

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

**OTIMIZAÇÃO DOS CUSTOS DE PRODUÇÃO DE UMA EMPRESA DE BEBIDAS A  
PARTIR DA REALOCAÇÃO DA PRODUÇÃO UTILIZANDO O MÉTODO DE  
PROGRAMAÇÃO LINEAR**

**João Pedro Gomes de Moraes**

Trabalho de Graduação apresentado ao  
Departamento de Engenharia Química  
da Universidade Federal de São Carlos

Orientador: Prof. Felipe Fernando Furlan

**São Carlos – SP**

**2020**

## **BANCA EXAMINADORA**

Trabalho de Graduação apresentado no dia 15 de dezembro de 2020 perante a seguinte banca examinadora:

Orientador: Prof. Felipe Fernando Furlan, DEQ/UFSCar

Convidado: Prof. Antonio Carlos Luperni Horta, DEQ/UFSCar

Professor da Disciplina: Ruy de Sousa Júnior, DEQ/UFSCar

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me proporcionar o dom da vida. À minha mãe, Sônia e meu pai, Libânio, pelo amor incondicional, pelo apoio, pela confiança, e pelo exemplo. Ao meu irmão, Mateus por dividir comigo as alegrias da infância, e os aprendizados e desafios da universidade. À minha companheira, Giovanna, pela cumplicidade, pela presença motivadora e pelos momentos compartilhados. Aos professores que compartilharam seu conhecimento e foram fundamentais para que os estudos se tornassem uma prática de aprendizado, encanto e esperança. Aos meus colegas de turma, de república e a todos os amigos que me acompanharam e tornaram os dias em São Carlos mais leves e divertidos. À comunidade acadêmica, e todos os trabalhadores que contribuem para o funcionamento da universidade pública. À ex-presidente Dilma Rousseff, por tornar possível o sonho de estudar na Alemanha, com a criação do programa Ciência Sem Fronteiras. À Genau Idiomas, pela confiança que tiveram em mim e por me proporcionarem a minha primeira experiência profissional. Aos colegas com quem trabalhei durante o estágio, que me ensinaram muito e me deram a chance de aplicar os conhecimentos adquiridos em projetos desafiadores. Sei que nunca conseguirei lhes retribuir da maneira que vocês merecem. Que a construção de uma carreira e uma vida baseada na responsabilidade social, no respeito e no sonho por um mundo melhor seja a maneira que eu possa retribuir para todos que me apoiaram e que me apoiarão nesta jornada.

## RESUMO

A soma dos custos de operação das 4 fábricas de uma empresa de bebidas é a função objetivo deste problema de otimização, no qual as variáveis são os volumes de produção de cada produto em cada fábrica, sendo que dos 138 produtos desta empresa, 26 podem ser produzidos em mais de uma fábrica e o restante dos produtos é produzido em apenas uma fábrica. Como o custo de produção de um produto que tenha possibilidade de produção em mais de uma fábrica será diferente dependendo da fábrica na qual ele será produzido, o custo total de operação das fábricas para atender as demandas de produção poderá ser maior, ou menor, dependendo de como os volumes de produção de cada produto forem distribuídos durante o planejamento. Este trabalho tem o objetivo de encontrar a distribuição que garanta o menor custo, utilizando o Solver do Excel, que aplica o método Simplex para a resolução de problemas de programação linear, e a linguagem de programação Python, que apresenta o método Simplex, assim como o método de ponto interior, para o cálculo da otimização do sistema composto pela função de custos de produção e as restrições de limite de capacidade das fábricas e volume de demanda dos produtos. Os resultados obtidos após a otimização da produção de cada período apresentaram uma redução média dos custos iniciais de 9%, sendo que a redução total dos custos de produção considerando todos os períodos foi de R\$: 593.709,45.

## ABSTRACT

The sum of the operation costs of the 4 factories belonging to a beverage manufacturing company serves as the objective function in this optimization problem, in which the variables are the production volumes of each product in each factory. Of the 138 products that this company sells, 26 can be produced in many factories and the remaining products can only be produced in one factory. The production costs of a product that can be produced in many factories is different for each factory that can produce it. As a consequence of that, the total operation costs of a production that satisfies the consumer demands may be greater, or smaller depending on how the production volumes are distributed among the factories. This work has the objective of finding the distribution that presents the minimum cost. The Microsoft Excel Solver is used in this work, and it optimizes the system applying the Simplex method. The Python programming language was also used for solving the minimization problem, and it presents the options of applying the Simplex method, as well as the interior-point method. The results of the optimization show an average cost reduction corresponding to 9% of the initial costs and a total cost reduction of R\$: 593.709,45 considering the total production.

## SUMÁRIO

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Banca Examinadora.....</b>                           | <b>i</b>    |
| <b>Agradecimentos.....</b>                              | <b>ii</b>   |
| <b>Resumo.....</b>                                      | <b>iii</b>  |
| <b>Abstract.....</b>                                    | <b>iv</b>   |
| <b>Lista de Figuras.....</b>                            | <b>vi</b>   |
| <b>Lista de Tabelas e Quadros.....</b>                  | <b>viii</b> |
| <b>1- INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....</b>                   | <b>1</b>    |
| <b>2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>                    | <b>3</b>    |
| 2.1- Otimização.....                                    | 3           |
| 2.2- Otimização Irrestrita com Uma Variável.....        | 4           |
| 2.3- Otimização Irrestrita com Múltiplas Variáveis..... | 5           |
| 2.4- Programação Linear.....                            | 6           |
| 2.5- Método Simplex.....                                | 9           |
| 2.6- Método de Ponto Interior.....                      | 13          |
| 2.7-Programação Não Linear.....                         | 14          |
| 2.8- Programação Inteira Mista.....                     | 15          |
| <b>3- MATERIAL E MÉTODOS.....</b>                       | <b>18</b>   |
| 3.1- Materiais.....                                     | 18          |
| 3.2- Procedimento Experimental.....                     | 18          |
| 3.3- Bases de Dados.....                                | 20          |
| 3.4- Procedimento de Cálculo.....                       | 20          |
| <b>4- RESULTADOS.....</b>                               | <b>24</b>   |
| <b>5- CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>                   | <b>35</b>   |
| <b>APÊNDICE A .....</b>                                 | <b>37</b>   |
| <b>APÊNDICE B .....</b>                                 | <b>56</b>   |
| <b>APÊNDICE C .....</b>                                 | <b>64</b>   |
| <b>APÊNDICE D .....</b>                                 | <b>68</b>   |
| <b>APÊNDICE E .....</b>                                 | <b>70</b>   |
| <b>APÊNDICE F .....</b>                                 | <b>76</b>   |
| <b>APÊNDICE G .....</b>                                 | <b>85</b>   |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                 | <b>106</b>  |

## LISTA DE FIGURAS

|                   |   |           |
|-------------------|---|-----------|
| <b>Figura 2.1</b> | <b>Maximização de uma função de uma variável irrestrita</b>   | <b>4</b>  |
| <b>Figura 2.2</b> | <b>Função Irrestrita de Duas Variáveis</b>  | <b>5</b>  |
| <b>Figura 2.3</b> | <b>Representação Gráfica de um Problema de Programação Não Linear</b>                               | <b>14</b> |
| <b>Figura 4.1</b> | <b>Resposta da Otimização de Todos os Períodos com Python Utilizando o Método de Ponto Interior</b> | <b>33</b> |
| <b>Figura 4.2</b> | <b>Resposta da Otimização de Todos os Períodos com Python Utilizando o Método Simplex</b>           | <b>34</b> |
| <b>Figura B.1</b> | <b>Planilha de Volumes</b>  | <b>56</b> |
| <b>Figura B.2</b> | <b>Planilha de Custos</b>   | <b>57</b> |
| <b>Figura B.3</b> | <b>Planilha de Fábricas</b>   | <b>57</b> |
| <b>Figura B.4</b> | <b>Planilha de Otimização</b>   | <b>58</b> |
| <b>Figura B.5</b> | <b>Planilha de Apoio</b>  | <b>59</b> |
| <b>Figura B.6</b> | <b>Primeira Seção da Macro Organiza Apoio</b>   | <b>60</b> |
| <b>Figura B.7</b> | <b>Segunda Seção da Macro Organiza Apoio</b>  | <b>61</b> |
| <b>Figura B.8</b> | <b>Terceira Seção da Macro Organiza Apoio</b>   | <b>62</b> |
| <b>Figura B.9</b> | <b>Planilha Apoio Após a Primeira Etapa</b>   | <b>63</b> |
| <b>Figura C.1</b> | <b>Primeira Seção da Macro Matriz Otimização</b>  | <b>64</b> |
| <b>Figura C.2</b> | <b>Segunda Seção da Macro Matriz Otimização</b>   | <b>65</b> |
| <b>Figura C.3</b> | <b>Terceira Seção da Macro Matriz Otimização</b>  | <b>66</b> |
| <b>Figura C.4</b> | <b>Planilha de Otimização Após a Segunda Etapa</b>  | <b>67</b> |
| <b>Figura D.1</b> | <b>Ajustes de Parâmetros do Solver</b>  | <b>68</b> |
| <b>Figura D.2</b> | <b>Resultado Obtido pelo Solver</b>   | <b>69</b> |
| <b>Figura E.1</b> | <b>Parte 1 da Planilha Comparação Antes da Quarta Etapa</b>   | <b>70</b> |
| <b>Figura E.2</b> | <b>Parte 2 da Planilha Comparação Antes da Quarta Etapa</b>   | <b>71</b> |
| <b>Figura E.3</b> | <b>Primeira Seção da Macro Tabela Comparação</b>  | <b>72</b> |
| <b>Figura E.4</b> | <b>Segunda Seção da Macro Tabela Comparação</b>   | <b>73</b> |
| <b>Figura E.5</b> | <b>Terceira Seção da Macro Tabela Comparação</b>  | <b>74</b> |
| <b>Figura E.6</b> | <b>Quarta Seção da Macro Tabela Comparação</b>  | <b>74</b> |
| <b>Figura E.7</b> | <b>Parte 1 da Planilha Comparação Após a Quarta Etapa</b>   | <b>75</b> |
| <b>Figura E.8</b> | <b>Parte 2 da Planilha Comparação Após a Quarta Etapa</b>   | <b>75</b> |
| <b>Figura F.1</b> | <b>Importação das Bibliotecas no Jupyter Notebook</b>   | <b>76</b> |

|                    |  |           |
|--------------------|--|-----------|
| <b>Figura F.2</b>  | <b>Importação da Planilha Volumes no Jupyter Notebook</b>            | <b>76</b> |
| <b>Figura F.3</b>  | <b>Importação da Planilha Custo por Produto no Jupyter Notebook</b>  | <b>77</b> |
| <b>Figura F.4</b>  | <b>Importação da Planilha Fábricas no Jupyter Notebook</b>           | <b>77</b> |
| <b>Figura F.5</b>  | <b>Cálculo da Tabela de Produtos Otimizáveis</b>                     | <b>78</b> |
| <b>Figura F.6</b>  | <b>Cálculo da Tabela de Capacidade Total das Fábricas</b>            | <b>78</b> |
| <b>Figura F.7</b>  | <b>Cálculo da Tabela de Produtos Otimizáveis</b>                     | <b>79</b> |
| <b>Figura F.8</b>  | <b>Cálculo do Vetor de Custos Reduzidos</b>                          | <b>80</b> |
| <b>Figura F.9</b>  | <b>Cálculo do Vetor de Demandas</b>                                  | <b>80</b> |
| <b>Figura F.10</b> | <b>Cálculo do Número e Variáveis e Restrições</b>                    | <b>81</b> |
| <b>Figura F.11</b> | <b>Cálculo das Listas de Chaves, Produtos Demandados e Fábricas</b>  | <b>81</b> |
| <b>Figura F.12</b> | <b>Cálculo da Matriz de Coeficientes das Inequações</b>              | <b>82</b> |
| <b>Figura F.13</b> | <b>Cálculo da Matriz de Coeficientes das Restrições de Igualdade</b> | <b>83</b> |
| <b>Figura F.14</b> | <b>Cálculo da Otimização da Função Objetivo no Jupyter Notebook</b>  | <b>83</b> |

## LISTA DE TABELAS E QUADROS

### LISTA DE TABELAS

|                    |   |           |
|--------------------|---|-----------|
| <b>Tabela 4.1</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para o Período 1</b>  | <b>24</b> |
| <b>Tabela 4.2</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para o Período 2</b>  | <b>25</b> |
| <b>Tabela 4.3</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para o Período 3</b>  | <b>26</b> |
| <b>Tabela 4.4</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para o Período 4</b>  | <b>26</b> |
| <b>Tabela 4.5</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para o Período 5</b>  | <b>27</b> |
| <b>Tabela 4.6</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para o Período 6</b>  | <b>28</b> |
| <b>Tabela 4.7</b>  | <b>Comparação dos Custos Totais para Todos os Períodos</b>  | <b>28</b> |
| <b>Tabela 4.8</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados para as Fábricas Considerando Todos Períodos</b> | <b>29</b> |
| <b>Tabela 4.9</b>  | <b>Redução de Custos para Todos Períodos Detalhado por Produto Pt. 1</b>                                | <b>30</b> |
| <b>Tabela 4.10</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para Todos Períodos Pt. 1</b>                                       | <b>31</b> |
| <b>Tabela 4.11</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para Todos Períodos Pt. 2</b>                                       | <b>32</b> |
| <b>Tabela A.1</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 1 Parte 1</b>                            | <b>37</b> |
| <b>Tabela A.2</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 1 Parte 2</b>                            | <b>38</b> |
| <b>Tabela A.3</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 2 Parte 1</b>                            | <b>39</b> |
| <b>Tabela A.4</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 2 Parte 2</b>                            | <b>40</b> |
| <b>Tabela A.5</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 3 Parte 1</b>                            | <b>41</b> |
| <b>Tabela A.6</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 3 Parte 2</b>                            | <b>42</b> |
| <b>Tabela A.7</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 4 Parte 1</b>                            | <b>43</b> |
| <b>Tabela A.8</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 4 Parte 2</b>                            | <b>44</b> |

|                    |  |           |
|--------------------|--|-----------|
| <b>Tabela A.9</b>  | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 5 Parte 1</b>             | <b>44</b> |
| <b>Tabela A.10</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 5 Parte 2</b>             | <b>45</b> |
| <b>Tabela A.11</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 6 Parte 1</b>             | <b>46</b> |
| <b>Tabela A.12</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 6 Parte 2</b>             | <b>47</b> |
| <b>Tabela A.13</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 1</b>        | <b>47</b> |
| <b>Tabela A.14</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 2</b>        | <b>48</b> |
| <b>Tabela A.15</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 3</b>        | <b>49</b> |
| <b>Tabela A.16</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 4</b>        | <b>50</b> |
| <b>Tabela A.17</b> | <b>Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 5</b>        | <b>51</b> |
| <b>Tabela A.18</b> | <b>Produção por Fábrica por Período</b>  | <b>51</b> |
| <b>Tabela A.19</b> | <b>Custo de Produção Por Fábrica Parte 1</b>   | <b>52</b> |
| <b>Tabela A.20</b> | <b>Custo de Produção Por Fábrica Parte 2</b>   | <b>53</b> |
| <b>Tabela A.21</b> | <b>Custo de Produção Por Fábrica Parte 3</b>   | <b>54</b> |
| <b>Tabela A.22</b> | <b>Custo de Produção Por Fábrica Parte 4</b>   | <b>55</b> |
| <b>Tabela G.1</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas Para o Período 1</b> | <b>85</b> |
| <b>Tabela G.2</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas Para o Período 2</b> | <b>85</b> |
| <b>Tabela G.3</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas Para o Período 3</b> | <b>86</b> |
| <b>Tabela G.4</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas Para o Período 4</b> | <b>86</b> |
| <b>Tabela G.5</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas Para o Período 5</b> | <b>87</b> |

|                    |  |            |
|--------------------|--|------------|
| <b>Tabela G.6</b>  | <b>Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas Para o Período 6</b> | <b>87</b>  |
| <b>Tabela G.7</b>  | <b>Redução de Custos para o Período 1 Detalhado por Produto</b>                          | <b>88</b>  |
| <b>Tabela G.8</b>  | <b>Redução de Custos para o Período 2 Detalhado por Produto</b>                          | <b>89</b>  |
| <b>Tabela G.9</b>  | <b>Redução de Custos para o Período 3 Detalhado por Produto</b>                          | <b>90</b>  |
| <b>Tabela G.10</b> | <b>Redução de Custos para o Período 4 Detalhado por Produto</b>                          | <b>91</b>  |
| <b>Tabela G.11</b> | <b>Redução de Custos para o Período 5 Detalhado por Produto</b>                          | <b>92</b>  |
| <b>Tabela G.12</b> | <b>Redução de Custos para o Período 6 Detalhado por Produto</b>                          | <b>93</b>  |
| <b>Tabela G.13</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 1 Parte 1</b>                         | <b>94</b>  |
| <b>Tabela G.14</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 1 Parte 2</b>                         | <b>95</b>  |
| <b>Tabela G.15</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 2 Parte 1</b>                         | <b>96</b>  |
| <b>Tabela G.16</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 2 Parte 2</b>                         | <b>97</b>  |
| <b>Tabela G.17</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 3 Parte 1</b>                         | <b>98</b>  |
| <b>Tabela G.18</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 3 Parte 2</b>                         | <b>99</b>  |
| <b>Tabela G.19</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 4 Parte 1</b>                         | <b>100</b> |
| <b>Tabela G.20</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 4 Parte 2</b>                         | <b>101</b> |
| <b>Tabela G.21</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 5 Parte 1</b>                         | <b>102</b> |
| <b>Tabela G.22</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 5 Parte 2</b>                         | <b>103</b> |
| <b>Tabela G.23</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 6 Parte 1</b>                         | <b>104</b> |
| <b>Tabela G.24</b> | <b>Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 6 Parte 2</b>                         | <b>105</b> |

## 1- INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Em uma empresa de bebidas, o processo de planejamento da produção envolve a interação entre as áreas de logística, comercial e industrial. A previsão de demanda de consumo de cada produto é estimada pela área comercial, que passa esta informação para a área de logística que, com base nos dados de estoque disponível de cada produto nos armazéns do centro de distribuição, determina a demanda de produção de cada produto.

Estão relacionados aos custos de produção de cada produto as matérias primas utilizadas na produção das bebidas, as embalagens, que podem ser garrafas, ou latas de diferentes volumes, as caixas nas quais os produtos serão transportados, a eletricidade utilizada na operação da fábrica, o combustível utilizado para a geração de vapor, a água utilizada tanto na composição das bebidas, quanto para limpeza da fábrica, o pagamento dos salários da equipe de produção das fábricas e o consumo dos materiais intermediários de processo, que são insumos de processo que não fazem parte da composição final do produto acabado, como por exemplo o material utilizado como meio filtrante na etapa de filtração do produto.

Durante o planejamento da produção, a demanda de produção de cada produto, informada pela área de logística, deve ser atendida. Para atender esta demanda, os produtos demandados que tem apenas uma unidade como possível fabricante são incluídos no planejamento, ocupando uma parte da capacidade produtiva das fábricas, e em seguida os volumes das bebidas que podem ser produzidas em mais de uma fábrica são distribuídos de modo que a capacidade máxima de produção de nenhuma fábrica seja ultrapassada. Nesta etapa em que é planejada a alocação dos volumes de demanda destes produtos que tem flexibilidade de produção, surgem diferentes possibilidades de distribuição destes volumes de produção entre as fábricas que satisfazem as restrições de demanda dos produtos e de limite de capacidade das fábricas. Para cada uma destas possíveis distribuições, o custo total de produção, que é composto pela soma dos custos de produção de todos os produtos, assumirá um valor diferente. A motivação deste trabalho é encontrar, dentre as diversas possibilidades, a distribuição dos volumes demandados destes produtos com flexibilidade de produção, que além de atender às especificidades do problema de alocação da produção desta empresa, também garanta o menor custo possível.

Dentre as diferentes categorias de problemas de otimização apresentadas, o problema analisado por este trabalho, de minimização dos custos de produção de bebidas, sujeito às restrições de demanda dos produtos e de capacidade máxima das fábricas, é classificado como um problema de programação linear, pois apresenta uma função objetivo linear e restrições

também lineares. Visto que esta é a categoria na qual o problema tratado neste trabalho se encaixa, a apresentação da programação linear no capítulo de revisão bibliográfica será mais aprofundada, visando cobrir a origem deste tipo de método de otimização, apresentar as definições dos modelos matemáticos que descrevem este tipo de problema, além de ilustrar a aplicação deste método com exemplos de diferentes áreas, e apresentar o método de resolução de problemas de programação linear conhecido como Simplex. Portanto, este trabalho apresenta como objetivo comparar os custos resultantes da alocação da produção desta empresa com os custos obtidos como resultado da aplicação do método de otimização de programação linear, calculados considerando as demandas de cada produto e as capacidades das fábricas em cada período de produção.

## **2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Esta revisão se concentra na apresentação do conceito de otimização e algumas possíveis classificações de problemas de otimização, contendo desde problemas mais simples como a otimização de funções irrestritas com uma única variável, até problemas com maior complexidade. O aumento de complexidade dos problemas de otimização pode ocorrer com a introdução de funções que tenham múltiplas variáveis, como também pela inclusão de outras equações e inequações além da função que se deseja maximizar, ou minimizar. Estas equações e inequações são chamadas de restrições, e poderão aparecer quando o problema de otimização apresentar condições específicas que devem ser seguidas e para as quais o valor ótimo da função objetivo deve ser encontrado. Os problemas de otimização também podem ser classificados como problemas lineares, ou não lineares, de acordo com a natureza das funções que representam o objetivo e as restrições do problema (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001).

### **2.1- Otimização**

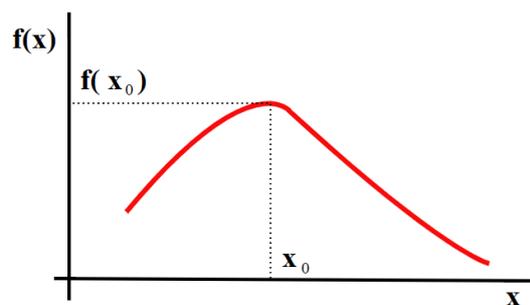
O uso cotidiano do termo otimização é frequentemente relacionado à melhoria de uma atividade, implicando muitas vezes em mudanças nas condições de execução desta atividade de modo que como consequência, o resultado obtido desta atividade após a mudança seja mais favorável. O uso do termo otimização está presente em variados ambientes e contextos, muitas vezes fazendo com que uma mesma expressão possa ter interpretações distintas. Um exemplo disto é a expressão otimização de tempo, que, no contexto da gestão de uma equipe em uma fábrica, pode receber o significado de organizar uma agenda de atividades, visando aumentar a produtividade. No entanto, a definição de otimização que é a adotada neste trabalho assume uma dimensão mais técnica e está relacionada à solução de problemas nos quais deseja-se maximizar, ou minimizar o valor de uma função alterando os valores de suas variáveis.

Esta função que se deseja otimizar é denominada função objetivo. Os problemas de otimização também podem apresentar restrições na forma de equações e inequações, que constituem o modelo do processo. Segundo a definição apresentada por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001, p. 4, tradução nossa) “Otimização é o uso de métodos específicos para determinar a solução para um problema, ou design para um processo, que seja mais rentável e eficiente. Esta técnica é uma das maiores ferramentas quantitativas na tomada de decisões na indústria”. Nas próximas seções serão abordados vários tipos de problemas de otimização.

## 2.2- Otimização Irrestrita com Uma Variável

Um problema de otimização é classificado como irrestrito quando a única função presente no problema é a função objetivo, não havendo restrições que representem um modelo de processo, ou algum limite no valor que uma variável poderá assumir. Um bom método de otimização de uma função de uma variável é essencial, porque alguns problemas que podem ser encontrados serão inerentemente problemas de uma única variável, e também porque outros métodos para a otimização de funções restritas, ou irrestritas envolvem o uso de uma busca unidimensional (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001) A figura 2.1 representa graficamente um problema de otimização irrestrita com uma variável.

**Figura 2.1. Maximização de uma função de uma variável irrestrita**



**Fonte: Wikimedia Commons<sup>1</sup>**

Antes da criação de computadores de alta velocidade, os métodos utilizados para a otimização de funções eram limitados aos métodos analíticos. Estes métodos analíticos utilizam os valores da função objetivo, suas derivadas analíticas e condições necessárias como base para encontrar um potencial extremo da função. Os computadores modernos tornaram possível a aplicação de métodos numéricos iterativos que utilizam os valores da função objetivo e de derivadas numéricas em uma sequência de pontos. Alguns métodos apresentados por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001) que podem ser utilizados para encontrar a solução deste tipo de problema de otimização são os métodos de Newton, Quase-Newton, aproximação do método de Newton por diferenças finitas, e métodos de aproximação polinomial, como os métodos de interpolação quadrática e interpolação cúbica. Estes métodos de otimização de funções de uma variável recebem o nome de métodos de busca unidimensional.

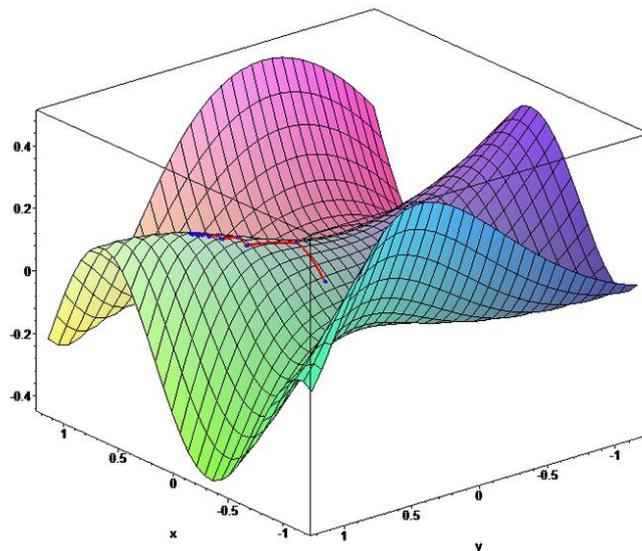
---

<sup>1</sup>Disponível em: < <https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Optimization> > Acesso em Out. 2020.

### 2.3- Otimização Irrestrita com Múltiplas Variáveis

A resolução de problemas de otimização com múltiplas variáveis pode se tornar uma tarefa complexa, pois uma função não linear de múltiplas variáveis pode apresentar regiões de concavidade e de convexidade, pontos de sela, máximos e mínimos locais, como ilustrado na Figura 2.2, que representa uma função de duas variáveis. Os métodos de otimização para estes tipos de problema devem apresentar duas características, sendo elas robustez e eficiência (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001).

**Figura 2.2. Função Irrestrita de Duas Variáveis**



Fonte: Wikimedia Commons<sup>1</sup>

A característica de robustez, que pode ser definida como a capacidade de atingir uma solução, se faz necessária para estes métodos de otimização de funções não lineares devido a comportamentos imprevisíveis que a função pode apresentar, que são consequência da presença de regiões de convexidade e concavidade, pontos de sela e múltiplos pontos de máximos e mínimos locais, como citado anteriormente. Já a característica de eficiência é necessária porque, como estes problemas de otimização requerem o uso de processos iterativos, a iteração por meio de métodos de tentativa e erro se torna inviável para a obtenção de uma solução quando há múltiplas variáveis no problema (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001).

São apresentados por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001) quatro tipos de métodos de otimização que podem ser utilizados para encontrar a solução deste tipo de problema, e que são divididos em métodos que utilizam apenas valores da função objetivo, métodos que usam a

primeira derivada da função do problema, método de Newton, e método Quase-Newton. Os procedimentos iterativos que compõem estes métodos partem de um ponto inicial da função objetivo, seguindo dois passos. O primeiro é escolher uma direção de busca, o segundo é minimizar a função objetivo nesta direção de busca para encontrar um novo ponto que será o ponto de partida da iteração seguinte. Além disso, também é necessário estabelecer um critério de convergência para o término das iterações. Os diferentes métodos de otimização de funções irrestritas de múltiplas variáveis diferem principalmente em como geram direções de busca, sendo que após encontrar a direção, podem ser empregados os métodos de busca unidimensional apresentados anteriormente.

## **2.4- Programação Linear**

O método de otimização conhecido como programação linear foi criado pelo matemático George Dantzig, e seu desenvolvimento foi feito enquanto ele trabalhava na força aérea dos Estados Unidos. No intuito de desenvolver estratégias para ganhar a segunda guerra mundial, diversos cientistas foram contratados para trabalhar para o governo americano desenvolvendo soluções para os problemas e desafios enfrentados pelos EUA no período. O contexto de guerra exigia que os países envolvidos no conflito direcionassem seus recursos para obter a vitória, e isto significava direcionar o uso de recursos naturais e a produção industrial para a guerra, como também gerenciar as atividades das tropas. Diante dessa necessidade de decisão de como alocar recursos com maior eficiência para atingir um objetivo, surgem inúmeras possibilidades de alocação, e frente a estas inúmeras possibilidades, a tomada de decisão pode se tornar difícil, por não conseguir avaliar as inúmeras possibilidades e escolher a que seja melhor. Ao se debruçar nos problemas apresentados na força aérea, buscando uma maneira de encontrar a melhor solução dentre as possibilidades, George Dantzig formulou o método de otimização conhecido como programação linear e o método Simplex. Um exemplo que ilustra um tipo de problema militar que pode ser resolvido por programação linear é encontrado no trabalho de Dantzig e Thapa (1997).

O problema apresentado pelos autores busca organizar 70 homens para a realização de 70 tarefas diferentes. Existem 4900 combinações distintas para isso. Para representar o benefício obtido da realização de uma tarefa  $j$ , é definida uma variável  $v_{ij}$ , que representa a realização da tarefa  $j$  pelo homem  $i$ . Este problema também apresenta duas condições que devem ser cumpridas. Nenhum homem poderá ficar sem tarefa, assim como não poderá haver nenhuma tarefa sem um homem alocado. Deste modo, como existem 70 homens e 70 tarefas

disponíveis no problema, para cada homem e cada tarefa haverá uma restrição, resultando em 140 restrições que devem ser satisfeitas. Além de satisfazer a todas as restrições, a solução final esperada após a otimização deste problema deve garantir o maior benefício possível. O benefício obtido da distribuição dos 70 homens nas 70 tarefas pode ser expresso como a soma das variáveis  $v_{ij}$ . O que se busca com esta otimização é encontrar a distribuição que maximize o benefício, ou seja, a função objetivo do problema. Infelizmente, existem  $70!$  distribuições possíveis, sendo que cada uma destas entregará um valor do benefício total. O problema se torna comparar os  $70!$  casos distintos e escolher dentre eles o que apresentar o maior valor da função objetivo. Acontece que  $70!$  é um número grande, maior do que  $10^{100}$ . Supondo que houvesse um computador capaz de realizar um milhão de cálculos por segundo em operação desde o Big Bang 15 bilhões de anos atrás até hoje, mesmo assim ele ainda não teria calculado o resultado de todas as possíveis combinações (DANTZIG e THAPA, 1997).

Este exemplo consegue demonstrar, com a história de um caso relativamente simples, a dificuldade encontrada ao lidar com sistemas que tenham muitas variáveis. Pode-se ver através deste exemplo, qual é a relevância do desenvolvimento da programação linear para a resolução de problemas complexos. No período de desenvolvimento da programação linear, os computadores estavam começando a ser desenvolvidos e como foi visto no exemplo apresentado, nem mesmo um computador poderia resolver este problema, caso dependesse de calcular o resultado para cada arranjo possível. Assim, a contribuição de George Dantzig com o estudo do método da programação linear para a resolução de problemas de otimização foi a de desenvolver um algoritmo que consiga garantir uma solução ótima sem que seja necessário calcular o resultado de todas as possíveis soluções de um problema (DANTZIG e THAPA, 1997).

Na definição apresentada no trabalho de Dantzig e Thapa (1997, p. 1, tradução nossa) “A programação linear se ocupa da maximização, ou minimização de uma função objetivo linear com múltiplas variáveis, sujeitas a equações e inequações lineares como restrições”. Outra afirmação sobre a programação linear é encontrada na obra de Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001, p.223, tradução nossa) “A programação linear é um dos métodos de otimização mais amplamente usados e talvez o mais efetivo”.

Uma maneira de expressar um problema de programação linear em sua forma mais geral, é apresentada por Dantzig e Thapa (1997): A função objetivo que se deseja minimizar e as restrições do problema são expressas pelas equações 2.1, 2.2 e 2.3.

$$c^T x = z \quad (2.1)$$

$$Ax = b, \quad A: m \times n \quad (2.2)$$

$$x \geq 0 \quad (2.3)$$

Nesta definição geral do problema,  $c$ ,  $x$  e  $b$  são vetores, sendo que  $c$  e  $x$  tem  $n$  elementos e  $b$  tem  $m$  elementos, enquanto  $A$  é uma matriz de tamanho  $m$  por  $n$ , onde  $m$  é o número de restrições e  $n$  o número de variáveis do problema. Uma representação análoga deste problema na forma matricial é apresentada na Equação 2.4.

$$\begin{array}{cccccc} c_1 x_1 + & c_2 x_2 + & \dots + & c_n x_n & = & z \\ a_{11} x_1 + & a_{12} x_2 + & \dots + & a_{1n} x_n & = & b_1 \\ a_{21} x_1 + & a_{22} x_2 + & \dots + & a_{2n} x_n & = & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} x_1 + & a_{m2} x_2 + & \dots + & a_{mn} x_n & = & b_m \end{array} \quad (2.4)$$

Alguns exemplos práticos de problemas que a programação linear consegue resolver são apresentados por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001). Os autores citam problemas como o de organizar uma equipe de produção em uma programação de turnos que garanta que em todos os dias da semana há um número adequado de trabalhadores e que a produtividade seja a maior possível, decidir quais produtos devem ser fabricados em um dado período, considerando a disponibilidade de recursos presentes e os custos desses recursos para obter a receita máxima, e projetar um plano de distribuição dos produtos entre diferentes plantas e armazéns, de modo que esta rede de distribuição tenha um custo total mínimo.

## 2.5- Método Simplex

O método simplex é definido por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001) como um método de otimização de duas fases, sendo que a fase 1 encontra uma solução inicial viável para o problema de programação linear, caso exista uma solução, e então esta solução inicial será utilizada como ponto de partida para a fase 2. Na segunda fase, após encontrar uma solução

para o sistema linear de equações compostas pela função objetivo e o conjunto de restrições, encontra-se a solução que maximize, ou minimize a função objetivo. O algoritmo Simplex pode ser aplicado tanto na fase 1 quanto na fase 2 do método de otimização, sendo que a sua aplicação na primeira fase se faz necessária quando uma solução básica viável para o problema não é conhecida, ou facilmente encontrada, como no caso de problemas com duas variáveis.

Para dar início ao processo de otimização da função objetivo utilizando o algoritmo Simplex, é necessário partir de uma solução básica viável do sistema de equações que representa o problema analisado. O algoritmo Simplex sempre é iniciado com um sistema de equações na forma canônica, que é representado na Equação 2.5, utilizando como exemplo o problema geral de minimização de uma função custo apresentado anteriormente pelas equações 2.1, 2.2 e 2.3. De acordo com a definição apresentada em Dantzig e Thapa (1997, p. 66, tradução nossa), “um sistema de  $m$  equações e  $n$  variáveis  $x_{ij}$  está na forma canônica quanto a um conjunto ordenado de variáveis  $(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})$  se, e apenas se, a variável  $x_{ij}$  tiver um coeficiente unitário na equação  $i$  e coeficientes iguais a zero em todas as outras equações do sistema”.

$$\begin{array}{rcccccccc}
 -z & & & + \bar{c}_{m+1} x_{m+1} + & \dots + & \bar{c}_j x_j & + \dots + & \bar{c}_n x_n & = & -\bar{z}_0 \\
 x_1 & & & + \bar{a}_{1,m+1} x_{m+1} + & \dots + & \bar{a}_{1j} x_j & + \dots + & \bar{a}_{1n} x_n & = & \bar{b}_1 \\
 & x_2 & & + \bar{a}_{2,m+1} x_{m+1} + & \dots + & \bar{a}_{2j} x_j & + \dots + & \bar{a}_{2n} x_n & = & \bar{b}_2 \\
 & & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 & & & x_m & + \bar{a}_{m,m+1} x_{m+1} + & \dots + & \bar{a}_{mj} x_j & + \dots + & \bar{a}_{mn} x_n & = & \bar{b}_m
 \end{array} \quad (2.5)$$

Na forma canônica, uma solução para o sistema é facilmente encontrada, basta assumir que o valor das variáveis  $x_j$  de  $x_{m+1}$  a  $x_n$  é zero, pois assim, a solução deste sistema será  $z = \bar{z}_0$ ,  $x_j = \bar{b}_i$ , com  $i$  variando de 1 a  $m$ . Para que a solução encontrada seja uma solução básica viável, é necessário que não haja nenhuma variável  $x_j < 0$ , o que só ocorrerá num sistema na forma canônica caso algum dos valores de  $\bar{b}_i$  seja negativo. Por este motivo, é necessário manipular as equações das restrições de modo que nenhum  $\bar{b}_i$  seja negativo. As variáveis que apresentam valor igual a zero nesta solução são denominadas variáveis não básicas, e as variáveis que apresentam valor igual a  $\bar{b}_i$  são as variáveis básicas. Outra definição apresentada por Dantzig e Thapa (1997) é a de solução degenerada, que é a classificação para a solução básica na qual ao menos uma variável básica tem valor igual a zero. Na prática, isso ocorrerá quando ao menos uma constante  $\bar{b}_i$  apresentar valor igual a zero.

Em muitos casos práticos de otimização, o sistema de equações que representa o problema não se encontra na forma canônica. Nestes casos, se torna necessário na fase 1

introduzir variáveis artificiais cada uma das restrições do sistema e definir uma função que será a soma de todas as variáveis artificiais, para que seja utilizado o algoritmo Simplex que irá encontrar uma solução básica que será tomada como ponto de partida da otimização na fase 2. Utilizando como exemplo o problema geral de minimização apresentado anteriormente, pode-se definir uma variável artificial para cada restrição a partir da equação 2.6 representada a seguir:

$$y_i = b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \quad (2.6)$$

Após adicionar as variáveis artificiais ao sistema, outro passo necessário para encontrar uma solução básica viável inicial é incluir uma função  $w$  que seja a soma de todas as variáveis artificiais. Na fase 1 esta função desempenha o papel que a função objetivo tem na segunda fase. O algoritmo Simplex é utilizado na primeira fase para minimizar a função  $w$  até que seu valor se torne zero, para então encontrar uma solução básica viável que será utilizada na otimização da função objetivo na fase 2. A função  $w$  é representada pela equação 2.7.

$$w = \sum_{i=1}^m y_i, \quad i = (1, \dots, m) \quad (2.7)$$

Caso o valor de  $w$  ao fim da primeira fase seja maior que zero, não há solução viável para o problema de otimização (DANTZIG e THAPA, 1997). O sistema formado pela equação 2.7, sujeito às restrições 2.2 e 2.3, com adição das variáveis artificiais, pode ser escrito na forma matricial, como ilustrado na Equação 2.8.

$$\begin{array}{rcccccccc} -w & + d_1x_1 & + d_2x_2 + \dots + & d_nx_n & & & & = -\bar{w}_0 \\ & + a_{11}x_1 & + a_{12}x_2 + \dots + & a_{1n}x_n & + y_1 & & & = b_1 \\ & + a_{21}x_1 & + a_{22}x_2 + \dots + & a_{2n}x_n & + & y_2 & & = b_2 \\ & & \vdots & & & \ddots & & \\ & + a_{m1}x_1 & + a_{m2}x_2 + \dots + & a_{mn}x_n & + & y_m & & = b_m \end{array} \quad (2.8)$$

Como é mostrado na equação acima, para que o sistema esteja na forma canônica, a equação  $w$  deve ser reescrita em função das variáveis não artificiais, a partir da substituição da equação 2.4 na equação 2.5 apresentadas anteriormente. Esta substituição resultará nos coeficientes  $d_j$ , que terão um papel importante na fase 1 do método de otimização. Os coeficientes  $d_j$ , assim como os coeficientes  $c_j$  da função objetivo, são chamados de fatores de

custo relativo, ou custos reduzidos e seus valores definirão a escolha de qual variável não básica se tornará uma variável básica a partir das operações pivô do método Simplex.

O algoritmo do método Simplex é descrito em 6 passos por Dantzig e Thapa (1997). O primeiro passo consiste em encontrar o menor custo reduzido. Na Equação 2.9, a coluna que contém o menor custo reduzido é evidenciada na representação do sistema na forma canônica, onde  $d_s = \min(d_j)$ , considerando o exemplo analisado como um problema geral de minimização, após a adição das variáveis artificiais. O segundo passo é o teste de otimalidade: se o menor custo reduzido for maior que zero, a solução é ótima. O terceiro passo é o de seleção da variável de entrada: Esta é a variável não básica que se tornará básica nesta iteração do método Simplex, representada por  $x_s$ , cujo coeficiente na função objetivo é o menor custo reduzido.

$$\begin{array}{rcccccccc}
 -w & +d_1x_1 + \dots + & d_sx_s + \dots + & d_nx_n + & & & & = -\bar{w}_0 \\
 & +a_{11}x_1 + \dots + & a_{1s}x_s + \dots + & a_{1n}x_n + & y_1 & & & = b_1 \\
 & +a_{21}x_1 + \dots + & a_{2s}x_s + \dots + & a_{2n}x_n + & & y_2 & & = b_2 \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\
 & +a_{m1}x_1 + \dots + & a_{ms}x_s + \dots + & a_{mn}x_n + & & & y_m & = b_m
 \end{array} \quad (2.9)$$

O quarto passo é o passo de teste da função objetivo ilimitada: Deve-se modificar o sistema, subtraindo os termos que contém a variável  $x_s$  de ambos os lados de todas as equações do sistema, como ilustra a Equação 2.8, de modo que, tornando todas as variáveis não básicas iguais a zero, exceto  $x_s$ , a solução do sistema será o conjunto de equações em função de  $x_s$ . Para que a função de otimização seja ilimitada, basta que o seu valor tenda a  $-\infty$  enquanto o valor de  $x_s$  tende a  $\infty$ .

$$\begin{array}{rcccccccc}
 -w & +d_1x_1 + \dots + & d_2x_2 + \dots + & d_nx_n + & & & & = -\bar{w}_0 - d_sx_s \\
 & +a_{11}x_1 + \dots + & a_{12}x_2 + \dots + & a_{1n}x_n + & y_1 & & & = b_1 - a_{1s}x_s \\
 & +a_{21}x_1 + \dots + & a_{22}x_2 + \dots + & a_{2n}x_n + & & y_2 & & = b_2 - a_{2s}x_s \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\
 & +a_{m1}x_1 + \dots + & a_{m2}x_2 + \dots + & a_{mn}x_n + & & & y_m & = b_m - a_{ms}x_s
 \end{array} \quad (2.10)$$

No quinto passo é feita a seleção da variável de saída: esta é a variável básica que se tornará não básica nesta iteração. Enquanto na função objetivo o valor de  $x_s$  pode crescer ilimitadamente, as restrições do problema podem apresentar limites de valores que  $x_s$  poderá assumir. Isto ocorre porque ao introduzir as variáveis do problema, e as variáveis artificiais, é colocada a condição de que nenhuma delas seja negativa. Para que esta condição seja respeitada,

deve-se conferir as restrições e encontrar o maior valor de  $x_s$  que satisfaça a condição de não negatividade de todas as variáveis básicas. Como para o início do algoritmo Simplex é necessário que os valores de  $b_i$  sejam não negativos em todas as restrições, o limite de  $x_s$  para que a condição de não negatividade de uma variável básica seja satisfeita depende apenas do valor do coeficiente  $a_{is}$ , sendo que o valor que  $x_s$  pode assumir é ilimitado nesta restrição caso  $a_{is} \leq 0$ , ou limitado caso  $a_{is} > 0$ . O valor limite de  $x_s$  em cada restrição é encontrado a partir da equação 2.9, a seguir:

$$r_{is} = \frac{b_i}{a_{is}} \quad (2.11)$$

A linha da variável de saída escolhida neste passo é aquela que está dentre as que apresentam  $a_{is} > 0$ , mas apresenta também o valor mínimo de  $r_{is}$ . A Equação 2.10 ilustra a variável de saída  $y_r$  no exemplo de minimização que está sendo acompanhado:

$$\begin{array}{rcccccccc} -w & +d_1x_1 + \dots + & d_sx_s + \dots + & d_nx_n + & & & & = -\bar{w}_0 \\ & +a_{11}x_1 + \dots + & a_{1s}x_s + \dots + & a_{1n}x_n + & y_1 & & & = b_1 \\ & +a_{21}x_1 + \dots + & a_{2s}x_s + \dots + & a_{2n}x_n + & & y_2 & & = b_2 \\ & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \\ & +a_{r1}x_1 + \dots + & a_{rs}x_s + \dots + & a_{rn}x_n + & & & y_r & = b_r \\ & \vdots & \vdots & \vdots & & & \ddots & \\ & +a_{m1}x_1 + \dots + & a_{ms}x_s + \dots + & a_{mn}x_n + & & & & y_m = b_m \end{array} \quad (2.12)$$

O sexto e último passo do algoritmo Simplex consiste em pivotar em torno do elemento  $a_{rs}$ , utilizando combinações lineares das restrições do problema para tornar unitário o coeficiente que multiplica  $x_s$  na linha r e tornar nulos todos os outros elementos da coluna s. Assim, a variável  $x_s$  se tornará básica e  $y_r$  se tornará não básica. Após o fim do sexto passo, uma nova solução básica viável é obtida para o sistema e uma nova iteração é feita, a não ser que a condição de otimalidade tenha sido atingida, ou seja, quando todos os custos relativos são positivos.

Ao fim das iterações da fase 1, se a função  $w$  foi minimizada e seu valor após a otimização é 0, uma solução básica viável do sistema é obtida. Com esta solução em mãos, é iniciada a fase 2, na qual o algoritmo Simplex será aplicado novamente, desta vez para minimizar a função custo do problema, representada por  $z$  na equação 2.1.

A solução obtida ao fim da fase 1 será uma solução na qual algumas variáveis artificiais se tornaram não básicas, enquanto algumas variáveis não artificiais se tornaram básicas. Para prosseguir para a fase 2, as variáveis artificiais são eliminadas do sistema e é necessário reescrever a função  $z$ , que será otimizada nesta fase em função das variáveis não básicas, eliminando as variáveis não artificiais que se tornaram básicas. Após este passo é iniciada a fase 2, que consiste em uma segunda aplicação do algoritmo Simplex, desta vez para minimizar o valor da função objetivo  $z$ , seguindo os 6 passos descritos na fase 1. Como resultado, ao fim da fase 2 é encontrada uma solução que entregará o menor valor de  $z$  para as condições impostas pelo sistema.

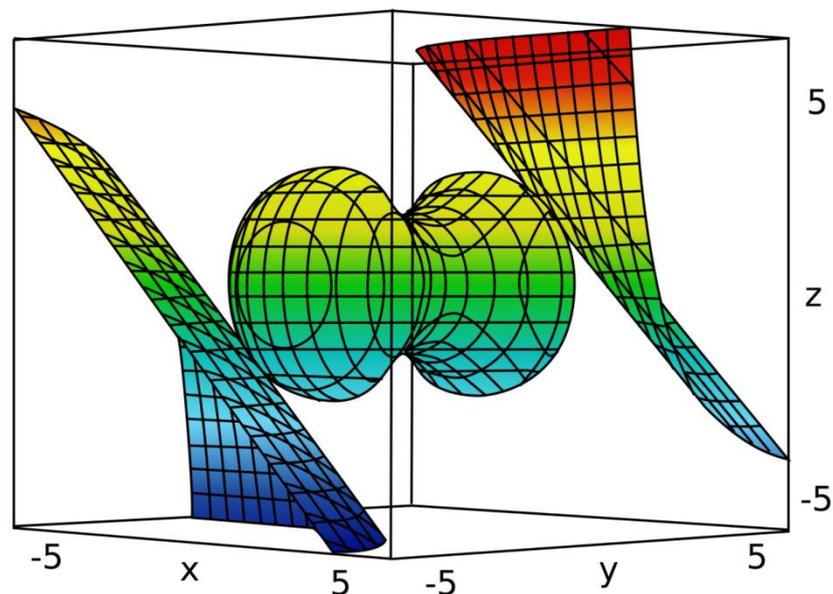
## **2.6- Método de Ponto Interior**

Os métodos de ponto interior para a resolução de problemas de programação linear são algoritmos que, diferentemente do algoritmo Simplex, que utiliza os pontos que se encontram nas extremidades da região factível do problema de otimização para encontrar a solução ótima do sistema, fazem o uso de passos utilizando pontos que estão no interior da região factível determinada pelas restrições. Existem diferentes variações de métodos de ponto interior, sendo que para algumas variações, seu funcionamento pode incluir uma elipsoide dentro da região factível, na qual o ponto interno de cada iteração assume a posição do centro desta elipsoide, e para outras, é necessário primeiro transformar a região factível para depois inscrever uma hiperesfera, que apresentará o ponto de cada iteração como ponto central. Depois deste passo, encontra-se uma direção para otimização da função objetivo, unindo o ponto central a um ponto de contorno da elipsoide, ou hiperesfera, que maximize, ou minimize a função objetivo e após encontrar esta direção, encontra-se um ponto que será utilizado na próxima iteração como ponto central. Durante o período de 1979 a 1996, houve um grande interesse no desenvolvimento de métodos de pontos interiores para a resolução deste tipo de problema. Alguns avanços nesta área ocorreram devido ao trabalho do matemático Khachian, que desenvolveu um algoritmo, cujo tempo de execução nos piores casos é significativamente menor do que o tempo de execução do algoritmo Simplex nos piores casos. Posteriormente, um novo algoritmo que utiliza pontos internos da região factível foi desenvolvido por Karmarkar, e sua performance foi significativamente melhor do que a do algoritmo de Khachian (DANTZIG e THAPA, 1997).

## 2.7- Programação Não Linear

Problemas de programação não linear possuem uma semelhança com os problemas de programação linear no sentido de que são compostos por uma função objetivo e restrições na forma de equações, ou inequações. A diferença que confere maior grau de complexidade aos problemas de programação não linear é a presença de variáveis de ordem maior do que 1 nas funções que representam o objetivo do problema, podendo também estar presentes nas restrições deste sistema. A Figura 2.3 apresentada abaixo representa graficamente a região factível de um problema de programação não linear que apresenta restrições não lineares.

**Figura 2.3. Representação Gráfica de um Problema de Programação Não Linear**



Fonte: Wikimedia Commons<sup>1</sup>

A solução de problemas mais simples de programação não linear, como por exemplo um problema que tenha duas variáveis e apresente uma função objetivo não linear e uma restrição linear pode ser encontrada por meio de um método analítico, como o método da substituição direta, no qual utiliza-se uma equação de restrição para isolar uma das variáveis e substituir esta variável na função objetivo, transformando um problema de otimização de duas variáveis com restrições em um problema de otimização irrestrita de uma função não linear. Outros métodos de resolução de problemas de programação não linear para problemas mais complexos são apresentados por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001), como por exemplo métodos de penalidade e barreira, programação linear sucessiva, programação quadrática sucessiva e gradiente reduzido generalizado.

## 2.8- Programação Inteira Mista

Há problemas encontrados na operação de uma fábrica, como o projeto de uma nova planta, ou a escolha de equipamentos para um processo produtivo, que apresentam variáveis discretas. Um exemplo deste tipo de problema é quando uma variável de decisão apresenta duas saídas possíveis, como por exemplo a decisão de instalar, ou não instalar um equipamento. Estes tipos de variáveis de decisão recebem o nome de variáveis binárias e podem assumir o valor de 0, ou 1. Em alguns casos que possuem variáveis discretas, é possível tratar estas variáveis como se elas fossem contínuas, esta aproximação pode ocorrer em problemas em que uma variável tem uma grande variedade de valores inteiros que podem ser assumidos, como por exemplo em um problema envolvendo uma coluna de destilação no qual a variável do número de pratos da coluna deve ser um número inteiro, mas há uma grande variedade de opções de números de pratos. Neste caso, o problema pode ser tratado como um problema contínuo e em seguida o valor ótimo encontrado pode ser arredondado para o valor inteiro mais próximo (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001).

Problemas que envolvem variáveis inteiras podem ser classificados quanto à natureza das demais variáveis presentes, de modo que, problemas nos quais todas as variáveis envolvidas são inteiras são classificados como problemas de programação inteira, e problemas que envolvem variáveis contínuas além de variáveis inteiras são classificados como problemas de programação inteira mista. No conjunto dos problemas de programação inteira, há também um caso especial que é classificado como programação binária, que é quando todas as variáveis apresentam apenas valores iguais a 0, ou 1 (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001).

Muitos problemas de otimização têm como objetivo otimizar uma função objetivo linear, estando sujeitos a restrições também lineares, sendo classificados então como problemas de programação inteira mista linear. Já problemas envolvendo variáveis discretas, mas que apresentam funções não lineares em sua composição são denominados de problemas de programação inteira mista não linear.

Existem alguns problemas clássicos que não são ligados à produção industrial, mas que ilustram de maneira clara o que são problemas de programação inteira. Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001) apresentam em seu trabalho como exemplo de problema que envolve otimização com variáveis discretas o problema da mochila, no qual existem  $n$  objetos que apresentam um valor  $v_i$  e um peso  $w_i$  e que devem ser colocados em uma mochila de modo que, caso um objeto  $i$  seja incluído, a variável discreta  $y_i$  associado a ele assume o valor de 1 e caso ele não seja

incluído, assume o valor de 0, sendo que a soma do valor dos objetos presentes na mochila deve ser máxima, mas o peso total dos objetos dentro da mochila não pode ultrapassar um limite.

Um exemplo de problema de engenharia que apresenta variáveis discretas apresentado por Edgar, Himmelblau e Lasdon (2001) é o da decisão da perfuração de poços de petróleo, que pode ser interpretado como um caso específico do tipo geral de problema de alocação de plantas. Neste problema, existem diferentes localidades de novos poços e deve-se escolher a quantidade de novos poços que serão perfurados, as suas localizações e as taxas de extração de cada poço, de modo que a diferença entre a curva de produção-demanda e a curva de fluxo seja minimizada. As decisões de perfuração, ou não perfuração de cada poço são as variáveis discretas do problema e podem assumir os valores de 1, ou 0, representando perfuração e não perfuração respectivamente.

Problemas deste tipo podem ser resolvidos pelo método *Branch-and-bound*, construído para resolver problemas de programação inteira mista linear e problemas convexos de programação inteira mista não linear. Este método garante que uma solução seja encontrada para os tipos de problema citados e é o mais popular e utilizado pelos softwares comerciais para resolução de problemas de programação inteira mista. O funcionamento deste método de resolução envolve transformar o problema de programação linear inteira mista em um problema de programação linear no qual as variáveis podem assumir valores entre 0 e 1, sendo que caso a solução encontrada para o problema de programação linear apresente valores inteiros para todas as variáveis, esta solução satisfaz o problema de programação linear inteira mista. Caso haja variáveis não inteiras na solução encontrada, uma dessas variáveis deve ser selecionada para dar origem a dois novos problemas de programação linear distintos, nos quais a variável selecionada é fixada tendo valor igual a 0 e se alguma destas duas soluções apresentar valores inteiros para todas as variáveis, ela será a solução para o problema de otimização. Caso uma destas soluções apresente uma solução não-viável, ela deve ser descartada, e assim se dá continuidade às iterações até a resolução do problema 1 (EDGAR, HIMMELBLAU e LASDON, 2001).

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1- Materiais

Os materiais utilizados neste trabalho são o programa Microsoft Excel, incluindo o seu suplemento Solver e a linguagem de programação VBA, voltada para aplicativos da Microsoft, e o Jupyter Notebook, que é um ambiente de desenvolvimento de algoritmos em Python online.

#### 3.2- Procedimento Experimental

Devido a restrições da política de confidencialidade de dados da empresa, as informações originais de produção não foram utilizadas neste trabalho. No entanto, o cenário apresentado no trabalho simula o cenário de produção da empresa escolhendo um número de produtos que se aproxima ao original, mantendo o número de fábricas e parametrizando os volumes e custos, de modo que as proporções entre estas variáveis sejam semelhantes às encontradas na distribuição real. Os produtos, fábricas e períodos de produção são nomeados utilizando nomes genéricos e os numerando, como Produto 1, Produto 2, Fábrica 1, Fábrica 2, Período 1, Período 2.

Os dados de volumes apresentados no trabalho são correspondentes aos volumes que foram produzidos de cada produto em cada fábrica nos períodos de 1 a 6, sendo que estes períodos não correspondem necessariamente aos meses de janeiro a junho. Ao longo do texto, utilizam-se os termos demanda, volume demandado e demanda de produção no contexto do cálculo da otimização de custos de produção a partir da distribuição dos volumes dos produtos entre as fábricas. No entanto, esta demanda que é discutida não se refere à demanda de consumo de cada produto, mas sim à soma dos volumes produzidos dos produtos, considerando então que, para um mesmo produto que tenha sido produzido em fábricas diferentes em um mesmo período, sua demanda de produção, que é considerada nas restrições durante o cálculo da otimização, é a soma destes volumes produzidos em fábricas distintas no período em questão. Os volumes de demanda comercial dos produtos e os volumes em estoque nos armazéns não são utilizados no trabalho, mas foram citados na introdução para poder ilustrar o processo de interação entre as diferentes áreas da empresa no processo de planejamento da produção.

Os dados de custos de produção correspondem à soma dos custos dos diversos fatores de produção necessários para a fabricação destes produtos apresentados. Estão inclusos nestes fatores de produção que compõem o custo de cada produto em cada fábrica as matérias primas utilizadas na produção das bebidas, as embalagens, que podem ser garrafas, ou latas de diferentes volumes, as caixas nas quais os produtos serão transportados, a energia elétrica utilizada na operação da fábrica, o combustível utilizado pela caldeira para a geração de vapor,

o consumo de água, que é utilizada tanto na composição das bebidas, quanto para limpeza da fábrica, os custos relacionados à mão de obra, como o pagamento dos salários da equipe de produção das fábricas e encargos sociais trabalhistas, e o consumo dos materiais intermediários de processo, que são insumos de processo que não fazem parte da composição final do produto acabado, como por exemplo o material utilizado como meio filtrante na etapa de filtração dos produtos, ou os reagentes utilizados nas análises laboratoriais para o controle de qualidade dos produtos. Não estão inclusos os custos de transporte entre as fábricas e os armazéns e os custos de armazenamento dos produtos.

Dentre os custos citados, existem aqueles que são de natureza variável, que dependem diretamente do volume de produção de um produto, como os custos com matérias primas, embalagens, água, energia elétrica e combustível, pois quanto maior o volume de produção de um produto, maior será o consumo destes itens. O custo relacionado ao pagamento dos trabalhadores que produzem as bebidas é um custo de tipo fixo, pois não depende diretamente do volume produzido pelas fábricas, visto que o salário de um trabalhador é fixo e pago em cada período independente do volume produzido.

Os custos apresentados para cada produto são custos de produção por volume produzido. As diferenças entre os custos apresentados por produtos diferentes se justificam pois a composição destes produtos também é diferente, podendo apresentar matérias primas mais caras, ou uma quantidade maior de matéria prima consumida por volume produzido para um produto com custo mais alto, quando comparado a um produto com custo menor. A diferença de custo observada para um mesmo produto quando produzido em fábricas diferentes pode ter origem em diversos fatores. O preço de uma mesma matéria prima, ou embalagem pode ser diferente para fábricas diferentes, pois o custo do transporte destes materiais entre um fornecedor e as fábricas varia com a distância percorrida. Os custos referentes ao consumo de água e energia elétrica também podem apresentar variações dependendo da localidade da fábrica e de outros fatores, como por exemplo se a água consumida é retirada de um poço perfurado pela empresa, ou se é fornecida por uma empresa de tratamento de água, ou se a energia elétrica consumida é negociada com uma concessionária de eletricidade, ou negociada no mercado livre de energia elétrica. Além destes fatores, a capacidade de produção de cada fábrica também apresenta um papel importante, pois fábricas com capacidades de produção maiores podem apresentar uma diluição dos custos fixos, quando é feito o rateio destes custos de acordo com o volume de produção. Deste modo, há um ganho relativo associado às escalas de produção encontradas nas diferentes fábricas.

### **3.3- Bases de Dados**

A malha de produção, que contém as informações dos volumes de cada produto por fábrica e por período, a tabela de custos de produção dos produtos por fábrica, e a tabela de volume total e capacidade das fábricas por período são as bases utilizadas para construir o problema de otimização. Estas bases estão contidas em diferentes planilhas em um arquivo do Excel. As tabelas com os volumes produzidos dos diferentes produtos em cada fábrica e em cada período são apresentadas no Apêndice A. No Apêndice A também estão presentes as tabelas que contém os custos de produção para cada produto em cada fábrica, sendo que caso não seja possível determinado produto em uma determinada fábrica, seu custo será nulo nestas tabelas. Além disso, O Apêndice A também apresenta, para cada fábrica em cada período, o volume de produção total e capacidade total de cada fábrica, o volume de produção obrigatória, que corresponde ao volume dos produtos que têm apenas uma fábrica como alternativa para produção, e a capacidade de produção não comprometida, que é obtida a partir da diferença entre as capacidade de produção total de uma fábrica e seu volume de produção obrigatória, sendo então a parte da capacidade de produção de uma fábrica disponível para a produção dos produtos que podem ser produzidos em mais de uma fábrica. Esta capacidade de produção não comprometida desempenha um papel importante no processo de otimização da alocação da produção, pois é utilizada para compor as restrições de limite de volume para cada fábrica.

### **3.4 Procedimento de Cálculo**

#### **EXCEL**

Os dados apresentados pelas tabelas contidas no Apêndice A estão salvos em um arquivo de Excel e as planilhas presentes neste arquivo são apresentadas no Apêndice B, enquanto os códigos que compõem as etapas de resolução do problema de otimização estão apresentados nos Apêndices B, C, D e E. O procedimento de cálculo da otimização é composto por quatro etapas, nas quais são utilizadas macros em VBA para a manipulação dos dados das planilhas e o suplemento Solver presente no Excel. As etapas do processo de otimização utilizando o Excel são descritas de maneira geral neste capítulo, informando o objetivo e alterações feitas nas planilhas em cada etapa, e os detalhes de execução destas etapas encontram-se nos Apêndices, os quais contém figuras que ilustram as planilhas, os códigos desenvolvidos para o pré-tratamento dos dados, a aplicação do Solver, e os códigos utilizados na organização dos dados após a otimização, com o fim de comparação entre os dados obtidos da solução do problema de otimização e os dados iniciais de distribuição dos produtos.

As quatro etapas do processo de resolução do problema de programação linear no Excel são: a seleção do período de otimização e organização da planilha Apoio; depois os dados nesta planilha são utilizados para a organização da planilha Otimização; após a inserção dos dados do problema na planilha Otimização, utiliza-se o Solver; por fim a última etapa é a organização da planilha Comparação, com os dados iniciais do problema para o período escolhido e com os dados otimizados para este período.

A primeira etapa, na qual é organizada a planilha Apoio, apresenta três seções. A primeira seção tem o objetivo de listar todos os produtos com volumes de produção não nulos para o período selecionado. Na segunda seção são escolhidos dentre estes produtos, aqueles que apresentam múltiplas fábricas como alternativas de produção. Nesta seção encontra-se o número de variáveis presentes no problema de otimização, sendo que cada variável corresponde a uma combinação diferente entre um produto e uma fábrica na qual ele pode ser produzido. Supondo por exemplo que em um período escolhido haja apenas um produto que apresenta múltiplas alternativas de produção, e que este produto pode ser produzido em três das quatro fábricas, logo o número de variáveis neste problema de otimização será igual a três, pois existem três combinações entre produtos e fábricas. Em termos práticos, o número de produtos apresentados pelo problema é de 138, sendo que 26 destes apresentam possibilidade de ser produzidos em mais de uma fábrica. Na terceira seção desta primeira etapa, encontra-se os volumes totais de produção para os produtos com mais de uma alternativa de produção. Estes volumes correspondem às somas dos volumes produzidos de cada produto destes em cada fábrica na qual ele foi produzido.

A segunda etapa, na qual é organizada a planilha Otimização, utiliza a planilha Apoio como base para sua execução. Nesta etapa o código de VBA responsável por organizar a planilha Otimização também é dividido em três seções. A primeira seção distribui as variáveis do problema formando as colunas da matriz de otimização presente na planilha de mesmo nome. A segunda seção desta etapa insere as restrições que correspondem aos limites de capacidade das fábricas, sendo que neste momento são utilizadas as informações acerca das capacidades não comprometidas, mencionadas no capítulo anterior. Na terceira seção desta etapa, são inseridas as informações referentes às restrições que contém o volume total produzido para cada produto com múltiplas alternativas de produção no período de otimização selecionado. Ao fim da segunda etapa, todos os dados necessários para o cálculo da otimização do problema de programação linear estão presentes.

Deste modo, é possível executar a terceira etapa, na qual o Solver é utilizado e a solução para o problema de programação linear é encontrado. Nesta etapa, deve-se selecionar a célula da planilha Otimização que corresponde ao custo total de produção, depois é preciso selecionar a opção de minimização desta célula, após esta seleção são inseridas as restrições de capacidade das fábricas e de volume total de produção dos produtos, e por fim deve ser selecionado o método de otimização Simplex. Após estes ajustes, é possível executar o Solver e encontrar a solução para o problema de programação linear e encontrar a distribuição dos volumes de produção entre as fábricas que garanta que a produção respeite as capacidades de cada fábrica e mantenha o volume total de produção para cada produto do período selecionado.

Na quarta etapa, é feita a organização destes dados obtidos da solução encontrada pelo Solver. Nesta etapa, a planilha Comparação é organizada de modo que os dados iniciais de volume de produção e o custo de produção de cada produto são utilizados para calcular o custo representado pela distribuição inicial dos volumes de produção de cada produto entre as fábricas. Os dados da distribuição otimizada dos volumes de produção, que se encontram na planilha Otimização, também são inseridos na planilha Comparação. Deste modo, ao fim da execução da quarta etapa, é possível comparar os custos referentes à distribuição inicial dos volumes dos produtos e à distribuição final, obtida após a otimização pelo Solver.

Com a tabela de volumes da planilha Comparação preenchida após o fim de todas as etapas, as células presentes na planilha Comparação preenchidas com as fórmulas que somam o os volumes e custos são calculadas e com isso é possível comparar os valores entre a distribuição inicial para o período selecionado e a distribuição otimizada dos volumes de produção dos produtos. Na tabela que faz a comparação de volumes e custos por produto nota-se que na coluna “Diferença de Custo” há algumas células que apresentam valor igual a zero e outras células que apresentam valores negativos. No caso dos produtos que apresentam diferença de custo igual a zero, a distribuição original destes produtos entre as fábricas nas quais é possível produzi-los já se encontrava de uma maneira ótima em relação aos custos de produção, já para os produtos que apresentam valores negativos, houve uma diminuição dos seus custos de produção decorrente da nova distribuição dos seus volumes de produção entre as fábricas, tornando o custo de produção total menor do que no cenário de distribuição anterior. Os resultados da otimização para cada um dos períodos detalhados por produto e por fábrica são expostos no próximo capítulo.

## PYTHON

O procedimento de cálculo para a otimização utilizando a linguagem de programação Python parte das mesmas bases contidas nas planilhas de Excel e faz um pré-processamento dos dados para depois aplicar a função `linprog`, do pacote Scipy, que é utilizada para obter os resultados da otimização.

Este procedimento é utilizado com dois objetivos. O primeiro é poder comparar os resultados obtidos pelo Solver do Excel com os resultados obtidos utilizando o Python. O segundo objetivo é a comparação entre métodos distintos de resolução de problemas de programação linear. Os dois métodos utilizados para a resolução do problema de minimização dos custos totais de produção alterando a distribuição dos volumes de produção de cada produto em cada fábrica são o método Simplex, que também é utilizado pelo Solver do Excel, e o método de ponto interior, que a função `linprog` da biblioteca Scipy do Python apresenta, mas que não é encontrado no Excel.

Na parte de pré-processamento, as tabelas contendo os volumes e custos de produção de cada produto em cada fábrica, e a tabela contendo as informações de capacidades não comprometidas das fábricas são manipuladas para a obtenção de vetores e matrizes que servem como argumento da função `linprog`, que encontra a solução do problema. Já na parte em que a otimização é calculada, são necessários 6 argumentos diferentes: o vetor que contém todos os custos reduzidos para as variáveis do problema, que são os volumes associados às diferentes combinações entre produtos e fábricas; a matriz que contém os coeficientes das restrições que são inequações, que neste caso são as restrições de limite de capacidade de cada fábrica; o vetor que contém os valores dos limites de capacidade para cada fábrica; a matriz que contém os coeficientes das restrições de igualdade, que são as restrições de demanda de produção, ou de volume total produzido para cada produto no período; o vetor que contém os valores das demandas de produção para cada produto; e por fim o método de otimização que deve ser utilizado para a resolução do problema de programação linear.

Este processo de resolução do problema de minimização em Python é apresentado em detalhes no Apêndice F. No processo de cálculo da otimização utilizando Python, os resultados obtidos aplicando os métodos Simplex e de ponto interior no código em Python para todos os períodos de produção do 1 ao 6 apresentaram valores iguais ao resultado obtido para o conjunto de todos os períodos utilizando o Solver do Excel. Por este motivo, não foram feitas aplicações deste método para cada período individual. Os resultados apresentados no próximo capítulo são retirados de diversas seleções de período e de execução da otimização no arquivo de Excel.

#### 4.- RESULTADOS

O capítulo de resultados tem como objetivo apresentar as tabelas de comparação entre os custos referentes à distribuição inicial da produção e os custos obtidos com a distribuição encontrada após o processo de otimização. Neste capítulo, uma comparação dos custos totais é apresentada para cada um dos seis períodos apresentados na tabela da planilha Volumes e para o conjunto destes seis períodos. Além da comparação dos custos totais entre a distribuição inicial e a distribuição otimizada dos volumes, também são apresentados os resultados comparando estes custos detalhados por produto e por fábrica. Estes resultados detalhados são apresentados neste capítulo apenas para o conjunto dos seis períodos de produção. Os resultados detalhados para os demais períodos de produção são encontrados no Apêndice G.

As Tabelas 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam as comparações entre os custos provenientes das distribuições iniciais e os custos totais obtidos do processo de otimização para cada um dos períodos de 1 a 6 e para o conjunto destes períodos. A primeira tabela apresentada neste capítulo é a Tabela 4.1, que traz estas comparações para o período 1.

**Tabela 4.1. Comparação dos Custos Totais para o Período 1**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Volume Total Inicial (l)</b>  | 496859    |
| <b>Volume Total Após Otimização (l)</b>                                    | 496859    |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 702113,54 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 606032,05 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -96081,49 |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -14%      |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>          | 308121    |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>  | 308121    |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 412047,5  |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 315966,01 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -96081,49 |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -23%      |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Considerando todos os produtos do primeiro período, a redução total de custo foi de 14% do custo inicial do período e se forem considerados apenas os produtos com mais de uma alternativa, a redução foi de 23%. O valor bruto da redução para o período 1 é de R\$: 96.081,49.

A segunda tabela apresentada neste capítulo é a Tabela 4.2, que traz as comparações de custos totais para o período 2.

**Tabela 4.2. Comparação dos Custos Totais para o Período 2**

|  |            |
|--|------------|
| <b>Volume Total Inicial (l)</b>  | 910638     |
| <b>Volume Total Após Otimização (l)</b>                                    | 910638     |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 1092037,38 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 1006883,75 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -85153,63  |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -8%        |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>          | 320546     |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>  | 320546     |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 411993,84  |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 326840,21  |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -85153,63  |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -21%       |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Considerando todos os produtos do segundo período, a redução total de custo foi de 8% do custo inicial do período e se forem considerados apenas os produtos com mais de uma alternativa, a redução foi de 21%. O valor bruto da redução para o período 2 é de R\$: 85.153,63.

A Tabela 4.3 a seguir apresenta as comparações de custos totais para o período 3. Para o terceiro período, a redução total de custo foi de 10% do custo inicial e se forem considerados apenas os produtos com mais de uma alternativa, a redução foi de 22%. A diferença entre o custo total inicial e o custo total após a otimização para o período 3 é de R\$: 82.516,02.

**Tabela 4.3. Comparação dos Custos Totais para o Período 3**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Volume Total Inicial (l)</b>  | 626883    |
| <b>Volume Total Após Otimização (l)</b>                                    | 626883    |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 857247,40 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 774731,38 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -82516,02 |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -10%      |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>          | 259103    |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>  | 259103    |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 383665,38 |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 301149,36 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -82516,02 |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -22%      |

Fonte: Elaborado pelo Autor

A Tabela 4.4 apresenta os resultados da comparação de custos totais para o período 4

**Tabela 4.4. Comparação dos Custos Totais para o Período 4**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Volume Total Inicial (l)</b>  | 658821    |
| <b>Volume Total Após Otimização (l)</b>                                    | 658821    |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 829238,42 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 756303,14 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -72935,28 |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -9%       |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>          | 388308    |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>  | 388308    |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 482567,90 |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 409632,62 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -72935,28 |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -15%      |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Após a otimização da distribuição de volumes do quarto período, a redução total de custo foi de 9% do custo inicial e se forem considerados apenas os produtos com mais de uma alternativa, a redução foi de 15%. A diferença entre o custo total inicial e o custo total após a otimização para o período 4 é de R\$: 72.935,28.

Na Tabela 4.5 encontram-se os resultados da comparação de custos totais para o período 5.

**Tabela 4.5. Comparação dos Custos Totais para o Período 5**

|  |            |
|--|------------|
| <b>Volume Total Inicial (I)</b>  | 1010781    |
| <b>Volume Total Após Otimização (I)</b>                                    | 1010781    |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 1321403,80 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 1182937,50 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -138466,30 |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -10%       |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (I)</b>          | 495402     |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (I)</b>  | 495402     |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 681580,68  |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 543114,38  |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -138466,30 |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -20%       |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os resultados apresentados na Tabela 4.5 mostram a redução total de custo, que foi de 10% do custo inicial para este período. Caso sejam considerados apenas os produtos que podem ser produzidos em mais de uma fábrica, a redução foi de 20%. A diferença entre o custo total inicial e o custo total após a otimização para o período 5 é de R\$: 138.466,30.

A Tabela 4.6 traz os resultados da comparação de custos totais para o período 6. Os resultados apresentados na Tabela 4.6 apresentam uma redução total de custo de 7% do custo inicial para este período. Considerando apenas os produtos que podem ser produzidos em mais de uma fábrica, a redução foi de 16%. A diferença entre o custo total inicial e o custo total após a otimização encontrada para o período 6 é de R\$: 114.830,98.

**Tabela 4.6. Comparação dos Custos Totais para o Período 6**

|  |            |
|--|------------|
| <b>Volume Total Inicial (l)</b>  | 1474758    |
| <b>Volume Total Após Otimização (l)</b>                                    | 1474758    |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 1709243,70 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 1594412,72 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -114830,98 |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -7%        |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>          | 549576     |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>  | 549576     |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 697490,90  |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 582659,92  |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -114830,98 |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -16%       |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os resultados da otimização de custos considerando todos os períodos de produção são apresentados pela Tabela 4.7.

**Tabela 4.7. Comparação dos Custos Totais para Todos os Períodos**

|  |            |
|--|------------|
| <b>Volume Total Inicial (l)</b>  | 5178740    |
| <b>Volume Total Após Otimização (l)</b>                                    | 5178740    |
| <b>Custo Total Inicial (R\$)</b>   | 6511284,24 |
| <b>Custo Total Após Otimização (R\$)</b>                                   | 5917574,79 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (R\$)</b>                                   | -593709,45 |
| <b>Redução de Custo Total</b>  | -9%        |
| <b>Volume Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>          | 2321056    |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (l)</b>  | 2321056    |
| <b>Custo Total Inicial (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b>         | 3069346,20 |
| <b>Custo Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | 2475636,75 |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1) (R\$)</b> | -593709,45 |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            | -19%       |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os resultados apresentados para a otimização da distribuição dos volumes de produção dos produtos entre as quatro fábricas, considerando todos os períodos de produção mostram uma redução de 9% do custo total inicial. A porcentagem de redução do custo total, considerando apenas os produtos que têm mais de uma alternativa de produção é de 19% do custo total inicial para estes produtos. O valor da redução total de custos obtido após a otimização de todos os períodos é igual a R\$: 593.709,45. A soma das reduções de custo encontradas nas otimizações individuais de cada período de produção resulta em um valor total de R\$: 589.983,70. Comparando este valor com o valor obtido da aplicação do método de otimização considerando todos os períodos simultaneamente, encontra-se uma diferença igual a R\$: 3.725,75.

Os resultados apresentados pela Tabela 4.7 para o conjunto dos seis períodos de produção demonstram que houve uma redução significativa dos custos totais quando comparados aos custos referentes à distribuição inicial dos produtos, mas não é possível saber a partir apenas desta tabela quais são os produtos responsáveis por esta redução de custo, e como os volumes de produção foram redistribuídos entre as fábricas. Para atender a este questionamento, a Tabela 4.8 apresenta a diferença de custos e volumes para cada uma das fábricas.

**Tabela 4.8. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados para as Fábricas Considerando Todos Períodos**

|                                    | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>             | 507735           | 1190693          | 117720           | 3362592          | 5178740      |
| <b>Volume Após Otimização (l)</b>  | 184804           | 765465           | 99981            | 4128490          | 5178740      |
| <b>Capacidade Total (l)</b>        | 600000           | 1401000          | 153600           | 7575600          | 9730200      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>            | 1184395,35       | 1493282,32       | 379045,65        | 3454560,92       | 6511284,24   |
| <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | 458917,56        | 979988,94        | 341240,45        | 4137427,84       | 5917574,79   |
| <b>Diferença de Custo (R\$)</b>    | -725477,79       | -513293,38       | -37805,2         | 682866,92        | -593709,45   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os resultados mostrados na Tabela 4.8 apresentam uma comparação entre o cenário inicial de produção e o cenário encontrado após a resolução do problema de programação linear para cada uma das fábricas. Os dados trazidos nesta tabela mostram que há uma redução de volume e conseqüentemente uma redução de custos nas fábricas 1, 2 e 3, enquanto há um aumento de volume e de custos na fábrica 4. O aumento de custo na fábrica 4 é compensado pelas reduções de custo nas demais fábricas, que ao serem somadas representam uma economia para a empresa. Comparando as capacidades disponíveis nas fábricas para produção, nota-se

que na distribuição inicial, as fábricas 1, 2 e 3 estavam mais próximas de atingir seu limite de produção do que a fábrica 4. Mesmo com o incremento de volume da fábrica 4 após a otimização, o volume total que seria produzido nesta fábrica em condições ótimas corresponderia a 54% da sua capacidade total nos seis períodos observados.

A Tabela 4.9 apresenta os resultados de redução de custo detalhados por produto.

**Tabela 4.9. Redução de Custos para Todos Períodos Detalhado por Produto Pt. 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 10234                     | 10234                             | 16990,01                   | 13713,56                           | -3276,45                        |
| Produto 14     | 148256                    | 148256                            | 251516,68                  | 134912,96                          | -116603,72                      |
| Produto 15     | 658149                    | 658149                            | 728341,89                  | 658149                             | -70192,89                       |
| Produto 30     | 17035                     | 17035                             | 45313,1                    | 16864,65                           | -28448,45                       |
| Produto 31     | 16588                     | 16588                             | 36991,24                   | 21730,28                           | -15260,96                       |
| Produto 32     | 24235                     | 24235                             | 51620,55                   | 28354,95                           | -23265,6                        |
| Produto 35     | 5968                      | 5968                              | 17187,84                   | 13487,68                           | -3700,16                        |
| Produto 36     | 80905                     | 80905                             | 187214,29                  | 136729,45                          | -50484,84                       |
| Produto 37     | 8209                      | 8209                              | 25148,53                   | 24134,46                           | -1014,07                        |
| Produto 38     | 181543                    | 181543                            | 309195,98                  | 185173,86                          | -124022,12                      |
| Produto 41     | 163340                    | 163340                            | 129038,6                   | 73503                              | -55535,6                        |
| Produto 42     | 2966                      | 2966                              | 2313,48                    | 1334,7                             | -978,78                         |
| Produto 43     | 174458                    | 174458                            | 162245,94                  | 162245,94                          | 0                               |
| Produto 47     | 7478                      | 7478                              | 4711,14                    | 2392,96                            | -2318,18                        |
| Produto 48     | 1072                      | 1072                              | 664,64                     | 343,04                             | -321,6                          |
| Produto 64     | 34164                     | 34164                             | 63886,68                   | 42021,72                           | -21864,96                       |
| Produto 65     | 498872                    | 498872                            | 578479,4                   | 528804,32                          | -49675,08                       |
| Produto 74     | 195850                    | 195850                            | 274190                     | 274190                             | 0                               |
| Produto 81     | 13128                     | 13128                             | 41705,84                   | 34526,64                           | -7179,2                         |
| Produto 82     | 9586                      | 9586                              | 23475,02                   | 22910,54                           | -564,48                         |
| Produto 83     | 7996                      | 7996                              | 14837,46                   | 10954,52                           | -3882,94                        |
| Produto 84     | 28042                     | 28042                             | 45615,29                   | 40380,48                           | -5234,81                        |
| Produto 85     | 23298                     | 23298                             | 39906,88                   | 31219,32                           | -8687,56                        |
| Produto 97     | 6304                      | 6304                              | 12040,64                   | 11851,52                           | -189,12                         |
| Produto 98     | 2018                      | 2018                              | 3814,02                    | 3814,02                            | 0                               |
| Produto 102    | 1362                      | 1362                              | 2901,06                    | 1893,18                            | -1007,88                        |
| <b>Total</b>   | <b>2321056</b>            | <b>2321056</b>                    | <b>3069346,2</b>           | <b>2475636,75</b>                  | <b>-593709,45</b>               |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Nas tabelas de redução de custos por produto, há alguns produtos que apresentam valor igual a zero na coluna de diferença entre o custo inicial e o custo otimizado. Isto pode ocorrer por dois motivos, sendo um deles a ausência de produção do produto no período, e a segunda

condição para que este valor seja nulo para um produto é a de que o custo otimizado é igual ao custo inicial. Nas tabelas apresentadas para o conjunto de todos os períodos, não há nenhum caso de produto que não teve volume de produção, mas isso pode ocorrer nos casos onde apenas um período é otimizado. Pode-se afirmar que os produtos que cumprem a segunda condição já se encontravam distribuídos da maneira mais econômica nas condições iniciais. A maior redução observada foi de R\$: 124.022,12 para o produto 38.

As Tabelas 4.10 e 4.11 apresentam a comparação das distribuições inicial e otimizadas de volumes dos produtos com múltiplas alternativas de produção para o conjunto dos seis períodos.

**Tabela 4.10. Distribuição Inicial e Otimizada para Todos Períodos Pt. 1**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> |
|----------------|----------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| Produto 13     | Fábrica 1      | 2953                      | 3957,02                    | 10234                             | 13713,56                           |
| Produto 13     | Fábrica 3      | 7281                      | 13032,99                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 1      | 64522                     | 145174,5                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 2      | 83734                     | 106342,18                  | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 148256                            | 134912,96                          |
| Produto 15     | Fábrica 1      | 44024                     | 81884,64                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 2      | 129329                    | 161661,25                  | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 4      | 484796                    | 484796                     | 658149                            | 658149                             |
| Produto 30     | Fábrica 1      | 17035                     | 45313,1                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 30     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 17035                             | 16864,65                           |
| Produto 31     | Fábrica 1      | 16588                     | 36991,24                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 31     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 16588                             | 21730,28                           |
| Produto 32     | Fábrica 1      | 24235                     | 51620,55                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 32     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 24235                             | 28354,95                           |
| Produto 35     | Fábrica 1      | 5968                      | 17187,84                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 35     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 5968                              | 13487,68                           |
| Produto 36     | Fábrica 1      | 43829                     | 118776,59                  | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 2      | 31118                     | 52589,42                   | 80905                             | 136729,45                          |
| Produto 36     | Fábrica 3      | 5958                      | 15848,28                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 1      | 4409                      | 13976,53                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 3      | 3800                      | 11172                      | 8209                              | 24134,46                           |
| Produto 38     | Fábrica 1      | 117268                    | 238054,04                  | 0                                 | 0                                  |
| Produto 38     | Fábrica 2      | 60603                     | 61815,06                   | 181543                            | 185173,86                          |
| Produto 38     | Fábrica 3      | 3672                      | 9326,88                    | 0                                 | 0                                  |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela 4.11. Distribuição Inicial e Otimizada para Todos Períodos Pt. 2

| Produto     | Fábrica   | Volume Inicial (l) | Custo Inicial (R\$) | Volume Após Otimização (l) | Custo Após Otimização (R\$) |
|-------------|-----------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Produto 41  | Fábrica 2 | 163340             | 129038,6            | 0                          | 0                           |
| Produto 41  | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 163340                     | 73503                       |
| Produto 42  | Fábrica 2 | 2966               | 2313,48             | 0                          | 0                           |
| Produto 42  | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 2966                       | 1334,7                      |
| Produto 43  | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 43  | Fábrica 4 | 174458             | 162245,94           | 174458                     | 162245,94                   |
| Produto 47  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 47  | Fábrica 2 | 7478               | 4711,14             | 0                          | 0                           |
| Produto 47  | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 7478                       | 2392,96                     |
| Produto 48  | Fábrica 2 | 1072               | 664,64              | 0                          | 0                           |
| Produto 48  | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 1072                       | 343,04                      |
| Produto 64  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 64  | Fábrica 2 | 34164              | 63886,68            | 0                          | 0                           |
| Produto 64  | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 34164                      | 42021,72                    |
| Produto 65  | Fábrica 2 | 177411             | 237730,74           | 0                          | 0                           |
| Produto 65  | Fábrica 4 | 321461             | 340748,66           | 498872                     | 528804,32                   |
| Produto 74  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 74  | Fábrica 2 | 195850             | 274190              | 195850                     | 274190                      |
| Produto 81  | Fábrica 2 | 10256              | 34152,48            | 0                          | 0                           |
| Produto 81  | Fábrica 3 | 2872               | 7553,36             | 13128                      | 34526,64                    |
| Produto 82  | Fábrica 2 | 8914               | 21304,46            | 9586                       | 22910,54                    |
| Produto 82  | Fábrica 3 | 672                | 2170,56             | 0                          | 0                           |
| Produto 83  | Fábrica 2 | 5390               | 7384,3              | 7996                       | 10954,52                    |
| Produto 83  | Fábrica 3 | 2606               | 7453,16             | 0                          | 0                           |
| Produto 84  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 84  | Fábrica 2 | 23643              | 34045,92            | 28042                      | 40380,48                    |
| Produto 84  | Fábrica 3 | 4399               | 11569,37            | 0                          | 0                           |
| Produto 85  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 85  | Fábrica 2 | 17180              | 23021,2             | 23298                      | 31219,32                    |
| Produto 85  | Fábrica 3 | 6118               | 16885,68            | 0                          | 0                           |
| Produto 97  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 6304                       | 11851,52                    |
| Produto 97  | Fábrica 3 | 6304               | 12040,64            | 0                          | 0                           |
| Produto 98  | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 98  | Fábrica 3 | 2018               | 3814,02             | 2018                       | 3814,02                     |
| Produto 102 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 1362                       | 1893,18                     |
| Produto 102 | Fábrica 3 | 1362               | 2901,06             | 0                          | 0                           |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Nas tabelas de distribuição dos volumes de produção iniciais e otimizados, é possível acompanhar a migração dos volumes de produção dos produtos. Nestas tabelas há produtos como o produto 15, que nas condições iniciais apresentam volumes de produção distribuídos em múltiplas fábricas e após otimizados concentram seu volume total na fábrica em que apresenta menor custo. Por meio destas tabelas também é possível acompanhar casos de produtos como o produto 43, que não apresenta mudanças entre a distribuição do seu volume de produção inicial e otimizado.

Os resultados apresentados anteriormente neste capítulo foram calculados utilizando o suplemento Solver presente no Excel. No processo de cálculo da otimização do sistema de equações, o Solver utiliza o método Simplex para obter o resultado ótimo da função objetivo do problema de programação linear. Com os objetivos de comparar diferentes métodos de otimização para a resolução deste problema e de comparar os resultados obtidos utilizando o Excel com os resultados obtidos por meio da linguagem de programação Python, utilizou-se os mesmos dados do problema de otimização da distribuição do volume dos produtos no ambiente de desenvolvimento Jupyter Notebook, alterando o método de resolução. Os métodos de otimização utilizados para a resolução do problema em Python foram o método de ponto interior e o método Simplex, e foram utilizados os volumes dos produtos em todos os períodos.

A Figura 4.1 apresenta a aplicação do método de ponto interior.

#### **Figura 4.1. Otimização de Todos os Períodos com Python Utilizando o Método de Ponto Interior**

```
otimizacao = linprog(c = custos_reduzidos,
                    A_ub = matriz_ineq,
                    b_ub = capacidades,
                    A_eq = matriz_eq,
                    b_eq = demandas,
                    method = 'interior-point')
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

O resultado encontrado para a função objetivo após a resolução do problema pelo método de ponto interior é igual a R\$: 2.475.636,75, valor igual ao encontrado pelo Solver na resolução do problema de otimização considerando todos os períodos produtivos. O número de iterações necessárias para a resolução do problema pelo método de ponto interior é igual a 12.

Uma outra execução da função linprog para este problema foi realizada, desta vez utilizando como parâmetro o método Simplex. A Figura 4.2 apresenta a aplicação do método Simplex.



## 5.- CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A resolução do problema de otimização dos custos de produção por meio da alteração da alocação dos produtos de uma empresa de bebidas entre suas fábricas foi realizada utilizando métodos de resolução e cenários de produção distintos. O programa Excel foi utilizado neste trabalho para os fins de armazenamento dos dados de volume de produção, custo dos produtos por fábrica e capacidade das fábricas, assim como a linguagem de programação VBA e o suplemento Solver foram utilizados para o pré-processamento dos dados e a execução da otimização dos custos, sendo que o Solver apresenta apenas o método Simplex como opção para resolução de problemas do tipo de programação linear. O ambiente de desenvolvimento em Python Jupyter Notebook também foi utilizado para os fins de pré-processamento dos dados e otimização do sistema, utilizando para isto os métodos Simplex e de ponto interior.

Uma primeira conclusão que pode ser retirada da resolução dos problemas de otimização é a de que a maneira com a qual a alocação dos produtos é feita atualmente na empresa não garante o menor custo possível, tendo em vista que o custo total de produção sofreu uma redução em todos os cenários apresentados. O período que apresentou a menor redução foi o Período 6, com 7% de redução dos custos iniciais após a otimização, enquanto o período que apresentou a maior redução foi o Período 1, no qual obteve-se uma redução de 14% comparando a distribuição ótima com a alocação inicial dos produtos. A redução média dos custos dos períodos foi de 9%.

Somando as reduções de custo encontradas na otimização individual de cada período de produção, encontra-se uma redução total de R\$: 589.983,70. A redução de custos obtida a partir da otimização considerando todos os períodos de produção simultaneamente foi igual a R\$: 593.709,45. Assim, pode-se afirmar também que existe uma vantagem em realizar o processo de otimização considerando o conjunto de períodos.

Comparando o resultado da otimização para todos os períodos obtidos pelo Solver do Excel com os resultados para todos os períodos obtidos utilizando Python, as duas ferramentas de otimização convergiram para o mesmo resultado. Assim, pode-se afirmar que para um problema de programação linear com a quantidade de variáveis e restrições encontradas no problema resolvido, as duas ferramentas apresentam capacidade de resolução do problema. No entanto, ao desenvolver a programação em Python, foi necessário um número menor de linhas de comandos na etapa de elaboração do pré-processamento dos dados. Comparando os métodos Simplex e de ponto interior no Python, o método de ponto interior apresentou um menor número de iterações para atingir o resultado.

Como sugestão para continuidade do trabalho, propõe-se que o método de otimização de programação linear seja utilizado no processo de planejamento da produção nesta empresa de bebidas, tendo em vista que, ao utilizar este método para a otimização da distribuição dos volumes de produção de períodos passados, os resultados obtidos demonstram que há possibilidade de redução de custos.

Outras sugestões podem ser feitas, como a inclusão dos custos de logística, incluindo o transporte dos produtos e armazenamento na formulação do problema de programação linear, além das despesas de produção já presentes no problema. Além disso, este trabalho também levanta o questionamento acerca da adequação das fábricas para que mais produtos desta empresa tenham mais de uma alternativa de produção, afinal foi visto que esta flexibilidade de produção pode gerar uma economia para a empresa. Com isso, propõe-se que sejam levantados os custos de adequação das fábricas para a produção de uma maior diversidade de produtos e as possíveis reduções de custo de produção decorrentes desta adequação, de modo que o montante gasto com os ajustes de uma fábrica seja compensado pela economia obtida pela redução dos custos de produção.

## APÊNDICE A – DADOS DE PRODUÇÃO ANTES DA OTIMIZAÇÃO

**Tabela A.1 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 1 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 3      | 1306                            | X                               | X                               | X                               | 1306             |
| Produto 4      | 558                             | X                               | X                               | X                               | 558              |
| Produto 8      | 814                             | X                               | X                               | X                               | 814              |
| Produto 10     | 3560                            | X                               | X                               | X                               | 3560             |
| Produto 11     | 2310                            | X                               | X                               | X                               | 2310             |
| Produto 12     | 653                             | X                               | X                               | X                               | 653              |
| Produto 13     | 2575                            | X                               | 2320                            | X                               | 4895             |
| Produto 14     | 7918                            | 15797                           | X                               | 0                               | 23715            |
| Produto 15     | 0                               | 1000                            | X                               | 0                               | 1000             |
| Produto 20     | 14357                           | X                               | X                               | X                               | 14357            |
| Produto 21     | 2819                            | X                               | X                               | X                               | 2819             |
| Produto 25     | 314                             | X                               | X                               | X                               | 314              |
| Produto 26     | 363                             | X                               | X                               | X                               | 363              |
| Produto 28     | 845                             | X                               | X                               | X                               | 845              |
| Produto 30     | 3394                            | X                               | X                               | 0                               | 3394             |
| Produto 31     | 2006                            | X                               | X                               | 0                               | 2006             |
| Produto 32     | 5326                            | X                               | X                               | 0                               | 5326             |
| Produto 33     | 6735                            | X                               | X                               | X                               | 6735             |
| Produto 34     | 7197                            | X                               | X                               | X                               | 7197             |
| Produto 36     | 3049                            | 5383                            | 0                               | X                               | 8432             |
| Produto 37     | 0                               | X                               | 940                             | X                               | 940              |
| Produto 38     | 26422                           | 25038                           | 3402                            | X                               | 54862            |
| Produto 39     | X                               | 176                             | X                               | X                               | 176              |
| Produto 40     | X                               | 653                             | X                               | X                               | 653              |
| Produto 41     | X                               | 46202                           | X                               | 0                               | 46202            |
| Produto 42     | X                               | 1136                            | X                               | 0                               | 1136             |
| Produto 45     | X                               | 145                             | X                               | X                               | 145              |
| Produto 46     | X                               | 94                              | X                               | X                               | 94               |
| Produto 47     | 0                               | 3683                            | X                               | 0                               | 3683             |
| Produto 48     | X                               | 426                             | X                               | 0                               | 426              |
| Produto 49     | X                               | 369                             | X                               | X                               | 369              |
| Produto 50     | X                               | 606                             | X                               | X                               | 606              |
| Produto 51     | X                               | 473                             | X                               | X                               | 473              |
| Produto 52     | X                               | 25                              | X                               | X                               | 25               |
| Produto 53     | X                               | 183                             | X                               | X                               | 183              |
| Produto 54     | X                               | 11600                           | X                               | X                               | 11600            |
| Produto 56     | X                               | 113                             | X                               | X                               | 113              |
| Produto 57     | X                               | 164                             | X                               | X                               | 164              |
| Produto 58     | X                               | 12556                           | X                               | X                               | 12556            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.2 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 1 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 59     | X                               | 631                             | X                               | X                               | 631              |
| Produto 62     | X                               | 965                             | X                               | X                               | 965              |
| Produto 63     | X                               | 1126                            | X                               | X                               | 1126             |
| Produto 64     | 0                               | 5980                            | X                               | 0                               | 5980             |
| Produto 65     | X                               | 16829                           | X                               | 100061                          | 116890           |
| Produto 70     | X                               | 15584                           | X                               | X                               | 15584            |
| Produto 71     | X                               | 646                             | X                               | X                               | 646              |
| Produto 73     | X                               | 700                             | X                               | X                               | 700              |
| Produto 74     | 0                               | 16288                           | X                               | X                               | 16288            |
| Produto 78     | X                               | 5111                            | X                               | X                               | 5111             |
| Produto 79     | X                               | 7811                            | X                               | X                               | 7811             |
| Produto 80     | X                               | 25                              | X                               | X                               | 25               |
| Produto 81     | X                               | 2500                            | 0                               | X                               | 2500             |
| Produto 82     | X                               | 2597                            | 0                               | X                               | 2597             |
| Produto 83     | X                               | 0                               | 1688                            | X                               | 1688             |
| Produto 84     | 0                               | 2884                            | 0                               | X                               | 2884             |
| Produto 88     | X                               | X                               | 804                             | X                               | 804              |
| Produto 91     | X                               | X                               | 303                             | X                               | 303              |
| Produto 92     | X                               | X                               | 631                             | X                               | 631              |
| Produto 94     | X                               | X                               | 1543                            | X                               | 1543             |
| Produto 95     | X                               | X                               | 1499                            | X                               | 1499             |
| Produto 97     | 0                               | X                               | 1306                            | X                               | 1306             |
| Produto 98     | 0                               | X                               | 1025                            | X                               | 1025             |
| Produto 99     | X                               | X                               | 236                             | X                               | 236              |
| Produto 100    | X                               | X                               | 236                             | X                               | 236              |
| Produto 101    | X                               | X                               | 94                              | X                               | 94               |
| Produto 102    | 0                               | X                               | 946                             | X                               | 946              |
| Produto 103    | X                               | X                               | 173                             | X                               | 173              |
| Produto 107    | X                               | X                               | 747                             | X                               | 747              |
| Produto 109    | X                               | X                               | X                               | 26698                           | 26698            |
| Produto 112    | X                               | X                               | 717                             | X                               | 717              |
| Produto 114    | X                               | X                               | 291                             | X                               | 291              |
| Produto 116    | X                               | X                               | 177                             | X                               | 177              |
| Produto 119    | X                               | X                               | 390                             | X                               | 390              |
| Produto 124    | X                               | X                               | 1603                            | X                               | 1603             |
| Produto 125    | X                               | X                               | 1150                            | X                               | 1150             |
| Produto 127    | X                               | X                               | 1464                            | X                               | 1464             |
| Produto 136    | X                               | X                               | X                               | 435                             | 435              |
| Produto 137    | X                               | X                               | X                               | 47960                           | 47960            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.3 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 2 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 3      | 2746                            | X                               | X                               | X                               | 2746             |
| Produto 4      | 473                             | X                               | X                               | X                               | 473              |
| Produto 6      | 198                             | X                               | X                               | X                               | 198              |
| Produto 9      | 558                             | X                               | X                               | X                               | 558              |
| Produto 10     | 4933                            | X                               | X                               | X                               | 4933             |
| Produto 11     | 4857                            | X                               | X                               | X                               | 4857             |
| Produto 12     | 2196                            | X                               | X                               | X                               | 2196             |
| Produto 13     | 378                             | X                               | 3172                            | X                               | 3550             |
| Produto 14     | 3972                            | 14700                           | X                               | 0                               | 18672            |
| Produto 15     | 0                               | 6290                            | X                               | 0                               | 6290             |
| Produto 20     | 9667                            | X                               | X                               | X                               | 9667             |
| Produto 21     | 1536                            | X                               | X                               | X                               | 1536             |
| Produto 27     | 672                             | X                               | X                               | X                               | 672              |
| Produto 30     | 2649                            | X                               | X                               | 0                               | 2649             |
| Produto 31     | 945                             | X                               | X                               | 0                               | 945              |
| Produto 32     | 2439                            | X                               | X                               | 0                               | 2439             |
| Produto 34     | 1975                            | X                               | X                               | X                               | 1975             |
| Produto 36     | 6453                            | 6683                            | 0                               | X                               | 13136            |
| Produto 37     | 0                               | X                               | 2029                            | X                               | 2029             |
| Produto 38     | 38079                           | 33193                           | 0                               | X                               | 71272            |
| Produto 39     | X                               | 189                             | X                               | X                               | 189              |
| Produto 40     | X                               | 486                             | X                               | X                               | 486              |
| Produto 41     | X                               | 36287                           | X                               | 0                               | 36287            |
| Produto 42     | X                               | 1215                            | X                               | 0                               | 1215             |
| Produto 43     | X                               | X                               | 0                               | 99813                           | 99813            |
| Produto 45     | X                               | 78                              | X                               | X                               | 78               |
| Produto 46     | X                               | 69                              | X                               | X                               | 69               |
| Produto 47     | 0                               | 2007                            | X                               | 0                               | 2007             |
| Produto 48     | X                               | 520                             | X                               | 0                               | 520              |
| Produto 49     | X                               | 407                             | X                               | X                               | 407              |
| Produto 51     | X                               | 833                             | X                               | X                               | 833              |
| Produto 52     | X                               | 75                              | X                               | X                               | 75               |
| Produto 53     | X                               | 154                             | X                               | X                               | 154              |
| Produto 54     | X                               | 4867                            | X                               | X                               | 4867             |
| Produto 56     | X                               | 28                              | X                               | X                               | 28               |
| Produto 57     | X                               | 50                              | X                               | X                               | 50               |
| Produto 58     | X                               | 16619                           | X                               | X                               | 16619            |
| Produto 59     | X                               | 299                             | X                               | X                               | 299              |
| Produto 60     | X                               | 312                             | X                               | X                               | 312              |
| Produto 62     | X                               | 1164                            | X                               | X                               | 1164             |
| Produto 63     | X                               | 321                             | X                               | X                               | 321              |
| Produto 65     | X                               | 13152                           | X                               | 0                               | 13152            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.4 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 2 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 67     | X                               | 1611                            | X                               | X                               | 1611             |
| Produto 70     | X                               | 820                             | X                               | X                               | 820              |
| Produto 73     | X                               | 375                             | X                               | X                               | 375              |
| Produto 74     | 0                               | 33936                           | X                               | X                               | 33936            |
| Produto 78     | X                               | 7556                            | X                               | X                               | 7556             |
| Produto 79     | X                               | 4390                            | X                               | X                               | 4390             |
| Produto 80     | X                               | 25                              | X                               | X                               | 25               |
| Produto 83     | X                               | 2725                            | 918                             | X                               | 3643             |
| Produto 84     | 0                               | 5652                            | 0                               | X                               | 5652             |
| Produto 86     | X                               | X                               | 454                             | X                               | 454              |
| Produto 87     | X                               | X                               | 110                             | X                               | 110              |
| Produto 88     | X                               | X                               | 1420                            | X                               | 1420             |
| Produto 91     | X                               | X                               | 170                             | X                               | 170              |
| Produto 92     | X                               | X                               | 220                             | X                               | 220              |
| Produto 93     | X                               | X                               | 189                             | X                               | 189              |
| Produto 94     | X                               | X                               | 1448                            | X                               | 1448             |
| Produto 95     | X                               | X                               | 631                             | X                               | 631              |
| Produto 97     | 0                               | X                               | 2159                            | X                               | 2159             |
| Produto 98     | 0                               | X                               | 868                             | X                               | 868              |
| Produto 99     | X                               | X                               | 208                             | X                               | 208              |
| Produto 100    | X                               | X                               | 63                              | X                               | 63               |
| Produto 102    | 0                               | X                               | 312                             | X                               | 312              |
| Produto 103    | X                               | X                               | 31                              | X                               | 31               |
| Produto 104    | X                               | X                               | 1298                            | X                               | 1298             |
| Produto 105    | X                               | X                               | 277                             | X                               | 277              |
| Produto 106    | X                               | X                               | 432                             | X                               | 432              |
| Produto 107    | X                               | X                               | 1461                            | X                               | 1461             |
| Produto 108    | X                               | X                               | 837                             | X                               | 837              |
| Produto 109    | X                               | X                               | X                               | 73908                           | 73908            |
| Produto 110    | X                               | X                               | 200                             | X                               | 200              |
| Produto 112    | X                               | X                               | 970                             | X                               | 970              |
| Produto 113    | X                               | X                               | 282                             | X                               | 282              |
| Produto 118    | X                               | X                               | 290                             | X                               | 290              |
| Produto 120    | X                               | X                               | 606                             | X                               | 606              |
| Produto 122    | X                               | X                               | 625                             | X                               | 625              |
| Produto 123    | X                               | X                               | 222                             | X                               | 222              |
| Produto 125    | X                               | X                               | 1704                            | X                               | 1704             |
| Produto 127    | X                               | X                               | 1931                            | X                               | 1931             |
| Produto 130    | X                               | X                               | X                               | 119420                          | 119420           |
| Produto 132    | X                               | X                               | X                               | 240365                          | 240365           |
| Produto 137    | X                               | X                               | X                               | 69781                           | 69781            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.5 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 3 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 1      | 246                             | X                               | X                               | X                               | 246              |
| Produto 2      | 340                             | X                               | X                               | X                               | 340              |
| Produto 3      | 1666                            | X                               | X                               | X                               | 1666             |
| Produto 5      | 928                             | X                               | X                               | X                               | 928              |
| Produto 7      | 378                             | X                               | X                               | X                               | 378              |
| Produto 10     | 2414                            | X                               | X                               | X                               | 2414             |
| Produto 11     | 1571                            | X                               | X                               | X                               | 1571             |
| Produto 12     | 1401                            | X                               | X                               | X                               | 1401             |
| Produto 13     | 0                               | X                               | 994                             | X                               | 994              |
| Produto 14     | 11290                           | 18320                           | X                               | 0                               | 29610            |
| Produto 15     | 0                               | 10459                           | X                               | 0                               | 10459            |
| Produto 16     | 469                             | X                               | X                               | X                               | 469              |
| Produto 17     | 819                             | X                               | X                               | X                               | 819              |
| Produto 18     | 451                             | X                               | X                               | X                               | 451              |
| Produto 19     | 627                             | X                               | X                               | X                               | 627              |
| Produto 20     | 4947                            | X                               | X                               | X                               | 4947             |
| Produto 22     | 1612                            | X                               | X                               | X                               | 1612             |
| Produto 23     | 354                             | X                               | X                               | X                               | 354              |
| Produto 24     | 634                             | X                               | X                               | X                               | 634              |
| Produto 30     | 2323                            | X                               | X                               | 0                               | 2323             |
| Produto 31     | 4648                            | X                               | X                               | 0                               | 4648             |
| Produto 32     | 1405                            | X                               | X                               | 0                               | 1405             |
| Produto 33     | 10575                           | X                               | X                               | X                               | 10575            |
| Produto 34     | 5093                            | X                               | X                               | X                               | 5093             |
| Produto 36     | 6231                            | 16223                           | 0                               | X                               | 22454            |
| Produto 37     | 2336                            | X                               | 831                             | X                               | 3167             |
| Produto 38     | 20450                           | 2372                            | 270                             | X                               | 23092            |
| Produto 39     | X                               | 44                              | X                               | X                               | 44               |
| Produto 40     | X                               | 287                             | X                               | X                               | 287              |
| Produto 41     | X                               | 26846                           | X                               | 0                               | 26846            |
| Produto 42     | X                               | 615                             | X                               | 0                               | 615              |
| Produto 44     | X                               | 501                             | X                               | X                               | 501              |
| Produto 45     | X                               | 104                             | X                               | X                               | 104              |
| Produto 46     | X                               | 44                              | X                               | X                               | 44               |
| Produto 47     | 0                               | 1259                            | X                               | 0                               | 1259             |
| Produto 48     | X                               | 126                             | X                               | 0                               | 126              |
| Produto 51     | X                               | 587                             | X                               | X                               | 587              |
| Produto 53     | X                               | 104                             | X                               | X                               | 104              |
| Produto 54     | X                               | 4147                            | X                               | X                               | 4147             |
| Produto 56     | X                               | 44                              | X                               | X                               | 44               |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.6 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 3 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 57     | X                               | 56                              | X                               | X                               | 56               |
| Produto 58     | X                               | 3825                            | X                               | X                               | 3825             |
| Produto 59     | X                               | 126                             | X                               | X                               | 126              |
| Produto 61     | X                               | X                               | X                               | 62277                           | 62277            |
| Produto 63     | X                               | 520                             | X                               | X                               | 520              |
| Produto 65     | X                               | 28713                           | X                               | 36920                           | 65633            |
| Produto 69     | X                               | 784                             | X                               | X                               | 784              |
| Produto 70     | X                               | 4897                            | X                               | X                               | 4897             |
| Produto 73     | X                               | 493                             | X                               | X                               | 493              |
| Produto 74     | 0                               | 45645                           | X                               | X                               | 45645            |
| Produto 79     | X                               | 1600                            | X                               | X                               | 1600             |
| Produto 81     | X                               | 2684                            | 0                               | X                               | 2684             |
| Produto 82     | X                               | 2536                            | 672                             | X                               | 3208             |
| Produto 83     | X                               | 2665                            | 0                               | X                               | 2665             |
| Produto 85     | 0                               | 11390                           | 0                               | X                               | 11390            |
| Produto 88     | X                               | X                               | 694                             | X                               | 694              |
| Produto 91     | X                               | X                               | 710                             | X                               | 710              |
| Produto 92     | X                               | X                               | 157                             | X                               | 157              |
| Produto 94     | X                               | X                               | 738                             | X                               | 738              |
| Produto 95     | X                               | X                               | 315                             | X                               | 315              |
| Produto 97     | 0                               | X                               | 880                             | X                               | 880              |
| Produto 99     | X                               | X                               | 255                             | X                               | 255              |
| Produto 100    | X                               | X                               | 189                             | X                               | 189              |
| Produto 104    | X                               | X                               | 1387                            | X                               | 1387             |
| Produto 109    | X                               | X                               | X                               | 39905                           | 39905            |
| Produto 111    | X                               | X                               | 613                             | X                               | 613              |
| Produto 112    | X                               | X                               | 1134                            | X                               | 1134             |
| Produto 115    | X                               | X                               | 204                             | X                               | 204              |
| Produto 117    | X                               | X                               | 115                             | X                               | 115              |
| Produto 120    | X                               | X                               | 506                             | X                               | 506              |
| Produto 121    | X                               | X                               | 1204                            | X                               | 1204             |
| Produto 122    | X                               | X                               | 1115                            | X                               | 1115             |
| Produto 124    | X                               | X                               | 1612                            | X                               | 1612             |
| Produto 125    | X                               | X                               | 881                             | X                               | 881              |
| Produto 127    | X                               | X                               | 1095                            | X                               | 1095             |
| Produto 128    | X                               | X                               | 1451                            | X                               | 1451             |
| Produto 129    | X                               | X                               | 1084                            | X                               | 1084             |
| Produto 132    | X                               | X                               | X                               | 152808                          | 152808           |
| Produto 137    | X                               | X                               | X                               | 44643                           | 44643            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.7 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 4 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Fábrica 1 (I)</b> | <b>Volume Fábrica 2 (I)</b> | <b>Volume Fábrica 3 (I)</b> | <b>Volume Fábrica 4 (I)</b> | <b>Total (I)</b> |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|
| Produto 3      | 615                         | X                           | X                           | X                           | 615              |
| Produto 10     | 1401                        | X                           | X                           | X                           | 1401             |
| Produto 11     | 909                         | X                           | X                           | X                           | 909              |
| Produto 12     | 814                         | X                           | X                           | X                           | 814              |
| Produto 14     | 11059                       | 14525                       | X                           | 0                           | 25584            |
| Produto 15     | 0                           | 18747                       | X                           | 229227                      | 247974           |
| Produto 20     | 9328                        | X                           | X                           | X                           | 9328             |
| Produto 21     | 1690                        | X                           | X                           | X                           | 1690             |
| Produto 28     | 811                         | X                           | X                           | X                           | 811              |
| Produto 30     | 4184                        | X                           | X                           | 0                           | 4184             |
| Produto 31     | 1530                        | X                           | X                           | 0                           | 1530             |
| Produto 32     | 8733                        | X                           | X                           | 0                           | 8733             |
| Produto 36     | 10871                       | 0                           | 0                           | X                           | 10871            |
| Produto 39     | X                           | 176                         | X                           | X                           | 176              |
| Produto 40     | X                           | 546                         | X                           | X                           | 546              |
| Produto 41     | X                           | 10303                       | X                           | 0                           | 10303            |
| Produto 45     | X                           | 91                          | X                           | X                           | 91               |
| Produto 47     | 0                           | 47                          | X                           | 0                           | 47               |
| Produto 49     | X                           | 28                          | X                           | X                           | 28               |
| Produto 50     | X                           | 75                          | X                           | X                           | 75               |
| Produto 52     | X                           | 31                          | X                           | X                           | 31               |
| Produto 53     | X                           | 249                         | X                           | X                           | 249              |
| Produto 54     | X                           | 2727                        | X                           | X                           | 2727             |
| Produto 56     | X                           | 385                         | X                           | X                           | 385              |
| Produto 57     | X                           | 94                          | X                           | X                           | 94               |
| Produto 58     | X                           | 3787                        | X                           | X                           | 3787             |
| Produto 63     | X                           | 274                         | X                           | X                           | 274              |
| Produto 64     | 0                           | 7771                        | X                           | 0                           | 7771             |
| Produto 65     | X                           | 32477                       | X                           | 13570                       | 46047            |
| Produto 68     | X                           | X                           | X                           | 16481                       | 16481            |
| Produto 70     | X                           | 13045                       | X                           | X                           | 13045            |
| Produto 71     | X                           | 1344                        | X                           | X                           | 1344             |
| Produto 74     | 0                           | 11793                       | X                           | X                           | 11793            |
| Produto 79     | X                           | 8986                        | X                           | X                           | 8986             |
| Produto 80     | X                           | 27                          | X                           | X                           | 27               |
| Produto 81     | X                           | 2652                        | 1554                        | X                           | 4206             |
| Produto 84     | 0                           | 5595                        | 750                         | X                           | 6345             |
| Produto 85     | 0                           | 2920                        | 0                           | X                           | 2920             |
| Produto 96     | X                           | X                           | 15                          | X                           | 15               |
| Produto 112    | X                           | X                           | 1323                        | X                           | 1323             |
| Produto 122    | X                           | X                           | 1589                        | X                           | 1589             |
| Produto 124    | X                           | X                           | 2761                        | X                           | 2761             |
| Produto 127    | X                           | X                           | 1474                        | X                           | 1474             |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.8 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 4 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|
| Produto 131    | X                           | X                           | X                           | 41892                       | 41892            |
| Produto 132    | X                           | X                           | X                           | 32458                       | 32458            |
| Produto 134    | X                           | X                           | X                           | 38516                       | 38516            |
| Produto 136    | X                           | X                           | X                           | 29605                       | 29605            |
| Produto 137    | X                           | X                           | X                           | 56966                       | 56966            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.9 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 5 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|
| Produto 3      | 1136                        | X                           | X                           | X                           | 1136             |
| Produto 10     | 1780                        | X                           | X                           | X                           | 1780             |
| Produto 11     | 1316                        | X                           | X                           | X                           | 1316             |
| Produto 12     | 833                         | X                           | X                           | X                           | 833              |
| Produto 14     | 16079                       | 8897                        | X                           | 0                           | 24976            |
| Produto 15     | 39918                       | 53204                       | X                           | 115122                      | 208244           |
| Produto 20     | 8190                        | X                           | X                           | X                           | 8190             |
| Produto 29     | 646                         | X                           | X                           | X                           | 646              |
| Produto 30     | 1680                        | X                           | X                           | 0                           | 1680             |
| Produto 31     | 3809                        | X                           | X                           | 0                           | 3809             |
| Produto 32     | 1656                        | X                           | X                           | 0                           | 1656             |
| Produto 35     | 5968                        | X                           | 0                           | X                           | 5968             |
| Produto 36     | 9060                        | 2829                        | 0                           | X                           | 11889            |
| Produto 38     | 7465                        | 0                           | 0                           | X                           | 7465             |
| Produto 39     | X                           | 195                         | X                           | X                           | 195              |
| Produto 40     | X                           | 325                         | X                           | X                           | 325              |
| Produto 41     | X                           | 14706                       | X                           | 0                           | 14706            |
| Produto 47     | 0                           | 28                          | X                           | 0                           | 28               |
| Produto 49     | X                           | 142                         | X                           | X                           | 142              |
| Produto 52     | X                           | 18                          | X                           | X                           | 18               |
| Produto 53     | X                           | 78                          | X                           | X                           | 78               |
| Produto 54     | X                           | 3579                        | X                           | X                           | 3579             |
| Produto 55     | X                           | 132                         | X                           | X                           | 132              |
| Produto 56     | X                           | 230                         | X                           | X                           | 230              |
| Produto 57     | X                           | 157                         | X                           | X                           | 157              |
| Produto 58     | X                           | 8892                        | X                           | X                           | 8892             |
| Produto 63     | X                           | 473                         | X                           | X                           | 473              |
| Produto 64     | 0                           | 5473                        | X                           | 0                           | 5473             |
| Produto 65     | X                           | 64397                       | X                           | 82638                       | 147035           |
| Produto 68     | X                           | X                           | X                           | 62357                       | 62357            |
| Produto 70     | X                           | 5336                        | X                           | X                           | 5336             |
| Produto 72     | X                           | 295                         | X                           | X                           | 295              |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.10 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 5 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 74     | 0                               | 40129                           | X                               | X                               | 40129            |
| Produto 75     | X                               | 115                             | X                               | X                               | 115              |
| Produto 76     | X                               | X                               | X                               | 9316                            | 9316             |
| Produto 79     | X                               | 6429                            | X                               | X                               | 6429             |
| Produto 80     | X                               | 25                              | X                               | X                               | 25               |
| Produto 81     | X                               | 2420                            | 0                               | X                               | 2420             |
| Produto 82     | X                               | 2497                            | 0                               | X                               | 2497             |
| Produto 84     | 0                               | 6772                            | 570                             | X                               | 7342             |
| Produto 85     | 0                               | 2870                            | 6118                            | X                               | 8988             |
| Produto 89     | X                               | X                               | 94                              | X                               | 94               |
| Produto 90     | X                               | X                               | 126                             | X                               | 126              |
| Produto 93     | X                               | X                               | 18                              | X                               | 18               |
| Produto 94     | X                               | X                               | 151                             | X                               | 151              |
| Produto 95     | X                               | X                               | 157                             | X                               | 157              |
| Produto 96     | X                               | X                               | 78                              | X                               | 78               |
| Produto 97     | 0                               | X                               | 899                             | X                               | 899              |
| Produto 98     | 0                               | X                               | 94                              | X                               | 94               |
| Produto 99     | X                               | X                               | 66                              | X                               | 66               |
| Produto 100    | X                               | X                               | 63                              | X                               | 63               |
| Produto 102    | 0                               | X                               | 104                             | X                               | 104              |
| Produto 107    | X                               | X                               | 1470                            | X                               | 1470             |
| Produto 109    | X                               | X                               | X                               | 35335                           | 35335            |
| Produto 112    | X                               | X                               | 3002                            | X                               | 3002             |
| Produto 120    | X                               | X                               | 886                             | X                               | 886              |
| Produto 122    | X                               | X                               | 3093                            | X                               | 3093             |
| Produto 124    | X                               | X                               | 897                             | X                               | 897              |
| Produto 125    | X                               | X                               | 2402                            | X                               | 2402             |
| Produto 126    | X                               | X                               | 1240                            | X                               | 1240             |
| Produto 127    | X                               | X                               | 896                             | X                               | 896              |
| Produto 131    | X                               | X                               | X                               | 72226                           | 72226            |
| Produto 133    | X                               | X                               | X                               | 26491                           | 26491            |
| Produto 134    | X                               | X                               | X                               | 161102                          | 161102           |
| Produto 136    | X                               | X                               | X                               | 37660                           | 37660            |
| Produto 137    | X                               | X                               | X                               | 36852                           | 36852            |
| Produto 138    | X                               | X                               | X                               | 19079                           | 19079            |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

**Tabela A.11 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 6 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 3      | 3020                            | X                               | X                               | X                               | 3020             |
| Produto 4      | 416                             | X                               | X                               | X                               | 416              |
| Produto 5      | 852                             | X                               | X                               | X                               | 852              |
| Produto 8      | 681                             | X                               | X                               | X                               | 681              |
| Produto 10     | 4384                            | X                               | X                               | X                               | 4384             |
| Produto 11     | 2642                            | X                               | X                               | X                               | 2642             |
| Produto 12     | 1609                            | X                               | X                               | X                               | 1609             |
| Produto 13     | 0                               | X                               | 795                             | X                               | 795              |
| Produto 14     | 14204                           | 11495                           | X                               | 0                               | 25699            |
| Produto 15     | 4106                            | 39629                           | X                               | 140447                          | 184182           |
| Produto 20     | 6792                            | X                               | X                               | X                               | 6792             |
| Produto 21     | 1429                            | X                               | X                               | X                               | 1429             |
| Produto 26     | 795                             | X                               | X                               | X                               | 795              |
| Produto 29     | 301                             | X                               | X                               | X                               | 301              |
| Produto 30     | 2805                            | X                               | X                               | 0                               | 2805             |
| Produto 31     | 3650                            | X                               | X                               | 0                               | 3650             |
| Produto 32     | 4676                            | X                               | X                               | 0                               | 4676             |
| Produto 33     | 5459                            | X                               | X                               | X                               | 5459             |
| Produto 34     | 2888                            | X                               | X                               | X                               | 2888             |
| Produto 36     | 8165                            | 0                               | 5958                            | X                               | 14123            |
| Produto 37     | 2073                            | X                               | 0                               | X                               | 2073             |
| Produto 38     | 24852                           | 0                               | 0                               | X                               | 24852            |
| Produto 39     | X                               | 290                             | X                               | X                               | 290              |
| Produto 40     | X                               | 511                             | X                               | X                               | 511              |
| Produto 41     | X                               | 28996                           | X                               | 0                               | 28996            |
| Produto 43     | X                               | X                               | 0                               | 74645                           | 74645            |
| Produto 45     | X                               | 12                              | X                               | X                               | 12               |
| Produto 46     | X                               | 25                              | X                               | X                               | 25               |
| Produto 47     | 0                               | 454                             | X                               | 0                               | 454              |
| Produto 49     | X                               | 94                              | X                               | X                               | 94               |
| Produto 50     | X                               | 426                             | X                               | X                               | 426              |
| Produto 52     | X                               | 63                              | X                               | X                               | 63               |
| Produto 53     | X                               | 170                             | X                               | X                               | 170              |
| Produto 54     | X                               | 7660                            | X                               | X                               | 7660             |
| Produto 56     | X                               | 195                             | X                               | X                               | 195              |
| Produto 57     | X                               | 157                             | X                               | X                               | 157              |
| Produto 58     | X                               | 12329                           | X                               | X                               | 12329            |
| Produto 61     | X                               | X                               | X                               | 66261                           | 66261            |
| Produto 63     | X                               | 321                             | X                               | X                               | 321              |
| Produto 64     | 0                               | 14940                           | X                               | 0                               | 14940            |
| Produto 65     | X                               | 21843                           | X                               | 88272                           | 110115           |
| Produto 66     | X                               | 9545                            | X                               | X                               | 9545             |
| Produto 68     | X                               | X                               | X                               | 10203                           | 10203            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.12 – Volumes de Produção dos Produtos em cada Fábrica no Período 6 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 70     | X                               | 15688                           | X                               | X                               | 15688            |
| Produto 71     | X                               | 968                             | X                               | X                               | 968              |
| Produto 72     | X                               | 252                             | X                               | X                               | 252              |
| Produto 74     | 0                               | 48059                           | X                               | X                               | 48059            |
| Produto 76     | X                               | X                               | X                               | 28595                           | 28595            |
| Produto 77     | X                               | 5700                            | X                               | X                               | 5700             |
| Produto 79     | X                               | 6884                            | X                               | X                               | 6884             |
| Produto 80     | X                               | 22                              | X                               | X                               | 22               |
| Produto 81     | X                               | 0                               | 1318                            | X                               | 1318             |
| Produto 82     | X                               | 1284                            | 0                               | X                               | 1284             |
| Produto 84     | 0                               | 2740                            | 3079                            | X                               | 5819             |
| Produto 86     | X                               | X                               | 217                             | X                               | 217              |
| Produto 87     | X                               | X                               | 110                             | X                               | 110              |
| Produto 88     | X                               | X                               | 252                             | X                               | 252              |
| Produto 94     | X                               | X                               | 909                             | X                               | 909              |
| Produto 95     | X                               | X                               | 426                             | X                               | 426              |
| Produto 97     | 0                               | X                               | 1060                            | X                               | 1060             |
| Produto 98     | 0                               | X                               | 31                              | X                               | 31               |
| Produto 109    | X                               | X                               | X                               | 19759                           | 19759            |
| Produto 112    | X                               | X                               | 1366                            | X                               | 1366             |
| Produto 120    | X                               | X                               | 920                             | X                               | 920              |
| Produto 126    | X                               | X                               | 63                              | X                               | 63               |
| Produto 127    | X                               | X                               | 998                             | X                               | 998              |
| Produto 131    | X                               | X                               | X                               | 250247                          | 250247           |
| Produto 133    | X                               | X                               | X                               | 56911                           | 56911            |
| Produto 134    | X                               | X                               | X                               | 144414                          | 144414           |
| Produto 135    | X                               | X                               | X                               | 6300                            | 6300             |
| Produto 136    | X                               | X                               | X                               | 61569                           | 61569            |
| Produto 137    | X                               | X                               | X                               | 183082                          | 183082           |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.13 – Volumes dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 1      | 246                             | X                               | X                               | X                               | 246              |
| Produto 2      | 340                             | X                               | X                               | X                               | 340              |
| Produto 3      | 10489                           | X                               | X                               | X                               | 10489            |
| Produto 4      | 1447                            | X                               | X                               | X                               | 1447             |
| Produto 5      | 1780                            | X                               | X                               | X                               | 1780             |
| Produto 6      | 198                             | X                               | X                               | X                               | 198              |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.14 – Volumes dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 7      | 378                             | X                               | X                               | X                               | 378              |
| Produto 8      | 1495                            | X                               | X                               | X                               | 1495             |
| Produto 9      | 558                             | X                               | X                               | X                               | 558              |
| Produto 10     | 18472                           | X                               | X                               | X                               | 18472            |
| Produto 11     | 13605                           | X                               | X                               | X                               | 13605            |
| Produto 12     | 7506                            | X                               | X                               | X                               | 7506             |
| Produto 13     | 2953                            | X                               | 7281                            | X                               | 10234            |
| Produto 14     | 64522                           | 83734                           | X                               | 0                               | 148256           |
| Produto 15     | 44024                           | 129329                          | X                               | 484796                          | 658149           |
| Produto 16     | 469                             | X                               | X                               | X                               | 469              |
| Produto 17     | 819                             | X                               | X                               | X                               | 819              |
| Produto 18     | 451                             | X                               | X                               | X                               | 451              |
| Produto 19     | 627                             | X                               | X                               | X                               | 627              |
| Produto 20     | 53281                           | X                               | X                               | X                               | 53281            |
| Produto 21     | 7474                            | X                               | X                               | X                               | 7474             |
| Produto 22     | 1612                            | X                               | X                               | X                               | 1612             |
| Produto 23     | 354                             | X                               | X                               | X                               | 354              |
| Produto 24     | 634                             | X                               | X                               | X                               | 634              |
| Produto 25     | 314                             | X                               | X                               | X                               | 314              |
| Produto 26     | 1158                            | X                               | X                               | X                               | 1158             |
| Produto 27     | 672                             | X                               | X                               | X                               | 672              |
| Produto 28     | 1656                            | X                               | X                               | X                               | 1656             |
| Produto 29     | 947                             | X                               | X                               | X                               | 947              |
| Produto 30     | 17035                           | X                               | X                               | 0                               | 17035            |
| Produto 31     | 16588                           | X                               | X                               | 0                               | 16588            |
| Produto 32     | 24235                           | X                               | X                               | 0                               | 24235            |
| Produto 33     | 22769                           | X                               | X                               | X                               | 22769            |
| Produto 34     | 17153                           | X                               | X                               | X                               | 17153            |
| Produto 35     | 5968                            | X                               | 0                               | X                               | 5968             |
| Produto 36     | 43829                           | 31118                           | 5958                            | X                               | 80905            |
| Produto 37     | 4409                            | X                               | 3800                            | X                               | 8209             |
| Produto 38     | 117268                          | 60603                           | 3672                            | X                               | 181543           |
| Produto 39     | X                               | 1070                            | X                               | X                               | 1070             |
| Produto 40     | X                               | 2808                            | X                               | X                               | 2808             |
| Produto 41     | X                               | 163340                          | X                               | 0                               | 163340           |
| Produto 42     | X                               | 2966                            | X                               | 0                               | 2966             |
| Produto 43     | X                               | X                               | 0                               | 174458                          | 174458           |
| Produto 44     | X                               | 501                             | X                               | X                               | 501              |
| Produto 45     | X                               | 430                             | X                               | X                               | 430              |
| Produto 46     | X                               | 232                             | X                               | X                               | 232              |
| Produto 47     | 0                               | 7478                            | X                               | 0                               | 7478             |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.15 – Volumes dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 3**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 48     | X                               | 1072                            | X                               | 0                               | 1072             |
| Produto 49     | X                               | 1040                            | X                               | X                               | 1040             |
| Produto 50     | X                               | 1107                            | X                               | X                               | 1107             |
| Produto 51     | X                               | 1893                            | X                               | X                               | 1893             |
| Produto 52     | X                               | 212                             | X                               | X                               | 212              |
| Produto 53     | X                               | 938                             | X                               | X                               | 938              |
| Produto 54     | X                               | 34580                           | X                               | X                               | 34580            |
| Produto 55     | X                               | 132                             | X                               | X                               | 132              |
| Produto 56     | X                               | 995                             | X                               | X                               | 995              |
| Produto 57     | X                               | 678                             | X                               | X                               | 678              |
| Produto 58     | X                               | 58008                           | X                               | X                               | 58008            |
| Produto 59     | X                               | 1056                            | X                               | X                               | 1056             |
| Produto 60     | X                               | 312                             | X                               | X                               | 312              |
| Produto 61     | X                               | X                               | X                               | 128538                          | 128538           |
| Produto 62     | X                               | 2129                            | X                               | X                               | 2129             |
| Produto 63     | X                               | 3035                            | X                               | X                               | 3035             |
| Produto 64     | 0                               | 34164                           | X                               | 0                               | 34164            |
| Produto 65     | X                               | 177411                          | X                               | 321461                          | 498872           |
| Produto 66     | X                               | 9545                            | X                               | X                               | 9545             |
| Produto 67     | X                               | 1611                            | X                               | X                               | 1611             |
| Produto 68     | X                               | X                               | X                               | 89041                           | 89041            |
| Produto 69     | X                               | 784                             | X                               | X                               | 784              |
| Produto 70     | X                               | 55370                           | X                               | X                               | 55370            |
| Produto 71     | X                               | 2958                            | X                               | X                               | 2958             |
| Produto 72     | X                               | 547                             | X                               | X                               | 547              |
| Produto 73     | X                               | 1568                            | X                               | X                               | 1568             |
| Produto 74     | 0                               | 195850                          | X                               | X                               | 195850           |
| Produto 75     | X                               | 115                             | X                               | X                               | 115              |
| Produto 76     | X                               | X                               | X                               | 37911                           | 37911            |
| Produto 77     | X                               | 5700                            | X                               | X                               | 5700             |
| Produto 78     | X                               | 12667                           | X                               | X                               | 12667            |
| Produto 79     | X                               | 36100                           | X                               | X                               | 36100            |
| Produto 80     | X                               | 124                             | X                               | X                               | 124              |
| Produto 81     | X                               | 10256                           | 2872                            | X                               | 13128            |
| Produto 82     | X                               | 8914                            | 672                             | X                               | 9586             |
| Produto 83     | X                               | 5390                            | 2606                            | X                               | 7996             |
| Produto 84     | 0                               | 23643                           | 4399                            | X                               | 28042            |
| Produto 85     | 0                               | 17180                           | 6118                            | X                               | 23298            |
| Produto 86     | X                               | X                               | 671                             | X                               | 671              |
| Produto 87     | X                               | X                               | 220                             | X                               | 220              |
| Produto 88     | X                               | X                               | 3170                            | X                               | 3170             |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.16 – Volumes dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 4**

| <b>Produto</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume<br/>Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Produto 89     | X                               | X                               | 94                              | X                               | 94               |
| Produto 90     | X                               | X                               | 126                             | X                               | 126              |
| Produto 91     | X                               | X                               | 1183                            | X                               | 1183             |
| Produto 92     | X                               | X                               | 1008                            | X                               | 1008             |
| Produto 93     | X                               | X                               | 207                             | X                               | 207              |
| Produto 94     | X                               | X                               | 4789                            | X                               | 4789             |
| Produto 95     | X                               | X                               | 3028                            | X                               | 3028             |
| Produto 96     | X                               | X                               | 93                              | X                               | 93               |
| Produto 97     | 0                               | X                               | 6304                            | X                               | 6304             |
| Produto 98     | 0                               | X                               | 2018                            | X                               | 2018             |
| Produto 99     | X                               | X                               | 765                             | X                               | 765              |
| Produto 100    | X                               | X                               | 551                             | X                               | 551              |
| Produto 101    | X                               | X                               | 94                              | X                               | 94               |
| Produto 102    | 0                               | X                               | 1362                            | X                               | 1362             |
| Produto 103    | X                               | X                               | 204                             | X                               | 204              |
| Produto 104    | X                               | X                               | 2685                            | X                               | 2685             |
| Produto 105    | X                               | X                               | 277                             | X                               | 277              |
| Produto 106    | X                               | X                               | 432                             | X                               | 432              |
| Produto 107    | X                               | X                               | 3678                            | X                               | 3678             |
| Produto 108    | X                               | X                               | 837                             | X                               | 837              |
| Produto 109    | X                               | X                               | X                               | 195605                          | 195605           |
| Produto 110    | X                               | X                               | 200                             | X                               | 200              |
| Produto 111    | X                               | X                               | 613                             | X                               | 613              |
| Produto 112    | X                               | X                               | 8512                            | X                               | 8512             |
| Produto 113    | X                               | X                               | 282                             | X                               | 282              |
| Produto 114    | X                               | X                               | 291                             | X                               | 291              |
| Produto 115    | X                               | X                               | 204                             | X                               | 204              |
| Produto 116    | X                               | X                               | 177                             | X                               | 177              |
| Produto 117    | X                               | X                               | 115                             | X                               | 115              |
| Produto 118    | X                               | X                               | 290                             | X                               | 290              |
| Produto 119    | X                               | X                               | 390                             | X                               | 390              |
| Produto 120    | X                               | X                               | 2918                            | X                               | 2918             |
| Produto 121    | X                               | X                               | 1204                            | X                               | 1204             |
| Produto 122    | X                               | X                               | 6422                            | X                               | 6422             |
| Produto 123    | X                               | X                               | 222                             | X                               | 222              |
| Produto 124    | X                               | X                               | 6873                            | X                               | 6873             |
| Produto 125    | X                               | X                               | 6137                            | X                               | 6137             |
| Produto 126    | X                               | X                               | 1303                            | X                               | 1303             |
| Produto 127    | X                               | X                               | 7858                            | X                               | 7858             |
| Produto 128    | X                               | X                               | 1451                            | X                               | 1451             |
| Produto 129    | X                               | X                               | 1084                            | X                               | 1084             |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.17 – Volumes dos Produtos em cada Fábrica em todos Períodos Parte 5**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Fábrica 1 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 2 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 3 (l)</b> | <b>Volume Fábrica 4 (l)</b> | <b>Total (l)</b> |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|
| Produto 130    | X                           | X                           | X                           | 119420                      | 119420           |
| Produto 131    | X                           | X                           | X                           | 364365                      | 364365           |
| Produto 132    | X                           | X                           | X                           | 425631                      | 425631           |
| Produto 133    | X                           | X                           | X                           | 83402                       | 83402            |
| Produto 134    | X                           | X                           | X                           | 344032                      | 344032           |
| Produto 135    | X                           | X                           | X                           | 6300                        | 6300             |
| Produto 136    | X                           | X                           | X                           | 129269                      | 129269           |
| Produto 137    | X                           | X                           | X                           | 439284                      | 439284           |
| Produto 138    | X                           | X                           | X                           | 19079                       | 19079            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.18 – Produção por Fábrica por Período**

| <b>Fábrica</b> | <b>Período</b> | <b>Capacidade Produção Total (l)</b> | <b>Volume Total (l)</b> | <b>Volume Produção Obrigatória (l)</b> | <b>Capacidade Produção Não Obrigatória (l)</b> |
|----------------|----------------|--------------------------------------|-------------------------|--|--|
| Fábrica 1      | 1              | 94690                                | 92521                   | 41831                                  | 52859  |
| Fábrica 1      | 2              | 94690                                | 84726                   | 29811                                  | 64879  |
| Fábrica 1      | 3              | 94690                                | 83208                   | 33939                                  | 60751  |
| Fábrica 1      | 4              | 94690                                | 51945                   | 14953                                  | 79737  |
| Fábrica 1      | 5              | 94690                                | 99536                   | 12765                                  | 81925  |
| Fábrica 1      | 6              | 94690                                | 95799                   | 26980                                  | 67710  |
| Fábrica 2      | 1              | 233585                               | 205499                  | 59756                                  | 173829   |
| Fábrica 2      | 2              | 233585                               | 197088                  | 40728                                  | 192857   |
| Fábrica 2      | 3              | 233585                               | 188016                  | 18163                                  | 215422   |
| Fábrica 2      | 4              | 233585                               | 138695                  | 31865                                  | 201720   |
| Fábrica 2      | 5              | 233585                               | 230643                  | 26421                                  | 207164   |
| Fábrica 2      | 6              | 233585                               | 230752                  | 61312                                  | 172273   |
| Fábrica 3      | 1              | 25560                                | 23685                   | 12058                                  | 13502  |
| Fábrica 3      | 2              | 25560                                | 25537                   | 16079                                  | 9481   |
| Fábrica 3      | 3              | 25560                                | 19106                   | 15459                                  | 10101  |
| Fábrica 3      | 4              | 25560                                | 9466                    | 7162                                   | 18398  |
| Fábrica 3      | 5              | 25560                                | 22424                   | 14639                                  | 10921  |
| Fábrica 3      | 6              | 25560                                | 17502                   | 5261                                   | 20299  |
| Fábrica 4      | 1              | 1262600                              | 175154                  | 75093                                  | 1187507  |
| Fábrica 4      | 2              | 1262600                              | 603287                  | 503474                                 | 759126   |
| Fábrica 4      | 3              | 1262600                              | 336553                  | 299633                                 | 962967   |
| Fábrica 4      | 4              | 1262600                              | 458715                  | 215918                                 | 1046682  |
| Fábrica 4      | 5              | 1262600                              | 658178                  | 460418                                 | 802182   |
| Fábrica 4      | 6              | 1262600                              | 1130705                 | 827341                                 | 435259   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela A.19 – Custo de Produção Por Fábrica Parte 1

| Produto    | Custo<br>Fábrica 1<br>(R\$) | Custo<br>Fábrica 2<br>(R\$) | Custo<br>Fábrica 3<br>(R\$) | Custo<br>Fábrica 4<br>(R\$) | Alternativas de<br>Produção |
|------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Produto 1  | 1,72                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 2  | 2,02                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 3  | 2                           | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 4  | 3,19                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 5  | 16,92                       | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 6  | 2,54                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 7  | 1,35                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 8  | 3,6                         | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 9  | 1,4                         | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 10 | 1,71                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 11 | 1,27                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 12 | 1,24                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 13 | 1,34                        | 0                           | 1,79                        | 0                           | 2                           |
| Produto 14 | 2,25                        | 1,27                        | 0                           | 0,91                        | 3                           |
| Produto 15 | 1,86                        | 1,25                        | 0                           | 1                           | 3                           |
| Produto 16 | 3,8                         | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 17 | 2,49                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 18 | 4,31                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 19 | 3,2                         | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 20 | 2,91                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 21 | 4,12                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 22 | 3,33                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 23 | 4,55                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 24 | 3,47                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 25 | 5,1                         | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 26 | 4,57                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 27 | 2,12                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 28 | 3,86                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 29 | 9,47                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 30 | 2,66                        | 0                           | 0                           | 0,99                        | 2                           |
| Produto 31 | 2,23                        | 0                           | 0                           | 1,31                        | 2                           |
| Produto 32 | 2,13                        | 0                           | 0                           | 1,17                        | 2                           |
| Produto 33 | 1,98                        | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 34 | 2,2                         | 0                           | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 35 | 2,88                        | 0                           | 2,26                        | 0                           | 2                           |
| Produto 36 | 2,71                        | 1,69                        | 2,66                        | 0                           | 3                           |
| Produto 37 | 3,17                        | 0                           | 2,94                        | 0                           | 2                           |
| Produto 38 | 2,03                        | 1,02                        | 2,54                        | 0                           | 3                           |
| Produto 39 | 0                           | 0,81                        | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 40 | 0                           | 0,86                        | 0                           | 0                           | 1                           |
| Produto 41 | 0                           | 0,79                        | 0                           | 0,45                        | 2                           |
| Produto 42 | 0                           | 0,78                        | 0                           | 0,45                        | 2                           |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela A.20 – Custo de Produção Por Fábrica Parte 2

| <b>Produto</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 1<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 2<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 3<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 4<br/>(R\$)</b> | <b>Alternativas de<br/>Produção</b> |
|----------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| Produto 43     | 0                                    | 0                                    | 2,67                                 | 0,93                                 | 2                                   |
| Produto 44     | 0                                    | 0,72                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 45     | 0                                    | 0,7                                  | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 46     | 0                                    | 0,65                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 47     | 1,59                                 | 0,63                                 | 0                                    | 0,32                                 | 3                                   |
| Produto 48     | 0                                    | 0,62                                 | 0                                    | 0,32                                 | 2                                   |
| Produto 49     | 0                                    | 0,77                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 50     | 0                                    | 0,72                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 51     | 0                                    | 0,88                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 52     | 0                                    | 0,85                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 53     | 0                                    | 0,87                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 54     | 0                                    | 0,84                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 55     | 0                                    | 1,16                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 56     | 0                                    | 0,7                                  | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 57     | 0                                    | 0,67                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 58     | 0                                    | 0,66                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 59     | 0                                    | 0,65                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 60     | 0                                    | 0,66                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 61     | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 0,99                                 | 1                                   |
| Produto 62     | 0                                    | 0,68                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 63     | 0                                    | 1,37                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 64     | 2,57                                 | 1,87                                 | 0                                    | 1,23                                 | 3                                   |
| Produto 65     | 0                                    | 1,34                                 | 0                                    | 1,06                                 | 2                                   |
| Produto 66     | 0                                    | 1,38                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 67     | 0                                    | 2,45                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 68     | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,48                                 | 1                                   |
| Produto 69     | 0                                    | 1,26                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 70     | 0                                    | 1,34                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 71     | 0                                    | 1,5                                  | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 72     | 0                                    | 1,61                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 73     | 0                                    | 1,43                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 74     | 2,4                                  | 1,4                                  | 0                                    | 0                                    | 2                                   |
| Produto 75     | 0                                    | 5,05                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 76     | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,15                                 | 1                                   |
| Produto 77     | 0                                    | 1,29                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 78     | 0                                    | 1,29                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 79     | 0                                    | 1,96                                 | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 80     | 0                                    | 0,4                                  | 0                                    | 0                                    | 1                                   |
| Produto 81     | 0                                    | 3,33                                 | 2,63                                 | 0                                    | 2                                   |
| Produto 82     | 0                                    | 2,39                                 | 3,23                                 | 0                                    | 2                                   |
| Produto 83     | 0                                    | 1,37                                 | 2,86                                 | 0                                    | 2                                   |
| Produto 84     | 1,6                                  | 1,44                                 | 2,63                                 | 0                                    | 3                                   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela A.21 – Custo de Produção Por Fábrica Parte 3

| <b>Produto</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 1<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 2<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 3<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 4<br/>(R\$)</b> | <b>Alternativas de<br/>Produção</b> |
|----------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| Produto 85     | 1,84                                 | 1,34                                 | 2,76                                 | 0                                    | 3                                   |
| Produto 86     | 0                                    | 0                                    | 1,85                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 87     | 0                                    | 0                                    | 1,75                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 88     | 0                                    | 0                                    | 1,77                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 89     | 0                                    | 0                                    | 2,25                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 90     | 0                                    | 0                                    | 2,24                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 91     | 0                                    | 0                                    | 2,44                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 92     | 0                                    | 0                                    | 2,42                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 93     | 0                                    | 0                                    | 3,77                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 94     | 0                                    | 0                                    | 1,97                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 95     | 0                                    | 0                                    | 1,95                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 96     | 0                                    | 0                                    | 3,07                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 97     | 1,88                                 | 0                                    | 1,91                                 | 0                                    | 2                                   |
| Produto 98     | 1,89                                 | 0                                    | 1,89                                 | 0                                    | 2                                   |
| Produto 99     | 0                                    | 0                                    | 2,32                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 100    | 0                                    | 0                                    | 2,3                                  | 0                                    | 1                                   |
| Produto 101    | 0                                    | 0                                    | 1,84                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 102    | 1,39                                 | 0                                    | 2,13                                 | 0                                    | 2                                   |
| Produto 103    | 0                                    | 0                                    | 2,12                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 104    | 0                                    | 0                                    | 6,23                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 105    | 0                                    | 0                                    | 2,51                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 106    | 0                                    | 0                                    | 2,15                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 107    | 0                                    | 0                                    | 2,61                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 108    | 0                                    | 0                                    | 2,95                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 109    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,29                                 | 1                                   |
| Produto 110    | 0                                    | 0                                    | 3,16                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 111    | 0                                    | 0                                    | 2,75                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 112    | 0                                    | 0                                    | 3,5                                  | 0                                    | 1                                   |
| Produto 113    | 0                                    | 0                                    | 5,35                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 114    | 0                                    | 0                                    | 5,35                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 115    | 0                                    | 0                                    | 5,35                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 116    | 0                                    | 0                                    | 5,35                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 117    | 0                                    | 0                                    | 5,35                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 118    | 0                                    | 0                                    | 3,06                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 119    | 0                                    | 0                                    | 7,17                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 120    | 0                                    | 0                                    | 4,48                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 121    | 0                                    | 0                                    | 3,04                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 122    | 0                                    | 0                                    | 6,59                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 123    | 0                                    | 0                                    | 2,94                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 124    | 0                                    | 0                                    | 3,62                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 125    | 0                                    | 0                                    | 3,06                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 126    | 0                                    | 0                                    | 2,83                                 | 0                                    | 1                                   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela A.22 – Custo de Produção Por Fábrica Parte 4**

| <b>Produto</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 1<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 2<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 3<br/>(R\$)</b> | <b>Custo<br/>Fábrica 4<br/>(R\$)</b> | <b>Alternativas de<br/>Produção</b> |
|----------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| Produto 127    | 0                                    | 0                                    | 5,79                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 128    | 0                                    | 0                                    | 2,95                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 129    | 0                                    | 0                                    | 3,14                                 | 0                                    | 1                                   |
| Produto 130    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,01                                 | 1                                   |
| Produto 131    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,01                                 | 1                                   |
| Produto 132    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 0,99                                 | 1                                   |
| Produto 133    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 0,71                                 | 1                                   |
| Produto 134    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,01                                 | 1                                   |
| Produto 135    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 2,25                                 | 1                                   |
| Produto 136    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,3                                  | 1                                   |
| Produto 137    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 0,88                                 | 1                                   |
| Produto 138    | 0                                    | 0                                    | 0                                    | 1,38                                 | 1                                   |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

## APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DAS PLANILHAS DE EXCEL E DESCRIÇÃO DA MACRO QUE ORGANIZA A PLANILHA APOIO

A Figura B.1 contém a base de volumes de produção de cada produto em cada uma das fábricas nos períodos de 1 a 6. Além disso, esta planilha apresenta as colunas “Chave”, na qual são concatenados o nome da fábrica e o nome do produto produzido, “Alternativas de Produção”, com a classificação do produto de acordo com o número de fábricas onde seria possível produzi-lo , e “Volume Total”, que contém para cada linha da tabela, ou para cada “chave” a soma dos volumes de todos os períodos. Esta coluna “Chave” irá apresentar um valor único para cada linha da tabela. Esta característica será utilizada após a otimização para construir a tabela de comparação entre a distribuição real dos volumes e após a otimização.

**Figura B.1. Planilha de Volumes**

|    | A                    | B         | C          | D                        | E                | F                | G                | H                | I                | J                | K            |
|----|----------------------|-----------|------------|--------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| 1  | Chave                | Fábrica   | Produto    | Alternativas de produção | Volume Período 1 | Volume Período 2 | Volume Período 3 | Volume Período 4 | Volume Período 5 | Volume Período 6 | Volume Total |
| 2  | Fábrica 1_Produto 1  | Fábrica 1 | Produto 1  | 1                        | 0                | 0                | 246              | 0                | 0                | 0                | 246          |
| 3  | Fábrica 1_Produto 2  | Fábrica 1 | Produto 2  | 1                        | 0                | 0                | 340              | 0                | 0                | 0                | 340          |
| 4  | Fábrica 1_Produto 3  | Fábrica 1 | Produto 3  | 1                        | 1306             | 2746             | 1666             | 615              | 1136             | 3020             | 10489        |
| 5  | Fábrica 1_Produto 4  | Fábrica 1 | Produto 4  | 1                        | 558              | 473              | 0                | 0                | 0                | 416              | 1447         |
| 6  | Fábrica 1_Produto 5  | Fábrica 1 | Produto 5  | 1                        | 0                | 0                | 928              | 0                | 0                | 852              | 1780         |
| 7  | Fábrica 1_Produto 6  | Fábrica 1 | Produto 6  | 1                        | 0                | 198              | 0                | 0                | 0                | 0                | 198          |
| 8  | Fábrica 1_Produto 7  | Fábrica 1 | Produto 7  | 1                        | 0                | 0                | 378              | 0                | 0                | 0                | 378          |
| 9  | Fábrica 1_Produto 8  | Fábrica 1 | Produto 8  | 1                        | 814              | 0                | 0                | 0                | 0                | 681              | 1495         |
| 10 | Fábrica 1_Produto 9  | Fábrica 1 | Produto 9  | 1                        | 0                | 558              | 0                | 0                | 0                | 0                | 558          |
| 11 | Fábrica 1_Produto 10 | Fábrica 1 | Produto 10 | 1                        | 3560             | 4933             | 2414             | 1401             | 1780             | 4384             | 18472        |
| 12 | Fábrica 1_Produto 11 | Fábrica 1 | Produto 11 | 1                        | 2310             | 4857             | 1571             | 909              | 1316             | 2642             | 13605        |
| 13 | Fábrica 1_Produto 12 | Fábrica 1 | Produto 12 | 1                        | 653              | 2196             | 1401             | 814              | 833              | 1609             | 7506         |
| 14 | Fábrica 1_Produto 13 | Fábrica 1 | Produto 13 | 2                        | 2575             | 378              | 0                | 0                | 0                | 0                | 2953         |
| 15 | Fábrica 1_Produto 14 | Fábrica 1 | Produto 14 | 3                        | 7918             | 3972             | 11290            | 11059            | 16079            | 14204            | 64522        |
| 16 | Fábrica 1_Produto 15 | Fábrica 1 | Produto 15 | 3                        | 0                | 0                | 0                | 0                | 39918            | 4106             | 44024        |
| 17 | Fábrica 1_Produto 16 | Fábrica 1 | Produto 16 | 1                        | 0                | 0                | 469              | 0                | 0                | 0                | 469          |
| 18 | Fábrica 1_Produto 17 | Fábrica 1 | Produto 17 | 1                        | 0                | 0                | 819              | 0                | 0                | 0                | 819          |
| 19 | Fábrica 1_Produto 18 | Fábrica 1 | Produto 18 | 1                        | 0                | 0                | 451              | 0                | 0                | 0                | 451          |
| 20 | Fábrica 1_Produto 19 | Fábrica 1 | Produto 19 | 1                        | 0                | 0                | 627              | 0                | 0                | 0                | 627          |
| 21 | Fábrica 1_Produto 20 | Fábrica 1 | Produto 20 | 1                        | 14357            | 9667             | 4947             | 9328             | 8190             | 6792             | 53281        |
| 22 | Fábrica 1_Produto 21 | Fábrica 1 | Produto 21 | 1                        | 2819             | 1536             | 0                | 1690             | 0                | 1429             | 7474         |
| 23 | Fábrica 1_Produto 22 | Fábrica 1 | Produto 22 | 1                        | 0                | 0                | 1612             | 0                | 0                | 0                | 1612         |
| 24 | Fábrica 1_Produto 23 | Fábrica 1 | Produto 23 | 1                        | 0                | 0                | 354              | 0                | 0                | 0                | 354          |
| 25 | Fábrica 1_Produto 24 | Fábrica 1 | Produto 24 | 1                        | 0                | 0                | 634              | 0                | 0                | 0                | 634          |
| 26 | Fábrica 1_Produto 25 | Fábrica 1 | Produto 25 | 1                        | 314              | 0                | 0                | 0                | 0                | 0                | 314          |
| 27 | Fábrica 1_Produto 26 | Fábrica 1 | Produto 26 | 1                        | 363              | 0                | 0                | 0                | 0                | 795              | 1158         |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Na Figura B.2 é apresentada a base de custos de produção, na qual se encontram os custos de produção de cada um dos produtos nas fábricas aptas a produzi-los, sendo que caso um produto não possa ser produzido em uma determinada fábrica, o valor do custo de produção nesta tabela será igual a 0.

Figura B.2. Planilha de Custos

|    | A              | B                | C                | D                | E                | F                               | G | H | I | J | K | L | M |
|----|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|---------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  | <b>Produto</b> | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Alternativas de Produção</b> |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | Produto 1      | 1,72             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | Produto 2      | 2,02             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  | Produto 3      | 2                | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  | Produto 4      | 3,19             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  | Produto 5      | 16,92            | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  | Produto 6      | 2,54             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  | Produto 7      | 1,35             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  | Produto 8      | 3,6              | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 | Produto 9      | 1,4              | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 | Produto 10     | 1,71             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 | Produto 11     | 1,27             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 13 | Produto 12     | 1,24             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 14 | Produto 13     | 1,34             | 0                | 1,79             | 0                | 2                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 15 | Produto 14     | 2,25             | 1,27             | 0                | 0,91             | 3                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 16 | Produto 15     | 1,86             | 1,25             | 0                | 1                | 3                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 17 | Produto 16     | 3,8              | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 18 | Produto 17     | 2,49             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 19 | Produto 18     | 4,31             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 20 | Produto 19     | 3,2              | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 21 | Produto 20     | 2,91             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 22 | Produto 21     | 4,12             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 23 | Produto 22     | 3,33             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 24 | Produto 23     | 4,55             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 25 | Produto 24     | 3,47             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 26 | Produto 25     | 5,1              | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |
| 27 | Produto 26     | 4,57             | 0                | 0                | 0                | 1                               |   |   |   |   |   |   |   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

A Figura B.3 mostra a tabela com as informações das fábricas para cada período, contendo o volume de produção de cada fábrica em cada período, o volume de produção obrigatória, a capacidade de produção total da fábrica e a capacidade não comprometida da fábrica.

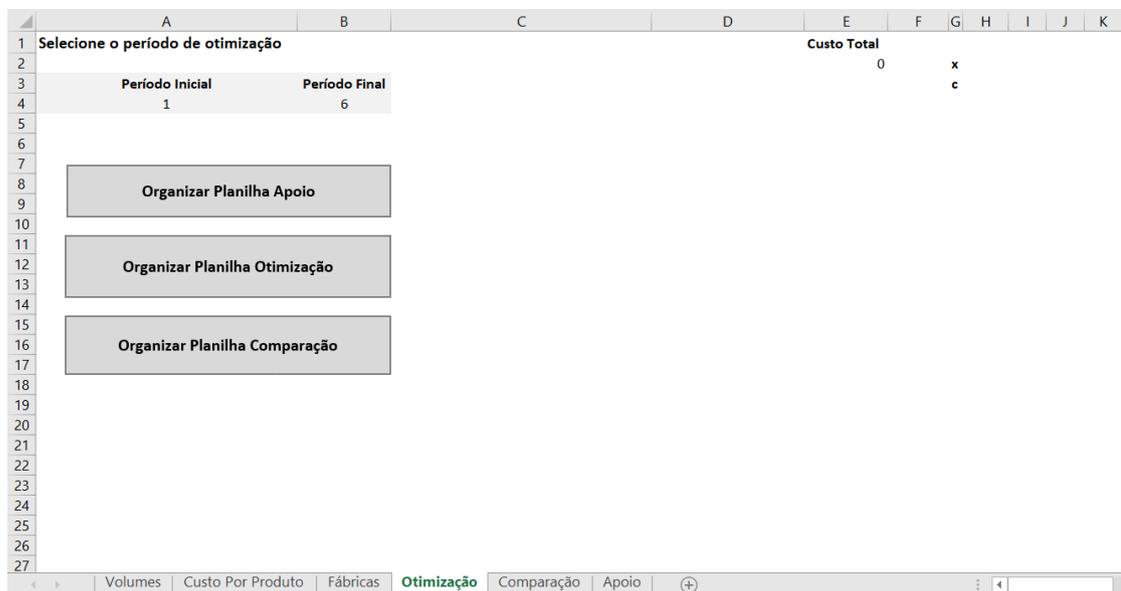
Figura B.3. Planilha de Fábricas

|    | A              | B              | C                   | D                                  | E                          | F                                  | G | H | I | J | K |
|----|----------------|----------------|---------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---|---|---|---|---|
| 1  | <b>Fábrica</b> | <b>Período</b> | <b>Volume Total</b> | <b>Volume Produção Obrigatória</b> | <b>Capacidade Produção</b> | <b>Capacidade Não Comprometida</b> |   |   |   |   |   |
| 2  | Fábrica 1      | 1              | 92521               | 41831                              | 100000                     | 58169                              |   |   |   |   |   |
| 3  | Fábrica 1      | 2              | 84726               | 29811                              | 100000                     | 70189                              |   |   |   |   |   |
| 4  | Fábrica 1      | 3              | 83208               | 34525                              | 100000                     | 65475                              |   |   |   |   |   |
| 5  | Fábrica 1      | 4              | 51945               | 15568                              | 100000                     | 84432                              |   |   |   |   |   |
| 6  | Fábrica 1      | 5              | 99536               | 13901                              | 100000                     | 86099                              |   |   |   |   |   |
| 7  | Fábrica 1      | 6              | 95799               | 31268                              | 100000                     | 68732                              |   |   |   |   |   |
| 8  | Fábrica 2      | 1              | 205499              | 59756                              | 233500                     | 173744                             |   |   |   |   |   |
| 9  | Fábrica 2      | 2              | 197088              | 40728                              | 233500                     | 192772                             |   |   |   |   |   |
| 10 | Fábrica 2      | 3              | 188016              | 18163                              | 233500                     | 215337                             |   |   |   |   |   |
| 11 | Fábrica 2      | 4              | 138695              | 31865                              | 233500                     | 201635                             |   |   |   |   |   |
| 12 | Fábrica 2      | 5              | 230643              | 26421                              | 233500                     | 207079                             |   |   |   |   |   |
| 13 | Fábrica 2      | 6              | 230752              | 61312                              | 233500                     | 172188                             |   |   |   |   |   |
| 14 | Fábrica 3      | 1              | 23685               | 12058                              | 25600                      | 13542                              |   |   |   |   |   |
| 15 | Fábrica 3      | 2              | 25537               | 16079                              | 25600                      | 9521                               |   |   |   |   |   |
| 16 | Fábrica 3      | 3              | 19106               | 15459                              | 25600                      | 10141                              |   |   |   |   |   |
| 17 | Fábrica 3      | 4              | 9466                | 7162                               | 25600                      | 18438                              |   |   |   |   |   |
| 18 | Fábrica 3      | 5              | 22424               | 14639                              | 25600                      | 10961                              |   |   |   |   |   |
| 19 | Fábrica 3      | 6              | 17502               | 5261                               | 25600                      | 20339                              |   |   |   |   |   |
| 20 | Fábrica 4      | 1              | 175154              | 75093                              | 1262600                    | 1187507                            |   |   |   |   |   |
| 21 | Fábrica 4      | 2              | 603287              | 503474                             | 1262600                    | 759126                             |   |   |   |   |   |
| 22 | Fábrica 4      | 3              | 336553              | 299633                             | 1262600                    | 962967                             |   |   |   |   |   |
| 23 | Fábrica 4      | 4              | 458715              | 215918                             | 1262600                    | 1046682                            |   |   |   |   |   |
| 24 | Fábrica 4      | 5              | 658178              | 460418                             | 1262600                    | 802182                             |   |   |   |   |   |
| 25 | Fábrica 4      | 6              | 1130705             | 827341                             | 1262600                    | 435259                             |   |   |   |   |   |
| 26 |                |                |                     |                                    |                            |                                    |   |   |   |   |   |
| 27 |                |                |                     |                                    |                            |                                    |   |   |   |   |   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Na Figura B.4 é apresentada a planilha de otimização, na qual são escolhidos o período inicial e o período final que serão considerados para a otimização. Nesta planilha também se encontram ícones que, ao serem pressionados, fazem a ativação das macros que são utilizadas no processo de tratamento dos dados para a otimização. A ordem de execução dos botões é a seguinte: Primeiro é executada a macro que organiza a planilha Apoio, depois é executada a macro que organiza a planilha Otimização, em seguida, utiliza-se o Solver para encontrar o custo mínimo para a produção dos produtos que possuem mais de uma alternativa de produção, e por fim, é executada a macro que organiza a planilha comparação.

**Figura B.4. Planilha de Otimização**



**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Visto que foram apresentadas as planilhas que contém os dados da produção neste apêndice e a ordem de execução das macros que compõem as etapas da solução do problema de otimização no capítulo 3, agora são apresentados os detalhes de execução de cada etapa e os códigos na linguagem de programação VBA que fazem parte das macros utilizadas. Este algoritmo é composto por três seções, e cada seção está ligada a uma parte diferente da planilha de apoio, mostrada na Figura B.5 a seguir.

**Figura B.5. Planilha de Apoio**

|    | A                | B | C        | D       | E       | F     | G | H       | I               | J | K | L | M |
|----|------------------|---|----------|---------|---------|-------|---|---------|-----------------|---|---|---|---|
| 1  | Produtos Período |   | Variável | Produto | Fábrica | Chave |   | Produto | Demanda Período |   |   |   |   |
| 2  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 3  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 4  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 5  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 6  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 7  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 8  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 9  |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 10 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 11 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 12 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 13 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 14 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 15 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 16 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 17 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 18 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 19 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 20 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 21 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 22 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 23 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 24 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 25 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 26 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |
| 27 |                  |   |          |         |         |       |   |         |                 |   |   |   |   |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

A primeira macro executada tem a função de inspecionar os dados da planilha Volumes e com base nestes dados construir a planilha Apoio. Antes de executar a macro, a planilha Apoio se encontra praticamente vazia, tendo apenas os cabeçalhos das tabelas que serão construídas no processo de execução dos comandos na linguagem de programação VBA.

Na primeira seção da macro “organiza\_apoio”, os valores do período de início e de período final são obtidos da planilha Otimização, e em seguida é feita a inspeção da planilha de volumes e os produtos que apresentam volume de produção diferente de zero no período escolhido são organizados na coluna Produtos Período da planilha Apoio. Os comandos que compõem esta seção da macro estão na Figura B.6 a seguir. No código apresentado, o primeiro laço de repetição altera o valor da variável `i_vol`, começando com o valor igual a 2 e indo até 154, que é a última linha da tabela de volumes. Depois, é atribuído à variável `produto` o nome do produto que consta na linha correspondente ao valor de `i_vol` na coluna B da planilha Volumes.

O próximo laço de repetição altera o valor da variável `período` do período de início ao período final. Estes dois laços juntos garantem que todas as linhas da tabela sejam inspecionadas e que apenas as colunas correspondentes ao período selecionado sejam levadas em consideração. Assim, para cada linha `i_vol`, serão conferidos os volumes de produção do produto correspondente a esta linha para todos os períodos selecionados. Caso o produto não apresente volume em nenhum dos períodos selecionados, o código segue para o próximo valor de `i_vol`. Se for apresentado volume no período selecionado, a próxima parte do código confere

se o nome do produto analisado já consta na planilha Apoio, sendo que, se o produto já estiver presente na coluna Produtos Período, o código segue para a próxima repetição, e se ele não estiver presente, o nome do produto é adicionado à coluna Produtos Período. Ao fim desta parte da macro, estarão presentes nesta coluna na planilha Apoio todos os produtos que não apresentaram volume igual a zero no período selecionado.

### Figura B.6. Primeira Seção da Macro Organiza Apoio

```
Sub organiza_apoio()

    ini = Sheets("Otimização").Range("A4")
    fim = Sheets("Otimização").Range("B4")

    'Preenche a coluna Produtos Período na planilha Apoio

    For i_vol = 2 To 154

        produto = Sheets("Volumes").Range("C" & i_vol)

        For periodo = ini To fim

            volume = Sheets("Volumes").Cells(i_vol, periodo + 4)

            If volume <> 0 Then

                On Error Resume Next

                corresp = WorksheetFunction.Match(produto, _
                    Sheets("Apoio").Range("A:A"), 0)

                If Err.Number <> 0 Then

                    Err.Clear

                    ul_1 = Sheets("Apoio").Range("A" & Rows.Count) _
                        .End(xlUp).Row

                    Sheets("Apoio").Range("A" & ul_1 + 1) = produto

                End If

            End If

        Next periodo

    Next i_vol

End Sub
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

A segunda seção desta macro é apresentada pela Figura B.7. O primeiro passo nesta seção é conferir qual é a última linha da coluna de produtos do período, que corresponde à coluna A da planilha Apoio. A variável k na linha seguinte servirá como um contador que irá numerar as variáveis do problema de otimização. O primeiro laço de repetição altera a variável i\_a, que corresponde a cada linha da coluna de produtos do período. Em seguida, o nome do produto é obtido e encontra-se a linha correspondente a este produto na planilha Custo por Produto, que é atribuída à variável i\_c. Com a variável i\_c, encontra-se o número de alternativas de produção

do produto, sendo que apenas produtos com mais de uma alternativa de produção irão compor a tabela de variáveis. No caso de um produto com mais de uma alternativa de produção, um outro laço de repetição é feito, variando  $j_c$  de 1 a 4. O código dentro deste laço confere em quais fábricas é possível produzir o produto em questão. Caso o produto associado à linha  $i_a$  apresente um custo diferente de zero na fábrica associada à coluna  $j_c$ , o nome do produto e da fábrica serão adicionados à tabela de variáveis, junto a uma variável  $x_k$ .

### Figura B.7. Segunda Seção da Macro Organiza Apoio

```
'Preenche a tabela de variaveis na planilha Apoio
ul_1 = Sheets("Apoio").Range("A" & Rows.Count).End(xlUp).Row
k = 0

For i_a = 2 To ul_1

    produto = Sheets("Apoio").Range("A" & i_a)

    i_c = WorksheetFunction.Match(produto, _
        Sheets("Custo Por Produto").Range("A:A"), 0)

    alternativas = Sheets("Custo Por Produto").Cells(i_c, 6)

    If alternativas <> 1 Then

        For j_c = 1 To 4

            custo = Sheets("Custo Por Produto").Cells(i_c, j_c + 1)

            If custo <> 0 Then
                k = k + 1

                variavel = "x" & k

                ul_2 = Sheets("Apoio").Range("C" & Rows.Count).End(xlUp).Row

                fabrica = Sheets("Custo Por Produto").Cells(1, j_c + 1)

                Sheets("Apoio").Range("C" & ul_2 + 1) = variavel

                Sheets("Apoio").Range("D" & ul_2 + 1) = produto

                Sheets("Apoio").Range("E" & ul_2 + 1) = fabrica
            End If

        Next j_c

    End If

Next i_a
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Neste ponto, já é possível saber qual será o número de variáveis do problema de otimização, pois para cada combinação diferente de produção de um produto em uma fábrica haverá uma variável  $x$ , que corresponde ao volume produzido deste produto nesta fábrica. Na terceira seção desta macro, apresentada pela figura B.8, serão encontradas as restrições de volume demandado por produto no período em questão. No primeiro passo desta seção, encontra-se a última linha da tabela de variáveis. Em seguida, a coluna com o nome dos

produtos desta tabela é copiada e colada na coluna H da planilha Apoio. O próximo passo é remover desta coluna os valores duplicados, fazendo com que o nome de cada produto apareça apenas uma vez. Em seguida, é feito um laço de repetição que irá alterar o valor de *i\_a* de 2 até a última linha desta coluna onde se encontram os produtos do problema de otimização. Neste laço, a variável demanda começa com um valor igual a 0 e em seguida um novo laço é feito, variando o período. Deste modo, os volumes do produto em cada período no intervalo selecionado de período inicial e final serão calculados e somados para compor a demanda total de volume de produção do produto no período selecionado para a otimização.

### Figura B.8. Terceira Seção da Macro Organiza Apoio

```
'Preenche a tabela de Demanda Período na planilha Apoio
ul_2 = Sheets("Apoio").Range("C" & Rows.Count).End(xlUp).Row
Sheets("Apoio").Range("D2:D" & ul_2).Copy
Sheets("Apoio").Range("H2").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Application.CutCopyMode = False
Sheets("Apoio").Range("H2:H" & ul_2).RemoveDuplicates Columns:=1, Header:=xlNo
'Preenche a demanda para cada produto
ul_3 = Sheets("Apoio").Range("H" & Rows.Count).End(xlUp).Row
For i_a = 2 To ul_3
    produto = Sheets("Apoio").Range("H" & i_a)
    demanda = 0
    For periodo = ini To fim
        If periodo = 1 Then coluna = "E3:E160"
        If periodo = 2 Then coluna = "F3:F160"
        If periodo = 3 Then coluna = "G3:G160"
        If periodo = 4 Then coluna = "H3:H160"
        If periodo = 5 Then coluna = "I3:I160"
        If periodo = 6 Then coluna = "J3:J160"
        volume = WorksheetFunction.SumIf(Sheets("Volumes").Range("C3:C160"), _
            produto, Sheets("Volumes").Range(coluna))
        demanda = demanda + volume
    Next periodo
    Sheets("Apoio").Range("I" & i_a) = demanda
Next i_a
End Sub
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Ao fim desta seção, encontram-se as restrições de volume demandado para cada um dos produtos do problema de otimização e encerra-se a macro de organização da planilha Apoio. A figura B.9 a seguir ilustra a planilha Apoio após a execução da primeira etapa.

**Figura B.9. Planilha Apoio Após a Primeira Etapa**

|    | A                | B | C        | D          | E         | F                    | G | H           | I               | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T |
|----|------------------|---|----------|------------|-----------|----------------------|---|-------------|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  | Produtos Período |   | Variável | Produto    | Fábrica   | Chave                |   | Produto     | Demanda Período |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | Produto 1        |   | x1       | Produto 13 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 13 |   | Produto 13  | 10234           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | Produto 2        |   | x2       | Produto 13 | Fábrica 3 | Fábrica 3_Produto 13 |   | Produto 14  | 148256          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  | Produto 3        |   | x3       | Produto 14 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 14 |   | Produto 15  | 658149          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  | Produto 4        |   | x4       | Produto 14 | Fábrica 2 | Fábrica 2_Produto 14 |   | Produto 30  | 17035           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  | Produto 5        |   | x5       | Produto 14 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 14 |   | Produto 31  | 16588           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  | Produto 6        |   | x6       | Produto 15 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 15 |   | Produto 32  | 24235           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  | Produto 7        |   | x7       | Produto 15 | Fábrica 2 | Fábrica 2_Produto 15 |   | Produto 35  | 5968            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  | Produto 8        |   | x8       | Produto 15 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 15 |   | Produto 36  | 80905           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 | Produto 9        |   | x9       | Produto 30 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 30 |   | Produto 37  | 8209            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 | Produto 10       |   | x10      | Produto 30 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 30 |   | Produto 38  | 181543          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 | Produto 11       |   | x11      | Produto 31 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 31 |   | Produto 41  | 163340          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 13 | Produto 12       |   | x12      | Produto 31 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 31 |   | Produto 42  | 2966            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 14 | Produto 13       |   | x13      | Produto 32 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 32 |   | Produto 43  | 174458          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 15 | Produto 14       |   | x14      | Produto 32 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 32 |   | Produto 47  | 7478            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 16 | Produto 15       |   | x15      | Produto 35 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 35 |   | Produto 48  | 1072            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 17 | Produto 16       |   | x16      | Produto 35 | Fábrica 3 | Fábrica 3_Produto 35 |   | Produto 64  | 34164           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 18 | Produto 17       |   | x17      | Produto 36 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 36 |   | Produto 65  | 498872          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 19 | Produto 18       |   | x18      | Produto 36 | Fábrica 2 | Fábrica 2_Produto 36 |   | Produto 74  | 195850          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 20 | Produto 19       |   | x19      | Produto 36 | Fábrica 3 | Fábrica 3_Produto 36 |   | Produto 81  | 13128           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 21 | Produto 20       |   | x20      | Produto 37 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 37 |   | Produto 82  | 9586            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 22 | Produto 21       |   | x21      | Produto 37 | Fábrica 3 | Fábrica 3_Produto 37 |   | Produto 83  | 7996            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 23 | Produto 22       |   | x22      | Produto 38 | Fábrica 1 | Fábrica 1_Produto 38 |   | Produto 84  | 28042           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 24 | Produto 23       |   | x23      | Produto 38 | Fábrica 2 | Fábrica 2_Produto 38 |   | Produto 85  | 23298           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 25 | Produto 24       |   | x24      | Produto 38 | Fábrica 3 | Fábrica 3_Produto 38 |   | Produto 97  | 6304            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 26 | Produto 25       |   | x25      | Produto 41 | Fábrica 2 | Fábrica 2_Produto 41 |   | Produto 98  | 2018            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 27 | Produto 26       |   | x26      | Produto 41 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 41 |   | Produto 102 | 1362            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 28 | Produto 27       |   | x27      | Produto 42 | Fábrica 2 | Fábrica 2_Produto 42 |   |             |                 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 29 | Produto 28       |   | x28      | Produto 42 | Fábrica 4 | Fábrica 4_Produto 42 |   |             |                 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

## APÊNDICE C – DESCRIÇÃO DA MACRO QUE ORGANIZA A PLANILHA OTIMIZAÇÃO

Na segunda etapa do processo de otimização dos custos de produção, os dados na planilha Apoio serão utilizados para construir a estrutura da matriz de otimização, para que na terceira etapa o Solver seja utilizado e o custo mínimo de produção para os produtos com múltiplas alternativas de produção sejam encontrados. Nesta etapa também é executada uma macro, que fará este processo de construção da matriz na planilha Otimização. Esta macro está dividida em três seções, e a primeira seção é apresentada pela Figura C.1 a seguir.

**Figura C.1. Primeira Seção da Macro Matriz Otimização**

```
Sub matriz_otimizacao()
    ini = Sheets("Otimização").Range("A4")
    fim = Sheets("Otimização").Range("B4")
    'Inclui os custos reduzidos das variáveis do problema
    ul_1 = Sheets("Apoio").Range("C" & Rows.Count).End(xlUp).Row
    For i_a = 2 To ul_1
        variavel = Sheets("Apoio").Range("C" & i_a)
        produto = Sheets("Apoio").Range("D" & i_a)
        fabrica = Sheets("Apoio").Range("E" & i_a)
        num_prod = Mid(produto, 9, Len(produto) - 8)
        num_fabrica = Right(fabrica, 1)
        custo = Sheets("Custo Por Produto").Cells(num_prod + 1, num_fabrica + 1)
        Sheets("Otimização").Cells(1, i_a + 6) = variavel
        Sheets("Otimização").Cells(3, i_a + 6) = custo
    Next i_a
End Sub
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Nesta seção, os custos reduzidos do problema de otimização são incluídos na planilha Otimização. Os custos reduzidos neste problema são os custos de produção de cada produto em cada fábrica. Antes de executar esta parte da macro, as células das linhas 2 e 3 a partir da coluna H da planilha Otimização estão vazias e o valor da função custo é igual a zero, como foi mostrado anteriormente pela Figura B.4. Na segunda seção desta macro, as restrições de capacidade das fábricas são calculadas e adicionadas à planilha. O primeiro laço de repetição altera os valores de  $i$  de 1 a 4, representando cada uma das fábricas. Para cada fábrica, a variável capacidade começa com o valor de zero e no segundo laço são adicionados os valores de capacidade disponível em cada período, com base na planilha fábricas, baseando-se na capacidade não comprometida. Após o cálculo das capacidades, há um outro laço que irá

realizar o balanço para cada fábrica, atribuindo a todas as variáveis que na planilha apoio estão relacionadas a uma fábrica um coeficiente igual a 1 e atribuindo coeficiente igual a 0 para as demais variáveis. A segunda seção desta macro é apresentada na Figura C.2.

### Figura C.2. Segunda Seção da Macro Matriz Otimização

```

Next i_a
'Inclui as restrições de capacidade das fábricas
For i = 1 To 4
    Sheets("Otimização").Cells(i + 3, 4) = "Capacidade Fábrica " & i
    capacidade = 0
    For periodo = ini To fim
        capacidade_nc = WorksheetFunction.SumIfs(Sheets("Fábricas").Range("F:F"), _
            Sheets("Fábricas").Range("A:A"), "Fábrica " & i, _
            Sheets("Fábricas").Range("B:B"), periodo)
        capacidade = capacidade + capacidade_nc
    Next periodo
    Sheets("Otimização").Cells(i + 3, 6) = capacidade
    For i_a = 2 To ul_1
        fabrica = Sheets("Apoio").Range("E" & i_a)
        num_fabrica = CInt(Right(fabrica, 1))
        If num_fabrica = i Then
            Sheets("Otimização").Cells(i + 3, i_a + 6) = 1
        Else
            Sheets("Otimização").Cells(i + 3, i_a + 6) = 0
        End If
    Next i_a
Next i

```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

A última seção desta macro organiza as restrições de demanda de volume de cada produto de maneira semelhante à organização das restrições de capacidade por fábrica. Os códigos que compõem a terceira seção desta macro estão apresentados na Figura C.3. A terceira seção tem como objetivo em seu primeiro passo encontrar a última linha da tabela de demanda por produto na planilha Apoio. Em seguida, é feito um laço alterando o valor de i de 2 até a última linha da tabela, no qual são atribuídos à variável produto o nome do produto nesta linha e à variável demanda o volume demandado deste produto. Há um outro laço de repetição dentro deste primeiro, no qual a variável j é alterada de 2 até a última linha da tabela de variáveis. Neste segundo laço, todas as variáveis da tabela de variáveis são conferidas e aquelas que corresponderem ao mesmo produto, que se encontra na linha i da tabela de demanda recebem

um coeficiente com valor igual a 1 na matriz, já as que não correspondem ao mesmo produto recebem um coeficiente com valor igual a 0.

### Figura C.3. Terceira Seção da Macro Matriz Otimização

```
'Inclui as restrições de demanda dos produtos
ul_2 = Sheets("Apoio").Range("H" & Rows.Count).End(xlUp).Row
For i = 2 To ul_2
    produto = Sheets("Apoio").Range("H" & i)
    demanda = Sheets("Apoio").Range("I" & i)
    Sheets("Otimização").Cells(i + 6, 4) = "Demanda " & produto
    Sheets("Otimização").Cells(i + 6, 6) = demanda
    For j = 2 To ul_1
        prod = Sheets("Apoio").Range("D" & j)
        If prod = produto Then
            Sheets("Otimização").Cells(i + 6, j + 6) = 1
        Else
            Sheets("Otimização").Cells(i + 6, j + 6) = 0
        End If
    Next j
Next i
End Sub
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Ao fim da execução da macro de organização da planilha Otimização, a matriz A e os vetores x, b e c, representados de forma genérica pelas equações 2.1 e 2.2 na apresentação da Programação Linear no capítulo de revisão bibliográfica, aparecem na planilha e deste modo já é possível iniciar a terceira etapa, na qual o Solver é utilizado para a minimização dos custos industriais. A estrutura desta matriz e estes vetores é ilustrada na Figura C.4. Na planilha Otimização, a matriz A, que contém os coeficientes das restrições tem o número de colunas igual ao número de variáveis e o número de linhas igual ao número de restrições, sendo que as dimensões desta matriz serão diferentes para cada período selecionado. Na linha 2 da planilha encontra-se o vetor de variáveis, e na linha 3 encontra-se o vetor dos custos reduzidos, sendo que ambos iniciam a partir da coluna H. O vetor b está na coluna F e as células da coluna E, incluindo a célula na segunda linha, que contém o custo total, estão preenchidas com a fórmula de Excel SOMARPRODUTO, recebendo como argumento o vetor das variáveis e o vetor dos

custos reduzidos, no caso da célula de custo total, ou o vetor das variáveis e o vetor que contém os coeficientes de cada restrição nas demais células. Estas células apresentam valor igual a 0 na figura anterior, pois todas as variáveis estão zeradas.

**Figura C.4. Planilha de Otimização Após a Segunda Etapa**

|    | A                                 | B             | C | D                    | E           | F       | G    | H    | I    | J    | K    | L    | M    | N  | O  | P    | Q    | R    | S    | T    | U    | V    | W    | X    | Y    | Z    |   |
|----|-----------------------------------|---------------|---|----------------------|-------------|---------|------|------|------|------|------|------|------|----|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
| 1  | Selecione o período de otimização |               |   |                      | Custo Total |         | x1   | x2   | x3   | x4   | x5   | x6   | x7   | x8 | x9 | x10  | x11  | x12  | x13  | x14  | x15  | x16  | x17  | x18  | x19  |      |   |
| 2  |                                   |               |   |                      | 0           |         |      |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |
| 3  | Período Inicial                   | Período Final |   |                      |             | c       | 1,34 | 1,79 | 2,25 | 1,27 | 0,91 | 1,86 | 1,25 |    | 1  | 2,66 | 0,99 | 2,23 | 1,31 | 2,13 | 1,17 | 2,88 | 2,26 | 2,71 | 1,69 | 2,66 |   |
| 4  | 1                                 | 6             |   | Capacidade Fábrica 1 | 0           | 407861  | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0  | 0  | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    |   |
| 5  |                                   |               |   | Capacidade Fábrica 2 | 0           | 1163265 | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0 |
| 6  |                                   |               |   | Capacidade Fábrica 3 | 0           | 82702   | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1 |
| 7  |                                   |               |   | Capacidade Fábrica 4 | 0           | 5193723 | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1  | 0  | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 8  | Organizar Planilha Apoio          |               |   | Demanda Produto 13   | 0           | 10234   | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 9  |                                   |               |   | Demanda Produto 14   | 0           | 148256  | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 10 |                                   |               |   | Demanda Produto 15   | 0           | 658149  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1  | 1  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 11 | Organizar Planilha Otimização     |               |   | Demanda Produto 30   | 0           | 17035   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 12 |                                   |               |   | Demanda Produto 31   | 0           | 16588   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 13 |                                   |               |   | Demanda Produto 32   | 0           | 24235   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 14 |                                   |               |   | Demanda Produto 35   | 0           | 5968    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0 |
| 15 | Organizar Planilha Comparação     |               |   | Demanda Produto 36   | 0           | 80905   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1 |
| 16 |                                   |               |   | Demanda Produto 37   | 0           | 8209    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 17 |                                   |               |   | Demanda Produto 38   | 0           | 181543  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 18 |                                   |               |   | Demanda Produto 41   | 0           | 163340  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 19 |                                   |               |   | Demanda Produto 42   | 0           | 2966    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 20 |                                   |               |   | Demanda Produto 43   | 0           | 174458  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 21 |                                   |               |   | Demanda Produto 47   | 0           | 7478    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 22 |                                   |               |   | Demanda Produto 48   | 0           | 1072    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 23 |                                   |               |   | Demanda Produto 64   | 0           | 34164   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 24 |                                   |               |   | Demanda Produto 65   | 0           | 498872  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 25 |                                   |               |   | Demanda Produto 74   | 0           | 195850  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 26 |                                   |               |   | Demanda Produto 81   | 0           | 13128   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 27 |                                   |               |   | Demanda Produto 82   | 0           | 9586    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 28 |                                   |               |   | Demanda Produto 83   | 0           | 7996    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 29 |                                   |               |   | Demanda Produto 84   | 0           | 28042   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 30 |                                   |               |   | Demanda Produto 85   | 0           | 23298   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 31 |                                   |               |   | Demanda Produto 97   | 0           | 6304    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 32 |                                   |               |   | Demanda Produto 98   | 0           | 2018    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 33 |                                   |               |   | Demanda Produto 102  | 0           | 1362    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0  | 0  | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 34 |                                   |               |   |                      |             |         |      |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |
| 35 |                                   |               |   |                      |             |         |      |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |
| 36 |                                   |               |   |                      |             |         |      |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |
| 37 |                                   |               |   |                      |             |         |      |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

## APÊNDICE D – UTILIZAÇÃO DO SUPLEMENTO SOLVER DO EXCEL

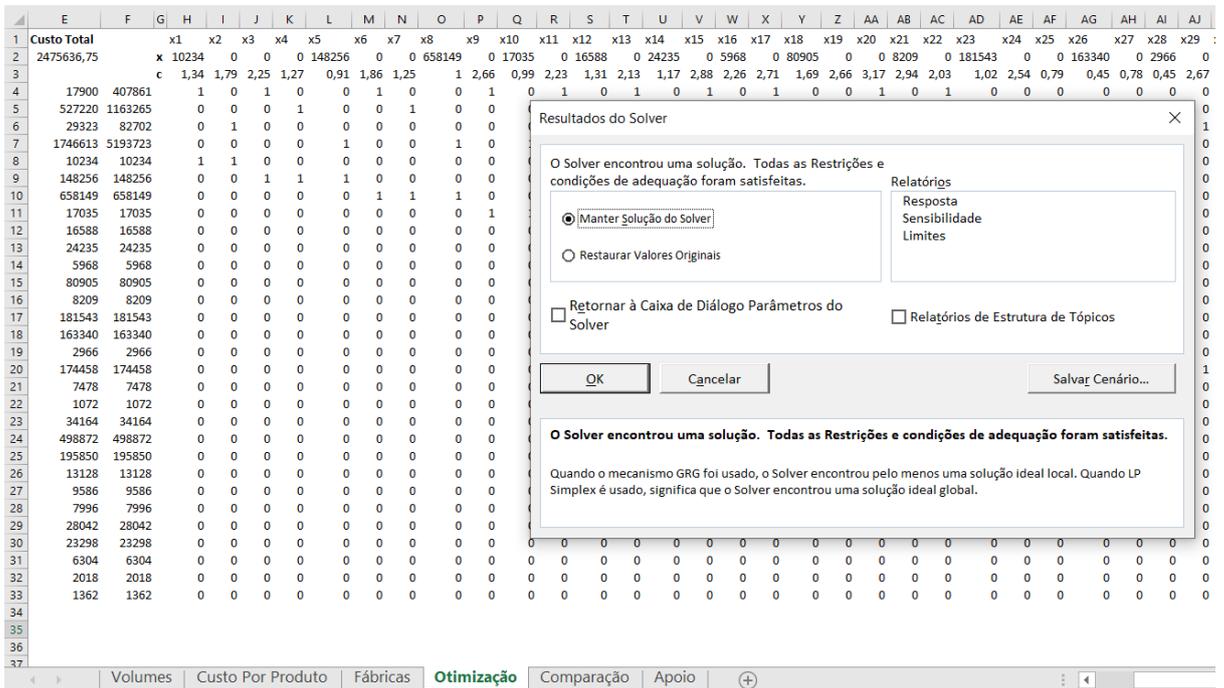
Após organizar a planilha Otimização, é possível executar o terceiro passo, no qual ocorre de fato a otimização do sistema. Para isto, utiliza-se o suplemento Solver do Excel. Ao iniciar o Solver, deve-se selecionar a célula que contém a função objetivo no campo “Definir Objetivo”, selecionar a opção para minimizar a função objetivo, inserir as células que contém os valores das variáveis do problema no campo “Alterando Células Variáveis”, adicionar as restrições, selecionar o método de solução LP Simplex, e selecionar o botão “Resolver”. Em seguida, o Solver irá executar o processo de otimização e retornará com uma solução para o problema. As Figuras D.1 e D.2 ilustram os passos descritos nesta terceira etapa.

**Figura D.1. Ajuste de Parâmetros do Solver**

The image shows the Excel Solver Parameters dialog box. The 'Definir Objetivo:' field is set to '\$E\$2'. The 'Para:' section has 'Mín.' selected. The 'Alterando Células Variáveis:' field is set to '\$H\$2:\$B\$2'. The 'Sujeito às Restrições:' list contains the following constraints: '\$E\$29 = \$F\$29', '\$E\$30 = \$F\$30', '\$E\$31 = \$F\$31', '\$E\$32 = \$F\$32', '\$E\$33 = \$F\$33', '\$E\$4 <= \$F\$4', '\$E\$5 <= \$F\$5', '\$E\$6 <= \$F\$6', '\$E\$7 <= \$F\$7', '\$E\$8 = \$F\$8', and '\$E\$9 = \$F\$9'. The 'Método de Solução' is set to 'LP Simplex'. The 'Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas' checkbox is checked. The 'Resolver' button is highlighted.

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Figura D.2. Resultado Obtido pelo Solver**



**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Comparando as duas imagens da planilha otimização antes e após a execução do Solver, pode-se ver a alteração da função custo e dos valores das variáveis, visto que antes estavam todas zeradas, e com o processo de otimização, foram atribuídos valores às variáveis de modo que as restrições fossem satisfeitas e que o valor mínimo da função custo fosse atingido. Analisando também as células das colunas E e F da planilha, pode-se conferir o cumprimento de cada restrição de capacidade de produção das fábricas e de demanda.

## APÊNDICE E – DESCRIÇÃO DA MACRO QUE ORGANIZA A PLANILHA COMPARAÇÃO

Após encontrar a distribuição ótima dos volumes de cada produto em cada fábrica, a quarta etapa consiste em executar a macro que tem a função de organizar os dados reais e os dados obtidos com a resolução do problema de otimização, de modo que se possa comparar os dois cenários de distribuição de volumes e o custos associados a eles. As Figuras E.1 e E.2 apresentam a planilha Comparação antes da execução da macro que organiza os dados nesta planilha. Nesta planilha, as colunas B e C estão preenchidas com todas as possíveis combinações entre as fábricas e os produtos, e a coluna A está concatenando os conteúdos destas colunas para formar chaves para a distribuição dos resultados da otimização. Nas colunas J e K da planilha, estão as células que exibem os resultados da soma dos volumes e custos de todos os produtos, para que seja feita a comparação do custo total nos diferentes cenários de distribuição.

**Figura E.1. Parte 1 da Planilha Comparação Antes da Quarta Etapa**

|    | A                    | B         | C          | D                        | E           | F          | G                      | H                     | I | J   | K  |
|----|----------------------|-----------|------------|--------------------------|-------------|------------|------------------------|-----------------------|---|---|----|
| 1  | Chave                | Fábrica   | Produto    | Alternativas de produção | Volume Real | Custo Real | Volume Após Otimização | Custo Após Otimização |   |   |    |
| 2  | Fábrica 1_Produto 1  | Fábrica 1 | Produto 1  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Volume Total Real   | 0  |
| 3  | Fábrica 1_Produto 2  | Fábrica 1 | Produto 2  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Volume Total Após Otimização                                | 0  |
| 4  | Fábrica 1_Produto 3  | Fábrica 1 | Produto 3  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Custo Total Real  | 0  |
| 5  | Fábrica 1_Produto 4  | Fábrica 1 | Produto 4  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Custo Total Após Otimização                                 | 0  |
| 6  | Fábrica 1_Produto 5  | Fábrica 1 | Produto 5  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Diferença dos Custos Totais                                 | 0  |
| 7  | Fábrica 1_Produto 6  | Fábrica 1 | Produto 6  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Redução de Custo Total %                                    | 0% |
| 8  | Fábrica 1_Produto 7  | Fábrica 1 | Produto 7  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Volume Total Real (Alternativas de Produção > 1)            | 0  |
| 9  | Fábrica 1_Produto 8  | Fábrica 1 | Produto 8  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção > 1) | 0  |
| 10 | Fábrica 1_Produto 9  | Fábrica 1 | Produto 9  | 1                        |             |            |                        |                       |   | Custo Total Real (Alternativas de Produção > 1)             | 0  |
| 11 | Fábrica 1_Produto 10 | Fábrica 1 | Produto 10 | 1                        |             |            |                        |                       |   | Custo Total Após Otimização(Alternativas de Produção > 1)   | 0  |
| 12 | Fábrica 1_Produto 11 | Fábrica 1 | Produto 11 | 1                        |             |            |                        |                       |   | Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção > 1)  | 0  |
| 13 | Fábrica 1_Produto 12 | Fábrica 1 | Produto 12 | 1                        |             |            |                        |                       |   | Redução de Custo Total (Alternativas de Produção > 1) %     | 0% |
| 14 | Fábrica 1_Produto 16 | Fábrica 1 | Produto 16 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 15 | Fábrica 1_Produto 17 | Fábrica 1 | Produto 17 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 16 | Fábrica 1_Produto 18 | Fábrica 1 | Produto 18 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 17 | Fábrica 1_Produto 19 | Fábrica 1 | Produto 19 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 18 | Fábrica 1_Produto 20 | Fábrica 1 | Produto 20 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 19 | Fábrica 1_Produto 21 | Fábrica 1 | Produto 21 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 20 | Fábrica 1_Produto 22 | Fábrica 1 | Produto 22 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 21 | Fábrica 1_Produto 23 | Fábrica 1 | Produto 23 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 22 | Fábrica 1_Produto 24 | Fábrica 1 | Produto 24 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 23 | Fábrica 1_Produto 25 | Fábrica 1 | Produto 25 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 24 | Fábrica 1_Produto 26 | Fábrica 1 | Produto 26 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 25 | Fábrica 1_Produto 27 | Fábrica 1 | Produto 27 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 26 | Fábrica 1_Produto 28 | Fábrica 1 | Produto 28 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 27 | Fábrica 1_Produto 29 | Fábrica 1 | Produto 29 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 28 | Fábrica 1_Produto 33 | Fábrica 1 | Produto 33 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |
| 29 | Fábrica 1_Produto 34 | Fábrica 1 | Produto 34 | 1                        |             |            |                        |                       |   |   |    |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Na coluna N, estão todos os produtos que podem ser produzidos em mais de uma fábrica e as colunas de volume real, custo real, volume após otimização e custo após otimização estão preenchidas com a fórmula SOMASE, tendo como critério para a soma dos volumes, ou custos, o produto correspondente à cada linha da tabela. Após a execução da quarta etapa, será possível entender qual é a contribuição de cada produto para a redução dos custos de produção.

**Figura E.2. Parte 2 da Planilha Comparação Antes da Quarta Etapa**

|    | M | N            | O           | P                      | Q          | R                     | S                  | T | U | V                      | W         | X         | Y         | Z         | AA    |
|----|---|--------------|-------------|------------------------|------------|-----------------------|--------------------|---|---|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|
| 1  |   | Produto      | Volume Real | Volume Após Otimização | Custo Real | Custo Após Otimização | Diferença de Custo |   |   |                        | Fábrica 1 | Fábrica 2 | Fábrica 3 | Fábrica 4 | Total |
| 2  |   | Produto 13   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   | Volume Real            | 0         | 0         | 0         | 0         | 0     |
| 3  |   | Produto 14   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   | Volume Após Otimização | 0         | 0         | 0         | 0         | 0     |
| 4  |   | Produto 15   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   | Custo Real             | 0         | 0         | 0         | 0         | 0     |
| 5  |   | Produto 30   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   | Custo Após Otimização  | 0         | 0         | 0         | 0         | 0     |
| 6  |   | Produto 31   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   | Diferença de Custo     | 0         | 0         | 0         | 0         | 0     |
| 7  |   | Produto 32   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 8  |   | Produto 35   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 9  |   | Produto 36   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 10 |   | Produto 37   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 11 |   | Produto 38   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 12 |   | Produto 41   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 13 |   | Produto 42   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 14 |   | Produto 43   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 15 |   | Produto 47   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 16 |   | Produto 48   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 17 |   | Produto 64   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 18 |   | Produto 65   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 19 |   | Produto 74   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 20 |   | Produto 81   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 21 |   | Produto 82   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 22 |   | Produto 83   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 23 |   | Produto 84   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 24 |   | Produto 85   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 25 |   | Produto 97   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 26 |   | Produto 98   | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 27 |   | Produto 102  | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 28 |   | <b>Total</b> | 0,00        | 0,00                   | 0,00       | 0,00                  | 0,00               |   |   |                        |           |           |           |           |       |
| 29 |   |              |             |                        |            |                       |                    |   |   |                        |           |           |           |           |       |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Nesta planilha encontra-se também uma tabela para comparação dos resultados de custo de cada fábrica após a solução do problema de otimização. Espera-se que na tabela organizada para a análise dos produtos os valores de volume total para cada produto sejam iguais, independente de se tratar da distribuição original, ou após a otimização da distribuição, enquanto para a tabela das fábricas, o volume total deve ser igual quando comparado. Estes valores podem ser utilizados para conferir se o processo de otimização é consistente com as restrições dadas pelo problema.

O código que compõe a última etapa do processo de otimização é composto de um laço que é usado para percorrer todas as linhas da tabela mostrada na figura E.1 e que, de acordo com a chave de cada linha, calcula os volumes e custos reais e otimizados para combinações de produtos e fábricas que estão presentes na planilha Volumes, ou calcula estes volumes e custos para combinações de produtos e fábricas que estão na tabela de comparação, mas não estão presentes na planilha Volumes. A Figura E.3 ilustra o início da macro que organiza a planilha Comparação.

### Figura E.3. Primeira Seção da Macro Tabela Comparação

```

Sub tabela_comparacao()
    ini = Sheets("Otimização").Range("A4")
    fim = Sheets("Otimização").Range("B4")
    For i = 2 To 173
        chave = Sheets("Comparação").Range("A" & i)
        fabrica = Sheets("Comparação").Range("B" & i)
        produto = Sheets("Comparação").Range("C" & i)
        num_alt = Sheets("Comparação").Range("D" & i)
        'Confere se a chave está presente na planilha Volumes
        On Error Resume Next
        i_vol = WorksheetFunction.Match(chave, Sheets("Volumes").Range("A:A"), 0)
        If Err.Number = 0 Then
            'Caso a chave esteja presente na planilha volumes
            'Calcula o volume real
            vol_real = 0
            For periodo = ini To fim
                volume = Sheets("Volumes").Cells(i_vol, periodo + 4)
                vol_real = vol_real + volume
            Next periodo
        End If
    Next i
End Sub

```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

A variável *i*, que é alterada no laço, representa cada linha da tabela de comparação. Nesta seção da macro, é conferido se a chave correspondente a cada linha *i* está presente na tabela que contém os dados da produção da empresa de bebidas. Após esta conferência, o código tomará caminhos diferentes, caso a chave esteja presente, ou caso não esteja presente. Na figura anterior, é apresentado o passo de cálculo do volume real para o caso no qual a chave procurada na planilha Volumes é encontrada. Na Figura E.4, a continuação desta seção da macro é apresentada. A figura mostra o cálculo do custo real, que é obtido multiplicando o volume real calculado anteriormente pelo custo de produção encontrado na planilha de custos, levando em consideração cada combinação de fábrica e produto. Em seguida são calculados os volumes e custos otimizados, sendo que, caso o produto da linha *i* tenha apenas uma alternativa de produção, os valores do volume e do custo otimizados serão iguais aos valores reais, pois estes produtos não são considerados na formulação do problema de otimização, e caso o produto tenha múltiplas alternativas de produção, estes valores serão calculados com base na planilha

apoio e na planilha de otimização. Após calcular os valores reais e otimizados do volume e do custo, estes valores devem ser incluídos na tabela de comparação.

#### Figura E.4. Segunda Seção da Macro Tabela Comparação

```
'Calcula o custo real
    i_custo = WorksheetFunction.Match(produto, Sheets("Custo Por Produto").Range("A:A"), 0)
    num_fab = CInt(Right(fabrica, 1))
    custo_prod = Sheets("Custo Por Produto").Cells(i_custo, num_fab + 1)
    custo_real = vol_real * custo_prod
'Calcula volume e custo otimizados
    If num_alt = 1 Then
        vol_ot = vol_real
        custo_ot = custo_real
    Else
        On Error Resume Next
        i_a = WorksheetFunction.Match(chave, Sheets("Apoio").Range("F:F"), 0)
        If Err.Number = 0 Then
            vol_ot = Sheets("Otimização").Cells(2, i_a + 6)
            custo_ot = vol_ot * custo_prod
        Else
            Err.Clear
            vol_ot = 0
            custo_ot = 0
        End If
    End If
Else
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Na figura E.5 é apresentada a seção do código que calcula os volumes e custos reais e otimizados para aquelas linhas da planilha de comparação cuja chave não foi encontrada na planilha Volumes. Em termos práticos, todas as combinações de produtos e fábricas presentes na tabela de comparação, mas que não foram encontrados na tabela de volumes, são referentes a combinações envolvendo produtos que possuem múltiplas alternativas de produção e alguma destas fábricas onde é possível produzi-lo. Os valores de volume e custo reais são nulos para estas combinações de produtos e fábricas, visto que eles não estão presentes na base que contém os dados de produção, ou seja, não houve, em nenhum período apresentado na tabela da planilha Volumes, a produção deste produto nesta fábrica em questão.

### Figura E.5. Terceira Seção da Macro Tabela Comparação

```
'Caso a chave não esteja presente na planilha volumes
'Calcula volume e custo real
Err.Clear
vol_real = 0
custo_real = 0
'Calcula volume e custo otimizados
On Error Resume Next
i_a = WorksheetFunction.Match(chave, Sheets("Apoio").Range("F:F"), 0)
If Err.Number = 0 Then
    vol_ot = Sheets("Otimização").Cells(2, i_a + 6)
    i_custo = WorksheetFunction.Match(produto, Sheets("Custo Por Produto").Range("A:A"), 0)
    num_fab = CInt(Right(fabrica, 1))
    custo_prod = Sheets("Custo Por Produto").Cells(i_custo, num_fab + 1)
    custo_ot = vol_ot * custo_prod
Else
    Err.Clear
    vol_ot = 0
    custo_ot = 0
End If
End If
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Para o cálculo do volume otimizado, primeiro encontra-se o índice da variável que corresponde à combinação de produto e fábrica na planilha Apoio, e depois encontra-se o valor da variável de otimização correspondente na planilha de otimização e seu custo. O custo de produção deste produto na fábrica correspondente à chave utilizada e o custo otimizado é calculado a partir da sua multiplicação pelo volume. Em seguida, os valores são incluídos na planilha de comparação, como mostra o código representado na figura E.6.

### Figura E.6. Quarta Seção da Macro Tabela Comparação

```
'Inclui os volumes e custos reais e otimizados na planilha Comparação
Sheets("Comparação").Range("E" & i) = vol_real
Sheets("Comparação").Range("F" & i) = custo_real
Sheets("Comparação").Range("G" & i) = vol_ot
Sheets("Comparação").Range("H" & i) = custo_ot
Next i
End Sub
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Após a execução desta última macro, o processo de otimização é concluído e é possível comparar os custos apresentados pela distribuição de volumes do período selecionado antes da otimização e após a otimização. As Figuras E.7 e E.8 apresentam a planilha Comparação após a conclusão da quarta etapa do processo de otimização.

**Figura E.7. Parte 1 da Planilha Comparação Após a Quarta Etapa**

| Chave   | Fábrica   | Produto    | Alternativas de produção | Volume Real | Custo Real | Volume Após Otimização | Custo Após Otimização |
|---|-----------|------------|--------------------------|-------------|------------|------------------------|-----------------------|
| Fábrica_1_Produto 1   | Fábrica 1 | Produto 1  | 1                        | 246         | 423,12     | 246                    | 423,12                |
| Fábrica_1_Produto 2   | Fábrica 1 | Produto 2  | 1                        | 340         | 686,8      | 340                    | 686,8                 |
| Fábrica_1_Produto 3   | Fábrica 1 | Produto 3  | 1                        | 10489       | 20978      | 10489                  | 20978                 |
| Fábrica_1_Produto 4   | Fábrica 1 | Produto 4  | 1                        | 1447        | 4615,93    | 1447                   | 4615,93               |
| Fábrica_1_Produto 5   | Fábrica 1 | Produto 5  | 1                        | 1780        | 30117,6    | 1780                   | 30117,6               |
| Fábrica_1_Produto 6   | Fábrica 1 | Produto 6  | 1                        | 198         | 502,92     | 198                    | 502,92                |
| Fábrica_1_Produto 7   | Fábrica 1 | Produto 7  | 1                        | 378         | 510,3      | 378                    | 510,3                 |
| Fábrica_1_Produto 8   | Fábrica 1 | Produto 8  | 1                        | 1495        | 5382       | 1495                   | 5382                  |
| Fábrica_1_Produto 9   | Fábrica 1 | Produto 9  | 1                        | 558         | 781,2      | 558                    | 781,2                 |
| Fábrica_1_Produto 10  | Fábrica 1 | Produto 10 | 1                        | 18472       | 31587,12   | 18472                  | 31587,12              |
| Fábrica_1_Produto 11  | Fábrica 1 | Produto 11 | 1                        | 13605       | 17278,35   | 13605                  | 17278,35              |
| Fábrica_1_Produto 12  | Fábrica 1 | Produto 12 | 1                        | 7506        | 9307,44    | 7506                   | 9307,44               |
| Fábrica_1_Produto 16  | Fábrica 1 | Produto 16 | 1                        | 469         | 1782,2     | 469                    | 1782,2                |
| Fábrica_1_Produto 17  | Fábrica 1 | Produto 17 | 1                        | 819         | 2039,31    | 819                    | 2039,31               |
| Fábrica_1_Produto 18  | Fábrica 1 | Produto 18 | 1                        | 451         | 1943,81    | 451                    | 1943,81               |
| Fábrica_1_Produto 19  | Fábrica 1 | Produto 19 | 1                        | 627         | 2006,4     | 627                    | 2006,4                |
| Fábrica_1_Produto 20  | Fábrica 1 | Produto 20 | 1                        | 53281       | 155047,71  | 53281                  | 155047,71             |
| Fábrica_1_Produto 21  | Fábrica 1 | Produto 21 | 1                        | 7474        | 30792,88   | 7474                   | 30792,88              |
| Fábrica_1_Produto 22  | Fábrica 1 | Produto 22 | 1                        | 1612        | 5367,96    | 1612                   | 5367,96               |
| Fábrica_1_Produto 23  | Fábrica 1 | Produto 23 | 1                        | 354         | 1610,7     | 354                    | 1610,7                |
| Fábrica_1_Produto 24  | Fábrica 1 | Produto 24 | 1                        | 634         | 2199,98    | 634                    | 2199,98               |
| Fábrica_1_Produto 25  | Fábrica 1 | Produto 25 | 1                        | 314         | 1601,4     | 314                    | 1601,4                |
| Fábrica_1_Produto 26  | Fábrica 1 | Produto 26 | 1                        | 1158        | 5292,06    | 1158                   | 5292,06               |
| Fábrica_1_Produto 27  | Fábrica 1 | Produto 27 | 1                        | 672         | 1424,64    | 672                    | 1424,64               |
| Fábrica_1_Produto 28  | Fábrica 1 | Produto 28 | 1                        | 1656        | 6392,16    | 1656                   | 6392,16               |
| Fábrica_1_Produto 29  | Fábrica 1 | Produto 29 | 1                        | 947         | 8968,09    | 947                    | 8968,09               |
| Fábrica_1_Produto 33  | Fábrica 1 | Produto 33 | 1                        | 22769       | 45082,62   | 22769                  | 45082,62              |
| Fábrica_1_Produto 34  | Fábrica 1 | Produto 34 | 1                        | 17153       | 37736,6    | 17153                  | 37736,6               |
| <b>Volume Total Real</b>  |           |            |                          |             |            |                        | <b>5178740</b>        |
| <b>Volume Total Após Otimização</b>                                   |           |            |                          |             |            |                        | <b>5178740</b>        |
| <b>Custo Total Real</b>   |           |            |                          |             |            |                        | <b>6511284,24</b>     |
| <b>Custo Total Após Otimização</b>                                    |           |            |                          |             |            |                        | <b>5917574,79</b>     |
| <b>Diferença dos Custos Totais</b>                                    |           |            |                          |             |            |                        | <b>-593709,45</b>     |
| <b>Redução de Custo Total %</b>                                       |           |            |                          |             |            |                        | <b>-9%</b>            |
| <b>Volume Total Real (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>            |           |            |                          |             |            |                        | <b>2321056</b>        |
| <b>Volume Total Após Otimização (Alternativas de Produção &gt; 1)</b> |           |            |                          |             |            |                        | <b>2321056</b>        |
| <b>Custo Total Real (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>             |           |            |                          |             |            |                        | <b>3069346,2</b>      |
| <b>Custo Total Após Otimização(Alternativas de Produção &gt; 1)</b>   |           |            |                          |             |            |                        | <b>2475636,75</b>     |
| <b>Diferença dos Custos Totais (Alternativas de Produção &gt; 1)</b>  |           |            |                          |             |            |                        | <b>-593709,45</b>     |
| <b>Redução de Custo Total (Alternativas de Produção &gt; 1) %</b>     |           |            |                          |             |            |                        | <b>-19%</b>           |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Figura E.8. Parte 2 da Planilha Comparação Após a Quarta Etapa**

| Produto      | Volume Real       | Volume Após Otimização | Custo Real        | Custo Após Otimização | Diferença de Custo |
|--------------|-------------------|------------------------|-------------------|-----------------------|--------------------|
| Produto 13   | 10234,00          | 10234,00               | 16990,01          | 13715,56              | -3276,45           |
| Produto 14   | 148256,00         | 148256,00              | 251516,68         | 134912,96             | -116603,72         |
| Produto 15   | 658149,00         | 658149,00              | 728341,89         | 658149,00             | -70192,89          |
| Produto 30   | 17035,00          | 17035,00               | 48313,10          | 16884,65              | -28448,45          |
| Produto 31   | 16588,00          | 16588,00               | 36991,24          | 21730,28              | -15260,96          |
| Produto 32   | 24235,00          | 24235,00               | 51620,55          | 28544,95              | -23075,60          |
| Produto 35   | 5968,00           | 5968,00                | 17187,84          | 13487,68              | -3700,16           |
| Produto 36   | 80905,00          | 80905,00               | 187214,29         | 136729,45             | -50484,84          |
| Produto 37   | 8209,00           | 8209,00                | 25148,53          | 24134,46              | -1014,07           |
| Produto 38   | 181543,00         | 181543,00              | 309195,98         | 185173,86             | -124022,12         |
| Produto 41   | 183340,00         | 183340,00              | 129038,60         | 79503,00              | -55535,60          |
| Produto 42   | 2966,00           | 2966,00                | 2313,48           | 1334,70               | -978,78            |
| Produto 43   | 174458,00         | 174458,00              | 162245,94         | 162245,94             | 0,00               |
| Produto 47   | 7478,00           | 7478,00                | 4711,14           | 2392,26               | -2318,88           |
| Produto 48   | 1072,00           | 1072,00                | 664,64            | 343,04                | -321,60            |
| Produto 64   | 34164,00          | 34164,00               | 63886,68          | 42021,72              | -21864,96          |
| Produto 65   | 498872,00         | 498872,00              | 578479,40         | 528804,22             | -49675,08          |
| Produto 74   | 395890,00         | 395890,00              | 274190,00         | 274190,00             | 0,00               |
| Produto 81   | 13128,00          | 13128,00               | 41705,84          | 34526,64              | -7179,20           |
| Produto 82   | 9586,00           | 9586,00                | 23475,02          | 22910,54              | -564,48            |
| Produto 83   | 7996,00           | 7996,00                | 14837,46          | 10954,52              | -3882,94           |
| Produto 84   | 28042,00          | 28042,00               | 45615,29          | 40380,48              | -5234,81           |
| Produto 85   | 23298,00          | 23298,00               | 39906,88          | 31219,32              | -8687,56           |
| Produto 97   | 6304,00           | 6304,00                | 12040,64          | 11851,52              | -189,12            |
| Produto 98   | 2018,00           | 2018,00                | 3814,02           | 3814,02               | 0,00               |
| Produto 102  | 1362,00           | 1362,00                | 2901,06           | 1893,18               | -1007,88           |
| <b>Total</b> | <b>2321056,00</b> | <b>2321056,00</b>      | <b>3069346,20</b> | <b>2475636,75</b>     | <b>-593709,45</b>  |

Fonte: Elaborado pelo Autor

## APÊNDICE F – DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO EM PYTHON

O procedimento de cálculo em Python inicia com a importação das bibliotecas Pandas, Numpy e com a importação da função linprog da biblioteca Scipy. A biblioteca Pandas é importada pois nesta biblioteca há funções que propiciam a importação dos dados contidos no arquivo de Excel e o tratamento destes dados. Esta etapa do código é apresentada pela Figura F.1.

**Figura F.1. Importação das Bibliotecas no Jupyter Notebook**

```
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.optimize import linprog
```

Fonte: Elaborado pelo Autor

A importação das planilhas de Excel é feita utilizando a função read\_excel da biblioteca Pandas. Ao carregar uma planilha com esta função, esta planilha é transformada em um tipo de objeto denominado Dataframe. Na figura F.2 é mostrada a utilização desta função para a importação da planilha de volumes, que é atribuída à variável volumes.

**Figura F.2. Importação da Planilha Volumes no Jupyter Notebook**

```
volumes = pd.read_excel('Problema de Otimização - TG.xlsx', sheet_name = 'Volumes')
volumes
```

|     | Chave                 | Fábrica   | Produto     | Alternativas de produção | Volume Período 1 | Volume Período 2 | Volume Período 3 | Volume Período 4 | Volume Período 5 | Volume Período 6 | Volume Total |
|-----|-----------------------|-----------|-------------|--------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| 0   | Fábrica 1_Produto 1   | Fábrica 1 | Produto 1   | 1.0                      | 0                | 0                | 246              | 0                | 0                | 0                | 246          |
| 1   | Fábrica 1_Produto 2   | Fábrica 1 | Produto 2   | 1.0                      | 0                | 0                | 340              | 0                | 0                | 0                | 340          |
| 2   | Fábrica 1_Produto 3   | Fábrica 1 | Produto 3   | 1.0                      | 1306             | 2746             | 1666             | 615              | 1136             | 3020             | 10489        |
| 3   | Fábrica 1_Produto 4   | Fábrica 1 | Produto 4   | 1.0                      | 558              | 473              | 0                | 0                | 0                | 416              | 1447         |
| 4   | Fábrica 1_Produto 5   | Fábrica 1 | Produto 5   | 1.0                      | 0                | 0                | 928              | 0                | 0                | 852              | 1780         |
| ... | ...                   | ...       | ...         | ...                      | ...              | ...              | ...              | ...              | ...              | ...              | ...          |
| 149 | Fábrica 4_Produto 136 | Fábrica 4 | Produto 136 | 1.0                      | 435              | 0                | 0                | 29605            | 37660            | 61569            | 129269       |
| 150 | Fábrica 4_Produto 137 | Fábrica 4 | Produto 137 | 1.0                      | 47960            | 69781            | 44643            | 56966            | 36852            | 183082           | 439284       |
| 151 | Fábrica 4_Produto 138 | Fábrica 4 | Produto 138 | 1.0                      | 0                | 0                | 0                | 0                | 19079            | 0                | 19079        |
| 152 | Fábrica 4_Produto 109 | Fábrica 4 | Produto 109 | 1.0                      | 26698            | 73908            | 39905            | 0                | 35335            | 19759            | 195605       |
| 153 | NaN                   | NaN       | NaN         | NaN                      | 496859           | 910638           | 626883           | 658821           | 1010781          | 1474758          | 5178740      |

Fonte: Elaborado pelo Autor

As planilhas Custos por Produto e Fábricas também foram carregadas por meio do mesmo processo. A planilha de custos foi atribuída à variável custos e a planilha de fábricas à tabela\_fabricas. O carregamento destas planilhas é apresentado pelas Figuras F.3 e F.4.

**Figura F.3. Importação da Planilha Custo por Produto no Jupyter Notebook**

```
custos = pd.read_excel('Problema de Otimização - TG.xlsm', sheet_name = 'Custo Por Produto')
custos
```

|     | Produto     | Fábrica 1 | Fábrica 2 | Fábrica 3 | Fábrica 4 | Alternativas de Produção |
|-----|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------------------------|
| 0   | Produto 1   | 1.72      | 0.0       | 0.0       | 0.00      | 1                        |
| 1   | Produto 2   | 2.02      | 0.0       | 0.0       | 0.00      | 1                        |
| 2   | Produto 3   | 2.00      | 0.0       | 0.0       | 0.00      | 1                        |
| 3   | Produto 4   | 3.19      | 0.0       | 0.0       | 0.00      | 1                        |
| 4   | Produto 5   | 16.92     | 0.0       | 0.0       | 0.00      | 1                        |
| ... | ...         | ...       | ...       | ...       | ...       | ...                      |
| 133 | Produto 134 | 0.00      | 0.0       | 0.0       | 1.01      | 1                        |
| 134 | Produto 135 | 0.00      | 0.0       | 0.0       | 2.25      | 1                        |
| 135 | Produto 136 | 0.00      | 0.0       | 0.0       | 1.30      | 1                        |
| 136 | Produto 137 | 0.00      | 0.0       | 0.0       | 0.88      | 1                        |
| 137 | Produto 138 | 0.00      | 0.0       | 0.0       | 1.38      | 1                        |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Figura F.4. Importação da Planilha Fábricas no Jupyter Notebook**

```
tabela_fabricas = pd.read_excel('Problema de Otimização - TG.xlsm', sheet_name = 'Fábricas')
tabela_fabricas
```

|    | Fábrica   | Período | Volume Total | Volume Produção Obrigatória | Capacidade Produção | Capacidade Não Comprometida |
|----|-----------|---------|--------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|
| 0  | Fábrica 1 | 1       | 92521        | 41831                       | 100000              | 58169                       |
| 1  | Fábrica 1 | 2       | 84726        | 29811                       | 100000              | 70189                       |
| 2  | Fábrica 1 | 3       | 83208        | 34525                       | 100000              | 65475                       |
| 3  | Fábrica 1 | 4       | 51945        | 15568                       | 100000              | 84432                       |
| 4  | Fábrica 1 | 5       | 99536        | 13901                       | 100000              | 86099                       |
| 5  | Fábrica 1 | 6       | 95799        | 31268                       | 100000              | 68732                       |
| 6  | Fábrica 2 | 1       | 205499       | 59756                       | 233500              | 173744                      |
| 7  | Fábrica 2 | 2       | 197088       | 40728                       | 233500              | 192772                      |
| 8  | Fábrica 2 | 3       | 188016       | 18163                       | 233500              | 215337                      |
| 9  | Fábrica 2 | 4       | 138695       | 31865                       | 233500              | 201635                      |
| 10 | Fábrica 2 | 5       | 230643       | 26421                       | 233500              | 207079                      |
| 11 | Fábrica 2 | 6       | 230752       | 61312                       | 233500              | 172188                      |
| 12 | Fábrica 3 | 1       | 23885        | 12058                       | 25600               | 13542                       |
| 13 | Fábrica 3 | 2       | 25537        | 16079                       | 25600               | 9521                        |
| 14 | Fábrica 3 | 3       | 19106        | 15459                       | 25600               | 10141                       |
| 15 | Fábrica 3 | 4       | 9466         | 7162                        | 25600               | 18438                       |
| 16 | Fábrica 3 | 5       | 22424        | 14639                       | 25600               | 10961                       |
| 17 | Fábrica 3 | 6       | 17502        | 5261                        | 25600               | 20339                       |
| 18 | Fábrica 4 | 1       | 175154       | 75093                       | 1262600             | 1187507                     |
| 19 | Fábrica 4 | 2       | 603287       | 503474                      | 1262600             | 759126                      |

Fonte: Elaborado pelo Autor

O próximo passo dá início ao pré-processamento dos dados, para que a função de otimização seja utilizada posteriormente. Nele, a variável que contém a tabela de volumes é filtrada para excluir os produtos que não têm múltiplas alternativas de produção e os volumes de produção de um mesmo produto em diferentes fábricas são somados, para calcular o volume de demanda de cada produto. As manipulações da tabela de volumes e seu resultado são apresentados pela Figura F.5.

**Figura F.5. Cálculo da Tabela de Produtos Otimizáveis**

```

produtos_otimizaveis = volumes.loc[volumes['Alternativas de produção'] > 1]
produtos_otimizaveis = produtos_otimizaveis.groupby('Produto').sum()
produtos_otimizaveis

```

|             | Alternativas de produção | Volume Período 1 | Volume Período 2 | Volume Período 3 | Volume Período 4 | Volume Período 5 | Volume Período 6 | Volume Total |
|-------------|--------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| Produto     |                          |                  |                  |                  |                  |                  |                  |              |
| Produto 102 | 2.0                      | 946              | 312              | 0                | 0                | 104              | 0                | 1362         |
| Produto 13  | 4.0                      | 4895             | 3550             | 994              | 0                | 0                | 795              | 10234        |
| Produto 14  | 6.0                      | 23715            | 18672            | 29610            | 25584            | 24976            | 25699            | 148256       |
| Produto 15  | 9.0                      | 1000             | 6290             | 10459            | 247974           | 208244           | 184182           | 658149       |
| Produto 30  | 2.0                      | 3394             | 2649             | 2323             | 4184             | 1680             | 2805             | 17035        |
| Produto 31  | 2.0                      | 2006             | 945              | 4648             | 1530             | 3809             | 3650             | 16588        |
| Produto 32  | 2.0                      | 5326             | 2439             | 1405             | 8733             | 1656             | 4676             | 24235        |
| Produto 35  | 2.0                      | 0                | 0                | 0                | 0                | 5968             | 0                | 5968         |
| Produto 36  | 9.0                      | 8432             | 13136            | 22454            | 10871            | 11889            | 14123            | 80905        |
| Produto 37  | 4.0                      | 940              | 2029             | 3167             | 0                | 0                | 2073             | 8209         |
| Produto 38  | 9.0                      | 54862            | 71272            | 23092            | 0                | 7465             | 24852            | 181543       |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Na primeira linha, a planilha volumes é filtrada com o uso da função loc e atribuída à variável produtos\_otimizaveis. Em seguida, os produtos produzidos em fábricas distintas são agrupados e seus volumes somados. Este mesmo procedimento é utilizado para a tabela de fábricas, como ilustra a Figura F.6.

**Figura F.6. Cálculo da Tabela de Capacidade Total das Fábricas**

```

fabricas = tabela_fabricas.groupby('Fábrica').sum()
fabricas

```

|           | Período | Volume Total | Volume Produção Obrigatória | Capacidade Produção | Capacidade Não Comprometida |
|-----------|---------|--------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|
| Fábrica   |         |              |                             |                     |                             |
| Fábrica 1 | 21      | 507735       | 166904                      | 600000              | 433096                      |
| Fábrica 2 | 21      | 1190693      | 238245                      | 1401000             | 1162755                     |
| Fábrica 3 | 21      | 117720       | 70658                       | 153600              | 82942                       |
| Fábrica 4 | 21      | 3362592      | 2381877                     | 7575600             | 5193723                     |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Pode-se notar na tabela apresentada que os valores da coluna Fábrica foram mantidos e as outras colunas tiveram seus valores somados. Percebe-se que a coluna Período, por exemplo, apresenta o valor 21, que é a soma dos períodos de 1 a 6. Neste caso, os valores de capacidade e volumes das outras colunas representam a soma dos valores de todos os períodos. Em outros casos nos quais se deseja analisar outro intervalo de períodos, deve-se filtrar a tabela anteriormente, para apresentar apenas os valores dos períodos desejados e depois agregar os valores para obter o total.

No próximo passo encontra-se as variáveis do problema de otimização, sendo que, assim como no procedimento de cálculo realizado no Excel, cada combinação entre um produto com múltiplas alternativas de produção e uma fábrica dá origem a uma variável. Neste passo, a tabela de custo por fábrica é manipulada de modo que as colunas referentes às fábricas de 1 a 4 se

tornam linhas. Após esta transformação, a tabela é reordenada e filtrada para exibir apenas os produtos que possuem múltiplas alternativas de produção, as combinações de produtos e fábricas que possuem custo igual a zero são excluídas da tabela, e a coluna Chave é incluída, concatenando os valores de fábrica e produto para cada linha. A Figura F.7 apresenta esta parte do código e a tabela resultante, atribuída à variável denominada variáveis.

**Figura F.7. Cálculo da Tabela de Produtos Otimizáveis**

```
variáveis = custos.melt(id_vars = ['Produto', 'Alternativas de Produção'], var_name = 'Fábrica', value_name = 'Custo')
variáveis = variáveis.sort_values('Produto')
variáveis = variáveis.loc[variáveis['Alternativas de Produção'] > 1]
variáveis = variáveis.loc[variáveis['Custo'] > 0]
variáveis['Chave'] = variáveis['Fábrica']+'_'+variáveis['Produto']
variáveis
```

|     | Produto     | Alternativas de Produção | Fábrica     | Custo | Chave                 |
|-----|-------------|--------------------------|-------------|-------|-----------------------|
| 377 | Produto 102 |                          | 2 Fábrica 3 | 2.13  | Fábrica 3_Produto 102 |
| 101 | Produto 102 |                          | 2 Fábrica 1 | 1.39  | Fábrica 1_Produto 102 |
| 12  | Produto 13  |                          | 2 Fábrica 1 | 1.34  | Fábrica 1_Produto 13  |
| 288 | Produto 13  |                          | 2 Fábrica 3 | 1.79  | Fábrica 3_Produto 13  |
| 427 | Produto 14  |                          | 3 Fábrica 4 | 0.91  | Fábrica 4_Produto 14  |
| 13  | Produto 14  |                          | 3 Fábrica 1 | 2.25  | Fábrica 1_Produto 14  |
| 151 | Produto 14  |                          | 3 Fábrica 2 | 1.27  | Fábrica 2_Produto 14  |
| 152 | Produto 15  |                          | 3 Fábrica 2 | 1.25  | Fábrica 2_Produto 15  |
| 428 | Produto 15  |                          | 3 Fábrica 4 | 1.00  | Fábrica 4_Produto 15  |
| 14  | Produto 15  |                          | 3 Fábrica 1 | 1.86  | Fábrica 1_Produto 15  |
| 29  | Produto 30  |                          | 2 Fábrica 1 | 2.66  | Fábrica 1_Produto 30  |
| 443 | Produto 30  |                          | 2 Fábrica 4 | 0.99  | Fábrica 4_Produto 30  |
| 444 | Produto 31  |                          | 2 Fábrica 4 | 1.31  | Fábrica 4_Produto 31  |
| 30  | Produto 31  |                          | 2 Fábrica 1 | 2.23  | Fábrica 1_Produto 31  |
| 31  | Produto 32  |                          | 2 Fábrica 1 | 2.13  | Fábrica 1_Produto 32  |
| 445 | Produto 32  |                          | 2 Fábrica 4 | 1.17  | Fábrica 4_Produto 32  |
| 310 | Produto 35  |                          | 2 Fábrica 3 | 2.26  | Fábrica 3_Produto 35  |
| 34  | Produto 35  |                          | 2 Fábrica 1 | 2.88  | Fábrica 1_Produto 35  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Nos próximos passos da manipulação dos dados, as tabelas obtidas até o momento são utilizadas como base para a elaboração de listas que servirão como argumento para a função de otimização. A função `linprog` da biblioteca `Scipy` do Python recebe os seguintes argumentos: `c` é o vetor que contém os valores dos custos reduzidos, que neste problema são os custos de produção de cada produto em cada fábrica, `A_ub` é a matriz que contém os coeficientes que multiplicam as variáveis nas restrições que são inequações, `b_ub` é o vetor que contém os valores das constantes do lado direito nas restrições que são inequações, `A_eq` é a matriz que contém os coeficientes que multiplicam as variáveis nas restrições de igualdade, `b_eq` é o vetor que contém os valores das constantes do lado direito das restrições de igualdade, e `method` é a variável utilizada para a escolha do método de otimização utilizado para a resolução do problema de programação linear, sendo que pode-se escolher entre o método Simplex, o método Simplex revisado e o método de ponto interior.

A primeira lista obtida que serve como argumento para a função de otimização é o vetor de custos reduzidos, que é obtido da tabela variáveis, selecionando a coluna Custo desta tabela e convertendo em lista, como apresenta a Figura F.8.

**Figura F.8. Cálculo do Vetor de Custos Reduzidos**

```
custos_reduzidos = variaveis['Custo'].tolist()
custos_reduzidos

[2.13,
 1.39,
 1.34,
 1.79,
 0.91,
 2.25,
 1.27,
 1.25,
 1.0,
 1.86,
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Na figura estão presentes apenas alguns valores dos custos reduzidos, pois não é possível exibir todos os valores simultaneamente na tela do programa. O tamanho deste vetor é igual ao número de variáveis, sendo estas as diferentes combinações entre produtos e fábricas. A próxima lista obtida contém as demandas dos produtos e seu cálculo é feito a partir da tabela de produtos otimizáveis. O procedimento de cálculo está apresentado na Figura F.9.

**Figura F.9. Cálculo do Vetor de Demandas**

```
demandas = produtos_otimizaveis['Volume Total'].tolist()
demandas

[1362,
 10234,
 148256,
 658149,
 17035,
 16588,
 24235,
 5968,
 80905,
 8209,
 181543,
 163340,
 2966,
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Na Figura F.10 são exibidos os comandos que calculam o vetor de capacidades que contém as capacidades não comprometidas de cada fábrica, o número de variáveis do problema,

o número de demandas, e o número de fábricas. Estes valores de contagem das variáveis, demandas e fábricas serão utilizados para a construção das matrizes das restrições.

**Figura F.10. Cálculo do Número e Variáveis e Restrições**

```
capacidades = fabricas['Capacidade Não Comprometida'].tolist()
capacidades

[433096, 1162755, 82942, 5193723]

num_variaveis = len(custos_reduzidos)
num_variaveis

60

num_demandas = len(demandas)
num_demandas

26

num_fabricas = len(capacidades)
num_fabricas

4
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Em seguida, os nomes dos produtos presentes no problema, os nomes das fábricas e as chaves com as combinações de fábricas e produtos são atribuídos às variáveis produtos\_demandados, lista\_fabricas e chaves, respectivamente. Os códigos que calculam estas variáveis são apresentados pela figura F.11.

**Figura F.11. Cálculo das Listas de Chaves, Produtos Demandados e Fábricas**

```
chaves = variaveis['Chave'].tolist()

colunas_saida = ['Alternativas de produção',
                 'Volume Período 1',
                 'Volume Período 2',
                 'Volume Período 3',
                 'Volume Período 4',
                 'Volume Período 5',
                 'Volume Período 6',
                 'Volume Total']
produtos_demandados = produtos_otimizaveis.drop(labels = colunas_saida,axis = 1)
produtos_demandados = produtos_demandados.reset_index()
produtos_demandados = produtos_demandados['Produto'].to_list()

colunas_saida = ['Período',
                 'Volume Total',
                 'Volume Produção Obrigatória',
                 'Capacidade Produção',
                 'Capacidade Não Comprometida']
lista_fabricas = fabricas.drop(labels = colunas_saida,axis = 1)
lista_fabricas = lista_fabricas.reset_index()
lista_fabricas = lista_fabricas['Fábrica'].to_list()
```

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

A próxima parte do código organiza a matriz que contém os coeficientes das inequações de limite de capacidade das fábricas. O passo inicial nesta etapa cria uma matriz com todos elementos iguais a zero e com o número de linhas igual ao número de fábricas e o número de



**Figura F.13. Cálculo da Matriz de Coeficientes das Restrições de Igualdade**

```

num_linhas = num_demandas
num_colunas = num_variaveis

matriz_eq = [[0 for i in range(num_colunas)] for j in range(num_linhas)]

for i in produtos_demandados:
    nome_produto = i
    for j in chaves:
        nome_chave = j
        if nome_produto in nome_chave:
            matriz_eq[produtos_demandados.index(i)][chaves.index(j)] = 1

```

Fonte: Elaborado pelo Autor

Após esta etapa de cálculo da matriz que contém os coeficientes que multiplicam as variáveis de otimização nas restrições de demanda, todos os argumentos necessários para a execução da função `linprog`, que otimiza o sistema estão prontos.

O próximo passo consiste em incluir as variáveis `custos_reduzidos`, `matriz_ineq`, `capacidades`, `matriz_eq`, e `demandas` como argumentos da função `linprog`, e selecionar um método de otimização para o cálculo da minimização da função objetivo. A Figura F.14 ilustra este processo e o resultado obtido após a execução.

**Figura F.14. Cálculo da Otimização da Função Objetivo no Jupyter Notebook**

```

otimizacao = linprog(c = custos_reduzidos,
                    A_ub = matriz_ineq,
                    b_ub = capacidades,
                    A_eq = matriz_eq,
                    b_eq = demandas,
                    method = 'interior-point')

otimizacao

con: array([6.90561137e-08, 5.19547029e-07, 7.52785127e-06, 3.34182987e-05,
           8.64871254e-07, 8.42181180e-07, 1.23046993e-06, 3.02932676e-07,
           4.10803477e-06, 4.16719558e-07, 9.21791070e-06, 8.29374767e-06,
           1.50501364e-07, 8.85824556e-06, 3.79557605e-07, 5.43304850e-08,
           1.73458102e-06, 2.53309845e-05, 9.94463335e-06, 6.66494088e-07,
           4.86643330e-07, 4.05910214e-07, 1.42373392e-06, 1.18284879e-06,
           3.19993887e-07, 1.02364538e-07])
fun: 2475636.7500437777
message: 'Optimization terminated successfully.'
nit: 12
slack: array([ 414163.45158187,  635534.99998699,  54651.54830449,
              3447110.0002445 ])
status: 0
success: True
x: array([2.13025305e-06, 1.36200000e+03, 1.02340000e+04, 1.18982692e-05,
          1.48256000e+05, 4.00621870e-06, 1.49104520e-05, 2.14705751e-05,
          6.58149000e+05, 6.24233265e-06, 3.21375614e-06, 1.70350000e+04,
          1.65880000e+04, 5.83203315e-06, 5.59022163e-06, 2.42350000e+04,
          5.96799999e+03, 8.64485994e-06, 5.53261029e-06, 8.09050000e+04,
          5.26266013e-06, 8.20899998e+03, 2.32766358e-05, 1.81543000e+05,
          3.53137592e-06, 5.31517026e-06, 1.63340000e+05, 1.57872649e-05,
          1.57883133e-05, 2.96599998e+03, 1.74458000e+05, 3.08489929e-06,
          4.22424303e-06, 1.72550502e-05, 7.47799998e+03, 1.07199999e+03,
          6.85000018e-06, 3.41640000e+04, 8.38480926e-06, 4.00565350e-06,
          1.91688538e-05, 4.98872000e+05, 1.95850000e+05, 5.36831854e-06,
          7.66416068e-06, 1.31280000e+04, 6.38241821e-06, 9.58599999e+03,
          7.99600000e+03, 3.60015454e-06, 4.50907568e-06, 3.34908874e-05,
          2.80420000e+04, 3.77913507e-06, 2.32980000e+04, 1.07299933e-05,
          1.68750767e-04, 6.30399983e+03, 1.03254848e+03, 9.85451523e+02])

```

Fonte: Elaborado pelo Autor

Após a execução da função `linprog` com os parâmetros calculados na etapa de pré-processamento dos dados, obteve-se o resultado que minimiza a função custo para o sistema. Na Figura F.14 estão apresentados os resultados. Ao executar a linha que contém o nome da

variável `otimizacao`, à qual foi atribuído o resultado da função `linprog`, são retornados diferentes atributos que informam sobre o processo de otimização. O atributo `success` apresenta o status da execução do método de otimização, e na figura apresentada mostra o valor `True`, informando que a otimização foi concluída com sucesso. O status de execução do código também pode ser visto nos atributos `message` e `status`, sendo que para o atributo `status`, o valor apresentado igual a 0 significa que o problema foi otimizado com êxito. O atributo `x` apresenta os valores das variáveis do problema de otimização após o término das iterações, o atributo `nit` apresenta o número de iterações feitas para a obtenção do resultado, e o atributo `fun` mostra o valor otimizado da função custo.

## APÊNDICE G – RESULTADOS

**Tabela G.1. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas  
Para o Período 1**

|  | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|--|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>                 | 92521            | 205499           | 23685            | 175154           | 496859       |
| <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b>  | 48978            | 146507           | 16523            | 284851           | 496859       |
| <b>Capacidade Total (l)</b>            | 100000           | 233500           | 25600            | 1262600          | 1621700      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>                | 214248,55        | 238917,85        | 65671,76         | 183275,38        | 702113,54    |
| <b>Custo Após<br/>Otimização (R\$)</b> | 116566,82        | 173462,98        | 50115,76         | 265886,49        | 606032,05    |
| <b>Diferença de Custo<br/>(R\$)</b>    | -97681,73        | -65454,87        | -15556           | 82611,11         | -96081,49    |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.2. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas  
Para o Período 2**

|  | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|--|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>                 | 84726            | 197088           | 25537            | 603287           | 910638       |
| <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b>  | 35832            | 168367           | 18976            | 687463           | 910638       |
| <b>Capacidade Total (l)</b>            | 100000           | 233500           | 25600            | 1262600          | 1621700      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>                | 184421,06        | 222489,86        | 76976,22         | 608150,24        | 1092037,38   |
| <b>Custo Após<br/>Otimização (R\$)</b> | 75090,38         | 198137,25        | 63884,61         | 669771,51        | 1006883,75   |
| <b>Diferença de Custo<br/>(R\$)</b>    | -<br>109330,68   | -24352,61        | -13091,61        | 61621,27         | -85153,63    |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.3. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas  
Para o Período 3**

|                                    | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>             | 83208            | 188016           | 19106            | 336553           | 626883       |
| <b>Volume Após Otimização (l)</b>  | 36399            | 126617           | 21310            | 442557           | 626883       |
| <b>Capacidade Total (l)</b>        | 100000           | 233500           | 25600            | 1262600          | 1621700      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>            | 202747,56        | 244639,65        | 67027,55         | 342832,64        | 857247,4     |
| <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | 94989,92         | 171597,9         | 74637,89         | 433505,67        | 774731,38    |
| <b>Diferença de Custo (R\$)</b>    | -<br>107757,64   | -73041,75        | 7610,34          | 90673,03         | -82516,02    |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.4. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas  
Para o Período 4**

|                                    | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>             | 51945            | 138695           | 9466             | 458715           | 658821       |
| <b>Volume Após Otimização (l)</b>  | 15568            | 63794            | 11368            | 568091           | 658821       |
| <b>Capacidade Total (l)</b>        | 100000           | 233500           | 25600            | 1262600          | 1621700      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>            | 130513,03        | 189023,37        | 39736,86         | 469965,16        | 829238,42    |
| <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | 43027,24         | 91543,77         | 44739,12         | 576993,01        | 756303,14    |
| <b>Diferença de Custo (R\$)</b>    | -87485,79        | -97479,6         | 5002,26          | 107027,85        | -72935,28    |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.5. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas  
Para o Período 5**

|                                    | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>             | 99536            | 230643           | 22424            | 658178           | 1010781      |
| <b>Volume Após Otimização (l)</b>  | 14998            | 104731           | 23027            | 868025           | 1010781      |
| <b>Capacidade Total (l)</b>        | 100000           | 233500           | 25600            | 1262600          | 1621700      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>            | 221780,33        | 305940,71        | 80193,9          | 713488,86        | 1321403,8    |
| <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | 39982,9          | 143860,67        | 79545,13         | 919548,8         | 1182937,5    |
| <b>Diferença de Custo (R\$)</b>    | -<br>181797,43   | -162080,04       | -648,77          | 206059,94        | -138466,3    |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.6. Volumes, Capacidades e Custos Iniciais e Otimizados das Fábricas  
Para o Período 6**

|                                    | <b>Fábrica 1</b> | <b>Fábrica 2</b> | <b>Fábrica 3</b> | <b>Fábrica 4</b> | <b>Total</b> |
|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|
| <b>Volume Real (l)</b>             | 95799            | 230752           | 17502            | 1130705          | 1474758      |
| <b>Volume Após Otimização (l)</b>  | 33123            | 170352           | 8683             | 1262600          | 1474758      |
| <b>Capacidade Total (l)</b>        | 100000           | 233500           | 25600            | 1262600          | 1621700      |
| <b>Custo Real (R\$)</b>            | 230684,82        | 292270,88        | 49439,36         | 1136848,64       | 1709243,7    |
| <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | 89437,96         | 220015,12        | 28140,28         | 1256819,36       | 1594412,72   |
| <b>Diferença de Custo (R\$)</b>    | -<br>141246,86   | -72255,76        | -21299,08        | 119970,72        | -114830,98   |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela G.7. Redução de Custos para o Período 1 Detalhado por Produto

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 4895                      | 4895                              | 7603,3                     | 6559,3                             | -1044                           |
| Produto 14     | 23715                     | 23715                             | 37877,69                   | 21580,65                           | -16297,04                       |
| Produto 15     | 1000                      | 1000                              | 1250                       | 1000                               | -250                            |
| Produto 30     | 3394                      | 3394                              | 9028,04                    | 3360,06                            | -5667,98                        |
| Produto 31     | 2006                      | 2006                              | 4473,38                    | 2627,86                            | -1845,52                        |
| Produto 32     | 5326                      | 5326                              | 11344,38                   | 6231,42                            | -5112,96                        |
| Produto 35     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 36     | 8432                      | 8432                              | 17360,06                   | 14250,08                           | -3109,98                        |
| Produto 37     | 940                       | 940                               | 2763,6                     | 2763,6                             | 0                               |
| Produto 38     | 54862                     | 54862                             | 87816,5                    | 55959,24                           | -31857,26                       |
| Produto 41     | 46202                     | 46202                             | 36499,58                   | 20790,9                            | -15708,68                       |
| Produto 42     | 1136                      | 1136                              | 886,08                     | 511,2                              | -374,88                         |
| Produto 43     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 47     | 3683                      | 3683                              | 2320,29                    | 1178,56                            | -1141,73                        |
| Produto 48     | 426                       | 426                               | 264,12                     | 136,32                             | -127,8                          |
| Produto 64     | 5980                      | 5980                              | 11182,6                    | 7355,4                             | -3827,2                         |
| Produto 65     | 116890                    | 116890                            | 128615,52                  | 123903,4                           | -4712,12                        |
| Produto 74     | 16288                     | 16288                             | 22803,2                    | 22803,2                            | 0                               |
| Produto 81     | 2500                      | 2500                              | 8325                       | 6575                               | -1750                           |
| Produto 82     | 2597                      | 2597                              | 6206,83                    | 6206,83                            | 0                               |
| Produto 83     | 1688                      | 1688                              | 4827,68                    | 2312,56                            | -2515,12                        |
| Produto 84     | 2884                      | 2884                              | 4152,96                    | 4152,96                            | 0                               |
| Produto 85     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 97     | 1306                      | 1306                              | 2494,46                    | 2455,28                            | -39,18                          |
| Produto 98     | 1025                      | 1025                              | 1937,25                    | 1937,25                            | 0                               |
| Produto 102    | 946                       | 946                               | 2014,98                    | 1314,94                            | -700,04                         |
| <b>Total</b>   | <b>308121</b>             | <b>308121</b>                     | <b>412047,5</b>            | <b>315966,01</b>                   | <b>-96081,49</b>                |

Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela G.8. Redução de Custos para o Período 2 Detalhado por Produto

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 3550                      | 3550                              | 6184,4                     | 4757                               | -1427,4                         |
| Produto 14     | 18672                     | 18672                             | 27606                      | 16991,52                           | -10614,48                       |
| Produto 15     | 6290                      | 6290                              | 7862,5                     | 6290                               | -1572,5                         |
| Produto 30     | 2649                      | 2649                              | 7046,34                    | 2622,51                            | -4423,83                        |
| Produto 31     | 945                       | 945                               | 2107,35                    | 1237,95                            | -869,4                          |
| Produto 32     | 2439                      | 2439                              | 5195,07                    | 2853,63                            | -2341,44                        |
| Produto 35     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 36     | 13136                     | 13136                             | 28781,9                    | 22199,84                           | -6582,06                        |
| Produto 37     | 2029                      | 2029                              | 5965,26                    | 5965,26                            | 0                               |
| Produto 38     | 71272                     | 71272                             | 111157,23                  | 72697,44                           | -38459,79                       |
| Produto 41     | 36287                     | 36287                             | 28666,73                   | 16329,15                           | -12337,58                       |
| Produto 42     | 1215                      | 1215                              | 947,7                      | 546,75                             | -400,95                         |
| Produto 43     | 99813                     | 99813                             | 92826,09                   | 92826,09                           | 0                               |
| Produto 47     | 2007                      | 2007                              | 1264,41                    | 642,24                             | -622,17                         |
| Produto 48     | 520                       | 520                               | 322,4                      | 166,4                              | -156                            |
| Produto 64     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 65     | 13152                     | 13152                             | 17623,68                   | 13941,12                           | -3682,56                        |
| Produto 74     | 33936                     | 33936                             | 47510,4                    | 47510,4                            | 0                               |
| Produto 81     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 82     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 83     | 3643                      | 3643                              | 6358,73                    | 4990,91                            | -1367,82                        |
| Produto 84     | 5652                      | 5652                              | 8138,88                    | 8138,88                            | 0                               |
| Produto 85     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 97     | 2159                      | 2159                              | 4123,69                    | 4058,92                            | -64,77                          |
| Produto 98     | 868                       | 868                               | 1640,52                    | 1640,52                            | 0                               |
| Produto 102    | 312                       | 312                               | 664,56                     | 433,68                             | -230,88                         |
| <b>Total</b>   | <b>320546</b>             | <b>320546</b>                     | <b>411993,84</b>           | <b>326840,21</b>                   | <b>-85153,63</b>                |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.9. Redução de Custos para o Período 3 Detalhado por Produto**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 994                       | 994                               | 1779,26                    | 1331,96                            | -447,3                          |
| Produto 14     | 29610                     | 29610                             | 48668,9                    | 26945,1                            | -21723,8                        |
| Produto 15     | 10459                     | 10459                             | 13073,75                   | 10459                              | -2614,75                        |
| Produto 30     | 2323                      | 2323                              | 6179,18                    | 2299,77                            | -3879,41                        |
| Produto 31     | 4648                      | 4648                              | 10365,04                   | 6088,88                            | -4276,16                        |
| Produto 32     | 1405                      | 1405                              | 2992,65                    | 1643,85                            | -1348,8                         |
| Produto 35     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 36     | 22454                     | 22454                             | 44302,88                   | 37947,26                           | -6355,62                        |
| Produto 37     | 3167                      | 3167                              | 9848,26                    | 9310,98                            | -537,28                         |
| Produto 38     | 23092                     | 23092                             | 44618,74                   | 23553,84                           | -21064,9                        |
| Produto 41     | 26846                     | 26846                             | 21208,34                   | 12080,7                            | -9127,64                        |
| Produto 42     | 615                       | 615                               | 479,7                      | 276,75                             | -202,95                         |
| Produto 43     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 47     | 1259                      | 1259                              | 793,17                     | 402,88                             | -390,29                         |
| Produto 48     | 126                       | 126                               | 78,12                      | 40,32                              | -37,8                           |
| Produto 64     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 65     | 65633                     | 65633                             | 77610,62                   | 69570,98                           | -8039,64                        |
| Produto 74     | 45645                     | 45645                             | 63903                      | 63903                              | 0                               |
| Produto 81     | 2684                      | 2684                              | 8937,72                    | 7058,92                            | -1878,8                         |
| Produto 82     | 3208                      | 3208                              | 8231,6                     | 7667,12                            | -564,48                         |
| Produto 83     | 2665                      | 2665                              | 3651,05                    | 3651,05                            | 0                               |
| Produto 84     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 85     | 11390                     | 11390                             | 15262,6                    | 15262,6                            | 0                               |
| Produto 97     | 880                       | 880                               | 1680,8                     | 1654,4                             | -26,4                           |
| Produto 98     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 102    | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| <b>Total</b>   | <b>259103</b>             | <b>259103</b>                     | <b>383665,38</b>           | <b>301149,36</b>                   | <b>-82516,02</b>                |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.10. Redução de Custos para o Período 4 Detalhado por Produto**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 14     | 25584                     | 25584                             | 43329,5                    | 23281,44                           | -20048,06                       |
| Produto 15     | 247974                    | 247974                            | 252660,75                  | 247974                             | -4686,75                        |
| Produto 30     | 4184                      | 4184                              | 11129,44                   | 4142,16                            | -6987,28                        |
| Produto 31     | 1530                      | 1530                              | 3411,9                     | 2004,3                             | -1407,6                         |
| Produto 32     | 8733                      | 8733                              | 18601,29                   | 10217,61                           | -8383,68                        |
| Produto 35     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 36     | 10871                     | 10871                             | 29460,41                   | 18371,99                           | -11088,42                       |
| Produto 37     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 38     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 41     | 10303                     | 10303                             | 8139,37                    | 4636,35                            | -3503,02                        |
| Produto 42     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 43     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 47     | 47                        | 47                                | 29,61                      | 15,04                              | -14,57                          |
| Produto 48     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 64     | 7771                      | 7771                              | 14531,77                   | 9558,33                            | -4973,44                        |
| Produto 65     | 46047                     | 46047                             | 57903,38                   | 48809,82                           | -9093,56                        |
| Produto 74     | 11793                     | 11793                             | 16510,2                    | 16510,2                            | 0                               |
| Produto 81     | 4206                      | 4206                              | 12918,18                   | 11061,78                           | -1856,4                         |
| Produto 82     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 83     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 84     | 6345                      | 6345                              | 10029,3                    | 9136,8                             | -892,5                          |
| Produto 85     | 2920                      | 2920                              | 3912,8                     | 3912,8                             | 0                               |
| Produto 97     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 98     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 102    | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| <b>Total</b>   | <b>388308</b>             | <b>388308</b>                     | <b>482567,9</b>            | <b>409632,62</b>                   | <b>-72935,28</b>                |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.11. Redução de Custos para o Período 5 Detalhado por Produto**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 14     | 24976                     | 24976                             | 47476,94                   | 22728,16                           | -24748,78                       |
| Produto 15     | 208244                    | 208244                            | 255874,48                  | 208244                             | -47630,48                       |
| Produto 30     | 1680                      | 1680                              | 4468,8                     | 1663,2                             | -2805,6                         |
| Produto 31     | 3809                      | 3809                              | 8494,07                    | 4989,79                            | -3504,28                        |
| Produto 32     | 1656                      | 1656                              | 3527,28                    | 1937,52                            | -1589,76                        |
| Produto 35     | 5968                      | 5968                              | 17187,84                   | 13487,68                           | -3700,16                        |
| Produto 36     | 11889                     | 11889                             | 29333,61                   | 20092,41                           | -9241,2                         |
| Produto 37     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 38     | 7465                      | 7465                              | 15153,95                   | 7614,3                             | -7539,65                        |
| Produto 41     | 14706                     | 14706                             | 11617,74                   | 6617,7                             | -5000,04                        |
| Produto 42     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 43     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 47     | 28                        | 28                                | 17,64                      | 8,96                               | -8,68                           |
| Produto 48     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 64     | 5473                      | 5473                              | 10234,51                   | 6731,79                            | -3502,72                        |
| Produto 65     | 147035                    | 147035                            | 173888,26                  | 155857,1                           | -18031,16                       |
| Produto 74     | 40129                     | 40129                             | 56180,6                    | 56180,6                            | 0                               |
| Produto 81     | 2420                      | 2420                              | 8058,6                     | 6364,6                             | -1694                           |
| Produto 82     | 2497                      | 2497                              | 5967,83                    | 5967,83                            | 0                               |
| Produto 83     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 84     | 7342                      | 7342                              | 11250,78                   | 10572,48                           | -678,3                          |
| Produto 85     | 8988                      | 8988                              | 20731,48                   | 12043,92                           | -8687,56                        |
| Produto 97     | 899                       | 899                               | 1717,09                    | 1690,12                            | -26,97                          |
| Produto 98     | 94                        | 94                                | 177,66                     | 177,66                             | 0                               |
| Produto 102    | 104                       | 104                               | 221,52                     | 144,56                             | -76,96                          |
| <b>Total</b>   | <b>495402</b>             | <b>495402</b>                     | <b>681580,68</b>           | <b>543114,38</b>                   | <b>-138466,3</b>                |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.12. Redução de Custos para o Período 6 Detalhado por Produto**

| <b>Produto</b> | <b>Volume Inicial (l)</b> | <b>Volume Após Otimização (l)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> | <b>Diferença de Custo (R\$)</b> |
|----------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Produto 13     | 795                       | 795                               | 1423,05                    | 1065,3                             | -357,75                         |
| Produto 14     | 25699                     | 25699                             | 46557,65                   | 23386,09                           | -23171,56                       |
| Produto 15     | 184182                    | 184182                            | 197620,41                  | 187907,75                          | -9712,66                        |
| Produto 30     | 2805                      | 2805                              | 7461,3                     | 2776,95                            | -4684,35                        |
| Produto 31     | 3650                      | 3650                              | 8139,5                     | 4781,5                             | -3358                           |
| Produto 32     | 4676                      | 4676                              | 9959,88                    | 5470,92                            | -4488,96                        |
| Produto 35     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 36     | 14123                     | 14123                             | 37975,43                   | 23867,87                           | -14107,56                       |
| Produto 37     | 2073                      | 2073                              | 6571,41                    | 6094,62                            | -476,79                         |
| Produto 38     | 24852                     | 24852                             | 50449,56                   | 25349,04                           | -25100,52                       |
| Produto 41     | 28996                     | 28996                             | 22906,84                   | 13048,2                            | -9858,64                        |
| Produto 42     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 43     | 74645                     | 74645                             | 69419,85                   | 69419,85                           | 0                               |
| Produto 47     | 454                       | 454                               | 286,02                     | 145,28                             | -140,74                         |
| Produto 48     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 64     | 14940                     | 14940                             | 27937,8                    | 18376,2                            | -9561,6                         |
| Produto 65     | 110115                    | 110115                            | 122837,94                  | 116721,9                           | -6116,04                        |
| Produto 74     | 48059                     | 48059                             | 67282,6                    | 67282,6                            | 0                               |
| Produto 81     | 1318                      | 1318                              | 3466,34                    | 3466,34                            | 0                               |
| Produto 82     | 1284                      | 1284                              | 3068,76                    | 3068,76                            | 0                               |
| Produto 83     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 84     | 5819                      | 5819                              | 12043,37                   | 8379,36                            | -3664,01                        |
| Produto 85     | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| Produto 97     | 1060                      | 1060                              | 2024,6                     | 1992,8                             | -31,8                           |
| Produto 98     | 31                        | 31                                | 58,59                      | 58,59                              | 0                               |
| Produto 102    | 0                         | 0                                 | 0                          | 0                                  | 0                               |
| <b>Total</b>   | <b>549576</b>             | <b>549576</b>                     | <b>697490,9</b>            | <b>582659,92</b>                   | <b>-114830,98</b>               |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.13. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 1 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial (I)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Volume Após Otimização (I)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> |
|----------------|----------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| Produto 13     | Fábrica 1      | 2575                      | 3450,5                     | 4895                              | 6559,3                             |
| Produto 13     | Fábrica 3      | 2320                      | 4152,8                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 1      | 7918                      | 17815,5                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 2      | 15797                     | 20062,19                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 23715                             | 21580,65                           |
| Produto 15     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 2      | 1000                      | 1250                       | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 1000                              | 1000                               |
| Produto 30     | Fábrica 1      | 3394                      | 9028,04                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 30     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 3394                              | 3360,06                            |
| Produto 31     | Fábrica 1      | 2006                      | 4473,38                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 31     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 2006                              | 2627,86                            |
| Produto 32     | Fábrica 1      | 5326                      | 11344,38                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 32     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 5326                              | 6231,42                            |
| Produto 35     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 35     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 1      | 3049                      | 8262,79                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 2      | 5383                      | 9097,27                    | 8432                              | 14250,08                           |
| Produto 36     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 3      | 940                       | 2763,6                     | 940                               | 2763,6                             |
| Produto 38     | Fábrica 1      | 26422                     | 53636,66                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 38     | Fábrica 2      | 25038                     | 25538,76                   | 54862                             | 55959,24                           |
| Produto 38     | Fábrica 3      | 3402                      | 8641,08                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 2      | 46202                     | 36499,58                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 46202                             | 20790,9                            |
| Produto 42     | Fábrica 2      | 1136                      | 886,08                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 42     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 1136                              | 511,2                              |
| Produto 43     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 43     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 2      | 3683                      | 2320,29                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 3683                              | 1178,56                            |
| Produto 48     | Fábrica 2      | 426                       | 264,12                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 48     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 426                               | 136,32                             |
| Produto 64     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 2      | 5980                      | 11182,6                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 5980                              | 7355,4                             |
| Produto 65     | Fábrica 2      | 16829                     | 22550,86                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 65     | Fábrica 4      | 100061                    | 106064,66                  | 116890                            | 123903,4                           |
| Produto 74     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 74     | Fábrica 2      | 16288                     | 22803,2                    | 16288                             | 22803,2                            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.14. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 1 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial<br/>(l)</b> | <b>Custo Inicial<br/>(R\$)</b> | <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b> | <b>Custo Após<br/>Otimização<br/>(R\$)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|
| Produto 81     | Fábrica 2      | 2500                          | 8325                           | 0                                     | 0  |
| Produto 81     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 2500                                  | 6575                                       |
| Produto 82     | Fábrica 2      | 2597                          | 6206,83                        | 2597                                  | 6206,83                                    |
| Produto 82     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 1688                                  | 2312,56                                    |
| Produto 83     | Fábrica 3      | 1688                          | 4827,68                        | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 2      | 2884                          | 4152,96                        | 2884                                  | 4152,96                                    |
| Produto 84     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 1306                                  | 2455,28                                    |
| Produto 97     | Fábrica 3      | 1306                          | 2494,46                        | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 3      | 1025                          | 1937,25                        | 1025                                  | 1937,25                                    |
| Produto 102    | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 946                                   | 1314,94                                    |
| Produto 102    | Fábrica 3      | 946                           | 2014,98                        | 0                                     | 0  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

**Tabela G.15. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 2 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial (I)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Volume Após Otimização (I)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> |
|----------------|----------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| Produto 13     | Fábrica 1      | 378                       | 506,52                     | 3550                              | 4757                               |
| Produto 13     | Fábrica 3      | 3172                      | 5677,88                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 1      | 3972                      | 8937                       | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 2      | 14700                     | 18669                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 18672                             | 16991,52                           |
| Produto 15     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 2      | 6290                      | 7862,5                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 6290                              | 6290                               |
| Produto 30     | Fábrica 1      | 2649                      | 7046,34                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 30     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 2649                              | 2622,51                            |
| Produto 31     | Fábrica 1      | 945                       | 2107,35                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 31     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 945                               | 1237,95                            |
| Produto 32     | Fábrica 1      | 2439                      | 5195,07                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 32     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 2439                              | 2853,63                            |
| Produto 35     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 35     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 1      | 6453                      | 17487,63                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 2      | 6683                      | 11294,27                   | 13136                             | 22199,84                           |
| Produto 36     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 3      | 2029                      | 5965,26                    | 2029                              | 5965,26                            |
| Produto 38     | Fábrica 1      | 38079                     | 77300,37                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 38     | Fábrica 2      | 33193                     | 33856,86                   | 71272                             | 72697,44                           |
| Produto 38     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 2      | 36287                     | 28666,73                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 36287                             | 16329,15                           |
| Produto 42     | Fábrica 2      | 1215                      | 947,7                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 42     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 1215                              | 546,75                             |
| Produto 43     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 43     | Fábrica 4      | 99813                     | 92826,09                   | 99813                             | 92826,09                           |
| Produto 47     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 2      | 2007                      | 1264,41                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 2007                              | 642,24                             |
| Produto 48     | Fábrica 2      | 520                       | 322,4                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 48     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 520                               | 166,4                              |
| Produto 64     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 2      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 65     | Fábrica 2      | 13152                     | 17623,68                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 65     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 13152                             | 13941,12                           |
| Produto 74     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 74     | Fábrica 2      | 33936                     | 47510,4                    | 33936                             | 47510,4                            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.16. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 2 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial<br/>(l)</b> | <b>Custo Inicial<br/>(R\$)</b> | <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b> | <b>Custo Após<br/>Otimização<br/>(R\$)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|
| Produto 81     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 81     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 82     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 82     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 2      | 2725                          | 3733,25                        | 3643                                  | 4990,91                                    |
| Produto 83     | Fábrica 3      | 918                           | 2625,48                        | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 2      | 5652                          | 8138,88                        | 5652                                  | 8138,88                                    |
| Produto 84     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 2159                                  | 4058,92                                    |
| Produto 97     | Fábrica 3      | 2159                          | 4123,69                        | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 3      | 868                           | 1640,52                        | 868                                   | 1640,52                                    |
| Produto 102    | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 312                                   | 433,68                                     |
| Produto 102    | Fábrica 3      | 312                           | 664,56                         | 0                                     | 0  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

**Tabela G.17. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 3 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial (I)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Volume Após Otimização (I)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> |
|----------------|----------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| Produto 13     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 994                               | 1331,96                            |
| Produto 13     | Fábrica 3      | 994                       | 1779,26                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 1      | 11290                     | 25402,5                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 2      | 18320                     | 23266,4                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 29610                             | 26945,1                            |
| Produto 15     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 2      | 10459                     | 13073,75                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 10459                             | 10459                              |
| Produto 30     | Fábrica 1      | 2323                      | 6179,18                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 30     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 2323                              | 2299,77                            |
| Produto 31     | Fábrica 1      | 4648                      | 10365,04                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 31     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 4648                              | 6088,88                            |
| Produto 32     | Fábrica 1      | 1405                      | 2992,65                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 32     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 1405                              | 1643,85                            |
| Produto 35     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 35     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 1      | 6231                      | 16886,01                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 2      | 16223                     | 27416,87                   | 22454                             | 37947,26                           |
| Produto 36     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 1      | 2336                      | 7405,12                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 3      | 831                       | 2443,14                    | 3167                              | 9310,98                            |
| Produto 38     | Fábrica 1      | 20450                     | 41513,5                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 38     | Fábrica 2      | 2372                      | 2419,44                    | 23092                             | 23553,84                           |
| Produto 38     | Fábrica 3      | 270                       | 685,8                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 2      | 26846                     | 21208,34                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 26846                             | 12080,7                            |
| Produto 42     | Fábrica 2      | 615                       | 479,7                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 42     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 615                               | 276,75                             |
| Produto 43     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 43     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 2      | 1259                      | 793,17                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 1259                              | 402,88                             |
| Produto 48     | Fábrica 2      | 126                       | 78,12                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 48     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 126                               | 40,32                              |
| Produto 64     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 2      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 65     | Fábrica 2      | 28713                     | 38475,42                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 65     | Fábrica 4      | 36920                     | 39135,2                    | 65633                             | 69570,98                           |
| Produto 74     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 74     | Fábrica 2      | 45645                     | 63903                      | 45645                             | 63903                              |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.18. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 3 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial<br/>(l)</b> | <b>Custo Inicial<br/>(R\$)</b> | <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b> | <b>Custo Após<br/>Otimização<br/>(R\$)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|
| Produto 81     | Fábrica 2      | 2684                          | 8937,72                        | 0                                     | 0  |
| Produto 81     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 2684                                  | 7058,92                                    |
| Produto 82     | Fábrica 2      | 2536                          | 6061,04                        | 3208                                  | 7667,12                                    |
| Produto 82     | Fábrica 3      | 672                           | 2170,56                        | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 2      | 2665                          | 3651,05                        | 2665                                  | 3651,05                                    |
| Produto 83     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 2      | 11390                         | 15262,6                        | 11390                                 | 15262,6                                    |
| Produto 85     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 880                                   | 1654,4                                     |
| Produto 97     | Fábrica 3      | 880                           | 1680,8                         | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 102    | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 102    | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Tabela G.19. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 4 Parte 1

| Produto    | Fábrica   | Volume Inicial (l) | Custo Inicial (R\$) | Volume Após Otimização (l) | Custo Após Otimização (R\$) |
|------------|-----------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Produto 13 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 13 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 14 | Fábrica 1 | 11059              | 24882,75            | 0                          | 0                           |
| Produto 14 | Fábrica 2 | 14525              | 18446,75            | 0                          | 0                           |
| Produto 14 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 25584                      | 23281,44                    |
| Produto 15 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 15 | Fábrica 2 | 18747              | 23433,75            | 0                          | 0                           |
| Produto 15 | Fábrica 4 | 229227             | 229227              | 247974                     | 247974                      |
| Produto 30 | Fábrica 1 | 4184               | 11129,44            | 0                          | 0                           |
| Produto 30 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 4184                       | 4142,16                     |
| Produto 31 | Fábrica 1 | 1530               | 3411,9              | 0                          | 0                           |
| Produto 31 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 1530                       | 2004,3                      |
| Produto 32 | Fábrica 1 | 8733               | 18601,29            | 0                          | 0                           |
| Produto 32 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 8733                       | 10217,61                    |
| Produto 35 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 35 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 36 | Fábrica 1 | 10871              | 29460,41            | 0                          | 0                           |
| Produto 36 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 10871                      | 18371,99                    |
| Produto 36 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 37 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 37 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 38 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 38 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 38 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 41 | Fábrica 2 | 10303              | 8139,37             | 0                          | 0                           |
| Produto 41 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 10303                      | 4636,35                     |
| Produto 42 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 42 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 43 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 43 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 47 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 47 | Fábrica 2 | 47                 | 29,61               | 0                          | 0                           |
| Produto 47 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 47                         | 15,04                       |
| Produto 48 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 48 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 64 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 64 | Fábrica 2 | 7771               | 14531,77            | 0                          | 0                           |
| Produto 64 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 7771                       | 9558,33                     |
| Produto 65 | Fábrica 2 | 32477              | 43519,18            | 0                          | 0                           |
| Produto 65 | Fábrica 4 | 13570              | 14384,2             | 46047                      | 48809,82                    |
| Produto 74 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 74 | Fábrica 2 | 11793              | 16510,2             | 11793                      | 16510,2                     |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.20. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 4 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial<br/>(I)</b> | <b>Custo Inicial<br/>(R\$)</b> | <b>Volume Após<br/>Otimização (I)</b> | <b>Custo Após<br/>Otimização<br/>(R\$)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|
| Produto 81     | Fábrica 2      | 2652                          | 8831,16                        | 0                                     | 0  |
| Produto 81     | Fábrica 3      | 1554                          | 4087,02                        | 4206                                  | 11061,78                                   |
| Produto 82     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 82     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 2      | 5595                          | 8056,8                         | 6345                                  | 9136,8                                     |
| Produto 84     | Fábrica 3      | 750                           | 1972,5                         | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 2      | 2920                          | 3912,8                         | 2920                                  | 3912,8                                     |
| Produto 85     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 102    | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 102    | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

Tabela G.21. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 5 Parte 1

| Produto    | Fábrica   | Volume Inicial (l) | Custo Inicial (R\$) | Volume Após Otimização (l) | Custo Após Otimização (R\$) |
|------------|-----------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Produto 13 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 13 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 14 | Fábrica 1 | 16079              | 36177,75            | 0                          | 0                           |
| Produto 14 | Fábrica 2 | 8897               | 11299,19            | 0                          | 0                           |
| Produto 14 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 24976                      | 22728,16                    |
| Produto 15 | Fábrica 1 | 39918              | 74247,48            | 0                          | 0                           |
| Produto 15 | Fábrica 2 | 53204              | 66505               | 0                          | 0                           |
| Produto 15 | Fábrica 4 | 115122             | 115122              | 208244                     | 208244                      |
| Produto 30 | Fábrica 1 | 1680               | 4468,8              | 0                          | 0                           |
| Produto 30 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 1680                       | 1663,2                      |
| Produto 31 | Fábrica 1 | 3809               | 8494,07             | 0                          | 0                           |
| Produto 31 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 3809                       | 4989,79                     |
| Produto 32 | Fábrica 1 | 1656               | 3527,28             | 0                          | 0                           |
| Produto 32 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 1656                       | 1937,52                     |
| Produto 35 | Fábrica 1 | 5968               | 17187,84            | 0                          | 0                           |
| Produto 35 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 5968                       | 13487,68                    |
| Produto 36 | Fábrica 1 | 9060               | 24552,6             | 0                          | 0                           |
| Produto 36 | Fábrica 2 | 2829               | 4781,01             | 11889                      | 20092,41                    |
| Produto 36 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 37 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 37 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 38 | Fábrica 1 | 7465               | 15153,95            | 0                          | 0                           |
| Produto 38 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 7465                       | 7614,3                      |
| Produto 38 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 41 | Fábrica 2 | 14706              | 11617,74            | 0                          | 0                           |
| Produto 41 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 14706                      | 6617,7                      |
| Produto 42 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 42 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 43 | Fábrica 3 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 43 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 47 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 47 | Fábrica 2 | 28                 | 17,64               | 0                          | 0                           |
| Produto 47 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 28                         | 8,96                        |
| Produto 48 | Fábrica 2 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 48 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 64 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 64 | Fábrica 2 | 5473               | 10234,51            | 0                          | 0                           |
| Produto 64 | Fábrica 4 | 0                  | 0                   | 5473                       | 6731,79                     |
| Produto 65 | Fábrica 2 | 64397              | 86291,98            | 0                          | 0                           |
| Produto 65 | Fábrica 4 | 82638              | 87596,28            | 147035                     | 155857,1                    |
| Produto 74 | Fábrica 1 | 0                  | 0                   | 0                          | 0                           |
| Produto 74 | Fábrica 2 | 40129              | 56180,6             | 40129                      | 56180,6                     |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.22. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 5 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial<br/>(l)</b> | <b>Custo Inicial<br/>(R\$)</b> | <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b> | <b>Custo Após<br/>Otimização<br/>(R\$)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|
| Produto 81     | Fábrica 2      | 2420                          | 8058,6                         | 0                                     | 0  |
| Produto 81     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 2420                                  | 6364,6                                     |
| Produto 82     | Fábrica 2      | 2497                          | 5967,83                        | 2497                                  | 5967,83                                    |
| Produto 82     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 2      | 6772                          | 9751,68                        | 7342                                  | 10572,48                                   |
| Produto 84     | Fábrica 3      | 570                           | 1499,1                         | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 2      | 2870                          | 3845,8                         | 8988                                  | 12043,92                                   |
| Produto 85     | Fábrica 3      | 6118                          | 16885,68                       | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 899                                   | 1690,12                                    |
| Produto 97     | Fábrica 3      | 899                           | 1717,09                        | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 94                                    | 177,66                                     |
| Produto 98     | Fábrica 3      | 94                            | 177,66                         | 0                                     | 0  |
| Produto 102    | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 104                                   | 144,56                                     |
| Produto 102    | Fábrica 3      | 104                           | 221,52                         | 0                                     | 0  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

**Tabela G.23. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 6 Parte 1**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial (I)</b> | <b>Custo Inicial (R\$)</b> | <b>Volume Após Otimização (I)</b> | <b>Custo Após Otimização (R\$)</b> |
|----------------|----------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| Produto 13     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 795                               | 1065,3                             |
| Produto 13     | Fábrica 3      | 795                       | 1423,05                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 1      | 14204                     | 31959                      | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 2      | 11495                     | 14598,65                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 14     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 25699                             | 23386,09                           |
| Produto 15     | Fábrica 1      | 4106                      | 7637,16                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 15     | Fábrica 2      | 39629                     | 49536,25                   | 14903                             | 18628,75                           |
| Produto 15     | Fábrica 4      | 140447                    | 140447                     | 169279                            | 169279                             |
| Produto 30     | Fábrica 1      | 2805                      | 7461,3                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 30     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 2805                              | 2776,95                            |
| Produto 31     | Fábrica 1      | 3650                      | 8139,5                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 31     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 3650                              | 4781,5                             |
| Produto 32     | Fábrica 1      | 4676                      | 9959,88                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 32     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 4676                              | 5470,92                            |
| Produto 35     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 35     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 1      | 8165                      | 22127,15                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 36     | Fábrica 2      | 0                         | 0                          | 14123                             | 23867,87                           |
| Produto 36     | Fábrica 3      | 5958                      | 15848,28                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 1      | 2073                      | 6571,41                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 37     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 2073                              | 6094,62                            |
| Produto 38     | Fábrica 1      | 24852                     | 50449,56                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 38     | Fábrica 2      | 0                         | 0                          | 24852                             | 25349,04                           |
| Produto 38     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 2      | 28996                     | 22906,84                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 41     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 28996                             | 13048,2                            |
| Produto 42     | Fábrica 2      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 42     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 43     | Fábrica 3      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 43     | Fábrica 4      | 74645                     | 69419,85                   | 74645                             | 69419,85                           |
| Produto 47     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 2      | 454                       | 286,02                     | 0                                 | 0                                  |
| Produto 47     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 454                               | 145,28                             |
| Produto 48     | Fábrica 2      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 48     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 2      | 14940                     | 27937,8                    | 0                                 | 0                                  |
| Produto 64     | Fábrica 4      | 0                         | 0                          | 14940                             | 18376,2                            |
| Produto 65     | Fábrica 2      | 21843                     | 29269,62                   | 0                                 | 0                                  |
| Produto 65     | Fábrica 4      | 88272                     | 93568,32                   | 110115                            | 116721,9                           |
| Produto 74     | Fábrica 1      | 0                         | 0                          | 0                                 | 0                                  |
| Produto 74     | Fábrica 2      | 48059                     | 67282,6                    | 48059                             | 67282,6                            |

Fonte: Elaborado pelo Autor

**Tabela G.24. Distribuição Inicial e Otimizada para o Período 6 Parte 2**

| <b>Produto</b> | <b>Fábrica</b> | <b>Volume Inicial<br/>(l)</b> | <b>Custo Inicial<br/>(R\$)</b> | <b>Volume Após<br/>Otimização (l)</b> | <b>Custo Após<br/>Otimização<br/>(R\$)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|
| Produto 81     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 81     | Fábrica 3      | 1318                          | 3466,34                        | 1318                                  | 3466,34                                    |
| Produto 82     | Fábrica 2      | 1284                          | 3068,76                        | 1284                                  | 3068,76                                    |
| Produto 82     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 83     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 84     | Fábrica 2      | 2740                          | 3945,6                         | 5819                                  | 8379,36                                    |
| Produto 84     | Fábrica 3      | 3079                          | 8097,77                        | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 2      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 85     | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 97     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 1060                                  | 1992,8                                     |
| Produto 97     | Fábrica 3      | 1060                          | 2024,6                         | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 98     | Fábrica 3      | 31                            | 58,59                          | 31                                    | 58,59                                      |
| Produto 102    | Fábrica 1      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |
| Produto 102    | Fábrica 3      | 0                             | 0                              | 0                                     | 0  |

**Fonte: Elaborado pelo Autor**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTZIG, George; THAPA, Mukund. Linear Programming 1: Introduction. Nova Iorque: Springer-Verlag New York Inc., 1997.

DANTZIG, George; THAPA, Mukund. Linear Programming 2: Theory and Extensions. Nova Iorque: Springer-Verlag New York Inc., 2001.

EDGAR, Thomas; HIMMELBLAU, David; LASDON, Leon. Optimization of Chemical Processes. Edição 2. Nova Iorque: McGraw-Hill Companies Inc., 2001.

HURLBERT, Glenn. Linear Optimization: The Simplex Workbook. Nova Iorque: Springer Science + Business Media LLC., 2010.

SCIPY.ORG. **scipy.optimize.linprog**. The Scipy Community, 2020. Disponível em: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.linprog.html>. Acesso em: 13 nov. 2020.

STOJILJKOVIC, Mirko. Hands-On Linear Programming: Optimization With Python. **Real Python**, 22 jun. 2020. Disponível em: <https://realpython.com/linear-programming-python/#using-scipy>. Acesso em: 13 nov. 2020.