

Uso de Geometria Estocástica para Análise e Simulação de Redes de Comunicação Sem Fio Multicelulares

Mateus Komono Tojeiro¹, Diana Pamela Moya Osorio² e Helder Vinicius Avanço Galeti¹

Resumo—Conforme a implementação das redes de quinta geração 5G continuam seu avanço em desdobramentos e estandarização, cada vez são mais claros os requerimentos e limitações que estas redes apresentam e as tecnologias chave que permitirão a implementação dos serviços oferecidos. Uma das principais características das redes 5G é o fato de serem altamente heterogêneas e com requisitos exigentes de confiabilidade, latência, cobertura e segurança. Nesse contexto, o presente trabalho realiza um estudo em redes multicelulares de grande escala. Especificamente, o impacto da interferência de co-canal no desempenho do *downlink* de redes celulares é analisado para diferentes cenários. Para este propósito, foi realizado um estudo das técnicas de geometria estocástica, que têm se mostrado uma ferramenta poderosa para fornecer um paradigma matemático unificado para modelar diferentes tipos de redes sem fio, caracterizar suas operações e entender seu comportamento. É realizada a análise do desempenho em termos da probabilidade de *outage* e a avaliação, em nível de simulação, de cenários com reuso de frequência e na presença de espíões.

Index Terms—Redes celulares heterogêneas, geometria estocástica, segurança na camada física, PPP, probabilidade de *outage* de sigilo, reuso de frequência.

I. INTRODUÇÃO

Com os desdobramentos massivos das redes 5G a partir de 2020, espera-se que requisitos rigorosos sejam atendidos, como taxa de transferência de dados extremamente alta, latência muito baixa, cobertura onipresente e demandas de segurança, a fim de suportar os novos serviços decorrentes de paradigmas como a Internet das Coisas [1]. Espera-se que o número de usuários móveis aumente significativamente, aumentando assim a densidade de usuários dentro da célula.

Devido a alta densidade e mobilidade dos usuários, o desempenho de métodos determinísticos baseados em células hexagonais diminui rapidamente. Neste contexto, uma solução que promete aumentar o desempenho e a capacidade geral da rede é introduzir um maior número de células pequenas, posicionadas aleatoriamente, como picocélulas e femtocélulas [2]. Portanto, a heterogeneidade da rede tem se mostrado uma solução promissora [3]. Assim, devido às

implantações aleatórias de pequenas estações bases (BS, do inglês *Base Station*), a topologia da rede celular se desvia gradualmente do padrão de grade hexagonal simétrico tradicional para as redes celulares heterogêneas (HCN, do inglês, *Heterogeneous Cellular Networks*). O HCN é composto de macro BSs que fornecem ampla cobertura de área e vários níveis de micro BSs de baixa potência para cobertura de curto alcance, como picocélulas e femtocélulas [4].

Os conceitos e técnicas de geometria estocástica (SG, do inglês *Stochastic Geometry*) têm sido introduzida como uma técnica poderosa para prever parâmetros probabilísticos de HCNs, caracterizar sua operação e entender seu comportamento [5]–[7]. A maior vantagem apresentada pela análise baseada no SG, pode ser atribuída à sua capacidade de capturar a aleatoriedade espacial inerente às redes sem fio. Este método permite, por exemplo, modelar a distribuição da relação sinal-interferência-mais-ruído (SINR, do inglês *signal-to-interference-plus-noise ratio*) em HCNs, probabilidade de cobertura, entre outras métricas. Além disso, pode-se estender os modelos SG para outras fontes de incertezas como desvanecimento, sombreamento e controle de potência. Em alguns casos especiais, a análise SG pode levar a expressões de formulação fechada que governam o comportamento do sistema. Tais expressões permitem a melhor compreensão das operações da rede e fornecem diretrizes de desenhos que são geralmente difíceis de obter através de simulações [8]–[11].

Em [12], uma rede HDH (do inglês, *Hyper-Dense Heterogeneous*) é modelada utilizando a técnica de SG para projetar e capturar o impacto da densidade finita de usuários. Estudos utilizando SG têm ganhado popularidade ao longo dos anos para análise em nível de sistema de redes D2D [13], [14]. Os autores em [15] analisaram uma HCN de duas camadas, com base na geometria estocástica e que considera a correlação espacial entre camadas e intra-camada. Também foi comparado o modelo hexagonal de geometria fixa com o modelo de geometria estocástica mostrando que o modelo SG é mais adequado e preciso para as redes celulares heterogêneas reais.

¹Departamento de Engenharia Elétrica, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos 13565-905, Brasil

²University of Oulu · Centre for Wireless Communications (CWC)

Muitos estudos foram desenvolvidos utilizando SG juntamente com técnicas de PLS (do inglês, *Physical Layer Security*). Essas técnicas oferecem grandes vantagens na segurança, pois utilizam das propriedades físicas do canal sem fio. Assim em [16], os autores analisam a ferramenta da geometria estocástica juntamente com duas técnicas de PLS, a saber zonas de guarda (*safe zone*) e ruído artificial (*jamming cooperativo*). Neste estudo, derivaram uma expressão de formulação fechada que apresenta um limite máximo de densidade de espões para que nenhuma das técnica de aprimoramento de sigilo anteriormente citadas sejam necessárias. Em [17], são analisado os benefícios da segurança na camada física em uma rede de sensores sem fio de três camadas usando geometria estocástica. A segurança da camada física no *downlink* de uma rede celular heterogênea de várias camadas foi analisada em [18], baseado no método da geometria estocástica, usando um processo pontual de Poisson (do inglês, *Poisson Point Process*), obtendo a probabilidade de cobertura de sigilo e a taxa média de sigilo aproximadas por meio da ferramentas de geometria estocástica.

Neste trabalho, é realizada a análise do desempenho em termos da probabilidade de *outage* e a avaliação, em nível de simulação, de cenários com reuso de frequência e na presença de um espião. Com esse propósito, são distribuídas estações bases de forma aleatória das quais é escolhida a mais próxima do usuário móvel para realizar a comunicação. As demais estações bases são consideradas interferentes. Para o primeiro cenário, avaliamos em termos da probabilidade de *outage* conexão (COP do inglês, *Connection outage probability*), além de obter as formas integrais e aproximadas, com a ajuda da ferramenta de geometria estocástica. No segundo cenário são avaliados em termos da probabilidade de *outage* sigilo (SOP do inglês, *Secrecy outage probability*). Além disso, adicionamos um espião que tenta decodificar os sinais de informação. Posteriormente para ambos os cenários, avaliamos também a influência da técnica de reuso de frequência, a nível de simulação. Por fim, fornecemos figuras que mostram o comportamento do sistema, através de simulações de Monte Carlo.

II. MODELO DOS SISTEMAS

Nesta seção, os modelos do sistema para diferentes cenários são descritos.

A. Cenário I: BSs distribuídas aleatoriamente

Para o primeiro cenário analisado, considera-se uma rede celular heterogênea, como mostrado na Figura 1, que consiste de M BSs, distribuídas de acordo com o PPP Φ_B de intensidade λ_B no plano euclidiano e um usuário móvel (U) típico que está localizado na origem do sistema de coordenadas. Assumimos que

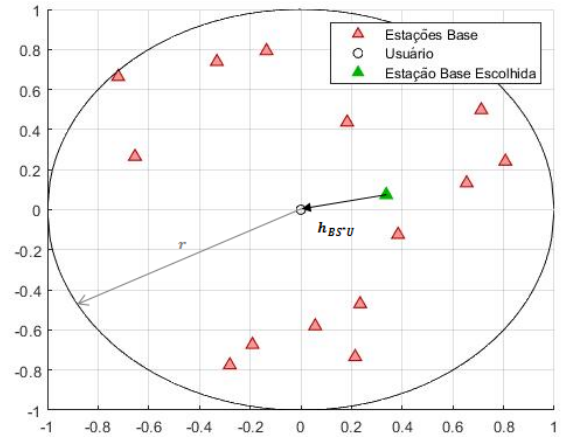


Figura 1: Modelo do sistema Cenário I.

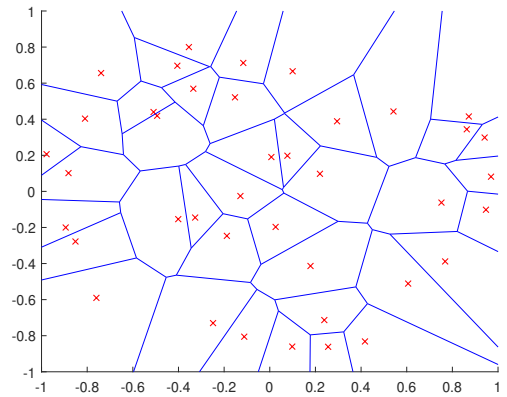


Figura 2: Distribuição das estações base por meio de um processo pontual de Poisson. Pode-se observar as fronteiras das células que formam o mosaico de Voronoi.

todos os nós da rede são de antena única, que o usuário móvel é conectado com a estação base mais próxima, a qual realiza *downlink* e denotamos por B^* . Além disso, consideramos as outras BS como interferentes. Sabe-se que os usuários dentro das células Voronoi de uma BS estão associados a ela, resultando em áreas de cobertura que compreendem um mosaico de Voronoi no plano [19], conforme mostrado na Figura 2.

Além disso, todos os canais experimentam desvanescimento em bloco independente, do tipo *Rayleigh* (AWGN do inglês, *additive white Gaussian noise*), com média igual a 1 e que adota uma potência de transmissão constante igual a $1/\mu$. Além disso, é considerado ruído aditivo Gaussiano branco. Nesse caso, h_{iU} é o coeficiente do canal, para $i \in \{BS, B^*\}$.

A potência de interferência I_{ru} no usuário típico é a soma das potências recebidas de todas as outras

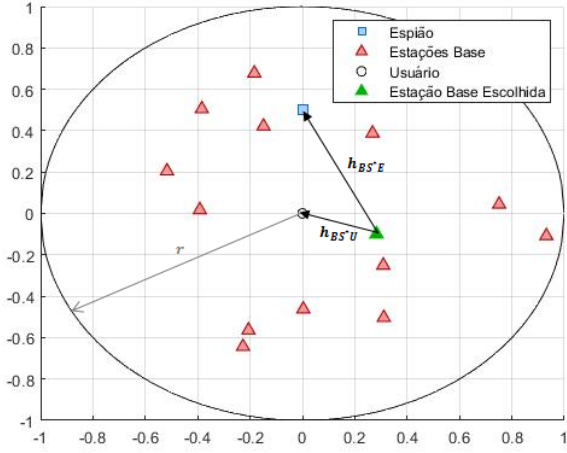


Figura 3: Modelo do sistema Cenário II.

estações base com exceção da B^* e são tratadas como interferência no receptor. Assume-se que não existe interferência intracelular. A potência do ruído é assumida como aditiva e constante com o valor σ^2 .

Portanto, a SINR pode ser expressada como:

$$SINR = \frac{g_{iU} r_{iU}^{-\alpha}}{\sigma^2 + I_{rU}} \quad (1)$$

onde

$$I_{rU} = \sum_{k \in \Phi \setminus \{B^*\}} g_{BS_k U} (r_{BS_k U})^{-\alpha} \quad (2)$$

Sendo, r_{iU} a distância entre dois nós típicos e α é o coeficiente de perda de percurso.

B. Cenário II: BSs distribuídas aleatoriamente e um espião

Para o segundo cenário consideramos uma rede celular heterogênea como ilustrado na Figura 3, que consiste de M BSs, distribuídas de acordo com o PPP Φ_B de intensidade λ_B no plano euclidiano e um usuário móvel (U) típico que está localizado na origem do sistema e um espião (E) fixo localizado na posição (0,0,0.5). Assumimos que todos os nós da rede são de antena única, que a BS mais próxima do U é escolhida para realizar a comunicação, denotada por B^* . As demais BSs são consideradas interferentes.

Assim como no Cenário I, consideramos que todos os canais experimentam desvanescimento em bloco independente, do tipo *Rayleigh*, com média igual a 1 e que adota uma potência de transmissão constante igual a $1/\mu$. Além disso, consideramos ruído aditivo Gaussiano branco. Nesse caso, h_{ij} é o coeficiente do canal, para $i \in \{BS, B^*\}$ e $j \in \{E, U\}$.

A potência de interferência I_{rj} no receptor típico é a soma das potências recebidas de todas as outras estações base com exceção da B^* e são tratadas

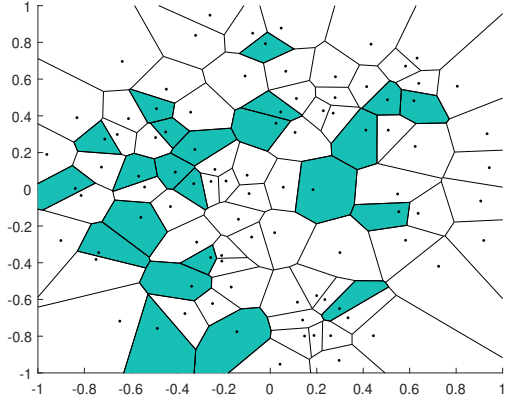


Figura 4: Corresponde ao fator de reuso de $\delta = 4$ para uma rede de estação base com distribuição de Poisson com alocação aleatória de frequência. Na figura, apenas a frequência da B^* é discriminada.

como interferência no receptor. Assume-se que não existe interferência intracelular. A potência do ruído é assumida como aditiva e constante com o valor σ^2 .

Portanto, a SINR pode ser expressada como:

$$SINR = \frac{g_{ij} r_{ij}^{-\alpha}}{\sigma^2 + I_{rj}} \quad (3)$$

onde

$$I_{rj} = \sum_{k \in \Phi \setminus \{BS^*\}} g_{BS_k j} (r_{BS_k j})^{-\alpha} \quad (4)$$

Sendo, r_{ij} a distância entre dois nós típicos e α é o coeficiente de perda de percurso.

III. REUSO DE FREQUÊNCIA

Na reutilização de frequência, apenas uma banda de frequência é utilizada por célula, onde o fator de reutilização $\delta \geq 1$ determina o número de diferentes bandas usadas pela rede. No modelo PPP de estações bases é utilizado o reuso de frequência, mas, em vez um padrão fixo (o que não é possível em uma implantação aleatória), assumimos que cada estação base recebe uma das δ bandas aleatoriamente. Um exemplo visual é dado na Figura 4 onde é apresentado o mosaico de Voronoi sendo que as BSs possuem um fator de reuso de $\delta = 4$. Esse modelo sofre com o fato de que estações base adjacentes, em alguns casos, usem, simultaneamente, a mesma frequência, mesmo para grandes δ .

Assim, analisamos, a nível de simulação, a influência da técnica de reuso de frequência para os cenários, anteriormente, descritos.

IV. MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

Nesta seção, são apresentadas as métricas de avaliação de desempenho para cada um dos cenários estudados.

A. Métrica de avaliação de desempenho referente ao cenário I

Para o Cenário I analisamos o desempenho por meio da COP. Definimos que ocorre interrupção quando a SNR do canal em análise for menor que um certo limiar R que é a taxa alvo dado em bits/s/Hz. Assim, definimos a probabilidade de *outage* de conexão como:

$$COP = Pr(\gamma_{BU} < \tau) \quad (5)$$

$$= F_{\gamma_{BU}}(\tau) \quad (6)$$

onde $\gamma_{BU} = \frac{X_{B^*U}}{\sigma^2 + I_{ru}}$ e $\tau = 2^R - 1$. Em seguida, é apresentado a expressão analítica derivada neste artigo para a CDF de γ_{BU} .

Teorema 1. A CDF de γ_{BU} pode ser descrita pela Equação 7.

$$F_{\gamma_{BU}}(\tau) = \pi\lambda \int_0^\infty e^{-\pi\lambda v\beta(\tau,\alpha) - \mu\tau\sigma^2 v^{\frac{\alpha}{2}}} dv \quad (7)$$

onde

$$\beta(\tau, \alpha) = \frac{2(\mu\tau)^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha} \quad (8)$$

$$\mathbb{E}[g_{kU}^{\frac{2}{\alpha}}(\Gamma(-2/\alpha, \mu\tau g_{kU}) - \Gamma(-2/\alpha))]$$

Prova: ver Apêndice A.

B. Métrica de avaliação de desempenho referente ao cenário II

O Cenário II é avaliado em termo da probabilidade de *outage* de sigilo. Define-se $C_S = [C_{BU} - C_{BE}]^+$ como a capacidade de sigilo para transmissão da informação. Sendo, a capacidade do canal legítimo C_{BU} e a capacidade do canal espião C_{BE} .

A probabilidade de *outage* de sigilo pode ser definida como $SOP = Pr\{C_S < R_s\}$, onde $R_s > 0$ é a taxa de sigilo alvo.

$$C_{BU} = \log_2(1 + \gamma_{BU}) \quad (9)$$

$$C_{BE} = \log_2(1 + \gamma_{BE}) \quad (10)$$

onde, $\gamma_{BU} = \frac{X_{B^*U}}{\sigma^2 + I_{ru}}$ e $\gamma_{BE} = \frac{Y_{B^*E}}{\sigma^2 + I_{re}}$. Assim,

$$SOP = Pr\{C_S < R_s\} \quad (11)$$

$$= Pr\left\{\frac{1 + \gamma_{BU}}{1 + \gamma_{BE}} < \tau_s\right\} \quad (12)$$

Sendo $\tau_s = 2^{R_s} - 1$, o *threshold* de sigilo.

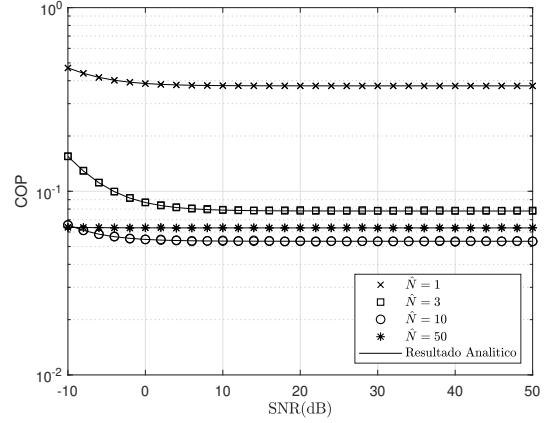


Figura 5: COP vs SNR(dB), a probabilidade de *outage* de conexão é avaliada variando o número médio de BS no cenário.

V. RESULTADOS OBTIDOS

A. Resultados referentes ao cenário I

Para o primeiro cenário, aplicamos nossas expressões analíticas em exemplos numéricos e realizamos a validação comparando com os resultados obtidos por meio de simulações de Monte Carlo. Também avaliou-se, a nível de simulação, a influência da reutilização de frequência. Para cada experimento, foram gerados canais aleatórios para cada enlace e foi encontrada a probabilidade de *outage* de conexão do sistema. Nas simulações, considera-se uma topologia de rede bidimensional, onde estão presentes BS distribuídas de acordo com o processo pontual de Poisson homogêneo (PPP) Φ de intensidade λ que varia de acordo com a simulação em um área de raio $r = 1$. Além disso, assume-se que o usuário típico está posicionado na origem (0,0). Assim é escolhido em cada experimento a BS mais próxima do usuário. Assume-se que o expoente de perda de percurso $\alpha = 4$, a taxa alvo é definida por $R = 0,1$ bits/s/Hz e as potências de transmissão são consideradas iguais.

Na Fig. 5 analisamos a probabilidade de *outage* de conexão para diferentes quantidades médias de BS. Podemos notar que o pior resultado é apresentado pelo cenário com apenas uma BS. Isso ocorre pois o U não possui escolha que maximize o desempenho da comunicação. Além disso, observa-se que $\hat{N}=10$ apresenta um desempenho melhor do que $\hat{N}=50$. Pois, em $\hat{N}=10$ temos ganho pela escolha sem sofrer tantas perdas devido a interferência. Porém para baixa SNR, o desempenho apresentado entre $\hat{N}=10$ e $\hat{N}=50$ é bem próximo. Como o esperado, podemos verificar também que os resultados analíticos e simulados são idênticos.

Foi analisado a COP vs SNR na Fig. 6. Observou-se que a utilização da técnica de reuso de frequência gera

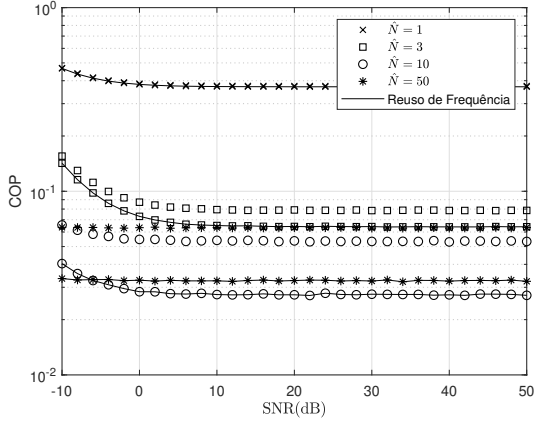


Figura 6: COP vs SNR(dB), a probabilidade de *outage* de conexão é avaliada variando o número médio de BS no cenário e considerando um fator de reuso de $\delta = 2$.

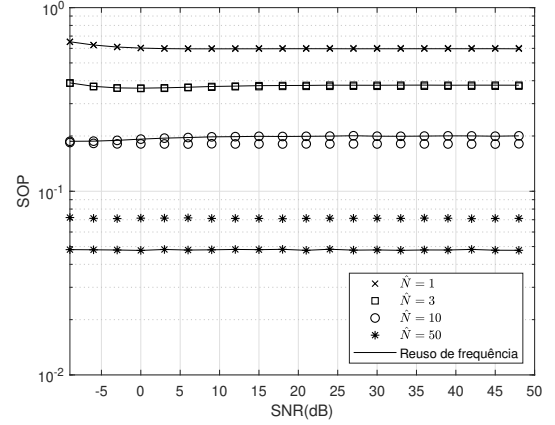


Figura 7: SOP vs SNR(dB), para um espião fixo na posição (0,0,0,5) e $\delta = 2$.

ganhos de desempenho em todos os casos, exceto para $\hat{N}=1$. Nota-se também, que para altas SNRs o resultado com reuso considerando um quantidade média de BS de $\hat{N}=3$ é idêntico ao desempenho de $\hat{N}=50$ sem reuso. Verifica-se que a partir de, aproximadamente -5dB, $\hat{N}=10$, apresenta um desempenho superior ao de $\hat{N}=50$.

B. Resultados referentes ao Cenário II

Para o Cenário II, são obtidos resultados, em nível de simulação, por meio de simulações de Monte Carlo. Para cada experimento, foram gerados canais aleatórios para cada enlace e foi encontrada a probabilidade de *outage* de sigilo do sistema. Nas simulações, considera-se uma topologia de rede bidimensional, onde estão presentes BS distribuídas de acordo com o processo pontual de Poisson homogêneo (PPP) Φ de intensidade λ que varia de acordo com a simulação em um área de raio $r = 1$. Além disso, assumesse que o usuário típico esta posicionado na origem (0,0). Assim é escolhido em cada experimento a BS mais próxima do usuário. Assume-se que o expoente de perda de percurso $\alpha = 4$, a taxa de sigilo alvo é definida por $R_s = 0.1$ bits/s/Hz e as potências de transmissão são consideradas iguais.

Na Fig. 7 foi avaliada a probabilidade de *outage* de sigilo vs SNR transmitida. Além disso, variou-se a quantidade média de BS, \hat{N} . Nota-se, que conforme aumentamos o número médio de BSs o desempenho aumenta de forma significativa. Em termos médio, existe maior número de BS que fazem com que a melhor escolha seja a mais próxima a U , portanto em média o canal é melhor conforme aumenta o número de BSs. Analisou-se também a SOP considerando a frequência de reuso com fator de reuso de $\delta = 2$, para diferentes \hat{N} . Podemos observar que para baixas quan-

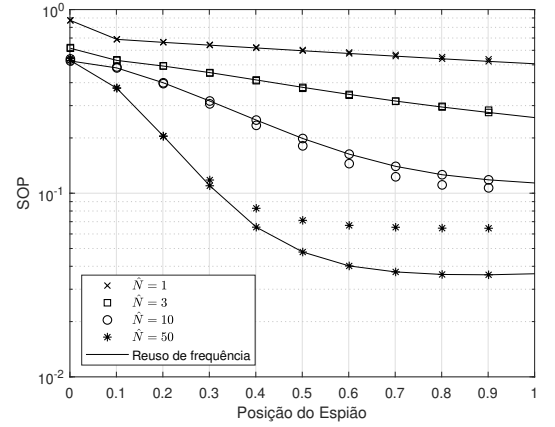


Figura 8: SOP vs posição do espião, para uma SNR de 20dB e $\delta = 2$.

tidades de \hat{N} utilizar a técnica de reuso de frequência não gera um ganho no desempenho. Por outro lado, para $\hat{N} = 50$ podemos notar um ganho de desempenho com esta técnica. Porém, para $\hat{N} = 10$ vemos que a utilização da frequência de reuso gera uma pequena perda no desempenho.

A Fig. 8 ilustra a SOP vs a posição do espião, observa-se que quando E está próximo do U o desempenho é muito baixo, independente da quantidade de BS. Isso se dá pois a B^* estará localizada muito próxima ao espião, visto que o espião encontra-se próximo do U . Porém, a medida que distanciamos o espião podemos ver que a quantidade de BS se torna mais significativa no desempenho. Nota-se que a utilização de frequência de reuso para posições próximas ao U não gera melhora no desempenho em nenhum caso. Porém, para posições maiores que 0.3, vemos que para $\hat{N} = 10$ o desempenho é pior e para

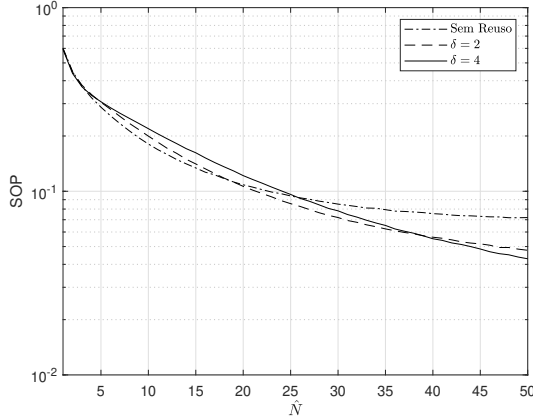


Figura 9: SOP vs \hat{N} , para uma SNR de 20dB e um espião fixo na posição (0.0,0.5).

$\hat{N} = 50$ obtém-se um ganho significativo.

Finalmente, a Fig. 9 nos apresenta o impacto da frequência de reuso no sistema. Primeiramente, como já observado, podemos notar que para baixos valores de \hat{N} a utilização de reuso de frequência na análise da SOP não gera ganhos de desempenho. Isso ocorre, pois nessa região temos menos BS do que bandas de frequências fazendo com que a utilização dessa técnica não seja interessante. Pode-se notar que entre $\hat{N} = 4$ e $\hat{N} = 17$, o melhor desempenho é apresentado pelo cenário sem reuso de frequência. Nota-se também, que até $\hat{N} = 37$ utilizar o fator de reuso de $\delta = 2$ apresenta um desempenho melhor do que quando adotamos $\delta = 4$. Por fim, notamos que para valores superiores a $\hat{N} = 37$ o melhor desempenho é apresentado por $\delta = 4$. Portanto, pode-se perceber que, assim como visto em Fig. 8 e Fig. 7, quando consideramos $\hat{N} = 10$ vemos que o cenário sem a técnica de reuso de frequência apresenta o melhor desempenho.

VI. CONCLUSÃO

Este trabalho investigou o desempenho de redes celulares com a utilização de geometria estocástica. Usando ferramentas da geometria estocástica, derivamos uma expressão de forma fechada para a probabilidade de *outage* de conexão. Realizou-se análises de cenários com reuso de frequência e na presença de espião por meio de simulações de Monte Carlo. Primeiramente, notou-se que aumentar a quantidade média de BS para $\hat{N} = 10$ gera um ganho de desempenho em termos da probabilidade de *outage* de conexão porém se aumentarmos para $\hat{N} = 50$ vemos um aumento na probabilidade de *outage* de conexão. Por outro lado, vemos um ganho de desempenho de sigilo quando aumentamos a quantidade média de BS

no sistema. Verificou-se que a utilização da técnica de reuso de frequência não gera ganho de desempenho de sigilo em todos os casos. Além disso, observou-se que a existência de uma interferência limitada no sistema, apesar de prejudicar o canal principal, gera um ganho do desempenho de sigilo, pois prejudica o canal do espião. Porém, se aumentamos demasiadamente a interferência vemos uma degradação do canal principal, ou seja, um aumento na probabilidade de *outage* de conexão, sem apresentar ganhos significativos de desempenho na análise do sigilo.

Um importante desafio futuro, visando complementar o presente projeto, é acrescentar espiões ao sistema distribuídos de forma aleatória. Uma extensão essencial é encontrar novas abordagens para análise de redes heterogêneas.

APÊNDICE A

PROVA DO TEOREMA 1

A. Distância da estação base mais próxima

A distância r representa a separação do usuário típico até a sua estação base alvo. Como cada usuário se comunica com a estação base mais próxima, nenhuma outra estação base pode estar mais próxima que r . Em outras palavras, todas as estações base interferentes devem estar mais longe que r . Assim, a função de densidade de probabilidade (pdf) de r pode ser derivada usando o simples fato de que a probabilidade de uma BS é nula.

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[R > r] &= \mathbb{P}[\text{BS estar mais próxima do que } r] \\ &= e^{-\lambda\pi r^2} \end{aligned} \quad (13)$$

Assim, como $\mathbb{P}[R \leq r] = 1 - e^{-\lambda\pi r^2}$.

$$f_R(r) = \frac{dF_R(r)}{dr} \quad (14)$$

$$= e^{-\lambda\pi r^2} 2\pi\lambda r \quad (15)$$

B. Equação para γ_{BU}

Sabe-se que a CDF de γ_{BU} pode ser reescrita como:

$$F_{\gamma_{BU}}(\tau) = \mathbb{P}(\gamma_{BU} < \tau | r) \quad (16)$$

$$= \int_0^\infty \mathbb{P}\left(\frac{X_{BS^*U}}{\sigma^2 + I_{ru}} < \tau | r\right) f_R(r) dr \quad (17)$$

Pela Equação 14 tem-se que:

$$= \int_0^\infty \mathbb{P}\left(\frac{X_{BS^*U}}{\sigma^2 + I_{ru}} < \tau | r\right) e^{-\lambda\pi r^2} 2\pi\lambda r dr \quad (18)$$

reescrevendo temos que:

$$= \int_0^\infty \mathbb{P}\left(\frac{g_{BS^*U} r^{-\alpha}}{\sigma^2 + I_{ru}} < \tau | r\right) e^{-\lambda\pi r^2} 2\pi\lambda r dr \quad (19)$$

$$= \int_0^\infty \mathbb{P}(g_{BS^*U} < \tau r^\alpha (\sigma^2 + I_{ru}) | r) e^{-\lambda \pi r^2} 2\pi \lambda r dr \quad (20)$$

Usando o fato que $g \sim \exp(\mu)$ pode ser expressa por:

$$\mathbb{P}(g_{BS^*U} < \tau r^\alpha (\sigma^2 + I_{ru}) | r) \quad (21)$$

$$= \mathbb{E}_{I_{ru}} [\mathbb{P}(g_{BS^*U} < \tau r^\alpha (\sigma^2 + I_{ru}) | r, I_{ru})] \quad (22)$$

$$= \mathbb{E}_{I_{ru}} [\exp(-\mu \tau r^\alpha (\sigma^2 + I_{ru})) | r] \quad (23)$$

$$= e^{-\mu \tau r^\alpha \sigma^2} \mathcal{L}_{I_{ru}}(\mu \tau r^\alpha) \quad (24)$$

onde $\mathcal{L}_{I_{ru}}(s)$ é a transformada de Laplace da variável aleatória I_{ru} avaliada em s condicionada à distância da BS mais próxima da origem. Assim, substituindo na Equação 20 temos que:

$$F_{\gamma_{BU}}(\tau) = \int_0^\infty e^{-\mu \tau r^\alpha \sigma^2} \mathcal{L}_{I_{ru}}(\mu \tau r^\alpha) e^{-\lambda \pi r^2} 2\pi \lambda r dr \quad (25)$$

Definindo r_{ku} como a distância da k -ésima estação base interferente até o receptor marcado e h_{ku} como o coeficiente do canal de interferência de distribuição arbitrária, mas idêntica, para todos os k , usando a definição da transformação de Laplace

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{ru}}(s) &= \mathbb{E}_{I_{ru}} [e^{-s I_{ru}}] \\ &= \mathbb{E}_{\Phi, g_{kU}} \left[\exp \left(-s \sum_{k \in \Phi \setminus \{BS^*\}} g_{kU} r_{kU}^{-\alpha} \right) \right] \\ &= \mathbb{E}_{\Phi, g_{kU}} \left[\prod_{K \in \Phi \setminus \{BS^*\}} \exp(s g_{kU} r_{kU}^{-\alpha}) \right] \\ &= \mathbb{E}_{\Phi} \left[\prod_{K \in \Phi \setminus \{BS^*\}} \mathbb{E}_g [\exp(s g_{kU} r_{kU}^{-\alpha})] \right] \\ &= \exp \left(-2\pi \lambda \int_r^\infty (1 - \mathbb{E}_g [\exp(s g_{kU} v^{-\alpha})]) v dv \right) \end{aligned} \quad (26)$$

A última expressão segue a partir da *probability generating functional (PGFL)* [20] da PPP, que afirma que para algumas funções $f(x)$ que $\mathbb{E}[\prod_{x \in \Phi} f(x)] = \exp(-\lambda \int_{\mathbb{R}^2} (1 - f(x)) dx)$. Os limites de integração vão de r a ∞ , pois o interferente mais próxima está pelo menos à distância r . Seja $f(g_{kU})$ o PDF de g_{kU} . Assumimos que $s = \mu \tau r^\alpha$ e ao rearranjar a ordem de integração obtemos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{ru}}(\mu \tau r^\alpha) \\ = \exp \left(-2\pi \lambda \int_0^\infty \rho(g_{kU}) f(g_{kU}) dg_{kU} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

sendo,

$$\rho(g_{kU}) = \left(\int_r^\infty (1 - e^{\mu \tau r^\alpha v^{-\alpha} g_{kU}}) v dv \right) \quad (28)$$

Assim, resolvendo a integral temos que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{ru}}(\mu \tau r^\alpha) &= \exp(\pi \lambda r^2 - \frac{2\pi \lambda (\mu \tau)^\frac{2}{\alpha} r^2}{\alpha} \int_0^\infty \\ &g_{kU}^\frac{2}{\alpha} [\Gamma(-2/\alpha, \mu \tau g_{kU}) - \Gamma(-2/\alpha)] f(g_{kU}) dg_{kU} \end{aligned} \quad (29)$$

Assim, com a Equação 25 e usando a substituição $r^2 = v$, temos que:

$$F_{\gamma_{BU}}(\tau) = \pi \lambda \int_0^\infty e^{-\pi \lambda v \beta(\tau, \alpha) - \mu \tau \sigma^2 v^\frac{\alpha}{2}} dv \quad (30)$$

onde

$$\begin{aligned} \beta(\tau, \alpha) &= \frac{2(\mu \tau)^\frac{2}{\alpha}}{\alpha} \\ &\mathbb{E}[g_{kU}^\frac{2}{\alpha} (\Gamma(-2/\alpha, \mu \tau g_{kU}) - \Gamma(-2/\alpha))] \end{aligned} \quad (31)$$

sabendo que $\Gamma(b, x) = \int_x^\infty t^{b-1} e^{-t} dt$ representa a função gamma incompleta e $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ representa a função gamma padrão.

REFERÊNCIAS

- [1] N. H. Mahmood, H. Alves, O. A. López, M. Shehab, D. P. M. Osorio, and M. Latva-Aho, "Six key features of machine type communication in 6g," in *2020 2nd 6G Wireless Summit (6G SUMMIT)*, 2020, pp. 1–5.
- [2] S. Chen and J. Zhao, "The requirements, challenges, and technologies for 5g of terrestrial mobile telecommunication," *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 5, pp. 36–43, 2014.
- [3] M. Jo, T. Maksymyuk, R. L. Batista, T. F. Maciel, A. L. F. de Almeida, and M. Klymash, "A survey of converging solutions for heterogeneous mobile networks," *IEEE Wireless Communications*, vol. 21, no. 6, pp. 54–62, 2014.
- [4] Z. Gao, L. Dai, D. Mi, Z. Wang, M. A. Imran, and M. Z. Shkir, "Mmwave massive-mimo-based wireless backhaul for the 5g ultra-dense network," *IEEE Wireless Communications*, vol. 22, no. 5, pp. 13–21, 2015.
- [5] M. Z. Win, P. C. Pinto, and L. A. Shepp, "A mathematical theory of network interference and its applications," *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no. 2, pp. 205–230, 2009.
- [6] H. ElSawy, E. Hossain, and M. Haenggi, "Stochastic geometry for modeling, analysis, and design of multi-tier and cognitive cellular wireless networks: A survey," *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 15, no. 3, pp. 996–1019, 2013.
- [7] M. Haenggi, J. G. Andrews, F. Baccelli, O. Dousse, and M. Franceschetti, "Stochastic geometry and random graphs for the analysis and design of wireless networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 27, no. 7, pp. 1029–1046, 2009.
- [8] C. Wang, C. Yang, L. Liu, P. Wang, and H. Liu, "Stochastic geometry interference model for 5g heterogeneous network," in *2016 17th International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies (PDCAT)*, 2016, pp. 286–289.
- [9] J. Silvester and L. Kleinrock, "On the capacity of multihop slotted aloha networks with regular structure," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 31, no. 8, pp. 974–982, 1983.
- [10] R. Nelson and L. Kleinrock, "The spatial capacity of a slotted aloha multihop packet radio network with capture," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 32, no. 6, pp. 684–694, 1984.
- [11] H. Takagi and L. Kleinrock, "Optimal transmission ranges for randomly distributed packet radio terminals," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 32, no. 3, pp. 246–257, 1984.

- [12] F. J. Martin-Vega, M. Di Renzo, M. C. Aguayo-Torres, G. Gomez, and T. Q. Duong, "Stochastic geometry modeling and analysis of backhaul-constrained hyper-dense heterogeneous cellular networks," in *2015 17th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, 2015, pp. 1–4.
- [13] H. Sun, M. Wildemeersch, M. Sheng, and T. Q. S. Quek, "D2d enhanced heterogeneous cellular networks with dynamic tdd," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 14, no. 8, pp. 4204–4218, 2015.
- [14] A. H. Sakr and E. Hossain, "Cognitive and energy harvesting-based d2d communication in cellular networks: Stochastic geometry modeling and analysis," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 63, no. 5, pp. 1867–1880, 2015.
- [15] C. Wang, C. Yang, L. Liu, P. Wang, and H. Liu, "Stochastic geometry interference model for 5g heterogeneous network," in *2016 17th International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies (PDCAT)*, 2016, pp. 286–289.
- [16] M. A. Kishk and H. S. Dhillon, "Stochastic geometry-based comparison of secrecy enhancement techniques in d2d networks," *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 6, no. 3, pp. 394–397, 2017.
- [17] Y. Deng, L. Wang, M. ElKashlan, A. Nallanathan, and R. K. Mallik, "Physical layer security in three-tier wireless sensor networks: A stochastic geometry approach," *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, vol. 11, no. 6, pp. 1128–1138, 2016.
- [18] Z. Zhong, J. Peng, W. Luo, and K. Huang, "A tractable approach to analyzing the physical-layer security in k-tier heterogeneous cellular networks," *China Communications*, vol. 12, no. Supplement, pp. 166–173, 2015.
- [19] J. G. Andrews, F. Baccelli, and R. K. Ganti, "A tractable approach to coverage and rate in cellular networks," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 59, no. 11, pp. 3122–3134, November 2011.
- [20] W. K. D. Stoyan and J. Mecke, *Stochastic Geometry and Its Applications*, 2nd ed. John Wiley and Sons, 1996.