

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DE CÁLCULO PARA ARMADURA MÍNIMA EM  
SAPATAS RÍGIDAS ISOLADAS EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Civil da Universidade Federal de São  
Carlos como requisito parcial para a  
obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aluno: Felipe Juan Garcia Pereira

Orientador: Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho

São Carlos-SP  
Dezembro de 2020

FELIPE JUAN GARCIA PEREIRA

**COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DE CÁLCULO PARA ARMADURA MÍNIMA  
EM SAPATAS RÍGIDAS ISOLADAS EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Civil da Universidade Federal de São  
Carlos como requisito parcial para a  
obtenção do título de Engenheiro Civil.

Defendido em 08 de Dezembro de 2020

---

Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho (Orientador)  
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos

---

Prof. Dr. André Luis Christoforo  
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos

---

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho  
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos

São Carlos-SP  
Dezembro de 2020

*Dedico este trabalho a minha mãe,  
Roseclair Conceição Pereira e a todos  
que vieram antes de mim.*

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho, pela disponibilidade, compreensão, conhecimentos transmitidos e por toda atenção e dedicação empregada na realização desta pesquisa.

À minha irmã, Fernanda por sempre ser um exemplo de independência e autoconfiança. Agradeço por me ensinar que é necessário ter força para aguentar o peso de nossas escolhas.

À minha vó Araci pela sua resiliência ao criar minha família apesar de todas dificuldades. Agradeço por todos os sacrifícios.

A minha noiva Daniele por sempre estar ao meu lado. Agradeço por me aguentar quando estou no meu pior e por me fazer uma pessoa melhor.

Aos meus amigos Adriana, Beatriz, Carlos, Felipe, Gabriel, Henrique, Laura, Lucas e Thiago. Agradeço pela caminhada e por poder chamá-los de amigo.

À Bateria UFScar e todos os seus membros. Agradeço por todos os momentos alegres e tristes, por me fazer crescer como líder e por me mostrar que um grupo unido pode obter grandes conquistas. Sou Bateria, com muito amor, até o fim!

À minha família, por todo incentivo, apoio e amor incondicional que sempre me ofereceram. Agradeço aos meus avós Daniel e Soledade pelo carinho.

Aos meus professores da graduação por todo o conhecimento transmitido. Agradeço por continuarem a excelência no ensino apesar das dificuldades.

Ao meu pai Fernando, não tenho palavras para descrever minha gratidão, espero somente continuar te orgulhando.

*“A descoberta consiste em olhar para a mesma coisa que todas as outras pessoas e pensar algo diferente.”*

*Albert Szent-Györgyi*

## RESUMO

Este trabalho faz uma comparação entre os métodos existentes para o cálculo de armadura mínima em sapatas rígidas isoladas em concreto armado. Após comparar resultados apresentou-se uma proposta para este cálculo. Sugere-se que a armadura mínima de sapatas deve ser igual a 7,20% da armadura máxima, além de propor uma equação simplificada para o cálculo da armadura mínima. Analisou-se as normas brasileiras NBR 6118:2014, norte americana ACI 318-19 e europeia Eurocode 2, 2004. Como nessas normas não há formulações específicas para a o cálculo armadura mínima do elemento estrutural sapata foi considerado informações referentes ao elemento estrutural viga em concreto armado.

**Palavras-chave:** Armadura Mínima. Concreto Armado. Fundação. Sapata.

## **ABSTRACT**

This work makes a comparison between the existing methods for the calculation of minimum reinforcement in isolated rigid footing in reinforced concrete. After comparing results, a proposal for this calculation was presented. It is suggested that the minimum reinforcement should be equal to 7,20% of the maximum reinforcement, besides proposing a simplified equation for calculating the minimum reinforcement. The Brazilian standards NBR 6118: 2014, North American ACI 318-19 and European Eurocode 2, 2004 were analyzed. These buildings codes have no specific formulations for calculating the minimum reinforcement of the structural element footing, therefore was considered information regarding the structural beam element in reinforced concrete.

Keywords: Foundation. Minimum Reinforcement. Reinforced Concrete. footing.

## SUMÁRIO

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO</b> .....   | <b>10</b> |
| 1.1        | OBJETIVOS .....   | 11        |
| 1.2        | JUSTIFICATIVA .....   | 11        |
| 1.3        | RESUMO DA METODOLOGIA.....  | 12        |
| <b>2</b>   | <b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....   | <b>13</b> |
| 2.1        | ARMADURA LONGITUDINAL MÍNIMA .....  | 13        |
| 2.2        | DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO NA SEÇÃO TRANSVERSAL .....   | 14        |
| 2.3        | MOMENTO DE FISSURAÇÃO .....   | 15        |
| 2.4        | MOMENTO SOLICITANTE EM SAPATA RÍGIDA ISOLADA .....  | 16        |
| 2.4.1      | MÉTODO DE CÁLCULO USADO PARA VIGAS .....  | 16        |
| 2.4.2      | MÉTODO BIELA TIRANTE .....  | 19        |
| 2.5        | MOMENTO MÍNIMO EM PILARES.....  | 20        |
| 2.6        | ARMADURA MÍNIMA EM SAPATAS SEGUNDO NORMAS INTERNACIONAIS .....  | 21        |
| 2.6.1      | NORMA AMERICANA, ACI 318-19 .....   | 21        |
| 2.6.2      | NORMA EUROPEIA, EUROCODE 2 (2004) .....   | 22        |
| <b>3</b>   | <b>METODOLOGIA</b> .....  | <b>23</b> |
| 3.1        | DEFINIÇÃO DA BASE DAS SAPATAS .....   | 23        |
| 3.2        | DEFINIÇÃO DA CARGA SOBRE A SAPATA .....   | 23        |
| 3.3        | DEFINIÇÃO DA ALTURA DA SAPATA .....   | 24        |
| 3.4        | DEFINIÇÃO DA DIMENSÃO DOS PILARES.....  | 25        |
| 3.5        | DEFINIÇÃO DO $F_{ck}$ DO CONCRETO .....   | 25        |
| 3.6        | CÁLCULO DO MOMENTO SOLICITANTE.....   | 25        |
| 3.7        | CÁLCULO DA ARMADURA MÍNIMA E ANÁLISE DE DADOS .....   | 26        |
| <b>4</b>   | <b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....   | <b>27</b> |
| 4.1        | COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE CÁLCULO PARA O MOMENTO SOLICITANTE .....  | 27        |
| 4.2        | COMPARAÇÃO ENTRE ARMADURA MÍNIMA ABSOLUTA PARA VIGAS CALCULADAS DE ACORDO COM DIFERENTES NORMAS. ....                                     | 29        |
| 4.3        | COMPARAÇÃO ENTRE ARMADURA MÍNIMA PARA VIGAS CALCULADAS DE ACORDO COM DIFERENTES NORMAS (DESCONSIDERANDO A ARMADURA MÍNIMA ABSOLUTA). .... | 30        |
| <b>5</b>   | <b>SUGESTÃO PARA ARMADURA MÍNIMA EM SAPATAS RÍGIDAS ISOLADAS</b> .....  | <b>33</b> |
| 5.1        | ELABORAÇÃO DA FORMULAÇÃO EM FUNÇÃO DA ARMADURA MÁXIMA.....  | 33        |
| 5.2        | ARMADURA MÍNIMA PROPORCIONAL À ARMADURA MÁXIMA .....  | 33        |
| 5.3        | SIMPLIFICAÇÃO DO MÉTODO DE CÁLCULO SUGERIDO .....   | 37        |
| 5.4        | EXEMPLO DE CÁLCULO UTILIZANDO O MÉTODO SUGERIDO.....  | 38        |
| <b>6</b>   | <b>CONCLUSÃO</b> .....  | <b>42</b> |
| <b>6.1</b> | <b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....   | <b>43</b> |
| <b>7</b>   | <b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA</b> .....   | <b>44</b> |





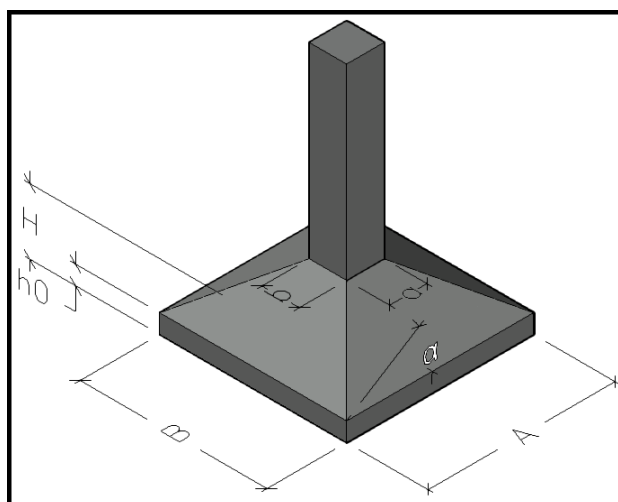
## 1 INTRODUÇÃO

Fundação é o termo utilizado na engenharia para designar as estruturas responsáveis por transmitir as cargas das supraestruturas no solo. Fundações rasas, ou fundações superficiais, são aquelas em que a escavação não ultrapassa 3 metros de profundidade. O tipo de fundação estudado nesse trabalho de conclusão de curso é a sapata, mais especificamente, sapatas rígidas isoladas.

De acordo com a NBR 6122:2010, sapata é definida como “elemento de fundação superficial, de concreto armado, dimensionado de modo que as tensões de tração nele resultantes sejam resistidas pelo emprego de armadura especialmente disposta para esse fim”. Também temos na NBR 6118:2014 a definição sapatas como “estruturas de volume usadas para transmitir ao terreno as cargas de fundação, no caso, de fundação direta”.

Sapata isolada é aquela que não tem nenhuma ligação com outra sapata e recebe a carga de apenas um pilar. Sapata rígida é aquela onde o ângulo com a horizontal da biela mais inclinada seja maior do que aproximadamente  $33^\circ$  (Carvalho e Pinheiro, 2013). Sapatas rígidas isoladas podem possuir diversos formatos, entretanto os mais comuns são os formatos paralelepípedo e tronco-piramidal. Por conta de facilitar no momento da execução das formas, a sapata também é comumente feita com o formato paralelepípedo de ângulos retos simples, entretanto essa escolha consome mais concreto, o que pode afetar as análises desse estudo. Sendo assim, a forma geométrica escolhida foi o tronco-piramidal de base quadrada, conforme demonstrado na figura abaixo:

**Figura 1.1 – Sapata isolada formato tronco-piramidal**



Fonte: Elaborado pelo autor

Para a sapata, como um elemento de fundação, é de extrema importância que sua função seja bem desempenhada ao longo da vida útil da edificação construída acima dela. Para isso, além de outras precauções no dimensionamento, é preciso uma boa definição a respeito da quantidade de armadura necessária para esse elemento estrutural.

Na literatura não há um método de cálculo específico sobre armadura mínima em sapatas rígidas isoladas, talvez pela ausência de patologias ou sinistros causados por uma armadura insuficientes nesses elementos. Isso sugere que, com métodos atuais de cálculo da armadura mínima, ocorre um superdimensionamento da armação das sapatas.

## **1.1 Objetivos**

Este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo apresentar e analisar os métodos de cálculo de armadura mínima para o elemento estrutural sapata rígida isolada de formato tronco-piramidal de base quadrada em concreto armado, comparando as normas técnicas, brasileira NBR 6118:2014, norte americana ACI 318-19 e europeia Eurocode 2, 2004, com o intuito de verificar se há alguma discrepância ou concordância entre elas. Além da sugestão de um método de cálculo para armadura mínima para sapatas.

## **1.2 Justificativa**

A principal motivação para a escolha desse tema é que não há uma definição específica para o cálculo de armadura mínima em sapatas nas normas brasileira, americana e europeia (NBR 6118:2014; ACI 318-19; Eurocode 2 (2004) respectivamente).

Sapatas rígidas são elementos robustos; os cálculos de armadura mínima, de maneira geral, estão relacionados à área da seção bruta de concreto. Sendo assim a área mínima de armadura, pelos métodos existentes, acabam sendo consideravelmente maiores do que a área de aço requisitado pelo momento solicitante, podendo ser um desperdício de material e recursos.

O cálculo da armadura mínima em estruturas de concreto armado serve para garantir a integridade do elemento estrutural. A armadura mínima deve ser colocada para evitar rupturas bruscas, fissurações e também é útil para absorver pequenos

esforços não considerados no cálculo. Por conta disso, esse trabalho tem por objetivo verificar qual modelo de cálculo existente é mais racional em relação à área mínima de armadura para sapatas rígidas.

### **1.3 Resumo da Metodologia**

Para a obtenção da base de dados, foi analisada e feita a comparação entre as propostas de cálculo de armadura mínima existentes nas normas técnicas brasileira, europeia e norte americana, utilizou-se o software Excel. Nele foi feito uma tabela com 13 sapatas de formato tronco-piramidal de base quadrada submetidas a diferentes esforços a fim de obter um bom conjunto de dados teóricos para análise.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como na literatura não há estudos específicos sobre armadura mínima em sapatas rígidas isoladas, será usado como base os conceitos de armadura e momento relacionado com outros elementos estruturais em concreto armado como vigas, pilares e lajes.

### 2.1 Armadura Longitudinal Mínima

Conforme a norma brasileira NBR 6118:2014 no item 17.3.5.1 tem-se:

A ruptura frágil das seções transversais, quando da formação da primeira fissura, deve ser evitada considerando-se, para o cálculo das armaduras, um momento mínimo dado pelo valor correspondente ao que produziria a ruptura da seção de concreto simples, supondo que a resistência à tração do concreto seja dada por  $f_{ctk,sup}$ , devendo também obedecer às condições relativas ao controle da abertura de fissuras dadas em 17.3.3.

A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15 % da área bruta da seção (ABNT NBR 6118, 2014).

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \geq 0,15\% \cdot A_b \quad (2.1)$$

$M_{d,min}$  – Momento fletor mínimo;

$W_0$  – Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$  – Resistência característica superior do concreto à tração.

$A_b$  – Área bruta da seção.

Onde:

$$W_0 = \frac{I_c}{y_t} \quad (2.2)$$

$I_c$  – Momento de inércia da seção bruta;

$y_t$  – Distância da linha neutra até a fibra mais tracionada da seção.

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (2.3)$$

$f_{ct,m}$  – Resistência a tração direta média.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (2.4)$$

$f_{ck}$  – Resistência característica do concreto à compressão.

Como o elemento estrutural sapata consome um grande volume de concreto, não será utilizado a equação 4 pois não é usual utilizar um concreto com resistência característica a compressão maior que C50 para esse tipo de elemento estrutural.

O item 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 6118:2014 também especifica a taxa de armadura mínima absoluta dada por:

$$\rho_{mim} = \frac{A_s}{A_c} \geq 0,0015 \quad (2.5)$$

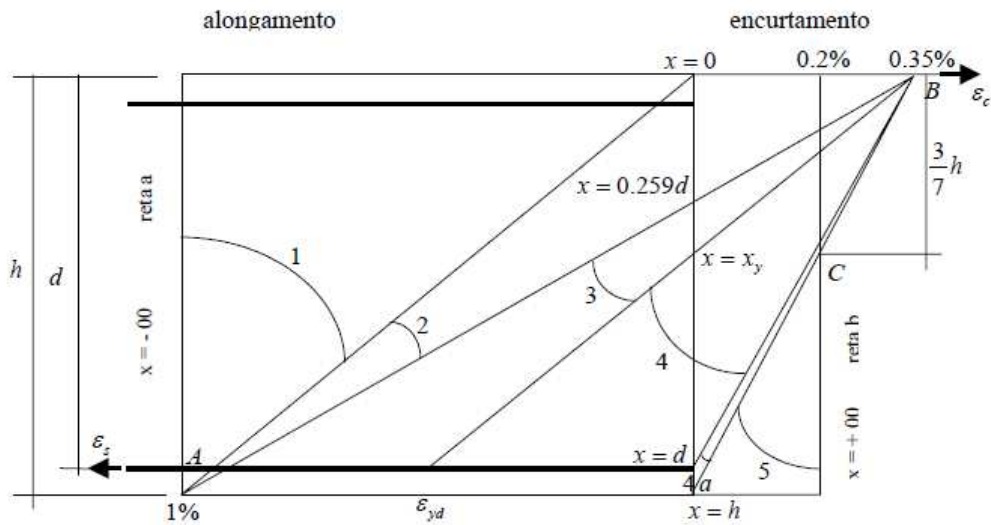
$A_s$  – Área de aço da seção;

$A_c$  – Área de concreto da seção.

## 2.2 Domínios de Deformação na Seção Transversal

Os domínios de deformação são as configurações possíveis do diagrama de deformações do Estado Limite Último (ELU) para uma seção submetida a solicitações normais. A cada par de deformação do concreto ( $\varepsilon_c$ ) e deformação do aço ( $\varepsilon_s$ ) representam diversas possibilidades de ruína (Almeida, 2002). Para concreto de até C50 os domínios de deformação são esquematizados na Figura 2.1:

**Figura 2.1 – Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal para concreto até C50**



Fonte: Luiz Carlos de Almeida (2002)

Para o estudo de armadura mínima em sapatas rígidas isoladas são relevantes os domínios 2 e 3 que são os domínios para peças em flexão simples. De acordo com o item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014, para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer ao limite de  $x = 0,45 \cdot d$  para concreto até C50.

### 2.3 Momento de Fissuração

De acordo com o item 17.3.1 da ABNT NBR 6118:2014 as estruturas trabalham parcialmente no estágio 1 e parcialmente no estágio 2. O momento de fissuração no limite de formação de fissuras é a separação entre esses dois estágios e pode ser calculada por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctk,inf} \cdot I_c}{Y_t} \quad (2.6)$$

Sendo:

- $\alpha - 1,2$  para seções T ou duplo T;
- $\alpha - 1,3$  para seções I ou T invertido;
- $\alpha - 1,5$  para seções retangulares;

Onde:

$\alpha$  – Fator que correlaciona aproximadamente a resistência a tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  – Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  – Momento de inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ctk,inf}$  – Resistência à tração direta do concreto.

Onde:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (.27)$$

O valor de  $f_{ct,m}$  é dado pela Equação 3.3.

## 2.4 Momento Solicitante em Sapata Rígida Isolada

### 2.4.1 Método de Cálculo Usado para Vigas

Com relação ao modelo de cálculo de sapatas, o item 22.6.3 da ABNT NBR 6118:2014 temos:

Para cálculo e dimensionamento de sapatas, devem ser utilizados modelos tridimensionais lineares ou modelos biela-tirante tridimensionais, podendo, quando for o caso, ser utilizados modelos de flexão.

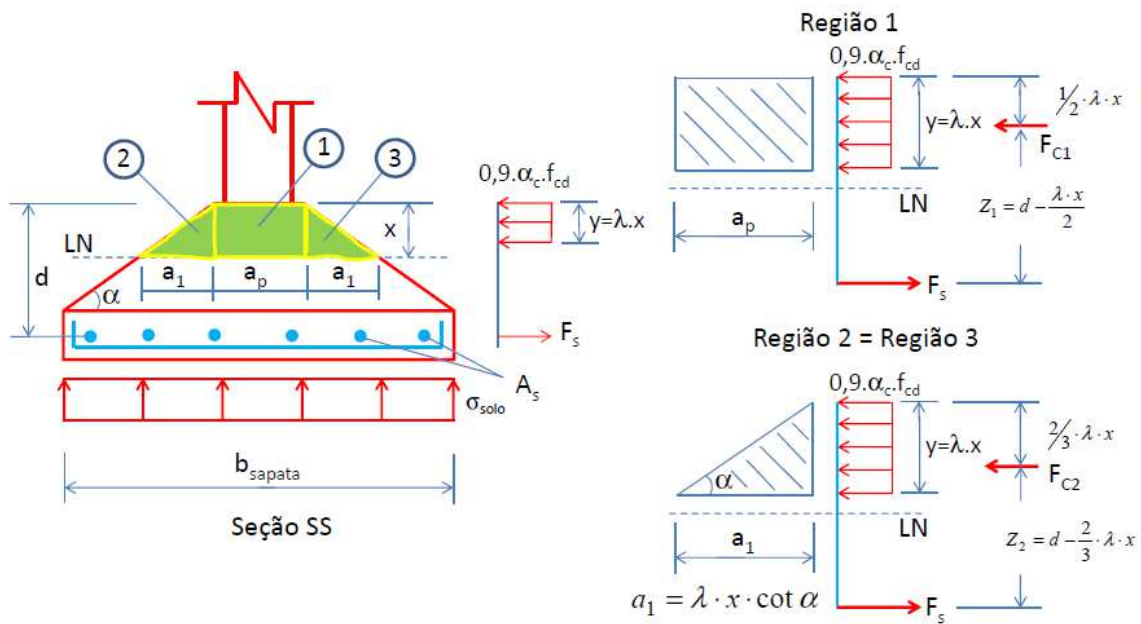
Esses modelos devem contemplar os aspectos descritos em 22.6.2. Deverá ser avaliada a necessidade de se considerar a interação solo-estrutura.

Na região de contato entre o pilar e a sapata, os efeitos de fendilhamento devem ser considerados, conforme requerido em 21.2, permitindo-se a adoção de um modelo de bielas e tirantes para a determinação das armaduras.

Portanto será utilizado o mesmo modelo de cálculo para vigas, com a diferença que a região comprimida do concreto não é retangular. Para facilitar os cálculos pode-se decompor em duas partes conforme mostrado na Figura 2.2 e demonstrado em Carvalho e Pinheiro (2013).



**Figura 2.2 – Região comprimida na seção transversal da sapata**



Fonte: Adaptado de Almeida Filho (2018)

O valor que multiplica  $f_{cd}$  deve ser 0,9 pois as fibras da região comprimida decrescem no sentido da linha neutra à borda mais comprimida. Portanto, na seção temos a tensão limite como:

$$\sigma_c = 0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \quad (2.8)$$

$\alpha_c$  – Parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão, para concreto até C50  $\alpha_c = 0,85$  p;

$f_{cd}$  – Resistência de cálculo do concreto à compressão.

Para as regiões 1, 2 e 3 temos:

$$F_{c1} = a_p \cdot \lambda \cdot x \cdot 0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \quad (2.9)$$

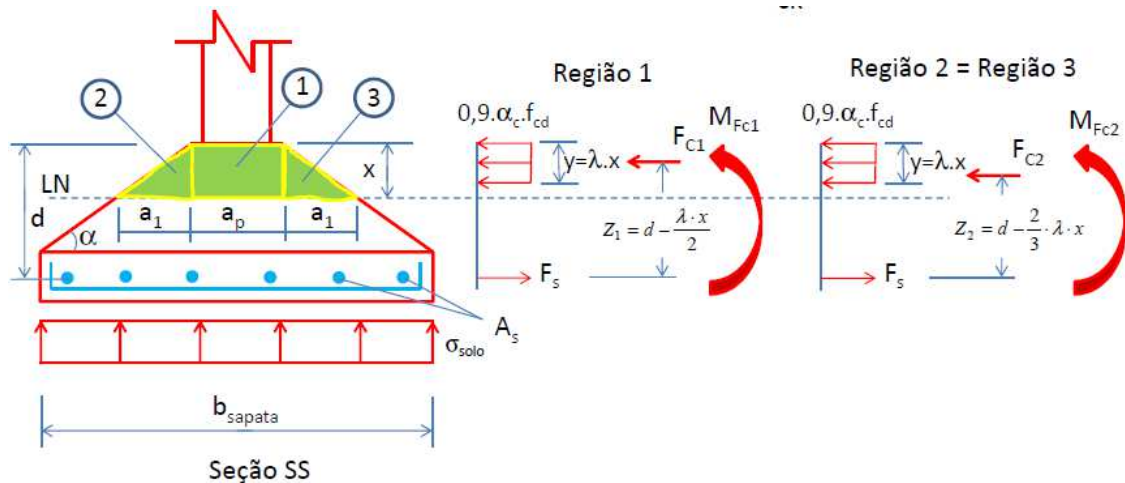
$$F_{c2} + F_{c3} = \left( \frac{a_1 \cdot \lambda \cdot x}{2} \right) \cdot (0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot 2 \quad (2.10)$$

Substituindo  $a_1 = \lambda \cdot x \cdot \cos(\alpha)$  na Equação 10 tem-se:

$$F_{c2} + F_{c3} = 0,9 \cdot (\lambda \cdot x)^2 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \cos(\alpha) \quad (2.11)$$

O momento resistente é dado pelo produto da força pelo braço de alavanca “d” (a altura útil da seção) dado pela altura da seção menos o cobrimento da armadura, menos 1,5 vezes o diâmetro da barra longitudinal (ABNT NBR 6118, 2014).

**Figura 2.3 – Momento da região comprimida na seção transversal da sapata**



Fonte: Adaptado de Almeida Filho (2018)

Para o momento resistente da parcela  $F_{C1}$  da força de compressão temos:

$$M_{F_{C1}} = F_{C1} \cdot z_1 \quad (2.12)$$

$$M_{F_{C1}} = (a_p \cdot \lambda \cdot x \cdot 0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$M_{F_{C1}} = (0,9 \cdot a_p \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot d \cdot \lambda) \cdot x - (0,45 \cdot a_p \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^2) \cdot x^2 \quad (2.13)$$

Onde:

$$d = h - c_b \quad (2.14)$$

$d$  – Altura útil da sapata;

$h$  – Altura total da sapata;

$c_b$  – Cobrimento da armadura de acordo com o item 7.4 da NBR 6118:2014.

Para o momento resistente da parcela  $F_{C2} + F_{C3}$  da força de compressão temos:

$$M_{F_{C2}+F_{C3}} = (F_{C2} + F_{C3}) \cdot z_1 \quad (2.15)$$

$$M_{F_{C2}+F_{C3}} = (0,9 \cdot (\lambda \cdot x)^2 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \cos(\alpha)) \cdot \left(d - \frac{2 \cdot \lambda \cdot x}{3}\right)$$

$$M_{Fc2+Fc3} = (0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^2 \cdot d \cdot \cos(\alpha)) \cdot x^2 - (0,6 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^3 \cdot \cos(\alpha)) \cdot x^3 \quad (2.16)$$

O momento resistente total  $M_{Sd}$  é dado pela soma das Equações 13 e 16:

$$\begin{aligned} M_{Sd} &= M_{Fc1} + M_{Fc2+Fc3} \\ M_{Sd} &= (0,9 \cdot a_p \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot d \cdot \lambda) \cdot x - (0,45 \cdot a_p \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^2) \cdot x^2 + \\ & (0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^2 \cdot d \cdot \cos(\alpha)) \cdot x^2 - (0,6 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^3 \cdot \cos(\alpha)) \cdot x^3 \\ M_{Sd} &= (0,9 \cdot a_p \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot d \cdot \lambda) \cdot x + (0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^2 \cdot d \cdot \cos(\alpha) - \\ & 0,36 \cdot a_p \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda) \cdot x^2 - (0,6 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda^3 \cdot \cos(\alpha)) \cdot x^3 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Dividindo a Equação 17 por  $\alpha_c \cdot f_{cd}$  temos:

$$\begin{aligned} & (0,9 \cdot a_p \cdot d \cdot \lambda) \cdot x + (0,9 \cdot \lambda^2 \cdot d \cdot \cos(\alpha) - 0,36 \cdot a_p \cdot \lambda) \cdot x^2 - \\ & (0,6 \cdot \lambda^3 \cdot \cos(\alpha)) \cdot x^3 - \left( \frac{M_{Sd}}{\alpha_c \cdot f_{cd}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para concreto até C50 temos os valores de  $\alpha_c = 0,85$  e  $\lambda = 0,8$ :

$$\begin{aligned} & [(-0,261 \cdot \cot(\alpha)) \cdot x^3 + (0,4896 \cdot d \cdot \cot(\alpha) - 0,2448 \cdot a_p) \cdot x^2 + \\ & (0,612 \cdot a_p \cdot d) \cdot x] - \frac{M_{Sd}}{f_{cd}} = 0 \end{aligned}$$

Simplificando:

$$k_1 \cdot x^3 + k_2 \cdot x^2 + k_3 \cdot x - \frac{M_{Sd}}{f_{cd}} = 0 \rightarrow \begin{cases} k_1 = -0,261 \cdot \cot(\alpha) \\ k_2 = 0,4896 \cdot d \cdot \cot(\alpha) - 0,2448 \cdot a_p \\ k_3 = 0,612 \cdot a_p \cdot d \end{cases} \quad (2.19)$$

#### 2.4.2 Método Biela Tirante

O método de Blévyot e Frémy (1967), conhecido como “Método das Bielas”, se aproxima mais de uma analogia de treliça onde é feito uma verificação apenas da tensão de compressão nas bielas. Esse método pode ser utilizado para o dimensionamento de sapatas rígidas pois permite considerar a distribuição da tensão no solo linear.

O esforço de tração na armadura é dado por:

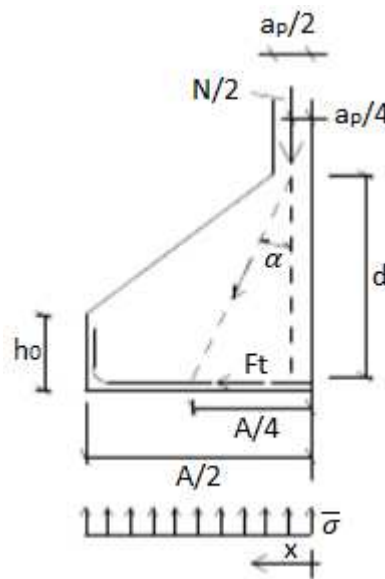
$$F_t = \frac{\bar{\sigma}}{8} \cdot \frac{(A - a_p)}{d} \quad (2.20)$$

$\bar{\sigma}$  – Taxa de trabalho ou tensão admissível do solo;

- $A$  – Maior dimensão da sapata;
- $a_p$  – Menor dimensão da seção do pilar;
- $d$  – Altura útil da sapata.

Essa forma de calcular a força de tração em sapatas rígidas é exemplificada na Figura 2.4.

**Figura 2.4 – Cálculo do esforço de tração pelo método Biela Tirante**



Fonte: Adaptado de Giugliani (2006)

## 2.5 Momento Mínimo em Pilares

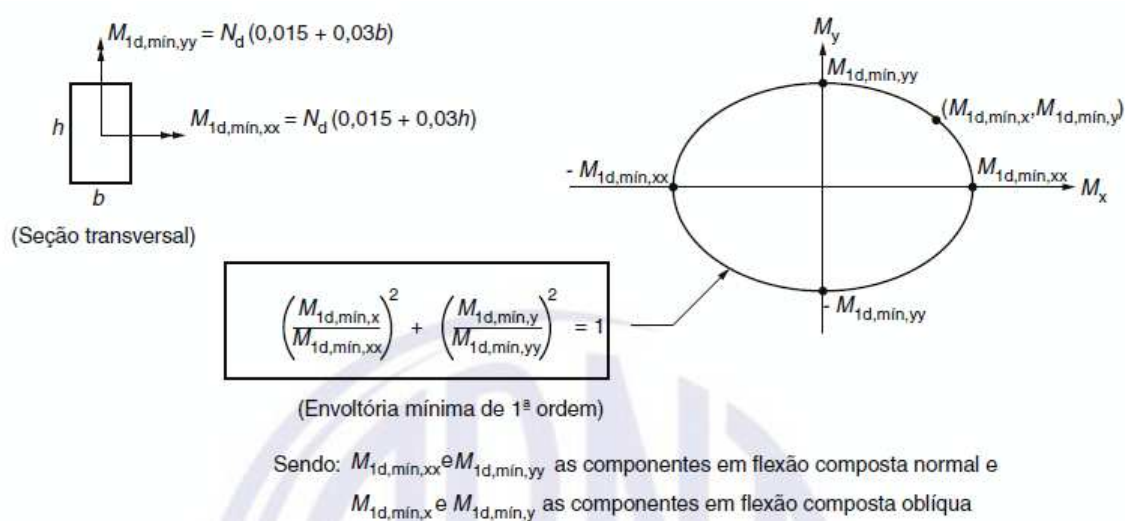
De acordo com a NBR 6118:2014 item 11.3.3.4.3 o efeito das imperfeições locais nos pilares e pilares-paredes pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimo de 1º ordem dado a seguir:

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (2.21)$$

$h$  – Altura total da seção transversal na direção considerada em metros (m).

Para pilares de seção retangular, pode-se definir uma envoltória mínima de 1º ordem, tomada a favor da segurança, de acordo com a Figura 2.5

**Figura 2.5 – Cálculo da envoltória mínima de 1ª ordem**



Fonte: Figura 11.3 da NBR 6118:2014

## 2.6 Armadura Mínima em Sapatas Segundo Normas Internacionais

### 2.6.1 Norma Americana, ACI 318-19

A norma dos EUA não especifica a armadura mínima para sapatas. Entretanto, para vigas, no ACI 318-19 item 9.6.1.2 possui a seguinte equação no sistema métrico:

$$A_{S,min} = \frac{0,25 \cdot \sqrt{f_c'}}{f_y} \cdot b_w \cdot d \geq \frac{1,4 \cdot b_w \cdot d}{f_y} \quad (2.22)$$

$A_{S,min}$  – Minimum area of reinforcement;

$f_c'$  – Specified compressive strength of concrete;

$f_y$  – Specified yield strength for nonprestressed reinforcement;

$b_w$  – Web width or diameter of circular section;

$d$  – Distance from extreme compression fiber to centroid of longitudinal tension reinforcement.

Para lajes bidirecionais a norma ACI 318-19, no item 7.6 e 8.6, define que a proporção mínima entre armadura e concreto da seção bruta deve ser de 0,0018. Isso não será levado em consideração pois a NBR 6118-2014 coloca a proporção mínima de 0,0015 (0,15% da área da seção).

## 2.6.2 Norma Europeia, Eurocode 2 (2004)

A norma europeia também não especifica a armadura mínima para sapatas, apenas recomenda que o diâmetro mínimo da barra seja de 8 mm. De maneira geral, o Eurocode 2 (2014) recomenda no item 9.2.1.1 que a armadura mínima da seção transversal seja:

$$A_{S,min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \geq 0,0013 \cdot b_t \cdot d \quad (2.23)$$

$A_{S,min}$  – Minimum cross sectional area of reinforcement;

$f_{ctm}$  – Mean value of axial tensile strength of concrete;

$f_{yk}$  – Characteristic yield strength of reinforcement;

$b_t$  – Width of the web on T, I or L beams;

$d$  – Effective depth of a cross-section.

### 3 METODOLOGIA

Com o intuito de analisar e comparar as propostas de cálculo de armadura mínima existentes nas normas técnicas brasileira, europeia e norte americana utilizou-se software Excel®. Construiu-se uma tabela com treze sapatas de formato tronco-piramidal de base quadrada de diferentes medidas a fim de obter uma boa base de dados para análise. Com as definições das variáveis, conforme descrito a seguir, obteve-se um total de dois mil e quinze casos de sapatas pra serem analisados.

#### 3.1 Definição da Base das Sapatas

Analisou-se apenas sapatas de base quadrada, sendo assim verificou-se os esforços em apenas um sentido da sapata. As médias variam a cada 20 cm, partindo do limite inferior da menor dimensão da sapata, de acordo com a norma da ABNT NBR 6122:2010 item 7.7.1, 0,60x0,60m. Para o limite superior, levando em conta que estruturas comumente não possuem um vão de viga maior que 5,00m, foi considerado a maior medida de 3,00x3,00m. Sapatas maiores que 3,00x3,00m podem gerar problemas de sobreposição de cargas no solo, além disso a solução estrutural de sapatas pode se tornar inviável economicamente.

As laterais “A” e “B” das sapatas de base retangular respeitam o limite dado pela proporção máxima de 2,5:

$$\frac{A}{B} \leq 2,5 \quad \text{onde} \quad A \geq B \quad (3.1)$$

A altura da base da sapata  $h_0$  foi de 10 cm, um valor que é comumente usado em projetos de sapata, pois garante o cobrimento da amadura.

O cobrimento da armadura na sapata será adotado como 30 mm de acordo com a tabela 7.2 da norma NBR 6118:2014, referente a elementos estruturais em contato com o solo para a pior classe de agressividade ambiental (classe II).

#### 3.2 Definição da Carga Sobre a Sapata

A força de compressão “N” aplicado na sapata foi definido de acordo com a resistência do solo e a base da sapata onde:

$$N = \bar{\sigma} \cdot A_{sapata} \quad (3.2)$$

$N$  – Força norma de compressão aplicada na sapata;

$\bar{\sigma}$  – Taxa de trabalho ou tensão admissível do solo;

$A_{sapata}$  – Área da base da sapata.

Variou-se a taxa de trabalho a cada 10 KPa partindo de 100 KPa pois, de acordo com Hachich (1998), um solo com taxa de trabalho menor que 100 KPa é solo mole ou solo fofo e não deve receber fundação direta. O limite máximo da tensão admissível será de 400 KPa, definido pelas fórmulas semi-empíricas de Hachich (1998).

### 3.3 Definição da Altura da Sapata

Como o foco do estudo desse trabalho é sapata rígidas temos segundo a NBR 6118:2014, item 22.4.1, uma sapata é rígida quando:

$$h \geq \frac{(A-a_p)}{3} \quad (3.3)$$

Onde:

$h$  – Altura da sapata;

$A$  – Dimensão da sapata em uma direção;

$a_p$  – Dimensão do pilar na mesma direção de “A”.

Pela geometria da sapata temos que a tangente do ângulo  $\alpha$  (inclinação da sapata) é dado por:

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{\frac{(A-a_p)}{2}} = \frac{2 \cdot h}{(A-a_p)} \quad (3.4)$$

Juntando as Equações 5.3 e 5.4 temos:

$$\tan(\alpha) \cdot \frac{(A-a_p)}{2} \geq \frac{(A-a_p)}{3}$$

$$\tan(\alpha) \cdot \frac{(A-a_p)}{(A-a_p)} \geq \frac{2}{3}$$

$$\tan(\alpha) \geq \frac{2}{3} \rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$



$$\alpha \geq 33.69006753^\circ \rightarrow \alpha \geq 33.69^\circ \quad (3.5)$$

Por tanto as sapatas respeitaram a inclinação mínima de 33.69° nas duas direções para garantir a condição de rigidez.

### 3.4 Definição da Dimensão dos Pilares

Adotou-se para esse estudo o pilar de seção quadrada de 19x19cm, pois, de acordo com a NBR 6118:2014 item 13.2.3 a seção transversal de pilares, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19 cm.

### 3.5 Definição do $f_{ck}$ do Concreto

Seguindo a tabela 7.1 da norma NBR 6118:2014 (Tabela 5.1), tem-se que a classe do concreto tem o mínimo de C20 até pelo menos C40 de acordo com a classe de agressividade. Portanto o  $f_{ck}$  do concreto irá variar a cada 5 MPa partindo de 20 MPa até 40 MPa.

**Tabela 5.1 – Correspondência entre classe de agressividade e a qualidade do concreto**

| Concreto <sup>a</sup>              | Tipo <sup>b, c</sup> | Classe de agressividade (Tabela 6.1) |        |        |        |
|------------------------------------|----------------------|--------------------------------------|--------|--------|--------|
|                                    |                      | I                                    | II     | III    | IV     |
| Relação água/cimento em massa      | CA                   | ≤ 0,65                               | ≤ 0,60 | ≤ 0,55 | ≤ 0,45 |
|                                    | CP                   | ≤ 0,60                               | ≤ 0,55 | ≤ 0,50 | ≤ 0,45 |
| Classe de concreto (ABNT NBR 8953) | CA                   | ≥ C20                                | ≥ C25  | ≥ C30  | ≥ C40  |
|                                    | CP                   | ≥ C25                                | ≥ C30  | ≥ C35  | ≥ C40  |

<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.  
<sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.  
<sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: Tabela 7.1 da NBR 6118:2014

### 3.6 Cálculo do Momento solicitante

O momento solicitante foi calculado de duas maneiras, através do método de cálculo para viga (Item 2.4.1) e do método biela tirante (Item 2.4.2).

### **3.7 Cálculo da Armadura Mínima e Análise de Dados**

Calculou-se a armadura mínima de acordo com todos os métodos apresentados na revisão bibliográfica.

Após finalizado os cálculos, utilizou-se a ferramenta do Excel para a organização e avaliação desses dados. Dessa maneira produziu-se diferentes gráficos a fim de analisar como é variação das armaduras solicitadas com relação as armaduras mínimas em diferentes condições.

Posteriormente fez-se uma análise com a finalidade de propor um método de cálculo para armadura mínima em sapatas rígidas isoladas.

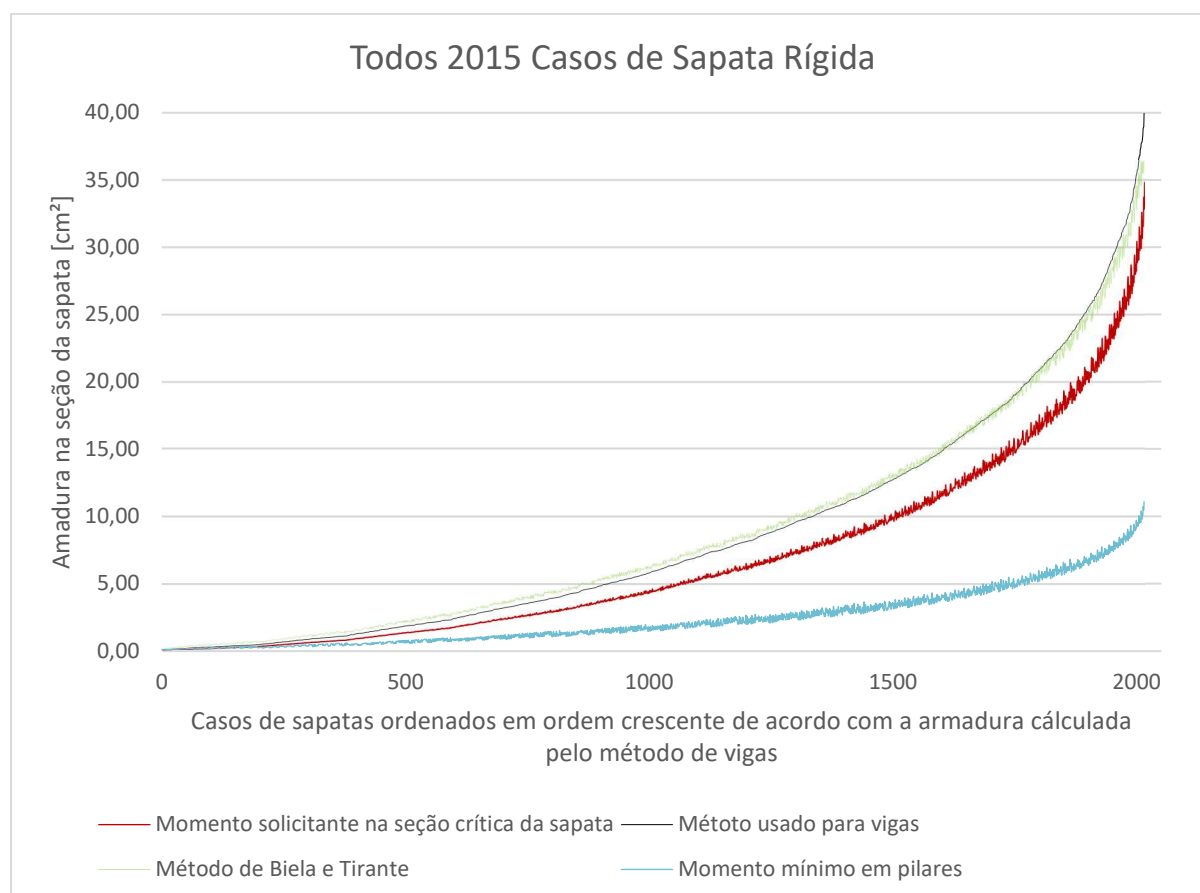
## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após montar a tabela no Excel com todas as dimensões de sapatas sugeridas por este trabalho obteve-se um total de 2015 casos de sapatas. Primeiramente verificou-se os métodos de cálculo para o momento solicitante na seção crítica da sapata. Em seguida comparou-se os modelos de cálculos propostos para armadura mínima para viga com o objetivo de avaliar se há alguma relação entre elas.

### 4.1 Comparação entre Métodos de Cálculo para o Momento Solicitante

Ordenou-se os casos de sapatas em ordem crescente com relação à armadura calculada pelo método usado para vigas, obtendo uma melhor visualização dos resultados no gráfico.

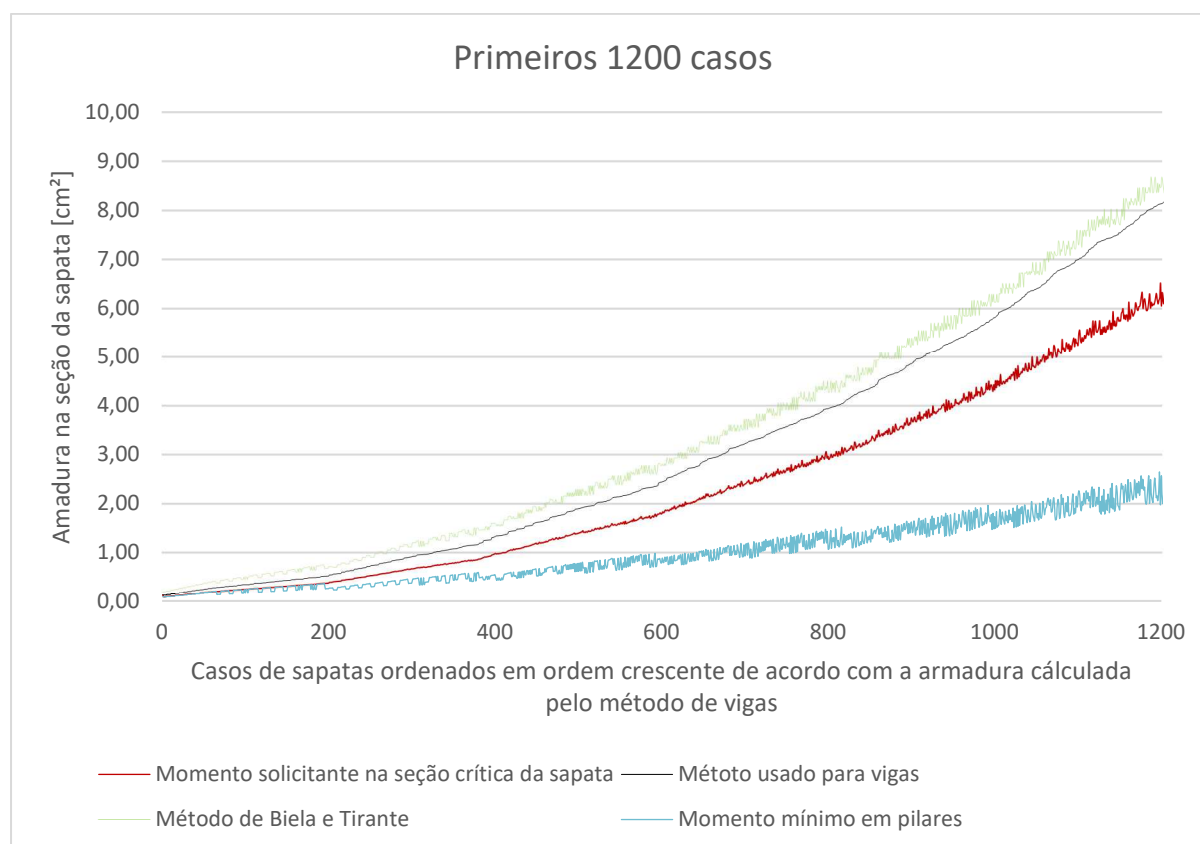
**Gráfico 4.1 – Comparação entre os métodos de cálculo da armadura em sapata**



Fonte: Do Autor.

Elaborou-se o gráfico 4.2 com os primeiros 1200 casos do gráfico 4.1, para uma melhor visualização do que acontece nas sapatas menos solicitadas.

**Gráfico 4.2 – Comparação entre os métodos de cálculo da armadura em sapata para os primeiros 1200 casos**



Fonte: Do Autor.

Inicialmente pode-se descartar o cálculo pelo momento mínimo de pilares (item 11.3.3.4.3 da ABNT NBR 6118:2014) como método viável para cálculo de armadura em sapata pois, como observado nos gráficos 4.1 e 4.2, ele sempre está abaixo do necessário para resistir ao momento solicitante na seção crítica da sapata.

Com relação à armadura calculada pelo método de Biela e Tirante observa-se no gráfico 4.2 que para as sapatas menos solicitadas esse método dá um resultado maior do que o método de cálculo usado para vigas. Entretanto, como observado no gráfico 4.1, para os casos onde a solicitação na sapata rígida é maior a armadura calculada com o método usado para vigas acaba sendo maior.

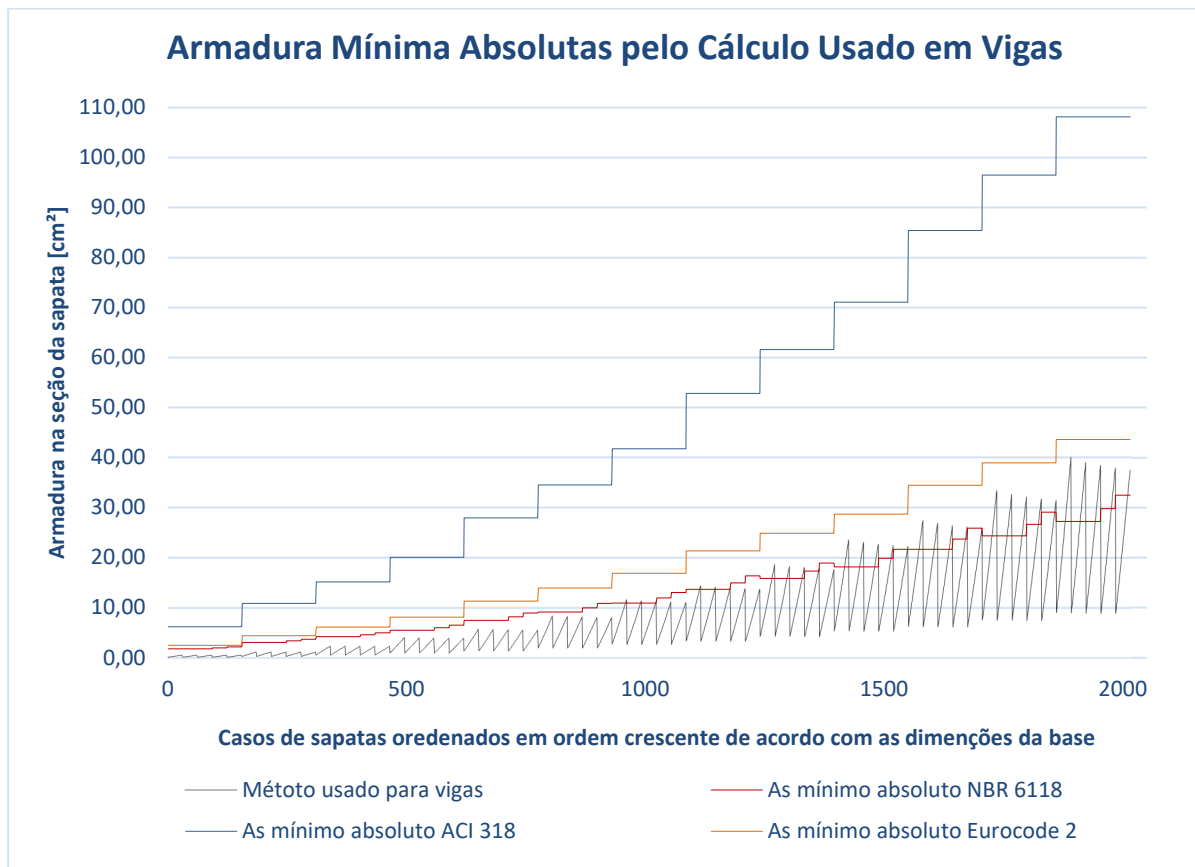
Esse resultado sugere que o método de Biela e Tirante é uma boa aproximação para caso simples, onde as solicitações na sapata não são muito elevadas. Para casos mais complexos o método usado para vigas é mais eficiente. Como o método usado para calcular a armadura de vigas leva em consideração fatores como as

dimensões da seção crítica da sapata e a posição da linha neutra, ele é mais exato com relação ao comportamento da peça considerando uma análise bidimensional na seção crítica. Sendo assim o método de cálculo de armadura usado em vigas será utilizado como base para comparação com as armaduras mínimas sugeridas pelas normas NBR 6118:2014; ACI 318-19; Eurocode 2 (2004).

#### 4.2 Comparação entre Armadura Mínima Absoluta para Vigas Calculadas de Acordo com Diferentes Normas.

Ordenou-se os casos de sapatas em ordem crescente com relação às dimensões da base para uma melhor visualização dos resultados no gráfico 4.3.

**Gráfico 4.3 – Comparação entre as armaduras mínimas absolutas**



Fonte: Do Autor.

Pode-se observar que o gráfico possui 13 patamares, esses patamares são a transição do tamanho das dimensões da sapata rígida de 60x60cm até 300x300cm a cada 20cm.

Também pode-se verificar que, pelas normas NBR 6118:2014, ACI 318-2019 e Eurocode 2 (2004), a armadura mínima absoluta é muito maior do que a armadura solicitada. Isso se deve pelo fato de que as fórmulas propostas pelas normas são, de maneira geral, uma proporção da área da seção da viga.

Entretanto, esses modelos de cálculo para sapatas, que são elementos estruturais robustos, a formulação sugerida pelas normas acabam saindo de proporção. Caso fosse seguido à risca o que essas normas propõem as sapatas seriam extremamente superdimensionadas.

A norma da ABNT NBR 6118:2014 é a menos conservadora, de tal maneira que há pontos de intersecção entre a armadura solicitada e a armadura mínima absoluta para os casos mais extremos. Sendo assim, a armadura mínima absoluta para vigas pela ABNT NBR 6118:2014 será utilizada como referência superior.

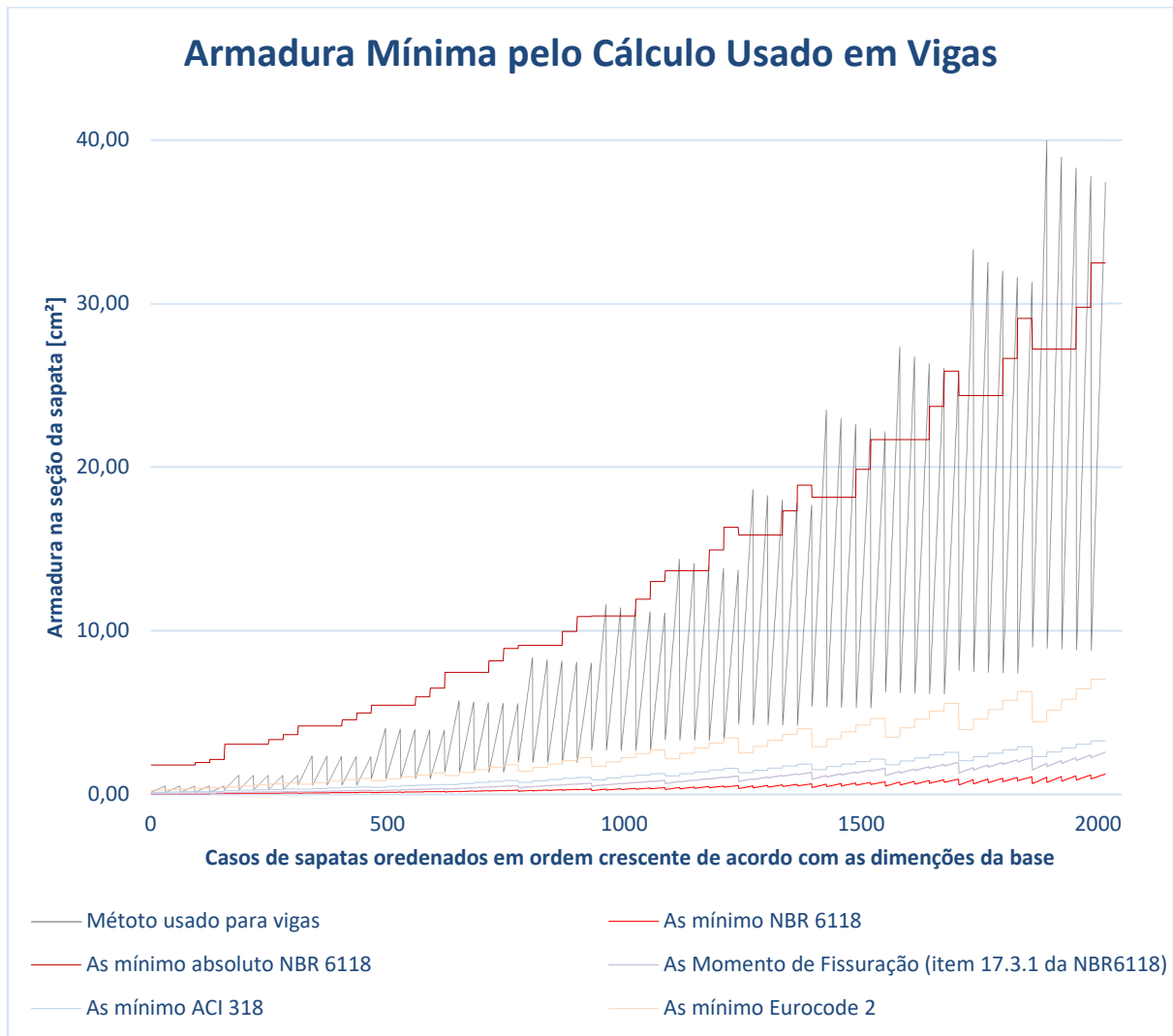
#### **4.3 Comparação entre Armadura Mínima para Vigas Calculadas de Acordo com Diferentes Normas (desconsiderando a armadura mínima absoluta).**

Outra forma de analisar os resultados foi desconsiderar a armadura mínima absoluta sugerida pelas normas. Para referência visual foi mantido a armadura mínima absoluta para vigas pela ABNT NBR 6118:2014. Além disso, adicionou-se para comparação a armadura referente ao momento de fissuração da peça (item 17.3.1 da NBR6118:2014). Novamente ordenou-se os casos de sapatas em ordem crescente com relação às dimensões da base para uma melhor visualização dos resultados no gráfico 4.4.

Nele é possível observar que há intersecções entre os métodos de cálculo de armadura mínima e a armadura solicitante, calculados pelo método usado para vigas, nos casos de sapatas menos solicitadas, conforme observado no gráfico 4.5. Entretanto, quanto maior são as dimensões da sapata as intersecções vão se extinguindo.

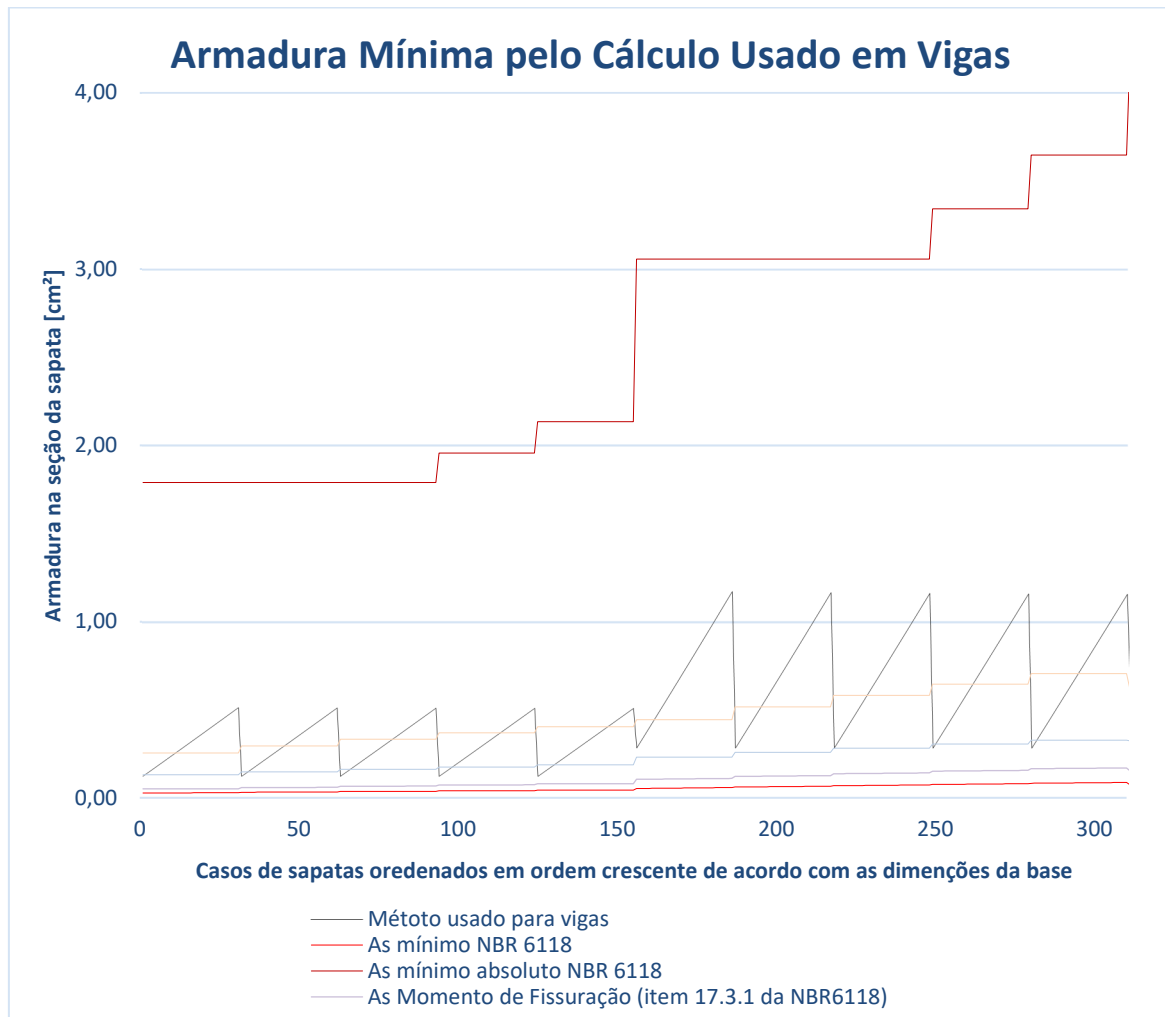
Esse resultado sugere que o modelo de cálculo proposto pelas normas (desconsiderando a armadura mínima absoluta) não é o suficiente para definir a armadura mínima de elementos robustos pois não contempla os pontos mínimos da armadura calculada pelo método de viga, demonstrado pela ausência de intersecções em sapatas maiores.

**Gráfico 4.4 – Comparação entre as armaduras mínimas (desconsiderando armadura mínima absoluta)**



Fonte: Do Autor.

**Gráfico 4.5 – Comparação entre as armaduras mínimas (desconsiderando armadura mínima absoluta) para os primeiros 310 casos**



Fonte: Do Autor.

Pelo gráfico 4.5 é visível que tanto o modelo de cálculo de armadura mínima para vigas pela NBR 6118:2014 quanto pelo momento de fissuração (item 17.3.1 da NBR6118) sempre estão abaixo da armadura calculada pelo método para vigas. Esse resultado sugere que tais formulações são impróprias para serem utilizadas como armadura mínima em sapatas pois sempre estarão abaixo do valor calculado, não estabelecendo um valor mínimo.

A norma da Eurocode 2 (2004) é a mais conservadora nesse caso, de tal maneira que há mais pontos de intersecção entre a armadura solicitada e a armadura mínima. Sendo assim, a armadura mínima para vigas (desconsiderando a armadura mínima absoluta) pela Eurocode 2 (2004) será utilizada como referência inferior.



## 5 SUGESTÃO PARA ARMADURA MÍNIMA EM SAPATAS RÍGIDAS ISOLADAS

Partindo dos resultados analisados anteriormente delimitou-se um intervalo onde a armadura mínima deveria ser localizada. Para garantir que a formulação leve em consideração fatores como as dimensões da sapata, posição da linha neutra e o  $f_{ck}$  do concreto, foi considerado uma porcentagem da armadura máxima na sapata.

### 5.1 Elaboração da Formulação em Função da Armadura Máxima

De acordo com o item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014, para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no Estado Limite Último deve obedecer ao limite de  $x/d = 0,45$ , para concretos com até  $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ .

Sendo assim, partindo da equação 2.19, considerou-se  $x = 0,45 \cdot d$  encontrando assim o momento resistente pela seção com a armadura máxima ( $M_{Rd}$ ), utilizando a seguinte formulação:

$$M_{Rd} = [k_1 \cdot (0,45 \cdot d)^3 + k_2 \cdot (0,45 \cdot d)^2 + k_3 \cdot (0,45 \cdot d)] \cdot f_{cd} \quad (5.1)$$

Onde:

$$k_1 = -0,261 \cdot \cot(\alpha)$$

$$k_2 = 0,4896 \cdot d \cdot \cot(\alpha) - 0,2448 \cdot a_p$$

$$k_3 = 0,612 \cdot a_p \cdot d$$

A partir do momento resistente ( $M_{Rd}$ ) e considerando a posição da linha neutra  $x = 0,45 \cdot d$ , calculou-se a armadura necessária para resistir a tal momento.

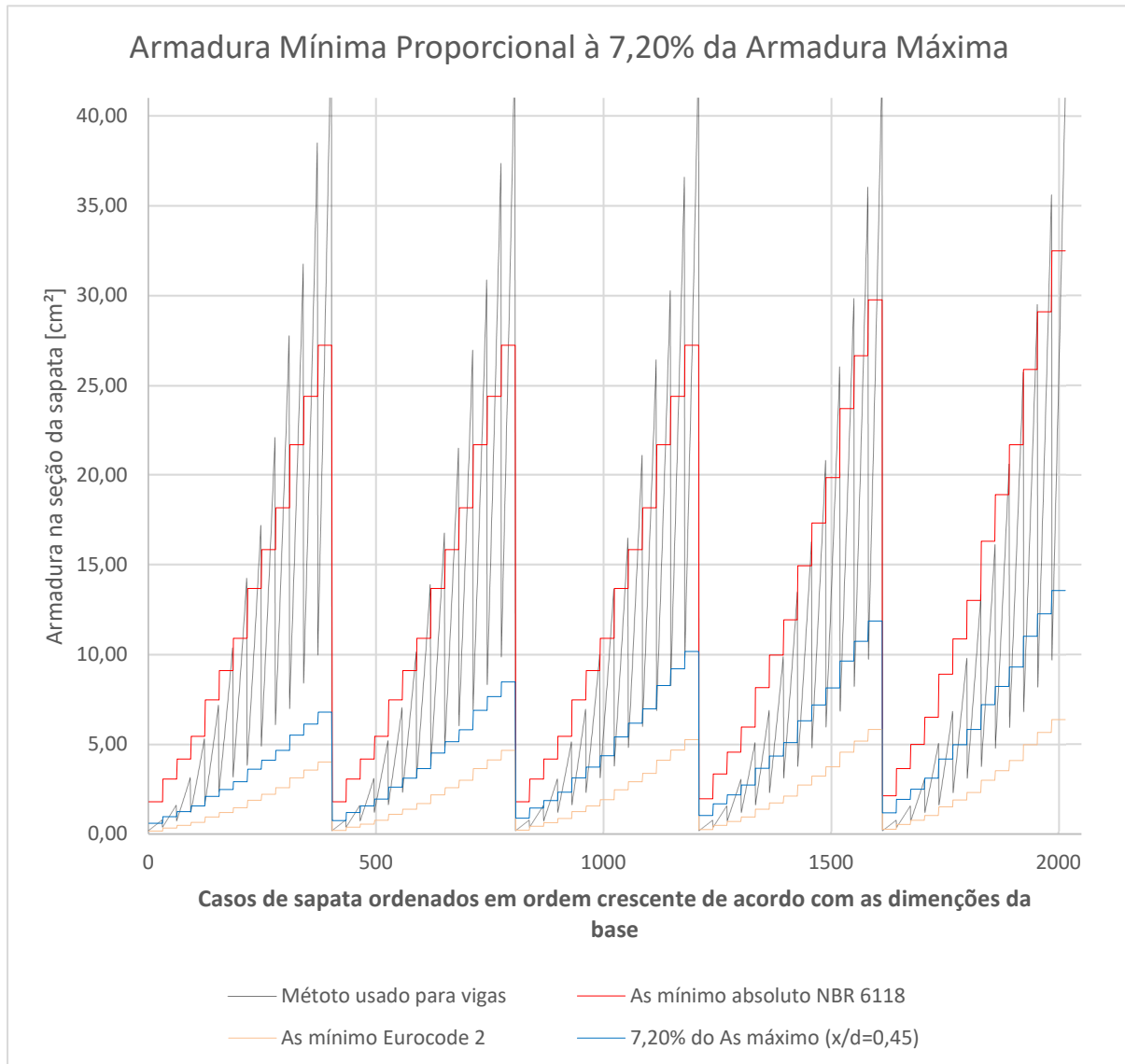
### 5.2 Armadura Mínima Proporcional à Armadura Máxima

Com o valor da armadura máxima definiu-se a proporção de 7,20% desta para ser o valor da armadura mínima em função da produção do elemento no local, menor dimensões (sapata de base quadrada de 60x60cm) e a menor armadura na produção ( $\varphi$  5,0 mm com espaçamento a cada 20cm). Com esse valor foi extrapolado para as demais sapatas. Com isso é uma estimativa inicial satisfatória para armadura mínima de sapata.

Partindo dessa definição construiu-se um gráfico onde é possível comparar o comportamento da formulação sugerida com relação a armadura solicitada calculada

pele método usado em vigas, armadura mínima absoluta de acordo com a NBR 6118:2014, e armadura mínima para vigas conforme o Eurocode 2 (2004).

**Gráfico 5.1 – Comparação entre a armadura mínima sugerida (7,20% da armadura máxima) com métodos existentes**



Fonte: Do Autor.

No gráfico 5.1 existe 5 grades saltos que são referentes a mudança do  $f_{ck}$  do concreto (de 20,0 MPa até 40,0 MPa). É visível que a inclinação da formulação para armadura mínima sugerida (cor azul) aumenta proporcionalmente ao  $f_{ck}$  do concreto.

Percebe-se que a formulação sugerida está localizada, de forma geral, abaixo da armadura mínima absoluta de acordo com a NBR 6118:2014 (0,15% da área da seção bruta da peça). Dessa forma pode-se afirmar que a formulação de 7,20% da

armadura máxima é mais econômica (principalmente nos casos de sapatas com dimensões mais elevadas) sem comprometer a segurança para as sapatas com dimensões menores.

Elaborou-se a tabela 5.1 com todos os patamares formados pelo cálculo de armadura mínima para sapatas. Dessa forma podemos ver a armadura mínima sugerida de acordo com as dimensões das sapatas e fck do concreto.

**Tabela 5.1 – Armadura mínima sugerida de acordo com as dimensões da sapata e fck do concreto**

| Dimensões da Sapata |             |           |       | As Mínimo |                       |                               |
|---------------------|-------------|-----------|-------|-----------|-----------------------|-------------------------------|
| Base da Sapata [m]  | H Total [m] | fck [Mpa] | d [m] | Nº Ø5,0   | Espaçamento Ø5,0 [cm] | As Efetivo [cm <sup>2</sup> ] |
| 0,60x0,60           | 0,35        | 20        | 0,32  | 4         | 0,20                  | 0,79                          |
|                     |             | 25        |       | 4         | 0,20                  | 0,79                          |
|                     |             | 30        |       | 5         | 0,15                  | 0,98                          |
|                     |             | 35        |       | 6         | 0,12                  | 1,18                          |
|                     |             | 40        |       | 7         | 0,10                  | 1,37                          |
| 0,80x0,80           | 0,45        | 20        | 0,42  | 5         | 0,20                  | 0,98                          |
|                     |             | 25        |       | 6         | 0,16                  | 1,18                          |
|                     |             | 30        |       | 7         | 0,13                  | 1,37                          |
|                     |             | 35        |       | 8         | 0,11                  | 1,57                          |
|                     |             | 40        |       | 9         | 0,10                  | 1,77                          |
| 1,00x1,00           | 0,50        | 20        | 0,47  | 6         | 0,20                  | 1,18                          |
|                     |             | 25        |       | 7         | 0,17                  | 1,37                          |
|                     |             | 30        |       | 8         | 0,14                  | 1,57                          |
|                     |             | 35        |       | 10        | 0,11                  | 1,96                          |
|                     |             | 40        |       | 11        | 0,10                  | 2,16                          |
| 1,20x1,20           | 0,55        | 20        | 0,52  | 7         | 0,20                  | 1,37                          |
|                     |             | 25        |       | 9         | 0,15                  | 1,77                          |
|                     |             | 30        |       | 10        | 0,13                  | 1,96                          |
|                     |             | 35        |       | 12        | 0,11                  | 2,36                          |
|                     |             | 40        |       | 13        | 0,10                  | 2,55                          |
| 1,40x1,40           | 0,65        | 20        | 0,62  | 9         | 0,18                  | 1,77                          |
|                     |             | 25        |       | 11        | 0,14                  | 2,16                          |
|                     |             | 30        |       | 13        | 0,12                  | 2,55                          |
|                     |             | 35        |       | 15        | 0,10                  | 2,95                          |
|                     |             | 40        |       | 17        | 0,09                  | 3,34                          |

Fonte: Do Autor.

**Continuação Tabela 5.1 – Armadura mínima sugerida de acordo com as dimensões da sapata e fck do concreto**

| Dimensões da Sapata |             |           |       | As Mínimo |                       |                  |
|---------------------|-------------|-----------|-------|-----------|-----------------------|------------------|
| Base da Sapata [m]  | H Total [m] | fck [Mpa] | d [m] | Nº Ø5,0   | Espaçamento Ø5,0 [cm] | As Efetivo [cm²] |
| 1,60x1,60           | 0,70        | 20        | 0,67  | 10        | 0,18                  | 1,96             |
|                     |             | 25        |       | 12        | 0,15                  | 2,36             |
|                     |             | 30        |       | 15        | 0,11                  | 2,95             |
|                     |             | 35        |       | 17        | 0,10                  | 3,34             |
|                     |             | 40        |       | 20        | 0,08                  | 3,93             |
| 1,80x1,80           | 0,75        | 20        | 0,72  | 11        | 0,18                  | 2,16             |
|                     |             | 25        |       | 14        | 0,14                  | 2,75             |
|                     |             | 30        |       | 17        | 0,11                  | 3,34             |
|                     |             | 35        |       | 20        | 0,09                  | 3,93             |
|                     |             | 40        |       | 22        | 0,09                  | 4,32             |
| 2,00x2,00           | 0,85        | 20        | 0,82  | 14        | 0,15                  | 2,75             |
|                     |             | 25        |       | 17        | 0,13                  | 3,34             |
|                     |             | 30        |       | 20        | 0,11                  | 3,93             |
|                     |             | 35        |       | 24        | 0,09                  | 4,71             |
|                     |             | 40        |       | 27        | 0,08                  | 5,30             |
| 2,20x2,20           | 0,90        | 20        | 0,87  | 15        | 0,16                  | 2,95             |
|                     |             | 25        |       | 19        | 0,12                  | 3,73             |
|                     |             | 30        |       | 23        | 0,10                  | 4,52             |
|                     |             | 35        |       | 27        | 0,08                  | 5,30             |
|                     |             | 40        |       | 30        | 0,08                  | 5,89             |
| 2,40x2,40           | 0,95        | 20        | 0,92  | 17        | 0,15                  | 3,34             |
|                     |             | 25        |       | 21        | 0,12                  | 4,12             |
|                     |             | 30        |       | 25        | 0,10                  | 4,91             |
|                     |             | 35        |       | 30        | 0,08                  | 5,89             |
|                     |             | 40        |       | 34        | 0,07                  | 6,68             |
| 2,60x2,60           | 1,05        | 20        | 1,02  | 20        | 0,14                  | 3,93             |
|                     |             | 25        |       | 25        | 0,11                  | 4,91             |
|                     |             | 30        |       | 29        | 0,09                  | 5,69             |
|                     |             | 35        |       | 34        | 0,08                  | 6,68             |
|                     |             | 40        |       | 39        | 0,07                  | 7,66             |
| 2,80x2,80           | 1,10        | 20        | 1,07  | 22        | 0,13                  | 4,32             |
|                     |             | 25        |       | 27        | 0,11                  | 5,30             |
|                     |             | 30        |       | 33        | 0,09                  | 6,48             |
|                     |             | 35        |       | 38        | 0,08                  | 7,46             |
|                     |             | 40        |       | 43        | 0,07                  | 8,44             |

Fonte: Do Autor.

**Continuação Tabela 5.1 – Armadura mínima sugerida de acordo com as dimensões da sapata e fck do concreto**

| Dimensões da Sapata |             |           |       | As Mínimo |                       |                  |
|---------------------|-------------|-----------|-------|-----------|-----------------------|------------------|
| Base da Sapata [m]  | H Total [m] | fck [Mpa] | d [m] | Nº Ø5,0   | Espaçamento Ø5,0 [cm] | As Efetivo [cm²] |
| 3,00x3,00           | 1,15        | 20        | 1,12  | 24        | 0,13                  | 4,71             |
|                     |             | 25        |       | 30        | 0,10                  | 5,89             |
|                     |             | 30        |       | 36        | 0,09                  | 7,07             |
|                     |             | 35        |       | 42        | 0,07                  | 8,25             |
|                     |             | 40        |       | 47        | 0,07                  | 9,23             |

Fonte: Do Autor.

Na tabela 5.1 sugere-se o limite de espaçamento entre barras de até no máximo 20 cm. Essa definição tem como embasamento o item 20.1 da ABNT NBR 6118:2014 que define que as barras da armadura principal de flexão em lajes devem apresentar espaçamento no máximo igual a 2 vezes a altura da laje ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores. Como a altura da sapata rígida é sempre maior do que 10 cm foi definido o espaçamento máximo de 20 cm.

### 5.3 Simplificação do Método de Cálculo Sugerido

Com o intuito de facilitar o cálculo da armadura mínima em sapatas, elaborou-se uma formulação que possui um desvio padrão de 0,0905 com relação a diferença de armadura calculada entre a formulação simplificada e 7,20% da armadura máxima. A formula simplificada é dada por:

$$A_{s,min} = \left[ b \cdot d \cdot 0,396\% \cdot \left( \frac{f_{ck}}{20} \right)^{1,299} \right]^{0,77} \quad (5.2)$$

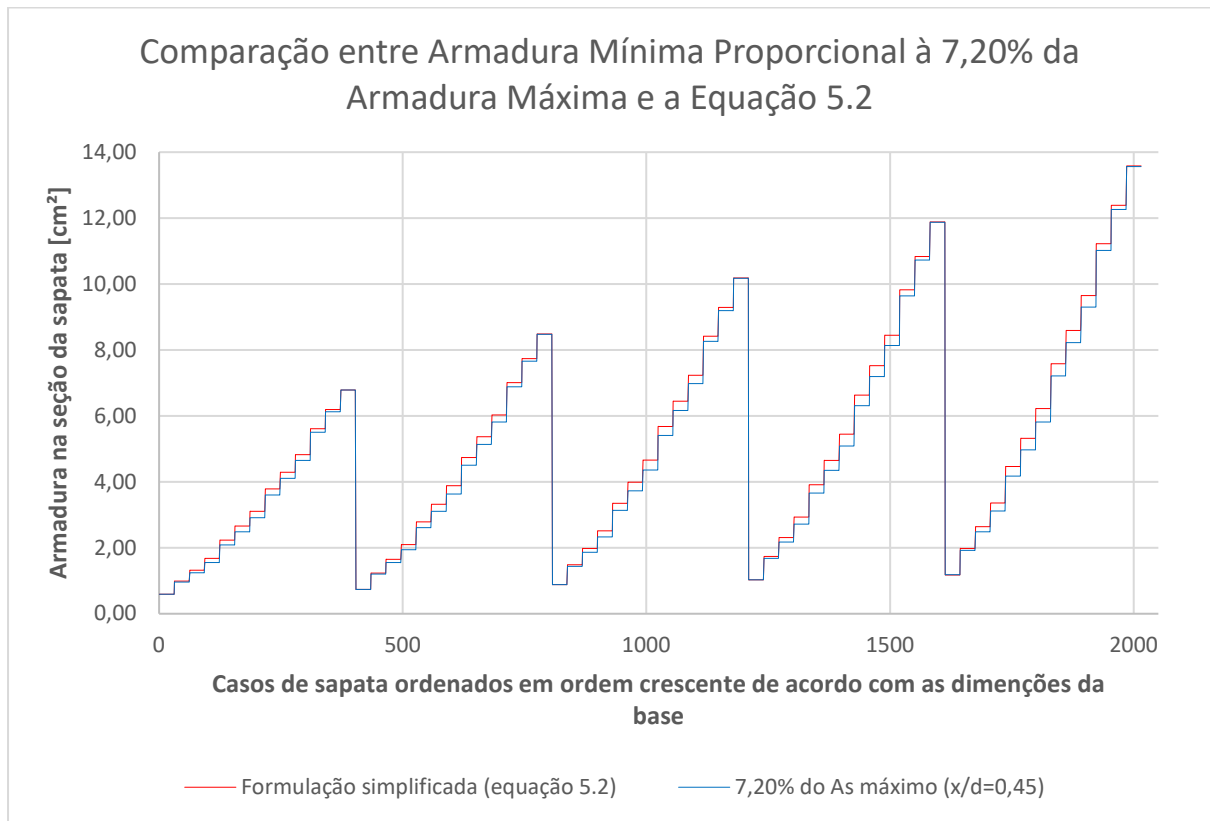
Onde:

$b$  – Base da seção sapata [cm];

$d$  – Altura útil da sapata [cm];

$f_{ck}$  – Resistência característica do concreto à compressão [MPa].

**Gráfico 5.2 – Comparação entre a armadura mínima sugerida (7,20% da armadura máxima) e a formulação simplificada (equação 5.2)**



Fonte: Do Autor.

Dessa forma a diferença da armadura mínima calculada entre a equação 5.2 e 7,20% da armadura máxima é menor do que 7,29%. Além disso a armadura adotada nunca é menor do que os valores mostrados na tabela 5.1, garantindo que o limite de 7,20% da armadura máxima seja contemplado.

#### 5.4 Exemplo de Cálculo Utilizando o Método Sugerido

Dimensionar uma sapata quadrada que deve suportar uma carga de 216 kN em um solo com tensão admissível ( $\sigma_{solo} = 150\text{kN/m}^2$ ), aplicada por um pilar de secao quadrada de lado igual a 19 cm.

Considera-se: aço CA-50,  $f_{ck}=25\text{ MPa}$ , e cobrimento de 30 mm.

a) Definição da área da sapata:

$$A_{sapata} = \frac{N}{\sigma_{solo}} = \frac{216}{150} = 1,44\text{m}^2$$

$$A_{sapata} = a \cdot a \rightarrow a^2 = 1,44 \rightarrow a = 1,20\text{m}$$

b) Definição da altura da sapata:

Adota-se  $h_0 = 0,10m$ ,  $\emptyset 5,0mm$  e para garantir que seja uma sapata rígida  $\alpha \geq 33,69$

$$\tan(\alpha) = \frac{h - h_0}{\left(\frac{a - a_p}{2}\right)} \rightarrow \tan(33,69^\circ) = \frac{h - 0,10}{\left(\frac{1,20 - 0,19}{2}\right)} \rightarrow h = 0,437m \therefore h = 0,45m$$

$$\alpha_{adotado} = \tan^{-1} \left[ \frac{h - h_0}{\left(\frac{a - a_p}{2}\right)} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{0,45 - 0,1}{\left(\frac{1,20 - 0,19}{2}\right)} \right] = 34,72^\circ$$

$$d = h - cob - (1,5 \cdot \emptyset) = 0,45 - 0,03 - (1,5 \cdot 0,005) = 0,4125m$$

c) Cálculo do momento fletor solicitante

$$M_s = \sigma_{solo} \cdot a \cdot \frac{(a - a_p)^2}{8} = 150 \cdot 1,20 \cdot \frac{(1,2 - 0,19)^2}{8} = 22,95 \text{ kN.m}$$

d) Determinação da armadura necessária

Da equação 2.19 tem-se:

$$k_1 \cdot x^3 + k_2 \cdot x^2 + k_3 \cdot x - \frac{M_{sd}}{f_{cd}} = 0 \rightarrow \begin{cases} k_1 = -0,261 \cdot \cot(\alpha) \\ k_2 = 0,4896 \cdot d \cdot \cot(\alpha) - 0,2448 \cdot a_p \\ k_3 = 0,612 \cdot a_p \cdot d \end{cases}$$

$$k_1 = -0,261 \cdot \cot(\alpha) = -0,261 \cdot \cot(34,72) = -0,3766$$

$$k_2 = 0,4896 \cdot d \cdot \cot(\alpha) - 0,2448 \cdot a_p = 0,4896 \cdot 0,4125 \cdot \cot(34,72) - 0,2448 \cdot 0,19 \\ = 0,2449$$

$$k_3 = 0,612 \cdot a_p \cdot d = 0,612 \cdot 0,19 \cdot 0,4125 = 0,0480$$

$$-0,3766 \cdot x^3 + 0,2449 \cdot x^2 + 0,0480 \cdot x - \frac{22,95 \cdot 1,4}{25000/1,4} = 0$$

Resolvendo equação de 3º grau tem-se as seguintes raízes:

$$\begin{cases} x_1 = -0,1840 \\ x_2 = 0,0324 \rightarrow \text{Solução} \\ x_3 = 0,8018 \end{cases}$$

$$A_s = \left(\frac{f_{cd}}{f_{yd}}\right) \cdot (0,612 \cdot a_p \cdot x + 0,4896 \cdot \cot(\alpha) \cdot x^2) \rightarrow$$

$$A_s = \left(\frac{25000/1,4}{50/1,15}\right) \cdot (0,612 \cdot 0,19 \cdot 0,0324 + 0,4896 \cdot \cot(34,72^\circ) \cdot 0,0324^2) \rightarrow$$

$$A_{s,calculado} = 1,853 \text{ cm}^2$$

e) Determinação da armadura máxima

Da equação 5.1 tem-se:

$$M_{Rd} = [k_1 \cdot (0,45 \cdot d)^3 + k_2 \cdot (0,45 \cdot d)^2 + k_3 \cdot (0,45 \cdot d)] \cdot f_{cd}$$

$$\rightarrow \begin{cases} k_1 = -0,261 \cdot \cot(\alpha) \\ k_2 = 0,4896 \cdot d \cdot \cot(\alpha) - 0,2448 \cdot a_p \\ k_3 = 0,612 \cdot a_p \cdot d \end{cases}$$

$$M_{Rd} = [-0,3766 \cdot (0,45 \cdot 0,4125)^3 + 0,2449 \cdot (0,45 \cdot 0,4125)^2 + 0,0480 \cdot (0,45 \cdot 0,4125)] \cdot \frac{25000}{1,4} = 266,67 \text{ kN.m}$$

$$M_{Rd} = F_t \cdot (d - LN) \rightarrow F_t = \frac{266,67}{(0,4125 - (0,4125 \cdot 0,45))} = 1175,4 \text{ kN}$$

$$A_{s,m\acute{a}x} = \frac{F_t}{f_{yd}} = \frac{1175,4}{\left(\frac{50}{1,15}\right)} = 27,03 \text{ cm}^2$$

f) Determinação da armadura mínima

Considerando a armadura mínima 7,20% da armadura máxima temos:

$$A_{s,m\acute{i}n} = 7,20\% \cdot A_{s,m\acute{a}x} = \frac{7,20}{100} \cdot 27,03 = 1,946 \text{ cm}^2$$

Como  $A_{s,m\acute{i}n} > A_{s,calculado}$  adota-se  $A_{s,m\acute{i}n}$ .

Número de barras:

$$n = \frac{A_{s,m\acute{i}n}}{A_{s,\emptyset}} = \frac{1,946}{0,196} = 9,93 \cong 10 \text{ barras}$$

Espaçamento entre barras:

$$s = \frac{a}{n} = \frac{120}{10} = 12 \text{ cm}$$

Armadura adotada:

$$A_s = n \cdot A_{s,\emptyset} = 10 \cdot 0,196 = 1,96 \text{ cm}^2$$



g) Determinação da armadura mínima pela equação 5.2

Opcionalmente, sugere-se o uso da equação 5.2 para o cálculo aproximado da armadura mínima:

$$A_{S,min} = \left[ b \cdot d \cdot 0,396\text{‰} \cdot \left( \frac{f_{ck}}{20} \right)^{1,299} \right]^{0,77} = \left[ 120 \cdot 41,25 \cdot \frac{0,396}{1000} \cdot \left( \frac{25}{20} \right)^{1,299} \right]^{0,77} \rightarrow$$
$$A_{S,min} = 2,099\text{cm}^2$$

Número de barras:

$$n = \frac{A_{S,min}}{A_{S,\emptyset}} = \frac{2,099}{0,196} = 10,71 \cong 11 \text{ barras}$$

Espaçamento entre barras:

$$s = \frac{a}{n} = \frac{120}{11} = 10,9\text{cm}$$

Armadura adotada:

$$A_S = n \cdot A_{S,\emptyset} = 11 \cdot 0,196 = 2,156\text{cm}^2$$

## 6 CONCLUSÃO

O conceito de armadura mínima, de forma geral na construção civil, é uma ferramenta de extrema importância. Ele fornece uma segurança tanto para quem projeta quanto para quem executa, principalmente quando o valor da armadura calculada está próximo ao da armadura mínima. Entretanto não há uma definição clara para elementos robustos como sapatas e blocos de fundação. A armadura mínima sugerida por algumas definições gerais da norma brasileira resulta em valores muito acima do necessário.

Apresentou-se neste trabalho uma proposta para o cálculo da armadura mínima em sapatas rígidas isoladas. Com uma abordagem matemática, manipulou-se a formulação para o cálculo da armadura máxima (considerando a posição da linha neutra  $x/d=0,45$ ) para que 7,20% desse valor fosse adotado como armadura mínima. Matematicamente falando, o comportamento dessa equação gera patamares constantes que definem a armadura mínima de acordo com as dimensões da seção da sapata e o  $f_{ck}$  do concreto.

A taxa de 7,20% foi definida em função da produção do elemento no local, as menores dimensões de sapata e a menor armadura na produção ( $\emptyset 5,0\text{mm}$  a cada 20cm). Partindo desse valor foi extrapolado para os demais. Com isso elaborou-se uma estimativa inicial satisfatória para armadura mínima de sapata.

Este trabalho de conclusão de curso pode ser o primeiro passo para uma definição coerente e segura para armadura mínima em sapatas rígidas isoladas, e até mesmo outros elementos robustos como blocos de fundação, esclarecendo esse tema que atualmente está muito vago na norma brasileira ABNT NBR 6118:2014.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São propostas três possibilidades de trabalhos futuros a partir deste projeto.

1. Realização da análise de elementos finitos, fazendo uma análise tridimensional do comportamento da sapata rígida isolada com a armadura mínima sugerida neste trabalho.
2. Realização de experimentos empíricos para verificar quando e como ocorre o rompimento da sapata rígida isolada com a armadura mínima sugerida neste trabalho. Procurar aplicar apenas uma força normal sobre o elemento testado.
3. Realização de análise numérica para avaliar se a taxa de 7,20% da armadura máxima dotado como armadura mínima é coerente para sapatas rígidas de diversas dimensões.

## 7 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALMEIDA FILHO, F. M. **Construção de Concreto 2 - Sapatas**, Notas de Aula - Construções de Concreto Armado 2; São Carlos: 2018.

ALMEIDA, L. C. **Solicitações normais cálculo no estado limite último**, Notas de Aula - Estruturas IV - Concreto Armado; Campinas, 2002.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete. Detroit, 2014. 430 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6122: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 2010. 33 p.

BLEVOT, J.; FREMY, R. **Semelles sur pieux. Annales de L`Institut Technique Du Bâtiment et des Travaux Publics**, Paris: 1967. 273 p.

**Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014**. 4ª ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado - Volume 2**. 2ª ed. São Carlos: EdUFSCar, 2013.

EUROPEAN STANDARD. EUROCODE 2: Design of Concrete Structures European Standards, CEN, 2004. 225 p.

HACHICH, W. C. **Fundações: Teoria e Prática**. 2. ed. ed. São Paulo: Pini, 1998. 751 p.