

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *EM ENGENHARIA CIVIL*

**INFLUÊNCIA DOS MODELOS IDEALIZADOS DE LIGAÇÕES NO
DIMENSIONAMENTO DE TRELIÇAS PLANAS DE MADEIRA**

Iuri Fazolin Fraga

São Carlos
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *EM ENGENHARIA CIVIL*

**INFLUÊNCIA DOS MODELOS IDEALIZADOS DE LIGAÇÕES NO
DIMENSIONAMENTO DE TRELIÇAS PLANAS DE MADEIRA**

Iuri Fazolin Fraga

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Área de Concentração: Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. André Luis Christoforo

São Carlos
2020



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Iuri Fazolin Fraga, realizada em 15/10/2020.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Andre Luis Christoforo (UFSCar)

Prof. Dr. Francisco Antonio Rocco Lahr (USP)

Prof. Dr. Sérgio Augusto Mello da Silva (UNESP)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao Soberano Deus, por conduzir cada passo de minha vida, sempre me surpreendendo com dádivas que jamais imaginaria receber. Obrigado, meu Deus, por me aconselhar, por se fazer presente, pelo dom da vida e pela mente sã durante a realização deste trabalho, o qual dedico inteiramente a Ti. Ao Senhor, toda honra, toda glória e todo louvor.

Aos meus pais, Maurício de Almeida Fraga e Naudinéa Fazolin Fraga; minha irmã, Ingrid Fraga Jordani e meu cunhado, Mateus Jordani, por todo apoio, exemplo, aconselhamento e crença, nunca medindo esforços no decorrer de minha caminhada estudantil. Minha gratidão aos senhores transcende este trabalho.

À minha namorada, Alana Moriah, que se fez presente tanto em momentos de bonança, quanto de forte tribulação; me aconselhando, trazendo alento e força para continuar. A você, minha eterna gratidão.

Ao meu orientador, Prof. Dr. André Luis Christoforo, pelo acolhimento, paciência, companheirismo e incontáveis palavras de motivação a mim proferidas. Muito obrigado por todos os esforços a mim prestados na concretização deste trabalho, provando não apenas ser um grande Professor, como um incrível ser humano. Sou grato a Deus por nossa amizade e parceria.

Ao Prof. Dr. Francisco Antonio Rocco Lahr e ao Prof. Dr. Sérgio Augusto Mello da Silva, por contribuírem de forma tão significativa na qualidade deste trabalho. Agradeço pela disponibilidade de participação nas bancas e por dividirem tamanha experiência em cada encontro. Que Deus os abençoe ricamente.

Aos meus amigos, Diego Gama, Igor Pacchioni, Josué Júnior, Matheus Fernandes, Riterson Nunes e Rogério Chaves, pela parceria durante essa jornada. Incontáveis auxílios de vossa parte foram a mim concedidos. Louvo a Deus pela vida de cada um, vibrando ativamente com o vosso sucesso. Que nossa amizade e parceria se eternizem.

Ao Centro Universitário Adventista de São Paulo (UNASP), por me propiciar excelente educação, fornecendo todos os subsídios teóricos e sobretudo éticos, indispensáveis na consumação deste trabalho.

A todas as pessoas que de forma direta ou indireta me auxiliaram ao longo dessa caminhada, seja com orações, com acolhimento, estadia etc. A todos vocês, minha eterna gratidão.

Por fim, agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGECiv) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), pela oportunidade de cursar a pós-graduação.

RESUMO

FRAGA, I. F. **Influência dos modelos idealizados de ligações no dimensionamento de treliças planas de madeira.** 2020. 90p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

Ao longo da história da humanidade, a madeira tem sido utilizada de inúmeras formas na construção civil, demonstrando vantagens consideráveis. Dentre tais, sustentabilidade e excelentes propriedades mecânicas fazem dela um material muito empregado em edificações ao redor do mundo, sobretudo em países do Hemisfério Norte. Entretanto, no Brasil, pouco de sua diversidade florestal é explorada racionalmente em sistemas estruturais, resultado de preconceitos inerentes ao material. A despeito de sua reduzida difusão no país, contudo, observa-se uma ampla utilização de madeiras nativas em telhados de edificações residenciais; comerciais e rurais. A tenacidade e a elevada relação resistência/densidade fazem da madeira um excelente material a ser empregado de forma potencializada em estruturas de cobertura. Por isso, até a atualidade são encontradas estruturas históricas construídas durante o século XX, atualmente sendo gradativamente recuperadas. Ademais, o Brasil vem passando por um processo de transição da construção em madeira, migrando do processo artesanal para o processo de pré-fabricação. É diante dos contextos citados que esta pesquisa se insere, contribuindo na promoção de iniciativas que propiciarão o uso mais racional e técnico da madeira em soluções estruturais. Uma das problemáticas que envolvem o projeto de estruturas de cobertura é aquela referente aos modelos idealizados de análise. Na concepção estrutural, engenheiros projetistas costumam adotar o modelo clássico de treliça, cujas ligações são tidas como perfeitamente rotuladas. Todavia, em modelagens onde se admitem ligações perfeitamente rígidas (modelo pórtico), ou mesmo barras diagonais-montantes conectadas a banzos contínuos (modelo pórtico-treliça), diferenças significativas podem ser observadas no dimensionamento dos perfis. Sendo assim, primando a verificação de tais influências, este trabalho propõe uma ferramenta computacional embasada no método dos elementos finitos (MEF) e nas rotinas de dimensionamento prescritas pelo novo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020). Nos estudos bibliográficos realizados, verificou-se uma escassez de ferramentas computacionais voltadas para a análise de estruturas de cobertura em situações de projeto, sobretudo com enfoque no dimensionamento. Dessa forma, o *software*, intitulado *iTruss*, conta com um processamento elástico-linear, cuja confiabilidade se deu de forma notória ao ser aferido com o *software* SAP2000®. Mediante fixação da espessura (b), o critério de dimensionamento utilizado foi o de altura mínima dos perfis (h), via código de repetição com passo de 0,10 cm. Após simulação de seis modelos idealizados de uma treliça pré-fabricada, tipo *Howe*, com 12 metros de vão, os resultados evidenciaram que os perfis realmente sofrem consideráveis mudanças em função do modelo empregado. As divergências percentuais atingiram valores superiores a 40%, tendo como referencial o modelo clássico de treliça comumente admitido no projeto de estruturas de cobertura.

Palavras-chave: Estruturas de madeira; Treliças planas; Método dos elementos finitos; Dimensionamento.

ABSTRACT

FRAGA, I. F. **Idealized joints models influence on the design of plane timber trusses.** 2020. 90p. Dissertation (Master on Civil Engineering) – Federal University of São Carlos, São Carlos, 2020.

Throughout human history, wood has been used in numerous ways in civil construction, showing considerable advantages. Among these, sustainability and excellent mechanical properties make it a material widely used in buildings around the world, especially in countries in the Northern Hemisphere. However, in Brazil, little of its forest diversity is rationally explored in structural systems, the result of prejudices inherent to the material. Despite its reduced diffusion in the country, however, there is a widespread use of native wood on roofs of residential buildings; commercial and rural areas. The toughness and the high strength/density ratio make wood an excellent material to be used in a potentiated way in roofing structures. That is why, until today, historical structures built in the 20th century are found, currently being gradually recovered. In addition, Brazil has been going through a process of transition from timbered construction, migrating from the artisanal process to the prefabrication process. It is in these contexts that this research is inserted, contributing to the promotion of initiatives that will favor the more rational and technical use of timber in structural solutions. One of the problems that involve the design of roofing structures is related to the idealized models of analysis. In the structural design, engineers usually adopt the classic truss model, whose joints are considered to be perfectly flexible. However, in models where perfectly rigid joints are allowed (frame model), or even diagonal and vertical bars connected to continuous chords (frame-truss model), significant differences can be observed in the dimensions of the sections. Thus, prioritizing the verification of such influences, this work proposes a computational tool based on the finite element method (FEM) and in the design routines prescribed by the new draft standard of ABNT NBR 7190 (2020). In the bibliographic studies carried out, there was a scarcity of computational tools aimed at the analysis of roof structures in situations well below the ultimate strength limit, especially with a focus on design. In this way, the software, called iTruss, has elastic-linear processing, whose reliability was notorious when measured with the SAP2000® software. By setting the thickness (b), the design criterion used was the minimum height of the pieces (h) through a repetition code with a 0.10 cm step. After simulating six idealized models of a prefabricated truss, Howe type, with 12 meters span, the results showed that the sections really undergo considerable changes depending on the model adopted. The percentage divergences reached values above 40%, having as reference the classic truss model commonly accepted in the design of roof structures.

Keywords: Timber structures; Plane trusses; Finite element method; Design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Madeira roliça tratada utilizada em treliças planas de galpões rurais	12
Figura 1.2 – Treliça plana de madeira com 30 metros de vão livre	12
Figura 1.3 – Treliça plana de madeira serrada com barras ligadas entre si por intermédio de chapas de dentes estampados (CDE).....	14
Figura 2.1 – Ligação CDE e modelo mecânico correspondente.....	21
Figura 2.2 – Rigidez rotacional e deflexão inicial fora do plano da diagonal comprimida	21
Figura 2.3 – Ligação alternativa projetada e desenvolvida por Barbari <i>et al.</i> (2014)	22
Figura 2.4 – Geometria da treliça analisada por Milch <i>et al.</i> (2016).....	23
Figura 2.5 – Detalhes das ligações banzo-diagonais das treliças ensaiadas e analisadas por Komatsu <i>et al.</i> (2018).....	24
Figura 2.6 – Estrutura de telhado inclinado com treliças planas de madeira e sistema de contraventamento semirrígido de madeira	25
Figura 2.7 – Exemplo de uma treliça com cargas localizadas fora dos nós.....	26
Figura 2.8 – Geometria da treliça plana analisada por Christoforo <i>et al.</i> (2011).....	29
Figura 2.9 – Modelos de ligações analisados por Vallée <i>et al.</i> (2011).....	29
Figura 2.10 – Peças de madeira e chapas coladas.....	30
Figura 2.11 – Protótipos ensaiados por Moya e Tenorio (2017).....	31
Figura 2.12 – Montagem e geometria do protótipo ensaiado por Sagara <i>et al.</i> (2017)	32
Figura 2.13 – Modelo de treliça Pratt, disposição dos elementos e ligações.....	33
Figura 2.14 – Condições de contorno do protótipo ensaiado por Tenorio <i>et al.</i> (2018).....	33
Figura 2.15 – Geometria das cavilhas ensaiadas por Frontini <i>et al.</i> (2018).....	34
Figura 2.16 – Disposição das ligações ensaiadas por Rivera-Tenorio e Moya (2019).....	34
Figura 3.1 – Áreas de influência em treliças planas (projeção horizontal).....	38
Figura 3.2 – Malha discretizada	39
Figura 3.3 – Elementos finitos em estruturas reticuladas planas.....	40
Figura 3.4 – Elemento de barra solicitada axialmente.....	41
Figura 3.5 – Elemento de viga solicitada à flexão simples	43
Figura 3.6 – Elemento de pórtico solicitado à flexão composta.....	46
Figura 3.7 – Sistema de coordenadas de um elemento de pórtico.....	49
Figura 3.8 – Terça de cobertura solicitada à flexão oblíqua	56
Figura 4.1 – Fluxograma da pesquisa e de simulações no <i>software iTruss</i>	61
Figura 4.2 – Arranjo de telhas e distância máxima entre terças (cotas em centímetros).....	62
Figura 4.3 – Configuração e comprimento das barras (cotas em centímetros).....	62
Figura 4.4 – Nós, barras e grupos.....	62
Figura 4.5 – Áreas de influência	63
Figura 4.6 – Sobreposição das ações permanentes nos nós da treliça (peso próprio não incluso)	64
Figura 4.7 – Carga acidental de construção (pessoas)	65
Figura 4.8 – Planta baixa, corte transversal e esquema de aberturas na edificação (cotas e dimensões em metros).....	66
Figura 4.9 – Coeficientes de forma externos (C_e) das paredes e do telhado.....	68
Figura 4.10 – Fluxograma da estimativa dos coeficientes de forma internos (C_i).....	68
Figura 4.11 – Combinações entre os coeficientes de forma externos (C_e) e internos (C_i) no telhado do edifício	69
Figura 4.12 – Forças devidas ao vento no telhado da edificação.....	69
Figura 4.13 – Sobreposição da carga acidental de vento nos nós da treliça	69
Figura 4.14 – Esquemas estáticos dos modelos de análise estrutural	72
Figura 4.15 – Sobreposição atualizada das ações permanentes nos nós da treliça (peso das terças incluso).....	74
Figura 4.16 – Rotina do critério de altura mínima do perfil (h).....	74
Figura 4.17 – Sobreposição da ação devida ao peso próprio somente para o caso de validação.....	75

Figura 5.1 – Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise (dimensões em centímetros).....	78
Figura 5.2 – Solução alternativa para a redução do comprimento de flambagem (L_0) das diagonais 19 e 20.....	79
Figura 5.3 – Perfis dos banzos dimensionados considerando $L_0 = L$ para os modelos V e VI (dimensões em centímetros).....	81
Figura 5.4 – Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise, desconsiderando-se a redução de 25% no vento de sucção (dimensões em centímetros).....	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Grandes estruturas treliçadas de cobertura em madeira construídas no Brasil durante o século XX.....	13
Tabela 2.1 – Resumo dos principais estudos referentes à análise de treliças planas de madeira pelo método dos elementos finitos (MEF).....	19
Tabela 2.2 – Resumo dos principais estudos referentes ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira	27
Tabela 3.1 – Cálculo da esbeltez relativa (λ_{rel}).....	59
Tabela 3.2 – Rotina de verificação da estabilidade de peças comprimidas e flexocomprimidas	59
Tabela 3.3 – Valores limites de deslocamentos para elementos correntes fletidos	60
Tabela 4.1 – Áreas de influência das terças/nós do banzo superior (plano inclinado).....	63
Tabela 4.2 – Estimativa das ações permanentes.....	64
Tabela 4.3 – Carregamento acidental por unidade de área	65
Tabela 4.4 – Parâmetros para o cálculo da pressão dinâmica do vento (q)	66
Tabela 4.5 – Comparativo entre os modelos de análise.....	71
Tabela 4.6 – Valores de resistência (f) e rigidez (E) para classe D40 (condição-padrão de referência).....	73
Tabela 5.1 – Aferição das barras 4 e 12 com o <i>software</i> SAP2000®.....	76
Tabela 5.2 – Esforços solicitantes de cálculo das barras críticas.....	77
Tabela 5.3 – Deslocamentos máximos instantâneos e efetivos da treliça	78
Tabela 5.4 - Códigos associados às verificações mínimas impostas pela ABNT NBR 7190 (2020)	80
Tabela 5.5 – Diferença entre áreas dos perfis que compõem os banzos (modelo I como parâmetro de comparação)	82
Tabela 5.6 – Diferença entre áreas dos perfis que compõem os banzos, desconsiderando-se a redução de 25% no vento de sucção	83

1. INTRODUÇÃO.....	11
1.1 OBJETIVOS.....	15
1.2 JUSTIFICATIVA.....	16
1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	18
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1 ANÁLISE DE TRELIÇAS PLANAS DE MADEIRA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	19
2.2 ESTUDO DO COMPORTAMENTO E RIGIDEZ DE LIGAÇÕES EM ESTRUTURAS DE MADEIRA.....	27
2.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	35
3. ASPECTOS FUNDAMENTAIS.....	37
3.1 PREMISSAS PARA O PROJETO DE ESTRUTURAS DE COBERTURA.....	37
3.2 AÇÕES E CARREGAMENTOS NAS ESTRUTURAS DE COBERTURA.....	37
3.3 ANÁLISE ESTRUTURAL – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	39
3.3.1 Sistematização do MEF para elementos de barras.....	41
3.3.2 Sistematização do MEF para elementos de vigas.....	43
3.3.3 Sobreposição de efeitos – elemento de pórtico.....	46
3.3.4 Análise matricial de estruturas reticuladas planas.....	47
3.3.4.1 Matriz de transformação das coordenadas.....	48
3.3.4.2 Matriz de rigidez global da estrutura.....	50
3.3.4.3 Condições de contorno.....	51
3.3.4.4 Solução do sistema.....	52
3.4 ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE CÁLCULO.....	52
3.4.1 Combinações de ações para estados limites últimos (ELU).....	52
3.4.2 Combinações de ações para estados limites de serviço (ELS).....	54
3.5 DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO.....	55
3.5.1 Verificação dos estados limites últimos (ELU).....	55
3.5.1.1 Verificação à flexão oblíqua (terças de cobertura).....	56
3.5.1.2 Verificação dos esforços axiais (modelo estrutural treliça).....	57
3.5.1.3 Verificação à flexão composta (modelo estrutural pórtico).....	58
3.5.1.4 Estabilidade de peças comprimidas ou flexocomprimidas.....	58
3.5.2 Verificação dos estados limites de serviço (ELS).....	60
4. MATERIAL E MÉTODOS.....	61
4.1 GEOMETRIA E CONFIGURAÇÃO DAS BARRAS.....	61
4.2 AÇÕES E CARREGAMENTOS.....	63
4.2.1 Ações permanentes.....	63
4.2.2 Ações variáveis.....	64
4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO E MODELOS IDEALIZADOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL.....	70
4.4 PERFIS E DIMENSIONAMENTO.....	73
4.5 METODOLOGIA DE VALIDAÇÃO DO RESULTADOS.....	75
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	76
5.1 VALIDAÇÃO DO RESULTADOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL.....	76

5.2	RESULTADOS DE ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE CÁLCULO	77
5.3	INFLUÊNCIA DOS MODELOS IDEALIZADOS DE LIGAÇÕES	78
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86

1. INTRODUÇÃO

A madeira é um dos materiais mais antigos utilizados pelo homem na construção civil, demonstrando um importante papel ao longo do tempo. De forma geral, se caracteriza por ser um material sustentável que desafia o mercado mundial com inovações e confiabilidade técnica, permitindo que seus usuários desfrutem de segurança, funcionalidade e beleza.

Considerando-se os aspectos referentes à sustentabilidade, a madeira é um material renovável, cuja produção demanda menos energia que a do cimento, aço e alumínio. Seu processamento gera resíduos que podem ser aproveitados de forma secundária em outros setores da indústria. Ademais, é ecologicamente viável, uma vez que sequestra o gás carbônico da atmosfera, convertendo-o em celulose e oxigênio puro.

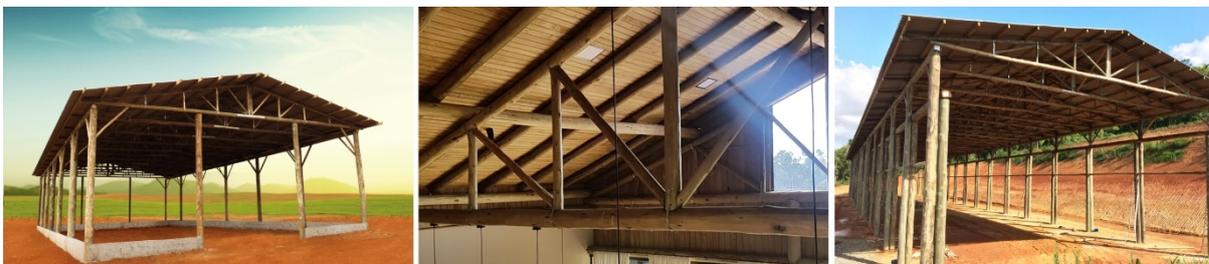
Em virtude de suas excelentes propriedades mecânicas, do ponto de vista estrutural, a madeira é um material que compete com o concreto e com o aço. Ramage *et al.* (2017) apontam que sua principal vantagem em relação a estes materiais é sua elevada relação entre resistência mecânica e densidade. Na tração, apresenta valores de resistência/densidade cerca de três vezes maior que a do aço. Já na compressão, pode atingir quocientes até dez vezes maior, quando comparada ao concreto armado (CALIL JUNIOR; DIAS, 1997).

Devido às suas excelentes qualidades, propiciando vantagens do ponto de vista estrutural e estético, verifica-se que a madeira é amplamente utilizada em países do Hemisfério Norte. São nas residências unifamiliares que sua aplicação é mais notória, uma vez que representa uma solução prática e econômica (DE ARAUJO *et al.*, 2016). Nos EUA, aproximadamente 80 milhões de residências unifamiliares foram construídas utilizando o sistema *wood frame* (KIRKHAM *et al.*, 2013). Já no Reino Unido, mais de 40% das casas populares foram construídas utilizando madeira como elemento estrutural, sendo 83% na Escócia, 23% na Inglaterra e 17% na Irlanda do Norte (EGAN CONSULTING, 2017).

Entretanto, o cenário da construção civil no Brasil é distinto daqueles países. A despeito de sua expressiva diversidade florestal, estimada por Ter Steege *et al.* (2020) em mais de 15.000 espécies de árvores somente na Amazônia, evidencia-se pouco aproveitamento desta potencialidade em sistemas estruturais. Tal circunstância é decorrente de preconceitos inerentes ao material, advindos da má utilização e da insuficiente divulgação das informações tecnológicas já disponíveis, desencadeando problemas de durabilidade nas estruturas (CALIL JUNIOR *et al.*, 2019).

Apesar de sua pouca difusão no país, quando comparada ao concreto e ao aço, contudo, observa-se uma intensa aplicação em coberturas de edificações residenciais; comerciais; industriais e rurais, na forma de sistemas treliçados planos. Na Figura 1.1 são ilustrados alguns exemplos do uso da madeira roliça tratada em edificações rurais.

Figura 1.1 – Madeira roliça tratada utilizada em treliças planas de galpões rurais



Fonte: Ecotrat (2018) ¹

Nas estruturas de cobertura, sabe-se que o vento representa uma parcela considerável, se não a maior das ações que provocam solicitações nos elementos. Todavia, alguns estudiosos, como Christoforo *et al.* (2020), demonstraram que a madeira é um material tenaz, isto é, possui a capacidade de resistir solicitações de maior magnitude quando aplicadas em um curto espaço de tempo. Portanto, a tenacidade e a relação resistência/densidade são características que reforçam suas potencialidades para o uso em estruturas de cobertura. Dessa forma, é possível projetar geometrias mais robustas, com vãos maiores, não se restringindo apenas a telhados de edificações residenciais. Na Figura 1.2 ilustra-se um exemplo de treliça plana, projetada com o uso potencializado da madeira.

Figura 1.2 – Treliça plana de madeira com 30 metros de vão livre



Fonte: Carpinteria (2010) ²

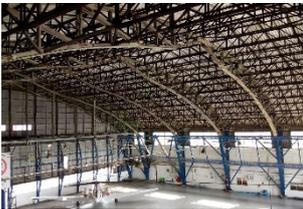
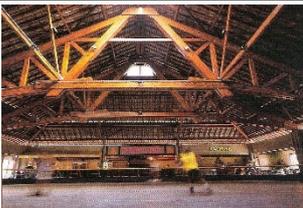
Diante do exposto, insta mencionar a existência de um número elevado de estruturas de cobertura em madeira no Brasil, sobretudo com vãos consideráveis. Algumas delas foram concebidas e construídas ao longo do século XX, se achando edificadas até a atualidade. Na

¹ Ecotrat – Madeiras tratadas (2018). Disponível em: <<https://www.facebook.com/media/set/?vanity=ecotratmadeiras&set=a.1490547957855761>>. Acesso em: 01/10/2020.

² Carpinteria – Madeira inteligente (2010). Disponível em: <<http://estruturasmadeira.blogspot.com/2010/06/tesoura-em-madeira-com-30m-de-vao-livre.html>>. Acesso em: 01/10/2020.

Tabela 1.1 são apresentados alguns dos edifícios que as comportam, destacando-se as características de seus respectivos sistemas estruturais.

Tabela 1.1 – Grandes estruturas treliçadas de cobertura em madeira construídas no Brasil durante o século XX

Edifício	Local	Ano	Projeto estrutural	Características do sistema estrutural
 (a) Ginásio do Pacaembu	São Paulo (SP)	1940	Empresa Hauff – Eng ^o Erwin Hauff	Sistema treliçado tipo Hauff com 40 metros de vão livre
 (b) Hangar – Aeroporto de Congonhas	São Paulo (SP)	1949?	Empresa Hauff – Eng ^o Erwin Hauff	Estrutura de telhado constituída de pórticos treliçados de madeira com 45 metros de vão livre
 (c) Ginásio Municipal de Esportes "Dr. Gualberto Moreira"	Sorocaba (SP)	1950	Sociedade Tekno – Eng ^o Enio Perilo	Sistema treliçado de estruturas de madeira em "contra-placa" com 59 metros de vão livre
 (d) Pista de patinação do Shopping Riviera	Bertioga (SP)	1980?	Callia & Callia/Laminarco – Eng ^o Edmundo Callia e Eng ^o Vinício Callia	Sistema de tesouras invertidas com 25 metros de vão livre

Fonte: (a) Dias (2020) ³ (b) Callia (2018) ⁴ (c) Dias (2020) ⁵ (d) Callia (2018) ⁶

Atualmente, muitas destas estruturas vêm sendo gradativamente recuperadas, dada a conveniência deste procedimento quando comparado com a eventual substituição de todo o

³ DIAS, A. (2020). **A história das estruturas de madeira no Brasil**. Disponível em: <<https://carpinteria.com.br/2020/08/02/a-historia-das-estruturas-de-madeira-no-brasil/>>. Acesso em: 01/10/2020.

⁴ Callia Estruturas de Madeira (2018). Disponível em: <<https://www.facebook.com/calliamadeiras/photos/a.554235881605132/741743716187680/?type=3&theater>>. Acesso em: 01/10/2020.

⁵ DIAS, A. (2020). **A história das estruturas de madeira no Brasil**. Disponível em: <<https://carpinteria.com.br/2020/08/02/a-historia-das-estruturas-de-madeira-no-brasil/>>. Acesso em: 01/10/2020.

⁶ Callia Estruturas de Madeira (2018). Disponível em: <<https://www.facebook.com/calliamadeiras/photos/a.554235881605132/709409376087781/?type=3&theater>>. Acesso em: out. 01/10/2020.

conjunto estrutural de cobertura. Cóias (2011) denota que o restauro de estruturas existentes visando a reutilização do edifício é uma das principais tendências no quesito global de sustentabilidade. Com essa atitude, torna-se possível a redução da geração de resíduos e do consumo de materiais que resultariam do processo de construção de um novo edifício em substituição ao antigo existente (BRITO *et al.*, 2016).

Paralelamente ao contexto de recuperação das estruturas históricas, nota-se que o Brasil vem passando por uma fase de transição na construção das estruturas de madeira, sendo observada uma restringência de obras executadas no processo artesanal com o correspondente gradativo aumento de obras construídas com base em estruturas pré-fabricadas. Como exemplo de tais estruturas, podem ser citadas as treliças com barras ligadas entre si por intermédio de chapas de dentes estampados (CDE) (Figura 1.3); estruturas de madeira lamelada colada (MLC) e estruturas de madeira lamelada colada cruzada (CLT ou MLCC).

Figura 1.3 – Treliça plana de madeira serrada com barras ligadas entre si por intermédio de chapas de dentes estampados (CDE)



Fonte: TWBrazil (2019) ⁷

Analisando a Figura 1.3, verifica-se que “a utilização de ligações por CDE exige que todas as barras da treliça tenham a mesma espessura e se situem no mesmo plano de montagem” (PARTEL, 2000). Dessa forma, o sistema de pré-fabricação se torna vantajoso, pois otimiza a gestão da produção com alto controle de qualidade (MOLINA; CALIL JUNIOR, 2010). Ademais, é permitido em ambiente industrial a execução de várias atividades simultaneamente, tendo como consequência a redução de custos e prazos de entrega (MOLINA; CALIL JUNIOR, 2010).

Diante do exposto, permite-se pontuar que, de modo geral, as estruturas de cobertura representam a maior parcela do consumo de madeira na construção civil brasileira, se inserindo simultaneamente em três cenários distintos:

⁷ TWBrazil – Madeiras preservadas (2019). **Estruturas de madeira pré-fabricadas**. Disponível em: <<https://www.twbrazil.com.br/arquivos/catalogo/estruturas>>. Acesso em: 01/10/2020.

- Preconceitos decorrentes da má utilização do material e insuficiente divulgação das informações tecnológicas disponíveis;
- Fase de recuperação e reforço das estruturas de coberturas históricas;
- Atual estágio de transição da construção em madeira, migrando do processo artesanal para o processo de pré-fabricação.

Mediante os três cenários citados, destaca-se a necessidade de estudos referentes às estruturas de cobertura, sobretudo com abordagem no desenvolvimento de ferramentas computacionais que aglutinem tanto os conhecimentos requeridos em análise estrutural, quanto as rotinas de dimensionamento recomendadas pelas normas técnicas vigentes. Conseqüentemente, estas iniciativas propiciarão o uso mais racional e técnico da madeira em soluções estruturais.

No Brasil, o documento normativo que rege as diretrizes de projeto e dimensionamento de estruturas de madeira é a ABNT NBR 7190 (1997). Contudo, Calil Junior *et al.* (2019) apresentaram uma revisão normativa que introduziu algumas abordagens que estavam omissas na versão anterior. Sabendo das poucas ferramentas computacionais que a literatura e o mercado dispõem, e que em sua maioria tratam da versão de 1997, mais uma vez torna-se eficaz uma abordagem computacional utilizando a nova revisão normativa.

Processos automatizados possuem a vantagem de se avaliar inúmeras variáveis de formas distintas. Logo, alguns questionamentos relativos a projetos de coberturas podem ser respondidos mediante análise. Um deles é aquele referente aos modelos idealizados de análise estrutural de treliças planas de madeira. Muitos engenheiros projetistas adotam o modelo clássico de treliça, que por sua vez admite que todos os nós são rotulados e que as barras estão submetidas apenas a esforços axiais de tração e compressão. Porém, quando se considera outras modelagens estruturais, como, por exemplo, o modelo pórtico ou o modelo misto pórtico-treliça, os valores de deslocamentos, esforços solicitantes e dimensões das peças podem sofrer consideráveis mudanças. Conhecer os tipos e o comportamento das ligações pode ser um fator decisivo na estimativa dos perfis que irão compor a estrutura. Portanto, afim de promover maior precisão no processo de dimensionamento, essas proposições devem ser levadas em consideração.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é investigar a influência dos modelos idealizados de ligações no dimensionamento de peças de madeira em treliças planas de cobertura, através de um *software* desenvolvido para tal.

Dentre os demais objetivos para a realização deste estudo, destacam-se:

- Desenvolver um *software* de análise e projeto de estruturas de cobertura, sobretudo com processamento elástico-linear pelo método dos elementos finitos (MEF) e dimensionamento segundo o novo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020);
- Levantar todas as ações e carregamentos de uma situação real de projeto;
- Determinar os deslocamentos e esforços solicitantes característicos, considerando os modelos idealizados de análise, a saber: modelo treliça (barras perfeitamente rotuladas); modelo pórtico (barras perfeitamente engastadas) e modelo misto pórtico-treliça (banzos contínuos e barras diagonais-montantes perfeitamente rotuladas);
- Determinar os deslocamentos e esforços solicitantes de cálculo para todos os modelos de análise;
- Dimensionar todas as peças de madeira que compõem a treliça de acordo com as solicitações particulares de cada modelo;
- Avaliar a diferença nas dimensões dos perfis dimensionados;
- Computar as divergências no dimensionamento dos perfis, quando desconsiderada a redução de 25% (coeficiente 0,75) da ação do vento como variável principal nas combinações últimas normais – Estado limite último (ELU).

1.2 JUSTIFICATIVA

Nos estudos bibliográficos realizados neste trabalho, verificou-se que existem várias pesquisas atuais sobre o uso da madeira como elemento estrutural. No entanto, foi observada uma escassez de ferramentas computacionais voltadas para a análise e projeto de estruturas de cobertura, sobretudo com enfoque no dimensionamento.

Mediante contextualização apresentada, sabendo da crescente preocupação com a recuperação de estruturas históricas no Brasil, um estudo que envolva análises atualizadas da influência dos modelos de cálculo no dimensionamento de treliças de madeira, certamente constituirá uma excelente contribuição no sentido de viabilizar as verificações, agora embasadas nos documentos normativos vigentes. Além disso, cabe ressaltar que no contexto em que estas estruturas foram concebidas, a respectiva norma de vento apresentava um enfoque nas ações de sobrepessão, diferente da redação vigente da ABNT NBR 6123 (1988), cujos efeitos de sucção são tidos como principais. Dessa forma, o trabalho possibilitará a verificação das estruturas existentes para eventuais correções à luz das respectivas normas em vigor.

O fato de o Brasil atualmente estar passando por um processo de transição na construção em madeira, faz com que este trabalho esteja inserido em uma circunstância que o torna ainda mais relevante. Seus resultados e conclusões produzirão subsídios para o desenvolvimento de projetos com uso racional e técnico da madeira.

As peças de madeira, quando não submetidas a processos industriais, possuem seu comprimento limitado devido ao tamanho das árvores. Dessa forma, é praticamente impossível se obter uma estrutura treliçada monolítica, sendo necessário o emprego de ligações. Estas, por sua vez, determinarão qual será o modelo empregado na análise estrutural, estando em função do tipo e da configuração dos conectores. Em termos de modelos idealizados, as ligações são classificadas como rótulas perfeitas (modelo treliça) ou engastes perfeitos (modelo pórtico).

A literatura apresenta vários estudos sobre o caráter e o comportamento das ligações, reforçando a baixa probabilidade de ocorrência dos modelos idealizados na prática. Na verdade, o que se tem é um comportamento semirrígido, estágio este intermediário aos dois modelos idealizados citados. Entretanto, determinar a semirrigidez de uma conexão consiste em um processo extremamente custoso, uma vez que as ligações não dependem apenas do tipo, como também do arranjo de seus dispositivos. Ademais, estas duas últimas variáveis são quantificadas após o dimensionamento das peças de madeira, forçando o projetista à recorrência de um modelo idealizado de análise na concepção do projeto.

O problema é que geralmente os engenheiros se restringem apenas ao modelo clássico de treliça, não levando em consideração outras disposições. A literatura também evidencia que, apesar de semirrígidas, algumas ligações podem se assimilar ao modelo de pórtico no regime elástico-linear. Outro caso que ocorre frequentemente é a ocorrência de barras diagonais-montantes conectadas aos banzos contínuos, caracterizando um modelo misto pórtico-treliça, que por sua vez também diverge do modelo clássico de treliça.

Diante do exposto, torna-se fundamental o conhecimento das divergências obtidas nas simulações dos modelos idealizados, não se restringindo apenas aos resultados de deslocamentos e esforços, como também nas dimensões finais das peças de madeira.

Além dos fatores mencionados, a pesquisa também se justifica por meio de estudos que aplicam o método dos elementos finitos (MEF) em análise estrutural de treliças planas de madeira. A literatura contempla muitos trabalhos com enfoque nos deslocamentos e esforços nestas estruturas. Todavia, há uma escassez na abordagem do MEF voltada ao dimensionamento de estruturas de madeira para coberturas e na influência que os modelos de cálculo exercem em suas peças. A segunda justificativa bibliográfica se dá por meio de estudos referentes ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira.

Diversos autores abordam a influência que os tipos de ligações exercem nos esforços e deslocamentos da estrutura via experimentos e análises numéricas não lineares. Entretanto, não há estudos que tratam da influência que os modelos exercem no dimensionamento das peças de madeira, considerando análise linear-elástica requerida em projetos de coberturas.

1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

Esta dissertação foi segmentada em sete capítulos, cujos conteúdos estão listados a seguir:

- Capítulo 1 – Introdução: Contextualiza a temática proposta, apresentando o potencial da madeira como elemento estrutural, seu valor para o meio ambiente e a atenção especial que países do Hemisfério Norte dão a este excelente material. Apresenta também o cenário atual das estruturas de cobertura no Brasil, a problemática envolvendo os modelos idealizados de ligações em treliças planas de madeira, culminando nos objetivos e justificativas da pesquisa.
- Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica: Neste capítulo serão abordados importantes estudos referentes à análise de treliças planas de madeira pelo método dos elementos finitos (MEF) e estudos do comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira. O capítulo terminará com uma análise crítica das pesquisas estudadas, ressaltando a relevância da temática proposta.
- Capítulo 3 – Aspectos Fundamentais: Este capítulo esclarecerá conceitos fundamentais referentes ao projeto de estruturas de cobertura em madeira e análise estrutural pelo método dos elementos finitos (MEF). Sua leitura é fundamental para a compreensão da metodologia empregada.
- Capítulo 4 – Material e Métodos: Aqui serão apresentados os recursos da ferramenta computacional desenvolvida, bem como o levantamento de dados para a obtenção dos resultados de simulação realista de projeto.
- Capítulo 5 – Resultados e Discussão: Aferições dos valores de análise estrutural com o *software* SAP2000®. Apresentação dos resultados intermediários e finais relativos à influência dos modelos idealizados de ligações.
- Capítulo 6 – Considerações Finais: Conclusões a respeito dos resultados obtidos e sugestões de trabalhos futuros.
- Capítulo 7 – Referências Bibliográficas: Capítulo referente a todas as fontes de conhecimento utilizadas na pesquisa.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com o intuito de corroborar com a justificativa da temática proposta, este capítulo destina-se à apresentação de trabalhos científicos que discorrem acerca da utilização do método dos elementos finitos (MEF) em análises de treliças planas de madeira, como também do comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira. Esta revisão bibliográfica pautou-se em pesquisas desenvolvidas nos últimos dez anos, sendo utilizados como mecanismos de busca o Portal Periódicos CAPES, *Scopus (Elsevier)*, *Web of Science* e *Google Scholar*.

2.1 ANÁLISE DE TRELIÇAS PLANAS DE MADEIRA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Na Tabela 2.1 é apresentado, de forma cronológica, um resumo de importantes estudos referentes à análise de treliças planas de madeira pelo método dos elementos finitos (MEF). Para tal, serão classificados segundo o(s) autor(es), tipo de estudo e temáticas/variáveis estudadas.

Tabela 2.1 – Resumo dos principais estudos referentes à análise de treliças planas de madeira pelo método dos elementos finitos (MEF)

Autor(es)	Tipo de estudo	Temática/Variáveis estudadas
Barreto <i>et al.</i> (2010)	E; N	Análise numérica e experimental de treliças de madeira reparadas com remendos de epóxi de carbono colados com adesivo
Olsson (2010)	N	Análise probabilística e otimização de treliças de coberturas em madeira com barras ligadas por CDE
Huang <i>et al.</i> (2011)	N	Análise numérica do efeito do sistema de montagem em treliças de madeira leve
Song e Lam (2012)	N	Análise da estabilidade de treliças planas de madeira com barras ligadas por CDE
del Coz Díaz <i>et al.</i> (2013)	E; N	Análise numérica não linear de ligações de madeira compensada em estruturas de telhado e validação experimental em escala real
Shivarudrappa e Nielson (2013)	N	Análise numérica do caminho de carga vertical em sistemas de cobertura em madeira

E: Experimental; N: Numérico

Tabela 2.1 – Resumo dos principais estudos referentes à análise de treliças planas de madeira pelo método dos elementos finitos (MEF) (continuação)

Autor(es)	Tipo de estudo	Temática/Variáveis estudadas
Barbari <i>et al.</i> (2014)	E; N	Análise numérica e experimental de ligação inovadora entre banzos de treliças de madeira
Jacklin <i>et al.</i> (2014)	N	Estudo da ação do vento e força de arrancamento das ligações telhado-parede (RTWCs) em treliças de madeira
Fauziyah <i>et al.</i> (2016)	N	Análise numérica, projeto e desenvolvimento de ligações de alto desempenho para treliças de madeira
Milch <i>et al.</i> (2016)	N	Avaliação numérica de uma estrutura histórica de treliça reconstruída com o uso de ligações tradicionais de madeira
Satheeskumar <i>et al.</i> (2017)	N	Modelagem tridimensional de elementos finitos de uma estrutura de cobertura em madeira; compartilhamento de carga e contribuição dos elementos de revestimento
Wang <i>et al.</i> (2018)	E; N	Capacidade de carga de treliças de madeira leve da espécie <i>Larix kaempferi</i>
Stevenson <i>et al.</i> (2018)	N	Ação do vento, ruptura nas ligações telhado-parede (RTWCs) e ruptura nos componentes de treliças de madeira
Rudnev <i>et al.</i> (2018)	E; N	Verificação e validação do MEF para ligações em estruturas de madeira
Komatsu <i>et al.</i> (2018)	E; N	Comportamento não linear de treliças de banzos paralelos ligadas por parafusos auto-atarraxantes (STS)
Sejkot <i>et al.</i> (2019)	N	Estabilidade fora do plano de treliças de madeira
Enajar <i>et al.</i> (2019)	N	Ação do vento e ruptura nas ligações telhado-parede (RTWCs) em treliças de coberturas em madeira
Stevenson <i>et al.</i> (2019)	N	Ação do vento, ruptura nas ligações telhado-parede (RTWCs) e ruptura nos componentes de treliças de madeira
Hermida <i>et al.</i> (2020)	N	Análise estrutural de treliças planas de madeira com barras de inércia variável
Hoq e Judd (2020)	N	Procedimentos de projeto para ação do vento em estruturas de cobertura de arranha-céus, constituídas de treliças de madeira

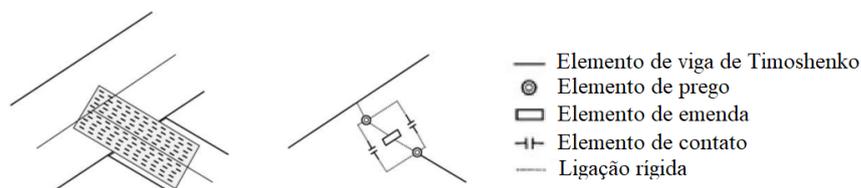
E: Experimental; N: Numérico

Fonte: Autor (2020)

Olsson (2010) estudou a influência do espaço entre peças de madeira ligadas por chapas de dentes estampados (CDE). Além disso, investigou os efeitos oriundos do mal posicionamento dessas placas na treliça de madeira. Seu trabalho pautou-se em cálculos probabilísticos e otimização estrutural através de um modelo mecânico baseado no método

dos elementos finitos (MEF). Esse modelo permitiu conhecer o comportamento não linear das ligações por CDE. Na Figura 2.1 é ilustrado o tipo de ligação mencionada e o modelo mecânico proposto pelo autor.

Figura 2.1 – Ligação CDE e modelo mecânico correspondente

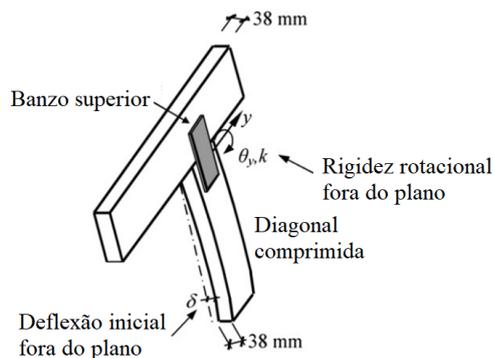


Fonte: Adaptado de Olsson (2010)

Olsson (2010) também enfatizou que a rigidez do conjunto varia de acordo com o tamanho, localização da placa e com a presença de contato ou pequenas folgas entre as peças de madeira ligadas. Sua análise evidenciou que mesmo pequenas lacunas iniciais aumentam consideravelmente a deflexão de uma treliça de cobertura. Ademais, placas de CDE mal colocadas também afetam negativamente a deflexão (OLSSON, 2010). Para combater tal problema, o autor propôs uma técnica de otimização das posições dessas placas na treliça, obtendo significativa redução na deflexão em casos e requisitos de cargas críticas (OLSSON, 2010).

Song e Lam (2012) apresentaram um estudo sobre a estabilidade de treliças de madeira com barras ligadas entre si por meio de chapas de dentes estampados (CDE). A carga crítica de flambagem e a força de contenção lateral foram as principais variáveis analisadas pelos autores. Para tanto, desenvolveu-se um programa de computador baseado no método dos elementos finitos (MEF), calibrado e verificado com resultados de experimentos realizados anteriormente por Song *et al.* (2010). Os autores observaram que a rigidez rotacional fora do plano das ligações por CDE tem efeito significativo na carga crítica de flambagem e na taxa de contenção lateral das treliças. Na Figura 2.2 é ilustrado um esquema que possibilita a visualização das componentes mencionadas.

Figura 2.2 – Rigidez rotacional e deflexão inicial fora do plano da diagonal comprimida

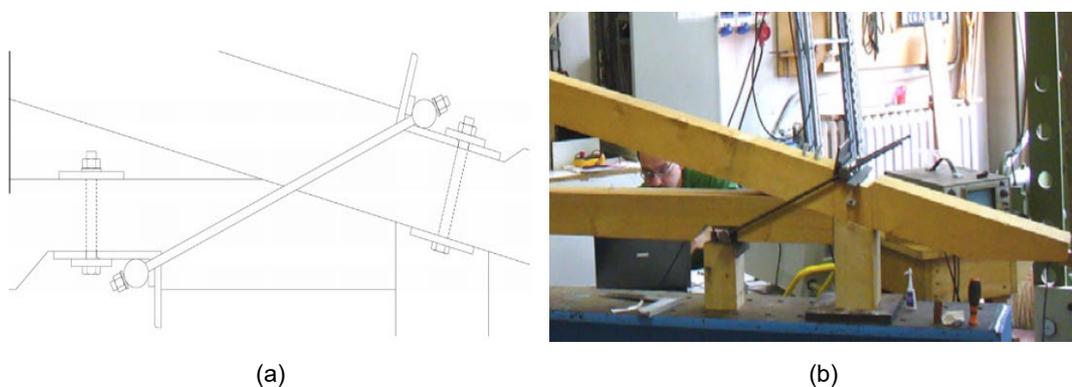


Fonte: Adaptado de Song e Lam (2012)

Por meio de previsões de análise via MEF, se as diagonais comprimidas fossem consideradas idealmente como barras perfeitamente engastadas, a carga crítica de flambagem poderia ser quase dobrada, devido à rigidez rotacional fora do plano das ligações (SONG; LAM, 2012). Dessa forma, concluiu-se que o método até então utilizado pelos engenheiros de seu país é conservador, levando ao superdimensionamento dos componentes da treliça nesta situação (SONG; LAM, 2012).

Barbari *et al.* (2014) projetaram, construíram e testaram um novo tipo de ligação para treliças tradicionais em madeira. O sistema é constituído de uma união original entre banzos, alternativo à ligação por entalhes. Sua geometria e configuração dos elementos estão ilustrados na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Ligação alternativa projetada e desenvolvida por Barbari *et al.* (2014)



(a) Esquema transversal da ligação (b) Modelo real

Fonte: Adaptado de Barbari *et al.* (2014)

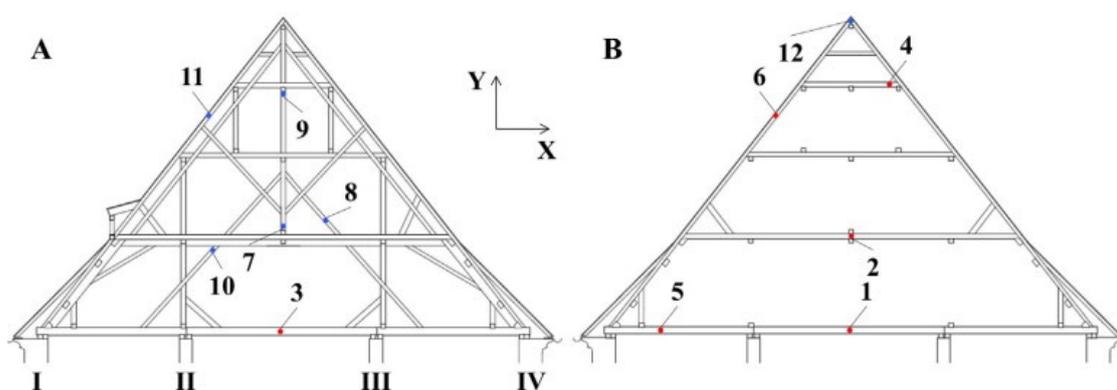
A vantagem do sistema é a possibilidade de prolongamento dos banzos, formando beirais salientes. Por meio de ensaios e análise de elementos finitos, os pesquisadores estudaram o comportamento da ligação sob a incidência de cargas, considerando os possíveis estados limites. Observou-se que a ligação, com a configuração geométrica e os materiais adotados, fora capaz de suportar forças consideravelmente superiores às estabelecidas em projeto, não se descartando os requisitos mínimos de segurança (BARBARI *et al.*, 2014). Portanto, o sistema desenvolvido pode ser utilizado com as mesmas características em estruturas maiores devido à sua segurança (BARBARI *et al.*, 2014).

O estudo conduzido por Jacklin *et al.* (2014) partiu da problemática relativa à incidência de altas velocidades de vento nas estruturas de coberturas em madeira. Dessa forma, seu objetivo primordial foi investigar o comportamento destas estruturas sob o carregamento de uma pressão dinâmica real. Para tal, os pesquisadores desenvolveram um modelo tridimensional de elementos finitos, objetivando a simulação de um experimento anteriormente concluído em escala real. O modelo numérico se mostrou confiável em relação aos valores

experimentais, podendo ser utilizado na análise do comportamento de sistemas de treliças, sob distribuições de pressão uniforme, realista e equivalente (JACKLIN *et al.*, 2014). Por fim, realizou-se uma avaliação do método com o intuito de estimar a força de arrancamento atuante nas ligações telhado-parede (RTWCs). Os resultados se mostraram satisfatórios e bem próximos da realidade proposta pelos experimentos (JACKLIN *et al.*, 2014).

Milch *et al.* (2016) simularam o comportamento mecânico de uma treliça histórica de madeira da Igreja de St. James, localizada na cidade de Brno, República Tcheca. A Figura 2.4 ilustra a seção da treliça analisada.

Figura 2.4 – Geometria da treliça analisada por Milch *et al.* (2016)



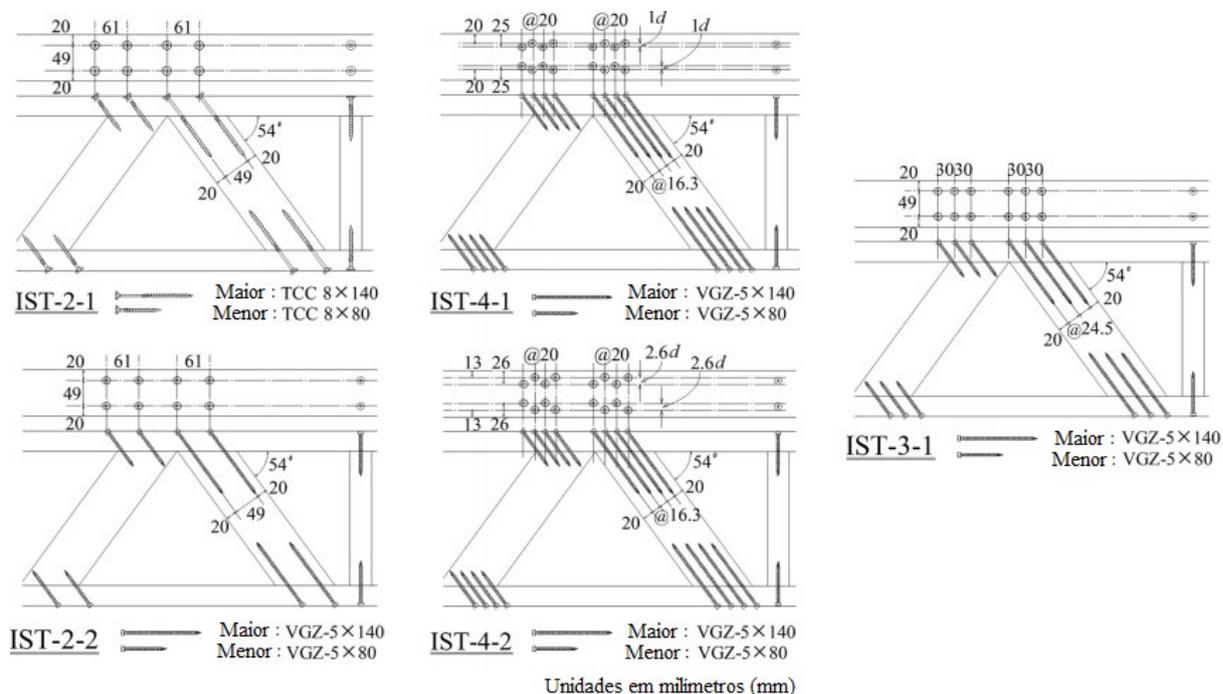
(A) Esquema estático completo (B) Esquema estático reduzido com pontos selecionados para a análise da deflexão nos eixos x e y

Fonte: Milch *et al.* (2016)

O objetivo foi avaliar numericamente o comportamento da estrutura após simulação de restauração virtual. Para tal, admitiu-se reforço através de ligações tradicionais por contato em locais de possíveis rupturas. Com o intuito de estabelecer um modelo numérico confiável, as análises estáticas foram realizadas utilizando o MEF. Os resultados revelaram que, apesar da rigidez das ligações ter variado nas direções longitudinal e transversal, a treliça apresentara um bom desempenho em seu comportamento mecânico global (MILCH *et al.*, 2016). Neste quesito, os pesquisadores observaram que a estrutura não apresentou deflexões elevadas nos pontos selecionados da Figura 2.4(B) (1, 2, 3, 4, 5, 6 e 12). Com esse estudo, concluiu-se que cada membro da treliça contribui na rigidez e na estabilidade global em diferentes ângulos de análise (MILCH *et al.*, 2016).

Primando a investigação de comportamentos não lineares de treliças de madeira, Komatsu *et al.* (2018) estudaram cinco diferentes treliças de banzos paralelos. As ligações banzo-diagonal foram executadas com parafusos auto-atarraxantes (STS), cuja a quantidade por nó consistiu na principal variável experimental. A Figura 2.5 ilustra as disposições adotadas pelos autores.

Figura 2.5 – Detalhes das ligações banzo-diaagonais das treliças ensaiadas e analisadas por Komatsu *et al.* (2018)



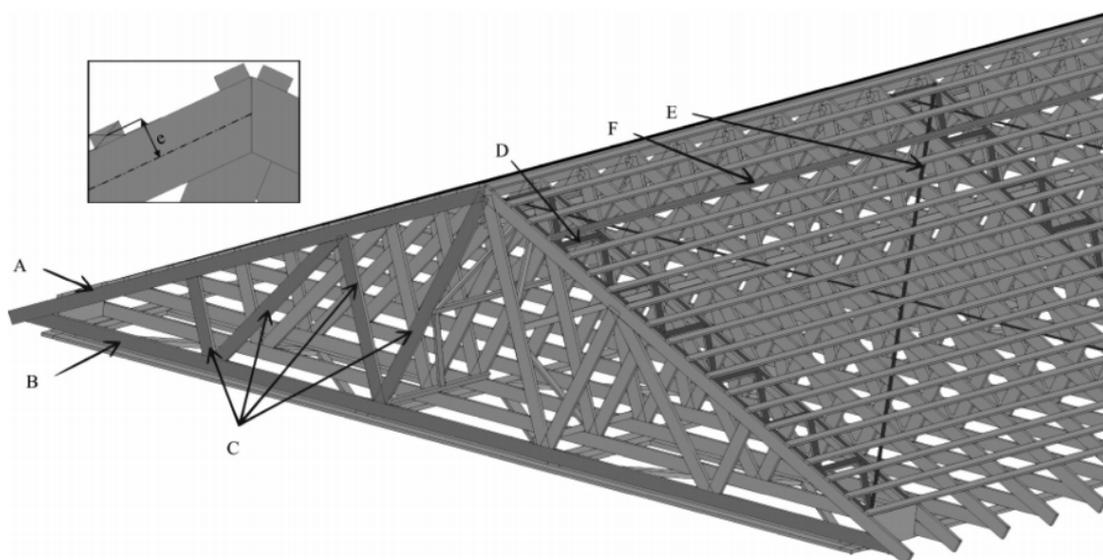
Fonte: Adaptado de Komatsu *et al.* (2018)

Além dos ensaios, os modelos foram simulados numericamente por meio do método dos elementos finitos (MEF), levando em consideração não apenas a não linearidade do conjunto nodal, como também a não linearidade do material. Ambos os resultados, experimental e numérico, evidenciaram que desempenhos inferiores nas ligações (menor quantidade de STS) resultam em reduzido efeito da não linearidade do material sobre o conjunto total (KOMATSU *et al.*, 2018). Por outro lado, à medida que o desempenho da ligação aumentava, a não linearidade do material se mostrava dominante sobre o comportamento não linear total das amostras (KOMATSU *et al.*, 2018).

Sejkot *et al.* (2019) também estudaram a estabilidade de treliças fora do plano convencional de análise. Para tal, os autores partiram da problemática de que treliças de madeira são projetadas como estruturas planas, sendo os sistemas de travamento lateral (contraventamento e ripas – Figura 2.6) utilizados afim de impedir a ruptura fora do plano da treliça, caso a força seja suficiente e a rigidez fornecida. Entretanto, Sejkot *et al.* (2019) contrapõem essa premissa, estabelecida pelo EN 1995-1-1 (2004), analisando a influência que a rigidez de um sistema de travamento de madeira exerce sobre a estabilidade fora do plano de uma estrutura de telhado treliçada. Por meio de simulações numéricas via MEF, seus resultados indicaram um contraste com o cálculo proposto pelo EN 1995-1-1 (2004). Sendo assim, os autores chegaram à conclusão de que existem esforços significativos localizados nas uniões entre ripas de travamento e os banzos, sendo de vital importância sua

consideração no projeto de ligações que os conectam (SEJKOT *et al.*, 2019). Na Figura 2.6 é possível visualizar os objetos de estudo analisados pelos autores.

Figura 2.6 – Estrutura de telhado inclinado com treliças planas de madeira e sistema de contraventamento semirrígido de madeira



(A) Banzo superior (B) Banzo inferior (C) Diagonais (D) Treliça de contraventamento (E) Contraventamento (F) Ripa de telhado

Fonte: Sejkot *et al.* (2019)

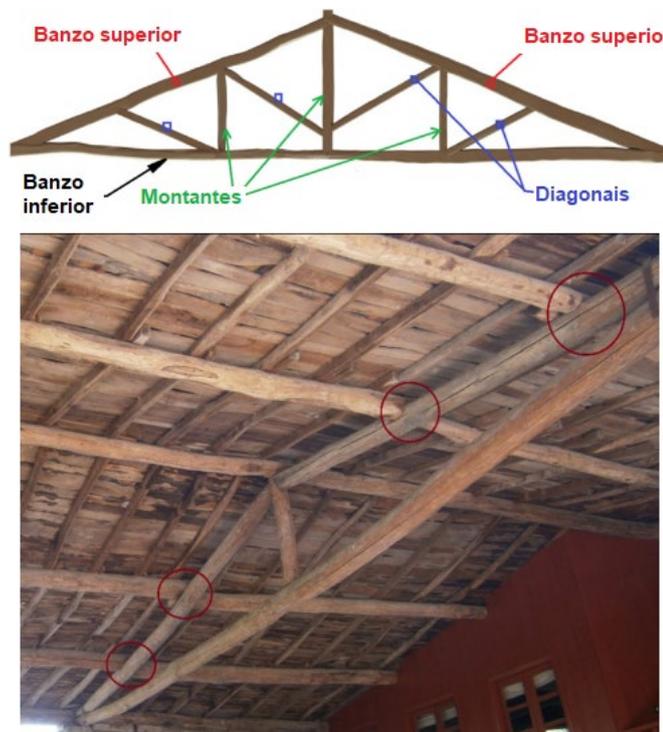
Alguns estudos recentes, envolvendo análise estrutural via MEF, demonstraram certas preocupações com estruturas de coberturas submetidas a ação do vento. Pesquisadores como Enajar *et al.* (2019) apontam que há um modo de falha comum observado durante quase todos os principais casos de ventos fortes. Esse modo de falha ocorre nas ligações telhado-parede (RTWCs), que geralmente são constituídas por pregos. Sendo assim, Enajar *et al.* (2019) simularam numericamente o comportamento destas ligações, sendo validada por meio de estudos experimentais. Com a aplicação de quatro intervalos de carga, partindo de ventos com velocidade de 30 m/s até 45 m/s (aumentando gradativamente em múltiplos de cinco), os pesquisadores conseguiram simular de forma sofisticada o comportamento inelástico destas ligações. Comparando com os resultados experimentais, fora revelada a capacidade do modelo numérico em prever a resposta não linear do telhado sob cargas de elevação de vento que variam tanto no tempo quanto no espaço (ENAJAR *et al.* 2019).

Stevenson *et al.* (2019) também analisaram a ação do vento em estruturas de telhados em madeira pelo método dos elementos finitos (MEF). A literatura até então havia estudado dois modos predominantes de falha em telhados sob ação do vento, a saber: perda de revestimento e falha nas ligações telhado-parede (RTWCs). Entretanto, os autores, por meio da inspeção de dados de outras pesquisas, notaram que algumas estruturas de telhados de múltiplas águas sofriam danos devido a falhas nas peças estruturais, bem como nos

elementos que as conectam. Afim de comprovar o conceito de falhas parciais na estrutura de um telhado, Stevenson *et al.* (2019) aplicaram uma técnica de modelagem por meio do MEF. Logo, os autores desenvolveram um método para analisar os efeitos da carga interna e o comportamento resistente dos componentes de um telhado de estrutura de madeira, submetidos a ação do vento. Os resultados evidenciaram que os RTWCs a base de pregos são realmente o elo mais fraco (STEVENSON *et al.*, 2019). Entretanto, constatou-se também que, em determinadas configurações, algumas ligações na treliça podem apresentar falhas quando há elevação do vento na estrutura (STEVENSON *et al.*, 2019).

Um recente estudo referente à análise estrutural de treliças de madeira foi o de Hermida *et al.* (2020). Nota-se que estruturas de madeira históricas apresentam inúmeras irregularidades e mudanças de seção ao longo do eixo longitudinal das peças que as compõem (HERMIDA *et al.*, 2020). Partindo dessa premissa, os autores enfatizaram que para a realização de uma análise estrutural, é fundamental a criação de modelos que levem em consideração a variação no momento de inércia apresentado por cada peça da estrutura. Essa variação geométrica é observada principalmente em treliças cujas cargas estão localizadas fora do nó, como pode ser observado na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Exemplo de uma treliça com cargas localizadas fora dos nós



Fonte: Adaptado de Hermida *et al.* (2020)

Para analisar a estrutura, Hermida *et al.* (2020) apresentaram um algoritmo que possibilita a execução automática de modelos 2D de inércia variável a partir de dados LiDAR. Sua metodologia embasou-se na criação de elementos de viga de inércia variável, sendo

consideradas não só as propriedades geométricas de cada seção, como também a geometria geral da estrutura. Os resultados obtidos se mostraram promissores, apresentando erros relativos na análise de deformação inferiores a 8%, quando comparados com outros métodos de modelagem clássica (HERMIDA *et al.*, 2020). Ademais, houve redução em mais de 85% no tempo de processamento do modelo em relação a outras análises tradicionais (HERMIDA *et al.*, 2020).

2.2 ESTUDO DO COMPORTAMENTO E RIGIDEZ DE LIGAÇÕES EM ESTRUTURAS DE MADEIRA

De forma análoga ao item anterior, na Tabela 2.2 é apresentado, de forma cronológica, um resumo de importantes estudos referentes ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira. Para tal, serão classificados segundo o(s) autor(es), tipo de estudo e temáticas/variáveis estudadas.

Tabela 2.2 – Resumo dos principais estudos referentes ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira

Autor(es)	Tipo de estudo	Temática/Variáveis estudadas
Christoforo <i>et al.</i> (2011)	N	Análise de treliças planas de madeira com ligações semirrígidas constituídas de dois parafusos por nó
Vallée <i>et al.</i> (2011)	E; N	Estudo numérico e experimental do comportamento de ligações adesivas em treliças de madeira
Meghlat <i>et al.</i> (2012)	N	Forma alternativa de simulação do comportamento de ligações pregadas e parafusadas em estruturas de madeira utilizando o método dos elementos finitos (MEF)
Dorn <i>et al.</i> (2013)	E	Estudo experimental do comportamento de ligações cavilhadas em estruturas de madeira
Reynolds <i>et al.</i> (2014)	E; N	Estudo do comportamento quanto à rigidez de ligações cavilhadas sob cargas oscilantes em estruturas de madeira
Kunecký <i>et al.</i> (2015)	E; N	Desempenho mecânico das ligações “asa de andorinha” quanto à rigidez global das estruturas de telhado em madeira
Arciszewska-keździor <i>et al.</i> (2015)	E; N	Análise numérica e experimental de ligações entalhadas com faces inclinadas e cavilhas de madeira
Vallée <i>et al.</i> (2015)	E; N	Estudo numérico e experimental do comportamento de ligações adesivas em treliças de madeira
Schober e Tannert (2016)	E; N; T	Estudo das ligações híbridas em estruturas de madeira

E: Experimental; N: Numérico

Tabela 2.2 – Resumo dos principais estudos referentes ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira (continuação)

Autor(es)	Tipo de estudo	Temática/Variáveis estudadas
Moya e Tenorio (2017)	E; N	Força e deslocamento sob tração e compressão de ligações pregadas e parafusadas em treliças de madeira
Girhammar <i>et al.</i> (2017)	E; N	Modelo de rigidez em parafusos inclinados no modo tensão de cisalhamento em estruturas de madeira
Fajman e Máca (2017)	E; N	Estudo do comportamento quanto à rigidez de ligações por contato (entalhes) com cavilhas em estruturas históricas reparadas
Sagara <i>et al.</i> (2017)	E; N	Estudo do comportamento quanto à resistência e rigidez de ligações pregadas e adesivas por epóxi em treliças de madeira
Crovella e Kyanka (2017)	E; N	Método não destrutivo de determinação da rigidez rotacional em estruturas de madeira
Pratiwi e Tjondro (2018)	E; N	Estudo de resistência e rigidez de treliça de madeira <i>Meranti</i> com conexão de placa de reforço de compensado e fixador de parafuso deslizante
Tenorio <i>et al.</i> (2018)	E; N	Desempenho mecânico na flexão de dois vãos de treliças das madeiras <i>Hieronyma alchorneoides</i> e <i>Gmelina arborea</i> com peças ligadas com pregos e parafusos
Frontini <i>et al.</i> (2018)	E; N	Estudo do comportamento quanto à resistência e rigidez de ligações cavilhadas de madeira macia em treliças planas de madeira
Que <i>et al.</i> (2019)	E; N	Influência de ligações pregadas e parafusadas no comportamento mecânico de treliças de madeira
Rivera-Tenorio e Moya (2019)	E; N	Estudo do comportamento quanto à resistência e rigidez de ligações pregadas, parafusadas e por chapas de dentes estampados (CDE) em treliças de madeira das espécies <i>Gmelina arborea</i> e <i>Tectona grandis</i>
Steige e Frese (2019)	E; N	Estudo de ligação diagonal desenvolvida para treliças de madeira híbrida feitas de MLC de madeira de <i>abeto</i> e (LVL) de madeira de <i>faia</i>

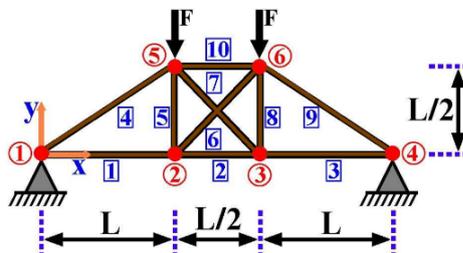
E: Experimental; N: Numérico; T: Teórico

Fonte: Autor (2020)

Contraopondo o modelo ideal de barras perfeitamente rotuladas, Christoforo *et al.* (2011) propuseram a análise estrutural de treliças planas de madeira considerando a influência do efeito semirrígido em ligações formadas por dois parafusos por nó. Para tanto, os autores definiram a componente rotacional através de uma matriz de rigidez modificada,

formulada segundo o método da flexibilidade. Esta, por sua vez, foi posteriormente implementada na forma computacional, permitindo a análise automática de três situações para a geometria apresentada na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Geometria da treliça plana analisada por Christoforo *et al.* (2011)



Fonte: Adaptado de Christoforo *et al.* (2011)

Das três situações mencionadas, a que merece destaque é a primeira, onde os deslocamentos dos nós 2 e 3 foram limitados a valores inferiores àquele estabelecido pela ABNT NBR 7190 (1997) de $L/200$. Esta restrição foi imposta pelos autores com o objetivo de garantir que a estrutura trabalhasse em regime elástico-linear, além de verificar a influência do efeito semirrígido sob pequenos deslocamentos, condição esta que representa a treliça em situação de projeto. Para efeitos de comparação, Christoforo *et al.* (2011) também simularam os modelos idealizados de ligações flexíveis e de ligações perfeitamente rígidas. Observou-se que, na primeira situação, para uma força de 50 kN, a estrutura originava momentos nas ligações para ambos os modelos rígido e semirrígido, inferiores ao momento de resistência (CHRISTOFORO *et al.*, 2011). Ademais, houve grande semelhança nos valores de deslocamentos entre os modelos flexível (treliça), rígido (pórtico) e semirrígido. Portanto, para a geometria e carregamento considerados, o modelo clássico de treliça (barras biarticuladas) representa uma boa alternativa de cálculo (CHRISTOFORO *et al.*, 2011).

Um estudo que envolveu análise comparativa de ligações com uso de pinos e adesivos foi aquele proposto por Vallée *et al.* (2011). A Figura 2.9 contém os modelos de ligações analisados pelos autores.

Figura 2.9 – Modelos de ligações analisados por Vallée *et al.* (2011)



(a)

(b)

(a) ligação por pino (b) ligação adesiva

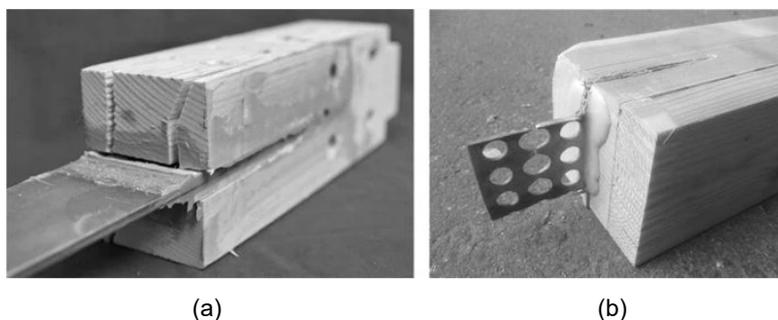
Fonte: Vallée *et al.* (2011)

Vallée *et al.* (2011) realizaram investigações experimentais e numéricas em treliças de madeira em escala real. Para validar a análise por elementos finitos, pequenas amostras foram ensaiadas. Os resultados de carga de ruptura e de rigidez para ligações adesivas foram significativamente maiores que as ligações por pinos (VALLÉE *et al.*, 2011). Além disso, evidenciou-se uma excelente concordância entre os resultados numéricos e experimentais, demonstrando um alto potencial de ligações por adesivos em estruturas de madeira (VALLÉE *et al.*, 2011).

Dorn *et al.* (2013) estudaram o comportamento de ligações por cavilhas desde o estágio inicial de contato entre a madeira e o conector, até às falhas finais. Para tal, foram realizados ensaios em 64 ligações, variando tanto os conectores quanto os corpos de prova de madeira. Estes últimos se distinguiram entre si em função da densidade e das propriedades geométricas. Os resultados confirmaram que as ligações mais densas configuram maior resistência, sobretudo com ruptura mais frágil do que com madeira macia (menos densa) (DORN *et al.*, 2013). Um outro fator destacável para este último caso (madeira macia) é que a ductibilidade e a carga crítica são elevadas à medida que se aumenta a rugosidade do conector (DORN *et al.*, 2013).

Schober e Tannert (2016) apontam que nas estruturas de madeira, a junção dos componentes é alcançada, em sua maioria, por meio de intertravamento mecânico através de pinos metálicos, ligação adesiva, ou em casos mais raros, solução híbrida entre dois destes últimos. A partir dessas premissas, os autores apresentam uma visão geral de abordagens híbridas de articulações entre barras, sendo uma delas as hastes e chapas coladas. Com esse sistema, a elevada rigidez e a alta ductibilidade podem ser adquiridas usando uma combinação de aço e adesivo, como é o caso da Figura 2.10(b).

Figura 2.10 – Peças de madeira e chapas coladas



(a) Ruptura frágil ao usar chapa de aço sólida (b) Ruptura dúctil ao usar malha HSK

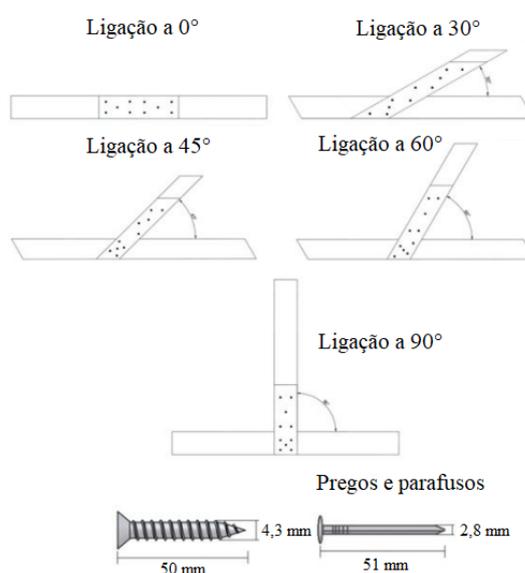
Fonte: Schober e Tannert (2016)

Esse é um dos tipos de ligações que os autores apresentam em sua revisão, evidenciando seu potencial no âmbito das melhores práticas em engenharia de estruturas de madeira ao se alcançar o comportamento de ductibilidade. Dessa forma, as ligações podem

ser feitas com mais eficiência, melhorando as soluções estabelecidas por meio da hibridação (SCHOBER; TANNERT, 2016).

Moya e Tenorio (2017) estudaram o comportamento de dois tipos corriqueiros de conectores (pregos e parafusos) usados em treliças de madeira das espécies *Gmelina arborea* e *Hieronyma alchorneoides*. Para tal, os autores submeteram os protótipos, ligados pelos conectores metálicos citados, a ensaios de tração e compressão em cinco inclinações diferentes: 0°, 30°, 45°, 60° e 90°. Na Figura 2.11 ilustra-se os modelos ensaiados pelos pesquisadores, as inclinações adotadas e as dimensões dos conectores utilizados.

Figura 2.11 – Protótipos ensaiados por Moya e Tenorio (2017)

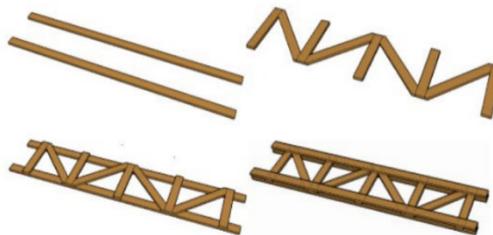


Fonte: Adaptado de Moya e Tenorio (2017)

O objetivo desse estudo foi o estabelecimento de valores de deslocamento em relação às cargas aplicadas; resistência; valores de rigidez; modos de ruptura e um modelo de previsão da rigidez para inclinações intermediárias. Os resultados evidenciaram que as diferenças nas cargas e deslocamentos se davam, entre ambas as espécies de madeira, no ensaio de compressão, enquanto que as divergências entre os conectores eram predominantes no ensaio de tração (MOYA; TENORIO, 2017). Já os resultados de rigidez (k) indicaram que a espécie *Hieronyma alchorneoides* apresenta os maiores valores. Dessa forma, os autores conseguiram prever, via equações, a rigidez para inclinações intermediárias em função do tipo de solicitação (tração ou compressão) (MOYA; TENORIO, 2017).

Sagara *et al.* (2017) realizaram estudos experimentais para avaliar a força e rigidez de ligações em treliças de madeira. Os protótipos utilizados consistiam em vigas treliçadas destinadas a sustentação de lajes para residências, sendo analisadas o comportamento de dois tipos de ligações: pregadas e adesivas com epóxi. Na Figura 2.12 é apresentada a montagem e a geometria do protótipo ensaiado.

Figura 2.12 – Montagem e geometria do protótipo ensaiado por Sagara et al. (2017)



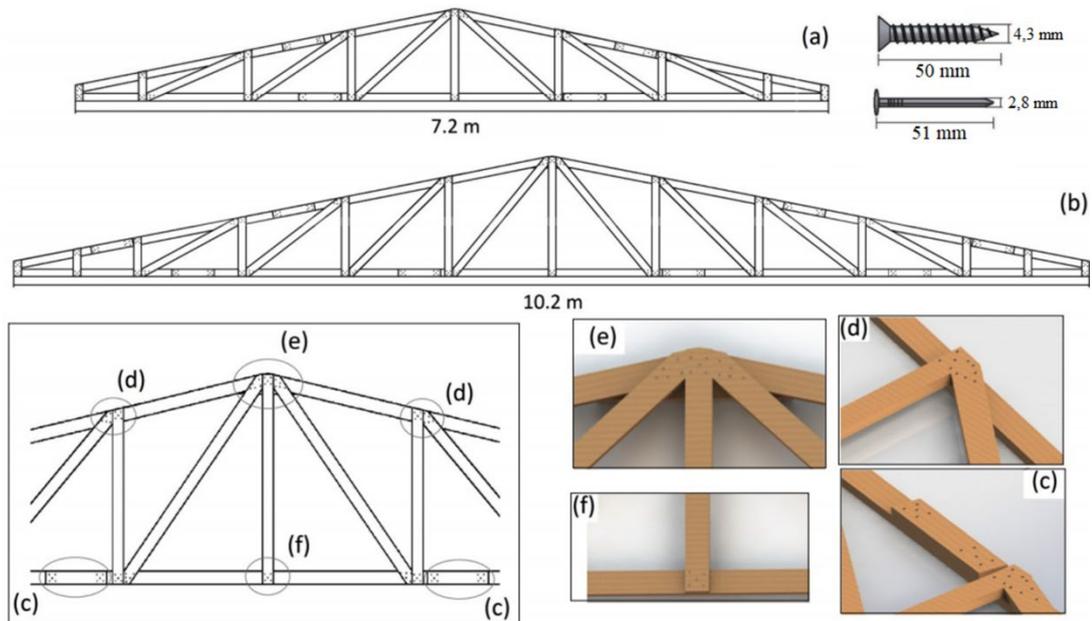
Fonte: Sagara et al. (2017)

Nesse estudo, constatou-se que a força proporcional para a treliça de ligação por adesivos fora de 1123,34 kg, enquanto que a treliça de ligação pregada fora de 767,07 kg. No entanto, esta última apresentou ruptura dúctil, divergindo da treliça de ligação adesiva, cujo comportamento no rompimento do protótipo se deu de forma frágil (SAGARA et al., 2017). As treliças ensaiadas também foram validadas numericamente, resultando em valores de fixação parcial na ordem de 0,07 e 0,98 para os tipos de ligações pregadas e coladas, respectivamente (SAGARA et al., 2017). Logo, nota-se que as ligações com adesivo epóxi, apesar de frágeis, são mais resistentes, caracterizando comportamento mais próximo do caráter rígido (modelo pórtico). Por outro lado, as ligações pregadas apresentam comportamento mais flexível que as primeiras.

Crovella e Kyanka (2017) apresentaram um método para a determinação não destrutiva da rigidez rotacional inicial de ligações em estruturas de madeira. Para isso, os autores fizeram uso de uma frequência natural de vibração, testando o procedimento em vinte vigas localizadas em seis edifícios. Sabendo que a rigidez rotacional da ligação é dada por (k) e que a rigidez na flexão é definida como (EI/L), a razão das duas resulta em (kL/EI), que é conhecida como (α). Crovella e Kyanka (2017), por meio de outros pesquisadores, estabeleceram que para $1 < \alpha < 100$, a ligação é semirrígida. A rigidez determinada pela frequência de vibração foi comparada à rigidez resultante da deflexão medida através de um carregamento pontual no meio do vão. Em seguida, foram calculados os desvios relativos para ambas as situações, sendo o caso de carga pontual utilizado como referência. Das vinte vigas testadas, 70% apresentou $\alpha > 1$ (CROVELLA; KYANKA, 2017). O método classificou com precisão as ligações como rígidas ou semirrígidas para 90% dos casos das vigas analisadas (CROVELLA; KYANKA, 2017).

Tenorio et al. (2018) tiveram como objetivo a determinação do comportamento na flexão de treliças do tipo Pratt, confeccionadas com madeira de *Gmelina arborea* e *Hieronyma alchorneoides* e peças ligadas entre si através de pinos metálicos (pregos e parafusos). As variáveis analisadas foram carga de ruptura, deslocamentos e rigidez. Para tal, os autores ensaiaram duas tipologias com vãos de 6 e 9 metros, cuja configuração das barras e ligações estão ilustradas na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Modelo de treliça Pratt, disposição dos elementos e ligações

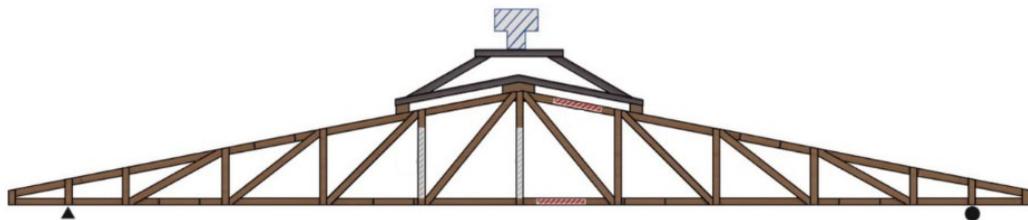


(a) Modelo para vão livre de 6 metros (b) Modelo para vão livre de 9 metros (c) ligação entre peças do banzo inferior e superior (d) ligação das barras montantes e diagonais no banzo inferior ou superior (e) ligação na cumeeira (f) ligação da barra montante central

Fonte: Adaptado de Tenorio *et al.* (2018)

Cabe ressaltar que os vãos de análise de 6 e 9 metros correspondem à distância entre apoios, conforme ilustrado na Figura 2.14.

Figura 2.14 – Condições de contorno do protótipo ensaiado por Tenorio *et al.* (2018)

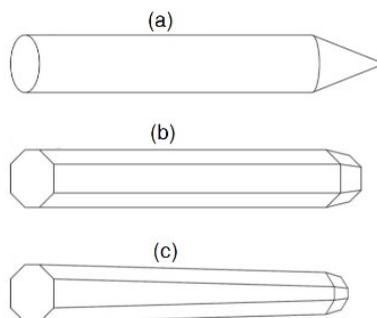


Fonte: Adaptado de Tenorio *et al.* (2018)

Tenorio *et al.* (2018) verificaram que os valores de carga máxima foram maiores nas treliças de madeira da espécie *Hieronyma alchorneoides*. Ademais, os resultados de deformação de projeto para esta espécie se mostraram mais eficientes quando comparados com a espécie *Gmelina arborea* (TENORIO *et al.*, 2018). Já com relação aos vãos de análise, as treliças de 6 metros apresentaram valores de resistência e deformação de projeto superiores àquelas com vão de 9 metros, entretanto com menores valores de deslocamento (TENORIO *et al.*, 2018). Referindo-se as ligações, nenhuma divergência significativa se manifestou nos diferentes tipos de conectores (TENORIO *et al.*, 2018). Todavia, o comportamento carga vs deformação sugere que as treliças com ligações parafusadas apresentam melhores propriedades em relação às pregadas (TENORIO *et al.*, 2018).

Frontini *et al.* (2018) também analisaram a rigidez de ligações em treliças de madeira. Porém, desta vez o objeto de estudo foram os pinos do tipo cavilha, provenientes do pinho norueguês. Para tanto, foram ensaiados três tipos de geometrias: cilíndrica reta, tradicional reta e tradicional cônica. Na Figura 2.15 estão ilustrados os formatos citados.

Figura 2.15 – Geometria das cavilhas ensaiadas por Frontini *et al.* (2018)



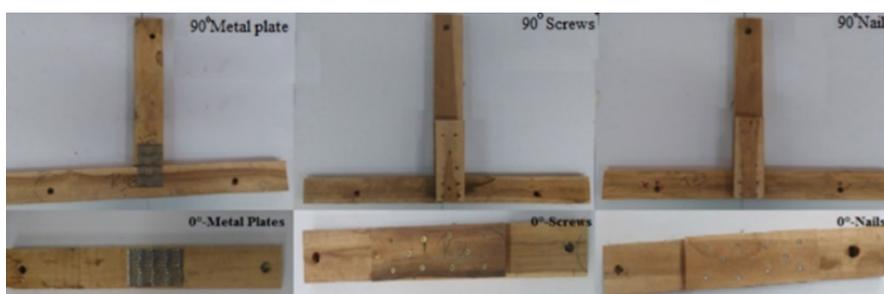
(a) Cilíndrica reta (CYC) (b) Tradicional reta (c) Tradicional cônica

Fonte: Adaptado de Frontini *et al.* (2018)

Pelos ensaios realizados, notou-se que para os três tipos de geometria, as cargas máximas foram semelhantes (FRONTINI *et al.*, 2018). Entretanto, as cavilhas tradicionais retas [Figura 2.15(b)] exibiram maior rigidez do que as cilíndricas, devido ao ajuste mais completo da cavilha na ligação (FRONTINI *et al.*, 2018). Essa pesquisa evidencia que não apenas o tipo de ligação empregado, como a geometria dos conectores também influencia nos valores de rigidez do conjunto nodal.

Uma menção que merece destaque foi o trabalho conduzido por Rivera-Tenorio e Moya (2019). Em seu estudo foram analisadas grandezas como deslocamentos, resistência, valores de rigidez e modos de falha nas ligações dos tipos parafusadas, pregadas e aquelas constituídas por chapas de dentes estampados (CDE). Na Figura 2.16 são ilustradas as disposições das ligações, bem como as inclinações que foram analisadas por Rivera-Tenorio e Moya (2019).

Figura 2.16 – Disposição das ligações ensaiadas por Rivera-Tenorio e Moya (2019)



(a)

(b)

(c)

(a) Ligação por CDE (b) Ligação parafusada (c) Ligação pregada

Fonte: Rivera-Tenorio e Moya (2019)

Para os modelos da Figura 2.16 foram realizados ensaios de compressão e de flexão com madeira de *Gmelina arborea* e *Tectona grandis*, para ângulos de 0° e 90°. Os resultados revelaram que as placas de CDE apresentam os maiores valores de carga em relação aos pregos e parafusos nas duas espécies, em ambas inclinações (RIVERA-TENORIO; MOYA, 2019). Da mesma forma, a ligação por CDE é mais vantajosa quando se trata de deslocamentos, haja vista que seus valores se mostraram inferiores aos dos pregos e parafusos (RIVERA-TENORIO; MOYA, 2019).

2.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta revisão bibliográfica possibilitou a verificação de vários estudos referentes à análise de treliças planas de madeira pelo método dos elementos finitos (MEF) e ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira.

Com relação ao estudo sobre o método dos elementos finitos (MEF), pontua-se as seguintes considerações:

- Verificou-se que o método dos elementos finitos (MEF) é considerado um método eficaz para análise numérica de estruturas.
- Observou-se também a preocupação de alguns autores em relação às forças oriundas de pressões dinâmicas do vento nas estruturas. Nota-se que esta ação surte efeitos significativos nos experimentos e simulações realizadas. Portanto, essa variável deve ser considerada nas análises propostas nesta pesquisa, contrapondo a ideia de aleatórias sobreposições de cargas nas estruturas de cobertura.
- Na revisão bibliográfica realizada, constatou-se que os autores não utilizaram o método de elementos finitos (MEF) no dimensionamento de peças de madeira. Entretanto, certificou-se nas pesquisas expostas que, em quase sua totalidade, as variáveis analisadas se restringem a esforços, deslocamentos, estabilidade, modos de ruptura e comportamentos não lineares. Conseqüentemente, a investigação destas variáveis por meio de um *software* que possibilite sua análise conjunta com o processo de dimensionamento das peças de madeira, certamente se justifica por facilitar o desenvolvimento de um projeto.

Com relação ao comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira, sintetiza-se as seguintes considerações:

- Inúmeras são as variáveis que podem influenciar a rigidez de uma ligação, a saber: tipo do conector, material, espécie da madeira, geometria, rugosidade, disposição dos elementos etc.

- Estabelecer de forma precisa a rigidez de uma conexão consiste em um processo custoso. Entretanto, a partir de Schober e Tannert (2016), pontua-se que o desempenho e a eficiência de qualquer estrutura dependem das ligações que unem seus componentes, constituindo o fator decisivo no caso das treliças. Ou seja, o tipo de ligação empregada determinará quais serão as vinculações nos respectivos nós. Entender como essas ligações se comportam frente às solicitações, implicará na melhor escolha do modelo estrutural, simulando de forma aproximada a realidade da estrutura.
- Da mesma maneira que nos estudos com o MEF, nas pesquisas sobre o comportamento e rigidez de ligações em estruturas de madeira, observou-se que os autores avaliaram variáveis como carga crítica de ruptura, ductibilidade, deslocamentos, deformações, comportamento não linear etc. Todavia, não se verificou a influência do modelo de cálculo no dimensionamento dos perfis de madeira que compõem a treliça. Consequentemente, o uso de uma ferramenta computacional nestas condições, também se justifica, uma vez que proporciona o dimensionamento racionalizado dos perfis de madeira.

3. ASPECTOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo serão abordadas todas as informações técnicas que embasam a metodologia do trabalho, bem como a fundamentação teórica do método dos elementos finitos (MEF) aplicado às estruturas reticuladas planas. Ressalta-se que as técnicas de projeto aqui explanadas, referem-se a estruturas de edificações cujas cargas acidentais não excedem o valor de 5 kN/m^2 , como por exemplo, estruturas de cobertura (edificações tipo 2).

3.1 PREMISSAS PARA O PROJETO DE ESTRUTURAS DE COBERTURA

Telhados são caracterizados como sendo um revestimento constituído de materiais que permitem a estanqueidade à água da chuva na edificação. Sua função também é proteger o ambiente interno das intempéries do meio externo, permitindo que os usuários desfrutem de privacidade e conforto. Em sua maioria, as estruturas principais dos telhados são constituídas de sistemas treliçados planos, juntamente com vigas longitudinais (denominadas terças) que sustentam todo o sistema de telhas.

Cronologicamente, para se projetar as estruturas de cobertura são necessárias cinco etapas básicas: concepção da geometria; levantamento de ações e carregamentos; análise estrutural dos elementos envolvidos; obtenção dos esforços e deslocamentos de cálculo; dimensionamento e detalhamento.

A primeira etapa (concepção da geometria) depende da configuração do edifício, podendo ser realizada de forma empírica ou por meio de técnicas de otimização, não sendo mister deste trabalho abordá-las. A última etapa (detalhamento) é feita utilizando recomendações normativas ou detalhes expressivos que o projetista julgar necessário. Logo, restam os questionamentos e conceitos que norteiam as quatro etapas intermediárias, sendo de suma importância o seu esclarecimento.

3.2 AÇÕES E CARREGAMENTOS NAS ESTRUTURAS DE COBERTURA

A ABNT NBR 8681 (2003) traz algumas definições importantes para a concepção de projetos estruturais. Os tipos de ações que atuam em estruturas de cobertura são as permanentes e variáveis.

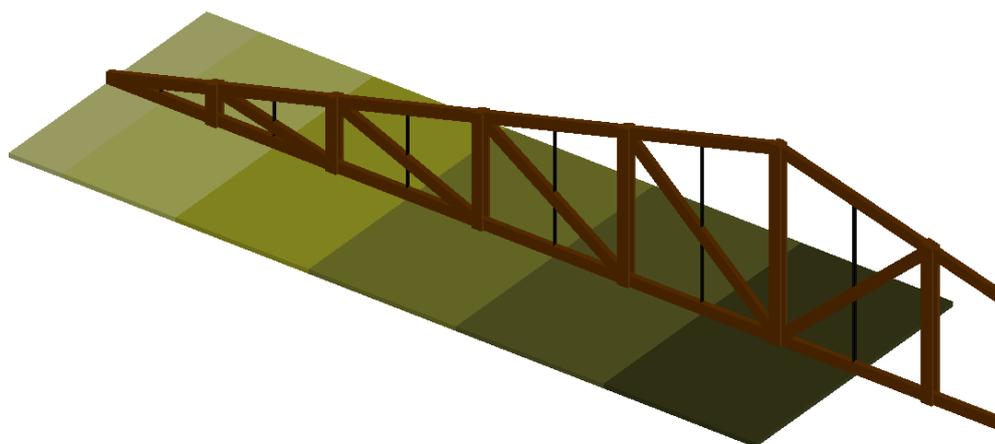
De acordo com a referida norma, as ações permanentes são as “ações que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção”. No caso das coberturas, pontua-se o peso próprio da estrutura principal (terças, treliça); peso das telhas juntamente com os sistemas de caibros e ripas que as sustentam; peso dos elementos de contraventamento, dentre outros.

As ações variáveis, por sua vez, são definidas pela ABNT NBR 8681 (2003) como sendo aquelas que “ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção”. Para o tipo de estrutura em questão, as ações variáveis mais comuns são as forças devidas ao vento na edificação; cargas acidentais oriundas do processo de construção, manutenção, instalações não previstas etc. As primeiras são obtidas em consulta à ABNT NBR 6123 (1988) e dependem de alguns parâmetros como: velocidade do vento; rugosidade do terreno; tamanho e localização da edificação; finalidade da construção; configuração e inclinação do telhado etc.

Já as cargas acidentais são uma ramificação das ações variáveis e são definidas pela ABNT NBR 8681 (2003) como sendo as que “atuam nas construções em função de seu uso (pessoas, mobiliário, veículos, materiais diversos etc.)”. Nas coberturas em estruturas de madeira, essas cargas acidentais são aplicadas nas terças e nas barras do banzo superior de treliças seguindo recomendações do item 6.4 da ABNT NBR 6120 (2019).

As ações descritas acima geralmente estão em função de uma unidade de área. Sua sobreposição nos vãos e nós da estrutura depende da subdivisão do plano de aplicação em áreas de influência, como ilustrado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Áreas de influência em treliças planas (projeção horizontal)



Fonte: Autor (2020)

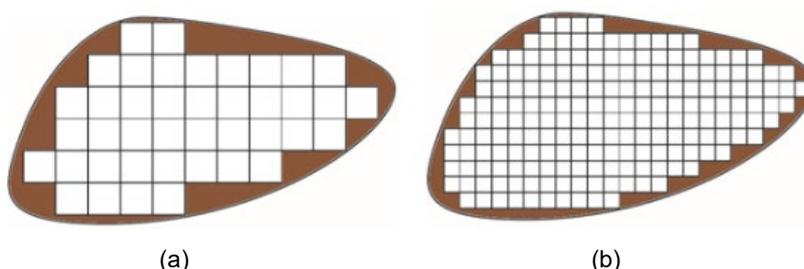
Uma vez levantadas todas as ações e posicionados corretamente os carregamentos, seus efeitos nos elementos da estrutura devem ser analisados separadamente. Esse processo constitui a Análise Estrutural.

3.3 ANÁLISE ESTRUTURAL – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

A análise estrutural é a etapa mais importante de um projeto de estruturas. É nela onde é simulado o comportamento do modelo estrutural, ou seja, como ele responde mediante as ações que lhe foram impostas. Os resultados da análise (deslocamentos, esforços solicitantes, tensões e deformações) serão utilizados nas combinações de cálculo e no posterior dimensionamento dos elementos estruturais.

Existem inúmeros métodos para se analisar uma estrutura. No caso das treliças planas que compõem uma cobertura, um procedimento bastante eficaz, considerando uma análise computacional, é o método dos elementos finitos (MEF). Christoforo e Lahr (2007) apontam que o método consiste na geração de funções de aproximação que podem ser utilizadas para interpolar deslocamentos, esforços, tensões e deformações ao longo do domínio do elemento. Sua premissa básica consiste na divisão do domínio de integração em um número finito de elementos, de forma que a união destes produza a resposta aproximada do objeto. Quanto maior o número de elementos finitos que definem a geometria de uma função, maior será a precisão dos resultados. Permite-se clarear este raciocínio observando a Figura 3.2.

Figura 3.2 – Malha discretizada



(a) Domínio de limite curvo arbitrário com 41 elementos (b) Malha de elementos finitos com 192 elementos

Fonte: Adaptado de Hutton (2004)

Ao conjunto de elementos finitos denomina-se malha. Observando a Figura 3.2, nota-se que o caso (b) representa de forma mais fiel a curva descrita, uma vez que apresentou maior quantidade de elementos que no caso (a). No MEF, a probabilidade de se obter uma solução exata em estruturas mais complexas é baixa, pois os domínios podem configurar geometrias abstrusas. Entretanto, ainda é uma técnica consagrada para a obtenção de soluções aproximadas com precisão considerável (CHANDRUPATLA; BELEGUNDU, 2014).

Tipicamente, uma treliça é constituída de um arranjo estável de elementos (retilíneos ou curvos) que podem estar dispostos em diversos planos (estruturas bidimensionais ou tridimensionais). Estes elementos são unidos em suas extremidades (denominadas nós) por meio de ligações (KRIPKA *et al.*, 2013). Logo, a malha a ser considerada é constituída por elementos unidimensionais.

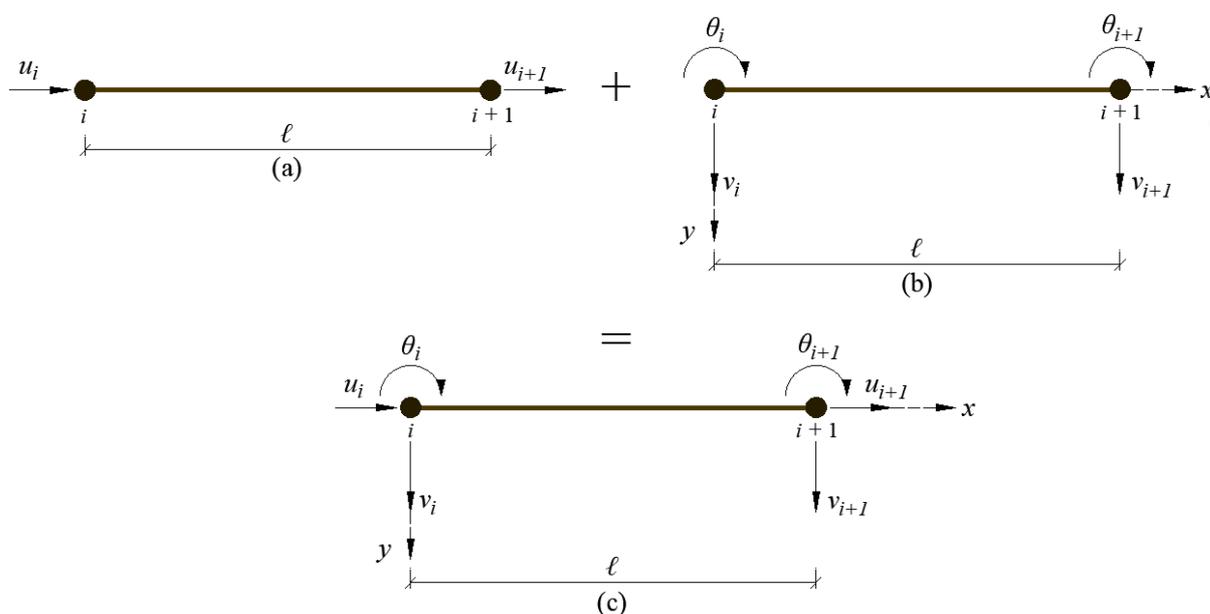
Em termos de comportamento momento vs. rotação relativa, Pfeil e Pfeil (2003) apontam que as ligações entre barras (nós) são idealmente classificadas em:

- Rótulas perfeitas (rotação relativa livre, momento transmitido nulo);
- Perfeitamente rígidas (rotação relativa totalmente impedida).

Se as ligações da estrutura treliçada puderem ser assimiladas a rótulas perfeitas, tem-se o modelo estrutural treliça, onde as barras são solicitadas apenas a esforços axiais, desde que as cargas estejam aplicadas somente nos nós. Do contrário, quando perfeitamente rígidas, é assumido o modelo estrutural pórtico, onde os elementos são solicitados à flexão composta. Sendo assim, para a formulação do MEF, devem ser admitidos estes dois modelos idealizados.

Nas estruturas reticuladas planas, a tipologia de elementos finitos depende do número de graus de liberdade, que por sua vez, originam as solicitações. Na Figura 3.3 estão ilustrados três tipos, a saber: elemento de barra, de viga e de pórtico.

Figura 3.3 – Elementos finitos em estruturas reticuladas planas



(a) Elemento de barra (b) Elemento de viga (c) Elemento de pórtico

Fonte: Autor (2020)

Observando a Figura 3.3(c), nota-se que o elemento de pórtico é resultado da sobreposição de efeitos do elemento de barra mais o elemento de viga, caracterizando uma solicitação à flexão composta.

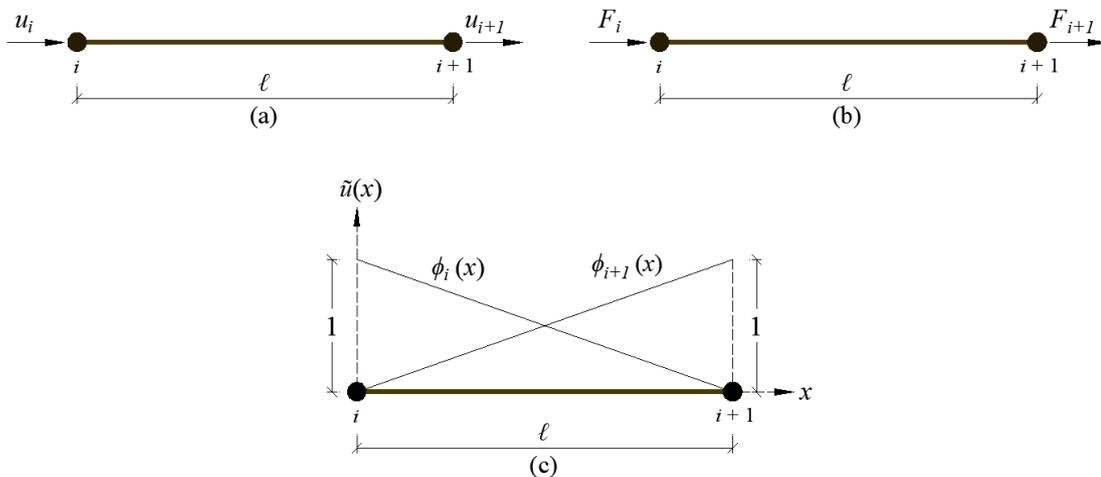
Dessa forma, de modo a abranger os modelos de treliça e de pórtico propostos anteriormente, nos três tópicos subsequentes serão apresentadas as sistemáticas de formulação dos elementos finitos, seguindo a seguinte metodologia:

- Sistemática de formulação do elemento finito de barra;
- Sistemática de formulação do elemento finito de viga;
- Sobreposição de efeitos, consolidada no elemento de pórtico.

3.3.1 SISTEMATIZAÇÃO DO MEF PARA ELEMENTOS DE BARRAS

Para o caso de barras de treliça solicitadas axialmente, o elemento finito, cuja delimitação consiste na sucessão de dois nós ($i, i + 1$), possui um grau de liberdade por nó, como ilustrado na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Elemento de barra solicitada axialmente



(a) Deslocamentos nodais (b) Forças nodais (c) Funções de interpolação para os deslocamentos axiais

Fonte: Adaptado de Christoforo e Libardi (2019)

Como observado na Figura 3.4(c), a aplicação da técnica dos elementos finitos consiste na imposição de um deslocamento unitário em um dos nós da malha, mantendo-se nulos os demais. Dessa forma, é possível estabelecer funções base $[\phi(x)]$ que serão utilizadas para interpolar os deslocamentos ao longo do elemento finito.

Uma vez que as funções base $[\phi(x)]$ possuem geometria retilínea, consistindo em um polinômio de grau um (Eq. 3.1), têm-se as funções base $[\phi(x)]$ do nó (i) e nó ($i + 1$) apresentadas, respectivamente, na Eq. 3.2 e Eq. 3.3:

$$\phi(x) = a_0 + a_1 \cdot x, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_i(0) = 1 \therefore a_0 = 1 \\ \phi_i(\ell) = 0 \therefore a_1 = -\frac{1}{\ell} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_i(x) = 1 - \frac{1}{\ell} \cdot x \quad \text{Eq. 3.2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_{i+1}(0) = 0 \therefore a_0 = 0 \\ \phi_{i+1}(\ell) = 1 \therefore a_1 = \frac{1}{\ell} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_{i+1}(x) = \frac{1}{\ell} \cdot x \quad \text{Eq. 3.3}$$

Em virtude de o elemento possuir um grau de liberdade por nó, totalizando dois no conjunto, a função de interpolação dos deslocamentos $[\tilde{u}(x)]$ resulta na Eq. 3.4 e Eq. 3.5, impressas, respectivamente, nas formas implícita e explícita abaixo.

$$\tilde{u}(x) = u_i \cdot \phi_i + u_{i+1} \cdot \phi_{i+1}, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.4}$$

$$\tilde{u}(x) = u_i \cdot \left(1 - \frac{1}{\ell} \cdot x\right) + u_{i+1} \cdot \left(\frac{1}{\ell} \cdot x\right), \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.5}$$

Os coeficientes da matriz de rigidez do elemento finito (MRE) são obtidos por meio da integração da derivada primeira das funções base $[\phi(x)]$. A seguir, na Eq. 3.6, Eq. 3.7 e Eq. 3.8 estão contidas as discretizações para obtenção destes coeficientes, resultando na matriz de rigidez final do elemento $[K_{ele}]_i$, impressa na Eq. 3.9.

$$K_{i,i} = E_i \cdot A_i \cdot \int_0^\ell \phi_i'(x) \cdot \phi_i'(x) dx \Rightarrow E_i \cdot A_i \cdot \int_0^\ell \left(-\frac{1}{\ell}\right) \cdot \left(-\frac{1}{\ell}\right) dx = \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \quad \text{Eq. 3.6}$$

$$K_{i,i+1} = K_{i+1,i} = E_i \cdot A_i \cdot \int_0^\ell \phi_i'(x) \cdot \phi_{i+1}'(x) dx \Rightarrow E_i \cdot A_i \cdot \int_0^\ell \left(-\frac{1}{\ell}\right) \cdot \left(\frac{1}{\ell}\right) dx = -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \quad \text{Eq. 3.7}$$

$$K_{i+1,i+1} = K_{i+1,i+1} = E_i \cdot A_i \cdot \int_0^\ell \phi_{i+1}'(x) \cdot \phi_{i+1}'(x) dx \Rightarrow E_i \cdot A_i \cdot \int_0^\ell \left(\frac{1}{\ell}\right) \cdot \left(\frac{1}{\ell}\right) dx = \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \quad \text{Eq. 3.8}$$

$$[K_{ele}]_i = \begin{bmatrix} K_{i,i} & K_{i,i+1} \\ K_{i+1,i} & K_{i+1,i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \\ -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.9}$$

Onde:

E_i : Módulo de elasticidade longitudinal;

A_i : Área da seção transversal;

$E_i \cdot A_i$: Produto de rigidez axial.

Insta salientar que o produto de rigidez axial ($E_i \cdot A_i$) foi escrito fora dos argumentos das integrais, em virtude da admissão tanto de (E_i) quanto (A_i) serem constantes ao longo de todo elemento.

A rotação $[\tilde{\theta}(x)]$ da estrutura elementar é invariável e tem seu valor igual à deformação $[\tilde{\varepsilon}(x)]$. Sua função é adquirida através da derivada primeira da função de interpolação dos deslocamentos $[\tilde{u}(x)]$, expressa na Eq. 3.10 e Eq. 3.11, na forma implícita e explícita, respectivamente.

$$\tilde{\theta}(x) = \tilde{\varepsilon}(x) = u_i \cdot \phi_i' + u_{i+1} \cdot \phi_{i+1}', \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.10}$$

$$\tilde{\theta}(x) = \tilde{\varepsilon}(x) = u_i \cdot \left(-\frac{1}{\ell}\right) + u_{i+1} \cdot \left(\frac{1}{\ell}\right) = \frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \quad \text{Eq. 3.11}$$

Obedecendo a Lei de Hooke, a tensão normal $[\tilde{\sigma}_N(x)]$ é dada pela Eq. 3.12:

$$\tilde{\sigma}_N(x) = E_i \cdot \tilde{\varepsilon}(x) = E_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) \quad \text{Eq. 3.12}$$

É de vital importância ressaltar que a Lei de Hooke é originariamente definida para materiais homogêneos e isotrópicos, contrapondo a heterogeneidade e anisotropia da madeira. Entretanto, mesmo sendo uma simplificação, tal procedimento não levaria a variações consideráveis, haja vista que em situações de projeto (regime elástico-linear – inferior ao limite de propriedade do material), a consideração da homogeneidade do material não levaria a influências significativas (PALMA, 1994).

A partir do valor de tensão normal $[\tilde{\sigma}_N(x)]$, a força normal solicitante (\tilde{F}_i) é obtida por meio da Eq. 3.13, ressaltando que sua invariabilidade ao longo do elemento só é garantida quando as cargas são pontuais, ou seja, aplicadas somente nos nós.

$$\tilde{\sigma}_N(x) = \frac{\tilde{F}_i}{A_i} \Rightarrow \frac{\tilde{F}_i}{A_i} = E_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) \Rightarrow \tilde{F}_i = E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) \quad \text{Eq. 3.13}$$

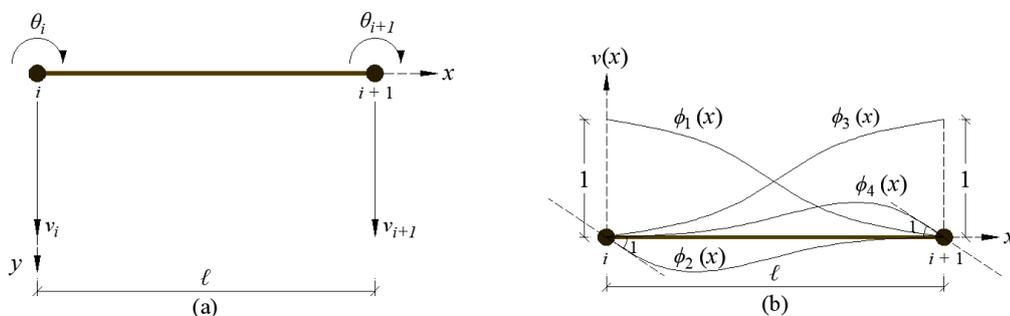
No caso da incidência de carregamento constante (q), sendo este paralelo ao eixo do elemento, o esforço normal solicitante (\tilde{F}) nas extremidades (i) e ($i+1$) é extraído por meio da Eq. 3.14.

$$\tilde{F}_i = E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) + \frac{q \cdot \ell}{2} \quad ; \quad \tilde{F}_{i+1} = E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) - \frac{q \cdot \ell}{2} \quad \text{Eq. 3.14}$$

3.3.2 SISTEMATIZAÇÃO DO MEF PARA ELEMENTOS DE VIGAS

Tratando-se de vigas solicitadas à flexão simples, há a incidência de força cortante e momentos fletores que podem crescer ou decrescer do nó para o meio do vão da estrutura. Portanto, para esta condição, o elemento finito possui dois graus de liberdade por nó, como ilustrado na Figura 3.5.

Figura 3.5 – Elemento de viga solicitada à flexão simples



(a) Elemento finito de viga (b) Funções de interpolação

Fonte: Adaptado de Christoforo e Libardi (2019)

Os dois graus de liberdade ilustrados na Figura 3.5(a) consistem em uma translação (v) e uma rotação (θ). Com a imposição de translação e rotação unitárias em um dos nós,

mantendo-se nulos os demais, estabelece-se as funções base $[\phi(x)]$ assim como proposto para o caso de barras de treliça. Todavia, para esta situação, a geometria da função base de translação $[\phi_v(x)]$ é aquela oriunda de um polinômio de grau três, escrito na Eq. 3.15.

$$\phi_v(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.15}$$

Sabendo que a rotação (θ) é contabilizada pela derivada primeira das translações (v), representada na Eq. 3.16, os coeficientes (a_0), (a_1), (a_2) e (a_3) podem ser quantificados para cada função base $[\phi(x)]$. Permite-se clarear este raciocínio observando a Eq. 3.17, Eq. 3.18, Eq. 3.19 e Eq. 3.20.

$$\phi_\theta(x) = \phi_v'(x) = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x + 3 \cdot a_3 \cdot x^2, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_1(0) = 1 \therefore a_0 = 1 \\ \phi_1'(0) = 0 \therefore a_1 = 0 \\ \phi_1(\ell) = 0 \therefore a_2 = -\frac{3}{\ell^2} \\ \phi_1'(\ell) = 0 \therefore a_3 = \frac{2}{\ell^3} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_1(x) = 1 - \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2 + \frac{2}{\ell^3} \cdot x^3 \quad \text{Eq. 3.17}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_2(0) = 0 \therefore a_0 = 0 \\ \phi_2'(0) = 1 \therefore a_1 = 1 \\ \phi_2(\ell) = 0 \therefore a_2 = -\frac{2}{\ell} \\ \phi_2'(\ell) = 0 \therefore a_3 = \frac{1}{\ell^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_2(x) = x - \frac{2}{\ell} \cdot x^2 + \frac{1}{\ell^2} \cdot x^3 \quad \text{Eq. 3.18}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_3(0) = 0 \therefore a_0 = 0 \\ \phi_3'(0) = 0 \therefore a_1 = 0 \\ \phi_3(\ell) = 1 \therefore a_2 = \frac{3}{\ell^2} \\ \phi_3'(\ell) = 0 \therefore a_3 = -\frac{2}{\ell^3} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_3(x) = \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2 - \frac{2}{\ell^3} \cdot x^3 \quad \text{Eq. 3.19}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_4(0) = 0 \therefore a_0 = 1 \\ \phi_4'(0) = 0 \therefore a_1 = 0 \\ \phi_4(\ell) = 0 \therefore a_2 = -\frac{1}{\ell} \\ \phi_4'(\ell) = 1 \therefore a_3 = \frac{1}{\ell^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_4(x) = -\frac{1}{\ell} \cdot x^2 + \frac{1}{\ell^2} \cdot x^3 \quad \text{Eq. 3.20}$$

Uma vez que o elemento agora possui dois graus de liberdade por nó, totalizando quatro no conjunto, a função de interpolação dos deslocamentos $[\tilde{v}(x)]$ deve conter tanto termos associados às translações (v) quanto às rotações (θ). Logo, na Eq. 3.21 e Eq. 3.22, estão impressas, de forma respectiva, a forma implícita e explícita da referida função.

$$\tilde{v}(x) = v_i \cdot \phi_1 + \theta_i \cdot \phi_2 + v_{i+1} \cdot \phi_3 + \theta_{i+1} \cdot \phi_4, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.21}$$

$$\begin{aligned} \tilde{v}(x) = & v_i \cdot \left(1 - \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2 + \frac{2}{\ell^3} \cdot x^3\right) + \theta_i \cdot \left(x - \frac{2}{\ell} \cdot x^2 + \frac{1}{\ell^2} \cdot x^3\right) \\ & + v_{i+1} \cdot \left(\frac{3}{\ell^2} \cdot x^2 - \frac{2}{\ell^3} \cdot x^3\right) + \theta_{i+1} \cdot \left(-\frac{1}{\ell} \cdot x^2 + \frac{1}{\ell^2} \cdot x^3\right), \quad 0 \leq x \leq \ell \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.22}$$

Os coeficientes da matriz de rigidez do elemento finito (MRE) são obtidos por meio da integração da derivada segunda das funções base $[\phi(x)]$. A Eq. 3.23 contém a formulação dos coeficientes $[K]$ para linha m coluna n , que por sua vez se consolidam na matriz de rigidez final do elemento $[K_{ele}]_i$, expressa na Eq. 3.24.

$$K_{m,n} = E_i \cdot I_{z,i} \cdot \int_0^\ell \phi_m''(x) \cdot \phi_n''(x) dx \quad \text{Eq. 3.23}$$

$$[K_{ele}]_i = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} \\ K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} \\ K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.24}$$

$$[K_{ele}]_i = \begin{bmatrix} \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} \\ \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} \\ -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} \\ \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} \end{bmatrix}$$

Onde:

$I_{z,i}$: Momento de inércia em relação ao eixo z ;

$E_i \cdot I_{z,i}$: Produto de rigidez na flexão.

O produto de rigidez na flexão ($E_i \cdot I_{z,i}$) também é assumido como sendo constante ao longo do elemento, fato que justifica sua posição externa à integral. Também é mantido ao longo de toda a formulação a teoria de Euler-Bernoulli, cuja suposição é a de que seções planas permanecem planas ao eixo deformado após a deformação.

A rotação $[\tilde{\theta}(x)]$ na estrutura elementar varia de acordo com a seção do elemento. Sua função é obtida através da derivada primeira da função de interpolação dos deslocamentos $[\tilde{v}(x)]$, expressa na Eq. 3.25 e Eq. 3.26, na forma implícita e explícita, respectivamente.

$$\tilde{\theta}(x) = v_i \cdot \phi_1' + \theta_i \cdot \phi_2' + v_{i+1} \cdot \phi_3' + \theta_{i+1} \cdot \phi_4', \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.25}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(x) = & v_i \cdot \left(-\frac{6}{\ell^2} \cdot x + \frac{6}{\ell^3} \cdot x^2\right) + \theta_i \cdot \left(1 - \frac{4}{\ell} \cdot x + \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2\right) + v_{i+1} \cdot \left(\frac{6}{\ell^2} \cdot x - \frac{6}{\ell^3} \cdot x^2\right) \\ & + \theta_{i+1} \cdot \left(-\frac{2}{\ell} \cdot x + \frac{3}{\ell^2} \cdot x^2\right), \quad 0 \leq x \leq \ell \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.26}$$

Uma vez estabelecida a função de interpolação das rotações $[\tilde{\theta}(x)]$, o momento fletor e a cortante solicitante podem ser quantificados por meio de derivações de $[\tilde{v}(x)]$, com posterior multiplicação do conjunto pelo produto de rigidez na flexão $(-E_i \cdot I_{z,i})$. A seguir, na Eq. 3.27 e Eq. 3.28 estão impressas as funções de interpolação do momento fletor $[\tilde{M}(x)]$, e na Eq. 3.29 e Eq. 3.30, as funções relativas à cortante solicitante $[\tilde{V}(x)]$.

$$\tilde{M}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot (v_i \cdot \phi_1'' + \theta_i \cdot \phi_2'' + v_{i+1} \cdot \phi_3'' + \theta_{i+1} \cdot \phi_4''), \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.27}$$

$$\tilde{M}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot \begin{bmatrix} v_i \cdot \left(-\frac{6}{\ell^2} + \frac{12}{\ell^3} \cdot x \right) + \theta_i \cdot \left(-\frac{4}{\ell} + \frac{6}{\ell^2} \cdot x \right) \\ + v_{i+1} \cdot \left(\frac{6}{\ell^2} - \frac{12}{\ell^3} \cdot x \right) + \theta_{i+1} \cdot \left(-\frac{2}{\ell} + \frac{6}{\ell^2} \cdot x \right) \end{bmatrix}, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.28}$$

$$\tilde{V}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot (v_i \cdot \phi_1''' + \theta_i \cdot \phi_2''' + v_{i+1} \cdot \phi_3''' + \theta_{i+1} \cdot \phi_4'''), \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.29}$$

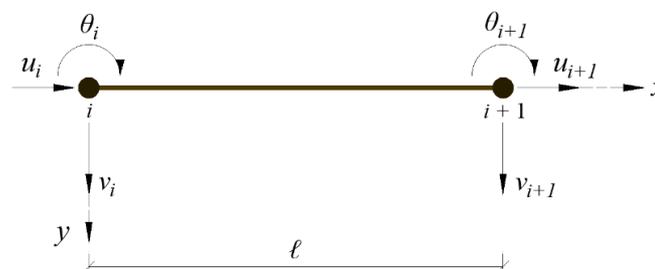
$$\tilde{V}(x) = -E_i \cdot I_{z,i} \cdot \left[v_i \cdot \left(\frac{12}{\ell^3} \right) + \theta_i \cdot \left(\frac{6}{\ell^2} \right) + v_{i+1} \cdot \left(-\frac{12}{\ell^3} \right) + \theta_{i+1} \cdot \left(\frac{6}{\ell^2} \right) \right], \quad 0 \leq x \leq \ell \quad \text{Eq. 3.30}$$

É de suma importância enfatizar que nem sempre as funções relativas ao momento fletor $[\tilde{M}(x)]$, e conseqüentemente à cortante $[\tilde{V}(x)]$, vão representar de forma fidedigna o problema, uma vez que estas configuram uma solução aproximada. Ao se impor, por exemplo, um carregamento constante em um trecho da estrutura, das relações diferenciais da mecânica, sabe-se que a cortante apresentará variação expressa por função reta (polinômio de grau um) e o momento fletor variação quadrática (polinômio de grau dois), contraste este evidenciado na Eq. 3.28 e Eq. 3.30. Entretanto, melhores aproximações dos esforços podem ser alcançadas por meio da inserção de um número maior de elementos finitos.

3.3.3 SOBREPOSIÇÃO DE EFEITOS – ELEMENTO DE PÓRTICO

O elemento de pórtico consiste em um elemento de viga com um carregamento axial incluso. Na Figura 3.6 está ilustrado este elemento com seus três graus de liberdade.

Figura 3.6 – Elemento de pórtico solicitado à flexão composta



Fonte: Autor (2020)

Portanto, para estruturar sua matriz de rigidez $[K_{ele}]_i$, realiza-se a junção da Eq. 3.9 com a Eq. 3.24, respeitando-se os graus de liberdade de cada elemento, conforme registrado na Eq. 3.31.

$$[K_{ele}]_i = \begin{bmatrix}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 1 & \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 & -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 \\
 2 & 0 & \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & 0 & -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} \\
 3 & 0 & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} & 0 & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} \\
 4 & -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 & \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 \\
 5 & 0 & -\frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & 0 & \frac{12 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^3} & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} \\
 6 & 0 & \frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{2 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell} & 0 & -\frac{6 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell^2} & \frac{4 \cdot E_i \cdot I_{z,i}}{\ell}
 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.31}$$

Sendo:

- 1 e 4: índices referentes aos deslocamentos axiais em x;
- 2 e 5: índices referentes às translações em y;
- 3 e 6: índices referentes às rotações em torno do eixo z.

A matriz de rigidez apresentada na Eq. 3.31 pode ser utilizada na análise matricial tanto de vigas quanto de pórticos, pois, quando as primeiras apresentarem carregamentos axiais nulos, os campos referentes aos índices 1 e 4 se anularão.

Analogamente aos índices propostos na Eq. 3.31, a matriz de rigidez do elemento de barra $[K_{ele}]_i$ também pode ser reescrita considerando os três possíveis graus de liberdade em um sistema bidimensional, conforme demonstrado na Eq. 3.32.

$$[K_{ele}]_i = \begin{bmatrix}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 1 & \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 & -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 \\
 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 4 & -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 & \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & 0 & 0 \\
 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.32}$$

Conhecidas as matrizes de rigidez dos elementos finitos unidimensionais, faz-se necessária a demonstração de como incrementá-las em uma análise matricial de estruturas.

3.3.4 ANÁLISE MATRICIAL DE ESTRUTURAS RETICULADAS PLANAS

Neste item serão abordadas as premissas básicas para a análise de estruturas reticuladas planas com enfoque matricial, demonstrando a sistemática de aplicação em uma estrutura completa.

Analisando a Eq. 3.13 no item 3.3.1, nota-se que quando o elemento estiver submetido a esforços axiais de tração, a força (\tilde{F}_i) assume valor positivo. Sendo assim, por razões de equilíbrio, a força no nó subsequente (\tilde{F}_{i+1}) deve apresentar sinal negativo, como mostra a Eq. 3.33.

$$\tilde{F}_i = E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) \quad ; \quad \tilde{F}_{i+1} = -E_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right) \quad \text{Eq. 3.33}$$

Se a Eq. 3.33 for escrita na forma matricial, tem-se a Eq. 3.34, que de modo geral governa toda a análise de estruturas por meio de matrizes.

$$\begin{bmatrix} \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \\ -\frac{E_i \cdot A_i}{\ell} & \frac{E_i \cdot A_i}{\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ u_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{F}_i \\ \tilde{F}_{i+1} \end{bmatrix} \Rightarrow [K_{ele}]_i \cdot [u_{ele}]_i = [F_{ele}]_i \quad \text{Eq. 3.34}$$

Onde:

- $[K_{ele}]_i$: Matriz de rigidez do elemento finito;
- $[u_{ele}]_i$: Matriz dos deslocamentos axiais;
- $[F_{ele}]_i$: Matriz das forças normais.

Com isso, torna-se possível aplicar, de forma análoga, a Eq. 3.34 em toda a estrutura a fim de promover a quantificação dos esforços e deslocamentos em um referencial global. A Eq. 3.35 contém a expressão matemática reescrita de forma mais abrangente.

$$[K_{est}] \cdot [U_{est}] = [F_{est}] \quad \text{Eq. 3.35}$$

Sendo:

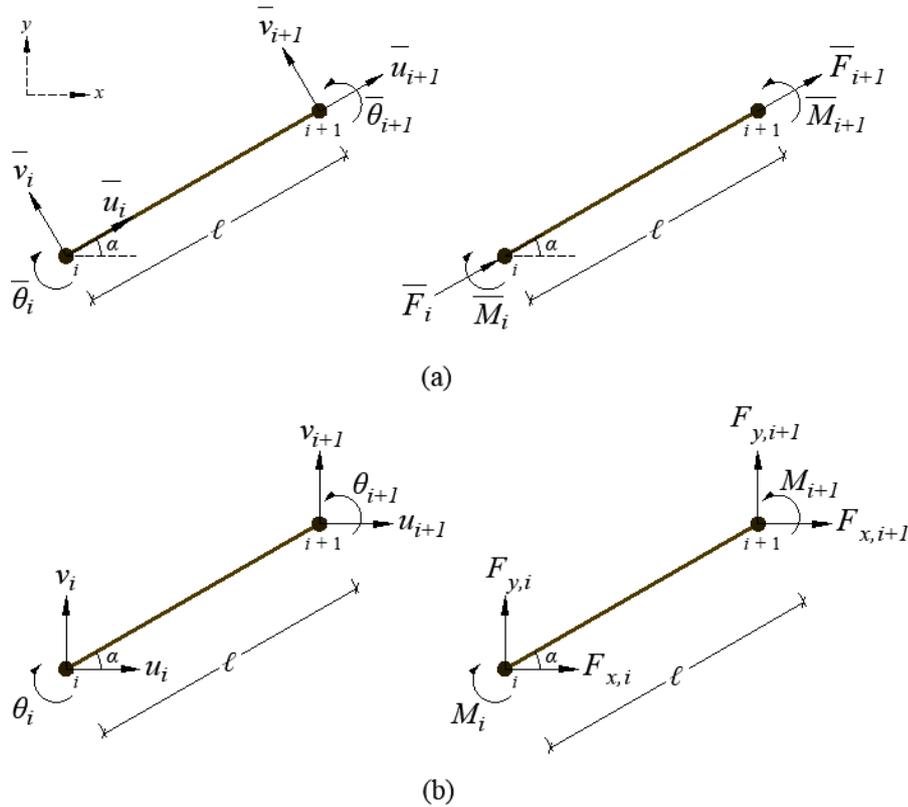
- $[K_{est}]$: Matriz de rigidez global da estrutura;
- $[U_{est}]$: Matriz coluna relativa aos graus de liberdade nodais;
- $[F_{est}]$: Matriz coluna das forças-reações nodais (aplicadas nas extremidades dos elementos).

De posse dos carregamentos, é possível identificar os valores de deslocamentos nodais a partir da rigidez da estrutura. Todavia, para estruturar a matriz de rigidez global $[K_{est}]$, há a necessidade de aplicação de algumas técnicas específicas que serão apresentadas nos tópicos a seguir.

3.3.4.1 MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO DAS COORDENADAS

A fim de solucionar problemas estruturais bidimensionais, como no caso de treliças e pórticos, as coordenadas dos elementos necessitam de transformação em um sistema de coordenadas globais que sejam comuns a todos os componentes. Na Figura 3.7 está ilustrado um elemento de pórtico, em seus sistemas local (a) e global (b).

Figura 3.7 – Sistema de coordenadas de um elemento de pórtico



(a) Sistema de coordenadas locais (b) Sistema de coordenadas globais

Fonte: Autor (2020)

Observando a Figura 3.7, nota-se que são necessárias decomposições em ambas as direções, em função de sua inclinação (α). Na Eq. 3.36, Eq. 3.37, Eq. 3.38 e Eq. 3.39 é possível redigir, de forma respectiva, as resultantes dos deslocamentos em x, translações em y, rotações em z e carregamentos-reações nodais para os nós (i) e ($i + 1$).

$$u_i = \bar{u}_i \cdot \cos \alpha + \bar{v}_i \cdot \sin \alpha \quad ; \quad u_{i+1} = \bar{u}_{i+1} \cdot \cos \alpha + \bar{v}_{i+1} \cdot \sin \alpha \quad \text{Eq. 3.36}$$

$$v_i = -\bar{u}_i \cdot \sin \alpha + \bar{v}_i \cdot \cos \alpha \quad ; \quad v_{i+1} = -\bar{u}_{i+1} \cdot \sin \alpha + \bar{v}_{i+1} \cdot \cos \alpha \quad \text{Eq. 3.37}$$

$$\theta_i = \bar{\theta}_i \quad ; \quad \theta_{i+1} = \bar{\theta}_{i+1} \quad \text{Eq. 3.38}$$

$$\begin{aligned} F_{x,i} &= \bar{F}_i \cdot \cos \alpha \quad ; \quad F_{y,i} = \bar{F}_i \cdot \sin \alpha \quad ; \quad F_{x,i+1} = \bar{F}_{i+1} \cdot \cos \alpha \quad ; \\ F_{y,i+1} &= \bar{F}_{i+1} \cdot \sin \alpha \quad ; \quad M_i = \bar{M}_i \quad ; \quad M_{i+1} = \bar{M}_{i+1} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.39}$$

Escrevendo na forma matricial, têm-se os vetores referentes aos graus de liberdade $[U_{ele}]$ e às forças-reações nodais $[F_{ele}]$, impressos, respectivamente, na Eq. 3.40 e Eq. 3.41.

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_{i+1} \\ v_{i+1} \\ \theta_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{u}_{i+1} \\ \bar{v}_{i+1} \\ \bar{\theta}_{i+1} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_{i+1} \\ v_{i+1} \\ \theta_{i+1} \end{bmatrix} = [R] \cdot \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{u}_{i+1} \\ \bar{v}_{i+1} \\ \bar{\theta}_{i+1} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.40}$$

$$\begin{bmatrix} F_{x,i} \\ F_{y,i} \\ M_i \\ F_{x,i+1} \\ F_{y,i+1} \\ M_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{F}_{x,i} \\ \bar{F}_{y,i} \\ \bar{M}_i \\ \bar{F}_{x,i+1} \\ \bar{F}_{y,i+1} \\ \bar{M}_{i+1} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} F_{x,i} \\ F_{y,i} \\ M_i \\ F_{x,i+1} \\ F_{y,i+1} \\ M_{i+1} \end{bmatrix} = [R] \cdot \begin{bmatrix} \bar{F}_{x,i} \\ \bar{F}_{y,i} \\ \bar{M}_i \\ \bar{F}_{x,i+1} \\ \bar{F}_{y,i+1} \\ \bar{M}_{i+1} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.41}$$

A substituição da Eq. 3.40 e Eq. 3.41 na Eq. 3.35 em sua forma elementar, resulta na Eq. 3.42.

$$[K_{ele}]_i \cdot [R] \cdot \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{u}_{i+1} \\ \bar{v}_{i+1} \\ \bar{\theta}_{i+1} \end{bmatrix} = [R] \cdot \begin{bmatrix} \bar{F}_{x,i} \\ \bar{F}_{y,i} \\ \bar{M}_i \\ \bar{F}_{x,i+1} \\ \bar{F}_{y,i+1} \\ \bar{M}_{i+1} \end{bmatrix} \Rightarrow \overbrace{[K_{ele}]_i}^{[K_{R,ele}]_i} \cdot [R] \cdot [R]^T \cdot [U_{ele}]_i = [F_{ele}]_i \quad \text{Eq. 3.42}$$

Logo, conclui-se que, para se obter uma solução em um sistema de coordenadas globais, a matriz de rigidez de cada elemento deve ser modificada através do produto da matriz de transformação $[R]$ vezes a sua transposta $[R]^T$. Os demais vetores (forças-reações nodais e deslocamentos) entram na operação com valores puros. A partir desse estágio, dá-se início à estruturação da matriz de rigidez global $[K_{R,est}]$.

3.3.4.2 MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DA ESTRUTURA

Uma vez transformadas as coordenadas de cada elemento da malha, faz-se necessária sua locação na matriz de rigidez da estrutura total $[K_{R,est}]$. A dimensão desta última é resultado do produto do número de graus de liberdade em cada extremidade vezes o número de nós que compõem a estrutura.

De modo a facilitar a quantificação dos coeficientes da matriz de rigidez global $[K_{R,est}]$, é comum a adoção de um sistema de índices gerais que serão utilizados como referencial para locar os elementos que compartilham os mesmos graus de liberdade. Estes índices podem ser adquiridos através das Eq. 3.43, Eq. 3.44 e Eq. 3.45.

$$IG_1(n) = 3 \cdot n - 2 \quad \text{Eq. 3.43}$$

$$IG_2(n) = 3 \cdot n - 1 \quad \text{Eq. 3.44}$$

$$IG_3(n) = 3 \cdot n \quad \text{Eq. 3.45}$$

Onde:

IG_1 : Índice referente ao deslocamento em x ;

IG_2 : Índice referente ao deslocamento em y ;

IG_3 : Índice referente à rotação em torno do eixo z ;

Portanto, a locação dos termos na matriz de rigidez global da estrutura $[K_{R,est}]$ é feita aplicando o somatório de todos os campos cujas coordenadas matriciais locais são idênticas, conforme demonstrado na Eq. 3.46.

$$\left[K_{R,est} \right] = \begin{bmatrix}
 & IG_1(1)=1 & IG_2(1)=2 & IG_3(1)=3 & \dots & IG_3(N_{nós}) \\
 IG_1(1)=1 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(1,1)} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(1,2)} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(1,3)} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[1, IG_3(N_{nós})]} \\
 IG_2(1)=2 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(2,1)} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(2,2)} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(2,3)} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[2, IG_3(N_{nós})]} \\
 IG_3(1)=3 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(3,1)} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(3,2)} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(3,3)} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[3, IG_3(N_{nós})]} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 IG_3(N_{nós}) & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}),1]} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}),2]} & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}),3]} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}), IG_3(N_{nós})]}
 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.46}$$

Com a matriz global estruturada, a análise prossegue com a aplicação de apoios no sistema estrutural.

3.3.4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Ao se impor condições de contorno na estrutura, todo o sistema deve ser ajustado de modo a representar o modelo físico real. Para tal, é comum o uso da chamada técnica dos “zeros e um”, cuja premissa básica consiste na substituição dos coeficientes originais do sistema por coeficientes $[K_G]$ em todo campo onde houver equação relativa a uma direção restringida m . A Eq. 3.47, Eq. 3.48 e Eq. 3.49 contêm as regras que definem os valores de $[K_G]$.

$$[K_G]_{m,n} = 0; \quad m \neq n \text{ (Linha } m) \quad \text{Eq. 3.47}$$

$$[K_G]_{m,m} = 1 \text{ (Diagonal principal)} \quad \text{Eq. 3.48}$$

$$[K_G]_{n,m} = 0; \quad m \neq n \text{ (Coluna } m) \quad \text{Eq. 3.49}$$

Onde:

m : Índice geral relativo à direção restringida.

Em outras palavras, pode-se dizer que, em todo nó onde houver apoios, o coeficiente da diagonal principal (relativo à direção restringida m) assume o valor unitário e os demais coeficientes naquela linha e coluna assumem valores nulos. Permite-se clarear o raciocínio através da introdução de um apoio de primeiro gênero no nó 1 da Eq. 3.46 (restrito na direção y – índice geral 2). Nota-se que na Eq. 3.50 abaixo, todos os coeficientes da linha 2 e coluna 2 admitem valores nulos, exceto a posição (2, 2) correspondente à diagonal principal, assumindo, somente nesta coordenada, coeficiente unitário.

$$\begin{bmatrix}
 & IG_1(1)=1 & IG_2(1)=2 & IG_3(1)=3 & \dots & IG_3(N_{nós}) \\
 IG_1(1)=1 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(1,1)} & 0 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(1,3)} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[1,IG_3(N_{nós})]} \\
 IG_2(1)=2 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\
 IG_3(1)=3 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(3,1)} & 0 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R(3,3)} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[3,IG_3(N_{nós})]} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 IG_3(N_{nós}) & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}),1]} & 0 & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}),3]} & \dots & \sum_{i=1}^{N_{ele}} K_{R[IG_3(N_{nós}),IG_3(N_{nós})]}
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{n=1} \\ 0 \\ \theta_{n=1} \\ \vdots \\ \theta_{n=N_{nós}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n=1} \\ 0 \\ M_{n=1} \\ \vdots \\ M_{n=N_{nós}} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.50}$$

3.3.4.4 SOLUÇÃO DO SISTEMA

Com a matriz de rigidez global da estrutura transformada, forças-reações nodais conhecidas e condições de contorno aplicadas, o vetor dos graus de liberdade $[U_{est}]$ pode ser quantificado por meio de qualquer *solver* de equações lineares.

De posse dos resultados da matriz $[U_{est}]$, os valores de deslocamentos, translações, rotações, esforços solicitantes, tensões e deformações podem ser interpolados em cada elemento mediante as equações apresentadas nos itens 3.3.1 e 3.3.2, respeitando os graus de liberdade para cada tipo de elemento finito.

3.4 ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE CÁLCULO

No dimensionamento de peças estruturais e sistemas de ligações que as conectam, os valores gerados na análise estrutural, correspondentes a cada ação, necessitam ser combinados entre si. Essas combinações visam a majoração dos esforços e deslocamentos para que as estruturas sejam projetadas com margem de segurança. Todavia, não se descarta o parâmetro custo-benefício, haja vista que as combinações se baseiam em métodos probabilísticos, contrapondo a ideia de um simples acúmulo de valores em uma variável. Portanto, nos tópicos a seguir serão esclarecidas as formas de obtenção dos esforços e deslocamentos de cálculo, à luz do chamado método dos estados limites.

3.4.1 COMBINAÇÕES DE AÇÕES PARA ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (ELU)

Segundo a ABNT NBR 8681 (2003), esse estado limite diz respeito ao colapso, ou qualquer outra forma de ruína estrutural, que resulte na paralização do uso da estrutura.

Para esse tipo de situação, os esforços solicitantes devem ser combinados através das combinações últimas que se subdividem em normais, especiais ou de construção e excepcionais. As duas últimas são utilizadas em situações atípicas, com ações variáveis especiais, como, por exemplo, sismos, explosões, choques de veículos etc. Estas, por sua

vez, não serão contempladas neste trabalho, e sim as combinações últimas normais, oriundas de situações com probabilidade de ocorrência suficientemente grande. Sua formulação geral é apresentada na Eq. 3.51, extraída da ABNT NBR 8681 (2003).

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \cdot \psi_{0,j} \cdot F_{Qj,k} \quad \text{Eq. 3.51}$$

Onde:

F_d : Esforço solicitante de cálculo;
 $F_{Gi,k}$: Valor característico das ações permanentes;
 $F_{Q1,k}$: Valor característico da ação variável tida como a principal para a combinação;
 $\psi_{0,j} \cdot F_{Qj,k}$: Valor reduzido de combinação para cada uma das demais ações variáveis tidas como secundárias.

As ações permanentes e variáveis podem ser consideradas de forma agrupada ou separada. Quando agrupadas, as ações permanentes são calculadas com o mesmo coeficiente de ponderação (γ_g) e as ações variáveis, de forma análoga, com o coeficiente (γ_q). Quando separadas, cada ação corresponderá a um coeficiente (γ).

Considerando o novo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020), constata-se uma diferença na extração dos coeficientes de ponderação (γ) e dos fatores de combinação (ψ_0). Enquanto na versão de 1997, eles eram extraídos da própria norma, com a nova revisão (2020) há a recomendação de obtê-los em consulta à ABNT NBR 8681 (2003). Essas divergências devem ser levadas em consideração no cálculo de cada combinação, seguindo as recomendações da norma adotada em questão.

Um fator que merece destaque na estimativa das combinações últimas normais é aquele referente à incidência de apenas duas ações variáveis, de naturezas distintas. Sabendo que nesta condição, umas dessas duas ações é o vento (W_k), tanto a ABNT NBR 7190 (1997), quanto sua versão revisada (2020), propõem uma modificação da Eq. 3.51 para os seguintes casos:

- Força vertical e seus efeitos dinâmicos como ação variável principal (Eq. 3.52):

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \gamma_w \cdot \psi_{0,w} \cdot W_k \quad \text{Eq. 3.52}$$

- Vento (W_k) como ação variável principal (Eq. 3.53):

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k} + 0,75 \cdot \gamma_w \cdot W_k + \gamma_{q1} \cdot \psi_{0,1} \cdot F_{Q1,k} \quad \text{Eq. 3.53}$$

É importante frisar que a redução de 25% do vento (W_k) na Eq. 3.53 só é aplicável na verificação das peças de madeira e não nos elementos de ligações. Ademais, esta mesma redução pode ser questionada no que se refere à segurança das estruturas sob a inversão de

esforços. Ventos de sobrepressão raramente serão tidos como ação variável principal em uma combinação de ações, exceto em alguns casos cujo ângulo de inclinação do telhado de duas águas for superior a 40° (ABNT NBR 6123, 1988). Entretanto, sob a incidência de ventos de sucção, por ser a única ação contrária à gravidade, certamente assumirá o protagonismo na combinação crítica, sendo amenizada apenas pelas ações permanentes. Sendo assim, a imposição do coeficiente de 0,75 nestas circunstâncias pode não representar uma atitude conservadora, sobretudo quando se trata das barras do banzo inferior. Logo, a consideração ou não da referida redução de 25% deve ser ponderada pelo projetista ao se efetuar as combinações de ações.

3.4.2 COMBINAÇÕES DE AÇÕES PARA ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (ELS)

De forma a evitar que as estruturas apresentem em seu período de vida deformações ou deslocamentos excessivos, elas devem ser verificadas nos estados limites de serviço (ELS), que basicamente estão relacionados com a estética, durabilidade e utilização da estrutura.

Se tratando das estruturas de cobertura, os deslocamentos máximos dos elementos devem ser combinados e posteriormente comparados com valores limites estabelecidos por norma. Para tanto, a ABNT NBR 7190 (2020) admite duas hipóteses: Deslocamentos instantâneos (δ_{inst}) e deslocamentos finais ou efetivos (δ_{fin}).

Para deslocamentos instantâneos (δ_{inst}), com os valores obtidos na análise estrutural, aplica-se as combinações raras de serviço, apresentadas na Eq. 3.54.

$$\delta_{inst} = \sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} + \delta_{inst,Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1,j} \cdot \delta_{inst,Qj,k} \quad \text{Eq. 3.54}$$

Observa-se que a fluência da madeira não é considerada na condição instantânea, diferente da situação efetiva, evidenciada na Eq. 3.55.

$$\delta_{fin} = \delta_{inst} + \delta_{creep} = \sum_{i=1}^m \delta_{inst,Gi,k} \cdot (1 + \phi) + \delta_{inst,Q1,k} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot \phi) + \sum_{j=2}^n \delta_{inst,Qj,k} \cdot (\psi_{1,j} + \psi_{2,j} \cdot \phi) \quad \text{Eq. 3.55}$$

Sendo:

- δ_{creep} : Deslocamento considerando o efeito da fluência;
- ϕ : Coeficiente de fluência da madeira dado pela ABNT NBR 7190 (2020);
- ψ_1 e ψ_2 : Fatores de redução de ações variáveis, obtidos por meio da ABNT NBR 8681 (2003).

Enfatiza-se que os deslocamentos e as deformações aqui mencionados, devem ser quantificados considerando a hipótese de comportamento elástico e linear da estrutura.

A ABNT NBR 7190 (2020) denota que “a madeira possui características distintas de outros materiais de construção como por exemplo, a significativa deformação ao longo do

tempo (fluência)". Por conta deste fenômeno é que se observa a inclusão do coeficiente de fluência (ϕ) na estimativa dos deslocamentos finais ou efetivos (Eq. 3.55), estando em função do material e da classe de umidade a qual a estrutura estará exposta. Umidades relativas elevadas produzirão deslocamentos superiores em virtude de os coeficientes de fluência serem maiores nestas condições.

De posse dos esforços e deslocamentos combinados, todas as peças da estrutura devem ser dimensionadas para ambos os estados limites.

3.5 DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO

O último item a ser discutido neste capítulo é o dimensionamento dos elementos estruturais. Ressalta-se que não é objetivo deste trabalho tratar do dimensionamento das ligações, uma vez que elas são admitidas apenas como modelos de análise estrutural.

O dimensionamento de cada peça constituinte do sistema de cobertura está em função de sua solicitação. Em virtude de as vigas terças estarem submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos sobre planos inclinados, a peça é tratada como sujeita à flexão oblíqua, isto é, flexão em torno de seus dois eixos transversais. Já com as barras da treliça, seu dimensionamento dependerá do modelo de ligação empregado na análise, estando sujeitas a solicitações axiais no modelo treliça (tração e compressão simples) e flexão composta no modelo pórtico (flexotração e flexocompressão).

Portanto, nos itens a seguir serão apresentados os processos de verificação de peças principais isoladas, com seção transversal retangular, submetidas aos tipos de solicitações citadas. O procedimento seguirá as diretrizes normativas do projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020), que se assemelha ao EN 1995-1-1 (2004) em alguns aspectos.

3.5.1 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (ELU)

Para se verificar as solicitações nos estados limites últimos (ELU), a ABNT NBR 7190 (2020) estabelece que as dimensões mínimas de peças principais isoladas devem ser de 50 cm², para área da seção transversal, e 5 cm para a espessura.

Quanto aos parâmetros de resistência (f) e rigidez (E), a mesma norma apresenta classes de resistência para o grupo das Coníferas e Folhosas, ressaltando que os valores apresentados estão na condição padrão de referência, ou seja, teor de umidade (U) igual a 12%.

O método dos estados limites parte da premissa de majoração dos esforços e minoração das resistências (f) e da rigidez (E). Essa redução leva em conta a incerteza da

resistência característica estabelecida pela classe da madeira, bem como os efeitos adversos das imperfeições geométricas. A ABNT NBR 7190 (2020) propõe essa minoração através da utilização dos coeficientes de modificação (k_{mod}) e dos coeficientes de ponderação das resistências (γ_w), conforme apresentado na Eq. 3.56.

$$X_d = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot \frac{X_k}{\gamma_w} \quad \text{Eq. 3.56}$$

Onde:

X : Valor correspondente à resistência (f) ou à rigidez (E);

$k_{mod,1}$: Coeficiente parcial de modificação que leva em conta a classe de carregamento e o tipo de material empregado;

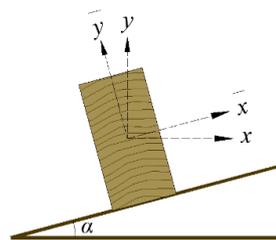
$k_{mod,2}$: Coeficiente parcial de modificação que leva em conta a classe de umidade e o tipo de material empregado.

Os coeficientes de modificação (k_{mod}) são obtidos em tabelas específicas do projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020). Já os coeficientes de ponderação das resistências (γ_w) assumem valores distintos de acordo com o tipo de tensão atuante na peça. Para tensões normais admite-se o valor de 1,4 e para tensões de cisalhamento, o valor de 1,8. Os resultados de cálculo das resistências (f) e da rigidez (E) serão utilizados como parâmetros de verificação das solicitações.

3.5.1.1 VERIFICAÇÃO À FLEXÃO OBLÍQUA (TERÇAS DE COBERTURA)

Como mencionado anteriormente, as terças que compõem a estrutura principal de cobertura estão solicitadas à flexão oblíqua, uma vez que estão localizadas sobre planos inclinados. Na Figura 3.8 ilustra-se um elemento de terça com seus eixos inclinados.

Figura 3.8 – Terça de cobertura solicitada à flexão oblíqua



Fonte: Autor (2020)

Sendo assim, as tensões normais e de cisalhamento devem ser verificadas para ambos os eixos da seção transversal, ressaltando que as primeiras são avaliadas em seu efeito combinado. Para os dois tipos de tensões, as condições de verificação propostas pela ABNT NBR 7190 (2020) estão apresentadas na Eq. 3.57 e Eq. 3.58, respectivamente.

$$\frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0 \quad \text{e} \quad k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0 \quad \text{Eq. 3.57}$$

$$\tau_{x,d} = \frac{V_{x,d} \cdot S_y}{b \cdot I_y} \leq f_{v0,d} \text{ e } \tau_{y,d} = \frac{V_{y,d} \cdot S_x}{b \cdot I_x} \leq f_{v0,d} \quad \text{Eq. 3.58}$$

Onde:

$\sigma_{Mx,d}$ e $\sigma_{My,d}$: Tensões máximas devidas às componentes de flexão atuantes segundo os eixos principais da seção;

$f_{b,d}$: Resistência de cálculo na flexão;

k_M : Coeficiente de correção igual a 0,7 para vigas de seção retangular, anteriormente definido pela ABNT NBR 7190 (1997) como sendo igual a 0,5;

$\tau_{x,d}$ e $\tau_{y,d}$: Valores de cálculo das máximas tensões de cisalhamento;

V_d : Valor de cálculo do esforço cortante atuante;

S : Momento estático da parte da seção transversal (em relação ao seu centro de gravidade) situada abaixo (ou acima) da posição na qual se determina a tensão de cisalhamento;

b : Largura da seção transversal na posição considerada;

I : Momento de inércia da seção transversal no eixo indicado;

$f_{v0,d}$: Valor de cálculo da resistência ao cisalhamento paralelo às fibras.

Ainda se tratando de vigas fletidas, permite-se a dispensa da verificação da segurança à instabilidade lateral nos casos de vigas de seção transversal retangular que satisfaçam ao menos uma das condições da Eq. 3.59.

$$\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{0,ef}}{\beta_M \cdot f_{c0,d}} \text{ ou } \sigma_{c,d} \leq \frac{E_{0,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right) \cdot \beta_M} \quad \text{Eq. 3.59}$$

Onde:

L_1 : Distância entre os pontos adjacentes com deslocamentos laterais impedidos;

$E_{0,ef}$: Valor efetivo (de cálculo) do módulo de elasticidade médio paralelo à direção das fibras;

β_M : Coeficiente em função da relação h/b , dado pela ABNT NBR 7190 (2020);

$f_{c0,d}$: Valor de cálculo da resistência à compressão paralela às fibras.

3.5.1.2 VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS AXIAIS (MODELO ESTRUTURAL TRELIÇA)

Sabendo que no modelo estrutural treliça, as barras são solicitadas apenas a esforços axiais, a verificação da resistência de peças estruturais submetidas a tração e compressão simples são dadas pelas Eq. 3.60 e Eq. 3.61, respectivamente. Ambas são extraídas da ABNT NBR 7190 (2020).

$$\sigma_{Nt,d} = \frac{N_{t,d}}{A} \leq f_{t0,d} \quad \text{Eq. 3.60}$$

$$\sigma_{Nc,d} = \frac{N_{c,d}}{A} \leq f_{c0,d} \quad \text{Eq. 3.61}$$

Sendo:

$\sigma_{Nt,d}$: Valor de cálculo da tensão atuante de tração;

$N_{t,d}$: Valor de cálculo da força de tração;

A : Área da seção transversal;
 $f_{t0,d}$: Valor de cálculo da resistência à tração paralela às fibras;
 $\sigma_{Nc,d}$: Valor de cálculo da tensão atuante de compressão;
 $N_{c,d}$: Valor de cálculo da força de compressão.

É de suma importância mencionar que peças solicitadas à compressão, seja simples (Eq. 3.61) ou sobreposta na flexão (Eq. 3.63), devem ser verificadas quanto à sua estabilidade. Isso se deve ao fato do aparecimento de esforços de segunda ordem à medida que a esbeltez do elemento se eleva, originando excentricidades. No item 3.5.1.4 será abordado o procedimento de verificação da estabilidade para ambas as solicitações de compressão mencionadas.

3.5.1.3 VERIFICAÇÃO À FLEXÃO COMPOSTA (MODELO ESTRUTURAL PÓRTICO)

No modelo estrutural pórtico, como há incidência de momentos fletores de primeira ordem, há a necessidade de se verificar o efeito combinado do esforço axial sobreposto na flexão. O procedimento de verificação da resistência para peças flexotracionadas e flexocomprimidas é proposto pela ABNT NBR 7190 (2020) através da Eq. 3.62 e Eq. 3.63, respectivamente.

$$\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{t0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0 \text{ e } \frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{t0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0 \quad \text{Eq. 3.62}$$

$$\left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0 \text{ e } \left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0 \quad \text{Eq. 3.63}$$

Por se tratar de treliças planas, onde os esforços de flexão geralmente se dão no plano perpendicular (cortante) ou em torno do eixo horizontal x (momento fletor), a componente vertical y se anula na Eq. 3.62 e Eq. 3.63, configurando um caso de flexão composta reta.

Em virtude da ocorrência de esforços de primeira ordem, enfatiza-se que as peças devem também ser verificadas ao esforço cortante, de igual modo ao apresentado no caso da flexão oblíqua (item 3.5.1.1).

Conforme mencionado no item 3.5.1.2, as peças flexocomprimidas também devem ser verificadas em seu estado limite último (ELU) de estabilidade, cujo procedimento é apresentado no tópico seguinte.

3.5.1.4 ESTABILIDADE DE PEÇAS COMPRIMIDAS OU FLEXOCOMPRIMIDAS

A verificação do estado limite último (ELU) de estabilidade proposta pelo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020) é a mesma do EN 1995-1-1 (2004), podendo seus parâmetros serem utilizados tanto para casos de compressão simples, quanto flexocompressão.

Vale a pena mencionar que sua dispensa é permitida quando a esbelteza relativa (λ_{rel}) na direção crítica for menor ou igual a 0,3. Na Tabela 3.1 contém o procedimento de obtenção desse parâmetro.

Tabela 3.1 – Cálculo da esbelteza relativa (λ_{rel})

Parâmetro	Equação
Índices de esbelteza das peças (λ)	$\lambda_x = \frac{L_{0,x}}{\sqrt{\frac{I_x}{A}}} \quad ; \quad \lambda_y = \frac{L_{0,y}}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}}$
Comprimentos de flambagem (L_0)	$L_{0,x} = K_E \cdot L_x \quad ; \quad L_{0,y} = K_E \cdot L_y$
Coefficientes (K_E) para modos de flambagem	$K_E = 1,00$ para barras totalmente rotuladas  $K_E = 0,65$ para barras totalmente rígidas 
Índice de esbelteza limite (λ_{lim})	$\lambda_{lim} = 175$ para peças tracionadas ou flexotracionadas $\lambda_{lim} = 140$ para peças comprimidas ou flexocomprimidas
Índices de esbelteza relativa (λ_{rel})	$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad ; \quad \lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}}$ Para $\lambda_{rel,crit} \leq 0,3$, dispensa-se a verificação do ELU de estabilidade
Valor característico do módulo de elasticidade paralelo às fibras ($E_{0,05}$)	Na falta de ensaios de caracterização: $E_{0,05} = 0,70 \cdot E_{c0,m}$ $E_{c0,m}$: Valor médio do módulo de elasticidade paralelo às fibras

Fonte: ABNT NBR 7190 (2020)

Do contrário, quando a esbelteza relativa (λ_{rel}) ultrapassar o valor de 0,3, a verificação deve prosseguir por meio da rotina apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Rotina de verificação da estabilidade de peças comprimidas e flexocomprimidas

Parâmetro	Equação
Verificações gerais (as duas devem ser satisfeitas)	$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cx} \cdot f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$ $\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cy} \cdot f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{b,d}} \leq 1,0$
Coefficientes (k_{cx}) e (k_{cy})	$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{(k_x)^2 - (\lambda_{rel,x})^2}} \quad ; \quad k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{(k_y)^2 - (\lambda_{rel,y})^2}}$
Valores de (k_x) e (k_y)	$k_x = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,x} - 0,3) + (\lambda_{rel,x})^2 \right]$ $k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + (\lambda_{rel,y})^2 \right]$
Fator para peças estruturais que atendem aos limites de divergência de alinhamento (β_c)	$\beta_c = 0,2$ para madeira maciça serrada e peças roliças $\beta_c = 0,1$ para madeira lamelada colada (MLC) e madeira microlaminada (LVL)

Fonte: ABNT NBR 7190 (2020)

3.5.2 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (ELS)

Uma vez combinadas as ações nos estados limites de serviço (ELS), têm-se os deslocamentos instantâneos e efetivos. Estes, por sua vez, devem ser aferidos com os valores limites pré-estabelecidos pelo projeto de norma ABNT NBR 7190 (2020). Os limites dependem da configuração estática da estrutura, cujos valores estão impressos no Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Valores limites de deslocamentos para elementos correntes fletidos

Tipo	δ_{inst}	δ_{fin}
Vigas biapoiadas ou contínuas	$L/300$ a $L/500$	$L/150$ a $L/300$
Vigas em balanço	$L/150$ a $L/250$	$L/75$ a $L/150$
Treliças	$L/300$	$L/150$

Fonte: ABNT NBR 7190 (2020)

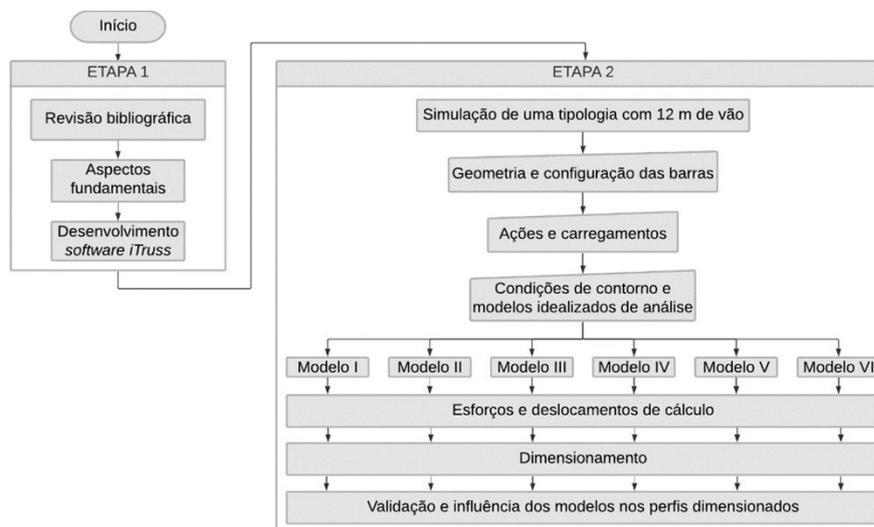
Portanto, objetivando o uso de uma peça de madeira em um sistema estrutural, a mesma deve atender a todos os requisitos mínimos estipulados pelas referidas normas técnicas.

Todavia, para modelos distintos de análise, os perfis podem sofrer redução ou aumento significativo em virtude da divergência de verificações em cada caso particular. Essas análises serão abordadas de forma mais ampla nos capítulos que se seguem.

4. MATERIAL E MÉTODOS

Uma vez que a pesquisa se caracteriza como um estudo numérico-analítico, onde as etapas são extensas e iterativas, a solução adotada para a obtenção dos resultados foi a elaboração de um programa computacional. Os aspectos fundamentais, apresentados no Capítulo 3, foram todos implementados no *software* intitulado *iTruss*, desenvolvido à base da linguagem *VB.NET* – plataforma do *Visual Studio Community* 2019. Na Figura 4.1 é apresentado o fluxograma que contém todas as etapas da pesquisa.

Figura 4.1 – Fluxograma da pesquisa e de simulações no *software iTruss*



Fonte: Autor (2020)

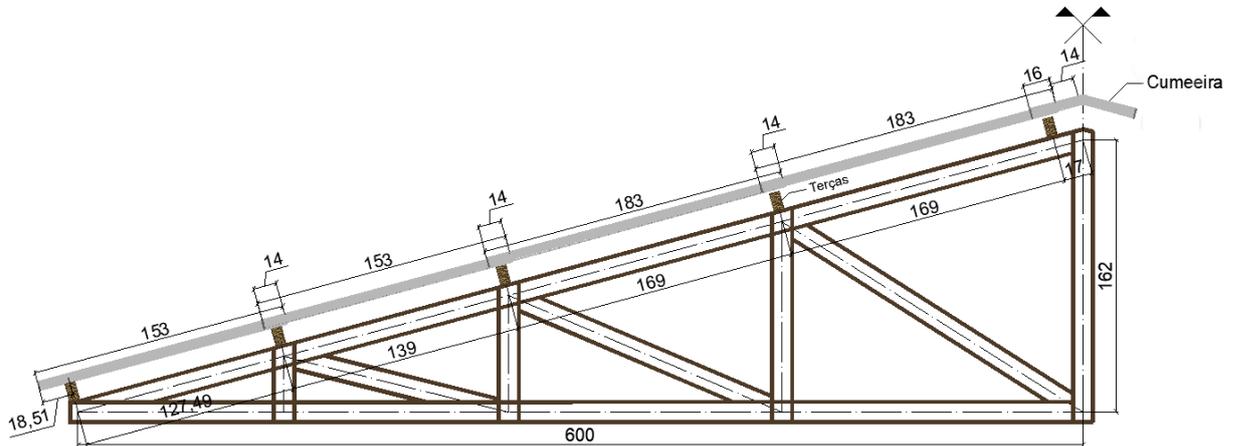
Afim de produzir resultados confiáveis, optou-se por simular um caso bem próximo da realidade. Portanto, nos tópicos subsequentes será apresentado um levantamento de dados para um projeto de treliça pré-fabricada de madeira, com 12 metros de vão, destinada a edificações comerciais/industriais. Todos esses dados foram inseridos no *software iTruss*, cujos resultados serão discutidos no Capítulo 5. Cabe ressaltar também que todo o processo de dimensionamento é embasado no novo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020).

4.1 GEOMETRIA E CONFIGURAÇÃO DAS BARRAS

Por se tratar de um tipo bem corriqueiro de cobertura em duas águas simétricas, a geometria adotada para a treliça foi a do tipo *Howe*. O arranjo de suas barras depende da inclinação do telhado e do tipo de telha empregada. Sendo assim, para efeitos de projeto,

adotou-se uma inclinação de 27% com telhas onduladas de fibrocimento – espessura igual a 6 mm. Em consulta a catálogos do fabricante, para sobreposição mínima entre telhas de 14 cm, balanço longitudinal máximo de 25 cm e terças distando em, no máximo, 1,69 m, tem-se o arranjo de telhas apresentado na Figura 4.2.

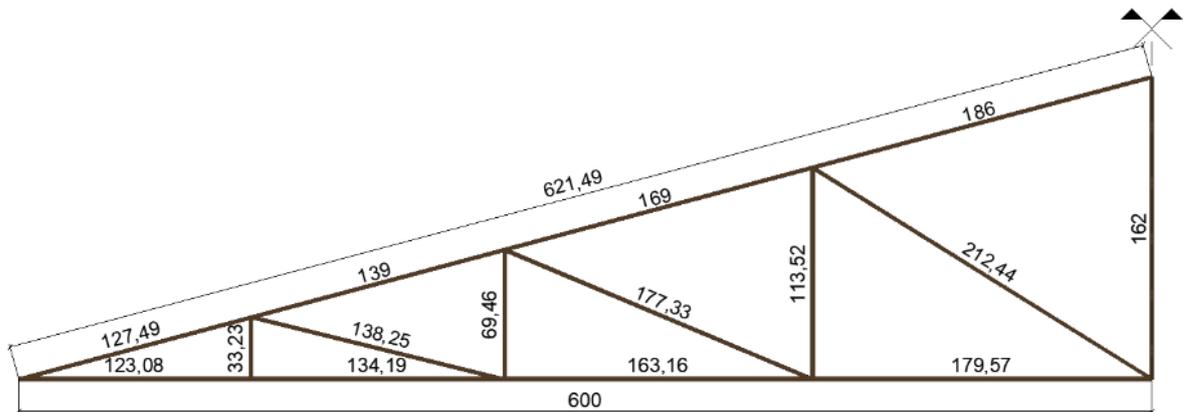
Figura 4.2 – Arranjo de telhas e distância máxima entre terças (cotas em centímetros)



Fonte: Autor (2020)

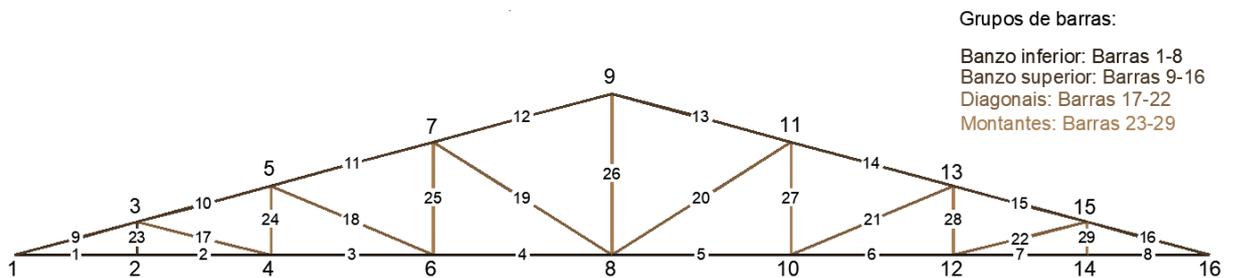
Logo, a configuração final das barras da treliça é aquela apresentada na Figura 4.3 e o esquema de nós, barras e grupos é aquele ilustrado na Figura 4.4.

Figura 4.3 – Configuração e comprimento das barras (cotas em centímetros)



Fonte: Autor (2020)

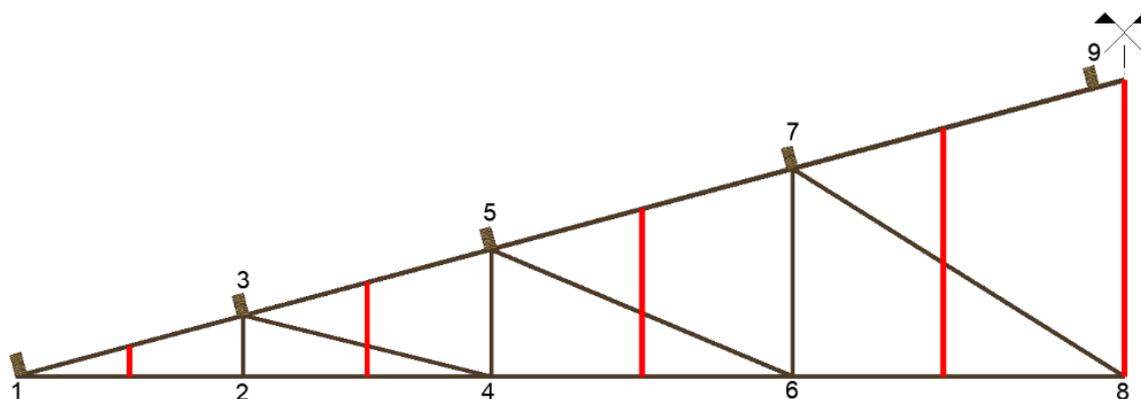
Figura 4.4 – Nós, barras e grupos



Fonte: Autor (2020)

Como mencionado no Capítulo 3, a geometria deve ser subdividida em áreas de influência que serão utilizadas para concentrar os devidos carregamentos nos nós da treliça. Na Figura 4.5 estão ilustrados os limites que compõem essas áreas.

Figura 4.5 – Áreas de influência



Fonte: Autor (2020)

Considerando uma distância entre treliças igual a 3 m, o programa gerou os valores de áreas de influência impressos na Tabela 4.1, ressaltando que estes já estão ajustados ao plano inclinado do telhado, cujo ângulo é aproximadamente 15° (inclinação de 27%).

Tabela 4.1 – Áreas de influência das terças/nós do banzo superior (plano inclinado)

Terça/Nó	A_{inf} (m ²)
1	1,912
3	3,997
5	4,620
7	5,070
9	2 x 3,045

Fonte: Autor (2020)

Definida a geometria, a próxima etapa consiste no levantamento das ações e carregamentos atuantes na estrutura.

4.2 AÇÕES E CARREGAMENTOS

Todas as ações descritas neste item foram estimadas seguindo exigências mínimas das normas ABNT NBR 6120 (2019), ABNT NBR 6123 (1988) e ABNT NBR 8681 (2003). Para facilitar o entendimento, serão subdivididas em dois tópicos: ações permanentes e variáveis.

4.2.1 AÇÕES PERMANENTES

As ações que agem de forma permanente na treliça em questão, são aquelas advindas do peso próprio da estrutura de madeira e de materiais de revestimento da cobertura.

Para se estimar o carregamento devido ao peso próprio, é comum o uso de fórmulas empíricas ou adoção de perfis para as diferentes posições da treliça. Entretanto, essas técnicas não serão utilizadas, uma vez que o *software iTruss* adequa perfis mínimos para cada grupo de barras, atualizando automaticamente o peso próprio da estrutura em cada iteração. Essas considerações serão melhor esclarecidas no item 4.4.

Portanto, as únicas ações permanentes aqui estimadas são aquelas devidas ao peso de materiais fixados na estrutura, conforme apresentado na Tabela 4.2.

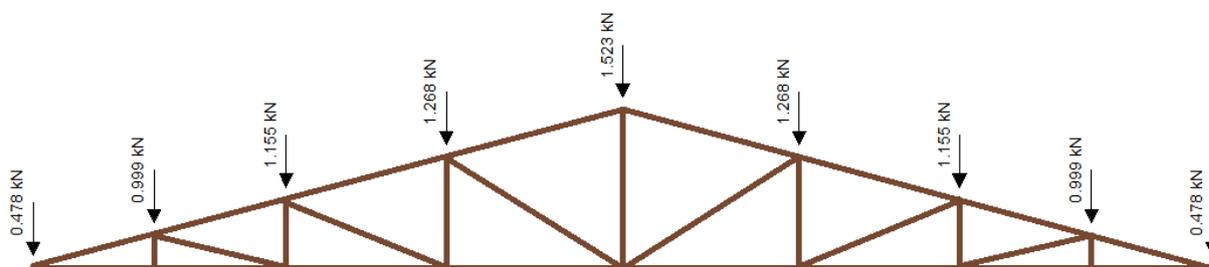
Tabela 4.2 – Estimativa das ações permanentes

Ação	g_k (kN/m²)
Telhas (catálogo do fabricante)	0,18
30% por absorção de água da chuva	$0,30 \cdot 0,18 = 0,054$
Ferragens	0,010
Total	$0,244 \therefore 0,25$

Fonte: Autor (2020)

Sua sobreposição nos nós da treliça, não se incluindo o peso próprio, é ilustrada na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Sobreposição das ações permanentes nos nós da treliça (peso próprio não incluso)



Fonte: Autor (2020)

No cálculo dos esforços e deslocamentos de cálculo, as ações permanentes foram consideradas conjuntamente, assumindo os seguintes coeficientes de ponderação, extraídos da Tabela 2 da ABNT NBR 8681 (2003):

- Efeito desfavorável: $\gamma_g = 1,4$;
- Efeito favorável: $\gamma_g = 1,0$.

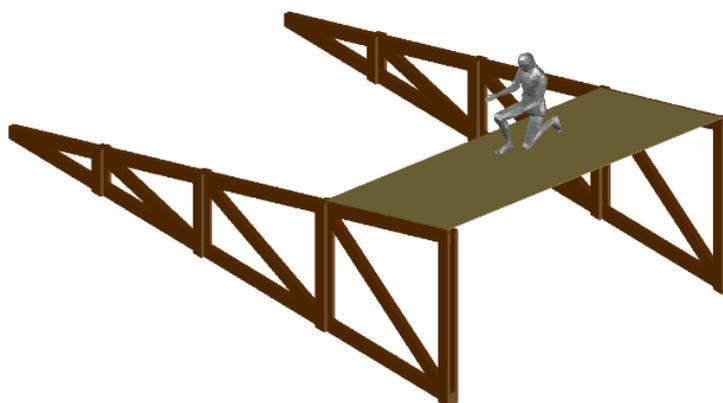
4.2.2 AÇÕES VARIÁVEIS

As ações variáveis atuantes são as cargas acidentais devidas ao processo de construção, ação do vento e sobrecarga na cobertura.

A ABNT NBR 7190 (2020) prescreve que, na ausência de carregamentos atípicos, deve ser prevista uma sobrecarga característica mínima de $0,25 \text{ kN/m}^2$ de área construída, em projeção horizontal. Em virtude de o cosseno de 15° ser aproximadamente igual a 1, dispensou-se a decomposição desta carga no plano inclinado, mantendo-se, portanto, seu valor puro de $0,25 \text{ kN/m}^2$. Além disso, coincidentemente, seu módulo é igual ao total das ações permanentes (não se incluindo o peso próprio) apresentadas na Tabela 4.2. Sendo assim, sua sobreposição nos nós da estrutura seguiu a mesma configuração da Figura 4.6.

Nas coberturas em estruturas de madeira, as cargas acidentais devidas ao processo de construção são aplicadas nas terças e nas barras de banzo superior de treliças seguindo recomendações do item 6.4 da ABNT NBR 6120 (2019), cuja redação é a seguinte: “Todo elemento isolado de coberturas (ripas, terças e barras de banzo superior de treliças) deve ser projetado para receber, na posição mais desfavorável, uma carga vertical de 1 kN, além da carga permanente”. A referida norma também prescreve que essa carga deve ser considerada atuando de forma isolada das demais ações variáveis no cálculo das combinações. Para a sua estimativa, a metodologia empregada foi a de carga uniforme equivalente proposta por Moliterno (2010). A Figura 4.7 é apresentada afim de facilitar a visualização.

Figura 4.7 – Carga acidental de construção (pessoas)



Fonte: Autor (2020)

Aplicando o valor de 1 kN em cada área associada à uma barra do banzo superior, têm-se os valores apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Carregamento acidental por unidade de área

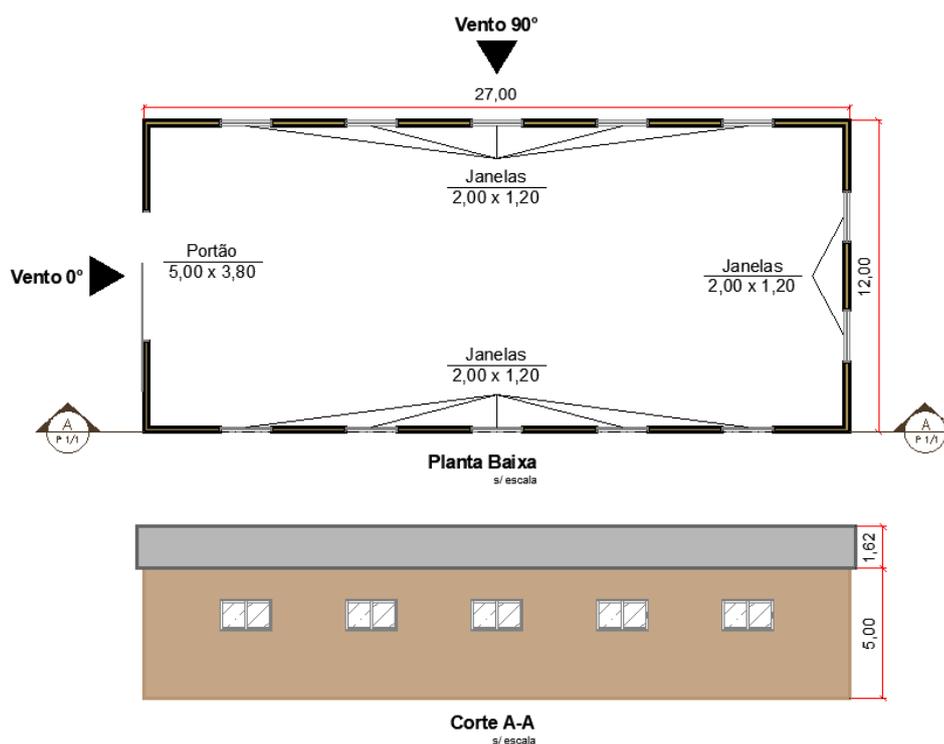
Terça/Nó	Área equivalente	q_k (kN/m ²)
9 = 16	$3 \cdot 1,275 = 3,825$	$1 / 3,825 = 0,261$
10 = 15	$3 \cdot 1,390 = 4,170$	$1 / 4,170 = 0,240$
11 = 14	$3 \cdot 1,690 = 5,070$	$1 / 5,070 = 0,197$
12 = 13	$3 \cdot 1,860 = 5,580$	$1 / 5,580 = 0,179$
Média	-	$0,219 \therefore 0,22$

Fonte: Autor (2020)

Sabendo que a carga acidental de Pessoas-Construção é tratada isoladamente nas combinações dos esforços e deslocamentos, seu valor foi desprezado no cálculo da treliça, uma vez que é inferior ao da sobrecarga na cobertura de $0,25 \text{ kN/m}^2$. Em outras palavras, permite-se pontuar que, por ser isolada, ela nunca será uma carga variável secundária, e, simultaneamente, não será uma ação variável principal para este caso de projeto. Logo, sua consideração na treliça é desnecessária. Todavia, para as combinações de esforços nas terças, ela foi verificada no ponto mais desfavorável do elemento (meio do vão).

Já a ação devida ao vento na estrutura foi calculada seguindo recomendações normativas da ABNT NBR 6123 (1988), para edificações de planta retangular com telhado em duas águas simétricas. A Figura 4.8 contém a planta baixa, corte transversal e esquema de aberturas adotadas para o edifício.

Figura 4.8 – Planta baixa, corte transversal e esquema de aberturas na edificação (cotas e dimensões em metros)



Fonte: Autor (2020)

Na Tabela 4.4 estão contidos os parâmetros utilizados no cálculo da pressão dinâmica do vento (q).

Tabela 4.4 – Parâmetros para o cálculo da pressão dinâmica do vento (q)

Parâmetro	Descrição/Equação	Valor
Destino da edificação	Depósito de sacos de café	-
Velocidade básica do vento (V_0)	Município de Alfenas (MG)	$V_0 = 40 \text{ m/s}$

Tabela 4.4 – Parâmetros para o cálculo da pressão dinâmica do vento (q) (continuação)

Parâmetro	Descrição/Equação	Valor
Fator topográfico (S_1)	Terreno plano	$S_1 = 1,00$
Rugosidade do terreno	Categoria III: Terreno plano ou ondulado com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificação baixa e esparsa	-
Dimensões da edificação	Vento 0° – Classe A: maior dimensão horizontal ou vertical não excede 20 m Vento 90° – Classe B: maior dimensão horizontal ou vertical entre 20 m e 50 m	-
Altura sobre o terreno	Piso do edifício no nível 0	$z = 5 + 1,62 = 6,62 \text{ m}$
Parâmetros meteorológicos	Em função da rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno – Tabela 3 ABNT NBR 6123 (1988)	Vento 0°: $b = 0,94; F_r = 1,00; p = 0,10$ Vento 90°: $b = 0,94; F_r = 0,98; p = 0,105$
Fator (S_2)	$S_2 = b \cdot F_r \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^p$	$S_{2,\text{vento}0^\circ} = 0,9020$ $S_{2,\text{vento}90^\circ} = 0,8822$
Fator estatístico (S_3)	Edificação Grupo 3: Instalação industrial com baixo fator de ocupação (depósito; construção rural)	$S_3 = 0,95$
Velocidade característica do vento (V_k)	$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3$	$V_{k,\text{vento}0^\circ} = 34,28 \text{ m/s}$ $V_{k,\text{vento}90^\circ} = 33,52 \text{ m/s}$

Fonte: ABNT NBR 6123 (1988)

Logo, a pressão dinâmica final (q), em ambas as direções (0° e 90°), é dada pela Eq. 4.1.

$$q = 6,13 \cdot 10^{-4} \cdot V_k^2 \Rightarrow \begin{cases} q_{\text{vento}0^\circ} = 6,13 \cdot 10^{-4} \cdot 34,28^2 = 0,72 \text{ kN/m}^2 \\ q_{\text{vento}90^\circ} = 6,13 \cdot 10^{-4} \cdot 33,52^2 = 0,69 \text{ kN/m}^2 \end{cases} \quad \text{Eq. 4.1}$$

Para se determinar os carregamentos devidos ao vento na edificação, os valores de pressão dinâmica, para ambas as direções, devem ser combinados com os coeficientes de pressão e de forma internos e externos. A Eq. 4.2 contém a expressão que rege a quantificação dos carregamentos de vento na estrutura.

$$w_k = (C_e - C_i) \cdot q \quad \text{Eq. 4.2}$$

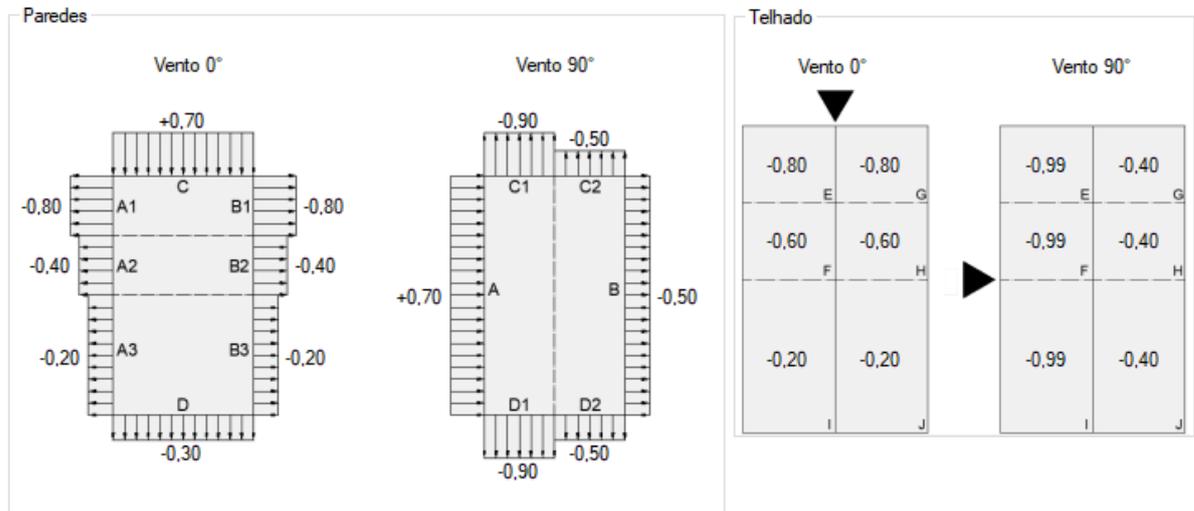
Onde:

C_e : Coeficiente de forma externo;
 C_i : Coeficiente de forma interno.

A ABNT NBR 6123 (1988) prevê coeficientes de forma externos (C_e) para telhados e paredes. Para uma relação a/b (comprimento/largura) igual a 2,25, relação h/b (altura das paredes/largura) igual a 0,42 e ângulo de inclinação de aproximadamente 15°, o *software iTruss* gerou os coeficientes de forma (C_e) das paredes e do telhado, que por sua vez, foram

extraídos das Tabelas 4 e 5 da ABNT NBR 6123 (1988), respectivamente. Seus valores estão impressos na Figura 4.9.

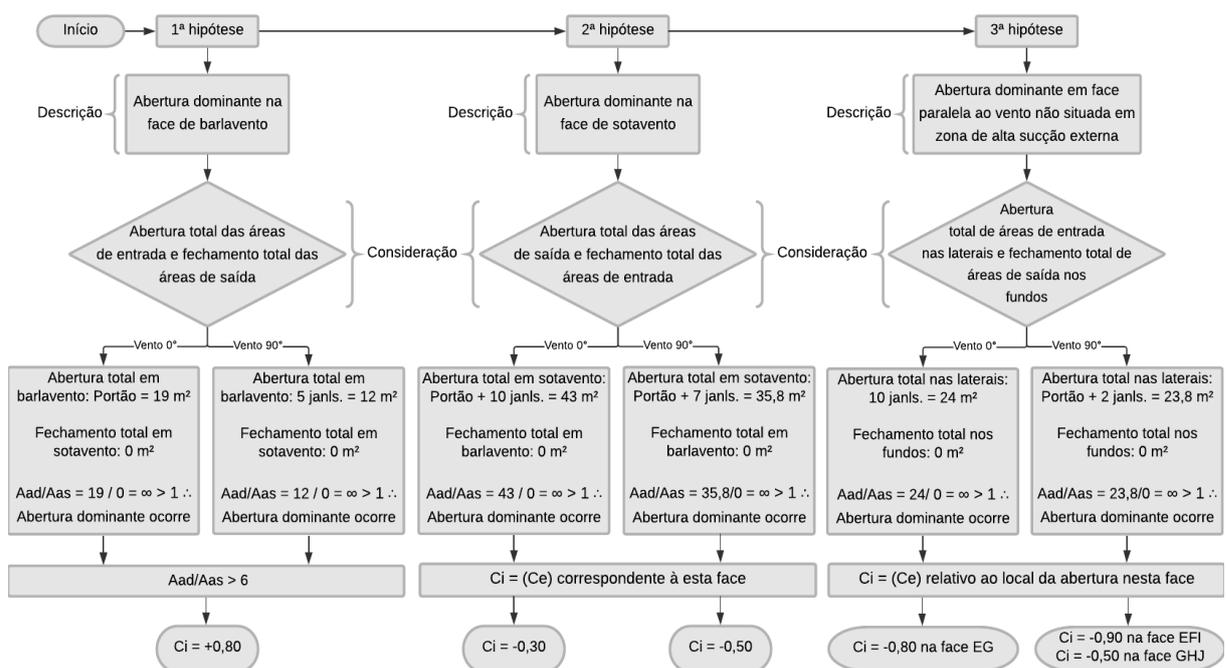
Figura 4.9 – Coeficientes de forma externos (C_e) das paredes e do telhado



Fonte: Autor (2020)

Já os coeficientes de forma internos (C_i) foram quantificados mediante hipóteses de abertura dominante em diferentes regiões do edifício. Admitiu-se que a edificação é perfeitamente vedada nos encontros de elementos, não possuindo aberturas fixas. Logo, os coeficientes de forma internos (C_i) foram determinados segundo o item 6.2.5 da ABNT NBR 6123 (1988). Na Figura 4.10 ilustra-se o esquema utilizado na estimativa desses valores.

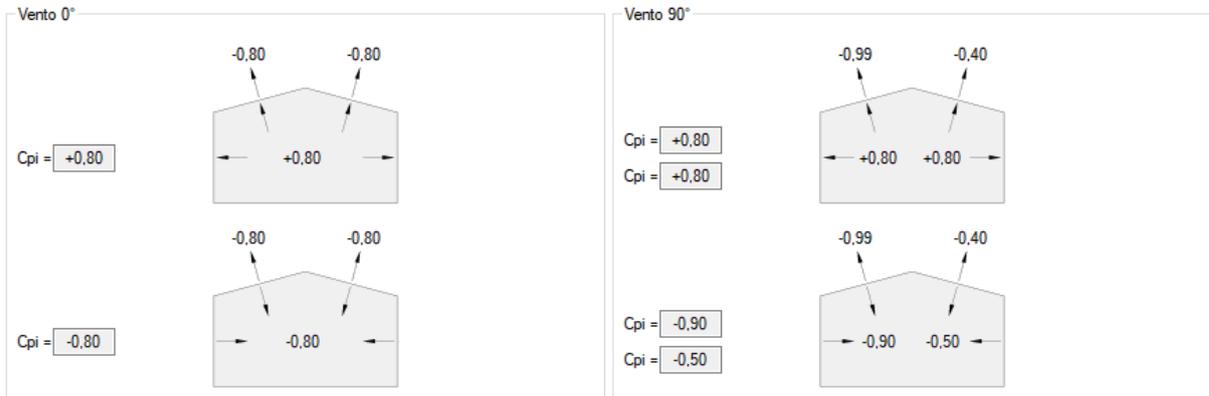
Figura 4.10 – Fluxograma da estimativa dos coeficientes de forma internos (C_i)



Fonte: Autor (2020)

Com os coeficientes de forma externos e internos quantificados, têm-se as combinações críticas apresentadas na Figura 4.11 para vento nas duas direções (0° e 90°).

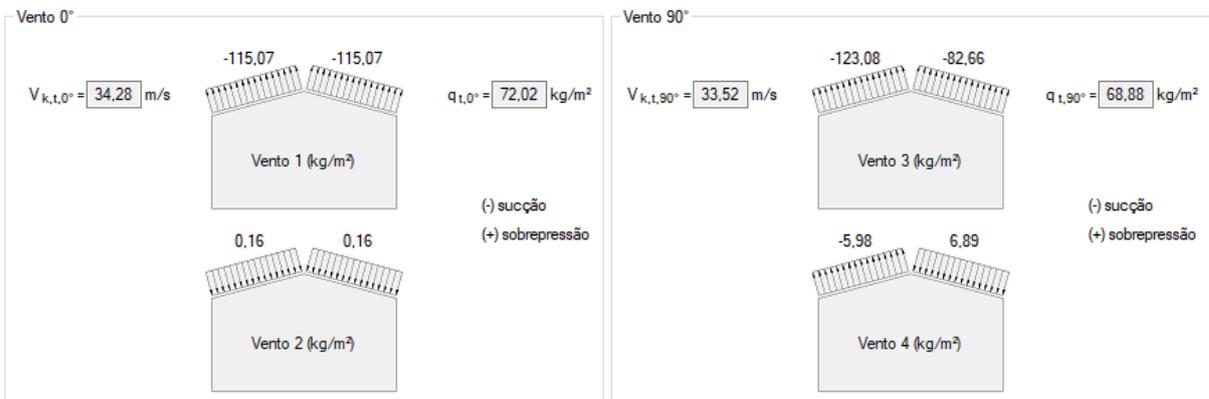
Figura 4.11 – Combinações entre os coeficientes de forma externos (C_e) e internos (C_i) no telhado do edifício



Fonte: Autor (2020)

Por fim, os carregamentos (w_k) gerados pelo programa (Figura 4.12) foram calculados mediante Eq. 4.2 discutida anteriormente.

Figura 4.12 – Forças devidas ao vento no telhado da edificação



Fonte: Autor (2020)

Sua sobreposição nos nós da treliça é ilustrada na Figura 4.13.

Figura 4.13 – Sobreposição da carga acidental de vento nos nós da treliça

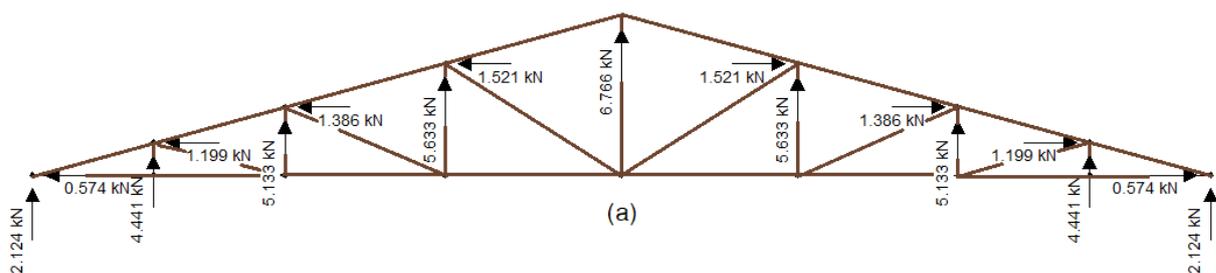
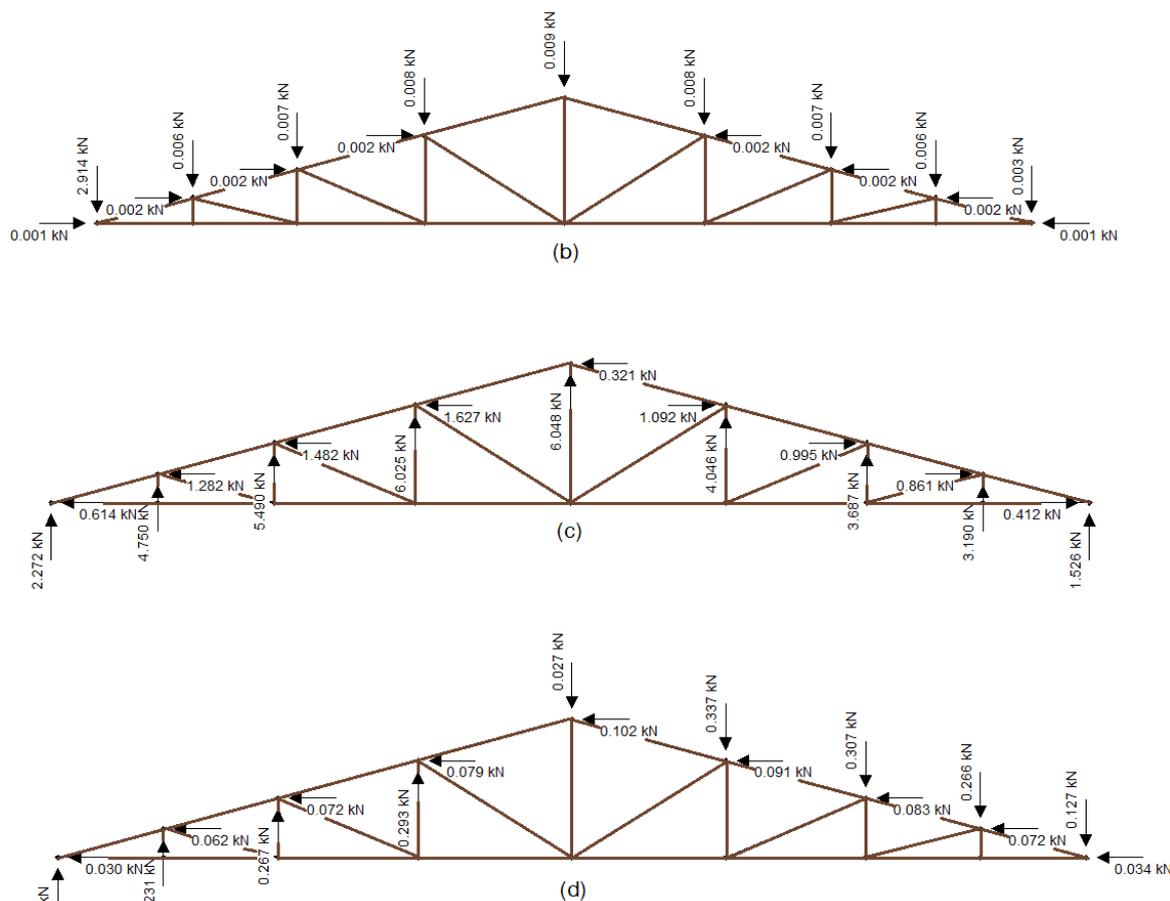


Figura 4.13 – Sobreposição da carga acidental de vento nos nós da treliça (continuação)



(a) Vento 1 – 0° (b) Vento 2 – 0° (c) Vento 3 – 90° (d) Vento 4 – 90°

Fonte: Autor (2020)

No cálculo dos esforços e deslocamentos de cálculo, diferente das permanentes, as ações variáveis foram consideradas separadamente, assumindo os seguintes coeficientes de combinação, extraídos das Tabelas 4 e 6 da ABNT NBR 8681 (2003):

- Sobrecarga na cobertura – edificação comercial: $\gamma_q = 1,5$; $\psi_0 = 0,7$; $\psi_1 = 0,6$; $\psi_2 = 0,4$;
- Ação do vento: $\gamma_q = 1,4$; $\psi_0 = 0,6$; $\psi_1 = 0,3$; $\psi_2 = 0,0$.

4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO E MODELOS IDEALIZADOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL

Como discutido no item 4.2, as ações são consideradas como agindo por área de influência na cobertura, transmitindo suas reações para as terças. Estas, por sua vez, descarregam nos nós do banzo superior onde estão localizadas. Para a literatura técnica, essa premissa também pode ser aplicada à ação devida ao peso próprio, que corriqueiramente é admitida como atuando por unidade de área. Entretanto, na prática, esse

carregamento se dá no eixo de cada elemento estrutural, atuando de forma uniforme e distribuída (carga/comprimento linear). Sendo assim, os modelos de análise não só estão em função do tipo de elemento finito, como também do modo de carregamento do peso próprio.

Se tratando da tipologia de elementos finitos (EF), na elaboração dos modelos idealizados admitiu-se três possíveis hipóteses:

A._{EF}) As barras são perfeitamente rotuladas (elementos de barra).

B._{EF}) As barras são perfeitamente engastadas (elementos de pórtico).

C._{EF}) Os banzos são contínuos (elementos de pórtico), apoiados em cada encontro de barras. As diagonais e montantes são perfeitamente rotuladas (elementos de barra).

Já com o modo de carregamento do peso próprio (PP), foram admitidas duas possíveis hipóteses:

A._{PP}) A ação devida ao peso próprio é descarregada nos pontos de aplicação de carga (nós onde há terças). Para tanto, é calculado o somatório do produto da densidade \times área da seção transversal \times comprimento de todas as barras com posterior aplicação pontual nas respectivas áreas de influência, acrescido o peso das terças.

B._{PP}) Somente o peso das terças é descarregado de forma pontual. O peso próprio da treliça é aplicado ao longo do comprimento das barras (carga uniformemente distribuída). Para tal, calcula-se o produto da densidade \times área da seção transversal de cada barra com posterior aplicação nos seus respectivos comprimentos lineares.

Portanto, os modelos de cálculo resultam das associações entre as hipóteses apresentadas, totalizando seis combinações. Na Tabela 4.5 há uma relação que compara os modelos entre si, bem como o tipo de dimensionamento aplicado a cada caso particular.

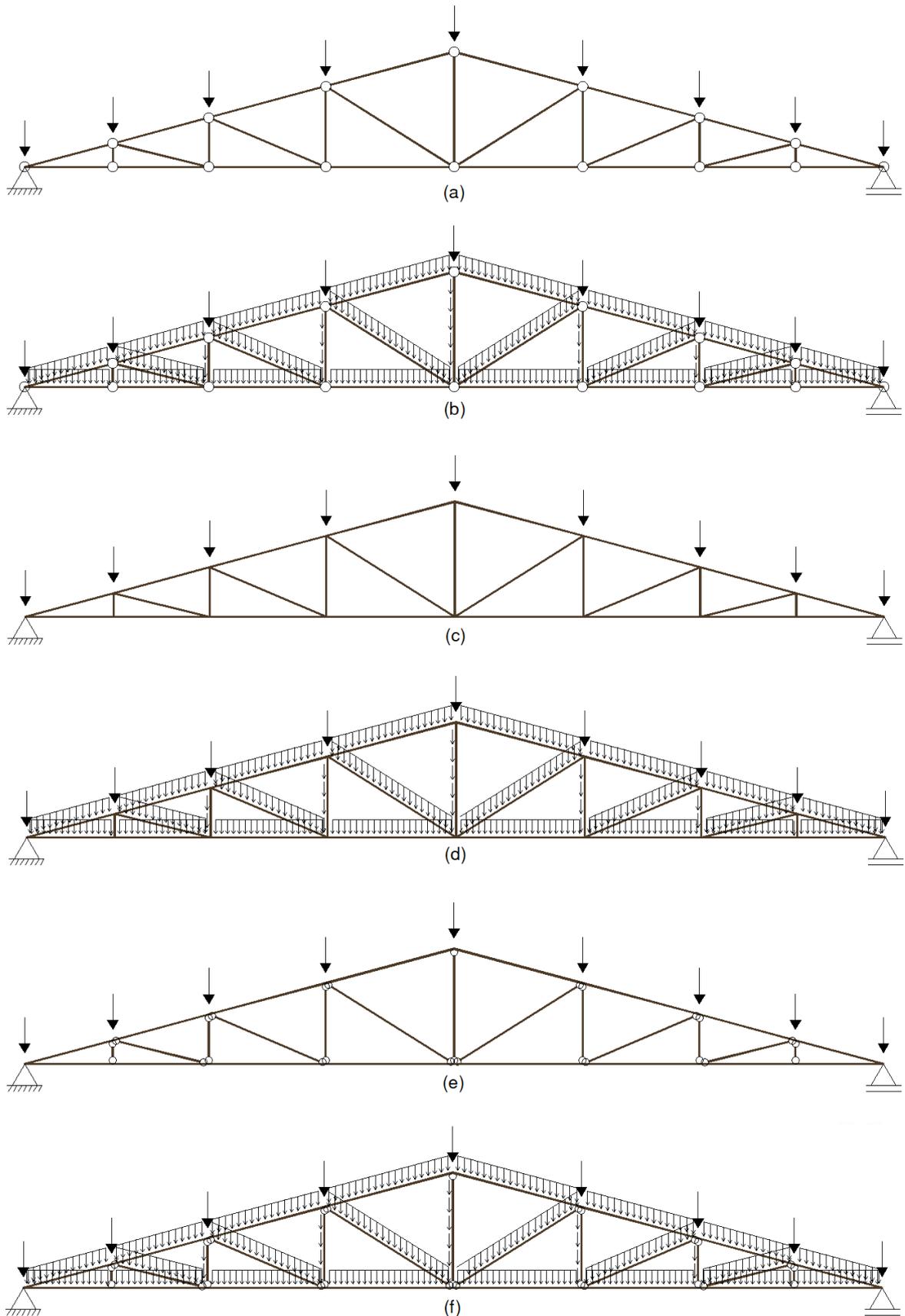
Tabela 4.5 – Comparativo entre os modelos de análise

Modelo	Hipótese de elemento finito (EF)	Hipótese de ação devida ao peso próprio (PP)	Dimensionamento
I	A. _{EF}	A. _{PP}	Esforços axiais
II	A. _{EF}	B. _{PP}	Flexão composta
III	B. _{EF}	A. _{PP}	Flexão composta
IV	B. _{EF}	B. _{PP}	Flexão composta
V	C. _{EF}	A. _{PP}	Banzos à flexão composta e diagonais-montantes à tração e compressão simples (esforços axiais)
VI	C. _{EF}	B. _{PP}	Flexão composta

Fonte: Autor (2020)

Na Figura 4.14 são apresentados o esquema estático de cada modelo.

Figura 4.14 – Esquemas estáticos dos modelos de análise estrutural



(a) Modelo I (b) Modelo II (c) Modelo III (d) Modelo IV (e) Modelo V (f) Modelo VI

Fonte: Autor (2020)

Nota-se que as condições de contorno já foram aplicadas, prevalecendo modelo isostático clássico, cujo apoio do nó 1 é de segundo gênero e apoio do nó 16 de primeiro gênero.

4.4 PERFIS E DIMENSIONAMENTO

A espécie de madeira adotada para os perfis foi a do grupo das Folhosas, classe D40. Seus valores de resistência (f) e rigidez (E) na condição-padrão de referência ($U = 12\%$) estão contidos na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Valores de resistência (f) e rigidez (E) para classe D40 (condição-padrão de referência)

$f_{c0,k}$ (MPa)	$f_{v0,k}$ (MPa)	$E_{0,m}$ (MPa)	$\rho_{aparente}$ (kg/m ³)
40	6	19500	950

Fonte: ABNT NBR 7190 (2020)

Onde:

$\rho_{aparente}$: Massa específica aparente.

Seguindo recomendações da ABNT NBR 7190 (2020), na ausência de caracterização das resistências à tração ($f_{t0,k}$) e à flexão ($f_{b,k}$), admitiu-se que $f_{t0,k} = f_{b,k} = f_{c0,k}$.

Já os coeficientes de modificação (k_{mod}) foram estimados de acordo com a classe de carregamento, tipo de material empregado e classe de umidade. Seus valores foram extraídos da ABNT NBR 7190 (2020), considerando carregamento de longa duração, madeira serrada e classe de umidade (1). Nestas condições, têm-se os seguintes coeficientes (k_{mod}) (Eq. 4.3):

$$\left. \begin{array}{l} k_{mod,1} = 0,70 \\ k_{mod,2} = 1,00 \end{array} \right\} \Rightarrow k_{mod} = 0,70 \cdot 1,00 = 0,70 \quad \text{Eq. 4.3}$$

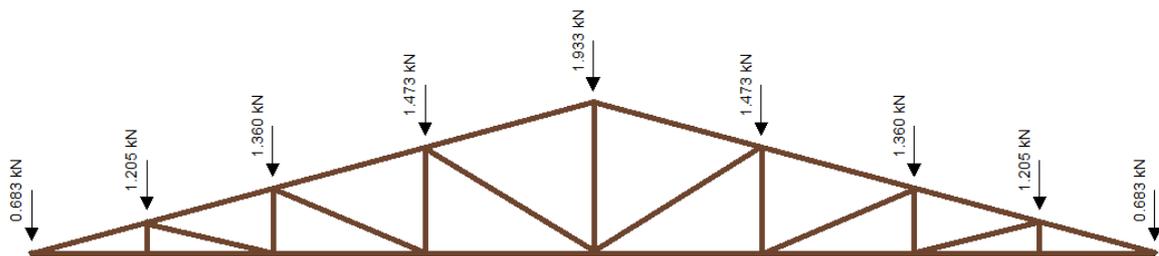
Para se iniciar de fato o processo de dimensionamento das barras da treliça, é necessária a determinação prévia dos perfis que irão compor as terças. Apesar de fazerem parte do peso próprio da estrutura de madeira, elas devem ser dimensionadas antes da treliça, afim de que seu carregamento real seja previsto e devidamente aplicado nos nós onde se localizam. O *software iTruss* contempla esse procedimento prévio, tratando estes elementos como vigas isostáticas biapoiadas, cujo vão teórico é igual à distância entre treliças.

Após processamento, foi constatado que o perfil corriqueiro de 6 cm × 12 cm atende todas as verificações propostas no item 3.5.1.1. Portanto, seu peso próprio é estimado através da massa específica aparente ($\rho_{aparente}$) para classe D40, conforme Eq. 4.4.

$$pp_{terças} = \rho_{aparente} \cdot A_{perfil} \cdot \ell_{terças} = 9,5 \cdot (0,06 \cdot 0,12) \cdot 3 = 0,205 \text{ kN} \quad \text{Eq. 4.4}$$

Logo, em cada nó onde há uma terço, aplicou-se uma carga pontual de 0,205 kN, ressaltando que há duas terças no nó da cumeeira, assumindo, neste local, o valor de 0,410 kN. Nota-se que essas duas terças distam em 17 cm da cumeeira (Figura 4.2). Por ser uma excentricidade pequena, serão desprezados quaisquer efeitos oriundos de flexão, admitindo, portanto, cargas pontuais diretamente no nó da cumeeira. Na Figura 4.15 é apresentada a sobreposição atualizada das ações permanentes já apresentadas na Figura 4.6.

Figura 4.15 – Sobreposição atualizada das ações permanentes nos nós da treliça (peso das terças incluso)

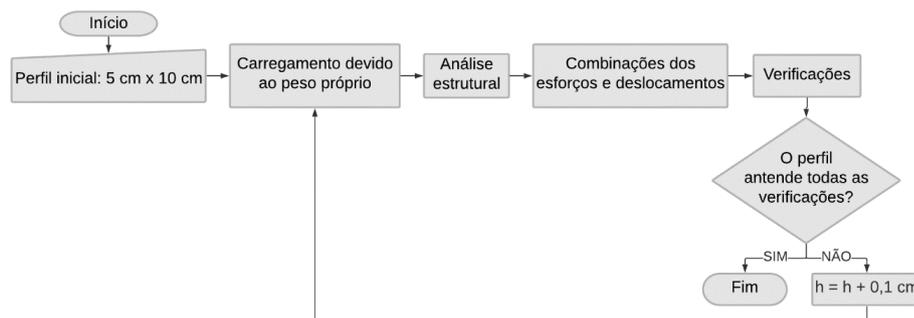


Fonte: Autor (2020)

Uma vez lançado os dados no programa, deu-se início ao processamento computacional, que por sua vez resulta nos valores de deslocamentos e esforços característicos. De posse destes resultados, o *software iTruss* determina as duas combinações últimas normais extremas para cada solicitação, bem como as combinações de serviço para deslocamentos instantâneos (δ_{inst}) e efetivos (δ_{fin}).

A análise estrutural, combinações e dimensionamento foram executados para cada modelo de cálculo via métodos iterativos. O critério áureo empregado no processo foi o de altura mínima do perfil (h). Para tal, fixou-se um valor de espessura (b) para uma seção transversal retangular simples. Em seguida, através de um código de repetição com passo de 0,10 cm, estimou-se a menor altura (h) cuja área atendesse a todos os critérios de verificação. A rotina descrita pode ser melhor compreendida observando o fluxograma da Figura 4.16.

Figura 4.16 – Rotina do critério de altura mínima do perfil (h)



Fonte: Autor (2020)

O algoritmo da Figura 4.16 foi empregado em cada grupo de barras, ou seja, foi determinado o perfil que atendesse a todas as peças naquela posição da treliça, totalizando 4 tipos. Ressalta-se que em cada iteração, o carregamento devido ao peso próprio é atualizado, resultando em notável precisão nas dimensões encontradas.

Nota-se também que o valor de espessura (b), adotado para todos os grupos, corresponde ao valor mínimo estabelecido por norma de 5 cm. Sendo assim, a dimensão de partida da altura (h) é imediatamente o valor de 10 cm, obedecendo a área mínima de 50 cm² estipulada pelo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020).

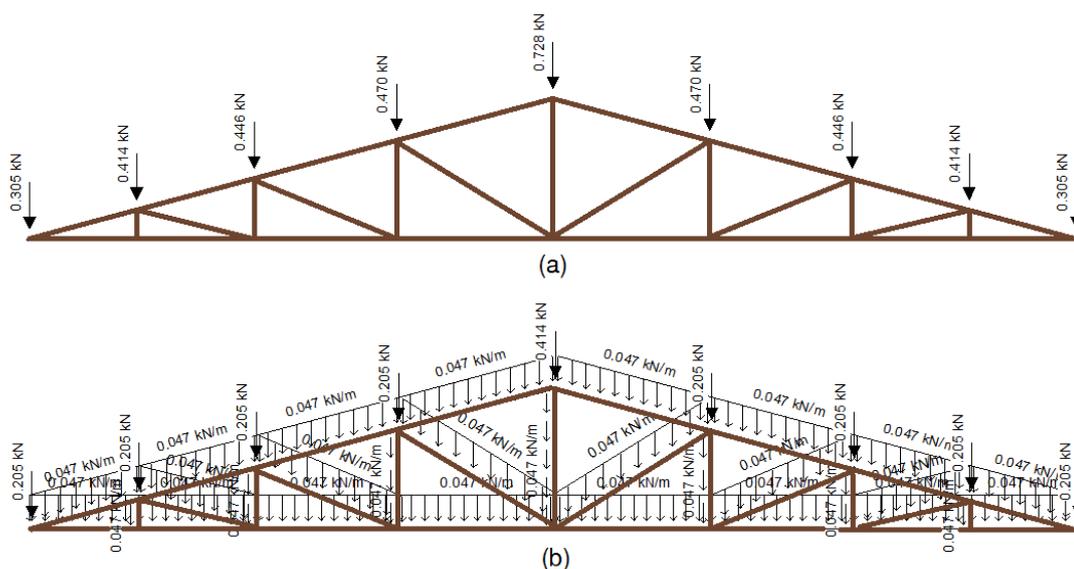
4.5 METODOLOGIA DE VALIDAÇÃO DO RESULTADOS

Com o intuito de testar a confiabilidade do programa, os valores de análise estrutural, a saber deslocamentos e esforços, foram aferidos com o software *SAP2000*®.

Afim de abranger todos os modelos de cálculo, optou-se por validar os esforços e deslocamentos oriundos da ação devida ao peso próprio da treliça com terças inclusas. Dessa forma, somente a título de validação, foram fixados perfis mínimos de 5 cm × 10 cm em todas as barras da treliça, não havendo preocupação de atendimento às verificações. Para as terças, foi mantido o perfil de 6 cm × 12 cm, conforme mencionado no item 4.4.

Sabendo que, para esta situação, o carregamento devido ao peso próprio por unidade de área é igual a 0,052 kN/m², e que a carga uniformemente distribuída nas barras é de 0,047 kN/m, têm-se, na Figura 4.17, as sobreposições referentes às hipóteses A.PP e B.PP.

Figura 4.17 – Sobreposição da ação devida ao peso próprio somente para o caso de validação



(a) Hipótese A.PP (b) Hipótese B.PP

Fonte: Autor (2020)

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados de validação e de simulação dos seis modelos de cálculo para a tipologia apresentada no Capítulo 4. Optou-se também pela exibição de resultados intermediários, como esforços solicitantes de cálculo e deslocamentos instantâneos e efetivos, objetivando a limitação do comportamento da estrutura ao regime elástico-linear. Ademais, no decorrer do texto, serão apresentadas discussões envolvendo os valores apresentados.

5.1 VALIDAÇÃO DO RESULTADOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL

A análise matricial pelo MEF possui a vantagem de processamento global da estrutura em um único sistema linear. Dessa forma, é desnecessária a aferição de todos os elementos da treliça, haja vista que a confiabilidade do programa pode ser comprovada por meio de uma amostra de barras. Portanto, a título de validação, foram selecionadas aleatoriamente as barras 4 e 12, ilustradas anteriormente na Figura 4.4. Considerando as diretrizes estabelecidas no item 4.5, os resultados obtidos pelos *softwares* *iTruss* e *SAP2000*® estão impressos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Aferição das barras 4 e 12 com o software *SAP2000*®

Modelo	Barra	$\delta_{k,m\acute{a}x}$ (mm)		$N_{k,m\acute{a}x}$ (kN)		$V_{k,m\acute{a}x}$ (kN)		$M_{k,m\acute{a}x}$ (kN.cm)	
		<i>iTruss</i>	<i>SAP2000</i> ®	<i>iTruss</i>	<i>SAP2000</i> ®	<i>iTruss</i>	<i>SAP2000</i> ®	<i>iTruss</i>	<i>SAP2000</i> ®
I	BI 4	-2,503	-2,504	4,547	4,548	0	0	0	0
	BS 12	-2,486	-2,487	-3,718	-3,719	0	0	0	0
II	BI 4	-2,655	-2,655	4,773	4,773	0,043	0,043	1,915	1,915
	BS 12	-2,659	-2,659	-3,913	-3,913	0,043	0,043	1,983	1,983
III	BI 4	-2,426	-2,427	4,519	4,521	-0,009	-0,009	1,350	1,351
	BS 12	-2,418	-2,419	-3,719	-3,720	-0,010	-0,010	1,283	1,283
IV	BI 4	-2,552	-2,552	4,776	4,776	-0,050	-0,050	-1,451	-1,451
	BS 12	-2,552	-2,552	-3,941	-3,941	-0,056	-0,056	-2,101	-2,101
V	BI 4	-2,439	-2,439	4,527	4,528	-0,007	-0,007	1,068	1,068
	BS 12	-2,431	-2,432	-3,719	-3,720	-0,009	-0,009	1,142	1,143
VI	BI 4	-2,563	-2,563	4,774	4,774	-0,050	-0,050	-1,471	-1,471
	BS 12	-2,556	-2,556	-3,932	-3,932	-0,052	-0,052	-1,854	-1,854

BI: Banzo Inferior; BS: Banzo Superior; $\delta_{k,m\acute{a}x}$: Deslocamento máximo da barra – trecho onde a rotação (θ) é igual a 0; $N_{k,m\acute{a}x}$: Máxima força normal solicitante característica; $V_{k,m\acute{a}x}$: Máxima cortante solicitante característica; $M_{k,m\acute{a}x}$: Máximo momento fletor solicitante característico

Fonte: Autor (2020)

5.2 RESULTADOS DE ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE CÁLCULO

No Capítulo 4 foi mencionado que o *software iTruss* realiza o dimensionamento em função dos grupos de barras, isto é, estima uma seção transversal que atenda as verificações de todos os elementos naquela posição da treliça. Logo, durante o processamento, haverá barras que se sobressairão em cima de outras, aqui denominadas de barras críticas. É importante frisar que nem sempre a barra crítica é aquela cujo esforço solicitante de cálculo é o maior de seu respectivo grupo. No processo de dimensionamento, há outras variáveis em análise como, por exemplo, a estabilidade de peças comprimidas ou flexocomprimidas, que por sua vez é fruto da análise conjunta entre resistência e esbeltez dos elementos. Diante do exposto, cada modelo de cálculo apresentou diferentes barras críticas nos quatro respectivos grupos. Seus valores de esforços solicitantes de cálculo estão impressos na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Esforços solicitantes de cálculo das barras críticas

Modelo	Barra crítica	N_d^+ (kN)	N_d^- (kN)	V_d (kN)	M_d (kN.cm)
I	BI 6	50,056	-41,529	0	0
	BS 14	37,932	-42,671	0	0
	D 20	10,457	-11,366	0	0
	M 26	11,435	-11,175	0	0
II	BI 6	50,396	-41,286	0,096	3,917
	BS 14	37,655	-43,059	0,106	4,492
	D 20	10,358	-11,505	0,060	3,171
	M 26	12,004	-10,769	0	0
III	BI 8	50,172	-45,021	-0,571	69,793
	BS 16	47,456	-52,219	-0,817	104,627
	D 22	3,114	-2,986	0,276	38,385
	M 28	1,252	-1,229	-0,708	-27,644
IV	BI 8	50,438	-44,831	-0,606	69,004
	BS 16	47,253	-52,505	-0,854	103,510
	D 22	3,157	-2,926	0,320	37,482
	M 28	1,428	-1,104	-0,700	-27,114
V	BI 8	51,505	-46,387	-0,494	59,181
	BS 16	48,798	-53,518	-0,515	67,298
	D 20	10,512	-10,674	0	0
	M 26	10,818	-11,345	0	0
VI	BI 8	51,765	-46,201	-0,529	58,363
	BS 16	48,599	-53,797	-0,551	66,403
	D 20	10,423	-10,799	0,060	3,171
	M 26	11,282	-11,013	0	0

BI: Banzo Inferior; BS: Banzo Superior; D: Diagonal; M: Montante; N_d^+ : Força normal solicitante de cálculo devida à tração; N_d^- : Força normal solicitante de cálculo devida à compressão; V_d : Cortante solicitante de cálculo; M_d : Momento fletor solicitante de cálculo

Fonte: Autor (2020)

Afim de garantir que a treliça trabalhasse em regime elástico-linear, seus deslocamentos instantâneos e efetivos foram restringidos aos limites estabelecidos pelo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020) de $L/300$ e $L/150$, respectivamente. Cabe mencionar que a ação do vento na estrutura não foi considerada nas combinações de serviço, haja vista que é de curta duração, não afetando o uso normal da estrutura. Logo, os valores apresentados na Tabela 5.3 são referentes às combinações entre cargas de longa duração, considerando apenas ações permanentes e sobrecarga na cobertura.

Tabela 5.3 – Deslocamentos máximos instantâneos e efetivos da treliça

Modelo	Barra crítica	δ_{inst} (mm)	$\delta_{inst,lim}$ (mm)	δ_{fin} (mm)	$\delta_{fin,lim}$ (mm)
I	BI 4 = BI 5	-8,475	-40	-12,346	-80
II	BI 4 = BI 5	-8,496	-40	-12,388	-80
III	BI 4 = BI 5	-13,541	-40	-19,647	-80
IV	BI 4 = BI 5	-13,662	-40	-19,841	-80
V	BI 4 = BI 5	-14,088	-40	-20,437	-80
VI	BI 4 = BI 5	-14,209	-40	-20,631	-80

$\delta_{inst,lim}$: Valor limite de deslocamento instantâneo ($L/300$)
 $\delta_{fin,lim}$: Valor limite de deslocamento efetivo ($L/150$)

Fonte: Autor (2020)

Observando em primeira instância os modelos III, IV, V e VI da Tabela 5.3, nota-se uma contradição com trabalhos apresentados na literatura, como o de Sagara *et al.* (2017), cuja afirmação é a de que ligações rígidas configuram deslocamentos inferiores em relação às flexíveis. Todavia, enfatiza-se que neste trabalho é introduzida a variável dos perfis de madeira, onde simples alterações desencadeiam diferentes deslocamentos, atualizando todo o sistema linear em função de seus momentos de inércia ($I_{z,i}$). Sendo assim, no próximo item será apresentada a justificativa dos valores expressos na Tabela 5.3.

5.3 INFLUÊNCIA DOS MODELOS IDEALIZADOS DE LIGAÇÕES

Processada a estrutura, os perfis finais encontrados pelo *software iTruss* em cada grupo de barras, para cada modelo de análise, são ilustrados na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise (dimensões em centímetros)

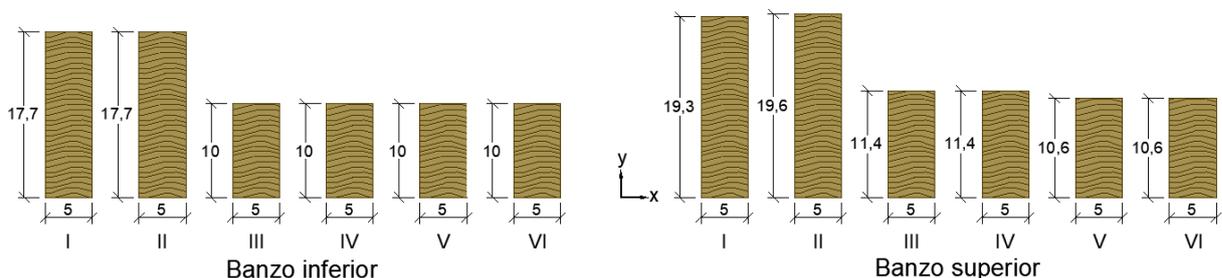
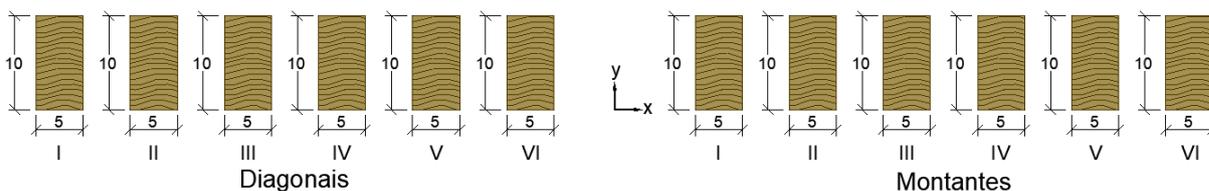


Figura 5.1 – Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise (dimensões em centímetros) (continuação)



Fonte: Autor (2020)

Observando a Figura 5.1, nota-se que os perfis em nada se alteram quando localizados nas barras diagonais-montantes. Pela Tabela 5.2, verifica-se que os esforços solicitantes de cálculo destes elementos são muito pequenos em relação aos banzos. Entretanto, as diagonais 19 e 20 apresentam esbelteza crítica ($\lambda_{crit.}$) superior ao limite de 140. Sabendo que a flambagem em relação ao eixo y corresponde à situação crítica, alterar a altura (h) em nada influirá no valor de esbelteza (λ) para este eixo. Em contrapartida, por se tratar de uma treliça pré-fabricada, onde todas as barras devem possuir a mesma espessura (b), alterar esta dimensão também não constitui uma solução viável, devido a razões construtivas. Logo, uma solução alternativa seria o acréscimo de uma barra intermediária afim de reduzir o comprimento de flambagem (L_0) destas diagonais, conforme ilustrado na Figura 5.2.

Figura 5.2 – Solução alternativa para a redução do comprimento de flambagem (L_0) das diagonais 19 e 20



Fonte: Autor (2020)

Já no caso dos banzos, fica evidente a divergência expressiva encontrada nos perfis componentes, necessitando, portanto, de uma análise mais profunda para estes casos. Observando a grosso modo a Tabela 5.2, não é difícil supor que os modelos III, IV, V e VI possam apresentar perfis superiores aos modelos I e II, haja vista que seus esforços normais são semelhantes entre si, sobretudo com uma incidência significativa de momentos fletores nos quatro primeiros. Essa suposição é reforçada ao observar a Eq. 3.63 (item 3.5.1.3), em que, além da relação entre tensão normal de compressão ($\sigma_{Nc,d}$) e resistência de cálculo ($f_{c0,d}$), são acrescentadas verificações de esforços de primeira ordem. Todavia, os resultados evidenciam o contrário, parecendo a estabilidade ter influência relevante quando comparadas às resistências nos modelos I e II.

Com o intuito de confirmar o fator decisivo nas diferenças encontradas, a Tabela 5.4 apresenta códigos associados às verificações expostas no Capítulo 3 (item 3.5), que serão utilizados na compreensão do Gráfico 5.1 e Gráfico 5.2.

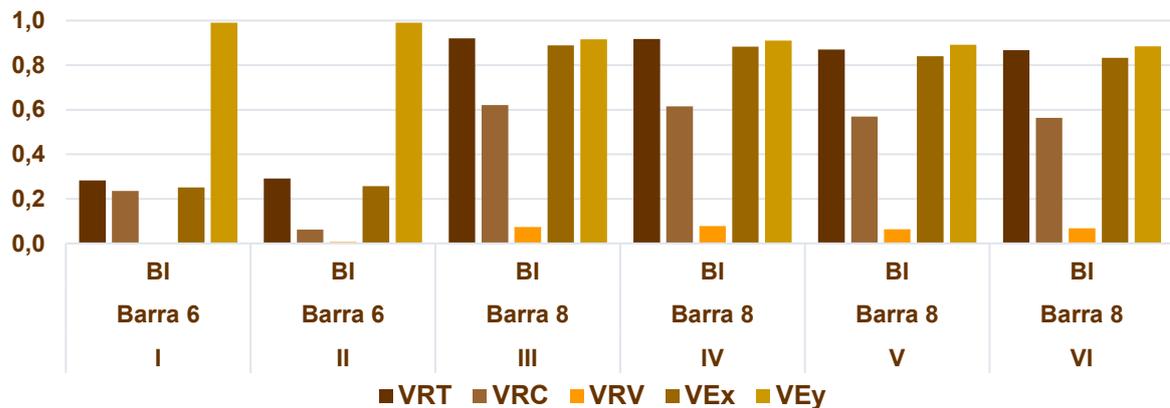
Tabela 5.4 - Códigos associados às verificações mínimas impostas pela ABNT NBR 7190 (2020)

Verificação	Código
$\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{t0,d}} \leq 1$ ou $\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{t0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} \leq 1$	Verificação da Resistência à Tração ou à Flexotração (VRT)
$\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{c0,d}} \leq 1$ ou $\left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{c0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} \leq 1$	Verificação da Resistência à Compressão ou à Flexocompressão (VRC)
$\frac{\tau_{x,d}}{f_{v0,d}} \leq 1$	Verificação da Resistência ao Cisalhamento (VRV)
$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cx} \cdot f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} \leq 1$	Verificação da Estabilidade em relação ao eixo x (VEx)
$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cy} \cdot f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{b,d}} \leq 1$	Verificação da Estabilidade em relação ao eixo y (VEy)

Fonte: Autor (2020)

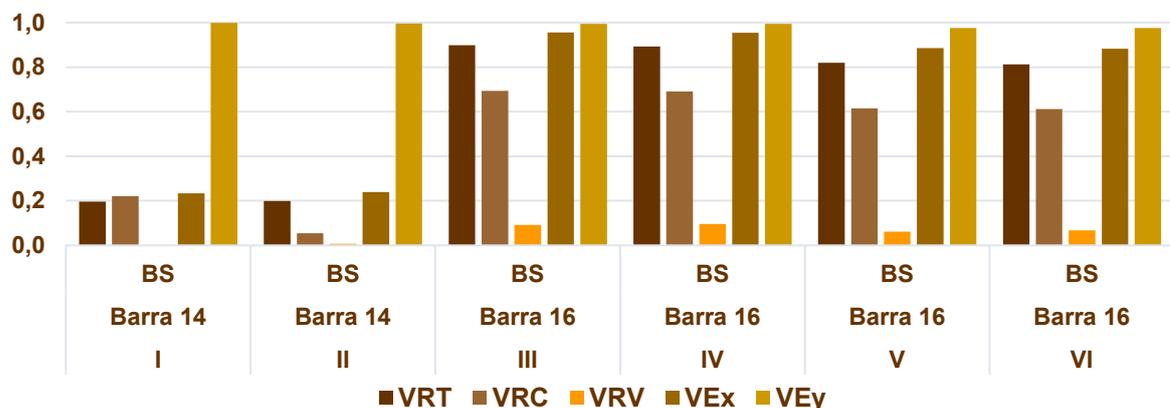
Nomeados os parâmetros, o Gráfico 5.1 apresenta as verificações relativas às barras do banzo inferior, para os seis modelos de análise, e o Gráfico 5.2 idem para o banzo superior.

Gráfico 5.1 – Verificações das barras do banzo inferior, por modelo de análise



Fonte: Autor (2020)

Gráfico 5.2 – Verificações das barras do banzo superior, por modelo de análise



Fonte: Autor (2020)

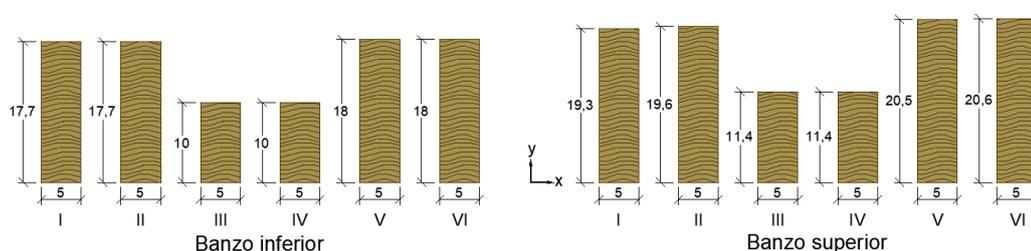
Em ambos os banzos, para os modelos I e II, o fator decisivo no dimensionamento foi a estabilidade, configurando valores de verificações muito próximos de 1. Entretanto, os perfis para estes modelos não são aproveitados de forma plena, uma vez que há uma discrepância entre as verificações de tensões normais e de estabilidade. Sabendo que a condição crítica se dá em relação ao eixo y , uma solução seria a elevação da espessura (b) da seção transversal, permitindo seu melhor aproveitamento.

Já com os modelos III, IV, V e VI, as verificações de tensões normais e de estabilidade são melhor distribuídas, configurando um bom rendimento do perfil dimensionado. No Gráfico 5.2 (modelos III e IV), observa-se também que nem sempre perfis que apresentam dimensão vertical maior que a horizontal, terão estabilidade crítica na direção y , haja vista que esta verificação é resultado da análise conjunta entre esbeltez e esforços de primeira ordem.

De forma geral, permite-se pontuar que as diferenças encontradas nos modelos são primariamente devidas às verificações de estabilidade, mais especificamente pelo comprimento de flambagem (L_0). Com a imposição de $L_0 = 0,65 \cdot L$ para barras perfeitamente rígidas, seus vão teóricos são reduzidos significativamente, configurando melhor desempenho estável da barra quando submetida a esforços de compressão.

Todavia, a ABNT NBR 7190 (1997) não considerava qualquer acréscimo de rigidez em virtude da continuidade de peças, apresentando em seu item 7.5.1 a seguinte redação: “Para as peças de comprimento efetivo L em que ambas as extremidades sejam indeslocáveis por flexão, adota-se $L_0 = L$, não se considerando qualquer redução em virtude da eventual continuidade estrutural da peça”. Esta mesma alínea não é encontrada na revisão da ABNT NBR 7190 (2020). Com a imposição de $L_0 = L$ nos modelos V e VI, situações estas de banzos contínuos, os perfis pouco divergirão das situações I e II, conforme evidenciado na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Perfis dos banzos dimensionados considerando $L_0 = L$ para os modelos V e VI (dimensões em centímetros)



Fonte: Autor (2020)

Pela versão normativa de 1997, o modelo clássico de treliça (I) apresenta valores bem próximos se comparados com a situação de continuidade dos banzos.

Diante de todas as análises discutidas, os deslocamentos da Tabela 5.3 são finalmente justificados através das dimensões dos perfis encontrados para os diferentes modelos de

análise. De fato, ligações perfeitamente rígidas configuram deslocamentos inferiores que as flexíveis, desde que as seções transversais das peças sejam as mesmas. Entretanto, com a incidência de perfis menores para modelos de ligações rígidas, seus deslocamentos se elevam, pois tanto o produto de rigidez axial ($E_i \cdot A_i$) quanto o produto de rigidez na flexão ($E_i \cdot I_{z,i}$) sofrem redução.

Comprovou-se também que, a consideração do carregamento devido ao peso próprio aplicado de forma uniforme e linear nas barras, pouco influencia nos resultados desta tipologia, haja vista que os modelos de mesma hipótese .EF (elementos finitos) apresentam valores muito próximos quando variadas as hipóteses A.PP e B.PP.

Tomando-se por base o modelo clássico de treliça (I), foram calculadas as diferenças percentuais entre as áreas da seção transversal dos perfis que compõem os banzos, sendo respectivamente impressas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Diferença entre áreas dos perfis que compõem os banzos (modelo I como parâmetro de comparação)

Modelo	Banzo inferior		Banzo superior	
	Área (cm ²)	Diferença (%)	Área (cm ²)	Diferença (%)
I	88,5	0	96,5	0
II	88,5	0	98	1,55
III	50	43,50	57	40,93
IV	50	43,50	57	40,93
V	50	43,50	53	45,08
VI	50	43,50	53	45,08

Fonte: Autor (2020)

Em conformidade com o questionamento apresentado no item 3.4.1, optou-se também por simular a mesma estrutura, todavia, desconsiderando a redução de 25% (Eq. 3.53) nas combinações onde o vento de sucção assume o valor de ação variável principal. Tal atitude objetiva a avaliação quantitativa dos efeitos oriundos da inversão de esforços na treliça. Na Figura 5.4 são apresentados os perfis dimensionados para este caso particular.

Figura 5.4 – Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise, desconsiderando-se a redução de 25% no vento de sucção (dimensões em centímetros)

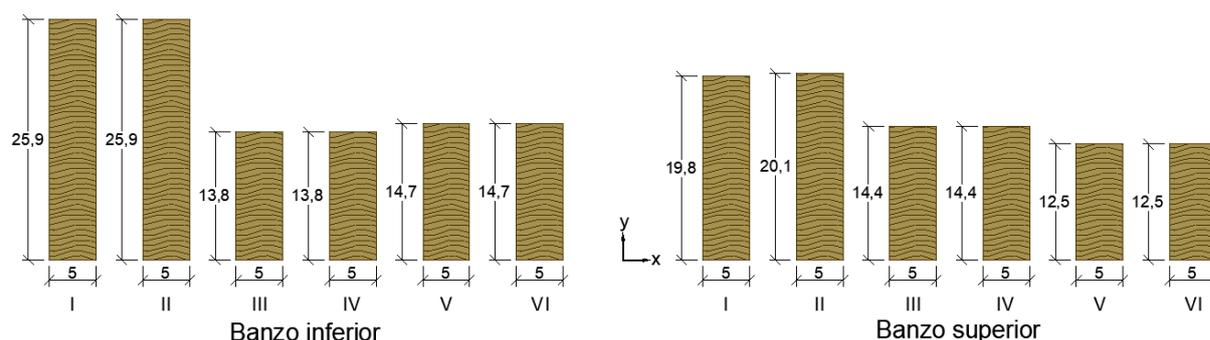
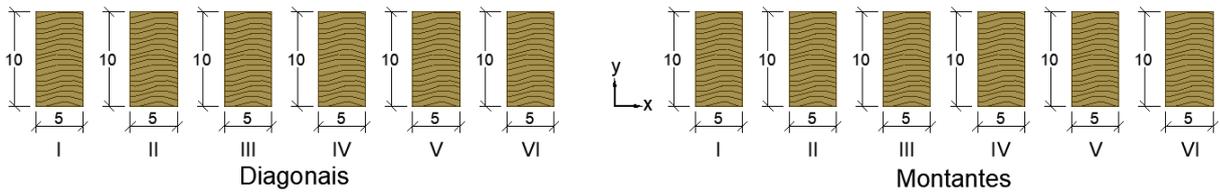


Figura 5.4 – Perfis dimensionados em função dos grupos de barras e modelos de análise, desconsiderando-se a redução de 25% no vento de sucção (dimensões em centímetros) (continuação)



Fonte: Autor (2020)

Na Tabela 5.6 são apresentadas as diferenças percentuais resultantes da não consideração de 25% de redução do vento, quando comparadas com os perfis da Figura 5.1.

Tabela 5.6 – Diferença entre áreas dos perfis que compõem os banzos, desconsiderando-se a redução de 25% no vento de sucção

Modelo	Banzo inferior		Banzo superior	
	Área (cm ²)	Diferença (%)	Área (cm ²)	Diferença (%)
I	88,5 ⇒ 129,5	31,66	96,5 ⇒ 99	2,53
II	88,5 ⇒ 129,5	31,66	98 ⇒ 100,5	2,49
III	50 ⇒ 69	27,54	57 ⇒ 72	20,83
IV	50 ⇒ 69	24,54	57 ⇒ 72	20,83
V	50 ⇒ 73,5	31,97	53 ⇒ 62,5	15,20
VI	50 ⇒ 73,5	31,97	53 ⇒ 62,5	15,20

Fonte: Autor (2020)

Os resultados da Figura 5.4 e Tabela 5.6 evidenciam um contraste em relação aos perfis da Figura 5.1. Nota-se que na primeira situação (Figura 5.1), as peças do banzo superior são as que apresentam as maiores alturas (h), diferentemente dos perfis da Figura 5.4, cujo aumento das dimensões do banzo inferior se dá de forma mais significativa, sobretudo nos modelos I e II.

Diante do exposto, comprova-se que a posição da treliça, cuja vulnerabilidade durante a incidência de ventos de sucção se dá de forma mais intensa, é o banzo inferior. Logo, a imposição de 75% da ação do vento como variável principal pode não ser uma atitude conservadora, justificando sua avaliação na concepção de projetos de coberturas. Ademais, fica evidente a necessidade da inserção de barras de travamento (ripas) nas barras do banzo inferior, visando a redução dos efeitos da elevada compressão e conseqüente flambagem advindas do fenômeno de sucção.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal avaliar a influência que os modelos idealizados de análise estrutural exercem no dimensionamento de estruturas treliçadas de madeira destinadas a coberturas.

Para tal, foi elaborado um *software* de análise estrutural linear-elástica, intitulado *iTruss*, programado à luz do método dos elementos finitos (MEF) juntamente com as rotinas de dimensionamento prescritas pelo novo projeto de norma da ABNT NBR 7190 (2020).

Após a simulação de um caso real de projeto, com ações e carregamentos devidamente levantados para uma treliça tipo *Howe*, com 12 metros de vão, foi possível pontuar as seguintes considerações:

- A ferramenta computacional se mostrou confiável para a geometria simulada, demonstrando diferenças insignificantes quando comparadas com os resultados gerados pelo *software* SAP2000®.
- Foi garantida a condição de trabalho em regime elástico-linear da treliça, afinal seus deslocamentos instantâneos e efetivos se mostraram inferiores aos limites normativos de $L/300$ e $L/150$, respectivamente.
- As barras pertencentes aos grupos das diagonais-montantes apresentaram diferenças mínimas para os seis modelos simulados. Seus esforços solicitantes de cálculo são relativamente inferiores àqueles calculados para os banzos.
- Nos grupos dos banzos, a divergência foi mais significativa. Os resultados se mostraram diferentes em mais de 40% para ambas as posições, demonstrando que os modelos que contemplam rigidez perfeita configuram melhor aproveitamento dos perfis. O fator decisivo em seu dimensionamento foi a verificação da estabilidade, mais precisamente o comprimento de flambagem (L_0). Quando este valor sofre redução de 35% nos casos de vinculações perfeitamente rígidas ou barras contínuas, as verificações de resistência e de estabilidade são melhor distribuídas entre si.
- Também é possível pontuar que de fato, ligações rígidas apresentam deslocamentos inferiores em relação às flexíveis, desde que os perfis que compõem as barras sejam os mesmos para as duas condições. Quando as dimensões do modelo rígido sofrem

redução, as variáveis de rigidez das peças de madeira se alteram, produzindo deslocamentos superiores às flexíveis.

- Comprovou-se que a consideração do carregamento devido ao peso próprio aplicado por área de influência representa bem o caso real, afinal os modelos de mesma hipótese .EF (elementos finitos) apresentam perfis com dimensões muito próximas, quando variadas as hipóteses A.PP e B.PP.
- Por fim, ficou evidente a importância em se ponderar a utilização ou não do coeficiente de 0,75 nas combinações últimas normais em que o vento de sucção assume protagonismo na operação. Com uma divergência de aproximadamente 32%, fica nítida a vulnerabilidade do banzo inferior sob a incidência de sucção na estrutura. Dessa forma, torna-se imprescindível a inserção de barras de travamento (ripas) e contraventamento, visando a redução dos efeitos da elevada compressão e consequente flambagem advindas deste fenômeno.

Como sugestão para trabalhos futuros, sintetiza-se os seguintes pontos:

- Avaliar o conjunto estrutural tridimensional com variação do posicionamento das peças referentes ao contraventamento e ao travamento, uma vez que a inversão dos esforços nas barras irá requerer um número compatível de peças de travamento, inclusive no banzo inferior da estrutura treliçada;
- Avaliar a possibilidade de considerar imperfeições na confecção das ligações, na fase construtiva da estrutura e no deslocamento vertical total dos nós.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCISZEWSKA-KĘDZIOR, A.; KUNECKÝ, J.; HASNÍKOVÁ, H.; SEBERA, V. Lapped scarf joint with inclined faces and wooden dowels: Experimental and numerical analysis. **Engineering Structures**, v. 94, p. 1-8, 2015. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.03.036.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120. **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123. **Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7190. **Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7190. **Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681. **Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

BARBARI, M.; CAVALLI, A.; FIORINESCHI, L.; MONTI, M.; TOGNI, M. Innovative connection in wooden trusses. **Construction and Building Materials**, v. 66, p. 654-663, 2014. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2014.06.022.

BARRETO, A. M. J. P.; CAMPILHO, R. D. S. G.; DE MOURA, M. F. S. F.; MORAIS, J. J. L.; SANTOS, C. L. Repair of wood trusses loaded in tension with adhesively bonded carbon-epoxy patches. **The Journal of Adhesion**, v. 86, n. 5-6, p. 630-648, 2010. DOI: 10.1080/00218464.2010.484316.

BRITO, L. D.; CHRISTOFORO, A. L.; SEGUNDINHO, P. G. A.; LAHR, F. A. R.; CALIL JUNIOR, C. Historic “HAUFF” timber roofs in Poços de Caldas in Brazil. **International Journal of Materials Engineering**, v. 6, n. 3, p. 113-118, 2016. DOI: 10.5923/j.ijme.20160603.09.

CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F. A. R.; MARTINS, G. C. A.; DIAS, A. A. **Estruturas de madeira: Projetos, dimensionamento e exemplos de cálculo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

CALIL JUNIOR., C.; DIAS, A. A. Utilização da madeira em construções rurais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 1, n. 1, p. 71-77, 1997. DOI: 10.1590/1807-1929/agriambi.v1n1p71-77.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. **Elementos finitos**. 4. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.

CHRISTOFORO, A. L.; DE ALMEIDA, D. H.; VARANDA, L. D.; PANZERA, T. H.; LAHR, F. A. R. Estimation of wood toughness in Brazilian tropical tree species. **Engenharia Agrícola**, v. 40, n. 2, p. 232-237, 2020. DOI: 10.1590/1809-4430-eng.agric.v40n2p232-237/2020.

CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Determinação do módulo de elasticidade longitudinal em estruturas planas de madeira do tipo treliça. **Revista Minerva**, São Carlos, v. 4, n. 2, p. 217-224, 2007. Disponível em: <[http://www.fipai.org.br/Minerva%2004\(02\)%2011.pdf](http://www.fipai.org.br/Minerva%2004(02)%2011.pdf)>.

CHRISTOFORO, A. L.; LIBARDI, W. **Mecânica dos sólidos e introdução aos métodos numéricos para engenharia civil**. 1. ed. São Carlos: Editora da Universidade Federal de São Carlos (EdUFSCar), 2019. v. 1.

CHRISTOFORO, A. L.; ROMANHOLO, G. A.; PANZERA, T. H.; BORGES, P. H. R.; LAHR, F. A. R. Influence of stiffness in bolted connections in wooden plane structure of truss type. **Engenharia Agrícola**, v. 31, n. 5, p. 998-1006, 2011. DOI: 10.1590/S0100-69162011000500017.

CÓIAS, V. Qualificação dos profissionais e das empresas para a qualidade na reabilitação de estruturas de madeira. CIMAD 11 – 1º Congresso Ibero-Latino Americano da Madeira na Construção. Coimbra, Portugal, 2011.

Computers and Structures, Inc., **SAP2000. 22.0.0 – student, Structural Analysis Program**, 2020.

CROVELLA, P.; KYANKA, G. A non-destructive method to determine the rotational stiffness of timber frame connections. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 7, n. 5, p. 627-635, 2017. DOI: 10.1007/s13349-017-0247-2.

DE ARAUJO, V. A.; CORTEZ-BARBOSA, J.; GAVA, M.; GARCIA, J. N.; SOUZA, A. J. D.; SAVI, A. F.; MORALES, E. A. M.; MOLINA, J. C.; VASCONCELOS, J. S.; CHRISTOFORO, A. L.; LAHR, F. A. R. Classification of wooden housing building systems. **BioResources**, v. 11, n. 3, p. 7889-7901, 2016. DOI: 10.15376/biores.11.3.DeAraujo.

DEL COZ DÍAZ, J. J.; GARCÍA NIETO, P. J.; LOZANO MARTÍNEZ-LUENGAS, A.; SUAREZ DOMÍNGUEZ, F. J.; DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ, J. Non-linear numerical analysis of plywood board timber connections by DOE-FEM and full-scale experimental validation. **Engineering Structures**, v. 49, p. 76-90, 2013. DOI: 10.1016/j.engstruct.2012.11.003.

DORN, M.; DE BORST, K.; EBERHARDSTEINER, J. Experiments on dowel-type timber connections. **Engineering Structures**, v. 47, p. 67-80, 2013. DOI: 10.1016/j.engstruct.2012.09.010.

EGAN CONSULTING (2017). **Annual Survey of UK Structural Timber Markets: Market Report**. (Alloa: Structural Timber Association).

EN 1995-1-1: 2004. **Design of timber structures: part 1.1: general common rules and rules for buildings**. EUROCODE 5, European Committee for Standardization, 2004.

ENAJAR, A. F.; JACKLIN, R. B.; EL DAMATTY, A. A. Nonlinear modeling of roof-to-wall connections in a gable-roof structure under uplift wind loads. **Wind and Structures**, v. 28, n. 3, p. 181-190, 2019. DOI: 10.12989/was.2019.28.3.181.

FAJMAN, P.; MÁCA, J. Stiffness of scarf joints with dowels. **Computers & Structures**, 2017. DOI: 10.1016/j.compstruc.2017.03.005.

FAUZIYAH, S.; SOESILOHADI, R. C. H.; RETNOAJI, B.; ALAM, P. Dragonfly wing venous cross-joints inspire the design of higher-performance bolted timber truss joints. **Composites Part B: Engineering**, v. 87, p. 274-280, 2016. DOI: 10.1016/j.compositesb.2015.11.003.

FRONTINI, F.; SIEM, J.; RENMÆLMO, R. Load-Carrying capacity and stiffness of softwood wooden dowel connections. **International Journal of Architectural Heritage**, v. 14, n. 3, p. 376-397, 2018. DOI: 10.1080/15583058.2018.1547798.

GIRHAMMAR, U. A.; JACQUIER, N.; KÄLLSNER, B. Stiffness model for inclined screws in shear-tension mode in timber-to-timber joints. **Engineering Structures**, v. 136, p. 580-595, 2017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.01.022.

HERMIDA, J.; CABALEIRO, M.; RIVEIRO, B.; CAAMAÑO, J. C. Two-dimensional models of variable inertia from LiDAR data for structural analysis of timber trusses. **Construction and Building Materials**, v. 231, 117072, 2020. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2019.117072.

HOQ, S. M. A.; JUDD, J. P. Wind design procedures for wood roof trusses of low-rise structures. **Journal of Architectural Engineering**, v. 26, n. 3, 04020030, 2020. DOI: 10.1061/(asce)ae.1943-5568.0000425.

HUANG, H; HE, M.; ZHOU, S.; CUI, J. System effect analysis of light wood truss assembly. **Shenyang Gongye Daxue Xuebao/Journal of Shenyang University of Technology**, v. 33, n. 3, p. 343-348, 2011.

HUTTON, D. V. **Fundamentals of finite element analysis**. 1.ed. Pullman: McGraw-Hill, 2004.

JACKLIN, R. B.; EL DAMATTY, A. A.; DESSOUKI, A. A. Finite-element modeling of a light-framed wood roof structure. **Wind and Structures**. v. 19, n. 6, p. 603-621, 2014. DOI: 10.12989/was.2014.19.6.603.

KIRKHAM, W. J.; GUPTA, R.; MILLER, T. H. State of the art: Seismic behavior of wood-frame residential structures. **J. Journal of Structural Engineering**. v. 140, n. 4, p. 1-19, 2013. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000861.

KOMATSU, K.; TENG, Q.; LI, Z.; ZHANG, X.; CAI, W.; QUE, Z. Experimental and numerical analyses on nonlinear behavior of wooden parallel chord trusses composed of self-tapping screws. **Journal of Wood Science**, v. 64, n. 6, p. 776-793, 2018. DOI: 10.1007/s10086-018-1774-0.

KRIPKA, M., PRAVIA, Z. M. C., DIAS, M. M.; MEDEIROS, G. F. Minimização do peso de treliças de alumínio pela otimização simultânea da seção transversal dos elementos e da geometria: análise numérica e validação experimental. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil - REEC**, v. 7, n. 2, p. 19-26, 2013.

KUNECKÝ, J.; ARCISZEWSKA-KĘDZIOR, A.; SEBERA, V.; HASNÍKOVÁ, H. Mechanical performance of dovetail joint related to the global stiffness of timber roof structures. **Materials and Structures**, v. 49, n. 6, p. 2315-2327, 2015. DOI: 10.1617/s11527-015-0651-1.

MEGHLAT, E.-M.; OUDJENE, M.; AIT-AIDER, H.; BATOZ, J.-L. A new approach to model nailed and screwed timber joints using the finite element method. **Construction and Building Materials**, v. 41, p. 263-269, 2013. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2012.11.068.

MILCH, J.; TIPPNER, J.; SEBERA, V.; KUNECKÝ, J.; KLOIBER, M.; NAVRÁTIL, M. The numerical assessment of a full-scale historical truss structure reconstructed with use of traditional all-wooden joints. **Journal of Cultural Heritage**, v. 21, p. 759-766, 2016. DOI: 10.1016/j.culher.2016.04.006.

MOLINA, J. C.; CALIL JUNIOR, C. Sistema construtivo em *wood frame* para casas de madeira. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 31, n. 2, p. 143-156, 2010. DOI: 10.5433/1679-0375.2010v31n2p143.

MOLITERNO, A. **Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira**. 4 ed. revista. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2010.

MOYA, R.; TENORIO, C. Strength and displacement under tension and compression of wood joints fastened with nails and screws for use in trusses in Costa Rica. **Wood Research**, v. 62, n. 1, p. 139-156, 2017.

OLSSON, A. Probabilistic analysis and optimization of roof trusses. **Electronic Journal of Structural Engineering**, v. 10, p. 74-89, 2010.

PALMA, H. A. L. **Determinação de parâmetros elásticos e de resistência e a influência da madeira nas propriedades de compensados de *Pinus elliottii* Engelm. e *Pinus taeda* L.** 1994. 167p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1994.

PARTEL, H. **Sistema Informatizado para Projeto de Estruturas Industrializadas de Madeira para Telhados**. 2000. 123p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de madeira**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. 224p.

PRATIWI, N.; TJONDRO, J. A. Study on strength and stiffness of meranti wood truss with plywood gusset plate connection and lag screw fastener. **Journal of the Civil Engineering Forum**, v. 4, n. 1, p. 51-56, 2018. DOI: 10.22146/jcef.30230.

QUE, Z.; HOU, T.; GAO, Y.; TENG, Q.; CHEN, Q.; WANG, C.; CHANG, C. Influence of different connection types on mechanical behavior of girder trusses. **Journal of Bioresources and Bioproducts**, v. 4, n. 2, p. 89-98, 2019. DOI: 10.21967/jbb.v4i2.229.

RAMAGE, M. H.; BURRIDGE, H.; BUSSE-WICHER, M.; FEREDAY, G.; REYNOLDS, T.; SHAH, D. U.; WU, G.; YU, L.; FLEMING, P.; DENSLEY-TINGLEY, D.; ALLWOOD, J.; DUPREE, P.; LINDEN, P. F.; SCHERMAN, O. The wood from the tress: The use of timber in construction. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 68, p. 333-359, 2017. DOI: 10.1016/j.rser.2016.09.107.

REYNOLDS, T.; HARRIS, R.; CHANG, W.-S. Stiffness of dowel-type timber connections under pre-yield oscillating loads. **Engineering Structures**, v. 65, p. 21-29, 2014. DOI: 10.1016/j.engstruct.2014.01.024.

RIVERA-TENORIO, M.; MOYA, R. Stress, displacement joints of *Gmelina arborea* and *Tectona grandis* wood with metal plates, screws and nails for use in timber truss connections. **CERNE**, v. 25, n. 2, p. 172-183, 2019. DOI: 10.1590/01047760201925022641.

RUDNEV, I. V.; ZHADANOV, V. I.; SOBOLEV, M. M.; UKRAINCENKO, D. A. Verification and validation of finite-element calculation of wooden structures connections on glued flat steel rods. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 456, 012087, 2018. DOI: 10.1088/1757-899X/456/1/012087.

SAGARA, A.; ADHIJOSO TJONDRO, J.; ABDURRAHMAN SHIDDIQ, H. Experimental study on strength and stiffness connection of wooden truss structure. **MATEC Web of Conferences**, v. 101, 01015, 2017. DOI: 10.1051/mateconf/201710101015.

SATHEESKUMAR, N.; HENDERSON, D. J.; GINGER, J. D.; WANG, C.-H. Three-dimensional finite-element modeling and validation of a timber-framed house to wind loading. **Journal of**

Structural Engineering, v. 143, n. 9, 04017112, 2017. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001850.

SCHOBER, K.U.; TANNERT, T. Hybrid connections for timber structures. **European Journal of Wood and Wood Products**, v. 74, n. 3, p. 369-377, 2016. DOI: 10.1007/s00107-016-1024-3.

SEJKOT, P.; ORMARSSON, S.; VESSBY, J.; KÄLLSNER, B. Numerical out-of-plane stability analysis of long span timber trusses with focus on buckling length calculations. **Engineering Structures**, v. 204, 109670, 2019. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109670.

SHIVARUDRAPPA, R.; NIELSON, B. G. Sensitivity of load distribution in light-framed wood roof systems due to typical modeling parameters. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 27, n. 3, p. 222-234, 2013. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000323.

SONG, X.; LAM, F. Stability analysis of metal-plate-connected wood truss assemblies. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 9, p. 1110-1119, 2012. DOI: 10.1061/(asce)st.1943-541x.0000502.

SONG, X.; LAM, F.; HUANG, H.; HE, M. Stability capacity of metal plate connected wood truss assemblies. **Journal of Structural Engineering**, v. 136, n. 6, p. 723-730, 2010. DOI: 10.1061/(asce)st.1943-541x.0000163.

STEIGE, Y.; FRESE, M. Study on a newly developed diagonal connection for hybrid timber trusses made of spruce glulam and beech laminated veneer lumber. **Wood Material Science & Engineering**, v. 14, n. 5, 280-290, 2019. DOI: 10.1080/17480272.2019.1626908.

STEVENSON, S. A.; EL ANSARY, A. M.; KOPP, G. A. A practical modelling technique to assess the performance of wood-frame roofs under extreme wind loads. **Engineering Structures**, v. 191, p. 640-648, 2019. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.04.058.

STEVENSON, S. A.; KOPP, G. A.; EL ANSARY, A. M. Framing failures in wood-frame hip roofs under extreme wind loads. **Frontiers in Built Environment**, v. 4, 6, 2018. DOI: 10.3389/fbuil.2018.00006.

TENORIO, C.; MOYA, R.; CARRANZA, M.; NAVARRO, A.; SAENZ, M.; PANIAGUA, V. Mechanical performance in flexure for two spans of trusses from *Hieronyma alchorneoides* and *Gmelina arborea* woods fastened with nails and screws. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 30, n. 3, p. 330-341, 2018. DOI: 10.26525/jtfs2018.30.3.330341.

TER STEEGE, H.; PRADO, P. I.; DE LIMA, R. A. F.; POS, E.; DE SOUZA COELHO, L.; DE ANDRADE LIMA FILHO, D.; ... FLORES, B. M. Biased-corrected richness estimates for the Amazonian tree flora. **Scientific Reports**, v. 10, n. 1, 10130, 2020. DOI: 10.1038/s41598-020-66686-3.

VALLÉE, T.; TANNERT, T.; FECHT, S. Adhesively bonded connections in the context of timber engineering – A Review. **The Journal of Adhesion**, v. 93, n. 4, p. 257-287, 2015. DOI: 10.1080/00218464.2015.1071255.

VALLÉE, T.; TANNERT, T.; HEHL, S. Experimental and numerical investigations on full-scale adhesively bonded timber trusses. **Materials and Structures**, v. 44, n. 10, p. 1745-1758, 2011. DOI: 10.1617/s11527-011-9735-8.

WANG, Z.; ZHOU, X.; WU, G.; ZHONG, Y.; REN, H.; ZHAO. Load-carrying capacity of *Larix kaempferi* light wood trusses. **Linze Kexue/Scientia Silvae Sinicae**, v. 54, n. 2, p. 137-144, 2018. DOI: 10.11707/j.1001-7488.20180216.