UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Diego da Silva Queiroz

AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE INEQUAÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Sorocaba

2021

Diego da Silva Queiroz

AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE INEQUAÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação: Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira

Sorocaba

2021

da Silva Queiroz, Diego

As representações semióticas no ensino de inequações no ensino médio / Diego da Silva Queiroz -- 2021.
144f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): Prof Dr Paulo Cesar Oliveira
Banca Examinadora: Prof(a) Dr(a) Fernanda Andréa Fernandes Silva, Prof Dr Rogério Fernando Pires
Bibliografia

1. Educação Matemática. 2. Representações Semióticas. I. da Silva Queiroz, Diego. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano - CRB/8 6979

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Diego da Silva Queiroz, realizada em 19/02/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira (UFSCar)

Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva (IFPB)

Prof. Dr. Rogerio Fernando Pires (UFU)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.
O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe, Valdenice, a minha esposa, Joice, a minha filha, Elena e aos meus irmãos, Rudnei, Rosimeire e Arline.

AGRADECIMENTO

A Deus que me guiou durante a realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Paulo César Oliveira, pela sua dedicação nas orientações e por todo conhecimento transmitido.

Aos professores membros da banca examinadora, Fernanda e Rogério, por gentilmente aceitarem o convite.

À minha mãe, Valdenice, por ter me educado através do exemplo e pelo seu imenso esforço em criar quatro filhos sendo mãe e pai ao mesmo tempo.

À minha esposa, Joice, que percorreu comigo todo o percurso, por estar ao meu lado nos momentos mais difíceis me confortando e enxugando minhas lágrimas, por não ter desistido de mim mesmo quando até eu já havia desistido.

Aos meus irmãos, Rudnei, Rosimeire e Arline, por pavimentarem a estrada tornando o meu percurso mais suave, sem vocês eu não teria chegado tão longe.

À minha filha, Elena, por ser luz na minha vida e razão do meu viver.

A todos os professores e funcionários das escolas nas quais estudei e trabalhei, que de uma forma ou outra contribuíram e me incentivaram a realizar esse sonho, em especial, ao Prof. Luciano Bilesky que me mostrou ser possível ir além do ensino médio.

Aos meus colegas dos Programas de Pós Graduação PPGECE e PROFMAT, pela companhia e pela ajuda no decorrer do curso, em especial, ao Fabrício pela parceria nas longas viagens de toda sexta-feira.

RESUMO

QUEIROZ, Diego da Silva. As representações semióticas no ensino de inequações no ensino médio. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2021.

Esta dissertação de Mestrado teve como objetivo analisar o desempenho dos alunos de uma turma da 1ª série do Ensino Médio ao se abordar o objeto matemático inequação do 1º grau em um processo de ensino-aprendizagem pautado na conversão de registros de representação semiótica. A pesquisa de natureza qualitativa teve seu percurso metodológico traçado em um contexto de ensino remoto, envolvendo a análise de registros escritos e entrevistas com os alunos, envolvidos com a resolução de tarefas propostas. A análise da produção de informações geradas com os alunos teve o propósito de responder a seguinte questão de investigação: quais as implicações no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau ao se trabalhar com a conversão de registros de representação semiótica em uma turma da 1ª série do ensino médio? Como resultado de pesquisa destacamos a importância de se trabalhar com múltiplos registros de representação semiótica, apesar da pouca interação e produção escrita dos alunos em contexto de ensino remoto, observamos avanços na aprendizagem, a partir da análise da mobilização e coordenação das representações semióticas entre registros. A análise da atividade de conversão das representações semióticas mostrou-nos a necessidade de investir nas aulas de matemática, no processo de comunicação pela linguagem matemática, tanto em nível oral quanto escrito, para que os alunos construam significados sobre o conceito de inequação. Destacamos também o fato de existirem poucas pesquisas abordando a teoria de registros de representação semiótica no processo ensino-aprendizagem envolvendo estudantes dos anos finais do ensino fundamental e médio, no estudo de inequação, o que constitui um terreno fértil para novas investigações.

Palavras-chave: Semiótica. Desigualdades. Inequação. Ensino-aprendizagem.

ABSTRACT

This Masters dissertation aimed to analyze the performance of students in a class of the 1st grade of High School when approaching the mathematical object inequality of the 1st degree in a teaching-learning process based on the multiplicity of records of semiotic representation. The qualitative research had its methodological path traced in a remote teaching context, involving the analysis of written records and interviews with students, involved with the resolution of proposed tasks. The analysis of the production of information generated with the students had the purpose of answering the following research question: what are the implications for the teaching-learning process of the 1st grade inequality mathematical object when working with the conversion of semiotic representation in a class of 1st grade of high school? As a result of research, we highlight the importance of working with multiple records of semiotic representation, despite the little interaction and written production of students in the context of remote teaching, we observe advances in learning, from the analysis of the mobilization and coordination of semiotic representations between records. The analysis of the conversion activity of semiotic representations showed us the need to invest in mathematics classes, in the process of communication through mathematical language, both at oral and written level, so that students build meanings about the concept of inequality. We also highlight the fact that there are few researches addressing the theory of records of semiotic representation in the teaching-learning process involving students of the final years of elementary and high school, in the study of inequality, which constitutes a fertile ground for further investigations.

Keywords: Semiotics. Inequalities. Inequality. Teaching-learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A difusão da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval no cenário brasileiro, a partir de seminários e intercâmbio com pesquisadores da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP), resultou no capítulo de livro intitulado "Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática". Esse capítulo de livro como parte integrante da obra "Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica" (MACHADO, 2003), reuniu algumas pesquisas de brasileiros com a finalidade de divulgar e de compartilhar essa teoria com os leitores, mostrando-se importante instrumento de pesquisa no estudo da complexidade da aprendizagem de matemática.

Em 2009, pela editora Livraria da Física, houve a publicação de um fascículo que contemplou a introdução e o primeiro capítulo, traduzidos do original Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels, publicado em 1995, pelo filósofo e psicólogo de formação Raymond Duval. Na concepção do autor, o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Com efeito, outro argumento se constrói, desta vez em relação ao binômio objeto-representação: "não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação" (DUVAL, 2009, p.14).

Há uma ênfase para a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações podem estar associadas ao mesmo objeto matemático. Se considerarmos o objeto matemático inequação podemos formular um enunciado (registro na língua natural), expressar a inequação na representação algébrica, gráfica ou por meio da reta numérica (representação geométrica).

Seminários, ofertas de disciplinas e encontros com estudantes em Programas de Pós-Graduação de instituições privadas brasileiras originou a publicação de outros dois livros. Em 2011, o livro intitulado 'Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar; os registros de representações semióticas', de autoria de Raymond Duval, foi organizado por Tânia Maria Mendonça Campos e traduzido pela professora Marlene Alves Dias. A grande contribuição dessa obra de Duval (2011) refere-se às possibilidades de enfrentamento das dificuldades dos alunos para conceitualizar objetos matemáticos, visto que esses objetos só são acessíveis por meio de suas representações, como por exemplo, a linguagem materna e as figuras geométricas.

Em 2015, ocorreu a publicação do segundo volume da série 'Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma', desta vez com o subtítulo 'Introduzir a álgebra no ensino: qual é o objetivo e como fazer isso?’ Organizado pela mesma professora, o livro contém três capítulos e contou com a participação dos professores Luiz Gonzaga Xavier de Barros e Marlene Alves Dias, sob a supervisão do professor Raymond Duval. Duval (2015) dedica-se à apresentação de uma proposta de ensino-aprendizagem introdutório da álgebra com base no conceito de equação.

O acesso a essa literatura no decorrer do Mestrado Profissional e integrar o Grupo de Estudos e Planejamento de Aulas de Matemática (GEPLAM), em discussões sobre a teoria de Raymond Duval e o objeto matemático equação do 1º grau, permitiu a construção do problema de pesquisa e apropriação desse aporte teórico metodológico para o desenvolvimento da pesquisa, cujo relatório estamos disponibilizando a partir do primeiro capítulo, nomeado de “Introdução”.

Duas pesquisas de natureza bibliográfica e documental envolvendo a equação do 1º grau, foram sistematizadas com contribuições do GEPLAM, na modalidade de artigo científico.

Lourenço e Oliveira (2018), a partir do que foi produzido no Trabalho de Conclusão de Curso – TCC do primeiro autor, retrataram nesse trabalho a análise dos critérios de congruência semântica conservados ou não em quinze problemas com equações do primeiro grau apresentados em um material didático apostilado, além de tecer reflexões sobre a influência dos critérios não conservados nas possíveis dificuldades dos alunos.

Garcia e Oliveira (2020) resgataram o conteúdo da dissertação de mestrado da primeira autora, para redigir um artigo científico com foco na análise dos conteúdos matemáticos ‘Equação de primeiro grau’ e Sistemas de equações lineares’ contidos em um sistema de avaliação externa ou de larga escala, consolidado em escolas da rede pública estadual de São Paulo; no caso, a Avaliação da Aprendizagem em Processo – AAP.

Essa pesquisa desenvolveu sob a perspectiva qualitativa na modalidade documental, por envolver um material que não recebeu um tratamento analítico. Foram selecionadas oito questões de várias edições da AAP, no período de 2012 a 2018. A análise do conteúdo matemático dessas questões levou em conta duas categorias: identificação dos registros de representação semiótica na abordagem dos conteúdos matemáticos citados e a comparação das habilidades propostas nas questões da AAP em relação ao Caderno do Professor (material de apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo) e a Matriz de Avaliação Processual para as edições da AAP.

Desde o início da nossa trajetória como professor da Escola Técnica Estadual - Etec Doutor Dario Pacheco Pedroso, situada no município de Taquarivaí, interior do Estado de São Paulo, algo que nos causava inquietação era o baixo desempenho dos alunos em problemas que requeriam conhecimento dos objetos matemáticos equações do 1º e 2º graus apresentados no registro em língua natural.

A princípio acreditávamos que a dificuldade dos alunos não estava associada ao conteúdo matemático, mas sim, com a interpretação do enunciado, tratando-se, portanto, de uma dificuldade que deveria ser sanada por professores de Língua Portuguesa e não de Matemática.

Entretanto, ao participarmos dos encontros do GEPLAM e conhecermos a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, percebemos que nossa crença inicial não estava correta, pois essa teoria explicava quais eram e porquê os alunos encontravam dificuldades na resolução de alguns problemas.

A partir da apropriação dessa teoria, pudemos analisar com mais propriedade as dificuldades dos alunos na resolução de problemas: 'Um vendedor recebe um salário fixo de R$ 1 000,00 mensais mais R$ 20,00 a cada hora extra. Quantas horas extras o vendedor deverá trabalhar, em um mês, para receber no mínimo R$ 1 400,00?'

Muitos alunos associam a palavra 'mínimo' com o símbolo de menor (<), entretanto, seu significado no contexto da questão equivale ao símbolo de maior ou igual (≥). Segundo a teoria de Duval (2003, 2009), essa questão não possui congruência semântica, pois a palavra 'mínimo' no registro de partida não possui correspondência semântica com o signo (≥) no registro de chegada, sendo isso uma das causas do insucesso dos alunos.

Munidos desse conhecimento e, sabendo também, que um mesmo objeto matemático pode ser representado em diferentes registros, começamos a ter um olhar diferenciado para a produção dos alunos e, na condição de professor-pesquisador, inserimos nas aulas do Ensino Médio, tarefas que buscaram proporcionar a mobilização de coordenação de registros de representações semióticas acerca do objeto matemático inequação do 1º grau.

Em uma Escola Técnica Estadual (Etec), na condição de cenário virtual de docência e pesquisa, no decorrer da pandemia no ano 2020, contava com duas turmas de 1º ano do Ensino Médio, sendo uma integrada ao curso técnico em Agronegócios e a outra integrada ao curso técnico em Agropecuária. Em ambos os cursos o objeto matemático inequação do 1º grau não faz parte do conteúdo programático, porém, os professores inserem em seus planejamentos anuais devido a importância desse conceito no estudo de função.

Apesar dos alunos ingressarem na Etec através de um processo seletivo, recebemos alunos de diversas cidades da região e com níveis diferentes de aprendizado, sendo necessário o resgate e a revisão de vários conteúdos do Ensino Fundamental, inclusive inequação, os quais julgamos necessários para dar continuidade ao processo de ensino-aprendizagem no Ensino Médio.

O termo desigualdade não é exclusivo da disciplina de Matemática, ele é utilizado em diversas áreas do nosso cotidiano, por exemplo, desigualdade social, desigualdade de gêneros, desigualdade econômica, desigualdade racial, entre outros. Porém, o foco do nosso trabalho foi abordar o termo desigualdade relacionando-o com o objeto matemático inequação do 1º grau, com base na definição desse objeto, exposta no primeiro volume do livro didático 'Conexões com a Matemática', conforme 'quadro 1':

QUADRO 1 - Definição de inequação do 1º grau

Toda inequação que pode ser reduzida a uma desigualdade em que o primeiro membro é um polinômio do tipo $ax + b$ (com $a \neq 0$) e o segundo membro é zero é chamada de **inequação do 1º grau** na incógnita x.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.96)

Como o objeto matemático inequação do 1º grau é definido a partir da ideia de desigualdade, a revisão desse conteúdo faz-se importante porque esses conceitos são aplicados nos mais variados conteúdos como, por exemplo, na representação de um conjunto utilizando o método da compreensão, no qual os símbolos de menor ($<$), menor ou igual ($\leq$), maior ($>$), maior ou igual ($\geq$) ou diferente ($\neq$) devem ser utilizados na representação de intervalos numéricos como '$-2 < x \leq 4$', ou ainda, $]-2, 4]$. Também há aplicação em problemas nos quais aparecem termos na língua materna, tais como: 'a partir de', 'no máximo', 'no mínimo', entre outros. Além disso, a inequação serve como ferramenta para subsidiar o estudo das funções no que tange à condição de existência de uma função polinomial, no estudo de sinais de uma função ou na análise gráfica das funções.

Na condição de professor responsável apenas pela turma do 1º ano do Ensino Médio, integrada ao curso técnico em Agronegócios, buscamos inserir no processo de ensino-aprendizagem do conceito inequação do 1º grau tarefas abordando diversas formas de representações semióticas. Em termos de pesquisa, a análise da produção de informações obtidas pelas atividades dos alunos foram pautadas na seguinte questão: **quais as implicações no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau ao se trabalhar priorizando a conversão de registros de representação semióticas em uma turma da 1ª série do ensino médio?**

O objetivo da pesquisa consistiu em analisar o desempenho dos alunos de uma turma da 1ª série do ensino médio ao se abordar o objeto matemático inequação do 1º grau em um processo de ensino-aprendizagem pautado na conversão entre os registros de representação semióticas.

A continuidade da redação deste relatório de pesquisa foi feito de acordo com a síntese apresentada a partir do próximo parágrafo.

O segundo capítulo apresenta o referencial teórico-metodológico dos Registros de Representação Semiótica, bem como um mapeamento das pesquisas correlacionando o objeto matemático 'inequação do 1º grau' e o referido aporte teórico.

O terceiro capítulo foi dividido em cinco seções, sendo que na primeira seção apresentamos a caracterização da natureza da pesquisa. Na segunda seção apresentamos o contexto da pesquisa, sobre o qual explicamos de que forma ocorreu o processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequações do 1º grau, na forma de ensino remoto. Na terceira seção apresentamos as características dos participantes da pesquisa. Na quarta seção apresentamos de que forma o objeto matemático inequações do 1º grau é abordado no livro adotado pela Etec e, na última seção, apresentamos os protocolos das tarefas que foram desenvolvidas no decorrer da pesquisa.

No quarto capítulo apresentamos a análise individual dos protocolos das tarefas dos alunos, destacando quais registros de representação semiótica eram esperados que os alunos mobilizassem e coordenassem na resolução de cada questão e o que realmente ocorreu nas atividades matemáticas apresentadas.

Finalizamos este trabalho de pesquisa resgatando nas considerações finais a questão de investigação, apresentando respostas e avaliando a contribuição do mesmo para este professor-pesquisador, para a semiótica de Raymond Duval e para a educação matemática.

2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: CONCEITOS E MAPEAMENTO DAS PESQUISA EM INEQUAÇÃO DO 1º GRAU

Raymond Duval é filósofo e psicólogo francês que desde a década de 70 tem se dedicado às pesquisas sobre a aprendizagem matemática e as representações semióticas. No contexto brasileiro, a difusão de suas produções acadêmicas têm influenciado pesquisas de diversos educadores matemáticos.

Vale destacar a atuação do Prof Dr Méricles Thadeu Moretti em parceria com o próprio Raymond Duval na tradução e reconsiderações feitas em seus textos originais produzidos na língua francesa. Tais produções têm sido disponibilizadas no cenário nacional em forma de capítulos de livros ou artigos em edições da Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT.

Destacamos dois capítulos de livro como exemplo das contribuições do referido educador brasileiro e seus colaboradores. O primeiro capítulo, intitulado 'Rupturas e Omissões entre Manipular, Ver, Dizer e Escrever: História de uma Sequência de Atividades em Geometria', Raymond Duval, "vem nos contemplar com resultados de um estudo que compreendeu o acompanhamento a diversas sessões sobre simetria axial, organizadas e propostas a alunos num período de dois anos" (BRANDT; MORETTI, 2014, p.10).

O segundo capítulo de livro intitulado 'Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar' Raymond Duval apresenta-nos

> (...) uma análise semio-cognitiva dos escritos simbólicos significa analisar as necessidades e as dificuldades de aprendizagem da álgebra antes de organizar o seu ensino cujo objetivo é, por um lado, sensibilizar tanto para as operações discursivas específicas da linguagem natural, como para os escritos simbólicos, e por outro, quebrar a parede de vidro que os separa. Os excertos apresentados no capítulo foram feitos para que os próprios professores possam apropriar-se desse instrumento analítico, a fim de apreender as causas profundas dos bloqueios dos alunos e desenvolver atividades, cujo objetivo seja a tomada de consciência por parte dos alunos (MORETTI; BRANDT, 2020, p.11).

Não esgotamos a exposição sobre o cenário de contribuições da teoria dos Registros de Representação Semiótica por Raymond Duval, pois nosso propósito é, por um lado, apresentar noções pertinentes ao aporte teórico metodológico dessa pesquisa correlacionado ao objeto matemático inequação do 1º grau. Por outro lado, apresentamos um mapeamento de pesquisas envolvendo o objeto de estudo desta pesquisa, tomando por base a produção de teses e dissertações brasileiras.

2.1. Aspectos conceituais da teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Semiótica é a ciência dos signos e, como tal, tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis capazes de produção de significados e sentido. Santaella (1983, p. 11) destaca que “não chegamos a tomar consciência de que o nosso estar no mundo, como indivíduos sociais que somos, é mediado por uma rede intrincada e plural de linguagens”.

O signo por sua vez representa o seu objeto. De acordo com Santaella (1983), por exemplo, um carro (objeto) não é a palavra carro (signo). A palavra carro é o que se refere ao meio de locomoção que chamamos de carro (objeto). Para que a palavra carro dê a interpretação daquilo que chamamos de carro, é necessário alguma coisa (mente) capaz de fazer a relação entre o carro e a palavra que o representa (interpretante).

Na especificidade da Matemática, ‘$2x + 4 < 8$’, cada um dos elementos que formam esta desigualdade constitui um signo. A interpretação mental sobre a desigualdade é uma ação humana que, na perspectiva de Duval (2009), corresponde ao ‘significante’.

As interpretações (significados) associadas a essa desigualdade que expomos contribuem no processo de significação ao se relacionar o significante com o significado (DUVAL, 2009). Se a significação dada por um sujeito for de uma expressão algébrica cujo primeiro membro da desigualdade pode ser reduzido a um polinômio do primeiro grau e o segundo membro igual a zero, então a referência é um objeto da área da matemática, no caso, a inequação do 1º grau na incógnita ‘x’.

A Matemática utiliza uma grande variedade de representações semióticas, de modo que Duval (2003, 2009) utiliza o termo ‘registros’ de representação para designar diferentes tipos de representação semiótica como a linguagem natural, figuras geométricas, sistemas de escrita, gráficos cartesianos, entre outros.

A palavra abstrato diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Um ponto fundamental para Duval (2009) é a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações com significados distintos em seu conteúdo podem estar associadas ao mesmo objeto. Se considerarmos o objeto matemático inequação do 1º grau, podemos apresentá-la mediante a representação na língua materna, como por exemplo: ‘quais são os possíveis valores de x, sendo x um número natural, sabendo que o dobro de x mais uma unidade é menor que nove?’

O enunciado no parágrafo anterior está representado no registro em linguagem natural, ou seja, utilizamos as palavras para expressá-lo. De acordo Duval (2003, 2009), para que o aluno tenha sucesso nas atividades matemáticas, é necessário que ele saiba mobilizar e coordenar diferentes representações semióticas na resolução de uma mesma tarefa matemática proposta. Para que a coordenação de registros ocorra, alguns processos transformadores das representações semióticas são primordiais, no caso, o tratamento e a conversão (DUVAL, 2003, 2009).

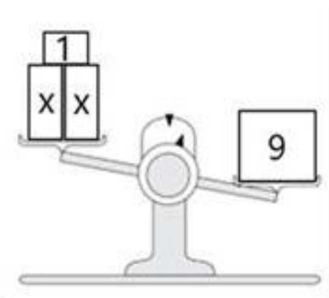
O tratamento é uma atividade cognitiva que envolve uma transformação que ocorre internamente ao mesmo sistema semiótico ou registro de representação semiótica. Se considerarmos a representação algébrica descrita como ‘2.x + 1 < 9’ para todo ‘x’ pertencente aos números naturais, os procedimentos aplicados para obter o intervalo numérico de solução para essa inequação é um exemplo de transformação na forma de tratamento. Dado o sistema semiótico simbólico, permanecemos no mesmo sistema devido aos procedimentos algébricos utilizados para obter resposta para a variável ‘x’.

Segundo Duval “a conversão é uma atividade cognitiva que envolve transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58).

A seguir apresentamos diferentes representações semióticas cuja transformação por conversão implica a mudança de sistema semiótica, porém há conservação da referência ao mesmo objeto matemático.

O enunciado inicialmente proposto (‘quais são os possíveis valores de x, sendo x um número natural, sabendo que o dobro de x mais uma unidade é menor que nove?’) poderia ter como registro de partida uma representação figural com o uso de uma balança com pratos, conforme disposto na ‘figura 1’:

FIGURA 1: Balança com pratos em desequilíbrio



Fonte: elaborado pelo pesquisador

O registro figural também é uma opção de representação semiótica. Como o objeto matemático da questão é a inequação, podemos utilizar uma balança desequilibrada em relação aos pratos, para representar a desigualdade entre os seus dois membros. Na ‘figura 1’. observamos que o prato do lado esquerdo da balança encontra-se em uma posição mais alta comparado ao prato do lado direito. Isso expõe um desequilíbrio entre as duas quantias representadas na balança, ou seja, o valor representado à esquerda é menor que o valor representado à direita.

Partindo da representação em língua natural ou da representação figural podemos promover uma atividade cognitiva de conversão das representações semióticas, ou seja, transitar a partir de um dos dois registros citados e obter a representação algébrica descrita como ‘2.x + 1 < 9’ para todo ‘x’ pertencente aos números naturais.

O custo cognitivo nessa atividade de conversão da representação semiótica entre os registros é baixa, pois o registro de chegada (algébrico) é obtido de forma direta (congruência semântica) a partir das unidades significantes nomeadas de ‘A’ até ‘E’ no registro de partida (língua natural), conforme exposto na ‘figura 2’:

FIGURA 2: Congruência semântica

Duas vezes um número mais uma unidade é menor que nove

A	B	C	D	E	F
2.	x	+	1	<	9

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na situação exposta no conteúdo da ‘figura 2’ a congruência semântica é caracterizada por tratar-se de uma “conversão que está próxima de uma situação de simples codificação” (DUVAL, 2003, p.19). A codificação na perspectiva deste autor, não oportuniza aos estudantes o aprofundamento conceitual que uma conversão não condicionada a regras de codificação oferece.

A dificuldade na compreensão de uma tarefa matemática por parte do aluno está associada à congruência semântica. “A variação de congruência e não congruência é uma das maiores causas de incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos” (DUVAL, 2011, p. 121).

Quanto às variações de congruência e não-congruência semântica nas conversões, Duval (2012) apresenta três critérios que permitem essa identificação nas conversões a serem efetuadas:

1- Correspondência semântica entre as unidades significantes; para cada unidade significante no registro de partida, há uma respectiva unidade no registro de chegada;

2 - Univocidade semântica terminal: cada unidade significante no registro de partida tem uma única unidade correspondente no registro de chegada;

3 - Conservação da ordem das unidades de sentido: as unidades significantes correspondentes nos dois registros seguem também a mesma ordem nas duas representações semióticas.

Com base nos três critérios, quanto menos critérios atendidos, maior o grau de não-congruência semântica. Além das variações de congruência semântica, devemos levar em conta a heterogeneidade dos dois sentidos da atividade cognitiva de conversão das representações semióticas.

Duval (2003) chama-nos a atenção para o fato de que nem sempre a conversão é realizada pelo aluno quando invertemos as representações semióticas entre os registros de partida e chegada. Segundo o autor, “a conversão das representações, que não é uma codificação, é uma operação cognitivamente não reversível” (DUVAL, 2011, p.118). É, portanto, um equívoco acreditar que ao abordar a atividade cognitiva de conversão num determinado sentido, de acordo com a tarefa proposta, que o aluno, por consequência realiza a conversão da representação semiótica, no sentido inverso dos registros apresentados (DUVAL, 2003).

Considere o conteúdo da ‘figura 3’:

FIGURA 3: Análise dos critérios de congruência semântica

O dobro de um número mais cinco é menor que o triplo desse número.

A B C D E F G

A	B	C	D	E	F	G
2.	x	+	5	<	3.	x

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na ‘figura 3’ o sublinhado e as letras demarcadas em amarelo, indicam as unidades significantes do enunciado (registro na língua natural). Na atividade de conversão da representação semiótica entre os registros da língua natural e algébrico, indicamos a sequência de letras demarcadas em amarelo de acordo com as unidades significantes na representação algébrica.

No que se refere a correspondência semântica (1º critério), a atividade matemática não apresenta correspondência semântica entre as unidades significantes, uma vez que as palavras ‘dobro’ e ‘triplo’ (unidades significantes no registro de partida) associam duas unidades significantes no registro de chegada, ou seja, cada numeral ‘2’ e ‘3’ e o respectivo operador da multiplicação.

O critério de univocidade semântica terminal (2º critério) é satisfeito, pois as unidades significantes representadas pela sequência das letras do alfabeto (ABCDEFG) no registro de partida tem uma única unidade correspondente no registro de chegada, dada pela mesma sequência de letras do alfabeto.

A ordem das unidades significantes (3º critério) também é conservado, pois a sequência de letras associadas às unidades significantes dos registros de partida e chegada é a mesma.

O propósito neste momento da redação do relatório de pesquisa foi expor um modo didático para abordar os critérios de congruência. No caso, apresentamos na 'figura 3' uma situação de não-congruência semântica, pelo fato do primeiro critério não ser satisfeito. Entendemos que essa situação não envolve um custo cognitivo alto na atividade de conversão, pois um ajuste na formulação do enunciado, permite-nos obter uma atividade matemática com congruência semântica.

Com este propósito, podemos apresentar a reformulação do enunciado da seguinte forma: 'duas vezes o valor de um número mais cinco é menor que três vezes o mesmo número'.

Optamos por apresentar primeiramente aspectos que julgamos relevantes da teoria dos Registros de Representação Semiótica com o objetivo de subsidiar a segunda seção deste capítulo, cujo propósito foi apresentar as tendências de pesquisas em nível de dissertações e teses brasileiras, envolvendo o objeto inequação do 1º grau.

2.2 Panorama das pesquisas sobre inequações do 1º grau

Nos dias atuais a difusão de trabalhos acadêmicos em diversos repositórios têm instigado pesquisadores no desenvolvimento de produções acadêmicas com o objetivo de analisar o que tem sido produzido em determinado tema, determinado como objeto de pesquisa.

No caso do objeto matemático 'inequação do 1º grau' encontramos duas produções acadêmicas com o propósito de apresentar um panorama das investigações sobre o tema.

Alvarenga (2013) em sua tese de doutorado intitulada 'O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações', analisou 67 produções, entre os anos de 1991 a 2011, que tratavam do ensino e aprendizagem do objeto matemático inequações. Os trabalhos acadêmicos foram oriundos de um mapeamento envolvendo dados computadorizados, CD-ROM de eventos nacionais e internacionais, periódicos e trabalhos impressos obtidos em bibliotecas, além de contatos diretos com autores.

A autora observou que prevaleceu nas publicações o enfoque nos erros, na maneira dos estudantes resolver e interpretar as inequações, a pesquisa de campo, as inequações lineares com 47,76% e as inequações quadráticas com 29,85% do total de trabalhos.

Na justificativa da maioria dos trabalhos analisados, Alvarenga (2013) citou a inquietação dos pesquisadores quanto aos inúmeros erros cometidos pelos estudantes em relação à resolução e à interpretação de inequações.

Travassos e Proença (2018) O presente trabalho tem como objetivo apresentar um panorama a respeito de trabalhos relacionados ao ensino e à aprendizagem do conteúdo de inequações, publicados nas 12 primeiras edições do ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) no período de 1987 à 2016. Para tanto, foi selecionado todos os anais do ENEM e realizada uma busca utilizando os termos inequação, inequações e álgebra , presentes nos títulos de todos os trabalhos publicados como pôsteres e comunicações orais (comunicações científicas e relatos de experiência). Os resultados mostraram que dos 5743 trabalhos encontrados, apenas 8 trataram do conceito de inequação. Destes, em apenas 4 trabalhos, Travassos e Proença (2018) explicitaram que o conteúdo do texto envolveu a análise de desempenho de alunos de diferentes segmentos escolares, na resolução de tarefas com inequação do 1º grau. Segundo estes autores, o mapeamento das pesquisas revelou um número preocupante se levarmos em consideração a importância do conceito assim como as dificuldades que os alunos possuem com relação ao mesmo.

Encontramos nesses dois mapeamentos de pesquisas contribuições importantes, tanto no estudo dos erros na resolução de tarefas, quanto na análise de desempenho dos alunos ao estudar inequação do 1º grau. No entanto, a tese de doutorado de Alvarenga (2013) e o artigo de Travassos e Proença (2018) não contribuíram quanto ao aporte teórico utilizado nas pesquisas analisadas, em especial, a teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Neste sentido, empregamos esforços para um novo mapeamento de pesquisas, coletadas a partir do banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD. Os descritores e o conectivo lógico ‘AND’ utilizados no processo de busca das pesquisas foram combinados da seguinte forma: ‘inequações AND ensino fundamental’, ‘inequações AND ensino de jovens e adultos’, ‘inequações AND ensino médio’ e ‘inequações AND educação básica’.

Na CAPES, usando o descritor ‘inequações AND ensino fundamental’, encontramos um total de 12 trabalhos, sendo 3 teses de doutorado e 9 dissertações de mestrado. As pesquisas contemplaram todas as regiões do país, sendo a região Sudeste, com 6 trabalhos, a detentora do maior número de contribuições. Nas regiões Sul e Nordeste encontramos dois trabalhos em cada delas. Por fim, nas regiões Centro-Oeste e Norte encontramos apenas um trabalho em cada região.

Utilizando o descritor ‘inequações AND ensino médio’, foram encontrados 8 trabalhos, todos já listados entre os trabalhos da primeira busca. Com o descritor ‘inequações AND ensino de jovens e adultos’, foram encontrados 5 trabalhos, mas todos já haviam aparecido na primeira busca. Ao utilizarmos o descritor ‘inequações AND educação básica’ encontramos 4 trabalhos, mas também já haviam aparecido na primeira busca.

Também fizemos buscas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD, iniciando com os descritores ‘inequações AND ensino fundamental’, sobre o qual encontramos um total de 11 trabalhos, sendo 2 teses de doutorado e 9 dissertações de mestrado. Desses trabalhos, 4 são da região Sudeste, 2 da região Sul, 4 da região Nordeste, 1 da região Centro-Oeste e nenhum trabalho foi encontrado da região Norte.

Utilizando o descritor ‘inequações AND ensino médio’, foram encontrados 16 trabalhos, sendo todos dissertações de mestrado, com 5 deles comuns ao descritor anterior. Os trabalhos inéditos dessa busca se dividiram da seguinte forma: 10 da região Sudeste e apenas 1 da região Sul.

Utilizando o descritor ‘inequações AND educação básica’, foram encontrados 9 trabalhos, sendo 5 teses e 4 dissertações. Desses trabalhos, 5 já apareceram nas buscas com os descritores anteriores. Dos 4 trabalhos inéditos para esse descritor, 3 encontram-se na região Sudeste e 1 na região Sul. Não foi encontrado nenhum trabalho na BDTD com o descritor ‘inequações AND ensino de jovens e adultos’.

Em ambas as bases de pesquisas surgiram diversos trabalhos de descartamos por conta dos propósitos dessa pesquisa. Por exemplo, a dissertação de Coelho (2016) intitulada ‘Inequação polinomial: um método alternativo de resolução’, foi excluída pois o objetivo do pesquisador foi analisar um método alternativo de resolução de inequações polinomiais, mais simples que o tradicional encontrado nos livros didáticos. Segundo Coelho (2016), esse método foi compilado de diversas fontes não oficiais, porém, à luz da matemática, ele foi demonstrado.

As buscas de pesquisas na CAPES e BDTD revelaram em termos quantitativos, trabalhos desenvolvidos no período de 2002 a 2019, com maior frequência de pesquisas produzidas e defendidas na região Sudeste. O ‘quadro 2’ contempla o acervo de trabalhos dispostos de forma cronológica:

QUADRO 2- Mapeamento de pesquisas no período 2002-2019

Autor/Ano	**Título**	**Aporte teórico**
TRALDI JUNIOR (2002)	Sistema de Inequações de 1° grau: Uma abordagem do processo de ensino aprendizagem focando os registros de representação	Registros de representação semiótica
FONTALVA (2006)	Um estudo sobre inequações entre alunos do ensino médio	Interação entre domínios de Règine Douady e Categorização erros
CLARA (2007)	Resolução de inequações logarítmicas: Um olhar sobre a produção dos alunos	Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre domínios de Règine Douady

MELO (2007)	Docência de inequações no Ensino Fundamental na cidade de Indaiatuba	Registros de representação semiótica e Tendências de ensino da Matemática
MELO (2007)	O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.	Registros de representação semiótica
SALDANHA (2007)	Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades logarítmicas no Ensino Médio	Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre Domínios de Règine Douady
SOUZA (2008)	O uso de vários registros na resolução de inequações. Uma abordagem funcional gráfica	Registros de representação semiótica
CONCEIÇÃO JUNIOR (2011)	Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no Ensino Médio	Registros de representação semiótica
UBERTI (2011)	Avaliação da aplicação de jogos na 6ª série: equações, inequações e sistemas de equações do 1° grau	Jogo como estratégia de aprendizagem
VELOSO (2012)	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano.	Pensamento e linguagem algébrica
MAGALHÃES (2013)	Estudo das inequações: Contribuições para formação do professor de matemática na licenciatura	Registros de representação semiótica e Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre domínios.
ALVARENGA (2013)	O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações.	Estado da arte
DIAS (2014)	Análise do conhecimento dos professores sobre o ensino de inequações	Registros de representação semiótica
ALMEIDA (2017)	Possibilidades e limites de uma intervenção pedagógica pautada na metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do ensino fundamental.	Metodologia Sala de Aula Invertida
LOURENÇO (2018)	Inequações: Uma abordagem funcional gráfica para o Ensino Fundamental II	Registros de representação semiótica
TRAVASSOS (2018)	Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em Matemática: contribuição da Teoria de Registros de Representação Semiótica	Registros de representação semiótica
MINEIRO (2019)	Estudo das três dimensões do problema didático de inequações	Teoria Antropológica do Didático

Fonte: elaborado pelo pesquisador

As teses de Doutorado (SOUZA (2008), ALVARENGA (2013) e MINEIRO (2019)) foram defendidas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP. Essa instituição também foi responsável por 9 pesquisas em nível de dissertação de Mestrado. A Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP e a Universidade Estadual do Rio de Janeiro-UERJ contribuíram com 2 dissertações de Mestrado, totalizando 14 pesquisas produzidas na região Sudeste.

A Região Sul contribuiu com 3 dissertações de Mestrado, produzidas na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, na Universidade Franciscana e na Universidade Estadual de Maringá – UEL.

Do montante de 17 pesquisas, 9 delas envolveram o aporte teórico-metodológico dos Registros de Representação Semiótica, conforme descrição a partir do próximo parágrafo.

A dissertação de Mestrado de Traldi Junior (2002) intitulada ‘Sistemas de inequações de 1° grau: uma abordagem do processo de ensino - aprendizagem focando os registros de representação’ teve dois objetivos. O primeiro foi investigar se os alunos se alunos da 3ª série do ensino médio que já estudaram inequações conseguiam resolver problemas de otimização, como por exemplo, obter o lucro máximo.

Para o cumprimento do primeiro objetivo, Traldi Junior (2002) aplicou um teste diagnóstico para 33 alunos de uma turma de 3ª série do Ensino Médio (turma A) que tinha acabado de estudar inequações do 1º grau.

A análise do desempenho desses estudantes no teste diagnóstico, segundo Traldi Junior (2002, p.65) revelou que os alunos apresentaram as seguintes dificuldades: “conversão de linguagem natural para sentença matemática; conversão de sentenças matemáticas para sua representação gráfica; leitura e interpretação de gráficos; representação gráfica de inequações e resolução de sistemas de inequações”. O autor destacou ainda que a maioria dos alunos recorreu apenas aos procedimentos algébricos e aritméticos para a resolução das tarefas propostas.

O segundo objetivo da pesquisa foi observar se após inserir no processo de ensino - aprendizagem atividades que focalizem o tratamento, a conversão e a coordenação dos registros de representação do objeto sistemas de inequações do 1° grau, o aluno teria mais condições de apreensão deste objeto, bem como aplicar os conhecimentos na resolução de problemas de otimização.

Na elaboração da sequência didática para uma turma distinta (turma B) daquela utilizada no teste diagnóstico, Traldi Junior (2002) propôs tarefas que permitiam o aluno estudar o objeto sistemas de inequações do 1º grau com as conversões entre os seus registros de representação: língua corrente para sentença matemática; sentença matemática para gráficos e gráficos para língua corrente. Também houve a proposta de tarefas envolvendo a coordenação entre registros de representação, em particular, a estratégia algébrica e geométrica concomitantemente.

Após o processo de experimentação da sequência didática, desenvolvido com esses alunos da 3ª série do ensino médio por um período de seis sessões de 60 minutos cada, o pesquisador aplicou na turma ‘B’ um pós-teste com as mesmas tarefas do teste diagnóstico.

Traldi Junior (2002) fez uma análise comparativa em relação aos resultados obtidos pela turma A. Segundo o autor, essa análise feita com base na produção de atividades por 5 duplas, cujos alunos não faltaram em nenhuma das aulas envolvendo a utilização da sequência didática.

Como resultado comparativo, Traldi Junior (2002, p.102) evidenciou que a turma ‘B’ obteve mais sucesso na resolução dos problemas de otimização em comparação à turma ‘A’, inferindo que os alunos evoluíram em seus conhecimentos e demonstraram compreender melhor a identificação, o tratamento e a coordenação dos registros de representação do sistema de inequações; a aplicação do sistema de inequações na resolução de problemas e a estratégia por meio de gráficos para resolver um sistema de inequações.

Na pesquisa de Traldi Junior (2002) não houve a análise do custo cognitivo bem como os critérios de congruência na atividade cognitiva de conversão.

A dissertação de Melo (2007, p.20) intitulada ‘Docência de inequações no ensino fundamental da cidade de Indaiatuba’ desenvolveu-se com base em duas questões de investigação: “o tema inequações estaria sendo desenvolvido no Ensino Fundamental de Indaiatuba? Em caso positivo, de que modo ele tem sido tratado neste segmento de ensino?”

Para responder a essa pergunta, Melo (2007) aplicou um questionário a 27 professores de 10 escolas diferentes da cidade de Indaiatuba. As escolas participantes da pesquisa foram selecionadas de um total de 42 que ofereciam os anos finais do Ensino Fundamental. Os critérios para a escolha foram incluir pelo menos uma escola de cada rede, pública e particular, por região, a equidade no número de estudantes e, priorizar as escolas com o maior número de estudantes, pois quanto maior o número de estudantes, maior é o número de professores.

Após a análise das respostas desses professores, Melo (2007, p.117) verificou que “82% dos professores pesquisados desenvolvem o objeto matemático inequações no ensino fundamental, destes, todos tratam da inequação do primeiro grau, 41% tratam as inequações do 2° grau e 82% utilizam as resoluções de problemas”.

O autor identificou que 68% dos professores que responderam o questionário disseram que inicialmente propunham enunciados para os alunos apenas realizarem a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre o registro da língua natural e o algébrico. Posteriormente, foi solicitado dos alunos a mobilização de procedimentos algébricos para a resolução das inequações, desenvolvendo a atividade cognitiva de tratamento.

Ainda em relação ao questionário, o autor verificou que 48% dos professores exigem que os alunos utilizem as representações gráficas na resolução das inequações, enquanto que para os demais professores, a resolução emprega apenas o tratamento na representação algébrica.

No que diz respeito à abordagem do tema inequações pelos professores do município de Indaiatuba, Melo (2007) também analisou dois livros didáticos (coleção A e B) utilizados pelos professores para identificar que registros de representação semiótica possivelmente foram mobilizados pelos professores em suas propostas de ensino, bem como, se houve foco na atividade cognitiva de conversão e/ou tratamento.

Em relação aos livros didáticos, o autor citou que a 'coleção A' para o 7º ano do Ensino Fundamental contém 50% de exemplos resolvidos e tarefas propostas que mobilizaram apenas a representação algébrica em sua resolução como no caso deste exemplo: "vamos resolver a inequação 7x + 6 > 4x + 7" (MELO, 2007, p. 98). As demais tarefas envolveram a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre registros, mais especificamente, na coordenação do registro da língua natural para os registros figurais e simbólicos algébricos. Houve também a mobilização e coordenação entre os registros simbólico algébrico para o registro simbólico, como no exemplo exposto: "verificar se os números racionais (-9) e 6 fazem parte do conjunto solução da inequação 5x–3.(x+6) > x–14" (MELO, 2007, p. 98).

Importante ressaltar que nos dois exemplos extraídos da 'coleção A' e expostos por Melo (2007) no parágrafo anterior, não é feito menção ao conjunto solução das inequações do primeiro grau.

No quarto volume da 'coleção A', ou seja, o livro didático para o 9º ano do Ensino Fundamental, o tema inequações é associado ao estudo de funções do 1º e 2º grau. Neste sentido, os exemplos resolvidos e tarefas propostas são dedicados à conversão da representação semiótica entre os registros simbólico algébrico e gráfico. Em termos da atividade cognitiva de tratamento, a mobilização da representação semiótica se dá pelo registro simbólico algébrico.

Melo (2007, p.118) observou que na 'coleção A' "as conversões são realizadas como exemplos pelos autores do livro, restando aos alunos apenas copiar os procedimentos de resolução e, muito provavelmente, pelos professores, restando ao aluno o papel de imitar os procedimentos que lhes foram passados".

A análise da 'coleção B', mais especificamente o livro didático do 8º ano do Ensino Fundamental, segundo Melo (2007), 77% das tarefas propostas são apresentadas no registro simbólico algébrico e a atividade cognitiva de tratamento foi realizada no mesmo registro. A atividade cognitiva de conversão envolveu a mobilização e coordenação entre os registros simbólico algébrico e o simbólico numérico, como no exemplo dado: "resolva a inequação e encontre os valores inteiros de 'x' que satisfazem x/2 – (x+1)/3 > 2x/6" (MELO, 2007, p.112). A atividade de tratamento na representação simbólica algébrica envolveu procedimentos operatórios para obter a solução algébrica x < -2 no campo dos números inteiros. Caso haja interesse em analisar exemplos de valores no conjunto dos números inteiros para atribuir à variável ‘x’ e mostrar que a desigualdade é verdadeira para valores pertencentes ao conjunto solução, estamos diante da atividade de conversão da representação semiótica entre os registros simbólico algébrico e o simbólico numérico.

Os outros 23% das tarefas foram formuladas apenas na representação semiótica em língua natural e a atividade cognitiva de conversão mobilizou de forma coordenada o registro simbólico algébrico, seguido do tratamento deste último registro, como no exemplo dado: “Quando Leônidas nasceu, seu irmão Pedro ficou muito enciumado. Anos depois a história se repete com Leônidas, pois sentiu o mesmo quando nasceu a maninha Maria. Hoje os três irmãos são muito amigos e companheiros. Maria é uma linda menina de 10 anos e Pedro já completou 16. Expresse a idade (i) de Leônidas por meio de desigualdades” (MELO, 2007, p. 112).

No quarto volume da ‘coleção B’, ou seja, o livro didático para o 9º ano do Ensino Fundamental, segundo Melo (2007, p.115-116) “retomou o tema inequações na mesma perspectiva que havia sido trabalhado” no livro do 8º ano, “sem aprofundamento e sem estabelecer novas conexões”.

No aspecto quantitativo, Melo (2007) destacou que, enquanto a ‘coleção A’ dedicou 25 páginas no segmento de Ensino Fundamental às inequações, a ‘coleção B’ dedicou apenas 4. Diante desta situação, o autor (2007, p.116) propôs a seguinte reflexão: “será que, a exemplo do que ocorre com 18% dos professores por nós consultados que dizem não abordar o tema inequações, algumas coleções também estão dando pouca ênfase ao tema?”

Na pesquisa de Melo (2007, p.79), no que diz respeito à congruência na atividade cognitiva de conversão, o autor faz uma única menção em uma tarefa produzida por um professor com o propósito de gerar significados para desigualdade: “Para um aluno ser aprovado em determinada matéria é necessário que sua nota do quarto bimestre (y) seja maior ou igual a x, então $y \geq x$”. O pesquisador valorizou a importância dada pelo sujeito participante da pesquisa em converter o enunciado de uma situação-problema expresso na língua natural para o registro simbólico algébrico, tendo em vista a congruência entre os registros.

A dissertação intitulada ‘O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática’ teve como objetivo detectar “como professores de um curso de Licenciatura em Matemática desenvolvem desigualdades e inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos” (MELO, 2007, p.4).

Os sujeitos da pesquisa foram quatro professores que lecionavam pelo menos uma disciplina do 1º ano do curso de Licenciatura Plena em Matemática, de uma Universidade do Estado de São Paulo. Para tal, foram utilizadas entrevistas semiestruturadas contendo seis perguntas para cada professor, buscando evidenciar questões voltadas ao tema inequações e suas práticas pedagógicas.

Em termos de coleta de dados, Melo (2007) recorreu também à análise de livros ou apostilas utilizados pelos professores e cadernos de seus alunos, buscando identificar quais e quantos exemplos e exercícios poderiam envolver as atividades cognitivas conversões ou tratamentos. Os resultados obtidos por Melo (2007) mediante análise das entrevistas, revelou que todos os professores trabalham com no mínimo três registros distintos de representação semiótica.

As principais dificuldades mencionadas pelos professores em relação aos alunos é o fato dos mesmos esquecerem de trocar o sinal de desigualdade ao multiplicar a inequação por um número negativo. Melo (2007) acrescentou a dificuldade dos alunos em reconhecer uma inequação, ou seja, saber interpretar os dados e com isso identificar que trata-se de uma inequação.

Nos itens como livros ou apostilas utilizados pelos professores participantes, de modo geral, Melo (2007) constatou-se que a atividade cognitiva de conversão mais frequente entre registros, foi do simbólico algébrico para o registro gráfico. Melo (2007) também observou que essa mobilização e coordenação entre esses registros, ocorreu no duplo sentido da conversão da representação semiótica. Porém, quando Melo (2007) analisou os cadernos dos alunos, a atividade cognitiva de conversão na resolução das tarefas frequentemente era registrada levando em conta apenas um sentido, do registro simbólico algébrico para o registro gráfico.

Souza (2008), em sua tese de doutorado intitulada ‘O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica’ investigou as contribuições da abordagem funcional gráfica para o ensino e a aprendizagem da resolução algébrica de inequações com uma incógnita real, a partir da aplicação de uma sequência didática.

A pesquisa de Souza (2008, p. 6-7) teve como sujeitos professores da rede estadual de São Paulo e alunos de Licenciatura em Matemática, e buscou responder as seguintes questões de pesquisa:

> a) Uma sequência didática envolvendo o tratamento e a conversão de registros pode fornecer aos alunos condições de inter-relacionarem os aspectos formais, algorítmicos e intuitivos envolvidos na resolução de inequações com uma incógnita real?
> b) O tratamento e a conversão de registros (gráfico, algébrico e da língua natural) podem proporcionar aos alunos uma apreensão significativa de que é preciso trabalhar sempre com inequações equivalentes?
> c) A abordagem envolvendo o tratamento e a conversão de registros, no caso da resolução de equações e/ou inequações com uma incógnita real, pode desencadear a discussão global sobre esta resolução?

A pesquisadora utilizou, no desenvolvimento das atividades propostas aos sujeitos de pesquisa, softwares educacionais como o Graphmatica, concluindo que, embora a maioria dos alunos tenha conseguido fazer as conversões das representações semióticas necessárias para resolver graficamente as inequações propostas, nenhum dos participantes da pesquisa estabeleceu as conexões matemáticas entre a resolução funcional gráfica e a algébrica e, ainda, não transferiram os novos conhecimentos adquiridos através dos softwares geométricos para a resolução algébrica.

Souza (2008) como sugestão de novas pesquisas, sugeriu que se investiguem mais profundamente as razões pelas quais a abordagem proposta não funcionou com os sujeitos de sua pesquisa, levantando a hipótese de que, com um tempo maior e com mais discussões preliminares, talvez fosse possível atingir o objetivo inicial determinado (levar os alunos a inter-relacionar os aspectos formais, algorítmicos e intuitivos da resolução algébrica e estes com a resolução gráfica).

No aporte teórico da pesquisa, Souza (2008) abordou os critérios de congruência elaborados por Raymond Duval, no entanto, eles não foram requeridos na análise das atividades matemáticas dos sujeitos participantes da pesquisa.

A dissertação de Conceição Junior (2011) intitulada “Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no Ensino Médio” teve como objetivo responder o seguinte questionamento

> Em que medida o ensino de inequações via uma abordagem funcional gráfica que envolva o tratamento e a conversão dos registros de representação semiótica, pode, ou não, favorecer o entendimento por parte dos alunos do assunto em questão? Quais as dificuldades encontradas? Quais os avanços percebidos em relação à coordenação desses registros? (CONCEIÇÃO JUNIOR, 2011, p.39)

Para responder a esse questionamento Conceição Junior (2011) elaborou e aplicou, em uma turma da 2ª série do Ensino Médio, um instrumento diagnóstico composto de cinco atividades, cuja aplicação ocorreu em duas etapas: na primeira os estudantes resolveram as atividades com o auxílio do software GeoGebra e, na segunda, sem o uso dessa tecnologia. Os conteúdos abordados nessas atividades foram inequação polinomial do 1° grau, sistemas de inequações do 1° grau, inequações racionais, funções cujas expressões algébricas são representadas por radicais e inequações quociente.

Analisando as produções dos alunos o autor percebeu que todos de alguma forma procuraram utilizar a conversão da representação semiótica entre os registros, do algébrico para o gráfico e da língua natural para o algébrico ou numérico. Atribuiu isso ao fato de ter utilizado uma abordagem funcional com o auxílio do GeoGebra. Considerou os resultados apresentados pelos participantes da pesquisa como satisfatórios, quando foi exigido deles estabelecerem relações entre a resolução algébrica e a resolução gráfica das inequações, porém, revelaram dificuldades em registrar, manualmente, os procedimentos utilizados na resolução das situações-problemas. Especificamente, houve dificuldades na interpretação de gráficos que não são retas e nem parábolas, dedução incorretas de sinais ao resolver uma inequação quociente, opção pela técnica resolutiva em detrimento dos conceitos matemáticos, equívocos na atividade cognitiva de conversão das representações semióticas entre os registros língua natural e algébrico ou gráfica e algébrico.

No trabalho de Conceição Junior (2011) não houve a análise do custo cognitivo na atividade cognitiva de conversão das representações semióticas entre os registros algébrico e gráfico, assim como o estudo das variáveis visuais em relação à representação gráfica.

Na dissertação de Magalhães (2013) intitulada “Estudo das inequações: Contribuições para formação do professor de matemática na licenciatura” a estrutura da sua pesquisa se referiu à elaboração, aplicação e análise dos resultados de uma sequência de atividades composta por seis unidades voltadas para o trabalho com as inequações, propostas aos alunos matriculados em uma disciplina específica do curso de Licenciatura em Matemática, cuja ementa continha o estudo das inequações.

A sequência de atividades construída para a pesquisa de Magalhães (2013) teve como objetivo em relação aos registros de representação semiótica, desenvolver a capacidade de interpretação e uso dos símbolos matemáticos em vários sistemas de representação, no contexto de leitura de textos em linguagem natural, algébrica padrão e gráfica, incluindo o trânsito entre elas (coordenação de registros, conversões com atenção à congruência).

Para cumprir o objetivo, Magalhães (2013, p.29) elaborou e aplicou uma sequência de atividades compostas de seis unidades voltadas para o trabalho com as inequações, as atividades foram pautadas em quatro objetivos: “coordenação de registros, conversão com atenção à congruência; desenvolvimento do pensamento algébrico; pensamento funcional, tratamento e conversões”; através da construção e interpretação de tabelas e gráficos.

A pesquisa foi desenvolvida com 17 alunos do primeiro ano de um curso de licenciatura em Matemática Em acordo feito entre o pesquisador e o professor regente responsável pela aplicação da atividade, os instrumentos e procedimentos utilizados foram folhas com as respostas dos estudantes (protocolos das atividades individuais e em grupo); notas de campo do pesquisador (baseados nas observações de sala de aula); questionários respondidos pelos participantes; entrevistas com o professor regente; gravações em vídeo.

As principais habilidades exigidas dos alunos foram a atividade cognitiva de conversão entre os registros de representação natural, algébrico, geométrico e gráfico; resolução de equações e inequações do primeiro, do segundo grau e modular; resolução de problemas de igualdades e desigualdades envolvendo números reais, lei da função; construção gráfica e elaboração de problemas.

Magalhães (2013) analisou, a partir dos protocolos individuais, um a um, o desempenho dos estudantes na sequência de atividades, avaliando a partir dos dados obtidos, o seu avanço (A) ou não avanço (NA) em diferentes etapas, chamadas de rotas. O autor criou ainda a sigla 'NA', que representa os casos em que não houve avanço, pois o estudante já tinha adquirido a habilidade exigida nas atividades.

Para avaliar se houve ou não avanço Magalhães (2013) criou o que chamou de rotas de aprendizagem, as quais continham três questões cada conectadas em seus objetivos. Na rota 1, verificou-se a evolução dos estudantes quanto a conversão de expressões em linguagem natural para algébrica e, da gráfica para algébrica. Na rota 2, avaliou-se o avanço dos estudantes quanto ao uso de recursos algébricos e gráficos na resolução de inequações modulares. Na rota 3, verificou-se o desempenho dos estudantes em questões que envolveram recursos geométricos (visuais) no contexto do estabelecimento da lei de formação de uma função na solução de uma inequação, bem como a noção de máximo e mínimos no contexto das inequações. Na quarta e última rota foi possível avaliar o desempenho dos estudantes em relação à habilidade de resolver algebricamente e graficamente inequações do primeiro grau.

Magalhães (2013) considerou que a partir da sequência de atividades os estudantes avançaram, julgando como moderadamente positivo os resultados alcançados, sendo que apenas 5 dos 17 estudantes não apresentaram avanço em nenhuma das rotas de aprendizagem.

Na pesquisa de Magalhães (2013) não observamos nas análises dos protocolos uma discussão acerca de quais registros de representação semiótica os alunos poderiam mobilizar na sequência de atividades, assim como não há produção de informações a fim de entender qual foi o raciocínio empregado pelos licenciandos na resolução de cada questão.

Na sequência de atividades construída por Magalhães (2013), um dos seus objetivos foi "desenvolver a capacidade de interpretação e uso dos símbolos matemáticos em vários sistemas de representação, no contexto de leitura de textos em linguagem natural, algébrica padrão e gráfica, incluindo o trânsito entre elas (coordenação de registros, conversões com atenção à congruência). No entanto, o pesquisador não explorou os critérios de congruência no aporte teórico da pesquisa, bem como na análise da sua produção de informações.

A dissertação de Dias (2014) intitulada “Análise do conhecimento de professores sobre o Ensino de Inequações” teve como objetivo analisar de que modo cinco professores da rede pública estadual de Carapicuíba- SP, desenvolviam o tema de desigualdade e inequações com alunos do 8° ano do Ensino Fundamental ou alunos da 1ª série do Ensino Médio.

No referencial teórico a autora abordou o trânsito de quatro tipos de registros de representação semiótica (língua natural, escritas algébricas e formais, figuras geométricas e representações gráficas) em um único sentido. Consequentemente, não apresentou a discussão sobre o custo cognitivo e o fenômeno da congruência.

Para o cumprimento do objetivo de pesquisa, Dias (2014) aplicou um instrumento com 17 questões objetivas, inspiradas na dissertação de Melo (2007) que também teve como sujeitos de pesquisa, professores. O instrumento buscava identificar de que forma os professores tratavam o objeto matemático inequações, quais suas dificuldades e qual o tipo de representação semiótica que priorizavam em suas aulas. Houve apenas dois momentos de interação entre a autora e os sujeitos da pesquisa, o primeiro contato foi na apresentação do questionário e o segundo foi numa entrevista.

Após a análise das questões respondidas pelos professores e da entrevista dos mesmos pela autora, Dias (2014) concluiu que esses professores deixaram claro que não priorizam nenhuma mudança de registro de representação semiótica e apresentam o objeto matemático inequações com base na representação semiótica algébrica. Apenas um dos professores admitiu também utilizar a representação gráfica no estudo de inequações.

Segundo Dias (2014), os professores não perceberam a importância de empregar diferentes representações semióticas, além de não revelar domínio do objeto matemático inequações. A autora cita o exemplo em que nenhum professor concluiu corretamente a resolução da inequação $x^2 \leq 4$, assim como na pesquisa de Souza (2008) envolvendo licenciandos em Matemática. Tanto na pesquisa de Souza (2008) quanto em Dias (2014), os resultados apontam que professores em processo de formação inicial ou atuantes na educação básica, apresentam dificuldades na resolução de inequações. Os resultados desses estudos revelaram equívocos cometidos pelos sujeitos participantes da pesquisa, ao utilizarem os mesmos procedimentos usados na resolução de equações para as inequações do tipo quociente, por exemplo, desconsiderando as particularidades das propriedades de cada conceito.

No trabalho de Dias (2014) não houve uma proposta de sequência didática que propiciasse aos sujeitos da pesquisa uma melhoria nas suas práticas docentes.

A dissertação de Mestrado de Lourenço (2018) intitulada “Inequações: Uma abordagem funcional gráfica para o Ensino Fundamental” buscou verificar de que forma dez professores ensinam o objeto matemático inequações. Para isso, o autor aplicou um questionário contendo dez questões, dentre elas:

> Que tipo de exercícios você costuma propor aos alunos, referente ao tema inequações?
> Além da resolução a partir de uma abordagem algébrica, você utiliza outro tipo de abordagem na resolução de problemas que envolvem inequações?
> Ao lecionar os métodos de resolução de uma inequação, você solicita que seus alunos utilizem os mesmos procedimentos abordados na resolução de equações? (Lourenço, 2018, p. 37)

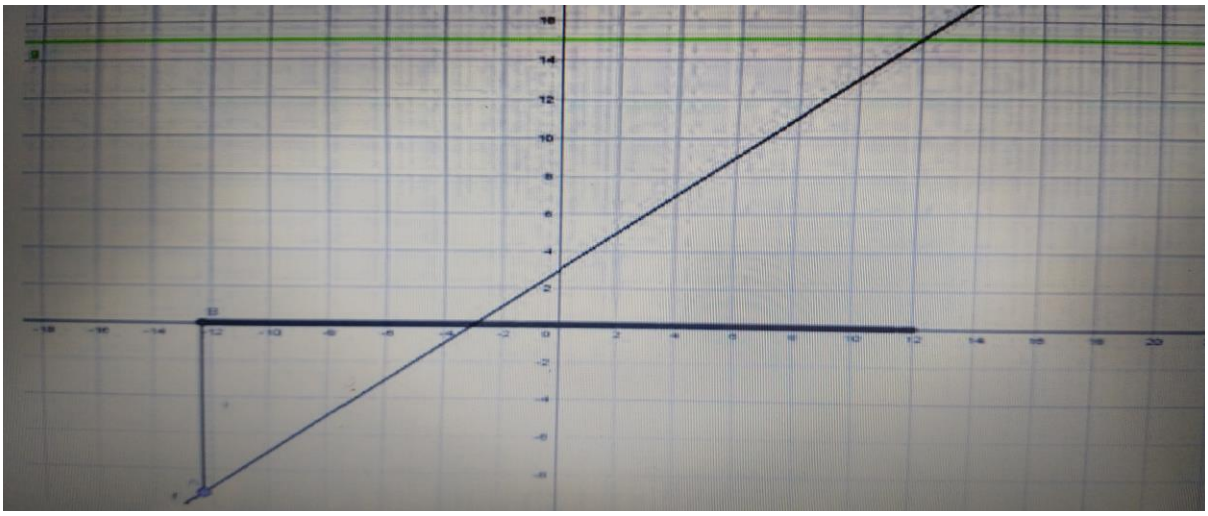
Em resposta ao questionário, Lourenço (2018, p.38) obteve os seguintes resultados: todos afirmaram utilizar a representação algébrica na resolução de inequações, porém, apenas três professores responderam que complementam a abordagem desse conceito com a utilização da representação gráfica. Segundo o autor, apenas 4 professores negaram solicitar aos alunos para resolverem as inequações da mesma forma que resolvem equações, no entanto, estabelecem comparações entre inequações e equações para que os alunos percebam as diferenças existentes.

Lourenço (2018) complementou que quando os sujeitos da pesquisa foram convidados para resolver uma inequação quociente e uma quadrática, o autor observou que somente quatro professores responderam corretamente. Diante dessa situação, o autor propôs um conjunto de oito tarefas com o objetivo de proporcionar ao aluno a compreensão do significado da palavra desigualdades bem como a definição de inequações, oportunizar a atividade cognitiva de tratamento e conversão das representações semióticas na resolução dos problemas de forma algébrica ou gráfica com ou sem o auxílio do GeoGebra.

Esse conjunto de tarefas não foi aplicado nem com alunos e/ou professores e apesar de sua elaboração ter sido pautada na mobilização e coordenação de registros de representação semiótica, o autor não apresenta ao leitor discussões acerca da atividade cognitiva de tratamento e/ou conversão das representações semióticas, no decorrer da resolução desejada para cada uma das tarefas propostas.

Mais especificamente, Lourenço (2018) apresentou na oitava tarefa a proposta de utilizar o GeoGebra para plotar o gráfico de $x + 3 < 15$ para ‘x’ pertencente aos números reais. Com base em um tutorial de oito passos para a utilização do GeoGebra, Lourenço (2018, p.84) apresentou o ‘gráfico 1’ que contém a solução da inequação proposta:

FIGURA 4: Solução gráfica da inequação



Fonte: Lourenço (2018, p.84)

De acordo com o autor o segmento de reta horizontal disposto sobre o eixo das abcissas representa a solução da inequação dada, ou seja, x<12. Vale ratificar que no decorrer da apresentação dos passos da resolução da inequação originalmente apresentada na representação algébrica não foi feita nenhuma menção da atividade cognitiva de conversão dessa representação semiótica para a gráfica, assim como, não foi feita a discussão da atividade cognitiva de tratamento aplicada na representação gráfica. Por fim, não foi discutida a conversão da representação semiótica entre os registros gráficos e a solução da inequação no registro algébrico.

A dissertação de Travassos (2018) intitulada “Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciando em matemática: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica” buscou responder qual o desempenho de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas às inequações e suas diferentes representações?

Para o cumprimento dos seus propósitos de pesquisa, Travassos (2018) contou com a participação de dezesseis acadêmicos, sendo quatro de cada ano da Licenciatura de Matemática de uma universidade pública do Estado do Paraná. No processo de coleta de dados utilizou três instrumentos, sendo o primeiro com oito exercícios apresentados originalmente em língua natural. Este fato, atrelado aos critérios de congruência semântica, possibilitou verificar o desempenho dos acadêmicos no que se refere à interpretação e organização das unidades significantes, presentes nas tarefas propostas para resolução.

Os resultados desse primeiro instrumento de pesquisa mostraram que os acadêmicos possuem dificuldades até mesmo em questões que satisfazem dois ou três critérios de congruência semântica. De acordo com Travassos (2018), esse fato foi constatado em alunos de todos os anos da graduação em Matemática e é um aspecto relevante, considerando que os estudantes já tiveram contato com inequações tanto no Ensino Médio quanto em disciplinas da Licenciatura. Em particular, no caso da congruência semântica por conta dos três critérios satisfeitos, a tarefa em questão não exige muita reflexão, pois segundo Travassos (2018), a resolução envolve uma simples codificação no processo de conversão da representação semiótica.

O segundo instrumento de pesquisa de Travassos (2018), foi composto por cinco problemas contextualizados, e tem como objetivo analisar a identificação e interpretação das unidades significantes, bem como a atividade cognitiva de conversão das representações semióticas entre os registros na língua natural e algébrico. Na concepção desse autor, problemas contextualizados são aqueles cuja elaboração dos seus enunciados contém contextos que podem "atrair a atenção dos estudantes, instigando-os a descobrirem a resposta do problema" (TRAVASSOS, 2018, p.83).

Como exemplo, destacamos o seguinte enunciado de um problema cujo contexto é a desigualdade entre o salário de um professor em relação ao deputado federal:

> Devido ao descaso com a educação brasileira e, sobretudo, com as reformas impostas pelo governo a fim de cortar gastos, Célio, professor do Magistério, decidiu verificar a seguinte situação: sabe-se que o piso nacional do magistério para o ano de 2017 segundo o MEC é de R$2.298,80 para carga horária de 40 horas semanais. Sabe-se também que em média, o custo de um deputado federal segundo levantamento de dados realizado pelo *Congresso em Foco* fica em média R$168.662,44 mensal. Com base nessas informações, quantos salários integrais de professor do magistério são necessários juntar, no mínimo, para pagar o custo de um deputado no período de um ano? (TRAVASSOS, 2018, p.83).

Com relação a esse instrumento de pesquisa, Travassos (2018) concluiu em sua análise que os acadêmicos tiveram algumas dificuldades em interpretar termos como "a partir de" e em certos momentos, não conseguiram estruturar a expressão algébrica de acordo com os critérios estabelecidos no enunciado do problema. Em sua avaliação, este fato, em muitos casos, relacionou-se à compreensão do problema pelo acadêmico, visto que a maioria das unidades significantes foram identificadas e convertidas, porém, de maneira inadequada com o contexto estabelecido.

Travassos (2018) acrescentou outro fato referente à conversão do registro em língua natural para o algébrico, que foi a falta de atenção dos acadêmicos, em dar respostas sem conferir exatamente o que foi pedido no problema. Esse fator impossibilitou-os de verificar erros na expressão inicial convertida, que em alguns casos, apresentaram a falta de informações convertidas, necessárias para a solução correta do problema, como o caso do problema exposto na forma de citação direta, no qual foi solicitado calcular o custo de um deputado federal dentro do período de um ano.

O terceiro e último instrumento de pesquisa, composto por quatro exercícios, objetivou analisar a atividade cognitiva de tratamento e as diferentes conversões entre os registros de representação semiótica, relacionados ao conceito de inequação do 1º grau, além do desempenho dos alunos.

Um dos exercícios consistiu em realizar o tratamento algébrico na inequação fornecida e, posteriormente, realizar a conversão da solução para a representação na reta numérica (registro geométrico), como no caso de "– 3 x + 11 > x – 1 " (TRAVASSOS, 2018, p. 140). Em termos de desempenho, foi o exercício que apresentou o maior número de erros nesse instrumento. Além disso, segundo Travassos (2018), notamos também que nas resoluções no registro geométrico apareceram representações que não condizem com a representação da reta numérica, o que nos faz inferir que alguns acadêmicos não possuem conhecimento sobre a representação da solução de uma inequação de 1º grau com uma variável na reta numérica. Isto vale para o duplo sentido na conversão de representação semiótica entre os registros algébrico e geométrico. O autor apoia-se em "Duval (2003, 2009) que é enfático ao mencionar a importância da articulação entre o 'ir' e 'vir' de uma conversão, a fim de que o aluno não saiba apenas um sentido da conversão, mas que possa realizar o inverso, caso necessário" (TRAVASSOS, 2018, p.169).

Em relação aos trabalhos analisados, podemos agrupá-los, tomando como critério a designação dos sujeitos participantes das pesquisas. Traldi Junior (2002) e Conceição Junior (2011) envolveram em suas dissertações de Mestrado, estudantes da 3ª série e 2ª série do Ensino Médio, respectivamente. Ambas as pesquisas revelaram que a diversidade de registros de representação semiótica, mobilizados e coordenados no decorrer da resolução das tarefas propostas, contribui no estudo de inequações.

Nas demais pesquisas, os sujeitos participantes foram professores em processo de formação inicial e/ou docentes atuantes em diversos segmentos escolares. As pesquisas de Mestrado de Melo (2007) e Lourenço (2018) foram desenvolvidas envolvendo professores apenas do Ensino Fundamental. Basicamente pautado no discurso do professor via respostas de questionário, observaram que a maioria dos professores privilegiam a atividade cognitiva de tratamento na representação algébrica como meio para o estudo de inequação.

A dissertação de Mestrado de Dias (2014), assim como nos trabalhos de Melo (2007) e Lourenço (2018), envolveu professores que ensinam matemática no 8º ano do Ensino Fundamental e também para a 1ª série do Ensino Médio. Em termos de coleta e análise de dados, a pesquisadora recorreu à entrevista com os professores, além da aplicação do questionário. No entanto, os resultados da sua pesquisa convergem com os apontamentos feitos nos trabalhos de Melo (2007) e Lourenço (2018).

As pesquisas de Magalhães (2013) e Travassos (2018) em nível de Mestrado, envolveram licenciandos em Matemática na resolução de diversas tarefas formuladas com diferentes representações semióticas. Ambos os trabalhos visaram apresentar uma análise sobre o desempenho dos alunos nas atividades matemáticas desenvolvidas. De todas as pesquisas, apenas Travassos (2018) apresentou a abordagem sobre os critérios de congruência e o duplo sentido na atividade de conversão das representações semióticas, no decorrer da análise da resolução das tarefas propostas aos licenciandos.

A tese de doutorado de Souza (2008) envolveu licenciandos de Matemática além de professores da Educação Básica. Como coleta e análise de dados, propôs uma sequência de tarefas cujos resultados revelaram a ineficácia dos participantes em estabelecer conexões matemáticas bem como a mobilização e coordenação das representações semióticas, nas resoluções das tarefas propostas.

Finalmente, a dissertação de Melo (2007) contou com a participação de professores formadores, atuantes em um curso de Licenciatura em Matemática. Na associação entre entrevistas semi-estruturadas e a análise de livros-texto utilizados para lecionar, o pesquisador revelou que seus sujeitos de pesquisas mobilizavam na proposta e resolução de tarefas, pelo menos, três registros de representação semiótica distintos, bem como o duplo sentido na atividade cognitiva de conversão.

De modo geral, a análise das 9 pesquisas revelou que a representação semiótica frequente na formulação de tarefas envolvendo inequação é a algébrica.

As pesquisas envolvendo professores em processo de formação inicial ou não forneceram resultados pautados pela análise de desempenho de tarefas propostas ou pelo discurso quanto à proposta de abordagem do conceito de inequação em sala de aula. O êxito na resolução de tarefas propostas também foi o foco nas pesquisas cujos sujeitos participantes foram estudantes.

A partir do mapeamento dessas pesquisas observamos que há um nicho para novas pesquisas no estudo de inequações, especialmente, na análise de um processo ensino-aprendizagem envolvendo a atividade cognitiva de tratamento e conversão de representações semióticas, na produção escrita dos alunos. Essa possibilidade de investigação expande o que foi exposto sobre as pesquisas, as quais revelaram resultados do diagnóstico do desempenho dos sujeitos participantes envolvidos na resolução de tarefas com inequações oriundas da aplicabilidade de um instrumento de coleta de dados.

Nesse nicho de pesquisa, demarcamos nossa pesquisa, cujo percurso metodológico apresentamos no próximo capítulo.

3 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Este capítulo apresenta em detalhes a metodologia utilizada na pesquisa, bem como o seu problema gerador. São apresentados também o contexto no qual a pesquisa foi desenvolvida, os sujeitos participantes, a análise do livro didático adotado pela escola e as atividades aplicadas aos alunos.

3.1 Natureza da pesquisa e problema de pesquisa

A presente pesquisa possui uma abordagem de natureza qualitativa, pois nos preocupamos em analisar o desempenho dos alunos e não propriamente o número de acertos de cada um nas atividades aplicadas.

Silveira e Córdova (2009) afirmam que a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.

De acordo com Silveira e Córdova (2009) "na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado" (SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009, p. 32).

Essa afirmação corrobora com a de Bogdan e Bilklen (1994), para esses autores na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Além disso, os autores supracitados afirmam que os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto.

Sendo assim, a abordagem qualitativa nos parece razoável para o desenvolvimento da nossa pesquisa haja vista que estamos preocupados em analisar o avanço dos alunos em atividades que envolvem múltiplos registros de representação semiótica para o objeto inequação do primeiro grau.

3.2 Contexto

O início do ano letivo ocorreu no dia 03 de fevereiro de 2020, porém, as primeiras aulas de matemática, da turma que participou da pesquisa, ocorreram no dia 06 de fevereiro, quinta-feira. Aliás, as aulas ocorriam duas vezes por semana, três aulas na quinta-feira e uma aula na sexta-feira, totalizando quatro aulas semanais. Na primeira semana de aula o professor apresentou aos alunos o conteúdo programático, os critérios de avaliação e as regras de convivência que deveriam ser respeitadas durante o ano escolar. Além disso, realizou uma dinâmica para que os alunos pudessem se apresentar e falar a cidade e a escola de onde vieram, haja visto que a Etec Dr. Dario Pacheco Pedroso, local onde a pesquisa foi realizada, recebe alunos de várias cidades da região. Na segunda semana de aula, nos dias 13 e 14 de fevereiro, o professor aplicou uma atividade diagnóstica a fim de verificar em quais conteúdos os alunos tinham mais dificuldades, e assim, direcionar o seu trabalho durante o ano letivo.

Como no conteúdo programático estava previsto o estudo das funções afim, quadrática e modular, foi aplicado um questionário com questões envolvendo as operações básicas, equações do primeiro e do segundo grau, bem como operações envolvendo as propriedades das potências e dos radicais, considerados conteúdos bases para o estudo dos assuntos que estavam no planejamento da disciplina.

Após a aplicação da atividade diagnóstica, percebemos que havia na turma uma disparidade em relação ao nível de conhecimento dos alunos, sendo que poucos alunos tiveram desempenho satisfatório. Nas aulas seguintes fizemos a correção comentada das questões presente na atividade diagnóstica, retomando os conceitos exigidos na atividade. O objeto matemático inequação do primeiro grau, estava programado para ser retomado nas aulas antes do estudo da função afim, em meados do mês de junho. Entretanto, no mês de março, as aulas foram paralisadas devido a pandemia e o planejamento teve que ser alterado. As aulas ficaram suspensas do dia 18 de março até 21 de abril, retornando, já na modalidade de ensino remoto, a partir do dia 22 de abril.

> O termo Ensino Remoto Emergencial - ERE é utilizado com frequência em escolas e universidades para caracterizar o modo como as disciplinas estão sendo ministradas, por meio do uso de plataformas digitais que possibilitam a comunicação a distância. Esse termo também exprime a forma emergencial de dar seguimento às atividades acadêmicas, que diferem das características de cursos na modalidade à distância, uma vez que estes últimos já possuem metodologias de ensino e avaliação que desde o princípio já foram pensados para serem desenvolvidos à distância, portanto não se caracterizam como ensino emergencial, haja vista que, o fato de ser emergencial é para dar acesso temporário à instrução e suporte educacional de uma maneira rápida durante uma emergência ou crise (HODGES et al., 2020).

De acordo com a definição apresentada acima, o ensino remoto emergencial é realizado por meio de plataformas digitais que facilitam a comunicação. No caso da escola onde o trabalho de pesquisa foi desenvolvido, devido muitos alunos não possuírem acesso à internet, as aulas foram ministradas de duas formas distintas, os alunos que possuíam acesso à internet acompanharam as aulas por meio da plataforma TEAMS da empresa MICROSOFT.

Para os alunos sem acesso à internet, os professores tiveram que elaborar um roteiro de estudo contendo os conteúdos a serem estudados bem como listas de exercícios, esse roteiro foi nomeado pela instituição Centro Paula Souza de POAD – Plano de Orientação para

Aprendizagem a Distância. Inicialmente, os POAD's eram elaborados quinzenalmente, isso ocorreu de 23 de abril até 30 de julho. De agosto a dezembro, os POAD's passaram a ser elaborados mensalmente. Como os alunos sem acesso à internet não tinham condições de acompanhar todas as aulas, apenas os alunos com acesso à plataforma fizeram parte da pesquisa.

A plataforma TEAMS é um aplicativo de videochamada, portanto nas aulas era possível o compartilhamento da tela com os alunos, bem como a interação por meio do *chat* ou até mesmo por meio de áudio e vídeo. Nas aulas o professor fazia a explicação do conteúdo, abria um tempo para dúvidas e discussão do assunto e resolvia alguns exercícios como exemplo. As atividades eram compartilhadas por meio do menu 'Tarefas', ferramenta específica para essa finalidade. Como os alunos poderiam ter problemas com a plataforma ou até mesmo com a conexão, os professores foram orientados pela coordenação a gravar todas as aulas e deixar prazos de no mínimo uma semana entre as atividades propostas.

O avanço dos conteúdos no ensino remoto ocorreu de maneira mais lenta comparado ao ensino presencial, isso fez com que o objeto matemático inequação do primeiro grau fosse abordado somente no dia de 03 de julho e finalizado no dia 28 de agosto, após, nesse período, serem abordados as representações algébrica, natural, figural, geométrica e gráfica deste objeto.

Na aula do dia 03 de julho o professor propôs aos alunos a resolução de uma equação do primeiro grau $2x + 8 = 0$ e uma inequação do primeiro grau $2x + 8 < 0$, ambas deveriam ser resolvidas no conjunto dos Reais. Tanto a equação como a inequação foram resolvidas pelo professor utilizando as propriedades do princípio aditivo e multiplicativo, enfatizando a diferença entre o conjunto solução da equação e da inequação. Nessa aula o professor constatou que os alunos não distinguiam o símbolo de igualdade do símbolo da desigualdade.

Sendo assim, na aula seguinte, no dia 09 de julho, o professor apresentou situações em que a ideia de desigualdade era aplicada, para que os alunos pudessem começar a diferenciá-la da igualdade. Um dos exemplos apresentados foi o desenho de uma balança desequilibrada que representava a desigualdade financeira no mundo, mostrado na figura a seguir

FIGURA 5: Balança representando a desigualdade financeira

Fonte: Site depositphotos. Disponível em https://br.depositphotos.com/stock-photos/desigualdade-social.html?filter=all. Acesso em 05 jul. 2020.

Após a discussão sobre o significado da palavra desigualdade, o professor apresentou aos alunos os símbolos matemáticos que a representam, $>$, $<$, $\leq$, $\leq$ e $\neq$.

Para reforçar o estudo das propriedades dos princípios aditivo e multiplicativo, usados na aula anterior na resolução da equação e da inequação, o professor apresentou a sequência de atividades a seguir

FIGURA 6: Sequência de atividades

1) ESCOLHA DOIS NÚMEROS E ESTABELEÇA A DESIGUALDADE ENTRE ELES.

2) ADICIONE O MESMO NÚMERO AOS DOIS MEMBROS DA DESIGUALDADE E ANALISE SE ELA FOI ALTERADA OU NÃO.

3) MULTIPLIQUE O MESMO VALOR AOS DOIS MEMBROS DA DESIGUALDADE E ANALISE SE ELA FOI ALTERADA OU NÃO.

4) O QUE ACONTECE COM A DESIGUALDADE QUANDO MULTIPLICAMOS OS DOIS MEMBROS POR UM NÚMERO NEGATIVO?

Fonte: elaborado pelo pesquisador

A partir da sequência de atividades representada acima, o professor explicou que para a desigualdade se manter é necessário realizar as mesmas operações nos dois membros da inequação e, quando os dois membros são multiplicados por um número negativo, a desigualdade não se mantém, sendo necessário inverter o símbolo da desigualdade.

Em seguida, o professor propôs outra atividade, cujo objetivo era retomar com os alunos a ideia de conjunto solução, haja visto que foi verificado essa carência na aula do dia 03 de julho. A atividade está representada a seguir

FIGURA 7: Sequência de atividades

Atividade 1

João e Pedro estão disputando em um jogo de tabuleiro, onde é necessário o uso de dois dados comuns (6 faces). Para vencer, Pedro precisa obter, no lançamento dos dois dados, um valor superior a 8.

a) Escreva quais as pontuações possíveis que tornam Pedro o vencedor.

b) Se a pontuação necessária fosse um número maior ou igual a 8, mudaria o resultado?

c) No conjunto solução, poderia aparecer um resultado negativo? E uma fração decimal?

d) Qual é o conjunto solução dessa situação-problema?

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na atividade representada acima foi possível discutir com os alunos o conceito de conjunto solução e revisar os conjuntos numéricos, naturais, inteiros e racionais. O professor aproveitou também para destacar situações em que aparecem as palavras ‘máximo’, ‘mínimo’, ‘pelo menos’ e outros termos que estão relacionados com a ideia de desigualdades.

Devido a um problema de conexão, o professor não deu a aula do dia 10 de julho, deixando para os alunos uma atividade, mostrada na figura a seguir

FIGURA 8: Atividade aplicada no dia 10 de julho

Questão 1

O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3.

a) O que podemos dizer a respeito da idade de Lili?

b) Lili poderia ter 5 anos?

c) Lili poderia ter 5,5 anos?

d) Escreva uma sentença matemática que representa a idade de Lili.
menor)

e) Dê exemplos de possíveis valores para a idade de Lili (x).

Questão 2

Resolva as inequações a seguir:

a) $2x - 1 > 7$

b) $\frac{x}{2} + 3 < 5$

Fonte: Portal do professor. Disponível em http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4997. Acesso em 08 jul. 2020

O objetivo da atividade era explorar as diversas representações de registros de representação semiótica que poderiam ser mobilizados. Nos protocolos dos alunos comentaremos com mais detalhes sobre as soluções apresentadas por eles. Mas, de antemão, podemos dizer que na correção comentada da atividade, ocorrida no dia 16 de julho, o professor explorou na questão 1 os registros numérico, algébrico e gráfico, considerando que a questão foi apresentada no registro natural, houve, portanto, a mobilização de pelo menos quatro registros de representação semiótica.

Já na questão 2, o professor explorou a transformação de tratamento dando ênfase às propriedades dos princípios aditivo e multiplicativo, além de apresentar o conjunto solução no registro algébrico e gráfico, ou seja, usou também a transformação de conversão.

Houve, entretanto, uma interrupção da sequência didática, devido a um problema de conexão no dia 10 de julho. Sendo assim, entre as atividades 1 e 2 que estavam programadas para serem trabalhadas em sequência, foram aplicados dois exercícios, os quais foram corrigidos e comentados no dia 16 de julho. Após essa correção as atividades programadas foram retomadas, o professor apresentou aos alunos a 'Atividade 2', como mostra a figura a seguir

FIGURA 9: Manchete da pesquisa do Ministério da Saúde

Atividade 2

Avaliação do peso em adultos (20 a 59 anos)

Os parâmetros indicados pelo Ministério da Saúde para avaliação do estado nutricional de pessoas entre 20 e 59 anos são o Índice de Massa Corporal (IMC) e o perímetro da cintura ou circunferência da cintura.

O resultado do cálculo do IMC deve ser analisado de acordo com a classificação definida pela Organização Mundial de Saúde (OMS), válida somente para pessoas adultas:

Fonte: Ministério da saúde. Disponível em http://www.saude.gov.br/component/content/article/804-imc/40509-imc-em-adultos. Acesso em 08 jul. 2020.

Como podemos observar, a atividade acima contém informações do ministério da saúde sobre a obesidade em adultos. Segundo a pesquisa do Ministério da Saúde existem quatro classificações de acordo com o IMC, baixo peso, adequado, sobrepeso e acima do peso. Os intervalos que determinam cada classificação foram representados, na pesquisa, através dos registros natural e numérico, conforme mostra a figura a seguir

FIGURA 10: Tabela utilizada na realização da atividade

IMC	Representação algébrica/geométrica	Resultado
Menores que 18,5		Baixo Peso
Maior ou igual a 18,5 e menor que 25		Peso Adequado
Maior ou igual a 25 e menor que 30		Sobrepeso
Maior ou igual a 30		Obesidade

Fonte: elaborada pelo pesquisador

A proposta da atividade era apresentar aos alunos um problema que permitisse fazer a conversão dos registros natural e numérico para os registros algébrico e geométrico. O professor fez a atividade junto com os alunos, sempre questionando como ficariam as representações em cada caso, quais símbolos utilizar e interferindo quando era necessário.

No dia 17 de julho, o professor propôs a terceira atividade, nela os alunos precisavam comparar os resultados das atividades 1 e 2, aplicadas nos dias 09 e 16 de julho, respectivamente. A atividade está representada na figura a seguir

FIGURA 11: Atividade 3 aplicada no dia 17 de julho

Atividade 3

Compare o problema da atividade 1 com o problema da atividade 2 e responda:

a) Quais são as semelhanças entre eles?

b) Quais são as diferenças entre eles?

c) Na atividade 1 apresentamos o conjunto solução enumerando seus elementos. Seria possível usarmos esse mesmo procedimento no caso da atividade 2? Por quê?

d) Uma pessoa cujo IMC é igual a 18,51 está no peso adequado? E com 25,01?

e) Por que na atividade 1 o conjunto universo trabalhado é o conjunto dos números naturais e na atividade 2 não?

f) Qual é o conjunto universo da atividade 2?

Fonte: elaborada pelo pesquisador

O objetivo da atividade três era tornar perceptível aos alunos as diferenças entre os conjuntos solução das atividades 1 e 2. Através dos questionamentos esperava-se que os alunos concluíssem que os conjuntos solução das atividades 1 e 2 estão contidos nos conjuntos dos números naturais e racionais, respectivamente. Além disso, o ‘item d’ desta atividade tinha como proposta revisar com os alunos a densidade do conjunto dos racionais, ou seja, mostrar que há sempre um número racional entre dois números racionais, não importa quais sejam estes números. Esta noção auxilia na representação da solução de uma inequação através da reta numérica.

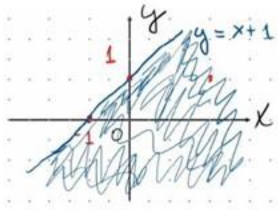
Nos dias 23 e 24 de julho os alunos realizaram uma atividade cujo objetivo foi avaliar se houve apreensão dos assuntos estudados até o momento. As questões contidas na atividade serão apresentadas em protocolo das tarefas.

Nos dias 30 e 31 de julho ocorreram os conselhos de classe, para finalizar o 2º bimestre, sendo assim não teve aula. Nos dias 06 e 07 de agosto também não teve aula, pois os alunos tiveram uma semana de recesso, do dia 03 ao dia 10 de agosto.

Desta forma, a correção comentada da avaliação foi realizada nos dias 13 e 14 de agosto. Nessas aulas, o professor pediu para que os alunos expusessem a maneira que haviam resolvido cada uma das questões. As soluções apresentadas pelos alunos serão apresentadas nos protocolos das atividades.

A última etapa da explicação do objeto matemático inequações do 1º grau foi apresentar aos alunos a representação gráfica deste objeto. Sendo assim, nos dias 20 e 21 de agosto, o professor apresentou aos alunos o plano cartesiano, falou sobre os eixos coordenados abscissa e ordenada, do par ordenado e explicou como localizar um ponto no plano. Em seguida, o professor representou graficamente algumas desigualdades, por exemplo, $x > 2$ e $y < -3$. Para representar alguns casos de desigualdades, como por exemplo $y \leq x + 1$, o professor destacou a importância de se utilizar as variáveis visuais, tais como, a interseção da reta com os eixos da abscissa e da ordenada que poderão ser obtidos calculando o zero da função e observando o termo independente, respectivamente. Na figura a seguir podemos observar o exemplo feito pelo professor.

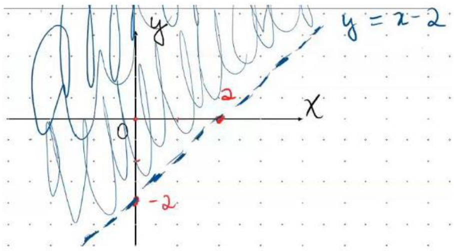
FIGURA 12: Representação gráfica da inequação $y \leq x + 1$



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na imagem podemos observar que a reta é uma linha contínua e a região hachurada se encontra abaixo dessa reta. Este exemplo teve como finalidade mostrar para os alunos que o símbolo de ‘≤’ indica que o conjunto solução da inequação serão todos os pares ordenados que se encontram sobre a reta e abaixo dela. Foi explicado também que caso o símbolo seja de ‘<’ ou ‘>’, a reta será uma linha tracejada, indicando que os pares ordenados sobre a reta não são solução da inequação, como podemos observar no exemplo a seguir apresentado pelo professor.

FIGURA 13: Representação gráfica da inequação $y > x - 2$



Fonte: elaborado pelo pesquisador

No final da aula o professor propôs uma atividade de tarefa para os alunos, representada no quadro 3 a seguir:

QUADRO 3: Atividade do 21 de agosto

1. Manoel possui 20 reais para comprar um caderno e um estojo. a) Represente os possíveis preços do caderno e do estojo. b) Representando o preço do caderno por x e o preço do estojo por y, escreva uma sentença matemática que expresse o valor total gasto por Manoel. c) Represente graficamente a sentença matemática do item b.

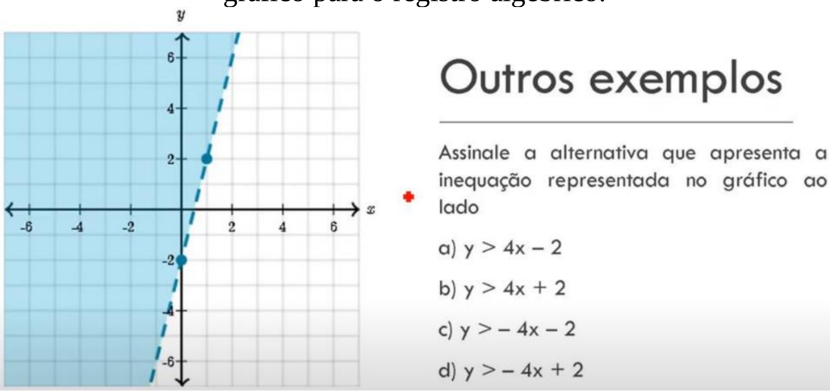
Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na aula do dia 27 de agosto, o professor construiu no *software* Geogebra gráficos do tipo $y = ax + b$, no qual a é o coeficiente angular e b é o coeficiente linear. O objetivo dessas construções foi mostrar as mudanças no gráfico causadas pelos coeficientes a e b, o primeiro provoca uma inclinação e altera o sentido da reta, já o segundo causa um deslocamento vertical, além disso, o coeficiente b determina também o ponto de interseção da reta com o eixo y.

Por meio do Geogebra os alunos puderam perceber essas mudanças quase que instantaneamente, tal percepção não é tão simples quando a construção é feita somente no quadro. Duval chama esses coeficientes de variáveis visuais e os considera fundamentais para que o aluno consiga transitar do registro algébrico para o gráfico e do gráfico para o algébrico.

Após ter usado o *software* Geogebra para apresentar aos alunos as mudanças provocadas no gráfico pelos coeficientes angular e linear, o professor apresentou alguns exemplos de inequações representadas no registro gráfico e que através da transformação de conversão deveriam ser escritas no registro algébrico. Para fazer a conversão entre os registros gráfico e algébrico, o professor utilizou os coeficientes angular e linear. O coeficiente angular é conhecido também como coeficiente de variação, para determinar este valor o professor fez o cálculo da razão entre a variação no eixo vertical pela variação no eixo horizontal. Como foi mostrado na atividade envolvendo o software Geogebra, o coeficiente linear determina o ponto de interseção da reta com o eixo y, sendo assim, o valor de b pode ser encontrado observando o valor de y nessa interseção. A seguir podemos observar um exemplo de atividade resolvida com os alunos.

FIGURA 14: Exemplo de atividade que mobiliza a conversão da representação do registro gráfico para o registro algébrico.



Fonte: Khan Academy. Disponível em https://pt.khanacademy.org/math/algebra/two-variable-linear-inequalities/graphing-inequalities/a/graphing-inequalities-x-y-plane-review. Acesso em 23 ago. 2020.

Nos dias 03 e 04 de setembro os alunos realizaram uma avaliação acerca do tema inequações do primeiro grau. As questões da avaliação serão apresentadas em protocolo das tarefas.

A avaliação foi corrigida e comentada com os alunos nos dias 10 e 11 de setembro.

3.3 Participantes

O objeto matemático inequação do primeiro grau faz parte do conteúdo programático da 1ª série do curso técnico em Agronegócio integrado ao Ensino Médio, junto com o assunto função afim. Devido a essa circunstância e, pelo fato do pesquisador ser professor da turma, esta foi a escolhida para fazer parte da pesquisa.

No início do ano letivo, ainda no ensino presencial, os alunos foram comunicados que seria realizado, durante algumas aulas, uma pesquisa na qual eles fariam parte. Inicialmente, a turma tinha 40 alunos, entretanto, com o início do ensino remoto, no final do mês de abril, poucos alunos realizaram a primeira atividade pertinente a pesquisa, ao todo, foram 17 alunos. Porém, com as dificuldades encontradas no ensino remoto, como acesso restrito à internet e equipamento inadequado, muitos alunos deixaram de participar de vários momentos da pesquisa, ficando até o final da pesquisa apenas 8 alunos, sendo esta, a quantidade considerada para a análise dos resultados.

Os oito alunos que participaram até o final da pesquisa vieram de escolas públicas de quatro munícipios distintos, Itapeva, Taquarivaí, Buri e Ribeirão Grande, fato que torna a turma bem heterogênea e com níveis diferentes de conhecimentos.

Nas descrições dos protocolos e nas análises dos resultados os alunos serão identificados por nomes fictícios, sendo eles Betina, Manuela, Roberto, Erasmo, Marcos, Larissa, Joaquim e Elisa.

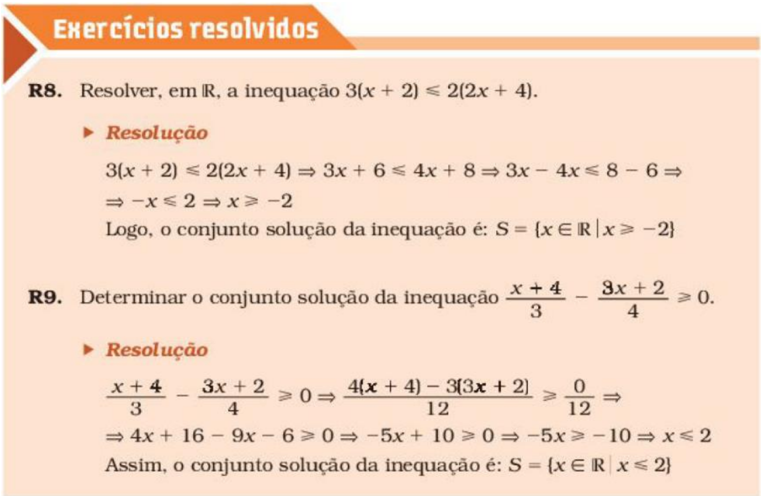
3.4 Análise do livro didático

Atualmente, a escola possui a coleção “Conexões com a Matemática” da Editora Moderna. Nesta coleção o conteúdo de inequações é abordado na Unidade 3, que trata de funções polinomiais, no capítulo 4, destinado ao estudo da função afim. O estudo da inequação é iniciado logo após o término da análise do sinal da função afim por intermédio do gráfico, que aliás, nessa análise, os símbolos que representam desigualdades já são utilizados para verificar os intervalos em que a função é crescente ou decrescente.

O estudo da inequação é iniciado abordando as inequações do 1° grau, após uma breve definição, que associa a inequação à uma desigualdade em que o primeiro membro é um polinômio do tipo $ax + b$ (com $a \neq b$) e o segundo membro é zero, alguns exemplos de inequação são colocados e, explica-se que, para resolvê-los, é necessário conhecer os princípios de equivalência das desigualdades que envolvem adição e multiplicação de números reais.

Após a apresentação dos princípios de equivalência das desigualdades, são apresentados dois exemplos na seção ‘Exercícios Resolvidos’, como representado na figura a seguir

FIGURA 15: Resolução de exercícios usando o tratamento no registro algébrico.



Exercícios resolvidos

R8. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $3(x + 2) \leqslant 2(2x + 4)$.

▸ *Resolução*

$3(x+2) \leqslant 2(2x+4) \Rightarrow 3x + 6 \leqslant 4x + 8 \Rightarrow 3x - 4x \leqslant 8 - 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow -x \leqslant 2 \Rightarrow x \geqslant -2$

Logo, o conjunto solução da inequação é: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant -2\}$

R9. Determinar o conjunto solução da inequação $\frac{x+4}{3} - \frac{3x+2}{4} \geqslant 0$.

▸ *Resolução*

$\frac{x+4}{3} - \frac{3x+2}{4} \geqslant 0 \Rightarrow \frac{4(x+4) - 3(3x+2)}{12} \geqslant \frac{0}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x + 16 - 9x - 6 \geqslant 0 \Rightarrow -5x + 10 \geqslant 0 \Rightarrow -5x \geqslant -10 \Rightarrow x \leqslant 2$

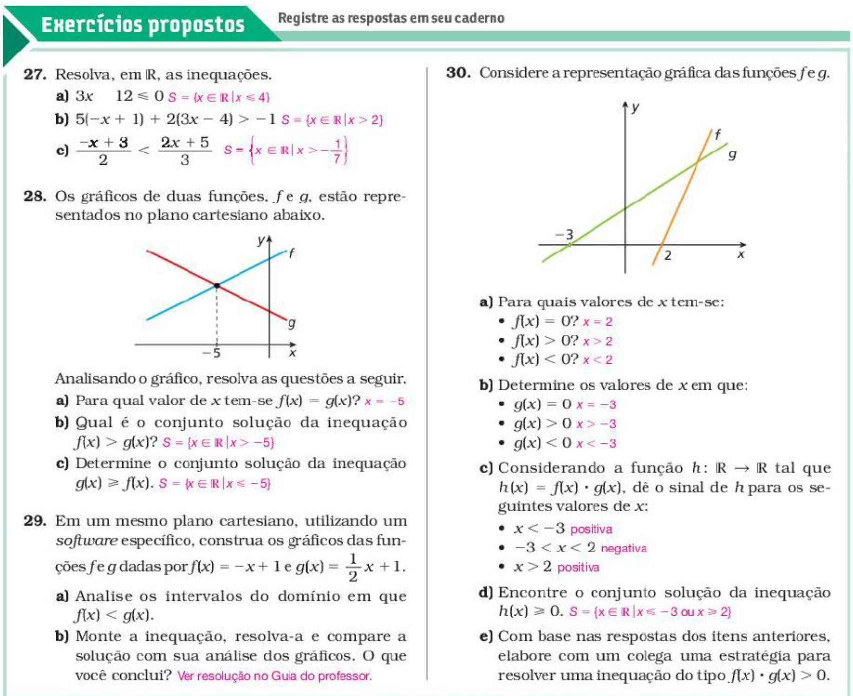
Assim, o conjunto solução da inequação é: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 2\}$

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.97)

Como podemos observar na figura acima, foram apresentados apenas exemplos no registro algébrico e a transformação mobilizada foi a de tratamento. Em ambos os exemplos foi utilizado a propriedade distributiva da multiplicação, invertendo a ordem da desigualdade do registro de saída em relação ao registro de chegada.

Na seção 'Exercícios propostos', são apresentados uma sequência de quatro exercícios, como mostra a figura a seguir

FIGURA 16: Exercícios propostos sobre inequações



Exercícios propostos Registre as respostas em seu caderno

27. Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações.

a) $3x \quad 12 \leqslant 0$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\}$

b) $5(-x + 1) + 2(3x - 4) > -1$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

c) $\frac{-x+3}{2} < \frac{2x+5}{3}$ $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{7}\right\}$

28. Os gráficos de duas funções, f e g, estão representados no plano cartesiano abaixo.

Analisando o gráfico, resolva as questões a seguir.

a) Para qual valor de x tem-se $f(x) = g(x)$? $x = -5$

b) Qual é o conjunto solução da inequação $f(x) > g(x)$? $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -5\}$

c) Determine o conjunto solução da inequação $g(x) \geqslant f(x)$. $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -5\}$

29. Em um mesmo plano cartesiano, utilizando um *software* específico, construa os gráficos das funções f e g dadas por $f(x) = -x + 1$ e $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

a) Analise os intervalos do domínio em que $f(x) < g(x)$.

b) Monte a inequação, resolva-a e compare a solução com sua análise dos gráficos. O que você conclui? Ver resolução no Guia do professor.

30. Considere a representação gráfica das funções f e g.

a) Para quais valores de x tem-se:
- $f(x) = 0$? $x = 2$
- $f(x) > 0$? $x > 2$
- $f(x) < 0$? $x < 2$

b) Determine os valores de x em que:
- $g(x) = 0$ $x = -3$
- $g(x) > 0$ $x > -3$
- $g(x) < 0$ $x < -3$

c) Considerando a função $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, dê o sinal de h para os seguintes valores de x:
- $x < -3$ positiva
- $-3 < x < 2$ negativa
- $x > 2$ positiva

d) Encontre o conjunto solução da inequação $h(x) \geqslant 0$. $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3 \text{ ou } x \geqslant 2\}$

e) Com base nas respostas dos itens anteriores, elabore com um colega uma estratégia para resolver uma inequação do tipo $f(x) \cdot g(x) > 0$.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.98)

Podemos observar que o exercício 27 é o único semelhante aos exemplos apresentados na seção ‘Exercícios resolvidos’, ou seja, que o objeto matemático inequação do 1° grau está escrito no registro algébrico e a resolução exige a transformação de tratamento.

O exercício 28 é apresentado no registro gráfico e exige uma transformação de conversão para o registro algébrico, porém, neste capítulo não tem nenhum exemplo demonstrando como fazer tal conversão. Para resolver o ‘item a’, o aluno precisava observar no gráfico o ponto de interseção entre as representações gráficas das funções f(x) e g(x). A partir da resposta do ‘item a’, o aluno deveria verificar, no ‘item b’, que a função f(x) é maior que a função g(x) a partir do valor em que f(x) = g(x). Já no ‘item c’, o aluno precisa verificar para quais valores a função $g(x) \geq f(x)$ e, como a função g(x) é decrescente, a resposta neste item ficará $x \leq -5$, isso indica que essa questão não possui congruência semântica, pois existe uma mudança de ordem no sinal de desigualdade.

No exercício 29 são apresentadas duas funções no registro algébrico e, através de um software de construção de gráficos, é solicitado para os alunos construírem os gráficos dessas funções, ou seja, haverá uma transformação de conversão do registro algébrico para o registro gráfico. Para que os alunos trabalhassem com diferentes registros, ao invés da sugestão de construir os gráficos usando um software específico, deveria pedir para construir os gráficos através das variáveis visuais, como é recomendado por Duval (2011). Após a construção dos gráficos, no ‘item a’, solicita-se aos alunos que façam a análise dos intervalos do domínio em que $f(x) < g(x)$, ou seja, um exercício com custo cognitivo semelhante ao dos itens b e c da questão 28. No ‘item b’, é solicitado que o aluno resolva a inequação representada por $f(x) < g(x)$ e compare com sua análise feita anteriormente no item a. Nessa questão, além do tratamento algébrico da inequação, o aluno também deveria utilizar a linguagem natural para registrar sua análise.

Inicialmente, a questão 30 é similar às questões 28 e 29, pois, a partir da representação gráfica, o aluno precisa fazer a análise da função. A diferença nessa questão é que, primeiramente, o aluno deverá fazer a análise separadamente das funções f(x) e g(x), nos itens a e b, respectivamente. A partir do ‘item c’, o aluno precisa fazer a análise da função h(x) = f(x).g(x), porém, até este momento, o livro ainda não havia abordado o conceito de inequação produto, tal abordagem foi feita posteriormente. Nessa questão é mobilizado o tratamento de conversão do registro gráfico para o registro algébrico. No ‘item e’ é proposta uma atividade em dupla, em que os alunos precisavam encontrar uma estratégia de resolução da inequação $f(x).g(x) > 0$, entendemos que essas atividades servem de ‘gatilho’ para introduzir o estudo das inequações produto.

O manual do professor traz o que se espera do aluno no 'item e' dessa questão, como observamos no quadro 4 a seguir

QUADRO 4: Orientação do manual do professor

Espera-se que o aluno perceba que é necessário fazer o estudo do sinal da função e depois verificar o sinal do produto das duas funções nos intervalos definidos pelas raízes de cada uma delas. Em seguida, verifica-se qual dos intervalos satisfaz a inequação.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.98)

Na sequência, são abordadas as inequação-produto e inequação-quociente, primeiramente, são apresentadas as definições e alguns exemplos, como podemos observar na figura a seguir

FIGURA 17: Exemplos de inequação produto e inequação quociente.

Sendo f e g funções na variável real x, chamamos de **inequação-produto** as sentenças expressas por: $f(x) \cdot g(x) > 0$, $f(x) \cdot g(x) < 0$, $f(x) \cdot g(x) \geqslant 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leqslant 0$

Exemplos

a) $\left(\frac{1}{3} - 4x\right) \cdot (x - 1) > 0$

b) $(0{,}45x - 7) \cdot (8 - 2x) < 0$

c) $(89x + 1) \cdot \left(x + \frac{3}{5}\right) \geqslant 0$

d) $(3x + 4) \cdot \left(x - \sqrt{11}\right) \cdot (5 - 2x) \leqslant 0$

Sendo f e g funções na variável real x, com $g(x) \neq 0$, chamamos de **inequação-quociente** as sentenças expressas por:

$\frac{f(x)}{g(x)} > 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \geqslant 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} \leqslant 0$

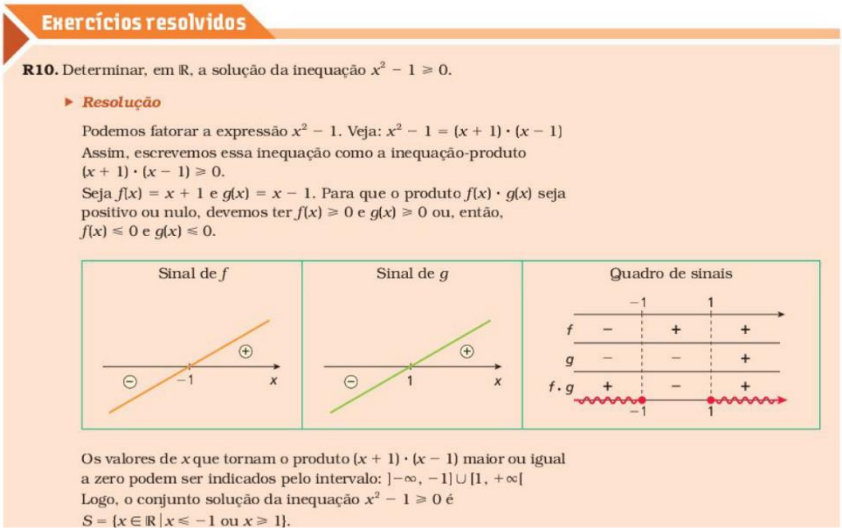
Exemplos

a) $\frac{x + 7}{x} > 0$ b) $\frac{\sqrt{3}x}{x - 13} < 0$ c) $\frac{0{,}32x - 2}{x + 9} \geqslant 0$ d) $\frac{x}{23 - x} \leqslant 0$

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.98)

Após a apresentação das definições e exemplos, são apresentados alguns exercícios resolvidos, como podemos observar nas figuras 18 e 19, a seguir

FIGURA 18: Exercícios resolvidos usando a análise do sinal e o quadro de sinais.


Exercícios resolvidos

R10. Determinar, em ℝ, a solução da inequação $x^2 - 1 \geq 0$.

▸ *Resolução*

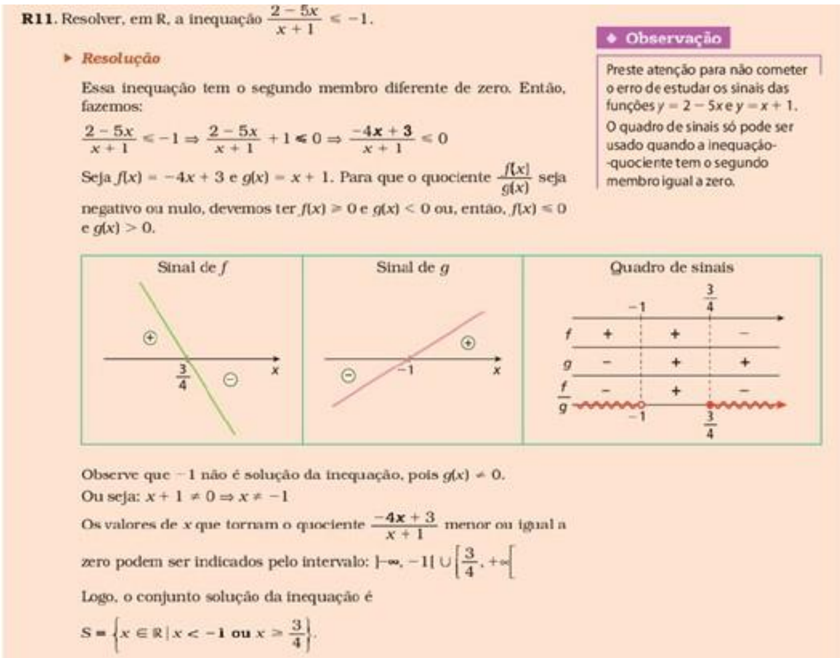
Podemos fatorar a expressão $x^2 - 1$. Veja: $x^2 - 1 = (x + 1) \cdot (x - 1)$
Assim, escrevemos essa inequação como a inequação-produto $(x + 1) \cdot (x - 1) \geq 0$.
Seja $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x - 1$. Para que o produto $f(x) \cdot g(x)$ seja positivo ou nulo, devemos ter $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ ou, então, $f(x) \leq 0$ e $g(x) \leq 0$.

Os valores de x que tornam o produto $(x + 1) \cdot (x - 1)$ maior ou igual a zero podem ser indicados pelo intervalo: $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$
Logo, o conjunto solução da inequação $x^2 - 1 \geq 0$ é
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1\}$.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.99)

Podemos observar que no ‘exercício resolvido’ R10 a inequação é representada no registro algébrico e, na sequência, realizado um tratamento para escrever a inequação na forma de produto. Após este procedimento, é realizada uma conversão, não evidenciada, do registro algébrico para o registro gráfico e analisado os sinais de cada função. Em seguida, observamos uma conversão do registro gráfico para uma representação intermediária (quadro de sinais), e depois, dessa para a representação de intervalos e para o registro algébrico. Segundo Duval (2011), essa transição entre os registros é muito importante para apreensão do objeto matemático.

FIGURA 19: Exercício resolvido de inequação quociente usando a análise de sinal e quadro de sinais.


R11. Resolver, em ℝ, a inequação $\frac{2 - 5x}{x + 1} \leq -1$.

▸ *Resolução*

Essa inequação tem o segundo membro diferente de zero. Então, fazemos:

$\frac{2 - 5x}{x + 1} \leq -1 \Rightarrow \frac{2 - 5x}{x + 1} + 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{-4x + 3}{x + 1} \leq 0$

Seja $f(x) = -4x + 3$ e $g(x) = x + 1$. Para que o quociente $\frac{f(x)}{g(x)}$ seja negativo ou nulo, devemos ter $f(x) \geq 0$ e $g(x) < 0$ ou, então, $f(x) \leq 0$ e $g(x) > 0$.

◆ Observação
Preste atenção para não cometer o erro de estudar os sinais das funções $y = 2 - 5x$ e $y = x + 1$. O quadro de sinais só pode ser usado quando a inequação-quociente tem o segundo membro igual a zero.

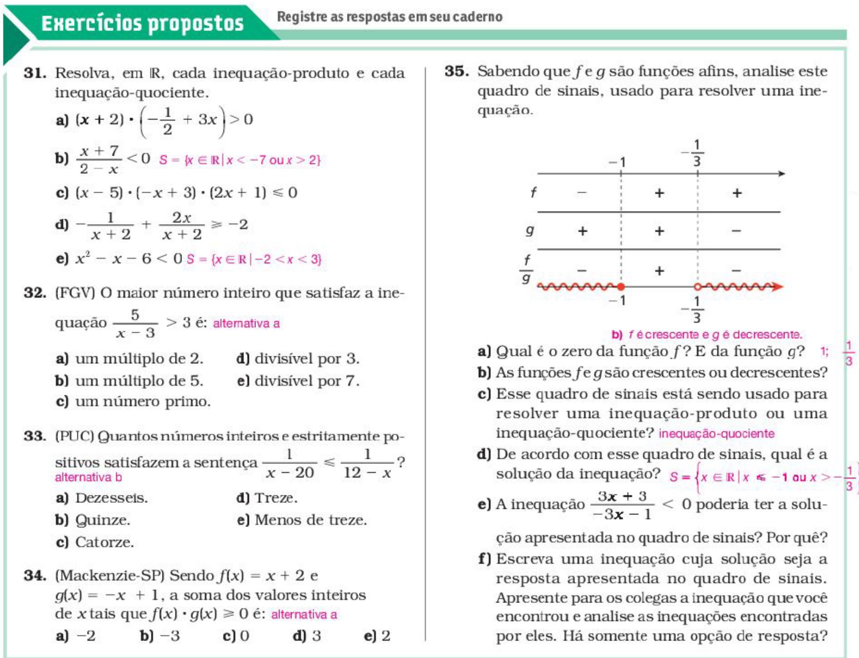
Observe que -1 não é solução da inequação, pois $g(x) \neq 0$.
Ou seja: $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$
Os valores de x que tornam o quociente $\frac{-4x + 3}{x + 1}$ menor ou igual a zero podem ser indicados pelo intervalo: $]-\infty, -1[\cup \left[\frac{3}{4}, +\infty\right[$
Logo, o conjunto solução da inequação é
$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x \geq \frac{3}{4}\right\}$.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.99)

O exercício resolvido R11 trata-se de uma inequação-quociente, porém é resolvida usando quase os mesmos procedimentos do exercício R10, ou seja, é realizada uma conversão, não evidenciada, do registro algébrico para o registro gráfico, conversão do registro gráfico para uma representação intermediária (quadro de sinais), a análise dos sinais de cada função, a representação dos intervalos no quadro de sinais e, por fim, a resposta no registro algébrico.

Estes assuntos são encerrados com uma sequência de cinco exercícios, sendo que, os exercícios 31, 32, 33 e 34, são semelhantes aos que foram abordados nos exercícios resolvidos. Em todos eles, é necessário realizar a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, do registro gráfico para um intermediário (quadro de sinais), em seguida, desse para o registro algébrico. O exercício 35 traz o quadro de sinais, no qual o aluno precisa realizar um tratamento dessa representação, reconhecer algumas unidades significantes, por exemplo, intervalos abertos ou fechados de acordo com os símbolos de desigualdades e, posteriormente, conversão para o registro algébrico.

FIGURA 20: Exercícios propostos sobre inequação produto e inequação quociente.



Exercícios propostos Registre as respostas em seu caderno

31. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada inequação-produto e cada inequação-quociente.

a) $(x+2)\cdot\left(-\frac{1}{2}+3x\right)>0$

b) $\frac{x+7}{2-x}<0$ $S=\{x \in \mathbb{R} \mid x<-7 \text{ ou } x>2\}$

c) $(x-5)\cdot(-x+3)\cdot(2x+1)\leqslant 0$

d) $-\frac{1}{x+2}+\frac{2x}{x+2}\geqslant -2$

e) $x^2-x-6<0$ $S=\{x \in \mathbb{R} \mid -2<x<3\}$

32. (FGV) O maior número inteiro que satisfaz a inequação $\frac{5}{x-3}>3$ é: alternativa a

a) um múltiplo de 2.
b) um múltiplo de 5.
c) um número primo.
d) divisível por 3.
e) divisível por 7.

33. (PUC) Quantos números inteiros e estritamente positivos satisfazem a sentença $\frac{1}{x-20}\leqslant\frac{1}{12-x}$? alternativa b

a) Dezesseis.
b) Quinze.
c) Catorze.
d) Treze.
e) Menos de treze.

34. (Mackenzie-SP) Sendo $f(x)=x+2$ e $g(x)=-x+1$, a soma dos valores inteiros de x tais que $f(x)\cdot g(x)\geqslant 0$ é: alternativa a

a) -2 b) -3 c) 0 d) 3 e) 2

35. Sabendo que f e g são funções afins, analise este quadro de sinais, usado para resolver uma inequação.

		-1		$-\frac{1}{3}$	
f	$-$		$+$		$+$
g	$+$		$+$		$-$
$\frac{f}{g}$	$-$		$+$		$-$
		-1		$-\frac{1}{3}$	

b) f é crescente e g é decrescente.

a) Qual é o zero da função f? E da função g? 1; $\frac{1}{3}$

b) As funções f e g são crescentes ou decrescentes?

c) Esse quadro de sinais está sendo usado para resolver uma inequação-produto ou uma inequação-quociente? inequação-quociente

d) De acordo com esse quadro de sinais, qual é a solução da inequação? $S=\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -1 \text{ ou } x>-\frac{1}{3}\right\}$

e) A inequação $\frac{3x+3}{-3x-1}<0$ poderia ter a solução apresentada no quadro de sinais? Por quê?

f) Escreva uma inequação cuja solução seja a resposta apresentada no quadro de sinais. Apresente para os colegas a inequação que você encontrou e analise as inequações encontradas por eles. Há somente uma opção de resposta?

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.100)

No que se refere ao assunto inequação, o livro traz ainda o tema inequações simultâneas e identificação do domínio de uma função por meio de inequações, ambos contendo exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos, nesta sequência. É importante registrar que na resolução das inequações simultâneas, cada desigualdade é representada em um intervalo numérico e, os resultados são obtidos através da interseção desses intervalos, como podemos observar no exemplo R13, na figura a seguir

FIGURA 21: Exercício resolvido sobre inequações simultâneas.

R13. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $3 \leqslant 2x - 2 < x + 5$.

▶ ***Resolução***

Inicialmente, devemos determinar a solução das inequações:

$3 \leqslant 2x - 2$ (I) e

$2x - 2 < x + 5$ (II)

(I) $3 \leqslant 2x - 2 \Rightarrow 3 + 2 \leqslant 2x \Rightarrow 5 \leqslant 2x \Rightarrow$

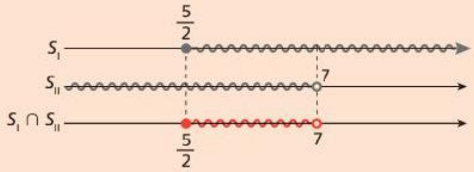
$\Rightarrow x \geqslant \frac{5}{2}$

Portanto, $S_I = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant \frac{5}{2}\right\}$.

(II) $2x - 2 < x + 5 \Rightarrow 2x - x < 5 + 2 \Rightarrow x < 7$

Portanto, $S_{II} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\}$.

Agora, precisamos fazer a intersecção das soluções de cada uma das inequações.



Logo, o conjunto solução da inequação é

$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{5}{2} \leqslant x < 7\right\}$.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.101)

Nos exercícios propostos, após inequações simultâneas, aparecem três situações-problema, sendo duas delas de otimização, uma das aplicações do conteúdo de inequação. As duas questões de otimização estão apresentadas no registro natural, sendo necessário para a resolução delas, uma transformação de conversão para o registro algébrico. Cabe ressaltar que, neste capítulo, não foi apresentado nenhum exercício resolvido que tratasse da conversão do registro natural para o registro algébrico, ficando para o aluno essa incumbência, como já havia investigado Traldi (2002).

FIGURA 22: Exercícios propostos sobre inequações simultâneas.

Exercícios propostos Registre as respostas em seu caderno

36. Encontre a solução das inequações em $\mathbb{R}$.

a) $5 \leqslant 3x - 4 < x + 2$ $S = \varnothing$

b) $\frac{3x}{5} \leqslant \frac{5x+2}{4} \leqslant \frac{-x+1}{2}$ $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{10}{13} \leqslant x \leqslant 0\right\}$

c) $\begin{cases} x + 3 \geqslant 0 \\ 4x - 7 \leqslant x - 4 \end{cases}$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leqslant x \leqslant 1\}$

d) $\begin{cases} 5x - 2 > 4 - x \\ 2(7 - x) \leqslant 5(2x + 4) \\ 2 - 3(4 + 2x) < 6 + 2(1 - 2x) \end{cases}$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

37. Uma empresa de planos de saúde está lançando duas novas modalidades de planos:

- Plano Azul: valor fixo anual de R$ 140,00 mais R$ 50,00 por consulta realizada no decorrer do ano. O usuário terá direito a até 20 consultas anuais.
- Plano Laranja: valor fixo anual de R$ 220,00 mais R$ 40,00 por consulta realizada no decorrer do ano. O usuário terá direito a até 60 consultas anuais.

a) Escreva uma lei matemática que represente o valor total pago por uma pessoa que usa o Plano Azul em função do número de consultas realizadas nesse período. $140 + 50x$

b) Refaça o item anterior considerando uma pessoa que utiliza o Plano Laranja. $220 + 40x$

c) Calcule a quantidade de consultas que devem ser realizadas no decorrer de um ano para que o valor total pago seja o mesmo para ambos os planos. 8 consultas

d) Considerando que o número anual de consultas efetuadas por uma pessoa possa ser expresso pela inequação $8 < x < 18$, em que x é o número de consultas, identifique qual dos planos é mais vantajoso para essa pessoa. Plano Laranja

e) Se o número x de consultas realizadas por uma pessoa em um ano pode ser representado pela inequação $4 < x < 7$, verifique qual dos planos é mais vantajoso nesse caso. Plano Azul

38. Um agricultor tem um terreno e duas opções: plantar soja ou plantar feijão. O gasto com a plantação de soja será R$ 10.000,00, e o preço de venda de cada quilograma, R$ 2,00. Já o gasto com a plantação de feijão será R$ 12.000,00, e o preço de venda de cada quilograma, R$ 3,00.

a) Que lei de formação dá o valor $V_s(x)$ obtido na produção de soja em função do número x de quilogramas vendidos e do gasto com a plantação.

b) Que lei de formação dá o valor $V_f(x)$ obtido na produção de feijão em função do número x de quilogramas vendidos e do gasto com a plantação. $V_f(x) = 3x - 12.000$ a) $V_s(x) = 2x - 10.000$

c) Para quantos quilogramas teremos $V_s(x) = V_f(x)$? 2.000 quilogramas

d) Resolva, em $\mathbb{R}$, o sistema: $\begin{cases} V_s(x) > V_f(x) \\ V_s(x) < V_f(x) \end{cases}$ $S = \varnothing$

e) Se o agricultor pretende produzir 10.000 quilogramas, em qual das duas culturas (soja ou feijão) ele terá mais lucro? cultura de feijão

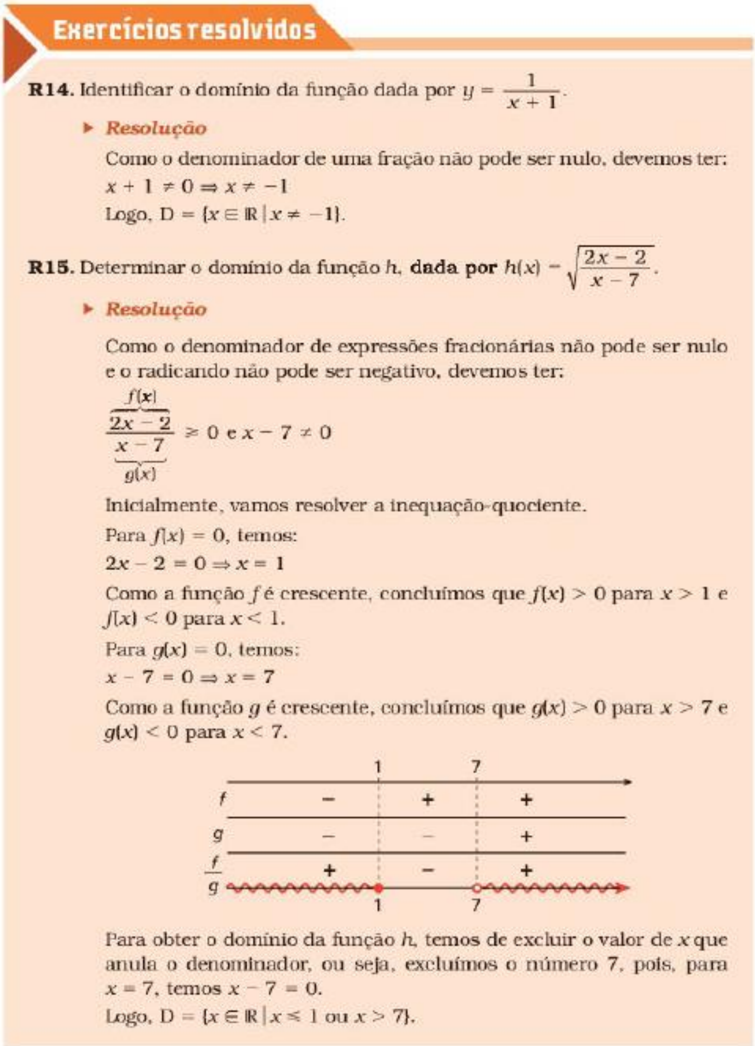
f) Que quantidade mínima, em quilograma, esse agricultor precisa produzir para que seja mais vantajoso plantar feijão? 2.001 quilogramas

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.101)

Os ‘itens a e b’ das questões 37 e 38 são semelhantes no que se refere a transformação que deverá ser realizada, em ambas, será necessária uma conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. No ‘item c’ da questão 37, o aluno poderá representar graficamente as funções dos planos azul e laranja e, assim, verificar que o valor total pago em ambos os planos será o mesmo da intersecção dos gráficos. Os ‘itens d e e’ também poderão ser resolvidos através da análise do gráfico das funções. Na questão 38, a partir do ‘item c’, todos os itens poderão ser respondidos a partir da análise dos gráficos das funções que representam os gastos com as plantações de soja e feijão.

O capítulo 4 é encerrado abordando a identificação do domínio de uma função por meio de inequações. Neste tópico as inequações são utilizadas para determinar o domínio das funções a partir das condições de existência, como podemos observar nos exercícios resolvidos representados na figura a seguir

FIGURA 23: Exercícios resolvidos sobre domínio de uma função.



Exercícios resolvidos

R14. Identificar o domínio da função dada por $y = \frac{1}{x+1}$.

▸ *Resolução*

Como o denominador de uma fração não pode ser nulo, devemos ter:

$x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Logo, $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\}$.

R15. Determinar o domínio da função h, dada por $h(x) = \sqrt{\frac{2x-2}{x-7}}$.

▸ *Resolução*

Como o denominador de expressões fracionárias não pode ser nulo e o radicando não pode ser negativo, devemos ter:

$$\frac{\overbrace{2x-2}^{f(x)}}{\underbrace{x-7}_{g(x)}} \geq 0 \text{ e } x - 7 \neq 0$$

Inicialmente, vamos resolver a inequação-quociente.

Para $f(x) = 0$, temos:

$2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$

Como a função f é crescente, concluímos que $f(x) > 0$ para $x > 1$ e $f(x) < 0$ para $x < 1$.

Para $g(x) = 0$, temos:

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

Como a função g é crescente, concluímos que $g(x) > 0$ para $x > 7$ e $g(x) < 0$ para $x < 7$.

	$x < 1$	$1 < x < 7$	$x > 7$
f	−	+	+
g	−	−	+
$\frac{f}{g}$	+	−	+

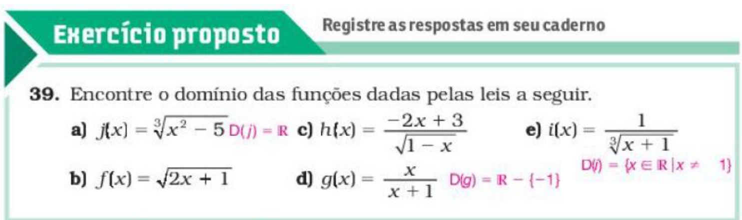
Para obter o domínio da função h, temos de excluir o valor de x que anula o denominador, ou seja, excluímos o número 7, pois, para $x = 7$, temos $x - 7 = 0$.

Logo, $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \text{ ou } x > 7\}$.

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.102)

Podemos observar na figura acima, no exercício R14, que a condição de existência é que x seja diferente de – 1. Já no exercício R15 há restrições tanto para o numerador quanto para o denominador. O numerador é representado por f(x) e o denominador por g(x), após isso, é feito a análise do sinal de cada função no registro algébrico, depois convertido para a representação do quadro de sinais para encontrar a solução da inequação quociente. Nesta seção, o livro apresenta apenas um exercício proposto, contendo cinco itens, todos semelhantes aos dos exercícios resolvidos.

FIGURA 24: Exercícios propostos sobre identificação de domínio de uma função.



Exercício proposto

Registre as respostas em seu caderno

39. Encontre o domínio das funções dadas pelas leis a seguir.

a) $j(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5}$ $D(j) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \sqrt{2x + 1}$

c) $h(x) = \frac{-2x+3}{\sqrt{1-x}}$

d) $g(x) = \frac{x}{x+1}$ $D(g) = \mathbb{R} - \{-1\}$

e) $i(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$ $D(i) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1\}$

Fonte: Editora Moderna (2016, v.1, p.102)

O capítulo 4 é encerrado com a aplicação de dezesseis exercícios complementares, três exercícios de aprofundamento e dez exercícios de autoavaliação, todos eles abordando o objeto matemático função afim ou inequações que envolvam função afim.

Para finalizar, entendemos que o livro aborda o objeto matemático inequação de forma tecnicista, haja visto que, traz em sequência, a definição, exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos. Segundo Fiorentini (1995), na forma tecnicista, o professor e o aluno ocupam uma posição secundária, constituindo-se em meros executores de um processo cuja concepção, planejamento, coordenação e controle ficam a cargo de especialistas.

Dentre os exercícios propostos, em boa parte, não há uma orientação ou exemplo de como proceder na resolução. No que se refere a teoria de registros de representação semiótica, elaboramos um quadro que apresenta as transformações requeridas nos exercícios do capítulo analisado.

Quadro 5: Transformações requeridas nos exercícios.

Número dos exercícios	Transformações requeridas
Exercício 27 – pg. 98	TRA
Exercício 28 – pg. 98	RGF → RA → TRA
Exercício 29 – pg. 98	RGF → RA → TRA
Exercício 30 – pg. 98	RGF → RA → TRGF → RQS → RA
Exercícios 31, 32, 33 e 34 – pg. 100	RA → RGF → RQS → RGM → RA
Exercício 35 – pg. 100	TQS → RA
Exercício 36 – pg. 101	TRA → RGM → RA
Exercício 37 – pg. 101	RLN → RA → RGF
Exercício 38 – pg. 101	RLN → RA → RGM → RA
Exercício 39 – pg. 102	TRA

Fonte: elaborado pelo pesquisador

→ Conversão

TRA: Tratamento no registro algébrico

TRGF: Tratamento no registro gráfico

TQS: Tratamento no quadro de sinais

RQS: Representação no quadro de sinais

RGM: Registro geométrico

RLN: Registro em língua natural

RGF: Registro gráfico

RA: Registro algébrico

3.5 Protocolo das tarefas

Nesta seção apresentaremos as atividades sobre o objeto inequação do primeiro grau que foram aplicadas aos alunos no decorrer do estudo desse objeto.

3.5.1 Atividade aplicada no dia 14 de maio de 2020

Como na aula anterior, dia 08 de maio, havíamos finalizado a revisão acerca do objeto matemático conjuntos numéricos, no dia 14/05 aplicamos uma atividade cujo objetivo foi analisar a apreensão deste objeto pelos alunos. Entre as questões aplicadas, selecionamos uma inequação representada no registro algébrico, na qual os alunos deveriam aplicar a transformação de tratamento a fim de encontrar o conjunto solução, sendo x um número natural. Além disso, baseado nas aulas anteriores, os alunos deveriam responder se o conjunto solução da inequação era finito ou infinito. A escolha da questão apresentada no quadro 5, a seguir, teve como objetivo identificar se os alunos sabem resolver uma inequação simples do primeiro grau.

QUADRO 6: questão aplicada no dia 14 de maio

8. Determine o conjunto solução da inequação $x + 3 < 7$, sendo x um número natural. Esse conjunto é finito ou infinito?

Fonte: elaborado pelo pesquisador

3.5.2 Atividade aplicada no dia 10 de julho de 2020

Na atividade do dia 10 de julho, foram aplicadas duas questões. A primeira questão foi apresentada no registro em língua natural, sendo que nos itens a, b e c, esperava-se que os alunos utilizassem o registro numérico e até mesmo o registro em língua natural para respondê-los. Já no item d, esperava-se que os alunos utilizassem o registro algébrico na representação da resposta. No item e, esperava-se que os alunos escrevessem a resposta no registro numérico. A segunda questão foi apresentada no registro algébrico e propõe que o aluno utilize a transformação de tratamento, bem como as propriedades do princípio aditivo e multiplicativo, explicadas na aula anterior, dia 09 de julho. As duas questões estão apresentadas no quadro 6, a seguir

QUADRO 7: questões aplicadas no dia 10 de julho

Questão 1 O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3. a) O que podemos dizer a respeito da idade de Lili? b) Lili poderia ter 5 anos? c) Lili poderia ter 5,5 anos? d) Escreva uma sentença matemática que representa a idade de Lili. (Usar os símbolos de maior ou menor)

e) Dê exemplos de possíveis valores para a idade de Lili (x). **Questão 2** Resolva as inequações a seguir: a) $2x - 1 > 7$ b) $x/2 + 3 < 5$

Fonte: Portal do professor. Disponível em http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=4997. Acesso em 08 jul. 2020

3.5.3 Atividade aplicada no dia 23 de julho de 2020

Na atividade do dia 23 de julho, foram aplicados ao todo 9 exercícios. Nos exercícios 1, 2, 3 e 4, esperava-se que os alunos utilizassem a transformação de conversão do registro em linguagem natural para o registro em linguagem algébrica e, em seguida, utilizassem o tratamento no registro algébrico para encontrar as soluções.

Na questão 5, além dos alunos usarem a conversão do registro natural para o algébrico, esperava-se também que eles representassem o conjunto solução na reta numérica. Sendo assim, nessa questão os alunos poderiam mobilizar pelo menos três registros de representação, natural, algébrico e geométrico.

O objetivo da questão 6 foi estimular o registro em linguagem natural, pois pede para que os alunos escrevam detalhadamente o raciocínio empregado na resolução da questão. Nessa questão é possível também mobilizar a conversão do registro em linguagem natural para o registro algébrico e depois do registro algébrico para o registro natural.

Na questão 7 foram apresentados intervalos numéricos no registro geométrico e a proposta foi para que os alunos escrevessem os mesmos intervalos utilizando o registro algébrico.

Na questão 8 alguns intervalos foram apresentados no registro algébrico e a proposta foi para que os alunos elaborassem um problema no registro em linguagem natural cuja solução estivesse representada pelos intervalos.

A proposta dessa atividade foi mobilizar diversos registros de representação semiótica, sendo assim, na questão 9 foi apresentado aos alunos uma balança desequilibrada, representando uma desigualdade. No item a os alunos deveriam realizar uma conversão do registro figural para o algébrico. No item b, a partir da resposta obtida no item anterior, esperava-se que os alunos efetuassem o tratamento algébrico para resolver a questão. No item c, os alunos deveriam comparar as respostas considerando a balança desequilibrada e, em seguida, equilibrada. As questões estão apresentadas no quadro 7, a seguir

QUADRO 8: questões aplicadas no dia 23 de julho

1. Quais são as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu sucessor não ultrapasse 9?

2. Quais são as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu antecessor resulte números ímpares menores que 9?

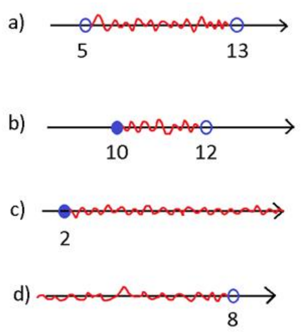
3. Quais são as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma de três números consecutivos seja inferior a 15?

4. O triplo de um número natural menos duas unidades é no máximo 10. Que número é esse?

5. Determine x pertencente ao conjunto dos números reais, de modo que ao somá-lo com o seu antecessor o resultado não supere 7. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.

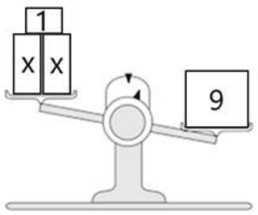
6. A mãe de Manoel lhe deu R$ 5,00 para comprar pão e R$ 6,00 para comprar mortadela. Sabe-se que o valor de cada pão é R$ 0,50 e que cada 100g de mortadela custa R$ 1,90. Qual a quantidade máxima de pães e de gramas de mortadela Manoel consegue comprar com o dinheiro dado pela sua mãe? Apresente seu raciocínio em detalhes.

7. Considere ‘x’ um número real em cada uma das quatro retas numéricas. Utilize os símbolos para desigualdade para representar a variação do valor de ‘x’:



8. Elabore uma situação problema em que a solução seja representada pelo intervalo
a) $x \geq 5$
b) $x < 10$

9. Observe o desenho da balança



a) Escreva uma sentença matemática que represente o desequilíbrio da balança.
b) Determine valores para ‘x’ no conjunto dos números naturais para que a desigualdade se mantenha.
c) Qual o valor de ‘x’ que permite o equilíbrio na balança?

Fonte: elaborado pelo pesquisador

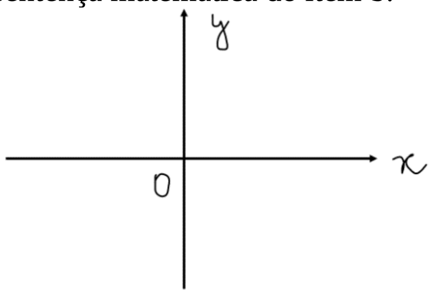
3.5.4 Atividade aplicada no dia 21 de agosto de 2020

A atividade a seguir foi postada no menu 'Tarefas' da plataforma TEAMS no dia 21 de agosto, sendo que os alunos deveriam postar a resolução no mesmo menu até o dia 27 de agosto. A atividade foi dividida em três etapas, no item a os alunos deveriam escrever, usando o registro numérico, algumas possibilidades de Manoel comprar um caderno e um estojo gastando no máximo 20 reais. No item b dessa mesma questão, eles deveriam escrever uma sentença matemática, ou seja, uma representação algébrica, generalizando todas as possibilidades de Manoel comprar um caderno e um estojo gastando no máximo 20 reais. Nos itens a e b, esperava-se que os alunos mobilizassem em suas resoluções o registro numérico, natural e o algébrico.

No item c, os alunos deveriam representar no registro gráfico a sentença escrita no item b da primeira questão. Essa questão exigia que o aluno fizesse uma conversão do registro algébrico para o registro gráfico. A atividade está apresentada no quadro 8, a seguir

QUADRO 9: questões aplicadas no dia 21 de agosto

Manoel possui 20 reais para comprar um caderno e um estojo.
a) represente os possíveis preços do caderno e do estojo.
b) representando o preço do caderno por x e o preço do estojo por y, escreva uma sentença matemática que expresse o valor total gasto por Manoel.
c) represente graficamente a sentença matemática do item b.



Fonte: elaborada pelo pesquisador

3.5.5 Avaliação aplicada no dia 03 de setembro

Nos dias 03 e 04 de setembro os alunos realizaram a avaliação referente ao objeto matemático inequação do primeiro grau. As questões utilizadas na avaliação foram pensadas e elaboradas de forma que compreendessem o maior número de registros de representação semiótica possíveis. As representações semióticas presentes na avaliação foram registro figural, registro natural, registro algébrico, registro geométrico e registro gráfico.

No item a da primeira questão, foi apresentada uma balança desiquilibrada, na qual os alunos deveriam representar tal desequilíbrio através de uma sentença matemática, ou seja, realizar uma conversão do registro figural para o registro algébrico. Já para o item b, esperava-se que os alunos realizassem um tratamento no registro algébrico expressado no item a e, a partir daí, escrevessem o conjunto solução da inequação. Além disso, esperava-se que os alunos representassem também o conjunto solução através da reta numérica. Sendo assim, a questão proporcionaria a mobilização de ao menos três registros, sendo eles o figural, algébrico e o geométrico.

Para responder a questão 2, esperava-se que o aluno realizasse uma transformação de conversão do registro natural para o registro algébrico para o numérico, em seguida, um tratamento no registro numérico, finalizando com a solução representada no registro algébrico através de um intervalo numérico.

A questão 3 está representada no registro natural e foi dividida em dois itens, a e b. No item a, esperava-se que os alunos registrassem, usando a linguagem algébrica, uma sentença matemática representado as áreas plantadas de milho e cana, ou seja, este item proporcionava a realização de uma transformação de conversão. No item b os alunos também deveriam realizar uma transformação de conversão, nesse caso, do registro algébrico para o gráfico.

Na questão 4 foi apresentado uma inequação no registro gráfico e os alunos precisavam escrevê-la através do registro algébrico. Essa questão proporciona ao aluno realizar uma transformação de conversão do registro gráfico para o registro algébrico, situação contrária ao que foi realizado na questão 3.

O objetivo da questão 5 foi incentivar o registro dos alunos em linguagem natural. Sendo assim, foram apresentados dois intervalos numéricos, um em cada item, e solicitado que os alunos elaborassem e resolvessem um problema cuja solução fosse representada por esses intervalos.

Na questão 6, além de explorar a transformação de tratamento no registro algébrico, o objetivo foi promover a representação da solução através do registro geométrico, ou seja, através do intervalo numérico. Além disso, no item b, inverteu-se a desigualdade e foi pedido para que os alunos escrevessem, usando o registro natural, qual foi a mudança provocada com essa alteração. Dessa forma, essa questão envolveu três tipos de registros, o algébrico, o natural e o geométrico.

A questão 7 foi elaborada para que os alunos pudessem explorar a transformação de conversão dos registros algébrico, gráfico e natural. Isso porque através da inequação dada no enunciado, o aluno teve que construir o gráfico. Como no item b solicitou que o aluno escrevesse a mudança observada por ele, quando se trocou o símbolo de desigualdade, podemos afirmar que essa questão explora ao menos três registros de representação semiótica, o algébrico, o natural e o geométrico. As sete questões estão apresentadas no quadro 9, a seguir

QUADRO 10: questões aplicadas no dia 03 de setembro

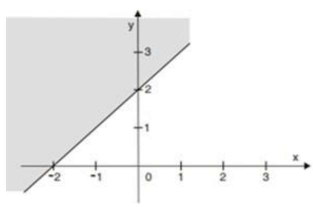
1. Observe o desenho da balança:

a) Escreva uma sentença matemática que representa o desequilíbrio da balança.
b) Determine os valores de x para que a desigualdade se mantenha. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.

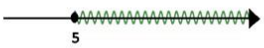
2. A seca no Rio Grande do Sul provocou uma queda de aproximadamente 40% na produção de soja gaúcha para o ciclo 2019/2020, segundo estimativa da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab). No ciclo 2018/2019, os produtores do Estado haviam colhido 19,2 milhões de toneladas. Considere ‘x’ milhões de toneladas de soja e escreva na forma de inequação a variação da produção entre o ciclo 2018/2019 e o ciclo 2019/2020.

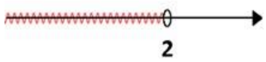
3. Um pequeno fazendeiro dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Representando as áreas que serão utilizadas para o plantio de milho e cana por x e y, respectivamente
a) Escreva uma sentença matemática que representa a área máxima que poderá ser plantada dessas duas culturas.
b) Represente graficamente a sentença obtida.

4. A região pintada no gráfico representado a seguir corresponde a uma inequação de 1° grau. Qual é a inequação?



5. Formule e resolva um problema cujo resultado seja representado por cada intervalo a seguir:

a) 

b) 

6.
a) Dada a inequação $3x - 12 < 0$, represente a solução na reta numérica.
b) Se mudarmos a desigualdade de modo que $3x - 12 > 0$, o que ocorre com a solução?

7. a) Represente graficamente a inequação y > x + 1. b) Descreva o que ocorre com o gráfico se mudarmos a desigualdade para y ≥ x + 1.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

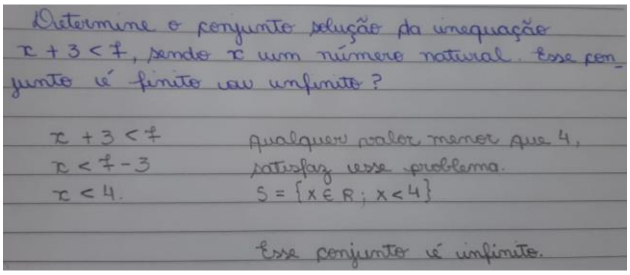
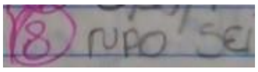
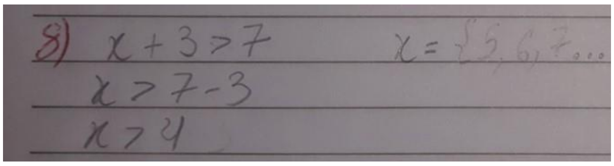
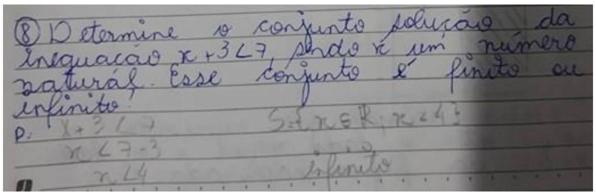
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

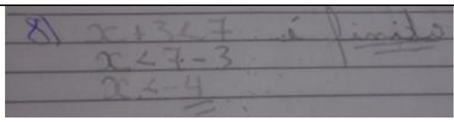
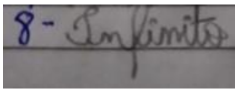
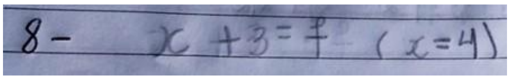
Neste capítulo faremos a análise e discussão acerca dos dados obtidos, evidenciando os registros mobilizados pelos alunos na resolução dos exercícios.

4.1 Análises individuais dos resultados obtidos: tarefa do dia 14 de maio.

Em relação à tarefa aplicada no dia 14 de maio, a atividade cognitiva requerida do aluno é o tratamento da representação semiótica no registro algébrico para a resolução da inequação de primeiro grau. No ‘quadro 10’, apresentamos os protocolos escritos dos alunos, submetidos à análise

QUADRO 11: Resoluções dos alunos

8. Determine o conjunto solução da inequação $x + 3 < 7$, sendo x um número natural. Esse conjunto é finito ou infinito?
Resolução da aluna Larissa  Determine o conjunto solução da inequação $x+3<7$, sendo x um número natural. Esse conjunto é finito ou infinito? $x+3<7$ $x<7-3$ $x<4$. Qualquer valor menor que 4, satisfaz esse problema. $S=\{x \in R;\ x<4\}$ Esse conjunto é infinito.
Resolução da aluna Betina  8) não sei
Resolução da aluna Elisa  8) $x+3>7$ $x>7-3$ $x>4$ $x=\{5,6,7...$
Resolução do aluno Roberto  8) Determine o conjunto solução da inequação $x+3<7$, sendo x um número natural. Esse conjunto é finito ou infinito R: $x+3<7$ $x<7-3$ $x<4$ $S:\{x \in R;\ x<4\}$ infinito
Resolução do aluno Marcos NÃO FEZ
Resolução da aluna Manuela


Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

Os alunos Larissa, Elisa, Roberto e Manuela aplicaram procedimentos algébricos na resolução da inequação, porém, nenhum deles acertou completamente a questão. Larissa, Roberto e Manuela apresentaram incorretamente o conjunto solução, pois consideraram o conjunto universo sendo o dos números reais, porém, o tratamento algébrico da inequação está correto.

A aluna Elisa trocou o símbolo de ‘<’ pelo símbolo de ‘>’ comprometendo assim o resultado, tirando este fato, o tratamento algébrico da inequação também foi correto.

Os alunos Marcos e Betina não resolveram a inequação. Em entrevista com esses alunos, Marcos justificou que apesar de ter estudado o objeto matemático inequação do primeiro grau no 8° ano, ele não lembrou como resolvia a inequação. Já a aluna Betina justificou que não recordava ter estudado nenhuma questão que envolvesse o símbolo de desigualdade.

O aluno Erasmo, mesmo não aplicando o tratamento algébrico na inequação, respondeu que o conjunto solução é infinito, porém, essa resposta é incorreta haja vista que x é um número natural menor que 4.

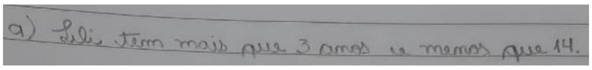
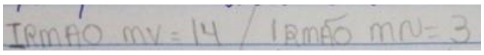
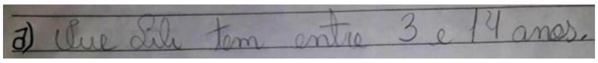
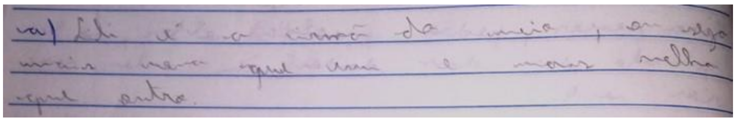
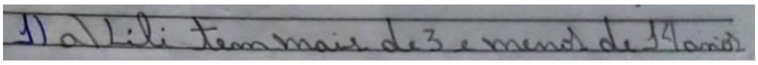
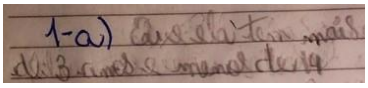
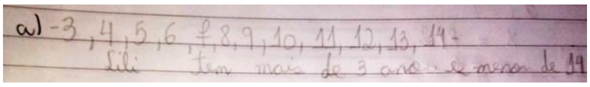
O aluno Joaquim trocou o símbolo de desigualdade pelo símbolo de igualdade, indicando ausência na distinção entre a equação e a inequação.

4.2 Análises individuais dos resultados obtidos: tarefa do dia 10 de julho.

Na tarefa proposta no dia 10 de julho esperava-se que a atividade cognitiva dos alunos revelasse a transcrição e coordenação de registros de representação semiótica, mais especificamente, a conversão da representação entre os registros de língua natural e algébrico. Com base nos ‘quadros de 11 a 15’, apresentamos a análise da atividade matemática dos alunos

QUADRO 12: Resoluções dos alunos

Questão 1 O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3. a) O que podemos dizer a respeito da idade de Lili?

Resolução da aluna Larissa  a) Lili tem mais que 3 anos e menos que 14.
Resolução da aluna Betina  IRMÃO MV = 14 / IRMÃO MN = 3
Resolução da aluna Elisa  a) Que Lili tem entre 3 e 14 anos.
Resolução do aluno Roberto **R : Lili tem mais que 3 anos e menos que 14.**
Resolução do aluno Marcos  a) Lili é a irmã do meio, ou seja mais nova que um e mais velha que outro.
Resolução da aluna Manuela  1) a) Lili tem mais de 3 e menos de 14 anos.
Resolução do aluno Erasmo  1-a) Que ela tem mais de 3 anos e menos de 14
Resolução do aluno Joaquim  a) -3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 - Lili tem mais de 3 anos e menos de 14

Fonte: arquivo do pesquisador

Usando o registro em língua natural, todos os alunos responderam corretamente este item, exceto a aluna Betina, que apenas transcreveu as informações do enunciado referente as idades dos irmãos de Lili.

O aluno Joaquim representou no registro numérico as possíveis idades de Lili, porém, considerou apenas a resposta no conjunto dos números naturais e errou ao colocar como possíveis idades 3 e 14 anos, revelando que ele não interpretou corretamente as unidades significantes ‘o mais velho tem 14’ e o ‘mais novo tem 3’, essas unidades indicam que a idade de Lili, em anos, é necessariamente maior que 3 e menor que 14.

QUADRO 13: Resolução dos alunos

Questão 1 O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3. b) Lili poderia ter 5 anos?
Resolução da aluna Larissa

b) Sim.
Resolução da aluna Betina A) Sim
Resolução da aluna Elisa b) Poderia
Resolução do aluno Roberto **R: Sim**
Resolução do aluno Marcos b) Sim, $3 < 5 < 14$
Resolução da aluna Manuela b) Sim, porque 5 está entre 3 e 14
Resolução do aluno Erasmo b) Poderia, pois 5 está entre 3 e 14
Resolução do aluno Joaquim b) Sim Lili poderia ter 5 anos pois ela está entre 3 e 14 anos

Fonte: arquivo do pesquisador

As respostas apresentadas no item b revelaram que os alunos possuem conhecimento básico de intervalo numérico, pois todos apresentaram uma resposta satisfatória.

Vale ressaltar, ainda, que os alunos Manuela, Erasmo e Joaquim justificaram suas respostas representando o intervalo numérico no registro em língua natural, enquanto o aluno Marcos justificou usando registro algébrico.

QUADRO 14: Resolução dos alunos

Questão 1: O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3. c) Lili poderia ter 5,5 anos?
Resolução da aluna Larissa c) não sei, se for 5 anos e 5 meses, sim.
Resolução da aluna Betina B) Sim
Resolução da aluna Elisa c) Poderia

Resolução do aluno Roberto R: não sei , se for 5 anos e 5 meses ,Sim
Resolução do aluno Marcos c) Sim, 3 < 5,5 < 14
Resolução da aluna Manuela c) Sim, porque 5,5 também está entre 3 e 14.
Resolução do aluno Erasmo C) Sim, pois também está entre meio esses números 3 e 14
Resolução do aluno Joaquim c) sim pois 5,5 também está entre 3 e 14 anos

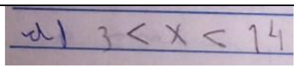
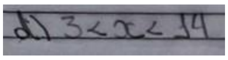
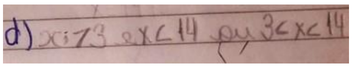
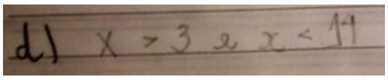
Fonte: arquivo do pesquisador

A análise dos protocolos dos alunos Larissa e Roberto revelou que ambos hesitaram em relacionar o número decimal 5,5 com a idade de Lili, associando o valor decimal 0,5 com 5 meses, sendo que 0,5 equivale a metade de um ano, ou seja, 6 meses.

Os demais alunos apresentaram uma resposta satisfatória para este item, sendo que os alunos Marcos, Manuela, Erasmo e Joaquim foram os únicos a justificarem suas respostas.

QUADRO 15: Resolução dos alunos

Questão 1: O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3. d) Escreva uma sentença matemática que representa a idade de Lili. (Usar os símbolos de maior ou menor) **Conversão para o registro algébrico:** x > 14 e x < 3
Resolução da aluna Larissa d) x > 3 e x < 14.
Resolução da aluna Betina 14 < "idade de Lili" > 3
Resolução da aluna Elisa d) x > 3 ou x < 14
Resolução do aluno Roberto R: X >3 e X<14
Resolução do aluno Marcos


Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

Representando a idade de Lili por x no registro de chegada, podemos relacionar a unidade significante 'mais velho', no registro de partida, com o símbolo '<' no registro de chegada haja vista que para ser o irmão mais velho a idade de Lili precisa ser menor que 14 anos. De maneira análoga, relacionamos a unidade significante 'mais novo' com o símbolo '>', pois, para ser o irmão mais novo Lili precisa ter mais que 3 anos.

Analisando de acordo com os três critérios de congruência, correspondência semântica, univocidade semântica terminal e conservação da ordem das unidades de sentido, observamos que a questão satisfaz a correspondência semântica, haja vista que para as unidades significantes 'mais velho' e 'mais novo' no registro de partida existem as unidades correspondentes '<' (menor) e '>' (maior), respectivamente, no registro de chegada.

O segundo critério univocidade semântica terminal não é satisfeito, pois as unidades significantes 'mais velho' e 'mais novo' no registro de partida possuem sentido oposto no registro de chegada, sendo representada pelo símbolo '<' (menor) e '>' (maior), respectivamente.

Se considerarmos a representação no sentido oposto do intervalo numérico, 14 > x > 3, podemos dizer que o critério ordem das unidades significantes é satisfeito, pois a ordem dos signos no registro de partida é mantida no registro de chegada. Sendo assim, concluímos que a questão não possui congruência semântica, isto posto, faremos a análise das atividades dos alunos.

Analisando os protocolos, observamos que apenas os alunos Marcos e Manuela realizaram corretamente a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico da idade de Lili.

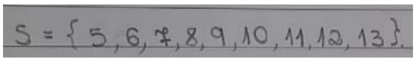
O aluno Erasmo apresentou duas respostas, não sendo possível afirmarmos que ele sabe a distinção entre ambas.

Em relação aos alunos Larissa, Betina, Elisa, Roberto e Joaquim, todos representaram a idade de Lili através do registro algébrico, porém, escreveram dois intervalos numéricos separados. As soluções apresentadas por Larissa, Roberto, Erasmo e Joaquim possui maior congruência semântica com o enunciado, mantendo a equivalência referencial.

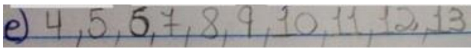
QUADRO 16: Resolução dos alunos

Questão 1: O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3.
e) Dê exemplos de possíveis valores para a idade de Lili (x).

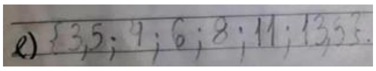
Resolução da aluna Larissa



Resolução da aluna Betina



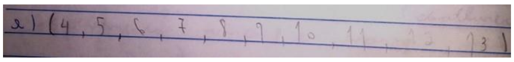
Resolução da aluna Elisa



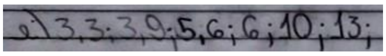
Resolução do aluno Roberto

R: S{ 5,6,7,8,9,10,11,12,13}

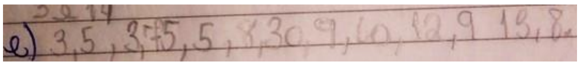
Resolução do aluno Marcos



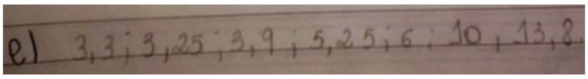
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



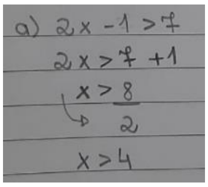
Fonte: arquivo do pesquisador

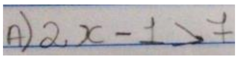
Neste último item da questão 1, observa-se nos protocolos dos alunos Larissa, Roberto, Betina e Marcos que eles utilizaram apenas números inteiros para determinar o conjunto solução, enquanto os demais alunos apresentaram suas respostas utilizando números inteiros e decimais. Consideramos todas as respostas satisfatórias dadas as condições enunciadas no problema.

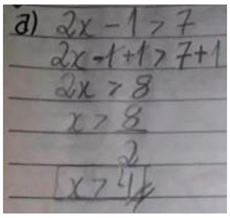
A questão 2 da tarefa aplicada no dia 10 de julho, possui custo cognitivo semelhante a que foi aplicada no dia 14 de maio, ou seja, envolve o tratamento da representação semiótica no registro algébrico para a resolução da inequação do primeiro grau, usando a propriedade dos princípios aditivos e multiplicativos. Nos quadros 17 e 18, apresentamos os protocolos escritos dos alunos, submetidos à análise

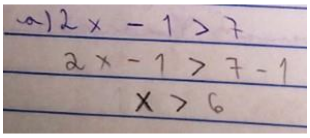
QUADRO 17: Resolução dos alunos

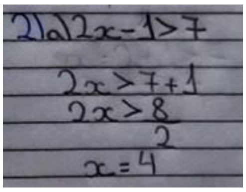
<table>
<tr><td>Questão 2: Resolva as inequações a seguir:
a) $2x - 1 > 7$</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Larissa

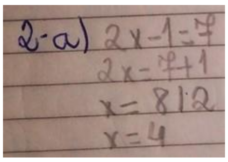

</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Betina

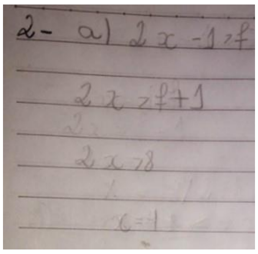

</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Elisa


</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Roberto
2 X -1 >7
2X>7+1
X>8 \2
X>4</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Marcos


</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Manuela


</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Erasmo


</td></tr>
</table>

Resolução do aluno Joaquim


Fonte: arquivo do pesquisador

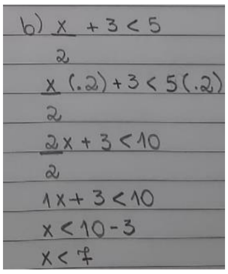
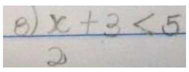
Manuela e Joaquim aplicaram procedimentos algébricos na resolução, porém, no final, trocaram o símbolo de desigualdade pelo símbolo de igualdade, indicando ausência na distinção de uma inequação e uma equação. No caso do aluno Joaquim, tal fato pode ser observado também na atividade do dia 14 de maio.

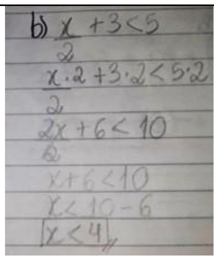
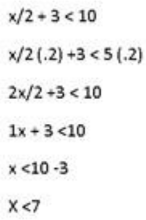
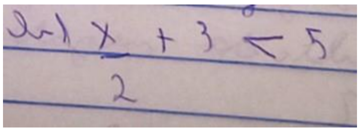
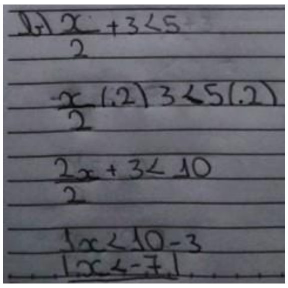
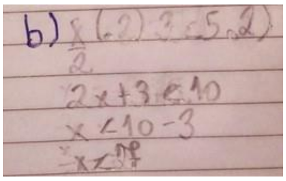
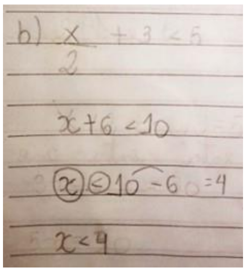
O aluno Erasmo aplicou procedimentos algébricos análogos a uma equação, logo, também observamos ausência na distinção entre a equação e a inequação.

O aluno Marcos realizou incorretamente o tratamento algébrico e a aluna Betina não resolveu a inequação. Em entrevista com a aluna Betina, ela relatou que ainda tinha dificuldade em resolver exercícios que envolvem os símbolos de desigualdade, mas, que após a correção, compreendeu a resolução.

Os alunos Larissa, Elisa e Roberto aplicaram corretamente procedimentos algébricos na resolução da inequação, encontrando o resultado correto para o valor de x.

QUADRO 18: Resolução dos alunos

Questão 2: Resolva as inequações a seguir: b) $x/2 + 3 < 5$
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa


Resolução do aluno Roberto  x/2 + 3 < 10 x/2 (.2) +3 < 5 (.2) 2x/2 +3 < 10 1x + 3 <10 x <10 -3 X <7
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

Os alunos manifestaram dificuldade na realização dessa tarefa, sendo que, apenas Elisa e Joaquim aplicaram corretamente o tratamento algébrico da inequação.

Os alunos Larissa, Roberto, Manuela e Erasmo utilizaram a propriedade do princípio multiplicativo no início do tratamento no registro algébrico da inequação, porém, não multiplicaram todos os termos por 2, prejudicando o restante da resolução. Este tipo de erro ocorre porque os alunos não estão familiarizados com a resolução de uma inequação aplicando as propriedades, mas sim, com regras sem significado para este contexto, como passar um número de um lado (membro) para o outro, usando a operação inversa. Essa situação é evidenciada na declaração do aluno Marcos que justificou não ter respondido a inequação "Eu sei a *troca de sinais*, de um lado só número X, do outro não X, mas não consigo executar exatamente esses fatores juntos".

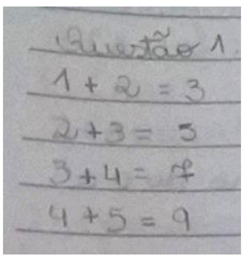
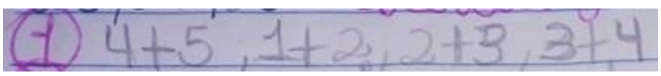
A aluna Betina não resolveu o item b pelo mesmo motivo que não resolveu a inequação do item a, ou seja, não estava familiarizada com questões de desigualdades.

4.3 Análises individuais dos resultados obtidos: tarefa do dia 23 de julho.

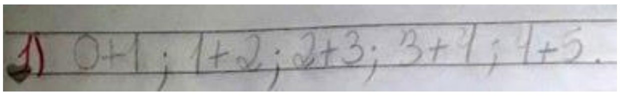
Na tarefa proposta no dia 23 de julho, esperava-se que a atividade cognitiva dos alunos revelasse a transição e coordenação de registros de representação semiótica, sendo eles a conversão da representação do registro em língua natural para o algébrico, do algébrico para o geométrico e do figural para o algébrico.

Nas questões de 1 a 4 esperava-se que os alunos aplicassem a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, em seguida, o tratamento no registro algébrico. Com base nos 'quadros de 19 a 22' apresentamos a análise da atividade matemática dos alunos referente a essas questões

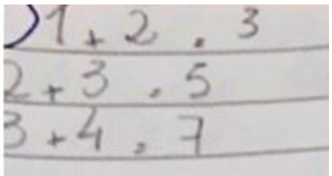
QUADRO 19: Resolução dos alunos

1. Quais são as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu sucessor não ultrapassa 9? **Conversão para o registro algébrico:** $x + (x + 1) \leq 9$
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 

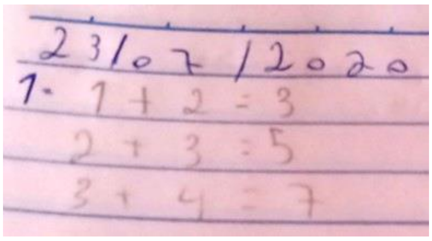
Resolução da aluna Elisa



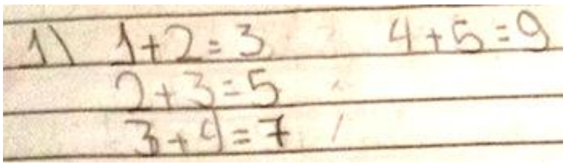
Resolução do aluno Roberto



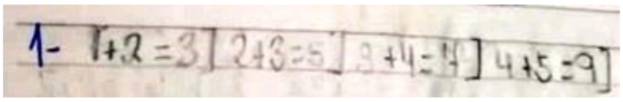
Resolução do aluno Marcos



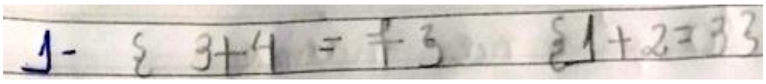
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Na questão representada no quadro 19, observamos que a correspondência semântica, primeiro critério de congruência, não é satisfeita, haja vista que a unidade significante 'não ultrapassa' possui dois signos no registro de partida e apenas um signo '≤' (menor ou igual) no registro de chegada. Além disso, o termo 'sucessor' representado em língua natural possui apenas um signo enquanto no registro algébrico seu correspondente possui 3 signos (x + 1).

O segundo critério, univocidade semântica terminal, também não é satisfeito, pois a unidade significante 'não ultrapassa' pode ser representada pelos signos de menor (<), igual (=) ou menor igual (≤).

A ordem das unidades significantes é o terceiro critério, sendo não satisfeita também nessa questão. Isso, porque, a unidade significante 'soma' no registro de partida não está representada na mesma ordem no registro de chegada.

Portanto, podemos observar que a questão não satisfaz a nenhum dos três critérios de congruência, sendo considerado alto o custo cognitivo para a realização da conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico e, é neste contexto, que analisaremos, a seguir, as atividades matemáticas dos alunos.

Analisando os protocolos, observamos que nenhum dos alunos aplicou a conversão da representação de registro em língua natural para o registro algébrico, indicando dificuldades na transição entre esses registros. A ausência de congruência semântica da questão justifica essa dificuldade.

Entretanto, os alunos utilizaram o registro numérico para apresentar a resposta da questão, sendo que a aluna Elisa foi a única a escrever as cinco combinações possíveis.

Os alunos Larissa, Betina, Manuela e Erasmo escreveram 4 combinações cada um, faltando apenas a combinação '0 + 1'. Há indícios de que os alunos não tenham utilizado a combinação '0 + 1' em suas soluções devido o número 0 não alterar o resultado da soma, ou seja, por ele ser um elemento neutro da adição, como respondeu o aluno Joaquim *"Pois o zero é um número que não posso somar! Por exemplo 1 + 0 = 1".*Como sabemos a soma é possível e deveria ter sido apresentada como parte da solução.

Nos protocolos dos alunos Roberto e Marcos, notamos também a ausência da combinação '4 + 5'. A ausência dessa combinação é um indício de que para Roberto e Marcos a soma não poderá ser igual a 9, pois consideraram apenas combinações cujo resultado foi inferior a 9. A ausência dessa combinação pode estar relacionada com a não congruência semântica da questão, pois o termo 'não ultrapassa' pode ser interpretado como menor, igual ou menor igual.

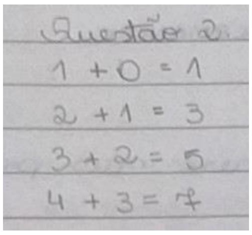
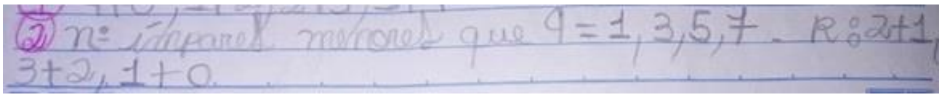
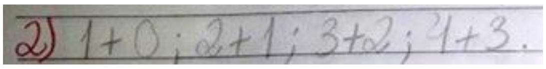
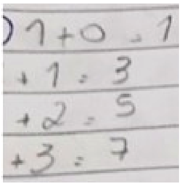
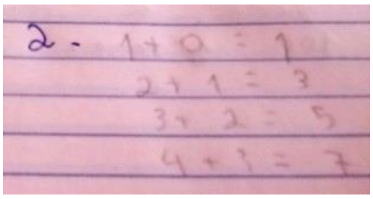
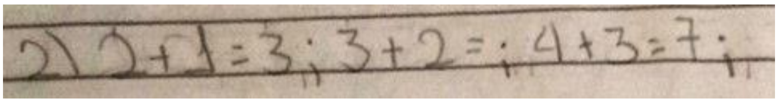
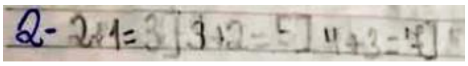
Já o aluno Joaquim utilizou apenas duas combinações possíveis. Em entrevista com o aluno, ele revelou que não entendeu que precisaria colocar todas as combinações possíveis, cometendo esse erro também nas questões 2, 3 e 4.

Da forma que o enunciado foi escrito os alunos não sentiram necessidade de escrevê-lo em linguagem algébrica para resolvê-lo. Sendo assim, caso o objetivo seja a conversão do registro em língua natural para o algébrico, sugerimos que o enunciado original seja modificado, escrevendo-o conforme modelo a seguir

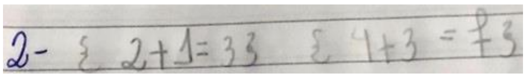
1. Escreva a expressão algébrica que fornece as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu sucessor não ultrapassa 9?

QUADRO 20: Respostas dos alunos

<table>
<tr><td>2. Quais são as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu antecessor resulte números ímpares menores que 9?

Conversão para o registro algébrico: x + (x – 1) < 9</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Larissa

Questão 2
1 + 0 = 1
2 + 1 = 3
3 + 2 = 5
4 + 3 = 7</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Betina

② nº ímpares menores que 9 = 1, 3, 5, 7 . R: 2+1, 3+2, 1+0.</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Elisa

2) 1+0; 2+1; 3+2; 4+3.</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Roberto

) 1+0 = 1
+ 1 = 3
+ 2 = 5
+ 3 = 7</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Marcos

2 - 1 + 0 = 1
2 + 1 = 3
3 + 2 = 5
4 + 3 = 7</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Manuela

2) 2+1 = 3; 3+2 = ; 4+3 = 7;</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Erasmo

2- 2+1=3 | 3+2=5 | 4+3=7</td></tr>
</table>

Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Nessa questão não há congruência semântica, pois não são satisfeitos os critérios de congruência correspondência semântica e organização das unidades significantes.

A correspondência semântica não é satisfeita devido a unidade significante ‘antecessor’ possuir apenas um signo no registro de partida e possuir três signos (x – 1) no registro de chegada.

O critério organização das unidades significantes não é satisfeito pois a unidade significante ‘soma’ no registro de partida não possui a mesma ordem no registro de chegada.

Observamos nos protocolos que os alunos não aplicaram a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, pois o uso do registro aritmético foi o suficiente para encontrar as soluções possíveis. Para que os alunos façam a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico, sugerimos que o enunciado da questão seja reescrito conforme a seguir

2. Escreva a expressão algébrica que fornece as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu antecessor resulte números ímpares menores que 9?

Os alunos Larissa, Elisa, Roberto e Marcos, escreveram todas as combinações possíveis de acordo com o enunciado da questão.

Nos protocolos dos alunos Manuela, Erasmo e Joaquim, notamos a ausência da combinação ‘1 + 0’, sendo que na questão 1 estes alunos já haviam excluído uma combinação onde uma das parcelas era o número 0.

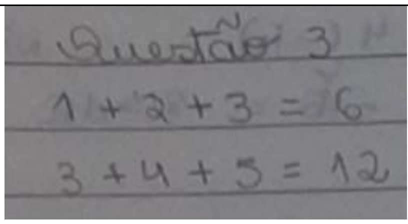
No protocolo da aluna Betina notamos a ausência da combinação ‘4+3’, porém, em seus registros, observamos que ela colocou o 7 como sendo um número ímpar menor que 9. Em entrevista, a aluna informou que esqueceu de colocar a combinação que resultaria em 7.

QUADRO 21: Resolução dos alunos

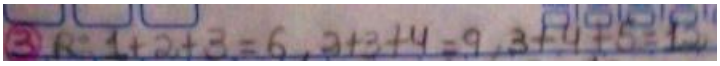
3. Quais são as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma de três números consecutivos seja inferior a 15?

Conversão para o registro algébrico: $x + (x + 1) + (x + 2) < 15$

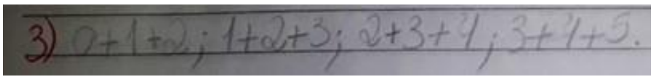
Resolução da aluna Larissa



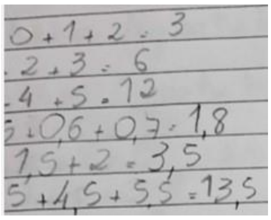
Resolução da aluna Betina



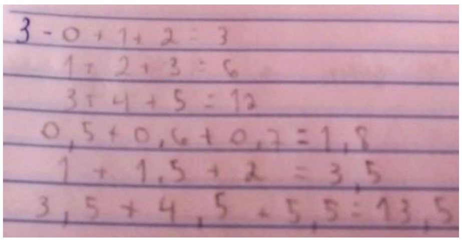
Resolução da aluna Elisa



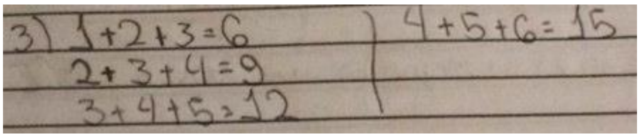
Resolução do aluno Roberto



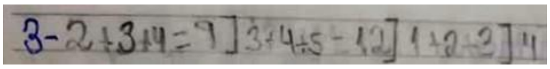
Relatório do aluno Marcos



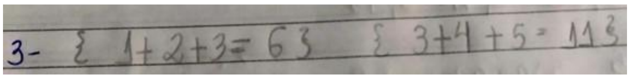
Relatório da aluna Manuela



Relatório do aluno Erasmo



Relatório do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Nessa questão esperava-se que os alunos aplicassem a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, em seguida, o tratamento no registro algébrico. No entanto, os alunos não realizaram a conversão esperada, consequentemente, o tratamento no registro algébrico não foi realizado. Para que os alunos façam a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico, sugerimos que seja realizado uma mudança no enunciado, conforme a seguir

3. Escreva uma expressão algébrica que forneça as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma de três números consecutivos seja inferior a 15?

A não congruência semântica da questão é um dos possíveis fatores que impedem, ou ao menos dificulta, a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. Na questão, apresentada no quadro 21, existem dois critérios de congruência que não são satisfeitos.

O primeiro critério não satisfeito é o da correspondência semântica, isso porque, a unidade significante ‘consecutivos’ que possui apenas um signo no registro de partida está associada a mais de um signo no registro de chegada (x; $x + 1$; $x + 2$).

Outro critério não satisfeito é o da organização das unidades significantes, pois a unidade significante ‘soma’ no registro de partida possui ordem diferente no registro de chegada.

Comprovada a dificuldade na conversão entre os registros, devido a não congruência semântica da questão, analisaremos sob essa ótica, os protocolos das atividades dos alunos.

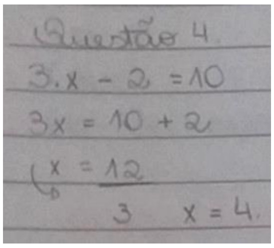
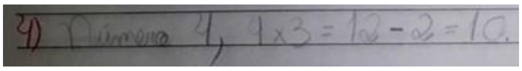
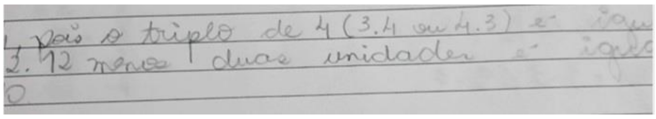
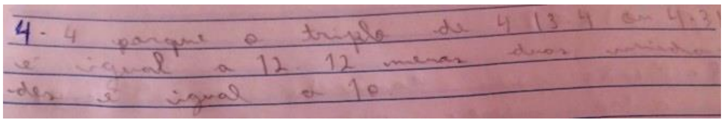
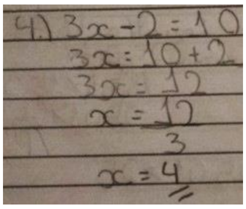
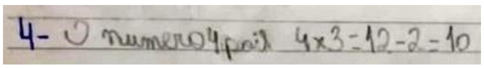
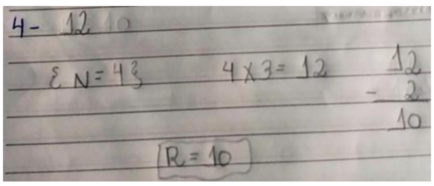
Todos os alunos utilizaram o registro numérico para apresentar suas respostas, sendo que, apenas a aluna Elisa escreveu todas as combinações corretamente.

Os alunos Larissa e Joaquim apresentaram apenas duas combinações, ‘1+2+3’ e ‘3+4+5’.

Nos protocolos dos alunos Roberto e Marcos, notamos que eles utilizaram erroneamente números decimais em algumas combinações, revelando não terem vista ou compreendido a informação de que os elementos fazem parte do conjunto dos números naturais. Além disso, não registraram ‘2+3+4’ como sendo uma possível combinação.

Assim como nas questões 1 e 2, nos protocolos de Manuela e Erasmo observamos a ausência de uma combinação cujo um dos elementos é o número 0, este erro pode ser observado também no protocolo da aluna Betina, especificamente para a questão 3. Além disso, a aluna Manuela escreveu a combinação ‘4+5+6’, porém, o resultado dessa combinação é igual a 15 e, por isso, não pode ser considerada uma combinação possível haja vista que o resultado deve ser inferior a 15. Possivelmente a aluna não relacionou a palavra ‘inferior’ com o fato de o resultado das combinações serem menores que 15.

QUADRO 22: Resolução dos alunos

4. O triplo de um número natural menos duas unidades é no máximo 10. Que número é esse? **Conversão para o registro algébrico:** $3x - 2 \leq 10$
Resolução da aluna Larissa  Questão 4 3.x - 2 = 10 3x = 10 + 2 x = 12/3   x = 4.
Resolução da aluna Betina  4) R: 12. porquê 4x3 = 12 - 2 = 10
Resolução da aluna Elisa  4) Número 4, 4x3 = 12 - 2 = 10.
Resolução do aluno Roberto  4, pois o triplo de 4 (3.4 ou 4.3) é igu a 12 menos duas unidades é igua 10
Resolução do aluno Marcos  4 - 4 porque o triplo de 4 (3.4 ou 4.3) é igual a 12. 12 menos duas unida- -des é igual a 10
Resolução da aluna Manuela  4) 3x - 2 = 10 3x = 10 + 2 3x = 12 x = 12/3 x = 4
Resolução do aluno Erasmo  4- O numero 4 pois 4x3 = 12 - 2 = 10
Resolução do aluno Joaquim  4- 12 {N=4}   4x3 = 12   12 - 2 = 10 R = 10

Fonte: arquivo do pesquisador

Na questão 4, apresentada no quadro 22, observamos que a correspondência semântica não é satisfeita, pois a unidade significante ‘no máximo’ possui dois signos no registro de partida e apenas um signo, o ‘≤’ (menor ou igual), no registro de chegada.

Além disso, a univocidade semântica terminal, segundo critério, também não é satisfeita, pois a unidade significante ‘no máximo’ pode ser interpretada como menor (<), igual (=) ou menor igual (≤).

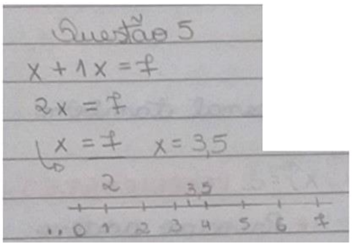
Nesse sentido, podemos afirmar que essa questão não possui congruência semântica e, a partir dessa afirmação, analisaremos os protocolos das atividades dos alunos.

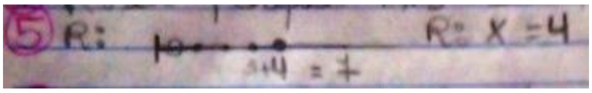
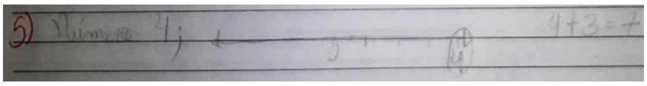
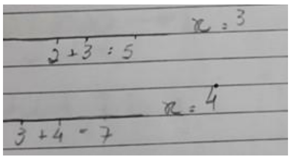
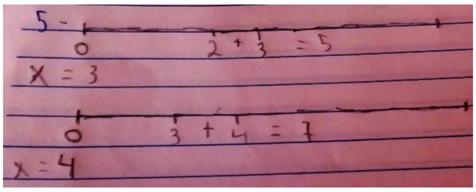
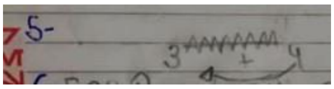
As alunas Larissa e Manuela fizeram a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, porém, incorretamente. As alunas utilizaram o símbolo de ‘=’ ao invés do símbolo de ‘≤’. O erro possivelmente foi motivado pela não congruência semântica da questão, onde a unidade significante ‘máximo’ pode ser interpretada como menor, igual ou menor igual.

Os alunos Betina, Elisa, Roberto, Marcos, Erasmo e Joaquim utilizaram procedimentos aritméticos, porém, nenhum apresentou a solução correta, haja vista que o problema tratava-se de uma desigualdade, logo, a solução deveria ser números naturais menores ou igual a 4 e, estes alunos, obtiveram o resultado igual a 4, exceto Betina, que obteve resultado igual a 12. Na resposta de Betina há indícios de que ela não verificou seu resultado, haja vista que o triplo de 12 menos duas unidades é 34.

Na questão 5 esperava-se que os alunos fizessem a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, tratamento no registro algébrico e, em seguida, conversão da representação do registro algébrico para o registro geométrico. No ‘quadro 23’, apresentaremos os protocolos das atividades dos alunos, submetidos à análise

QUADRO 23: Resolução dos alunos

5. Determine x pertencente ao conjunto dos números reais, de modo que ao somá-lo com o seu antecessor o resultado não supere 7. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica. **Conversão para o registro algébrico:** $x + (x - 1) \leq 7$
Resolução da aluna Larissa 

Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela NÃO FEZ
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim NÃO FEZ

Fonte: arquivo do pesquisador

Nessa questão o critério de correspondência semântica não é satisfeito, pois o termo ‘não supere’ no registro de partida possui dois signos, enquanto no registro de chegada possui apenas um signo ‘≤’ (menor ou igual). Além disso, o termo ‘antecessor’ no registro de partida possui um signo enquanto no registro de chegada possui três signos (x – 1).

Do mesmo modo, o critério de univocidade semântica também não é satisfeito, pois o termo ‘não supere’ pode ser interpretado como menor (<), igual (=) ou menor igual (≤).

Já o terceiro critério, organização das unidades significantes, é satisfeito, haja vista que a ordem das unidades significantes no registro de partida é mantida no registro de chegada.

Dessa forma, concluímos que essa questão também não possui congruência semântica. Isto posto, analisaremos os protocolos das atividades dos alunos.

Analisando os protocolos dos alunos, observamos que a aluna Larissa foi a única que esboçou uma conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, porém, assim como já havia feito na questão 4, trocou o símbolo da desigualdade pelo símbolo de igualdade. Além disso, errou ao converter a unidade significante ‘antecessor’ em 1x quando na verdade é x – 1, não obtendo êxito na resolução da questão. Como a aluna não fez corretamente a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, a conversão do registro algébrico para o geométrico também ficou comprometida.

Com exceção ao aluno Joaquim, que não fez a questão, os demais alunos utilizaram procedimentos aritméticos na resolução do problema, entretanto, pelos registros, há indícios de que consideraram o problema sendo uma equação, como podemos observar na resposta dos alunos Betina, Roberto e Marcos. A resposta através do conjunto solução e da reta numérica ficou comprometida haja vista que os alunos não conseguiram resolver o problema. Acredita-se que a não congruência semântica do problema contribuiu para o baixo desempenho dos alunos nessa questão.

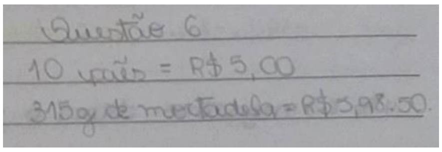
Na questão 6 esperava-se que os alunos fizessem a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, em seguida, do registro algébrico para o natural, demonstrando assim capacidade na coordenação entre os registros. No ‘quadro 24’, apresentaremos os protocolos das atividades dos alunos, submetidos à análise

QUADRO 24: Resolução dos alunos

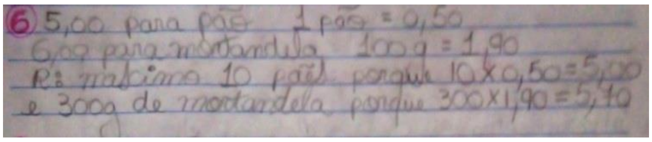
6. A mãe de Manoel lhe deu R$ 5,00 para comprar pão e R$ 6,00 para comprar mortadela. Sabe-se que o valor de cada pão é R$ 0,50 e que cada 100g de mortadela custa R$ 1,90. Qual a quantidade máxima de pães e de gramas de mortadela Manoel consegue comprar com o dinheiro dado pela sua mãe? Apresente seu raciocínio em detalhes.

Conversão para o registro algébrico:
Quantidade de pães: x
$0,50x \leq 5,00$
Porção de 100g de mortadela: y
$1,90y \leq 6,00$

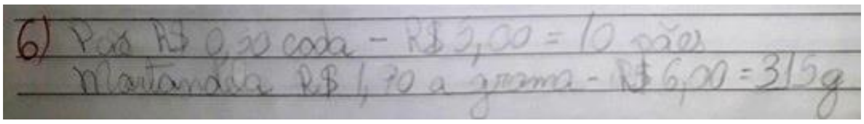
Resolução da aluna Larissa



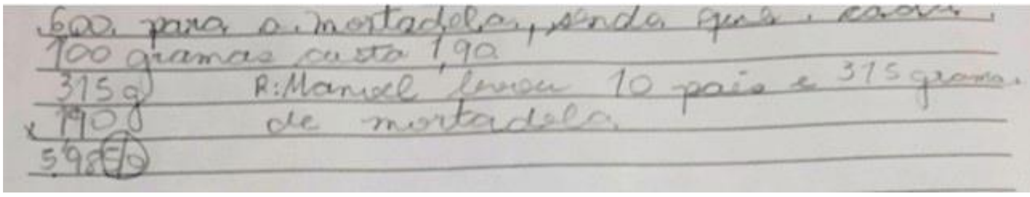
Resolução da aluna Betina



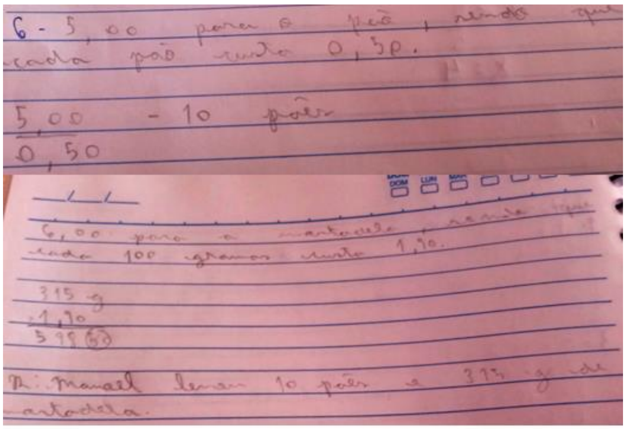
Resolução da aluna Elisa



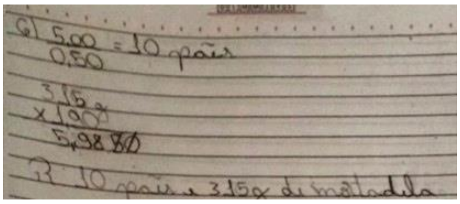
Resolução do aluno Roberto



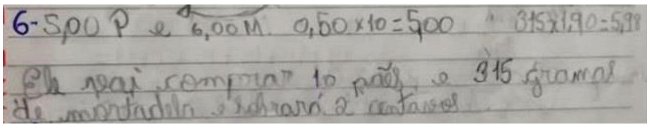
Resolução do aluno Marcos



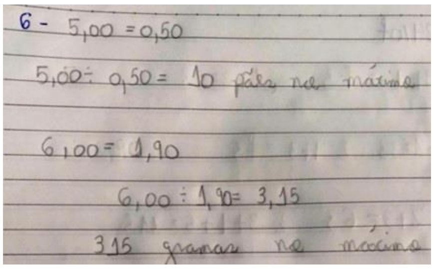
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Nessa questão, o critério de correspondência semântica não é satisfeito, pois o termo ‘máximo’ no registro de partida, tanto para sentença relacionada a quantidade de pães quanto para a sentença relacionada aos gramas de mortadela, não possui correspondência com a unidade significante ‘≤’ (menor ou igual).

Da mesma forma o critério univocidade semântica também não é satisfeito, haja vista que o termo ‘máximo’ pode ser interpretado de três formas diferentes, sendo elas menor (<), igual (=) ou menor igual (≤).

Assim como os critérios anteriores, o terceiro critério, a organização das unidades significantes, também não é satisfeita, pois a ordem das unidades no registro de partida não é mantida no registro de chegada.

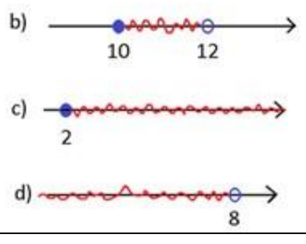
Assim como ocorreu nas três primeiras questões dessa tarefa, nessa questão, os alunos não sentiram a necessidade de realizar a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico, todos os alunos utilizaram procedimentos aritméticos para resolver a situação problema que foi apresentada. Para que os alunos façam a conversão do registro em língua natural para o algébrico, sugerimos que o enunciado seja reescrito, conforme a seguir

6. A mãe de Manoel lhe deu R$ 5,00 para comprar pão e R$ 6,00 para comprar mortadela. Sabe-se que o valor de cada pão é R$ 0,50 e que cada 100g de mortadela custa R$ 1,90. Escreva uma expressão algébrica que representa a quantidade máxima de pães e de gramas de mortadela que Manoel consegue comprar com o dinheiro dado pela sua mãe. Em seguida, calcule a quantidade máxima obtida de cada item. Apresente seu raciocínio em detalhes

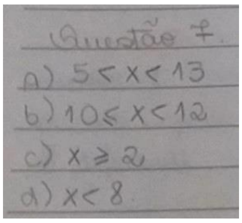
Na questão 7 esperava-se que os alunos mobilizassem a conversão da representação do registro geométrico para o registro algébrico. No ‘quadro 25’, apresentaremos os protocolos das atividades dos alunos, submetidos à análise

QUADRO 25: Resolução dos alunos

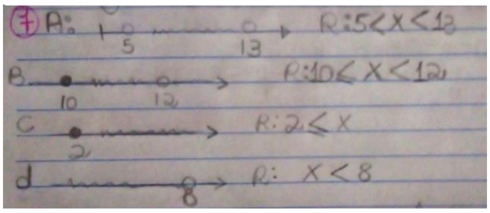
7. Considere ‘x’ um número real em cada uma das quatro retas numéricas. Utilize os símbolos para desigualdade para representar a variação do valor de ‘x’:



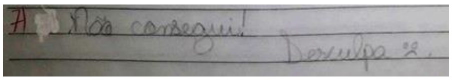
Resolução da aluna Larissa



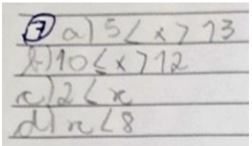
Resolução da aluna Betina



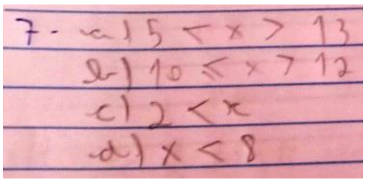
Resolução da aluna Elisa



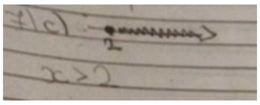
Resolução do aluno Roberto



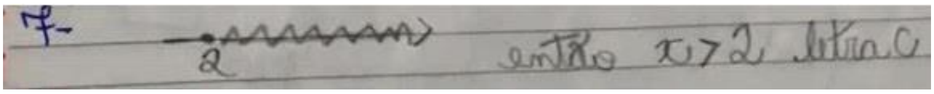
Resolução do aluno Marcos



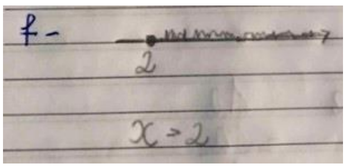
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Analisando os protocolos dos alunos Manuela, Erasmo e Joaquim, observamos que houve, por parte deles, erro de leitura e interpretação da questão, pois os três responderam apenas o ‘item c’ e, ainda assim, de maneira incorreta, pois o que está representado na reta numérica é a desigualdade $x \geq 2$.

Observando a resposta dada pelo aluno Erasmo, temos indícios de que os alunos tenham interpretado a questão como sendo objetiva, com apenas uma alternativa correta.

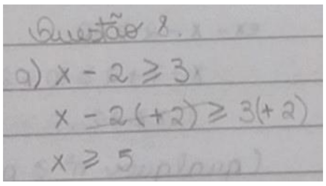
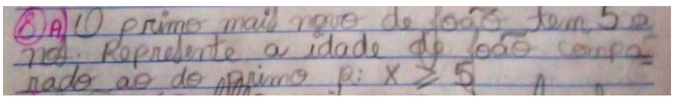
A ausência da resposta no protocolo da aluna Elisa, revela que ela não compreendeu como fazer a conversão de uma representação no registro geométrico para o algébrico, pois não apresentou a resposta para nenhum dos itens.

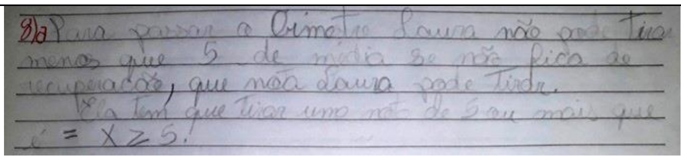
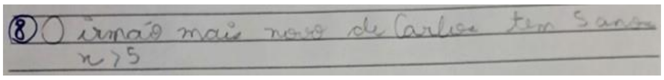
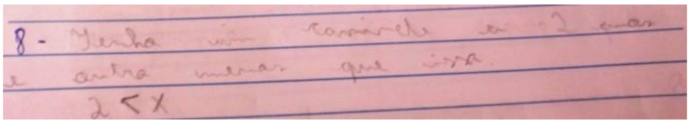
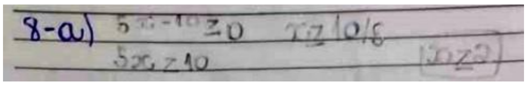
Os alunos Roberto e Marcos responderam todos os itens, porém, cometeram os mesmos erros nos itens a, b e c. Nos itens a e b, eles trocaram a ordem da posição dos símbolos, revelando que possuem dificuldades na representação e leitura de uma desigualdade nos dois sentidos. Já no item c, faltou aos dois utilizarem o símbolo de ‘≥’ haja vista que na reta numérica o intervalo está fechado.

As alunas Larissa e Betina foram as únicas a representarem corretamente todos os itens dessa questão.

Na questão 8 esperava-se que os alunos realizassem a conversão no sentido oposto da língua natural para o registro algébrico, ou seja, que elaborassem um problema com o objeto de estudo inequação representado no registro em língua materna cujo resultado foi fornecido pelo enunciado. Nos ‘quadros 26 e 27’, apresentaremos os protocolos das atividades dos alunos, submetidos à análise

QUADRO 26: Resolução dos alunos

8. Elabore uma situação problema em que a solução seja representada pelo intervalo a) $x \geq 5$
Resolução da aluna Larissa  Questão 8. a) $x - 2 \geq 3$ $x - 2 (+2) \geq 3(+2)$ $x \geq 5$
Resolução da aluna Betina  8) A) O primo mais novo de João tem 5 anos. Represente a idade de João comparado ao do primo R: $x \geq 5$
Resolução da aluna Elisa

 8a) Para passar a Brimestre Laura não pode tirar menos que 5 de média se não fica de recuperação, que nota Laura pode tirar. Ela tem que tirar uma nota de 5 ou mais que é = x ≥ 5.
Resolução do aluno Roberto  8) O irmão mais novo de Carlos tem 5 anos x > 5
Resolução do aluno Marcos  8 - Tenho e outra menor que isso. 2 < x
Resolução da aluna Manuela NÃO FEZ
Resolução do aluno Erasmo  8-a) 5x - 10 ≥ 0 x ≥ 10/5 5x ≥ 10 x ≥ 2
Resolução do aluno Joaquim NÃO FEZ

Fonte: arquivo do pesquisador

Nas primeiras questões desta tarefa os alunos já demonstraram dificuldade na conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico e, considerando que a conversão oposta possui custo cognitivo superior, já esperávamos que poucos alunos obtivessem êxito nessa questão. Apenas 4 alunos esboçaram uma tentativa de elaborar um problema, representado no registro em língua natural, ainda assim, cometendo alguns erros. Por exemplo, no problema proposto por Roberto, para que Carlos seja mais velho sua idade precisaria ser maior que a de seu irmão que tem 5 anos, sendo assim, a desigualdade deveria ser $x > 5$, mas no enunciado a desigualdade é $x \geq 5$.

O aluno Marcos apresentou um problema completamente fora do contexto, pois a desigualdade é $x \geq 5$ e na sua resposta ele usou $x > 2$.

Os problemas apresentados pelas alunas Betina e Elisa podem ser considerados satisfatórios, haja vista que trazem situações possíveis de serem representadas pela desigualdade $x \geq 5$.

Apresentaremos as respostas das alunas Betina e Elisa para fazermos a análise da congruência semântica em relação a desigualdade apresentada em linguagem algébrica.

Resposta da aluna Betina: *O primo mais novo de João tem 5 anos . Represente a idade de João comparado ao do primo.*

A resposta da aluna Betina escrita em linguagem natural não possui congruência semântica com a desigualdade $x \geq 5$, pois não atende a dois dos três critérios de congruência, o primeiro e o terceiro critério, correspondência semântica e a conservação da ordem das unidades de sentido, respectivamente. Em relação ao primeiro critério, a unidade significante 'mais novo' no registro de partida não possui correspondente no registro de chegada. Já o terceiro critério não é satisfeito pois a ordem das unidades de sentido no registro de partida está diferente no registro de chegada.

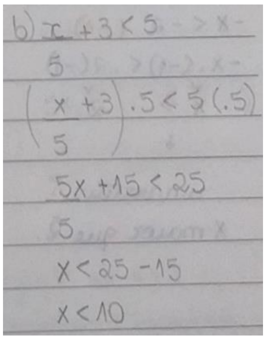
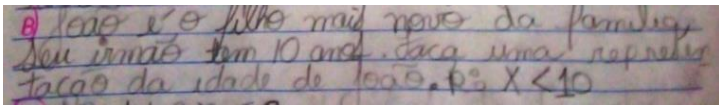
Resposta da aluna Elisa: *Para passar o bimestre Laura não pode tirar menos que 5 de média se não fica de recuperação, que nota Laura pode tirar?*

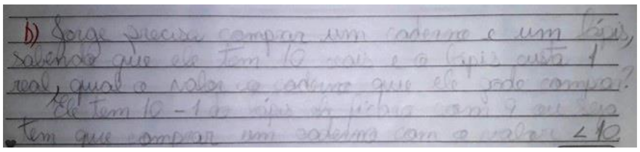
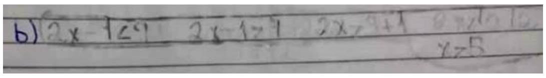
Na resposta de Elisa observamos que a unidade significante 'menos', no registro de partida, não possui correspondente no registro de chegada, sendo assim, o primeiro critério não é atendido. A ordem das unidades de sentido no registro de chegada também está diferente no registro de chegada, portanto, o terceiro critério também não foi atendido.

Apesar dos problemas não serem necessariamente escritos em língua natural, esperávamos que os alunos utilizassem esse tipo de registro em suas respostas. Observamos nos protocolos dos alunos Larissa e Erasmo que ambos utilizaram o registro algébrico em suas respostas, sendo que a inequação apresentada pela aluna Larissa é equivalente a desigualdade $x \geq 5$, já a apresentada pelo aluno Erasmo é equivalente, logo, consideramos apenas a resposta da aluna Larissa como satisfatória.

Os alunos Manuela e Joaquim não responderam, reforçando a ideia de que este tipo de questão tem custo cognitivo maior para os alunos em relação a conversão oposta.

QUADRO 27: Resolução dos alunos

8. Elabore uma situação problema em que a solução seja representada pelo intervalo b) $x < 10$
Resolução da aluna Larissa  b) $\frac{x+3}{5} < 5$ $\left(\frac{x+3}{5}\right).5 < 5(.5)$ $5x + 15 < 25$ $x < 25 - 15$ $x < 10$
Resolução da aluna Betina  B) João é o filho mai novo da familia Seu irmão tem 10 anos. faça uma representação da idade de João. R: $X < 10$

Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto NÃO FEZ
Resolução do aluno Marcos NÃO FEZ
Resolução da aluna Manuela NÃO FEZ
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim NÃO FEZ

Fonte: arquivo do pesquisador

Se analisarmos pela ausência de respostas, o item b da questão 8 foi aquele em que os alunos tiveram mais dificuldades para responder, ao todo, 4 alunos deixaram este item sem resposta, sendo eles Roberto, Marcos, Manuela e Joaquim. Mais uma vez, atribuímos essa dificuldade ao custo cognitivo que possui a elaboração de um problema através da conversão da representação entre registros.

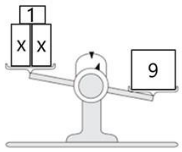
Assim como já havia ocorrido no item a dessa questão, os alunos Larissa e Erasmo escreveram uma inequação através da representação no registro algébrico, entretanto, esperava-se uma situação problema representada no registro em língua natural. Apesar disso, vale ressaltar que a aluna Larissa ‘criou’ e resolveu corretamente a inequação, aplicando as propriedades do princípio aditivo e multiplicativo, porém, o aluno Erasmo não obteve o mesmo sucesso, apesar de resolver corretamente a inequação, o resultado obtido não é o mesmo da desigualdade apresentada no enunciado.

As alunas Betina e Elisa apresentaram respostas satisfatórias para este item, representando as situações problema através do registro em língua natural. Vale uma ressalva para o problema elaborado por Elisa, para não haver equívocos, a aluna deveria escrever que x é um número racional positivo.

Na questão 9 esperava-se que os alunos aplicassem a conversão da representação do registro figural para o registro algébrico, em seguida, o tratamento no registro algébrico. Nos ‘quadros 28, 29 e 30’, apresentaremos os protocolos das atividades dos alunos, submetidos à análise

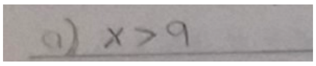
QUADRO 28: Resolução dos alunos

9. Observe o desenho da balança

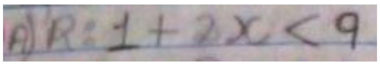


a) Escreva uma sentença matemática que represente o desequilíbrio da balança.

Resolução da aluna Larissa

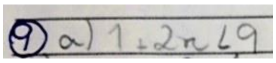


Resolução da aluna Betina

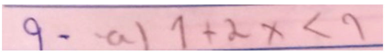


Resolução da aluna Elisa

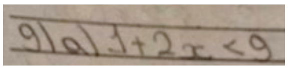
Resolução do aluno Roberto



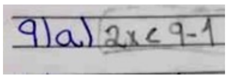
Resolução do aluno Marcos



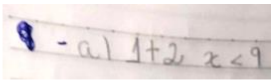
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim

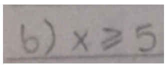
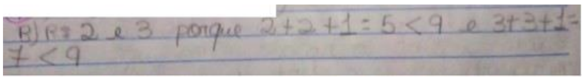
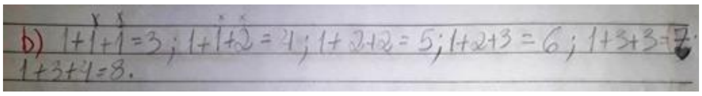
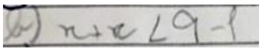
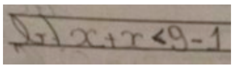
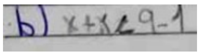
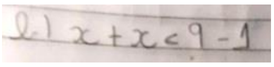


Fonte: arquivo do pesquisador

A análise dos protocolos dos alunos, no item a da questão 9, revelou que a maioria deles executou corretamente a conversão da representação no registro figural para o registro algébrico, apenas a aluna Larissa não respondeu corretamente. O índice alto de acertos revela que os alunos não possuem dificuldades nesse tipo de conversão.

QUADRO 29: Resolução dos alunos

9. Observe o desenho da balança

b) Determine valores para ‘x’ no conjunto dos números naturais para que a desigualdade se mantenha.
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

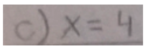
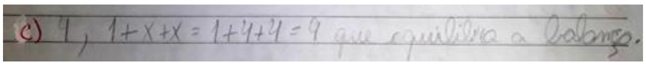
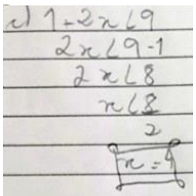
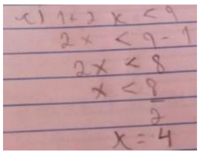
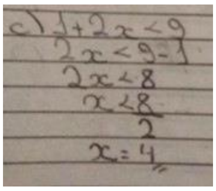
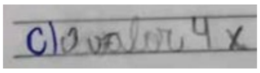
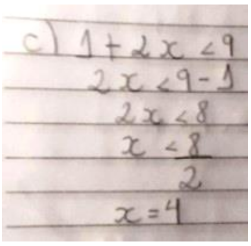
Esperava-se nesse item que os alunos aplicassem o tratamento algébrico para resolver a inequação do 1º grau obtida no item a, entretanto, nenhum aluno resolveu desta forma.

Os alunos Roberto, Marcos, Manuela, Erasmo e Joaquim até esboçaram uma tentativa de resolver a inequação aplicando procedimentos algébricos, porém, não conseguiram avançar, como podemos observar em seus protocolos.

As alunas Betina e Elisa optaram pela resolução utilizando um procedimento aritmético, mas ambas não apresentaram uma solução satisfatória, sendo que Betina colocou os números 2 e 3 como possíveis valores de x, mas faltaram os números 0 e 1, já a aluna Elisa representou algumas combinações que não satisfazem as condições do problema, pois atribuiu diferentes valores para o x em uma mesma combinação, por exemplo, na combinação ‘1 + 1 + 2’, onde ela considera x = 1 e x = 2, simultaneamente.

A aluna Larissa escreveu uma desigualdade isolada não apresentando um raciocínio de como fez para chegar ao resultado, que por sinal, está incorreto.

QUADRO 30: Resolução dos alunos

9. Observe o desenho da balança c) Qual o valor de ‘x’ que permite o equilíbrio na balança?
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina NÃO FEZ
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

A aluna Betina foi a única que não respondeu este item, perguntada sobre o motivo pelo qual não respondeu, ela informou que havia feito um rascunho e na hora de ‘passar a limpo’ esqueceu deste item, mas que o resultado obtido foi 4. Sendo assim, a partir da resposta de Betina e analisando os protocolos dos demais alunos, observamos que quando o problema envolve uma igualdade eles possuem menos dificuldades na resolução, haja vista que o desempenho no item anterior, envolvendo a desigualdade, foi quase nulo, já este item, todos os alunos responderam corretamente.

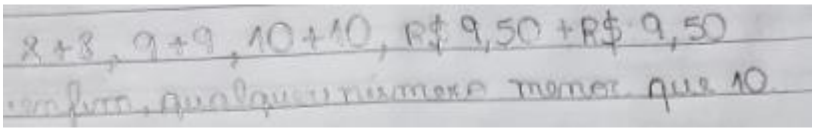
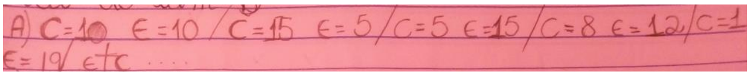
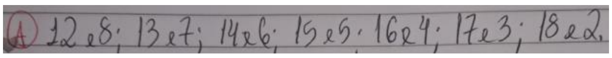
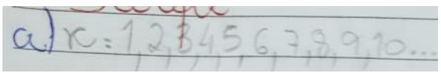
A associação que os alunos fazem de uma inequação com uma equação fica evidente nos protocolos dos alunos Roberto, Marcos, Manuela e Joaquim, que aplicaram o tratamento algébrico na resolução da inequação obtida no item a, porém, na última etapa trocaram o símbolo de desigualdade pelo símbolo de igualdade. Esta postura por parte dos alunos evidencia a ausência de distinção entre uma equação e uma inequação.

4.4 Análises individuais dos resultados obtidos: tarefa do dia 21 de agosto

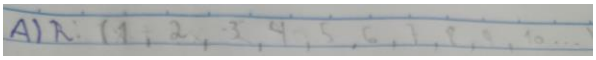
Em relação à tarefa aplicada no dia 21 de agosto, esperava-se que a atividade cognitiva requerida do aluno revelasse a transcrição e coordenação dos registros de representação semiótica, mais especificamente, a conversão da representação do registro em língua natural para o algébrico e do registro algébrico para o gráfico.

Com base nos quadros 31, 32 e 33, apresentamos a análise das atividades matemáticas dos alunos

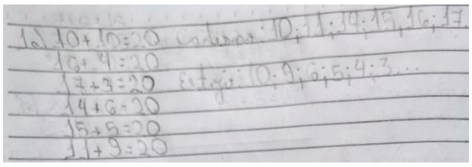
QUADRO 31: Resolução dos alunos

Manoel possui 20 reais para comprar um caderno e um estojo. a) represente os possíveis preços do caderno e do estojo.
Resolução da aluna Larissa  8+8, 9+9, 10+10, R$ 9,50 + R$ 9,50 enfim, qualquer número menor que 10
Resolução da aluna Betina  A) C=10 E=10 / C=15 E=5 / C=5 E=15 / C=8 E=12 / C=1 E=19 / etc ....
Resolução da aluna Elisa  A) 12 e 8; 13 e 7; 14 e 6; 15 e 5. 16 e 4; 17 e 3; 18 e 2.
Resolução do aluno Roberto  a) x = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10...

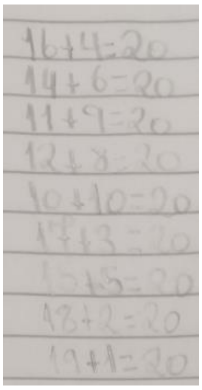
Resolução do aluno Marcos



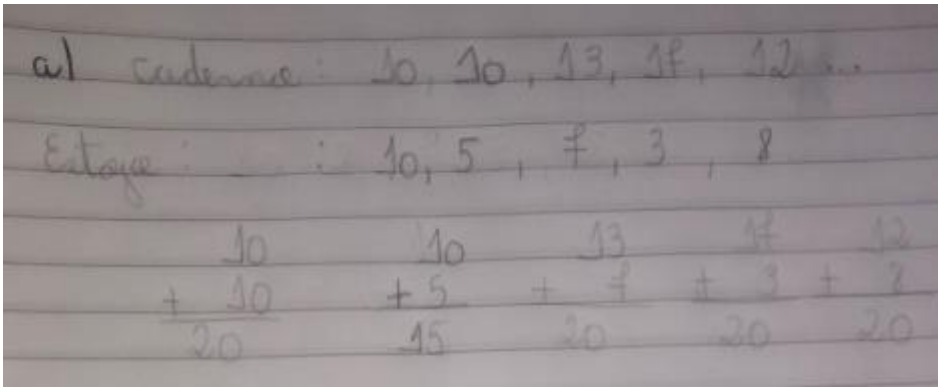
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



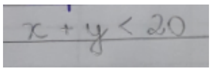
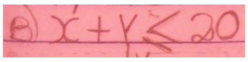
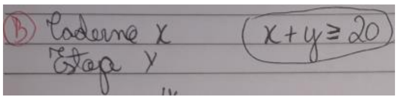
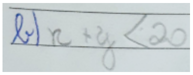
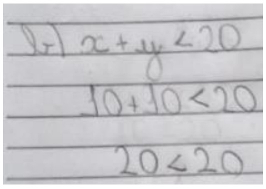
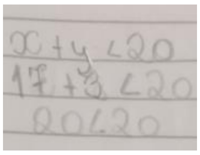
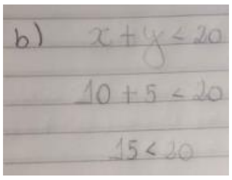
Fonte: arquivo do pesquisador

Na resolução deste item os alunos utilizaram procedimentos aritméticos e apresentaram os possíveis valores do caderno e do estojo através do registro numérico.

Os alunos Roberto e Marcos foram os únicos que não apresentaram uma combinação satisfatória para os valores do caderno e do estojo, analisando os protocolos de suas atividades observamos que ambos apresentaram valores apenas para um dos itens, não especificando se os preços são referentes ao caderno ou ao estojo. Os demais alunos apresentaram soluções coerentes com a proposta da questão.

QUADRO 32: Resolução dos alunos

Manoel possui 20 reais para comprar um caderno e um estojo.

b) representando o preço do caderno por x e o preço do estojo por y, escreva uma sentença matemática que expresse o valor total gasto por Manoel. **Conversão para o registro algébrico:** $x + y \leq 20$
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

Nessa questão nenhum dos três critérios de congruência são satisfeitos, como explicitaremos a seguir.

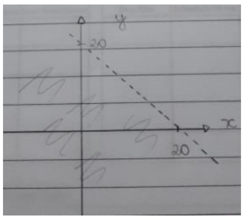
No registro de partida não existe nenhuma unidade significante correspondente aos signos ‘+’ e ‘≤’, observados no registro de chegada. Os alunos devem deduzir, a partir do contexto da questão, que o preço do caderno deverá ser somado ao preço do estojo para, assim, determinar o valor total gasto por Manoel. O símbolo de ‘≤’ também será utilizado a partir de uma dedução, haja vista que o valor gasto por Manoel não poderá ultrapassar a quantia que ele possui, sendo assim, esse total deverá ser menor ou igual a 20 reais. Isto exposto, podemos afirmar que nessa questão nenhum dos três critérios de congruência são satisfeitos.

Mesmo a questão não sendo congruente semanticamente, esperava-se neste item que os alunos mobilizassem a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. De fato, isso ocorreu, porém, a maioria dos alunos utilizou o símbolo de desigualdade incorreto, como podemos observar nos protocolos de Larissa, Roberto, Marcos, Manuela, Erasmo e Joaquim que utilizaram o símbolo ‘<’, sinalizando que a quantia gasta por Manoel com os dois produtos será menor do que 20, mas a quantia poderia ser menor ou igual a 20, sendo assim o símbolo correto deveria ser ‘≤’, o mesmo utilizado por Betina que foi a única a acerta a questão.

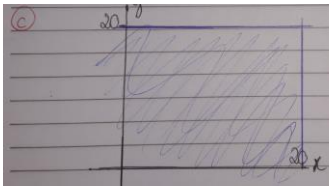
A aluna Elisa utilizou o símbolo de ‘≥’, revelando que a quantia gasta poderia ultrapassar 20 reais. Podemos afirmar que a não congruência semântica da questão afetou de forma negativa o desempenho dos alunos.

O erro dos alunos pode ser justificado devido no enunciado da questão não ter nenhuma unidade significante que os permita identificarem o símbolo correto a ser utilizado, entretanto, esperava-se que os alunos analisassem o contexto para chegar a conclusão de que o valor total gasto pode ser menor ou igual a 20 reais.

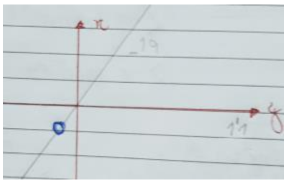
QUADRO 33: Resolução dos alunos

Manoel possui 20 reais para comprar um caderno e um estojo. c) represente graficamente a sentença matemática do item b.
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 

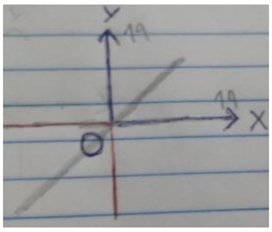
Resolução da aluna Elisa



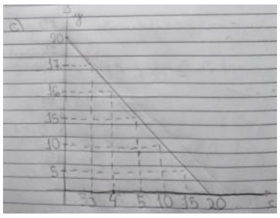
Resolução do aluno Roberto



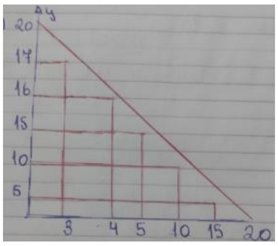
Resolução do aluno Marcos



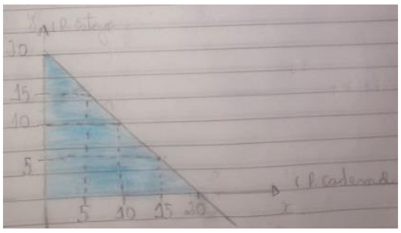
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Os protocolos das atividades dos alunos revelam que a maioria teve dificuldades na realização dessa questão, sendo que, apenas o aluno Joaquim conseguiu resolvê-la de forma satisfatória.

Os alunos Larissa, Manuela e Erasmo chegaram perto de apresentar uma solução correta, porém, Larissa fez as hachuras abaixo do eixo das abscissas e à esquerda do eixo das ordenadas deixando, dessa forma, margem para interpretarmos que os preços do caderno e do estojo podem assumir valores negativos, o que está errado. Manuela e Erasmo não coloriram a região do semiplano correspondente ao conjunto solução.

As alunas Betina e Elisa traçaram segmentos paralelos aos eixos coordenados, com extremidade no par ordenado (20, 20), em seguida, coloriram o semiplano abaixo desses segmentos. O resultado apresentado pelas alunas está incorreto, haja vista que, nessa questão a representação gráfica da inequação é um semiplano abaixo de uma reta, como pudemos observar no protocolo do aluno Joaquim.

Já os alunos Roberto e Marcos apresentaram soluções equivocadas, sem fazer nenhuma relação do enunciado com a representação gráfica.

Os alunos Manuela, Erasmo e Joaquim utilizaram a técnica do ponto a ponto para construir o gráfico, talvez, baseados nas soluções apresentadas no item a dessa questão.

4.5 Análises individuais dos resultados obtidos: tarefa do dia 03 de setembro

A tarefa aplicada no dia 03 de setembro foi uma avaliação acerca daquilo que foi trabalhado durante o período de estudo do objeto matemático inequações do primeiro grau. Sendo assim, a partir da análise dos protocolos dos alunos avaliaremos se as atividades trabalhadas nesse período oportunizaram uma aprendizagem quanto a representação e coordenação dos registros de representação semióticos.

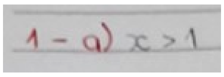
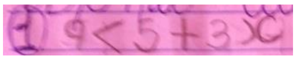
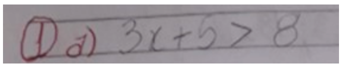
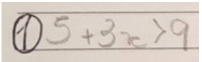
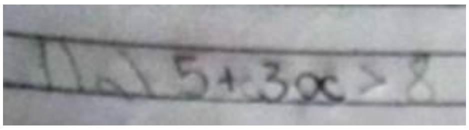
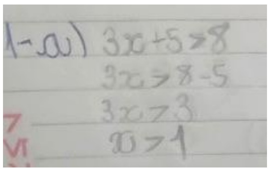
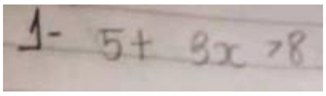
O quadro 34 apresenta uma atividade cujo custo cognitivo é semelhante ao aplicado na tarefa do dia 23/07, que é conversão da representação do registro figural para o algébrico, além dos protocolos dos alunos, que serão analisados na sequência

QUADRO 34: Resolução dos alunos

1. (Adaptada-Prova Brasil) Observe o desenho da balança:

a) Escreva uma sentença matemática que representa o desequilíbrio da balança.

Conversão para o registro algébrico: $3x + 5 > 8$

Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

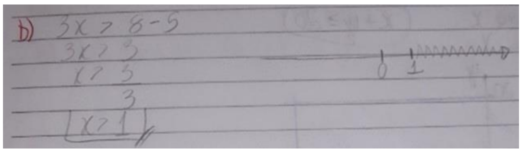
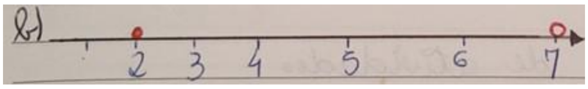
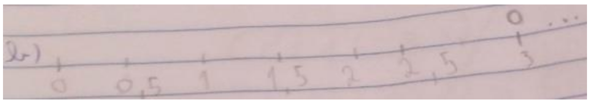
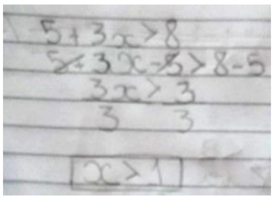
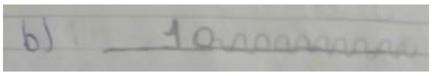
Fonte: arquivo do pesquisador

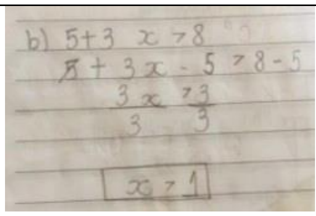
Em uma atividade aplicada no dia 23 de julho, com custo cognitivo semelhante a esta, apenas a aluna Larissa havia errado, fato este, que se repetiu nessa questão. A aluna Larissa colocou em sua resposta a desigualdade x > 1. Em entrevista a aluna comentou que fez um cálculo mental, concluindo que se x fosse igual a 1 os pratos da balança ficariam em equilíbrio, logo, para que a balança ficasse desequilibrada, seria necessário que x fosse maior do que 1. Apesar do raciocínio de Larissa estar correto, o item solicitava a sentença matemática representativa da balança, como não foi isso que a aluna apresentou, sua resposta não é considerada satisfatória.

Os alunos Betina e Roberto colocaram como resposta a desigualdade 5 + 3x > 9, porém, o valor correto do segundo membro da desigualdade é 8.

A seguir, no ‘quadro 35’, estão os protocolos dos alunos da questão 1, item b, submetidos à análise.

QUADRO 35: Resolução dos alunos

1. Observe o desenho da balança:  b) Determine os valores de x para que a desigualdade se mantenha. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Os alunos Elisa, Manuela e Joaquim utilizaram procedimentos algébricos na resolução da inequação do primeiro grau, chegando ao resultado correto para o valor de x, entretanto, nenhum deles escreveu o conjunto solução da inequação e, dos três, apenas a aluna Elisa representou a solução através da reta numérica.

Podemos considerar que o aluno Erasmo também utilizou procedimentos algébricos na resolução da inequação, porém, ele o fez já no item a. Dessa forma, no item b, restava apresentar o conjunto solução, bem como a solução na reta numérica, entretanto, o aluno representou a solução somente na reta numérica.

A aluna Larissa foi a única que apresentou o conjunto solução da inequação, porém, em seu protocolo observamos que ela utilizou apenas números naturais, mas a questão não trazia essa condição, sendo assim, deveria ter considerado x um número real. Em conversa com a aluna, ela disse que usou a questão do dia 23 de julho como exemplo, nessa questão, x é um número natural.

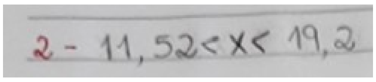
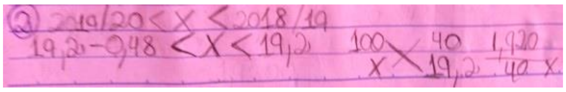
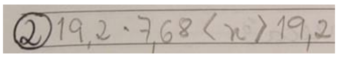
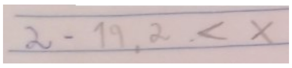
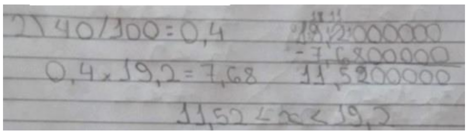
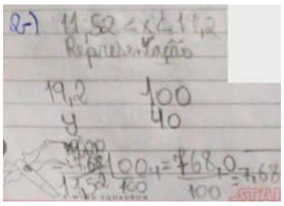
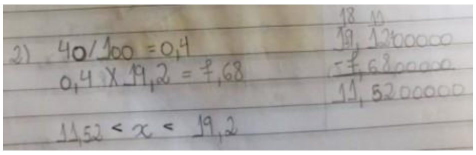
Os alunos Betina e Roberto apresentaram a solução apenas na reta numérica, porém, como haviam trocado o valor 8 por 9, no segundo membro da desigualdade, suas soluções ficaram comprometidas e, além disso, utilizaram bolinha cheia na representação, considerando um intervalo fechado, mas como o símbolo da desigualdade é ‘>’, o intervalo é aberto e a bolinha deve ser vazia.

O aluno Marcos foi o único que apresentou uma solução que não tem nenhuma relação com a inequação descrita no item a.

Na questão 2 dessa tarefa é apresentado um problema contextualizado, no qual, esperava-se que o aluno fizesse a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. No ‘quadro 36’, apresentaremos os protocolos das atividades dos alunos, submetidos à análise

QUADRO 36: Resolução dos alunos

2. A seca no Rio Grande do Sul provocou uma queda de aproximadamente 40% na produção de soja gaúcha para o ciclo 2019/2020, segundo estimativa da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab). No ciclo 2018/2019, os produtores do Estado haviam colhido 19,2 milhões de toneladas. Considere ‘x’ milhões de toneladas de soja

e escreva na forma de inequação a variação da produção entre o ciclo 2018/2019 e o ciclo 2019/2020. **Conversão para o registro algébrico:** 11,52 < x < 19,2
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa NÃO FEZ
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

A questão trata-se de um problema contextualizado, cujas informações presentes no enunciado dificultam a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. Essa dificuldade é justificada pois as unidades significantes no registro de partida ‘redução’; 19,2 e ‘variação’ não possuem correspondentes no registro de chegada. Além disso, a unidade significante ‘variação’ possui um signo no registro de partida enquanto no registro de chegada é representada por dois signos de‘<’, sendo assim, a questão não satisfaz o primeiro critério, correspondência semântica.

A univocidade semântica terminal e a organização das unidades significantes também não são satisfeitas nessa questão, haja vista que a unidade significante ‘variação’ pode ser interpretada como sendo menor (<), maior (>) ou maior igual (≥). Já em relação a organização das unidades, o signo ‘x’ aparece em ordens diferentes no registro de partida e no registro de chegada.

Logo, podemos afirmar que a questão não possui congruência semântica, o que torna a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico uma tarefa com custo cognitivo alto. É nesse contexto que analisaremos, a seguir, os protocolos das atividades dos alunos.

Antes de representar a variação da produção através de uma inequação, os alunos deveriam aplicar procedimentos aritméticos ou algébricos para encontrar a produção em toneladas, no ciclo 2018/2019. Entretanto, os protocolos revelaram que os alunos não utilizaram procedimentos algébricos e apenas 4 utilizaram procedimentos aritméticos, sendo eles, Betina, Manuela, Erasmo e Joaquim.

Dentre os alunos que utilizaram procedimentos aritméticos na resolução, apenas a aluna Betina não escreveu corretamente a inequação representativa da variação da produção, em seu protocolo observamos que houve um erro de tratamento no registro aritmético.

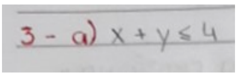
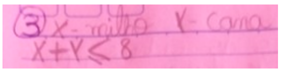
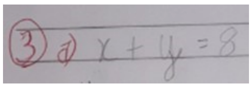
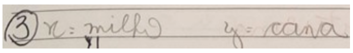
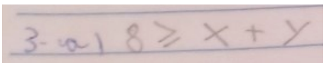
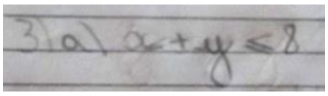
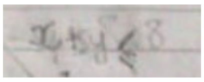
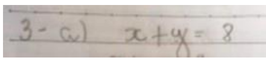
Os alunos Larissa, Roberto e Marcos representaram os intervalos de variação sem evidenciar o procedimento utilizado e, desses alunos, apenas a aluna Larissa escreveu corretamente o intervalo. O aluno Roberto errou a ordem do símbolo de desigualdade, mostrando que continua com dificuldades na leitura nos dois sentidos de uma desigualdade. Já o aluno Marcos escreveu um intervalo utilizando apenas um dos valores dados no enunciado, não fazendo nenhuma menção ao outro valor enunciado no texto da questão.

A aluna Elisa não respondeu essa questão e, quando questionada, disse que não compreendeu o que era para fazer na questão. O baixo desempenho dos alunos é justificado pela não congruência semântica da questão.

A atividade 3 aplicada na tarefa do dia 03 de setembro possui custo cognitivo semelhante a tarefa aplicada no dia 21 de agosto, sendo assim, a análise dos protocolos dos alunos permitirá avaliar se houve um avanço em relação a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico e do registro algébrico para o registro gráfico.

No ‘quadro 37’ a seguir, estão apresentados os protocolos dos alunos nessa atividade, submetidos à análise.

QUADRO 37: Resolução dos alunos

3. Um pequeno fazendeiro dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Representando as áreas que serão utilizadas para o plantio de milho e cana por x e y, respectivamente a) Escreva uma sentença matemática que representa a área máxima que poderá ser plantada dessas duas culturas. **Conversão para o registro algébrico:** $x + y \leq 8$
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

O critério correspondência semântica não é satisfeito, haja vista que ‘área máxima’ possui dois signos não possui no registro de partida e apenas um signo ‘≤’ (menor igual) no registro de chegada.

A univocidade semântica terminal é outro critério não satisfeito na questão, haja vista que a unidade significante ‘máximo’ do registro de partida pode ser interpretada como menor (<), igual (=) ou menor igual (≤) no registro de chegada.

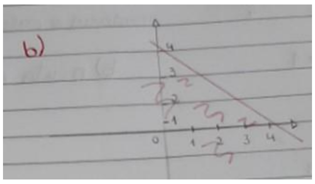
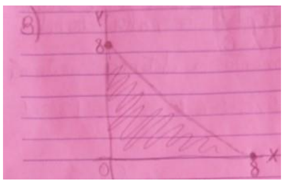
Sendo assim, essa questão não possui congruência semântica. Isto posto, faremos, a seguir, a análise dos protocolos das atividades dos alunos.

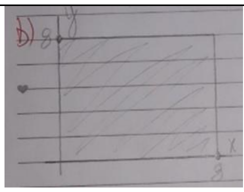
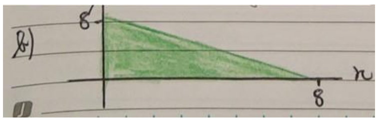
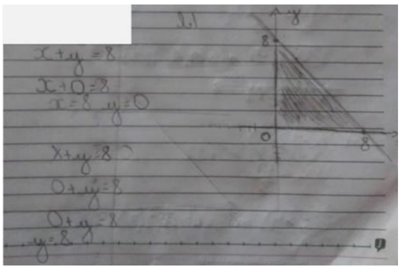
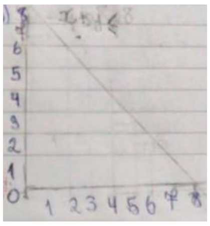
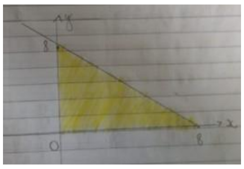
Analisando os protocolos das atividades dos alunos, observamos que apenas metade executou corretamente a conversão da representação em língua natural para o registro algébrico, sendo eles, Betina, Manuela, Marcos e Erasmo. Os alunos Elisa e Joaquim escreveram a sentença como sendo uma igualdade, sugerindo que toda a área seria utilizada para plantar soja e/ou milho, entretanto, a área plantada poderia ser menor ou igual ao total disponível. O fato da questão não ser congruente diminui a possibilidade dos alunos terem um desempenho satisfatório.

Os erros observados nos protocolos dos alunos Larissa e Roberto foram ainda mais graves, sendo que Larissa considerou a soma entre os plantios de soja e milho menor ou igual a 4, o que podemos associar a uma divisão que a aluna possa ter efetuado entre o total disponível e o número de culturas plantadas. Já Roberto não escreveu nenhuma expressão representando a área total a ser plantada, dando indícios de que ele não compreendeu o que era para ser feito na questão.

No ‘quadro 38’ a seguir, estão os protocolos dos alunos no item b da questão 3, submetidos à análise.

QUADRO 38: Resolução dos alunos

3. Um pequeno fazendeiro dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Representando as áreas que serão utilizadas para o plantio de milho e cana por x e y, respectivamente b) Represente graficamente a sentença obtida.
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa


Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

A análise dos protocolos dos alunos revelou que em comparação com a atividade do dia 21 de agosto, houve uma melhora no desempenho, sendo que nessa questão, apenas 3 dos 8 alunos não representaram corretamente a região do semiplano correspondente ao conjunto solução da desigualdade, sendo os alunos, Larissa, Elisa e Erasmo.

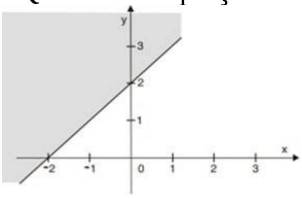
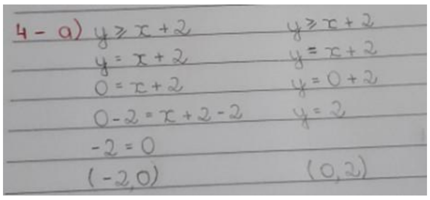
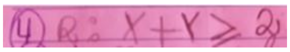
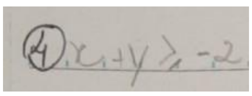
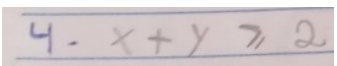
A representação gráfica da aluna Larissa ficou comprometida devido ao erro na representação algébrica, a aluna escreveu $x + y \leq 4$, além disso, considerou todo o semiplano abaixo da reta, indicando que os valores de x e y poderiam ser negativos, erro já cometido na atividade anterior.

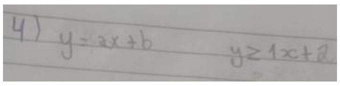
A aluna Elisa também cometeu o mesmo erro que já havia cometido na atividade do dia 21 de agosto, ou seja, não considerou as variáveis visuais para representar graficamente a desigualdade.

No caso do aluno Erasmo, observamos em seu protocolo que faltou colorir a região do semiplano correspondente ao conjunto solução da desigualdade.

Na questão 4, esperava-se que os protocolos dos alunos revelassem uma conversão da representação do registro gráfico para o registro algébrico. Com base no quadro 39, faremos a análise da atividade matemática dos alunos.

QUADRO 39: Resolução dos alunos

4. A região pintada no gráfico representado a seguir corresponde a uma inequação de 1° grau. Qual é a inequação?  **Conversão para o registro algébrico:** $y \geq x + 2$
Resolução da aluna Larissa  4 - a) $y \geq x + 2$ $y \geq x + 2$ $y = x + 2$ $y = x + 2$ $0 = x + 2$ $y = 0 + 2$ $0 - 2 = x + 2 - 2$ $y = 2$ $-2 = 0$ $(-2, 0)$ $(0, 2)$
Resolução da aluna Betina  (4) R: $X + Y \geq 2$
Resolução da aluna Elisa NÃO FEZ
Resolução do aluno Roberto  (4) $x + y \geq -2$
Resolução do aluno Marcos  4. $x + y \geq 2$

Resolução da aluna Manuela
NÃO FEZ
Resolução do aluno Erasmo

Resolução do aluno Joaquim
NÃO FEZ

Fonte: arquivo do pesquisador

O custo cognitivo para realizar a conversão da representação do registro gráfico para o registro algébrico é, segundo Duval, maior que do registro algébrico para o gráfico, o que justifica o baixo desempenho dos alunos nessa questão.

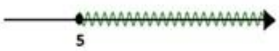
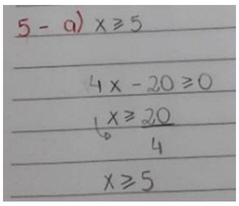
Os alunos Elisa, Manuela e Joaquim não fizeram a questão. Em entrevista com esses alunos, todos afirmaram não ter compreendido como realizar essa conversão.

Os alunos Roberto e Erasmo até escreveram uma solução, porém, ambas estão incorretas. No caso do aluno Roberto o sinal atribuído ao valor que encontra-se no segundo membro da desigualdade está incorreto, já em relação ao aluno Erasmo, o que está incorreto é o sinal da variável x. Como os alunos não registraram os processos na resolução da questão, não temos como afirmar o que os levou a cometer tais erros.

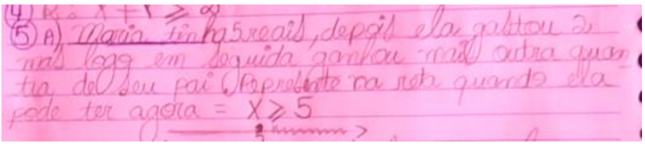
A atividade cognitiva exigida na questão número 5 foi a formulação e resolução de um problema cujo resultado estivesse representado nos intervalos dados, ou seja, esperava-se que o aluno mobilizasse uma conversão da representação do registro geométrico para o registro em língua natural, em seguida, do registro em língua natural para o registro algébrico, bem como o tratamento no registro algébrico.

Nos ‘quadros 40 e 41’, analisaremos as atividades matemáticas dos alunos a partir dos seus protocolos

QUADRO 40: resolução dos alunos

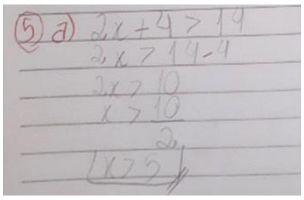
5. Formule e resolva um problema cujo resultado seja representado por cada intervalo a seguir: a) 
Resolução da Larissa


Resolução da Betina



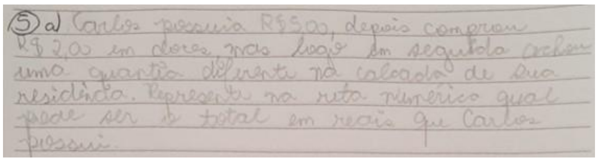
5) A) Maria tinha 5 reais, depois ela gastou 2 mais logo em seguida ganhou mais outra quantia do seu pai. Represente na reta quando ela pode ter agora = $X \geq 5$

Resolução da Elisa



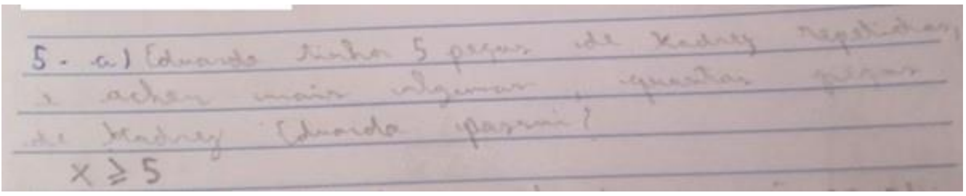
5) a) $2x+4 > 14$
$2x > 14-4$
$2x > 10$
$x > \frac{10}{2}$
$\boxed{x > 5}$

Resolução do Roberto



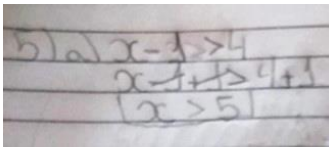
5) a) Carlos possuía R$5,00, depois comprou R$2,00 em doces mas logo em seguida achou uma quantia diferente na calçada de sua residência. Represente na reta numérica qual pode ser o total em reais que Carlos possui.

Resolução do Marcos



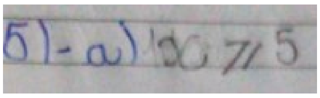
5 - a) Eduardo tinha 5 peças de Xadrez repetidas, e achou mais algumas, quantas peças de Xadrez Eduardo possui?
$x \geq 5$

Resolução da Manuela



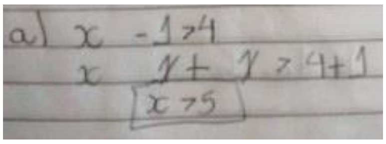
5) a) $x-1 > 4$
$x-1+1 > 4+1$
$\boxed{x > 5}$

Resolução do Erasmo



5) - a) $x \geq 5$

Resolução do Joaquim



a) $x - 1 > 4$
$x - \cancel{1} + \cancel{1} > 4+1$
$\boxed{x > 5}$

Fonte: arquivo do pesquisador

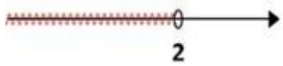
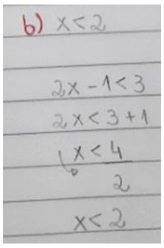
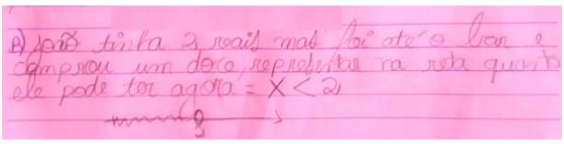
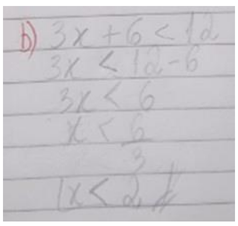
Analisando os protocolos dos alunos, observamos que Larissa, Elisa, Manuela, Erasmo e Joaquim não formularam o problema, mas sim escreveram uma desigualdade equivalente ao que estava representado no intervalo numérico.

Os alunos Larissa, Elisa, Manuela e Joaquim escreveram uma inequação do primeiro grau representada no registro algébrico, em seguida, aplicaram procedimentos algébricos na sua resolução, porém, apenas a aluna Larissa utilizou o símbolo correto para desigualdade, o de maior igual ‘≥’, haja vista que o intervalo é fechado, os demais utilizaram o símbolo de maior ‘>’, revelando que ainda não compreenderam a diferença existente entre bolinha cheia (intervalo fechado) e bolinha vazia (intervalo aberto) no intervalo numérico.

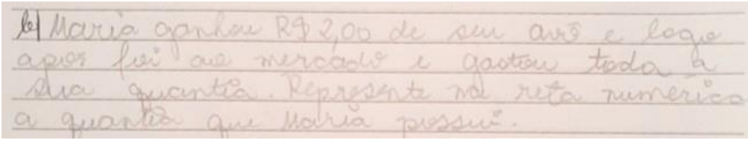
Apesar da representação do aluno Erasmo estar correta, não podemos afirmar que ele formulou um problema, e sim, apenas fez a conversão da representação no registro geométrico para o registro algébrico.

Os alunos Betina, Roberto e Marcos formularam um problema usando o registro em língua natural, porém, em nenhum deles observamos uma relação entre as informações do problema com a solução representada no intervalo, o único elemento que aparece nos dois registros, geométrico e língua natural, é o 5, revelando que os alunos se preocuparam mais em utilizá-lo de alguma forma na formulação do problema do que fazer com que ele aparecesse na resposta final.

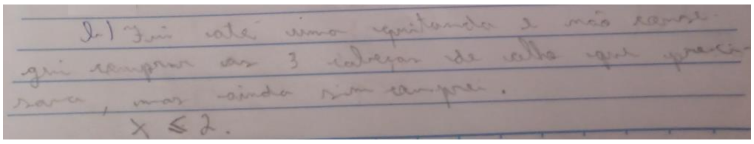
QUADRO 41: Resolução dos alunos

5. Formule e resolva um problema cujo resultado seja representado por cada intervalo a seguir: b) 
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 

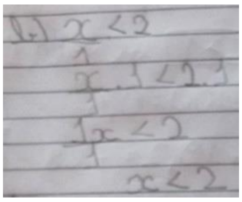
Resolução do aluno Roberto



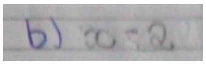
Resolução do aluno Marcos



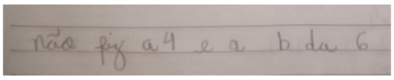
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Assim como já havíamos observado no primeiro item dessa questão, apenas os alunos Betina, Roberto e Marcos utilizaram a representação no registro em língua natural para formular um problema que representasse o intervalo do item b.

Desta vez, a aluna Betina conseguiu formular um problema equivalente com a representação no intervalo, porém, os alunos Roberto e Marcos cometeram o mesmo erro observado no item a, ou seja, as soluções dos problemas formulados não são representadas no intervalo dado na questão, além disso, na resolução de Marcos, observamos que o aluno utilizou o símbolo '≤' revelando ausência na distinção entre intervalo aberto e intervalo fechado.

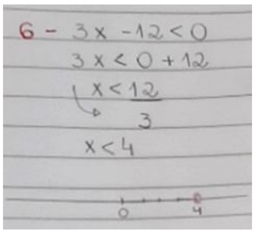
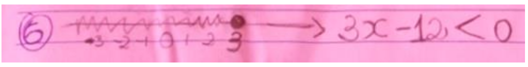
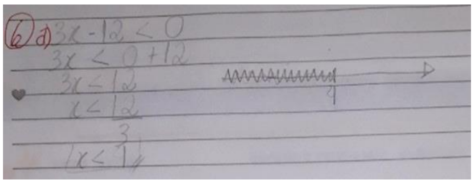
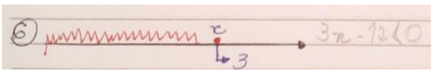
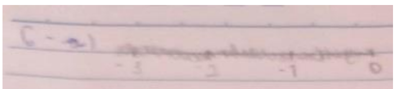
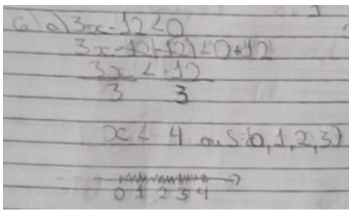
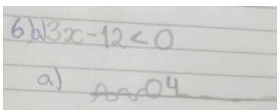
As alunas Larissa, Elisa e Manuela formularam desigualdades cuja solução foi encontrada através de procedimentos algébricos e com o resultado equivalente ao representado no intervalo.

O aluno Erasmo não formulou um problema, fez apenas a conversão da representação do registro geométrico para o registro algébrico. Já o aluno Joaquim não fez apresentou nenhuma resposta para esse item.

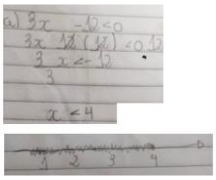
Na questão 6 dessa tarefa esperava-se que os alunos utilizassem procedimentos algébricos na resolução da inequação, bem como a conversão da representação do registro algébrico para o registro geométrico.

A partir dos quadros 42 e 43, analisaremos as produções das atividades matemáticas dos alunos

QUADRO 42: Resolução dos alunos

6. a) Dada a inequação $3x - 12 < 0$, represente a solução na reta numérica.
Resolução da aluna Larissa 
Resolução da aluna Betina 
Resolução da aluna Elisa 
Resolução do aluno Roberto 
Resolução do aluno Marcos 
Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 

Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Os alunos Larissa, Elisa, Manuela e Joaquim utilizaram procedimentos algébricos na resolução da inequação de primeiro grau, obtendo resultado correto, porém, nenhum representou corretamente a solução na reta numérica.

A aluna Larissa utilizou a bolinha vazia sobre o 4, indicando que o intervalo é aberto, entretanto, não ‘riscou’ o intervalo equivalente ao conjunto solução.

A aluna Elisa não representou na reta numérica se o intervalo é aberto ou fechado, dando indícios de ausência na distinção entre os símbolos ‘<’ (menor) e ‘≤’ (menor ou igual).

Os alunos Manuela e Joaquim desenharam a bolinha cheia, indicando um intervalo fechado, porém, como o símbolo da desigualdade é ‘<’, o intervalo é aberto e a bolinha é vazia.

Os alunos Betina e Roberto não resolveram a inequação de primeiro grau, mas apresentaram a solução na reta numérica, porém, incorretamente. Nos protocolos de Betina e Roberto observamos que representaram a solução a partir do 3, dando indícios de que resolveram a inequação por tentativas e, considerando apenas números naturais.

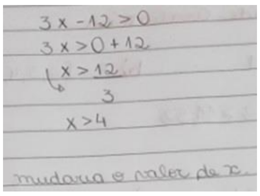
O aluno Erasmo representou corretamente o conjunto solução por meio da reta numérica, entretanto, não resolveu a inequação aplicando procedimentos algébricos.

Por fim, o aluno Marcos também representou apenas a solução na reta numérica, presumimos que o resultado expressado por ele seja $x \leq 0$, porém, como ele não resolveu a inequação, não podemos afirmar em qual momento o aluno cometeu o erro, haja vista que a solução correta é $x < 4$.

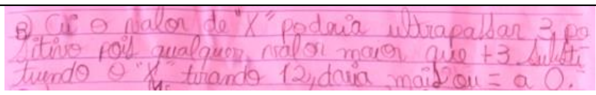
QUADRO 43: Resolução dos alunos

6.
b) Se mudarmos a desigualdade de modo que $3x-12 > 0$, o que ocorre com a solução?

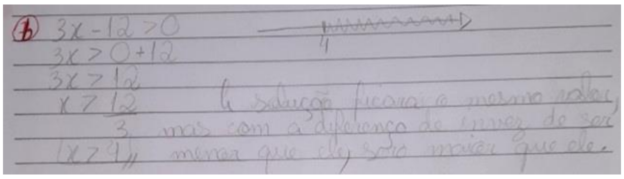
Resolução da aluna Larissa



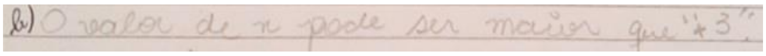
Resolução da aluna Betina



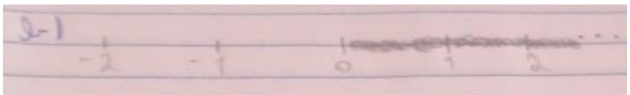
Resolução da aluna Elisa



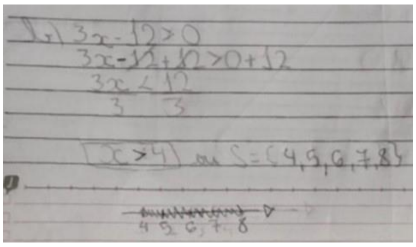
Resolução do aluno Roberto



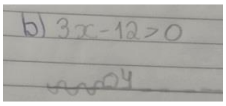
Resolução do aluno Marcos



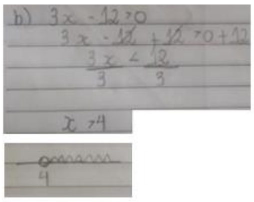
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Nos protocolos dos alunos observamos poucas mudanças em relação ao primeiro item dessa questão.

Os alunos Larissa, Elisa, Manuela e Joaquim utilizaram novamente procedimento algébricos na resolução da inequação do primeiro grau, entretanto, a aluna Elisa foi a única a explicar qual foi a mudança provocada pela troca do símbolo de desigualdade.

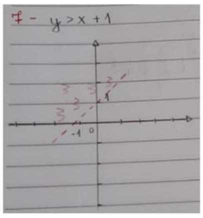
Os alunos Betina e Roberto também explicaram a mudança provocada pela troca do símbolo, porém, como haviam representado na reta numérica o conjunto solução $x < 3$, neste item, responderam que a solução ficará x > 3, enfim, tiveram o entendimento que mudará a ordem no conjunto solução, mas a resposta se manteve incorreta devido ao erro cometido no primeiro item da questão.

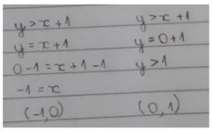
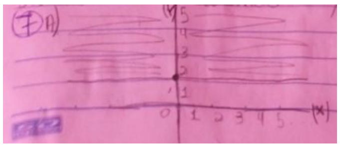
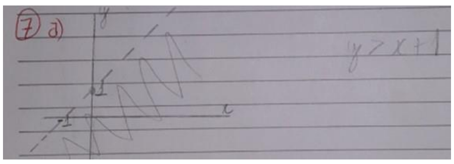
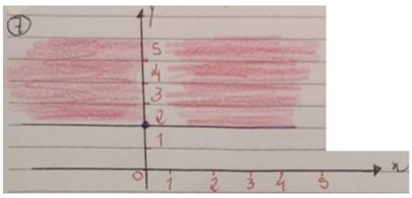
O aluno Erasmo manteve a resposta do primeiro item, demonstrando ausência na distinção entre os símbolos de ‘<’ e ‘>’.

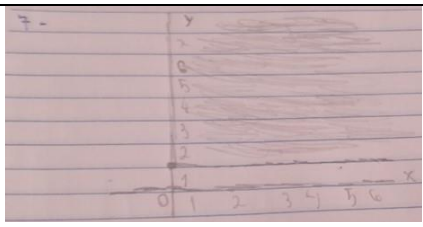
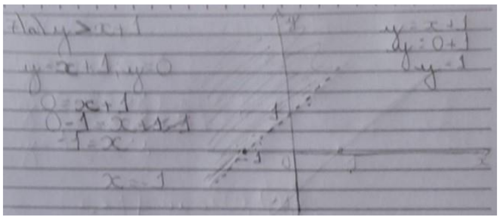
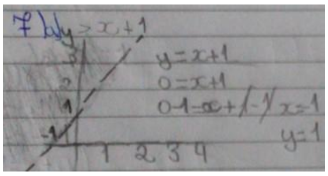
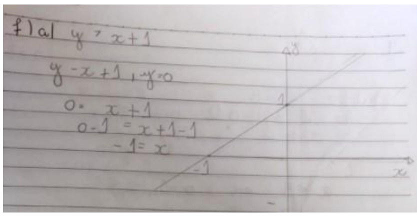
O aluno Marcos, apesar de manter uma solução sem conexão com a desigualdade apresentada, ao menos, em seu protocolo, observamos que representou o conjunto solução neste item na direção contrária ao item anterior, ou seja, demonstrou conhecimento sobre a ordem de sentido na representação dos intervalos.

Na questão 7 esperava-se dos alunos a transição e coordenação dos registros de representação semiótica, mais especificamente, do registro algébrico para o registro gráfico. Com base nos quadros 44 e 45, analisaremos os protocolos das atividades dos alunos

QUADRO 44: Resolução dos alunos

<table>
<tr><td>7.
a) Represente graficamente a inequação y > x + 1</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Larissa



</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Betina
</td></tr>
<tr><td>Resolução da aluna Elisa

</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Roberto
</td></tr>
<tr><td>Resolução do aluno Marcos</td></tr>
</table>


Resolução da aluna Manuela 
Resolução do aluno Erasmo 
Resolução do aluno Joaquim 

Fonte: arquivo do pesquisador

A análise dos protocolos revelou que os alunos que utilizaram as variáveis visuais na conversão da representação do registro algébrico para o registro gráfico obtiveram mais êxito, foi o caso dos alunos Larissa, Elisa, Manuela, Erasmo e Joaquim.

Ainda assim, os alunos Elisa e Joaquim cometeram alguns erros, por exemplo, a aluna Elisa coloriu o semiplano abaixo da reta tracejada, já o aluno Joaquim utilizou uma reta contínua, que representa '≥', e não coloriu nenhum semiplano, ou seja, não representou graficamente o conjunto solução da inequação.

Os alunos Larissa, Manuela e Erasmo representaram corretamente a desigualdade por meio do registro gráfico.

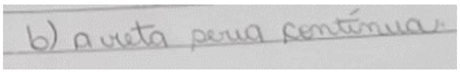
Os alunos que não utilizaram as variáveis visuais tiveram mais dificuldades e não conseguiram representar corretamente a desigualdade por meio do registro gráfico, foi o caso dos alunos Betina, Roberto e Marcos.

QUADRO 45: Resolução dos alunos

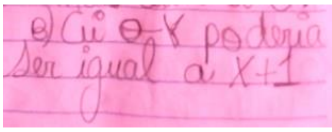
7.

b) Descreva o que ocorre com o gráfico se mudarmos a desigualdade para $y \geq x + 1$.

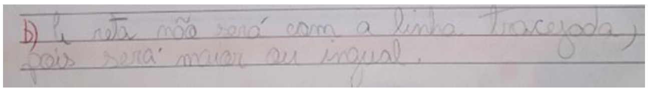
Resolução da aluna Larissa



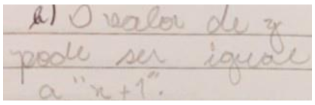
Resolução da aluna Betina



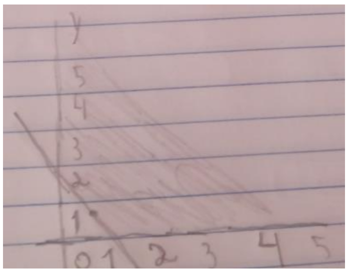
Resolução da aluna Elisa



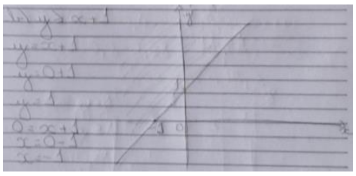
Resolução do aluno Roberto



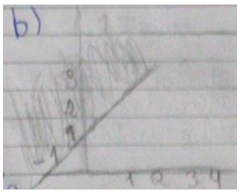
Resolução do aluno Marcos



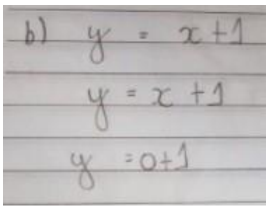
Resolução da aluna Manuela



Resolução do aluno Erasmo



Resolução do aluno Joaquim



Fonte: arquivo do pesquisador

Baseado nas aulas que foram ministradas sobre representação gráfica esperava-se com essa questão que o aluno escrevesse que a troca do símbolo de ‘>’ pelo símbolo de ‘≥’ provoca uma mudança no conjunto solução da inequação, sendo que o símbolo de ‘>’ indica que os pares ordenados que pertencem a reta não fazem parte da solução, já o símbolo de ‘≥’ indica o contrário, ou seja, os pares ordenados que pertencem a reta fazem parte do conjunto solução.

Alguns alunos, como Larissa e Elisa, por exemplo, fizeram menção da reta deixar de ser tracejada e passar a ser contínua.

Os alunos Betina e Roberto escreveram que o valor de y poderá ser maior ou igual a x + 1.

Os alunos Manuela e Erasmo fizeram uma nova representação gráfica trocando o tracejado pela reta contínua, mas sem explicar o que isso impacta na solução da inequação.

Os alunos Marcos e Joaquim não apresentaram soluções e nem respostas relevantes ao enunciado da questão.

5.CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito deste trabalho foi responder a seguinte questão de investigação: *quais as implicações no processo ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau ao se trabalhar com a conversão de registros de representação semiótica em uma turma da 1ª série do ensino médio?* Para respondermos a esta questão de investigação elaboramos uma pesquisa de natureza qualitativa na modalidade bibliográfica, cujo referencial teórico utilizado foi a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, bem como teses e dissertações que abordaram a mesma temática, mas com objetivos diferentes.

Para respondermos a questão que guiou nossa investigação analisamos o desempenho dos alunos de uma turma da 1ª série do ensino médio ao se abordar o objeto matemático inequação do primeiro grau usando múltiplos registros de representação semiótica. Dessa forma, as atividades foram elaboradas de modo a articular diferentes representações do objeto matemático inequação do 1º grau, bem como favorecer as transformações de tratamento e conversão. Além disso, buscamos relacionar o grau de dificuldade de cada questão com base na congruência semântica da teoria de Duval.

No livro adotado pela escola, 'Conexões com a Matemática', do Programa Nacional de Livros Didáticos – PNLD observamos que o objeto matemático inequação do 1ºgrau é representado por diferentes registros como, por exemplo, algébrico, em língua natural e gráfico. Entretanto, nos exemplos e exercícios resolvidos a conversão é pouco explorada, principalmente no que se refere a conversão da representação do registro algébrico para o gráfico que, quando realizada, fica limitada para análise do sinal de uma função. Observamos também que muitos procedimentos que eram exigidos na resolução de uma questão não eram explicados nas páginas que antecedem os exercícios, cabendo ao aluno buscar estratégias de resolução sob orientação do professor.

Deste modo, durante as aulas que envolveram o objeto matemático inequação do 1º grau utilizamos poucas vezes o livro didático, haja vista que ele não nos deu um suporte adequado para se trabalhar com múltiplas representações semióticas. Sendo assim, elaboramos atividades que mobilizassem diferentes registros de representações semióticas.

Como já foi mencionado neste trabalho, a escola recebe alunos de diversas cidades da região, logo, esses alunos chegam em níveis distintos de aprendizagem sendo necessário a aplicação de atividades diagnósticas para comprovar e mensurar essas diferenças. Dessa forma, a primeira atividade envolvendo o objeto inequação do 1º grau foi uma questão na qual os alunos poderiam aplicar um tratamento algébrico para encontrar o conjunto solução da inequação.

Os resultados dessa atividade revelaram que metade dos alunos não usaram procedimentos algébricos na resolução da inequação e, que nenhum aluno apresentou corretamente o conjunto solução da inequação, expondo que esses alunos não estavam habituados com esse tipo de questão.

Além da transformação de tratamento algébrico, buscamos trabalhar também questões de transcrição e coordenação dos registros de representação semiótica. Na primeira parte da tarefa aplicada no dia 10 de julho, as questões exigiram dos alunos a conversão da representação do registro em língua natural para o algébrico e, na segunda parte, o tratamento no registro algébrico.

Os resultados da primeira parte da tarefa revelaram que apenas três alunos, ou seja, a minoria representou corretamente a desigualdade por meio do registro algébrico. Nessa questão, observamos a dificuldade dos alunos na representação de intervalos numéricos. Em relação a segunda parte, tratamento no registro algébrico, notamos que a maioria aplicou procedimentos algébricos na resolução, porém, metade desses alunos, em algum momento, trocaram o símbolo de desigualdade pelo símbolo de igualdade, revelando ausência na distinção entre equação e inequação.

A tarefa aplicada no dia 23 de julho exigiu dos alunos a transcrição e coordenação dos seguintes registros de representação semiótica: conversão do registro em língua natural para o algébrico, do algébrico para o geométrico e do figural para o algébrico.

Os resultados apresentados pelos alunos revelaram que eles não realizaram a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico nas quatro primeiras questões que exigiam essa transformação, como era nossa expectativa. Entretanto consideramos válidas as soluções apresentadas pelos alunos, todos representaram a resposta por meio do registro numérico. Apesar de observarmos erros nos protocolos de alguns alunos, consideramos o resultado positivo haja vista que todos apresentaram ao menos uma combinação que satisfizesse o problema. Na questão 6 também esperávamos que os alunos aplicassem a transformação de conversão da representação do registro em língua natural para o algébrico, porém, eles responderam utilizando procedimentos aritméticos.

Nessa mesma tarefa, na questão 5, esperávamos que os alunos mobilizassem a conversão da representação do registro em língua natural para o algébrico, em seguida, a conversão da representação do registro algébrico para o geométrico. Entretanto os protocolos revelaram que os alunos não conseguiram realizar corretamente a primeira conversão e, consequentemente, a segunda conversão também não ficou correta. Assim como fizeram nas quatro questões iniciais, na questão 5 os alunos utilizaram o registro numérico, limitando as soluções apenas no conjunto dos naturais, porém, no enunciado foi solicitado a solução no conjunto dos reais.

Outra representação semiótica abordada nessa tarefa foi o registro geométrico, especificamente na questão 7. Na questão foram representadas desigualdades no registro geométrico e os alunos tiveram que representá-las no registro algébrico, aplicando uma transformação de conversão. Analisando os protocolos dos alunos observamos que apenas dois alunos responderam corretamente a questão, expondo dificuldades na conversão da representação do registro geométrico para o algébrico, principalmente nas desigualdades limitadas nos dois sentidos, mas, ainda assim, consideramos que o desempenho dos alunos nessa questão foi razoável.

Na questão 8 foi proposto que os alunos escrevessem para cada item um problema que tivesse como solução os intervalos representados no registro algébrico. Esperávamos que os alunos escrevessem um problema representado no registro em língua natural, entretanto, dois alunos utilizaram o registro algébrico. Os demais alunos escreveram um problema representado no registro algébrico, porém, consideramos apenas dois corretos. Mesmo a elaboração de problemas possuir custo cognitivo alto, todos os alunos conseguiram apresentar uma resposta, porém, somente dois expressaram um problema por meio do registro em língua natural cujo resultado é equivalente a desigualdade proposta no enunciado.

Além da conversão da representação do registro figural para o algébrico, na questão 9 os alunos tiveram que aplicar o tratamento no registro algébrico. Em relação a conversão, apenas um aluno não acertou, em contrapartida, apenas três alunos aplicaram corretamente procedimentos algébricos na resolução da inequação encontrada no item a dessa questão.

O objetivo da tarefa aplicada no dia 21 de agosto foi verificar o desempenho dos alunos em questões que exigem a conversão da representação do registro em língua natural para algébrico, em seguida, do registro algébrico para o gráfico.

Os resultados revelaram que todos os alunos fizeram a conversão da representação do registro em língua natural para o algébrico, entretanto, a maioria utilizou erroneamente o símbolo de menor ($<$) ao invés do símbolo de menor ou igual ($\leq$).

Quanto a conversão da representação do registro algébrico para o gráfico os protocolos dos alunos revelaram que a minoria dos alunos fez a coordenação entre esses registros. Entretanto um aluno aplicou corretamente a conversão e três alunos a fizeram parcialmente. Ainda assim, apesar do baixo desempenho dos alunos na questão, consideramos o resultado positivo haja vista que essa transformação possui custo cognitivo alto e foi a primeira vez que os alunos resolveram uma questão com esse grau de complexidade.

A tarefa aplicada no dia 03 de setembro foi uma avaliação relacionada ao processo ensino-aprendizagem na qual a inequação do 1º grau foi o objeto de estudo. Por se tratar de uma avaliação, todas as questões possuíram custo cognitivo similar com as questões aplicadas no decorrer desse processo ensino-aprendizagem, bem como as representações semióticas também foram as mesmas.

Na primeira questão esperávamos que os alunos aplicassem a conversão da representação do registro figural para o registro algébrico, em seguida, o tratamento no registro algébrico e, posteriormente, a conversão da representação do registro algébrico para o geométrico.

Os resultados apresentados pelos alunos, na primeira parte da questão, foram satisfatórios haja vista que apenas um aluno não realizou corretamente a conversão da representação do registro figural para o algébrico. Na segunda parte, porém, assim como já havia ocorrido em tarefas anteriores, a maioria dos alunos não utilizou procedimentos algébricos na resolução da inequação e, dos três alunos que aplicaram o tratamento no registro algébrico, apenas um apresentou a solução na reta numérica, e de forma incorreta. Apenas um aluno representou corretamente a solução através do registro geométrico (reta numérica), entretanto, não observamos no protocolo desse aluno a resolução da inequação. A análise dos resultados dessa questão revelou que há muito que incentivar os alunos a utilizarem procedimentos algébricos na resolução de inequações do 1º grau.

Na questão 2 dessa tarefa foi apresentado um problema representado no registro em língua natural. Era possível resolver a questão aplicando procedimentos aritméticos para, em seguida, apresentar a resposta através da representação no registro algébrico (intervalo numérico).

Os resultados apresentados nos protocolos dos alunos revelaram que três alunos tiveram dificuldade no entendimento da questão, inclusive com uma aluna deixando a questão em branco. Outra dificuldade observada foi na representação do intervalo, no qual um aluno posicionou incorretamente os símbolos de desigualdade, revelando a ausência na distinção entre os símbolos de menor (<) e maior (>). No entanto, a maior parte dos alunos respondeu corretamente a questão, logo, consideramos que o desempenho foi satisfatório.

Na questão 3, inicialmente, a atividade cognitiva foi aplicar a transformação de conversão da representação em língua natural para o registro algébrico, em seguida, usar a representação do registro algébrico e converter para o registro gráfico. Os protocolos dos alunos revelaram que metade respondeu corretamente a primeira parte da questão, ou seja, representou corretamente o problema através do registro algébrico. Dos alunos que erraram, uma aluna escreveu incorretamente o valor do segundo membro da desigualdade e os demais alunos utilizaram o símbolo de igualdade em vez do símbolo de menor ou igual, expondo dificuldades na conversão entre os registros. Ainda assim, consideramos que o desempenho foi razoável haja vista que na atividade do dia 21 de agosto, com o mesmo custo cognitivo, nenhum aluno havia acertado, ou seja, houve uma evolução em relação ao desempenho. Em relação a segunda parte da questão também consideramos uma melhora no desempenho dos alunos, dessa vez, cinco alunos fizeram corretamente a conversão da representação do registro algébrico para o gráfico contra um aluno na atividade do dia 21 de agosto.

Até o momento da avaliação os alunos ainda não haviam feito nenhuma questão com o mesmo custo cognitivo da questão 4, sendo assim, não temos nenhum parâmetro para avaliar a evolução dos alunos em questões com o grau de dificuldade que é fazer a conversão da representação do registro gráfico para o algébrico, somente a conversão no sentido oposto.

Os resultados apresentados pelos alunos revelaram a dificuldade encontrada por eles na resolução dessa questão, metade dos alunos conseguiu efetuar a conversão corretamente, enquanto, da outra metade, três deixaram a questão em branco e um aluno errou no sinal do valor posicionado no segundo membro da desigualdade. Dada a dificuldade da questão e, por ser a primeira vez que os alunos realizaram, consideramos o desempenho satisfatório com grandes chances de evoluir nas próximas atividades.

Na questão 5 dessa tarefa esperávamos que os alunos elaborassem um problema a partir do intervalo representado no registro geométrico (reta numérica) em cada item. Porém, os resultados revelaram que os alunos encontraram muita dificuldade na elaboração, sendo que apenas três utilizaram a representação no registro em língua natural e, ainda assim, apenas uma aluna respondeu coerentemente um dos itens propostos. Outros alunos representaram o intervalo através de inequações representadas no registro algébrico, porém, observamos, na maioria, ausência na distinção entre intervalo aberto e intervalo fechado. Apesar de considerarmos uma atividade com custo cognitivo alto, esperávamos um desempenho melhor, sendo assim, esse tipo de atividade requer mais atenção por parte dos professores e pesquisadores.

O tratamento no registro algébrico e a conversão da representação do registro algébrico para o geométrico foram as atividades cognitivas cobradas na questão 6. Apenas quatro alunos utilizaram procedimentos algébricos na resolução da inequação, todavia, nenhum aluno representou corretamente a solução no registro geométrico (reta numérica), cometendo os mesmos erros de questões anteriores. Os resultados revelaram mais uma vez ausência na distinção entre intervalo aberto e fechado, sendo assim, em atividades futuras, é preciso dar mais ênfase em questões que abordem esse tipo de representação a fim de sanar essas dificuldades.

Na última questão da avaliação foi requerido dos alunos a conversão da representação algébrica para representação gráfica, atividade cognitiva que já havia sido cobrada em outras tarefas.

Os resultados dos protocolos dos alunos revelaram que houve, em relação a outras questões, um aumento no desempenho dos alunos, sendo que nessa questão quatro alunos apresentaram corretamente a representação gráfica da inequação. Além disso, uma aluna representou o gráfico a partir das variáveis visuais, porém, coloriu o semiplano abaixo da reta, revelando ausência na distinção dos símbolos de menor (<) e maior (>) na representação gráfica de uma inequação. Entretanto, analisamos como satisfatório o desempenho dos alunos haja vista a evolução no desempenho entre as atividades de mesmo custo cognitivo.

Após analisarmos o desempenho dos alunos nas quatro tarefas aplicadas, entre elas uma avaliação, podemos afirmar que, apesar do desempenho dos alunos ficar abaixo da metade na maior parte das questões, o uso das múltiplas representações semióticas foi importante no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau haja vista que muitos desses alunos sequer conheciam o objeto inequação. Reconhecemos os limites dessa pesquisa, porém, esses alunos foram para a segunda série do ensino médio com uma bagagem relevante e poderão dar continuidade a esse processo de aprendizagem já de uma forma mais independente.

O fato da pesquisa ter sido realizada no contexto da pandemia pode ter influenciado os resultados obtidos. Por exemplo, nas aulas presenciais o professor pode transitar pela sala orientando e motivando os alunos na realização de cada atividade, mas no ensino remoto, por mais que nossos esforços sejam constantes, não temos garantias de que o aluno está participando ou não da aula. Devido as orientações da coordenação, as atividades tinham prazo mais longos para serem entregues, sendo assim, por mais que dispuséssemos as aulas para os alunos realizarem as questões, muitos faziam em outros horários, dificultando, portanto, as orientações do professor. O acesso a atividade que o aluno realizou ocorria apenas após a postagem na plataforma TEAMS e isso dificultou bastante as intervenções. Como mencionado anteriormente, nas aulas presenciais as orientações seriam imediatas, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem.

Mesmo com todos os desafios encontrados, principalmente pelo ensino remoto, no qual tivemos que aprender a trocar o pneu com o carro em movimento, acreditamos que este trabalho além de ter contribuído significativamente com o processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau, revelou para este pesquisador, através da teoria de Duval, os motivos pelos quais os alunos encontram dificuldade na resolução de determinadas questões, certamente a teoria de registros de representação semiótica será um divisor de águas na nossa atuação como docente.

Este trabalho revelou também que apesar de existirem muitas pesquisas relacionando as representações semióticas com o objeto matemático inequação do 1º grau, poucas tem como público-alvo alunos dos anos finais do ensino fundamental e médio, a maior parte dos trabalhos estão concentrados em alunos do ensino superior de graduação ou licenciatura em Matemática e, em professores de Matemática de redes públicas de ensino. Sendo assim, fica como sugestão para futuras pesquisas o desenvolvimento de atividades com múltiplos registros de representação semiótica do objeto inequação do 1º grau para turmas finais do ensino fundamental e médio.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Braian Lucas Camargo. **Possibilidades e limites de uma intervenção pedagógica pautada na metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do ensino fundamental.** 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2017.

ALVARENGA, Karly Barbosa. **O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações.** 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

CLARA, Margarete da Silva Hungria Castro. **Resolução de inequações logarítmicas:** um olhar sobre a produção de alunos. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

COELHO, Gilberto Jardim. **Inequação polinomial:** um método alternativo de resolução. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2016.

CONCEIÇÃO JUNIOR, Fernando da Silva. **Uma abordagem funcional para o Ensino de inequações no Ensino Médio**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

DIAS, Regina Aparecida Xavier Gomes. **Análise do conhecimento dos professores sobre o ensino de inequações**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática:** Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 14-69.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009

DUVAL, Raymond; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça(Org.). **Ver e ensinar a Matemática de outra forma.** Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica. São Paulo, SP: Proem, 2011.

DUVAL, Raymond. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu (orgs). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática.** Ijuí: Editora Unijuí, 2014, p. 15-38

DUVAL, Raymond; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; BARROS, Luiz Gonzaga Xavier; DIAS, Marlene Alves. **Ver e ensinar a matemática de outra forma.** Introduzir a álgebra no ensino: qual é o objetivo e como fazer isso? São Paulo: PROEM editora, 2015, v. 2.

DUVAL, Raymond. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. In: MORETTI, Méricles Thadeu; BRANDT, Celia Finck (orgs.). **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria**

semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval, Florianópolis: REVEMAT/UFSC, 2020.

EDITORA MODERNA (org.). **Conexões com a Matemática.** 3ª ed. São Paulo: Moderna, v.1, 2016.

FONTALVA, Gerson Martins. **Um estudo sobre inequações:** entre alunos do ensino médio. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

GARCIA, Gladys Beatriz Churata; OLIVEIRA, Paulo Cesar. A análise do conteúdo equações de primeiro grau em edições da Avaliação da Aprendizagem em Processo. **INTERMATHS**, Vitória da Conquista, v.1, n.1, pp. 151-173, 2020.

LOURENÇO, Nelson Garcez. **Inequações:** uma abordagem funcional gráfica para o ensino fundamental II. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

LOURENÇO, Édrei Henrique; OLIVEIRA, Paulo Cesar. Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.1, pp. 84-109, 2018.

MAGALHÃES, Adil Ferreira. **Estudo das inequações: Contribuições para a formação do professor de matemática na licenciatura**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

MELO, José João. **Docência de inequações no Ensino Fundamental da cidade de** Indaiatuba. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MELO, Marcelo de. **O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MINEIRO, Renato Mendes. **Estudo das três dimensões do problema didático de inequações**. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

SALDANHA, Maria Sueli Gomes. **Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades e inequações logarítmicas no ensino médio**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1983.

SILVEIRA, Denise Tolfo. CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa Científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel , SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, p. 31-42.

SOUZA, Vera Helena Giusti de. **O uso de vários registros na resolução de inequações:** uma abordagem funcional gráfica. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

UBERTI, Angelita. **Avaliação da aplicação de jogos na 6ª série:** equações, inequações e sistemas de equações do 1° grau. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2011.

VELOSO, Débora Silva. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental:** análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

TRALDI JUNIOR, Armando. **Sistemas de inequações de 1° grau:** Uma abordagem do processo ensino aprendizagem focando os registros de representações. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

TRAVASSOS, Willian Barbosa. **Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciando em matemática:** contribuições da teoria dos registros de representação semiótica. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

TRAVASSOS, Willian Barbosa; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise dos trabalhos do Encontro Nacional de educação Matemática sobre o conteúdo inequações, **Revista Valore**, Volta Redonda, n.3 (Edição Especial), p. 26-37, 2018.

APÊNDICE

APÊNDICA A – ATIVIDADES DO DIA 03 DE JULHO

1. Escolha dois números e estabeleça a desigualdade entre eles.

____

____

____

____

2. Adicione o mesmo número aos dois membros da desigualdade e analise se ela foi alterada ou não.

____

____

____

____

3. Multiplique os dois membros da desigualdade pelo mesmo valor e analise se ela foi alterada ou não.

____

____

____

____

4. O que acontece com a desigualdade quando multiplicamos os dois membros por um número negativo?

____

____

____

____

APÊNDICE B – ATIVIDADES DO DIA 10 DE JULHO

1. O irmão mais velho de Lili tem 14 anos e o mais novo tem 3.

a) O que podemos dizer a respeito da idade de Lili?

b) Lili poderia ter 5 anos?

c) Lili poderia ter 5,5 anos?

d) Escreva uma sentença matemática que representa a idade de Lili.

e) Dê exemplos de possíveis valores para a idade de Lili.

2. Resolva as inequações a seguir:

a) $2x - 1 > 7$ b) $x/2 + 3 < 5$

APÊNDICE C – ATIVIDADE DO DIA 16 DE JULHO

Atividade 1

1. João e Pedro estão disputando um jogo de tabuleiro, no qual é necessário o uso de dois dados cúbicos. Para vencer, Pedro precisa obter, no lançamento dos dois dados, um valor superior a 8.

a) Escreva quais as pontuações possíveis que tornam Pedro o vencedor.

____

b) Se a pontuação necessária fosse um número maior ou igual a 8, mudaria o resultado?

____

c) No conjunto solução, poderia aparecer um resultado negativo? E uma fração decimal?

____

d) Qual é o conjunto solução dessa questão?

____

Atividade 2

Avaliação do peso em adultos (20 a 59 anos)

Os parâmetros indicados pelo Ministério da Saúde para avaliação do estado nutricional de pessoas entre 20 e 59 anos são o Índice de Massa Corporal (IMC) e o perímetro da cintura ou circunferência da cintura.

O resultado do cálculo do IMC deve ser analisado de acordo com a classificação definida pela Organização Mundial de Saúde (OMS), válida somente para pessoas adultas.

Disponível em: http://www.saude.gov.br/component/content/article/804-imc/40509-imc-em-adultos.

Escrever no registro algébrico e geométrico os intervalos representados na tabela a seguir

IMC	Representação algébrica/geométrica	Resultado
Menores que 18,5		Baixo peso
Maior ou igual a 18,5 e menor que 25		Peso adequado
Maior ou igual a 25 e menor que 30		Sobrepeso
Maior ou igual a 30		Obesidade

APÊNDICE D – ATIVIDADE DO DIA 17 DE JULHO.

Compare o problema da atividade 1 com o problema da atividade 2 e responda:

a) Qual são as semelhanças entre eles?

b) Quais são as diferenças entre eles?

c) Na atividade 1 apresentamos o conjunto solução enumerando os seus elementos. É possível usarmos esse mesmo procedimento no caso da atividade 2? Por quê?

d) Uma pessoa cujo IMC é igual a 18,51 está no peso adequado? E com 25,01?

e) Por que na atividade 1 o conjunto universo trabalhado é o conjunto dos números naturais e na atividade 2 não?

f) Qual é o conjunto universo da atividade 2?

APÊNDICE E – ATIVIDADE DO DIA 23 DE JULHO

1. Escreva a expressão algébrica que fornece as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu sucessor não ultrapasse 9. Em seguida, apresente todas as combinações possíveis.

____

____

2. Escreva a expressão algébrica que fornece as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma do número com o seu antecessor resulte números ímpares menores que 9. Em seguida, apresente todas as combinações possíveis.

____

____

3. Escreva uma expressão algébrica que forneça as combinações dos elementos do conjunto dos números naturais, de modo que a soma de três números consecutivos seja inferior a 15. Em seguida, apresente todas as combinações possíveis.

____

____

4. O triplo de um número natural menos duas unidades é no máximo 10. Que número é esse?

____

____

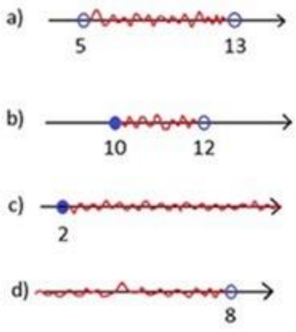
5. Determine x pertencente ao conjunto dos números reais, de modo que ao somá-lo com o seu antecessor o resultado não supere 7. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.

____

____

6. A mãe de Manoel lhe deu R$ 5,00 para comprar pão e R$ 6,00 para comprar mortadela. Sabe-se que o valor de cada pão é R$ 0,50 e que cada 100g de mortadela custa R$ 1,90. Escreva uma expressão algébrica que representa a quantidade máxima de pães e de gramas de mortadela que Manoel consegue comprar com o dinheiro dado pela sua mãe. Em seguida, calcule a quantidade máxima obtida de cada item. Apresente seu raciocínio em detalhes.

7. Considere ‘x’ um número real em cada uma das quatro retas numéricas. Utilize os símbolos para desigualdade para representar a variação do valor de ‘x’:

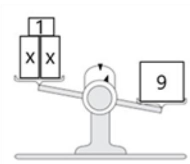


8. Elabore uma situação problema em que a solução seja representada pelo intervalo

a) $x \geq 5$

b) $x < 10$

9. Observe o desenho da balança.



a) Escreva uma sentença matemática que represente o desequilíbrio da balança.

b) Determine valores para ‘x’ no conjunto dos números naturais para que a desigualdade se mantenha.

c) Qual o valor de ‘x’ que permite o equilíbrio na balança?

APÊNDICE F – ATIVIDADE DO DIA 21 DE AGOSTO

1. Manoel possui 20 reais para comprar um caderno e um estojo.

a) Represente os possíveis preços do caderno e do estojo.

b) Representando o preço do caderno por x e o preço do estojo por y, escreva uma sentença matemática que expresse o valor total gasto por Manoel.

c) Represente graficamente a sentença matemática do item b.

APÊNDICE G – ATIVIDADE DO DIA 03 DE SETEMBRO

1. (Adaptada-Prova Brasil) Observe o desenho da balança:

a) Escreva uma sentença matemática que representa o desequilíbrio da balança.

____

b) Determine os valores de x para que a desigualdade se mantenha. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.

____

____

2. A seca no Rio Grande do Sul provocou uma queda de aproximadamente 40% na produção de soja gaúcha para o ciclo 2019/2020, segundo estimativa da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab). No ciclo 2018/2019, os produtores do Estado haviam colhido 19,2 milhões de toneladas. Considere ‘x’ milhões de toneladas de soja e escreva na forma de inequação a variação da produção entre o ciclo 2018/2019 e o ciclo 2019/2020.

____

____

____

3. Um pequeno fazendeiro dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Representando as áreas que serão utilizadas para o plantio de milho e cana por x e y, respectivamente

a) Escreva uma sentença matemática que representa a área máxima que poderá ser plantada dessas duas culturas.

____

b) Represente graficamente a sentença obtida.

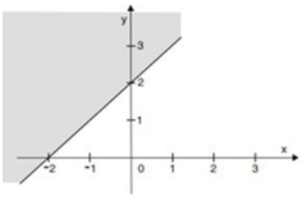
____

____

____

____

4. A região pintada no gráfico representado a seguir corresponde a uma inequação de 1° grau. Qual é a inequação?



5. Formule e resolva um problema cujo resultado seja representado por cada intervalo a seguir:

a)

b)

6.

a) Dada a inequação 3x-12 < 0, represente a solução na reta numérica.

6.

b) Se mudarmos a desigualdade de modo que 3x-12 > 0, o que ocorre com a solução?

7.

a) Represente graficamente a inequação y > x + 1.

7.

b) Descreva o que ocorre com o gráfico se mudarmos a desigualdade para $y \geq x+1$.