passou Antônio e ganhou/venceu a corrida” e
- 7 grupos responderam: “Bruno ultrapassou Antônio” e outras respostas semelhantes.

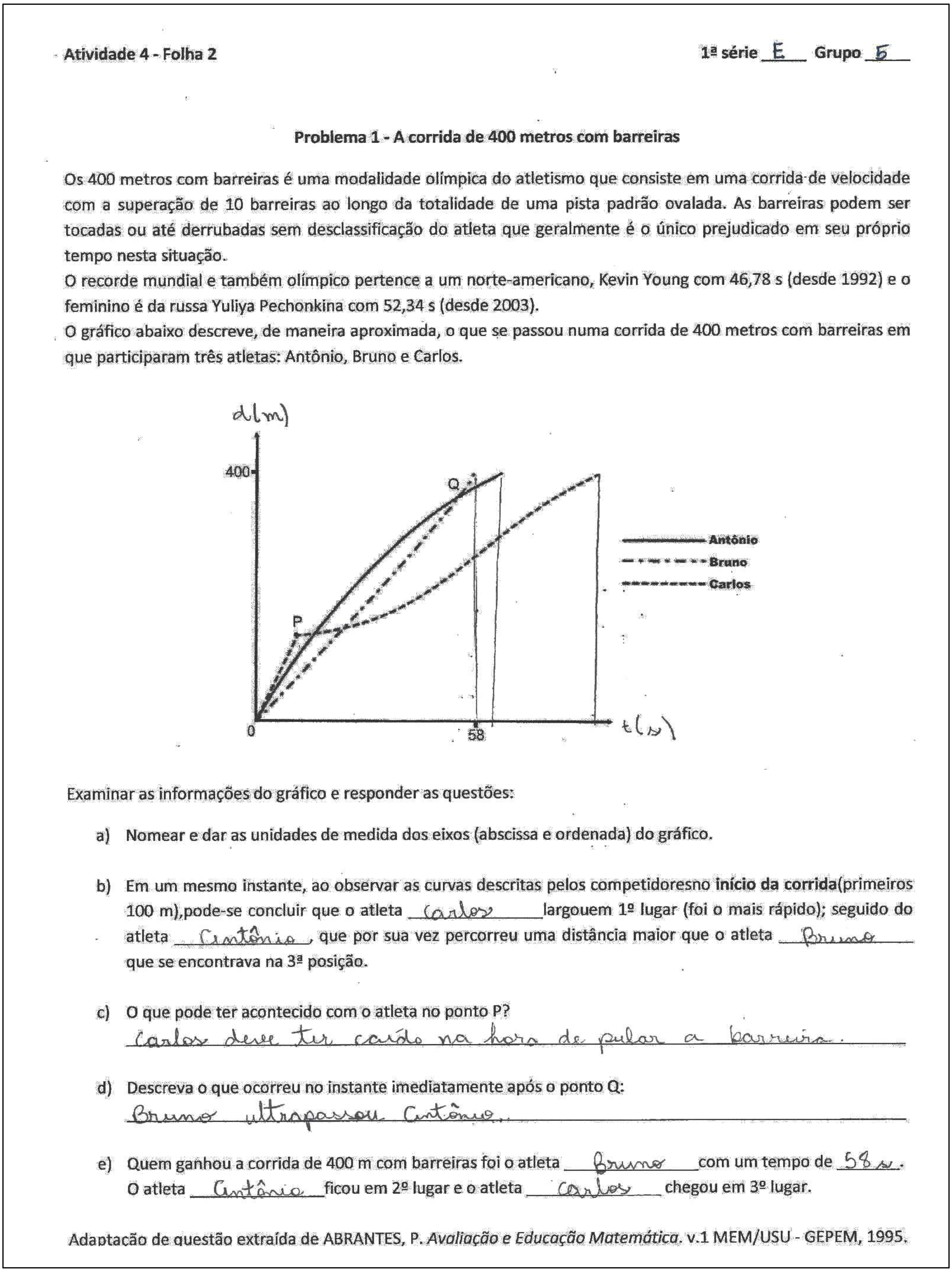
Respostas incorretas:

- “Antônio e Bruno se cruzaram com a mesma velocidade”;
- “Ocorreu uma ultrapassagem do Carlos no Antônio”;
- “Antônio ultrapassou Bruno”;
- “Os atletas diminuíram a velocidade, pois o ponto Q é fim do percurso” e
- “Depois que eles passam o ponto Q eles perdem velocidade”.

Item (e):

Todos os grupos acertaram; sendo que 4 grupos responderam apenas 58, não colocaram a unidade de tempo (segundos).

Figura 64: Resolução correta do Problema 1 - 1º E - Grupo 5



Atividade 4 - Folha 2 1ª série E Grupo 5

Problema 1 - A corrida de 400 metros com barreiras

Os 400 metros com barreiras é uma modalidade olímpica do atletismo que consiste em uma corrida de velocidade com a superação de 10 barreiras ao longo da totalidade de uma pista padrão ovalada. As barreiras podem ser tocadas ou até derrubadas sem desclassificação do atleta que geralmente é o único prejudicado em seu próprio tempo nesta situação.

O recorde mundial e também olímpico pertence a um norte-americano, Kevin Young com 46,78 s (desde 1992) e o feminino é da russa Yuliya Pechonkina com 52,34 s (desde 2003).

O gráfico abaixo descreve, de maneira aproximada, o que se passou numa corrida de 400 metros com barreiras em que participaram três atletas: Antônio, Bruno e Carlos.

Examinar as informações do gráfico e responder as questões:

a) Nomear e dar as unidades de medida dos eixos (abscissa e ordenada) do gráfico.

b) Em um mesmo instante, ao observar as curvas descritas pelos competidoresno **início da corrida**(primeiros 100 m),pode-se concluir que o atleta Carlos largouem 1º lugar (foi o mais rápido); seguido do atleta Antônio, que por sua vez percorreu uma distância maior que o atleta Bruno que se encontrava na 3ª posição.

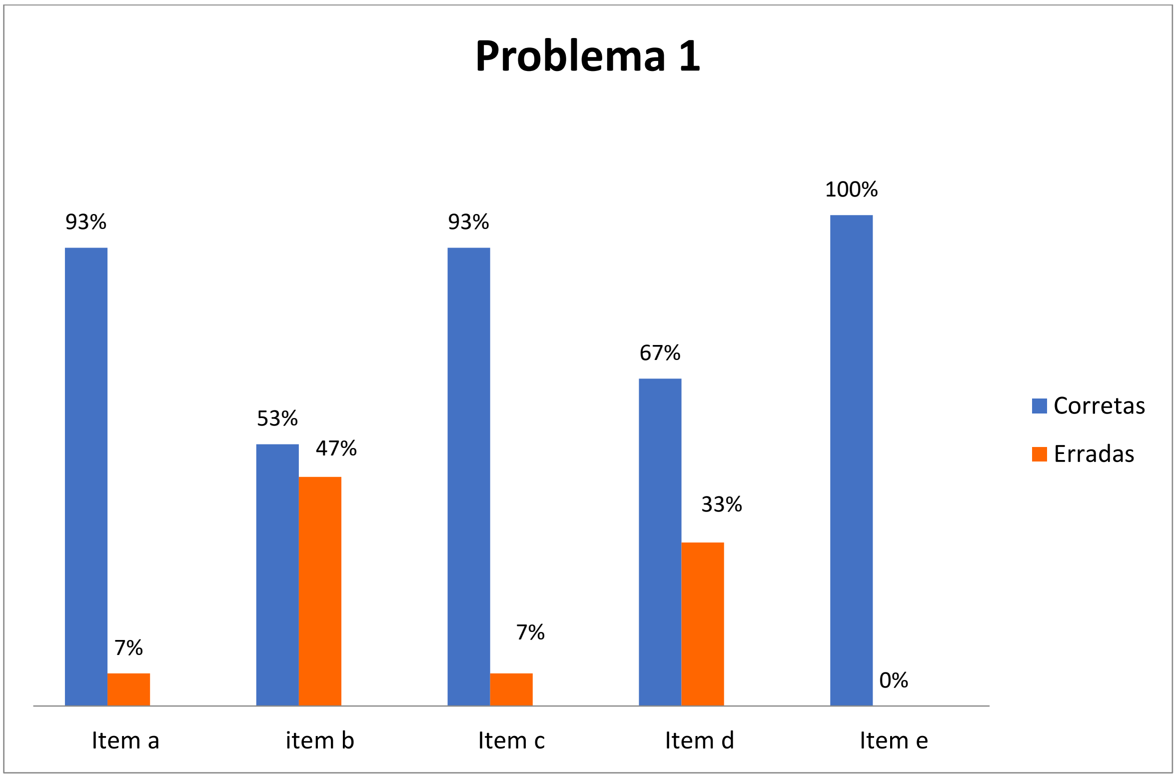
c) O que pode ter acontecido com o atleta no ponto P?
Carlos deve ter caído na hora de pular a barreira.

d) Descreva o que ocorreu no instante imediatamente após o ponto Q:
Bruno ultrapassou Antônio.

e) Quem ganhou a corrida de 400 m com barreiras foi o atleta Bruno com um tempo de 58 s.
O atleta Antônio ficou em 2º lugar e o atleta Carlos chegou em 3º lugar.

Adaptação de questão extraída de ABRANTES, P. *Avaliação e Educação Matemática.* v.1 MEM/USU - GEPEM, 1995.

Fonte: Material produzido pelos estudantes



De acordo com o gráfico de colunas acima, percebe-se que os alunos tiveram maior dificuldade no item (b), que relaciona o tempo no eixo das abscissas com a distância percorrida no eixo das ordenadas, e no item (d) que tem certa similaridade com o item (b).

Na Figura 64 (p. 100), o grupo 5 do 1º E, traçou de maneira perspicaz, retas verticais para relacionar a distância percorrida de cada atleta com o seu respectivo tempo.

Análise das respostas dos grupos referente ao **Problema 2**:

Um grupo não fez as atividades neste dia, portanto as análises e observações ficaram restritas às considerações de 15 grupos.

Item (a):

13 grupos acertaram (perceberam que a banheira já estava cheia) e 2 grupos erraram.

Justificativas corretas:

- "A banheira já estava cheia e depois a água escoou";
- "A banheira já estava cheia";
- "É como se a banheira já estivesse cheia no tempo 0";
- "Já está cheia e esvazia";
- "Mostra que está cheia por um determinado tempo e esvazia (não mostra Arquimedes entrando e nem saindo)";
- "Neste gráfico mostra que a banheira já está cheia e que depois de um tempo, ela esvazia, sem mostrar a parte em que Arquimedes entra na banheira" e outras similares.

Justificativas incorretas:

- "Está errado porque é como se ele tivesse enchido tudo a banheira e esvaziado tudo logo depois" e
- "Neste gráfico não mostra ele enchendo a banheira" (Foi considerada errada por falta de informações complementares).

Item (b):

9 grupos acertaram e 6 grupos erraram.

Justificativas corretas:

- “Porque ele encheu e a água sumiu instantaneamente”;
- “Não pode ser o gráfico b, pois segundo ele a banheira esvazia de uma única vez”;
- “Não é esse, pois a banheira esvazia instantaneamente”;
- “A água da banheira não sai totalmente em um instante”;
- “A banheira enche e esvazia instantaneamente”;
- “Mostra a evolução do nível da água na banheira e logo após seu esvaziamento instantâneo”;
- “A banheira vai enchendo e esvazia de uma vez o que é impossível”;
- “Mostra que a banheira está enchendo e esvazia instantaneamente” e
- “A banheira esvazia de uma vez só, o que não pode acontecer.”

Justificativas incorretas:

- “O nível da água subiu quando ele entrou na banheira”;
- “Errado porque também teria enchido e saído logo depois”;
- “Mostra que ele encheu a banheira, não entrou, e logo em seguida esvaziou”;
- “Neste gráfico não mostra que ele permaneceu na banheira”;
- “Esse gráfico mostra o tempo em que a banheira enche e logo em seguida ela esvazia sem ao menos mostrar que Arquimedes entra na banheira” e
- “Apenas encheu a banheira e esvaziou, não tomou banho.”

(As 4 últimas justificativas foram consideradas erradas por falta de informações complementares).

Item (c):

Todos os grupos acertaram e as 15 justificativas estavam corretas.

Item (d):

13 grupos acertaram e 2 grupos erraram.

Justificativas corretas:

- “Só mostra quando ele enche e depois esvazia a banheira, não mostra quando ele entra e nem sai dela”;
- “Ele encheu a banheira por um período e depois esvaziou. Não tomou banho”;
- “Não pode ser o gráfico d, pois segundo ele não houve alteração no nível da água quando Arquimedes entra e sai da banheira”;
- “Não é esse, pois o gráfico não apresenta o momento em que ele entra na banheira e quando sai”;
- “Arquimedes encheu e após esvaziou a banheira sem tomar banho” e outras similares.

Justificativas incorretas:

- “O que está errado: não aparece o nível da água quando ele entra na banheira. O que está correto: mostra exatamente a banheira enchendo, quando permanece nela, e quando ele sai” e
- “Está errado pois ele só encheu depois permaneceu e logo depois saiu da banheira.”

Figura 65: Resolução correta do Problema 2 - 1º E - Grupo 7

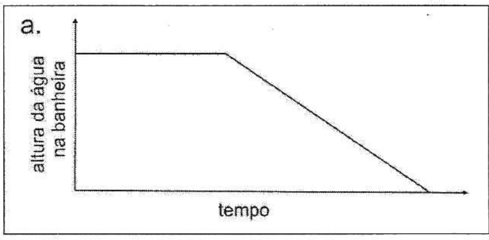
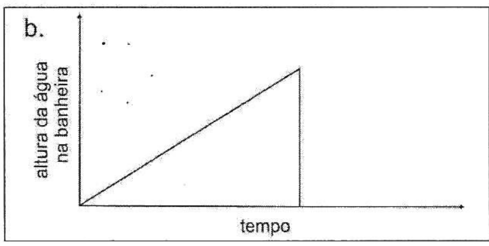
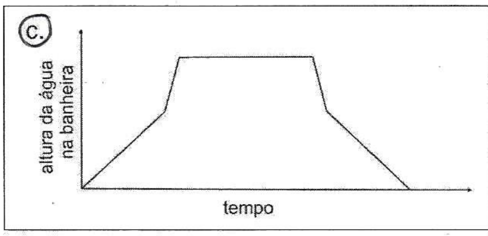
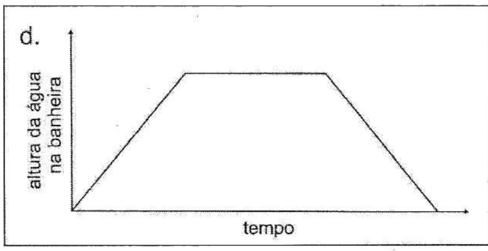
Atividade 4 - Folha 3 **1ª série** E **Grupo** 7

Problema 2 - Eureca, o desafio da banheira

Arquimedes vai tomar banho. Ele enche parte da banheira para que não derrame água ao usá-la, entra nela, permanece um tempo, sai da banheira e escoa a água.

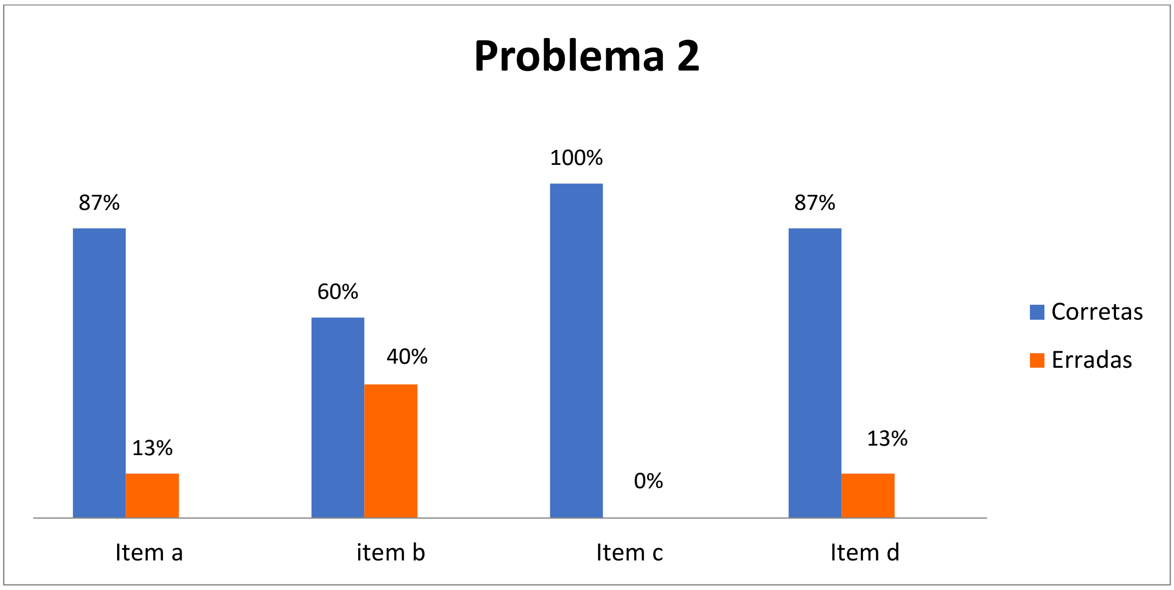
Qual gráfico mostra melhor o que acontece com o nível da água na banheira?

Em cada caso, explique o que está correto e o que está errado.

	É como se a banheira já estivesse chia em tempo 0.
	A água da banheira não sai totalmente em um instante.
	Ele encheu a banheira até um certo nível, entrou e tomou o seu banho, saiu e esvaziou a banheira.
	É como se ele encheu e esvaziou a banheira sem tomar banho.

Adaptação de questão extraída de SMOOTHEY, M. *Atividades e jogos com gráficos*. São Paulo: Scipione, 1997.

Fonte: Material produzido pelos estudantes



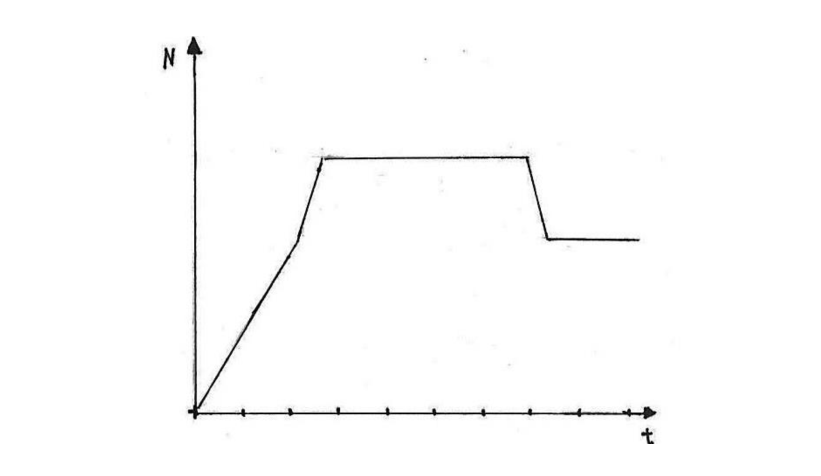
Observando o gráfico de colunas acima, percebe-se que a maior concentração de erros foi no item b, pois os grupos não atentaram ao fato da impossibilidade da água escoar instantaneamente de acordo com o gráfico.

Análise das respostas dos grupos, referente ao **Problema 3**:

Dos 16 grupos, 14 grupos fizeram a representação gráfica de forma correta e 2 grupos erraram (um de cada sala).

A seguir, a resolução correta do Problema 3 - 1º E - Grupo 7:

Figura 66: Resolução correta do Problema 3 - 1º E - Grupo 7

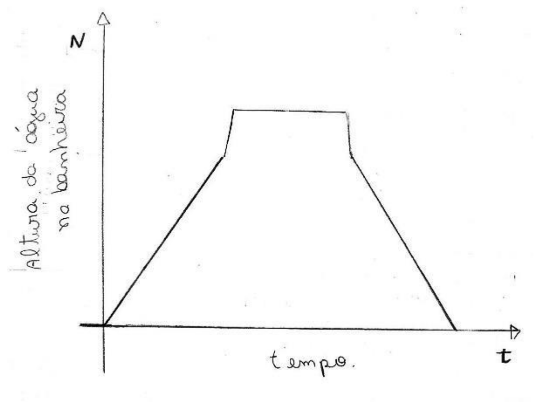


Fonte: Material produzido pelos estudantes

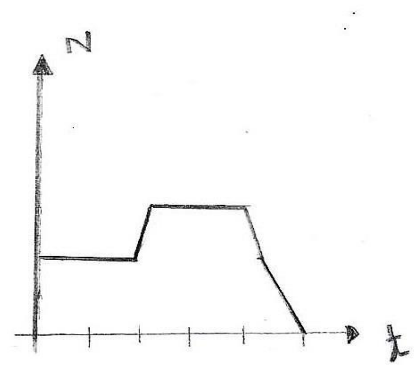
Abaixo, os 2 gráficos incorretos do Problema 3:

Figura 67 - Resoluções incorretas dos gráficos do Problema 3

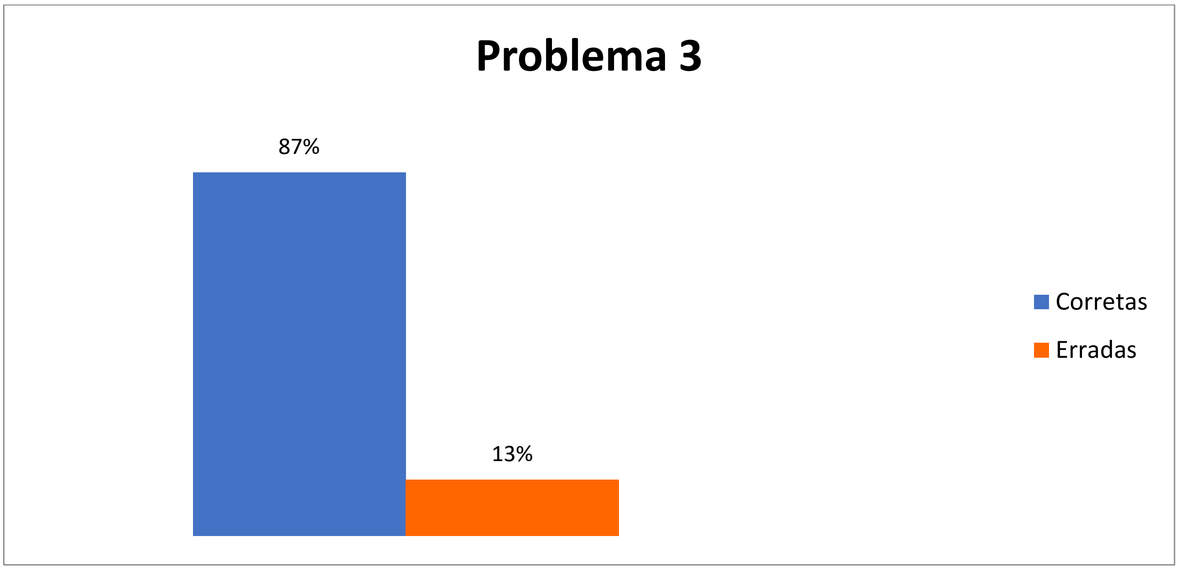
1º E - Grupo 6



1º F - Grupo 4



Fonte: Material produzido pelos estudantes

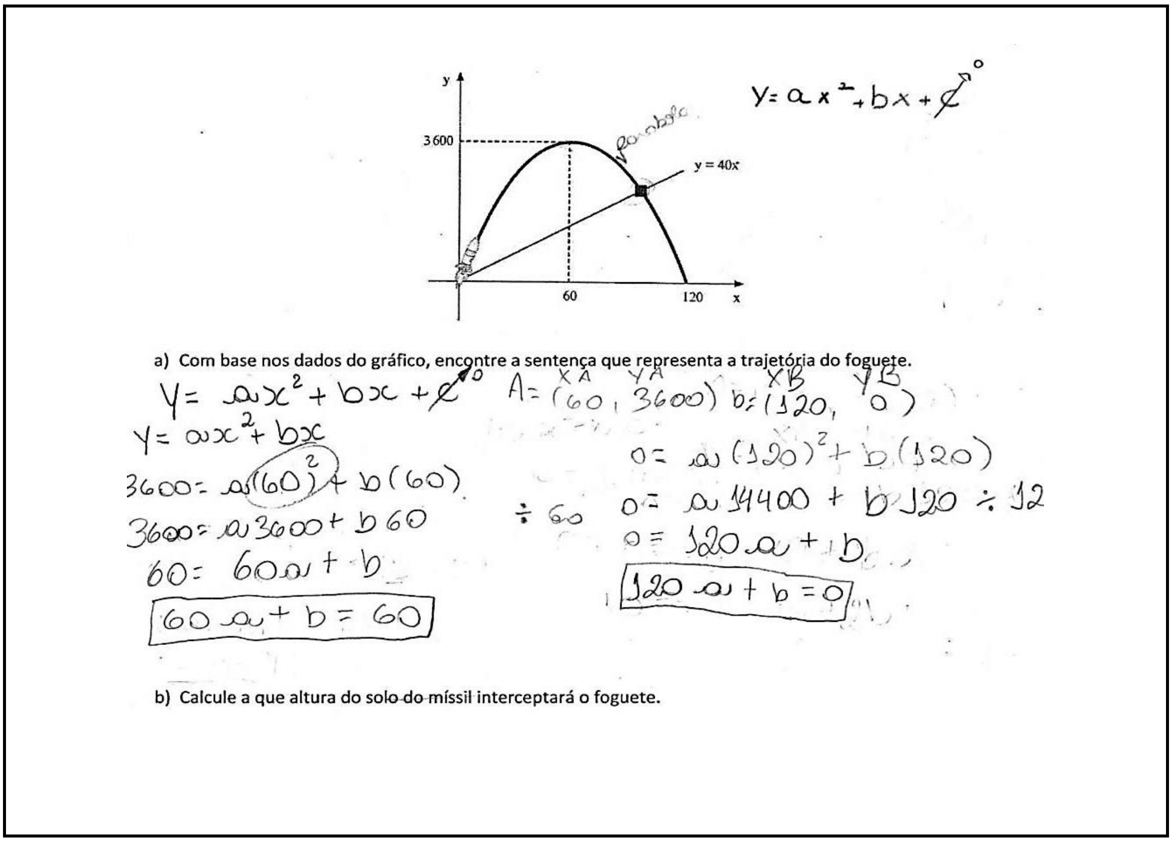


O problema 3 foi elaborado no intuito de reforçar a reflexão feita no problema 2. Eles são muito parecidos, com a diferença de que a Mafalda não esvazia a banheira após o banho (nesse intervalo os alunos tinham que perceber que a função é constante).

Análise das respostas dos grupos referente ao **Problema 4**:

Item (a):
15 grupos acertaram e 1 grupo errou.

Figura 68 - Resolução incorreta do Problema 4 - 1º F - Grupo 7



Fonte: Material produzido pelos estudantes

O grupo 7 do 1º F elaborou corretamente o início da questão (chegou nas duas equações previstas, porém não conseguiu resolver o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas) e consequentemente não resolveu o item b que necessitava do resultado do item a.

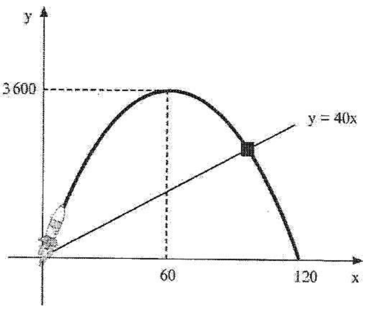
Item (b):
14 grupos acertaram e 2 grupos não resolveram.

Figura 69 - Resolução correta do Problema 4 - 1º F - Grupo 6

Atividade 4 - Folha 5 **1ª série** F **Grupo** 6

Problema 4- Foguete defeituoso

Um foguete, que é lançado de uma base militar, apresenta um defeito em peno voo e, segundo os cálculos, deverá cair sobre uma região habitada. O gráfico a seguir representa a trajetória desse foguete, sendo **x** e **y** dados em metros. O gráfico também apresenta a trajetória praticamente retilínea de um míssil que foi lançado da mesma base para interceptar o foguete e evitar um possível desastre. Suponha que a trajetória do míssil seja dada pela função y = 40x.



$A = (60; 3600)$ (x_A, y_A)
$B = (120; 0)$ (x_B, y_B)

Parábola.
$y = ax^2 + bx + \cancel{c}\,0$

a) Com base nos dados do gráfico, encontre a sentença que representa a trajetória do foguete.

$y = ax^2 + bx + \cancel{c}\,0$

$3600 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60$

$3600a + 60b = 3600$

$0 = 120^2 a + 120b$

$14400a + 120b = 0$

$\begin{cases} 3600a + 60b = 3600 \quad (\cdot -2) \\ 14400a + 120b = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} -7200a - \cancel{120b} = -7200 \\ 14400a + \cancel{120b} = 0 \end{cases}$

$7200a = -7200$

$a = \dfrac{-7200}{7200}$

$a = -1$

$14400a + 120b = 0$

$14400(-1) + 120b = 0$

$-14400 + 120b = 0$

$120b = 0 + 14400$

$120b = +14400$

$b = \dfrac{+14400}{+120}$

$b = 120$.

$y = -x^2 + 120x$

b) Calcule a que altura do solo do míssil interceptará o foguete.

$-x^2 + 120x = 40x$

$-x^2 + 120x - 40x = 0$

$-x^2 + 80x = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (80)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0$

$\Delta = 6400 + 0$

$\Delta = 6400$

$a = -1, b = 80, c = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$x = \dfrac{-(+80) \pm \sqrt{6400}}{2 \cdot (-1)}$

$x = \dfrac{-80 \pm 80}{-2}$

$x' = \dfrac{-80 - 80}{-2}$

$x' = \dfrac{-160}{-2}$

$x' = +80$

$x'' = \dfrac{-80 + 80}{-2}$

$x'' = \dfrac{0}{-2}$

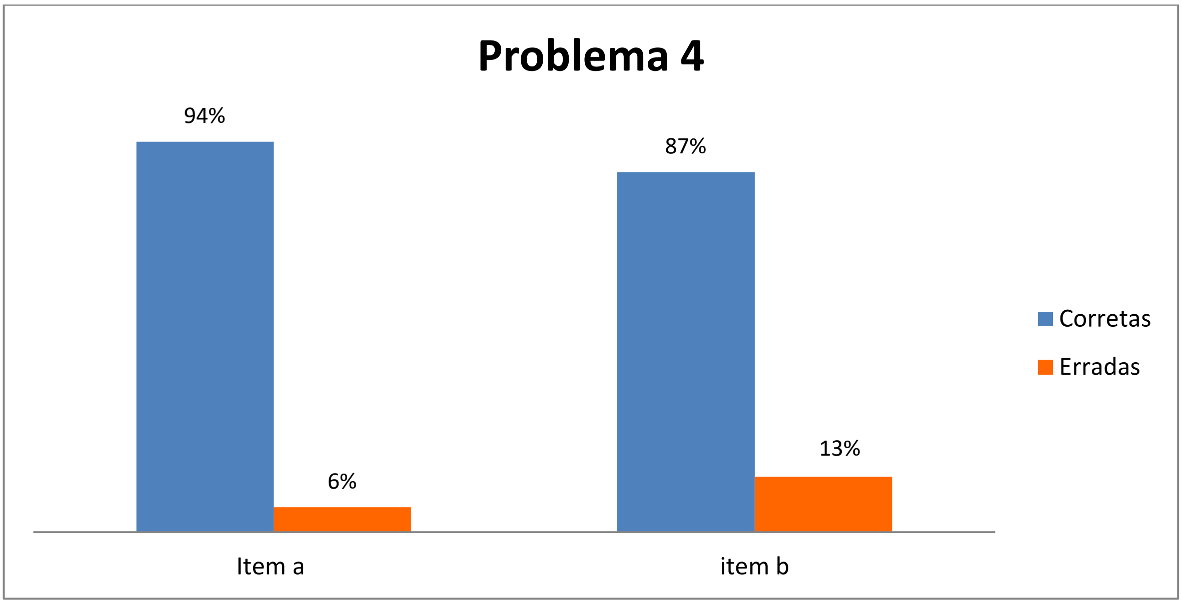
$x'' = 0$ (não convém)

$y = 40x$

$y = 40 \cdot (80)$

$y = 3200$ m

Fonte: Material produzido pelos estudantes



O problema 4 foi retirado do Material do Aluno da Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo.

Dois grupos (um de cada sala) não fizeram o item (b). Na devolutiva relataram que não "enxergaram" que no instante de encontro do míssil com o foguete (intersecção da reta com a parábola) era só igualar a equação da parábola encontrada do item (a), $y = -x^2 + 120\,x$, com a equação da reta, $y = 40x$, dada no problema.

Análise das respostas dos grupos referente ao **Problema 5**:

O problema 5 foi retirado do Material do Aluno da Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo. Ele retomou os conceitos de Máximos e Mínimos da função polinomial do 2º grau que foram trabalhados no 2º bimestre e consistia em achar as medidas dos lados de um retângulo para que a área procurada fosse a maior possível. Para cada grupo foi solicitado esboçar o gráfico com régua, colocar valores nos eixos utilizando uma escala adequada, identificar o vértice da parábola e nomear os eixos.

Houve um aproveitamento de **100%** (todos os grupos acertaram os itens (a) e (b) propostos).

Após a correção, foi feita a observação do motivo pelo qual as empresas de construção civil fazem apartamentos com áreas no formato quadrangular. Os alunos, depois da atividade, concluíram que o retângulo que possui área máxima tem todos os lados iguais, ou seja, é na realidade um quadrado.

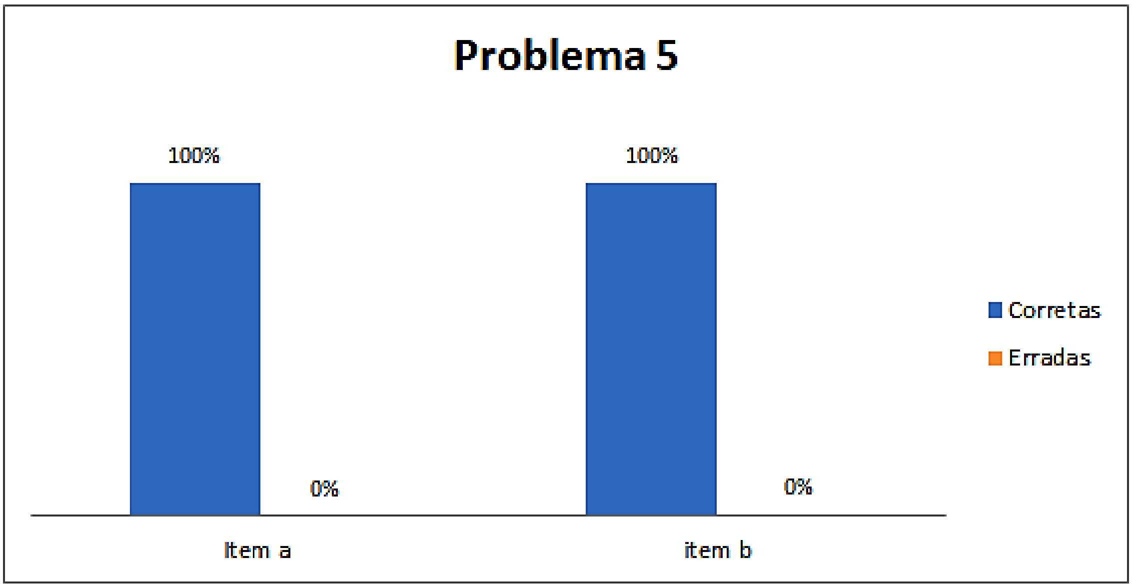
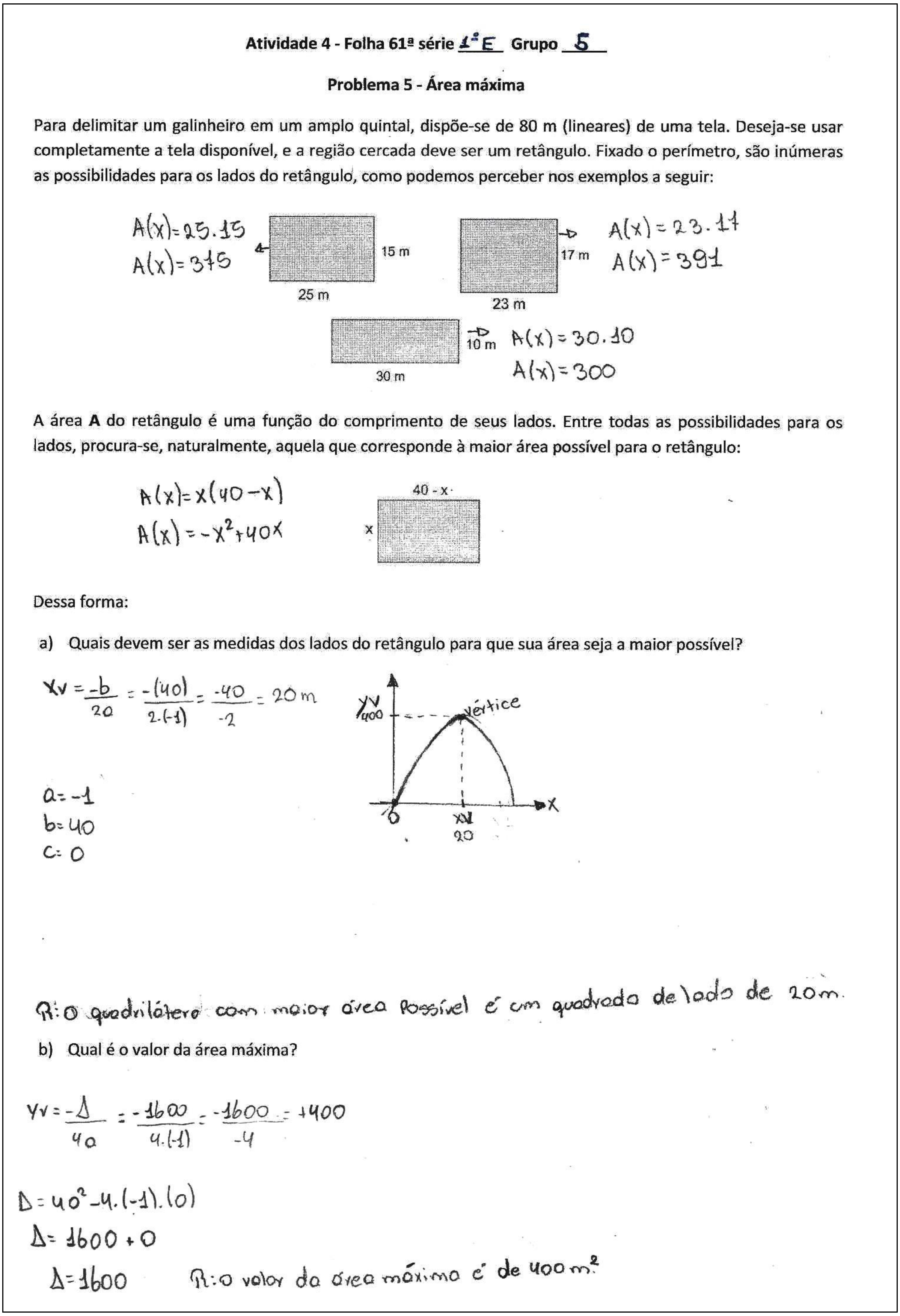


Figura 70 - Resolução correta do Problema 5 - 1º E - Grupo 5



Atividade 4 - Folha 61ª série 1ºE Grupo 5

Problema 5 - Área máxima

Para delimitar um galinheiro em um amplo quintal, dispõe-se de 80 m (lineares) de uma tela. Deseja-se usar completamente a tela disponível, e a região cercada deve ser um retângulo. Fixado o perímetro, são inúmeras as possibilidades para os lados do retângulo, como podemos perceber nos exemplos a seguir:

$A(x) = 25 \cdot 15$
$A(x) = 375$

15 m
25 m

17 m
23 m

$A(x) = 23 \cdot 17$
$A(x) = 391$

10 m
30 m

$A(x) = 30 \cdot 10$
$A(x) = 300$

A área **A** do retângulo é uma função do comprimento de seus lados. Entre todas as possibilidades para os lados, procura-se, naturalmente, aquela que corresponde à maior área possível para o retângulo:

$A(x) = x(40 - x)$
$A(x) = -x^2 + 40x$

40 - x
x

Dessa forma:

a) Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que sua área seja a maior possível?

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(40)}{2.(-1)} = \frac{-40}{-2} = 20\,m$$

$a = -1$
$b = 40$
$c = 0$

R: O quadrilátero com maior área possível é um quadrado de lado de 20m.

b) Qual é o valor da área máxima?

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1600}{4.(-1)} = \frac{-1600}{-4} = +400$$

$\Delta = 40^2 - 4.(-1).(0)$
$\Delta = 1600 + 0$
$\Delta = 1600$

R: O valor da área máxima é de 400 m².

Fonte: Arquivo pessoal

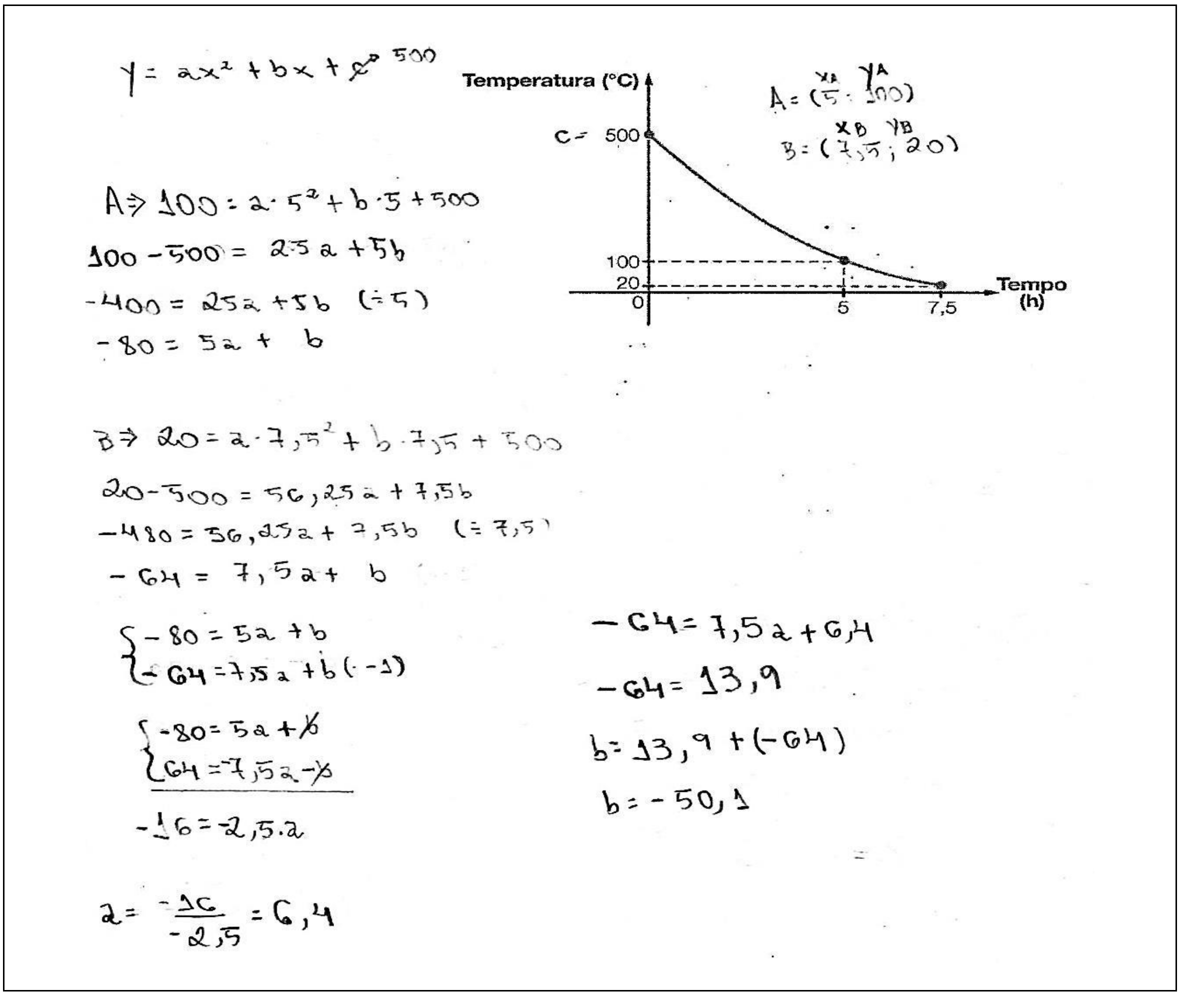
Análise das respostas dos grupos referente ao **Problema 6:**

O problema 6 foi retirado do livro didático dos alunos. Ele é similar ao problema 4, a diferença é que a parábola nesse caso, intersecta o eixo das ordenadas no ponto (0, 500) e isso implica que o coeficiente **c** da função quadrática seja igual a 500. Substituindo separadamente os pontos (5; 100) e (7,5; 20) retirados do gráfico e c = 500 em $y = ax^2 + bx + c$ teremos um sistema de duas equações lineares com duas incógnitas, que fornece os valores de **a** e de **b.** Com os valores de **a**, **b** e **c** determina-se a lei da função solicitada.

Dos 16 grupos, 14 acertaram e 2 erraram (um de cada sala).

A seguir, apresentamos as resoluções incorretas dos 2 grupos:

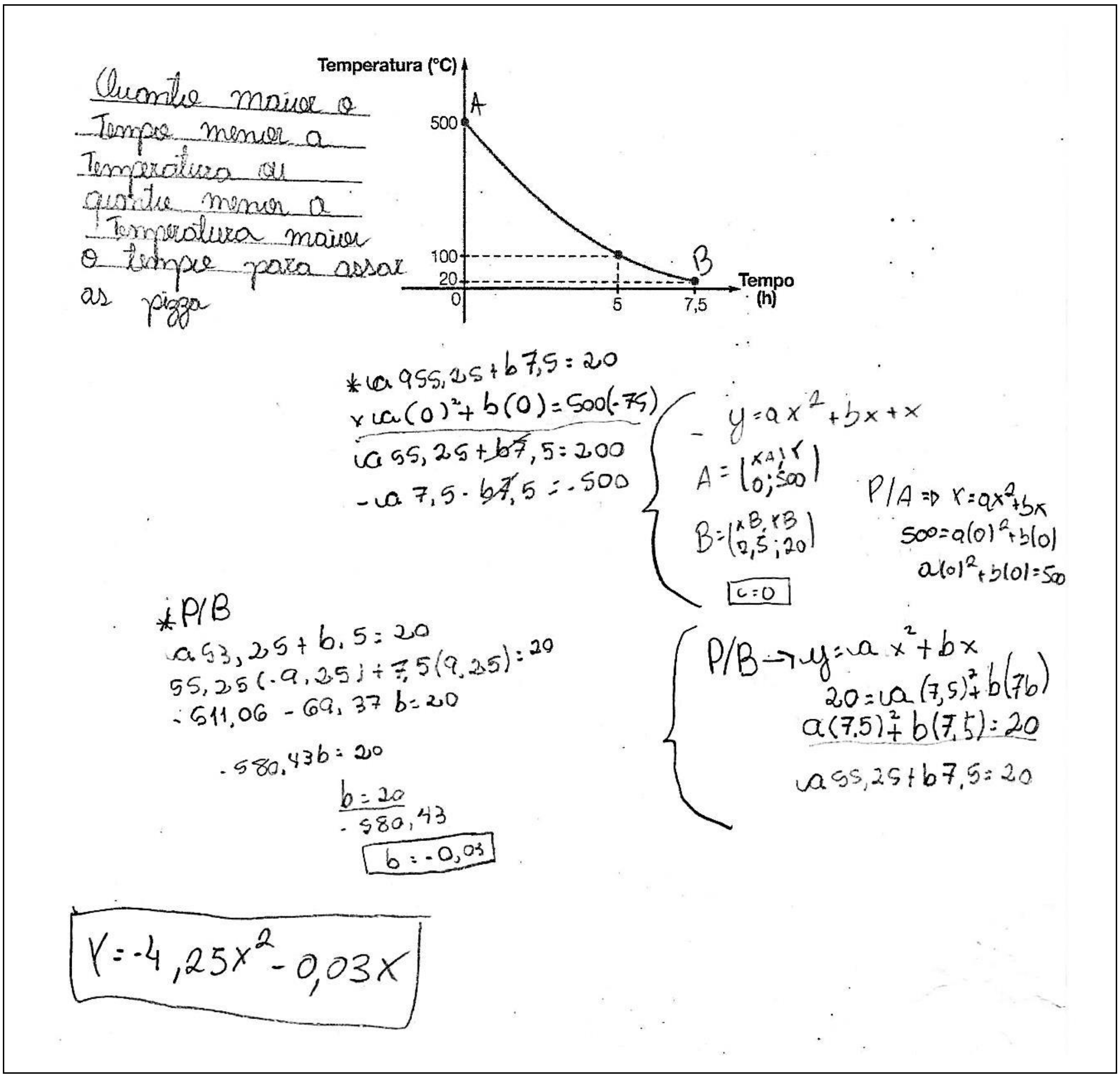
Figura 71 - Resolução incorreta do Problema 6 - 1º E - Grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal

O Grupo 1 da 1ª série E achou corretamente o coeficiente **a**. Após, substituiu erroneamente o valor de a = 6,4 na equação – 64 = 7,5 a + b e a partir daí, todo o procedimento está incorreto. Os alunos também não escreveram a expressão algébrica final que representa a função.

Figura 72 - Resolução incorreta do Problema 6 - 1º F - Grupo 4



Fonte: Arquivo pessoal

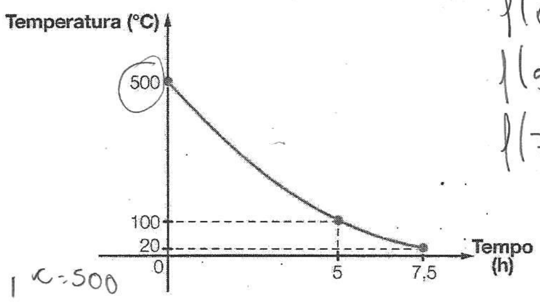
O Grupo 4 da 1ª série F atribuiu erroneamente ao coeficiente **c** o valor de zero. Todo o procedimento executado está incorreto.

Figura 73 - Resolução correta do Problema 6 - 1º F - Grupo 6

Atividade 4 - Folha 7 **1ª série** F **Grupo** 6

Problema 6 -Pizza da mama

De acordo com especialistas, as pizzas assadas em fornos a lenha são mais saborosas, pois a combustão da madeira exala aromas que a pizza absorve, ou seja, ela fica levemente defumada. Assim, diferentes tipos de madeira deixam as pizzas com diferentes sabores. Uma das lenhas mais utilizadas no Brasil é a de eucalipto de reflorestamento. Já na Itália, omais comum éa utilização de galhos de carvalho que caem das árvores. Outra vantagem do forno a lenha é a temperatura, em torno de 550° C, que é mais alta que a do forno a gás tradicional, cuja temperatura média máxima é de cerca de 300° C. Devido à alta temperatura do forno a lenha, a pizza assa mais rapidamente, o que deixa a massa crocante por fora e macia por dentro.
Na pizzaria da Mama, após o uso, o forno a lenha vai reduzindo sua temperatura até chegar à temperatura ambiente de 20° C, segundo a lei da função quadrática representada no gráfico abaixo. Determine a lei dessa função.



$f(0) = 500$

$f(5) = 100$

$f(7{,}5) = 20$

Parábola

$y = ax^2 + bx + c$

$a = ?\ ,\ b = ?\ ,\ c = 500$

$y = ax^2 + bx + c$

$100 = a(5)^2 + b(5) + 500$

$100 = 25a + 5b + 500$

$25a + 5b = -500 + 100$

$25a + 5b = -400$ //

$y = ax^2 + bx + c$

$20 = a(7{,}5)^2 + b(7{,}5) + 500$

$20 = 56{,}25a + 7{,}5b + 500$

$56{,}25a + 7{,}5b = 20 - 500$

$56{,}25a + 7{,}5b = -480$ //

$\begin{cases} 25a + 5b = -400 \quad (\cdot -1{,}5) \\ 56{,}25a + 7{,}5b = -480 \end{cases}$

$\begin{cases} -37{,}5a - \cancel{7{,}5b} = +600 \\ 56{,}25a + \cancel{7{,}5b} = -480 \end{cases}$

$18{,}75a = 120$

$a = \dfrac{120}{18{,}75}$

$a = 6{,}4$ //

$25a + 5b = -400$

$25(6{,}4) + 5b = -400$

$160 + 5b = -400$

$5b = -400 - 160$

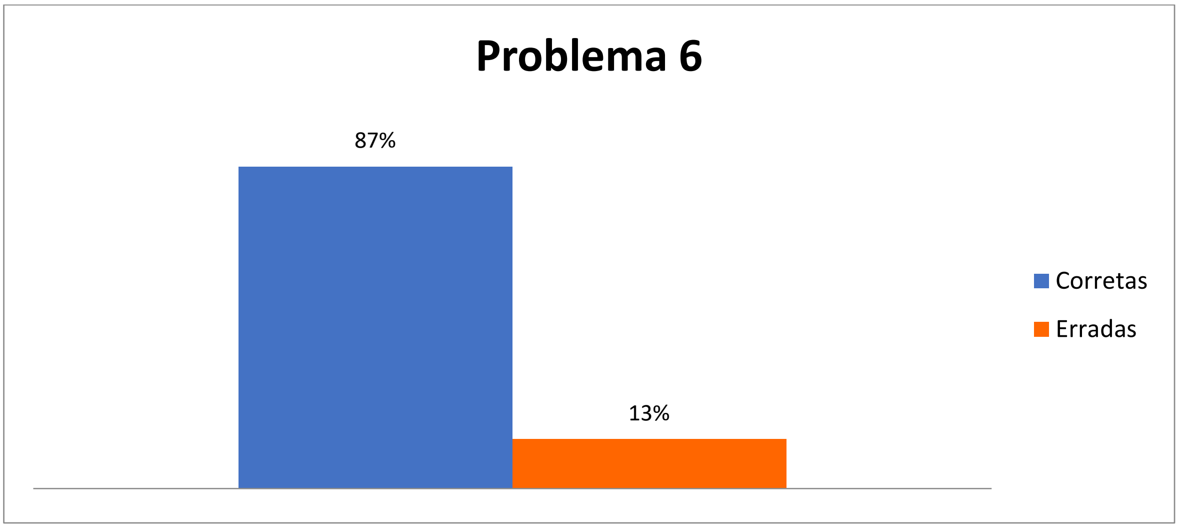
$5b = -560$

$b = \dfrac{-560}{5}$

$b = -112$ //

$y = 6{,}4x^2 - 112x + 500$ //

Fonte: Arquivo pessoal



Após a aplicação da Atividade 4 (Avaliação), foram realizadas quatro aulas expositivas dialogadas de correção.

O erro possui um poder educativo que precisa ser investigado pelo próprio aluno. Foram feitos apontamentos à parte nas avaliações. Devolveram-se as folhas da Atividade 4 para cada grupo e foi solicitado que refizessem no caderno os problemas que continham erros, copiando os dados corretos e corrigindo os dados incorretos. Orientou-se que não apagassem ou corrigissem os erros nas folhas de Atividades, pois iria-se comparar, posteriormente, o que estava errado com o desenvolvimento certo. Após as análises dos erros, fez-se a correção da avaliação, de forma conjunta. Por fim, foi solicitado que cada grupo apresentasse o seu erro, explicando a ideia empregada que resultou nele, dado que havia a resolução correta para comparação. Ao ouvir os alunos demonstrando sua forma de pensar, constatou-se que eles precisavam de orientações quanto ao emprego de alguns conceitos sobre funções e sistemas lineares.

Pinto (2000, p.35) afirma que:

> Estudar os erros tendo em vista o êxito escolar requer, prioritariamente, uma análise mais fina de sua produção, a partir de uma reflexão que os considere como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem. Ao contrário de uma pedagogia tradicional, centrada na assimilação do conhecimento que o professor transmite ao aluno, trata-se de conceber a aprendizagem como um processo dinâmico, que flui em ambas as direções: do aluno para o professor e do professor para o aluno.

Alguns alunos comentaram que o erro foi desmitificado como algo que não trazia nenhum valor e em vez de desestimular, trouxe informações e agregou conhecimento.

3.8 SEXTA ETAPA: SOCIALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS

Nas Atividades 1 e 3, os grupos enviaram os materiais produzidos (vídeo editado e arquivos da Planilha eletrônica e Geogebra) para o e-mail do professor. Foram escaneadas as tabelas da Atividade 1 e as resoluções da Atividade 2 (Gráfico de pontos e folha 3). Em todas as atividades, exceto a Atividade 4 (Avaliação) sempre tinha disponível uma máquina fotográfica portátil para que os alunos registrassem as realizações de todo o processo de desenvolvimento da sequência didática.

Foi criada uma conta no Google Drive, onde foram disponibilizados os arquivos das atividades realizadas (separados por grupos) e as fotos de cada sala. Cada grupo deveria acessar o Drive e preparar uma apresentação de slides, obedecendo à ordem cronológica das atividades, contendo:

- o vídeo editado;
- a tabela identificando a altura em que o plano inclinado estava com relação à horizontal da Atividade 1;
- os arquivos da Atividade 2 (Gráfico de pontos e resoluções da folha 3);
- os arquivos produzidos pelos aplicativos (Planilha eletrônica e GeoGebra) da Atividade 3 e
- fotos dos integrantes do grupo ao qual pertenciam.

Foi ressaltada a importância da participação de todos os integrantes dos grupos.

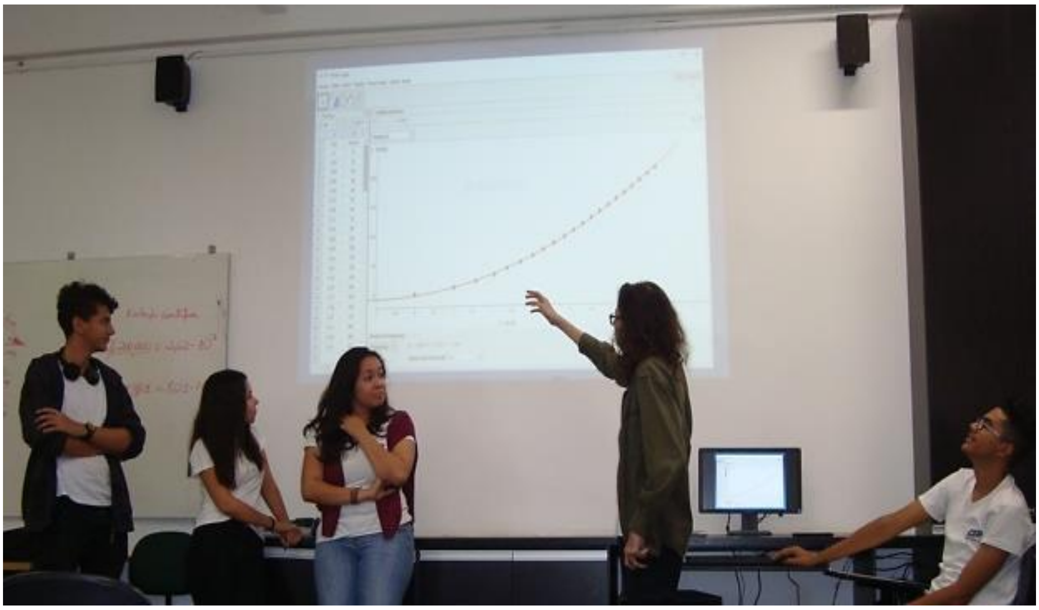
A apresentação foi realizada na sala de vídeo da escola em uma aula dupla (100 minutos) com cada turma, sendo que cada grupo tinha em média 10 minutos para exibir os resultados para os demais alunos da sala.

Em um primeiro momento os alunos estavam tímidos e embaraçados na exposição dos trabalhos, mas com um pouco de auxílio, foram se “soltando” e o resultado foi surpreendente. Foi muito gratificante ver a satisfação deles com os resultados alcançados, pois muitos achavam que não conseguiriam ou não “dariam conta” das atividades propostas. A Matemática deixou de ser um quasímodo e passaram a enxergá-la de uma maneira menos preconceituosa.

Figura 74 - Apresentação dos resultados das Atividades pelos alunos na sala de vídeo da escola

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 75 - Apresentação dos resultados das Atividades pelos alunos na sala de vídeo da escola

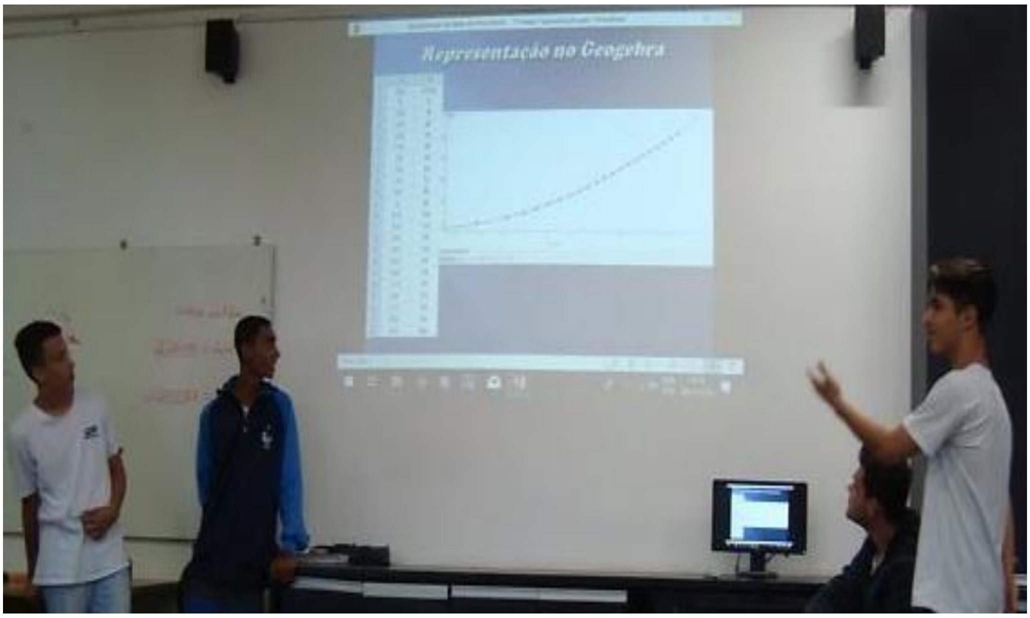


Fonte: Arquivo pessoal

Figura 76 - Apresentação dos resultados das Atividades pelos alunos na sala de vídeo da escola

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 77 - Apresentação dos resultados das Atividades pelos alunos na sala de vídeo da escola



Fonte: Arquivo pessoal

4 VALIDAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA E CONCLUSÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo corresponde ao fechamento do trabalho realizado. É a 4ª fase da Engenharia Didática.

Será apresentada uma sucinta consideração da metodologia escolhida e da análise das atividades desenvolvidas no produto pedagógico.

Para novos trabalhos, há a sugestão de outro experimento (Deslocamento da Esfera Imersa na Água no Plano Inclinado) de modo a contemplar o conceito de função polinomial do 1º grau.

E no encerramento, serão listadas algumas observações pessoais sobre o significado desse projeto e, na sequência, a sua conclusão.

4.2 APRECIAÇÃO DA METODOLOGIA ESCOLHIDA

Na apresentação deste trabalho junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) destacaram-se as atividades desenvolvidas com alunos da 1ª série do Ensino Médio, que se constituíram nas realizações de experimentos práticos e nas análises de dados com o objetivo de apoiar o ensino de função, com destaque para a função quadrática. Para explicar esses conceitos, nasceu a ideia de produzir um experimento físico que faz parte do mundo real dos alunos e que envolve o tratamento de tecnologias. A pretensão foi instigar e trazer a compreensão de problemas que são de difícil entendimento e que estejam ligados ao cotidiano. Na medida do possível procurou-se aplicar esses conhecimentos num trabalho inverso, ou seja, não mais partindo do abstrato para o concreto, mas o contrário, do concreto para o abstrato.

Diante de um problema extraído da realidade, o aluno foi desafiado a refletir e reconhecer a linguagem matemática como uma forma de representar o que ele vive.

As atividades práticas de experimentação propiciaram a proatividade e a amplidão da autonomia e da tomada de decisões.

A modelagem matemática viabilizou a interação da matemática com a realidade, aumentando assim a capacidade de investigação dos alunos em relação ao assunto trabalhado, tornando-o mais crítico e independente. Enquanto alternativa pedagógica, a modelagem utilizada dentro do processo educacional deixou o currículo escolar mais aproveitável e a aprendizagem mais interessante.

4.3 RESUMO DA ANÁLISE DA APLICAÇÃO

Para facilitar a aplicação dessa proposta foi elaborada uma sequência didática organizada em situações de aprendizagens (Folhas de Atividades), perfazendo um total de quatro. A cada atividade desenvolvida, os estudantes adquiriam conhecimentos para que pudessem galgar avanços para a etapa seguinte, de maneira a aprofundar os conceitos de função quadrática.

Num primeiro momento os alunos foram até a sala de vídeo assistir a um curta-metragem sobre a vida e obra de Galileu Galilei (1564 - 1642), e também ler um artigo adaptado onde Alexandre Koyré (1892 - 1964) contestava as realizações de Galileu. O filme e o artigo mostraram diferentes pontos de vistas, proporcionando reflexões e considerações dos alunos. Em seguida, foi apresentada a proposta pedagógica.

Na Atividade 1, realizada na sala de vídeo da escola, cada grupo gravou o experimento Deslocamento no Plano Inclinado com o celular, e depois editou em casa os vídeos, com a finalidade de gerar uma tabela que relacionava a distância percorrida com o tempo. Nessa etapa os grupos se mostraram bastante entusiasmados nas atividades. Na realização do experimento, as gravações do deslocamento do plano inclinado com a altura de 1 cm com relação à horizontal não estavam satisfatórias, apesar da simulação feita previamente ter se mostrado possível de realização. Foram realizadas gravações com várias alturas diferentes do plano inclinado com relação à horizontal, com exceção da altura de 1 cm.

Na Atividade 2, os grupos, em posse da tabela gerada na Atividade 1, se reuniram para produzir os gráficos de pontos e escrever a expressão algébrica que representava a função em questão. Todos os grupos lograram êxito na realização dos gráficos de pontos. Analisando o gráfico, perceberam que os pontos apresentavam o formato de um ramo de parábola e que esse padrão era característico da função quadrática. Vários alunos tiveram dificuldade em descobrir os coeficientes **a** e **b** da função, no desenvolvimento do sistema de duas equações lineares com duas incógnitas e nas operações matemáticas que envolviam números decimais.

Na Atividade 3, os grupos tinham que obter a função utilizando os aplicativos de Planilhas Eletrônicas e GeoGebra. Foi realizada na sala de informática da escola e todos os 16 grupos completaram a tarefa e não apresentaram muitas dificuldades, apesar de 100% dos alunos não conhecerem o GeoGebra.

Na Atividade 4, os grupos realizaram uma avaliação, com problemas envolvendo análise, interpretação e representação de gráficos e sobre funções quadráticas. Nessa etapa, os alunos demonstraram uma maior segurança e autonomia ao resolverem os problemas; com exceção de 3 grupos (do total de 16), que ainda demostravam dificuldades na utilização do sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

O encerramento foi a sociabilização dos diferentes resultados encontrados nas Atividades 1, 2 e 3 desenvolvidas pelos grupos. Foi realizado na sala de vídeo da escola. Cada grupo apresentou por meio de slides - num processo cronológico - o filme editado, o gráfico de pontos, os gráficos construídos com os aplicativos (Planilha Eletrônica e GeoGebra) e as fotos que foram tiradas durante todas as etapas da proposta didática.

4.4 PROPOSTA PARA NOVOS TRABALHOS

A seguir detalha-se uma proposta de trabalho que é o Deslocamento da Esfera Imersa na Água no Plano Inclinado. A principal diferença desse experimento, com o que foi realizado na presente dissertação, é que a função encontrada é a polinomial do 1º grau e, consequentemente, o gráfico é uma reta. A idealização desse experimento é a sua realização antes da função quadrática. Nesse caso, as Folhas de Atividades devem ser elaboradas de modo a conter objetivos de acordo com o perfil da sala.

DESLOCAMENTO DA PARTÍCULA IMERSA NA ÁGUA NO PLANO INCLINADO

Materiais para o experimento:

- 2 metros de trilho de alumínio de cortina de dimensões: 3 cm x 2,5 cm x 1 cm (semelhante ao usado no experimento descrito anteriormente). Ao comprar o trilho optou-se pelo reforçado (espessura maior do alumínio), pois o trilho com espessura menor entortava facilmente devido ao tamanho;

- 2 metros de mangueira cristal (transparente) de 1 polegada de diâmetro para água;

- 1 esfera de aço de rolamento de 5 mm de diâmetro;

- 2 plugs roscáveis de PVC de 1 polegada;

Figura 72 - Plug roscável de PVC

Fonte: Internet

- fita de teflon de vedar rosca;

- caneta (marcador permanente) preta, a mesma utilizada para escrever em CDs;

- diversos pedaços de madeira com espessuras diferentes (10 mm, 20 mm, 40 mm, 50 mm, etc.) para estabelecer o plano inclinado do trilho (pode-se substituir as madeiras por livros);

- 1 imã pequeno para segurar e soltar a esfera de aço;

- 3 abraçadeiras flexíveis de nylon.

Figura 73 - Abraçadeiras flexíveis

Fonte: Internet

Montagem:

Encaixar a mangueira dentro e ao longo do trilho de alumínio, para que a mesma fique reta. Prender com as abraçadeiras de nylon as extremidades e o meio.

Fazer as marcações com o marcador permanente de 10 cm em 10 cm ao longo da mangueira.

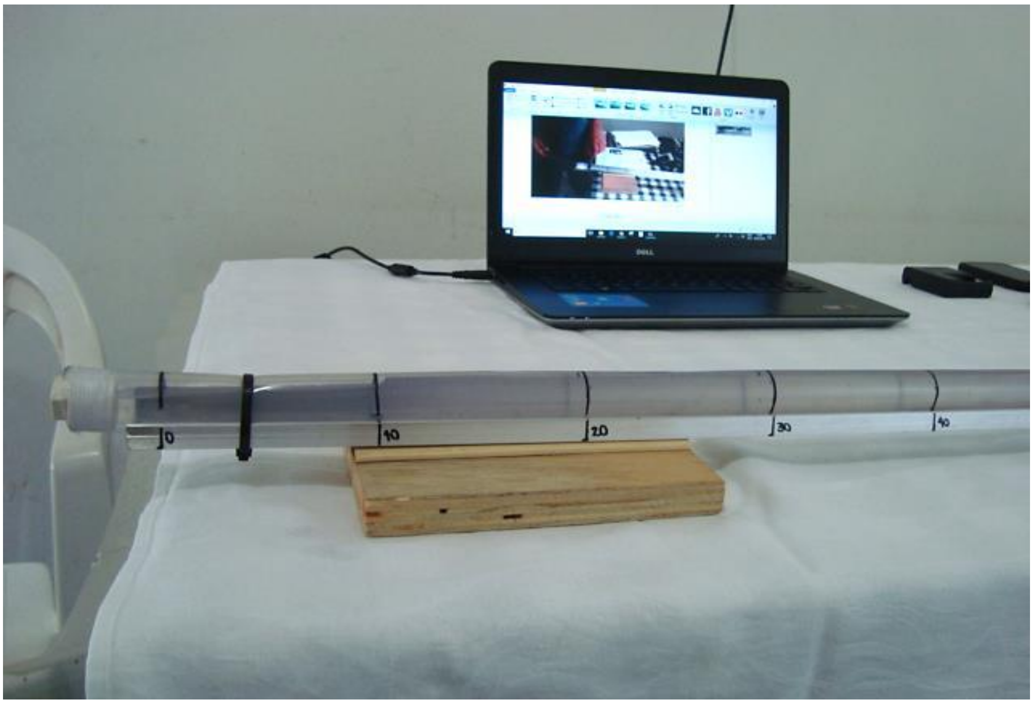
Passar a fita de vedar rosca no plug e encaixar na extremidade inferior da mangueira de tal maneira que obstrua o vazamento de água.

Encher a mangueira com água, colocar a esfera dentro e tampar a outra extremidade com o plug. Ao encher a mangueira com água, ficam inúmeras pequenas bolhas de ar dentro e praticamente não há visão interna. Aguardar de um dia para o outro e bater suavemente seguidas vezes na mangueira para que as bolhas internas se dissipem. Utilizar o imã para segurar a esfera no marco zero e soltar.

Figura 78 - Realização prévia do experimento para posterior aplicação em sala de aula

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 79 - Realização prévia do experimento para posterior aplicação em sala de aula

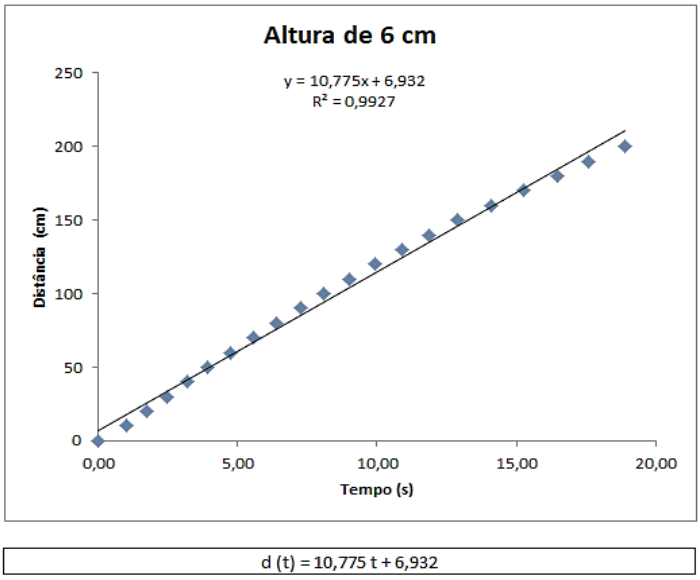


Fonte: Arquivo pessoal

4.4.1 RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS COM A PARTÍCULA NA ÁGUA, DE TRÊS ALTURAS DIFERENTES DO PLANO INCLINADO COM RELAÇÃO À HORIZONTAL, UTILIZANDO AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDICs)

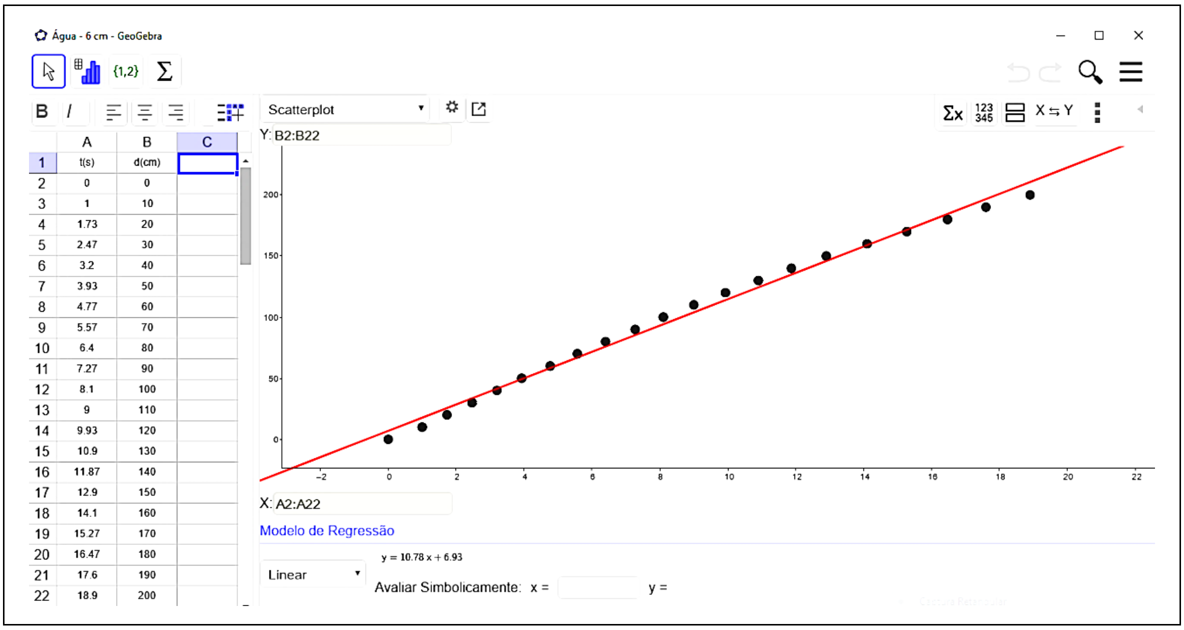
Figura 80 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 6 cm - Planilha Eletrônica

t (s)	d (cm)	1ª Δ (t)	2ª Δ (t)
0,00	0		
1,00	10	1,00	
1,73	20	0,73	-0,27
2,47	30	0,74	0,01
3,20	40	0,73	-0,01
3,93	50	0,73	0,00
4,77	60	0,84	0,11
5,57	70	0,80	-0,04
6,40	80	0,83	0,03
7,27	90	0,87	0,04
8,10	100	0,83	-0,04
9,00	110	0,90	0,07
9,93	120	0,93	0,03
10,90	130	0,97	0,04
11,87	140	0,97	0,00
12,90	150	1,03	0,06
14,10	160	1,20	0,17
15,27	170	1,17	-0,03
16,47	180	1,20	0,03
17,60	190	1,13	-0,07
18,90	200	1,30	0,17



Fonte: Arquivo pessoal

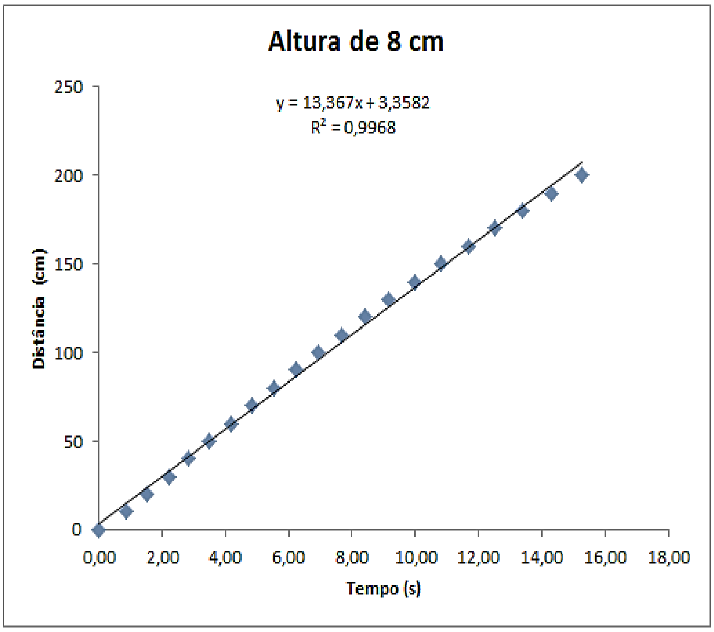
Figura 81 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 6 cm - GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 82 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 8 cm - Planilha Eletrônica

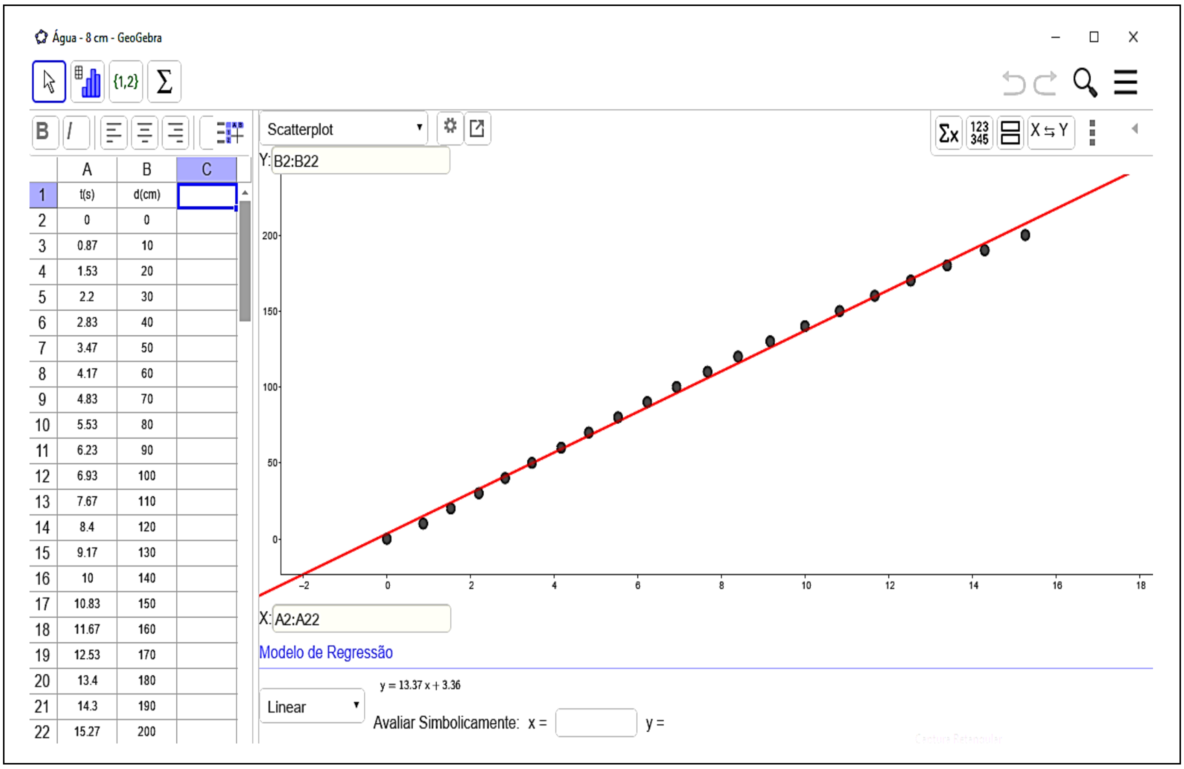
t (s)	d (cm)	1ª Δ (t)	2ª Δ (t)
0,00	0		
0,87	10	0,87	
1,53	20	0,66	-0,21
2,20	30	0,67	0,01
2,83	40	0,63	-0,04
3,47	50	0,64	0,01
4,17	60	0,70	0,06
4,83	70	0,66	-0,04
5,53	80	0,70	0,04
6,23	90	0,70	0,00
6,93	100	0,70	0,00
7,67	110	0,74	0,04
8,40	120	0,73	-0,01
9,17	130	0,77	0,04
10,00	140	0,83	0,06
10,83	150	0,83	0,00
11,67	160	0,84	0,01
12,53	170	0,86	0,02
13,40	180	0,87	0,01
14,30	190	0,90	0,03
15,27	200	0,97	0,07



$d(t) = 13{,}367\,t + 3{,}3582$

Fonte: Arquivo pessoal

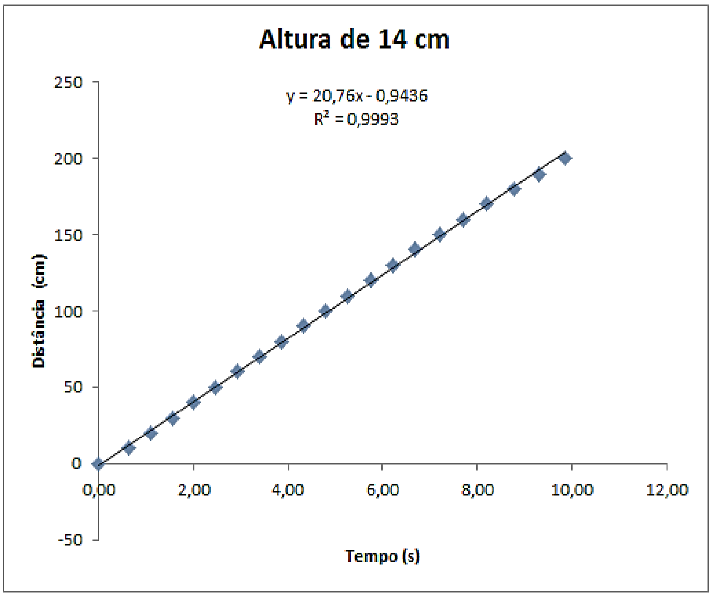
Figura 83 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 8 cm - GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 84 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 14 cm - Planilha Eletrônica

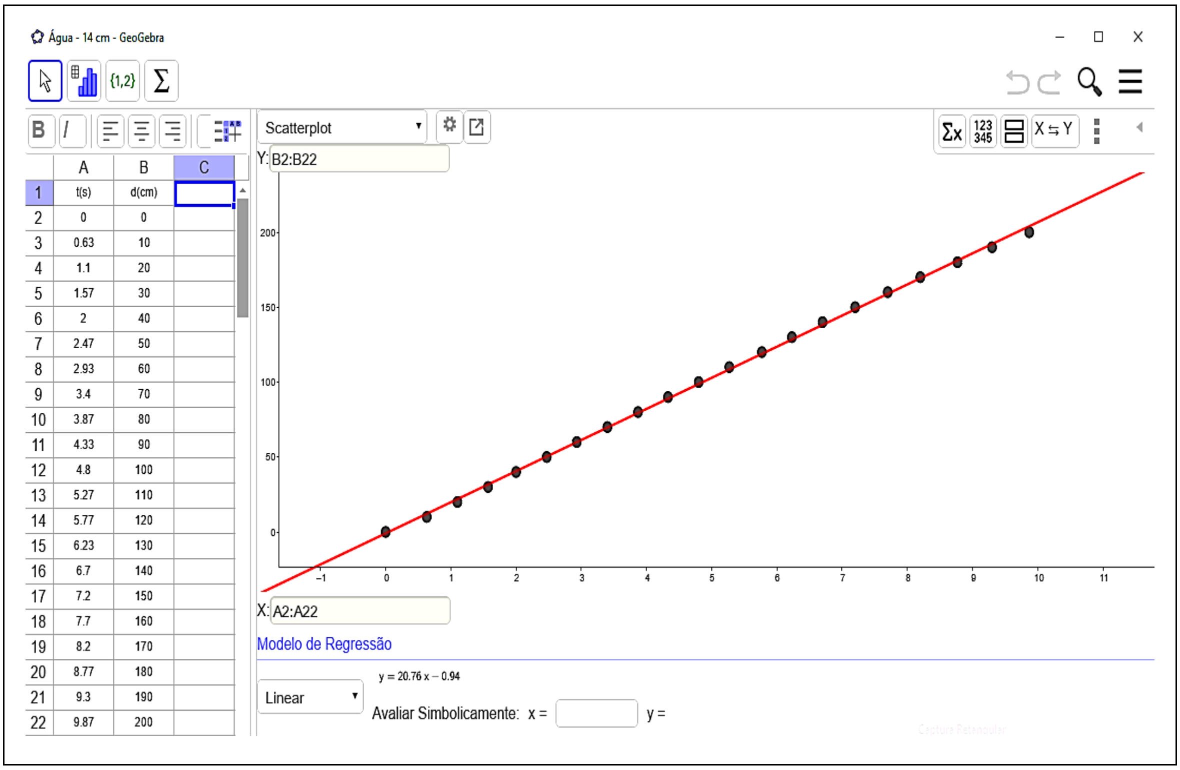
t (s)	d (cm)	1ª Δ (t)	2ª Δ (t)
0,00	0		
0,63	10	0,63	
1,10	20	0,47	-0,16
1,57	30	0,47	0,00
2,00	40	0,43	-0,04
2,47	50	0,47	0,04
2,93	60	0,46	-0,01
3,40	70	0,47	0,01
3,87	80	0,47	0,00
4,33	90	0,46	-0,01
4,80	100	0,47	0,01
5,27	110	0,47	0,00
5,77	120	0,50	0,03
6,23	130	0,46	-0,04
6,70	140	0,47	0,01
7,20	150	0,50	0,03
7,70	160	0,50	0,00
8,20	170	0,50	0,00
8,77	180	0,57	0,07
9,30	190	0,53	-0,04
9,87	200	0,57	0,04



d (t) = 20,76 t + 0,9436

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 85 - Dados obtidos no planejamento - Altura de 14 cm - GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

4.5 OBSERVAÇÕES PESSOAIS

A globalização e a internet mudaram a visão do indivíduo sobre si mesmo e o mundo. Novos hábitos foram agregados na maneira de agir, comportar, pensar e sentir. Os livros e as aulas tradicionais são desinteressantes, se comparados às mídias digitais. A tecnologia e a interação virtual detêm mais atenção diante das inúmeras possibilidades que elas fornecem.

Acompanhamos um aumento gradativo da apatia dos alunos. Eles mostram dificuldades em trabalhar de forma colaborativa e não possuem iniciativa. Muitas vezes não estão receptivos às aulas, não fazem as tarefas de casa, não estudam para as avaliações, ou seja, não estão abertos ao processo de ensino-aprendizagem de uma maneira geral. Deparamos com um grande desinteresse dos alunos, principalmente nas disciplinas de Exatas. O quadro se intensifica nas etapas finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Este sentimento também está relacionado à dificuldade de entendimento de conceitos e pela maneira fracionada como a teoria é ensinada. Ouvimos constantemente as perguntas: “Onde usaremos isso?” ou “Para que serve isso?” As resoluções dos problemas são realizadas a partir de uma “decoreba” de procedimentos e não pela compreensão dos conceitos.

Devemos encontrar meios para desenvolver, nos alunos, a capacidade de ler e interpretar o domínio da Matemática, porque “o divórcio entre o pensamento e experiência direta priva o primeiro de qualquer conteúdo real e transforma-o numa concha vazia de símbolos sem significados” (Adler apud BIEMBENGUT, 2000).

As reflexões sobre a prática em sala de aula e o aprimoramento constante devem permear a vida do educador. O professor como promotor da mudança, precisa ressignificar o seu papel diante do atual perfil do aluno. Um dos desafios é fazê-lo desejar o conhecimento e ajudá-lo nessa busca.

O ato de aprender matemática exige motivação, é fácil reconhecer o quanto as atividades diferenciadas motivam e interessam os adolescentes, sendo esta uma das razões que nos levou a buscar e realizar experimentos com o auxílio de tecnologias digitais em sua execução.

Essa geração que defrontamos está repleta de informações, o caminho é conectá-las ao aprendizado gerando conhecimento para a vida.

4.6 CONCLUSÃO

Mozart Neves Ramos, especialista em educação, afirma: “O Brasil tem uma escola do século XIX, professores do século XX e alunos do século XXI”.

Diante desse cenário, torna-se necessário desenvolver uma educação mais atraente, inovando a prática pedagógica em sala de aula, pois “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (Freire, 1996, p. 21).

O exercício de agir, de sair da zona de conforto gera alguns incômodos. Não foi uma tarefa simples e fácil para muitos alunos, pois estão habituados com a inércia e a esperar tudo pronto. Contudo, nas atividades encontraram soluções para os problemas propostos, pensaram estrategicamente, colaboraram uns com os outros, compartilharam ideias e conhecimentos, aprenderam a ouvir o outro, se expressaram de modo crítico e criativo diante dos contextos vivenciados, tiveram iniciativa e muita determinação nos afazeres. Foi um trabalho motivador e interessante, o “feedback” deles relatou o quanto foi valoroso todo o processo.

O trabalho realizado contribuiu para a aquisição de uma aprendizagem mais significativa acerca da Matemática com base na prática cotidiana. Corroborou em se promover reflexões durante o processo das sequências didáticas que levassem os alunos, individualmente e em grupos, a não só relacionarem, mas aprofundarem a rede de conhecimentos sobre a função quadrática, tema alinhado nesta dissertação.

As atividades possibilitaram uma aproximação e um diálogo mais rico com as turmas. O envolvimento e o empenho dos estudantes e a análise do material produzido durante todas as etapas mostraram que a sequência didática aplicada enriqueceu o currículo escolar.

O protagonismo dos alunos foi o diferencial desse produto pedagógico. Eles deixaram de ser apenas observadores e passaram a atuar ativamente em todo o processo de ensino-aprendizagem. Incluíram, neste protagonismo, uma aluna deficiente visual, que através do conhecimento apreendido dos colegas, pôde avançar no estudo de funções com participação efetiva.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. **Avaliação e Educação Matemática. Vol. 1** - MEM/USU - GEPEM, 1995.

ALMEIDA, L.M.W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema, ano 12, nº 22, pp 19-36, 2004.

ALONSO, Daniela. **Os desafios da Educação Inclusiva: foco nas redes de apoio.** Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/554/os-desafios-da-educacao-inclusiva-foco-nas-redes-de-apoio. Acesso em: 09 mai. 2018

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

ASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora: Uma Abordagem Teórico-Prática**. Porto Alegre: Penso, 2017, 260 p.

BAQUERO, Ricardo. **Vygotsky e a aprendizagem escolar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002, 389 p.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores**. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf. Acesso em: 01 abr. 2018.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de aula invertida: Uma metodologia ativa de aprendizagem.** Rio de Janeiro: LTC, 2016, 116 p.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2000, 127 p.

BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Brasília. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998. 142 p.

BRASIL. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica.** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2).

BRITO, A. A. S. **O plano inclinado: um problema desde Galileu.** Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v. 2, ago. 1985, n. 2, p. 57-63. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/7968/7351>. Acesso em: 03 mar. 2018.

BROUSSEAU, G. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006.

________________. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. Cap. 1. p. 35-113.

________________. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4. p. 48-72.
Caderno do Professor: Matemática, ensino médio - 1ª série, volume 1 / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Nílson José Machado, Roberto Perides Moisés, Ruy César Pietropaolo, Walter Spinelli. São Paulo: SEE, 2014 - 2017.

CAMARGO, F.; DAROS, T. **A sala de aula inovadora: Estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo.** Porto Alegre: Penso, 2018.

CHERMAN, Alexandre. **Sobre os ombros de gigantes. Uma história da Física.** 2. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.

Cinco lições sobre Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. Disponível em: https://revistaeducacao.com.br/2018/04/25/tdic-5-licoes-sobre-tecnologias-digitais-de-informacao-e-comunicacao/. Acesso em: 05 mar. 2019.

COSCARELLI, Carla; RIBEIRO, Ana Elisa. **Letramento digital: aspectos sociais e possibilidades pedagógicas.** 3. ed. Belo Horizonte: Ceale: Autêntica, 2011.

D`AMBRÓSIO, U. **A matemática nas escolas.** Educação Matemática em Revista, ano 9 no 11A, edição especial, abril de 2002, pp29-33.

D' AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2. ed. São Paulo: Summus, 1986.

D’AMORE, B. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino**. In: Bolema, v. 20, n. 28, 2007. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1537. Acesso em: 17 jul. 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GÁLVEZ, G. A. **Didática da Matemática**. In: PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996. Cap. 2. p. 26-35.

HATTIE, J. **Aprendizagem visível para professores: Como maximizar o impacto da aprendizagem.** Porto Alegre: Penso, 2017.

JOIA, Michele**. A inclusão de crianças na escola. O papel do educador diante das dificuldades de aprendizagem.** Rio de Janeiro: Wak, 2018.

KENSKI, Vani M. **O papel do professor na sociedade digital.** In: CASTRO, Amélia D. e CARVALHO, Anna P. de (orgs.) Ensinar a ensinar: Didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. p. 95-106.

KOYRÉ, A. **Études galiléennes** (Estudos galilaicos). Lisboa: Dom Quixote, 1986.

LAKATOS, E. M., Marconi, M. de A. **Metodologia científica, ciência e conhecimento, métodos científicos, teoria, hipóteses e variáveis.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LAMPERT, Ernâni. **O professor universitário e a tecnologia**. Educação & Tecnologia, [S.l.], v. 4, n. 1/2, fev. 2011. ISSN 2317-7756. Disponível em: <https://periodicos.cefetmg.br/index.php/revista-et/article/view/262>. Acesso em: 09 fev. 2018.

LEAL, Simone. **"Modelagem Matemática uma proposta metodológica para o curso de Economia**". Disponível em www.eps.ufsc.br/disserta99/leal. Acesso em 09 fev. 2018.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. (Trad. Carlos Irineu da Costa). São Paulo: Editora 34, 2009.

LIMA. Elon Lages; MORGADO, Augusto César de Oliveira; WAGNER. Eduardo, CARVALHO; Paulo Cezar Pinto. **A Matemática do Ensino Médio: Volume 1**, Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, Ana Virginia de Almeida; SOUZA, Elizabeth Gomes; SANTIAGO, Ana Rita Cerqueira Melo. **A modelagem matemática nas séries iniciais: o germém da criticidade.** Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 135-157, jul. 2009. ISSN 1982-5153. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37958/28986>.
Acesso em: 31 jul. 2018.

MACÊDO, E. S. **Uma sequência didática para o ensino da resolução da equação do 2º grau: adequação para uso com professores**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. CCET-UFRN. Natal/RN, 2011.

MACHADO JUNIOR, Arthur Gonçalves; DO ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira. **O ambiente de modelagem matemática como promotor de mudanças de concepções tradicionalistas do professor de matemática.** Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, [S.l.], v. 5, p. 28-36, jun. 2009. ISSN 2317-5125. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/1712>. Acesso em: 01 ago. 2018.

MACHADO JUNIOR, Arthur Gonçalves; DO ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira. **Modelagem como caminho para fazer matemática na sala de aula**. Disponível em: www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs.(02/09/2007). Acesso em: 15 ago. 2018.

MACHADO, S. D. A. et al. **Educação matemática: uma introdução.** São Paulo: EDUC, 1999.

MAIA, Diana. **Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional**. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MÁXIMO, Antônio; ALVARENGA, Beatriz. **Física**. Vol. 1. São Paulo: Scipione, 2006.

MENEZES, Ebenezer Takuno de; SANTOS, Thais Helena dos. **Verbete necessidades educacionais especiais.** Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrasil. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <https://www.educabrasil.com.br/necessidades-educacionais-especiais/>. Acesso em: 26 abr. 2019.

MOSQUERA, C. F. F. **Deficiência Visual Na Escola Inclusiva.** Curitiba: InterSaberes, 2012, 160 p.

NEVES, M. C. D. et al. **Galileu fez o experimento do plano inclinado?** Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, v. 7, n. 1, 2008. Disponível em: <http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART11_Vol7_N1.pdf >. Acesso em: 10 mar. 2018.

PCNEM. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio bases legais**. Brasília 58 p. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 07 jul. 2018.

PCN+, **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio + Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**, Brasília 144 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=12598%3Apublicacoes&Itemid=859. Acesso em: 14 mar. 2018.

PATY, M. 1989, **Matéria roubada.** São Paulo: Edusp, 1995.

PESSATO JR., G. **Experimento do plano inclinado de Galileu. Relatório final da disciplina Tópicos de Ensino de Física I.** IFGW/Unicamp, 2008. Disponível em: <http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2008/GilbertoP-Assis_RF2.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2018.

PROSPERO, M. B. R. **Uma atividade experimental para o estudo de funções no ensino fundamental**. São Carlos: UFSCar, 2013. 73 f.

PIETROCOLA. Maurício. A Matemática Como Estruturante Do Conhecimento Físico **Cad. Cat. Ens. Fís**., v.19, n.1: p.89-109, ago. 2002. - UFSC Florianópolis - SC.

RAMALHO, F.; SANTOS, J. I. C.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. T.: 1979, **Os Fundamentos da Física.** São Paulo: Moderna, 1979.

SANT'ANNA, I. M. **Por que avaliar? Como avaliar? Critérios e instrumentos.** Petrópolis. Rio de Janeiro: Vozes, 1995.

SMOOTHEY, M. **Atividades e jogos com gráficos.** São Paulo: Scipione, 1997.

SOARES, R. R.; BORGES, P. F. **O plano inclinado de Galileu: uma medida manual e uma medida com aquisição automática de dados.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 32, n. 2, jun. 2010. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/322501.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2018.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar - Matemática.** 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. p. 147

SILVA, Francisca Lúcia Quitéria da; FILHO, José Aires de Castro. Resolução de problemas como metodologia para aprender matemática. In: **Anais VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: VIII ENEM, 2004.

THUILLIER. Pierre. **De Arquimedes a Einstein.** Rio de Janeiro: Zahar, 1994.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. **Sobre Funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio**. ZETETIKÉ – CEMPEM – FE/UNICAMP – V.5 – NO 13/14, P7-28 – Jan/Dez de 2000.

APÊNDICE A

FOLHAS DE ATIVIDADES

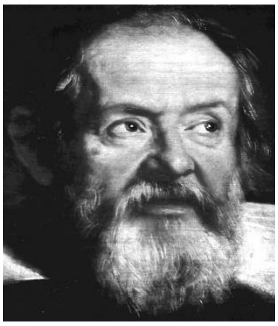
Escola Estadual "Prof. Cid de Oliveira Leite"

Prof. Paulo Eduardo Barillari

ATIVIDADE 1 - FOLHA 1

1ª série _____ Grupo _____

Realização do experimento (construção de uma função baseada em algumas experiências de Galileu).
O objetivo dessa atividade é a obtenção de uma tabela a partir da gravação de um experimento no plano inclinado.



A reflexão sobre o plano inclinado proposto por Galileu Galilei (1564 -1642) foi uma importante contribuição à evolução dos conceitos da Física. No livro "Diálogo a respeito de duas novas ciências", o italiano apresenta um diálogo, no qual o problema do plano inclinado é proposto e discutido, entre Salviati (defensor de suas ideias); Sagredo (aluno curioso e inteligente) e Simplício (arraigado em algumas ideias equivocadas aristotélicas). O conceito de movimento uniformemente acelerado era na época objeto de controvérsia. Na obra, a definição só é alcançada após uma longa discussão a respeito dos movimentos em geral. Galileu, com seus pensamentos revolucionários, utilizou a linguagem matemática como peça fundamental na explicação dos fenômenos naturais e despertou a humanidade sobre o universo físico, cultural e ético de uma sociedade que relutava em ver as afirmações da ciência com outros olhos.

Tarefas do grupo:

1º) Gravar o experimento (acompanhe detalhadamente a explicação do professor);
2º) Editar o vídeo gravado e construir uma tabela para organizar os dados coletados.

No decorrer dos desenvolvimentos das atividades construiremos uma função e o seu gráfico para descrever os experimentos de Galileu sobre o deslocamento de corpos em planos inclinados.

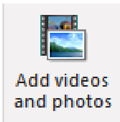
ATIVIDADE 1 - FOLHA 2

Após a gravação do experimento, observar algumas dicas na edição do mesmo.
Edição e obtenção dos dados do vídeo com o **Windows Movie Maker**:
(O grupo poderá escolher outro editor que melhor convier ou desejar).

1. Caso o computador não tenha o Windows Movie Maker, instale o programa (busque no site Microsoft). Se tiver dúvidas na instalação, procure o professor.

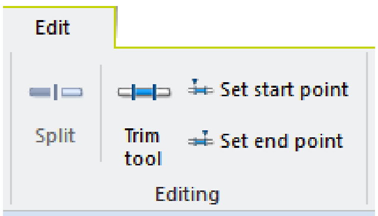
2. Na aba **Home**, do programa, clicar em **Add vídeos and fotos**, para adicionar o vídeo do experimento.

Localize a pasta e adicione o vídeo.



3. Com os botões de avanço e retrocesso (frame by frame) localize o início exato de partida da esfera no marco $d_0 = 0$ (início do deslocamento).

4. Na aba **Edit**, clicar em **Set start point** para iniciar o deslocamento ($d_0 = 0$) no tempo 0 segundo.



5. Com os botões de avanço e retrocesso (frame by frame) localize e marque os tempos correspondentes a todas as distâncias (de 10 cm em 10 cm) até a última (com 200 cm).

6. Em posse dos dados, complete a tabela da Folha 3 que relaciona o tempo (em segundos), com a distância percorrida (em centímetros): t (s) x d (cm).

7. Salve o vídeo editado, renomeie conforme modelo: **Vídeo editado - 1º ? - Grupo ?**
No lugar do ?, identifique a 1ª série e o grupo a qual pertence.

Envie os dois arquivos juntos (vídeo editado e a tabela da Folha 3 preenchida) para o e-mail do professor.

ATIVIDADE 1 - FOLHA 3

1ª série _____ Grupo _____

t (s)	d (cm)
	0
	10
	20
	30
	40
	50
	60
	70
	80
	90
	100
	110
	120
	130
	140
	150
	160
	170
	180
	190
	200

Altura do ponto de partida da esfera com relação a horizontal: _____ cm.

Escola Estadual "Prof. Cid de Oliveira Leite"

Prof. Paulo Eduardo Barillari

ATIVIDADE 2 - FOLHA 1

1ª série _____ Grupo _____

Estudo do experimento.

Objetivos:
1) Construir um gráfico de pontos a partir da tabela da Atividade 1.
2) Obter a expressão da função a partir da curva do gráfico.

Tarefas do grupo:
1º) Produzir um gráfico de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas;
2º) Responder as questões da Atividade 2 - Folha 3.

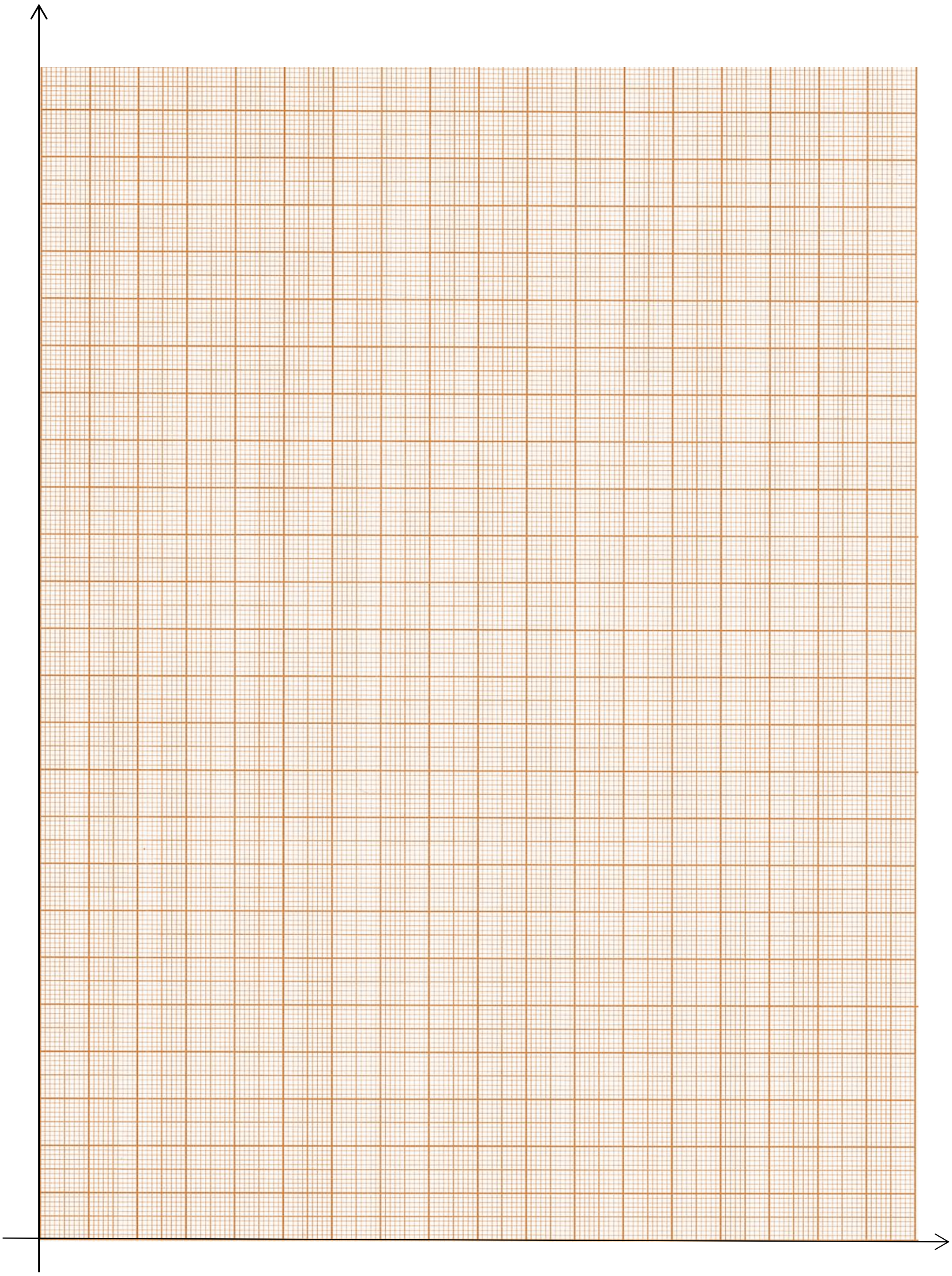
Tabela da Atividade 1

t (s)	d (cm)
	0
	10
	20
	30
	40
	50
	60
	70
	80
	90
	100
	110
	120
	130
	140
	150
	160
	170
	180
	190
	200

ATIVIDADE 2 - FOLHA 2

1ª série _____ Grupo _____

Faça o gráfico de pontos a partir da tabela da Atividade 1.



ATIVIDADE 2 - FOLHA 3

1ª série _____ Grupo _____

Responda as questões com o seu grupo:

1) No gráfico de pontos produzido, vocês observaram algum padrão com relação à **curva**? Qual?

____

2) O padrão observado é indicativo de algum tipo de função? Qual?

____

3) Escreva a expressão algébrica da função que espera responder esse padrão.
(Use **a**, **b** e **c** para os coeficientes).

d (t) = ____

4) Observando que o par ordenado (0,0) é um ponto do gráfico, essa informação implica em uma forma particular para a função descrita no item (3)? Qual?

d (t) = ____

5) Encontre os coeficientes **a** e **b** da função descrita no item (4).
Utilize o verso dessa folha para realizar os cálculos.
(Sugestão: escolher dois pontos do gráfico que estão melhor posicionados).

a = ________ **b** = ________

6) Escreva a função da curva apresentada no gráfico:

d (t) = ____

7) Quais foram as dificuldades encontradas durante a realização das atividades?
____
____
____
____
____

Bom trabalho!

Escola Estadual “Prof. Cid de Oliveira Leite”

Prof. Paulo Eduardo Barillari

ATIVIDADE 3 - FOLHA 1

1ª série _____ Grupo _____

Estudo do experimento / Aprofundando o conhecimento.

Objetivo: Desenvolver a autonomia dos alunos e promover a construção do conhecimento. As mídias tecnológicas possibilitam o manuseio, a criatividade, a percepção, o planejamento e a organização, criando oportunidades para a ressignificação dos recursos didáticos no processo de ensino-aprendizagem.

Tarefas do grupo: Obter a expressão da função e o seu gráfico com o aplicativo GeoGebra e com planilhas eletrônicas. Os gráficos obtidos serão diferentes daqueles obtidos na Atividade 2, em função dos ajustes (aproximação por mínimos quadrados) feitos automaticamente pelos aplicativos.

Os programas que faremos uso utilizam uma "linha" que busca “passar o mais próximo” dos pontos tabelados, ou seja, que minimiza a soma das distâncias dos pontos tabelados à linha. Minimizar a soma das distâncias dos pontos tabelados à linha é equivalente a minimizar a soma dos quadrados das distâncias dos pontos tabelados à linha.

A aproximação por mínimos quadrados consiste em encontrar a função que “melhor se ajusta”, ao conjunto de pontos dado, minimizando o erro resultante do ajustamento, ou seja, pretende-se minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os valores tabelados e os valores obtidos pela aproximação.

Credita-se a Carl Friedrich Gauss, príncipe da Matemática, como o desenvolvedor das bases fundamentais do método dos mínimos quadrados, em 1795, quando tinha apenas dezoito anos. Entretanto, Adrien-Marie Legendre foi o primeiro a publicar o método em 1805, em seu “Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes”. Gauss publicou suas conclusões apenas em 1809.

ATIVIDADE 3 - FOLHA 2

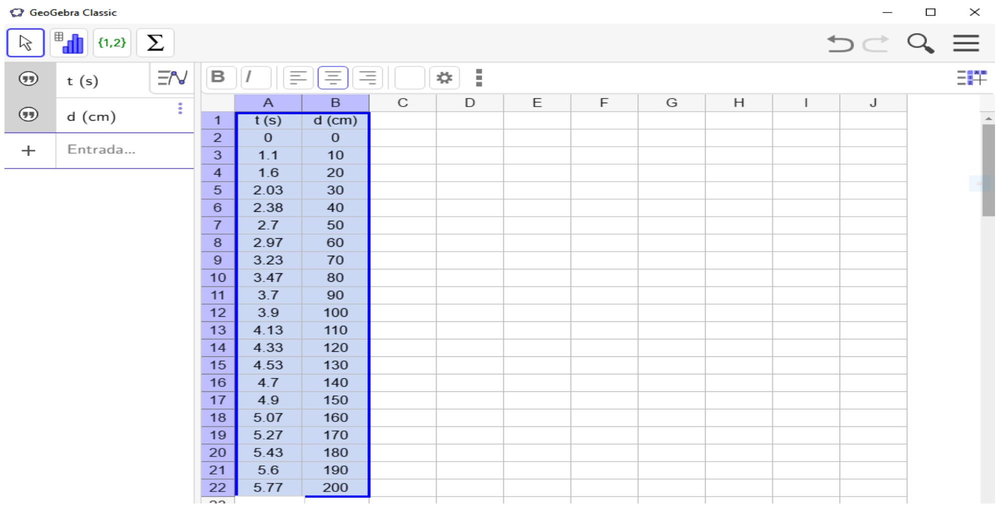
Tutorial para o Aplicativo GeoGebra

1. Caso o computador não tenha o GeoGebra, instale o programa. Caso tenha dúvidas na instalação, procure o professor. Link: https://www.geogebra.org/download?lang=pt

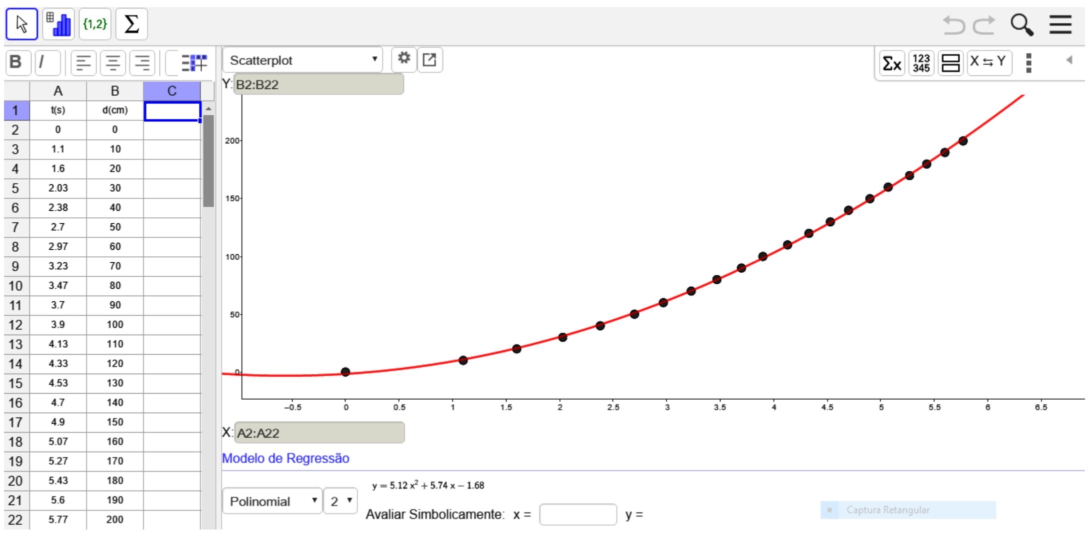
2. Clicar no símbolo , no canto superior direito, selecionar **Exibir** e após em **Planilha**.

3. Preencher a planilha com os dados da tabela da Atividade (1). Na primeira coluna, insira os dados referentes ao tempo (s) e na coluna da direita, insira os dados referentes às distâncias (cm). Na digitação, para os números decimais, utilize ponto ao invés de vírgula (o GeoGebra não reconhece a vírgula).

4. Selecione as duas colunas.



5. Clicar no símbolo , no canto superior esquerdo, e selecionar **Análise Bivariada**.



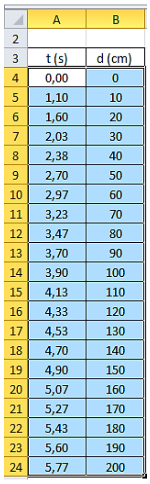
Em **Modelo de Regressão**, selecione o tipo de função a qual a curva se assemelha.

ATIVIDADE 3 - FOLHA 3

Tutorial para o Microsoft Excel

1. Digitar a tabela no Excel.
Na coluna A, insira os dados do tempo (s) e na coluna B, insira os dados da distância (cm).
Com o botão direito do mouse, clicar sobre a letra A da coluna e selecionar **Formatar células**. Na aba Número, selecionar em Categoria: **Número** e após em casas decimais: **2**. Clicar em OK, para concluir.

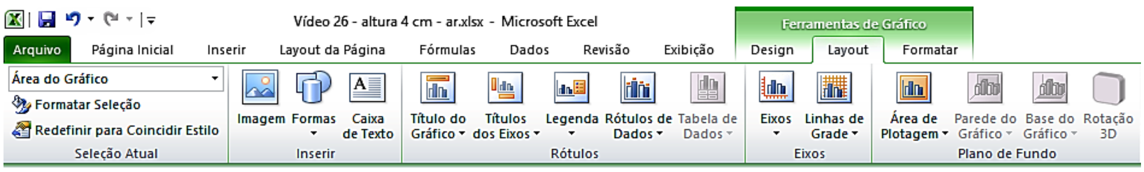
2. Selecionar os valores das duas colunas.



	A	B
2		
3	t (s)	d (cm)
4	0,00	0
5	1,10	10
6	1,60	20
7	2,03	30
8	2,38	40
9	2,70	50
10	2,97	60
11	3,23	70
12	3,47	80
13	3,70	90
14	3,90	100
15	4,13	110
16	4,33	120
17	4,53	130
18	4,70	140
19	4,90	150
20	5,07	160
21	5,27	170
22	5,43	180
23	5,60	190
24	5,77	200

Na aba Inserir, procurar Gráficos e selecionar: **Dispersão**.

3. Clicar dentro da janela do gráfico criado. Em **Ferramentas de Gráfico:**



Clicar em **Layout**:
Em **Linhas de Grade**:

- Linhas de Grade Horizontais Principais - Selecionar Linhas de Grade Secundárias.
- Linhas de Grade Verticais Principais - Selecionar Linhas de Grade Secundárias.

Em **Títulos dos Eixos**:

- Título do Eixo Horizontal Principal - Selecionar **Título Abaixo do Eixo** e após nomear.
- Título do Eixo Vertical Principal - Selecionar **Título Girado** e após nomear. Em **Título do Gráfico** - Selecionar **Acima do Gráfico** e nomear conforme modelo a seguir:

1E ou 1F - Grupo ? - Altura: ? cm.

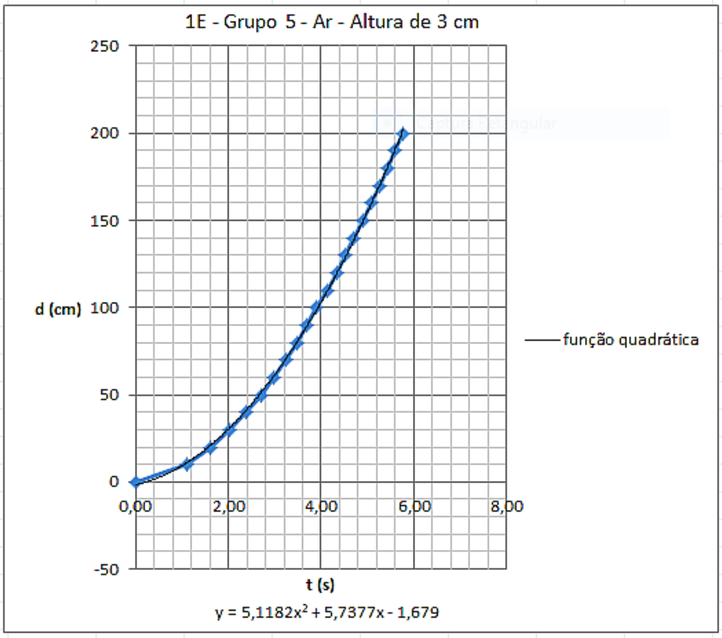
Turma (1ª série E ou F) - Grupo (ao qual faz parte) - Altura (altura do ponto de partida da esfera com relação a horizontal no deslocamento do plano inclinado).

ATIVIDADE 3 - FOLHA 4

4. Clicar sobre a curva do gráfico com o botão direito do mouse e selecionar **Adicionar Linha de Tendência**.
Em Tipo de Tendência/Regressão, escolher o tipo de função ao qual a curva se assemelha.
Em Nome da Linha de Tendência, selecionar **Personalizado** e digitar qual é o tipo de função encontrada.
Selecionar **Exibir Equação no gráfico**.
Clicar em **Fechar** para finalizar.
Renomear arquivo conforme modelo: 1º___ - Grupo ___ e enviar para o e-mail do professor.

Resultado final:

t (s)	d (cm)
0,00	0
1,10	10
1,60	20
2,03	30
2,38	40
2,70	50
2,97	60
3,23	70
3,47	80
3,70	90
3,90	100
4,13	110
4,33	120
4,53	130
4,70	140
4,90	150
5,07	160
5,27	170
5,43	180
5,60	190
5,77	200



Escola Estadual “Prof. Cid de Oliveira Leite”

Prof. Paulo Eduardo Barillari

ATIVIDADE 4 - FOLHA 1

1ª série _____ Grupo _____

Avaliação

Tarefas: 1. Resolver problemas sobre análise, interpretação e representação de gráficos.

2. Resolver problemas de funções quadráticas.

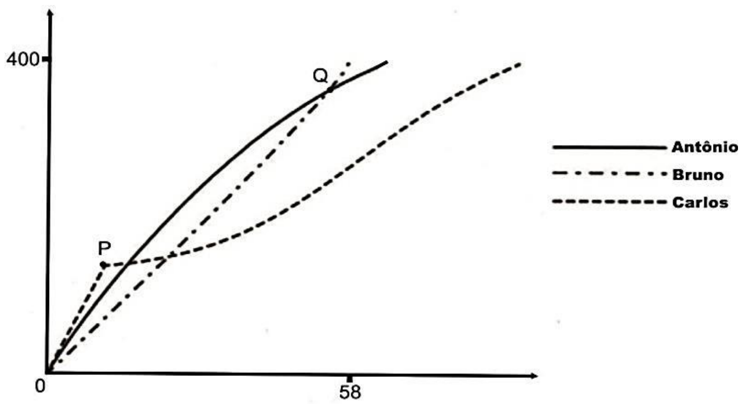
(Utilize o espaço abaixo para fazer anotações que acharem necessárias).

ATIVIDADE 4 - FOLHA 2

1ª série _____ Grupo _____

Problema 1 - A corrida de 400 metros com barreiras

Os 400 metros com barreiras é uma modalidade olímpica do atletismo que consiste em uma corrida de velocidade com a superação de 10 barreiras ao longo da totalidade de uma pista padrão ovalada. As barreiras podem ser tocadas ou até derrubadas sem desclassificação do atleta que geralmente é o único prejudicado em seu próprio tempo nesta situação.
O recorde mundial e também olímpico pertence a um norte-americano, Kevin Young com 46,78 s (desde 1992) e o feminino é da russa Yuliya Pechonkina com 52,34 s (desde 2003).
O gráfico abaixo descreve, de maneira aproximada, o que se passou numa corrida de 400 metros com barreiras em que participaram três atletas: Antônio, Bruno e Carlos.



Examinar as informações do gráfico e responder as questões:

f) Nomear e dar as unidades de medidas dos eixos (abscissa e ordenada) do gráfico.

g) Em um mesmo instante, ao observar as curvas descritas pelos competidores no **início da corrida** (primeiros 100 m), pode-se concluir que o atleta ________________ largou em **1º** lugar (foi o mais rápido); seguido do atleta ________________, que por sua vez percorreu uma distância maior que o atleta ________________ que se encontrava na **3ª** posição.

h) O que pode ter acontecido com o atleta no ponto P?
____

i) Descreva o que ocorreu no instante imediatamente após o ponto Q:
____

j) Quem ganhou a corrida de 400 m com barreiras foi o atleta ________________ com um tempo de _______. O atleta ________________ ficou em 2º lugar e o atleta ________________ chegou em 3º lugar.

Questão adaptada de ABRANTES, P. **Avaliação e Educação Matemática**. v.1, 1995.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 3

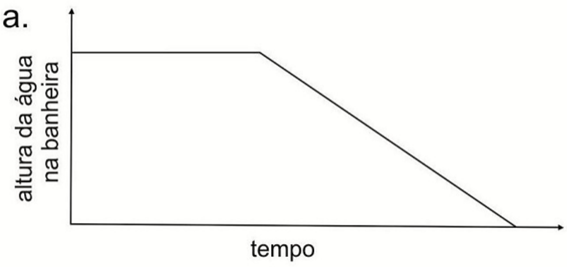
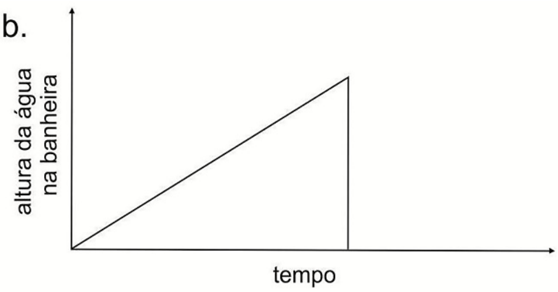
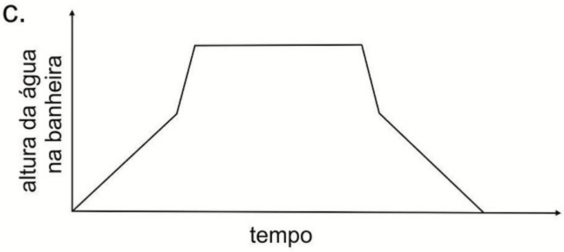
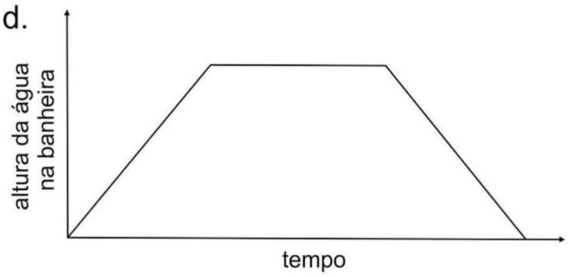
1ª série _____ Grupo _____

Problema 2 - Eureca, o desafio da banheira

Arquimedes vai tomar banho. Ele enche parte da banheira para que não derrame água ao usá-la, entra nela, permanece um tempo, sai da banheira e escoa a água.

Qual gráfico mostra melhor o que acontece com o nível da água na banheira?

Nas alternativas incorretas, explique o que está errado.

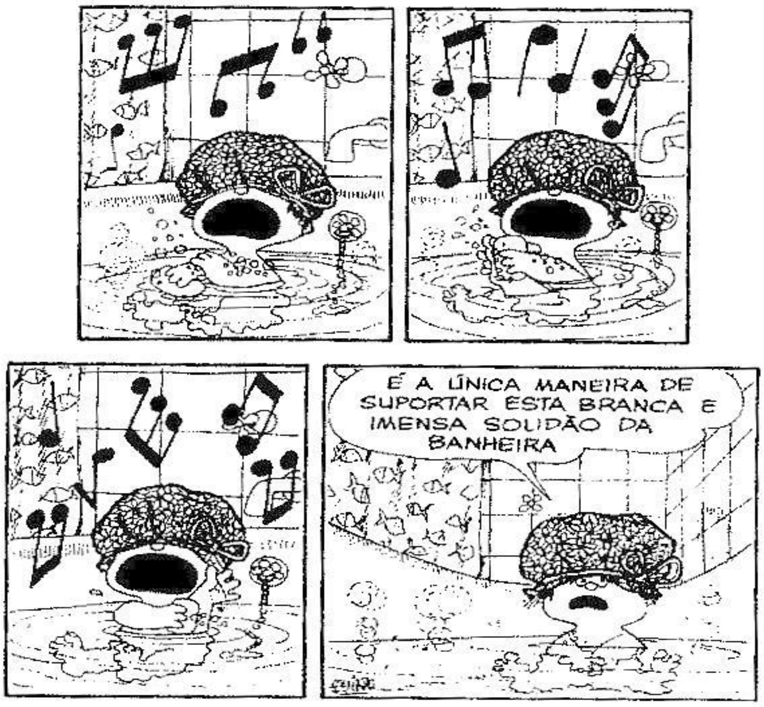
a. 	
b. 	
c. 	
d. 	

Questão adaptada de SMOOTHEY, M.
Atividades e jogos com gráficos. São Paulo: Scipione, 1997.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 4

1ª série _____ Grupo _____

Problema 3 - O banho de Mafalda



Na hora do banho, Mafalda abriu a torneira de sua casa e ficou observando o nível de água subir. Deixou-a encher parcialmente para não desperdiçar água. Fechou a torneira, entrou, lavou-se e saiu sem esvaziar a banheira.
Esboce um gráfico que mais se aproxima da representação do nível de água (N) na banheira em função do tempo (t).

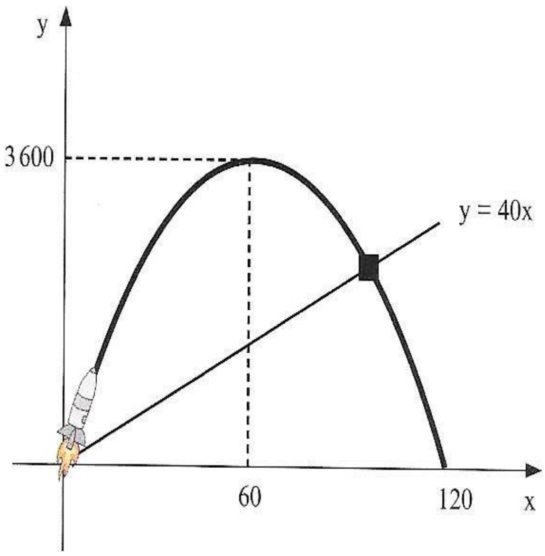
Questão adaptada de vestibular.
UFRN - 2002.

ATIVIDADE 4 – FOLHA 5

1ª série _____ Grupo _____

Problema 4 - O foguete defeituoso

Um foguete, que é lançado de uma base militar, apresenta um defeito em pleno voo e, segundo os cálculos, deverá cair sobre uma região habitada. O gráfico a seguir representa a trajetória desse foguete, sendo **x** e **y** dados em metros. O gráfico também apresenta a trajetória praticamente retilínea de um míssil que foi lançado da mesma base para interceptar o foguete e evitar um possível desastre. Suponha que a trajetória do míssil seja dada pela função y = 40x.



c) Com base nos dados do gráfico, encontre a sentença que representa a trajetória do foguete.

d) Calcule a que altura do solo do míssil interceptará o foguete.

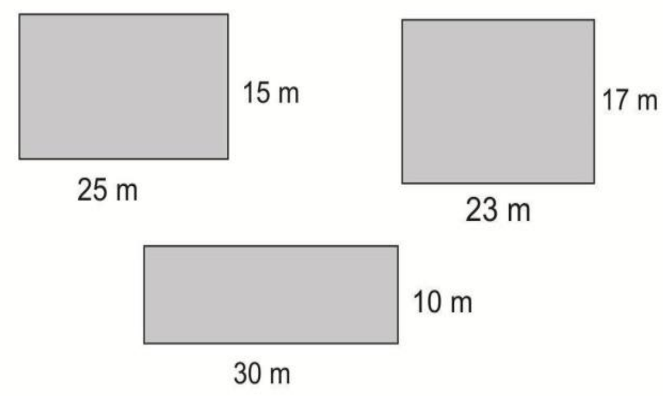
Questão extraída do Caderno do Aluno.
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 6

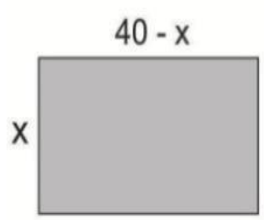
1ª série _____ Grupo _____

Problema 5 - Área máxima em construções

Para delimitar um galinheiro em um amplo quintal, dispõe-se de 80 m (lineares) de uma tela. Deseja-se usar completamente a tela disponível, e a região cercada deve ser um retângulo. Fixado o perímetro, são inúmeras as possibilidades para os lados do retângulo, como podemos perceber nos exemplos a seguir:



A área **A** do retângulo é uma função do comprimento de seus lados. Entre todas as possibilidades para os lados, procura-se, naturalmente, aquela que corresponde à maior área possível para o retângulo:



Dessa forma:

c) Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que sua área seja a maior possível?

d) Qual é o valor da área máxima?

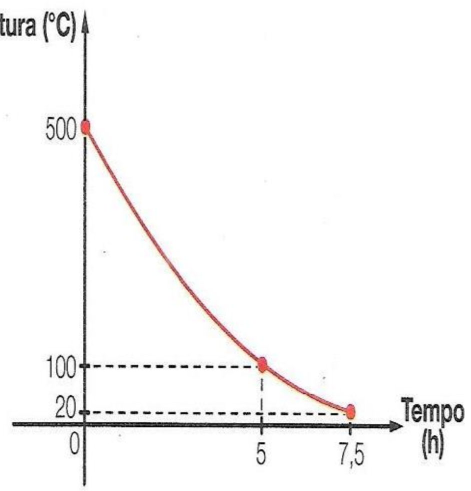
Questão extraída do Caderno do Aluno.
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 7

1ª série _____ Grupo _____

Problema 6 - Pizza da mama

De acordo com especialistas, as pizzas assadas em fornos a lenha são mais saborosas, pois a combustão da madeira exala aromas que a pizza absorve, ou seja, ela fica levemente defumada. Assim, diferentes tipos de madeira deixam as pizzas com diferentes sabores. Uma das lenhas mais utilizadas no Brasil é a de eucalipto de reflorestamento. Já na Itália, o mais comum é a utilização de galhos de carvalho que caem das árvores. Outra vantagem do forno a lenha é a temperatura, em torno de 550 °C, que é mais alta que a do forno a gás tradicional, cuja temperatura média máxima é de cerca de 300 °C. Devido à alta temperatura do forno a lenha, a pizza assa mais rapidamente, o que deixa a massa crocante por fora e macia por dentro.
Na Pizzaria da Mama, após o uso, o forno a lenha vai reduzindo sua temperatura até chegar à temperatura ambiente de 20 °C, segundo a lei da função quadrática representada no gráfico abaixo.
Determine a lei dessa função.



Questão extraída do livro didático dos alunos.
SOUZA, J. R. **Novo Olhar - Matemática - 2. ed**.
São Paulo: FTD, 2013 - p. 147.

APÊNDICE B

RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DAS FOLHAS DE ATIVIDADES 4 (AVALIAÇÃO)

Escola Estadual "Prof. Cid de Oliveira Leite"

Prof. Paulo Eduardo Barillari

ATIVIDADE 4 - FOLHA 1

1ª série _____ Grupo _____

Avaliação

Objetivos: 1. Resolução de problemas sobre análise, interpretação e representação de gráficos.

2. Resolução de problemas de funções quadráticas.

(Utilize o espaço abaixo para fazer anotações que acharem necessárias).

ATIVIDADE 4 - FOLHA 2

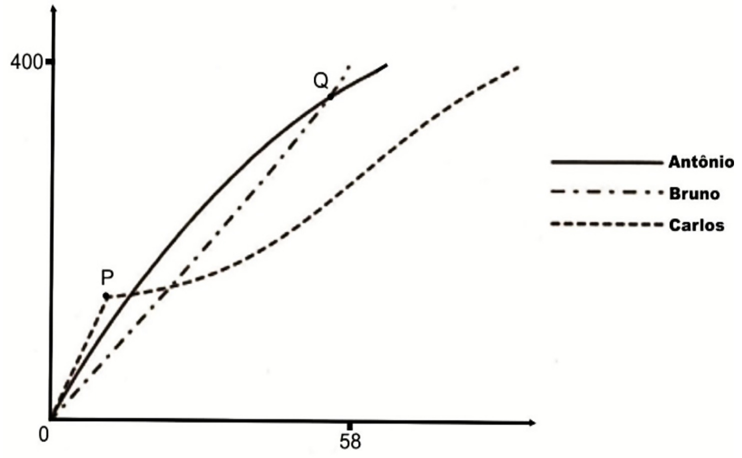
1ª série _____ Grupo _____

Problema 1 - A corrida de 400 metros com barreiras

Os 400 metros com barreiras é uma modalidade olímpica do atletismo que consiste em uma corrida de velocidade com a superação de 10 barreiras ao longo da totalidade de uma pista padrão ovalada. As barreiras podem ser tocadas ou até derrubadas sem desclassificação do atleta que geralmente é o único prejudicado em seu próprio tempo nesta situação.

O recorde mundial e também olímpico pertence a um norte-americano, Kevin Young com 46,78 s (desde 1992) e o feminino é da russa Yuliya Pechonkina com 52,34 s (desde 2003).

O gráfico abaixo descreve, de maneira aproximada, o que se passou numa corrida de 400 metros com barreiras em que participaram três atletas: Antônio, Bruno e Carlos.



Examinar as informações do gráfico e responder as questões:

a) Nomear e dar as unidades de medidas dos eixos (abscissa e ordenada) do gráfico.
Abscissa (eixo x): tempo (s) e ordenada (eixo y): distância percorrida (m)

b) Em um mesmo instante, ao observar as curvas descritas pelos competidores no **início da corrida** (primeiros 100 m), pode-se concluir que o atleta Carlos largou em **1º** lugar (foi o mais rápido); seguido do atleta Antônio, que por sua vez percorreu uma distância maior que o atleta Bruno que se encontrava na **3ª** posição.

c) O que pode ter acontecido com o atleta no ponto P?
O atleta Carlos provavelmente tropeçou ou esbarrou em uma barreira e caiu.

d) Descreva o que ocorreu no instante imediatamente após o ponto Q:
O atleta Bruno ultrapassa Antônio e vence a corrida.

e) Quem ganhou a corrida de 400 m com barreiras foi o atleta Bruno com um tempo de 58 s. O atleta Antônio ficou em 2º lugar e o atleta Carlos chegou em 3º lugar.

Questão adaptada de ABRANTES, P. *Avaliação e Educação Matemática*. v.1, 1995.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 3

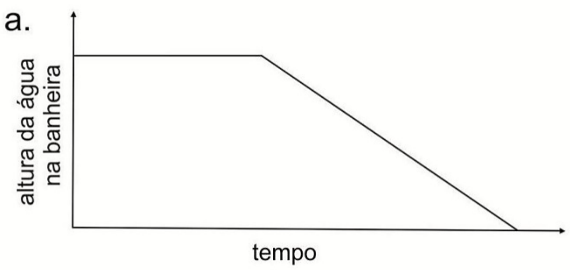
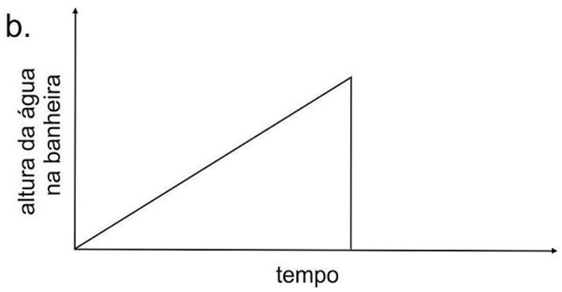
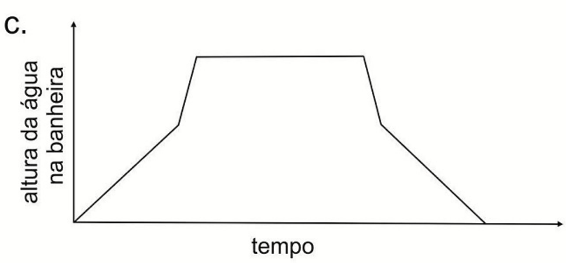
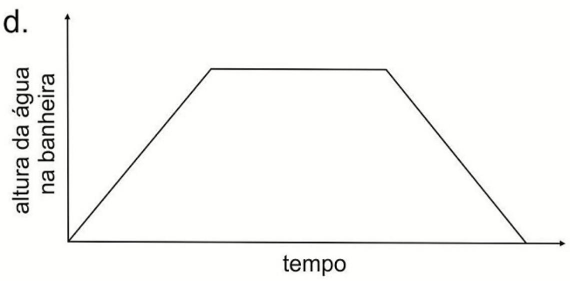
1ª série _____ Grupo _____

Problema 2 - Eureca, o desafio da banheira

Arquimedes vai tomar banho. Ele enche parte da banheira para que não derrame água ao usá-la, entra nela, permanece um tempo, sai da banheira e escoa a água.

Qual gráfico mostra melhor o que acontece com o nível da água na banheira?

Nas alternativas incorretas, explique o que está errado.

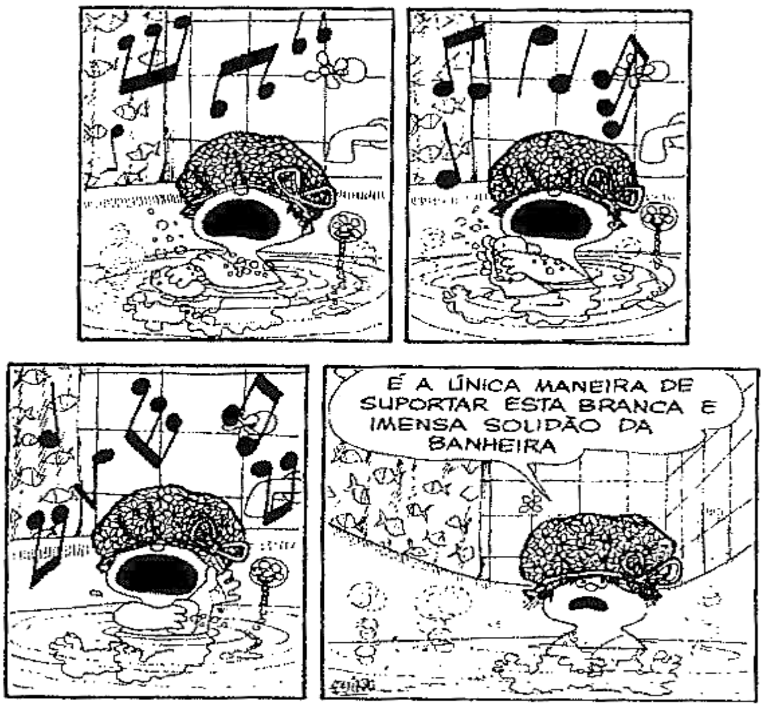
	Resposta: Mostra a banheira já cheia de água, não mostra o nível subindo. Não há mudança no nível quando Arquimedes entra na banheira e sai dela.
	Resposta: Mostra a banheira enchendo, e então esvaziando instantaneamente, o que é impossível. A água leva certo tempo para sair pelo ralo.
	Resposta correta.
	Resposta: Não mostra mudança no nível da água quando Arquimedes entra na banheira e sai dela.

Questão adaptada de SMOOTHEY, M.
Atividades e jogos com gráficos. São Paulo: Scipione, 1997.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 4

1ª série _____ Grupo _____

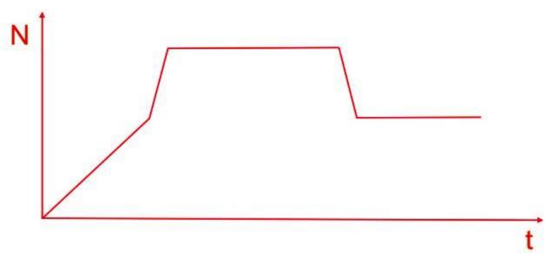
Problema 3 - O banho de Mafalda



Na hora do banho, Mafalda abriu a torneira de sua casa e ficou observando o nível de água subir. Deixou-a encher parcialmente para não desperdiçar água. Fechou a torneira, entrou, lavou-se e saiu sem esvaziar a banheira.
Esboce um gráfico que mais se aproxima da representação do nível (N) de água na banheira em função do tempo (t).

Questão adaptada de vestibular
UFRN - 2002.

Resposta:

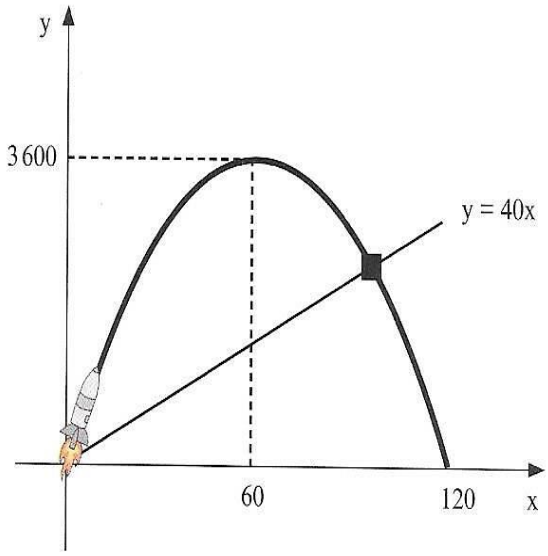


ATIVIDADE 4 – FOLHA 5

1ª série _____ Grupo _____

Problema 4 - O foguete defeituoso

Suponha que a trajetória do míssil seja dada pela função y = 40x.



a) Com base nos dados do gráfico, encontre a sentença que representa a trajetória do foguete.

A trajetória do foguete é uma parábola, logo a função que representa esse deslocamento é quadrática ($y = ax^2 + bx + c$).
A parábola intersecta a origem (0; 0), logo c = 0.

Sejam os pontos do gráfico: A = (60; 3600) e B = (120; 0). Substituindo os valores das coordenadas (x; y) do ponto A e c = 0 em $y = ax^2 + bx + c$ e após, executando o mesmo procedimento com o ponto B; encontramos o sistema com 2 equações do 1º grau abaixo:

$$\begin{cases} 3600 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & (:60) \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & (:120) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60 = 60a + b \\ 0 = 120a + b \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos: a = — 1 e b = 120.

Logo $y = ax^2 + bx + c = -x^2 + 120x + 0$, ou seja, $y = -x^2 + 120x$.

b) Calcule a que altura do solo do míssil interceptará o foguete.

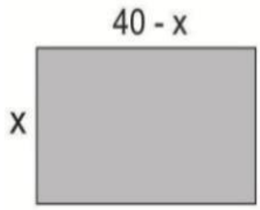
Devemos efetuar $-x^2 + 120x = 40x$, isto é, $-x^2 + 80x = 0$ e, portanto, x = 0 ou x = 80. Como $y = 40x = 40 \cdot 80 = 3200$. Logo o míssil interceptará o foguete a 3200 metros de altura.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 6

1ª série _____ Grupo _____

Problema 5 - Área máxima em construções

A área **A** do retângulo é uma função do comprimento de seus lados. Entre todas as possibilidades para os lados, procura-se, naturalmente, aquela que corresponde à maior área possível para o retângulo:



Dessa forma:

a) Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que sua área seja a maior possível?

A área do retângulo é: A (x) = x (40 – x) = – x^2 + 40 x.
Buscamos o valor de x para que a área A (x) atinja o valor máximo.
A(x) = – x^2 + 40x é uma função polinomial do 2º grau e o seu gráfico é uma parábola com a concavidade voltada para baixo.

As raízes da equação de 2º grau A (x) = 0 são x = 0 ou x = 40.
O vértice da parábola é o ponto onde x_v = 20, ponto médio do segmento determinado pelas raízes.

O vértice também pode ser obtido por meio da expressão $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{2(-1)} = 20$.
Os lados do retângulo de área máxima serão, portanto, 20 e 40 – 20 = 20, ou seja, o retângulo de área máxima é um quadrado de lado 20 m.

b) Qual é o valor da área máxima?

O valor máximo de A (x) é: A (x_v) = – $(20)^2$ + 40 · 20 = 400 m^2.

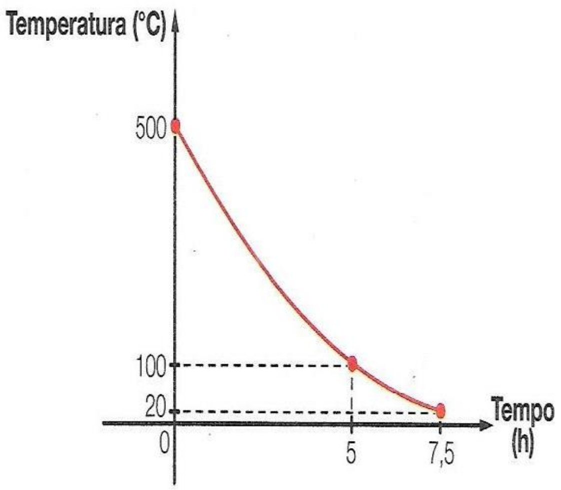
Também podemos encontrar a área máxima a partir da fórmula $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$.

Como $\Delta = b^2 - 4ac = 40^2 - 4(-1)(0) = 1600$, temos que $y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1600}{4(-1)}$ = 400 m^2.

ATIVIDADE 4 - FOLHA 7

1ª série _____ Grupo _____

Problema 6 - Pizza da mama



A curva descrita é uma parábola, logo a função que a representa é quadrática ($y = ax^2 + bx + c$).
A parábola intersecta o ponto (0; 500), logo c = 500.

Sejam os pontos do gráfico: A = (5; 100) e B = (7,5; 20). Substituindo os valores das coordenadas (x, y) do ponto A e c = 500 em $y = ax^2 + bx + c$ e após, executando o mesmo procedimento com o ponto B; encontramos o sistema com 2 equações do 1º grau abaixo:

$$\begin{cases} 100 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 500 \\ 20 = a \cdot 7{,}5^2 + b \cdot 7{,}5 + 500 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -400 = 25\,a + 5\,b\ (:5) \\ -480 = 7{,}5^2 a + 7{,}5\,b\ (:7{,}5) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -80 = 5\,a + b \\ -64 = 7{,}5\,a + b \end{cases}.$$

Resolvendo o sistema, temos: a = 6,4 e b = – 112.

Logo $y = ax^2 + bx + c$, ou seja, $y = 6{,}4\,x^2 - 112\,x + 500$.

APÊNDICE C

TERMO DE COMPROMISSO DA ESCOLA

Nesse Apêndice, apresentamos a cláusula que permite o uso das imagens dos alunos em trabalhos científicos.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
COORDENADORIA DO ENSINO DO INTERIOR
DIRETORIA DE ENSINO – REGIÃO DE RIBEIRÃO PRETO
E.E. "PROF. CID DE OLIVEIRA LEITE"
Rua Itararé, 608 – Jardim Paulista – CEP 14090-070 Fone: 3967-2497 – Ribeirão Preto – SP

TERMO DE COMPROMISSO

EU, ____

RESPONSÁVEL PELO ALUNO ____

ESTOU CIENTE DO "REGIMENTO ESCOLAR" E DAS "NORMAS GERAIS DE CONDUTA ESCOLAR – SISTEMA DE PROTEÇÃO ESCOLAR" DA SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO E COMPROMETO-ME CUMPRÍ-LAS INTEGRALMENTE.

- OBSERVAR O HORÁRIO DE ENTRADA CUMPRINDO REGULARIDADE, ASSIDUIDADE E PONTUALIDADE:

07h PERÍODO MANHÃ / 12h30min. PERÍODO TARDE / 19h PERÍODO NOITE
ATRASO SÓ SERÁ PERMITIDO COM ACOMPANHAMENTO E JUSTIFICATIVA DO RESPONSÁVEL

- O ALUNO ENTRARÁ NA ESCOLA TRAJANDO UNIFORME (CAMISETA DA ESCOLA OU **CAMISETA** TOTALMENTE BRANCA E CALÇA COMPRIDA, BERMUDA OU SAIA **ABAIXO DO JOELHO**), CALÇA CUSTOMIZADA (RASGADA) SOMENTE COM LEGGING POR BAIXO.
- É PROIBIDO O USO DE MINI BLUSAS, CAMISETA REGATA, SHORT, CALÇAS LEGGING, MONTARIA.
- O USO DE BONÉ, CHAPÉU, GORRO, ÓCULOS ESCUROS E SIMILARES QUE NÃO PERMITAM A VISUALIZAÇÃO DE OLHOS E OUVIDOS NÃO SERÁ PERMITIDO.
- É OBRIGATÓRIA A ENTRADA NA ESCOLA COM OS DEVIDOS MATERIAIS PARA ACOMPANHAR AS AULAS (CADERNOS, CADERNOS DO ALUNO, LÁPIS, CANETA, BORRACHA, RÉGUA E LIVROS).
- NÃO SERÁ PERMITIDA A ENTRADA COM MATERIAIS OU ARMAS QUE COLOQUEM EM RISCO A INTEGRIDADE FÍSICA DE ALUNOS, PROFESSORES, FUNCIONÁRIOS OU DIREÇÃO DA ESCOLA.
- OS LIVROS DIDÁTICOS SERÃO BEM CUIDADOS DURANTE O ANO PARA DEVOLUÇÃO E USO NO ANO SEGUINTE SOB PENA, EM CASO DE DANO OU PERDA, DO RESSARCIMENTO DO MESMO.
- NOS CASOS DE DANOS AO PATRIMÔNIO SERÁ LAVRADO BOLETIM DE OCORRÊNCIA E HAVERÁ RESSARCIMENTO DO PREJUIZO CAUSADO.
- AS TAREFAS DE CASA, TRABALHOS E HORÁRIO PARA ESTUDO FORA DA ESCOLA SERÃO ESTABELECIDAS PELA FAMÍLIA PARA GARANTIR APRENDIZAGEM DO ALUNO.
- O ACOMPANHAMENTO DA FREQUÊNCIA, APRENDIZAGEM E DISCIPLINA OCORRERÁ BIMESTRALMENTE NAS REUNIÕES DE PAIS E MESTRES OU SEMPRE QUE NECESSÁRIO ATRAVÉS DE CONVOCAÇÃO DO RESPONSÁVEL.
- É PROIBIDO COMPARECER NA ESCOLA SOB EFEITO DE SUBSTÂNCIAS NOCIVAS A SAÚDE E À CONVIVÊNCIA SOCIAL.
- É DEVER DE TODOS AJUDAR A MANTER O AMBIENTE ESCOLAR LIVRE DE BEBIDAS ALCOÓLICAS, DROGAS LÍCITAS E ILÍCITAS OU SUBSTÂNCIAS TOXICAS.
- **A SAÍDA ANTECIPADA DOS ALUNOS SÓ SERÁ PERMITIDA POR MOTIVO DE DOENÇA, DESDE QUE O RESPONSAVEL VENHA BUSCAR O ALUNO.**
- É EXPRESSAMENTE PROIBIDO AUSENTAR-SE DAS AULAS OU DO PRÉDIO ESCOLAR SEM A PRÉVIA JUSTIFICATIVA OU AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO, FUNCIONÁRIOS OU PROFESSORES.
- PROVIDENCIAR TODA DOCUMENTAÇÃO SOLICITADA PELA SECRETARIA DA ESCOLA.
- MANTER ATUALIZADO ENDEREÇO E TELEFONES PARA CONTATO COM A FAMILIA.
- É DEVER DE TODOS UTILIZAR MEIOS PACIFICOS NA RESOLUÇÃO DE CONFLITOS.

O NÃO CUMPRIMENTO DAS OBRIGAÇÕES ACIMA CITADAS E A INCIDÊNCIA EM FALTAS DISCIPLINARES OU INFRACIONAIS PODERÃO ACARRETAR AO ALUNO AS SANSÕES PREVISTAS EM REGIMENTO ESCOLAR, A SABER:
I – ADVERTÊNCIA VERBAL
II – RETIRADA DO ALUNO DE SALA DE AULA OU ATIVIDADE EM CURSO
III – COMUNICAÇÃO ESCRITA DIRIGIDA AOS RESPONSÁVEIS
IV – SUSPENSÃO TEMPORÁRIA DE PARTICIPAÇÃO EM VISITA OU PROGRAMA EXTRACURRICULAR
V – SUSPENSÃO POR ATÉ 5 DIAS LETIVOS
VI – SUSPENSÃO PELO PERÍODO DE 6 A 10 DIAS LETIVOS PELO CONSELHO DE ESCOLA
VII – TRANSFERÊNCIA COMPULSÓRIA PARA OUTRO ESTABELECIMENTO.

- O USO DE CELULAR, MP3, RÁDIO, APARELHOS FOTOGRÁFICOS, JOGOS, PAGERS E SIMILARES NÃO SERÁ PERMITIDO DE ACORDO COM **LEI 12.730 DE 11/10/07 FUNDAMENTADA PELO DECRETO Nº 52.625, DE 15 DE JANEIRO DE 2008** *QUE REGULAMENTA O USO DE TELEFONE CELULAR NOS ESTABELECIMENTOS DE ENSINO DO ESTADO DE SÃO PAULO*. E EM **PARÁGRAFO ÚNICO** COLOCA QUE A DESOBEDIÊNCIA AO CONTIDO NO "CAPUT" DESTE ARTIGO ACARRETARÁ A ADOÇÃO DE MEDIDAS PREVISTAS EM REGIMENTO ESCOLAR OU NORMAS DE CONVIVÊNCIA DA ESCOLA, ONDE FICOU DECIDIDO QUE O ALUNO SERÁ ORIENTADO NA 1ª VEZ E A PARTIR DAÍ O CELULAR DO ALUNO FICARÁ NA ESCOLA PARA SER ENTREGUE SOMENTE AO RESPONSÁVEL LEGAL DO ALUNO.
- É PROIBIDO FUMAR NAS DEPENDÊNCIAS E RECINTOS DOS ÓRGÃOS DA ADMINISTRAÇÃO PÚBLICA DE ACORDO COM **LEI 11.540 DE 12/11/03.**
- AUTORIZO A PUBLICAÇÃO DE IMAGENS NAS REDES SOCIAIS E TRABALHOS CIENTÍFICOS DA UNIDADE ESCOLAR DE ACORDO C/ O **ART 5º DA CONSTITUIÇÃO FEDERAL.**

RIBEIRÃO PRETO, _____/_____/______.

ESTOU DE ACORDO: ____

RG: ____________________ FONE: ___________________FONE:____________________RECADO: ___________________