

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ALEXANDRE ROSSI

**MODELAGEM E ANÁLISE NUMÉRICA DA ESTABILIDADE
LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E
CONCRETO**

São Carlos - SP
2021

ALEXANDRE ROSSI

**MODELAGEM E ANÁLISE NUMÉRICA DA ESTABILIDADE LATERAL COM
DISTORÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

Tese apresentada à Universidade Federal de São Carlos, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas, para obtenção do título de Doutor.

Orientador: Alex Sander Clemente de Souza
Coorientador: Carlos Humberto Martins

São Carlos - SP
2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado do candidato Alexandre Rossi, realizada em 21/05/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Alex Sander Clemente de Souza (UFSCar)

Prof. Dr. José Luiz Rangel Paes (UFV)

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior (UFC)

Prof. Dr. Luciano Mendes Bezerra (UnB)

Prof. Dr. Andre Luis Christoforo (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

AGRADECIMENTOS

Em todas as caminhadas de nossas vidas, as quais sempre objetivam a algo, sempre existirão pessoas que estarão ao nosso lado em todos os momentos. Não importa se a etapa pela qual estamos passando é a mais difícil, a mais turbulenta, ou, claro, momentos de alegria. Assim, posso dizer, com toda a certeza do mundo, que nesta minha caminhada, na qual o objetivo vai muito além do que um título de doutor, tive pessoas maravilhosas e muito abençoadas ao meu lado.

Como acredito que tudo o que acontece em nossas vidas tem um motivo, e que todos os nossos passos, de uma forma ou de outra, são guiados por Deus, inclusive em relação as pessoas que conhecemos, agradeço primeiramente ao nosso criador. Obrigado Deus por minha vida, pela minha saúde, pela força que me destes, pelas pessoas que colocastes em meu caminho, pela sabedoria que me concedestes e pela proteção que nunca me faltaste.

Dentre as pessoas que sempre estiveram ao meu lado nessa caminhada, existe uma que sempre compartilhou dos mesmos sentimentos que eu. Patrícia, meu amor, muito obrigado pela compreensão, pela força, pelo carinho, te amo muito. Agradeço aos meus pais, que são a minha essência e minha base, obrigado por tudo Gilberte e Dirce. Meus irmãos, Fernanda, Igacy e Alberto, não existem palavras para descrever o quão grato sou por ter vocês em minha vida. Meus sobrinhos, Sophia, Vinícius, Miguel e Mariana, brincar e dar risadas com vocês foi fundamental nessa caminhada, muito obrigado. Aos meus cunhados, Valdenir, Gisele e Lucilene, que sempre participaram das minhas conquistas. Aos meus amigos, Felipe, Eduardo, Renato, Mayara, que sempre estiveram ao meu lado dentro da UFSCar.

Agradeço ao meu orientador e amigo, Alex Sander Clemente de Souza, sempre muito disposto e compreensível em todos os momentos de desenvolvimento deste trabalho. Ao professor e amigo Carlos Humberto Martins, que ajudou em todas as minhas decisões a respeito da carreira acadêmica, meu muito obrigado.

Agradeço também a todos os servidores da UFSCar, em particular àqueles do PPGECiv. Destaco, também meus agradecimentos a professora Silvana De Nardin, suas aulas foram essências na definição do tema da minha pesquisa. Também agradeço ao professor Yasser Sharifi e ao colega Saeed Hosainpoor da *Vali-e-Asr University Of Rafsanjan* (Irã), que colaboraram com o trabalho.

À CAPES, pela bolsa de doutorado, e ao CNPq, pelo apoio ao PPGECiv.

Por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para o meu desenvolvimento e para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

O comportamento mais racional das vigas mistas de aço e concreto ocorre na circunstância de elementos bi-apoiados, em que o concreto se encontra comprimido e o perfil de aço tracionado. Entretanto, nas vigas mistas contínuas e semicontínuas, em regiões próximas a apoios, surge solicitações por momento fletor negativo. Nessa condição, o concreto encontra-se tracionado, necessitando de armaduras adicionais, e o perfil de aço comprimido, estando sujeito a fenômenos de instabilidade. O modo de instabilidade mais comum em vigas mistas de aço e concreto é a Flambagem Lateral com Distorção (FLD). Os procedimentos normativos, vigentes, verificam a FLD principiando da determinação do momento crítico elástico. E, na sequência, utilizam curvas de projeto, como as derivadas da SSRC (*Structural Stability Research Council*) ou ECCS (*European Convention for Constructional Steelwork*), para a determinação da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, a literatura técnica mostra que os procedimentos utilizados para a determinação do momento crítico elástico à FLD são limitados. Além disso, verifica-se que a utilização de curvas de projeto (SSRC e ECCS) propostas para análise de fenômenos de instabilidade em elementos unicamente de aço, são falhos quando aplicados a vigas mistas de aço e concreto. Portanto, nesse trabalho, foram desenvolvidos estudos a respeito do comportamento à FLD de vigas mistas de aço e concreto. As investigações foram realizadas com base no desenvolvimento de um modelo numérico por meio do *software* ABAQUS. Com o modelo numérico devidamente validado, os seguintes parâmetros foram investigados: seção I, vão sob momento negativo, influência da espessura e do tipo de laje, armadura longitudinal na laje de concreto, enrijecedores transversais na alma do perfil I e diferentes distribuições de momento fletor negativo. Com o desenvolvimento de análises de estabilidade elástica (*buckling*) analisou-se o momento crítico elástico, e com o desenvolvimento de análises de pós-flambagem (*post-buckling*) analisou-se o momento último à FLD. Os resultados mostraram que os procedimentos analíticos para determinação do momento crítico elástico, na grande maioria, são conservadores. O mesmo comportamento foi verificado em relação aos procedimentos normativos e analíticos em relação aos valores de momento último à FLD. Por fim, com o banco de dados obtido no estudo numérico, propôs-se, por meio de redes neurais artificiais e regressão múltipla, procedimentos analíticos para a determinação da capacidade resistente à FLD.

Palavras-chave: Vigas mistas de aço e concreto; Momento negativo; Flambagem lateral com distorção; Análise numérica, Proposição de formulação.

ABSTRACT

The most rational behavior of steel-concrete composite beams occurs in the case of simply supported elements, in which the concrete is in compression and the steel profile in tension. However, in the continuous and semi-continuous composite beams, in regions close to supports, negative bending moment arise. In this condition, the concrete is in tension, requiring additional reinforcement, and the steel section in compression, being subject to stability phenomena. The most common stability mode in steel-concrete composite beams is Lateral Distortional Buckling (LDB). The current standard procedures verify the LDB starting from the elastic critical moment determination. And, subsequently, they use design curves, such as those derived from the SSRC (*Structural Stability Research Council*) or ECCS (*European Convention for Constructional Steelwork*), to determine the LDB strength of steel-concrete composite beams. However, the technical literature shows that the procedures used to determine the LDB elastic critical moment are limited. In addition, it appears that the use of design curves (SSRC and ECCS) proposed for the analysis of stability phenomena in steel elements, are flawed when applied to steel-concrete composite beams. Therefore, in this work, studies about the LDB behavior of steel-concrete composite beams were developed. The investigations were carried out based on the development of a numerical model using the ABAQUS software. With the numerical model properly validated, the following parameters were investigated: I-section, span under negative moment, influence of thickness and slab type, longitudinal reinforcement in the concrete slab, transversal stiffeners in the I-section web and, different distribution of negative moment. With the development of buckling analyses, the LDB elastic critical moment was analyzed, and with the development of post-buckling analyses, the LDB ultimate moment was analyzed. The results showed that the analytical procedures for determining the LDB elastic critical moment, in majority, are conservative. The same behavior was verified in relation to standard and analytical procedures about the values of the LDB ultimate moment. Finally, with the database obtained in the numerical study, it was proposed, by means of artificial neural networks and multiple regression, analytical procedures to determine the LDB ultimate moment.

Keywords: Steel-concrete composite beams, Negative moment, Lateral distortional buckling, Numerical analysis, Formulation proposal.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	6
1.1 ENUNCIADO DO PROBLEMA	6
1.2 JUSTIFICATIVA	8
1.3 OBJETIVOS	10
1.4 SÍNTESE DA METODOLOGIA	11
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO	13
CAPÍTULO 2 - ESTADO DA ARTE	14
2.1 VIGAS MISTAS SOB MOMENTO FLETOR NEGATIVO	14
2.1.1 Análises de estabilidade elástica	18
2.1.2 Análises experimentais e análises numéricas	23
2.2 SISTEMA MISTO COM LAJE ALVEOLAR	31
2.3 FUNDAMENTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA	38
2.3.1 Imperfeições físicas e geométricas	38
2.3.1.1 Tensões residuais	39
2.3.1.2 Imperfeição geométrica inicial	42
2.3.2 Comportamento do concreto	43
2.3.3 Comportamento do aço	50
2.3.4 Método de análise	51
2.4 MÉTODOS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PARA FORMULAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS	55
2.4.1 Redes Neurais Artificiais	55
2.4.1.1 Aprendizado em redes neurais	57
2.4.1.2 Tipos de unidades (neurônios)	59
2.4.1.3 Classificação de arquiteturas de conexão das redes	60
2.4.1.4 Tipos de tarefas de redes neurais	62
2.5 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	64
CAPÍTULO 3 - RECOMENDAÇÕES DE PROJETO	66
3.1 DIMENSIONAMENTO EM REGIÃO DE MOMENTO FLETOR NEGATIVO	66
3.1.1 ABNT NBR 8800:2008	66
3.1.2 EC4 – EN 1994-1-1:2004	68
3.1.3 ANSI-AISC 360-16/AASHTO (2017)	70
3.1.4 AS4100-1998 (R2016)/AS-NZS 2327-2017	73
3.1.5 Comparação entre os procedimentos	74
3.2 RECOMENDAÇÕES PARA VIGAS COM LAJES ALVEOLARES	75
3.3 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	78
CAPÍTULO 4 - MODELAGEM NUMÉRICA	79
4.1 O MODELO NUMÉRICO	79

SUMÁRIO

4.1.1	Geometria, elemento finito e malha	80
4.1.2	Interação entre os materiais (problema de contato)	81
4.1.3	Imperfeições iniciais	83
4.1.4	Relações constitutivas	86
4.1.5	Condições de contorno	88
4.2	AFERIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	88
4.2.1	Modelo de Tong <i>et al.</i> (2014)	89
4.2.2	Modelo de Lam (1998)	91
4.3	SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	95
CAPÍTULO 5 – PLANEJAMENTO DO ESTUDO PARAMÉTRICO		96
5.1	INFLUÊNCIA DO TIPO DE LAJE	96
5.2	INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO FLETOR NEGATIVO E ENRIJECEDORES	99
5.3	INFLUÊNCIA DO TIPO DE AÇO UTILIZADO NO PERFIL I	102
5.4	SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	104
CAPÍTULO 6 - RESULTADOS E DISCUSSÃO		106
6.1	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO TIPO DA LAJE	106
6.1.1	Resultados da análise de estabilidade elástica	106
6.1.2	Resultados da análise de pós-flambagem	113
6.2	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO FLETOR NEGATIVO E ENRIJECEDORES	119
6.3	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO TIPO DE AÇO UTILIZADO NO PERFIL I	124
6.4	SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	134
CAPÍTULO 7 - MODELO EMPÍRICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD		137
7.1	DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO	137
7.2	ABORDAGEM POR REDE NEURAL ARTIFICIAL	137
7.2.1	Treinamento da rede neural	139
7.2.2	Desenvolvimento de expressão empírica para FLD usando RNA	141
7.3	ABORDAGEM POR REGRESSÃO MÚLTIPLA	144
7.4	COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DOS MODELOS PROPOSTOS	147
7.5	SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	153
CAPÍTULO 8 - CONSIDERAÇÕES FINAIS		155
8.1	CONCLUSÕES	155
8.2	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	159
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		160
APÊNDICE A: ARTIGOS DESENVOLVIDOS		169

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados de forma resumida os conceitos que delimitam o tema de pesquisa, as justificativas, objetivos e a metodologia do trabalho.

1.1 ENUNCIADO DO PROBLEMA

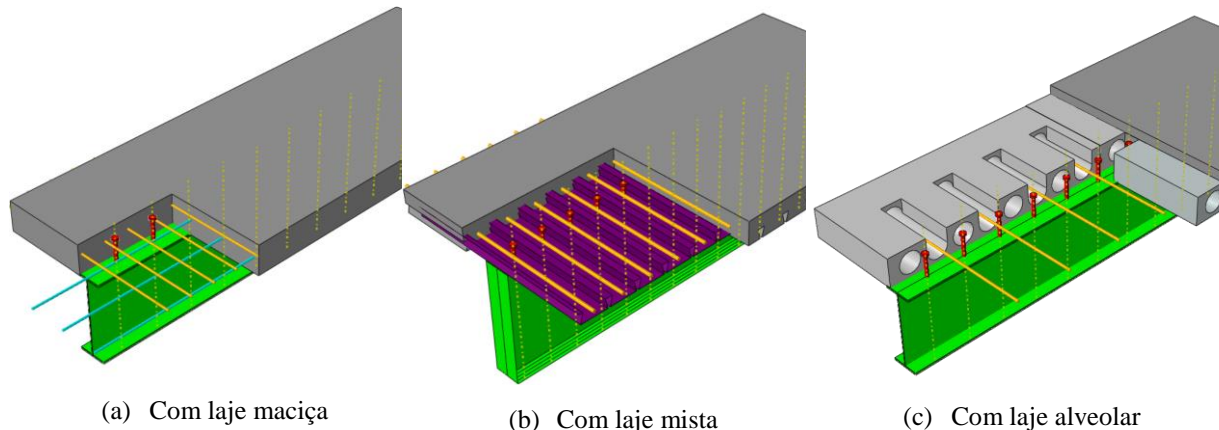
As vigas mistas de aço e concreto foram os primeiros elementos estruturais mistos utilizados na construção civil. A caracterização das vigas mistas de aço e concreto foi possível graças ao desenvolvimento dos conectores de cisalhamento. Portanto, as vigas mistas podem ser definidas como a associação entre um perfil de aço (perfis I, perfis caixão, entre outros) e uma laje de concreto (lajes maciças, lajes mistas, lajes alveolares pré-fabricadas, entre outras), sendo que, estes, resistem as ações de forma conjunta devido aos conectores de cisalhamento (pino com cabeça, conectores em U, entre outros).

Com a evolução dos procedimentos construtivos utilizados na indústria da construção civil, na busca da racionalização e redução do tempo de execução, a utilização de vigas mistas de aço e concreto vem ganhando destaque nos últimos anos. Neste caso, acentuam-se as vigas mistas de aço e concreto constituídas por perfis I e uma laje em concreto, muito utilizadas em edificações de múltiplos pavimentos e também em obras de arte rododiferroviárias. Em relação às edificações de múltiplo pavimentos, as vigas mistas podem ser executadas com a utilização de lajes maciças, lajes alveolares pré-fabricadas, lajes mistas, entre outras, conforme **Figura 1.1**. No contexto da industrialização e racionalização da construção civil, existem vantagens relevantes quando da utilização das lajes mistas e das lajes alveolares. As lajes mistas são constituídas por uma chapa de aço perfilada sobre a qual é concretada *in loco* o concreto armado. Portanto, com a utilização de lajes mistas exclui-se a necessidade da utilização de fôrmas e reduz-se ou até mesmo se dispensa a necessidade de escoramentos. Por sua vez, as lajes alveolares de concreto pré-fabricado colaboram ainda mais com o processo de

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

industrialização e racionalização da construção civil, pois, tratando-se de um elemento em concreto pré-fabricado, inúmeras etapas são excluídas dentro do canteiro de obra. Portanto, em relação a racionalização e a industrialização, as lajes alveolares pré-fabricadas são preferíveis.

Figura 1.1: Viga mista com diferentes lajes

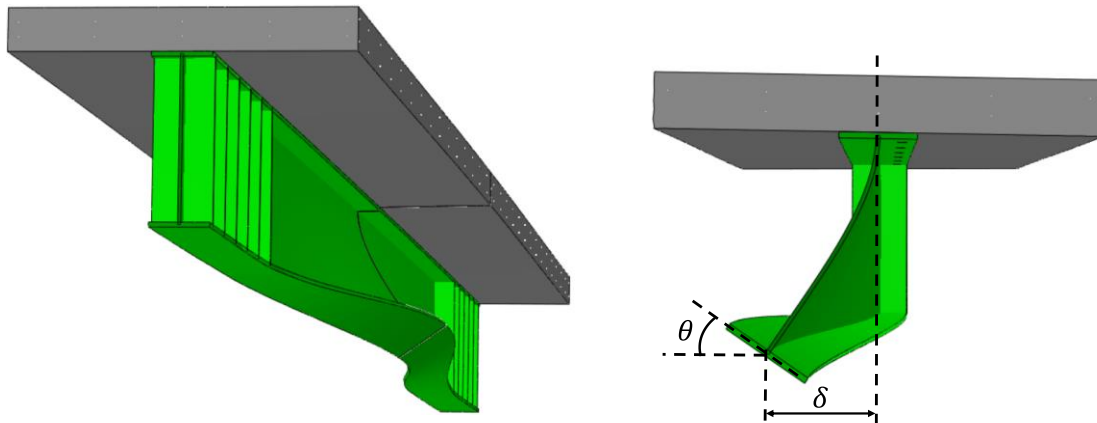


Fonte: O autor (2021)

Em geral, nas soluções estruturais, as vigas mistas são concebidas com ligações flexíveis nas suas extremidades, ou seja, bi-apoiadas, o que resulta em momento fletor positivo ao longo de todo o vão. Nessa condição, no perfil de aço são verificadas tensões de tração e na laje de concreto tensões de compressão. No entanto, a utilização de ligações rígidas e semirrígidas pode trazer vantagens do ponto de vista de comportamento estrutural e do ponto de vista econômico. Dentre as vantagens destacam-se: maiores relações entre vão/altura, para uma dada flecha admissível, devido à redução dos momentos fletores máximos; redução de vibrações no pavimento como um todo; maior resistência em situação de incêndio; maior estabilidade lateral da edificação, e, por conseguinte, uma redução significativa dos deslocamentos. Entretanto, o comportamento da viga mista é afetado de forma importante, pois, em regiões próximas aos apoios internos, passam a ocorrer tensões de tração no concreto e tensões de compressão no perfil de aço. Em função desse comportamento, deve se verificar a necessidade de armaduras adicionais na laje de concreto e a possibilidade de instabilidades no perfil de aço.

No perfil de aço podem ocorrer instabilidades locais, como a Flambagem Local da Alma (FLA) e a Flambagem Local da Mesa (FLM), e uma instabilidade global, chamada de Flambagem Lateral com Distorção (FLD). A FLD é caracterizada por um deslocamento lateral (δ) acompanhado por uma rotação (θ) da mesa inferior comprimida que ocorre devido à distorção da alma, caso esta não tenha rigidez suficiente, conforme **Figura 1.2**. Esse fenômeno ocorre pelo fato da mesa superior tracionada estar totalmente impedida de se deslocar lateralmente pela laje de concreto.

Figura 1.2: Flambagem lateral com distorção em vigas mistas



Fonte: O autor (2021)

A FLD é um fenômeno de complexa investigação e experimentação. Logo, os estudos que buscam o entendimento dos fenômenos de instabilidade em vigas mistas de aço e concreto são escassos. Assim sendo, embora por um lado os fenômenos de instabilidade em vigas unicamente de aço tenham sido mais estudados, e que os códigos normativos de projeto de estruturas de aço forneçam métodos mais consolidados. Têm-se, por outro lado, que os fenômenos de instabilidade em vigas mistas de aço e concreto ainda necessitam de maiores pesquisas na engenharia estrutural, e são muito menos documentados. Portanto, verifica-se a necessidade do desenvolvimento de mais pesquisas nessa área, ampliando-se a visão sobre o mecanismo da FLD, expandindo as fronteiras do conhecimento científico e fornecendo ferramentas técnicas de fácil entendimento e elevada acurácia para o meio profissional.

Portanto, esse trabalho propõe a investigação do comportamento de vigas mistas de aço e concreto, compostas por perfis I de alma cheia e lajes de concreto (maciça e alveolar), em região de continuidade sob a ação de momento fletor negativo. Investiga-se a variação dos modos de falha, dando-se ênfase para a Flambagem Lateral com Distorção (FLD) na busca de caracterizar o comportamento estrutural frente a esse fenômeno e contribuir para o desenvolvimento de um modelo analítico que possa representá-lo.

1.2 JUSTIFICATIVA

As estruturas mistas de aço e concreto são cada dia mais utilizadas em construções de edifícios e em estruturas rodoferroviárias pelo Brasil e pelo mundo. O aumento da utilização das estruturas mistas está intimamente ligado à sua capacidade de maior racionalização do processo construtivo, maior velocidade em execução e de sua maior propensão em vencer

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

grandes vãos quando comparada com estruturas de elementos unicamente de concreto ou de aço. Nesse contexto, a investigação do comportamento de vigas mistas de aço e concreto constituídas por perfis I de alma cheia e lajes de concreto (maciças e alveolares), na situação de momento fletor negativo, é de grande importância para a indústria da construção civil brasileira.

Os modos de instabilidade mais comuns em vigas mistas contínuas, na região de momento fletor negativo, são a flambagem lateral com distorção (FLD) e modos de instabilidade locais, que podem ocorrer de forma associada ou não. Embora a norma brasileira, ABNT NBR 8800:2008, e outras normas estrangeiras forneçam procedimentos de verificação à FLD, não existe a consideração, por parte dessas, da possibilidade de ocorrência simultânea desses modos de instabilidade. Além do mais, os métodos normativos para determinação da capacidade última de vigas mistas contínuas sujeitas à FLD são fundamentados na determinação do momento crítico elástico por meio de equações derivadas do método da energia ou da teoria de barras em base elástica, que, em muitos casos, divergem de resultados numéricos. Outro ponto deficiente de procedimentos normativos como a AISC 360:2016, AASHTO (2017), ABNT NBR 8800:2008, EN 1994-1-1:2004 e AS4100:1998 (R2016) é a utilização de curvas de dimensionamento, em alguns casos derivadas das curvas propostas pela SSRC (*Structural Stability Research Council*) e ECCS (*European Convention for Constructional Steelwork*), desenvolvidas para elementos unicamente de aço. Portanto, em relação aos procedimentos normativos, verifica-se a necessidade do desenvolvimento de métodos específicos para análise da FLD em vigas mistas de aço e concreto. Entende-se que isto torna significativa a contribuição desse trabalho, elevando o patamar de conhecimento científico atual e contribuindo potencialmente para aplicação de estruturas mistas na construção civil brasileira.

Por último, são poucos os estudos que são desenvolvidos a respeito dessa problemática. No Brasil, os estudos se limitam apenas a investigações numéricas de análise do momento crítico elástico, não havendo registros do desenvolvimento de análises numéricas não lineares e tão pouco de estudos experimentais. Com relação aos estudos estrangeiros, apesar de existirem algumas investigações numéricas por meio de análises não lineares e alguns poucos experimentos que objetivem a investigação dos modos de instabilidade na região de momento negativo, há diversos parâmetros a serem analisados para o melhor entendimento da FLD. Além disso, com a crescente industrialização do setor da construção civil brasileira o desenvolvimento de estudos em vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares pré-fabricadas é de grande interesse quando se pensa em racionalização do processo construtivo.

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

Do exposto, evidencia-se a necessidade de estudos nacionais nessa linha, que colaborem com o desenvolvimento de métodos práticos e eficientes para o emprego de estruturas mistas de aço e concreto, as quais fornecem inúmeras vantagens em sua utilização na construção civil. Assim, acredita-se que o presente trabalho reúne as características de originalidade e avanço de fronteira do conhecimento, além de contribuir de forma expressiva para a consolidação de vigas mistas de aço e concreto na construção civil brasileira.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é investigar o comportamento de vigas mistas contínuas de aço e concreto, compostas por perfis I de alma cheia e lajes de concreto (laje maciça e alveolares pré-fabricadas), na região de momento fletor negativo, dando-se ênfase ao modo de falha por Flambagem Lateral com Distorção (FLD). A partir desse objetivo geral têm-se os seguintes objetivos específicos:

- 1) Realizar uma revisão bibliográfica sistemática, verificando os principais pontos que ainda necessitam de maiores investigações acerca do tema e analisando o comportamento de procedimentos analíticos e normativos existentes.
- 2) Obter um modelo numérico, utilizando o método dos elementos finitos (MEF) por meio do programa ABAQUS, capaz de representar o comportamento e os fenômenos envolvidos do problema analisado (imperfeições físicas e geométricas, comportamento dos materiais, comportamento misto);
- 3) Avaliar por meio de análise numérica a influência de parâmetros como: seção transversal do perfil; comprimento do vão sob momento negativo; influência da laje alveolar quando comparada a laje maciça, altura da laje de concreto, taxa de armadura longitudinal; e a presença de enrijecedores transversais na alma do perfil;
- 4) Avaliar por meio de análise numérica a influência da forma de distribuição de momento fletor negativo (distribuição uniforme e distribuições lineares) na capacidade resistente à FLD;
- 5) Propor modelos matemáticos que descreva a capacidade resistente à FLD em função dos diversos parâmetros analisados;

Como resultado espera-se aperfeiçoar o entendimento do comportamento de vigas mistas de aço e concreto em regiões submetidas a ação do momento fletor negativo. Além disso,

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

como resultado final pretende-se fornecer ao meio técnico um procedimento analítico prático para a estimativa da capacidade resistente desses elementos a ocorrência da FLD.

1.4 SÍNTESE DA METODOLOGIA

Esse trabalho tem como foco a investigação da FLD em vigas mista contínuas de aço e concreto e para tal são utilizados modelos numéricos e analíticos.

A **modelagem numérica** trata-se da principal ferramenta metodológica deste trabalho. Para isso, é utilizado o pacote computacional ABAQUS. Por meio do modelo numérico foi possível o desenvolvimento de estudos de variação de parâmetros, importante para a extrapolação e aprofundamento das análises, considerando a variação da geometria dos elementos que compõem a viga mista. Com o banco de dados, obtido com as análises numéricas, foram desenvolvidas e treinadas Redes Neurais Artificiais (RNA's) utilizadas para a proposição de um modelo matemático que estime a capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto. As principais etapas metodológicas desenvolvidas são apresentadas a seguir:

a) *Desenvolvimento e calibração do modelo numérico no Software ABAQUS®;*

A FLD é um fenômeno de instabilidade de complexa investigação experimental e numérica. Por se tratar de fenômeno de instabilidade, imperfeições geométricas e físicas influenciam o comportamento desses elementos. Com a utilização do *software* ABAQUS é possível desenvolver análises de estabilidade elástica (*buckling analyses*) e análises de pós flambagem (*post-buckling analyses*) também chamadas de análises não lineares física e geométrica. Nas análises de pós flambagem é fundamental a consideração de imperfeições geométricas, como a curvatura inicial, e imperfeições físicas, como as tensões residuais. Outra dificuldade encontrada na modelagem numérica é a representação do comportamento do material aço e, principalmente, do material concreto. A definição de qual modelo constitutivo deve ser utilizado trata-se de uma tarefa árdua. Ademais, a representação da interface aço-concreto é uma etapa de difícil elaboração na modelagem numérica de elementos mistos de aço e concreto. Portanto, faz-se necessária a correta elaboração e calibração do modelo numérico a ser utilizado para os estudos paramétricos. Para isso serão utilizados como referência os ensaios experimentais de Tong *et al.* (2014) e Lam (1998). O

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

completo desenvolvimento do modelo numérico e sua calibração podem ser encontrados no capítulo 4.

b) Investigação paramétrica no Software ABAQUS;

A investigação paramétrica tem como objetivo determinar a influência de todos os parâmetros sobre a capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Além disso, foram averiguadas possíveis diferenças entre as capacidades resistentes de vigas mistas com lajes alveolares e com lajes maciças. Portanto, para o desenvolvimento do estudo de variação de parâmetros, as seguintes variáveis foram investigadas:

- Seção transversal do perfil I (esbeltezas);
- Comprimento do vão submetido a momento fletor negativo;
- Taxa de armadura longitudinal na laje de concreto;
- Altura da laje de concreto;
- Para a mesma situação de laje alveolar, analisar a utilização de laje maciça;
- Presença de enrijecedores transversais posicionados na alma do perfil e o espaçamento entre eles;
- Diferentes formas de distribuição de momento fletor negativo.

Com os resultados do estudo paramétrico, os quais são utilizados como dados de entrada, e com a utilização de métodos de inteligência artificial, como as Redes Neurais Artificiais (RNAs), foi possível propor um modelo analítico para verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo.

c) Proposição de formulação para a determinação do momento último à FLD por meio de Redes Neurais Artificiais (RNAs);

Com o banco de dados obtido em um extenso estudo paramétrico foi possível o desenvolvimento e o treinamento de uma Rede Neural Artificial (RNA) capaz de estimar a capacidade resistente à FLD. O desenvolvimento dessa rede neural e a proposição da formulação para determinação do momento último à FLD em vigas mistas de aço e concreto foram realizadas com a colaboração do Professor Yasser Sharifi da *Vali-e-Asr University of Rafsanjan* (Irã). As RNAs são modelos computacionais inspirados no sistema nervoso central de um animal que são capazes de realizar o aprendizado de máquina bem como o

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

reconhecimento de padrões. RNAs formulam um modelo matemático para um sistema no qual nenhuma relação clara está disponível entre entradas e saídas.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está organizado em oito capítulos e um apêndice. No *Capítulo 1* é apresentada a temática do trabalho, a justificativa, seus objetivos e, um resumo da metodologia utilizada.

No *Capítulo 2* é encontrado todo o referencial teórico dos temas que foram fundamentais para o desenvolvimento do trabalho. É apresentado o estado da arte a respeito da FLD em vigas mistas de aço e concreto; a respeito dos pisos mistos com lajes alveolares pré-fabricadas; em relação ao desenvolvimento da modelagem numérica e; sobre redes neurais artificiais.

O *Capítulo 3* traz informações sobre os procedimentos normativos para dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto em região de momento fletor negativo. Além disso, informações de projeto para vigas mistas com lajes alveolares pré-fabricadas.

No *Capítulo 4* é desenvolvido o modelo numérico utilizado na investigação paramétrica. Também, é apresentada a aferição do modelo numérico por meio de ensaios experimentais disponíveis na literatura.

As informações acerca dos parâmetros investigados no estudo numérico são apresentadas no *Capítulo 5*.

O *Capítulo 6* apresenta os resultados e as discussões a respeito das investigações paramétricas desenvolvidas. Análises qualitativas, quantitativas e comparações de resultados numéricos com procedimentos analíticos são apresentadas.

No *Capítulo 7* são apresentadas novas formulações matemáticas, desenvolvidas por meio de redes neurais artificiais e regressão múltiplo parâmetro, para determinação do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Comparações, entre os valores preditos pelas formulações propostas e resultados da análise numérica e, também, resultados experimentais disponíveis na literatura, são realizadas.

Finalmente, o *Capítulo 8* apresenta as principais conclusões e recomendações de trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos acerca do tema.

No *Apêndice A* se encontram os artigos científicos desenvolvidos durante a pesquisa de doutorado de forma contextualizada com a tese apresentada.

CAPÍTULO 2

ESTADO DA ARTE

Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica fundamental dos temas julgados como importantes para a elaboração do trabalho. São apresentadas e discutidas as principais pesquisas destinadas ao estudo da FLD em vigas mistas de aço e concreto. Também foram analisados estudos em vigas mistas constituídas por perfis I associadas a diferentes tipos de laje. Além disso, são apresentados os efeitos das imperfeições física e geométrica nos fenômenos de estabilidade, e, pesquisas que fundamentam o desenvolvimento do modelo numérico presente neste trabalho. Por último, é apresentada uma breve revisão sobre redes neurais artificiais.

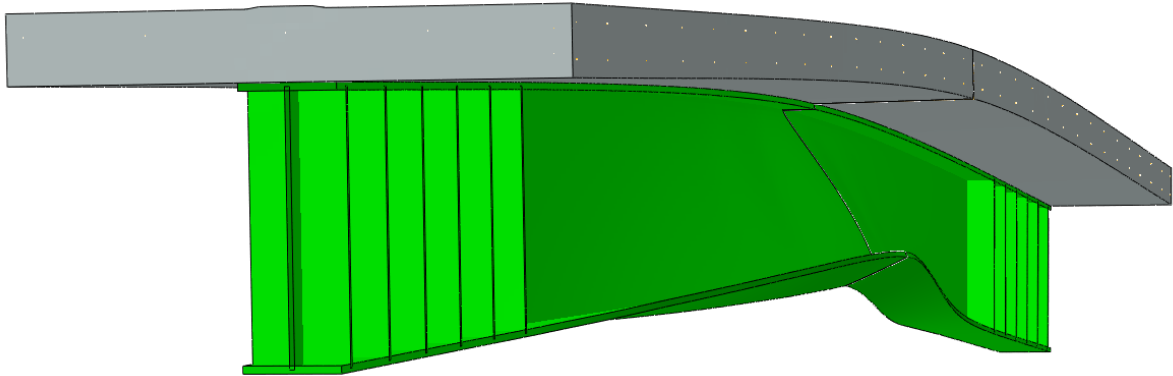
2.1 VIGAS MISTAS SOB MOMENTO FLETOR NEGATIVO

Diferentemente das vigas mistas simplesmente apoiadas, as vigas contínuas, quando solicitadas, são submetidas a momento fletor negativo nas regiões próximas aos apoios internos. Se por um lado, existem muitas vantagens na utilização de vigas mistas contínuas quando comparada a utilização de vigas simplesmente apoiadas, como: maiores vãos/menores seções transversais, deslocamentos verticais reduzidos, redistribuição de momento fletor favorável e uma frequência fundamental de vibração mais alta devido à sua maior rigidez. Por outro lado, os possíveis problemas de instabilidade, nas regiões com presença de momento fletor negativo, são muito mais complexos e muito menos compreendidos do que as de vigas simplesmente apoiadas e do que os fenômenos de instabilidade em vigas I contínuas de aço, que foram intensamente pesquisados.

O modo de estabilidade em vigas mistas contínuas de aço e concreto é diferente de vigas unicamente de aço, pois, a mesa superior do perfil de aço encontra-se totalmente restringida pela laje de concreto. Além disso, normalmente, a linha neutra não está localizada na meia altura do perfil I, mas sim deslocada na direção da mesa superior, devido à presença de armaduras longitudinais na laje de concreto. Portanto, o perfil de aço está predominantemente

sujeito a tensões de compressão. Assim, a região comprimida do perfil tende a se instabilizar lateralmente, entretanto, a alma do perfil tende a restringir esse deslocamento lateral. Como, normalmente, a rigidez à flexão da alma é pequena ela tende a sofrer uma distorção lateral, originando a chamada Flambagem Lateral com Distorção (FLD) de vigas mistas de aço e concreto, conforme **Figura 2.1**.

Figura 2.1: Viga mista deformada pela FLD

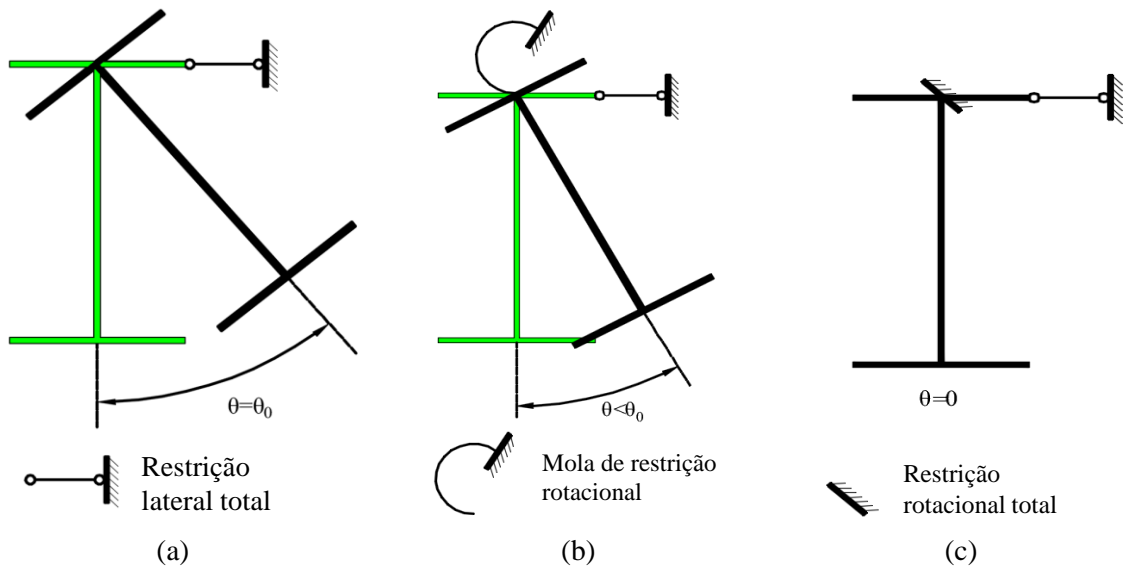


Fonte: O autor. (2021)

A FLD é fundamentalmente diferente da Flambagem Lateral com Torção (FLT), pois, a hipótese de Vlasov (1961) de que a seção transversal permanece sem distorção não é aplicável, uma vez que a FLD é caracterizada por uma flambagem lateral e torcional da mesa comprimida acompanhada por uma distorção da alma (ZHOU, JIANG, LI E KONG, 2016). Entretanto, o fenômeno da FLD em vigas mistas de aço e concreto contínuas é geralmente avaliado de forma conservadora nos códigos normativos como sendo um tipo de FLT. Bradford e Jhonson (1987) mostraram que a capacidade última à FLD pode ser mais do que duplicada, em muitos casos, quando comparada com a capacidade resistente à FLT. O modelo mais comum para considerar a FLD em projeto é o método de estrutura em U invertida (*U-frame model*) (OEHLERS E BRADFORD, 1999).

No modelo da estrutura em U invertida, quando a laje se deforma sob carga aplicada, há uma tendência de as vigas de aço girarem como resultado das deformações da laje e, adicionalmente, se distorcerem lateralmente. Pode-se considerar que as lajes de concreto sempre impõem uma restrição lateral total para a mesa superior do perfil I. Dependendo da rigidez à flexão da laje, existem três casos diferentes de rotação da viga que podem ser teoricamente realizados conforme mostrado na **Figura 2.2**.

Figura 2.2: Restrições impostas pela laje à mesa superior do perfil I

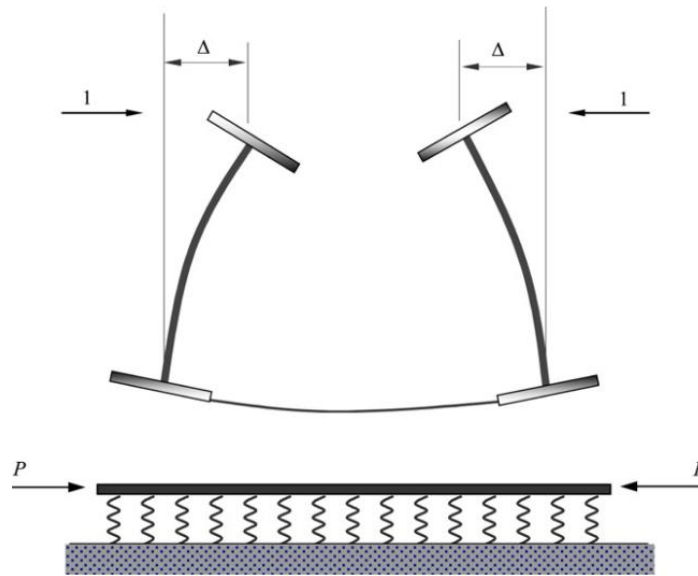


Fonte: Adaptado de Gizejowski e Khalil (2010)

De acordo com Gizejowski e Khalil (2010), quando a laje fornece apenas contenção lateral total (**Figura 2.2a**), a flambagem lateral com torção é possível. Por outro lado, quando a laje fornece contenção lateral total e uma contenção rotacional elástica (**Figura 2.2b**) como resultado das deformações fora do plano da laje, a flambagem lateral é possível, mas com uma carga de flambagem maior do que o caso anterior, e com possibilidade de distorção. Quando a laje fornece restrição lateral e rotacional total (**Figura 2.2c**), a seção da viga permanece sem rotação e as deformações da seção fora do plano podem resultar na: flambagem local ou flambagem lateral com distorção (FLD) sob momento negativo.

No método da estrutura em U invertido, para a análise da FLD, a mesa sob compressão da seção I é considerada como um elemento comprimido uniformemente ao longo de seu comprimento pela tensão máxima na flexão, que é induzida. Além disso, considera-se que a mesa comprimida é contida por uma mola contínua de Winkler, cuja rigidez é aquela fornecida pela alma da seção I, conforme **Figura 2.3**. Na realidade, vigas mistas contínuas são geralmente usadas em situações onde há um gradiente considerável de momento e, portanto, a abordagem da estrutura com o método *U-frame* tende a ser excessivamente conservadora na maioria dos casos. A atual orientação de projeto disponível nos procedimentos normativos de prática nacional e internacional é bastante limitada e, como é evidente na literatura existente, excessivamente conservadora (VRCELJ e BRADFORD, 2009).

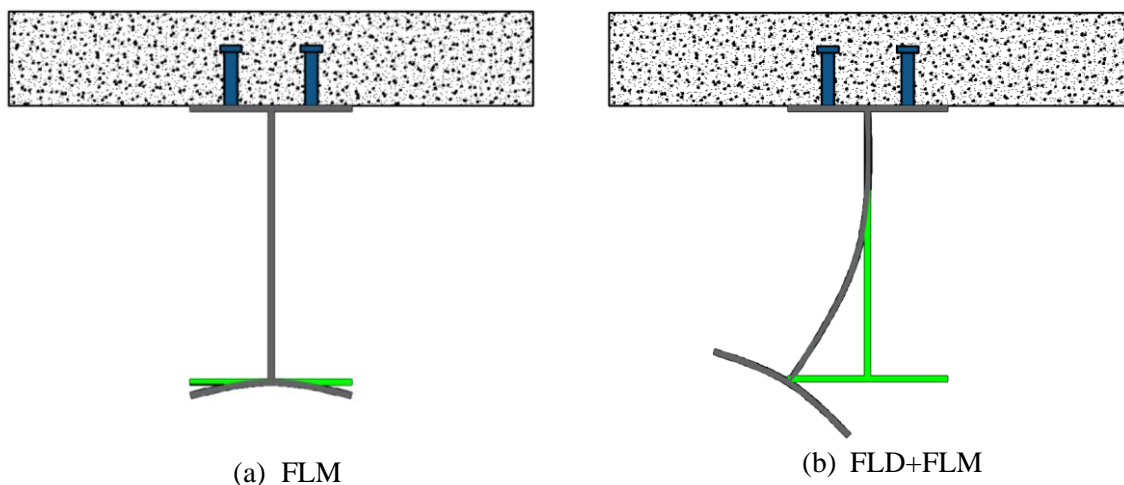
Figura 2.3: Método da estrutura em U invertido (U-frame model)



Fonte: Vrcelj e Bradford. (2009)

A FLD é responsável pela redução da capacidade plástica de vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas (CHEN e JIA, 2010, VASDRAVELLIS *et al.* 2012). Além da ocorrência da FLD, as vigas mistas de aço e concreto sob ação de momento fletor negativo podem estar sujeitas a modos de instabilidade locais, como a flambagem local da mesa, ou ainda, sujeitas a uma combinação entre a FLD e modos locais, conforme **Figura 2.4** (JOHNSON e FAN, 1991, JOHNSON e CHEN, 1993, ZHOU e YAN, 2017, CHEN e WANG, 2012, ZHOU *et al.* 2016). Entretanto, os modernos códigos de construção em aço e em estruturas mistas, incluindo o Eurocode 4, as normas australianas AS/NZS 2327 e AS4100, as normas norte americanas AISC 360 e AASHTO 2017, e, a ABNT NBR 8800:2008 atualmente não abordam os efeitos dos modos combinados de estabilidade de maneira unificada.

Figura 2.4: Modos de instabilidade em vigas mistas contínuas de aço e concreto



Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

De forma genérica, para a determinação da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto, os procedimentos normativos atuais necessitam da determinação do momento crítico elástico à FLD. Na versão inicial do EC4 (ENV 1994-1-1:1992), era adotada a metodologia proposta por Roik *et al.* (1990) para a determinação do momento crítico elástico, que ainda hoje é adotada na norma brasileira ABNT NBR 8800:2008. Entretanto, Dias *et al.* (2019), Zhou *et al.* (2016) e Ye e Chen (2013) mostraram divergências entre resultados de momento crítico elástico, obtidos por meio de análise numérica, quando comparados com as metodologias propostas por Roik *et al.* (1990), Svensson (1985), William e Jemah (1987) e Hanswille *et al.* (1998). Portanto, a utilização dessas metodologias para a estimativa do momento crítico elástico pode acarretar na obtenção equivocada da capacidade resistente de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo por parte dos procedimentos normativos. Além disso, os métodos normativos como do Eurocode 4, AISC 360, ABNT NBR 8800:2008 e das normas australianas AS/NZS 2327 e AS4100 fazem uso das mesmas curvas de dimensionamento propostas para elementos unicamente de aço para a determinação da capacidade resistente de vigas mistas de aço e concreto à FLD. Zhou e Yan (2017) e Liu *et al.* (2014) mostraram situações bastante conservadoras dos códigos normativos quando comparados com resultados de análise numérica obtidos para vigas mistas de aço e concreto submetidas a momento fletor negativo uniforme.

Nesse contexto, verifica-se a necessidade de maiores investigações dos modos de instabilidade de vigas mistas de aço e concreto, à medida que, a estimativa da capacidade resistente desses elementos ainda não está totalmente esclarecida. Ademais, nem todos os parâmetros geométricos das vigas mistas de aço e concreto foram analisados no que diz respeito às suas influências no fenômeno da FLD. Para o melhor entendimento do fenômeno da FLD são apresentados nos itens, 2.1.1 e 2.1.2 os principais estudos que tiveram como objeto de investigação o comportamento elástico e inelástico da FLD, respectivamente. No item 2.1.1 são apresentados os principais trabalhos que buscaram a determinação do momento crítico elástico. Já no item 2.1.2 são expostos estudos experimentais sobre vigas mistas de aço e concreto sob ação de momento fletor negativo e também estudos que buscaram determinar a capacidade resistente desses elementos por meio de análises numéricas.

2.1.1 Análises de estabilidade elástica

Os modos de instabilidade locais e modos de instabilidade laterais, como a Flambagem Lateral com Torção (FLT), foram bastante estudados e tem seu comportamento bem definido

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

na literatura desde as primeiras décadas do século XX. Entretanto, devido a sua maior complexidade, somente a partir da década de 1970 os estudos sobre os modos de instabilidade distorcionais foram iniciados. Alguns desses estudos são fundamentados no método da energia ou método de Galerkin, enquanto, outros tem a teoria de barras em base elástica como fundamento.

Um dos primeiros estudos a analisar a FLD em regime elástico foi apresentado por Johnson e Bradford (1983). Os autores mostraram que existia muito espaço para a melhoria dos métodos de projeto da época e que eram necessários estudos mais aprofundados da interação entre modos de instabilidade lateral e local que, provavelmente, governavam a capacidade resistente desses elementos. Assim sendo, Svensson (1985), afirmando que a teoria clássica de Vlasov era inadequada para a análise da chamada flambagem lateral restrita, apresentou um estudo, fundamentado no método de Galerkin, para a determinação do momento crítico elástico à FLD. Em seu modelo, Svensson (1985) considerou que a mesa comprimida do perfil poderia ser tratada como uma coluna sujeita a cargas axiais de compressão. Tratando o fenômeno como um problema de bifurcação do equilíbrio, Svensson (1985) determinou analiticamente o primeiro autovalor positivo que representava o fenômeno da FLD. A metodologia de Svensson (1985) pode ser aplicada para diversas distribuições de momento fletor. Posteriormente, Willian e Jemah (1987), tendo como base o método proposto anteriormente por Svensson (1985), determinaram o momento crítico elástico à FLD. Os autores consideraram que além da mesa comprimida uma porção de 15% da alma, sob compressão, poderia também ser analisada como em uma situação de coluna sob ação de forças axiais de compressão. Visto essa circunstância, Goltermann e Svensson (1988) também incluíram, além da mesa comprimida, uma pequena região da alma (cerca de 15% de sua altura) em suas análises. Contudo, trabalhos como de Zhou *et al.* (2016), Wangbao *et al.* (2014), Ye e Chen (2013) mostraram divergências entre resultados de análises numéricas e os valores obtidos com os modelos de Svensson (1985) e Goltermann e Svensson (1988). Por consequência, esses autores propuseram novos modelos ou alterações que apresentam maior proximidade com as análises de estabilidade elástica (*buckling analyses*) realizadas em *softwares* comerciais.

Em 1990, Roik *et al.* propuseram por meio do método da energia, um modelo analítico para determinação do momento crítico elástico à FLD. O modelo foi desenvolvido considerando a situação de vigas mistas de aço e concreto pelo método da estrutura em “U” invertido (*U-frame model*). A seção transversal mista era composta por um perfil I com sua mesa superior completamente impedida ao descolamento lateral e parcialmente à rotação por meio da inserção de uma mola de rigidez rotacional k_r , a qual considera a rigidez à flexão da

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

laje, por unidade de comprimento da viga, e a rigidez à flexão da alma do perfil. Posteriormente, a equação proposta pelos autores foi adotada pela versão inicial da norma europeia de projeto de estruturas mistas, ENV 1994-1-1:1992, e também pela norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008). Entretanto, trabalhos como os de Oliveira *et al.* (2016), Amaral (2016), Dias *et al.* (2019), desenvolvidos para a análise do momento crítico elástico em vigas mistas, mostraram desvios entre resultados numéricos de elementos finitos e os da equação proposta por Roik *et al.* (1990).

Observando situação conservadora das metodologias de projeto, Bradford e Gao (1992) desenvolveram um método de análise da FLD em elementos finitos. Os autores apresentaram formulações para a determinação do momento crítico elástico à FLD para vigas mistas sujeitas a distribuição uniforme de momento fletor negativo. Após apresentada a formulação para a determinação do momento crítico elástico, Bradford e Gao (1992) apresentaram proposta para transformação do momento crítico elástico em momento resistente à FLD. Os autores afirmaram que o método apresentado era menos conservador do que os procedimentos normativos da época. Também contribuindo para o entendimento da FLD em vigas mistas de aço e concreto, Dekker, Kemp e Trincherro (1995) apresentaram uma modificação nos equacionamentos fundamentados na teoria clássica de Vlasov. Os autores abordam o fenômeno da FLD adaptando as clássicas equações da FLT para os efeitos da flambagem distorcional e da restrição da mesa tracionada, definindo as propriedades efetivas da seção transversal. Posteriormente, o comportamento inelástico e os efeitos das tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais foram consideradas por meio do uso de módulos efetivos do material (E_{ef} e G_{ef}). Os autores compararam o método proposto com as formulações existentes na época e com os resultados experimentais de Weston e Nethercot (1987) apresentando boa concordância. Dekker, Kemp e Trincherro (1995) também concluíram que no comportamento inelástico a capacidade resistente à flexão é governada pela FLD, enquanto, que no comportamento plástico a capacidade resistente à flexão é governada pela combinação da FLD com a flambagem local da mesa (FLM).

Bradford (1998) investigou a flambagem distorcional em diversos elementos estruturais por meio do desenvolvimento de um método de análise em elementos finitos que considerou 16 graus de liberdade na viga I. O autor afirmou que a flambagem distorcional causa efeitos diferentes de acordo com cada elemento estrutural. Para vigas I unicamente de aço a distorção é responsável pela redução do momento crítico elástico quando comparada com as teorias clássicas da FLT, situação também verificada por Rossi *et al.* (2020a). Entretanto, Bradford (1998) afirmou que para o caso de vigas mistas de aço e concreto o momento crítico elástico à

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

FLD é muito superior aquele obtido pelas equações que desconsideram essa possibilidade de distorção da seção transversal. O autor apresentou a influência de diferentes tipos de restrições na flambagem distorcional. Foi concluído que o maior aumento na carga de flambagem ocorre quando a restrição é realizada de forma contínua na mesa superior, situação característica de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo. Outro estudo que merece destaque é o proposto por Hanswille *et al.* (1998). O modelo de análise utilizado é similar ao empregado por Roik *et al.* (1990). Entretanto, a análise de Hanswille *et al.* (1998) foi desenvolvida tendo como princípio a teoria de vigas em base elástica. Hanswille *et al.* (1998) destacaram que os resultados obtidos pela equação de Roik *et al.* (1990) podem ser até 37% inseguros na determinação do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas contínuas sob a ação de momento negativo. Contudo, Dias *et al.* (2019) demonstraram, com desenvolvimento de análises numérica com o *software* Ansys, que o desvio médio dos valores obtidos com a proposta de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998), quando comparado com resultados de análises numéricas, é de 12,41% e 15,51%, respectivamente. Por essa razão, Dias *et al.* (2019) apresentaram um modelo analítico onde a divergência entre resultados numéricos e o obtido pela equação é de apenas 2,33%.

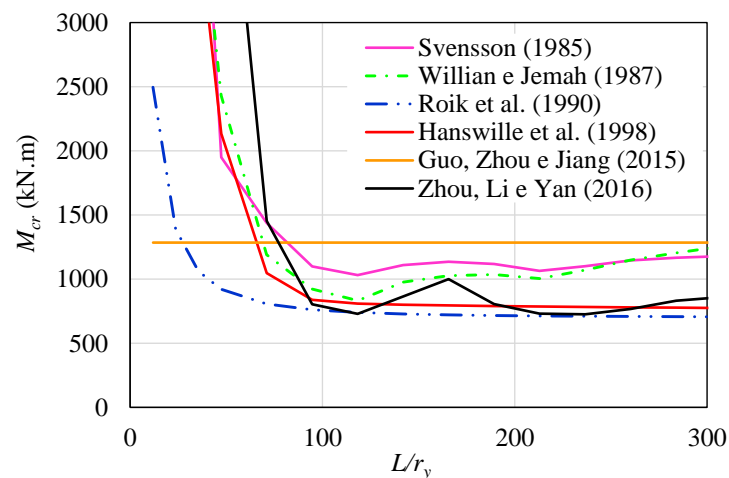
Apesar dos estudos aqui expostos, Vrcelj e Bradford (2007) afirmaram que o comportamento quanto aos modos de estabilidade de vigas mistas de aço e concreto ainda representavam uma área cinzenta da engenharia estrutural e muito menos documentada do que os modos de instabilidade em vigas unicamente de aço. Por meio do desenvolvimento de um método de análise numérica (*bubble augmented spline finite strip method*) Vrcelj e Bradford (2007) investigaram a comportamento elástico à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Os autores observaram que a medida que o parâmetro de esbelteza da alma (h_w/t_w) aumenta e à medida que a razão (L/h_w) reduz, existe uma intensificação da ocorrência da FLD e uma redução da resistência elástica à flexão do elemento. Outra investigação do comportamento elástico da FLD foi realizada por Chen e Ye (2010). Baseados no princípio da energia, os autores deduziram equação para a determinação do momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto. Chen e Ye (2010) compararam os resultados da equação proposta com resultados de análises numéricas desenvolvidas pelo método dos elementos finitos e com a solução clássica da flambagem lateral com torção. Os autores verificaram proximidade entre a metodologia proposta e os resultados da análise numérica e também observaram que teoria clássica da FLT subestima o momento crítico elástico à FLD para vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, Chen e Ye (2010) observaram que o método da energia utilizado não poderia considerar as cargas distribuídas transversais devido às expressões de energia potencial

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

total adotada serem inadequadas. Visto essa situação, Ye e Chen (2013) se utilizaram da metodologia de barras em base elástica para determinar o momento crítico elástico à FLD. O procedimento proposto foi fundamentado no modelo apresentado por Svensson (1985). A acurácia do modelo proposto foi verificada por meio da comparação com resultados de análise numéricas realizadas com o método dos elementos finitos. As análises mostraram concordância entre os resultados. Uma investigação similar foi desenvolvida por Wangbao *et al.* (2014), por meio da utilização da metodologia de barras em base elástica os autores consideraram o efeito de acoplamento das cargas externas e das restrições por meio de molas. Wangbao *et al.* (2014) propuseram equacionamento para determinar o momento crítico elástico de vigas mistas de aço e concreto (*I-girders*) e também para vigas mistas em seção caixão. Os autores verificaram divergências entre os métodos de Svensson (1985), Willian e Jemah (1987) e Goltermann e Svensson (1988) com resultados de análises numéricas pelo método dos elementos finitos. Entretanto, a proposta de Wangbao *et al.* (2014) forneceu resultados próximos aos da análise numérica. Observando as limitações na determinação do momento crítico elástico à FLD, principalmente para as condições de carregamentos uniformemente distribuídos e na consideração da deformação por cisalhamento da alma da viga I, Zhou *et al.* (2016) apresentam um melhoramento nos métodos convencionais fundamentados na teoria de barras em base elástica. Por meio do desenvolvimento de um algoritmo os autores desenvolvem um método simples para a determinação do momento crítico elástico em vigas mistas de aço e concreto. O método considera o acoplamento entre os efeitos das forças aplicadas sobre o elemento e a rigidez obtida pela restrição da mesa superior, além de considerar a deformação por cisalhamento da alma da viga I. Os resultados do método proposto com Zhou *et al.* (2016) foram comparados com as metodologias de Svensson (1985) e Willian e Jemah (1987), além da comparação com resultados de análises numéricas com o método dos elementos finitos. Os resultados apresentaram divergências entre os métodos, entretanto, a metodologia de Zhou *et al.* (2016) apresentou maior concordância com os resultados numéricos. Diferentemente de Zhou *et al.* (2016), Wangbao *et al.* (2014) e Ye e Chen (2013); Guo, Zhou e Jiang (2015) propuseram uma metodologia para a determinação do momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto fundamentada no princípio de variação de energia. Desenvolvendo um abrangente estudo sobre as rigidezes de restrição lateral e rotacional, Guo, Zhou e Jiang (2015) apresentam equacionamento para a determinação do momento crítico elástico à FLD. Os autores afirmam existir divergências entre os resultados numéricos e metodologias disponíveis na literatura, entretanto, o método proposto apresenta maior acurácia em seus resultados.

Do exposto, verifica-se que ainda não existe um consenso na determinação do momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto. Diversas metodologias são propostas, porém todas mostram divergências entre as demais metodologias e resultados numéricos. A **Figura 2.5** apresenta a comparação dos resultados de momento crítico elástico para uma seção genérica submetida a uma distribuição uniforme de momento fletor negativo, com os desvios entre cada um dos modelos apresentados. Além do mais, os principais procedimentos normativos no mundo, que apresentam procedimentos para a determinação da capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto, partem do princípio da determinação do momento crítico elástico à FLD. E como exposto, existem muitas divergências entre as metodologias que se destinam a estimar o momento crítico elástico. Isto pode levar a uma estimativa equivocada da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto por parte dos procedimentos normativos. Situação que entusiasma o desenvolvimento de maiores investigações acerca desse fenômeno.

Figura 2.5: Comparação entre modelos para determinação do momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto.



Fonte: O autor (2020)

2.1.2 Análises experimentais e análises numéricas

As investigações experimentais de vigas mistas contínuas, em região de momento fletor negativo, são menos comuns, supostamente porque esse tipo de experimentação é onerosa e de difícil execução (OLIVEIRA, 2014; BRADFORD; KEMP, 2000). Por outro lado, o desenvolvimento de análises numéricas capazes de considerar diversos efeitos como a imperfeição geométrica inicial, tensões residuais, deslizamento entre as interfaces aço-concreto, não linearidade geométrica e não linearidade material tornam cada vez mais possível a investigação de estruturas mistas.

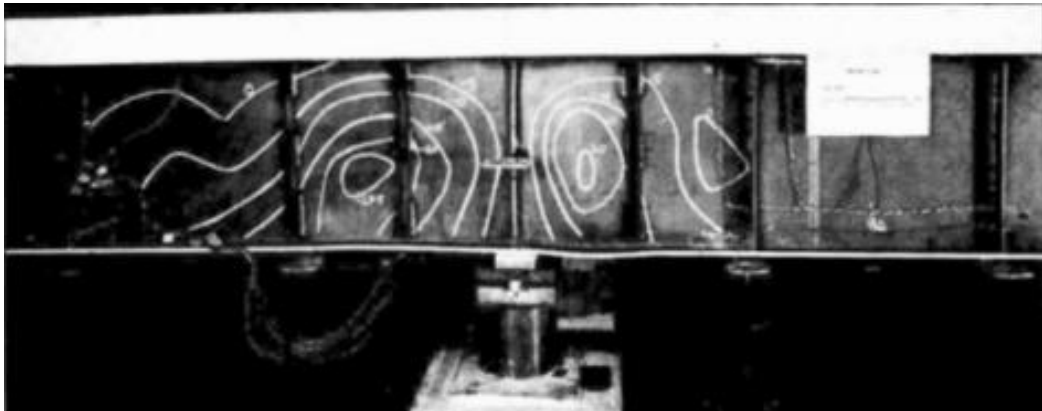
CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

Um dos primeiros estudos a investigar o comportamento de vigas mistas contínuas de aço e concreto foi realizado por Daniels e Fisher (1967). Em seus ensaios, os autores tinham como objetivo determinar se a capacidade resistente ao cisalhamento de vigas mistas contínuas de aço e concreto submetidas, anteriormente, a cargas cíclicas permanecia inalterada. Entretanto, os autores observaram nos ensaios que o surgimento de instabilidades locais na mesa inferior e na alma afetavam o comportamento e a resistência última desses elementos. Por consequência, relataram a necessidade clara da realização de estudos sobre fenômenos de instabilidade em vigas mistas contínuas. Ainda na década de 1960, Davison e Longworth (1969) investigaram vigas mistas sob a ação de momento fletor negativo. O objetivo da investigação era determinar o efeito da variação da armadura longitudinal, presente na laje de concreto, sobre a capacidade de momento e rotação da viga mista. Para isso, os autores utilizaram nos ensaios perfis metálicos compactos com o propósito de minimizar falhas prematuras por instabilidade. Porém, ainda assim, foram verificadas falhas por instabilidade local da alma. Na sequência Hope-Gill e Johnson (1976) analisaram experimentalmente três vigas mistas contínuas de aço e concreto. Os autores observaram que as vigas mistas contínuas falhavam prematuramente devido à flambagem local, nas regiões próximas aos apoios, ou devido a ruptura da laje de concreto, nas regiões sob ação de momento fletor positivo.

Já a pesquisa de Bradford e Johnson (1987) tinha como objetivo investigar o comportamento à FLD e a instabilidades locais de vigas mistas de aço e concreto contínuas utilizadas em pontes e viadutos. Para a investigação, Bradford e Johnson (1987) desenvolveram um método em elementos finitos para análise do comportamento inelástico à FLD e a estabilidade local de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo. O modo de falha verificado pelos autores foi uma combinação entre a FLD e modos de instabilidade locais. Bradford e Johnson (1987) notaram situação conservadora do procedimento normativo presente na BS5400, assim, os autores propuseram modificações neste procedimento. O trabalho de Fan (1990), foi um dos primeiros estudos experimentais dedicados a investigação da flambagem lateral com distorção e da flambagem local em vigas mistas de aço e concreto. Fan (1990) obteve evidências de que a flambagem local e a FLD podem ocorrer de forma simultânea e que a combinação desses modos de instabilidade é responsável pelo declínio da resistência à flexão desses elementos. Outra evidência observada, mas não conclusiva, foi de que a resistência última de vigas mistas sob a ação de momento fletor negativo é dependente das proporções de sua seção transversal, e não do comprimento destravado sujeito a momento fletor negativo. Posteriormente, Johnson e Fan (1991) realizaram ensaios em escala real em cinco vigas mistas de aço e concreto sob ação de momento fletor

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

negativo. Johnson e Fan (1991) afirmam que curvas de projeto para vigas I, unicamente de aço, são bem estabelecidas com relação a flambagem lateral com torção, a qual desconsidera a possibilidade de distorção da seção transversal. Além disso, os autores reiteram que os códigos normativos fazem válidas as mesmas curvas utilizadas para vigas I para a estimativa da capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto, justificando a necessidade da verificação dessa validade por meio de ensaios experimentais. Com a realização dos ensaios, Johnson e Fan (1991) verificaram que a resistência última de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo é governada por uma complexa interação entre a FLD e a flambagem local, as quais são fortemente influenciadas pelas imperfeições iniciais. Em relação aos métodos analíticos, Johnson e Fan (1991) concluíram que os procedimentos eram conservadores e subestimavam a capacidade resistente à FLD entre 23% e 33%, destacando-se o método da BS 5400:1985 (*Bridge code*) que estimou a capacidade resistente à FLD em três vezes inferior aos resultados obtidos nos ensaios experimentais. As mesmas observações foram realizadas por Weston, Nethercot e Crisfield (1991) que realizaram análises em vigas (*girders*) de pontes mistas de aço e concreto nas regiões próximas aos apoios internos. Os autores observaram a ocorrência da FLD de forma conjunta a instabilidades locais na mesa inferior e na alma. Além disso, Weston, Nethercot e Crisfield (1991) concluíram situações inadequadas dos procedimentos normativos para a estimativa da capacidade resistente à FLD, destacando-se o procedimento da BS5400:1985 a qual sofreu uma modificação proposta pelos autores. Por fim, os autores concluíram que, para a maior parte da faixa prática de proporções de viga, a FLD não ocorrerá com momentos abaixo do momento de plastificação da seção. Na sequência, Johnson e Chen (1993), analisaram os fenômenos de estabilidade em quatro vigas mistas contínuas de aço e concreto, por meio do desenvolvimento de ensaios experimentais. Os autores analisaram a influência da presença de enrijecedores transversais na alma do perfil. Os resultados foram comparados com procedimentos normativos e métodos analíticos. Johnson e Chen (1993) concluíram que os enrijecedores transversais são responsáveis pela redução de instabilidades locais, conforme **Figura 2.6**, e pelo aumento da capacidade resistente desses elementos, principalmente quando posicionados próximos aos apoios internos. Quando os resultados experimentais foram comparados com as estimativas dos procedimentos analíticos foram verificadas situações conservadoras para todos os métodos, sendo que, o EC4 foi o que apresentou resultados mais próximos dos valores experimentais.

Figura 2.6: Efeito da presença de enrijecedores transversais

Fonte: Johnson e Chen (1993)

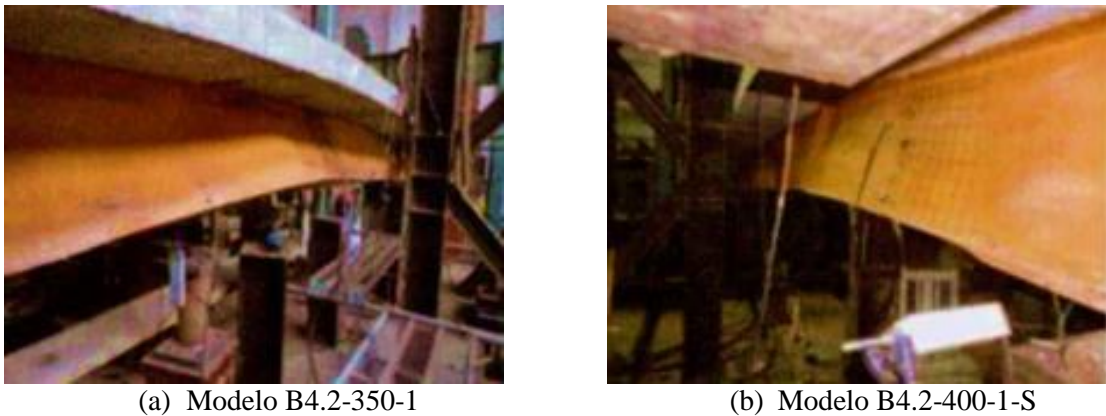
Assim como Johnson e Chen (1993), Chen (1992) também observou, com a realização de ensaios experimentais, que a presença de enrijecedores nas regiões próximas aos apoios internos, região com presença de momento fletor negativo, eram responsáveis por um aumento na capacidade resistente desses elementos. Além disso, Chen (1992) verificou que a flambagem local ocorria nas regiões próximas aos apoios internos mesmo após o início da FLD. Chen e Wang (2012) também investigaram, com o desenvolvimento de análises numéricas, a influência da presença de enrijecedores transversais na capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Os autores também estudaram a influência à FLD de parâmetros como: a rigidez da laje de concreto; a esbeltez da alma; e o espaçamento entre os enrijecedores transversais. Chen e Wang (2012) observaram que a presença dos enrijecedores aumenta significativamente a resistência das vigas mistas sob a ação de momento fletor negativo, e que o procedimento normativo do EC4 fornece resultados conservadores da capacidade resistente à FLD. Gizejowski e Khalil (2010) apresentaram uma comparação entre os resultados obtidos pelo procedimento do EC4 e resultados de análise numérica, confirmando situação conservadora desse procedimento.

Uns dos mais recentes estudos experimentais a tratar dos fenômenos de instabilidade em vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo foi desenvolvido por Tong *et al.* (2014), conforme **Figura 2.7**.

Tong *et al.* (2014) analisaram oito vigas com comprimentos de 3,0 m e 4,2 m verificando a influência de fatores como a distribuição de momento fletor negativo, comprimento do vão, parâmetros de esbeltez da seção, grau de interação do elemento composto e a presença de enrijecedores transversais. Tong *et al.* (2014) observaram que a FLD ocorre principalmente nos casos em que o momento fletor negativo apresenta a mesma amplitude nas duas extremidades das vigas. Nesses casos, o momento resistente à FLD é inferior ao momento de plastificação da

seção. Entretanto, de acordo com Tong *et al.* (2014), para as demais situações de distribuição de momento fletor a capacidade resistente à FLD é maior que o momento de plastificação da seção. Os autores também verificaram a possibilidade da ocorrência simultânea da FLD com modos de instabilidade locais. Por fim, Tong *et al.* (2014) concluíram que a presença de enrijecedores transversais é responsável pelo aumento do momento resistente e da capacidade rotacional do elemento.

Figura 2.7: Modelo experimental de Tong *et al.* (2014)



Fonte: Tong *et al.* (2014)

Posteriormente, as vigas mistas de aço e concreto, sob ação de momento fletor uniforme, de Tong *et al.* (2014) foram validadas numericamente, por meio do *software* Ansys, por Zhou e Yan (2017). Após a validação do modelo numérico, Zhou e Yan (2017) desenvolveram estudo paramétrico analisando a influência sob à FLD de fatores como o grau de interação do elemento composto e parâmetros de esbeltez da viga I sob a ação de momento fletor negativo uniforme. Os autores observaram pequena influência do grau de interação sobre a capacidade resistente à FLD e verificaram que o parâmetro de esbeltez da alma é o fator de maior significância na capacidade resistente à FLD. Comparando os resultados numéricos com os procedimentos do EC4 (EN 1994-1-1:2004), Zhou e Yan (2017) verificaram situação conservadora do procedimento normativo europeu. Visto essa situação, Zhou e Yan (2017) propuseram um procedimento analítico para a estimativa da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo uniforme (Eq.2.1-2.4).

$$M_{u,dist} = \phi_{PR} M_{pl-mista} \quad (2.1)$$

$$\phi_{PR} = 1.56 - 0.58\lambda_{PR} \leq 1.0 \quad (2.2)$$

$$\lambda_{PR} = 0.09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0.2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.4} \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.6} (1.5 + \rho)^{0.5} \quad (2.3)$$

$$\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2A_f f_f)} \quad (2.4)$$

onde: $M_{pl-mista}$ é o momento de plastificação total da seção mista, L é o vão livre sem restrições, b_f é a largura da mesa, t_f é a espessura da mesa, h_s é a distância entre os centroides da mesa inferior e superior, t_w é a espessura da alma, A_r é a área total da seção transversal das armaduras longitudinais, f_r é a resistência ao escoamento do aço das armaduras, A_w é a área da alma da seção I, A_f é a área das mesas da seção I, f_w é a resistência ao escoamento do aço da alma da seção I e, f_f é a resistência ao escoamento do aço da mesa da seção I.

Outro estudo numérico que investigou a ocorrência da FLD em vigas mistas de aço e concreto foi apresentado por Chen e Jia (2010). As análises desenvolvidas com o *software* ABAQUS tinham como objetivo investigar a capacidade resistente de vigas mistas protendidas sob a ação de momento fletor negativo. Chen e Jia (2010) verificaram que o momento resistente à FLD decresce com o aumento da armadura de protensão e que a esbeltez da alma e da mesa comprimida influenciam significativamente o momento último à FLD. Por fim, os autores propuseram um procedimento, fundamentado na norma chinesa, para estimativa do momento resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto protendidas.

Bradford (2000) também investigou a FLD em vigas I que apresentavam a mesa tracionada completamente restringida e a mesa comprimida livre, situação característica de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo. Bradford (2000), verificando situação conservadora do método da estrutura em U invertido (*U-frame model*) apontada por pesquisadores como Johnson e Bradford (1983), Williams e Jemah (1987), Bradford e Ronagh (1997), Bradford (1997) e Bradford (1986), realizou uma investigação por meio do método dos elementos finitos da capacidade resistente à FLD em regime inelástico. O método em elementos finitos desenvolvidos incorporava os efeitos das tensões residuais, tensão de escoamento e imperfeições geométricas para a estimativa da capacidade resistente à FLD. Bradford (2000) observou, com seus resultados numéricos, situação conservadora de procedimentos como da AS4100:1998 e BS5950. Assim, o autor propôs uma nova formulação, fundamentada na norma australiana AS4100, para a estimativa da capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto (Eq.2.5-2.6).

$$M_{u,dist} = 0.6 \left\{ \sqrt{\left(\frac{M_{pl-perfil I}}{M_o} \right)^2 + 3} - \left(\frac{M_{pl-perfil I}}{M_o} \right) \right\} M_{pl-perfil I} \leq M_{pl-perfil I} \quad (2.5)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{M_{pl-perfil I}}{M_o}} = 0.02 \left(\frac{L}{r_{y,f}} \right)^{0.5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0.5} \quad (2.6)$$

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

onde: $M_{pl-perfil\ I}$ é o momento de plastificação total da seção I, L é vão livre sem restrições, $r_{y,f}$ é o raio de giração da mesa comprimida, h_w é a altura da alma, t_w é a espessura da alma, α_m é o coeficiente de distribuição de momento não uniforme dado pela norma AS4100: 1998.

No mesmo ano, Bradford e Kemp (2000) apresentaram uma revisão das principais pesquisas que se destinaram ao estudo dos modos de instabilidade em vigas mistas de aço e concreto. Os autores afirmaram que estudos experimentais da flambagem local e da FLD em vigas mistas de aço e concreto são bastante raros, e que as recomendações dos códigos normativos são questionáveis, na melhor das hipóteses. Bradford e Kemp (2000) apresentaram um resumo dos principais ensaios de vigas mistas contínuas de aço e concreto, onde foi observado que em muitos casos o momento de plastificação era atingido antes da degeneração da capacidade resistente do elemento devido a fenômenos de instabilidade.

A combinação dos efeitos da ação de momento fletor negativo e carregamento axial de compressão foi investigada por Vasdravellis *et al.* (2012). Por meio do desenvolvimento de análises experimentais e numéricas os autores verificaram que quando uma força de compressão atua na seção mista, a capacidade resistente ao momento fletor negativo é significativamente reduzida e a flambagem local na viga de aço é mais pronunciada, comprometendo a ductilidade da seção.



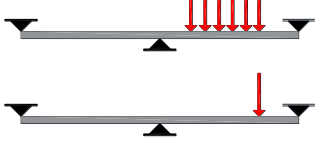




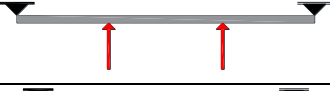

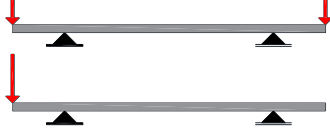

Outros trabalhos com os de He *et al.* (2010) e Lin *et al.* (2014), também investigaram vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo. Entretanto, esses trabalhos tinham como objetivo investigar o comportamento da laje de concreto sujeita a repetidas ações de carregamentos ou analisar a influência de diferentes tipos de conectores de cisalhamento na fissuração da laje de concreto tracionada. Por exemplo, Nguyen *et al.* (2009) investigaram por meio do desenvolvimento de análises numéricas a perda de rigidez de vigas mistas contínuas de aço e concreto devido ao fissuramento da laje.

A **Tabela 2.1** resume as principais investigações sob à FLD, sintetizando os detalhes do estudo e os parâmetros analisados.

Rossi *et al.* (2020b) apresentam uma revisão crítica sobre a FLD. Os autores mostraram que as investigações da FLD enfatizam a análise do comportamento elástico na tentativa de obter um método para determinação do momento crítico elástico, ou buscam analisar a capacidade resistente à FLD. Os autores mostraram que existem divergências consideráveis entre as metodologias existentes para determinação do momento crítico elástico. Além disso, Rossi *et al.* (2020b) apresentaram divergências entre os resultados experimentais e de análises numéricas pós-flambagem quando comparados com os procedimentos normativos. Por fim, os

pesquisadores apresentam a necessidade de novas investigações sobre vigas mistas de aço e concreto sob momento fletor negativo.

Tabela 2.1: Principais estudos experimentais e numéricos sobre a FLD em viga mista.

Referência	Investigação	Esquema de análise	Parâmetros analisados	Falha
Hope-Gill e Johnson (1976)	Exper.		Vão, perfil I, largura efetiva da laje maciça	FL, Ruptura do concreto, plastificação
Bradford e Johnson (1987)	Teór./Num		Vão, perfil I, taxa de armadura na laje maciça	FLD e FL
Johnson e Fan (1991)	Exper.		Vão, distribuição de momento fletor, laje maciça	FLD, FL, plastificação
Weston, Nethercot e Crisfield (1991)	Num.		Vão, perfil I, laje maciça	FLD, FL, plastificação
Johnson e Chen (1993)	Exper.		Vão, perfil, enrijecedores próximo ao apoio, laje maciça	FL, FLD
Bradford (2000)	Num.		Vão, perfil, distribuição de momento fletor, laje maciça	FLD, FL, plastificação
Chen e Jia (2010)	Num.		Vão, perfil I, armadura de protensão da viga mista, laje maciça	FLD, FL
Chen e Wang (2012)	Num.		Vão, enrijecedores transversais, laje maciça	FLD, FL, plastificação
Vasdravellis et al. (2012)	Exper./Num.		Vão, perfil I, laje maciça	FL, plastificação
Tong et al. (2014)	Exper.		Vão, perfil I, distribuição de momento fletor, grau de interação, laje maciça	FLD, FL, plastificação
Zhou e Yan (2017)	Num.		Vão, perfil I, grau de interação, laje maciça.	FLD

Fonte: O autor (2020)

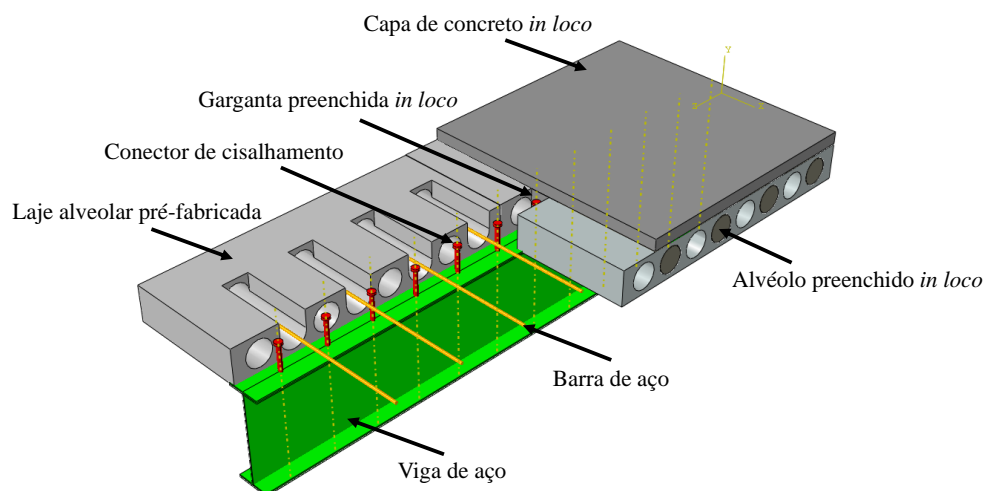
Conclui-se com o desenvolvimento dessa revisão bibliográfica que a maioria das investigações mostram que os procedimentos normativos apresentam limitações na estimativa da capacidade resistente desses elementos. Além disso, muitos parâmetros ainda carecem de maiores investigações, como por exemplo; o efeito da presença de enrijecedores transversais dispostos na região da alma; a variação da taxa de armadura longitudinal na laje de concreto, a altura da laje de concreto, e, até mesmo, a influência de fatores como o comprimento do vão sujeito a ação de momento fletor negativo e das dimensões da seção transversal da viga I.

Ademais, nenhuma investigação analisou o efeito da variação de características geométricas ou da tipologia da laje de concreto, conforme apresentado. Portanto, verifica-se a necessidade da investigação de possíveis efeitos sob a capacidade resistente à FLD da presença de lajes alveolares pré-fabricadas de concreto.

2.2 SISTEMA MISTO COM LAJE ALVEOLAR

O comportamento e os critérios de projeto de vigas mistas com laje maciça e laje com forma de aço incorporada (lajes mistas) quando solicitadas a momento fletor positivo já são bem conhecidos e reportados na literatura, como em Malite (1990), Pires (2003), Farias (2008) e na norma brasileira para estruturas mistas de aço e concreto ANBT NBR 8800:2008. No entanto, isso não ocorre para o caso de vigas mistas com lajes alveolares, **Figura 2.8**. Nesse arranjo estrutural diversos detalhes construtivos são necessários, como a exigência da abertura de alvéolos para posicionamento de armaduras transversais, o preenchimento de alvéolos com concreto moldado *in loco*, as características geométricas da garganta ou *gap* (região de encontro entre as extremidades de duas unidades alveolares, onde também se encontram os conectores de cisalhamento), e, a necessidade ou não de uma capa de concreto. Quando se trata do comportamento de vigas mistas com lajes alveolares em região de momento fletor negativo nenhum estudo é encontrado, como apresentado no item anterior. Desta forma, apresenta-se, brevemente, um estado da arte sobre esse sistema estrutural, sendo apresentado também comentários a respeito do comportamento desse tipo sistema em relação à FLD.

Figura 2.8: Viga mista com laje alveolar pré-fabricada

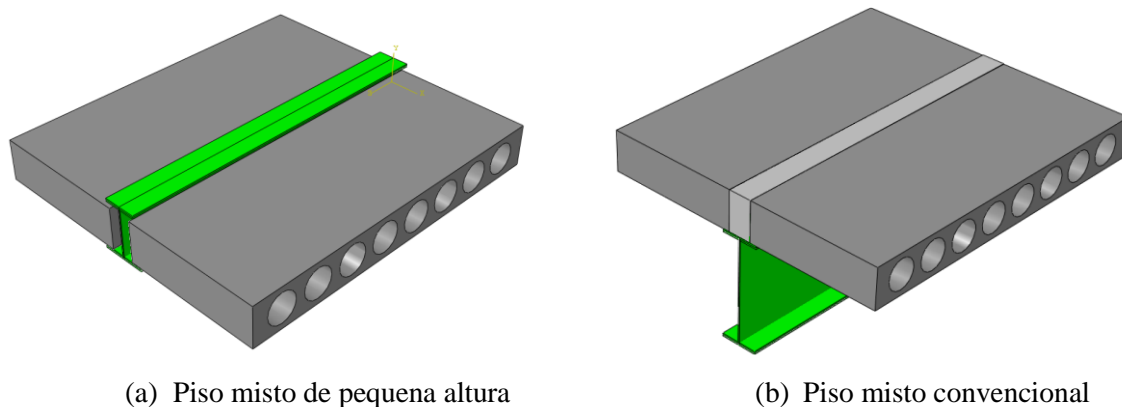


Fonte: O autor (2020)

Estruturas mistas de aço e concreto têm sua aplicação cada vez mais difundida na construção predial do Brasil. A combinação do uso de lajes alveolares pré-fabricadas com a

estrutura metálica une dois processos com tecnologia de fabricação industrializada, substituindo atividades executadas na obra, podendo-se usufruir do controle de qualidade, precisão e confiabilidade de uma produção em fábrica. Assim, a utilização de piso misto com laje pré-fabricada de concreto é, particularmente, adequada para setores como hotéis, edifícios residenciais e estacionamentos, visto grande industrialização do processo construtivo que acarreta maior velocidade na execução da obra. O arranjo de lajes alveolares pré-fabricadas e perfis metálicos pode originar dois tipos de pisos mistos, o piso de pequena altura (*slim floor*) e o piso misto convencional. No primeiro, a laje é apoiada sobre a mesa inferior do perfil (**Figura 2.9a**), impossibilitando qualquer fenômeno de instabilidade, já na segunda situação, a laje é apoiada sobre mesa superior do perfil (**Figura 2.9b**).

Figura 2.9: Pisos mistos de aço e concreto



Fonte: O autor (2020)

A utilização de lajes alveolares pré-fabricadas de concreto e perfis I duplamente simétricos, para a constituição de uma viga mista de aço e concreto, trata-se de uma combinação relativamente recente e ainda pouco utilizada no Brasil. Os trabalhos de Lam (1998), Lam *et al.* (1998), Lam *et al.* (2000a) e Lam *et al.* (2000b) foram os primeiros estudos a investigar o comportamento desses elementos sob flexão positiva.

A primeira investigação documentada de vigas mistas com laje alveolar trata-se da tese de doutorado apresentada por Lam (1998). Em seus estudos Lam (1998) realizou ensaios de cisalhamento direto (*push-out*) e ensaios de flexão em vigas mistas compostas por lajes alveolares pré-fabricadas e perfil I duplamente simétricos. Suas pesquisas resultaram em uma série de publicações, que são apresentadas na sequência. Em sua primeira publicação, tratando-se de vigas mistas com lajes alveolares, Lam *et al.* (1998) determinaram, experimentalmente, a capacidade resistente ao cisalhamento de conectores do tipo pino com cabeça. As investigações foram desenvolvidas através de 12 ensaios de cisalhamento direto que tinham como objetivo analisar a influência de parâmetros como: o espaçamento entre as extremidades da laje alveolar

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

pré-fabricada na região dos conectores de cisalhamento (garganta); a taxa de armadura de reforço transversal, e a variação na resistência a compressão do concreto moldado *in loco*. Os resultados mostraram que, em certas situações, a capacidade resistente dos conectores de cisalhamento é reduzida comparada as previsões para vigas mistas como lajes maciças. Os autores também observaram que um aumento na largura da garganta e na taxa de armadura de reforço transversal são responsáveis por aumento na capacidade resistente ao cisalhamento dos conectores do tipo pino com cabeça. O mesmo comportamento foi verificado com o aumento da resistência a compressão do concreto. De posse dos resultados os autores propuseram um equacionamento, modificando as recomendações do EC4, para a determinação da capacidade resistente ao cisalhamento de conectores do tipo pino com cabeça (Eq. 2.7-2.11).

$$P_{RD} = \frac{0,29\alpha\beta\varepsilon d^2 \sqrt{\omega f_{cp} E_{cp}}}{\gamma_v} \quad (2.7)$$

$$\alpha = 0,2 \left(\frac{\phi_{pino}}{h_{pino}} + 1 \right) < 1,0 \quad (2.8)$$

$$\beta = 0,5 \left(\frac{g}{70} + 1 \right) < 1,0 \quad (2.9)$$

$$\varepsilon = 0,5 \left(\frac{\phi}{20} + 1 \right) < 1,0 \quad (2.10)$$

$$\omega = 0,5 \left(\frac{w}{600} + 1 \right) < 1,0 \quad (2.11)$$

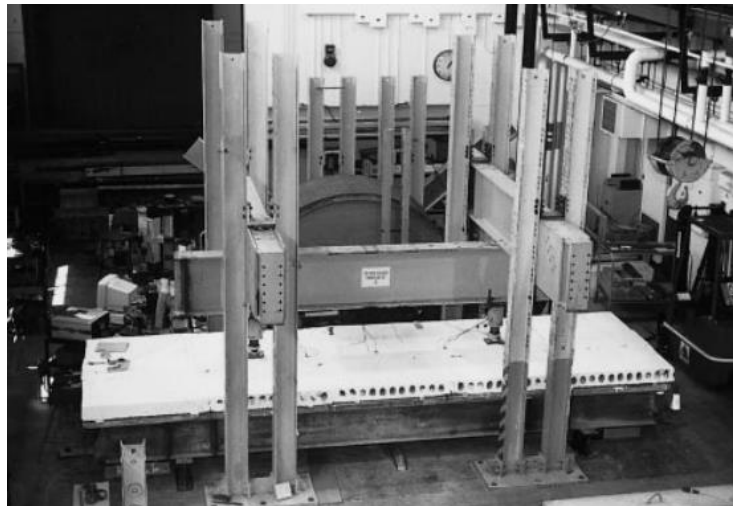
onde: ϕ_{pino} é o diâmetro do pino com cabeça; h_{pino} é a altura total do pino com cabeça; g é a largura da garganta ($g > 30mm$); ϕ é o diâmetro da armadura de reforço transversal ($\phi > 8mm$) e; w é a largura da unidade de laje alveolar.

Conhecida a capacidade resistente dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça em lajes alveolares, Lam *et al.* (2000a) e Lam *et al.* (2000b) investigaram o comportamento à flexão de vigas mistas com lajes alveolares conectadas a perfis I duplamente simétricos por meio de conectores tipo pino com cabeça. Lam *et al.* (2000a) apresentaram os resultados dos ensaios de flexão em quatro pontos de três vigas mistas constituídas por lajes alveolares pré-fabricadas, conforme **Figura 2.10**. As lajes pré-fabricadas apresentavam 150 mm de altura e os conectores de cisalhamento possuíam diâmetros de 19 mm. Os resultados mostraram que as vigas mistas com lajes alveolares são quase três vezes mais resistentes que as vigas de aço isoladas. Além disso, Lam *et al.* (2000a) verificaram que o modo de falha é dúctil, o qual pode ser controlado por meio da inserção de barras de aço entre os alvéolos da laje. Posteriormente, Lam *et al.* (2000b) desenvolveram um estudo paramétrico avaliando a influência, no comportamento à flexão, de fatores como: a altura da laje, a taxa de armadura

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

transversal, a variação do espaçamento entre os conectores e o perfil I utilizado. Os resultados mostraram que um aumento na taxa de armadura transversal e na altura da laje elevam a capacidade resistente do elemento. Entretanto, o aumento da altura da laje pode levar este elemento a falhar devido a ação direta da força aplicada sobre laje. Na sequência, Ellobody e Lam (2002) complementam as investigações anteriores através da análise da capacidade resistente ao cisalhamento de conectores do tipo pino com cabeça em vigas mistas com lajes alveolares. Com o desenvolvimento de um modelo numérico, Ellobody e Lam (2002) realizaram um estudo paramétrico investigando a influência dos seguintes fatores: o diâmetro da armadura de reforço transversal, a variação do tamanho da garganta (espaçamento entre duas unidades de laje alveolar onde encontram-se os conectores de cisalhamento) e a resistência à compressão do concreto moldado *in loco*. Os autores observaram um aumento na capacidade resistente ao cisalhamento dos conectores tipo pino com cabeça quando existe um aumento da largura da garganta e um aumento na taxa de armadura de reforço transversal. Com relação a resistência à compressão do concreto moldado *in loco*, os autores verificaram um aumento notável na capacidade resistente dos conectores tipo pino com cabeça e no comportamento da curva carga vs. deslocamento à medida em que a resistência à compressão do concreto é aumentada.

Figura 2.10: Arranjo das vigas ensaiadas por Lam *et al.* (2000a)



Fonte: Lam *et al.* (2000a)

Após as investigações experimentais, Lam (2002) e Ellobody e Lam (2003) desenvolveram modelos de análise numérica em elementos finitos para a investigação do comportamento à flexão e da capacidade resistente ao cisalhamento de conectores do tipo pino com cabeça em vigas mistas com lajes alveolares. Suas investigações tinham como objetivo apresentar um modelo de análise em elementos finitos que fornecesse resultados próximos aos

modelos experimentais apresentados por Lam *et al.* (1998) e Lam *et al.* (2000a). Com o desenvolvimento das análises em elementos finitos os autores obtiveram boa concordância entre os modelos numéricos e experimentais. Com base em todas as investigações realizadas Lam e Uy (2003) sintetizam os principais resultados obtidos em estudos anteriores em vigas mistas com lajes alveolares. Dentre os resultados apresentados destaca-se a proposição de um equacionamento para a determinação da largura efetiva de vigas mistas com lajes alveolares, que leva em consideração a perda na transferência das ações de compressão que ocorre nas unidades da laje alveolar. A largura efetiva foi sugerida como sendo (**Eq. 2.12**):

$$b_{ef} = \left(\frac{\sqrt{f_{cu}}}{40} \frac{32\phi}{500} \frac{f_y}{460} 1000 \right) + 2,5g \quad (2.12)$$

onde: f_{cu} é a resistência a compressão do concreto moldado *in loco*; ϕ é o diâmetro das barras de reforço transversal; f_y é a tensão de escoamento das barras de reforço transversal e g é a largura da garganta.

Na sequência, Uy e Bradford (2005) apresentam as inovações existentes nos estudos de vigas mistas com lajes pré-fabricadas, entre elas, destaca-se a utilização de lajes alveolares. Os autores apresentam esse sistema construtivo dando ênfase ao processo de industrialização da construção civil e ao fator ambiental. Uy e Bradford (2005) finalizam apresentando algumas sugestões para projeto e processo construtivo que façam utilização desses elementos.

Para melhor entendimento da capacidade resistente ao cisalhamento dos conectores do tipo pino com cabeça, Lam (2007) apresenta uma nova metodologia para o desenvolvimento de ensaios de cisalhamento direto em vigas mistas com lajes alveolares. Na nova metodologia os ensaios de cisalhamento direto são realizados na posição horizontal, conforme **Figura 2.11**.

Figura 2.11: Arranjo do ensaio de cisalhamento direto de Lam (2007)



Fonte: Lam (2007)

A proposição da nova metodologia de ensaio proposta por Lam (2007) é justificada devido as restrições da metodologia padrão de ensaios de cisalhamento direto, tais como: as

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

dimensões especificadas para as lajes são muito pequenas para serem utilizadas em lajes alveolares e; as armaduras especificadas no teste padrão não são adequadas, pois apenas as armaduras transversais são utilizadas para a construção do modelo a ser ensaiado. Para validar a metodologia de ensaio apresentada, Lam (2007) realizou sete ensaios com lajes maciças, comparando resultados com os procedimentos para lajes maciças presentes em códigos normativos. Na sequência, Lam (2007) realizou um estudo paramétrico com lajes alveolares por meio de 72 ensaios de cisalhamento direto. Foram avaliadas as influências na capacidade resistente ao cisalhamento de fatores como: o diâmetro da armadura transversal; as dimensões do conector do tipo pino com cabeça, a altura da laje e a largura da garganta. O autor concluiu que o diâmetro ótimo para a armadura transversal é cerca de 16 mm, e que a largura ótima da garganta é em média de 80 mm.

Outra investigação, da capacidade resistente ao cisalhamento de conectores do tipo pino com cabeça em lajes alveolares, que merece destaque é o trabalho de Araújo *et al.* (2016). Os estudos de Araújo *et al.* (2016) tem como diferencial a consideração de uma capa de concreto moldada *in loco* sob a laje alveolar. Foram realizados vinte ensaios de cisalhamento direto considerando uma capa de 40 mm de altura, os parâmetros investigados foram: a resistência à compressão do concreto moldado *in loco*; o diâmetro da armadura de reforço transversal e; altura da laje de concreto. Os resultados foram comparados com procedimentos normativos e métodos analíticos. As análises mostraram que a resistência do concreto moldado *in loco* é o fator que mais afeta a capacidade resistente ao cisalhamento dos conectores do tipo pino com cabeça. Outro fator importante é o diâmetro da armadura transversal, sendo recomendado pelo autor a utilização de barras de 16 mm de diâmetro.

Outros estudos investigaram os efeitos da capa de concreto sobre a laje alveolar, destacando-se os trabalhos de Adawi *et al.* (2015), Baran (2015) e Adawi *et al.* (2016). Essas análises são fundamentais para o entendimento do possível efeito da adição de uma capa de concreto moldado *in loco* sobre as lajes alveolares em vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, esses trabalhos realizaram investigações em lajes alveolares isoladas, não associada a nenhum perfil metálico. Adawi *et al.* (2015) avaliaram o comportamento conjunto entre lajes alveolares e uma capa de 50 mm de concreto moldado *in loco*. Por meio de ensaios experimentais os autores observaram que o comportamento conjunto entre a capa de concreto e laje alveolar pode ser obtido, satisfatoriamente, por meio do preparo da superfície da laje alveolar. Posteriormente, Adawi *et al.* (2016), por meio de análises numéricas, observaram o mesmo comportamento verificado nos ensaios experimentais apresentados por Adawi *et al.* (2015). Já o trabalho de Baran (2015) teve como foco a investigação da resposta à flexão de

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

lajes alveolares de 150 mm de altura com uma capa de concreto moldado *in loco* de 50 mm. Por meio de ensaios de flexão em cinco lajes alveolares o autor observou que um maior grau de comportamento conjunto entre a capa de concreto e a laje alveolar é garantido antes da fissuração do concreto. A existência da capa de concreto foi responsável por um aumento em 23% no momento último da laje, além disso, o autor verificou um aumento na rigidez inicial do elemento quando existe a presença da capa de concreto.

Com relação as recomendações de cálculo para a elaboração de projetos em vigas mistas com lajes alveolares pré-fabricadas destaca-se a publicação do SCI (*Steel Construction Institute*) P401. O manual reúne recomendações de dimensões mínimas, arranjo dos conectores tipo pino com cabeça, armadura transversal e recomendações para estados limites últimos e de serviço na fase construtiva (perfil de aço) e de utilização (viga mista), para os casos de interação total e parcial (COUCHMAN, 2014).

Do exposto sobre vigas mistas com lajes alveolares pré-fabricadas verifica-se que os estudos que abordaram esse assunto são relativamente recentes. A primeira investigação iniciou com Lam (1998), posteriormente os principais estudos foram realizados tendo como base seus trabalhos. A **Tabela 2.2** apresentada um resumo das principais investigações sobre vigas mistas com lajes alveolares pré-fabricada.

Tabela 2.2: Estudos sobre vigas mistas com lajes alveolares pré-fabricadas

Referência	Investigação	Objetivos
Lam (1998)	Experimental e numérica	Caracterizar o comportamento desse sistema por meio de ensaio de cisalhamento direto e de flexão positiva
Lam <i>et al.</i> (1998)	Experimental	Determinar a capacidade resistente de conectores do tipo pino com cabeça em lajes alveolares
Lam <i>et al.</i> (2000a)	Experimental	Investigar o comportamento à flexão positiva
Lam <i>et al.</i> (2000b)	Numérica	Parametrizar propriedades geométricas para investigar o comportamento à flexão positiva
Ellobody e Lam (2002)	Numérica	Investigar a capacidade resistente de conectores do tipo pino com cabeça em lajes alveolares
Lam (2002)	Numérica	Investigar o comportamento à flexão positiva e a capacidade resistente dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça em lajes alveolares
Ellobody e Lam (2003)	Numérica	Investigar o comportamento à flexão positiva e a capacidade resistente dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça em lajes alveolares
Lam e Uy (2003)	Teórica	Sintetizar as principais investigações em vigas mistas com lajes alveolares e apresentar recomendações de cálculo
Uy e Bradford (2005)	Teórica	Sintetizar as principais investigações em vigas mistas com lajes alveolares e apresentar recomendações de cálculo
Lam (2007)	Experimental	Desenvolver nova metodologia para ensaio de cisalhamento direto em vigas mistas com lajes alveolares e parametrizar propriedade geométrica
Araujo <i>et al.</i> (2016)	Experimental	Investigar a resistência de conectores de cisalhamento em um sistema de lajes alveolares com uma capa de concreto
Souza <i>et al.</i> (2017)	Experimental	Investigar a resistência de conectores de cisalhamento em um sistema de lajes alveolares com uma capa de concreto em piso de pequena altura.

Fonte: O autor (2020)

Observa-se que não há registros de trabalhos sobre investigação de vigas mistas com lajes alveolares sob ação de momento fletor negativo. Além disso, a necessidade da adição da capa de concreto sobre a laje alveolar, juntamente com armaduras longitudinais, é fundamental para a análise desse tipo de elemento sob ação de momento negativo. Por outro lado, foi verificado uma escassez de investigações em vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares que considerem a adição de uma capa de concreto sobre a laje. Portanto, a investigação de vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares sob a ação de momento fletor negativo é de fundamental importância para o entendimento do comportamento estrutural desses elementos sob essa condição. Tudo isto colabora para o avanço da fronteira do conhecimento sobre elementos mistos, além de contribuir de forma expressiva para a consolidação de vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares na construção civil brasileira.

2.3 FUNDAMENTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

O desenvolvimento de investigações acerca de fenômenos de instabilidade em elementos mistos de aço e concreto é de difícil execução e muitas vezes onerosos (OLIVEIRA, 2014; BRADFORD; KEMP, 2000). Entretanto, com o avanço da possibilidade do desenvolvimento de análises numéricas capazes de considerar efeitos como o comportamento não linear de materiais, a não linearidade de contato, imperfeições geométricas, tensões residuais, entre outros, tornam cada vez mais possível a investigação numérica de estruturas mistas. As utilizações de ferramentas computacionais, como *softwares* de análise numérica, são fundamentais para o avanço da engenharia estrutural. Entretanto, para a utilização dessas ferramentas, é necessário o conhecimento básico de conceitos como: a influência de imperfeições físicas e geométricas, os modelos que descrevem o comportamento do material concreto e do material aço e os métodos de análise de fenômenos de instabilidade.

2.3.1 Imperfeições físicas e geométricas

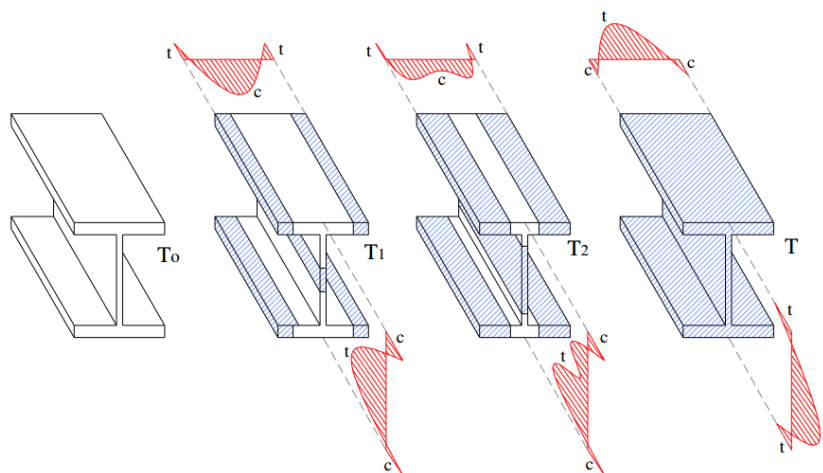
Os fenômenos de instabilidade são afetados por diversos fatores, entre eles, as imperfeições físicas e as imperfeições geométricas. Dentre as principais imperfeições físicas e geométricas destacam-se as tensões residuais e a curvatura inicial (pequeno deslocamento lateral), respectivamente. Essas imperfeições influenciam significativamente o comportamento

de elementos metálicos à instabilidade no regime inelástico. Além disso, são as principais responsáveis pelo comportamento não linear de qualquer estrutura de aço.

2.3.1.1 Tensões residuais

As tensões residuais são tensões internas, intrínsecas a elementos metálicos, presentes, ainda que nenhum carregamento externo esteja aplicado. Essas tensões internas surgem de maneira auto-equilibrada devido ao processo de produção dos perfis laminados ou soldados. O surgimento das tensões residuais ocorre devido ao resfriamento não uniforme das seções transversais após o processo de fabricação, e podem ter um significativo efeito na estabilidade e na resistência de elementos estruturais (SZALAI E PAPP, 2005). A **Figura 2.12** exemplifica o surgimento das tensões residuais para uma seção laminada.

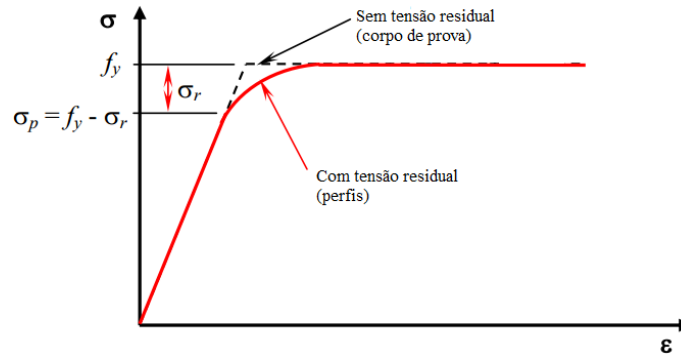
Figura 2.12: Processo de surgimento de tensões residuais em perfis laminados a quente



Fonte: Balio e Mazzolani (1983, adaptado por Gomes, 2006)

As tensões residuais presentes tanto em perfis laminados quanto em perfis soldados podem causar em materiais elasto-plásticos, que é o caso do aço, um escoamento prematuro ou flambagem prematura, dependendo da sua esbelteza, reduzindo sua resistência última. De acordo com Bezerra (2011), elementos que apresentam tensões residuais atingem o escoamento com tensão inferior à tensão de escoamento determinada em ensaios de tração em barras sem tensões residuais. O escoamento nesses elementos se inicia com valor de tensão, chamada de tensão de proporcionalidade (σ_p), obtido pela subtração do valor da tensão residual (σ_r) no valor da tensão de escoamento (f_y) obtida no ensaio de tração, como pode se observar na **Figura 2.13**. Com o aumento das tensões externas o escoamento aumenta de forma não-linear com as tensões normais e se completa quando estas se tornam iguais a resistência de escoamento do aço (f_y).

Figura 2.13: Diagrama tensão versus deformação com e sem tensão residual

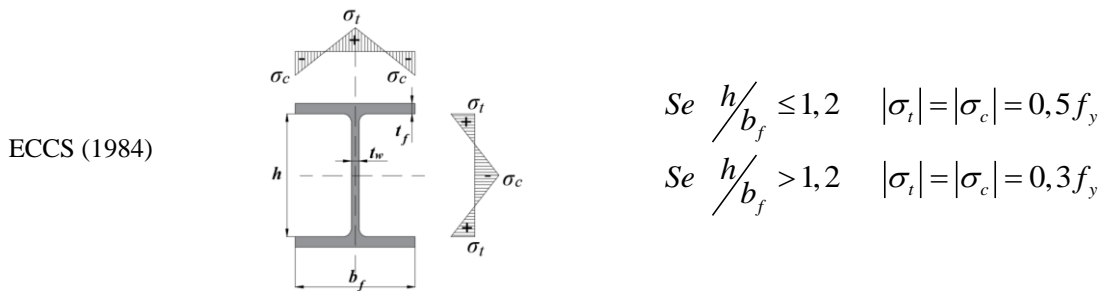


Fonte: Bezerra (2011).

As tensões residuais em perfis laminados variam de acordo com a forma e as dimensões da seção transversal. Em perfis que apresentam seções maiores e mais pesadas, os valores de tensão residual são mais elevados (ALPSTEN, 1968; ALPSTEN, 1972b; GALAMBOS, 1988; ALMEIDA, 2006). A **Tabela 2.3** apresenta os principais modelos de distribuição de tensão residual para perfis laminados.

Tabela 2.3: Principais modelos de distribuição de tensão residual para perfis laminados

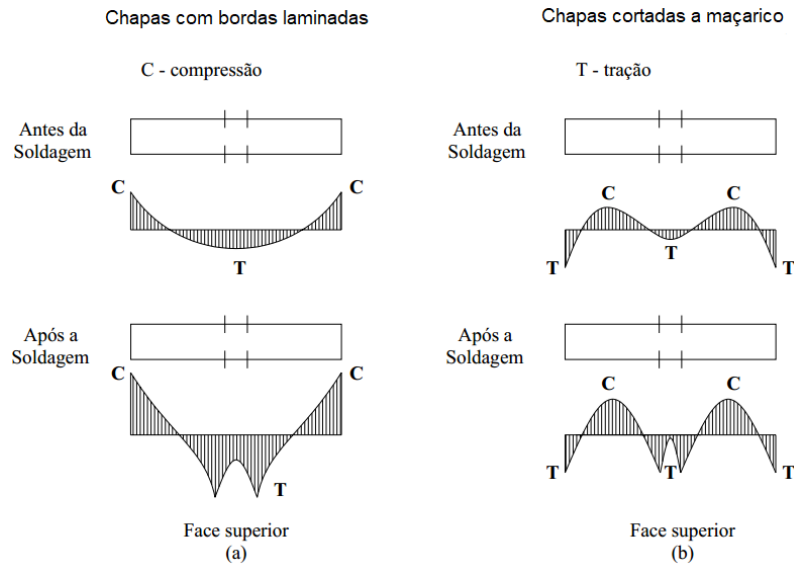
Referência	Distribuição	Intensidade
Galambos e Ketter (1959)		$\sigma_{rt} = \left[\frac{b_f t_f}{b_f + t_w (d - 2t_f)} \right] 0,3 f_y$ $\sigma_c = 0,3 f_y$
Young (1972)		$\sigma_{c1} = 165 \left[1 - \frac{ht_w}{2,4 b_f t_f} \right] N / mm^2$ $\sigma_t = 100 \left[0,7 + \frac{ht_w}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2$ $\sigma_{c2} = 100 \left[1,5 + \frac{ht_w}{2,4 b_f t_f} \right] N / mm^2$
Young (1975)		$\sigma_{c1} = 137,5 \left[2,2 - \frac{A}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2$ $\sigma_t = 100 \left[-0,3 + \frac{A}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2$ $\sigma_{c2} = 83,3 \left[0,8 + \frac{A}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2$



Fonte: O autor (2020)

Os perfis soldados passam por processo de fabricação diferente daquele que os perfis laminados são submetidos. Grande parte dos perfis I soldados passam por duas etapas de produção nas quais ocorrem surgimento das tensões residuais. Na primeira etapa é realizado o corte das chapas metálicas, normalmente realizado por maçarico, que submete a chapa a um aquecimento em suas extremidades, atribuindo-a tensões residuais de tração. Por fim, a soldagem das chapas promove um elevado aquecimento na região, gerando tensões residuais de tração. Contudo, as chapas utilizadas para a fabricação dos perfis soldados também podem ser laminadas, apresentando distribuição de tensão residual diferente, como pode-se observar na **Figura 2.14**.

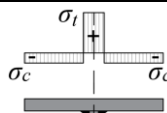
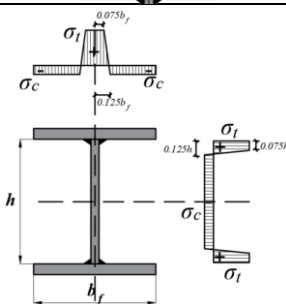
Figura 2.14: Comparação entre os padrões de tensão residual



Fonte: Pimenta (1997)

Nagarajo Rao *et al.* (1964), Alpsten e Tall (1970) e Dwight e White (1977) estudaram a forma de distribuição e os fatores que influenciam nos valores da tensão residual de perfis I soldados. Em seus estudos Dwight e White (1977), sugerem que o valor máximo da tensão residual, devido ao processo de soldagem, pode ser considerado igual ao valor da tensão de escoamento do aço. Os principais modelos de distribuição de tensões residuais em perfis soldados são apresentados na **Tabela 2.4**.

Tabela 2.4: Principais modelos de distribuição de tensão residual para perfis soldados

Referência	Distribuição	Intensidade
ECCS (1976)		$\sigma_t = f_y$ $\sigma_c = -0,5 f_y$
ECCS (1984)		$\sigma_t = f_y$ $\sigma_c = -0,25 f_y$

Fonte: O autor (2020)

A aplicação de tensões residuais em modelos de análise numérica pelo MEF pode ser realizada por dois métodos. No primeiro método, para a consideração do efeito das tensões residuais, utiliza-se uma relação tensão-deformação onde a resistência ao escoamento do aço é subtraída pelo valor máximo de tensão residual. Já no segundo método realiza-se a definição de um estado de tensão inicial em regiões do elemento de aço (COUTO e VILA REAL, 2019a; COUTO e VILA REAL, 2019b). Com a definição desse estado de tensão inicial, pode-se aplicar qualquer modelo de distribuição de tensões residuais.

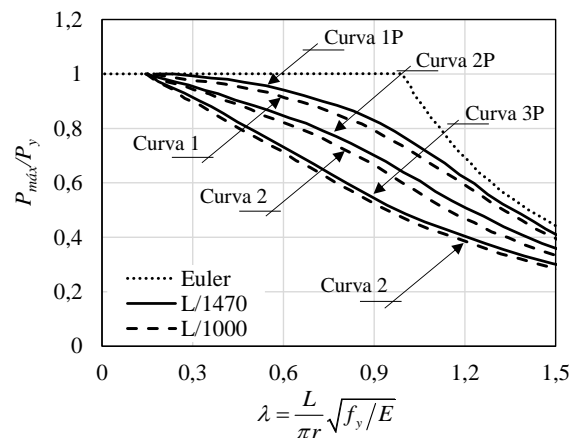
As normas norte americana e brasileira consideram o efeito das tensões residuais por meio da redução da resistência ao escoamento do aço em 30%, independentemente se a perfil for laminado ou soldado. De maneira diferente, o EC4/EC3 analisam os fenômenos de instabilidade, como a FLD em vigas mistas de aço e concreto, através das curvas de resistência derivadas do ECCS, as quais consideram efeitos de tensões residuais e imperfeições geométricas do elemento. Entretanto, o EC4/EC3 faz distinção entre as curvas utilizadas para seções laminadas e soldadas.

2.3.1.2 Imperfeição geométrica inicial

Assim como as tensões residuais, que estão presentes em todos os elementos estruturais metálicos devido ao processo de fabricação, as imperfeições geométricas iniciais ou curvaturas iniciais também se fazem presente. Essa curvatura inicial representa um pequeno desvio na retilineidade dos elementos estruturais. Esse desvio do eixo reto do elemento é responsável por ampliar o deslocamento transversal no elemento estrutural e reduzir a capacidade resistente a fenômenos de instabilidade. O valor da curvatura inicial normalmente é limitado pelas especificações de fabricação dos perfis estruturais. Essa limitação é uma relação máxima entre

o deslocamento e o comprimento do vão (L). A norma técnica, ABNT NBR 5884:2013, apresenta limitações dimensionais para perfis soldados, sendo para curvatura longitudinal de $L/1000$. O SSRC (*Structural Stability Research Council*), fundamentado nos trabalhos de Bjorhovde (1972) recomendava inicialmente a consideração de valores de curvatura inicial de $L/1000$. Entretanto, verificou-se que a utilização de valores de $L/1470$ é mais adequada para os perfis de uso prático. Esses valores de imperfeição geométrica originaram as curvas 1, 2 e 3 do SSRC, as quais posteriormente foram readequadas para as curvas 1P, 2P e 3P, considerando valores de curvatura inicial de $L/1470$, como apresentado por Bjorhovde (1988), conforme **Figura 2.15**.

Figura 2.15: Curvas de dimensionamento do SSRC



Fonte: Adaptado de Bjorhovde (1988)

Como apresentado, tanto as imperfeições físicas (tensões residuais) como as imperfeições geométricas (curvatura inicial) influenciam consideravelmente na resistência de elementos de aço a fenômenos de instabilidade. Assim, essas imperfeições devem ser cuidadosamente consideradas para a investigação de qualquer problema de instabilidade em elementos de aço. Portanto, é fundamental para o estudo da FLD em vigas mistas de aço e concreto.

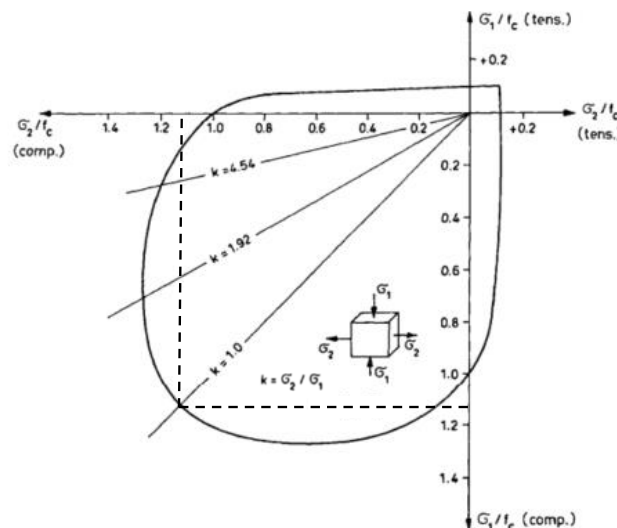
2.3.2 Comportamento do concreto

O concreto é um material compósito formado pela mistura de agregados, cimento e água. Por se tratar de uma mistura, o concreto apresenta microfissuras antes mesmo da aplicação de qualquer ação externa. Entretanto, com a aplicação de ações externas ocorre a formação e o crescimento de novas fissuras que contribuem para o comportamento não linear desse material. Quando solicitado a compressão uniaxial o concreto apresenta três fases de comportamento da curva tensão-deformação. Uma primeira fase elástico-linear que prevalece até o material atingir

cerca de 30% da sua resistência a compressão. Na segunda fase, verifica-se um comportamento não linear brando até 75% da resistência a compressão do concreto. E por último, o comportamento do concreto torna-se bastante não linear.

Entretanto, o concreto, presente em um elemento estrutural, não apresenta o mesmo comportamento de quando solicitado a compressão uniaxial. Devido a essa situação, muitos estudos foram desenvolvidos para melhor compreensão do comportamento do concreto sob carregamento biaxial e triaxial. Kpfer, Hilsdorf e Rush (1969) realizaram ensaios experimentais para a avaliação do comportamento biaxial do concreto. Os ensaios experimentais indicaram que quando as tensões $\sigma_1 = \sigma_2$, o aumento na resistência a compressão do concreto é apenas de 16% ($f_{b0}/f_{c0} = 1,16$) quando comparada aos resultados de ensaios uniaxiais, conforme **Figura 2.16**. Quando o concreto foi submetido a tração biaxial, a resistência verificada foi praticamente a mesma da tração uniaxial.

Figura 2.16: Comportamento biaxial do concreto



Fonte: Adaptado de Kpfer, Hilsdorf e Rush (1969)

Entretanto, Kpfer, Hilsdorf e Rush (1969) verificaram que a razão entre a resistência a compressão uniaxial e biaxial são dependentes da resistência característica à compressão uniaxial do concreto. Esse mesmo comportamento foi observado por Speck (2008) que investigou o comportamento biaxial de concretos de auto desempenho. Foi verificado que com o aumento da resistência característica a compressão uniaxial, existe uma redução da relação f_{b0}/f_{c0} .

Quando o concreto é submetido a um estado de tensão triaxial, comportamento verificado nas situações de confinamento do concreto, observa-se que as deformações específicas transversais e axial de ruptura, para uma situação de corpo de prova cilíndrico com $\sigma_2 = \sigma_3$ e com aumento da tensão σ_1 , normalmente crescem com o aumento das tensões de

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

confinamento. Além disso, verificam-se que as deformações de ruptura são maiores para o caso de confinamento do concreto, portanto, o concreto possui um certo grau de ductilidade antes da ruptura (PALANISWAMY, SHAH, 1974; CHEN, HAN, 1988, BONO, 2008).

Como observado, o concreto, por se tratar de um material compósito, apresenta um comportamento estrutural complexo. Descrever as relações constitutivas que considerem todas as características desse material é tarefa árdua. A maioria dos modelos tentam determinar as relações tensão-deformação através de uma visão macroscópica do seu comportamento. Esses modelos geralmente são fundamentados na teoria da elasticidade, na teoria da plasticidade ou na mecânica da fratura ou do dano. Os primeiros modelos que tentaram descrever o comportamento do concreto foram fundamentados na teoria da elasticidade. Pela teoria da elasticidade o material apresenta deformações instantâneas e reversíveis quando submetido a um dado estado de tensões. Já a teoria da plasticidade considera que o material apresenta deformações imediatas e não-reversíveis, portanto, as deformações não são totalmente restituídas com o alívio das tensões. Essa teoria foi inicialmente usada para representar o comportamento inelástico de metais e materiais geotécnicos. Por último, os modelos que utilizam a mecânica da fratura ou do dano seguem o conceito físico do crescimento gradual das microfissuras. Esses modelos tentam representar as falhas e defeitos que surgem em materiais frágeis com o aumento das deformações, situação típica do concreto (CEB, 230, 1996; BONO, 2008). De acordo com Bono (2008) a escolha de qual categoria de modelos seguir está vinculada basicamente ao tipo de problema a ser analisado. Quando se analisa concreto simples, para estudo de fissuração, os modelos que seguem a mecânica da fratura e do dano se mostram mais apropriadas. Entretanto, para a análise de peças de concreto armado, bons resultados podem ser obtidos empregando os modelos que seguem a teoria da elasticidade ou da plasticidade.

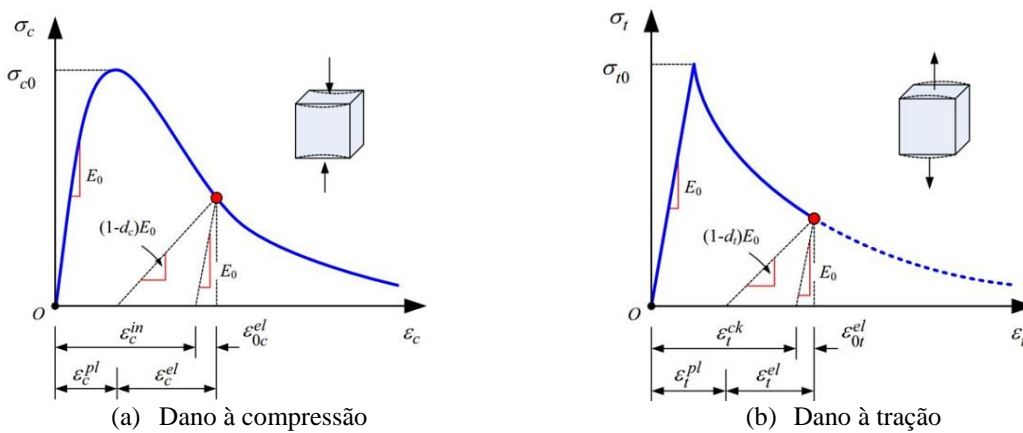
De acordo com Krahl (2018), os modelos que representam o comportamento do concreto devem tentar incorporar características experimentalmente observadas, como as fraturas microscópicas e a propagação das microfissuras, para descrever o comportamento macroscópico do material. A descrição desse comportamento irreversível, com deformações plásticas e redução da rigidez (dano), pode ser obtido por meio do acoplamento da evolução do dano com modelos da teoria da plasticidade. Consequentemente, o concreto é modelado como um meio contínuo e isotrópico com o comportamento do material governado pelo modelo dano-plasticidade (*Damage-Plasticity model*). Os principais softwares comerciais, entre eles o ABAQUS, possuem o código implementado do modelo do dano-plasticidade. No software ABAQUS o modelo é fundamentado nos trabalhos de Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenvers

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

(1998). Quando trata-se do comportamento do concreto esse modelo é conhecido como CDP (*concrete damage plasticity*). Normalmente, o comportamento dúctil dos materiais é representado pela evolução de uma superfície de escoamento (*yielding surface*). Essa evolução é descrita por meio do comportamento uniaxial do material sob compressão/tração, que é chamada de leis da evolução do encruamento e amolecimento. Além disso, o cálculo da degradação da rigidez (dano) é governado pelas leis da evolução do dano.

O CDP oferece a capacidade de modelagem progressiva de dano a um material. Este dano é descrito pela variável “ d ” e seu valor é inicialmente zero quando o material está totalmente íntegro e 1 quando totalmente danificado ($0 \leq d \leq 1$). Os fatores de dano d_c e d_t representam a taxa de degradação da rigidez do concreto causada pelo dano do material durante a compressão (esmagamento) e tração (fissuração), respectivamente, sob tensão uniaxial (**Figura 2.17**). A relação tensão-deformação é governada por uma quantidade elástica danificada, de acordo com a **Eq.(2.13-2.14)**. Demin e Fukang (2017) destacaram que o modelo CDP do programa ABAQUS é considerado adequado para materiais quase frágeis, no caso concreto.

Figura 2.17: Consideração do parâmetro de dano



Fonte: Adaptado de Chi et al. (2017)

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1-d_t)} \quad (2.13)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} \quad (2.14)$$

onde: $\bar{\sigma}_t$ e $\bar{\sigma}_c$ são as tensões efetivas de tração e compressão, respectivamente; σ_t e σ_c são as tensões de tração e compressão de referência, respectivamente.

O CDP considera três hipóteses fundamentadas na teoria da plasticidade: a superfície inicial de escoamento determina quando a deformação plástica inicia; a direção da deformação plástica é determinada pela chamada regra do fluxo (*flow rule*); e a lei do

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

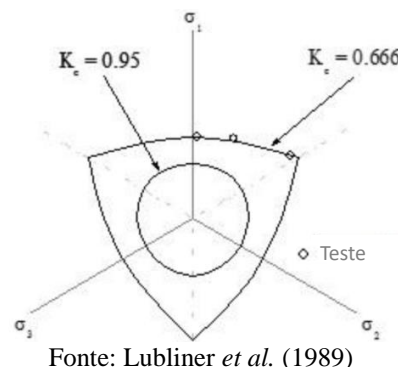
encruamento/amolecimento determinam como a superfície de escoamento evolui com a deformação plástica (YU *et al.* 2010). O modelo constitutivo utilizado para representar o comportamento do material concreto é baseado no conceito de tensão efetiva de Lemaitre e Chaboche (1990). O critério de escoamento, fundamentado no trabalho de Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998), é aplicado para simular o comportamento não linear de um compósito. A **Eq.(2.15)** apresenta o critério de escoamento e a **Eq.(2.16)** os parâmetros do modelo.

$$f(\bar{\sigma}, \kappa) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta(\kappa) \langle \bar{\sigma}_{m\acute{a}x} \rangle - \gamma \langle -\bar{\sigma}_{m\acute{a}x} \rangle \right] - \bar{\sigma}_c(\kappa) \quad (2.15)$$

$$\alpha = \frac{f_{b0}/f_{c0} - 1}{2f_{b0}/f_{c0} - 1}; \quad \beta(\varepsilon^p) = (1-\alpha) \frac{f_{c0}(\varepsilon_c^p)}{f_t(\varepsilon_t^p)} - (1+\alpha); \quad \gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c - 1} \quad (2.16)$$

onde: $\bar{\sigma}$ é a tensão efetiva dada pela **Eq.(2.17)**; κ é a função de encruamento/amolecimento que corresponde a deformação plástica; $\bar{q} = \sqrt{3/2 \bar{S} : \bar{S}}$ é a tensão equivalente de von Mises; $\bar{p} = -1/3 \bar{\sigma} : I$ é tensão hidrostática efetiva; $\bar{\sigma}_{m\acute{a}x}$ é o maior autovalor algébrico do tensor de tensão efetiva; f_{c0} é a tensão de escoamento à compressão; f_{b0} é a tensão de compressão biaxial; $f_{c0}(\varepsilon_c^p)$ é a curva uniaxial de deformação plástica-tensão na compressão; $f_t(\varepsilon_t^p)$ é a curva uniaxial de deformação plástica-tensão na tração; K_c é uma constante que governa a distância entre os meridianos de compressão e tração e a forma da superfície de falha no plano desviatório, a qual é calibrada experimentalmente conforme apresenta a **Figura 2.18**. O valor do limite superior e inferior de K_c é 1,0 e 0,5, respectivamente. O meridiano de compressão corresponde à curva de interseção entre a superfície de falha e um plano que contém o eixo hidrostático com um ângulo de 60 graus. Para o meridiano de tração, o ângulo é de 30 graus. Para os concretos com resistência característica normal, ou seja, que não se enquadram como concreto de alto desempenho com adição de fibras ou outros materiais, o valor de K_c , que aproxima a envoltória dos valores experimentais, é de 2/3 ou 0,666, conforme pode-se observar na **Figura 2.18**.

Figura 2.18: Superfície de falha

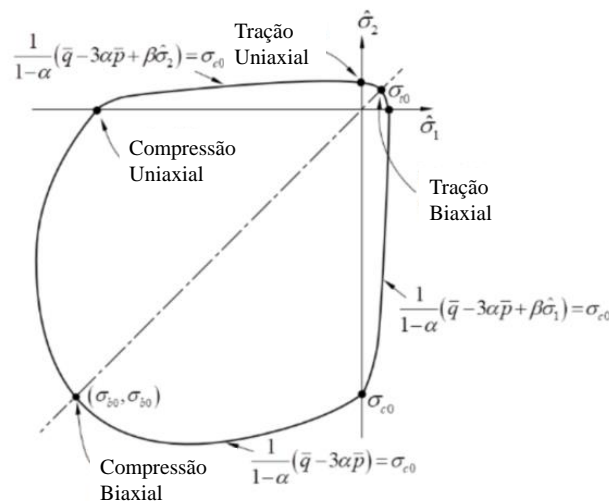


$$\sigma = D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2.17)$$

onde: D_0^{el} é rigidez elástica inicial (sem dano) do material.

A relação tensão-deformação é governada por uma quantidade elástica danificada. Na **Eq. (2.17)** “:” indica o produto interno da Frobenius. Portanto, os danos associados aos mecanismos de falha do concreto, como trincas e fissuras, resultam na degradação da rigidez do material. O estado de tração ou dano à compressão é caracterizado independentemente por duas variáveis, a saber, a deformação plástica de tração e a deformação plástica de compressão. Assim, as microfissuras e as fissuras no concreto são representadas pelos valores crescentes dessas variáveis que controlam a evolução da superfície de escoamento. A degradação da rigidez está intimamente relacionada à energia de fratura dissipada necessária para criar as microfissuras. A representação da superfície de falha, no estado plano de tensões, é apresentada na **Figura 2.19**.

Figura 2.19: Superfície de falha no estado plano de tensão

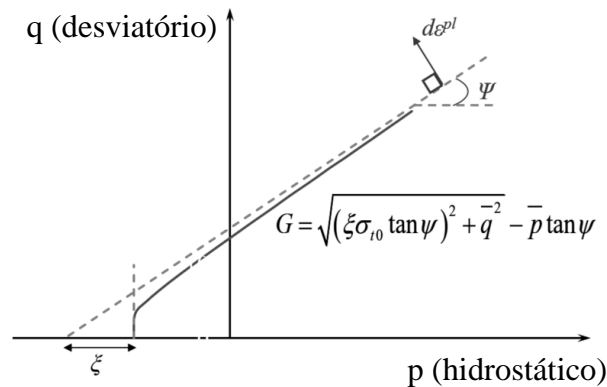


Fonte: Abaqus (2012)

Além disso, a plasticidade não associada é considerada para calcular as deformações plásticas. No modelo atual, a intensidade e as direções das deformações plásticas derivam da função plástica potencial, que é uma função do tipo Drucker-Prager (KRAHL 2018), conforme **Eq.(2.18)** e **Figura 2.20**.

$$G = \sqrt{(\xi \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (2.18)$$

onde: ψ é o ângulo de dilatação; ξ é chamado de excentricidade; \bar{q} é o invariante de tensão efetiva de von Mises; \bar{p} é o invariante de tensão hidrostática.

Figura 2.20: Função hiperbólica da função plástica potencial

Fonte: Adaptado de Abaqus (2012)

O parâmetro ξ (excentricidade) governa a forma da função plástica potencial para estados de tensão hidrostática baixa, conforme mostrado na **Figura 2.20**.

Além disso, uma técnica comum para resolver problemas e dificuldade de convergência é o uso da regularização viscoplástica em equações constitutivas. Essa técnica faz com que a rigidez do material em amolecimento se torne positiva para incrementos de tempo suficientemente pequenos. O CDP pode ser regularizado usando viscoplasticidade, permitindo que as tensões fiquem fora da superfície de falha. Para esse fim, é utilizada a regularização de Duvaut-Lions (1976), **Eq.(2.19)**.

$$\dot{\varepsilon}_v^{pl} = \frac{1}{\mu} (\varepsilon^{pl} - \varepsilon_v^{pl}) \quad (2.19)$$

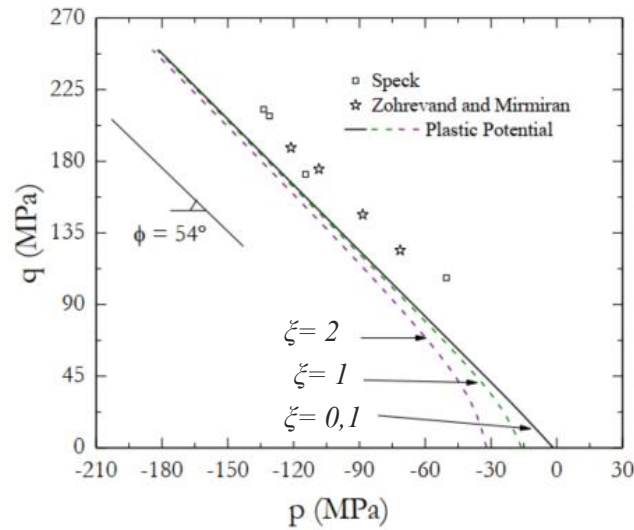
onde: $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$ é a taxa de deformação visco plástica; ε^{pl} é a deformação plástica; ε_v^{pl} é a deformação visco plástica e; μ é o parâmetro de viscosidade.

O parâmetro μ é uma ferramenta matemática utilizada para diminuir a sensibilidade da malha para modelos constitutivos que sofrem comportamento de amolecimento. À medida que esse parâmetro aumenta, o dano causado pela carga mecânica é distribuído em uma área maior, ou seja, o dano não é localizado no ponto de integração (KRAHL 2018).

A **Figura 2.21** apresenta a influência do parâmetro de excentricidade na função potencial elástica para um concreto cujas características não são relevantes para esse propósito.

Os valores dos parâmetros do CDP recomendados para o desenvolvimento de análises numéricas com concreto convencional, que serão utilizados para o desenvolvimento das análises numéricas, são apresentados na **Tabela 2.5**. Esses valores foram determinados em função de estudos e investigações de pesquisadores como Kupfer, Hilsdorf e Rush (1969); Genikomsou e Palok (2015), Chi *et al.* (2017), Labibzadeh e Hamidi (2017), Behnam, Kuang e Samali (2018), Poliotti e Bairán (2019) e Nguyen, Tan e Kanda (2019).

Figura 2.21: Função plástica potencial



Fonte: Krahl (2018)

Tabela 2.5: Parâmetros para o CDP

ψ	36°
ξ	0,1
f_{b0}/f_{c0}	1,16
K_c	0,666
μ	0,001

Fonte: O autor (2020)

Existem várias expressões empíricas que tentam descrever o comportamento do concreto, entretanto, poucas relações conseguem representar o comportamento total do concreto quando submetido a tração ou compressão. Vários fatores influenciam o comportamento desse material, como: o fator água/cimento, a dimensão dos agregados, o tipo de cimento utilizado, a forma de cura do elemento e a idade de teste do elemento. Os melhores modelos são aqueles que descrevem o comportamento do concreto por meio de um braço ascendente e outro descendente, o modelo utilizado nas análises será apresentado no capítulo 4.

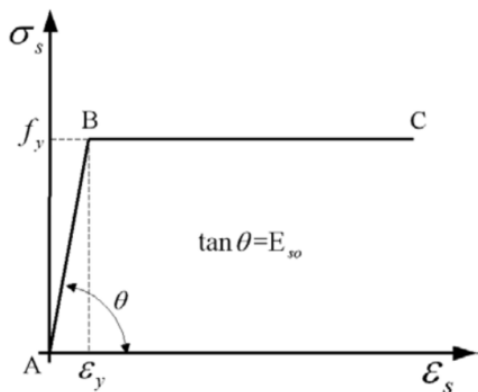
2.3.3 Comportamento do aço

Diferentemente do concreto, o aço é um material homogêneo cujo comportamento é de fácil compreensão. O comportamento a tração do aço pode ser descrito em quatro fases: o comportamento elástico, o patamar de escoamento, a região de encruamento, e a estrição ou amolecimento, que leva o material à ruptura. Geralmente a modelagem do comportamento do aço é tratada em um estado de tensão uniaxial. Normalmente, na condição de cargas de tração,

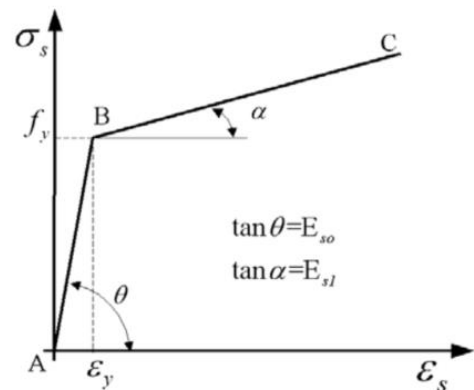
o aço é representado como um material elásto-plástico perfeito (**Figura 2.22a**), ou com endurecimento linear (encruamento) (**Figura 2.22b**). Entretanto, seu comportamento também pode ser representado usando uma relação tensão-deformação trilinear (**Figura 2.22c**) ou uma curva tensão-deformação completa (**Figura 2.22d**). A relação tensão-deformação do aço é particularmente importante em modelos analíticos, numéricos e de projeto para estruturas com grandes deformações plásticas.

O principal modelo utilizado em softwares de análise numérica pelo método dos elementos finitos, como o ABAQUS, é o isotrópico elásto-plástico. Todas as relações dos modelos como: a decomposição aditiva do tensor de deformações, o critério de plastificação e a lei de plastificação podem ser encontradas no manual do software ABAQUS. Já a relação constitutiva tensão-deformação que será utilizada para descrever o comportamento do material aço será apresentada no capítulo 4.

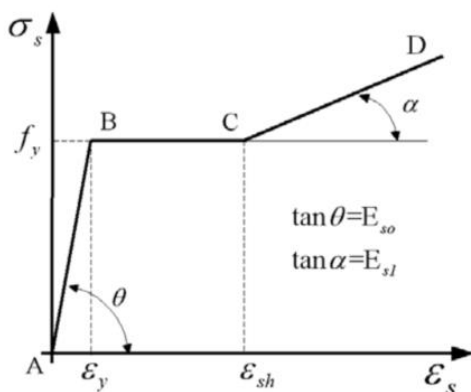
Figura 2.22: Modelos de aproximação para o comportamento do aço



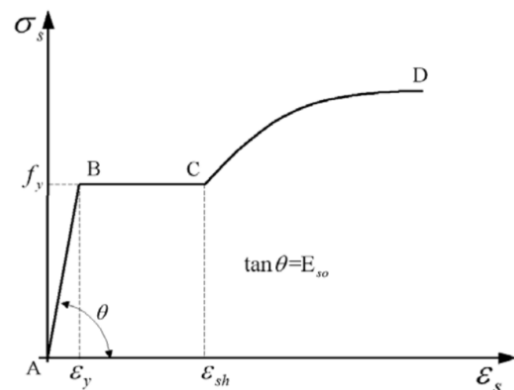
(a) Aproximação elasto-plástica perfeita



(b) Aproximação elástica com encruamento linear



(c) Aproximação trilinear



(d) Curva completa para o aço

Fonte: Bono (2008)

2.3.4 Método de análise

Em análises e dimensionamentos de estruturas o conceito de estabilidade sempre está associado ao princípio de configuração de equilíbrio. Esse último está relacionado com a

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

capacidade de uma dada estrutura em estabelecer uma posição de equilíbrio após a aplicação de qualquer perturbação externa (ação exterior). Quando cessada essa ação externa, a estrutura pode ter a tendência ou não de reestabelecer sua posição inicial. Caso a posição inicial seja reestabelecida, diz-se que ela apresenta equilíbrio estável, caso contrário, ou seja, se ela não reestabelecer a posição inicial ou encontrar uma nova posição de equilíbrio se diz que a estrutura se encontra em equilíbrio instável.

A transição entre as configurações de equilíbrio estável e instável (equilíbrio neutro) representa a estabilidade estrutural que evolui ao longo de uma determinada trajetória de equilíbrio (relação carga-deslocamento). Essa estabilidade estrutural pode surgir de dois modos (REIS e CAMOTIM, 2000):

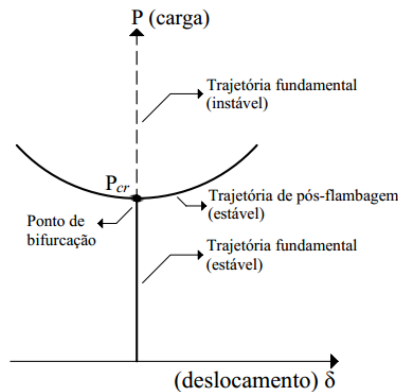
- ocorrência de uma bifurcação de equilíbrio, ou seja, instabilidade bifurcacional;
- ocorrência de um ponto limite (*limit load buckling*) onde a trajetória de equilíbrio (não linear) tem derivada nula, chamada de estabilidade por ponto limite ou por “*snap through*”.

A ***instabilidade bifurcacional*** é característica de elementos estruturais perfeitos, ou seja, sem imperfeições geométricas e submetidos a cargas de compressão. Esses elementos perfeitos quando submetidos a esse tipo de carregamento apresentam uma configuração inicial de deformação, o modo de deformação de pré-flambagem. Quando a carga atinge o valor crítico o modo de deformação muda de forma abrupta para um padrão diferente, chamado de modo de flambagem, ocorrendo uma bifurcação na trajetória de equilíbrio.

É nesse ponto de bifurcação que ocorre a transição das configurações de um equilíbrio estável para um equilíbrio instável. A instabilidade bifurcacional pode ser melhor visualizada por um diagrama genérico ($P \times \delta$) como o da **Figura 2.23**, onde se tem: (REIS e CAMOTIM, 2000):

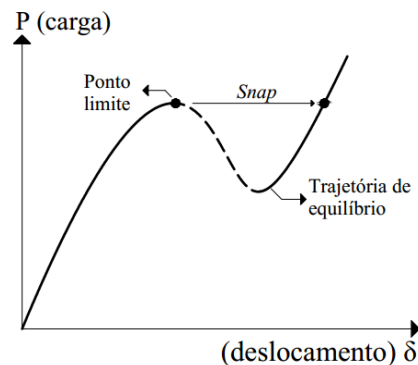
- Uma trajetória de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), que se inicia na origem do diagrama carga-deslocamento;
- Uma trajetória de equilíbrio de pós-flambagem, que não passa pela origem do diagrama carga-deslocamento;
- Um ponto de bifurcação, que corresponde a intersecção das duas trajetórias e no qual as configurações de equilíbrio fundamental passam de estáveis para instáveis.

Figura 2.23: Trajetória de equilíbrio bifurcacional



Fonte: Adaptado de Reis e Camotim (2000)

Já o problema de instabilidade por ponto limite é característica de estruturas reais que apresentam imperfeições geométricas iniciais. A trajetória de equilíbrio é caracterizada por não apresentar uma mudança repentina do modo de deformação, ou seja, não apresentar uma bifurcação do equilíbrio, mas sim um aumento progressivo dos deslocamentos para cada pequeno incremento de carga como pode-se observar na **Figura 2.24**.

Figura 2.24: Trajetória de equilíbrio de instabilidade por *snap-through*

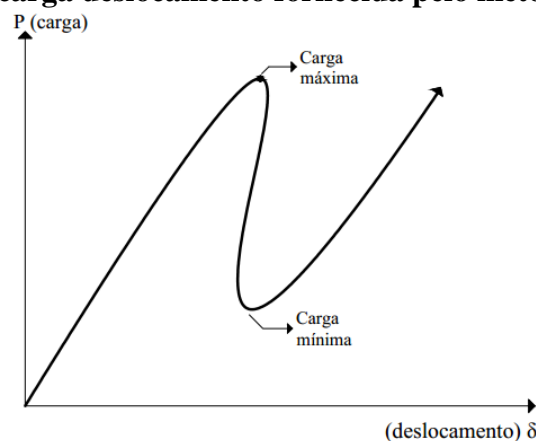
Fonte: Adaptado de Reis e Camotim (2000)

Um problema de estabilidade por *snap-through* é caracterizado pela existência de (CHEN e LUI, 1987; REIS e CAMOTIM, 2000):

- Uma trajetória de equilíbrio não linear, que se inicia na origem do diagrama carga-deslocamento;
- Um ponto limite, que corresponde ao anulamento do declive da trajetória de equilíbrio e no qual as configurações de equilíbrio passam de estáveis a instáveis;
- Um fenômeno de “*snap*”, que ocorre quando a estrutura se encontra no ponto limite e é submetida a um rápido aumento de carga. Esse “*snap*” consiste na passagem da estrutura para uma configuração estável de equilíbrio afastada do ponto limite como observa-se na **Figura 2.24**.

Em *softwares* de análise numérica pelo método dos elementos finitos (MEF), como o ABAQUS, os problemas de instabilidade bifurcacional são tratados como um procedimento de perturbação linear que permite a obtenção de respostas por meio de autovalores, que representam as diversas cargas críticas, e autovetores, modos de deformação. Já a resolução de problemas de instabilidade por ponto limite se dá por meio de uma alternativa incremental iterativa. Ou seja, para obter a curva carga vs deslocamento a carga/deslocamento é aplicado de forma incremental, e o equilíbrio para cada incremento é obtido por meio de iterações do método *Ricks* modificado. Esse método faz uso da metodologia de Newton-Raphson com a estratégia do segmento de arco. Como resposta, esse método fornece a curva carga vs. deslocamento para além do valor da carga máxima alcançada pela estrutura, conforme **Figura 2.25**. Para iniciar a análise é necessário fornecer um incremento inicial por meio uma de fração do carregamento, que é equivalente ao comprimento do arco. Após o início da análise, os incrementos seguintes são determinados de forma automática, aumentando ou diminuindo, dependendo do número de iterações realizadas para a convergência do incremento.

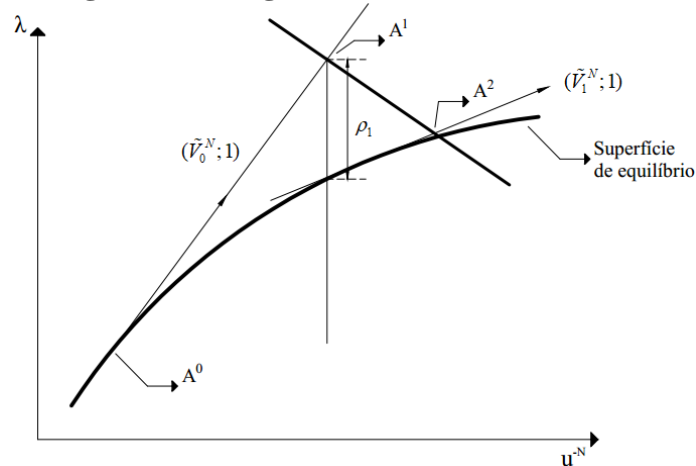
Figura 2.25: Curva carga deslocamento fornecida pelo método *Ricks* modificado



Fonte: Abaqus (2012)

Com a utilização do método *Ricks* modificado o valor do incremento de cada passo de carga é limitado movendo-se ao longo da linha tangente à curva no ponto corrente da solução e a procura pelo equilíbrio é realizada em um plano ortogonal a linha tangente e que passa pelo ponto obtido (HIBBITT *et al.* 2009). Esse procedimento pode ser observado na **Figura 2.26**, onde λ é o fator de carga e u^{-N} é o vetor deslocamento.

Figura 2.26: Algoritmo de Ricks modificado



Fonte: Abaqus (2012)

2.4 MÉTODOS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PARA FORMULAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS

De acordo com Osório (1992), a inteligência artificial é a tentativa de formalizar a criação de um “cérebro eletrônico”. O termo foi utilizado pela primeira vez por McCarthy no ano de 1956. Esse termo pode ser definido como a capacidade de sistemas eletrônicos interpretarem corretamente dados externos (bancos de dados), apreenderem a partir desses dados (programação lógica) e utilizarem essas aprendizagens para atingir objetivos e tarefas específicas através de adaptação flexível. Dentro da inteligência artificial (I.A.) as Redes Neurais Artificiais (RNAs) são metodologias bastante conhecidas e têm sido aplicadas de forma útil para simular sistemas de entradas de dados e saída de dados (TOHIDI E SHARIFI, 2015). Dentre as inúmeras possibilidades de aplicações das RNAs, têm-se a oportunidade dessa metodologia ser aplicada para a solução de problemas de engenharia.

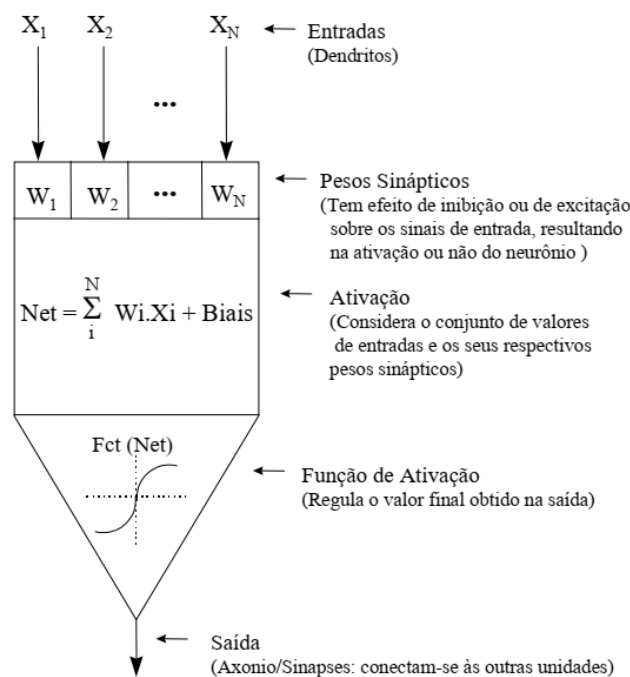
2.4.1 Redes Neurais Artificiais

As Redes Neurais Artificiais (inspiradas no sistema nervoso central de um animal) são capazes de realizar os aprendizados de máquina bem como o reconhecimento de padrões. De acordo com Osório (1999) as RNAs, também conhecidas como métodos conexionistas, são formadas por um conjunto de unidades elementares de processamento (neurônios ou nós) fortemente conectadas.

A representação de conhecimentos nas RNAs é fortemente ligada a noção de conexão entre neurônios (unidades processadoras de informação) que interagem uns com os outros através de ligações (chamadas de sinapses). Portanto, o conhecimento de uma RNA está

codificado na estrutura da rede (arquitetura), onde se destacam as conexões (sinapses) entre as unidades (neurônios) que a compõe. De acordo com Ronco e Gawthrop (1995), nas redes neurais obtidas por simulação em computadores, associa-se a cada conexão um peso sináptico (valor numérico) que caracteriza a força de conexão entre dois neurônios. Assim, o aprendizado em uma RNA é realizado por um processo de adaptação de seus pesos sinápticos. De acordo com Osório (1999) os conhecimentos das redes se resumem a um conjunto de valores numéricos descrevendo as conexões, e por consequência, estes valores descrevem também o comportamento da rede. A **Figura 2.27** apresenta o comportamento de um neurônio artificial.

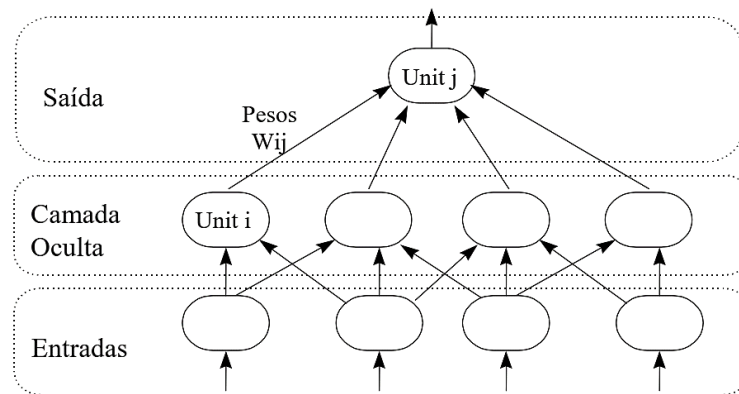
Figura 2.27: Neurônio artificial



Fonte: Osório (1999)

Uma RNA é constituída por um grafo orientado e ponderado (**Figura 2.28**). Os nós deste grafo são os neurônios artificiais que formam através de duas conexões uma rede complexa, conhecida como rede neural. De acordo com Osório (1999) cada unidade da rede é dotada de um estado interno denominado de estado de ativação. As unidades podem propagar seu estado de ativação para as outras unidades do grafo, passando por ponderações, chamadas de conexões, ligações sinápticas ou simplesmente de pesos sinápticos. A ativação de um neurônio em função da influência vindas de suas entradas, ponderadas pelos seus respectivos pesos, se chama regra de ativação ou função de ativação (linear, sigmoide assimétrica (exp), gaussiana).

Figura 2.28: Rede neural multi-nível



Fonte: Osório (1999)

O que permite que as RNAs realizem o aprendizado de um novo comportamento são as alterações nos pesos sinápticos ou na estrutura de interconexão das unidades de uma rede (estrutura dinâmica). Portanto, uma rede neural é capaz de estabelecer associações de entrada-saída a fim de se adaptar a uma situação proposta. O método utilizado para a modificação do comportamento de uma rede neural é denominado de regra de aprendizado. As redes neurais podem ser classificadas de diversas maneiras, entretanto, as principais formas de classificar as redes neurais são em função das seguintes características: tipo de aprendizado, arquitetura de interconexões, forma interna de representação das informações e tipo de aplicação da rede. Nos itens seguintes são apresentadas cada uma dessas características da RNAs.

2.4.1.1 Aprendizado em redes neurais

De acordo com Hosseinpour, Sharifi Y. e Sharifi H. (2020) o aprendizado em RNAs trata-se em geral de um processo gradual e iterado, onde os pesos das ponderações são modificados várias vezes, pouco a pouco, seguindo um regra de aprendizagem que estabelece a forma como esses pesos são alterados. Geralmente a aprendizagem é realizada por meio de um conjunto de exemplos disponíveis (banco de dados). Para cada iteração do processo de adaptação dos pesos de ponderação da rede neural é dado o nome de época de aprendizado. Segundo o grau de controle do usuário, os métodos de aprendizado das RNAs podem ser divididos em três grandes classes: aprendizado supervisionado, semi-supervisionado e não-supervisionado.

No aprendizado supervisionado o usuário possui um banco de dados (exemplos) com variáveis de entrada e resultados de saída. Portanto, o usuário dispõe de um comportamento de referência preciso e deseja ensinar a rede a encontrar padrões para fornecer resultados

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

semelhantes aos do exemplo em função dos dados de entrada. Esse tipo de aprendizado de RNAs atualmente é bastante utilizado para a solução de problemas de engenharia onde se dispõe de um banco de dados resultante de ensaios experimentais ou análises numéricas. Já no aprendizado semi-supervisionado o usuário possui apenas indicações imprecisas sobre o comportamento final desejado. De acordo com Sutton e Barton (1998) as técnicas de aprendizado semi-supervisionado são chamadas também de aprendizado de reforço (*reinforcement learning*). Por último, tem-se o aprendizado não-supervisionado onde os pesos de ponderação da rede são modificados em função de critérios internos, tais como, a repetição de padrões de ativação em paralelo com outros neurônios.

De acordo com Osório (1998) o aprendizado conexionista precisa, em geral, de uma grande quantidade de dados que são agrupados em uma base de aprendizado. Além da base de aprendizado, outros conjuntos de dados podem também ser necessários para que se possa medir a validade do aprendizado realizado pela rede (base para teste de generalização). A base de dados para teste de generalização é utilizada para a verificação da capacidade de um modelo de aprendizado responder aos exemplos que lhe são apresentados, sendo que estes exemplos não devem estar na base de aprendizado.

Dependendo da forma como é alimentada por dados, o aprendizado de uma determinada tarefa pode ser realizado de diferentes formas: aprendizado instantâneo, por pacotes, contínuo e ativo. No aprendizado instantâneo a base de dados é analisada uma única vez, ou seja, o conjunto de pesos da rede é determinado de maneira imediata em uma única passagem do banco de dados (exemplos). No caso do aprendizado por pacotes, a base de exemplos é analisada pela rede várias vezes, com isso, os erros e os pesos das ponderações são alterados pouco a pouco no final de cada passagem do banco de dados pela rede. Diferentemente do aprendizado por pacotes, o aprendizado contínuo leva em consideração continuamente os exemplos que lhe são repassados. Caso o conjunto de dados seja bem delimitado, esse método pode ser chamado de aprendizado *on-line*, caso contrário, ou seja, o conjunto de dados possa ir aumentando, o método é chamado de aprendizado incremental. De maneira diferente do método de aprendizagem por pacote, no método contínuo a adaptação dos pesos da rede é realizada para cada exemplo analisado. Por último, no caso do aprendizado ativo assume-se que a rede possa passar de uma posição passiva, apenas recebendo os dados do jeito que lhe são fornecidos, para uma posição ativa. Nesse caso, a rede pode intervir e definir quais dados serão considerados e também a ordem que eles devem ser considerados.

Os algoritmos de aprendizado neural, para adaptação/otimização dos pesos, podem ser dos mais variáveis métodos. De acordo com Jodouin (1994) e Caudill e Butler (1992), as principais regras de aprendizado (métodos) são:

- Métodos de correção de erro (descida de uma superfície de erro baseada no gradiente. Exemplos: *Adaline*, *Perceptron*, *Back-Propagation*, *Cascade Correlation*;
- Métodos de aprendizado por reforço. Exemplos: *Driver-Reinforcement Learning*, *AHC*;
- Métodos de aprendizado por competição ou por auto-organização. Exemplos: *Kohonen Self-Organizing Feature Maps*, *ART1*;
- Métodos de aprendizado através da criação de protótipos ou *clusters*. Exemplos: *RBF*, *ART1*, *ARN2*;
- Métodos de aprendizado baseados em memórias associativas (auto-associativas ou heteroassociativas). Exemplos: Modelo de *Hopfield*, *BAM*.

Os métodos de correção de erros são as classes mais conhecidas das RNAs. As redes com o método *Perceptron* multi-nível são estruturadas por arquiteturas *feed-forward*, este tipo de rede é apropriado para aproximar qualquer função contínua a um grau arbitrário de precisão (MARQUARDT, 1963). O procedimento de *feed-forward* produz um modelo preditivo para uma ou mais variável (s) dependente (s) (saída) com base nas variáveis predictoras (entradas). A estrutura do *feed-forward* é organizada em camadas, que geralmente são totalmente conectadas por sinapses. Um peso é anexado a cada sinapse, indicando o efeito do neurônio correspondente (HOSSEINPOUR, SHARIFI Y. E SHARIFI H., 2020). Por outro lado, os métodos de correção de erro por *back-propagation* são caracterizados pelo uso de uma determinada saída que é comparada à saída esperada e, assim, são realizadas as adaptações de pesos de acordo com essa comparação. Esses métodos são bastante utilizados para análise de problemas de engenharia quando se dispões de um banco de dados de análises experimentais e numéricas.

2.4.1.2 Tipos de unidades (neurônios)

Os neurônios artificiais de uma rede podem ser classificados de acordo com a função interna utilizada para calcular o seu estado de ativação (linear, sigmoide assimétrica (exp), sigmoide simétrica (tanh), gaussiana, etc) e, em relação a forma como os neurônios armazenam as informações. As unidades do tipo *Perceptron* e baseada em protótipos são os dois principais tipos de maneiras de representar o conhecimento nas unidades de uma rede.

De acordo com Osório (1999) as redes à base de protótipos utilizam neurônios que servem para representar protótipos dos exemplos aprendidos. Segundo Orsier (1995) essas unidades tem uma representação interna que agrupa as características comuns e típicas de um grupo de exemplos. As redes baseadas em protótipos têm normalmente um aprendizado não supervisionado (com um ou mais protótipos associados à cada classe). Uma das vantagens deste tipo de redes é a possibilidade de fazer um aprendizado contínuo e incremental, uma vez que não é muito difícil de se conceber um algoritmo capaz de aumentar a rede neural através da adição de novos protótipos.

Já as unidades do tipo “*Perceptron*” são os modelos de neurônios mais utilizados na atualidade. Desenvolvido por Frank Rosenblatt na década de 1950, ele é a base de diversos tipos de RNA com aprendizado supervisionado utilizando uma adaptação por correção de erros (usualmente baseada na descida da superfície de erro usando o gradiente). O modelo do *Perceptron* de múltiplas camadas (MLP – *Multi-Layer Perceptron*) tornou-se muito conhecido e aplicado, sendo na maior parte das vezes associado a regra de aprendizado do *Back-Propagation*.

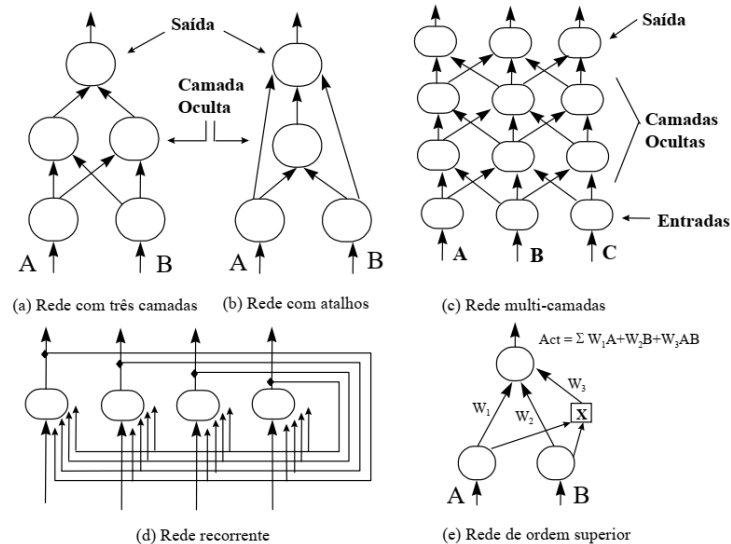
2.4.1.3 Classificação de arquiteturas de conexão das redes

As unidades de processamento de uma rede neural (neurônios) podem se conectar de diferentes formas resultando em diferentes arquiteturas de interconexão de neurônios. A **Figura 2.29** apresenta alguns exemplos de diferentes maneiras de conectar os neurônios de uma rede (arquitetura da rede).

As redes neurais com arquitetura multicamada são as mais utilizadas na atualidade e empregadas com bastante frequência para a obtenção de soluções de problemas de engenharia. As unidades são organizadas em vários níveis bem definidos, que são chamados de camadas ou *layers*. Cada unidade de uma camada recebe suas entradas vindas à partir de uma camada precedente, e envia seus sinais de saídas em direção a camada seguinte. Estas redes são conhecidas como redes *feed-forward*. As redes neurais com três camadas unidirecionais (entrada, camada oculta e saída), apresentada na **Figura 2.29a**, são muito usadas em aplicações práticas das redes neurais. De acordo com Hosseinpour, Sharifi Y. e Sharifi H. (2020) as redes neurais “*multilayer perceptron*” (MLP) são compostas em geral por uma camada de entrada (*input layer*), uma camada oculta (*hidden layer*) e a camada de saída (*output layer*). Entretanto, nada impede de se colocar mais de uma camada oculta entre a camada de entrada e a camada

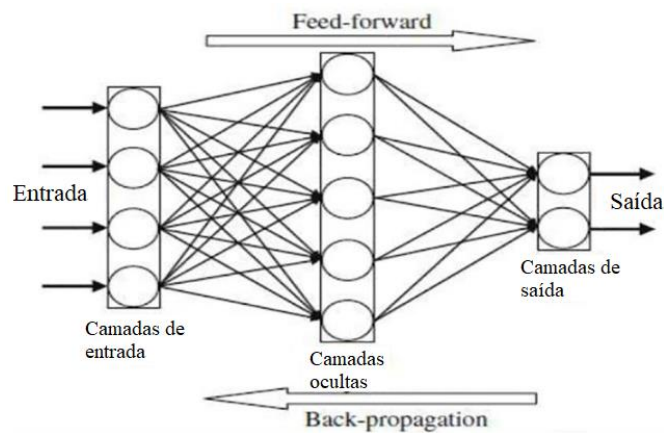
de saída de uma rede. A **Figura 2.30** apresenta uma rede com três camadas com o método de aprendizagem por correção de erro (*back-propagation*).

Figura 2.29: Tipos de arquitetura de rede



Fonte: Osório (1999)

Figura 2.30: Tipos de arquitetura



Fonte: Adaptado de Hosseinpour, Sharifi Y. e Sharifi H. (2020)

A arquitetura de uma rede neural também pode ser classificada em função da evolução desta no decorrer de sua utilização e desenvolvimento do aprendizado. Conforme a sua evolução, as redes neurais podem ser classificadas em estáticas e dinâmicas. Nas RNAs com estrutura estática as interconexões e a quantidade de neurônios não sofrem alterações durante a adaptação da rede, ou seja, a rede tem sua estrutura definida antes do início da aprendizagem. Por outro lado, as redes que possuem uma estrutura dinâmica são redes onde o número de unidades e conexões pode variar no decorrer do tempo.

2.4.1.4 Tipos de tarefas de redes neurais

As redes neurais artificiais podem ser aplicadas para a resolução de diferentes tipos de tarefas. Como exemplos, tem-se o reconhecimento de padrões, classificações, transformação de dados (compressão de informações), a predição, etc. Entretanto, todas essas tarefas podem ser agrupadas em dois grandes grupos de acordo com os dados de saída fornecidos pela rede neural e o comportamento que é buscado. Assim, as redes podem ser classificadas em: redes para aproximação de funções e redes para a classificação de padrões.

As redes para aproximação de funções são capazes de aprender uma função de transformação ou associação por meio de valores de entradas e valores de saída (exemplos). Esse tipo de aprendizado neural de funções é conhecido por ser uma aplicação de um problema de regressão (OSÓRIO, 1999). Essas redes neurais são empregadas com frequência em problemas de engenharia. Como exemplo têm-se o trabalho de Tohidi e Sharifi (2014) que analisou o comportamento à flambagem lateral com torção de vigas I danificadas por corrosão. Utilizando-se de redes neurais os autores determinaram um modelo matemático para a estimativa da capacidade resistente desses elementos. No ano de 2015 Tohidi e Sharifi também obtiveram por meio de redes neurais modelos para previsão da capacidade resistente de vigas I (*I-girders*) com aberturas na alma. A aplicação dessas redes neurais para aproximação de funções pode ser realizada nas mais diversas áreas do conhecimento.

Já as redes neurais para a classificação de padrões atribuem para cada exemplo que lhe é fornecido uma classe ao qual este exemplo pertence. De acordo com Osório (1999) a classificação é um caso particular da aproximação de funções onde o valor de saída da rede pertence a um conjunto finito de classes.

2.4.2 Aplicação das RNAs na Engenharia

As redes neurais artificiais podem ser aplicadas nas mais diversas áreas da engenharia, basta dispor de um banco de dados (análises experimentais ou numéricas), de uma arquitetura de RNA, e, caso os resultados experimentais ou numéricos compreenderem a informações relevantes sobre a questão, a RNA, treinada, compreenderá informações suficientes sobre o problema e fornecerá respostas eficientes.

Um exemplo foi o trabalho de Tadesse *et al.* (2012) que aplicou RNA para prever deslocamentos (flechas), em situação de serviço, em pontes mistas de aço e concreto. A RNA utilizada por Tadesse *et al.* (2012) foi treinada considerando, como exemplos, um banco de

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

dados de análises numéricas. Como dados de entrada para a RNA, foram considerados a influência de fatores como a rigidez dos conectores de cisalhamento, os efeitos de concentração de tensões (*shear lag*) e a fissuração da laje de concreto. Outra aplicação das RNAs, considerando o método de aprendizado por correção de erro (*back-propagation*), foi realizada por Guzelbey *et al.* (2006). Os autores utilizaram a RNA para a definição de uma equação prática para a previsão da capacidade rotacional de vigas I de aba larga. Guzelbey *et al.* (2006) utilizaram como banco de dados resultados experimentais disponíveis na literatura. Os autores afirmaram que a utilização de RNA fornece resultados mais precisos e de uma forma mais rápida do que análises desenvolvidas com MEF. Em geral, as RNAs podem ser utilizadas para fornecer um caminho alternativo na previsão do comportamento de qualquer elemento estrutural. Gholizadeh *et al.* (2011) utilizaram RNA para a previsão da capacidade resistente de vigas I casteladas. Pala (2006) utilizou RNAs para a previsão da carga de flambagem distorcional elástica de seções C formadas a frio. Já Sharifi e Tohidi (2014) utilizaram RNA para a previsão da capacidade resistente de vigas I deterioradas.

Uma aplicação, semelhante a que é desenvolvida no presente trabalho, para análise da flambagem distorcional em vigas I unicamente de aço foi desenvolvida por Tohidi e Sharifi (2015). Os autores desenvolveram uma rede neural de três camadas - camadas de entrada, oculta e saída - (*multilayer perceptron - MLP*). Foram considerados como dados de entrada seis parâmetros (seis neurônios): $b_f/2t_f$, h_w/t_w , L_b/r_y , t_f/t_w , h_w/b_f e E/f_y . Como dado de saída, foi obtida a razão entre o momento último da flambagem distorcional e o momento de plastificação da seção I ($M_{u,FD}/M_{pl}$). Para o treinamento da RNA, Tohidi e Sharifi (2015) utilizaram o algoritmo Levenberg–Marquardt, uma técnica de aprendizado por correção de erro (*back-propagation*). Esse algoritmo é uma aproximação do método de Newton e é muito eficiente para treinar redes que possuem até algumas centenas de interconexões. Os autores utilizaram funções do tipo Log-Sigmoid para a definição do estado de ativação e transferência do neurônio. Com o desenvolvimento da RNA, Tohidi e Sharifi (2015) propuseram uma formulação prática para a estimativa do momento último a flambagem distorcional de vigas I unicamente de aço. A equação se mostrou bastante precisa, tendo mais acurácia que os procedimentos normativos vigentes na época.

Do exposto, verifica-se que, apesar de recente, a aplicação de RNAs em problemas de engenharia se mostra promissora. A utilização de metodologias consolidadas para desenvolvimento de RNAs e de um banco de dados consistente é capaz de fornecer formulações de grande precisão para a análise de qualquer fenômeno, como os fenômenos de instabilidade em elementos metálicos. Essa ferramenta se mostra útil para análise da FLD em vigas mistas.

2.5 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentada a revisão bibliográfica dos principais temas que envolvem o desenvolvimento desse trabalho. Em relação a FLD uma revisão sistemática pode ser encontrada no artigo Rossi *et al.* (2020b). Como síntese e conclusão do capítulo, pode-se afirmar que:

- Constatou-se que os principais modos de instabilidade de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo são à FLD, modos locais, e em algumas situações o acoplamento entre eles.
- O desenvolvimento de metodologias para a determinação do momento crítico elástico à FLD é muito mais recente do que os clássicos métodos que tratam da FLT para elementos unicamente de aço;
- São duas as principais teorias que fundamentam os modelos para a determinação do momento crítico elástico à FLD, a teoria de barras em base elástica e o método da energia;
- Ainda não existe consenso quanto a determinação do momento crítico elástico à FLD. Como apresentado, existem diversos métodos na literatura que buscam determinar o momento crítico elástico, entretanto, existem grandes divergências entre eles, e também com os resultados numéricos de análises de estabilidade elástica desenvolvidas por meio de MEF;
- Foi observado que alguns autores afirmam que a FLD pode ocorrer somente após a plastificação da seção mista. Além disso, situações conservadoras são verificadas entre resultados experimentais e/ou numéricos quando comparados com os procedimentos normativos;
- Verificou-se que as tensões residuais são responsáveis por causar um escoamento prematuro do aço. Essa situação é responsável por reduzir a capacidade resistente principalmente na flambagem inelástica;
- As imperfeições geométricas iniciais, como uma flexão lateral, também são responsáveis por uma redução na resistência do elemento em problemas de estabilidade;
- Verificou-se que os primeiros estudos que trataram do comportamento de vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares foram apresentados por Lam (1998), e que, nenhum trabalho tratou desses elementos sob a ação de momento fletor negativo;

CAPÍTULO 2. ESTADO DA ARTE

- Foi apresentado o comportamento do concreto em um estado plano de tensões. Além disso, o modelo CDP (*concrete damage plasticity*) foi brevemente apresentado, o qual será utilizado para o desenvolvimento das análises numéricas.
- Também foram apresentados alguns modelos que tentam representar o comportamento do material aço;
- Conceitos sobre o desenvolvimento de análises de estabilidade elástica (estabilidade bifurcacional) e análises não lineares de estabilidade (pós-flambagem), foram apresentados.
- Por fim, apresentou-se uma breve revisão sobre redes neurais artificiais. Ferramenta útil para obter a resposta para um determinado fenômeno, a partir de um conjunto de dados de entrada.

CAPÍTULO 3

RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

Neste capítulo são apresentadas as principais recomendações normativas acerca da FLD presente na norma nacional (ABNT NBR 8800:2008) e em normas estrangeiras. Além disso, são apresentadas as recomendações construtivas para estruturas com vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares pré-fabricadas presente na literatura.

3.1 DIMENSIONAMENTO EM REGIÃO DE MOMENTO FLETOR NEGATIVO

A norma brasileira e as principais normas estrangeiras que apresentam procedimento para a verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto tem como princípio para estimativa do momento último à FLD a determinação de um momento crítico elástico. Para a norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008) e para o Eurocode (EN 1994-1-1:2004) o modelo da estrutura em U invertido (*U-frame model*) é utilizado. Para as normas norte americanas (AISC 360-16 / AASHTO 2017) e australiana (AS4100:1998) a clássica teoria da FLT para vigas com restrições parciais da mesa tracionada é adaptada para o fenômeno da FLD em vigas mistas de aço e concreto. Além disso, a norma brasileira e o Eurocode adotam curvas de dimensionamento que foram desenvolvidas para elementos unicamente de aço. Nos itens a seguir são apresentados os procedimentos das normas citadas para a verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto.

3.1.1 ABNT NBR 8800:2008

A norma brasileira para projeto de edifícios em estruturas de aço e em estruturas mistas de aço e concreto (ABNT NBR 8800:2008) fornece em seu anexo “O” recomendações para o projeto de vigas mistas de aço e concreto. As recomendações de projeto são para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto que consistem em um componente de aço simétrico em relação ao plano de flexão. Os tipos de laje previstos são: maciça moldada no

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

local, mista e com pré-laje de concreto pré-moldado. As vigas mistas podem ser biapoiada, contínuas ou semicontínuas. As vigas mistas de aço e concreto contínuas devem possuir a relação h/t_w inferior ou igual a $3,76 (E/f_y)^{0,5}$ e a relação $b_f/2t_f$ inferior ou igual a $0,38 (E/f_y)^{0,5}$ evitando-se assim a flambagem local da alma e flambagem local da mesa.

Para a verificação à flambagem lateral com distorção (FLD) a norma brasileira recomenda que o momento solicitante de cálculo negativo (M_{sd}^-) seja inferior ao momento resistente de cálculo à FLD ($M_{dist,Rd}^-$), conforme **Eq. 3.1**.

$$M_{sd}^- \leq M_{dist,Rd}^- \quad (3.1)$$

O momento fletor resistente de cálculo na região de momentos negativos para a distorção da seção transversal das vigas mistas contínuas e semicontínuas é dado pela **Eq. 3.2**:

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- \quad (3.2)$$

onde M_{Rd}^- é o momento fletor resistente de cálculo da seção transversal, o qual considera a plastificação de todos os componentes da seção, dado pela **Eq. 3.3**.

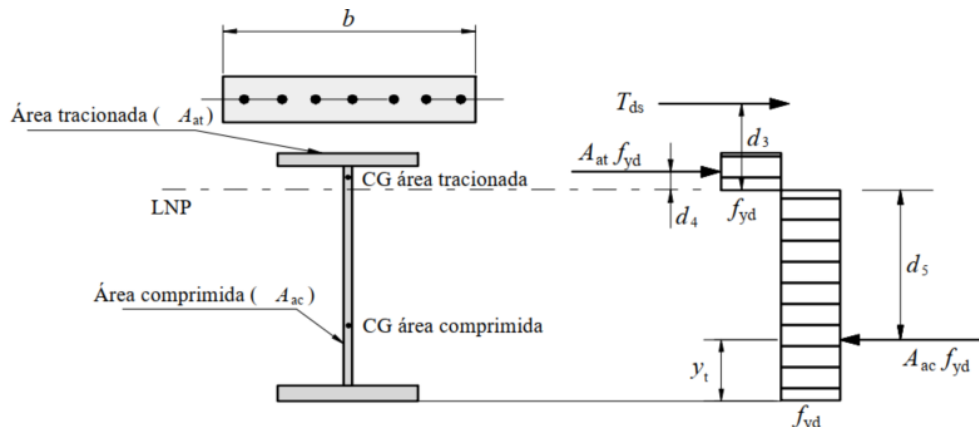
$$M_{Rd}^- = T_{ds} d_3 + A_{at} f_{yd} d_4 + A_{ac} f_{yd} d_5 \quad (3.3)$$

na qual: A_{at} é a área tracionada da seção do perfil de aço; A_{ac} é a área comprimida da seção do perfil de aço; d_3 é a distância do centro geométrico da armadura longitudinal à linha neutra plástica (LNP); d_4 é a distância da força de tração, situada no centro geométrico da área tracionada da seção do perfil de aço, à LNP; d_5 é a distância da força de compressão, situada no centro geométrico da área comprimida da seção do perfil de aço, à LNP e; T_{ds} é dado pela **Eq.3.4**. A **Figura 3.1** esquematiza essa situação.

$$T_{ds} = A_{sl} f_{sd} \quad (3.4)$$

onde: A_{sl} é a área da armadura longitudinal dentro da largura efetiva da laje de concreto e f_{sd} é resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura longitudinal.

Figura 3.1: Distribuição de tensões para momento fletor negativo



Fonte: ABNT NBR 8800:2008

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

O fator χ_{dist} é o fator de redução para FLD da seção transversal, obtido da mesma curva de resistência a compressão axial de colunas de aço (curva 2P da SSRC), o qual é função do parâmetro de esbeltez dado pela **Eq. 3.5**.

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (3.5)$$

onde: M_{Rk}^- é o momento fletor característico na região de momentos fletores negativos, obtido conforme **Eq.3.5**, mas tomando todos os coeficientes de ponderação da resistência iguais a 1,0.

A metodologia adotada pela norma brasileira para a determinação do momento crítico elástico à FLD foi apresentada por Roik *et al.* (1990). A formulação de Roik *et al.* (1990) foi desenvolvida considerando a situação de vigas mistas de aço e concreto pelo método da estrutura em “U” invertido (*U-frame model*). O momento crítico elástico é dado pela **Eq.3.6**.

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2} \right) EI_{af,y}} \quad (3.6)$$

onde: G é o módulo de elasticidade transversal do aço; L é o comprimento da vigas entre apoios transversais; J é a constante de torção as seção; $I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y ; C_{dist} é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L e; k_r é a rigidez rotacional da viga mista, que depende da rigidez transversal do conjunto formado pela alma do perfil de aço e pela laje, por unidade de comprimento da viga.

A norma brasileira apresenta um método alternativo para a determinação do parâmetro de esbeltez (λ_{dist}). Para seções duplamente simétricas, determina-se conservadoramente, λ_{dist} pela **Eq. 3.7**.

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left(1 + \frac{t_w h_0}{4b_f t_f} \right) \left[\left(\frac{f_y}{EC_{bdist}} \right)^2 \left(\frac{h_0}{t_w} \right)^3 \left(\frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (3.7)$$

onde: t_w é a espessura da alma do perfil; h_0 a distância entre os centroides das mesas superior e inferior; t_f a espessura das mesas, b_f a largura das mesas, f_y a resistência ao escoamento do aço e C_{bdist} um coeficiente que depende da distribuição de momento fletor no vão L .

Dessa forma estima-se a capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto de acordo com o procedimento da ABNT NBR 8800:2008.

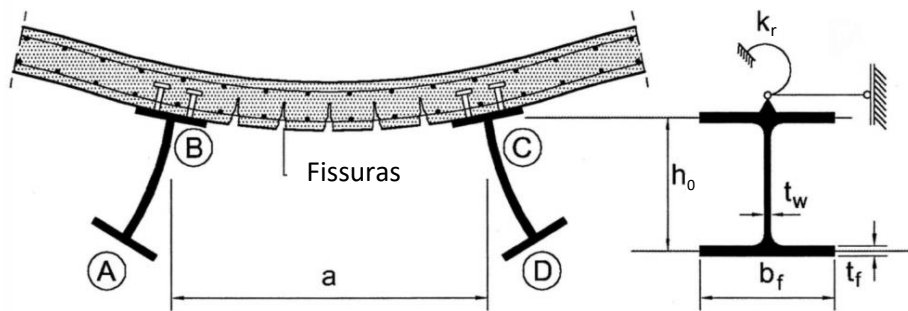
3.1.2 EC4 – EN 1994-1-1:2004

As recomendações do EC4 para a determinação da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto são similares as apresentadas pela ABNT NBR 8800:2008. Ambos os

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

procedimentos adotam o método da estrutura em “U” invertido (*U-frame model*) para a determinação do momento crítico elástico. Entretanto, diferentemente da norma brasileira, o EC4 não apresenta formulação para a determinação do momento crítico elástico, apresentado apenas os conceitos do método da estrutura em “U” invertido, conforme **Figura 3.2**. Vale ressaltar que a versão inicial do EC4 (ENV 1994-1-1:1992) apresentava a metodologia de Roik *et al.* (1990) para a determinação do momento crítico elástico. Além disso, a norma brasileira e o EC4 divergem com relação as curvas de resistência adotadas, enquanto a norma brasileira adota a curva “2P” advinda do SSRC (*Structural Stability Research Council*) o EC4 adota as múltiplas curvas do ECCS (*European Convention for Constructional Steelwork*) para colunas de aço sob compressão, que são dependentes das características geométricas da seção transversal do perfil I.

Figura 3.2: Método da estrutura em “U” invertido



Fonte: Adaptado de EN 1994-1-1:2004

A determinação da rigidez k_r apresentada na **Figura 3.2** é dada pelas **Eq. (3.8-3.10)**.

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (3.8)$$

$$k_1 = \frac{\alpha (EI_c)_2}{a} \quad (3.9)$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1 - \nu_a^2) h_0} \quad (3.10)$$

onde: k_1 é a rigidez à flexão da laje, por unidade de comprimento da viga; k_2 é a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, por unidade de comprimento da viga; $(EI_c)_2$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje (desprezando o concreto tracionado); ν_a é o coeficiente de Poisson do aço; a é a distância entre vigas adjacentes; α é igual a 2 para vigas de borda e 3 para vigas internas.

Assim, de acordo com o EC4, a resistência à FLD de vigas mistas de aço e concreto é dado pela **Eq. 3.11**.

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{LT} M_{Rd} \quad (3.11)$$

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

onde: χ_{LT} é o fator de redução à FLD, sendo o mesmo adotado nas curvas da flambagem lateral com torção; M_{Rd} é o momento resistente de projeto dado pela teoria plástica, similar ao calculado pela norma brasileira.

Para a determinação do fator de redução (χ_{LT}) deve-se determinar a esbeltez relativa ($\bar{\lambda}_{LT}$) dado pela **Eq. 3.12**.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{Rk}}{M_{cr}}} \quad (3.12)$$

na qual: M_{Rk} é o momento resistente da seção transversal mista considerando as propriedades características do material e; M_{cr} é o momento crítico elástico à FLD calculado considerando o método da estrutura em “U” invertido, conforme apresentado na **Figura 3.2**.

Além da esbeltez relativa um parâmetro auxiliar (ϕ_{LT}) deve ser determinado para posteriormente se calcular o fator de redução (χ_{LT}), conforme **Eq. 3.13**.

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (3.13)$$

onde: α_{LT} é um fator de imperfeição determinado em função das características geométricas da seção transversal do perfil I, conforme **Tabela 3.1** e **Tabela 3.2**.

Tabela 3.1: Valores recomendado de fator de imperfeição (α_{LT})

Curvas de resistência	a	b	c	d
Fator de imperfeição	0,21	0,34	0,49	0,76

Fonte: EN 1993-1-1:2005

Tabela 3.2: Curvas de resistência recomendadas

Seção transversal	Limites	Curva
Laminada	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Soldada	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

Fonte: EN 1993-1-1:2005

Assim, calcula-se o fator de redução (χ_{LT}), conforme **Eq.3.14**.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (3.14)$$

Por fim, determina-se a capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto por meio da **Eq.3.11**.

3.1.3 ANSI-AISC 360-16/AASHTO (2017)

O código normativo norte americano para estruturas de aço (ANSI/AISC 360-16) não apresenta uma formulação explícita para a determinação da capacidade resistente à FLD em

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, a AASHTO (*American Association of State Highway and Transportation Officials*) apresenta algumas recomendações para a determinação da capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto. As formulações apresentadas pela AASHTO (2017) são fundamentadas nas recomendações da AISC 360-16 para análise da flambagem lateral com torção (FLT) em vigas I. Portanto, diferentemente da norma brasileira e do código europeu, as recomendações do procedimento norte americano não consideram o mecanismo do método da estrutura em “U” invertido para a investigação da FLD em vigas mistas de aço e concreto.

Para a determinação do momento resistente à FLD o procedimento norte americano divide a curva de resistência em três regiões distintas: um platô onde ocorre a plastificação da seção transversal; a região de comportamento inelástico da FLD, influenciada por imperfeições geométricas e imperfeições do material; e a região de comportamento elástico. Para se estabelecer em que região uma determinada viga mista se encontra é necessário determinar os comprimentos que representam o limite de plastificação (L_p) e o limite entre a flambagem inelástica e elástica (L_r) da seção, conforme **Eq.(3.15-3.17)**.

$$L_p = 1,0 r_t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.15)$$

$$L_r = \pi r_t \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (3.16)$$

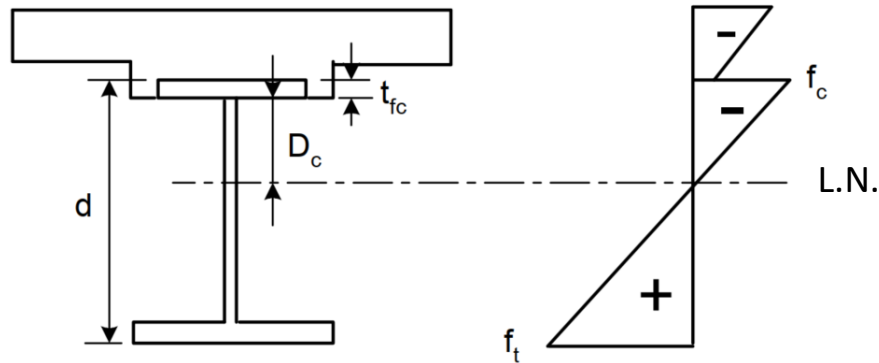
$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(\frac{h}{d} + \frac{1}{3} \frac{D_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \frac{D^2}{hd} \right)}} \quad (3.17)$$

onde: E é o módulo de elasticidade longitudinal do aço; f_y é a resistência ao escoamento do aço; h é a distância entre os centroides da mesa superior e inferior da seção I; d é a altura total da seção I; t_w é a espessura da alma; b_{fc} é a largura da mesa comprimida; t_{fc} é a espessura da mesa comprimida; D_c é a altura da alma em compressão no comportamento elástico, dado pela **Eq. (3.18)** e ilustrado na **Figura 3.3**; D é a distância livre entre as mesas.

$$D_c = \left(\frac{-f_c}{|f_c| + f_t} \right) d - t_{fc} \geq 0 \quad (3.18)$$

onde: f_c é a soma das tensões de compressão na mesa comprimida causada por diferentes cargas; f_t é a soma das tensões de tração na mesa tracionada causada por diferentes cargas.

De acordo com o item D6.3.1 da AASHTO (2017), para seções mistas sob flexão negativa, D_c deve ser calculado considerando a seção do perfil I mais a área de armadura longitudinal presente na laje de concreto.

Figura 3.3: Esquematização para o cálculo de D_c 

Fonte: AASHTO (2017)

Assim, determina-se a momento resistente à FLD de acordo com as **Eq. (3.19-3.21)**.

$$L_b \leq L_p \quad \Rightarrow \quad M_{dist,Rd}^- = f_y Z_x R_b R_h \quad (3.19)$$

$$L_p < L_b \leq L_r \quad \Rightarrow \quad M_{dist,Rd}^- = C_b \left[1 - \left(1 - \frac{0,7 f_y}{R_h f_y} \right) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] R_b R_h f_y W_x \quad (3.20)$$

$$L_b > L_r \quad \Rightarrow \quad M_{dist,Rd}^- = M_{cr} = W_x \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2} \sqrt{1 + 0,0779 \frac{J}{W_x d} \left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2} \quad (3.21)$$

onde: Z_x é o módulo resistente plástico no eixo de flexão da seção I; W_x é o módulo resistente elástico no eixo de flexão da seção I; R_b é um fator determinado de acordo com a **Eq.(3.22)**; R_h é um fator determinado de acordo com a **Eq. (3.23-3.25)**; C_b é o fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme, obtido de acordo com a **Eq. (3.26)**.

$$R_b = 1 - \left(\frac{2D_c t_w}{b_{fc} t_{fc} \left(1200 + 300 \frac{2D_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \right)} \right) \left(\frac{2D_c}{t_w} - 5,7 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \leq 1 \quad (3.22)$$

$$R_h = \frac{12 + \beta(3\rho - \rho^3)}{12 + 2\beta} \quad (3.23)$$

$$\beta = \frac{2D_n t_w}{A_{fn}} \quad (3.24)$$

$$\rho = \text{menor} \begin{cases} f_{yw} / f_n \\ 1,0 \end{cases} \quad (3.25)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05(f_1/f_2) + 0,3(f_1/f_2)^2 \leq 2,3 \quad (3.26)$$

onde: A_{fn} é a soma da região acima da linha neutra mais a área da armadura longitudinal; D_n é a maior distância entre a linha neutra e a face de uma das mesas do perfil I; f_{yw} é a resistência

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

ao escoamento do aço da alma; f_n é a menor das resistências ao escoamento das mesas; f_1 e f_2 são as tensões nas extremidades opostas do elemento.

Como exposto, verifica-se que a norma norte americana AASHTO (2017) realiza adequações no procedimento de análise da flambagem lateral com torção em perfis I para avaliar a capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto. Esse fato pode levar a resultados conservadores por parte desse procedimento normativo.

3.1.4 AS4100-1998 (R2016)/AS-NZS 2327-2017

Assim como o procedimento norte americano, as normas australianas não são fundamentadas no modelo da estrutura em “U” invertido (*U-frame model*). Esse procedimento utiliza a teoria convencional da flambagem lateral com torção para vigas parcialmente restritas. O procedimento avalia a chamada mesa crítica (ou região crítica) que não está restringida contra fenômenos de estabilidade. A capacidade resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto pode ser determinada, de acordo com as normas australianas, por meio das Eq. (3.27-3.30).

$$M_{dist,Rd}^- = \alpha_m \alpha_s f_y Z_x \leq f_y Z_x \quad (3.27)$$

$$\alpha_m = \frac{1.7 M_{máx}}{\sqrt{[(M_2)^2 + (M_3)^2 + (M_4)^2]}} \leq 2.5 \quad (3.28)$$

$$\alpha_s = 0.6 \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{Z_x f_y}{M_{cr}} \right)^2 + 3 \right]} - \left(\frac{Z_x f_y}{M_{cr}} \right) \right\} \quad (3.29)$$

$$M_{cr} = \sqrt{\left\{ \left[\left(\frac{\pi^2 EI_y}{l_e^2} \right) \right] \left[GJ + \left(\frac{\pi^2 EC_w}{l_e^2} \right) \right] \right\}} \quad (3.30)$$

onde: $M_{máx}$ é o momento fletor máximo no comprimento L ; M_3 , M_2 e M_4 são os momentos fletores no meio e nos quartos do vão, respectivamente; Z_x é o módulo resistente plástico da seção; I_y é o momento de inércia da seção I no eixo de menor rigidez; C_w é a constante de empenamento da seção I; J é a constante de torção da seção I e; l_e é o comprimento efetivo do vão L definido pela Eq.(3.31).

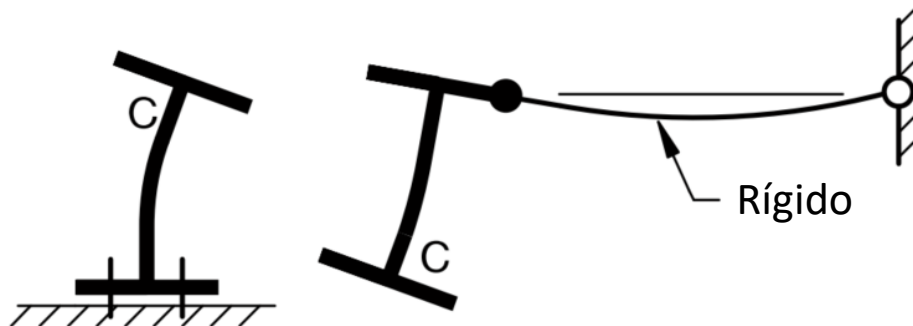
$$l_e = k_t k_l k_r L \quad (3.31)$$

onde: k_t é um fator dependente da restrição à torção; k_l é um fator dependendo do posicionamento da carga e; k_r é um fator dependente da restrição a rotação lateral.

A determinação dos valores de k_t , k_l e k_r são dependentes da condição de restrição do elemento. Para o caso de vigas mistas de aço e concreto considera-se, de acordo com a norma

australiana, que a seção transversal do elemento pode ser considerada como parcialmente restrita ao deslocamento lateral e a torção, conforme **Figura 3.4**.

Figura 3.4: Seção transversal parcialmente restrita



Fonte: AS 4100:1998 (R2016)

Assim, definidas as condições de restrição da seção transversal do elemento, determina-se o valor dos parâmetros k_t , k_l e k_r . De acordo com o item 5.6.3 da norma AS 4100:1998 (R2016) os valores de k_l e k_r podem ser tomados, de forma conservadora, como 1,0 e 0,7, respectivamente. O valor de k_t é definido de acordo com a **Eq. (3.32)**.

$$k_t = 1 + 2 \left(\frac{h_w}{L} \right) \left(\frac{t_f}{2t_w} \right)^3 \quad (3.32)$$

onde: h_w é a distância livre entre as mesas superior e inferior.

Assim, é possível estimar a capacidade resistente à FLD para vigas mistas de aço e concreto de acordo com o procedimento normativo australiano.

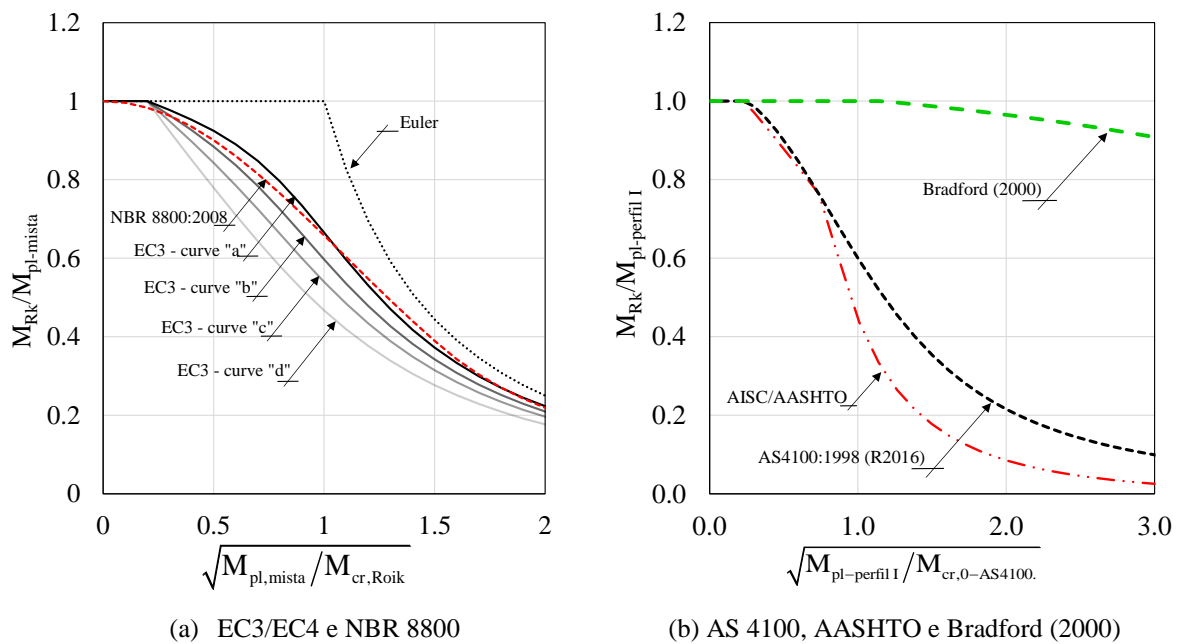
3.1.5 Comparação entre os procedimentos

Como apresentado, os principais procedimentos normativos tratam a FLD em vigas mistas de aço e concreto de forma distinta. Além disso, os procedimentos normativos são fundamentados no princípio da determinação de um momento crítico elástico para posterior estimativa da capacidade resistente à FLD. E como apresentado no **item 2.1.1**, existem inúmeros procedimentos destinados a estimativa do momento crítico elástico à FLD, os quais apresentam consideráveis divergências entre si. Além disso, tais procedimentos são de difícil aplicação. Visto essa situação, e divergências entre os procedimentos normativos com resultados experimentais e de análises numéricas, pesquisadores como Bradford (2000) e Zhou e Yan (2017), como apresentado no **item 2.1.2**, elaboraram modelos analíticos na busca de corrigir tais divergências. Para uma melhor visualização das diferenças entre os procedimentos normativos, são apresentadas na **Figura 3.5** as curvas de resistência normalizadas da ABNT NBR 8800:2008, do EC4, da ANSI-AISC 36016 / AASHTO (2017), da AS4100-1998 (R2016)

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

/ AS-NZS 2327-2017 e do procedimento proposto por Bradford (2000). Vale ressaltar, que a norma brasileira e o código europeu consideram a seção mista (perfil mais a área da armadura longitudinal) para o cálculo do momento de plastificação da seção, diferente dos demais métodos. Portanto, esses dois procedimentos são apresentados separadamente na **Figura 3.5a**.

Figura 3.5: Comparação entre procedimentos



Fonte: O autor (2020)

Observando-se a **Figura 3.5a** verifica-se que o procedimento do EC4 é mais conservador quando comparado a norma brasileira, visto que as seções transversais de uso prático normalmente se enquadram nas curvas “b” e “c” do EC4. Com relação a **Figura 3.5b** verifica-se maiores divergências entre o procedimento norte americano e o procedimento australiano. Vale destacar, que a proposta de Bradford (2000) se trata de uma modificação da norma australiana para melhor representar o comportamento à FLD de vigas mistas de aço e concreto, e como verifica-se na **Figura 3.5b** a curva proposta por Bradford (2000) é bem distinta das demais.

As curvas apresentadas na **Figura 3.5** evidenciam a necessidade de maiores investigações acerca da FLD em vigas mista, o que motiva o desenvolvimento dessa pesquisa.

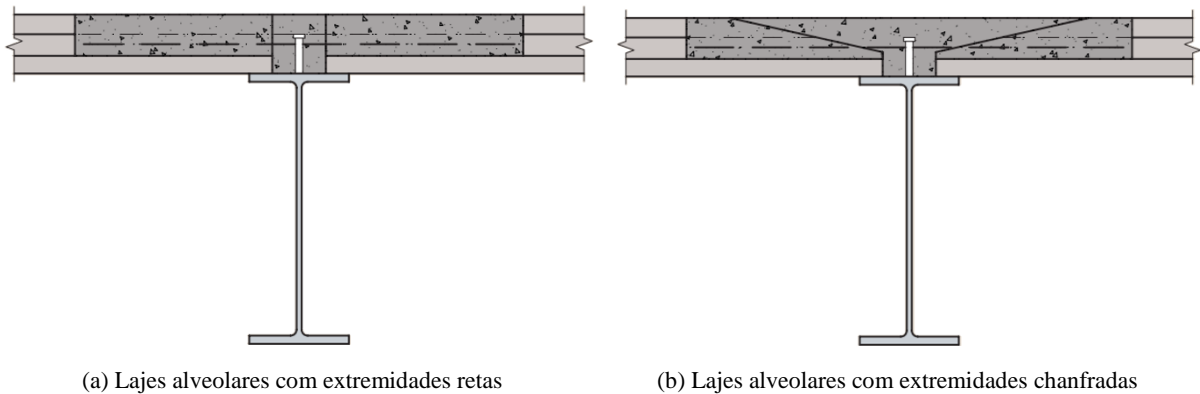
3.2 RECOMENDAÇÕES PARA VIGAS COM LAJES ALVEOLARES

As principais normas que tratam sobre estruturas mistas de aço e concreto não apresentam recomendações sobre vigas mistas com lajes alveolares pré-fabricadas. Com a intensificação do uso desse tipo de elemento estrutural o *The Steel Construction Institute*

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

publicou o guia técnico SCI P287 (2003) que recentemente foi atualizado na publicação SCI P401 (2014). Essas publicações fornecem recomendações construtivas e métodos de cálculo, fundamentados no Eurocode 4 (EN 1994-1-1:2004 e EN 1994-1-2:2004), acerca de vigas mistas de aço e concreto constituídas por perfil I e lajes alveolares pré-fabricadas. De acordo com esse guia técnico as vigas mistas de aço e concreto, com as unidades alveolares posicionadas na mesa superior do perfil metálico, podem apresentar dois arranjos construtivos: vigas mistas com lajes alveolares com extremidades retas (*composite beam with square-ended hollow core slabs*) e vigas mistas com lajes alveolares com extremidades chanfradas (*Composite beam with chamfered-ended hollow core slabs*), conforme **Figura 3.6**.

Figura 3.6: Arranjos construtivos de vigas mistas com lajes alveolares



Fonte: SCI P401 (2014)

De acordo com as recomendações técnicas do guia SCI P401 (2014) as unidades de laje alveolar são usualmente produzidas com concreto de resistência característica aos 28 dias de 40 ou 50 MPa. A resistência característica mínima do concreto *in loco* deve ser de 25 MPa. Recomendações práticas para projeto também são apresentadas pelo guia. Algumas dessas recomendações são de extrema importância para a utilização de vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares, entre elas, está a dimensão mínima da mesa superior do perfil I, responsável por ser o suporte das unidades alveolares. A largura mínima da mesa superior é função da dimensão da garganta e da dimensão das extremidades da mesa necessárias para apoiar as unidades alveolares. De acordo com o guia técnico SCI P401 (2014) a recomendação mínima dos apoios, para cada uma das extremidades, é de 75 mm. Entretanto, em alguns casos, é possível, exigindo tolerâncias mais rígidas nos elementos de fabricação e construção, reduzir as extremidades de apoio nas mesas superiores para 50 mm. Com relação a largura da garganta algumas recomendações também são apresentadas. Para o caso de conectores de cisalhamento soldados no local a largura mínima da garganta é de 85 mm, já para o caso de conectores de

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES CONSTRUTIVAS E DE PROJETO

cisalhamento pré-fixados a dimensão mínima é de 70 mm. Portanto a largura mínima da mesa superior é normalmente:

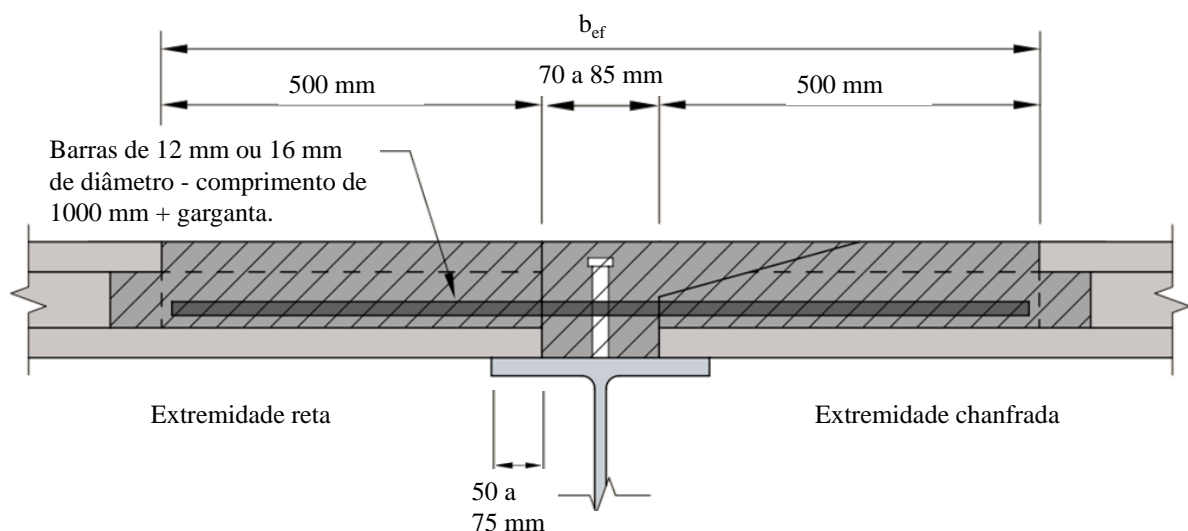
- Para conectores de cisalhamento fixados no local: $85 + 2 \times 75 = 235$ mm;
- Para conectores de cisalhamento pré-fixados: $70 + 2 \times 75 = 220$ mm.

Contudo, quando disposições especiais são aplicadas, a largura da mesa superior pode ser reduzida para:

- Para conectores de cisalhamento pré-fixados: $70 + 2 \times 50 = 170$ mm.

Também se tem que as partes superiores de um número especificado de alvéolos (geralmente três ou quatro por unidade) devem ser abertas para que o reforço transversal possa ser posicionado. Normalmente, essa operação de abertura é realizada durante a fabricação. A abertura de dois alvéolos adjacentes deve ser evitada, pois é difícil preservar a integridade da nervura entre eles. O diâmetro das barras de reforço transversal são função da altura da laje alveolar. Para lajes alveolares com altura de até 200 mm recomenda-se a utilização de barras com diâmetro de 12 mm espaçadas entre 200 e 350 mm. Para lajes alveolares com altura superiores a 200 mm recomenda-se a utilização de barras com diâmetro de 16 mm espaçadas entre 200 e 350 mm. O comprimento recomendado das barras de reforço transversal é de 1000 mm acrescido da largura da garganta. A **Figura 3.7** apresenta as recomendações construtivas descritas anteriormente e que são recomendadas pelo SCI P401 (2014).

Figura 3.7: Disposições construtivas



Fonte: Adaptado de SCI P401 (2014)

Além das recomendações construtivas apresentadas, o guia técnico SCI P401 (2014) sugere formulações para a elaboração de projetos com vigas mistas de aço e concreto com lajes

CAPÍTULO 3. RECOMENDAÇÕES CONSTRUTIVAS E DE PROJETO

alveolares. Para a verificação da FLD o guia técnico recomenda as especificações presente no EC4 (EN 1994-1-1:2004), tais especificações são apresentadas no item 3.2.

3.3 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os procedimentos normativos para a verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto e recomendações construtivas acerca da utilização de vigas mistas com lajes alveolares. Como síntese e conclusão do capítulo, pode ser afirmar que:

- Em relação aos procedimentos normativos para verificação da FLD, foi observado, para os apresentados nesse capítulo, que todos partem do princípio da determinação do momento crítico elástico à FLD. Entretanto, as curvas de resistência são as mesmas adotadas para elementos unicamente de aço;
- Os procedimentos normativos se utilizam de duas metodologias, ou do modelo da estrutura em U invertido (*U frame model*), como a norma brasileira e o Eurocode, ou da adequação da clássica teoria da FLT para vigas parcialmente restritas, como a norma americana e australiana;
- Foram verificadas grandes divergências entre as curvas de resistência apresentadas pelos procedimentos normativos, quando comparadas entre si, e quando comparadas com o procedimento de Bradford (2000);
- As principais normas de estruturas mistas de aço e concreto não apresentam recomendações construtivas e métodos de cálculo para vigas mistas com lajes alveolares;
- A publicação do SCI P401 (2014) é a principal referência para a utilização de vigas mistas com lajes alveolares, onde se podem encontrar recomendações construtivas e de projeto. Por último, o manual técnico SCI P401 (2014) recomenda a utilização do EC4 para a verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares pré-fabricadas;

CAPÍTULO 4

MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo é apresentado o desenvolvimento do modelo numérico por meio do *software* ABAQUS. Como visto na síntese da metodologia, item 1.4, a modelagem numérica é a principal ferramenta metodológica utilizada neste trabalho. Assim, é apresentado o método de análise utilizado além de todas as etapas do desenvolvimento do modelo numérico. Por fim, o modelo numérico é aferido por meio de estudos experimentais presentes na literatura.

4.1 O MODELO NUMÉRICO

Com o desenvolvimento da revisão bibliográfica foram verificados alguns estudos experimentais que investigaram o comportamento à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, todos os estudos experimentais encontrados destinaram-se a investigar a FLD em vigas mistas de aço e concreto compostas com perfil I e lajes maciças de concreto. Portanto, o desenvolvimento do modelo numérico teve como base os modelos experimentais de Tong *et al.* (2014) desenvolvidos com laje maciça de concreto. Ademais, para a aferição do modelo numérico, além dos experimentos de Tong *et al.* (2014), os ensaios experimentais de Lam (1998), vigas mistas com lajes alveolares em momento positivo, também são utilizados.

Para o desenvolvimento do modelo numérico, é utilizado o *software* ABAQUS. Com este *software* é possível desenvolver análises de estabilidade elástica (*buckling analyses*) e análises não lineares físicas e geométricas (*post-buckling analyses*). Para a análise da estabilidade elástica, foi utilizado o método de perturbação linear (*buckle*) que estima a carga crítica de estabilidade elástica, por meio da obtenção de autovalores e autovetores. Nesse método, a carga de estabilidade elástica é obtida pelo produto do primeiro autovalor positivo (menor energia) pela carga externa aplicada à estrutura no estado inicial. É importante ressaltar que esse tipo de análise não considera imperfeições na estrutura. Em seguida, é realizada a análise não linear física e geométrica, considerando as imperfeições geométricas iniciais e tensões residuais. A configuração deformada da estrutura na análise de estabilidade elástica, normalizada pelo valor da imperfeição geométrica inicial, é adotada como a geometria de início da análise não linear. Assim, a implementação da imperfeição geométrica foi realizada pelo

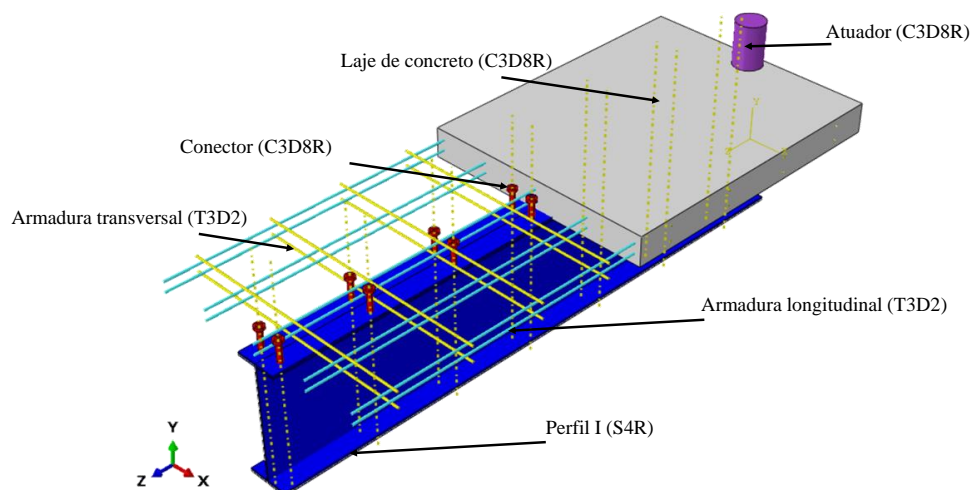
CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

comando “*IMPERFECTION*”, com amplitude igual a $L/1000$, onde L é o vão entre apoios. Nos modelos, as tensões residuais foram consideradas, pois são responsáveis por reduzir a resistência dos elementos estruturais no regime de flambagem inelástica, essa redução ocorre devido ao escoamento prematuro de aço (SZALAI e PAPP, 2005). O método “*Static Riks*” foi utilizado para resolver o problema de não linearidade geométrica. Esse método, também conhecido como algoritmo de *Riks* modificado, fornece a trajetória de equilíbrio da curva carga vs. deslocamento em problemas de estabilidade.

4.1.1 Geometria, elemento finito e malha

A geometria do modelo numérico é constituída por um perfil I de aço e uma laje de concreto maciça, o qual será aferido com o modelo de Tong *et al.* (2014). Entretanto, o modelo também será desenvolvido com lajes alveolares pré-fabricadas de concreto, que será aferido com o modelo experimental de Lam (1998). O modelo desenvolvido com lajes alveolares segue a mesma metodologia aqui apresentada e no item 4.2.2 são fornecidos detalhes do modelo com laje alveolar. O modelo numérico desenvolvido representa fielmente a geometria do problema. O comportamento conjunto entre a seção I e a laje de concreto é garantido por meio de conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça. Os elementos finitos utilizados e outras propriedades do modelo numérico desenvolvido podem ser vistos na **Figura 4.1**.

Figura 4.1: Modelo numérico



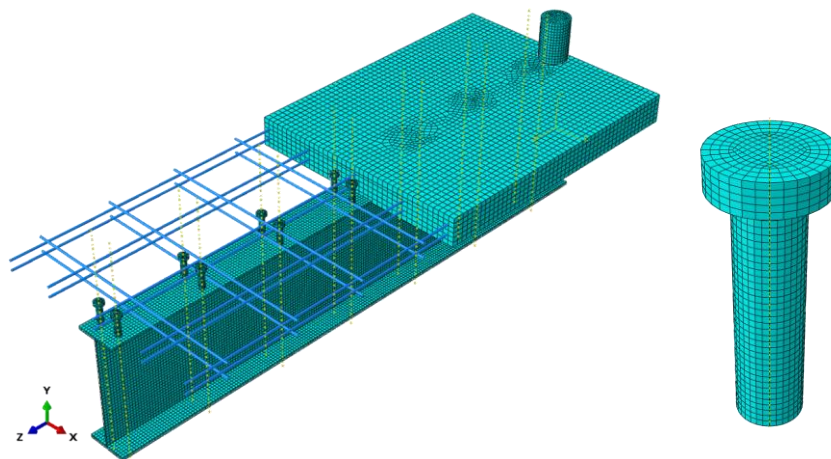
Fonte: O autor (2020)

As lajes de concreto, os conectores do tipo pino com cabeça e o atuador foram modelados usando elementos sólidos hexaédricos lineares de oito nós com integração reduzida e controle *hourglass* (C3D8R). Elementos com integração reduzida foram adotados, pois

CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

reduzem o tempo de processamento do computador (PATHIRANA *et al.* 2016). As dimensões da malha foram verificadas por meio de análises de sensibilidade. Para o perfil I foi utilizado o elemento quadrilateral S4R (elemento de casca) com quatro nós e integração reduzida. O elemento S4R possui seis graus de liberdade por nó - três rotações e três translações. Rossi *et al.* (2020a) realizaram análise de sensibilidade para vigas I discretizadas com elementos S4R, mostrando que malha com elementos com dimensão de 10 mm fornecem bons resultados com tempo de processamento relativamente baixo. As armaduras transversais e longitudinais foram representadas com elementos de treliça, lineares, tridimensionais (T3D2) e com dois nós. As dimensões usadas na discretização de cada elemento são apresentadas na **Tabela 4.1** e podem ser observadas na **Figura 4.2**.

Figura 4.2: Modelo discretizado



Fonte: O autor (2020)

Tabela 4.1: Tipo e dimensão dos elementos

Parte do modelo	Tipo de elemento	Dimensão do elemento
Armaduras	T3D2	10 mm
Conector pino com cabeça	C3D8R	2 mm
Perfil I	S4R	10 mm
Laje de concreto	C3D8R	20 mm
Atuador	C3D8R	20 mm

Fonte: O autor (2020)

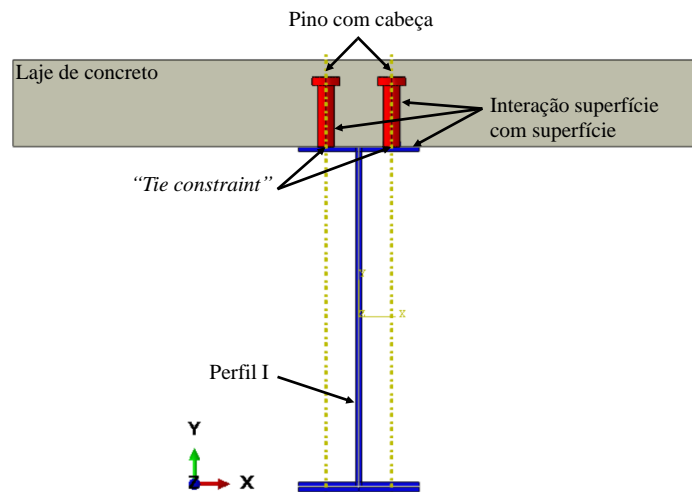
4.1.2 Interação entre os materiais (problema de contato)

A interação entre as partes constituintes do modelo numérico foi realizada usando as opções de interação (*interaction*) e restrição (*constraint*) disponíveis no ABAQUS, na **Figura 4.3** os detalhes do modelo podem ser observados. Para a interação entre o pino com cabeça e a mesa superior do perfil, foi utilizada a opção “*Tie constrain*”, que simula a conexão soldada entre esses dois elementos, na qual o deslocamento relativo entre ambos é totalmente

CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

impedido. A interação entre as seguintes superfícies: laje de concreto e perfil de aço; conector pino com cabeça e laje de concreto; foi realizada usando a opção de interação de superfície (*surface to surface interaction*). Os comportamentos normal e tangencial entre essas superfícies de contato foram definidos usando as opções “*Hard contact*” e “*Penalty*”, respectivamente. O valor usado para o coeficiente de atrito foi de 0,4 de acordo com Wijesiri Pathirana *et al.* 2016.

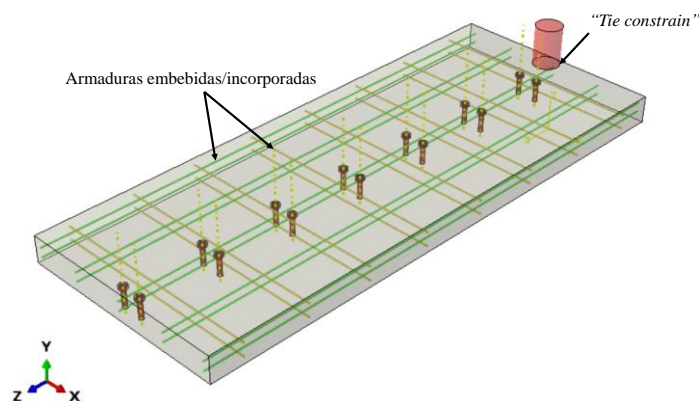
Figura 4.3: Propriedades de contato



Fonte: O autor (2020)

As interações entre as barras de armadura longitudinal e transversal e a laje de concreto foram realizadas pela técnica de elementos embebidos, conforme **Figura 4.4**. Nesta técnica, é realizada uma ligação perfeita entre elementos incorporados (*embedded elements*) e elementos hospedeiros (*host region*). Essa ligação restringe os graus de liberdade translacional dos nós incorporados e também evita o deslizamento entre as armaduras e o concreto (PATHIRANA *et al.* 2016). Por fim, a interação entre o atuador e a laje de concreto também foi realizada através da opção "Tie constrain".

Figura 4.4: Propriedades de contato na laje de concreto



Fonte: O autor (2020)

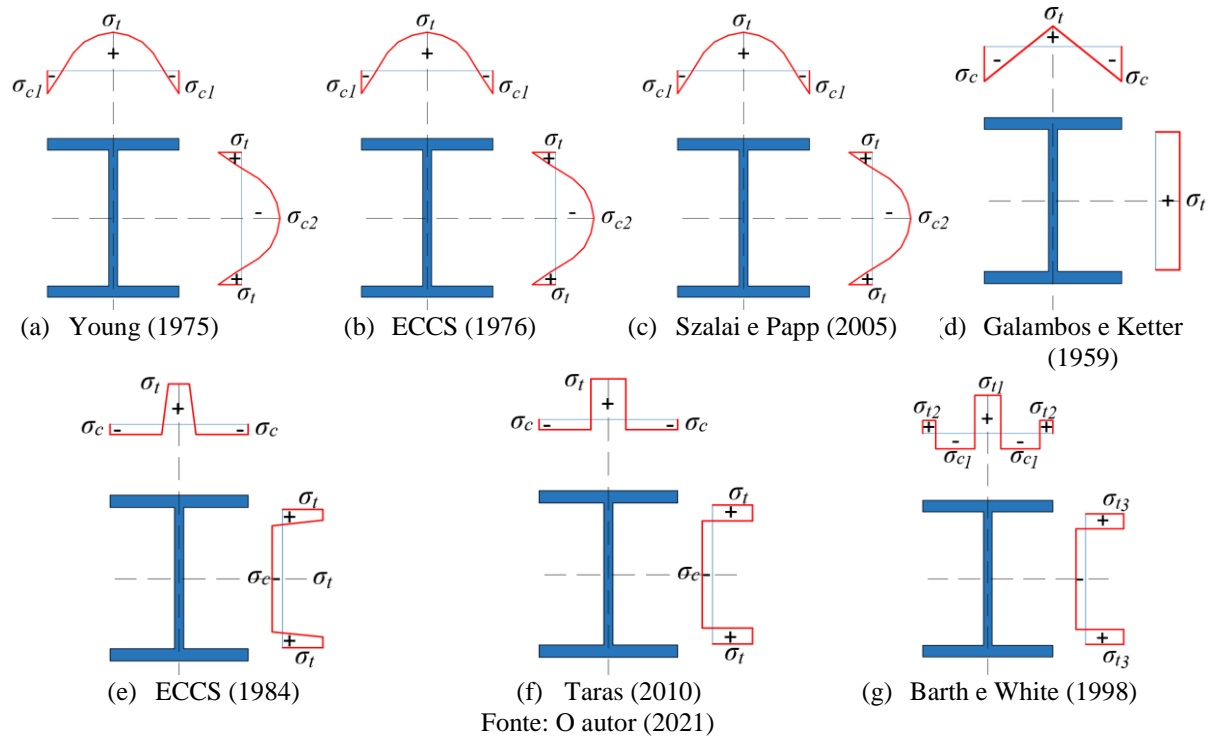
4.1.3 Imperfeições iniciais

No modelo numérico desenvolvido, foram consideradas imperfeições iniciais de caráter geométrico e físico. Para o desenvolvimento de uma análise não linear de estabilidade, deve-se considerar tanto a imperfeição geométrica inicial quanto as tensões residuais. A definição de quais valores de imperfeição geométrica inicial (curvatura inicial) e imperfeições físicas (tensões residuais) devem ser adotados no desenvolvimento de um modelo numérico sempre geram dúvidas. Por esse motivo, um extenso estudo de sensibilidade foi desenvolvido. Nesse estudo foi investigada a influência de sete modelos de tensões residuais e quatro valores de curvatura inicial no comportamento de quatro vigas mistas de aço e concreto ensaiadas por Tong *et al.* (2014). As vigas mistas ensaiadas por Tong *et al.* (2014) foram modeladas no *software* ABAQUS.

A implementação da imperfeição geométrica foi realizada pelo comando “*IMPERFECTION*”. As tensões residuais foram incluídas no modelo como condições iniciais. Essas condições iniciais são incluídas em um conjunto de elementos finitos (*shell*, neste caso) aos quais é fornecido um determinado valor de tensão inicial. O conjunto de elementos pode ser definido por meio de ferramentas de pré-processamento padrão. O procedimento consiste em definir várias partições longitudinais da geometria. Cada partição corresponde a um determinado conjunto de elementos que apresentam o mesmo valor de tensão inicial. Os padrões de tensão residual são considerados constantes ao longo da direção longitudinal, independentemente da presença de reforços transversais (que podem afetar localmente esse padrão).

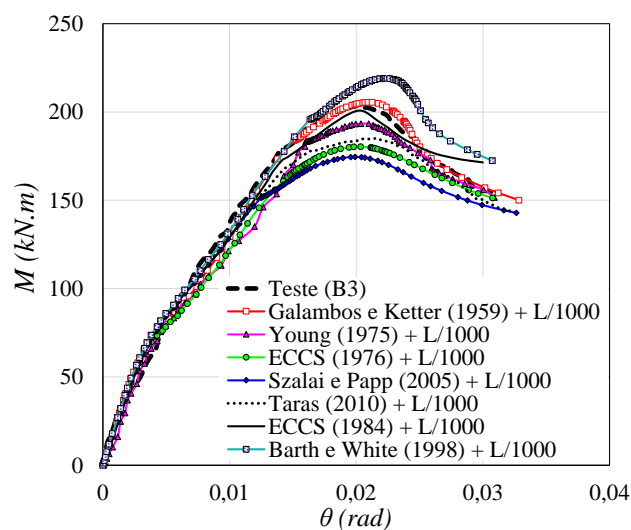
O estudo de sensibilidade foi dividido em quatro etapas. Na primeira etapa, as análises foram realizadas considerando apenas imperfeições geométricas (curvatura inicial) com amplitude de $L/500$, $L/1000$, $L/1500$ e $L/2000$. Na segunda etapa, os efeitos de sete padrões de distribuição de tensão residual, quatro padrões para seções I laminadas (**Figura 4.5a, b, c, d**) e três padrões para seções I soldadas (**Figura 4.5e, f, g**) foram considerados, com aplicação de uma pequena imperfeição geométrica global de 0,01 mm. Na terceira etapa, as análises foram realizadas considerando os sete padrões de distribuição de tensões residuais com uma imperfeição geométrica global de $L/2000$. E finalmente, na quarta etapa, os sete padrões de tensões residuais foram considerados com uma imperfeição geométrica global de $L/1000$. No total, foram desenvolvidas 100 análises numéricas. Os resultados dessa investigação podem ser encontrados em Rossi *et al.* (2021).

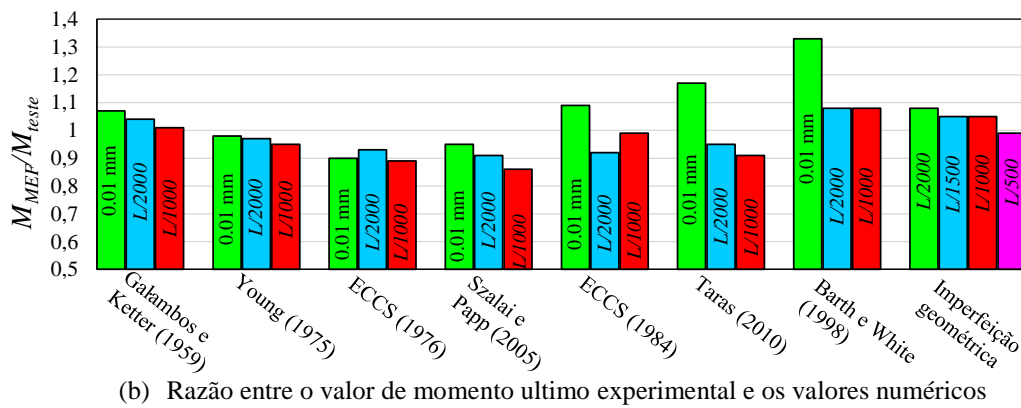
Figura 4.5: Modelos de tensão residual analisados no estudo de sensibilidade



Os resultados evidenciaram que os modelos de tensões residuais de Galambos e Ketter (1959) e do ECCS (1984), associados a uma imperfeição geométrica com amplitude de $L/1000$, foram os modelos que forneceram os resultados mais próximos aos valores experimentais de Tong *et al.* (2014). A Figura 4.6 apresenta os resultados da investigação numérica para o modelo experimental B4.2-350-1-C de Tong *et al.* (2014).

Figura 4.6: Resultados do estudo de sensibilidade para o modelo experimental B4.2-350-1-c

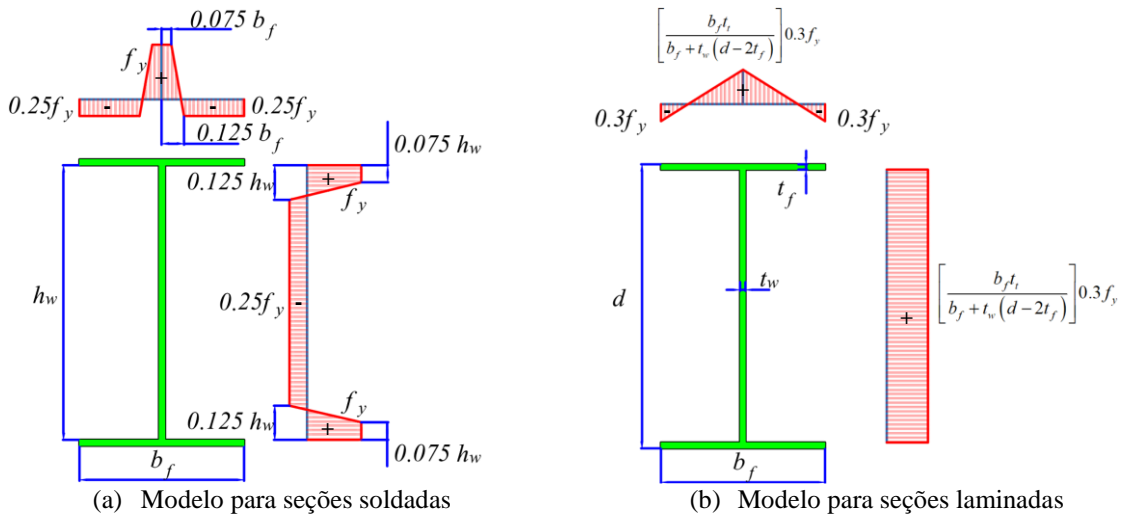




Fonte: O autor (2021)

Portanto, para considerar as tensões residuais, dois modelos foram adotados. Para as seções laminadas a quente, foi adotado o modelo de Galambos e Ketter (1959), enquanto que para as seções soldadas o modelo do ECCS (1984), conforme **Figura 4.7**. Para as imperfeições geométricas adotou uma curvatura inicial de amplitude de L/1000.

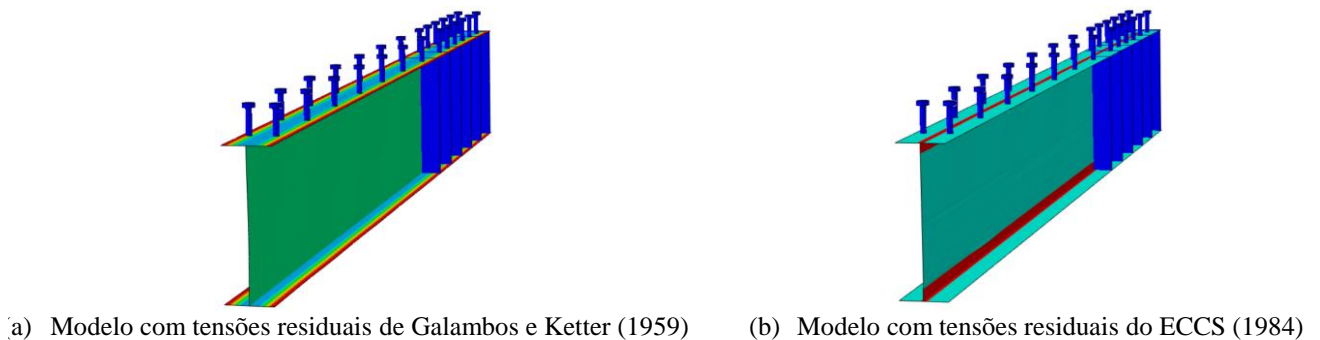
Figura 4.7: Modelos de tensão residual



Fonte: O autor (2020)

A aplicação das tensões residuais no modelo numérico foi realizada por meio da definição de um estado de tensão inicial como apresentado na **Figura 4.8**.

Figura 4.8: Estado de tensão inicial para aplicação de tensões residuais

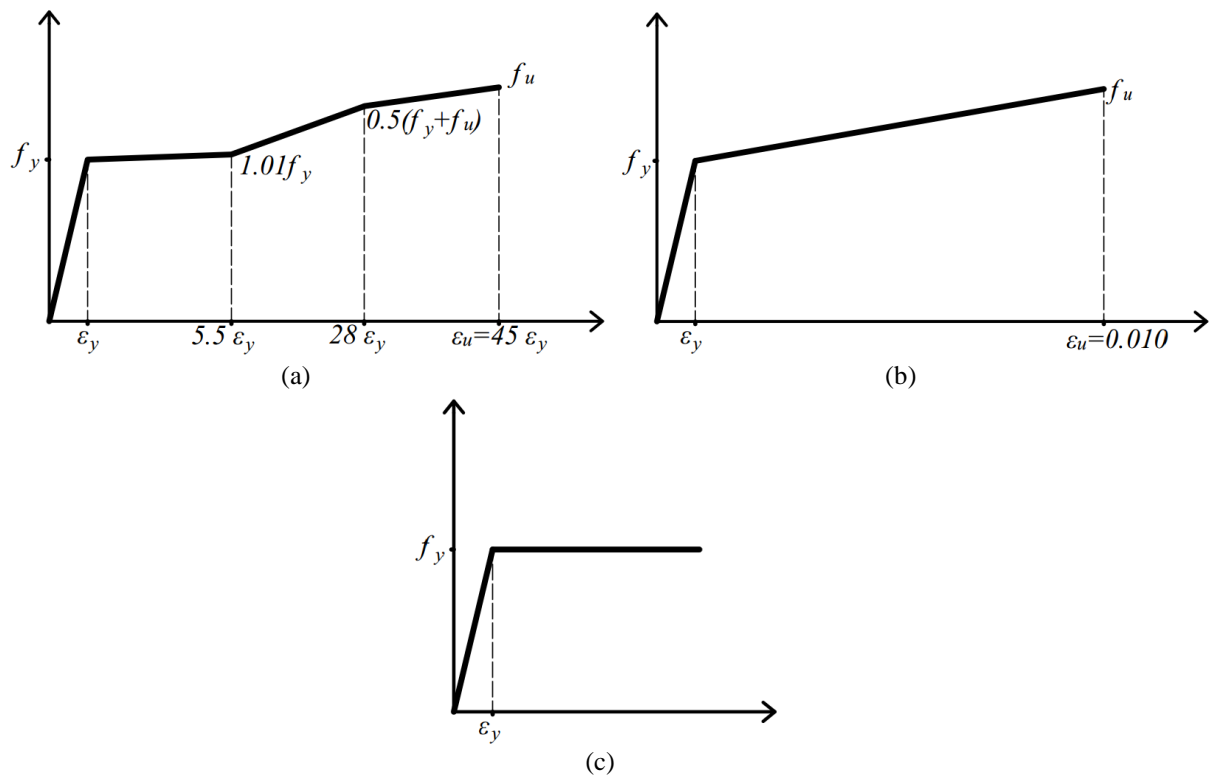


Fonte: O autor (2021)

4.1.4 Relações constitutivas

Para o perfil de aço, a relação constitutiva proposta por Earls (1999) foi adotada. A relação de tensão-deformação apresentada por Earls (1999) trata-se de um modelo elastoplástico no qual a consideração do efeito de encruamento do aço é realizada através de uma região tri-linear, conforme **Figura 4.9a**. Para as armaduras longitudinais e transversais, foi adotado um modelo elastoplástico com encruamento linear positivo, conforme mostrado na **Figura 4.9b**. Por fim, o modelo atribuído aos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça foi o modelo elastoplástico perfeito, como mostrado na **Figura 4.9c**.

Figura 4.9: Relação tensão-deformação para os elementos de aço



Fonte: O autor (2020)

O modelo CDP (*concrete damage plasticity*) é utilizado para representar o material concreto. O CDP é um critério baseado nos modelos propostos por Hillerborg, Modéer e Peterson (1976), Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998), conforme apresentado no item 2.3.2, e tem sido amplamente utilizado na modelagem de concreto. O modelo considera três hipóteses baseadas na teoria da plasticidade: a superfície de escoamento inicial determina quando a deformação plástica começa; a regra de fluxo determina a direção da deformação plástica; e a regra de amolecimento/encruamento define como a superfície de falha evolui com a deformação plástica (YU *et al.* 2010).

CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

A relação tensão-deformação usada para representar o comportamento do concreto em compressão e tração foi proposta por Carreira e Chu (1985, 1986), conforme **Eq.(4.1-4.3)** e representada na **Figura 4.10**.

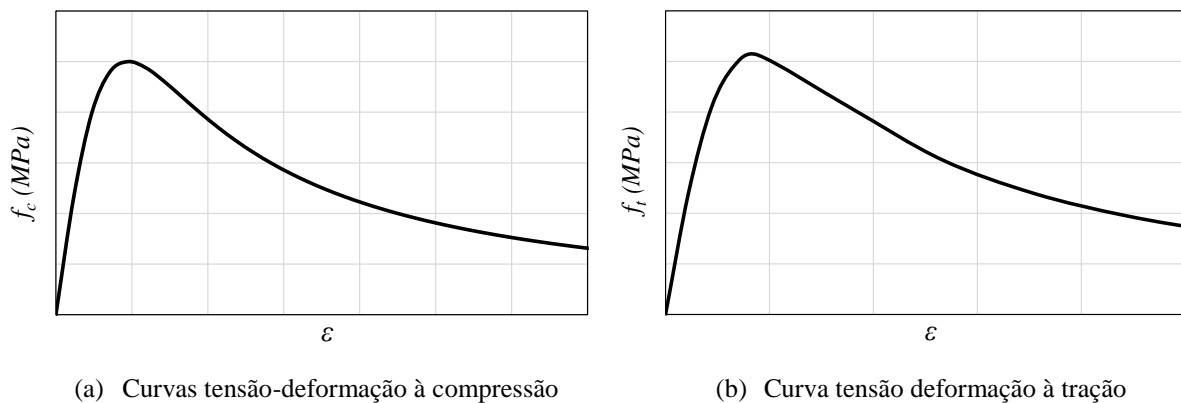
$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_c)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_c)^{\beta_c}} \quad (4.1)$$

$$\beta_c = \left(\frac{f_{cm}}{32.4} \right)^3 + 1.55 \quad (MPa) \quad (4.2)$$

$$\frac{\sigma}{f_m} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_t)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_t)^{\beta_c}} \quad (4.3)$$

onde: f_{cm} é a resistência média a compressão do concreto; f_m é a resistência média a tração do concreto; ε_c é a deformação a compressão e; ε_t a deformação a tração.

Figura 4.10: Relação tensão-deformação para o concreto



Fonte: O autor (2020)

As propriedades mecânicas do concreto foram definidas em função do f_{ck} (resistência característica à compressão aos 28 dias) por meio das relações fornecidas pelo EC2 (EN 1992-1-1:2004), conforme **Eq. (4.4-4.8)**.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (MPa) \quad (4.4)$$

$$f_m = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (MPa) \quad (4.5)$$

$$E_{cm} = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (MPa) \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8 \quad (\%) \quad (4.7)$$

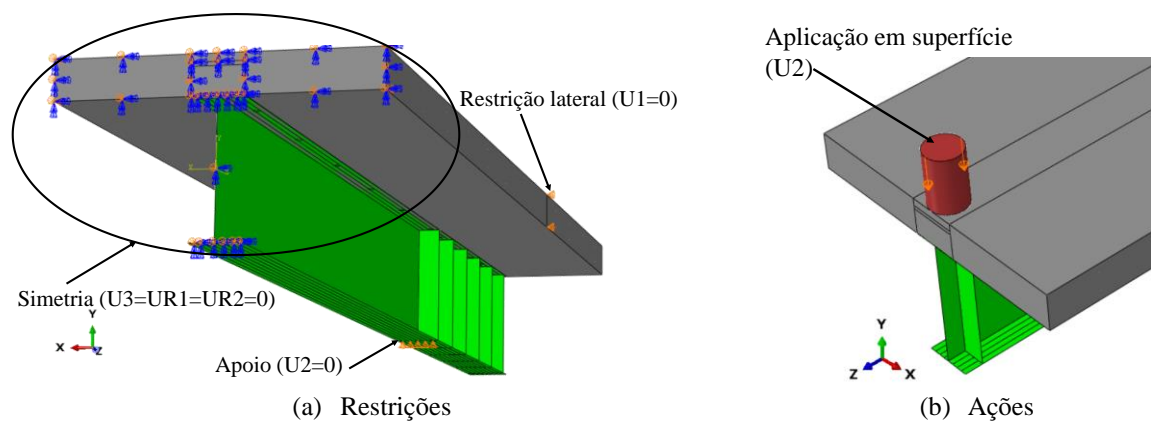
$$\varepsilon_{cu1} = 3,5 \quad (\%) \quad (4.8)$$

onde: E_{cm} é o módulo de elasticidade do concreto; ε_{c1} é a deformação correspondente a f_{cm} ; e ε_{cu1} é a deformação última do concreto.

4.1.5 Condições de contorno

A introdução de vinculações e ações externas no modelo numérico se deu por meio da restrição ou imposição de deslocamentos. Para a representação de apoios de primeiro e segundo gênero a restrição dos deslocamentos foi imposta por meio de linhas nas regiões de interesse, conforme **Figura 4.11a**. Para os modelos com contenção lateral foi introduzida restrições ao deslocamento lateral na posição de interesse conforme **Figura 4.11a**. Para os modelos em que existe simetria, na direção do eixo longitudinal, as análises foram desenvolvidas considerando apenas a metade do modelo com restrições que representam a condição de simetria do elemento, conforme **Figura 4.11a**. Por fim, a imposição de ações externas foi realizada com a aplicação de deslocamento da direção da aplicação da ação, **Figura 4.11b**. Para determinar a intensidade da ação os valores de força de reação foram medidos.

Figura 4.11: Condições de contorno



Fonte: O autor (2020)

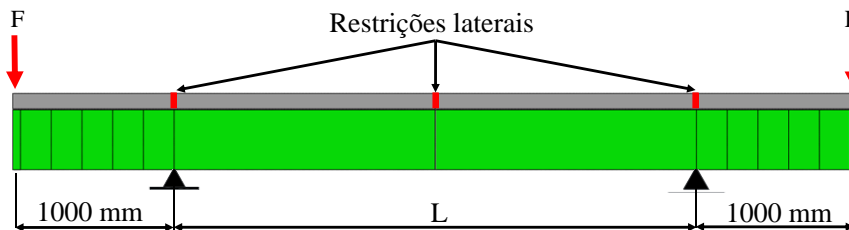
4.2 AFERIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico proposto foi aferido por meio dos ensaios experimentais de Tong *et al.* (2014) e Lam (1998). Os experimentos de Tong *et al.* (2014) foram desenvolvidos em vigas mistas de aço e concreto constituídas por perfis I duplamente simétricos e lajes maciças de concreto armado. O objetivo da investigação de Tong *et al.* (2014) era analisar o comportamento de vigas mistas sob a ação de momento fletor negativo. Já os ensaios experimentais de Lam (1998) foram desenvolvidos em vigas mistas de aço e concreto com lajes alveolares pré-fabricadas. As investigações de Lam (1998) tinham como objetivo investigar o comportamento desse sistema estrutural sob flexão positiva.

4.2.1 Modelo de Tong *et al.* (2014)

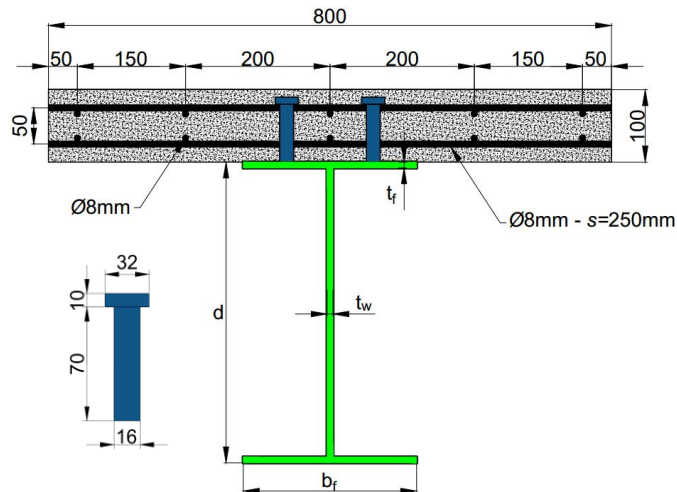
Nos modelos analisados por Tong *et al.* (2014), as vigas mistas de aço e concreto eram simplesmente apoiadas com restrições ao deslocamento lateral, conforme **Figura 4.12**. Para que as vigas fossem solicitadas a um momento fletor negativo constante, as forças eram aplicadas em dois pontos na região de balanço da viga (**Figura 4.12**). A seção transversal que caracteriza os modelos analisados é mostrada na **Figura 4.13**. As dimensões dos modelos são mostradas na **Tabela 4.2**. Para a modelagem dos materiais, foram utilizadas as relações de tensão-deformação apresentadas no item 4.1.4. As propriedades mecânicas dos materiais, para os modelos de aferição, são mostradas na **Tabela 4.3**, conforme caracterização realizada por Tong *et al.* (2014).

Figura 4.12: Condições de contorno



Fonte: O autor (2020)

Figura 4.13: Detalhes da seção transversal (dimensões em mm)



Fonte: Adaptado de Tong *et al.* (2020)

Tabela 4.2: Propriedades geométricas dos modelos experimentais de Tong *et al.* (2014)

Teste	L (mm)	d (mm)	br (mm)	tr (mm)	tw (mm)	S _{pino} (mm)
B3.0-350-1	3000	350	125	8	6	220
B4.2-350-1	4200	350	125	8	6	300
B4.2-350-1-C	4200	350	125	8	6	150
B4.2-400-1	4200	400	125	8	6	300

Fonte: Adaptado de Tong *et al.* (2020)

CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

Tabela 4.3: Propriedades mecânicas do modelo de aferição

Elemento	E (MPa)	ν	$f_{ck-cúbico}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Laje de concreto	27.117	0,2	25,1	-	-
Mesas do perfil	205.000	0,3	-	403	522
Alma do perfil	207.000	0,3	-	362	489
Armaduras	211.000	0,3	-	530	657
Pino com cabeça	206.000	0,3	-	235	-

Fonte: O autor (2020)

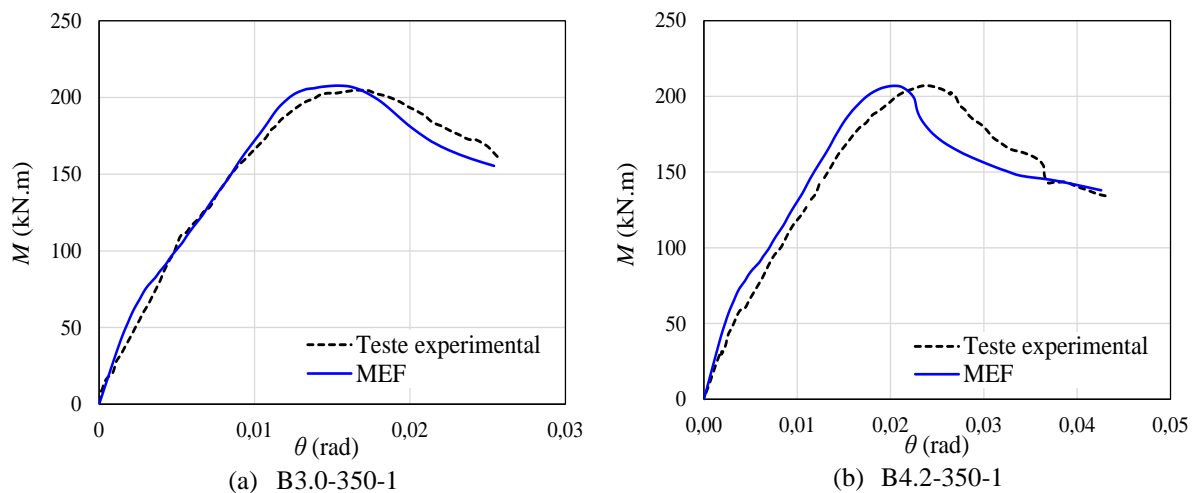
O modelo de tensão residual proposto por Galambos e Ketter (1959), **Figura 4.7b**, foi utilizado no modelo numérico de aferição. Para a consideração da imperfeição geométrica inicial, foi adotada uma curvatura inicial com magnitude de $L/1000$. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada na **Tabela 4.4** e na **Figura 4.14**. É importante notar que a rotação (θ) mostrada na **Figura 4.14** foi mensurada à meia altura da viga I, na região de apoio.

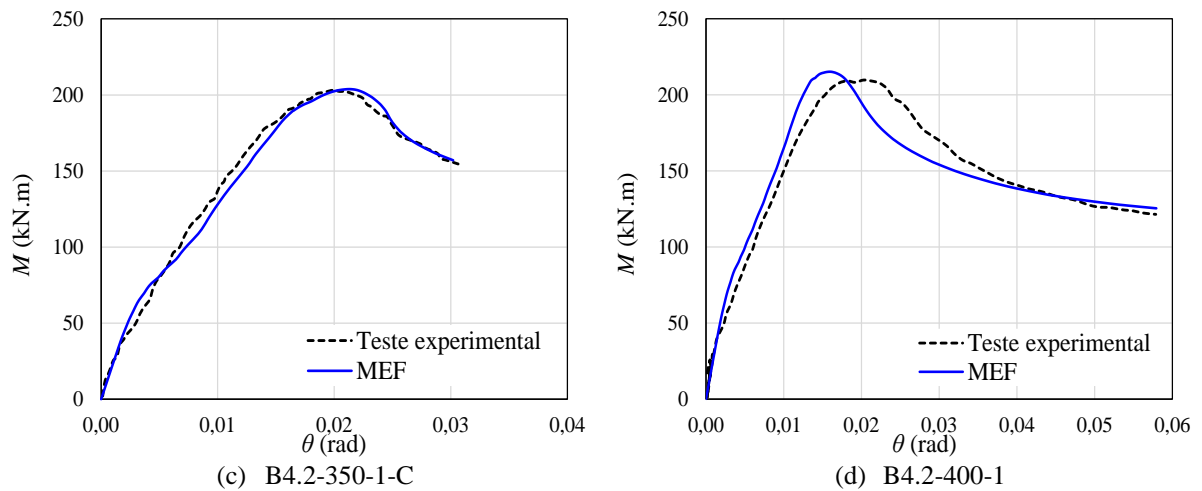
Tabela 4.4: Resultados da aferição

Número do teste	Teste experimental		MEF		M_{teste}/M_{u-MEF}
	M_{teste} (kNm)	Falha	M_{u-MEF} (kNm)	Falha	
B3.0-350-1	205,1	FLD	207,8	FLD	0,987
B4.2-350-1	206,9	FLD	206,9	FLD	1,000
B4.2-350-1-C	203,7	FLD	203,8	FLD	0,999
B4.2-400-1	210,5	FLD	215,1	FLD	0,979

Fonte: O autor (2020)

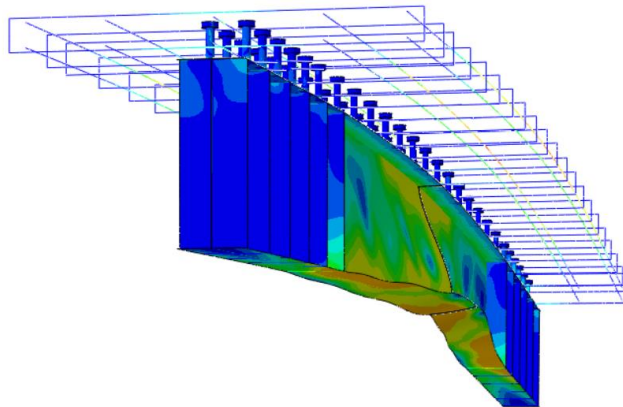
Figura 4.14: Resultados da aferição do modelo numérico





A **Figura 4.15** apresenta a deformada para um dos modelos aferidos, obtida na análise não linear física e geométrica desenvolvida com o *software* ABAQUS.

Figura 4.15: Deformada do modelo de aferição

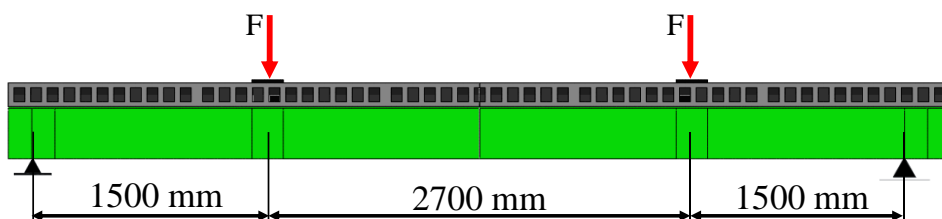


Fonte: O autor (2020)

4.2.2 Modelo de Lam (1998)

Os estudos experimentais de Lam (1998) foram desenvolvidos em vigas mistas constituídas por perfis I e lajes alveolares pré-fabricadas de concreto. Lam (1998) desenvolveu uma série de ensaios de flexão em quatro pontos, com o intuito de verificar o comportamento desses elementos. As vigas analisadas eram simplesmente apoiadas, conforme **Figura 4.16**.

Figura 4.16: Condições de contorno

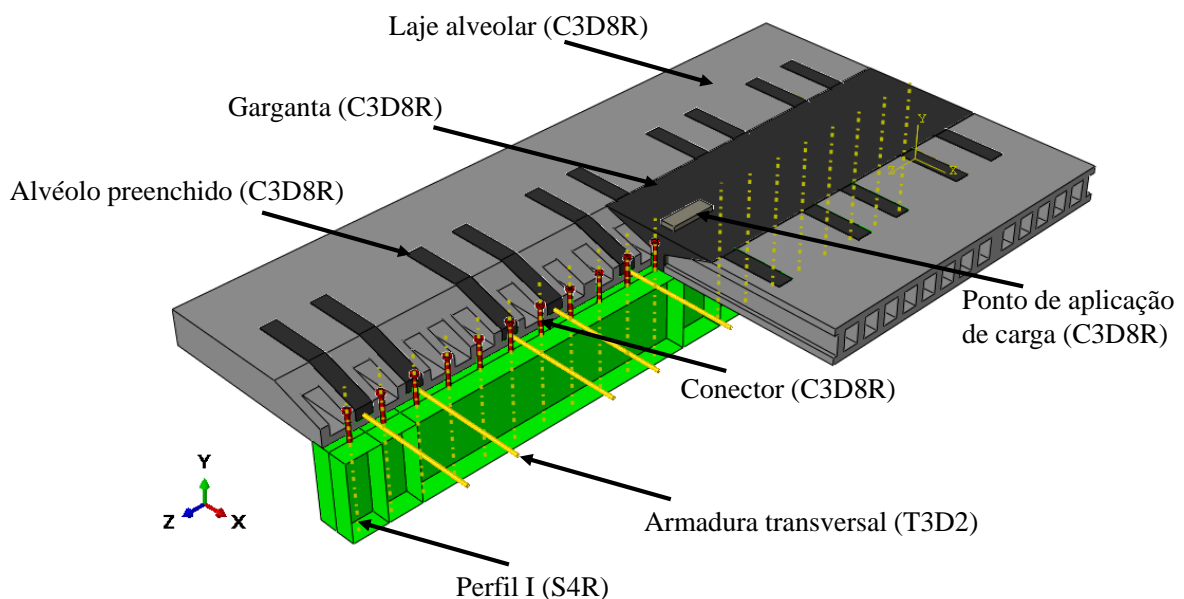


Fonte: Adaptado de Lam (1998)

CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

O desenvolvimento do modelo numérico, aferido com os ensaios experimentais de Lam (1998), segue a mesma metodologia apresentada no item 4.1. Entretanto, por não se tratar de um problema de estabilidade, a etapa de análise de estabilidade elástica, tratada como um método de perturbação linear (*buckle*), não é necessária. Assim, desenvolveu-se uma análise não linear física e geométrica solucionada pelo método “*Static Riks*”. Para a consideração das imperfeições físicas aplicou-se o modelo de tensões residuais proposto pelo ECCS (1984), conforme apresentado na **Figura 4.7a**. As características gerais do modelo numérico aferido pelo ensaio de Lam (1998) são apresentadas na **Figura 4.17**.

Figura 4.17: Características gerais do modelo numérico



Fonte: O autor (2020)

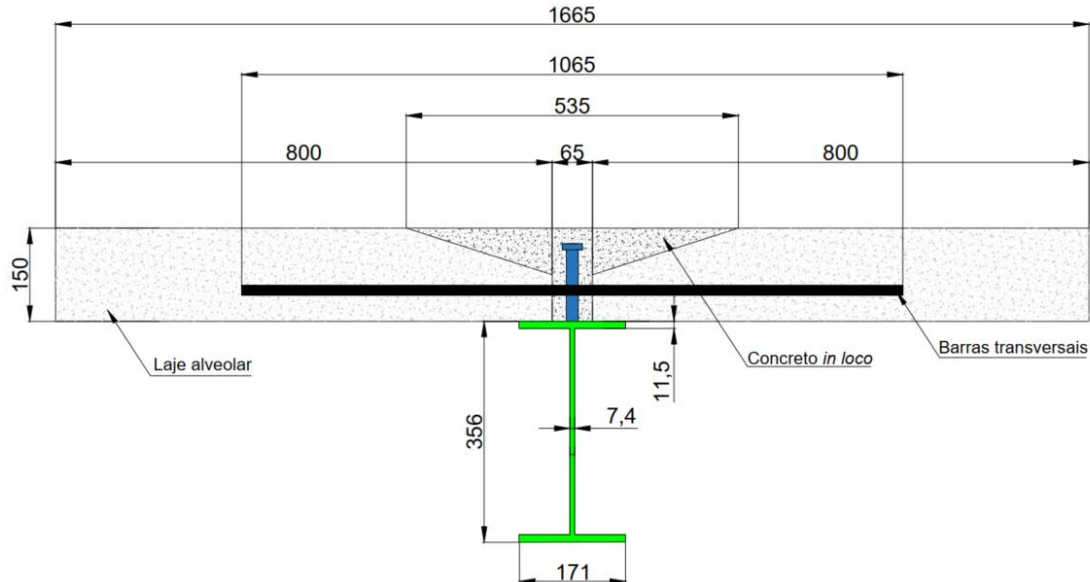
O modelo numérico foi aferido por meio de duas vigas ensaiadas por Lam (1998). Foram modeladas numericamente as vigas CB1 e CB2. As vigas são constituídas por um perfil I de padrão universal (UB), cuja dimensões são apresentadas na **Figura 4.18**, e por lajes alveolares pré-fabricadas com as extremidades chanfradas. O conector de cisalhamento tem 19 mm de diâmetro e 125 mm de altura. As dimensões da seção transversal são apresentadas na **Figura 4.18**.

A diferença entre as vigas CB1 e CB2 está no diâmetro da armadura transversal utilizada. Para a viga CB1 utilizou-se barras com diâmetro de 16 mm, enquanto, que para a viga CB2, barras com diâmetro de 8 mm. Além dessa diferença, as características mecânicas dos materiais de cada viga apresentam distinções. As características mecânicas dos materiais da viga CB1 e viga CB2 são apresentadas nas **Tabelas 4.5 e 4.6**, respectivamente. O

CAPÍTULO 4. MODELAGEM NUMÉRICA

comportamento de cada material foi descrito por meio das relações constitutivas apresentadas no item 4.1.4.

Figura 4.18: Detalhes da seção transversal (dimensões em mm)



Fonte: Adaptado de Lam (1998)

Tabela 4.5: Propriedades mecânicas dos materiais da viga CB1

Elementos	E (MPa)	ν	$f_{ck-cúbico}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Laje alveolar	31.187	0,2	40,0	-	-
Concreto in loco	28.608	0,2	30,0	-	-
Perfil I	190.000	0,3	-	310	400
Armadura	200.000	0,3	-	480	700
Pino com cabeça	195.000	0,3	-	400	650

Fonte: O autor (2020)

Tabela 4.6: Propriedades mecânicas dos materiais da viga CB2

Elementos	E (MPa)	ν	$f_{ck-cúbico}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Laje alveolar	31.187	0,2	40,0	-	-
Concreto in loco	27.085	0,2	25,0	-	-
Perfil I	190.000	0,3	-	310	400
Armadura	200.000	0,3	-	400	650
Pino com cabeça	195.000	0,3	-	400	650

Fonte: O autor (2020)

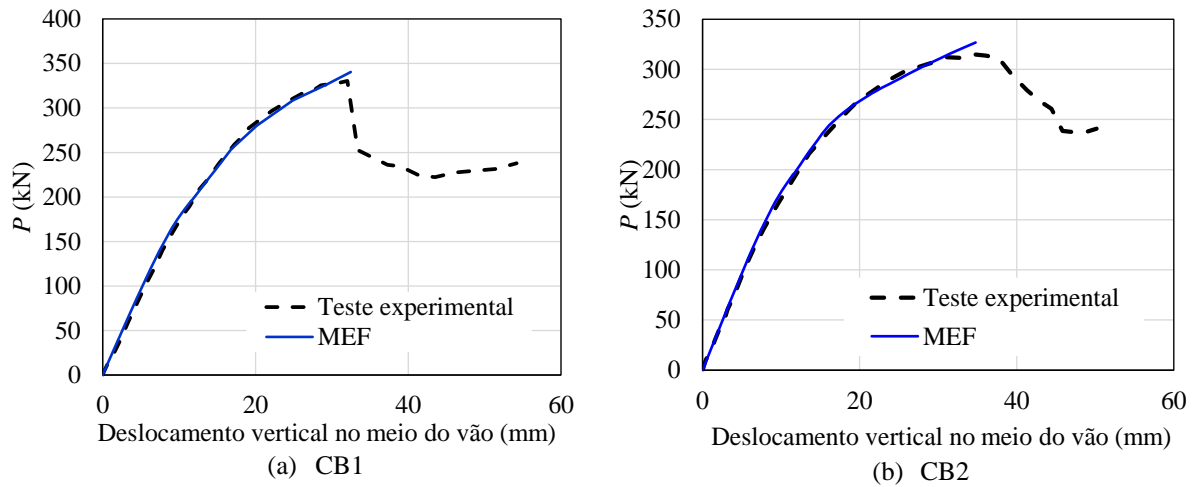
A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada na **Tabela 4.7** e na **Figura 4.19**. A **Figura 4.20** apresenta a deformada do modelo numérico.

Tabela 4.7: Resultados da aferição

Viga	Teste experimental		MEF		P_{teste}/P_{MEF}
	P_{teste} (kN)	Deflexão no meio do vão (mm)	P_{MEF} (kNm)	Deflexão no meio do vão (mm)	
CB1	330	32,8	340,45	32,46	0,97
CB2	315	33,7	321,24	33,20	0,98

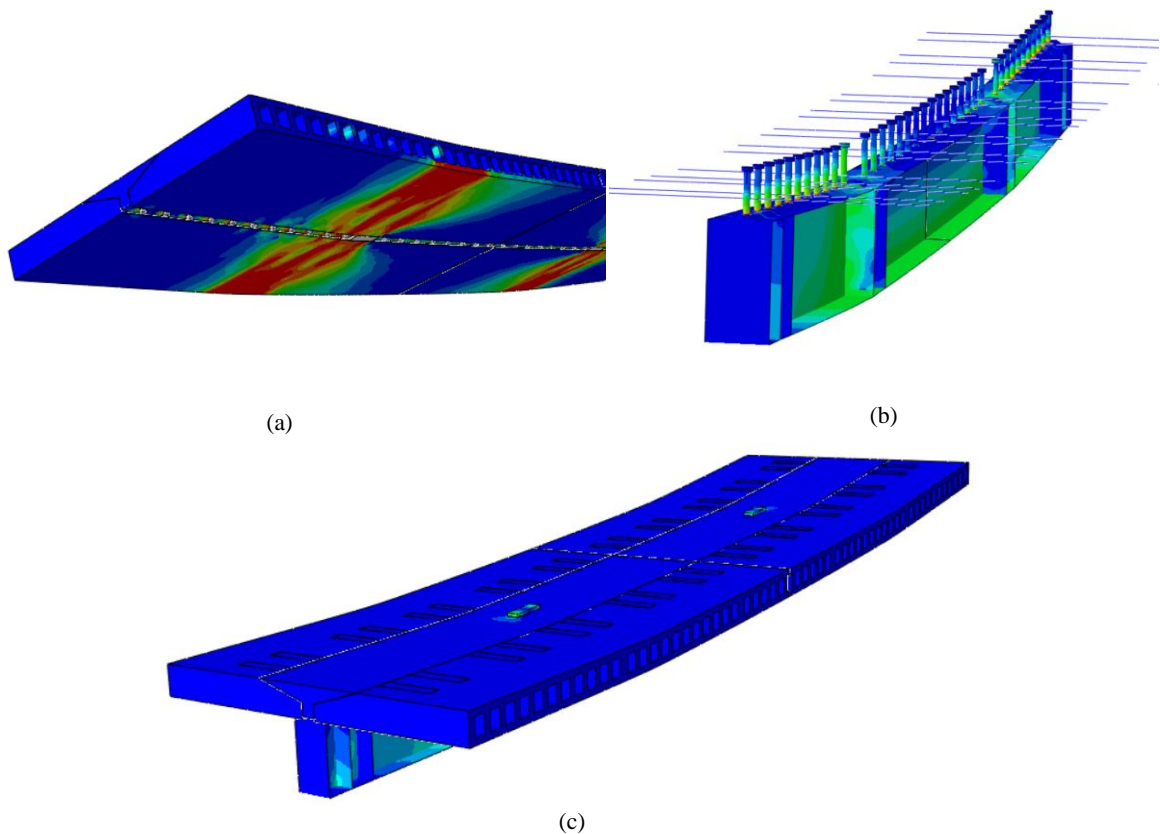
Fonte: O autor (2020)

Figura 4.19: Resultados da aferição do modelo numérico de previsão



Fonte: O autor (2020)

Figura 4.20: Deformada do modelo numérico



Fonte: O autor (2020)

A comparação entre os resultados do modelo numérico e os testes experimentais de Lam (1998) mostraram proximidade, assim como a comparação entre os resultados numéricos e os resultados experimentais dos modelos de Tong *et al.* (2014). Portanto, o modelo numérico é dito aferido devido à concordância dos resultados e será utilizado para o desenvolvimento dos estudos paramétricos.

4.3 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado o desenvolvimento da modelagem numérica e o procedimento de aferição do modelo numérico. Mais detalhes do desenvolvimento do modelo numérico podem ser encontrados em Rossi *et al.* (2020c) e em Rossi *et al.* (2021). Em Rossi *et al.* (2021) um extenso estudo de sensibilidade foi realizado considerando as tensões residuais e imperfeições geométricas. Como síntese e conclusão do capítulo, pode ser afirmar que:

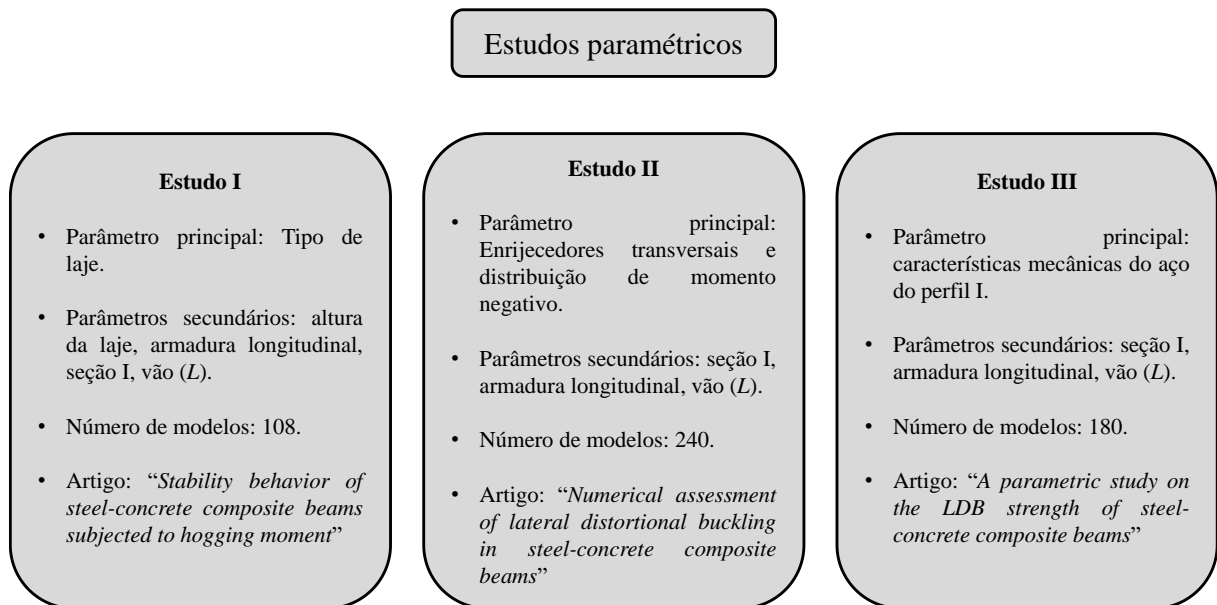
- Para a análise de problemas de estabilidade são realizadas duas etapas de processamento. Na primeira etapa é determinada a carga crítica e a deformada da análise de estabilidade elástica (*buckling analyses*) por meio de um procedimento de perturbação linear (*Buckle*), que fornece os autovalores e autovetores. Na segunda etapa, as análises de pós flambagem (*post-buckling*) partem da deformada do autovetor de menor energia da análise de estabilidade elástica, o qual será normalizado por meio da imperfeição geométrica inicial. Esse problema é solucionado pelo método *Static Riks*.
- Foram apresentadas as propriedades geométricas, os tipos de elemento de finito, a dimensão da malha, propriedade de contato, os modelos de tensão residual e imperfeições geométricas utilizadas no modelo numérico. Além disso, as relações constitutivas que irão descrever o comportamento de cada material do modelo numérico;
- Estudos de sensibilidade dos diversos padrões de distribuição de tensões residuais e imperfeições geométricas foram realizados em Rossi *et al.* (2021). Os resultados mostraram que os padrões de Galambos e Ketter (1959) e do ECCS (1984), combinados com uma imperfeição geométrica de $L/1000$, são os modelos que mais aproximam os resultados numéricos e os resultados experimentais de Tong *et al.* (2014);
- Por fim, o modelo numérico foi aferido com os experimentos de Tong *et al.* (2014) e Lam (1998). Os resultados mostraram que o modelo numérico é representativo e, portanto, foi dado como aferido.

CAPÍTULO 5

PLANEJAMENTO DO ESTUDO PARAMÉTRICO

Neste capítulo são apresentados todos os parâmetros investigados no estudo numérico desenvolvido com o *software* ABAQUS. As parametrizações desenvolvidas sempre foram realizadas objetivando a escrita de artigos científicos. Portanto, esse capítulo é dividido em três itens que descrevem a parametrização realizada em cada um dos três artigos desenvolvidos. A **Figura 5.1** apresenta uma esquematização geral com os detalhes de todos os estudos paramétricos realizados. Destaca-se que no total foram desenvolvidos 528 modelos numéricos, cujos resultados são apresentados no capítulo 6. Caso sejam contabilizados os modelos que se encontram no artigo Rossi *et al.* (2021), estudo de sensibilidade de imperfeições físicas e geométricas, o total de modelos desenvolvidos é de 628.

Figura 5.1: Estudos paramétricos



Fonte: O autor (2021)

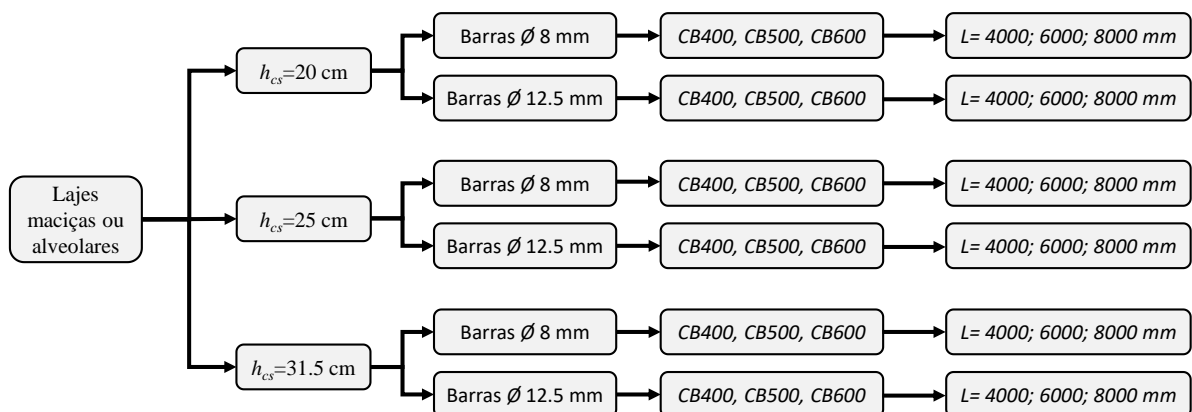
5.1 INFLUÊNCIA DO TIPO DE LAJE

A primeira investigação paramétrica teve como objetivo principal analisar a influência do tipo da laje sobre o momento crítico elástico à FLD (*buckling analyses*) e sobre o momento último à FLD (*post-buckling analyses*). Essas investigações resultaram no desenvolvimento do

CAPÍTULO 5. PARAMETRIZAÇÃO

artigo intitulado “*Stability behavior of steel-concrete composite beams subjected to hogging moment*” submetido a revista *Thin Walled Structures*. Além da tipologia da laje (lajes maciças e lajes alveolares pré-fabricadas) foram analisadas as influências dos seguintes parâmetros: dimensões da seção I; vão livre submetido a momento fletor negativo; a área de armadura longitudinal presente na laje de concreto e altura das lajes de concreto. A **Figura 5.2** apresenta todos os parâmetros analisados no estudo paramétrico.

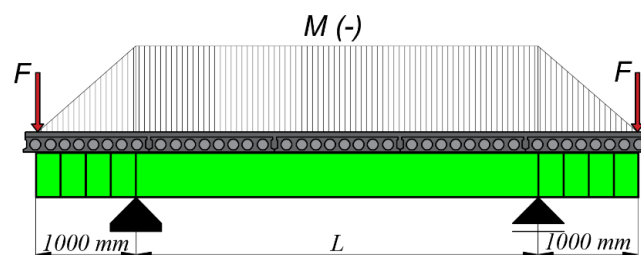
Figura 5.2: Parâmetros analisados



Fonte: O autor (2021)

Nesse primeiro estudo paramétrico, todas as vigas mistas de aço e concreto foram submetidas a momento fletor negativo constante (**Figura 5.3**). No total foram desenvolvidos 108 modelos numéricos. Os modelos numéricos desenvolvidos foram validados com os estudos experimentais de Tong *et al.* (2014) e Lam (2000) conforme apresentados no capítulo 4.

Figura 5.3: Distribuição de momento fletor negativo nos modelos analisados

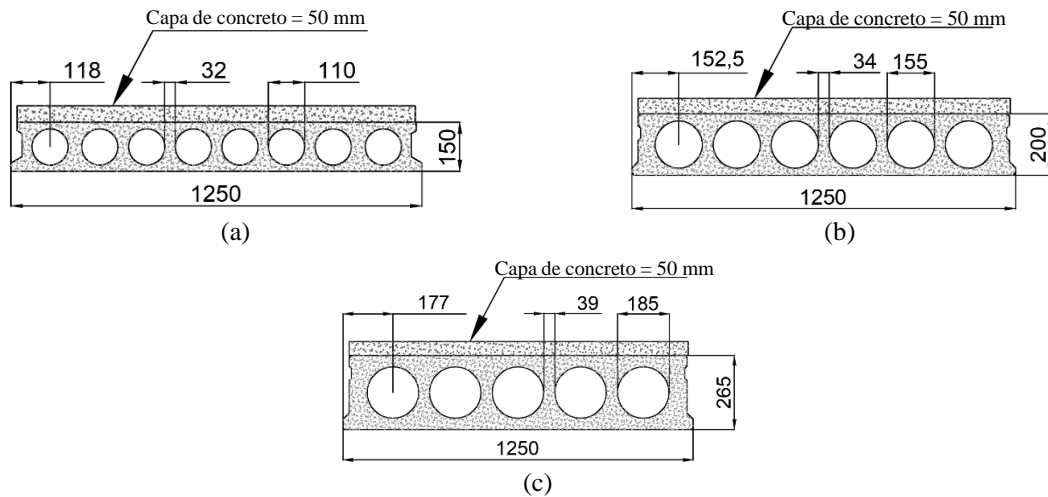


Fonte: O autor (2021)

Em relação à altura das lajes de concreto, três situações foram analisadas: lajes com altura de 20, 25 e 31,5 cm. Com o objetivo de tornar possível a comparação entre os modelos de laje maciça e laje alveolar, foram desenvolvidos modelos nos quais as lajes maciças e alveolares apresentam as mesmas alturas. Nos modelos com laje alveolar, uma capa de concreto moldado *in loco* de 50 mm foi adicionada, região onde foram posicionadas as armaduras longitudinais. É importante destacar que para os modelos com laje alveolar de altura de 15 cm, foram realizadas aberturas no segundo, quarto, sexto e oitavo alvéolo, nos quais as armaduras

transversais foram inseridas. Para os modelos com laje alveolar de altura de 20 cm, o segundo, quarto e sexto alvéolo passaram pelo processo de abertura, e, por último, para a laje de 26,5 cm o segundo e quarto alvéolos foram abertos. Os detalhes das lajes alveolares utilizadas na modelagem numérica são apresentados na **Figura 5.4**.

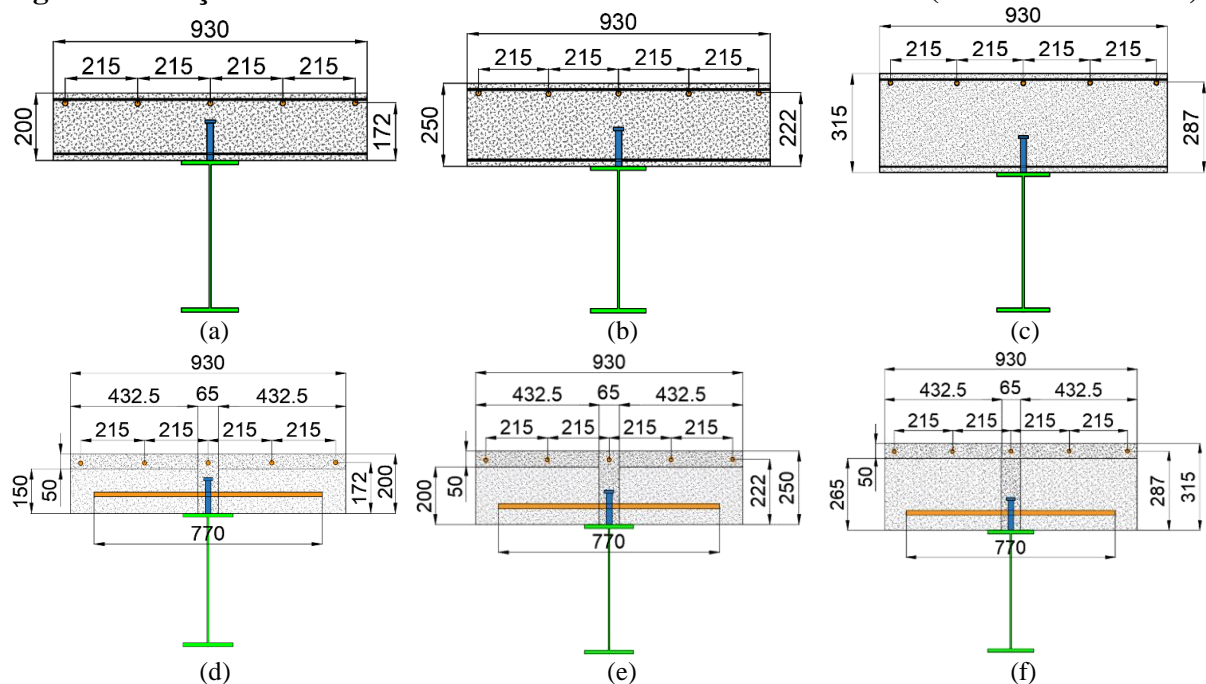
Figura 5.4: Detalhes das lajes alveolares (dimensões em mm)



Fonte: O autor (2021)

Os detalhes da distribuição da armadura longitudinal na laje de concreto e das dimensões das lajes podem ser observados na **Figura 5.5**, a qual apresenta as seções transversais características das vigas mistas de aço e concreto analisadas. Outro parâmetro importante é a distância entre as armaduras longitudinais e a mesa superior da seção I, detalhes que também podem ser observados na **Figura 5.5**.

Figura 5.5: Seção transversal característica dos modelos analisados (dimensões em mm)



Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 5. PARAMETRIZAÇÃO

Em relação a seção I, três diferentes perfis foram utilizados. As características geométricas de cada uma dessas seções são apresentadas na **Tabela 5.1**.

Tabela 5.1: Características geométricas da seção I

Seção I	L (mm)	d (mm)	b _r (mm)	t _r (mm)	t _w (mm)
CB400	4000; 6000; 8000	400	165	14	8
CB500	4000; 6000; 8000	500	165	14	8
CB600	4000; 6000; 8000	600	165	14	8

Fonte: O autor (2021)

O vão (L) entre apoios, conforme apresentado na **Figura 5.2**, foi variado em 4,0, 6,0 e 8,0 m. Para todos os modelos analisados foi considerado grau de interação total entre a laje de concreto e o perfil de aço, uma vez que, investigações desenvolvidas por Zhou e Yan (2017) mostraram que, esse fator é insignificante no comportamento de vigas mistas de aço e concreto sobre momento fletor negativo. O desenvolvimento do modelo numérico foi realizado conforme especificado no capítulo 4. As propriedades mecânicas dos materiais utilizados no estudo paramétrico são apresentadas na **Tabela 5.2**. Os resultados e discussão desse estudo paramétrico são apresentados no capítulo 6, item 6.1.

Tabela 5.2: Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no estudo paramétrico.

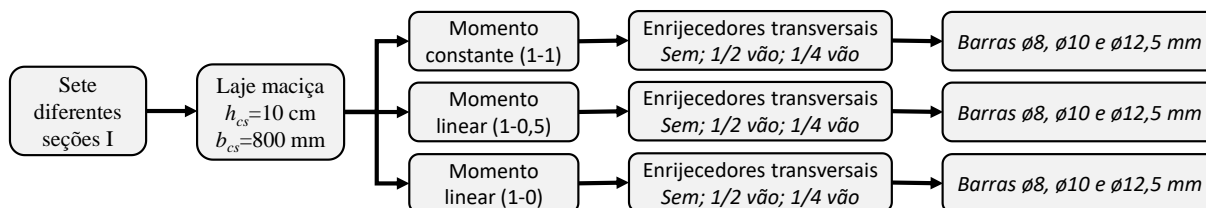
Elementos	E (MPa)	ν	f_{ck} (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concreto	30.589	0,2	30	-	-
Perfil I	200.000	0,3	-	345	450
Armaduras	210.000	0,3	-	500	540
Pino com cabeça	200.000	0,3	-	345	-

Fonte: O autor (2021)

5.2 INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO FLETOR NEGATIVO E ENRIJECEDORES

Este estudo paramétrico teve como principal objetivo investigar a influência da presença de enrijecedores transversais na alma do perfil I e da forma de distribuição de momento fletor negativo no valor do momento último (*post-buckling analyses*) de vigas mistas de aço e concreto. Essas investigações resultaram no desenvolvimento do artigo intitulado “*Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams*” que já se encontra publicado na revista *Journal of Constructional Steel Research*. Além da investigação da influência da presença de enrijecedores transversais e da forma de distribuição de momento fletor negativo, os seguintes parâmetros também foram variados: dimensões da seção I; vão livre submetido a momento fletor negativo e; a área de armadura longitudinal presente na laje de concreto. A **Figura 5.6** apresenta todos os parâmetros analisados no estudo paramétrico.

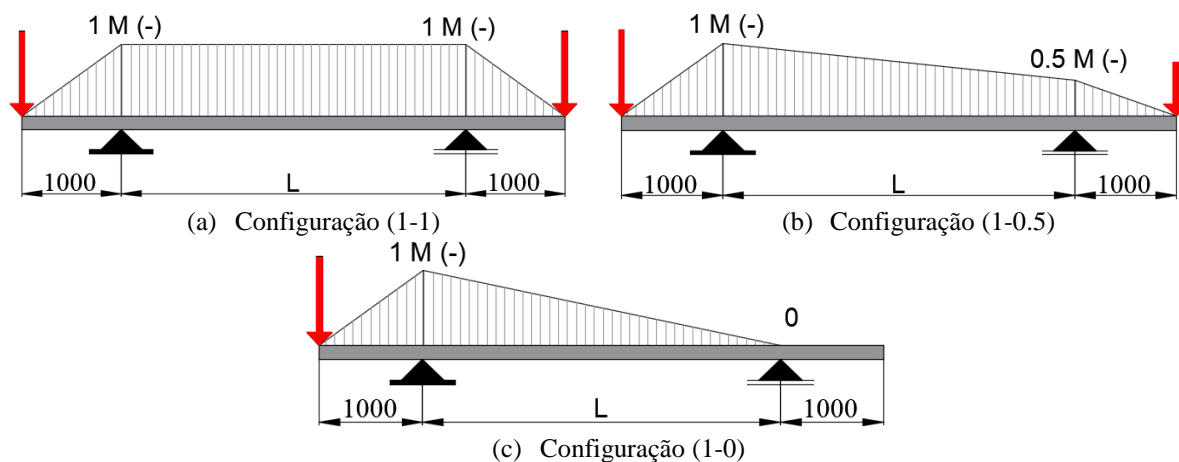
Figura 5.6: Parâmetros analisados no estudo paramétrico



Fonte: O autor (2021)

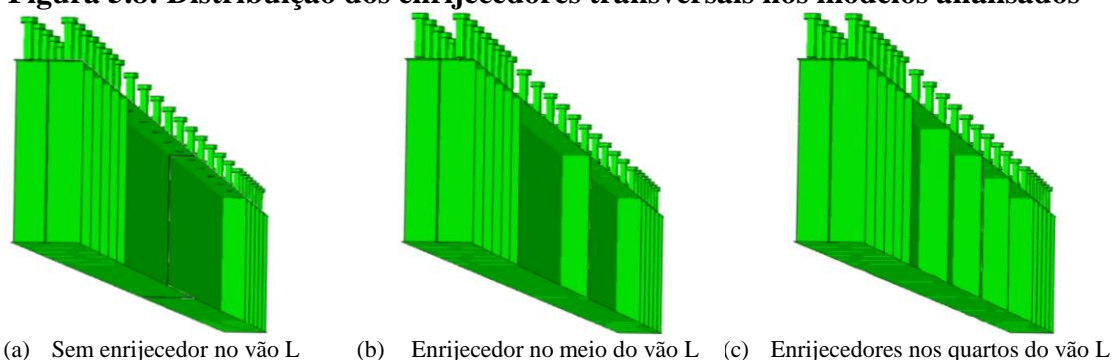
As vigas mistas de aço e concreto foram submetidas a três diferentes distribuições de momento fletor negativo. A primeira configuração de momento fletor negativo analisada foi uma distribuição uniforme, identificada como distribuição (1-1). Também foi analisada uma distribuição linear com valor máximo em uma extremidade do apoio e 50% do valor máximo na outra extremidade, identificada como distribuição (1-0,5). E por último, considerou-se uma distribuição linear como valor máximo em uma extremidade e nula na extremidade oposta, identificada como distribuição (1-0). A **Figura 5.7** exemplifica as configurações de distribuição de momento fletor negativo analisadas.

Figura 5.7: Distribuições de momento fletor negativo analisadas no estudo paramétrico (dimensões em mm)



Fonte: O autor (2021)

Em relação aos enrijecedores transversais, foram desenvolvidas análises considerando três situações: sem enrijecedor, com enrijecedores posicionados nas extremidades e no meio do vão e, com enrijecedores nos quartos do vão. A **figura 5.8** apresenta os detalhes de cada uma das situações analisadas.

Figura 5.8: Distribuição dos enrijecedores transversais nos modelos analisados

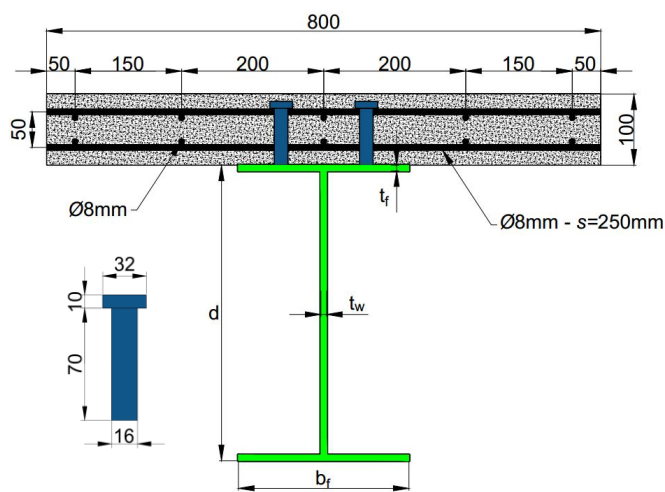
Fonte: O autor (2021)

Foram desenvolvidas análises considerando três diferentes distribuições de armadura longitudinal na laje de concreto. Consideraram-se modelos com armadura longitudinal de diâmetro de 8mm, 10 mm e 12,5 mm. Para todas as vigas mistas de aço e concreto se considerou uma laje maciça de concreto armado com espessura de 100 mm ($h_{cs}=100\text{mm}$) e largura de 800 mm ($b_{cs}=800$ mm). Foram considerados sete diferentes perfis I, cujas, características geométricas são apresentadas na **Tabela 5.3**. A seção transversal típica analisada pode ser observada na **Figura 5.9**. No total foram realizadas 240 análises numéricas nesse estudo paramétrico.

Tabela 5.3: Características geométricas das seções I

Seção I	Tipo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)
W360x32.9	Laminada	349	127	8.5	5.80
W410x46.1		403	140	11.2	7.00
W460x60		455	153	13.3	8.00
W560x72		524	207	10.9	9.00
VS300x23	Soldada	300	120	6.3	4.75
VS350x26		350	140	6.3	4.75
VS400x28		400	140	6.3	4.75

Fonte: O autor (2021)

Figura 5.9: Seção transversal típica (Dimensões em mm)

Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 5. PARAMETRIZAÇÃO

O modelo numérico foi desenvolvido e validado de acordo com os procedimentos apresentados no capítulo 4. A Tabela 5.4 apresenta as propriedades mecânicas dos materiais constituintes do modelo numérico utilizado no estudo paramétrico.

Tabela 5.4: Propriedades mecânicas dos materiais

Elementos	E (MPa)	ν	f_{ck} (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Lajes de concreto	28.960	0,2	25	-	-
Perfis I	200.000	0,3	-	345	450
Armaduras	210.000	0,3	-	500	540
Pino com cabeça	200.000	0,3	-	345	-

Fonte: O autor (2021)

Os resultados desse estudo paramétrico são apresentados no capítulo 6, item 6.2.

5.3 INFLUÊNCIA DO TIPO DE AÇO UTILIZADO NO PERFIL I

Este estudo paramétrico teve como principal objetivo verificar o comportamento das curvas de projeto da SSRC (*Structural Stability Research Council*) e ECCS (*European Convention for Constructional Steelwork*) quando comparadas aos resultados numéricos da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto para diferentes tipos de aço utilizado no perfil I. Vale destacar que as curvas da SSRC e da ECCS são utilizadas para o dimensionamento à FLD de vigas mistas de aço e concreto pela norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008) e pelo Eurocode 4, respectivamente. As análises desenvolvidas nesse estudo paramétrico resultaram no artigo intitulado “*A parametric study on the LDB strength of steel-concrete composite beams*” submetido na revista “*Engineering Structures*”. Juntamente com as propriedades mecânicas de cada tipo de aço, o estudo paramétrico também investigou: dimensões da seção I; vão livre submetido a momento fletor negativo e; a área de armadura longitudinal presente na laje de concreto. A variação da área da armadura longitudinal foi mais significativa do que as realizadas nos estudos anteriores, visto que, um comportamento “peculiar” dos procedimentos normativos do EC4 e da NBR8800 foi verificado. A **Figura 5.10** sintetiza os parâmetros analisados neste estudo.

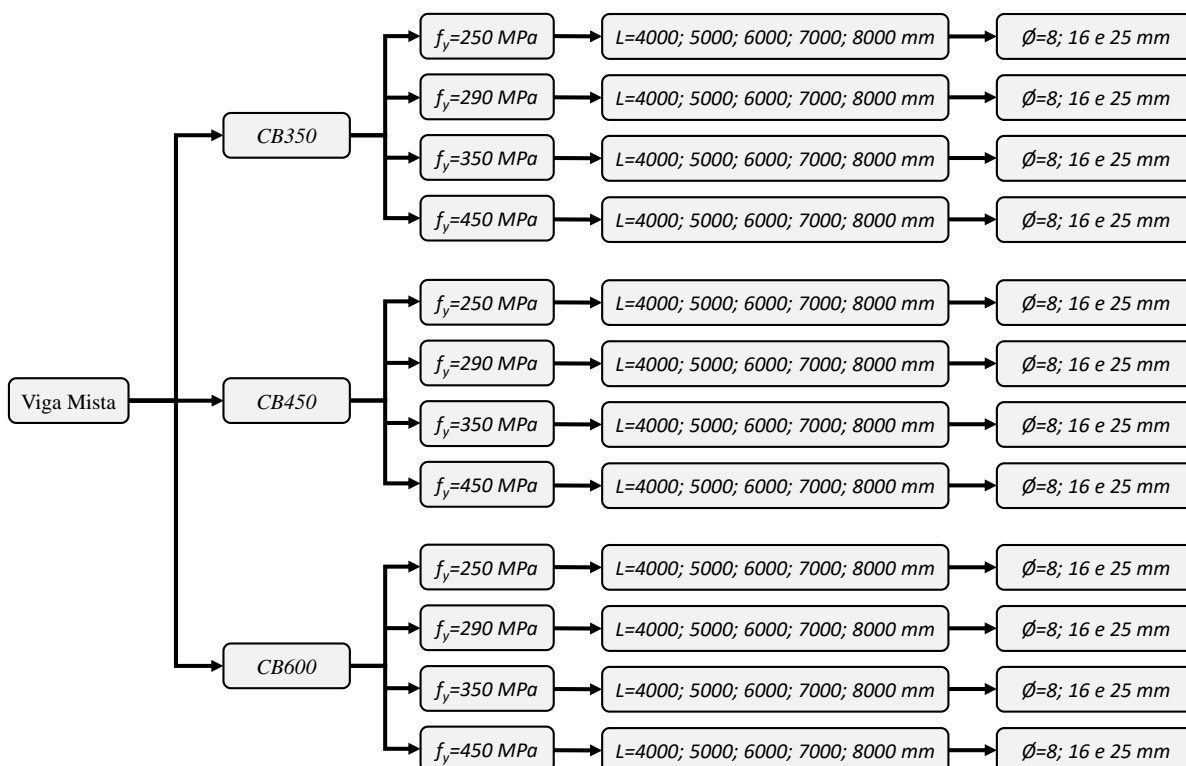
Como pode ser observado na **Figura 5.10**, foram analisadas vigas mistas de aço e concreto compostas por três diferentes perfis I, as propriedades geométricas de cada um dos perfis I são apresentadas na **Tabela 5.5**.

Table 5.5: Propriedades geométricas da seção I

Seção I	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)
CB350	349	127	8.5	5.8
CB450	450	152	10.8	7.6
CB600	599	178	12.8	10

Fonte: O autor (2021)

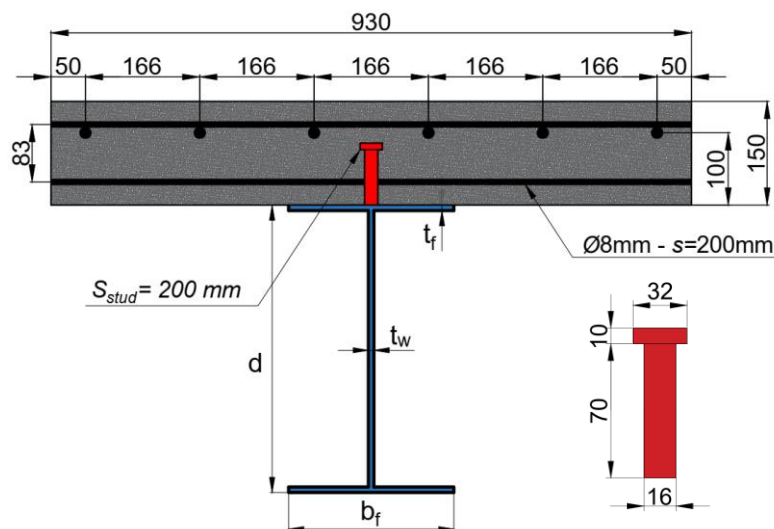
Figura 5.10: Modelos numéricos analisados no estudo paramétrico



Fonte: O autor (2021)

Quatro diferentes tipos de aço foram considerados na modelagem das seções I. As resistências ao escoamento (f_y) dos aços considerados foram de: 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa e 450 MPa. Foi considerado que as vigas mistas de aço e concreto eram constituídas por lajes maciças de concreto armado com espessura de 15 mm. A **Figura 5.11** apresenta uma seção transversal típica dos modelos analisados.

Figura 5.11: Seção transversal típica das vigas mistas analisadas (dimensões em mm)



Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 5. PARAMETRIZAÇÃO

As análises foram desenvolvidas considerando uma distribuição uniforme de momento fletor negativo no vão (L) entre apoios. Foram analisados modelos com vão (L) de: 4000 mm; 5000 mm; 6000 mm; 7000 mm e 8000 mm. Em relação a armadura longitudinal foram consideradas barras com diâmetro de 8mm, 16mm e 25 mm, distribuídas conforme **Figura 5.11**. No total foram desenvolvidas 180 análises numéricas neste estudo paramétrico.

Os modelos numéricos analisados apresentam grau de interação total entre o perfil de aço e a laje de concreto. A modelagem e a calibração do modelo numérico foram realizadas conforme apresentado no capítulo 4. As propriedades mecânicas dos materiais utilizados no estudo paramétrico são apresentadas na **Tabela 5.6**.

Tabela 5.6: Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no estudo paramétrico

<i>Materiais</i>	<i>E (MPa)</i>	<i>ν</i>	<i>f_{ck} (MPa)</i>	<i>f_y (MPa)</i>	<i>f_u (MPa)</i>
Concreto	32.834	0,2	30	-	-
Aço A36	200.000	0,3	-	250	450
Aço A572-Gr 42	200.000	0,3	-	290	435
Aço A572-Gr 50	200.000	0,3	-	350	450
Aço A572-Gr 65	200.000	0,3	-	450	550
Armaduras	210.000	0,3	-	500	540
Pino com cabeça	200.000	0,3	-	345	-

Fonte: O autor (2021)

Os resultados desse estudo paramétrico são apresentados no capítulo 6, item 6.3.

5.4 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os estudos paramétricos desenvolvidos com a utilização do pacote computacional ABAQUS. Como síntese e conclusão do capítulo, pode ser afirmar que:

- Os parâmetros investigados foram: dimensões da seção transversal I, comprimento do vão (L) sobre momento fletor negativos, tipologia da laje de concreto (maciça e alveolar), altura da laje de concreto, área de armadura longitudinal na laje de concreto, enrijecedores transversais e o espaçamento entre eles na alma do perfil I, diferentes distribuições de momento fletor negativos;
- No total foram desenvolvidos 528 modelos numéricos. Esses foram divididos em três grupos, os quais resultaram no desenvolvimento de três artigos científicos;
- O primeiro grupo do estudo paramétrico teve como principal objetivo investigar a influência do tipo e altura da laje de concreto, para isso foram desenvolvidos 108 modelos numéricos.

CAPÍTULO 5. PARAMETRIZAÇÃO

- O segundo grupo do estudo paramétrico objetivou investigar principalmente os efeitos da presença de enrijecedores transversais e da variação da forma de distribuição de momento fletor negativo. Foram elaborados 240 modelos numéricos.
- No terceiro e último grupo do estudo paramétrico o principal parâmetro analisado foi o tipo de aço utilizado no perfil I. Nesse estudo foram desenvolvidos 180 modelos numéricos.
- Destaque-se também que, resultados de 100 modelos numéricos, desenvolvidos para um estudo de sensibilidade de imperfeições físicas e geométricas, foram utilizados para o desenvolvimento do artigo Rossi *et al.* (2021).

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados e as discussões acerca dos estudos paramétricos desenvolvidos. A mesma organização utilizada no capítulo 5 é empregada aqui. Portanto, os resultados e as discussões são apresentados em três itens, um para cada artigo desenvolvido.

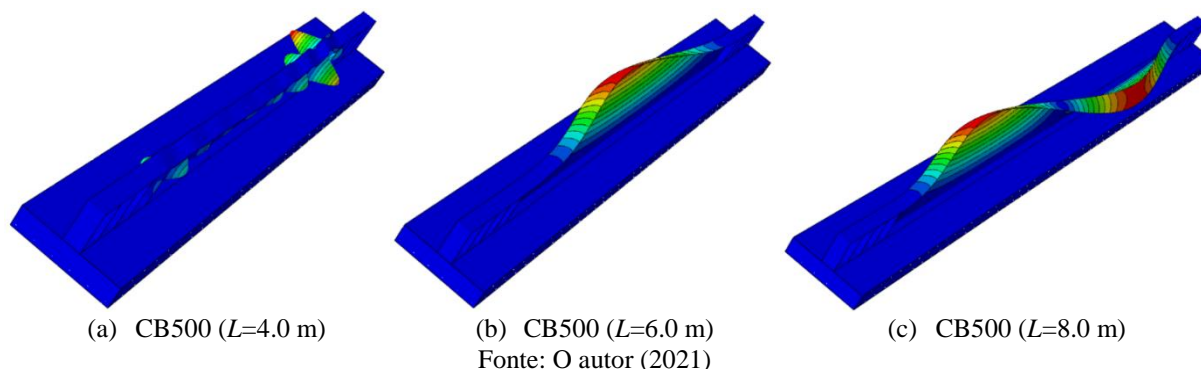
6.1 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO TIPO DA LAJE

O principal objetivo do estudo paramétrico desenvolvido no artigo intitulado “*Stability behavior of steel-concrete composite beams subjected to hogging moment*” submetido a revista *Thin Walled Structures* era analisar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto à FLD considerando a possibilidade da utilização de lajes alveolares e maciças de concreto. Para isso, foram desenvolvidas no *software* ABAQUS análises de estabilidade elástica (*buckling analyses*) e análises de pós flambagem (*post-buckling analyses*). As vigas mistas foram submetidas a uma distribuição uniforme de momento fletor negativo e, além da tipologia da laje, os seguintes parâmetros foram analisados: dimensões da seção I, vão (L) irrestrito submetido à momento fletor negativo e a altura da laje de concreto. Os resultados das análises de estabilidade elástica (*buckling analyses*) foram comparados com os procedimentos de determinação do momento crítico elástico, e, os resultados da análise de pós-flambagem (*post-buckling analyses*) foram comparados com os procedimentos para determinação do momento último à LDB.

6.1.1 Resultados da análise de estabilidade elástica

Com o desenvolvimento da análise de estabilidade elástica foram observados os possíveis modos de flambagem de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo. A **Figura 6.1** apresenta as deformadas do primeiro modo de flambagem (autovetor) para alguns dos modelos analisados.

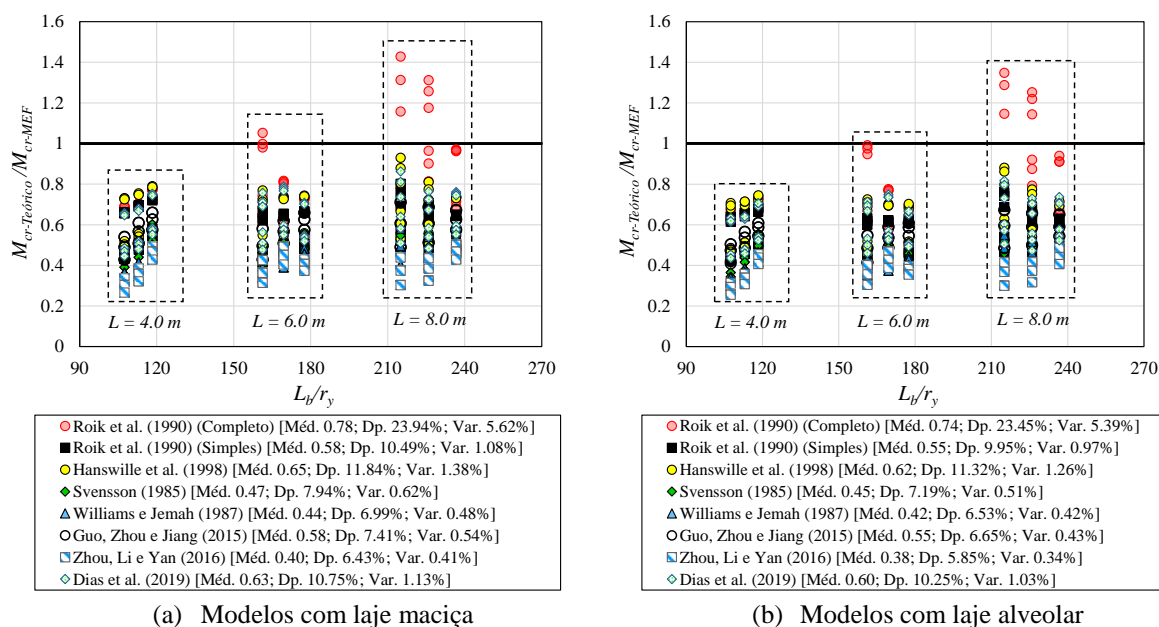
Figura 6.1: Modos de flambagem da análise de estabilidade elástica



Na **Figura 6.1a** é possível observar o acoplamento entre a FLD e modos de flambagem locais, que é a deformada predominante para modelos com vão (L) de 4,0 m. Na **Figura 6.1b** é possível observar a ocorrência da FLD com a formação de uma onda e na **Figura 6.1c** com duas ondas.

Os valores de momento crítico elástico obtidos na análise de estabilidade elástica foram comparados com os procedimentos de Roik *et al.* (1990), Hanswille *et al.* (1998), Willians and Jemah (1987), Svensson (1985), Guo, Zhou e Jiang (2015), Zhou, Li e Yan (2016) e Dias *et al.* (2019). A **Figura 6.2** apresenta os resultados para os modelos com lajes maciças e lajes alveolares de concreto pré-fabricado.

Figura 6.2: Comparação entre os resultados de momento crítico elástico



Pode ser observado na **Figura 6.2**, para a maioria das observações feitas, que os procedimentos analíticos são conservadores na determinação do momento crítico elástico à FLD. Comparando a **Figura 6.2a** com a **Figura 6.2b** verificam-se pequenas diferenças entre

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

os resultados para os modelos com laje maciça e alveolares. Porém, verifica-se para os modelos com lajes alveolares (**Figura 6.2b**) que os procedimentos analíticos são ainda mais conservadores dado um aumento nos resultados do momento crítico elástico obtidos na análise numérica. O primeiro procedimento apresentado na **Figura 6.2** é a proposta de Roik *et al.* (1990). A análise do procedimento de Roik *et al.* (1990) foi realizado considerando um “caso completo”, no qual o coeficiente C_{dist} é obtido por meio da **Eq. (6.1-6.2)**, e também por meio do chamado “caso simples”, em que o coeficiente C_{dist} é igual a 6,2 para o caso de momento fletor negativo constante. Os resultados mostram que, para os modelos com laje maciça, o valor médio da relação ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) é 0,78 e 0,58 para o “caso completo” e o “caso simples”, respectivamente. Para os resultados obtidos com os modelos com lajes alveolares o valor médio da razão ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) é de 0,74 e 0,55 para o “caso completo” e o “caso simples”, respectivamente. É importante observar que o procedimento de Roik *et al.* (1990) foi o que mais se aproximou dos resultados da análise numérica de estabilidade elástica. Além disso, pode-se observar na **Figura 6.2** que para alguns modelos com vão de 8,0 m, os resultados de Roik *et al.* (1990) mostraram-se não conservadores. No entanto, em geral, os resultados são conservadores, o que mostra que o modelo U-frame invertido é um método conservador como apontado por Zhou e Yan (2017), Bradford (2000) e Bradford e Ronagh (1997).

$$C_{dist} = \pi^2 \sqrt{\gamma} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \quad (6.1)$$

$$\gamma = \frac{E_a I_{af,y} h_s^2}{\left(G_a J + \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 k_s \right) L^2} \quad (6.2)$$

Onde: C_{dist} é o coeficiente associado a distribuição de momento fletor; E_a é o módulo de elasticidade longitudinal do aço da seção I; $I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa da seção I na direção de menor inércia; h_s é a distância entre os centroides das mesas da seção I; G_a é o módulo de elasticidade transversal do aço da seção I; J é a constante de torção; L é vão livre e; k_s a rigidez rotacional imposta a seção I pela laje de concreto.

Hanswille *et al.* (1998), mostrando que os resultados obtidos por meio do procedimento de Roik *et al.* (1990) podem ser inseguros em algumas situações, apresenta um novo procedimento baseado na metodologia de vigas em base elásticas. Porém, quando comparado com os resultados da análise numérica de estabilidade elástica desenvolvida no presente trabalho, o procedimento de Hanswille *et al.* (1990) se mostrou conservador. O valor médio da relação ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) é de 0,65 e 0,62 para os modelos com laje maciça e alveolar, respectivamente.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os procedimentos de Svensson (1985) e Williams e Jemah (1987) consideraram que a mesa comprimida da seção I poderia ser tratada como um pilar sujeito a cargas de compressão axial. Svensson (1985) considera a região da mesa inferior sob compressão, enquanto Williams e Jemah (1987) consideram que, além da mesa inferior, uma região que corresponde a 15% da área da alma também está sob compressão. Essas considerações evitam a variação da área da seção I sob compressão, o que leva a resultados conservadores de momento crítico elástico. Os resultados mostram que para o modelo de Svensson (1985) o valor médio da razão ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) é de 0,47 e 0,45 para os modelos com laje maciça e alveolar, respectivamente. Em relação ao procedimento de Williams e Jemah (1987), o valor médio da razão ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) é de 0,44 e 0,42 para os modelos com laje maciça e alveolar, respectivamente.

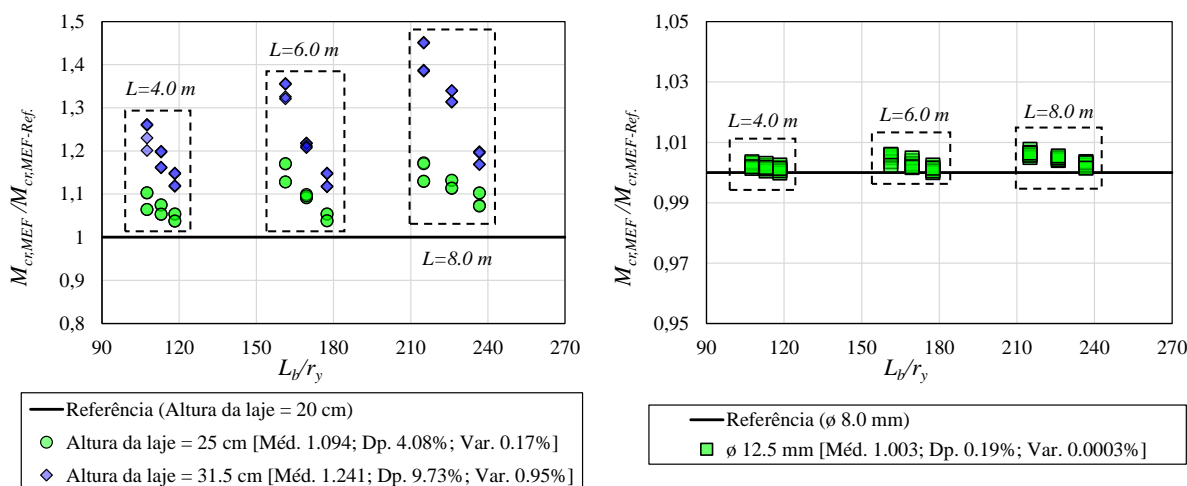
Em relação aos procedimentos de Guo, Zhou e Jiang (2015), Zhou, Li e Yan (2016) e Dias *et al.* (2019) situações conservadoras também foram observadas. Os procedimentos de Guo, Zhou e Jiang (2015) e Dias *et al.* (2019) são baseados no método da energia enquanto a proposta de Zhou, Li e Yan (2016) foi desenvolvida com a teoria de vigas em base elástica. Para modelos com laje maciça o valor médio da relação ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) foi 0,58, 0,40 e 0,63 para as propostas de Guo, Zhou e Jiang (2015), Zhou, Li e Yan (2016) e Dias *et al.* (2019), respectivamente. Para os modelos com lajes alveolares, o valor médio da razão ($M_{cr,Teórico}/M_{cr,MEF}$) foi 0,55, 0,38 e 0,60 para a proposta de Guo, Zhou e Jiang (2015), Zhou, Li e Yan (2016) e Dias *et al.* (2019), respectivamente. Essa situação mostra que a determinação do momento crítico elástico da LDB ainda não foi totalmente resolvida. Além disso, o desenvolvimento de análises numéricas que simulem a geometria real de vigas mistas aço e concreto mostraram divergências nos valores de momento crítico elástico.

Para analisar a influência da altura da laje de concreto e da variação da taxa de armadura longitudinal, a **Figura 6.3** é apresentada. Na **Figura 6.3a** é apresentada a variação do momento crítico elástico em função da altura da laje de concreto, para isso, foram tomados como referência os valores obtidos na análise numérica de estabilidade elástica para a altura da laje de 20 cm. A **Figura 6.3b** mostra a influência da área de armadura longitudinal, tomando como referência os modelos com barras de 8 mm de diâmetro.

Pode-se observar na **Figura 6.3a** que com o aumento da altura da laje de concreto, e conseqüentemente da distância entre o centróide da armadura longitudinal e o centróide da seção mista, ocorre um aumento do momento crítico elástico obtido na análise numérica. O aumento do momento crítico elástico ocorre devido ao deslocamento do centróide da seção mista em direção à laje de concreto. Com o deslocamento do centróide, ocorre um aumento da

área da seção I do aço sob tensões de compressão. Nessas circunstâncias, onde uma maior região do perfil I está sob tensões de compressão, verifica-se uma diminuição na ocorrência da FLD, e uma tendência da ocorrência da FLD com modos de flambagem locais, o que ocasiona um aumento nos valores de momento crítico elástico. Essa situação pode ser observada na **Figura 6.4**, que apresenta a variação da deformada dos modos de flambagem da análise de estabilidade elástica.

Figura 6.3: Influência da altura da laje e da área de armadura longitudinal

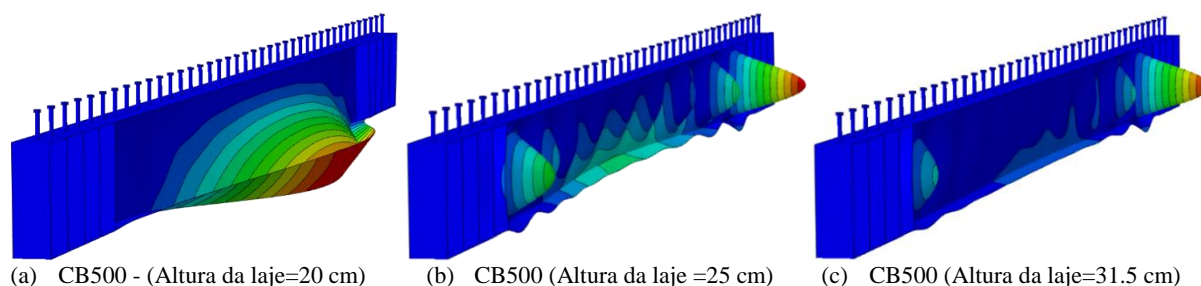


(a) Influência da altura da laje

(b) Influência da área da armadura

Fonte: O autor (2021)

Figura 6.4: Influência da altura da laje na deformada da análise de estabilidade elástica



Fonte: O autor (2021)

Observa-se na **Figura 6.4** que conforme a altura da laje aumenta, ocorre uma alteração na deformada do modo de flambagem da análise de estabilidade elástica. Essa situação é responsável por um aumento no momento crítico elástico, conforme visto na **Figura 6.3**. Pode-se observar na **Figura 6.3a** que o valor médio da relação ($M_{cr,MEF} / M_{cr,MEF-Ref.}$) é 1,094 para a altura da laje de 25 cm e 1,241 para a altura da laje de 31,5 cm. É importante ressaltar que procedimentos como os de Svensson (1985) e Williams e Jemah (1987) - que fixam a área da seção I sob compressão, não consideram os efeitos da variação da altura da laje de concreto.

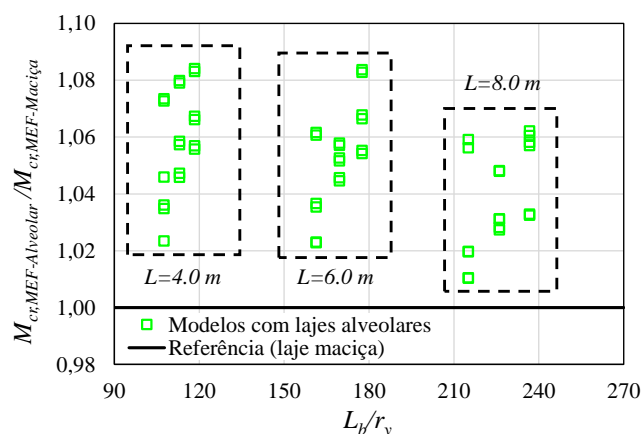
Em relação à **Figura 6.3b**, verifica-se que para a variação da área de armadura longitudinal, não há alteração considerável nos valores do momento crítico elástico. Pode-se

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

observar na **Figura 6.3b** que o valor médio da relação ($M_{cr,MEF}/M_{cr,MEF-Ref.}$) é 1,003, mostrando uma influência insignificante da variação da taxa de armadura longitudinal.

Outro parâmetro investigado foi o tipo da laje de concreto. Foram analisados modelos com laje maciça e com lajes alveolares pré-fabricadas. O uso de pisos mistos com lajes alveolares pré-fabricadas oferece construção rápida, confiável e reduz o custo de construção (IBRAHIM *et al.*, 2016). Com a crescente utilização deste sistema construtivo, torna-se necessária a investigação do comportamento estrutural em diferentes situações. A **Figura 6.5** mostra uma comparação entre os resultados do momento crítico elástico para os modelos com laje maciça (referência) e lajes alveolares pré-fabricas.

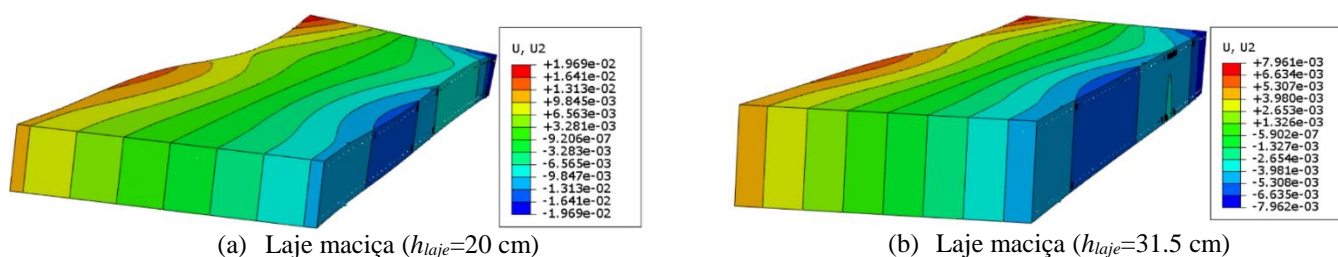
Figura 6.5: Comparação entre os modelos com lajes maciças e alveolares

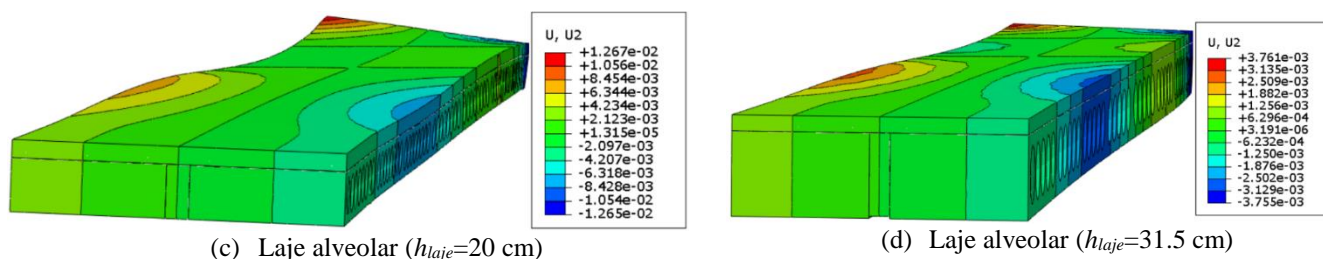


Fonte: O autor (2021)

Nota-se na **Figura 6.5** que os modelos com lajes alveolares forneceram valores de momento crítico elástico superiores aos obtidos nos modelos com lajes maciças. No entanto, o valor médio da relação ($M_{cr,MEF-Alveolar}/M_{cr,MEF-Maciça}$) é 1,05. Esta situação mostra uma pequena influência da tipologia da laje nos valores do momento crítico elástico. A **Figura 6.6** mostra a forma deformada da laje de concreto na análise numérica de estabilidade elástica para modelos com 8,0 m de comprimento constituídos com perfil CB500.

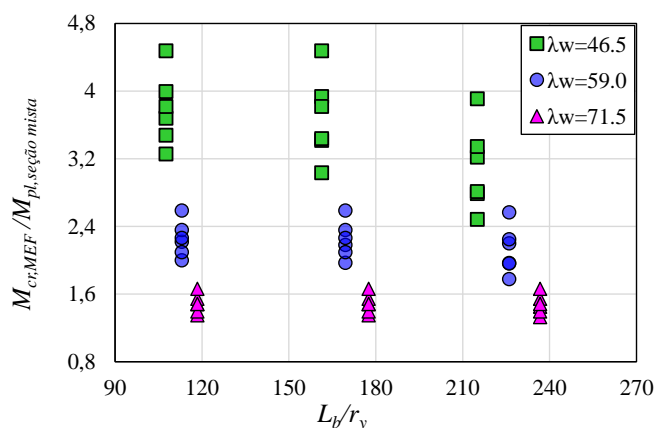
Figura 6.6: Comparação entre as deformadas para lajes maciças e alveolares



(c) Laje alveolar ($h_{laje}=20$ cm)(d) Laje alveolar ($h_{laje}=31.5$ cm)

Fonte: O autor (2021)

Verifica-se na **Figura 6.6** que os deslocamentos verticais (U_2) para os modelos com lajes alveolares são inferiores aos deslocamentos para os modelos com laje maciça. A rigidez superior das lajes alveolares proporciona um valor de momento crítico elástico maior do que aqueles obtidos para modelos com lajes maciças. Além disso, nota-se que com o aumento da altura da laje, os deslocamentos são menores, devido ao aumento da rigidez da laje de concreto. Finalmente, a **Figura 6.7** mostra a influência da esbeltez da alma da seção I sobre os valores do momento crítico elástico.

Figura 6.7: Influência da esbeltez da alma sobre o momento crítico elástico

Fonte: O autor (2021)

Pode-se observar na **Figura 6.7** que a esbeltez da alma exerce considerável influência no momento crítico elástico de vigas mistas de aço e concreto sob momento negativo uniforme. Para modelos com esbeltez da alma igual a 71,5, o valor médio da relação ($M_{cr,MEF}/M_{pl,seção\ mista}$) é 1,48, enquanto para modelos com esbeltez da alma igual a 59,0 e 46,5 o valor médio da relação ($M_{cr,MEF}/M_{pl,seção\ mista}$) é 2,20 e 3,52, respectivamente. Esta situação indica que o momento crítico elástico das vigas mistas de aço e concreto diminuiu com o aumento do parâmetro de esbeltez da alma, e a variação é significativa.

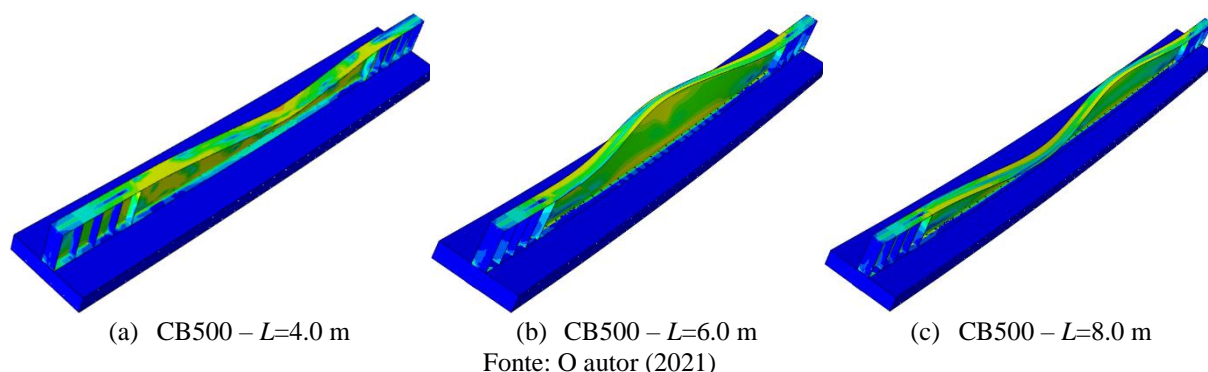
Os resultados apresentados mostram que o comportamento das vigas de mistas de aço e concreto sob ação de momento negativo ainda não é totalmente compreendido. Os procedimentos analíticos para determinação do momento crítico elástico ainda são falhos. Além disso, existem vários parâmetros que influenciam o comportamento desses elementos. Portanto, os resultados apresentados são importantes para um melhor entendimento do comportamento

de vigas mistas de aço e concreto e podem servir de referência para pesquisas futuras e revisões de especificações normativas.

6.1.2 Resultados da análise de pós-flambagem

Com o desenvolvimento das análises de pós-flambagem, foi obtido o momento último de vigas mistas de aço e concreto sob momento fletor negativo uniforme. A deformada obtida na análise numérica de pós-flambagem é mostrada na **Figura 6.8**. Na **Figura 6.8**, o modo de instabilidade característico da FLD é observado para modelos com vão de 4,0, 6,0 e 8,0 m. Para os modelos com vão de 4,0 e 6,0 m a FLD ocorre com a formação de uma onda de flambagem, para modelos com vão de 8,0 m, a FLD ocorre com duas ondas de flambagem. Apesar da forma deformada obtida na análise de estabilidade elástica para o vão de 4,0 m (**Figura 6.1a**) ser um acoplamento entre FLD e modos locais, na análise numérica de pós-flambagem (**Figura 6.8**) foi verificada a ocorrência predominante de FLD.

Figura 6.8: Deformadas da análise de pós-flambagem



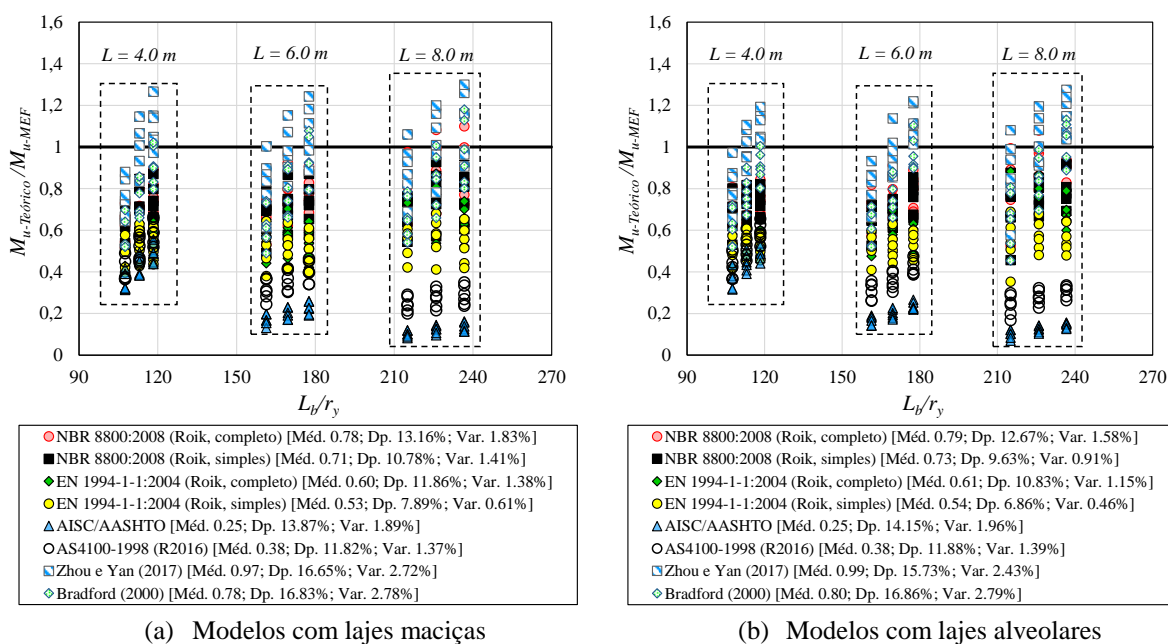
Os resultados obtidos nas análises numéricas de pós-flambagem foram comparados com os seguintes procedimentos normativos: Eurocode 4, ANSI-AISC2016/AASHTO, NBR 8800:2008 e AS41001998 (R2016). Além disso, os resultados também foram comparados com as propostas de Zhou e Yan (2017) e Bradford (2000). A **Figura 6.9** mostra a comparação entre os resultados obtidos na análise numérica pós-flambagem e os procedimentos citados.

Observa-se na **Figura 6.9** uma variação considerável entre os resultados dos procedimentos analíticos quando comparados com os resultados numéricos. Em relação aos procedimentos normativos, verifica-se que os resultados fornecidos pela NBR 8800:2008 foram os que mais se aproximaram dos resultados numéricos. Em ambos os procedimentos NBR 8800:2008 e EC4, o momento crítico elástico foi obtido através da proposta de Roik *et al.* (1998), considerando o “caso completo” e o “caso simples”. Para modelos com lajes maciças o valor médio da relação ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) fornecida pela NBR 8800: 2008 foi de 0,78 e 0,71

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

para o “caso completo” e “caso simples”, respectivamente. Em relação aos modelos com lajes alveolares, o valor médio da razão ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi de 0,79 e 0,73 para o “caso completo” e “caso simples”, respectivamente. Em relação aos resultados fornecidos pelo procedimento do EC4, para modelos com lajes maciças o valor médio da relação ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi de 0,60 e 0,53 para o “caso completo” e “caso simples”, respectivamente. Para modelos com lajes alveolares, o valor médio da razão ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi de 0,61 e 0,54. Esta situação mostra que a adoção da curva de projeto 2P (curvas de projetos empíricas) fornecida pelo SSRC (*Structural Stability Research Council*) é mais adequada para o projeto de vigas mistas de aço e concreto sujeitas à FLD. No entanto, os resultados fornecidos pelo procedimento da NBR 8800:2008 ainda são conservadores, o que mostra a necessidade de desenvolver procedimentos fundamentados na análise de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento negativo.

Figura 6.9: Comparação entre os resultados de momento último à FLD



Fonte: O autor (2021)

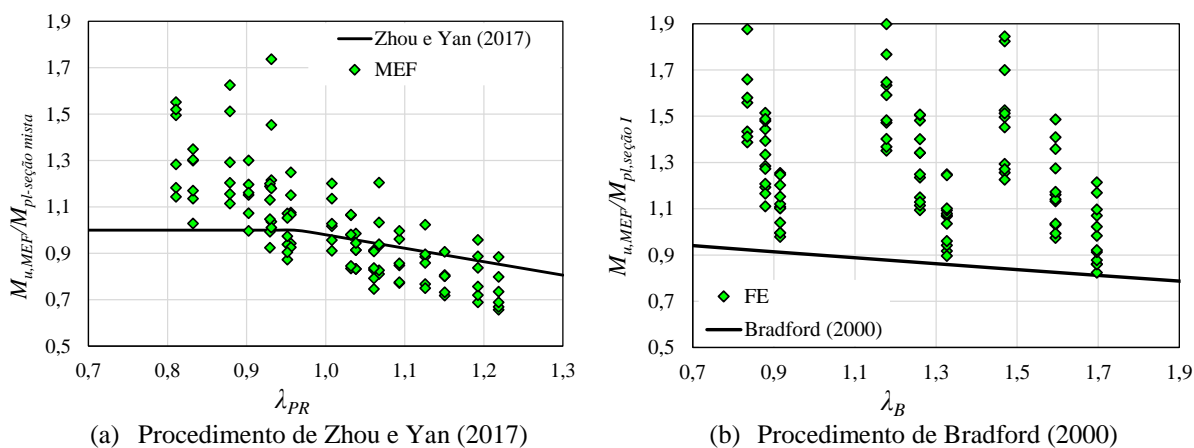
Os procedimentos das normas norte-americana (AISC 360:2016 e AASHTO) e australiana (AS4100:1998-R2016 e AS/NZS2327-2017) são baseados nas teorias convencionais da Flambagem Lateral com Torção (FLT) de vigas parcialmente contidas. Observa-se na **Figura 6.9** que o uso dessa teoria fornece resultados imprecisos, pois o modelo de análise é baseado em suposições inadequadas (BRADFORD, 2000). Para modelos com lajes maciças, o valor médio da razão ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi de 0,25 e 0,38 para os procedimentos norte-americanos e australianos, respectivamente. Para os resultados com lajes alveolares,

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

obteve-se o mesmo valor médio da razão ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$). Esta situação mostra a limitação das normas norte-americanas e australianas na determinação da resistência de vigas mistas de aço e concreto sujeitas à FLD.

Finalmente, os resultados dos procedimentos de Zhou e Yan (2017) e Bradford (2000) são observados na **Figura 6.9**. Ambos os procedimentos não requerem a determinação de um momento crítico elástico, facilitando sua aplicação. Para o procedimento de Bradford (2000) o valor médio da razão ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi 0,53 e 0,55 para os modelos com laje maciça e alveolares, respectivamente. A proposta de Bradford (2000) apresenta maior acurácia do que os procedimentos padrão norte-americanos e australianos na determinação do momento último de vigas mistas de aço e concreto sob a ação do momento fletor negativo, entretanto, ainda é observado conservadorismo. Observando o valor médio da razão ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$), a proposta de Zhou e Yan (2000) foi a que forneceu os resultados mais próximos aos obtidos na análise numérica de pós-flambagem. Para modelos com lajes maciças o valor médio da relação ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi de 0,97, enquanto para modelos com lajes alveolares o valor médio da relação ($M_{u,Teórico}/M_{u,MEF}$) foi de 0,99. Porém, observa-se um alto desvio padrão (D_p), devido a uma maior variabilidade dos resultados. Portanto, apesar da proposta de Zhou e Yan (2017) fornecer resultados próximos aos resultados numéricos, para um grande número de observações foram obtidos resultados não conservadores. Esta situação pode ser observada na **Figura 6.10**, que apresenta uma comparação entre os resultados numéricos de pós-flambagem e as curvas de projeto dos procedimentos de Zhou e Yan (2017) (**Figura 6.10a**) e Bradford (2000) (**Figura 6.10b**).

Figura 6.10: Resultados numéricos vs. procedimentos analíticos

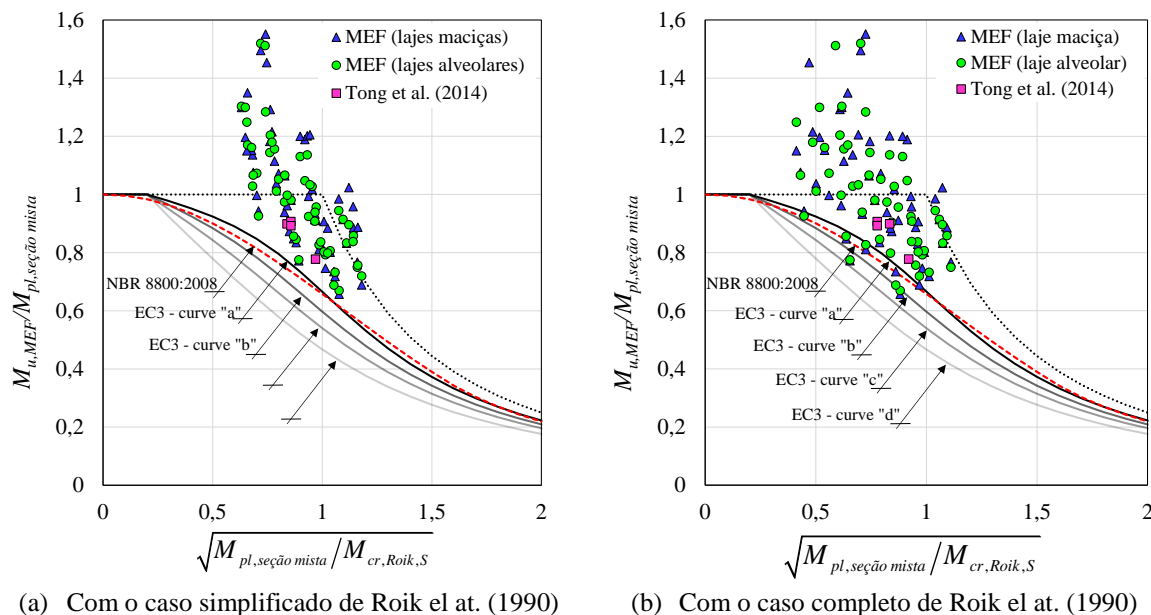


Fonte: O autor (2021)

Para uma melhor visualização dos resultados, a **Figura 6.11** e **Figura 6.12** mostram a comparação entre os resultados numéricos, e também os resultados experimentais de Tong *et al.*

(2014) - validado neste trabalho, com as curvas de projeto dos procedimentos normativos. Na **Figura 6.11** são observadas as curvas dos procedimentos de EC4 e NBR 8800:2008 em comparação com os resultados numéricos.

Figura 6.11: Comparação dos resultados numéricos com as curvas de projeto



Fonte: O autor (2021)

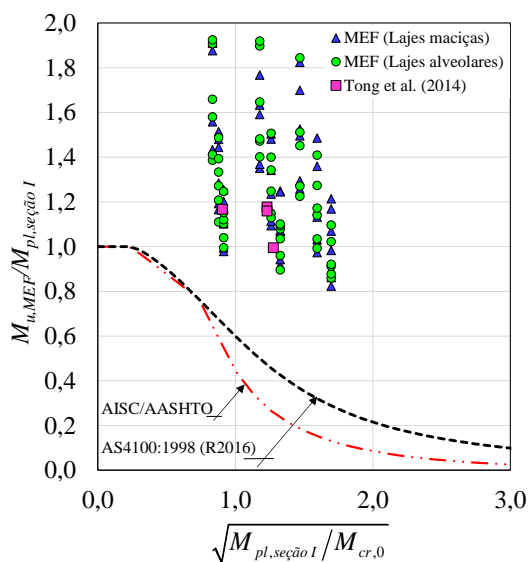
Pode-se observar na **Figura 6.11** que a curva “2P” utilizada para a verificação da FLD pela norma brasileira apresenta resultados mais próximos dos resultados numéricos do que as curvas do Eurocode 3, principalmente pelo fato dos trechos analisados serem dimensionados de acordo com a curva “d” do Eurocode. Para uma melhor concordância entre o EC4 e os resultados numéricos, vislumbra-se a possibilidade de adoção de curvas de projeto superiores, como a curva “a” ou “b”. Outra situação que pode ser observada na **Figura 6.11** é a adoção do procedimento de Roik *et al.* (1990) no “caso completo” (**Figura 6.11b**) para o cálculo do momento crítico elástico à FLD. O chamado “caso completo” do procedimento de Roik *et al.* (1990), não é apresentado nos códigos normativos, que consideram o valor simplificado do coeficiente C_{dist} para o caso de momento fletor uniforme ($C_{dist}=6.2$) e conforme mostrado na **Figura 6.11**, o uso do “caso completo” fornece resultados mais concordantes. Além disso, observa-se, para um grande número de observações (**Figura 6.11**), que o modo de instabilidade ocorre somente após a seção mista atingir o momento de plastificação total. Portanto, a FLD ou modos de instabilidade locais podem ocorrer somente após a seção atingir o comportamento plástico.

A **Figura 6.12** mostra a comparação entre os procedimentos normativos que se utilizam das clássicas teorias da FLT para determinar a resistência à FLD. Para esses procedimentos, o

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

momento de plastificação total é calculado considerando apenas o perfil I. É observado na **Figura 6.12** que a adoção das clássicas teorias da FLT para determinar a resistência à FLD leva a resultados conservadores pelos procedimentos norte-americano (AISC 360-16 e AASHTO 2017) e australiano (AS4100:1998-R2016 e AS/NZS2327-2017).

Figura 6.12: Comparação entre resultados numéricos e procedimentos normativos



Fonte: O autor (2021)

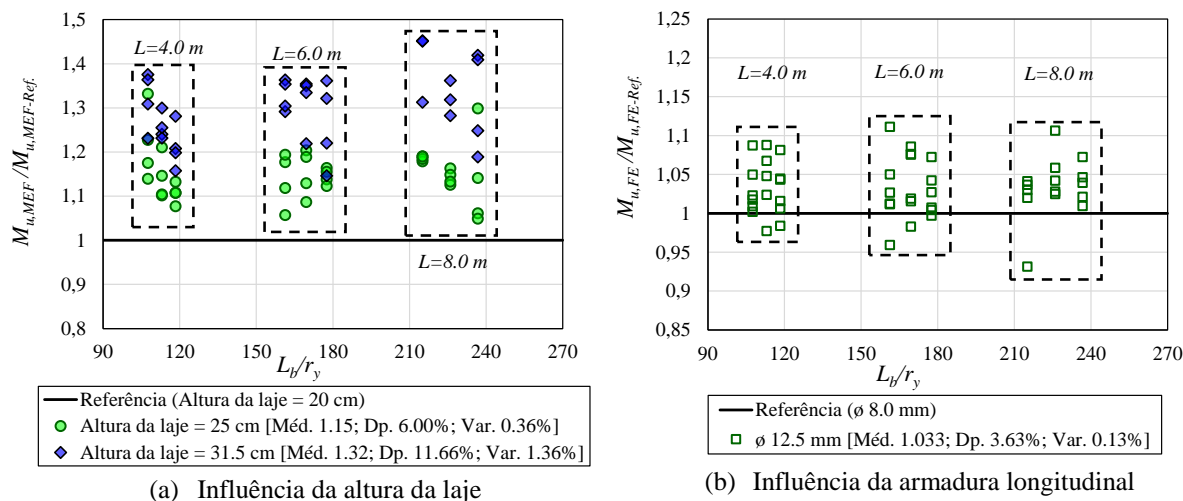
Para verificar a influência da altura da laje de concreto e da área de armadura longitudinal no momento último de vigas mistas aço-concreto sob momento fletor negativo, é apresentada a **Figura 6.13**. Pode-se observar na **Figura 6.13a** que com o aumento da altura da laje de concreto ocorre um aumento no momento último das vigas mistas de aço e concreto. Esta situação ocorre devido ao aumento da área da seção I sob a ação de tensões de compressão, conforme observado na **Figura 6.14**. Analisando a **Figura 6.14**, verifica-se uma redução da área da seção I sob a ação de tensões de tração com o aumento da altura da laje de concreto. Na **Figura 6.14a** há uma área considerável da seção I sob a ação de tensões de tração. A concentração das tensões de compressão em uma pequena região da seção I facilita a ocorrência de modos de instabilidade, reduzindo o momento último. Por outro lado, conforme aumenta a altura da laje de concreto, as tensões de compressão são distribuídas em uma maior área da seção I (**Figura 6.14b**). Dessa forma, ocorre uma redução nos modos de instabilidade, o que resulta em um aumento no momento último das vigas mistas sob momento fletor negativo.

Na **Figura 6.14b** é realizada uma comparação entre os modelos com armadura longitudinal com barra de 8 mm e com barra de 12,5 mm. Observa-se que o aumento da taxa de armadura longitudinal é responsável pelo aumento do momento último das vigas mistas de aço e concreto sob momento negativo. Para alguns modelos, o momento último de vigas mistas

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

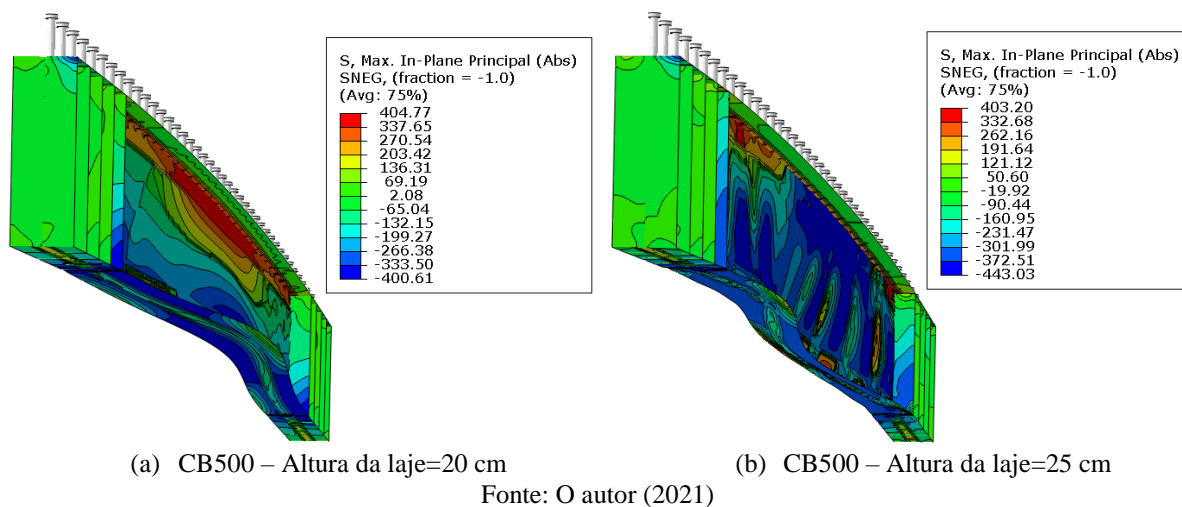
com barras de 12,5 mm foi cerca de 10% maior do que os modelos com barras de 8 mm. No entanto, o valor médio da relação ($M_{u,MEF}/M_{u,MEF-Ref.}$) foi 1,033.

Figura 6.13: Influência da altura da laje de concreto e da armadura longitudinal



Fonte: O autor (2021)

Figura 6.14: Distribuição de tensões em modelos com diferentes alturas de lajes (MPa)

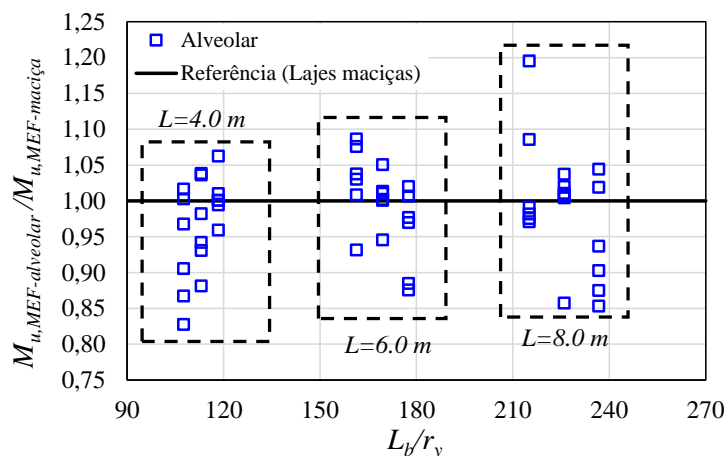


Finalmente, na **Figura 6.15** é apresentada a comparação entre os valores de momento último para os modelos com lajes maciças e alveolares. Ao contrário do comportamento observado na análise de estabilidade elástica (*buckling analyses*), onde para os modelos com lajes alveolares o momento crítico elástico foi superior ao dos modelos com laje maciça, na análise numérica de pós-flambagem não houve diferença significativa. O valor médio da relação ($M_{u,MEF-alveolar}/M_{u,MEF-laje\ maciça}$) foi de 0,98.

Os resultados apresentados mostram que os procedimentos normativos ainda são falhos na determinação do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Foi investigada a influência de diversos fatores, e foi possível verificar que a altura da laje de concreto é um

fator importante a ser considerado no dimensionamento desses elementos, o que não é considerado explicitamente pelos procedimentos normativos.

Figura 6.15: Comparação do momento último para modelos com lajes maciças e alveolares



Fonte: O autor (2021)

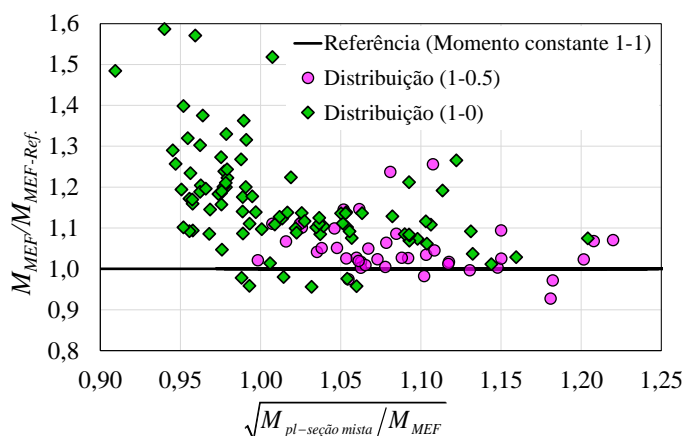
6.2 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO FLETOR NEGATIVO E ENRIJECEDORES

O efeito da forma de distribuição de momento fletor negativo (distribuições lineares e constante) e a presença de enrijecedores transversais no perfil I, foram os principais parâmetros investigados no artigo intitulado “*Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams*” já publicado na revista *Journal of Constructional Steel Research*.

Além da forma de distribuição do momento fletor negativo e da presença de enrijecedores transversais, o estudo paramétrico desenvolvido neste artigo analisou os seguintes parâmetros: características geométricas da seção I, vão (L) sob ação de momento fletor negativo e a área de armadura longitudinal na laje de concreto. Em todos os modelos analisados considerou-se uma laje maciça de concreto armado, conforme apresentado no item 5.2.

Foram analisadas três situações de distribuição de momento fletor negativo. A distribuição constante de momento fletor negativo (identificada como distribuição 1-1) foi a primeira condição analisada. Na sequência, foram desenvolvidas análises considerando distribuições lineares. Analisou-se a situação identificada como 1-0,5 (momento máximo em uma extremidade e 50% do valor máximo na extremidade oposta) e a situação identificada como 1-0 (momento máximo em uma extremidade e nula na extremidade oposta). A **Figura 6.16** apresenta a comparação entes os resultados de momento último para os modelos com momento fletor constante e distribuições lineares.

Figura 6.16: Resultados para diferentes distribuições de momento fletor negativo

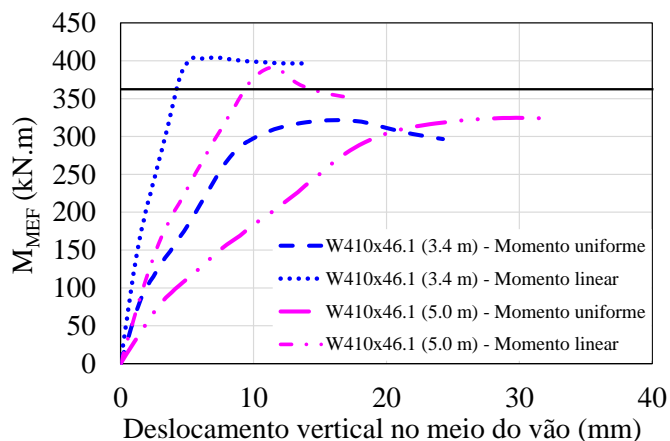


Fonte: O autor (2021)

Na **Figura 6.16** os modelos solicitados com uma distribuição constante de momento fletor negativo (configuração 1-1) são tomados como valor de referência. Observa-se que quando as vigas mistas são solicitadas por momento fletor negativo com distribuições lineares há um aumento no valor do momento último. Esta condição é esclarecida pelo fato de que a distribuição uniforme de momento fletor negativo (configuração 1-1) ser a situação mais crítica, uma vez que todas as seções transversais do elemento são solicitadas com momento fletor máximo. Para a primeira distribuição de momento fletor negativo linear (configuração 1-0,5), o valor médio da relação ($M_{MEF}/M_{MEF-Ref.}$) é 1,09. Para a configuração 1-0 de momento fletor linear negativo o valor médio da relação ($M_{MEF}/M_{MEF-Ref.}$) é 1,16, o que mostra um aumento considerável do momento fletor último para a situação com distribuição de momento linear. Além disso, foi verificado nos modelos analisados com distribuição linear de momento fletor negativo (configuração 1-0) que, em muitas observações, os modos de instabilidade local ou FLD ocorrem somente após o elemento atingir o comportamento plástico. A **Figura 6.17** mostra essa situação, evidenciando que para distribuição linear de momento negativo (configuração 1-0), os modos de instabilidade ocorrem após a seção atingir o momento de plastificação total. Além disso, a **Figura 6.18** apresenta a deformada, para o modo de falha por FLD, para modelos solicitados pelas três distribuições de momento fletor negativo analisadas.

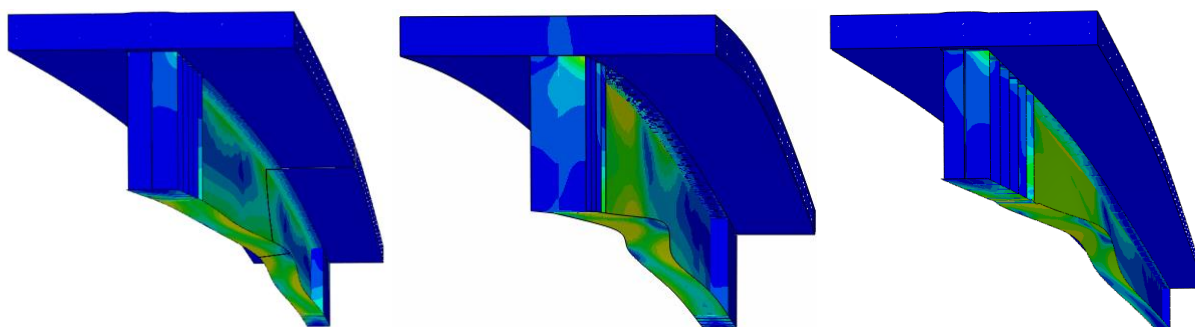
A influência no momento último à FLD dos enrijecedores transversais na alma do perfil I também foi investigada. Foram analisadas três situações, sendo a primeira sem enrijecedores na alma, tomado como referência. Na segunda situação, foi considerada a presença de enrijecedores no meio do vão e, finalmente, a presença de enrijecedores nos quartos do vão. As **Figuras 6.19a** e **6.19b** mostram o comportamento dos modelos (com e sem enrijecedores) solicitados por uma distribuição de momento fletor negativo uniforme e linear, respectivamente.

Figura 6.17: Comparação entre as curvas de momento por deslocamento para as situações de momento uniforme (1-1) e linear (1-0)



Fonte: O autor (2021)

Figura 6.18: Deformadas para as diferentes solicitações de momento fletor negativo



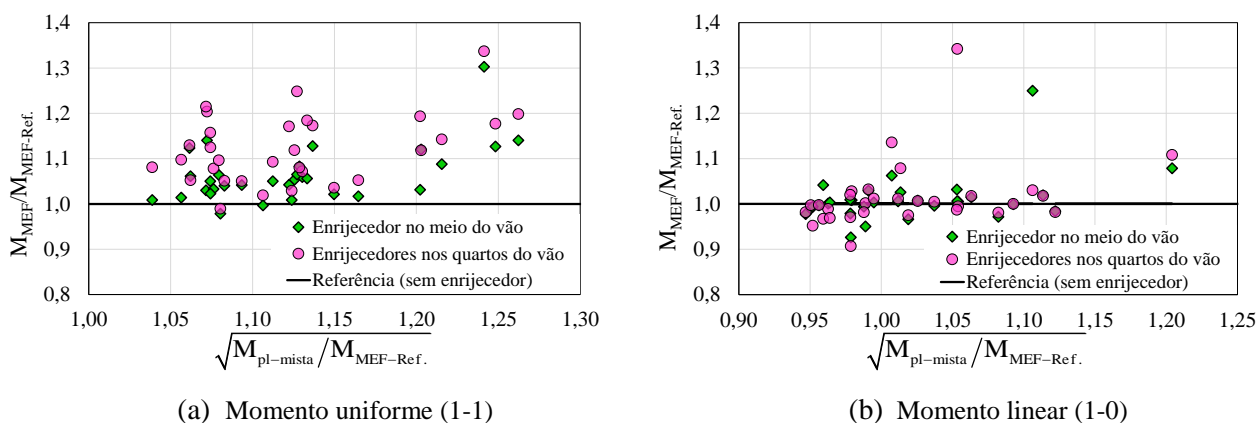
(a) W410x46.1 (L=10m) – (1-1)

(b) W410x46.1 (L=10m) (1-0,5)

(c) W410x46.1 (L=10m) – (1-0)

Fonte: O autor (2021)

Figura 6.19: Influência dos enrijecedores transversais



(a) Momento uniforme (1-1)

(b) Momento linear (1-0)

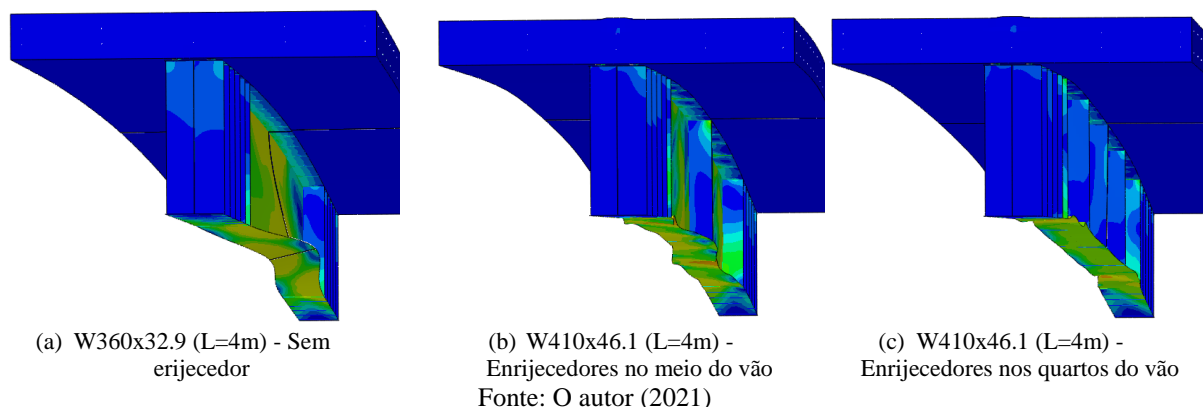
Fonte: O autor (2021)

Observa-se que, quando as vigas são solicitadas por um momento fletor negativo uniforme (**Figura 6.19a**), os resultados mostram um aumento no momento fletor último da seção mista com a introdução dos enrijecedores. O valor médio da relação ($M_{MEF}/M_{MEF-Ref}$) é

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

1,06 para a situação de enrijecedores no meio do vão e de 1,12 para a situação de enrijecedores nos quartos do vão. Este aumento no momento último do elemento pode ser explicado devido à observação da mudança no modo de instabilidade devido à presença de enrijecedores. A **Figura 6.20** mostra que, na condição em que não há presença de enrijecedores, a ocorrência da FLD é bastante evidente (**Figura 6.20a**), no entanto, quando existe a presença de enrijecedores no meio do vão, a FLD não é mais tão evidente e ocorre simultaneamente com os modos de instabilidade local (**Figura 6.20b**). Finalmente, com a presença de enrijecedores nos quartos do vão, não há mais a ocorrência da FLD, a viga está sujeita apenas a modos de instabilidade local (**Figura 6.20c**). Esses resultados mostram que a presença de enrijecedores reduz a distorção da alma, aumentando a rigidez à flexão lateral e fornecendo restrições laterais efetivas às mesas sob compressão.

Figura 6.20: Deformadas para os diferentes posicionamentos dos enrijecedores



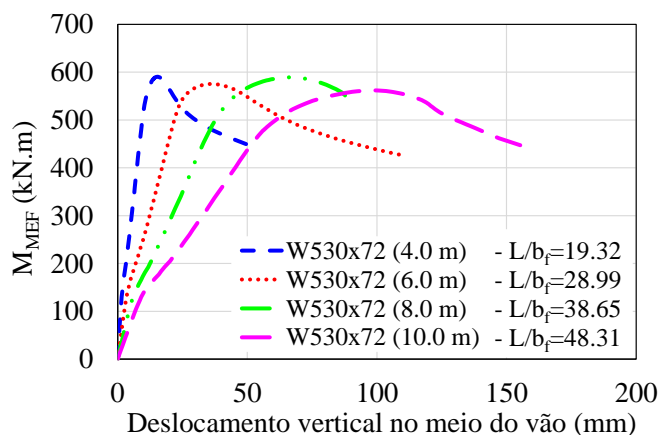
Em relação à situação em que as vigas mistas são solicitadas a uma distribuição linear de momento fletor negativo (1-0), o comportamento, verificado na situação com distribuição uniforme (1-1), não se repete. A **Figura 6.19b** mostra uma pequena variação entre os modelos com e sem enrijecedores. O valor médio da relação ($M_{MEF}/M_{MEF-Ref}$) é de 1,011 para a situação com enrijecedores no meio do vão e de 1,015 para a situação com enrijecedores nos quartos do vão. Essa situação é explicada pelo fato de que o modo de falha verificado na distribuição linear de momento fletor negativo ser uma combinação de modos locais de instabilidade, FLD e, em muitos casos, a plastificação da seção mista.

Uma investigação acerca da influência de alguns parâmetros no momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto também foi realizada. O primeiro parâmetro investigado foi a variação no comprimento do vão (L) entre apoios da viga mista. Svenson (1985) e Zhou e Yan (2017) mostraram que a razão (L/b_{fc}), onde b_{fc} é a largura da mesa comprimida, é um dos fatores de maior influência no momento último à FLD. Bradford (2000) mostra em suas análises que as curvas do momento resistente tendem a uma assíntota em direção a limites inferiores

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

razoavelmente constantes para grandes proporções da relação (L/r_{fc}), onde r_{fc} é o raio de giração da mesa comprimida. Com relação às análises desenvolvidas neste trabalho, verificou-se que a variação da razão de esbeltez lateral da mesa sob compressão (L/b_f) não é tão influente no momento último à FLD, quando a análise é realizada com a mesma seção transversal, como mostrado na **Figura 6.21**.

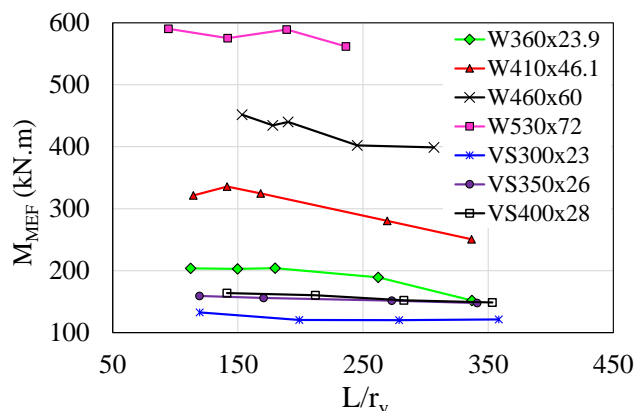
Figura 6.21: Influência do vão destravado (L) e da esbeltez da mesa comprimida



Fonte: O autor (2020)

Também é observado na **Figura 6.21** que o aumento no comprimento da viga não tem influência significativa no momento último à FLD. Este fato é confirmado na **Figura 6.22**, onde pode ser visto que, para a mesma seção transversal, a variação no parâmetro de esbeltez global (L/r_y) não tem influência significativa no momento último à FLD.

Figura 6.22: Influência da esbeltez global



Fonte: O autor (2020)

Também é observado na **Figura 6.22** que, para as seções da série VS, a variação do momento último à FLD em relação à variação do índice de esbeltez (L/r_y) é menor. Esse comportamento é explicado pela verificação da combinação entre os modos FLD e modos de instabilidade local. Portanto, pode-se concluir que o parâmetro com maior influência no momento último à FLD é a seção transversal da viga I.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Outro fator analisado foi a influência da variação da área da armadura longitudinal presente na laje de concreto. Os resultados mostram que a variação do momento último à FLD é pouco influenciada pela variação da armadura longitudinal. Maiores detalhes podem ser encontrados no artigo “*Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams*”.

Em relação aos procedimentos normativos, foi verificado que as normas fundamentadas nas clássicas teorias FLT para vigas parcialmente restritas produzem resultados imprecisos, pois o modelo de análise é baseado em suposições inadequadas. Esta situação mostra a limitação dos procedimentos norte-americanos (AISC 360-16 e AASHTO 2017) e australianos (AS4100:1998-R2016 e AS/NZS2327-2017) na determinação da capacidade resistente à FLD. A norma europeia (EN 1994-1-1-2004) e brasileira (ABNT NBR 8800:2008), embora, entre os procedimentos normativos, sejam os que mais se aproximam dos resultados numéricos, apresentam situações conservadoras. Esses resultados mostram que o modelo da estrutura em U invertida leva a resultados conservadores. Por último, a proposta apresentada por Bradford (2000) e Zhou e Yan (2017) melhor estimaram a resistência de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo. O modelo proposto por Zhou e Yan (2017), apesar de apresentar melhor aproximação dos resultados do que os procedimentos normativos, superestimou a capacidade resistente à FLD. Maiores informações podem ser encontradas no artigo “*Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams*”.

6.3 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO TIPO DE AÇO UTILIZADO NO PERFIL I

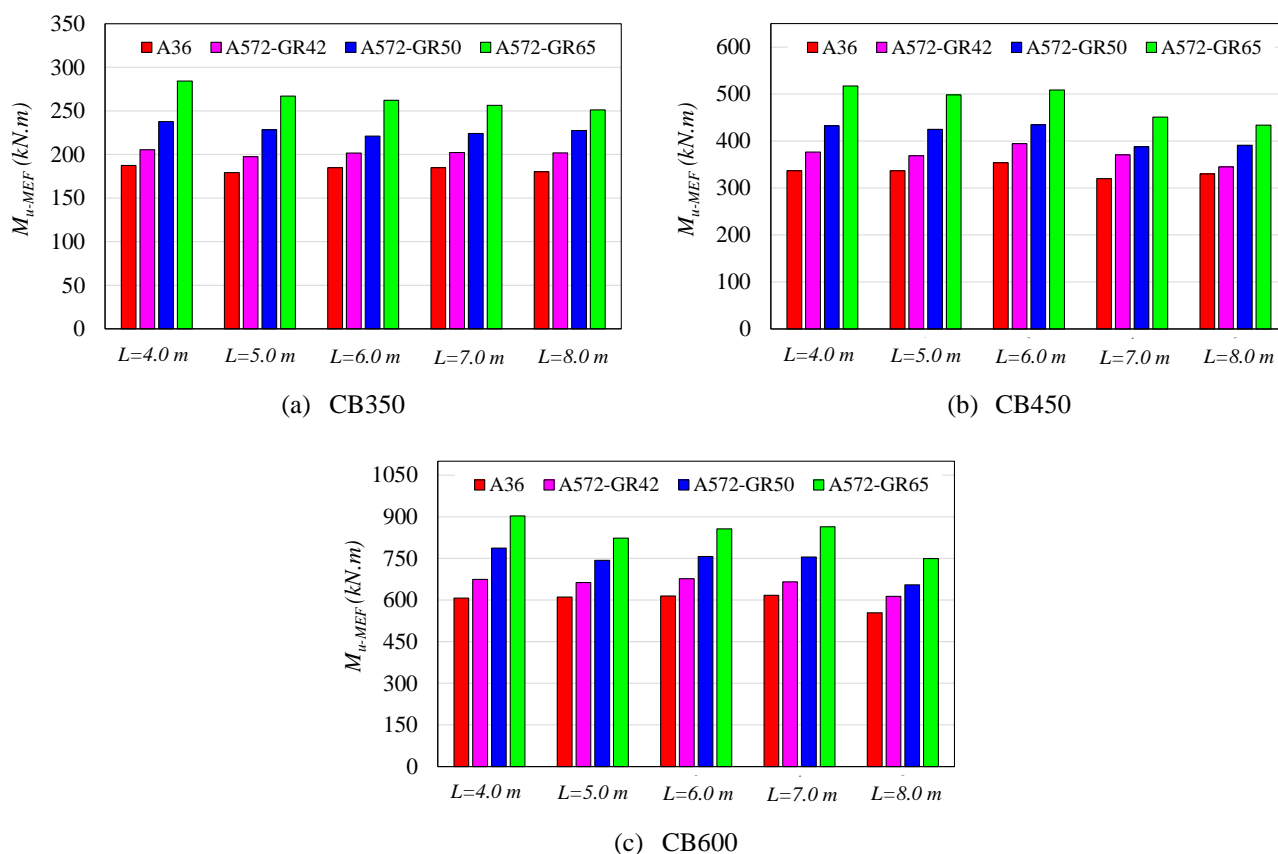
O artigo intitulado “*A parametric study on the LDB strength of steel-concrete composite beams*” submetido a revista *Engineering Structures* teve como principal objetivo investigar a influência das características mecânicas do aço utilizado no perfil I. Com o desenvolvimento dessas análises foi possível verificar o comportamento das curvas de projeto da SSRC (*Structural Stability Research Council*) e da ECCS (*European Convention for Constructional Steelwork*) frente a variação das características mecânicas do aço utilizado nos perfis I na análise da FLD em vigas mistas de aço e concreto. Além disso, foram investigados os seguintes parâmetros: seção I, comprimento do vão (L), e, a taxa de armadura longitudinal da laje de concreto. A variação da armadura longitudinal analisada neste estudo paramétrico é muito mais significativa que o estudo realizado nas demais parametrizações. Essa variação significativa da área da armadura longitudinal da laje de concreto foi realizada visto que os procedimentos da

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

NBR 8800:2008 e do EC4 são dependentes do momento de plastificação da seção transversal mista. E essa dependência, mostrou comportamentos distintos dos procedimentos normativos em relação aos resultados numéricos de modelos com diferentes áreas de armadura longitudinal.

Os resultados do momento último à FLD, para modelos com as seções I CB350, CB450 e CB600, são mostrados na **Figura 6.23a,b,c** respectivamente. Os resultados da **Figura 6.23** são para modelos com armaduras longitudinais com diâmetro de 8 mm.

Figura 6.23: Momento último à FLD para diferentes tipos de aço



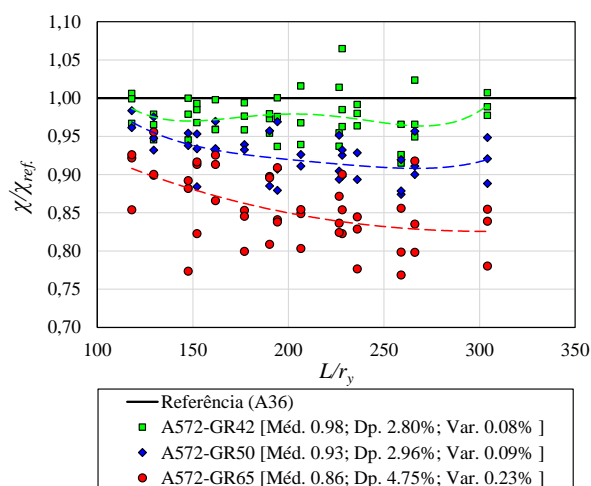
Fonte: O autor (2021)

Conforme esperado, as maiores resistências à FLD foram obtidas para o aço A572 GR65, que possui resistência ao escoamento (f_y) de 450 MPa. Observa-se também que com o aumento da resistência ao escoamento (f_y) ocorre um aumento no momento último à FLD. Tomando como referência o aço com limite de escoamento de 250 MPa, verifica-se que para um aumento de 16%, 40% e 80% na resistência ao escoamento ($f_y=290\text{ MPa}$; $f_y=350\text{ MPa}$; $f_y=450\text{ MPa}$), a variação do momento último à FLD foi de 10,12%, 23,60% e 42,43%, respectivamente. Outro fato que pode ser observado na **Figura 6.23** é a pequena variação do momento último à FLD em função da variação do vão (L), o que mostra que o comprimento do vão não é um fator predominante na resistência à FLD de vigas mistas de aço e concreto.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o desenvolvimento de uma análise geral da influência das propriedades mecânicas (f_y) de diferentes tipos de aço na capacidade resistente à FLD, a **Figura 6.24** é apresentada. Na **Figura 6.24**, o fator de redução ($\chi = M_{u-MEF}/M_{pl-seção\ mista}$), calculado em função dos valores de momento último obtidos nas análises numéricas, e, em função do momento de plastificação da seção mista, calculado de acordo com a teoria plástica (EC4), são comparados entre os modelos com diferentes tipos de aço.

Figura 6.24: Fator de redução (χ) para diferentes tipos de aço.



Fonte: O autor (2021)

Na **Figura 6.24**, os valores de referência para o fator de redução (χ_{ref}) foram calculados em função dos valores de momento último obtidos para o aço A36 ($f_y=250$ MPa). Os resultados da **Figura 6.24** mostram que o valor médio da razão (χ/χ_{ref}) para o aço A572-GR65 é 0,86, esse resultado é 14% menor quando comparado aos valores obtidos para o aço A36. Esse resultado mostra que, embora o momento último à FLD para o aço A572-GR65 seja superior ao valor obtido com o aço A36, o valor do fator de redução (χ) é 14% menor, ou seja, para aços com valor de resistência ao escoamento (f_y) maior, há uma maior dificuldade de a seção mista atingir o momento de plastificação total, sendo a FLD o modo de falha responsável por definir a capacidade resistente da seção. Observa-se também na **Figura 6.24** que o valor médio da razão (χ/χ_{ref}) para o aço A572-GR50 é 0,93, ou seja, 7% menor quando comparado aos valores obtidos para o aço A36. Por fim, os valores do fator de redução (χ) para modelos com aço A572-GR42 são comparados com os valores de referência. O valor médio da relação (χ/χ_{ref}) para o aço A572-GR42 é 0,98, ou seja, apenas 2% menor que os valores do aço A36, essa proximidade ocorre devido à resistência ao escoamento (f_y) dos dois aços serem próximas, 250 MPa para aço A36 e 290 MPa para aço A572-GR42.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para comparar os valores do fator de redução (χ), obtidos por meio das análises numéricas, com os valores obtidos por meio dos procedimentos normativos (ABNT NBR 8800:2008 e EC4) as **Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3** são apresentadas. Nos procedimentos normativos, o fator de redução (χ) é obtido em função do fator de esbeltez relativa ($\lambda = \sqrt{M_{cr} / M_{pl-seção\ mista}}$) calculado em função do momento crítico elástico à FLD e do momento de plastificação da seção mista, que depende da resistência ao escoamento (f_y) do aço do perfil.

Tabela 6.1: Comparação entre os valores do fator de redução (χ) calculados por procedimentos normativos e obtidos por análises MEF para modelos com barras de 8 mm

Seção I	ϕ (mm)	L (m)	$f_y=250\text{ MPa}$						$f_y=290\text{ MPa}$						$f_y=350\text{ MPa}$						$f_y=450\text{ MPa}$					
			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)		
			λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$
CB350	8	4	0.76	1.05	0.79	0.75	-33.8	-40.3	0.81	1.02	0.76	0.72	-33.7	-41.4	0.87	1.00	0.73	0.68	-38.1	-48.0	0.98	0.96	0.67	0.61	-43.2	-57.0
		5	0.76	1.01	0.78	0.75	-28.6	-34.9	0.81	0.98	0.76	0.72	-29.3	-36.8	0.88	0.96	0.72	0.67	-33.5	-43.2	0.98	0.90	0.67	0.61	-35.6	-49.0
		6	0.77	1.04	0.78	0.74	-33.1	-39.7	0.82	1.00	0.76	0.71	-32.4	-40.2	0.89	0.93	0.72	0.67	-29.6	-39.3	0.99	0.89	0.66	0.60	-33.8	-47.1
		7	0.77	1.04	0.78	0.74	-33.2	-39.9	0.82	1.00	0.75	0.71	-33.0	-40.9	0.89	0.95	0.72	0.67	-31.8	-41.6	0.99	0.87	0.66	0.60	-31.1	-44.3
8	0.77	1.01	0.78	0.74	-30.0	-36.6	0.82	1.00	0.75	0.71	-32.9	-40.9	0.89	0.96	0.72	0.67	-34.0	-44.1	1.00	0.85	0.66	0.60	-28.7	-41.7		
CB450	8	4	0.81	1.00	0.76	0.72	-31.7	-39.3	0.86	0.98	0.73	0.68	-34.1	-43.3	0.94	0.95	0.69	0.64	-37.5	-49.5	1.06	0.90	0.63	0.56	-43.7	-60.4
		5	0.82	1.00	0.76	0.71	-32.8	-40.7	0.88	0.96	0.73	0.68	-32.5	-42.1	0.95	0.93	0.68	0.63	-36.6	-49.0	1.07	0.87	0.62	0.55	-40.3	-57.1
		6	0.83	1.05	0.75	0.71	-40.1	-48.7	0.88	1.03	0.72	0.67	-42.4	-52.9	0.96	0.96	0.68	0.62	-40.7	-53.7	1.08	0.89	0.61	0.55	-44.3	-61.8
		7	0.83	0.95	0.75	0.71	-27.2	-35.1	0.89	0.97	0.72	0.67	-34.4	-44.4	0.97	0.85	0.68	0.62	-25.9	-37.7	1.09	0.79	0.61	0.54	-28.6	-44.4
8	0.83	0.98	0.75	0.70	-31.4	-39.6	0.89	0.90	0.72	0.67	-25.3	-34.7	0.97	0.86	0.67	0.62	-27.4	-39.4	1.09	0.76	0.61	0.54	-24.1	-39.4		
CB600	8	4	0.89	0.93	0.72	0.67	-28.9	-38.5	0.95	0.90	0.69	0.63	-30.9	-42.6	0.92	1.12	0.70	0.65	-59.2	-72.3	1.17	0.79	0.56	0.49	-40.5	-60.1
		5	0.90	0.93	0.71	0.66	-31.4	-41.7	0.97	0.88	0.68	0.62	-30.7	-43.0	0.94	1.06	0.69	0.64	-52.4	-65.6	1.19	0.72	0.55	0.48	-31.0	-49.8
		6	0.91	0.94	0.70	0.65	-33.3	-44.1	0.98	0.90	0.67	0.61	-34.6	-47.6	0.95	1.08	0.69	0.63	-56.6	-70.6	1.21	0.75	0.54	0.47	-38.2	-58.3
		7	0.92	0.94	0.70	0.65	-34.5	-45.6	0.99	0.89	0.67	0.61	-33.1	-46.3	0.95	1.07	0.68	0.63	-57.1	-71.4	1.21	0.76	0.54	0.47	-40.6	-61.2
8	0.92	0.85	0.70	0.65	-21.1	-31.2	0.99	0.82	0.66	0.60	-23.1	-35.4	0.96	0.93	0.68	0.62	-36.7	-49.3	1.22	0.66	0.54	0.47	-22.7	-40.8		
					Méd.	-31.4	-39.7				Méd.	-32.1	-42.2				Méd.	-39.8	-51.7				Méd.	-35.1	-51.5	
					Dp. (%)	4.2	4.4				Dp. (%)	4.4	4.7				Dp. (%)	11.1	12.3				Dp. (%)	7.1	8.2	
					Var.(%)	17.4	19.1				Var.(%)	19.0	21.8				Var.(%)	124.1	152.2				Var.(%)	51.1	67.9	

Fonte: O autor (2021)

A **Tabela 6.1** apresenta os resultados para os modelos com armadura de 8 mm. As comparações são realizadas entre os valores do fator de redução (χ) obtidos pelos procedimentos normativos (NBR 8800 e EC3) e pelos valores das análises numéricas para cada tipo de aço utilizado nas seções I. Na **Tabela 6.2** e na **Tabela 6.3** as mesmas comparações são realizadas, porém, para os modelos com armadura de 16 mm e 25 mm, respectivamente.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tabela 6.2: Comparação entre os valores do fator de redução (χ) calculados por procedimentos normativos e obtidos por análises MEF para modelos com barras de 16 mm

Seção I	ϕ (mm)	L (m)	$f_y = 250$ MPa						$f_y = 290$ MPa						$f_y = 350$ MPa						$f_y = 450$ MPa					
			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)		
			λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$
CB350	16 mm	4	0.62	0.82	0.85	0.83	3.3	0.4	0.66	0.81	0.83	0.81	2.8	-0.5	0.71	0.77	0.81	0.78	5.3	1.5	0.78	0.75	0.78	0.74	2.8	-2.2
		5	0.63	0.81	0.85	0.82	4.7	1.8	0.66	0.77	0.83	0.80	7.2	4.0	0.71	0.72	0.81	0.78	10.4	6.7	0.78	0.72	0.77	0.73	6.2	1.2
		6	0.63	0.80	0.85	0.82	6.1	3.2	0.67	0.78	0.83	0.80	5.6	2.3	0.72	0.74	0.81	0.77	8.7	4.9	0.79	0.72	0.77	0.73	7.1	2.1
		7	0.63	0.79	0.85	0.82	7.0	4.2	0.67	0.75	0.83	0.80	9.9	6.7	0.72	0.75	0.81	0.77	6.5	2.6	0.79	0.72	0.77	0.73	6.2	1.1
		8	0.63	0.79	0.85	0.82	6.6	3.7	0.67	0.77	0.83	0.80	6.8	3.5	0.72	0.73	0.80	0.77	9.6	5.8	0.79	0.68	0.77	0.73	12.2	7.4
CB450	16 mm	4	0.69	0.83	0.82	0.79	-0.7	-4.5	0.73	0.80	0.80	0.77	0.4	-3.9	0.78	0.81	0.77	0.74	-4.2	-9.7	0.87	0.79	0.73	0.68	-8.2	-15.7
		5	0.69	0.80	0.82	0.79	1.6	-2.2	0.74	0.80	0.80	0.76	-0.6	-5.1	0.79	0.78	0.77	0.73	-1.4	-6.9	0.88	0.74	0.72	0.68	-2.6	-10.1
		6	0.70	0.83	0.81	0.78	-2.0	-6.0	0.74	0.83	0.79	0.76	-4.6	-9.4	0.80	0.80	0.77	0.73	-5.1	-11.0	0.88	0.75	0.72	0.67	-4.7	-12.4
		7	0.70	0.80	0.81	0.78	2.2	-1.7	0.75	0.76	0.79	0.76	4.3	-0.2	0.80	0.76	0.76	0.72	0.9	-4.6	0.89	0.69	0.72	0.67	3.6	-3.6
		8	0.71	0.79	0.81	0.78	3.3	-0.6	0.75	0.76	0.79	0.76	4.2	-0.3	0.80	0.72	0.76	0.72	5.3	-0.1	0.89	0.67	0.72	0.67	6.3	-0.8
CB600	16 mm	4	0.78	0.79	0.78	0.74	-1.6	-6.9	0.82	0.79	0.76	0.71	-5.0	-11.2	0.89	0.78	0.72	0.67	-7.6	-15.6	0.99	0.73	0.67	0.61	-9.1	-19.8
		5	0.79	0.79	0.77	0.73	-3.0	-8.7	0.83	0.79	0.75	0.70	-5.8	-12.4	0.90	0.76	0.71	0.66	-6.1	-14.3	1.00	0.70	0.66	0.60	-6.4	-17.3
		6	0.80	0.81	0.76	0.72	-5.9	-11.9	0.84	0.80	0.74	0.70	-8.2	-15.2	0.91	0.76	0.71	0.65	-7.5	-16.1	1.01	0.69	0.65	0.59	-6.2	-17.4
		7	0.81	0.80	0.76	0.72	-5.4	-11.4	0.85	0.82	0.74	0.70	-10.0	-17.3	0.92	0.73	0.70	0.65	-3.9	-12.3	1.02	0.68	0.65	0.58	-5.3	-16.5
		8	0.81	0.73	0.76	0.72	3.6	-2.0	0.85	0.73	0.74	0.69	1.7	-4.8	0.92	0.68	0.70	0.65	3.1	-4.9	1.02	0.61	0.64	0.58	5.8	-4.3
			Méd.			1.3	-2.8	Méd.			0.6	-4.2	Méd.			0.9	-4.9	Méd.			0.5	-7.2				
			Dp. (%)			4.2	5.3	Dp. (%)			6.1	7.4	Dp. (%)			6.5	8.1	Dp. (%)			6.8	8.8				
			Var. (%)			17.7	27.6	Var. (%)			37.0	55.0	Var. (%)			41.8	65.2	Var. (%)			46.4	77.5				

Fonte: O autor (2021)

Tabela 6.3: Comparação entre os valores do fator de redução (χ) calculados por procedimentos normativos e obtidos por análises MEF para modelos com barras de 25 mm

Seção I	ϕ (mm)	L (m)	$f_y = 250$ MPa						$f_y = 290$ MPa						$f_y = 350$ MPa						$f_y = 450$ MPa					
			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)			χ			Erro (%)		
			λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	λ	MEF	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$
CB350	25 mm	4	0.48	0.81	0.91	0.89	10.5	9.0	0.50	0.81	0.90	0.88	10.5	8.8	0.56	0.72	0.88	0.86	18.0	16.0	0.64	0.67	0.84	0.82	20.6	18.1
		5	0.49	0.79	0.91	0.89	13.2	11.7	0.50	0.77	0.90	0.88	14.3	12.7	0.57	0.70	0.87	0.85	20.3	18.3	0.65	0.64	0.84	0.81	24.2	21.7
		6	0.49	0.76	0.91	0.89	16.2	14.7	0.51	0.81	0.90	0.88	10.0	8.3	0.57	0.71	0.87	0.85	18.9	16.9	0.65	0.62	0.84	0.81	25.5	23.0
		7	0.49	0.78	0.90	0.89	14.3	12.8	0.51	0.79	0.90	0.88	11.6	9.9	0.57	0.70	0.87	0.85	19.9	17.9	0.65	0.62	0.84	0.81	26.1	23.6
		8	0.49	0.78	0.90	0.89	13.6	12.1	0.51	0.79	0.90	0.88	12.4	10.7	0.57	0.69	0.87	0.85	20.4	18.4	0.65	0.61	0.84	0.81	27.2	24.7
CB450	25 mm	4	0.57	0.74	0.87	0.85	15.0	12.9	0.61	0.70	0.86	0.83	17.9	15.6	0.66	0.69	0.83	0.81	16.8	13.9	0.73	0.67	0.80	0.76	16.1	12.4
		5	0.57	0.72	0.87	0.85	17.2	15.1	0.62	0.69	0.85	0.83	18.9	16.5	0.67	0.67	0.83	0.80	18.6	15.8	0.74	0.66	0.79	0.76	16.9	13.1
		6	0.58	0.79	0.87	0.85	9.6	7.3	0.62	0.74	0.85	0.83	13.4	10.9	0.68	0.69	0.83	0.80	16.3	13.3	0.75	0.66	0.79	0.76	16.7	12.8
		7	0.58	0.72	0.87	0.85	17.4	15.3	0.62	0.67	0.85	0.83	20.9	18.5	0.68	0.65	0.82	0.80	21.3	18.4	0.75	0.60	0.79	0.75	23.9	20.3
		8	0.58	0.71	0.87	0.85	17.8	15.7	0.63	0.66	0.85	0.82	22.2	19.9	0.68	0.63	0.82	0.79	23.9	21.2	0.75	0.57	0.79	0.75	27.7	24.3
CB600	25 mm	4	0.67	0.69	0.83	0.80	16.9	14.0	0.71	0.69	0.81	0.78	15.0	11.5	0.77	0.66	0.78	0.75	15.4	11.1	0.85	0.64	0.74	0.70	13.9	8.3
		5	0.68	0.70	0.82	0.79	14.9	11.8	0.72	0.69	0.80	0.77	14.6	11.0	0.78	0.66	0.78	0.74	15.3	10.8	0.86	0.63	0.73	0.69	14.8	8.9
		6	0.69	0.73	0.82	0.79	11.6	8.3	0.73	0.71	0.80	0.77	11.5	7.6	0.79	0.68	0.77	0.73	12.4	7.7	0.87	0.61	0.73	0.68	15.9	9.9
		7	0.69	0.73	0.82	0.79	11.3	7.9	0.73	0.70	0.80	0.76	12.0	8.0	0.79	0.67	0.77	0.73	12.6	7.8	0.87	0.62	0.73	0.68	14.6	8.5
		8	0.69	0.66	0.82	0.79	19.4	16.3	0.74	0.64	0.80	0.76	19.0	15.4	0.80	0.59	0.77	0.73	23.4	19.2	0.88	0.56	0.72	0.68	23.2	17.6
			Méd.			14.6	12.3	Méd.			14.9	12.3	Méd.			18.2	15.1	Méd.			20.5	16.5				
			Dp. (%)			2.9	3.0	Dp. (%)			3.9	3.9	Dp. (%)			3.5	4.2	Dp. (%)			5.1	6.2				
			Var. (%)			8.6	9.0	Var. (%)			15.3	15.3	Var. (%)			12.1	17.4	Var. (%)			26.0	38.7				

Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Observa-se na **Tabela 6.1** que os valores do fator de redução (χ) obtidos pelos procedimentos normativos (NBR 8800:2008 e EC3) são inferiores aos valores obtidos com os resultados das análises numéricas. Esta situação mostra um comportamento bastante conservador da norma brasileira e europeia para modelos com armadura de 8 mm. A **Tabela 6.1** também apresenta os valores percentuais de erro dos procedimentos normativos em relação aos resultados obtidos com as análises numéricas. Os valores percentuais de erro foram calculados para os modelos com diferentes tipos de aço. Para o procedimento normativo brasileiro (NBR 8800:2008) os valores médios do erro percentual para aços com resistência ao escoamento (f_y) de 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa e 450 MPa foram -31,4%, -32,1%, -39,8% e -35,1 %, respectivamente. Esses resultados mostram que os valores de momento último à FLD obtidos pela NBR8800:2008 são inferiores aos valores obtidos pelas análises numéricas, verificando uma situação bastante conservadora. Quando os resultados são comparados com os valores obtidos pelo EC3, há uma intensificação dessa situação conservadora. Os valores percentuais de erro para o EC3 são -39,7%, -42,2%, -51,7% e -51,5% para aços com tensão de escoamento de 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa e 450 MPa, respectivamente. Portanto, os valores de momento último obtidos pelo Eurocode são em até 50% inferiores aos valores obtidos com os resultados das análises numéricas para os modelos com armaduras longitudinais de 8 mm.

Ainda em relação à **Tabela 6.1**, observando a evolução percentual dos erros para os diferentes tipos de aço, verifica-se uma tendência de crescimento dos erros com o aumento da resistência ao escoamento (f_y), exceto para o aço com resistência ao escoamento de 450 MPa. Essa situação mostra que o uso de aços com características mecânicas distintas tem impacto na resistência à FLD que não é capturado pelas curvas de projeto do SSRC (utilizado pela NBR 8800:2008) e ECCS (utilizado pelo EC3), que utilizam o fator de esbeltez relativa ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-seção\ mista}}$).

A **Tabela 6.2** apresenta os resultados para os modelos com armadura de 16 mm. Os resultados da **Tabela 6.2** mostram uma maior proximidade entre os valores do momento último à FLD obtidos pelos procedimentos normativos e pelas análises numéricas. Esta situação pode ser explicada pelo cálculo do momento de plastificação da seção mista, que é dependente da área da armadura longitudinal presente na largura efetiva da laje de concreto. Portanto, com o aumento da área de aço, há um aumento no momento de plastificação e, portanto, uma redução no fator de esbeltez relativa ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-seção\ mista}}$) e, conseqüentemente, um aumento no fator de redução (χ). Assim, com o aumento do momento de plastificação e do fator de redução, há um aumento no valor do momento último à FLD, o que leva a uma maior aproximação entre

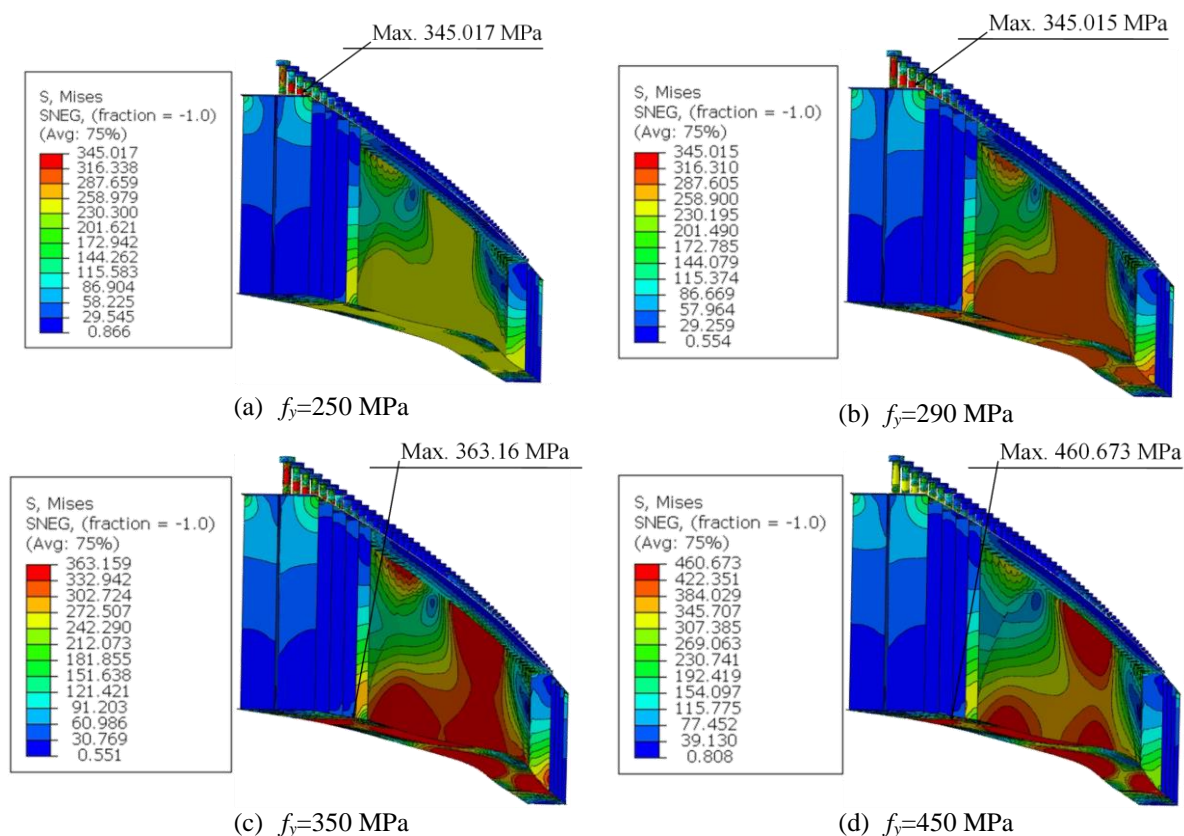
CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

resultados normativos e numéricos. Observa-se na **Tabela 6.2** que os valores médios do erro percentual para a norma brasileira são 1,3%, 0,6%, 0,9% e 0,5% e para o Eurocode -2,8%, -4,2%, -4,9% e -7,2%, para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa e 450 MPa, respectivamente. Em relação ao tipo de aço, verifica-se, para o procedimento brasileiro (curva 2P do SSRC), que não há grande variação nos valores médios dos erros percentuais para os diferentes tipos de aço. No entanto, para a norma europeia, há um aumento das divergências nos valores com o aumento da resistência ao escoamento do aço.

Por fim, a **Tabela 6.3** apresenta os resultados para os modelos com armaduras longitudinais de 25 mm de diâmetro. Ao contrário dos resultados observados na **Tabela 6.1**, a **Tabela 6.3** mostra uma situação não conservadora dos procedimentos normativos, ou seja, os resultados das análises numéricas foram inferiores aos valores de momento último obtidos pelos procedimentos normativos. A explicação para esta situação é a mesma apresentada no parágrafo anterior, ou seja, com o aumento da área de aço na largura efetiva da laje de concreto, há um aumento no momento de plastificação da seção mista, e, portanto, uma redução no fator de esbeltez relativa ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-seção\ mista}}$) e, conseqüentemente, aumento no fator de redução (χ). Assim, com o aumento do momento de plastificação e do fator de redução, ocorre um aumento no valor do momento último à FLD, superior aos obtidos nas análises numérica. Na **Tabela 6.3**, observa-se que os valores médios do erro percentual em relação a NBR8800:2008 são 14,6%, 14,9%, 18,2% e 20,5%, para o EC3 esses valores são 12,3%, 12,3%, 15,1% e 16,5%, para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa e 450 MPa, respectivamente. Analisando a evolução dos erros percentuais, também se observa uma pequena influência da variação da resistência ao escoamento do aço sobre os valores de momento último à FLD, situação não capturada pelas curvas clássicas da SSRC e ECCS.

A **Figura 6.25** mostra a forma deformada e as tensões de von Mises, para o modelo CB450 com comprimento de 6,0 m e armadura longitudinal com diâmetro de 8 mm para os quatro tipos de aço analisados. Para o modelo com resistência ao escoamento do aço de 250 MPa (**Figura 6.25a**), a tensão máxima na alma do perfil I (meio do vão) varia de 230,30 a 258,98 MPa. Para o modelo com resistência ao escoamento de 290 MPa (**Figura 6.25b**), a tensão máxima na alma da seção I varia de 287,60 a 316,31 MPa. Para o modelo da **Figura 6.25c**, com resistência ao escoamento de 350 MPa, a tensão máxima da alma varia de 332,94 a 363,16 MPa e, finalmente, para o modelo com resistência ao escoamento de 450 MPa (**Figura 6.25d**), a tensão máxima da alma varia de 422,35 a 460,67 MPa.

Figura 6.25: Distribuição de tensões de von Mises (Unidade=MPa).



Fonte: O autor (2021)

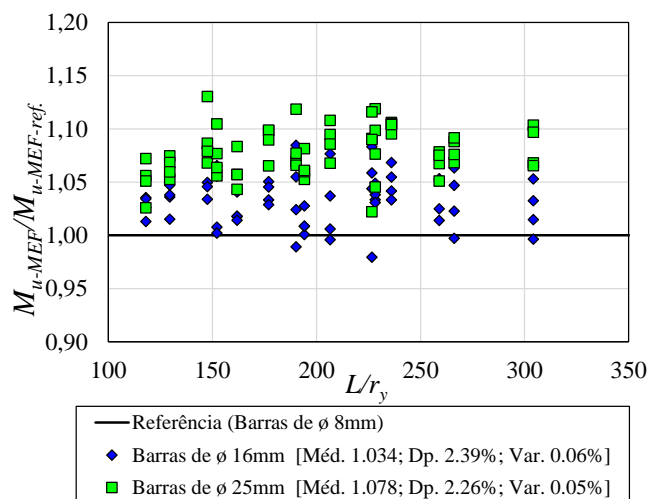
As discussões realizadas em relação aos resultados apresentados na **Tabela 6.1, 6.2 e 6.3**, mostraram que o aumento na área da armadura longitudinal leva a um aumento dos valores de momento último à FLD obtidos pelos procedimentos da NBR 8800:2008 e EC3. Como apresentado, o aumento dos valores obtidos pelos procedimentos normativos é resultado do aumento do momento de plastificação da seção mista. Como o aumento da área da armadura longitudinal não levou a um aumento dos valores de momento último obtidos pelas análises numéricas, desenvolvidas com o *software* ABAQUS, a comparação entre os resultados numéricos e os procedimentos normativos passou de uma condição conservativa para não conservativos. A **Figura 6.26** apresenta os resultados da análise numérica para modelos com armaduras longitudinais com diâmetro de 8 mm, 16 mm e 25 mm.

Observa-se na **Figura 6.26** que o valor médio da relação ($M_{u-MEF}/M_{u-MEF-ref.}$) para os modelos com armadura de 16 mm de diâmetro é 1,034, ou seja, há um ganho médio no momento último de cerca de 3,4%. Em relação aos modelos com barras de 25 mm o valor médio da relação ($M_{u-MEF}/M_{u-MEF-ref.}$) é 1,078, isso mostra que o momento último tem um ganho médio de 7,8% em relação aos modelos com barra de 8 mm. Esta situação mostra que o aumento da área da armadura longitudinal presente na laje de concreto causa um pequeno aumento na resistência

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

da LDB. Para um aumento de 244% na área da armadura longitudinal, houve apenas um aumento de cerca de 7,8% no valor do momento último à FLD.

Figura 6.26: Influência da armadura longitudinal.



Fonte: O autor (2021)

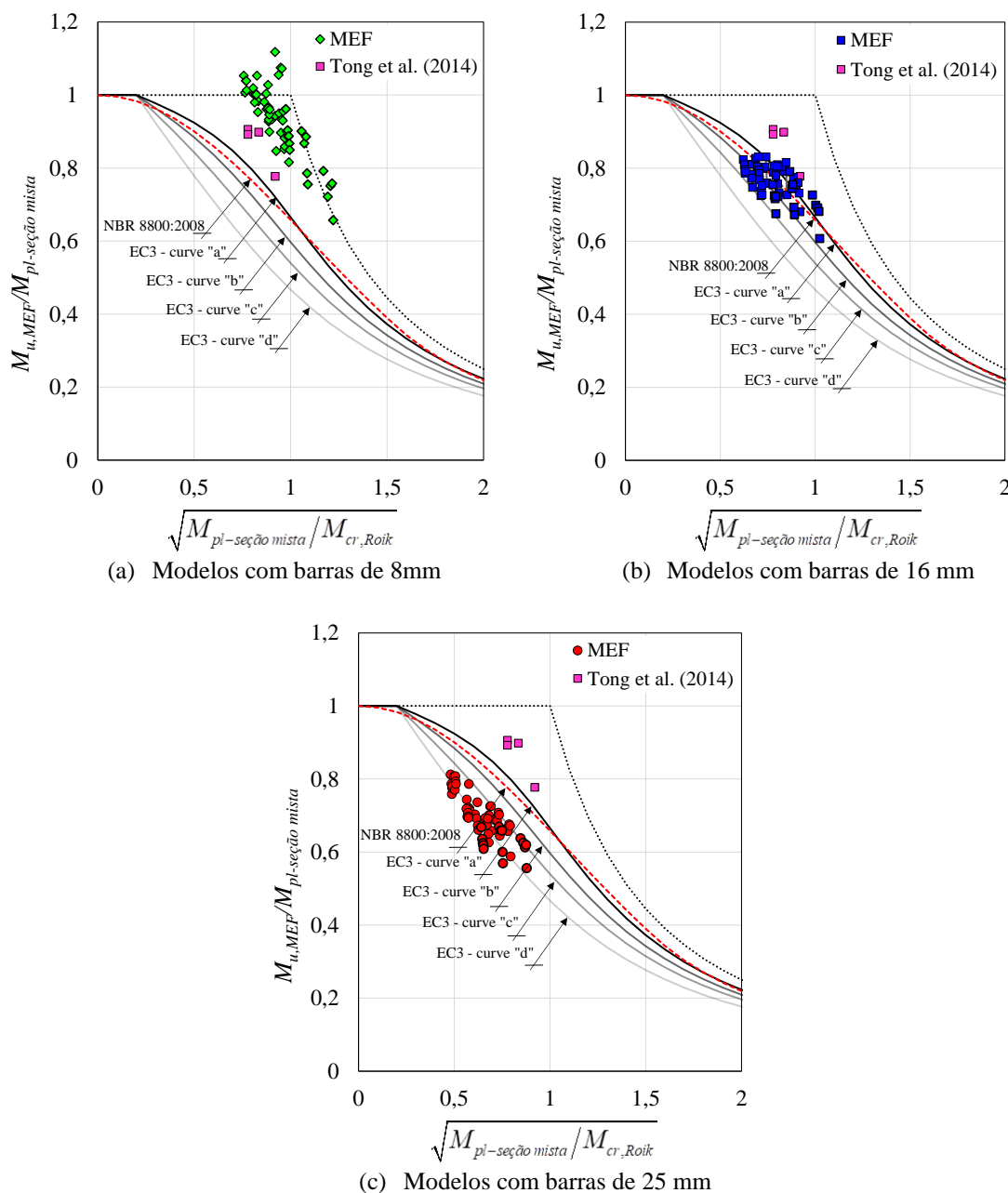
Conforme observado na **Figura 6.26**, o aumento da área da armadura longitudinal na largura efetiva da laje de concreto leva a um aumento insignificante do momento último à FLD. No entanto, este aumento na área da armadura longitudinal causa um aumento considerável no valor do momento de plastificação da seção mista calculado de acordo com EC4 pela teoria plástica. Essa situação provoca um aumento no valor do momento último à FLD, calculado conforme os procedimentos da EC4 e da NBR 8800: 2008. A **Figura 6.27** mostra a comparação entre as curvas de projeto do EC3 e da NBR8800:2008 com os resultados das análises numéricas para os modelos com armadura de diâmetro de 8 mm (**Figura 6.27a**), 16 mm (**Figura 6.27b**) e 25 mm (**Figura 6.27c**). Além disso, a **Figura 6.27** também mostra os valores da análise experimental de quatro vigas testadas por Tong *et al.* (2014).

Os resultados apresentados na **Figura 6.27** mostram três situações diferentes quando os resultados de momento último à FLD, obtidos por meio de análise numérica, são comparados com as curvas de dimensionamento do EC3 e da NBR8800:2008. Na **Figura 6.27a** são comparados os resultados para os modelos com armadura longitudinal de diâmetro de 8 mm. É observado na **Figura 6.27a** que os procedimentos da NBR8800 e EC3 são conservadores em relação aos resultados da análise numérica. Com o aumento da área de armadura longitudinal verifica-se um aumento dos valores (curvas de dimensionamento) obtidos pelos procedimentos normativo, essa situação faz com que os resultados numéricos se aproximem das curvas de dimensionamento do EC3 e da NBR 8800 para os modelos com armadura longitudinal de diâmetro de 16 mm (**Figura 6.27b**). Por último, a **Figura 6.27c** apresenta os resultados para os

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

modelos com armadura longitudinal de diâmetro de 25mm. Como discutido nos parágrafos anteriores, o aumento na área da armadura longitudinal leva a um aumento nos valores de momento último obtidos pelo EC3 e NBR8800:2008. Entretanto, não foi verificado um aumento na capacidade resistente à FLD, em função do aumento da área da armadura longitudinal, nas análises numéricas desenvolvidas no *software* ABAQUS.

Figura 6.27: Comparação entre resultados numéricos e procedimentos normativos



Fonte: O autor (2021)

Informações adicionais em relação aos resultados do estudo paramétrico desenvolvido neste item podem ser encontrados no artigo “*A parametric study on the LDB strength of steel-concrete composite beams*”.

6.4 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os resultados e as discussões dos três estudos paramétrico desenvolvidos. A apresentação desses resultados foi realizada em função dos principais parâmetros investigados em cada um dos artigos desenvolvidos. Como síntese e conclusão do capítulo, pode-se afirmar que:

- A comparação dos resultados da análise numérica de estabilidade elástica (*buckling*) com os valores do momento crítico elástico obtidos pelos procedimentos analíticos mostrou que as principais metodologias são falhas. A proposta de Roik *et al.* (1990), no “caso completo” foi o modelo analítico que mais se aproximou dos resultados numéricos;
- A altura da laje teve uma influência significativa nos resultados da análise de estabilidade elástica. Com o aumento da altura da laje e, conseqüentemente, da distância entre o centroide da armadura longitudinal e o centroide da seção I, houve um aumento do momento crítico elástico. Essa situação também foi verificada em relação ao momento último à FLD, ou seja, o aumento da altura da laje de concreto levou a um aumento considerável do momento último à FLD.
- Na análise de estabilidade elástica, os modelos com lajes alveolares pré-fabricadas forneceram valores de momento crítico elástico superiores aos obtidos nos modelos com lajes maciças. Esta situação não se repetiu em relação ao momento último obtido na análise numérica de pós-flambagem. Situação que mostra pouca influência da tipologia da laje na análise do fenômeno da FLD.
- A presença de enrijecedores transversais na alma do perfil I mostrou influência considerável no momento último à FLD. No caso das vigas mistas solicitadas por momento negativo uniforme (configuração 1-1), houve um aumento na capacidade resistente à FLD à medida que o espaçamento entre os enrijecedores foi reduzido. Este aumento na capacidade resistente à FLD ocorreu devido ao fato de que a presença de enrijecedores reduzem a distorção da alma, evitando a ocorrência da FLD. Para vigas solicitadas a momento fletor negativo com distribuições lineares a contribuição dos enrijecedores é reduzida, pois, em muitos casos, a FLD ocorre simultaneamente com modos de instabilidade local, ou a seção I atingiu a plastificação total;

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

- Nos modelos em que as vigas são solicitadas por distribuições lineares de momentos negativos (configuração 1-0 e 1-0,5), foi verificado, em muitos casos, que o comportamento plástico do elemento ocorre antes de qualquer fenômeno de instabilidade. Portanto, nesta situação, a FLD não é o modo de falha determinante;
- O aumento da área da armadura longitudinal presente na laje de concreto provoca um pequeno aumento na resistência à FLD. Para um aumento de 244% na área da armadura longitudinal, houve apenas um aumento de cerca de 7,8% no valor do momento último à FLD;
- Verificou-se que o momento último à FLD não é muito sensível à variação do vão (L) submetido a momento fletor negativo. O fator predominante são as dimensões da seção I;
- Verificou-se que para os modelos com aço de maior resistência ao escoamento (f_y) a FLD ocorre para valores de momento último inferiores ao momento de plastificação da seção mista, ou seja, quanto maior a resistência ao escoamento do aço, menores são as chances de a seção mista atingir o momento plástico, sendo a FLD o modo de falha responsável por definir o valor do momento último;
- Houve uma tendência de aumento das divergências entre os resultados numéricos e as curvas de ECCS (EC4) e SSRC (NBR 8800: 2008), com o aumento da resistência ao escoamento do aço (f_y), ou seja, para aços com maior resistência ao escoamento, maiores são as divergências entre os resultados de MEF e os procedimentos normativos;
- A comparação entre os valores de momento último obtidos na análise numérica, para modelos com armadura longitudinal usual, com os procedimentos normativos mostrou que a norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008) fornece os melhores resultados entre as normas. Esta situação mostra que a adoção da curva de dimensionamento “2P” do SSRC é a melhor opção para a verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto, embora ainda seja conservadora;
- Os procedimentos normativos, para análise da FLD, fundamentados nas clássicas teorias da FLT para vigas parcialmente restritas produzem resultados imprecisos, pois o modelo de análise é baseado em suposições inadequadas. Esta situação mostra a limitação dos procedimentos norte-americanos (AISC 360-16 e AASHTO 2017) e australianos (AS4100:1998-R2016 e AS/NZS2327-2017) na determinação do momento último à FLD;

CAPÍTULO 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

- Foi verificado um comportamento distinto dos procedimentos normativos, em função da variação da área da armadura longitudinal, quando comparado aos valores de momento último obtido pelas análises numéricas. Para uma taxa de armadura longitudinal que se aproxima de situações práticas (barras de 8 mm), os procedimentos normativos mostraram-se consideravelmente conservadores. À medida que a área da armadura longitudinal na largura efetiva da laje de concreto é aumentada, o comportamento dos procedimentos normativos é alterado. Para a armadura longitudinal com barras de 16 mm os resultados das normas são próximos aos valores numéricos, mostrando um bom comportamento dos procedimentos normativos. Porém, para modelos com barras de 25 mm, o EC4 e a NBR 8800:2008 forneceram resultados de momento último superiores aos obtidos pelas análises numéricas;
- As propostas apresentadas por Bradford (2000) e Zhou e Yan (2017) mostraram maior acurácia, quando comparados com os procedimentos normativos, para estimar o momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, divergências ainda foram observadas, o que comprova a necessidade de maiores investigações e da proposição de um procedimento prático e de precisão para a estimativa do momento último à FLD.

CAPÍTULO 7

MODELO EMPÍRICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

Após o desenvolvimento de uma extensa investigação paramétrica foi realizado estudo para a proposição de modelos empíricos para a verificação da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Portanto, nesse capítulo, são apresentados os resultados da aplicação de redes neurais artificiais (RNA) e de uma regressão de múltiplos parâmetros (RM), no conjunto de resultados obtidos na análise numérica, para a proposição de formulações práticas para verificação da FLD. Os resultados das formulações foram confrontados com os resultados numéricos e com os resultados experimentais de Tong *et al.* (2014).

7.1 DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO

Os métodos de inteligência artificial são capazes de formular um modelo matemático para um sistema no qual nenhuma relação clara está disponível entre uma série de parâmetros de entrada e saída. Esse modelo matemático pode ser usado para prever os dados de saída (capacidade resistente à FLD) para um novo conjunto de dados. Nesta seção, dois métodos são empregados para prever o momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto incluindo Rede Neural Artificial (RNA) e Regressão Múltipla (RM). A seguir, cada um dos métodos será explicado e seu poder preditivo será avaliado.

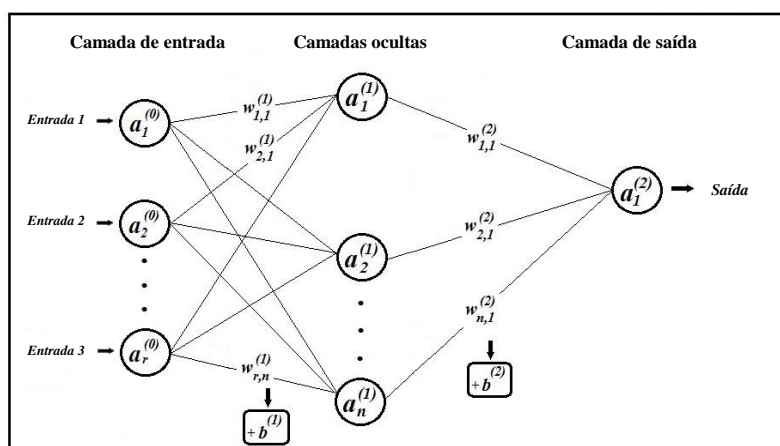
7.2 ABORDAGEM POR REDE NEURAL ARTIFICIAL

O método de RNA foi desenvolvido nas últimas décadas como um dos métodos mais amplamente utilizados no campo da engenharia civil (WONG, 2018; TOHIDI E SHARIFI, 2016). Este método pode mapear efetivamente o sinal de entrada para o sinal de saída, aprendendo a relação entre as entradas e a saída. A arquitetura de uma RNA consiste em várias camadas que são conectadas por vários nós interconectados. Como esse método simula a

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

estrutura e a função de redes neurais biológicas, esses nós são chamados de neurônios. A primeira camada é chamada de camada de entrada. As camadas subsequentes são conhecidas como camadas ocultas que aplicam não linearidade ao modelo. Cada modelo de RNA pode ter um número diferente de camadas ocultas dependendo de sua aplicação. Além disso, a última camada, como camada de saída, gera os resultados finais. A **Figura 7.1** mostra a estrutura de uma rede neural com uma camada oculta.

Figura 7.1: Estrutura de uma rede neural



Fonte: O autor (2021)

Conforme ilustrado na **Figura 7.1**, cada conexão na estrutura da RNA tem seu próprio peso, $w_{i,j}$, onde i e j representam o número de nós correspondentes a duas camadas consecutivas, respectivamente. O nó j em cada camada recebe o valor do i -ésimo nó da camada anterior, ponderado por $w_{i,j}$, e calcula a soma de todos os valores ponderados, então um valor de polarização (*bias*), b , é adicionado a este valor para formar a soma resultante final. O processo acima pode ser resumido na **Eq. (7.1)**:

$$s_j^{(L)} = b^{(L)} + \sum_{i=1}^n w_{i,j}^{(L)} \times a_i^{(L-1)} \quad (7.1)$$

onde: s_j é a soma resultante no j -ésimo nó, n especifica o número total de nós na camada e L especifica o número de cada camada, pois a camada de entrada L será igual a zero.

Depois de calcular s_j , a saída de cada nó na camada L , é obtida usando funções de ativação, com base na **Eq. (7.2)**.

$$a_j^{(L)} = f(s_j^{(L)}) \quad (7.2)$$

onde: a_j é a saída do j -ésimo nó na camada L e f é a função de ativação da camada.

Existem várias funções de ativação empregadas em redes neurais, incluindo função sigmóide logística, função tangente hiperbólica, função de unidade linear retificada, função linear, função de passo binário e assim por diante. A seleção da função de ativação pode ser realizada comparando o desempenho de modelos com diferentes tipos de função de ativação.

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

Deve-se notar que a função linear é normalmente usada para a camada de saída para permitir a produção de saídas contínuas. Consequentemente, as entradas da camada $L+1$ são obtidas a partir das saídas da camada L . O processo acima mencionado é repetido para todas as camadas até a camada de saída. Neste estudo, uma rede de duas camadas com uma camada oculta será usada, o que fornece uma precisão suficiente para muitas aplicações (HOSSEINPOUR *et al.*, 2020).

7.2.1 Treinamento da rede neural

Treinar uma rede neural é, na verdade, ensinar essa rede a aprender a relação entre entradas e saídas. No processo de treinamento de uma rede neural, pesos e matrizes de polarização são otimizados, de forma que a rede seja capaz de fornecer os menores erros de predições para os valores de saída. Para acelerar o processo de treinamento, os dados de entrada e saída da rede são normalizados de acordo com **Eq. 7.3**:

$$x_{i,normalizado} = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad (7.3)$$

onde: x são os valores dos dados de treinamento, μ e σ são a média e o desvio padrão de todos os dados de treinamento, respectivamente.

Como mencionado antes, os valores de peso e matrizes de polarização são otimizados durante o processo de treinamento. A função de custo é usada para esse propósito. Neste estudo, a função do erro quadrático médio (EQM) foi usada como uma função de custo na construção de redes neurais. Esta função determina a média do quadrado total dos erros entre as saídas reais e previstas, **Eq. (7.4)**.

$$EQM = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N (y_i - t_i)^2 \right] \quad (7.4)$$

onde: y_i é o valor previsto, t_i é o valor exato do exemplo e N é o número de dados de treinamento.

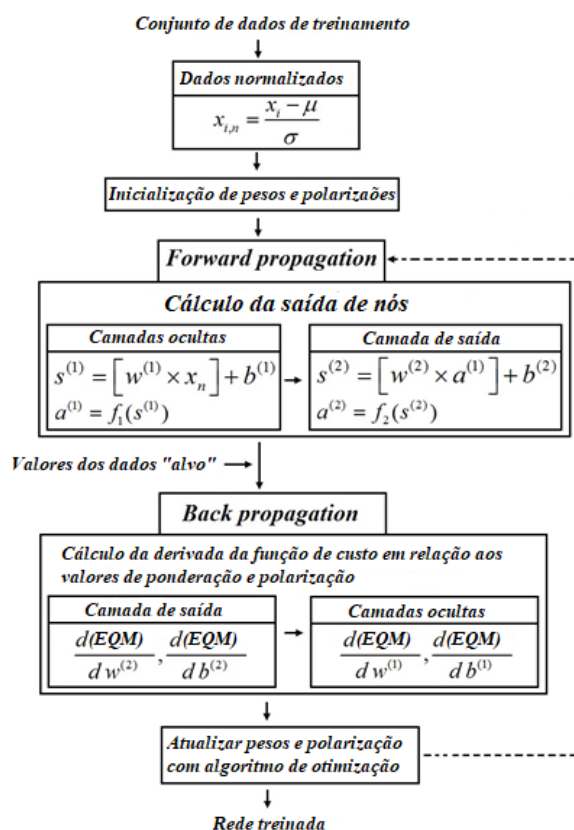
Como a rede neural é um método não linear, algoritmos de otimização são necessários para minimizar a função de custo. O principal algoritmo utilizado para otimizar os modelos de RNA neste estudo é o algoritmo gradiente descendente. Este algoritmo realiza o processo de otimização repetidamente de acordo com a direção do gradiente no ponto atual. Em cada etapa de iteração, o algoritmo calcula a derivada da função de custo em relação ao peso; e então o valor do peso é atualizado na direção oposta do gradiente (HAGAN, MENHAJ, 1994). O procedimento é repetido, até que seja obtido o menor valor para a função EQM. Além do gradiente descendente como o algoritmo principal, outro algoritmo de otimização é necessário para atualizar os pesos e matrizes de polarização. Neste estudo, o algoritmo Levenberg-

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

Marquardt (LM) foi usado para treinar redes, pois este algoritmo é adequado e rápido para redes pequenas e médias com algumas centenas de pesos.

O modelo de treinamento da RNA utilizada neste estudo é apresentado no fluxograma da **Figura 7.2**. Na primeira etapa, a propagação direta (*forward propagation*) é realizada calculando a saída de cada nó de acordo com as **Eqs. (7.1) e (7.2)**. Em seguida, no nó de saída, a função de custo de todos os dados, no conjunto de dados de treinamento, é calculada, então a derivada da função de custo em relação aos pesos e polarizações através do processo de correção de erro (*Back-Propagation*) é obtida. No final, usando algoritmos de treinamento, pesos e valores de polarização são atualizados simultaneamente de acordo com os valores derivados obtidos. Os valores de peso e polarizações obtidos no final do processo de treinamento, são empregados para prever os resultados desejados.

Figura 7.2: Fluxograma de treinamento das redes neurais



Fonte: O autor (2021)

Portanto, neste estudo, uma rede neural com um método de aprendizado por correção de erro (*Back programation*) de duas camadas é empregada para prever o momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. A RNA foi implementada utilizando as funções específicas apresentadas no MATLAB. Além disso, o algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) é utilizado para a otimização do treinamento da rede. E por fim, utilizou-se uma RNA com três

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

neurônios na camada oculta, maiores detalhes são encontrados no artigo “*New predictive equations for LDB strength assessment of steel-concrete composite beams*” apresentado no apêndice dessa tese.

7.2.2 Desenvolvimento de expressão empírica para FLD usando RNA

O banco de dados obtidos pela simulação numérica (capítulo 6) foi usado para desenvolver uma RNA de aprendizado por correção de erro (*Back programation*) de duas camadas com três neurônios na camada oculta. O algoritmo LM foi usado para o treinamento da rede, enquanto as funções logísticas sigmóide e linear foram empregadas para a camada oculta e a camada de saída, respectivamente. Com base no estudo paramétrico realizado, oito parâmetros adimensionais foram considerados como entradas da rede, enquanto o único parâmetro de saída foi a razão ($M_{u,FLD}/M_{pl,mista}$) entre o momento último à FLD ($M_{u,FLD}$) de vigas mistas de aço e concreto e o momento de plastificação total ($M_{pl,mista}$) de vigas mistas de aço e concreto, conforme **Eq. (7.5)** e **(7.6)**.

$$\text{Dados de entrada} = \left\{ C_b, \rho, \frac{L}{r_y}, \frac{a}{L}, \frac{b_f}{2t_f}, \frac{h_w}{t_w}, \frac{E}{f_y}, \frac{s}{d} \right\} \quad (7.5)$$

$$\text{Dado de saída} = \left\{ \frac{M_{u,FLD}}{M_{pl,mista}} \right\} \quad (7.6)$$

onde: C_b é o fator de modificação de distribuição de momento fletor não uniforme, **Eq. (7.7)**, ρ é o fator de forças definido pela **Eq. (7.8)**, L é o vão livre, r_y é o raio de giração no eixo de menor inércia, a/L é a relação da distribuição de enrijecedores transversais no vão L , b_f é a largura da mesa, t_f é a espessura da mesa, h_w a altura da alma, t_w a espessura da alma, E é o módulo de elasticidade longitudinal do aço do perfil I, f_y é a resistência ao escoamento do aço da seção I, s é a distância entre a face externa da mesa superior do perfil I e o centro geométrico das armadura longitudinais e, d é altura total da seção I.

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (7.7)$$

onde: M_{\max} , M_A , M_B e M_C representam os valores absolutos do momento máximo, momento a um quarto do vão, momento no centro do vão e, momento a três quartos do vão da viga, respectivamente.

$$\rho = \frac{A_{armadura} \cdot f_{y,armadura}}{A_{total,perfil} \cdot f_{y,perfil}} \quad (7.8)$$

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

onde: $A_{armadura}$ é a área total de armadura longitudinal, $f_{y,armadura}$ é a resistência ao escoamento do aço da armadura, $A_{total,perfil}$ é a área total da seção transversal do perfil I e, $f_{y,perfil}$ é a resistência ao escoamento do aço do perfil I.

Destaca-se que o valor do momento de plastificação total ($M_{pl,mista}$) da seção transversal das vigas mista é obtido de acordo com a metodologia apresentada pela ABNT NBR 8800:2008 e Eurocode 4, conforme **Eq. (7.9)** e apresentado no capítulo 3.

$$M_{pl,mista} = T_{ds} d_3 + A_{at} f_{yd} d_4 + A_{ac} f_{yd} d_5 \quad (7.9)$$

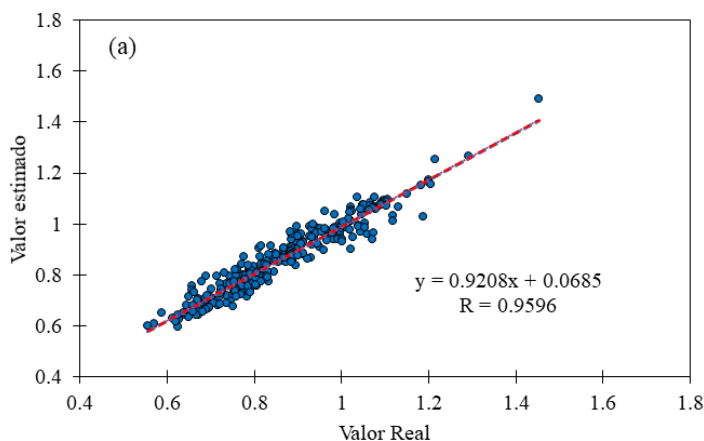
Finalmente, foram considerados como dados de entrada para a RNA 425 modelos de vigas mistas de aço e concreto (exemplos), simulados numericamente com o *software* ABAQUS, analisados no estudo paramétrico desenvolvido (capítulo 6). É necessário mencionar que dos 475 modelos analisados, o modo de falha de 25 amostras foi a flambagem local, que foi excluída do banco de dados, e foram utilizadas apenas as amostras cujo modo de falha incluía a FLD. O número total de dados foi dividido em três grupos, o primeiro, com 297 valores, foi utilizado para o treinamento da RNA, 64 valores de entrada foram usados para a validação da RNA, e os 64 dados restantes foram usados, independentemente, para teste de rede.

A previsibilidade do modelo de RNA desenvolvido é ilustrada na **Figura 7.3**. Como pode ser visto na figura, o modelo desenvolvido tem um desempenho muito bom na previsão do momento último à FLD, de forma que o coeficiente de correlação (R), de acordo com a **Eq. (7.10)**, para dados de treinamento, validação e teste é 0,9596, 0,9591 e 0,9354, respectivamente.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2}} \quad (7.10)$$

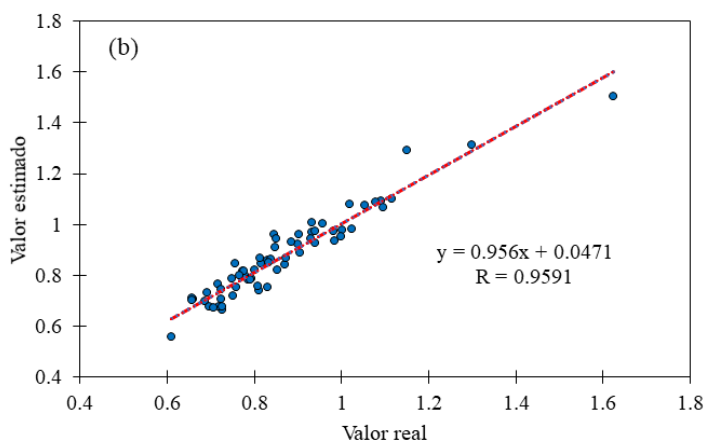
onde: t_i é o valor pretendido, y_i é o valor previsto, N é o número de dados e \bar{t} e \bar{y} são a média dos valores pretendido e previsto, respectivamente.

Figura 7.3: Resultados de $M_{u,FLD}/M_{pl,mista}$ previstos usando o modelo RNA

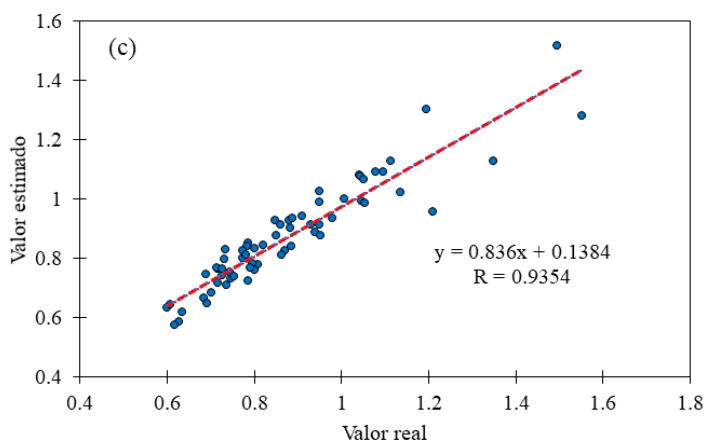


CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

(a) Dados do treinamento da RNA



(b) Dados de validação da RNA



(c) Dados de teste da RNA

Fonte: O autor (2021)

Conseqüentemente, ao considerar o fator de modificação de distribuição de momento fletor não uniforme da FLT (C_b), a razão ρ , a esbeltez global da viga (L/r_y), a razão entre a distância dos enrijecedores transversais e o comprimento da viga (a/L), a esbeltez da mesa ($b_f/2t_f$), a esbeltez da alma (h_w/t_w), a razão entre o módulo de elasticidade e a resistência ao escoamento (E/f_y), bem como a razão entre a distância do centro da armadura longitudinal à mesa superior da seção I e a altura total da seção de aço (s/d), a expressão proposta para prever o momento último à FLD é apresentada na **Eq. (7.11)**.

$$M_{u,FLD} = \psi \cdot M_{pl,mista} \leq M_{pl,mista} \quad (7.11)$$

onde: o parâmetro ψ é dado pela **Eq. (7.12)**.

$$\psi = \frac{-4,4666}{1+e^{-\beta_1}} + \frac{0,7073}{1+e^{-\beta_2}} + \frac{8,8029}{1+e^{-\beta_3}} - 3,4896 \quad (7.12)$$

Os coeficientes β_1 , β_2 , e β_3 são dados pelas **Eq. (7.13)**, **(7.14)** e **(7.15)** respectivamente.

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

$$\beta_1 = -4,4992C_b + 5,5126\rho + 0,0004\frac{L}{r_y} - 0,1099\frac{a}{L} - 0,3691\frac{b_f}{2t_f} + 0,0276\frac{h_w}{t_w} - 0,0006\frac{E}{f_y} - 2,2382\frac{s}{d} + 8,7692 \quad (7.13)$$

$$\beta_2 = 7,5895C_b - 2,9056\rho - 0,0049\frac{L}{r_y} - 0,9576\frac{a}{L} + 0,7772\frac{b_f}{2t_f} - 0,1023\frac{h_w}{t_w} - 0,0136\frac{E}{f_y} - 10,5872\frac{s}{d} + 4,7419 \quad (7.14)$$

$$\beta_3 = -2,3791C_b + 0,7921\rho + 0,0002\frac{L}{r_y} - 0,0637\frac{a}{L} - 0,2094\frac{b_f}{2t_f} + 0,0155\frac{h_w}{t_w} + 0,0049\frac{E}{f_y} + 3,6963\frac{s}{d} + 2,1896 \quad (7.15)$$

Deve-se observar que a expressão proposta é confiável na faixa de dados utilizada no modelo de RNA. Neste trabalho, foi realizada uma tentativa de fornecer um intervalo adequado para parâmetros de entrada para tornar a expressão mais prática. As estatísticas descritivas dos diferentes parâmetros podem ser observadas na **Tabela 7.1**. Além disso, é importante notar que de acordo com a pesquisa na Zhou e Yan (2017) e Rossi *et al.* (2020c), o valor do momento último à FLD pode, em alguns casos, exceder o valor do momento de plastificação total da seção mistas ($M_{pl,mista}$), portanto, é recomendado que o valor de $M_{u,FLD}/M_{pl,mista}$ na **Eq. (7.11)** seja limitado a 1.

Tabela 7.1: Estatística descritiva dos parâmetros usados no modelo RNA

	C_b	ρ	L/r_y	a/L	$b_f/2t_f$	h_w/t_w	E/F_y	s/d	$M_{u,FLD}/M_{pl,mista}$
Média	1,1034	0,2460	202,5822	0,8518	7,3932	58,4848	599,4771	0,2119	0,8672
Desvio padrão do erro da média	0,0110	0,0128	3,2727	0,0131	0,0743	0,3414	4,3361	0,0059	0,0077
Mediana	1,3000	0,1477	190,3044	1,0000	7,0370	57,2414	579,7101	0,1669	0,8389
Moda	1,0000	0,0972	262,3795	1,0000	7,4706	57,2414	579,7101	0,1669	0,7581
Desvio padrão	0,2259	0,2632	67,4692	0,2695	1,5320	7,0384	89,3910	0,1215	0,1579
Variância	0,0510	0,0693	4552,0985	0,0726	2,3469	49,5385	7990,7565	0,0148	0,0249
Mínimo	1,0000	0,0326	94,6145	0,2500	5,7519	46,5000	444,4444	0,0954	0,5560
Máximo	1,6700	1,4421	358,1379	1,0000	11,1111	81,5579	800,0000	0,7175	1,6254

Fonte: O autor (2021)

7.3 ABORDAGEM POR REGRESSÃO MÚLTIPLA

Outro método usado neste trabalho para estimar o momento último à FLD em vigas mistas de aço e concreto é a regressão múltipla (RM). Este método, como um dos métodos estatísticos mais simples, é capaz de encontrar a relação entre várias variáveis independentes

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

de entrada e uma variável de saída. Nesse método, a soma dos quadrados dos erros entre os valores previstos e reais é minimizada pela execução de uma série de algoritmos iterativos e fornece os melhores coeficientes constantes. No presente estudo, para atingir a função mais adequada, foi utilizado o *software* SPSS (*statistical package for the social science*) e foi realizada uma regressão linear e outra quadrática. De acordo com Tiryaki e Aydin (2014) uma RM pode ser expressa na forma da **Eq. (7.16)**.

$$y = f(c_i \times x_i) \quad (7.16)$$

onde: y é a variável dependente, x_i é a variável independente e c_i é o coeficiente constante. Além disso, f representa a função linear/não linear. As **Tabelas 7.2** e **7.3** mostram as funções consideradas e os coeficientes constantes obtidos, respectivamente.

Tabela 7.2: Modelos baseados em RM para prever o momento último à FLD.

Modelo	Tipo de regressão	Modelos de regressão linear/não linear	EQM	
			Treino	Teste
1	Linear	$a_0 + a_1 C_b + a_2 \rho + a_3 \frac{L}{r_y} + a_4 \frac{a}{L} + a_5 \frac{b_f}{2t} + a_6 \frac{h_w}{t_w} + a_7 \frac{E}{F_y} + a_8 \frac{s}{d}$	0,0062	0,0079
2	Quadrática	$a_0 + a_1 C_b + a_2 \rho + a_3 \frac{L}{r_y} + a_4 \frac{a}{L} + a_5 \frac{b_f}{2t} + a_6 \frac{h_w}{t_w} + a_7 \frac{E}{F_y} + a_8 \frac{s}{d} + a_9 C_b^2 + a_{10} \rho^2 + a_{11} \left(\frac{L}{r_y}\right)^2 + a_{12} \left(\frac{a}{L}\right)^2 + a_{13} \left(\frac{b_f}{2t}\right)^2 + a_{14} \left(\frac{h_w}{t_w}\right)^2 + a_{15} \left(\frac{E}{F_y}\right)^2 + a_{16} \left(\frac{s}{d}\right)^2$	0,1232	0,1058

Fonte: O autor (2021)

Tabela 7.3: Coeficientes constantes obtidos para os modelos considerados no método RM.

Modelo	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	0,7115	0,3016	-0,2490	-0,0003	-0,1594	0,0120	-0,0075	0,0004	0,7668
2	0,7009	-0,1477	-0,6226	-0,0008	-0,2268	0,0315	-0,0122	0,0021	0,4509
Modelo	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	
1	-	-	-	-	-	-	-	-	
2	0,1556	0,3305	0,0000	0,0824	-0,0011	0,0000	0,0000	0,3260	

Fonte: O autor (2021)

Deve-se mencionar que para uma melhor comparação entre os métodos de RNA e RM, os mesmos dados foram usados para treinar e testar os dois métodos. Portanto, dados de treinamento e validação de RNA, equivalentes a 361 valores de dados, foram usados para treinar regressões múltiplas, e 64 valores de dados, idênticos, também foram usados como dados de teste para os dois métodos. Os valores de EQM na **Tabela 7.2** mostram que a função linear fornece maior precisão na previsão do momento último à FLD. Consequentemente, a **Eq. (7.17)** é proposta como a equação final para estimar o momento último à FLD em vigas mistas de aço e concreto, com base no método RM.

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

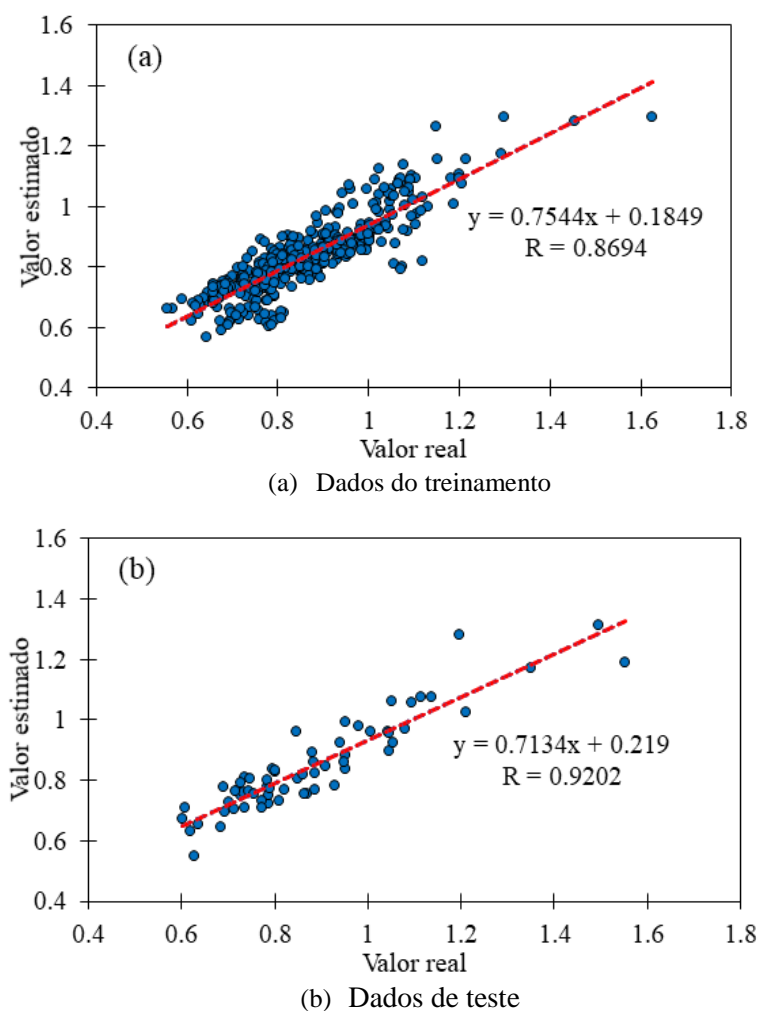
$$M_{u,FLD} = \varphi \cdot M_{pl,mista} \leq M_{pl,mista} \quad (7.17)$$

onde: o parâmetro φ é dado pela Eq. (7.18).

$$\begin{aligned} \varphi = & 0,3016C_b - 0,2490\rho - 0,0003\frac{L}{r_y} - 0,1594\frac{a}{L} + 0,0120\frac{b_f}{2t_f} \\ & - 0,0075\frac{h_w}{t_w} + 0,0004\frac{E}{f_y} + 0,7668\frac{s}{d} + 0,7115 \end{aligned} \quad (7.18)$$

A **Figura 7.4** mostra o poder preditivo da expressão proposta baseada em RM. De acordo com a **Figura 7.4**, a expressão proposta fornece coeficientes de correlação de 0,8694 e 0,9202 para dados de treinamento e teste, respectivamente. Embora o procedimento baseado em RM apresente bom desempenho, trata-se de um método de acurácia inferior a RNA.

Figura 7.4: Resultados de $M_{u,FLD}/M_{pl,mista}$ previstos usando o modelo RM



Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

7.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DOS MODELOS PROPOSTOS

Conforme apresentado nos capítulos 3 e 6, até o momento, várias abordagens foram propostas para estimar o momento último à FLD em vigas mistas de aço e concreto, a **Tabela 7.4** resume os diversos procedimentos estudados ao longo desse trabalho.

Tabela 7.4: Procedimentos analíticos para análise da FLD.

Referência	Formulações	Detalhes
Eurocode 4 – Parte 1-1	$M_{u,dist} = \chi_{LT} M_{pl-C.beam}$ $\chi_{LT} = \left[\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}^2} \right]^{-1} \leq 1$ $\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right]$ $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}}$	Utiliza as mesmas curvas de projeto para análise da FLT em vigas I. Não fornece equação para o cálculo de M_{cr} .
ABNT NBR 8800:2008	$M_{u,dist} = \chi M_{pl-C.beam}$ $\lambda_0 \leq 1.5: \quad \chi = 0.658 \lambda_0^2$ $\lambda_0 > 1.5: \quad \chi = 0.877 / \lambda_0^2$ $\lambda_0 = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}}$	Utiliza a curva 2P da SSRC, a mesma utilizada para análise de compressão em elementos de aço.
AS4100	$M_{u,dist} = \alpha_m \alpha_s M_{pl-beam} \leq M_{pl-beam}$ $\alpha_m = \frac{1.7 M_{m\acute{a}x}}{\sqrt{(M_2)^2 + (M_3)^2 + (M_4)^2}} \leq 2.5$ $\alpha_s = 0.6 \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{M_{pl-beam}}{M_{cr}} \right)^2 + 3 \right]} - \left(\frac{M_{pl-beam}}{M_{cr}} \right) \right\}$ $M_{cr} = \sqrt{\left[\left(\frac{\pi^2 EI_y}{l_e^2} \right) \left[GJ + \left(\frac{\pi^2 EC_w}{l_e^2} \right) \right] \right]}$	Trata-se da mesma formulação utilizada para análise da FLT em vigas I, entretanto, considera algumas condições especiais de restrição
AISC 360-16/ AASHTO (2017)	$L_b \leq L_p \Rightarrow M_{u,dist} = f_y Z_x R_b R_h$ $L_p < L_b \leq L_r \Rightarrow M_{u,dist} = C_b \left[1 - \left(1 - \frac{0.7 f_y}{R_h f_y} \right) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] R_b R_h f_y W_x$ $L_b > L_r \Rightarrow M_{u,dist} = M_{cr} = W_x \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2} \sqrt{1 + 0.0779 \frac{J}{W_x d} \left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2}$	Praticamente a mesma formulação para análise da FLT, entretanto, alguns parâmetros adicionais são fornecidos pela AASHTO
Zhou e Yan (2017)	$M_{u,dist} = \phi_{PR} M_{pl-C.beam}$ $\phi_{PR} = 1.56 - 0.58 \lambda_{PR} \leq 1.0$ $\lambda_{PR} = 0.09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0.2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.4} \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.6} (1.5 + \rho)^{0.5}$ $\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2 A_f f_f)}$	Formulação proposta com base em análise numérica. Entretanto, apenas para o caso de momento uniforme
Bradford (2000)	$M_{u,dist} = 0.6 \left\{ \sqrt{\lambda_B^4 + 3} - \left(\lambda_B^2 \right) \right\} M_{pl-beam} \leq M_{pl-beam}$ $\lambda_B = \sqrt{\frac{M_{pl-beam}}{M_o}} = 0.02 \left(\frac{L}{r_{fc,y}} \right)^{0.5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0.5}$	Formulação proposta por meio de adaptação do procedimento da norma australiana

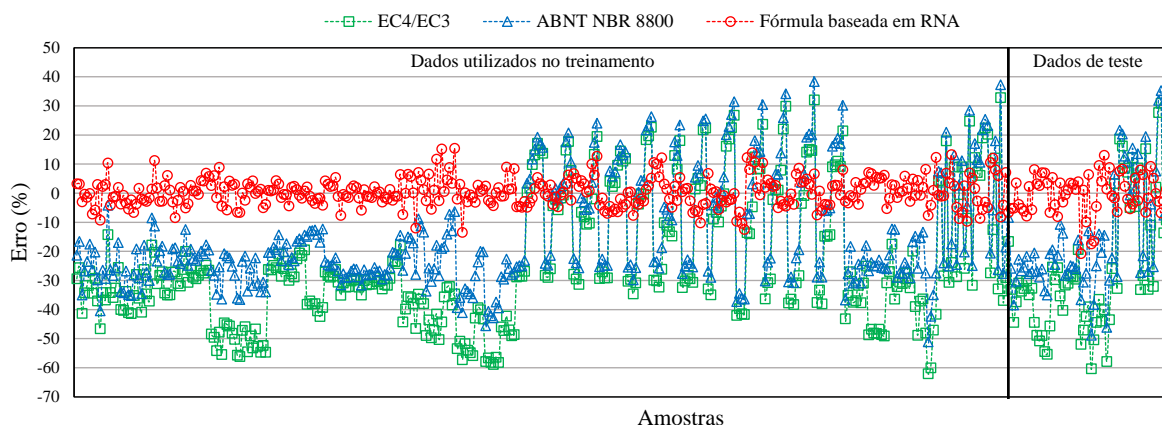
Fonte: O autor (2021)

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

Assim, nesta seção, o desempenho dos procedimentos analíticos existentes será avaliado e comparado com o desempenho das expressões propostas no presente estudo. Para este propósito, para todos os modelos de vigas mistas de aço e concreto estudados neste trabalho (análise numérica), o momento último à FLD ($M_{u,FLD}$) foi calculado com base nas equações fornecidas pelo Eurocode 4, NBR 8800:2008, AS 4100:1998 (R2016) e AISC 360-16/AASHTO (2017), bem como as equações fornecidas por Zhou e Yan (2017) e Bradford (2000) e, as expressões propostas neste trabalho.

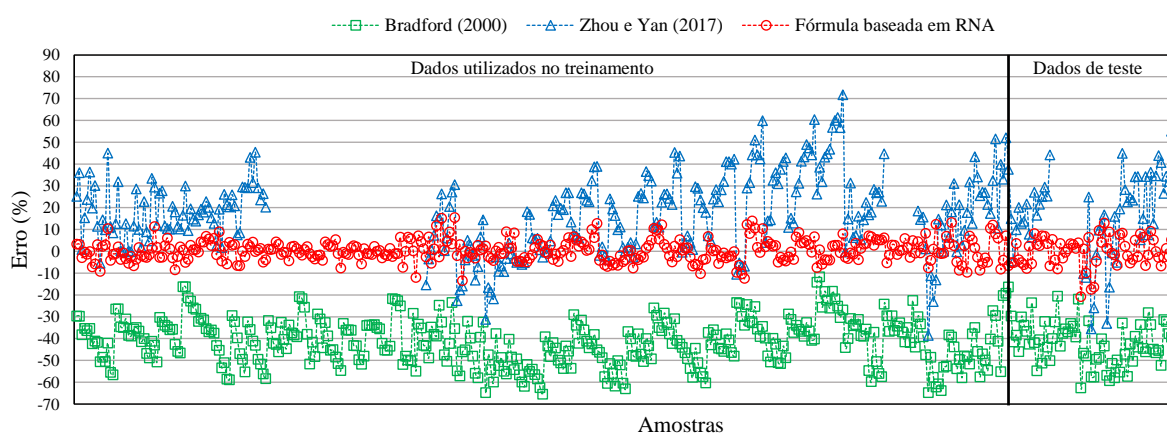
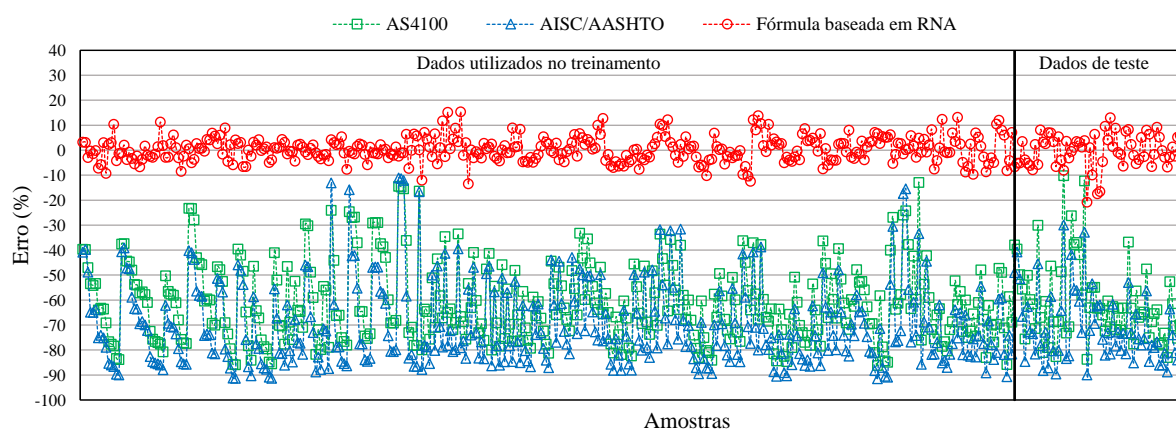
As **Figuras 7.5 e 7.6** mostram uma comparação entre a porcentagem de erros obtida em relação aos procedimentos analíticos existentes e as formulações baseadas em RNA e RM quando comparados com os valores de momento último à FLD obtidos com os 425 modelos numéricos. Como pode ser visto nas **Figuras 7.5 e 7.6**, as fórmulas apresentadas neste trabalho são capazes de prever o momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto com uma precisão muito maior do que as outras equações, como é evidente nos conjuntos de dados de treinamento e teste. O bom desempenho das expressões fornecidas no presente trabalho é particularmente significativo no caso de dados de teste, pois os dados de teste não tiveram qualquer papel no desenvolvimento das expressões e foram usados de forma independente apenas para testar as expressões obtidas. Deve-se observar que, conforme mencionado anteriormente, os conjuntos de dados de treinamento e validação foram envolvidos no processo de treinamento da rede e foram considerados como um conjunto de dados nas avaliações.

Figura 7.5: Comparação entre fórmula baseada em RNA e outros procedimentos



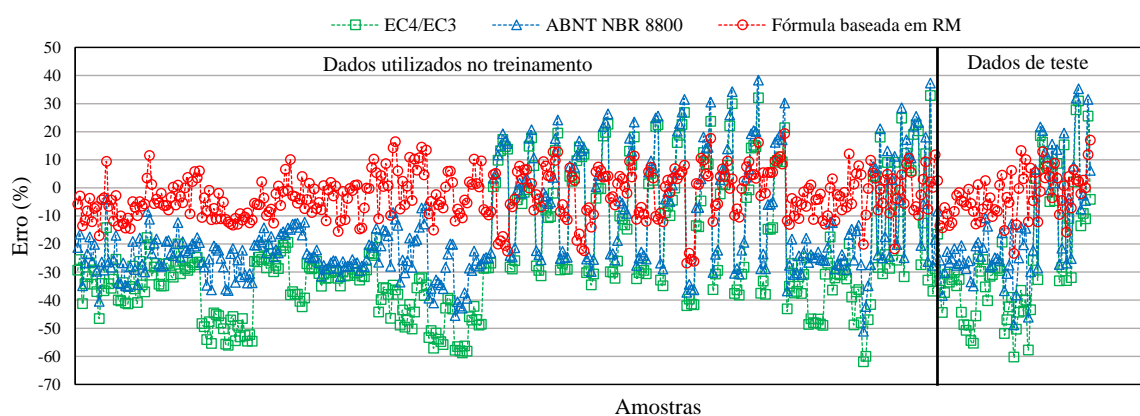
(a)

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

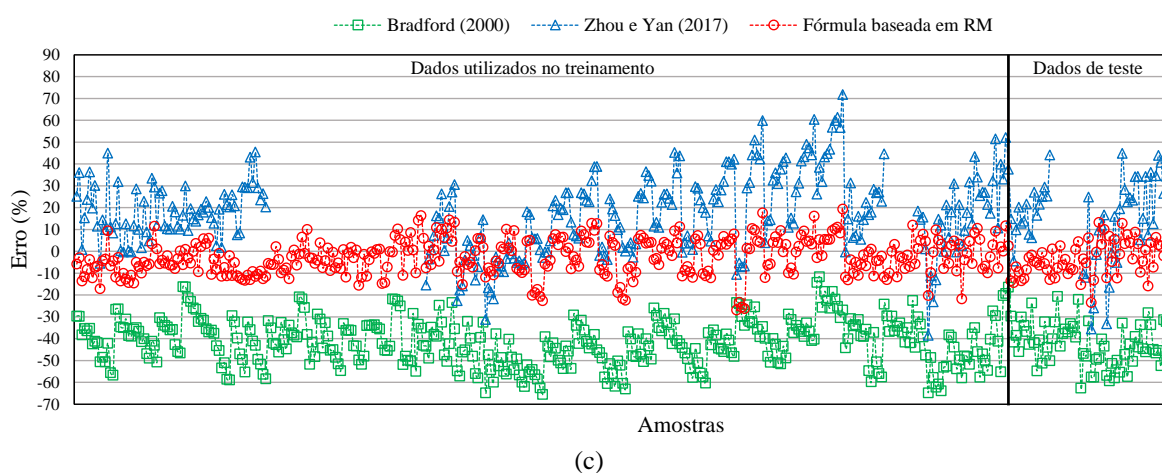
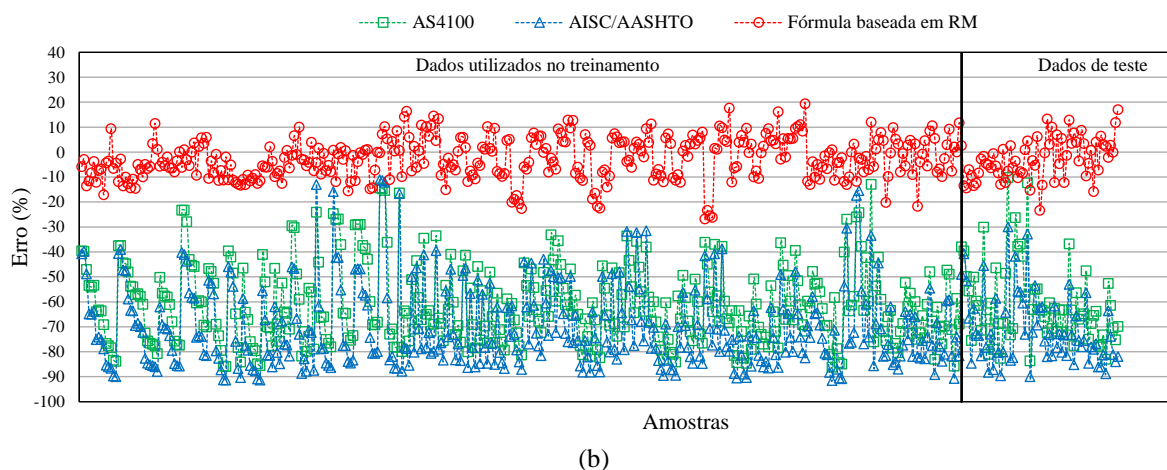


Fonte: O autor (2021)

Figura 7.6: Comparação entre fórmula baseadas em RM e outros procedimentos



CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD



Fonte: O autor (2021)

Além disso, como pode ser observado nas **Figuras 7.5 e 7.6**, as formulações apresentadas pelas normas Australiana e Americana, bem como a formulação proposta por Bradford (2000), oferecem uma abordagem completamente conservadora, enquanto a formulação proposta por Zhou e Yan (2017) oferece mais resultados não conservadores do que outras. Deve-se notar também que a fórmula de Zhou e Yan (2017) foi proposta apenas para a distribuição de momento uniforme e, portanto, para as outras distribuições, os resultados desta fórmula foram omitidos.

A **Tabela 7.5** mostra os parâmetros de desempenho dos diferentes métodos na estimativa do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Como fica claro na tabela, a melhor previsibilidade é fornecida pelas expressões apresentadas no presente trabalho. A expressão baseada em RNA forneceu valores de EQM de 0,0018 no conjunto de dados de treinamento e 0,0050 no conjunto de dados de teste, tendo o melhor desempenho. Em seguida, vem a expressão baseada em RM com valores de EQM de 0,0062 no conjunto de dados de treinamento e 0,0079 no conjunto de dados de teste. Além disso, os resultados dessas duas fórmulas também fornecem coeficientes de correlação excelentes, a fórmula RNA fornece

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

valores R de 0,9591 e 0,9354 e a fórmula MR fornece valores R de 0,8694 e 0,9202 para os conjuntos de dados de treinamento e teste, respectivamente.

Tabela 7.5: Desempenho preditivo relacionado a diferentes formulações.

Método	Dados usados no treinamento			Dados usados no teste		
	R	EQM	Percentual de casos com erro menor que 10%	R	EQM	Percentual de casos com erro menor que 10%
RNA	0,9591	0,0018	93,91	0,9354	0,0050	93,75
RM	0,8694	0,0062	74,79	0,9202	0,0079	71,88
EC4/EC3	-0,0074	0,0920	13,30	0,0547	0,1149	14,06
NBR 8800	0,0995	0,0498	14,40	0,2647	0,0630	14,06
AS4100	0,4882	0,2988	0,00	0,6058	0,3081	0,00
AISC/AASHTO	0,4140	0,3927	0,00	0,6843	0,4017	0,00
Bradford (2000)	0,5771	0,1455	0,00	0,6488	0,1617	0,00
Zhou e Yan (2017)	0,3456	0,0345	22,71	0,4899	0,0463	15,63

Fonte: O autor (2021)

Outro parâmetro considerado para avaliar o desempenho das fórmulas propostas é o percentual de casos com erro inferior a 10% quando comparadas aos resultados da análise numérica. Conforme apresentado na **Tabela 7.5**, para as fórmulas baseadas em RNA e RM, mais de 90% e mais de 70% dos dados tiveram um erro de menos de 10%, respectivamente. Pode-se verificar também, na **Tabela 7.5**, que as fórmulas apresentadas por Zhou e Yan (2017) e pelos códigos brasileiro e europeu, embora não estabeleçam uma boa correlação entre os valores previstos e reais (numéricos), apresentam um melhor desempenho entre as demais fórmulas apresentadas anteriormente e, portanto, menores erros.

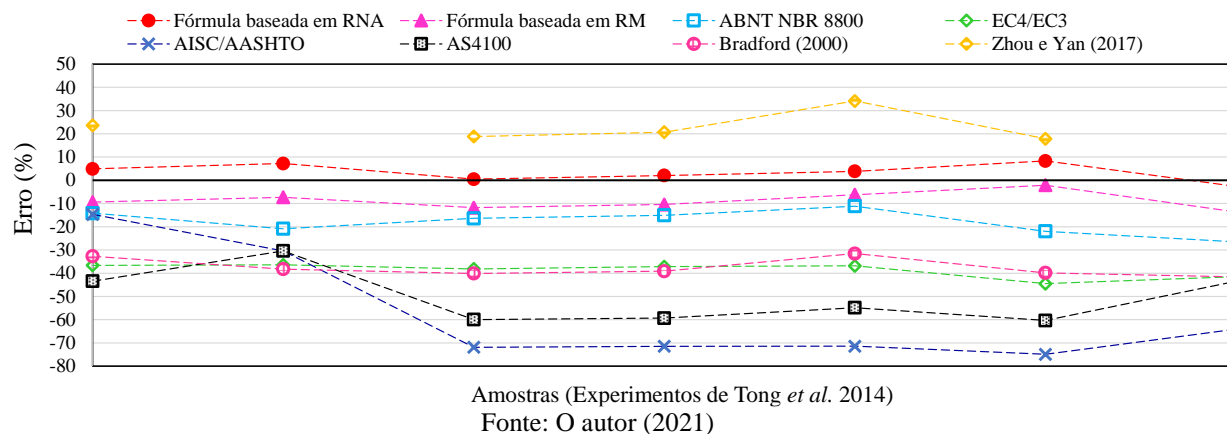
Para também avaliar o desempenho das expressões propostas neste trabalho as equações baseadas em RNA e RM foram utilizadas para prever o momento último à FLD das vigas mistas de aço e concreto ensaiadas experimentalmente por Tong *et al.* (2014). No total, Tong *et al.* (2014) ensaiaram sete vigas mistas de aço e concreto, cinco com distribuição uniforme de momento fletor negativo (configuração 1-1) e duas vigas mistas com distribuição de momento fletor negativo linear com configuração 1-0. A **Figura 7.7** apresenta o valor do erro na comparação entre os resultados experimentais e as previsões obtidas pelas fórmulas propostas nesse trabalho e, com os procedimentos analíticos existentes.

Analisando os resultados da **Figura 7.7** verifica-se que a formulação baseada em RNA, proposta no presente trabalho, foi a formulação que melhor estimou o momento último à FLD dos experimentos desenvolvidos por Tong *et al.* (2014). Por sua vez, a formulação baseada em RM também forneceu excelente estimativa, além disso, para todas as sete amostras, essa formulação proporcionou resultados conservadores. Assim, apesar da formulação em RNA ter, no geral, maior acurácia na estimativa do momento último à FLD, suas expressões são menos práticas que as apresentadas na formulação baseada em RM. Portanto, considerando a maior

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

simplicidade das expressões obtidas por meio de RM, e sua boa capacidade preditiva, elege-se a expressão desenvolvida por RM como mais prática para o meio profissional.

Figura 7.7: Comparação entre os resultados experimentais de Tong *et al.* (2014) e formulações



Ainda em relação a **Figura 7.7**, é verificado que o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 foi o procedimento normativo que melhor estimou o momento último à FLD das sete vigas ensaiadas por Tong *et al.* (2014). Essa condição mostra que a adoção da curva de projeto 2P da SSRC (*Structural Stability Research Council*) é uma boa opção da análise da FLD em vigas mistas de aço e concreto. Além disso, nota-se que os procedimentos da AISC 360-16/AASHTO (2017) e da norma Australiana AS4100:1998 (R2016) forneceram as piores estimativas do valor de momento último à FLD.

Para uma análise geral do comportamento de todos os procedimentos analíticos utilizados para a estimativa do momento último à FLD, apresenta-se a **Tabela 7.6**. A **Tabela 7.6** fornece os valores da média, desvio padrão e variância da razão ($M_{u,dist}/M_{MEF}$) para os 475 resultados de momento último à FLD obtidos por meio de análise numérica com o software ABAQUS. Os valores de momento último ($M_{u,dist}$) foram determinados pelos seguintes procedimentos: NBR 8800:2008, EC4, AISC 360-16/AASHTO (2017), AS4100:1998 (R2016), Bradford (2000), Zhou e Yan (2017) e pelas duas formulações apresentadas nesse trabalho.

Tabela 7.6: Valores estatísticos da relação ($M_{u,dist}/M_{MEF}$).

Valores estatísticos	NBR	EC4	AISC/AASHTO	AS4100	Bradford (2000)	Zhou e Yan (2017)	RNA	RM
Média	0,85	0,76	0,30	0,39	0,59	1,18	1,01	0,98
Desvio padrão	0,19	0,22	0,16	0,16	0,11	0,18	0,05	0,09
Variância	0,034	0,048	0,025	0,025	0,011	0,011	0,002	0,007

Fonte: O autor (2021)

Como pode ser observado na **Tabela 7.6**, dentre os procedimentos normativos, a norma brasileira fornece os melhores resultados para análise da FLD. Dentre os procedimentos desenvolvidos no presente trabalho, o valor médio da razão ($M_{u,dist}/M_{MEF}$) foi de 1,01 e 0,98 para as propostas baseadas em RNA e RM, respectivamente. Essa análise, mostra, mais uma

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

vez, a boa capacidade preditiva das expressões desenvolvidas. Por fim, a **Tabela 7.7** apresenta um comparativo qualitativo das formulações desenvolvidas nesse trabalho.

Tabela 7.7: Comparação entre as formulações apresentadas.

Tipo de formulação	Expressões	Comentários	
Baseada em RNA	$M_{u,FLD} = \psi \cdot M_{pl,mista} \leq M_{pl,mista}$ $\psi = \frac{-4,4666}{1 + e^{-\beta_1}} + \frac{0,7073}{1 + e^{-\beta_2}} + \frac{8,8029}{1 + e^{-\beta_3}} - 3,4896$ $\beta_1 = -4,4992C_b + 5,5126\rho + 0,0004 \frac{L}{r_y} - 0,1099 \frac{a}{L} - 0,3691 \frac{b_f}{2t_f} + 0,0276 \frac{h_w}{t_w} - 0,0006 \frac{E}{F_y} - 2,2382 \frac{s}{d} + 8,7692$ $\beta_2 = 7,5895C_b - 2,9056\rho - 0,0049 \frac{L}{r_y} - 0,9576 \frac{a}{L} + 0,7772 \frac{b_f}{2t_f} - 0,1023 \frac{h_w}{t_w} - 0,0136 \frac{E}{F_y} - 10,5872 \frac{s}{d} + 4,7419$ $\beta_3 = -2,3791C_b + 0,7921\rho + 0,0002 \frac{L}{r_y} - 0,0637 \frac{a}{L} - 0,2094 \frac{b_f}{2t_f} + 0,0155 \frac{h_w}{t_w} + 0,0049 \frac{E}{F_y} + 3,6963 \frac{s}{d} + 2,1896$	<p>Apresenta maior acurácia quando comparada a expressão baseada em RM. Quando o valor predito por essa formulação é comparado com os resultados numéricos verificou-se que mais de 93% dos resultados fornecerem erros inferior a 10%. Apesar de ser uma formulação mais simples que a de procedimentos normativos ainda é relativamente complexa.</p>	
	Baseada em RM	$M_{u,FLD} = \varphi \cdot M_{pl,mista} \leq M_{pl,mista}$ $\varphi = 0,3016C_b - 0,2490\rho - 0,0003 \frac{L}{r_y} - 0,1594 \frac{a}{L} + 0,0120 \frac{b_f}{2t_f} - 0,0075 \frac{h_w}{t_w} + 0,0004 \frac{E}{f_y} + 0,7668 \frac{s}{d} + 0,7115$	<p>Apresenta boa previsão do valor de momento último quando comparada com os resultados obtidos por simulação numérica ou experimentos. Quando o valor predito por essa formulação é comparado com os resultados numéricos verificou-se que mais de 74% dos resultados fornecerem erros inferior a 10%. Melhores previsões que aquelas obtidas por procedimentos normativos. É de fácil aplicação para o meio técnico.</p>

Fonte: O autor (2021)

7.5 SÍNTESE E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram desenvolvidas duas formulações para a determinação do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Como síntese e conclusão do capítulo, pode ser afirmar que:

- Os modelos analíticos apresentados neste trabalho tiveram como base para sua formulação 475 modelos numéricos analisados no estudo paramétrico por meio do *software* ABAQUS;
- Foram considerados para o desenvolvimento das formulações os seguintes parâmetros adimensionais: o fator de modificação de distribuição de momento fletor não uniforme da FLT (C_b), a razão ρ , a esbeltez global da viga (L/r_y), a razão entre a distância dos enrijecedores transversais e o comprimento da viga (a/L), a esbeltez da

CAPÍTULO 7. MODELO ANALÍTICO PARA VERIFICAÇÃO DA FLD

mesa ($b_f/2t_f$), a esbeltez da alma (h_w/t_w), a razão entre o módulo de elasticidade e a resistência ao escoamento do aço (E/f_y), bem como a razão entre a distância do centro da armadura longitudinal à mesa superior da seção I e a altura total da seção de aço (s/d);

- As formulações foram desenvolvidas por meio de redes neurais artificiais (RNA) e uma regressão múltiplo parâmetros (RM).
- Os resultados de momento último à FLD obtidos por meio das duas formulações propostas foram comparados com os valores obtidos por meio da simulação numérica realizada com os modelos do estudo paramétrico. A previsão das duas formulações foi muito boa comparada aos resultados numéricos. Essa comparação também foi realizada considerando os procedimentos normativos e analíticos disponíveis na literatura;
- Também foi realizada uma comparação entre os resultados de momento último à FLD previstos pelas formulações desse trabalho e os resultados experimentais de Tong *et al.* (2014). Ambas as formulações, RNA e RM, mostram excelente concordância, diferentemente dos procedimentos normativos e demais procedimentos analíticos;
- Considerou-se a expressão desenvolvida por RM como a mais prática para o meio profissional, sendo também, de elevada acurácia.

CAPÍTULO 8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após os objetivos propostos para o desenvolvimento deste trabalho serem atingidos, apresenta-se neste capítulo as considerações finais. São apresentadas as principais conclusões obtidas com o desenvolvimento das investigações realizadas e, também, a sugestão de trabalhos futuros, função das investigações que ainda podem ser desenvolvidas a respeito da FLD em vigas mistas de aço e concreto.

8.1 CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido se propôs a analisar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto sob a ação de momento fletor negativo, dando ênfase a flambagem lateral com distorção (FLD). Assim, inicialmente, foi realizada uma extensa revisão bibliográfica acerca do tema. Por meio dessa revisão bibliográfica foi possível verificar a necessidade de investigações adicionais sobre o assunto, visto grandes divergências entre as metodologias adotadas por procedimentos analíticos e divergências entre resultados numéricos e/ou experimentais quando comparados com esses procedimentos. O desenvolvimento das investigações a respeito da FLD em vigas mistas de aço e concreto foi fundamentado no desenvolvimento de um modelo numérico. No desenvolvimento do modelo numérico, buscou-se representar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto da forma mais real possível. Para isso, foram consideradas imperfeições de caráter físico e geométrico, a correta representação do comportamento misto por meio da modelagem dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça e, relações constitutivas que representassem o comportamento não linear dos materiais. Com o correto desenvolvimento e validação do modelo numérico, passou-se a investigar a influência dos seguintes parâmetros sobre a FLD de vigas mistas de aço e concreto: seção transversal do perfil; comprimento do vão sob momento fletor negativo; influência da laje alveolar quando comparada a laje maciça, altura da laje de concreto, taxa de armadura longitudinal; a presença de enrijecedores transversais na alma do perfil e; a influência da forma de distribuição de momento fletor negativo (distribuição uniforme e distribuições lineares) na capacidade

CAPÍTULO 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

resistente à FLD. Por fim, após o desenvolvimento do estudo paramétrico, propôs-se o desenvolvimento de procedimentos analíticos para a correta determinação do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Neste contexto, é possível delinear as seguintes conclusões com o desenvolvimento de presente trabalho:

- A metodologia utilizada para o desenvolvimento do momento numérico forneceu resultados que representam o comportamento de vigas mistas de aço e concreto sob momento fletor negativo. A diferença entre o modelo numérico desenvolvido e os resultados experimentais de Tong *et al.* (2014) foram inferiores a 3%;
- A comparação dos resultados da análise numérica de estabilidade elástica (*buckling*) com os valores do momento crítico elástico obtidos pelos procedimentos analíticos mostrou que as principais metodologias são limitadas na determinação do momento crítico elástico à FLD. A proposta de Roik *et al.* (1990), no “*caso completo*” foi o modelo analítico que mais se aproximou dos resultados numéricos;
- A altura da laje teve uma influência significativa nos resultados da análise de estabilidade elástica. Com o aumento da altura da laje e, conseqüentemente, da distância entre o centroide da armadura longitudinal e o centroide da seção I, houve um aumento do momento crítico elástico. Um aumento de 25% da altura da laje ocasionou, em média, um aumento de 9,4% no valor do momento crítico elástico. Para um aumento de 58% na altura da laje, o valor do momento crítico se elevou em média 24%. Essa situação também foi verificada em relação ao momento último à FLD, ou seja, o aumento da altura da laje de concreto levou a um aumento considerável do momento último à FLD. Esses aumentos foram, em média, de 15% e 32%, considerando um aumento na altura da laje de 25% e 58%, respectivamente.
- Na análise de estabilidade elástica, os resultados de momento crítico elástico obtidos para os modelos com lajes alveolares pré-fabricadas foram superiores aos obtidos com os modelos com lajes maciças. Esta situação não se repetiu em relação ao momento último obtido na análise numérica de pós-flambagem. Situação que mostra pouca influência da tipologia da laje na análise do fenômeno da FLD.
- Os resultados obtidos com os modelos com enrijecedores indicam que esses elementos influenciam consideravelmente o valor de momento último à FLD. No caso das vigas mistas solicitadas por momento negativo uniforme, houve um aumento na capacidade resistente à FLD à medida que o espaçamento entre os enrijecedores foi reduzido. Este aumento na capacidade resistente à FLD ocorreu devido ao fato de que a presença de

CAPÍTULO 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

enrijecedores reduzem a distorção da alma, evitando a ocorrência da FLD. Para vigas solicitadas em momento fletor negativo com distribuições lineares a contribuição dos enrijecedores é reduzida, pois, em muitos casos, a FLD ocorre simultaneamente com modos de instabilidade local, ou a seção I atingiu a plastificação total;

- Nos modelos em que as vigas são solicitadas por distribuições lineares de momentos negativos foi verificado, em muitos casos, que o comportamento plástico do elemento ocorre antes de qualquer fenômeno de instabilidade. Portanto, nesta situação, a FLD não é o modo de falha determinante;
- O aumento da área da armadura longitudinal presente na laje de concreto provoca um pequeno aumento na resistência à FLD. Para um aumento de 244% na área da armadura longitudinal, houve apenas um aumento de cerca de 7,8% no valor do momento último à FLD;
- Verificou-se que para os modelos com aço de maior resistência ao escoamento (f_y) a FLD ocorre para valores de momento último inferiores ao momento de plastificação da seção mista, ou seja, quanto maior a resistência ao escoamento do aço, menores são as chances de a seção mista atingir o momento plástico, sendo a FLD o modo de falha predominante;
- Comparando os valores de momento último calculado pelas normas ABNT NBR 8800:2008, AISC 360-16 /AASHTO 2017, AS4100:1998-R2016/AS/NZS2327-2017 e EC4, a norma brasileira foi aquela com resultados mais próximos dos valores de momento último obtidos numericamente. Esta situação mostra que a adoção da curva de dimensionamento “2P” do SSRC é a melhor opção para a verificação da FLD em vigas mistas de aço e concreto, embora ainda seja conservadora;
- Os procedimentos normativos, para análise da FLD, fundamentados nas clássicas teorias da FLT para vigas parcialmente restritas produzem resultados imprecisos, pois o modelo de análise é baseado em suposições inadequadas. Esta situação mostra a limitação dos procedimentos norte-americanos (AISC 360-16 e AASHTO 2017) e australianos (AS4100:1998-R2016 e AS/NZS2327-2017) na determinação do momento último à FLD;
- Foi verificado um comportamento distinto dos procedimentos normativos, em função da variação da área da armadura longitudinal, quando comparado aos valores de momento último obtido pelas análises numéricas. Para uma taxa de armadura longitudinal que se aproxima de situações práticas (barras de 8 mm), os procedimentos

CAPÍTULO 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

normativos mostraram-se consideravelmente conservadores. À medida que a área da armadura longitudinal na largura efetiva da laje de concreto é aumentada, o comportamento dos procedimentos normativos é alterado.

- O procedimento de Bradford (2000), apesar de fornecer melhores resultados quando comparado as normas australiana e americana, é conservador na estimativa do momento último à FLD. Já o procedimento de Zhou e Yan (2017), apesar de apresentar maior acurácia, em algumas situações superestima o valor do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto;
- O desenvolvimento das formulações propostas no presente trabalho levou em consideração todos os parâmetros analisados no estudo paramétrico. As equações propostas mostraram uma elevada capacidade preditiva do valor de momento último à FLD comparado aos resultados obtidos com as simulações numéricas no *software* ABAQUS. Além disso, as duas formulações apresentadas, uma fundamentada em redes neurais artificiais e outra em uma regressão múltiplo parâmetro, também foram capazes de prever com elevada acurácia os valores de momento último à FLD de sete vigas mistas de aço e concreto ensaiadas experimentalmente por Tong *et al.* (2014);
- As formulações apresentadas são de fácil aplicação, visto que, não necessitam da determinação de um momento crítico elástico à FLD e, suas variáveis são unicamente propriedades geométricas da seção transversal da viga mista e características mecânicas dos materiais utilizados;
- Dentre as duas equações propostas, têm-se que a formulação baseada em regressão múltiplo parâmetro é de aplicação mais prática ao meio profissional, e é mais representativa no cálculo do momento último à FLD do que procedimentos normativos.

Assim, é possível concluir, de forma geral, que os procedimentos normativos para análise da FLD em vigas mistas de aço e concreto apresentam limitações na representação do fenômeno. As investigações desenvolvidas nesse trabalho contribuem para o melhor entendimento do comportamento de vigas mistas de aço e concreto sob momento fletor negativo. E, as formulações apresentadas são uma alternativa para a estimativa do momento último à FLD em vigas mistas de aço e concreto.

8.2 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Para a complementação das investigações realizadas no presente estudo, verifica-se a possibilidade do desenvolvimento de trabalhos futuros com as seguintes abordagens:

- Investigação experimental de vigas mistas de aço e concreto sob ação de momento fletor negativo;
- Análise do comportamento de ligações vigas-colunas no que se refere ao surgimento de momento fletor negativo, levando em consideração sua rigidez e sua capacidade na restrição de deslocamentos e distorções do perfil I;
- Investigação do comportamento de vigas mistas de aço e concreto sob ação de momento fletor negativo em elevadas temperaturas;
- Desenvolvimento de análise numéricas que considerem outras formas de distribuição de momento fletor negativo ao longo do vão da viga mista;
- Verificação da confiabilidade das formulações propostas no presente trabalho.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

ADAWI, A.; YOUSSEF, M. A.; MESHALY, M. E. Experimental investigation of the composite action between hollowcore slabs with machine-cast finish and concrete topping. **Engineering Structures**, v. 91, p. 1–15, 2015.

ADAWI, A.; YOUSSEF, M. A.; MESHALY, M. E. Finite element modeling of the composite action between hollowcore slabs and the topping concrete. **Engineering Structures**, v. 124, p. 302–315, 2016.

ALMEIDA, A.C.B., **Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais.

ALPSTEN, G. A. **Thermal residual stresses in hot-rolled steel members (Residual stresses in thick welded plates)**. n. December, 1968.

ALPSTEN, G., **Prediction of thermal residual stresses in hot-rolled plates and shapes of structural steel**, Swedish Inst. Of Steel Const. Rep. 16.4., 1972b.

ALPSTEN, G. A.; TALL, L. Residual Stresses in Heavy Welded Shapes. **Welding Journal, res. Supl.**, v. 49, n. 3, p. 93–105, 1970.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - **ABNT NBR 8800**. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

AMARAL, T. V. **Avaliação da Influência da Distribuição de Momentos Fletores no Momento Crítico Elástico à Flambagem Lateral com Distorção de Vigas Mistas Contínuas**. 2016. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE AND HIGHWAY TRANSPORTATION OFFICIALS. (AASHTO) (2017), **AASHTO LRFD Bridge Design Specifications**, 8th ed. with 2017 Interim Provisions, AASHTO, Washington, DC.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION ANST/AISC - **AISC 360-16**: Specification for Structural Steel Buildings. Chicago, EUA, 2016.

ARAÚJO, D. DE L. et al. Headed steel stud connectors for composite steel beams with precast hollow-core slabs with structural topping. **Engineering Structures**, v. 107, p. 135–150, 2016.

BALLIO, G.; MAZZOLANI, F. M. **Theory and design of steel structures**. London, Chapman and Hall, 1983.

BARAN, E. Effects of cast-in-place concrete topping on flexural response of precast concrete hollow-core slabs. **Engineering Structures**, v. 98, p. 109–117, 2015.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEHNAM, H.; KUANG, J. S.; SAMALI, B. Parametric finite element analysis of RC wide beam-column connections. **Computers & Structures**, v. 205, p. 28–44, ago. 2018.
- BEZERRA, E. M. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte.
- BJORHOVDE, R., Columns: from theory to practice. **Engineering Journal** (AISC), Vol. 25, No. 1, 1st Quarter, p. 21-34, 1988.
- BJORHOVDE, R.; BROZZETTI, J. ; ALPSTEN, G. A. ; TALL, L. Residual stresses in thick welded plates. **Welding Journal** (AWS), Vol.51, No. 51, p. 329-405, 1972.
- BONO, G.F.F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia). Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- BRADFORD, M. A. Inelastic Distortional Buckling of I Beams. **Computers and Structures**, v. 24, n. 6, p. 923–933, 1986.
- BRADFORD, M. A. Distortional buckling of elastically restrained cantilevers. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 47, n. 1–2, p. 3–18, ago. 1998.
- BRADFORD, M. A. Lateral-distortional buckling of continuously restrained columns. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 42, n. 2, p. 121–139, maio 1997.
- BRADFORD, M. A. Strength of compact steel beams with partial restraint. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 53, n. 2, p. 183–200, 2000.
- BRADFORD, M.A.; KEMP, AR. Buckling in continuous composite beams. **Progress in Structural Engineering and Materials**, v.2, p 169-178, 2000.
- BRADFORD, M. A.; GAO, Z., Distortional buckling solutions for continuous composite beams. **J. Struct. Engino, ASCE**, v. 118(1), p.73-89. 1992.
- BRADFORD, M. A.; JOHNSON, R. P. **Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports**. n. May, p. 143–159, 1987.
- BRADFORD, M. A.; RONAGH, H. R. Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 12, p. 1631–1637, dez. 1997.
- BS 5400 - BRITISHSTANDARDS. **Steel, concrete and composite bridges: code of practice for design of steel bridges**. BSI, London, 1985, BS5400, Part 3
- CARREIRA, D.; CHU, K. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression. **ACI Journal Proceedings**, v. 82, n. 6, 1985.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Tension. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 83, n. 1, p. 21–28, 1986.
- CAUDILL, M.; BUTLER, C. Understanding Neural Networks - Vol.1: Basic Networks, Vol.2: **Advanced Networks**. Bradford Books, MIT Press, 1992.
- CHEN, S. **Instability of composite beams in hogging bending**. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1992.
- CHEN, W.F.; HAN, D.J. **Plasticity for structural engineers**. Springer-Verlag New York Inc., New York, 1988.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHEN, W.F.; LUI, E. M. **Structural Stability: Theory and Implementation**. Elsevier, 1987.
- CHEN, S.; JIA, Y. Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Thin-Walled Structures**, v. 48, n. 3, p. 233–242, 2010.
- CHEN, S.; WANG, X. Finite element analysis of distortional lateral buckling of continuous composite beams with transverse web stiffeners. **Advances in Structural Engineering**, v. 15, n. 9, p. 1607–1616, 2012.
- CHEN, W.; YE, J. Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric i-beams. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 10, n. 05, p. 983–1016, 30 dez. 2010.
- CHI, Y. et al. Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, v. 148, p. 23–35, 2017.
- COUTO, C.; VILA REAL, P. A proposal based on the effective section factor for the lateral-torsional buckling of beams with slender I-shaped welded sections. **Thin-Walled Structures**, v. 145, p. 106389, dez. 2019a.
- COUTO, C.; VILA REAL, P. Numerical investigation on the influence of imperfections in the lateral-torsional buckling of beams with slender I-shaped welded sections. **Thin-Walled Structures**, v. 145, p. 106429, dez. 2019b.
- DANIELS, J. H.; FISHER, J. W. Static behavior of continuous composite beams, March 1967. **Fritz Laboratory Reports**, v. Paper 257, n. March, 1967.
- DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS v6.12; 2012.
- DAVISON, J. H.; LONGWORTH, J. **Composite Beams in Negative Bending**. n. 20, 1969.
- DEKKER, N. W.; KEMP, A. R.; TRINCHERO, P. Factors influencing the strength of continuous composite beams in negative bending. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 34, n. 2–3, p. 161–185, jan. 1995.
- DIAS, J. V. F. et al. Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 19, n. 07, p. 1950079, 26 jul. 2019.
- DUVAUT, G.; LIONS, J. L. **Inequalities in Mechanics and Physics**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1976. v. 219
- DWIGHT, J. B. E WHITE, J. D., **Prediction of weld shrinkage stresses in plate structures**. Preliminary Report, 2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures, ECCS – IABSE, Liège, Bélgica, pp. 31-37, 1977.
- EARLS, C. J. Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 51, n. 2, p. 147–175, 1999.
- ECCS – **European Convention for Constructional Steelwork**. Committee 8. Manual on the stability of steel structures- 2a. ed., 1976.
- ECCS - **European Convention for Constructional Steelwork**. Ultimate Limit State Calculations of Sway Frames with Rigid Joints. No. 33, 1984

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

EL-LOBODY, E.; LAM, D. **Modelling of headed stud in steel-precast composite beams**. v. 2, n. 5, p. 355–378, 2002.

EL-LOBODY, E.; LAM, D. **Finite Element Analysis of Steel-Concrete Composite Girders**. v. 6, n. 4, p. 267–281, 2003.

EUROCODE 2. EN 1992-1-1: 2004 - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).

EUROCODE 3. EN 1993-1-1: 2005 - Design of Steel Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings – Eurocode 3, 2005.

EUROCODE 4. EN 1994-1-1:2004. Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994).

FAN, C. K. R. **Buckling in continuous composite beams**. [s.l.] University of Warwick, 1990.

FARIAS R.S. **Estudo Teórico-Experimental do Efeito da Laje na Transferência de Forças em Ligações Viga-Pilar Misto Preenchido**, 1998. Dissertação (Mestrado), Universidade de São Paulo.

GALAMBOS, T.V. **Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures**, 4^o Ed., A. Wiley – Interscience, 1988.

GALAMBOS, T. V.; KETTER, R. L. Columns under combined bending and thrust. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 85, n. EM2, p. 1–30, 1959.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, v. 98, p. 38–48, 2015.

GHOLIZADEH S.; PIRMOZ A.; ATTARNEJAD R. Assessment of load carrying capacity of castellated steel beams by neural networks. **J Constr Steel Res**, v. 67, p. 770–9, 2011.

GIZEJOWSKI, M. A.; KHALIL, W. A. S. **Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected To Hogging Bending**. n. 1, p. 839–846, 2010.

GOLTERMANN, P.; SVENSSON, S. E. Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress. **Journal of Structural Engineering**, v. 114, n. 7, p. 1606–1625, jul. 1988.

GOMES, C. A. B. **Resistência a compressão de perfis H laminados de abas paralelas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP. Ouro Preto.

GUO, F.; ZHOU, S.; JIANG, L. **Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region**. v. 2015, 2015.

GUZELBEY I.H; CEVIKB A; GOGUS M.T. Prediction of rotation capacity of wide flange beams using neural networks. **J Constr Steel Res**, v. 62, p. 950–61, 2006.

HAGAN, M.T., MENHAJ, M.B., Training feed forward networks with the Marquardt algorithm, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 5, No. 6, pp. 861-867, 1994.

HANSWILLE, G., LINDNER, J., & MÜNICH, D. Lateral Torsional Buckling of Composite Beams (em alemão). **Stahlbau**, v. 67, pp. 525-535, 1998.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HE, J. et al. Experimental study on inelastic mechanical behaviour of composite girders under hogging moment. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 66, n. 1, p. 37–52, jan. 2010.
- HIBBITT, KARLSSON, SORENSEN. “**ABAQUS Theory Manual**”, Hibbit, Karlsson e Sorensen, Inc, EUA; 2009.
- HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, n. 6, p. 773–781, nov. 1976.
- HOPE-GILL, M. C.; JOHNSON, R. P. Tests on three three-sapn continuous composite beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Civil Engineering**, n. 61, p. 367–381, 1976.
- HOSSEINPOUR, M., SHARIFI, Y., SHARIFI, H. Neural network application for distortional buckling capacity assessment of castellated steel beams. **Structures**, v .27, p. 1174–1183, 2020.
- IBRAHIM I.S.; ELLIOTT K.S.; ABDULLAH R.; KUEH A.B.H.; SARBINI N.N. Experimental study on the shear behaviour of precast concrete hollow core slabs with concrete topping, **Eng. Struct.** v. 125, p.80–90, 2016.
- JODOUIN, J. F. **Les Réseaux Neuromimétiques : Modèles et applications**. Editions Hermès, Paris, 1994.
- JOHNSON, R. P.; CHEN, S. Stability of continuous composite plate girders with U-frame action. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 99, n. 2, p. 187–197, 1993.
- JOHNSON, R. P.; FAN, C. K. R. Distortional lateral buckling of continuous composite beams. **Proceedings - Institution of Civil Engineers. Part 2. Research and theory**, v. 91, n. pt 2, p. 131–161, 1991.
- JOHNSON RP, BRADFORD MA. **Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders**. In: Morris LJ, editor. International conference on stability and plastic collapse of steel structures; 1983. p. 569-80.
- ROIK K., G. HANSWILLE AND J. KINA, **Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams** (em alemão), Stahlbau 59 (1990) 327–332.
- KRAHL, P. A. **Lateral stability of ultra-high performance fiber-reinforced concrete beams with emphasis in transitory phases**. p. 200, 2018. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos.
- KUPFER, H.; HILSDORF, H. K.; RUSCH, H. **Behavior of concrete under biaxial stresses, 1969**.
- LABIBZADEH, M.; HAMIDI, R. Effect of Stress Path, Size and Shape on the Optimum Parameters of a Brittle-Ductile Concrete Model. **Engineering Structures and Technologies**, v. 9, n. 4, p. 195–206, 2017.
- LAM, D. **Composite Steel Beams Using Precast Concrete Hollow Core Floor Slabs**. Department of Civil Engineering - Thesis submitted to the Doctor of Philosophy. 1998.
- LAM, D. Composite steel beams with precast hollow core slabs: behaviour and design. **Progress in Structural Engineering and Materials**, v. 4, n. 2, p. 179–185, 2002.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- LAM, D. Capacities of headed stud shear connectors in composite steel beams with precast hollowcore slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 63, n. 9, p. 1160–1174, 2007a.
- LAM, D. Designing composite beams with precast hollowcore slabs to eurocode 4. **Advanced Steel Construction**, v. 3, n. 2, p. 594–606, 2007b.
- LAM, D.; ELLIOTT, K. S.; NETHERCOT, D. A. Push-off tests on shear studs with hollow-cored floor slabs. **The Structural Engineer**, v. 76, n. 9, p. 167–174, 1998.
- LAM, D.; ELLIOTT, K. S.; NETHERCOT, D. A. **Parametric study on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs**. v. 54, p. 283–304, 2000a.
- LAM, D.; ELLIOTT, K. S.; NETHERCOT, D. A. Experiments on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 140, n. 2, p. 127–138, 2000b.
- LAM, D; UY, B. **Recent research and development in composite steel beams with precast hollow core slabs**, Steel Construction, 37 (2), 2003.
- LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, ago. 1998.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J-L. **Mechanics of solid materials**. ed. 1 ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990.
- LIN, W. et al. Mechanical Performance of Steel-Concrete Composite Beams Subjected to a Hogging Moment. **Journal of Structural Engineering**, v. 140, n. 1, p. 04013031, jan. 2014.
- LIU, Y. et al. FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending. **Journal of Building Structures**, v. 35, n. 10, p. 10–20, 1 out. 2014.
- LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.
- MALITE, M. **Sobre o cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios**, 1990. São Carlos. Dissertação (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo
- MARQUARDT, D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, vol. 11, no. 2, pp. 431–441, 1963.
- NAGARAJA RAO, N.R., ESTUAR, F.L. AND TALL, L., Residual Stresses in Welded Shapes. **AWS Welding Journal**, p.295, 1964.
- NGUYEN, C. T. et al. Flexural-torsional buckling strength of I-girders with discrete torsional braces under various loading conditions. **Engineering Structures**, v. 36, p. 337–350, 2012.
- NGUYEN, T. N. H.; TAN, K. H.; KANDA, T. Investigations on web-shear behavior of deep precast, prestressed concrete hollow core slabs. **Engineering Structures**, v. 183, n. August 2018, p. 579–593, 2019.
- OEHLERS, D. J., AND BRADFORD, M. A. **Elementary behaviour of composite steel and concrete structural members**, Butterworth-Heinemann, Oxford, U.K, 1999.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- OLIVEIRA, J. P. S. **Determinação do momento crítico de flambagem lateral com distorção em vigas mistas contínuas de aço e concreto com perfis de alma senoidal.** p. 128, 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- OLIVEIRA, J. P. S. et al. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling. **Engineering Structures**, v. 113, p. 121–132, abr. 2016.
- ORSIER, B. **Etude et Application de Systèmes Hybrides NeuroSymboliques**, 1995. Thèse em Informatique, Laboratoire LIFIA-IMAG, UJF - Grenoble.
- OSORIO, F. S. Simulação de Redes Neurais Artificiais de Neurônios com Aprendizado Supervisionado. **Revista Scientia**, Unisinos. v.3, n.1, p.45-66. 1992.
- OSORIO, F. S. **INSS: Un Système Hybride Neuro-Symbolique pour l'Apprentissage Automatique Constructif**, 1998 Thèse de Doctorat (Ph.D.) en Informatique. Laboratoire Leibniz – IMAG / INPG. Grenoble, France.
- OSORIO, F. S. Redes neurais - Aprendizado artificial. **Forum de I.A. '99**, 1999.
- PALA M. A new formulation for distortional buckling stress in cold formed steel members. **J Constr Steel Res**, v. 62, p. 716–22, 2006.
- PALANISWAMY, R.; SHSH, S.P. Fracture and stress-strain relationship of concrete under triaxial compression. **Journal of Structural Divison**, ASCE 100 (ST5), p.901-916, 1974.
- PATHIRANA, W .S. et al. Flexural behaviour of composite steel–concrete beams utilising blind bolt shear connectors. **Engineering Structures**, v. 114, p. 181–194, maio 2016.
- PIMENTA, R. J., **Proposição de uma curva de flambagem para perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico.** 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte.
- PIRES V.H.S. **Automação do Cálculo de Vigas Mistas Semicontínuas Incluindo Ligações Mistas**, 1993. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Minas Gerais.
- POLIOTTI, M.; BAIRÁN, J. M. A new concrete plastic-damage model with an evolutive dilatancy parameter. **Engineering Structures**, v. 189, n. February, p. 541–549, 2019.
- REIS, A.; CAMOTIM, D. Estabilidade estrutural - McGraw-Hill; 2000.
- ROIK, K., HANSWILLE, G., & KINA, J. Solution for the Lateral Torsional Buckling Problem of Composite Beams (em alemão). **Stahlbau**, v. 59, pp. 327-332, 1990.
- RONCO, E.; GAWTHROP, P. J. **Modular Neural Networks: a state of the art.**Tech. rep CSC-95026. University of Glasgow, 1995.
- ROSSI, A. et al. Assessment of lateral distortional buckling resistance in welded I-beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 166, p. 105924, 2020a.
- ROSSI, A., et al. Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review. **Structures**, v .27, p. 1299–1312, 2020b.
- ROSSI, A., et al.. Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.172, 106192, 2020c.
- ROSSI, A., et al. The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel–concrete composite beams. **Thin-Walled Structures**, v. 162, 107542, 2021.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- SCI P401 - THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE, **Publication P401** - Design of composite beams using precast concrete slabs in accordance with Eurocode 4, 2014.
- SCI P287 - THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE, **Publication P287** - Design of composite beams using precast concrete slabs, 2003.
- SOUZA, P. T. D.; KATAOKA, M. N.; EL DEBS, A. L. H. C. Experimental and numerical analysis of the push-out test on shear studs in hollow core slabs. **Engineering Structures**, v. 147, p. 398–409, 2017.
- SPECK, K. **Beton unter mehraxialer beanspruchung ein materialgesetz für hochleistungsbetone unter kurzzeitbelastung**. 2008. University of Dresden, [s. l.], 2008.
- STANDARDS ASSOCIATION OF AUSTRALIA. **AS 4100 (R2016) Steel structures**. Sydney (Australia), 2016.
- STANDARD ASSOCIATION OF AUSTRALIA/STANDARD ASSOCIATION OF NEW ZEALAND. **AS/NZS 2327** Composite structures - Composite steel-concrete construction in buildings, Sydney (Australia), 2017
- SUTTON, R. S.; BARTO, A. G. **Reinforcement Learning: An Introduction**. MIT Press (A Bradford Book), Cambridge, MA, 1998.
- SVENSSON, S. E. Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 5, n. 3, p. 179–193, 1985.
- SZALAI, J.; PAPP, F. A new residual stress distribution for hot-rolled I-shaped sections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, n. 6, p. 845–861, 2005.
- TADESSE Z.; PATEL K.A; CHAUDHARY S; NAGPAL A.K. Neural networks for prediction of deflection in composite bridges. **J Constr Steel Res**, v. 68, p.138–49, 2012.
- TIRYAKIS, AYDIN A. An artificial neural network model for predicting compression strength of heat treated woods and comparison with a multiple linear regression model. **Construction and Building Materials**. 62:102-8, 2014.
- TOHIDI S.; SHARIFI Y. Load-carrying capacity of locally corroded steel plate girder ends using artificial neural network. **Thin-Walled Structures**, v. 100(1), 2014.
- TOHIDI, S., SHARIFI, Y. Neural networks for inelastic distortional buckling capacity assessment of steel I-beams. **Thin-Walled Structures**, v. 94, p. 359–371, 2015.
- TOHIDI S, SHARIFI Y. A new predictive model for restrained distortional buckling strength of half-through bridge girders using artificial neural network. **KSCE Journal of Civil Engineering**;20(4):1392-403, 2016.
- TONG L., LIU Y., SUN B., et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, **J. Build. Struct.** 35 (10), 2014 (in Chinese).
- UY, B., BRADFORD, M.A. **Composite action of structural steel beams and precast concrete slabs**. Australian Structural Conference, 2005.
- VASDRAVELLIS, G. et al. Behaviour and design of composite beams subjected to negative bending and compression. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 79, p. 34–47, 2012a.
- VASDRAVELLIS, G. et al. The effects of axial tension on the hogging-moment regions of

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 68, n. 1, p. 20–33, jan. 2012b.
- VLASOV, V. Z. **Thin walled elastic beams**. Israel Program for Scientific Translations. Jerusalem, Israel Available from Office of Technical Services, US Department of Commerce, Washington, D.C., 1961.
- VRCELJ, Z.; BRADFORD, M. A. Elastic Bubble Augmented Spline Finite Strip Method in Analysis of Continuous Composite Beams. **Australian Journal of Structural Engineering**, v. 7, n. 2, p. 75–84, 22 jan. 2007.
- VRCELJ, Z.; BRADFORD, M. A. Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, n. 4, p. 850–859, abr. 2009.
- WANGBAO, Z. et al. Distortional Buckling Analysis of Steel-Concrete Composite Girders in Negative Moment Area. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2014, p. 1–10, 2014.
- WESTON G.; NETHERCOT D. A. (DUBASP. and VANDEPITTE D. (eds)). **Continuous composite bridge beams-stability of the steel compression flange in hogging bending**. Stability of plate and shell structures, European Convention for Constructional Steelwork, 1987,47-52
- WESTON, G.; NETHERCOT, D. A.; CRISFIELD, M. A. Lateral buckling in continuous composite bridge girders. **Structural engineer London**, v. 69, n. 5, p. 79–87, 1991.
- WILLIAMS, F. W.; JEMAH, A. K. Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 7, n. 2, p. 133–147, jan. 1987.
- WONG E.W. A simplified method to predict fatigue damage of TTR subjected to short-term VIV using artificial neural network. **Advances in Engineering Software**.126:100-9, 2018.
- YE, J. H.; CHEN, W. Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 13, n. 1, p. 1–29, 2013.
- YOUNG, B.W., **Residual stresses in hot-rolled members**, IABSE reports of the working commissions. Coll. On Column Strength, Paris, França, 1972.
- YOUNG, B. W. Residual stresses in hot rolled members. **IABSE Colloquium: On Column Strength**, p. 25–38, 1975.
- YU, T. et al. Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker–Prager type plasticity model. **Engineering Structures**, v. 32, n. 3, p. 665–679, mar. 2010.
- ZHOU, W.-B. et al. Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 16, n. 08, p. 1550045, 25 out. 2016.
- ZHOU, W.-B.; YAN, W.-J. Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment. **Thin-Walled Structures**, v. 116, p. 201–211, jul. 2017.

APÊNDICE A

ARTIGOS DESENVOLVIDOS

Foi possível verificar ao longo do desenvolvimento do texto dessa tese que sua construção é fundamentada na elaboração de artigos científicos. No capítulo 2 é apresentado o estado da arte sobre FLD em vigas mistas de aço e concreto. Essa revisão bibliográfica foi desenvolvida em paralelo com o artigo “*Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review*” publicado na revista *Structures*. Na sequência, com o desenvolvimento do modelo numérico, e a necessidade da investigação da influência de imperfeições físicas e geométricas, foi elaborado o artigo “*The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel–concrete composite beams*” publicado na revista *Thin-Walled Structures*. Em relação aos estudos paramétricos, foram desenvolvidos três artigos, um para cada parâmetro principal das análises desse trabalho. Para análise da tipologia da laje e sua altura foi idealizado o artigo “*Stability behavior of steel-concrete composite beams subjected to hogging moment*”, submetido a revista *Thin-Walled Structures*. Para a verificação da influência de enrijecedores e das distribuições de momento fletor negativo foi publicado na revista *Journal of Constructional Steel Research* o artigo “*Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams*”. E, para análise da influência das propriedades mecânicas do aço da seção I sobre o comportamento à LDB foi elaborado o artigo “*A parametric study on the LDB strength of steel-concrete composite beams*”, em revisão na revista *Engineering Structures*. Finalmente, considerando todo o banco de dados desenvolvido, idealizou-se o artigo “*New predictive equations for LDB strength assessment of steel-concrete composite beams*” que apresenta novas formulações para a determinação do valor do momento último à FLD de vigas mistas de aço e concreto. No **Quadro A.1** são apresentadas as referências dos artigos publicados e em processo de revisão/submissão. Além disso, são apresentadas nesse apêndice as **versões preprints** dos artigos que foram desenvolvidos.

Quadro A.1: Síntese dos artigos desenvolvidos

1. Rossi, A., Nicoletti, R. S., de Souza, A. S. C., & Martins, C. H. (2020). *Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review*. *Structures*, 27, 1299–1312. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.026>.
2. Rossi, A., de Souza, A. S. C., Nicoletti, R. S., & Martins, C. H. (2021). *The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel–concrete composite beams*. *Thin-Walled Structures*, 162, 107542. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107542>.
3. Rossi, A., de Souza, A. S. C., Nicoletti, R. S., & Martins, C. H. (2021). *Stability behavior of steel-concrete composite beams subjected to hogging moment*. *Thin-Walled Structures* (em revisão).
4. Rossi, A., Nicoletti, R. S., de Souza, A. S. C., & Martins, C. H. (2020). *Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams*. *Journal of Constructional Steel Research*, 172, 106192. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106192>.
5. Rossi, A., de Souza, A. S. C., Nicoletti, R. S., & Martins, C. H. (2021). *A parametric study on the LDB strength of steel-concrete composite beams*. *Engineering Structures* (em revisão).
6. Rossi, A., de Souza, A. S. C., Hosseinpour, M. S., & Sharifi, Y. (2021). *New predictive equations for LDB strength assessment of steel-concrete composite beams*. *Thin-Walled Structures* (em desenvolvimento).

LATERAL DISTORTIONAL BUCKLING IN STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS: A REVIEW

Alexandre Rossi^{a*}, Renato Silva Nicoletti^a, Alex Sander Clemente de Souza^a, Carlos Humberto Martins^b

^aDepartment of Civil Engineering, Federal University of São Carlos, Brazil

^bDepartment of Civil Engineering, State University of Maringá, Brazil

ABSTRACT

Steel-concrete composite beams, when requested by negative moment, can fail due to Lateral Distortional Buckling (LDB), local buckling, by a combination of these stability modes or achieve the plastic behavior. LDB is a mode of stability in which the web must distort in order for the compression flange to displace and twist during buckling. Several papers were published in an attempt to clarify the LDB behavior of steel-concrete composite beams. These papers can be divided into two strands of studies. The first that seeks to investigate the elastic behavior of the LDB, in an attempt to determine the elastic critical moment, through bifurcational equilibrium analyzes. And the second strand, which investigates the LDB strength of steel-concrete composite beams, through the development of experimental investigations or by non-linear numerical analyzes. However, there is still no consensus regarding the behavior of LDB in steel-concrete composite beams. Researchers who investigated the elastic behavior of LDB show divergences between the methodologies for determining the elastic critical moment. Furthermore, the publications that are aimed at investigating the LDB strength, show inconsistencies in the standard procedures. Therefore, the main objective of this article is to present a critical review about LDB in steel-concrete composite beams. For this purpose, the main studies that analyzed the elastic and inelastic behavior of LDB are presented, in addition to an overview of the main standard procedures. Finally, the future research directions have been discussed, presenting parameters that still need further investigation.

Keywords: Steel-concrete composite beams; Lateral distortional buckling; Negative hogging moment.

*Corresponding author. Tel: +55 (16) 3351 9663

e-mail: alexandre-rossi@hotmail.com (A. Rossi)

Contents

1. Introduction.....	002
2. Lateral distortional buckling: review.....	003
2.1. LDB elastic behavior.....	006
2.2. LDB inelastic behavior: experimental, numerical and theoretical studies.....	014
3. LDB standard procedures.....	020
4. Discussions.....	022
4.1. Future research directions.....	024
5. Conclusion.....	025

Notation

The following symbols are used in this paper:

A_f = sectional area of the steel beam flange
 A_r = sectional area of the longitudinal reinforcement in concrete slab
 A_w = sectional area of the steel beam web
 a = spacing between the parallel beams
 b_f = flange thickness
 C_{dist} = property associated with the distribution of bending moments
 C_w = warping constant
 $C_{w,d}$ = warping constant calculated with the pole in the center of the profile top flange by [21]
 d = section depth
 E = modulus of elasticity
 E_a =elasticity modulus of structural steel
 EJ_{c2} = flexural stiffness per unit width of the slab
 $f_{f,y}$ = yield strength of the flange I-beams
 f_r = yield strength of the reinforcement bars
 f_w = yield strength of the web I-beams
 G = shear modulus
 h_w = web depth
 h_0 = distance between the flanges centroids
 $I_{af,y}$ = inertia moment of I-section about the weak axis
 I_y = moments of inertia about the weak axis
 J = torsional constant
 J_{ef} = effective torsional constant by [21]
 k_s = rotational stiffness
 k_z = parameter defined by [21]
 k_1 = bending stiffness of the concrete slab
 k_2 = bending stiffness of the web of I-beam
 L = unrestrained length of composite beam
 l_e = effective length according AS4100

l_{el} = elastic buckling length
 M_{cr} = distortional elastic critical moment
 t_f = flange thickness
 t_w = web thickness
 W_x = elastic section modulus taken about the strong axis
 λ_{el} = elastic slenderness parameter by Svensson [16]
 $M_{u,dist}$ = distortional ultimate moment
 M_{max} = maximum bending moment
 $M_{pl-C.beam}$ = plastic moment obtained by I-beam more reinforcement bars
 $M_{pl-I.beam}$ = plastic moment of I-beam
 M_2, M_4 = bending moment at the quarter points of the segment
 M_3 = bending moment at the midpoints of the segment
 r_y = minor-axis radius of gyration
 α = parameter related to the composite beams position by [20]
 α_g = factor related to the cross-section geometry of the composite beam by [20]
 α_{LT} = imperfection factor according EC3
 α_m = modification factor of the moment distribution according AS4100
 α_s = factor of slenderness reduction according AS4100
 β_b = property associated with the distribution of bending moments defined by [21]
 βL = dimensionless modulus defined by [16]
 $\bar{\lambda}_{LT}$ = slenderness ratio according EC3
 λ_{PR} = slenderness ratio according [4]
 ρ = force ratio according [4]
 ϕ_{LT} = stability coefficient according EC3
 ϕ_{PR} = stability coefficient according [4]
 χ_{LT} = reduction factor according EC3

1. INTRODUCTION

The first steel-concrete composite elements used in civil construction were the composite beams. Using the best characteristics of each material, seek an appropriate interaction of them, in order to obtain high performance structures. Steel-concrete composite beams have their established use, through the interaction of the steel profile with different types of slab [1–3]. In recent years, with the increase in the industrialization of civil construction, the use of steel-concrete composite beams has increased [4–6]. This increase is due to its construction speed, in addition to structural and economic advantages.

The most common use of steel-concrete composite beams occurs in simply supported elements and therefore subjected to positive sagging moments. Consequently, the concrete slab is in compression and the steel profile is in tension [7]. However, in the construction of buildings the use of rigid and semi-rigid connections has been frequent, causing negative moments in the beams which leads to tensile stresses in the concrete slab and compression in the steel profile [8–10]. Compression stresses in the bottom flange of the steel profile, without lateral restraint, can cause lateral stability with web distortion, called in this work Lateral Distortional Buckling (LDB) (Fig.1) [4,11–14].

LDB is characterized by a lateral displacement (δ) accompanied by a rotation (θ) of the compressed bottom flange that occurs due to the web distortion, if it is not rigid enough to withstand lateral flexion (Fig.1) [11,15]. As a result, LDB in steel-

concrete composite beams behaves very differently from the stability modes of steel elements (I-beams), in a way that the well-known Vlasov assumption [16], that the plane-webbed sections still forms a plane, not valid.

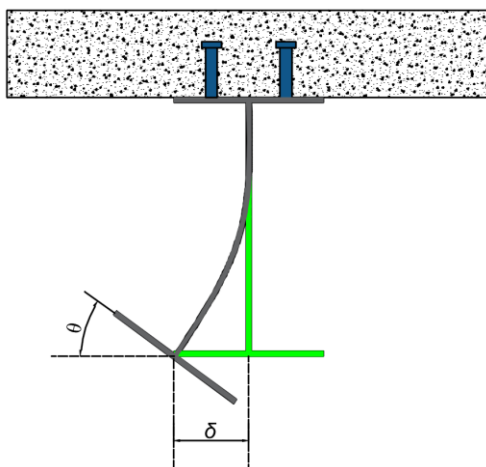


Fig. 1. Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams [15].

In order to solve this problem, investigations were published about LDB in steel-concrete composite beams. These investigations focused on analyzing the elastic behavior of LDB [1,6,24–31,9,17–23], in an attempt to obtain a method for determining the elastic critical moment, or sought to analyze the LDB strength of steel-concrete composite beams [4,12–15,32–38,39–41]. However, it appears that there is still no consensus in the proposed methodologies, since divergences are observed in the determination of the elastic critical moment, when comparing with results calculated by numerical analysis, and also, when the methodologies are compared to each other. Another situation is the verification of divergence between the ultimate moment results obtained through experimental tests or numerical analyzes with the procedures presented by the North American standards [43,44] (AISC 360-16 and AASHTO 2017) European [45] (EN 1994-1-1-2004) , Australian [46,47] (AS4100: 1998-R2016 and AS/NZS2327-2017) and Brazilian [48] (ABNT NBR 8800: 2008).

Therefore, this paper aims to summarise, review, and assess studies about the theoretical research, numerical simulations, experimental investigations, and standard procedures about the Lateral Distortional Buckling (LDB) in steel-concrete composite beams. At the end, the standard procedures and analytical proposals are compared to each other and an analytical study is carried out with the standard procedures. This paper also highlights the remaining challenges and possible future researches on LDB in steel-concrete composite beams.

2. LATERAL DISTORTIONAL BUCKLING: REVIEW

LDB is fundamentally different from lateral torsional buckling (LTB), because the Vlasov hypothesis [16] that the cross section remains without distortion is not applicable, since the LDB is characterized by a lateral and torsional buckling of the compressed flange accompanied by a web distortion [49]. However, the LDB phenomenon in continuous steel-concrete composite beams is generally conservatively assessed in the standard codes as being a type of LTB. Bradford and Johnson [36] showed that LDB strength can be more than doubled in many cases when compared to FLT strength. In addition, Bradford [27] investigated the distortional buckling in several structural elements through the development of a finite element analysis method that considered 16 degrees of freedom in I-beam. The author stated that the distortional buckling causes different effects according to each structural

element. For steel I-beams, the distortional buckling is responsible for the reduction of the elastic critical moment when compared with the classic LTB theories, a fact also observed by Rossi et al. [50,51]. However, Bradford [27] stated that for the case of steel-concrete composite beams the LDB elastic critical moment is much higher than that obtained by equations that disregard this possibility of distortion of the cross section. The author found that the greatest increase in the elastic critical moment occurs when the restriction is performed continuously on the top flange, a characteristic situation of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment (Fig.2).

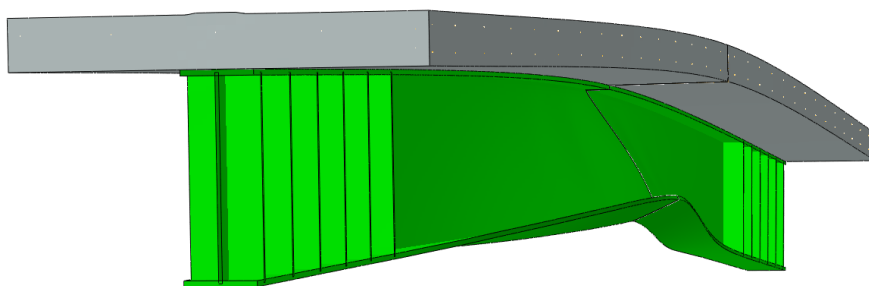


Fig. 2. LDB deformed shape in steel-concrete composite beams.

LDB can be analyzed using the inverted U-frame model [52], or also by single composite T-section beam [9]. Because the composite beam is one of several parallel members attached to the same concrete slab, the inverted U-frame model (Fig.3) is the most common model for considering LDB in design [9]. In the inverted U-frame model, the I-section compression flange is considered as an element compressed uniformly along its length by the maximum bending stress, which is induced. Furthermore, it is considered that the compressed flange is contained by a continuous Winkler spring, whose stiffness is that provided by the web (Fig.3.). In reality, continuous composite beams are generally used in situations where there is a considerable moment gradient, and therefore the approach of the structure with the U-frame method tends to be excessively conservative in most cases [18,19,33]. According to Vrcelej and Bradford [9] the current design guidance available in the main standard procedures is quite limited and, as is evident in the existing literature, excessively conservative.

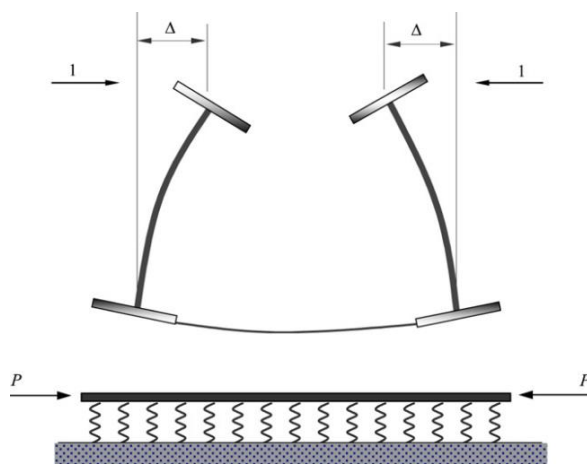


Fig. 3. U-frame model [9].

In the inverted U-frame model, when the slab deforms under applied load, there is a tendency for the steel beams to rotate as a result of slab deformations and additionally distort laterally. The slab may always be regarded as providing the full lateral

restraint to the upper flange of steel I-section. Depending on the slab flexural stiffness, there are three different cases of the beam rotation that may be theoretically realized as shown in the Fig.4 [53].

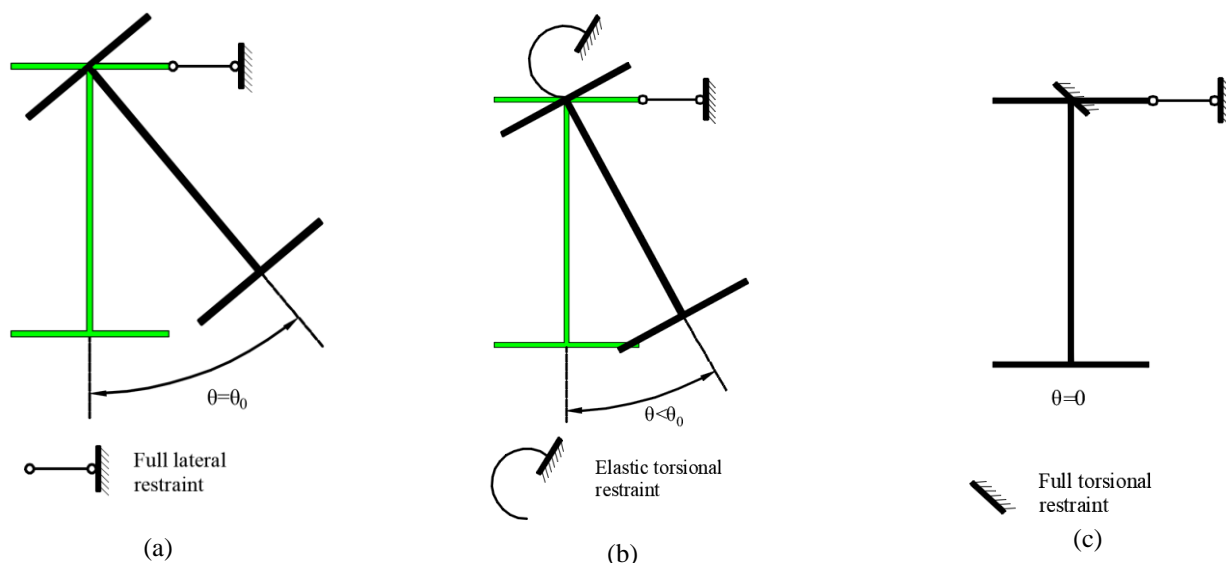


Fig. 4. Different restraints provided by continuous slab to the upper flange of steel I-section, adapted from [53]

When the slab provides only full lateral restraint (Fig.4a), the lateral torsional buckling is possible with imposed axis of rotation. On the other hand, when the slab provides the full lateral restraint and an elastic torsional restraint (Fig.4b) as a result of the slab out-of-plane deformations, the lateral buckling is possible but with a higher buckling load than that in the previous case. When the slab provides full lateral and torsional restraint (Fig.4c), the beam section remains un-rotated and the sectional out-of-plane deformations may result from: local buckling or distortional buckling of the web and the bottom flange when under negative bending [53]. The EC4 [45] approach recognizes the effects of partial torsional restraint provided by the slab and cracking of concrete in the distortional buckling state, see Fig 5. The influence of the shear connectors and their deformations can be neglected due to the small flexibility of the connection [54]. Due to this fact, the shear connection stiffness is not mentioned by EC4. On the other hand, unlike the EC4 approach, the investigations by Bradford [27], Zhou et al. [55] and Zhou et al. [49], simplified the LDB analysis model. The first simplification considers that the concrete slab restricts the top flange of the I-section steel beam so that lateral and torsional distortion of the top flange cannot occur. Another simplification carried out by the authors is the consideration that the lateral flexural stiffness and torsional stiffness of the concrete slab are relatively larger than those of the top flange of I-section steel beam.

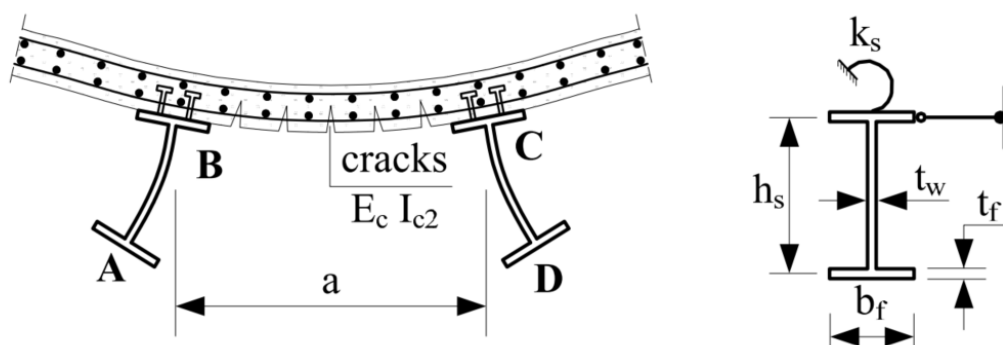


Fig. 5. Restrictions considered by the EC4 for LDB analysis [45].

In general, to determine the LDB strength of steel-concrete composite beams, current standard procedures require the determination of the LDB elastic critical moment. In the previous version of EC4 (EN 1994-1-1: 1992 [56]), the methodology proposed by Roik et al. [20] for determining the elastic critical moment was used, which is still adopted in the Brazilian standard ABNT NBR 8800: 2008 [48]. However, Dias et al. [54], Zhou et al. [49] and Ye and Chen [5] showed divergences between results of elastic critical moment, obtained through numerical buckling analysis, when compared with the methodologies proposed by Roik et al. [20], Svensson [17], Williams and Jemah [18] and Hanswille et al. [21]. Therefore, the use of these methodologies for the determination of the elastic critical moment can result in the mistaken obtaining of the LDB strength of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment by the standard procedures. In addition, standard procedures such as Eurocode 4 [45], AISC 360 [43], ABNT NBR 8800: 2008 [48] and Australian standards AS/NZS 2327 [47] and AS4100 [46] use the same design curves developed for steel I-beams to determine the LDB strength of steel-concrete composite beams. Zhou and Yan [4] and Liu et al. [14] showed conservative situations in the standard codes when compared with numerical analysis results obtained for steel-concrete composite beams subjected to uniform negative hogging moment.

2.1 LDB elastic behavior

Local stability modes and lateral stability modes, such as lateral torsional buckling (LTB), have been extensively studied and their behavior has been well defined in the literature since the first decades of the 20th century. However, due to the greater complexity, only from the 1970s studies on distortional stability modes have started. Research methods of LDB usually fall into two categories: the studies that are based on the energy method (Galerkin method), or those who have the theory of elastic foundation-beams as a basis.

One of the first studies to analyze the LDB in an elastic behavior was presented by Johnson and Bradford [19]. The authors showed that there was a need for improving the design methods current at the time and that more studies of the interaction between lateral and local stability modes that probably governed the resistant capacity of these elements were needed. Therefore, Svensson [17], stating that Vlasov's classic theory [16] was inadequate for the analysis of the so-called restricted lateral buckling, presented a study, based on the Galerkin method, for determining the LDB elastic critical moment. Svensson's model [16] considered that the I-section compressed flange could be treated as a column subject to axial compression loads. Considering the phenomenon through bifurcational equilibrium analyzes, Svensson [16] analytically determined the first positive autovalue that represented the LDB phenomenon (Eq. 1-2). Svensson's [16] methodology can be applied to several bending moment distributions.

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{el}^2} W_x \quad (1)$$

$$\lambda_{el} = \frac{l_{el}}{b_f / \sqrt{12}} \quad (2)$$

where: l_{el} is the elastic buckling length, which is a function of the bending moment distribution in length L and, defined through of tables with the help of the coefficient βL (Eq. 3).

$$\beta L = 1.35 \left(\frac{t_w^3 L^4}{d^3 t_f b_f^3} \right)^{0,25} \quad (3)$$

Posteriorly, Williams and Jemah [18], based on the method previously proposed by Svensson, determined the LDB elastic critical moment. The authors considered that in addition to the compressed flange, a 15% portion of the web, under compression, could also be analyzed as a column under the action of axial compression forces (Fig.6). Thus, the elastic critical moment, determined by the Williams and Jemah [18] procedure, is a reduction of the elastic critical moment of the procedure proposed by Svensson [16], according to (Eq. 4).

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{el}^2} W_x \left(1 + 0.15 \frac{b_f t_f}{h_0 t_w} \right) \quad (4)$$

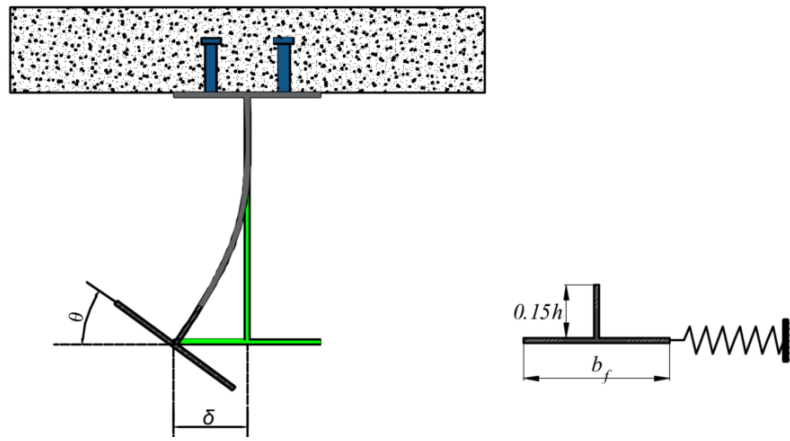


Fig 6. Williams and Jemah [18] and Goltermann and Svensson [22] model

Another work based on Svensson's investigation [16] was presented by Goltermann and Svensson [22]. The improvement of the Svensson's method consists in modifying the expressions, taking the contribution of the web and the Saint Venant torsional resistance into account. The modification considered that in addition to the compressed bottom flange, about 15% of the web could also be considered under compression (Fig.6), a situation similar to that presented by Williams and Jemah [18]. The authors noticed that the results of the improvement of the Svensson's method are between 1.0% and 1.4% below the results obtained by means of the classical theory. When the results of the improvement of the Svensson's method were compared with exact results, calculated by using a computer program developed by Goltermann [57], Goltermann and Svensson [22] obtained deviate from + 0.8% to + 3.6% from the exact results. However, studies such as de Zhou et al. [49], Wangbao et al. [55] and Ye and Chen [25] showed divergences between the results of numerical buckling analyzes and the values obtained with the Svensson [16] and Goltermann and Svensson [22] models. Consequently, these authors proposed new models or changes that make analytical results more similar to the results of numerical buckling analysis performed in commercial softwares.

Used in standard procedures, as in the previous version of EC4 [56] and in the current Brazilian standard [48], in determining the elastic critical moment, Roik et al. [20] proposed, through the energy method, an analytical model for determining

the LDB elastic critical moment to (Eq. 5-8). The proposal was developed considering the inverted U-frame model. The composite cross-section considered consists of an I-section with its top flange completely prevented from lateral displacement and partially rotation through the insertion of a rotational stiffness spring k_s (Fig.5), which considers the flexural stiffness of the slab, per unit length of the beam, and the web flexion stiffness (Eq. 6). The influence of the shear connectors and their deformations can be neglected due to the small flexibility of the connection [54]. Due to this fact, the shear connection stiffness, k_3 , is not mentioned by EC4 [45], because its value is very high when compared to k_1 and k_2 stiffnesses and it can, thus, be neglected [58]. According to Johnson and Molenstra [59], tests in bridges of composite beams show that the shear connection stiffness affects less than 1% of the total rotational stiffness. Studies such as those by Oliveira et al. [58] and Dias et al. [54], developed for the analysis of the elastic critical moment in composite beams, showed deviations between the results of numerical buckling analysis and results obtained by Roik et al. [20] proposal. In addition, research indicates that the U-frame model is a conservative method [9,19,33,60].

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_s L^2}{\pi^2} \right) EI_{af,y}} \quad (5)$$

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (6)$$

$$k_1 = \frac{\alpha (EI_c)_2}{a} \quad (7)$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1-\nu_a^2)h_0} \quad (8)$$

Observing the conservative situation of the methodologies for determining the elastic critical moment, Bradford and Gao [6] performed an extensive finite element study of lateral distortional buckling of fixed-ended composite beams obtaining the stress resultants through virtual work analysis. Bradford and Gao [6] state that the difficulty with the negative bending condition in a composite beam is that the buckling mode of the steel beam is lateral distortional, in which the bottom flange is restrained by the flexibility of the web. Because lateral distortional buckling is basically an interaction mode between lateral torsional buckling and local buckling (Hancock et al. [61]), there are many factors influencing the phenomenon, and the derivation of general solutions is not straightforward. After presenting the formulation for determining the elastic critical moment, Bradford and Gao [6] presented a proposal for transforming the elastic critical moment into a LDB ultimate moment. The authors stated that the method presented was less conservative than the standard procedures of the time.

Also contributing to the understanding of LDB in steel-concrete composite beams, Dekker, Kemp and Trincherro [26] presented a modification in the equations based on classical Vlasov theory. The authors approach the LDB phenomenon by adapting the classic LTB equations to the effects of distortional buckling and the restriction of the tensioned flange, defining the effective properties of the cross section. Subsequently, the inelastic behavior and the effects of residual stresses and initial geometric imperfections were considered through the use of effective modules of the material (E_{ef} and G_{ef}). The authors compared the proposed method with the formulations existing at the time and with the experimental results of Weston and Nethercot [62] showing agreement. Dekker, Kemp and Trincherro [26] also concluded that in inelastic behavior the flexural strength is governed by the LDB,

while in the plastic behavior the flexural strength is governed by the combination of the LDB with the flange local buckling. Bradford [27] investigated the distortional buckling in several structural elements through the development of a finite element analysis method that considered 16 degrees of freedom in I-beam. The author stated that the distortional buckling causes different effects according to each structural element. For steel I-beams, the distortion is responsible for the reduction of the elastic critical moment when compared with the LTB classic theories. However, Bradford [27] stated that in the case of steel-concrete composite beams, the LDB elastic critical moment is higher than that obtained by the equations that disregard this possibility of the cross section distortion. The author presented the influence of different types of restrictions on distortional buckling. It was concluded that the greatest increase in the buckling load occurs when the restriction is carried out continuously on the top flange, a characteristic situation of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment.

Another study worth mentioning is the one proposed by Hanswille et al. [21] (Eq. 9). The analysis model used is similar to that used by Roik et al. [20]. However, the analysis by Hanswille et al. [21] was developed based on the elastic foundation-beams theory. Hanswille et al. [21] highlighted that the results obtained by the equation of Roik et al. [20] can be up to 37% unsafe in determining the LDB elastic critical moment of continuous composite beams under the action of negative hogging moment. However, Dias et al. [54] demonstrated, with the development of numerical buckling analysis with the Ansys software, that the average deviation from the values obtained with the proposal by Roik et al. [20] and Hanswille et al. [21], when compared with numerical analysis results, is 12.41% and 15.51%, respectively. For this reason, Dias et al. [54] presented an analytical model where the divergence between numerical results and that obtained by the equation is only 2.33%.

$$M_{cr} = \frac{1}{k_z} \left(\frac{\pi^2 EC_{w,d}}{(\beta_b L)^2} + GJ_{ef} \right) \quad (9)$$

In subsequent work, Hanswille [63] to obtain the elastic critical moment of continuous composite beams subjected to transverse loading, end moments and torsional moments, studied the analogy between the lateral torsional buckling and compression of a member on an elastic foundation. Fig.7 presents a comparison between the model used in the Hanswille [63] study, considering the analogy between the lateral torsional buckling and compression of a member on an elastic foundation (Fig.7a), and buckling model of a compression member on elastic foundation (Fig.7b). According to the author, the method presented is more accurate in determining the elastic critical moment. In addition, a comparison with EC4 showed that the method in Eurocode 4 can lead to unsafe results in case of members with unequal end moments and for the end spans of continuous beams.

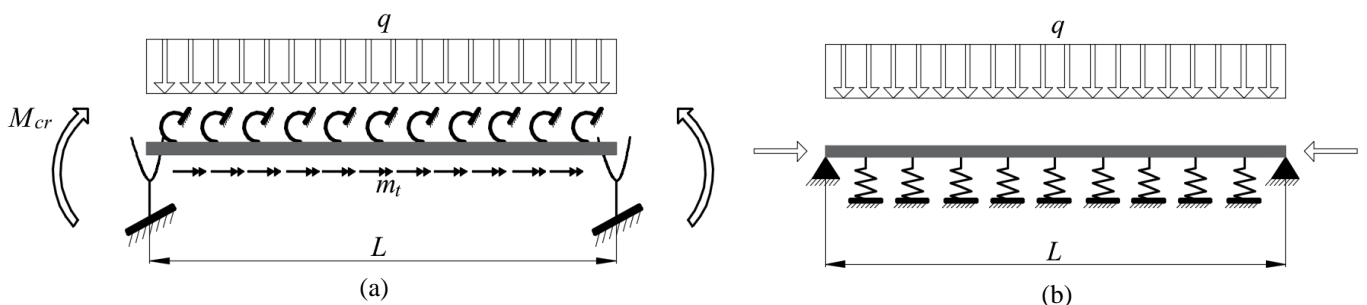


Fig 7. Analogy between the compression member on elastic foundation and the lateral torsional buckling problem, adapted from [63]

Despite the studies exposed here, Vrcelj and Bradford [28] stated that the behavior regarding the stability modes of steel-concrete composite beams still represented a gray area of structural engineering and much less documented than the stability modes in steel I-beams. Through the development of a bubble augmented spline finite strip method Vrcelj and Bradford [28] investigated the LDB elastic behavior of steel-concrete composite beams. The authors observed that as the web slenderness parameter (h_w/t_w) increases and as the ratio (L/h_w) decreases, there is an intensification of the occurrence of LDB and a reduction in the bending elastic resistance of the element. Another investigation of the LDB elastic behavior was carried out by Chen and Ye [29]. Based on the energy principle, the authors deduced an equation for determining the LDB elastic critical moment in steel-concrete composite beams. Chen and Ye [29] compared the results of the proposed equation with results of numerical buckling analysis developed by the finite element method and with the classic LTB solution. The authors verified the proximity between the proposed methodology and the results of the numerical analysis and also observed that the LTB classic theory underestimates the LDB elastic critical moment for steel-concrete composite beams. However, Chen and Ye [29] observed that the energy method used could not consider the transverse distributed loads due to the expressions of total potential energy adopted being inadequate. In view of this situation, Ye and Chen [25] used the elastic foundation-beams theory to determine the LDB elastic critical moment. The proposed procedure was based on the model presented by Svensson [17]. The accuracy of the proposed model was verified by comparing it with numerical buckling analysis results performed with the finite element method. The analysis showed agreement between the results. A similar investigation was carried out by Wangbao et al. [55] that using the elastic foundation-beams theory considered the effect of coupling external loads and restrictions by means of springs. The authors proposed equations to determine the LDB elastic critical moment of steel-concrete composite beams (I-girders) and also for composite box girder. The authors found divergences between the methods of Svensson [17], Williams and Jemah [18] and Goltermann and Svensson [22] with results from numerical buckling analysis in finite elements. However, the proposal by Wangbao et al. [55] provided results close to those of the numerical buckling analysis.

Observing the limitations in determining the LDB elastic critical moment, mainly for the conditions of uniformly distributed loads and in the consideration of the shear deformation of the web, Zhou et al. [49] and Zhou, Li and Yan [30] show an improvement in conventional methods based on the elastic foundation-beams theory. Through the development of a computational routine, the authors present a simple method for determining the LDB elastic critical moment in steel-concrete composite beams. The method considers the coupling between the effects of the forces applied on the element and the stiffness obtained by the restriction of the top flange, besides considering the shear deformation of the web. The results of the Zhou et al. [49] method were compared with the methodologies of Svensson [17] and Williams and Jemah [18], in addition to the comparison with results of numerical buckling analyzes. The results showed divergences between the methods, however, the methodology of Zhou et al. [49] showed greater agreement with the numerical results. Guo, Zhou and Jiang [31], unlike Zhou et al. [49], Wangbao et al. [55] and Ye and Chen [25], proposed a methodology for determining the LDB elastic critical moment in steel-concrete composite beams based on the principle of energy variation. Developing a comprehensive study on lateral and rotational restraint stiffnesses, Guo,

Zhou and Jiang [31] present an equation for determining the LDB elastic critical moment. The authors stated that there are divergences between the numerical results and methodologies available in the literature, however, the proposed method is more accurate in its results.

With the review presented in this section, it is possible to make some important notes about the hypotheses used in the models to understand the LDB phenomenon in steel-concrete composite beams. It was found that simplified theoretical methods, including elastically supported column model method and energy method, are generally used in the study of elastic LDB. Although, the elastic LDB can also be solved by numerical analysis methods, the simplified theoretical methods allow for the derivation of closed form solutions for LDB, and these solutions have important significance in revealing the mechanism and presenting a rational basis for practical design methods [29]. The elastically supported column model is attractive since a simple closed form solution exists for the elastic critical load of such a column, and it is easy to determine the flexural stiffness of a web plate [29]. However, the precision of elastically supported column model is usually low for composite I-beams under complicated loads since it is difficult to consider the effect of the moment gradient [29]. Moreover, the model does not include any instability effect that may also occur in the web. In addition to this, while simple in application, the calculation results are usually overestimated because this theory neglects the Saint-Venant torsional contribution and neglects that some parts of the web should probably be integrated with the free flange to constitute the column of the model [29]. The warping deformation is another divergent factor in the models for analyzing LDB. According to Bradford [27] the concept of warping is in fact masked in the distortional buckling theory, as the warping concept arises from Vlasov theory that assumes an undeformed cross-section. The warping deformation of an I-beam has traditionally been quantified in terms of the couple formed by the lateral shear forces generated in the flanges by the web. Dekker, Kemp and Trincherò [26] presented a study on the main parameters that influence the behavior of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment. The authors presented a methodology, adapting the classic LTB theory, where the geometric properties of the I-beam cross section, among them, the warping constant, is effectively determined for the analysis of LDB. Bradford [27] presented as a 16 degree of freedom beam-type finite element may be augmented to include continuous and nodal elastic restraints against translation, minor axis rotation, twist and warping. On the other hand, models that consider the compression flange or, the compression flange and a portion of the web, as an elastically-supported strut (Fig.8) (Svensson [17], Williams and Jemah [18], Guo, Zhou and Jiang [31]) do not consider the effects of warping deformations in the analysis of LDB in steel-concrete composite beams, a situation that can lead to a mistaken estimate of the LDB elastic critical moment and also, as a consequence, the LDB strength. Other investigations based on the energy method [6,22,60,64–66] considered that the total potential energy was represented as the sum of the flexural-torsional energy of the top and bottom flanges and the lateral distortional energy of the web. In most cases the total potential energy expressions include the contributions from three longitudinal displacement components including longitudinal displacement due to lateral deflection, additional longitudinal displacement due to the combined effects of lateral deflection and rotation, and warping displacement. However, some investigations neglect the warping displacement. Chen and Ye [29], based on the energy principle, present a theoretical study of the elastic lateral distortional buckling.

The total potential energy expressions include the contributions from three longitudinal displacement components but the warping displacement is neglected [29]. On the other hand, Roik et al. [20], using the energy method, consider the effect of the warping deformation calculating warping constant of the I-section in relation to the turning point located on the upper flange of the I-section according to the moment of inertia on the bottom flange in relation to the strong axis. The same consideration is made by Hanswille et al. [21], however, the authors [21] used the theory of elastic foundation-beams as a basis.

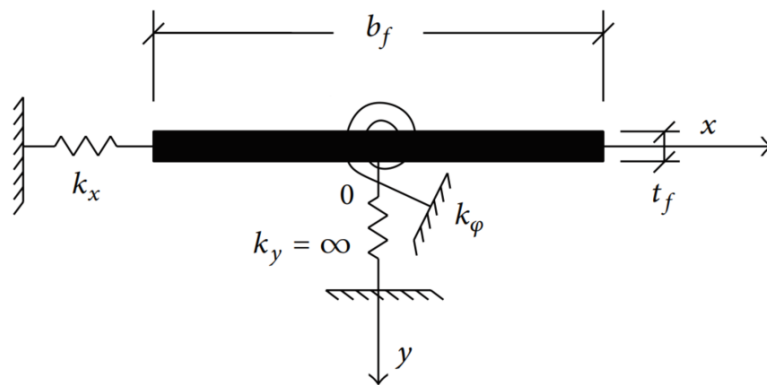


Fig. 8. Simplified calculation model of LDB in steel-concrete composite beams [31].

Another point that generates discussions regarding the determination of the LDB elastic critical moment is the consideration of the concrete slab and the longitudinal reinforcement effects. The models by Svensson [17], Williams and Jemah [18] and Goltermann and Svensson [22] disregard the effects of the concrete slab and, consequently, the longitudinal reinforcement. In these models it is considered that the profile bottom flange, with or without a web region, is under the action of axial compression forces. Therefore, the possibility of varying the area under compression, an effect caused by longitudinal reinforcement, is not considered. On the other hand, Bradford and Gao [6] developed a study where the effect of the concrete slab and the longitudinal reinforcement were analyzed. According to Bradford and Gao [6], the slab controls the position of the neutral axis and hence the stress resultants in the beam. Dias et al. [54] stated that the presence of the reinforcements reduces the compressive stress in the bottom flange, but also increases the compressed depth of the web as the elastic neutral axis is displaced from the profile's centroid to a position closer to the slab. To analyze the effects of the slab and longitudinal reinforcement, instead of including the reinforcements, Dias et al. [54] added a compressive axial force to the steel section. The authors [54] noted that the displacement of the neutral axis from the steel section's centroid to the composite section's centroid may lead to reductions of up to 54% in the value of the elastic critical moment. Dias et al. [54] stated that this effect, therefore, may not be neglected in the analysis as is done in some studies. In addition, it has also been shown that there is a coupling effect between this phenomenon and the level of restraint that is provided to the bottom flange by the web. Regarding the models by Roik et al. [20] and Hanswille et al. [21], which use the U-frame model, it is worth noting that they consider the concrete slab in the calculation of rotational stiffness, in addition, both models consider the possibility of the displacement of the neutral axis from the steel section's centroid to the composite section's centroid. However, Dias et al. [54], observed divergences from the models proposed by Roik et al. [20] and Hanswille et al. [21] with the results of numerical analyzes that consider the effects of the presence of reinforcements at the LDB elastic critical moment.

As shown, it turns out that there is still no consensus in determining the LDB elastic critical moment in steel-concrete composite beams. Several methodologies are proposed, but all show divergences between them, and also, when compared with results of numerical buckling analysis. The Fig.9 presents the comparison of the results of elastic critical moment for a generic section submitted to a uniform distribution of negative hogging moment, verifying the deviations between each of the models presented. Table 1 presents a summary with information on the main proposals for LDB elastic critical moment found in the literature.

Table 1: Studies on elastic LDB

Reference	Analysis method	Main points
Svensson [17]	(Theoretical) Energy method / Elastically-supported strut (T-beam)	Inadequate Vlasov theory - proposed a new model considers the compressed flange as a column
Williams and Jemah [18]	(Theoretical) Energy method / Elastically-supported strut (T-beam)	Adapted Svensson's method considering that in addition to the flange, about 15% of the web could also be analyzed as a column under compression
Goltermann and Svensson [22]	(Theoretical) Energy method / Elastically-supported strut (T-beam)	Adapted Svensson method, considering that, in addition to the flange, about 15% of the web could also be analyzed as a column under compression and the Saint Venant torsional resistance was taken into account
Roik et al. [20]	(Theoretical) Energy method / Inverted U-frame model	Considered the influence of the slab through the inverted U-frame model
Bradford and Gao [6]	(Numerical analysis) Finite element / T-beams model	Checking for divergences in existing methods, develop a finite element method for FLD analysis
Dekker, Kemp and Trinchero [26]	(Theoretical) Energy method / T-beams model	Presented a modification in the equations based on the classical Vlasov theory
Bradford [27]	(Numerical analysis) Finite element / T-beams model	Verified different effects of distortional buckling according to the type of element. It was concluded that for composite beams there is an increase in the critical moment.
Hanswille et al. [21]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Inverted U-frame model	Highlighted that the results obtained by Roik et al equation can be up to 37% unsafe in determining the critical elastic moment to the FLD
Vrcelj and Bradford [28]	(Numerical analysis) bubble augmented spline finite strip method / T-beams model	Observed that with the increase of the web slenderness parameter there is an intensification of the FLD and a reduction of the elastic critical moment
Chen and Ye [29]	(Theoretical) Energy method / T-beams model	The classic LTB theory underestimates the elastic critical moment to LDB for steel-concrete composite beams
Ye and Chen [25]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	Showed divergences between numerical results and the results of the Svensson, Williams and Jemah and Goltermann and Svensson procedures
Wangbao et al. [55]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	Showed divergences between numerical results and the results of the Svensson, Williams and Jemah and Goltermann and Svensson procedures
Zhou et al. [49]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	Checking divergences between the numerical analysis results and the analytical procedures, he proposed a new method considering the effectiveness of gradient of a moment and the effect of shear deformation of the web
Zhou, Li and Yan [30]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	With the improve of the previously proposed method, Zhou et al. [49], practical formula for determining the LDB elastic critical moment was proposed.
Dias et al. [54]	(Theoretical) Energy method / Inverted U-frame model	Verifying divergences between numerical analyzes results and the Roik et al. and Hanswille et al. procedures, a new methodology was proposed

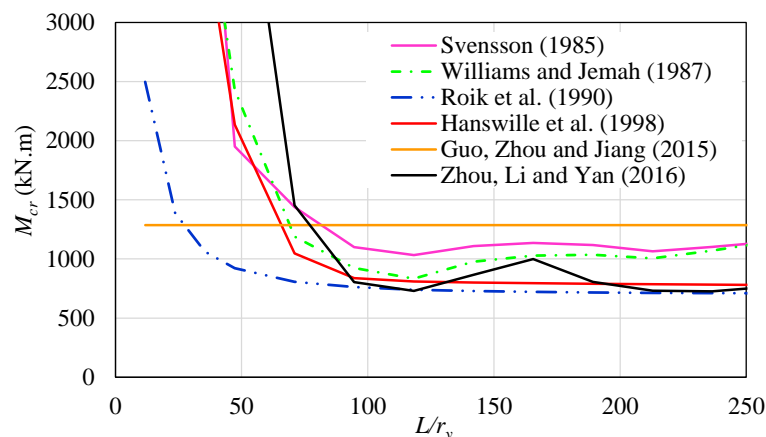


Fig. 9. Comparison between procedures for determining the elastic critical moment

2.2 LDB inelastic behavior: experimental, numerical and theoretical studies

Experimental investigations of continuous composite beams, in a region of negative hogging moment, are less common, supposedly because this type of experimentation is costly and difficult to perform [34]. On the other hand, the development of numerical analyzes capable of accommodating several effects such as the initial geometric imperfection, residual stresses, slipping between the concrete and steel interfaces, geometric non-linearity and material non-linearity make the investigation of composite structures increasingly possible.

Hope-Gill and Johnson [67] experimentally analyzed three continuous steel-concrete composite beams (Fig.10). The authors observed that the continuous composite beams failed prematurely due to local buckling, in the regions close to the supports, or due to the rupture of the concrete slab, in the regions under positive bending moment.

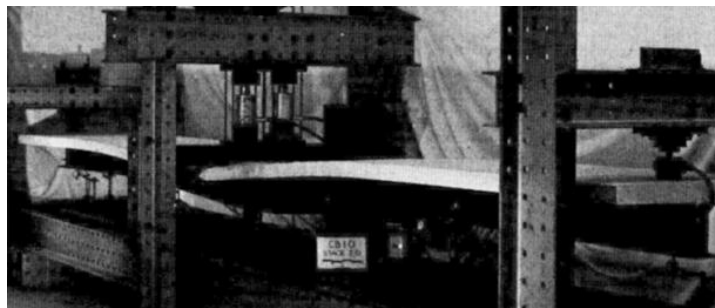


Fig.10. Hope-Gill and Johnson experimental investigation [67].

In a different way of Hope-Gill and Johnson [67], the research by Bradford and Johnson [36] aimed to investigate the behavior of the LDB and the local stability of steel-concrete composite beams used in bridges. For the investigation, Bradford and Johnson [36] developed a finite element method to analyze the LDB inelastic behavior and the local stability of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment. The failure mode verified by the authors was a combination of LDB and local stability modes. Bradford and Johnson [36] noted the conservative situation of the normative procedure present in BS5400, thus, the authors proposed changes in this procedure. On the other hand, Fan's work [68] was one of the first experimental studies dedicated to the investigation of LDB and local buckling in steel-concrete composite beams. Fan [68] obtained evidence that local buckling and LDB can occur simultaneously and that the combination of these stability modes is responsible for the decline in flexural strength of these elements. Another observed, but not conclusive, evidence was that the ultimate moment of composite beams under the action of negative hogging moment is dependent on the proportions of their cross section, and not on the unrestrained length subject to negative hogging moment. Posteriorly, Johnson and Fan [37] performed full-scale tests on five steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment. Johnson and Fan [37] affirm that design curves for I-beams are well established in relation to LTB, which disregards the possibility of cross section distortion, situation that is not verified for LDB in steel-concrete composite beams. In addition, the authors reiterate that the standard codes make the same curves used for I-beams valid for the estimation of the LDB strength in steel-concrete composite beams, justifying the need to verify this validity through experimental tests. With the tests, Johnson and Fan [37] found that the ultimate strength of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment is governed by a complex interaction between the LDB and the local buckling, which

are strongly influenced for the initial imperfections. Regarding the analytical methods, Johnson and Fan [37] concluded that the procedures were conservative and underestimated the LDB strength between 23% and 33%, highlighting the BS 5400:1985 method that estimated the LDB strength three times lower than the results obtained in the tests. The same observations were made by Weston, Nethercot and Crisfield [38] who carried out analyzes on girders of steel-concrete composite bridges in the regions close to the internal supports. The authors observed the occurrence of LDB in conjunction with local stability in the bottom flange and in the web. In addition, Weston, Nethercot and Crisfield [38] concluded inadequate situations in the standard procedures for estimating LDB strength, with emphasis on the BS5400:1985 procedure, which underwent a modification proposed by the authors. Finally, the authors concluded that, for most of the usual I-section dimensions used in steel-concrete composite beams, LDB will not occur with moments below the plastic moment. In the sequence, Johnson and Chen [69], analyzed the stability phenomena in four continuous steel-concrete composite beams, through the development of experimental tests. The authors analyzed the influence of the web stiffeners. The results were compared with standard procedures and analytical methods. Johnson and Chen [69] concluded that web stiffeners are responsible for reducing local stability and increasing the strength of these elements, especially when positioned close to the internal supports. When the experimental results were compared with the estimates of the analytical procedures, conservative situations were verified for all methods, and the EC4 was the one that presented results closer to the experimental values.

Chen [70] also observed, with the performance of experimental tests, that the presence of web stiffeners in the regions close to the internal supports were responsible for an increase in the strength of these elements (Fig.11). In addition, Chen [70] found that local buckling occurred in regions close to internal support even after the LDB start. Chen and Wang [12] also investigated, with the development of nonlinear numerical analyzes, the influence of the web stiffeners on the LDB strength of steel-concrete composite beams. The authors also studied the influence on the LDB of parameters such as: the rigidity of the concrete slab; the web slenderness; and the spacing between the web stiffeners. Chen and Wang [12] observed that the web stiffeners significantly increases the strength of the composite beams under the action of negative hogging moment, and that the EC4 standard procedure provides conservative results of the LDB strength. Gizejowski and Khalil [40] also presented a comparison between the results obtained by the EC4 procedure and the results of nonlinear numerical analysis, confirming the conservative situation of this procedure. In recent work, Rossi et al. [15] presented a numerical investigation about the LDB strength of steel-concrete beams. The authors found that the presence of web stiffeners in the quarter points of the span (L), under the action of uniform negative hogging moment, are responsible for an average increase of 16% in the LDB strength. The authors also verified the conservative situation of the Australian standard procedures (AS4100: 1998 R2016 [46]), North Americans (AISC 360-16 [43] and AASHTO 2017 [44]), European (EN 1994-1-1 [45]) and Brazilian (ABNT NBR 8800: 2008 [48]) and stated the need for further investigation on the topic. The rotational stiffness of steel-concrete composite beams was investigated by Dietrich, Calenzani and Fakury [11]. The authors evaluated the analytical procedure proposed in EN 1994-1-1:2004 [45] to determine the rotational stiffness of composite beams with concrete slab and non-stiffened steel web based on the inverted U-frame model. Dietrich, Calenzani and Fakury [11]

found that the procedure of EN 1994-1-1:2004 [45] overestimates the values of rotational stiffness of the concrete slab, for the forces in the direction of opening the inverted U-frame model. Thus, the authors proposed an adjustment in the EC4 procedure.



Fig.11. Experimental study by Chen [70]

One of the most recent experimental studies dealing with stability phenomena in steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment was developed by Tong et al. [42] (Fig.12). Tong et al. [42] analyzed eight beams with lengths of 3.0 m and 4.2 m, checking the influence of factors such as: the distribution of negative hogging moment, span length, slenderness parameters, interaction degree and the presence of web stiffeners. Tong et al. [42] observed that LDB occurs mainly in cases where the negative hogging moment has the same amplitude at both ends of the beams. In these cases, the LDB ultimate moment is less than the plastic moment of the section. However, according to Tong et al. [42], for other situations of negative hogging moment distribution, the LDB ultimate moment is greater than the section plastic moment. The authors also verified the possibility of the simultaneous occurrence of LDB with local stability modes. Finally, Tong et al. [42] also concluded that the web stiffeners is responsible for increasing the strength and the rotational capacity of the element. Subsequently, the steel-concrete composite beams by Tong et al. [42] were validated numerically, using the Ansys software, by Zhou and Yan [4]. After validating the numerical model, Zhou and Yan [4] developed a parametric study analyzing the influence under the LDB of factors such as: the interaction degree, the force ratio (dependent on the longitudinal reinforcement present in the concrete slab) and slenderness parameters of I-section. The authors observed a small influence of the interaction degree on the LDB strength and found that the web slenderness parameter is the most significant factor in the LDB strength. It was also verified that with the increase of the force ratio, the reinforcement of the concrete slab increased, the pressure of the steel beam increased in the negative moment area, and the height of the compression area of the steel beam web increased, thus decreasing the stability of the steel-concrete composite beam. Comparing the numerical results with the EC4 procedures (EN 1994-1-1:2004) Zhou and Yan [4] found a conservative situation in the European standard procedure. In view of this situation, Zhou and Yan [4] proposed an analytical procedure to estimate the LDB strength of steel-concrete composite beams under the action of uniform negative hogging moment (Eq. 10-13).

$$M_{u,dist} = \phi_{PR} M_{pl-C.beam} \quad (10)$$

$$\phi_{PR} = 1.56 - 0.58\lambda_{PR} \leq 1.0 \quad (11)$$

$$\lambda_{PR} = 0.09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0.2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.4} \left(\frac{h_0}{t_w} \right)^{0.6} (1.5 + \rho)^{0.5} \quad (12)$$

$$\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2A_f f_f)} \quad (13)$$



Fig.12. Experimental study by Tong et al. [42]

Johnson and Molenstra [59] developed an experimental study on the behavior of headed studs shear connectors in steel-concrete composite beams considering the inverted U-frame model. The authors stated that continuous inverted-U frame action can be effective in stabilizing the bottom flanges of continuous composite plate girders near internal supports, because the shear connection usually has sufficient strength and stiffness in transverse bending [59]. According to Johnson and Molenstra [59], tests in composite bridges show that the shear connection stiffness affects less than 1% of the total rotational stiffness. The effects of partial shear connection in the hogging moment regions of composite beams was also investigated by Loh, Uy and Bradford [71]. The authors [71] developed an iterative-based analytical model to study the behavior of composite beams subjected to negative hogging moment. The results established that there were no detrimental effects due to the shear connectors in hogging moment regions. Beams designed using partial shear connection showed almost similar behavior with full shear connection beams [71].

Another numerical study that investigated the occurrence of LDB in steel-concrete composite beams was presented by Chen and Jia [13]. The analysis developed with the ABAQUS software aimed to investigate the LDB strength of prestressed composite beams. Chen and Jia [13] found that the LDB strength decreases with the increase of prestressing force and that the web slenderness and the slenderness of the compressed flange significantly influence the LDB strength. Bradford [32] also investigated the LDB in I-beams that presented the tensioned flange completely restrained and the compressed flange unrestrained, a characteristic situation of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment. Bradford [32], verifying the conservative situation of the inverted U-frame model, carried out an investigation, using the finite element method, of the LDB strength in the inelastic behavior. Bradford [32] observed, with the numerical results, a conservative situation of procedures such as AS4100:1998 and BS5950. Thus, the author proposed a new formulation, based on the Australian standard AS4100, for the estimation of the LDB strength in steel-concrete composite beams (Eq. 14-15). Vrcelj and Bradford [9] also investigated the inelastic behavior of LDB in steel-concrete composite beams through the development of an inelastic buckling analysis method of thin-

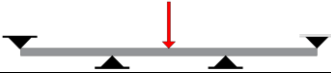

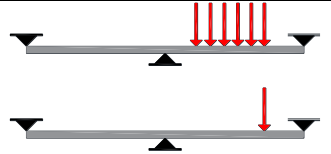


walled sections. The method was based on bubble-augmented spline finite strip method. The authors [9] investigated the inelastic LDB of continuous composite T-section beams under transverse loading and moment gradient. The influence of parameters such as geometry, residual stresses, member length, the rigid restraint provided by the concrete slab and the degree of reinforcement in the concrete was investigated. The authors [9] verified significant reductions in the ultimate load capacities were observed for continuous composite beams as a result of the coupling of material non-linearity, local and distortional buckling, residual stresses and the varying axial force. The buckling mode in shorter members was found to be predominantly local, whilst in longer members it was lateral distortional buckling [9].

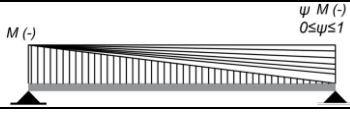

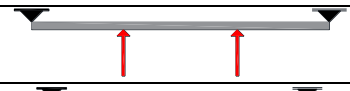

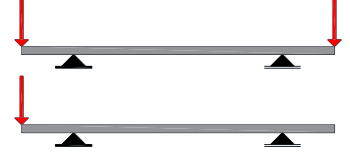

$$M_{u,dist} = 0.6 \left\{ \sqrt{\left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_o} \right)^2 + 3} - \left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_o} \right) \right\} M_{pl-I beam} \leq M_{pl-I beam} \quad (14)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{M_{pl-I beam}}{M_o}} = 0.02 \left(\frac{L}{r_y} \right)^{0.5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0.5} \quad (15)$$

In the same year, Bradford and Kemp [34] presented a review of the main researches about the stability modes in steel-concrete composite beams. The authors stated that experimental studies of local buckling and LDB in steel-concrete composite beams are rare, and that the recommendations of the standard codes are questionable, at best. Bradford and Kemp [34] presented a summary of the main tests of continuous steel-concrete composite beams, where it was observed that in many cases the plastic behavior was reached before the degeneration of the element's strength due to stability phenomena. The combination of the effects of negative hogging moment action and axial compression load was investigated by Vasdravellis et al. [7]. Through the development of experimental and numerical analyzes the authors found that when a compressive load acts on the composite section, the strength to the negative hogging moment is significantly reduced and the local buckling in the steel beam is more pronounced, compromising the ductility of the section. Table 2 summarizes the main investigations under the LDB, presenting the details of the study and the parameters analyzed.

Table 2: Studies on inelastic behavior of LDB

Reference	Investigation	Analysis scheme	Parameters analyzed	Failure
Hope-Gill and Johnson [67]	Exper.		Span, I section, effective width of solid slab.	LB, slab crushing, plastic behavior.
Bradford and Johnson [36]	Theor./Num		Span, I section, reinforcement rate in the solid slab.	LDB and LB.
Johnson and Fan [37]	Exper.		Span, negative hogging moment distribution, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Weston, Nethercot and Crisfield [38]	Num.		Span, I section, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Johnson and Chen [69]	Exper.		Span, I section, web stiffeners, solid slab.	LDB and LB.

Bradford [32]	Num.		Span, I section, negative hogging moment distribution, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Chen and Jia [13]	Num.		Span, I section, protection reinforcement, solid slab.	LDB and LB.
Chen and Wang [12]	Num.		Span, web stiffeners, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Vasdravellis <i>et al.</i> [7]	Exper./Num.		Span, I section, solid slab.	LB and plastic behavior.
Tong <i>et al.</i> [42]	Exper.		Span, I section, negative hogging moment distribution, interaction degree, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Zhou and Yan [4]	Num.		Span, I section, interaction degree, force ratio, solid slab.	LDB

Regarding the long-term effects of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment, are presented the works of Fan *et al.* [72,73]. According to the authors [72,73] the cracking of concrete occurs in hogging moment regions for cantilever beams due to the combined effects of concrete shrinkage and sustained negative bending moments. Shrinkage and creep of concrete will change the force distribution along the span in hyperstatic structures like continuous composite beams and composite frames, which may aggravate the cracking of concrete at negative bending regions. For short-span composite bridges using unscored construction, as the stress of concrete induced by dead load is low, the creep effect can be ignored. But for long span continuous composite beam bridges, the time dependent deformation of concrete has been found to have a significant effect on the overall structural behavior (Johnson and Buckby [74]). The work of Fan *et al.* [72] investigated the time-dependent behaviors of composite beams under positive and negative bending moments performing long-term sustained load tests on four composite beams for 3 years. The authors [72] found that the concrete cracking has significant impacts on the development of the deflection. It was verified that deflection decreased during the early period of loading due to concrete shrinkage. This trend was interrupted by the degrading stiffness of composite beams caused by concrete cracking, resulting in a break point in the deflection curve at 80 days of loading. After 200 days, the fluctuation of the deflection was mainly due to the variation of temperature and humidity. It was also noticed that after 3 years of loading, the deflections were still less than the instantaneous deflections, demonstrating that the deflection was significantly affected by the concrete shrinkage. The authors also suggest that more reinforcement in concrete slabs is helpful to restrict the occurring and propagation of cracks (Fan *et al.* [72]). In a later work, Fan *et al.* [73] present an analytical model to consider the creep, shrinkage, and cracking of concrete and its effects in the stresses, internal forces, and deflections of steel-concrete composite beams. The analytical model was proposed analyzing the long-term behavior of composite beams under service loads using the step-by-step procedure. The analytical model developed by the authors [73] proved to be accurate through a comparison with the previous testing results [72]. According to Ronagh [75] the phenomenon of LDB need not only be considered in the original design of the girder for short-term design loads, but also for time induced loading due to creep and shrinkage of the concrete slab. The phenomenon of LDB induced by creep and shrinkage behavior of the concrete slab in composite bridge

construction was investigated by Bradford and Vrcelj [76]. Bradford and Vrcelj [76] present how the creep and shrinkage deformations in concrete and composite steel-concrete structures can lead to geometric instabilities, such as LDB, and thus should be considered as a strength limit state, as well as a serviceability limit state.

The action of lateral loads that originate a torsional moment, together with the negative hogging moment, is another important parameter that affects the LDB behavior of steel-concrete composite beams. According to Lin and Yoda [77] few studies have been conducted to study the mechanical performance of composite beams subjected to combined hogging (negative) bending and torsion. Lin and Yoda [77] investigated curved steel-concrete composite beams subjected to negative hogging moment. The authors made a comparison between the ultimate negative bending and torsional moments of curved steel-concrete composite beam with straight composite beam. The authors [77] found that the failure patterns of curved composite beams change from bending failure to torsional failure with the curvature increasing. The behavior of steel-concrete composite beams under negative hogging moment and torsional moment combined action deserve further investigation. The effects of these actions on the instability modes (local buckling and LDB) considering the inverted U-frame model still represent a little researched area in steel-concrete composite beams.

3. LDB STANDARD PROCEDURES

The standard procedures that address this phenomenon use the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams or the inverted U-frame model. Eurocode 4 (EN 1994-1-1) [45] deals with the lateral buckling of continuous composite beams by reducing the section plastic moment resistance at the internal support, M_{pl} , to a lower value, $M_{u,dist}$, referred to the beam buckling strength (Eq. 16-19). Because the composite beam is one of several parallel members attached to the same concrete slab, design is based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. To consider the nonlinear influence factors (initial geometric imperfections and the residual stress) EC4 uses empirical instability curves, such as the Perry–Roberson curve [4]. This curve is expressed in terms of the slenderness ratio and the reduction factor determined by full-scale testing of steel members with initial geometric imperfections and the residual stress. However, the Perry–Roberson curves were developed considering only steel members under bending. This situation can lead to an imprecise determination of ultimate resistance to LDB in steel-concrete composite beams.

$$M_{u,dist} = \chi_{LT} M_{pl-C.beam} \quad (16)$$

$$\chi_{LT} = \left[\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2} \right]^{-1} \leq 1 \quad (17)$$

$$\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (18)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}} \quad (19)$$

The Brazilian standard code, ABNT NBR 8800: 2008 [48], is also based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. However, to consider the nonlinear influence factors (initial geometric imperfections and the residual stress) the Brazilian standard uses the 2P design curve provided by the SSRC (Structural Stability Research Council).

The procedure adopted by Australian Standards [46] (AS4100:1998 R2016) is not substantiated on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment, as noted in the procedures [45,48]. This procedure applies the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams (Eq. 20-23). In this procedure it is evaluated if the critical flange it is prevented or not from buckling. Thus, the necessary parameters for calculating the LDB-resistant capacity can be defined.

$$M_{u,dist} = \alpha_m \alpha_s M_{pl-I beam} \leq M_{pl-I beam} \quad (20)$$

$$\alpha_m = \frac{1.7 M_{max}}{\sqrt{[(M_2)^2 + (M_3)^2 + (M_4)^2]}} \leq 2.5 \quad (21)$$

$$\alpha_s = 0.6 \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_{cr}} \right)^2 + 3 \right]} - \left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_{cr}} \right) \right\} \quad (22)$$

$$M_{cr} = \sqrt{\left\{ \left(\frac{\pi^2 EI_y}{l_e^2} \right) \left[GJ + \left(\frac{\pi^2 EC_w}{l_e^2} \right) \right] \right\}} \quad (23)$$

The North American standard code does not present an explicit formulation for the consideration of LDB in steel-concrete composite beams. AASHTO [44] provides a method based on modifications to AISC recommendations [43] by applying the conventional lateral-torsional buckling theories. Therefore, the North American codes proposal for the investigation of LDB in steel-concrete composite beams does not take into account the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. In this context, it is noted that there are different approaches, regarding LDB, among the main normative procedures in the world. A comparison, for a uniform distribution of negative hogging moment, is performed in Fig. 13. In addition to the normative procedures, a comparison with the Bradford [32] proposal is also performed. Fig.13 makes clear the differences between the highlighted procedures.

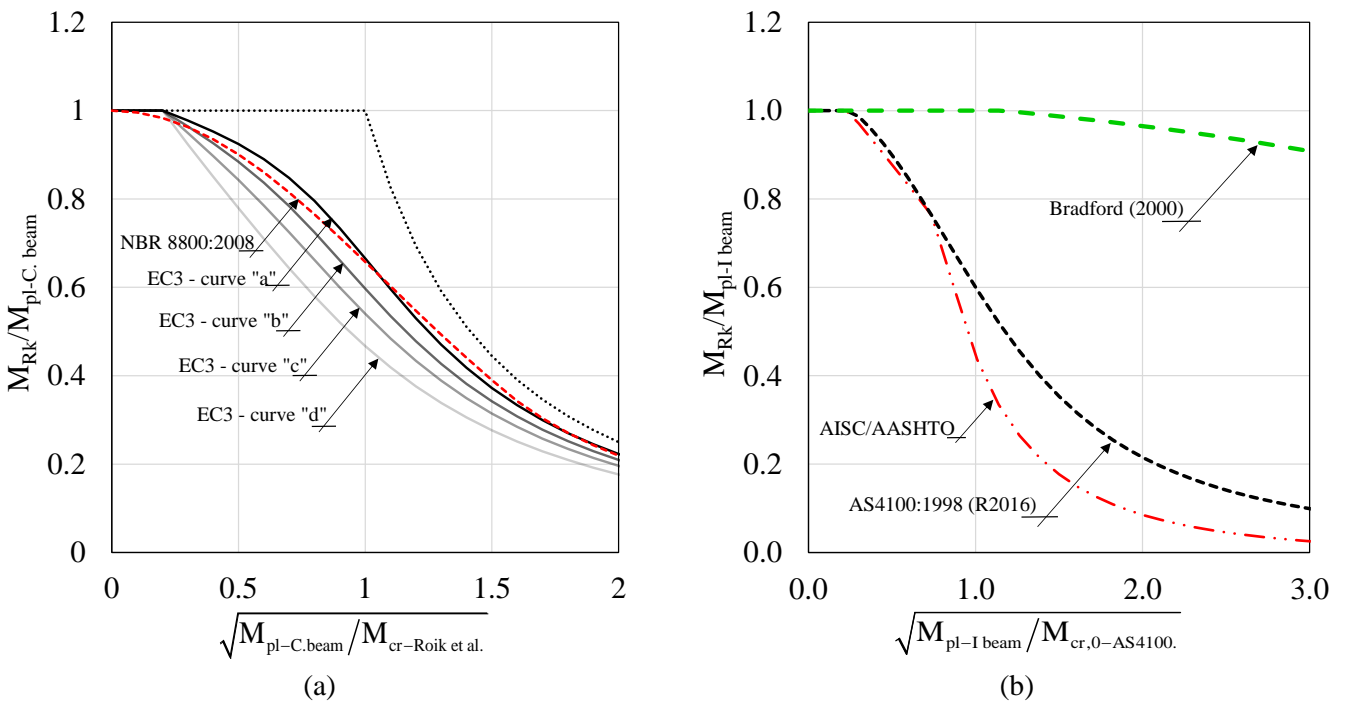


Fig. 13. Comparison between LDB strength procedures

4. DISCUSSIONS

The understanding of LDB behavior on steel-concrete composite beams still generates discussions and doubts. As presented, many studies seek to find a way to better determine the LDB strength of steel-concrete composite beams. For this, several researchers have investigated the LDB elastic behavior by determining the elastic critical moment. However, as presented, there is still no consensus in determining the elastic critical moment. Investigations show that the results of elastic critical moment, obtained through the existing methodologies, diverge from numerical results calculated through numerical buckling analyzes. When the elastic critical moment values, obtained by different methodologies, are compared with each other, divergences are also observed. These differences are a function of the theories that substantiate each methodology. It was found that some models are based on the energy method while others on the elastic foundation-beams theory. In addition, the considerations made by each methodology are different, while one addresses the LDB problem considering the compressed flange as a column under axial compression, another methodology considers that in addition to the flange a region of the web can also be added for understanding of the phenomenon. Another situation is the consideration of the effect of the concrete slab, which is in tension. Most theoretical models consider the presence of the concrete slab by defining a constant flexural stiffness of the slab (k_l), a question that is not well represented analytically [1]. In addition, there is no consensus regarding the influence of the longitudinal reinforcement present on the concrete slab under the value of the elastic critical moment. The reinforcements reduces the compressive stress in the bottom flange, but also increases the compressed depth of the web as the elastic neutral axis is displaced from the profile centroid to a position closer to the slab. The effects of the longitudinal reinforcement rate on the concrete slab still need further investigation. Another verified situation, include the contributions from three longitudinal displacement components including longitudinal displacement due to lateral deflection, additional longitudinal displacement due to the combined effects of lateral deflection and rotation, and warping displacement. It was found that these deformations are treated in different ways in the methodologies that seek to determine the elastic critical moment to LDB. Another fact, not represented analytically, is the possibility of coupling local deformation modes with the LDB (Fig.14). This condition is responsible for changing the behavior of the LDB, which can cause divergences between analytical and numerical results.

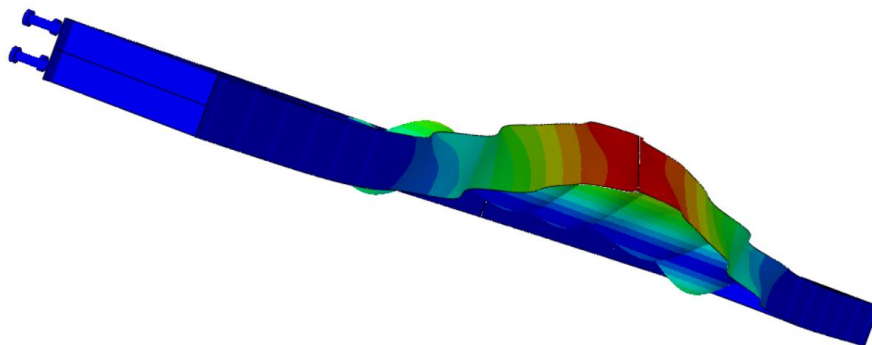


Fig. 14. Coupling between LDB and local buckling modes

Regarding the LDB strength of steel-concrete composite beams, other incompatibilities are observed. Research shows that the LDB strength is governed by a complex interaction between LDB and local stability modes [37,38,68]. However, standard procedures do not consider the possibility of this simultaneous occurrence. In addition, there are divergences, in relation to standard procedures, in the way of approaching the LDB. While North American (AISC 360-2016 [43] and AASHTO 2017 [44]) and Australian (AS/NZS 2327 [47] and AS4100 [46]) standards address LDB using the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams, the European standard (EN 1994-1-1:20014 [45]) and the Brazilian standard (ABNT NBR 8800:2008 [48]) consider a condition of restrained distortional buckling through inverted U-frame model. Another divergence observed in the standard procedures is the determination of the plastic moment of the composite section under the action of negative hogging moment. The European (EN 1994-1-1:20014 [45]) and Brazilian (ABNT NBR 8800:2008 [48]) procedures calculate the plastic moment considering the steel area formed by I-section plus the longitudinal reinforcement area. On the other hand, the North American (AISC 360-2016 [43] and AASHTO 2017 [44]) and Australian (AS/NZS 2327 [47] and AS4100 [46]) procedures consider for the calculation of the plastic moment of the composite section, only the steel area of the I-section.

The experimental and numerical results show that the LDB in steel-concrete composite beams can occur only after the beams reach the plastic behavior [32,34,38,78]. This condition shows even more clearly the conservative situation of the normative procedures, which determine the LDB strength by applying a reduction factor in the plastic moment of the section. Fig.15 presents a summary of some experimental and numerical studies, which determined the LDB strength in the condition of uniform negative hogging moment, in comparison with standard procedures (EN 1994-1-1:20014 [45], ABNT NBR 8800:2008 [48], AISC 360-2016 [43] and AASHTO 2017 [44], AS/NZS 2327 [47] and AS4100 [46]) and with the Bradford proposal [32].

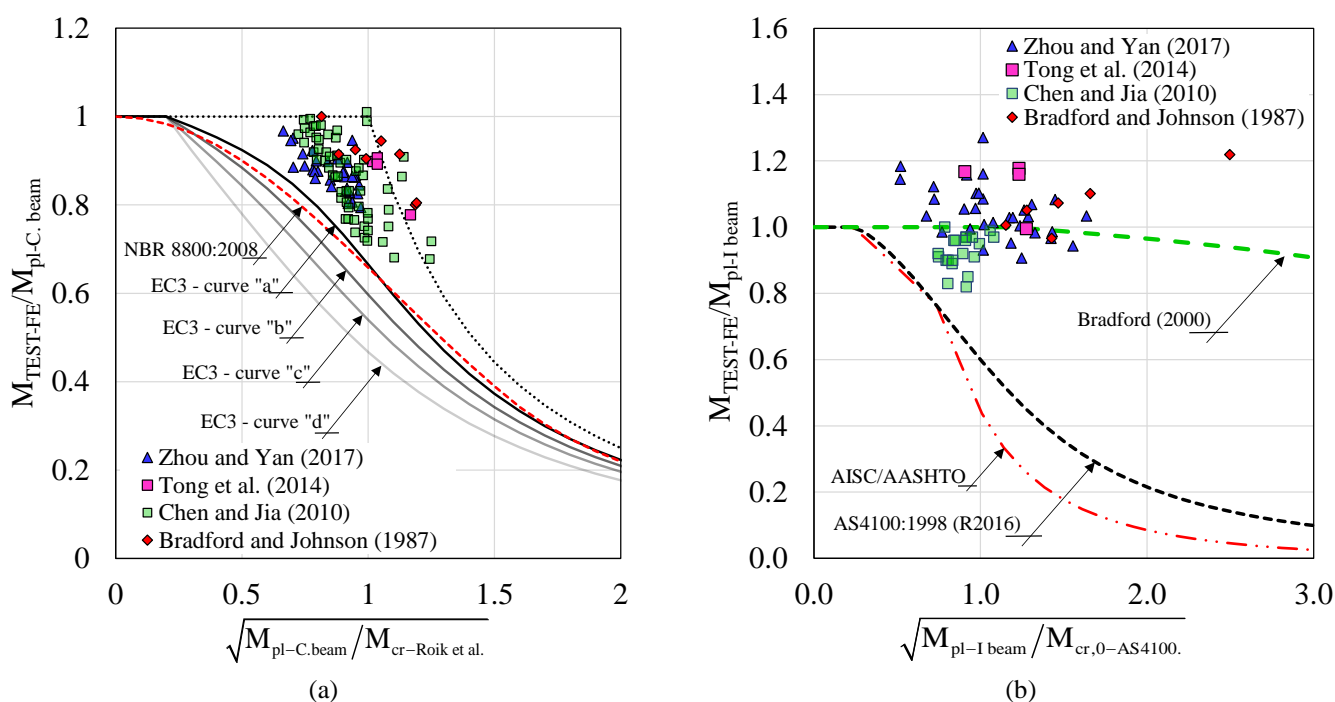


Fig. 15. Comparison of experimental and numerical results with analytical procedures

The experimental and numerical results compared with the analytical procedures (Fig.15) show the conservative condition of all standard procedures. On the other hand, the Bradford procedure [32] (Fig.15b) showed greater accuracy when compared to

the results found in the literature, however, in some situations, there is a non-conservative condition of the Bradford procedure [32]. It can also be seen in Fig.15b that for a considerable number of observations the LDB was reached only after the profile reached the plastic behavior. With respect to Fig.15a, where the plastic moment is calculated considering the composite section, it was verified that in some observations the LDB occurred very close to the plastic moment value of the composite section. According to Vrcelj and Bradford [9] in the condition where there is a considerable moment gradient, LDB occurs, frequently, only after the section reaches the plastic behavior. It is verified that the consideration of the longitudinal reinforcement in the concrete slab is an important point of divergence between the standard procedures. This fact deserves further investigation about the influence on LDB strength.

Therefore, it was verified that, despite the works developed with the objective of investigating LDB, there is still a need for further investigations about the phenomenon of LDB in steel-concrete composite beams. These investigations should seek to clarify which factors influence the LDB and how they influence it. The following item presents some directions for the development of future investigations.

4.1 Future research directions

The use of continuous steel-concrete composite beams brings structural and economic advantages. However, its design is much more complex when compared to simply supported beams, due to the possibility of the emergence of stability phenomena, with the LDB. Besides that, although buckling of plain steel beams in both the elastic and inelastic ranges of response has been studied extensively, and is now considered to be fairly well understood and quantified, buckling in composite beams still represents a grey area in structural engineering research. In this context, the following directions are suggested for the development of future research:

- Investigation of the influence of coupling between LDB and local stability modes;
- Analysis of the rotational stiffness influence, provided by the concrete slab, and its calculation methodologies;
- Investigation of the effect of longitudinal reinforcement on the LDB elastic critical moment;
- The influence of the longitudinal reinforcement area on the LDB strength of steel-concrete composite beams;
- The behavior of the LDB when using web stiffeners;
- Research about the combination of negative hogging moment and torsional moment, generated by the application of lateral loads, on the LDB behavior of steel-concrete composite beams;
- Analysis of the influence of the dimensions of the concrete slab. And the possible influence of different types of slabs, such as the use of prefabricated hollow core slabs, the use of which is in great expansion;
- Analysis of the long-term effects (creep and shrinkage of the concrete) on the behavior of steel-concrete composite beams under the action of negative hogging moment;
- Differences in the buckling behavior of elastic (Class 4), inelastic (Class 2 and 3) and plastic (Class 1) members, and the development of a global model for all of these conditions.

5. CONCLUSION

This study presents a critical review of LDB in steel-concrete composite beams. The main studies that analyzed the elastic and inelastic behavior of LDB are presented, in addition to an overview of the main standard procedures. Finally, the future research directions have been presented, showing parameters that still need further investigation. In this way, it was concluded:

- There are divergences between methodologies used to determine the LDB elastic critical moment;
- Experimental and numerical investigations show that LDB can occur simultaneously with local stability modes. In addition, in some situations, research shows that LDB occurs only after the section reaches the plastic behavior;
- Divergences between standard procedures were observed. It was also verified a conservative situation regarding standard procedures when compared with results in the literature;
- The LDB behavior of steel-concrete composite beams is not yet fully understood by structural engineering;

Therefore, there is a need for further investigations about LDB in steel-concrete composite beams, highlighting the directions presented in item 4.1.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was financed by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

REFERENCES

- [1] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1–17. doi:10.1142/S0219455419500792.
- [2] S. De Nardin, A. El Debs, State of the art of steel-concrete composite structures in Brazil, *Proc. Inst. Civ. Eng. Civ. Eng.* 166 (2013) 20–27. doi:10.1680/cien.2013.166.6.20.
- [3] J. Turmo, J.A. Lozano-Galant, E. Mirambell, D. Xu, Modeling composite beams with partial interaction, *J. Constr. Steel Res.* 114 (2015) 380–393. doi:10.1016/j.jcsr.2015.07.007.
- [4] W.-B. Zhou, W.-J. Yan, Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment, *Thin-Walled Struct.* 116 (2017) 201–211. doi:10.1016/j.tws.2017.02.011.
- [5] J.-H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1350001. doi:10.1142/S0219455413500016.
- [6] M.A. Bradford, Z. Gao, Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams, *J. Struct. Eng.* 118 (1992) 73–89. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(73).
- [7] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, The effects of axial tension on the hogging-moment regions of composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 68 (2012) 20–33. doi:10.1016/j.jcsr.2011.06.017.
- [8] A. De Angelis, M.R. Pecce, G. Logorano, Evaluation of the plastic hinge length of steel-concrete composite beams under hogging moment, *Eng. Struct.* 191 (2019) 674–685. doi:10.1016/j.engstruct.2019.04.077.
- [9] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams, *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 850–859. doi:10.1016/j.jcsr.2008.05.002.
- [10] J. Nie, J. Fan, C.S. Cai, Stiffness and deflection of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Struct. Eng.* 130 (2004) 1842–1851. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:11(1842).

- [11] M.Z. Dietrich, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Analysis of rotational stiffness of steel-concrete composite beams for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 198 (2019) 109554. doi:10.1016/j.engstruct.2019.109554.
- [12] S. Chen, X. Wang, Finite Element Analysis of Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite Beams with Transverse Web Stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. doi:10.1260/1369-4332.15.9.1607.
- [13] S. Chen, Y. Jia, Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons, *Thin-Walled Struct.* 48 (2010) 233–242. doi:10.1016/j.tws.2009.10.009.
- [14] S.X. Liu Yang, Tong Lewei, Sun Bo, Chen Yiyi, Zhou Feng, Tian Hal, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (2014) 10–21. doi:10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002.
- [15] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, et al., Numerical assesment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams, *J Constr Steel Res.* (2020). doi:10.1016/j.jcsr.2020.106192.
- [16] V.Z. Vlasov, Thin walled elastic beams. Israel Program for Scientific Translations, (1961).
- [17] S.E. Svensson, Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force, *J. Constr. Steel Res.* 5 (1985) 179–193. doi:10.1016/0143-974X(85)90002-1.
- [18] F.W. Williams, A.K. Jemah, Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams, *J. Constr. Steel Res.* 7 (1987) 133–147. doi:10.1016/0143-974X(87)90025-3.
- [19] R.P. Johnson, M.A. Bradford. Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders. In: Morris LJ, editor. International conference on stability and plastic collapse of steel structures; 1983. p. 569-80.
- [20] K. Roik, G. Hanswille and J. Kina, Solution for the lateral torsional buckling prob lem of composite beams (in German), *Stahlbau* 59 (1990) 327–332.
- [21] G. Hanswille, J. Lindner and D. Munich, Lateral torsional buckling of composite beams (in German), *Stahlbau* 67 (1998) 525–535.
- [22] P. Goltermann, S.E. Svensson, Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress, *J. Struct. Eng.* 114 (1988) 1606–1625. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:7(1606).
- [23] W.-B. Zhou, L.-Z. Jiang, S.-J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2015) 1550045. doi:10.1142/s0219455415500455.
- [24] W.B. Zhou, L.Z. Jiang, S.J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1–22. doi:10.1142/S0219455415500455.
- [25] J.H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1–29. doi:10.1142/S0219455413500016.
- [26] N.W. Dekker, A.R. Kemp, P. Trincherro, Factors influencing the strength of continuous composite beams in negative bending, *J. Constr. Steel Res.* 34 (1995) 161–185. doi:10.1016/0143-974X(94)00045-J.
- [27] M.A. Bradford, Distortional buckling of elastically restrained cantilevers, *J. Constr. Steel Res.* 47 (1998) 3–18. doi:10.1016/S0143-974X(98)80003-5.
- [28] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Elastic Bubble Augmented Spline Finite Strip Method in Analysis of Continuous Composite Beams, *Aust. J. Struct. Eng.* 7 (2007) 75–84. doi:10.1080/13287982.2007.11464966.
- [29] W. Chen, J. Ye, Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric i-beams, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 10 (2010) 983–1016. doi:10.1142/S0219455410003865.
- [30] W.-B. Zhou, S.-J. Li, W.-J. Yan, Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel-concrete composite beams, *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 25 (2016) 1055–1072. doi:10.1002/tal.1297.
- [31] F. Guo, S. Zhou, L. Jiang, Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region, 2015 (2015).

- [32] M.A. Bradford, Strength of compact steel beams with partial restraint, *J. Constr. Steel Res.* 53 (2000) 183–200. doi:10.1016/S0143-974X(99)00066-8.
- [33] M.A. Bradford, H.R. Ronagh, Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM, *J. Struct. Eng.* 123 (1997) 1631–1637. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:12(1631).
- [34] M.A. Bradford, A.R. Kemp, Buckling in continuous composite beams. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.2, p 169-178, 2000.
- [35] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, Behaviour and design of composite beams subjected to negative bending and compression, *J. Constr. Steel Res.* 79 (2012) 34–47. doi:10.1016/j.jcsr.2012.07.012.
- [36] M.A. Bradford, R.P. Johnson, Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports, (1987) 143–159.
- [37] R.P. Johnson, C.K.R. Fan, Distortional lateral buckling of continuous composite beams, *Proc. - Inst. Civ. Eng. Part 2. Res. Theory.* 91 (1991) 131–161. doi:10.1680/iicep.1991.13586.
- [38] G. Weston, D.A. Nethercot, M.A. Crisfield, Lateral buckling in continuous composite bridge girders, *Struct. Eng. London.* 69 (1991) 79–87.
- [39] R.P. Johnson, S. Chen, Stability of continuous composite plate girders with u-frame action., *Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. doi:10.1680/istbu.1993.23377.
- [40] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected To Hogging Bending, (2010) 839–846.
- [41] Y. Liu, L. Tong, B. Sun, Y. Chen, F. Zhou, H. Tian, X. Sun, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *Jianzhu Jiegou Xuebao/Journal Build. Struct.* 35 (2014) 10–20. doi:10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002.
- [42] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). doi:10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001.
- [43] AISC, Specifications for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 360-16, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [44] American Association of State and Highway Transportation Officials. (AASHTO) (2017), AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 8th ed. with 2017 Interim Provisions, AASHTO, Washington, DC.
- [45] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994)
- [46] Standards Association of Australia. AS 4100 steel structures. Sydney, Australia; 1998.
- [47] Standard Association of Australia/Standard Association of New Zealand. AS/NZS 2327 Composite structures - Composite steel concrete construction in buildings, Sydney (Australia), 2017.
- [48] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 8800. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, standard, (Rio de Janeiro, Brazil, 2008).
- [49] W.-B. Zhou, L.-Z. Jiang, S.-J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1550045. doi:10.1142/S0219455415500455.
- [50] A. Rossi, F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, E.C. Mesacasa Júnior, Assessment of lateral distortional buckling resistance in welded I-beams, *J. Constr. Steel Res.* 166 (2020) 105924. doi:10.1016/j.jcsr.2019.105924.
- [51] A. Rossi, C.H. Martins, R.S. Nicoletti, A.S.C. Souza, Reassessment of lateral torsional buckling in hot-hollowed I-beams, *Structures.* (2020) ISTRUC801. doi:10.1016/j.istruc.2020.04.041.
- [52] D.J. Oehlers, M. A. Bradford, Elementary behaviour of composite steel and concrete structural members, Butterworth-Heinemann, Oxford, U.K, 1999.
- [53] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Restrained distortional buckling strength of steel-concrete composite beams - A review of current practice and new developments, 10th Int. Conf. Mod. Build. Mater. Struct. Tech. (2010) 604–612.

- [54] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1950079. doi:10.1142/S0219455419500792.
- [55] Z. Wangbao, J. Lizhong, K. Juntao, B. Minxi, Distortional Buckling Analysis of Steel-Concrete Composite Girders in Negative Moment Area, *Math. Probl. Eng.* 2014 (2014) 1–10. doi:10.1155/2014/635617.
- [56] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).
- [57] P. Goltermann, (1985). Samvirken mellem lokal og global stabilitet i tyndvæggede bjelker. ABK Rep. No. 207, Ser. R., The Technical University of Denmark.
- [58] J.P.S. de Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, W.G. Ferreira, Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 113 (2016) 121–132. doi:10.1016/j.engstruct.2016.01.021.
- [59] R.P. Johnson, N. Molenstra, Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. *Struct Eng* 1990;68(19/ 2):386–92.
- [60] M.A. Bradford, Lateral-distortional buckling of continuously restrained columns, *J. Constr. Steel Res.* 42 (1997) 121–139. doi:10.1016/S0143-974X(97)00023-0.
- [61] G. J. Hancock, M.A. Bradford, N.S. Trahair, (1980). Web distortion and flexural-torsional buckling. *Struct. Engrg. Div., ASCE*, 106(7),1557-1571.
- [62] G., Weston; A., Nethercot (DUBASP. and VANDEPITTE D. (eds)). Continuous composite bridge beams-stability of the steel compression flange in hogging bending. *Stability of plate and shell structures*, European Convention for Constructional Steelwork, 1987,4.
- [63] G. Hanswille, Lateral torsional buckling of composite beams – comparison of more accurate methods with Eurocode 4. In: *Composite construction in steel and concrete IV*; 2002. p. 105–16.
- [64] M.A. Bradford and N.S. Trahair, Distortional buckling of I-beams, *Journal of the Structural Division*, 107(2) (1981) 355-370.
- [65] M. Ma, O. Hughes, Lateral distortional buckling of monosymmetric I-beams under distributed vertical load, *Thin-Walled Struct.* 26 (1996) 123–145. doi:10.1016/0263-8231(96)00012-2.
- [66] G. S. Tong and J. Xia, Buckling of I-sectional steel beams loaded by negative moments, *Progress in Steel Building Structures* 9(1) (2007) 73-74, 84, 94 (in Chinese).
- [67] M.C. Hope-Gill, R.P. Johnson, Tests on three three-span continuous composite beams, *Proc. Inst. Civ. Eng. Civ. Eng.* (1976) 367–381.
- [68] C.K.R. Fan, Buckling in continuous composite beams, University of Warwick, 1990.
- [69] R.P. Johnson, S. Chen, Stability of continuous composite plate girders with U-frame action, *Proc. Inst. Civ. Eng. Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. doi:10.1680/istbu.1993.23377.
- [70] S. Chen, Instability of composite beams in hogging bending. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1992.
- [71] H.Y. Loh, B. Uy, M.A. Bradford, The effects of partial shear connection in the hogging moment regions of composite beams Part II—Analytical study, *J. Constr. Steel Res.* 60 (2004) 921–962. doi:10.1016/j.jcsr.2003.10.008.
- [72] J. Fan, J. Nie, Q. Li, H. Wang, Long-Term Behavior of Composite Beams under Positive and Negative Bending. I: Experimental Study, *J. Struct. Eng.* 136 (2010) 849–857. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000175.
- [73] J. Fan, X. Nie, Q. Li, Q. Li, Long-Term Behavior of Composite Beams under Positive and Negative Bending. II: Analytical Study, *J. Struct. Eng.* 136 (2010) 858–865. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000176.
- [74] R.P. Johnson, and R.J. Buckby, (1986). *Bridges*, 2nd Ed., Vol. 2, Composite Structures of Steel and Concrete, Blackwell Scientific Publications, London.

- [75] H.R. Ronagh, Progress in the methods of analysis of restricted distortional buckling of composite bridge girders, *Prog. Struct. Eng. Mater.* 3 (2001) 141–148. doi:10.1002/pse.80.
- [76] M.A. Bradford and Z. Vrcelj, Instabilities in continuous composite beams induced by quasi viscoelastic slab behaviour. In: Amarjit Singh (ed.). *Creative Systems in Structural and Construction Engineering*. Rotterdam, Netherlands: A.A. Balkema. 2001: 937-941.
- [77] W. Lin, T. Yoda, Numerical study on horizontally curved steel-concrete composite beams subjected to hogging moment, *Int. J. Steel Struct.* 14 (2014) 557–569. doi:10.1007/s13296-014-3013-x.
- [78] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). doi:10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001.

The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel-concrete composite beams

Alexandre Rossi^{a*}, Alex Sander Clemente de Souza^a, Renato Silva Nicoletti^a, Carlos Humberto Martins^b

^aDepartment of Civil Engineering, Federal University of São Carlos, Brazil

^bDepartment of Civil Engineering, State University of Maringá, Brazil

Abstract

The behavior of structural steel frames is significantly influenced by the presence of structural and geometric imperfections. The structural imperfections, namely, the residual stresses, are generated during most manufacturing processes involving material deformation, heat treatment, machining or processing operations. As the residual stresses, the geometric imperfections are fundamental in the analysis of critical buckling and post-buckling behavior of thin-walled structures. These initial imperfections can be captured using the second order inelastic analysis, also known as advanced analysis. In the modern steel design codes, e.g., European code EC3, Australian code AS4100, North American Code AISC360-16 and Chinese code GB50017 the development of advanced numerical analyzes is allowed to predict the behavior of steel and composite frames. However, the random nature of the shapes and magnitudes of the initial imperfections results in difficulties in developing these analyzes. Therefore, this paper presents an assessment of the influence of structural imperfections, namely, the residual stresses, and geometric imperfections on the Lateral Distortional Buckling (LDB) strength of Steel-concrete Composite Beams (SCCB). The basis of the research is a thorough comparison between numerical and experimental results. Several residual stress patterns found in the literature have been implemented in numerical simulations of four different tests on SCCB subjected to uniform hogging moment. In addition, a sensitive analysis of the geometric imperfection values, namely, the initial bending, was developed. The post buckling numerical analyses were developed with the ABAQUS software. The analysis shown in this work shall help the choice of the initial imperfections on future numerical simulations on SCCB.

Keywords: Initial imperfections; Residual stress; Geometric imperfection; Steel-concrete composite beams; Lateral distortional buckling.

*Corresponding author. Tel: +55 (16) 3351 9663
e-mail: alexandre-rossi@hotmail.com (A. Rossi)

29 Notation

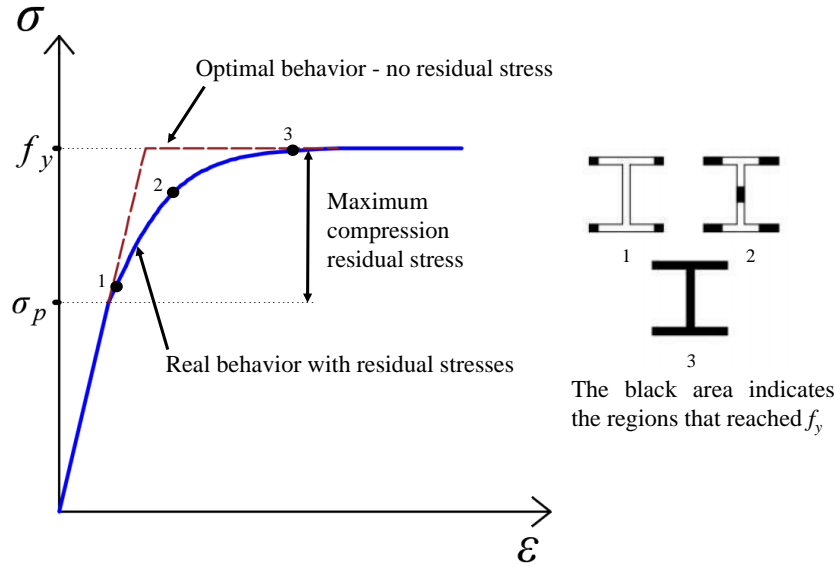
30 *The following symbols are used in this paper:*

31	A = sectional area of the steel I-beam	48	t_f = flange thickness
32	a = spacing between parallel beams	49	t_w = web thickness
33	b_f = flange width	50	U = displacement
34	d = section depth	51	UR = rotational displacement
35	E = modulus of elasticity	52	β_c = stress-strain relationship form factor of concrete in compression
36	$f_{ck-cubic}$ = characteristic compressive cubic strength of concrete	53	δ = lateral displacement
37	$f_{ck-cylindrical}$ = characteristic compressive cylinder strength of concrete	54	ε = strain
38	f_{cm} = compressive strength of concrete	55	ε_c = compressive strain
39	f_m = concrete tension strength	56	ε_t = tensile strain
40	f_u = ultimate strength	57	ε_u = ultimate strain
41	f_y = yield strength	58	ε_y = yield strain
42	h_w = web depth	59	θ = rotation
43	L = unrestrained length of composite beam	60	$\bar{\lambda}$ = slenderness ratio
44	M_{FE} = ultimate moment obtained from the finite element analysis	61	σ = stress
45	M_{test} = experimental test ultimate moment	62	σ_c = residual compression stress
46	M_y = bottom flange yield moment	63	σ_p = proportionality stress
47	$S_{headed\ stud}$ = spacing between headed stud connectors	64	σ_r = residual tensile stress

65 1. Introduction

66 In recent years, with the increase in the industrialization of civil construction, the use of Steel-Concrete
 67 Composite Beams (SCCB) has increased [1–8]. This increase is due to its construction speed, in addition to
 68 structural and economic advantages. According to Huu-Tai Thai *et al.* [9] extensive research on the modelling
 69 of these structures has been carried out to develop beam elements for capturing geometric and material
 70 nonlinear effects. Historically, it has been shown that thin-walled structures are “imperfection sensitive”, i.e.,
 71 critical buckling/ultimate loads depend upon the actual initial imperfection [10–12]. However, Chen and Jia
 72 [13] stated that for SCCB prestressed with external tendons, there is a slight difference in the ultimate moment
 73 of the beams with different residual stress patterns.

74 The residual stresses are generated during most manufacturing processes involving material
 75 deformation, heat treatment, machining or processing operations [14–16]. The intensity and distribution of
 76 residual stresses are dependent on the techniques used in the production of steel sections (welding, rolling or
 77 cold formed techniques) and their dimensions. Residual stresses have a significant impact on the stability
 78 behavior of structural steel members. These structural imperfections cause in elastoplastic materials, such as
 79 steel, the premature appearance of instability modes or premature yielding, responsible for the reduction of
 80 the resistant capacity of steel elements [17]. The yielding in these elements starts with a stress value, called
 81 the proportionality stress (σ_p), obtained by subtracting the residual stress value (σ_r) from the yield stress value
 82 (f_y) obtained in the axial tensile test, as shown in Fig. 1. Therefore, residual stresses are associated with material
 83 nonlinearities and their inelastic behavior.



84
85 **Fig. 1.** Stress-strain relationship with and without residual stress, adapted from [18].

86 On the other hand, according to Huu-Tai Thai *et al.* [9] geometric nonlinearities come from (i) the
87 axial force acting through the displacement due to member curvature (P - δ effect) and member chord rotation
88 (P - Δ effect); (ii) the axial shortening due to member bending (bowing effect); (iii) the out-of-straightness and
89 out-of-plumbness (geometric imperfection effect); and (iv) the interaction between the axial, flexural,
90 torsional and warping deformations. Geometric nonlinearity can be captured in the nonlinear analysis, whilst
91 material nonlinearity is considered in the inelastic analysis [9].

92 For the development of these analyzes in structures susceptible to instability phenomena, it is necessary
93 to consider residual stresses (material nonlinearities/inelastic behavior) and geometric imperfections
94 (geometric nonlinearity). Fig. 2 summarizes common analysis methods for framed structures with their
95 corresponding load-displacement behavior. According to Huu-Tai Thai *et al.* [9] linear elastic analysis (LA
96 according to the classification of EN 1993-1-6, 2007 [19]) is the simplest one which ignores both geometric
97 and material nonlinearities and thus its load-displacement prediction is linear. The nonlinear elastic analysis
98 accounts for geometric nonlinearity (GNA according EN 1993-1-6, 2007 [19]), but it ignores material
99 nonlinearity. The elastic buckling limit calculated by an eigenvalue analysis represents an upper bound
100 solution (Fig. 2). The linear inelastic analysis accounts for material nonlinearities, but it ignores geometric
101 nonlinearities. The nonlinear inelastic analysis captures both geometric and material nonlinear effects
102 (GMNIA according EN 1993-1-6, 2007 [19]). This is the only analysis method which can provide solutions
103 close to real behavior [9], therefore, these are the type of analyzes developed in this article to investigate the
104 LDB behavior of SCCB, also called advanced analysis.

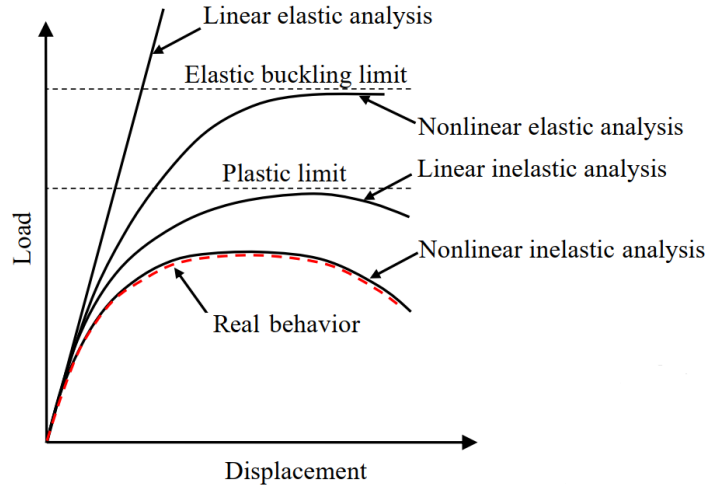


Fig. 2. Analysis types [9].

In the case of SCCB the stability failure mode is the Lateral Distortional Buckling (LDB) (Fig. 3). LDB occurs in continuous and semi-continuous SCCB in the region close to internal supports due to the presence of hogging moment [4,20]. LDB is characterized by a lateral displacement (δ) accompanied by a rotation (θ) of the compressed bottom flange that occurs due to the web distortion, if it is not rigid enough to withstand the lateral bending [21–23]. For the development of numerical simulations about the LDB strength in SCCB, the adoption of residual stress distribution models and geometric imperfections are essential. However, the models present in the literature have different amplitudes and forms of residual stresses distribution [24,25]. This fact leads to obtaining different LDB strength, according to the residual stress distribution model and geometric imperfection adopted in numerical analysis.

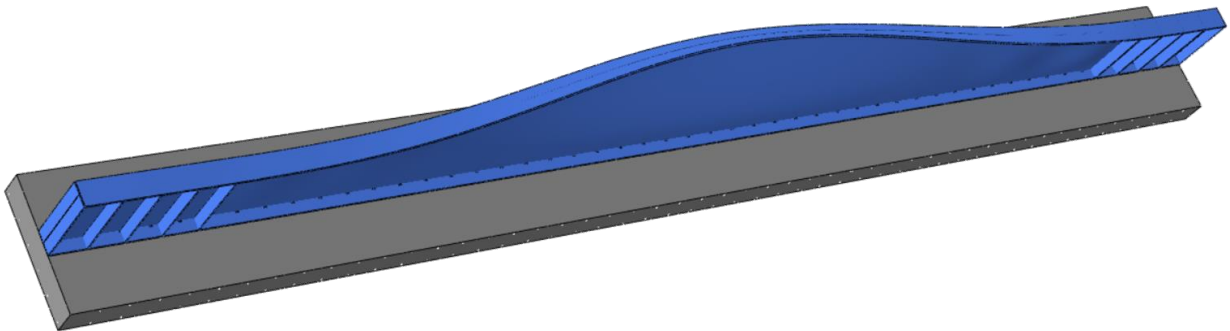


Fig. 3. Lateral distortional buckling in SCCB.

Some studies have investigated the effects of different residual stress distribution patterns and different values of geometric imperfections in steel elements. Couto and Vila Real [24] developed numerical investigations on the influence of initial imperfections on the Lateral Torsional Buckling (LTB) strength of I-beams. The authors developed analyzes considering six residual stress distribution models analyzing sections with non-compact or slender webs according to the classification of AISC360-16 [26]. The authors found that the residual stress distribution patterns of ECCS [27] and Taras [28] are responsible for greater reductions in

124 LTB strength. In another investigation, Couto and Vila Real [29] analyzed the influence of imperfections in
125 the local buckling of thin-walled I-shaped sections. Couto and Vila Real [29] found, for welded sections, that
126 the residual stress distribution patterns of the ECCS [27] and Taras [28] lead to similar results, and correspond
127 to the highest reduction in the local buckling resistance. Subramanian and White [30] and Boissonnade and
128 Sonja [31] also investigated in slender I-section steel beams the effect of residual stresses on LTB strength.
129 These authors found that the use of nominal residual stress values in numerical modeling leads to lower values
130 of the LTB strength when compared to experimental results.

131 On the other hand, the influence of residual stress and geometric imperfection on the LDB strength in
132 SCCB has not yet been intensively investigated. Chen and Jia [13] analyzed the inelastic buckling behavior
133 of SCCB prestressed with external tendons. For the development of the numerical model, the authors presented
134 some sensitivity analyzes considering the variation of the geometric imperfection factor. Regarding residual
135 stresses, the authors analyzed models with and without residual stress. Chen and Jia [13] found little influence
136 of the presence of residual stresses on the ultimate moment values. On the other hand, geometric imperfections
137 had a more significant effect. Despite the analysis by Chen and Jia [13], no study has analyzed the influence
138 of different residual stress distribution patterns and geometric imperfections on the LDB strength of SCCB.

139 In this context, where there is an absence of studies about the influence of the initial imperfections on
140 the LDB strength of SCCB; a variety of residual stress distribution models present in the literature; a vast
141 possibility of geometric imperfections values; and the trend of modern design codes allow the development
142 of advanced numerical analyzes to predict the behavior of steel and composite frames, it is necessary to
143 develop numerical investigations about the effects of different initial imperfections on LDB strength of SCCB.
144 Therefore, this article aims to develop an extensive numerical investigation, through the ABAQUS software,
145 about the influence of the structural imperfections and geometric imperfections on the ultimate load capacity
146 of SCCB. Different longitudinal stress patterns found in the literature, which are aimed at predicting the actual
147 initial residual stresses of I-sections, have been implemented in a numerical model as initial structural
148 imperfections. The geometric imperfection was also analyzed. A thorough comparison between numerical
149 results and results on four SCCB experimentally tested under hogging moment is presented. Conclusions
150 related to the influence of such imperfections on the numerical predictions are given at the end of the paper
151 and in such a way, all designer-assumed conditions are assessed for this particular structural case.

2. Literature review

2.1 Lateral distortional buckling in SCCB

LDB is an instability failure mode of SCCB under hogging moment. LDB is responsible for reducing the strength of continuous and semi continuous SCCB [13,32]. However, in addition to the occurrence of LDB, SCCB under the action of hogging moment may be subject to local stability modes, such as the flange local buckling (FLB), and even a combination of LDB and local modes [4]. The LDB phenomenon in SCCB is generally conservatively assessed in the standard codes as being a type of LTB. However, Bradford and Johnson [33] showed that LDB strength can be more than doubled in many cases when compared to LTB strength. The LDB in SCCB also can be analyzed through the inverted U-frame method. In this method the bottom compression flange of the I-section is considered as a strut compressed uniformly along its length by the maximum bending stress that is induced in it, and which is restrained by a continuous Winkler spring whose stiffness is that of the web in the plane of its cross-section acting as a cantilever (Fig. 4) [4,20,34].

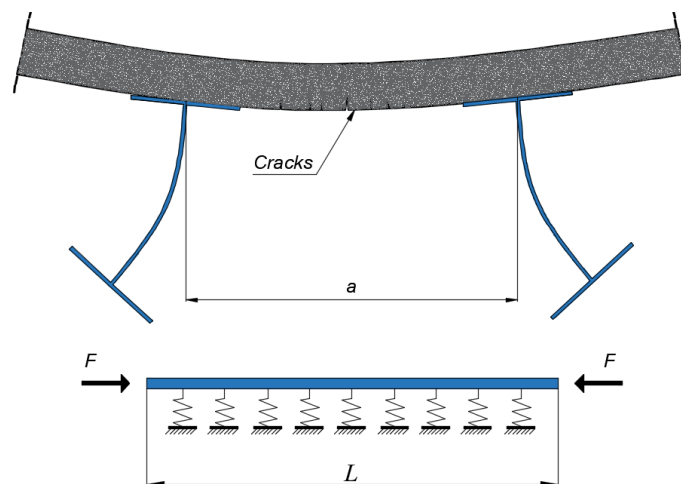


Fig. 4. Inverted U-frame model.

In general, to determine the LDB strength of SCCB, current standard procedures require the determination of the elastic distortional critical moment. In the previous version of EC4 [35] (EN 1994-1-1: 1992), the methodology proposed by Roik *et al.* [36] to determine the elastic distortional critical moment was adopted. This methodology is still used in the Brazilian code [37] (ABNT NBR 8800:2008). After determining the elastic distortional critical moment the standard code such as Eurocode 4 [35], AISC [26] and Australian codes [38] make use of the same design curves (which take into account the effects of the initial imperfections) proposed for steel elements to determine the LDB strength of SCCB. However, studies [1,2,39] have shown divergences between results of elastic distortional critical moment, obtained through numerical analysis, when

174 compared with the methodologies proposed by Roik *et al.* [36], Svensson [40], William and Jemah [41] and
175 Hanswille *et al.* [42]. Therefore, the use of these methodologies for the estimation of the elastic distortional
176 critical moment can result in the mistaken obtaining of the strength of SCCB under hogging moment by the
177 standard procedures. In addition, Zhou and Yan [3], Liu *et al.* [23] and Rossi *et al.* [20] showed very
178 conservative situations in the standard codes when compared with FEA results obtained for SCCB subjected
179 to uniform hogging moment.

180 In a recent publication, Rossi *et al.* [20] presents a critical review on LDB in SCCB. The authors
181 showed that the LDB investigations emphasized on analyzing the LDB elastic behavior [1,2,25,30,33–38,39–
182 43], in an attempt to obtain a method for determining the elastic critical moment, or sought to analyze the
183 LDB strength of SCCB [3,4,13,22,23,32,51–58]. The authors showed that there are considerable divergences
184 between the existing methodologies for determining the elastic critical moment. In addition, Rossi *et al.* [20]
185 presented disagreements between experimental results and post-buckling numerical analysis when compared
186 with standard procedures. Finally, the researchers present the need for further investigations on SCCB under
187 the action of hogging moment.

188 Regarding the works that developed post-buckling nonlinear inelastic analysis in SCCB under hogging
189 moment it stands out the works of Rossi *et al.* [4], Zhou and Yan [3], Vrcelj and Bradford [34], Chen and Jia
190 [13], Chen and Wang [22] and Liu *et al.* [23]. The numerical models developed by these researchers seek the
191 real representation of SCCB under hogging moment. For this, the authors considered structural imperfections
192 in their models, namely, the residual stresses, and geometric imperfections. Rossi *et al.* [4], to validate their
193 numerical model with the experiments of Tong *et al.* [54], used the residual stress distribution pattern proposed
194 by Galambos and Ketter [59] and a geometric imperfection of $L/1000$. On the other hand, Zhou and Yan [3]
195 used another residual stress distribution pattern for hot-rolled I-sections to validate the experimental tests by
196 Tong *et al.* [54]. However, the authors [3] used a geometric imperfection (initial bending) of $L/1000$. For the
197 development of the post-buckling numerical analysis, Vrcelj and Bradford [34] used a residual stresses
198 distribution pattern which occur in welded sections, such as plate girders. Chen and Jia [13] present a
199 comparison between numerical models with and without residual stresses. According to the authors there is a
200 slight difference in the ultimate moment of the beams with different residual stress patterns, and magnitude of
201 the ultimate moment values for the beam of rolled-section type is the least, the beam of welded plate section

is the next, and the beam without residual stress is the greatest. Chen and Wang [22] also consider the effects of residual stresses on the LDB strength of SCCB, however, the authors do not present details on the model used. Regarding the geometric imperfection, the authors use the initial bending of $L/1000$.

As explained, some researchers developed refined numerical models where the influence of the initial imperfections was considered. However, no study presents a thorough investigation of the effects of different residual stress and geometric imperfections models on the LDB strength of SCCB. Therefore, the definition of the initial imperfections to be used is the choice of the researcher/designer, who has no reference on the effects of different patterns of initial imperfections. Thus, the development of investigations about the influence of different residual stresses distribution patterns and geometric imperfections will help the choice of the initial imperfections in future numerical simulations in SCCB.

2.2 *Initial imperfections*

2.2.1 Residual stresses

Stresses that exist in structural sections in their unloaded state are referred to as residual stresses [14]. The formation of residual stresses occurs primarily during the section production process and is associated with differential cooling and non-uniform plastic deformation for both hot-rolled and welded sections [14]. There are three recognized types of residual stresses that equilibrate over different scales. Type I residual stresses act and equilibrate over the macro-scale. Types II and III residual stresses act over the micro-scale and are related to more local stress disturbances caused between and within the metal grain structure [14,15,60]. In principle, only type I stresses have the greatest effect on the structural behavior.

In rolled sections the residual stresses vary according to the shape and size of the cross section. In larger and heavier sections, the residual stress values are higher [61–63]. In measurements carried out by Alpsten [64], it was observed, for large rolled I-sections, residual stresses values equal to the yield stress, a fact that significantly changes the behavior of these elements in instability phenomena. Young [65,66] carried out studies on the residual stresses distribution in rolled I-sections. Parabolic distribution (Fig. 5) and residual stresses intensity dependence of the cross-section dimensions were observed in the measurements made. Later, Young [65] proposed an equation for determining the intensity of residual stresses (Eq.1-3). Residual stresses intensity dependence of the cross-section dimensions was also observed by authors such as: Mas and Massonnet [67], Schulz [68], Beer and Schulz [69] and Tebedge, Alpsten and Tall [70].

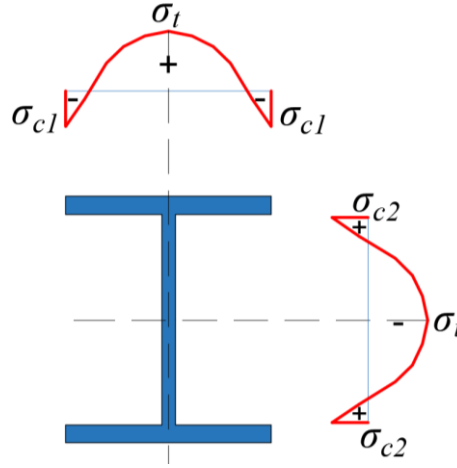


Fig. 5. Parabolic pattern of residual stresses distribution in hot-rolled I-sections

$$\sigma_{c1} = 165 \left[1 - \frac{h_w t_w}{2.4 b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (1)$$

$$\sigma_t = 100 \left[0.7 + \frac{h_w t_w}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (2)$$

$$\sigma_{c2} = 100 \left[1.5 + \frac{h_w t_w}{2.4 b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (3)$$

In a later work, Young [66] proposes a readjustment of his model (Eq.4-6) to determine the intensities of residual stresses in hot-rolled I-sections.

$$\sigma_{c1} = 137.5 \left[2.2 - \frac{A}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (4)$$

$$\sigma_t = 100 \left[-0.3 + \frac{A}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (5)$$

$$\sigma_{c2} = 83.3 \left[0.8 + \frac{A}{2 b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (6)$$

Another model of residual stresses distribution in rolled I-sections that follows a parabolic distribution (Fig. 5) was presented by ECCS [71]. The values presented by the ECCS [71] were obtained from measurement analyzes performed by Schulz [68], Tebedge, Alpsten and Tall [70] and Mas and Massonnet [67], which confirm the dependence of the magnitude and distribution of residual stresses as a function of the section geometry. For I-sections with ratio $d/b_f \leq 1.2$ it is considered that the compression residual stresses correspond to 50% of the steel's yield stress value ($\sigma_c = 0.5 f_y$). As for the tensile residual stresses, the ECCS model [71] considers a value of 40% of the yield stress ($\sigma_t = 0.4 f_y$). Szalai and Papp [17] (Eq.7-12) also proposed a parabolic model for the residual stresses distribution in hot-rolled I-sections. The authors [17]

justified the proposition of the new model considering that the residual stress distributions present in the literature were developed for steel columns under compression as the object of research. This fact can lead to inadequate results for the analysis in I-beams [17]. Fig. 6 presents the domain fields of the stress distributions for flange and web for the Szalai and Papp model [17].

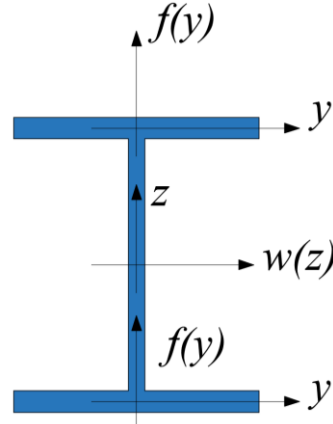


Fig. 6. The domain fields of the Szalai and Papp [17] model of residual stress distributions for flange and web.

$$f(y) = c_f + a_f y^2 \quad (7)$$

$$w(z) = c_w + a_w z^2 \quad (8)$$

$$c_f = \alpha f_y \frac{b_f t_f (3b_f^2 + 4h_w^2)}{2b_f^3 t_f + 8b_f h_w^2 t_f + h_w^3 t_w} \quad (9)$$

$$a_f = -\alpha f_y \frac{20b_f^3 t_f + 48b_f h_w^2 t_f + 4h_w^3 t_w}{b_f^2 (2b_f^3 t_f + 8b_f h_w^2 t_f + h_w^3 t_w)} \quad (10)$$

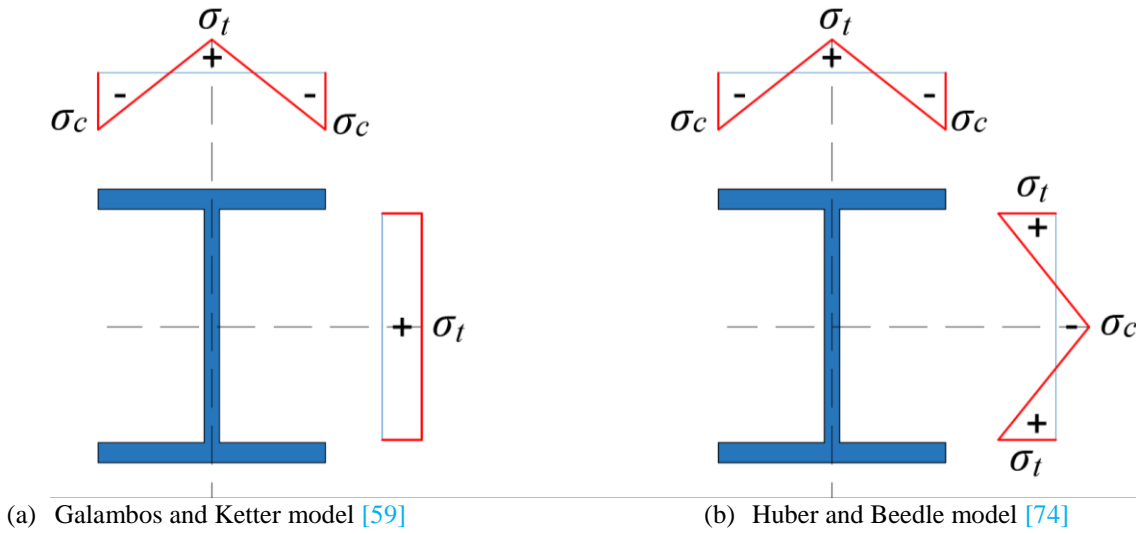
$$c_w = -\alpha f_y \frac{b_f t_f (8b_f^3 t_f + 3b_f^2 h_w t_w + 2h_w^3 t_w)}{2h_w t_w (2b_f^3 t_f + 8b_f h_w^2 t_f + h_w^3 t_w)} \quad (11)$$

$$a_w = \alpha f_y \frac{2b_f t_f (8b_f^3 t_f + 9b_f^2 h_w t_w + 10h_w^3 t_w)}{h_w^3 t_w (2b_f^3 t_f + 8b_f h_w^2 t_f + h_w^3 t_w)} \quad (12)$$

where $f(y)$ and $w(z)$ are the stress distribution function on the flanges and web respectively and c_f , a_f , c_w , a_w are coefficients to be calibrated. In the Eq.9-12 the α coefficient should be defined a priori $-f(b/2) = -\alpha f_y = -0.35f_y$ had been proposed by Trahair [72], whose proposal of residual stress pattern also intended to make torsional effects null [73].

Still in relation to the residual stress distribution models for hot-rolled I-sections, it is worth highlighting the models that consider linear distributions such as Galambos and Ketter [59] (Eq.13-14) and Huber and Beedle [74], Fig. 7a and Fig. 7b respectively. Huber and Beedle [74] investigated the distribution of residual stresses through experimental studies, based on the behavior of steel I-sections subjected to axial

258 compression, as is the case with columns. Galambos and Ketter [59] also performed measurements of residual
 259 stresses in hot-rolled I-sections subjected to axial compression. The model proposed by these authors [59] is
 260 widely used today for the development of numerical analyzes as in the works of [4,75,76].



261

Fig. 7. Models for hot-rolled sections with linear distribution of residual stresses.

$$\sigma_c = 0.3f_y \tag{13}$$

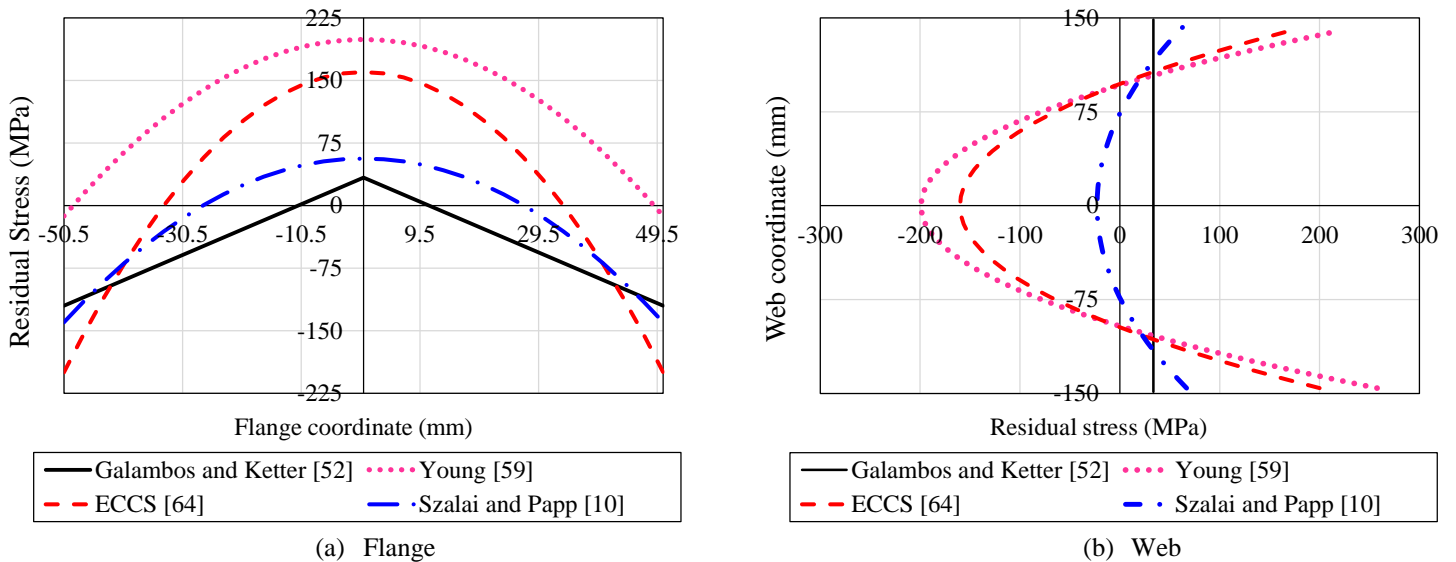
$$\sigma_t = \left[\frac{b_f t_f}{b_f t_f + t_w (d - 2t_f)} \right] 0.3f_y \tag{14}$$

262

It can be seen in Fig. 8 a comparison between the residual stress distribution patterns for the rolled I-

263

section W310x21. The steel yield stress considered was 400 MPa.



264

Fig. 8. Comparison between residual stress distribution patterns for W310x21 profile.

265

Welded I-sections undergo a different manufacturing process than the hot-rolled I-sections are

266

subjected to. Fig. 9 shows the evolution of the residual stresses during the welding process in a typically

267

assembled plate girder whose flanges and web are assembled with a single pass weld. A–A represents a cross-

section in which both differential cooling and localized yielding have occurred at the flange-to-web juncture whereas D–D represents an unheated cross-section [14]. For the former, the resulting typical tensile compressive residual stress pattern in the flange is shown. For the latter, no heat has yet provided and thus, no stresses are yet developed [14]. Between both sections, gradual transitions for both temperatures and stresses gradients are schematically shown in Fig. 9 [14].

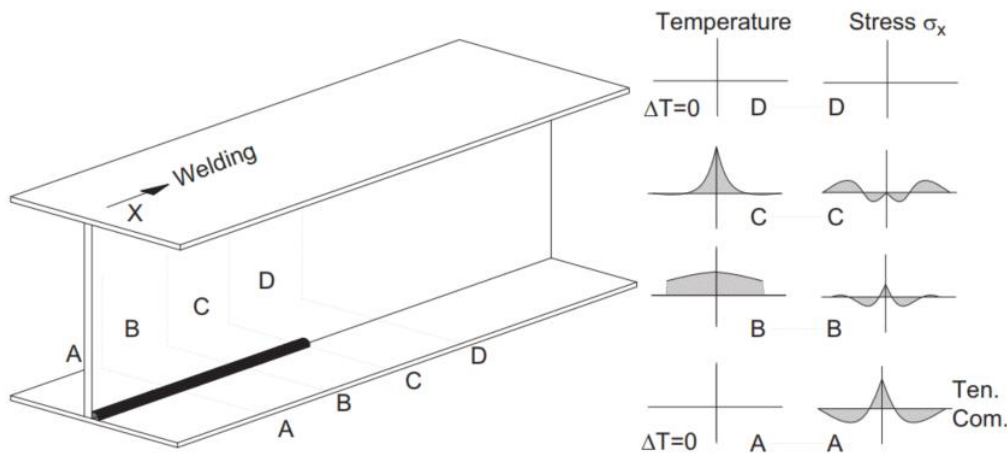


Fig. 9. Origin of residual stresses in the welding process [14].

Unlike hot-rolled I-sections, in which it was observed that the larger the section, the greater the intensity of the residual stresses, the welding process has a greater influence on the distribution and intensity of the residual stresses of light I-sections [62,63,77–79]. Nagarajo Rao *et al.* [80], Alpsten and Tall [62] and Dwight and White [81] studied the distribution form and the factors that influence the residual stress values of welded I-sections. Dwight and White [81] suggest that the maximum value of the residual stress, due to the welding process, can be considered equal to the value of the yield stress. Nagarajo Rao *et al.* [80] and Alpsten and Tall [62] developed studies on the influence of the weld type used in welded I-sections. The authors concluded that the welding type used does not influence the residual stress values, unless the temperature used in the different welding processes varies widely. The ECCS [27] presents a residual stress distribution model for welded I-sections considering that the areas close to the weld regions have tensile residual stresses equal to the steel yield stress (Table 1). Another model worth mentioning is that presented by Taras [28] (Table 1). Barth and White [82] stating that the residual stresses obtained with the model presented by ECCS [83] will tend to be somewhat higher than in typical experimental test specimens, presents a new model (Table 1) with residual stress values lower than the Taras [28] and ECCS [83] models.

Table 1. Residual stress distribution models for welded I-section

Model	Residual stress distribution	Intensity
ECCS [27]		$\sigma_c = 0.25f_y$ $\sigma_t = f_y$
Taras [28]		$\sigma_c = 0.25f_y$ $\sigma_t = f_y$
Barth and White [82]		$\sigma_{c1} = 0.17f_y$ $\sigma_{c2} = 0.07f_y$ $\sigma_{t1} = 0.33f_y$ $\sigma_{t2} = 0.18f_y$ $\sigma_{t3} = 0.63f_y$

As shown, there are different residual stresses distribution patterns that try to represent the random nature of the shapes and magnitudes of residual stresses. However, the definition of which residual stress pattern to be used in numerical simulations does not have a direct answer. In order to assist in the choice of which residual stress distribution pattern can be used for the development of future numerical analyzes of the LDB strength in SCCB, this paper presents sensitivity analyzes in four experimental tests developed by Tong *et al.* [54].

2.2.2 Geometric imperfections

Another factor that significantly influences the instability phenomenon is the geometric imperfections as the initial bending (global geometric imperfection) [84,85]. The presence of geometric imperfections such

301 as the initial bending turns the buckling problem into a load-displacement problem, opposing the problem of
302 bifurcation, typical of classical stability. The actual configuration of the initial curvature of steel elements can
303 be complex, as it often appears as a simultaneous curvature with respect to the two main cross section axes.
304 The magnitude of the global geometric imperfection is limited by the manufacturing specifications, usually as
305 a fraction of the span length of the element. According to Galambos [86] the various measurements available
306 show that the maximum values tend to approximately $L/1500$.

307 The effects of the global geometric imperfections are of great complexity when instability phenomena
308 occur in an inelastic regime [87]. In this situation, the isolated effects of geometric imperfection and residual
309 stresses cannot simply be added to obtain the combined effects in determining the ultimate strength of steel
310 elements. [87]. For some slenderness ratios, the combined effects (residual stresses and geometric
311 imperfection) are less than the effects calculated separately. For other slenderness ratio the opposite
312 occurs [85,87]. From the 1960s, in the search to determine the effects of residual stresses and global geometric
313 imperfections the European Convention for Constructional Steelwork (ECCS) carried out a series of
314 experimental tests that resulted in the current design curves presented by EC3. On the other hand, numerous
315 studies [84,85] have been carried out to evaluate the influence of the shape and amplitude of the initial
316 curvature on the resistance of steel columns. These studies served as a basis for determining the buckling
317 curves of the SSRC (Structural Stability Research Council). It is important to highlight that currently the “2P”
318 curve presented by SSRC is used by the Brazilian standard [37] for the LDB verification in SCCB. Therefore,
319 to obtain the real behavior, through numerical simulations, of SCCB under hogging moment, it is necessary
320 to consider the residual stresses and geometric imperfection.

321 **3. Numerical model**

322 The numerical model showed in this paper is the same presented in the previous paper, Rossi *et al.* [4],
323 where the LDB in SCCB was investigated by the authors. To carry out the numerical analyses the ABAQUS
324 software [88] was used. With this software it is possible to develop elastic buckling analyzes and post-buckling
325 analyzes (nonlinear inelastic analysis). For the elastic buckling analysis, the buckle linear perturbation method
326 was used to estimate the critical elastic stability load by obtaining eigenvalues and their eigenvectors. After
327 this, the post-buckling analysis is performed, considering the initial imperfections. The structure shape in the
328 buckling analysis, normalized to the initial geometric imperfection value, was adopted as the shape at the

beginning of the post-buckling analysis. Thus, the implementation of geometric imperfection was performed by the “IMPERFECTION” command. Residual stresses were included within the model as initial conditions. These initial conditions are included in a set of finite elements (shells, in this case) to which a given value of initial stress is provided. The set of elements can be defined by means of standard pre-processing tools. The procedure consists of defining several longitudinal partitions of the geometry. Each partition corresponds to a given set of elements that present the same value of initial stress. The residual stress patterns are assumed constant along the longitudinal direction regardless of the presence of transverse stiffeners (which might affect locally such pattern). The Static Riks method was used to solve the geometric nonlinearity problem. This method, also known as modified Riks algorithm, can obtain equilibrium solutions for instability problems.

3.1 Geometry, element type and mesh

The numerical model developed faithfully represents the geometry of the problem. The composite behavior between the I-section and the concrete slab was guaranteed by means headed studs shear connectors. The finite elements used and other properties of the developed numerical model can be seen in (Fig. 10).

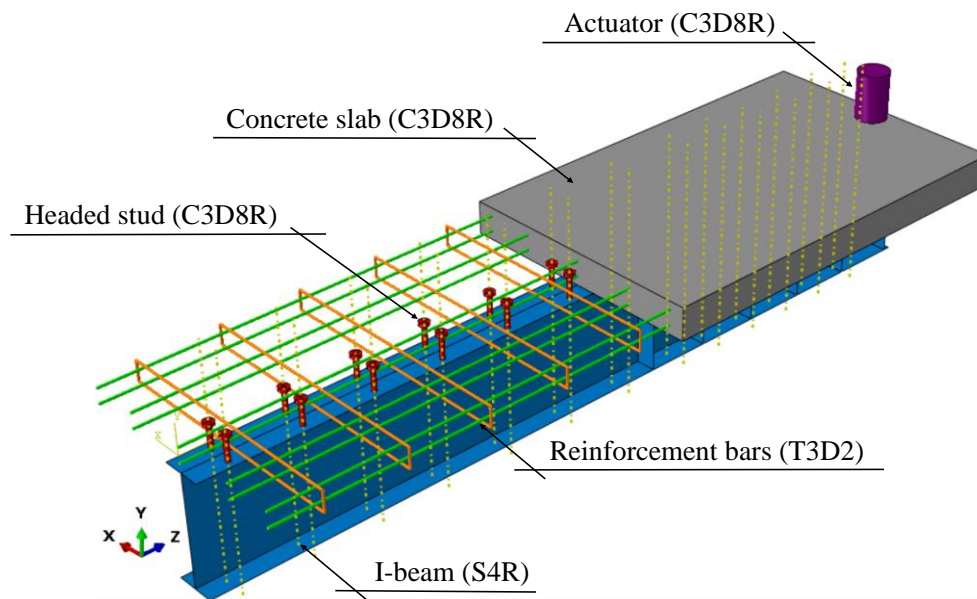


Fig. 10. Numeric model.

The concrete slabs, the headed shear stud connectors and the actuator were modelled using the eight-node linear hexahedral solid elements with reduced integration and hourglass control (C3D8R). Elements with reduced-integration were adopted as they could reduce computer run time [89]. The mesh dimensions were verified by means of sensitivity analyzes. For I-beams the quadrilateral element S4R (shell element) with four nodes and reduced integration was used. The S4R element has six degrees of freedom per node-three rotations

and three translations. Rossi *et al.* [75,90] and Ferreira, Rossi and Martins [91] performed a sensitivity analysis for I beams discretized with S4R elements showing that the size of the 10 mm element provides good results with relatively low processing time. The reinforcing bars were performed with two-node linear three dimensional truss elements (T3D2). The dimensions used in the discretization of each element are shown in Table 2 and can be seen in Fig. 11.

Table 2: Element type and size

Section part	Element type	Element size
Reinforcement bars	T3D2	10 mm
Headed shear stud	C3D8R	2 mm
I-beam	S4R	10 mm
Concrete slab	C3D8R	20 mm
Actuator	C3D8R	20 mm

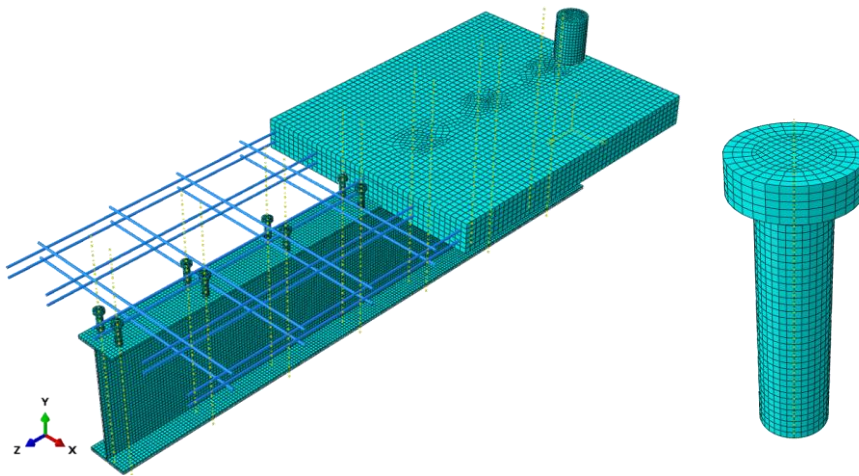


Fig. 11. Discretized model.

3.2 Contact properties

The interaction between the constituent parts of the numerical model was performed using interaction and constraint options available in ABAQUS, in Fig. 12 the details of the model can be observed.

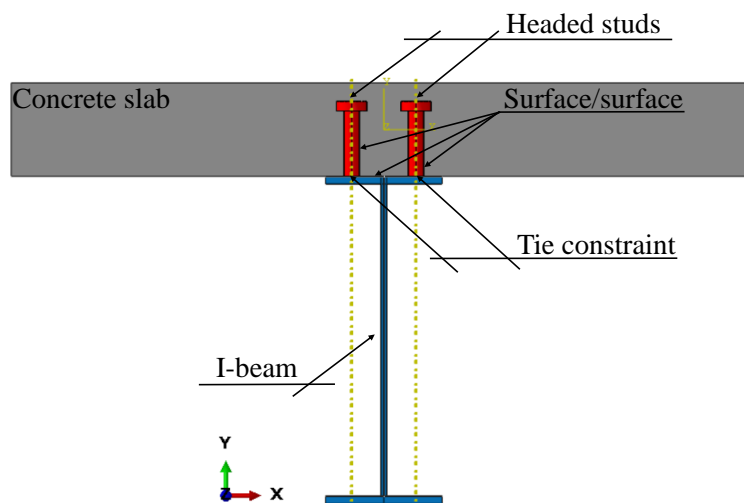


Fig. 12. Interaction between contact surfaces.

For the interaction between the headed stud and the top flange, the option “Tie constrain” was used, which simulates the welded connection between these two elements, in which the relative displacement

between both is totally prevented. The interactions between the following surfaces; headed stud/concrete slab and concrete slab/steel beam; was performed using the surface to surface interaction option (contact). The normal and tangential behavior between these contact surfaces was defined using the “Hard” and “Penalty” options respectively. The value used for the friction coefficient was 0.4 [89].

The interaction between the reinforcement bars and concrete slab was performed using the embedded element technique. In this technique perfect bond between embedded elements and host elements was chosen. This bonding will constrain the translational degree of freedom of the embedded nodes and will also avoid slip between the reinforcing bars and concrete [89]. Finally, the interaction between the actuator and the concrete slab was also carried out through the “Tie constrain” option.

3.3 Boundary conditions

The SCCB analyzed are simply supported with lateral bracing (Fig. 13). The lateral bracing simulates the condition of a composite floor, which has infinite stiffness in the slab plane (transversal stiffness). This situation prevents any lateral displacement of the composite beam, restrictions similar to those developed by Tong *et al.* [54] and Zhou and Yan [3]. The boundary conditions used try to represent the restrictions performed in the tests by Tong *et al.* [54], investigated in the present paper. The forces can be applied at one or both ends (cantilever) of the beam according to the desired negative moment distribution configuration. The possible modes of instability, LDB or LB (local buckling) that govern the strength of these elements are analyzed in the internal span (L), between supports. To prevent any form of instability from occurring in the cantilevered regions, avoiding interferences in the developed analysis, web stiffeners were placed at both ends, as shown in Fig. 13. Details of the boundary conditions developed in the ABAQUS software can be seen in Fig. 14.

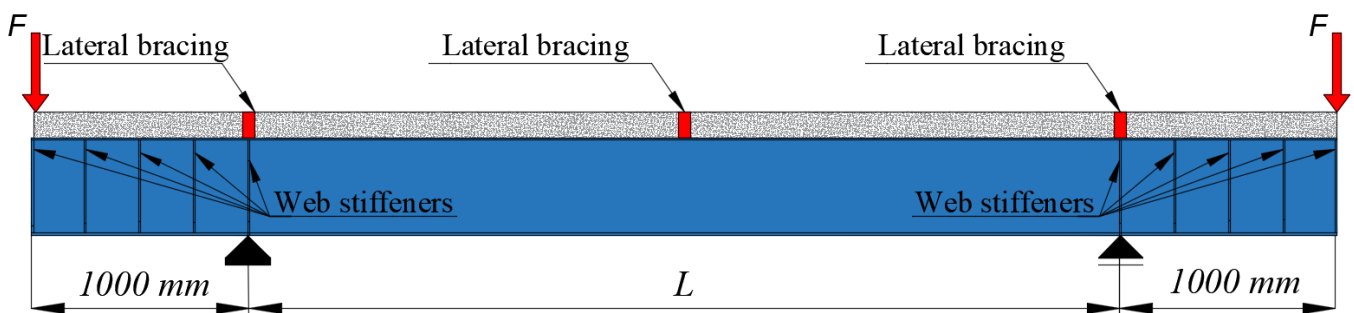


Fig. 13. Boundary condition of the experimental tests by Tong *et al.* [54].

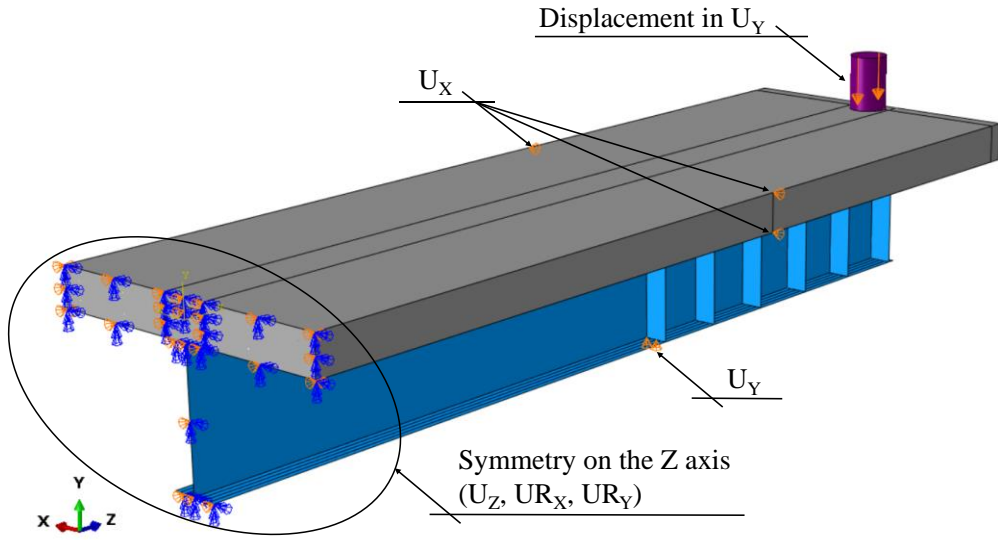


Fig. 14. Details of the boundary conditions in ABAQUS software.

3.4 Material properties

3.4.1 Steel

For the steel sections, the adopted constitutive relationship was proposed by Earls [92,93]. The stress-strain relationships presented by Earls is an elastoplastic model where the consideration of the steel hardening effect is performed through a tri-linear region (Fig. 15a). For longitudinal and transverse reinforcement bars, an elastoplastic model with positive linear hardening was adopted, as shown in Fig. 15b. Finally, the model assigned to the headed stud shear connectors was the perfect elastoplastic, as shown in Fig. 15c.

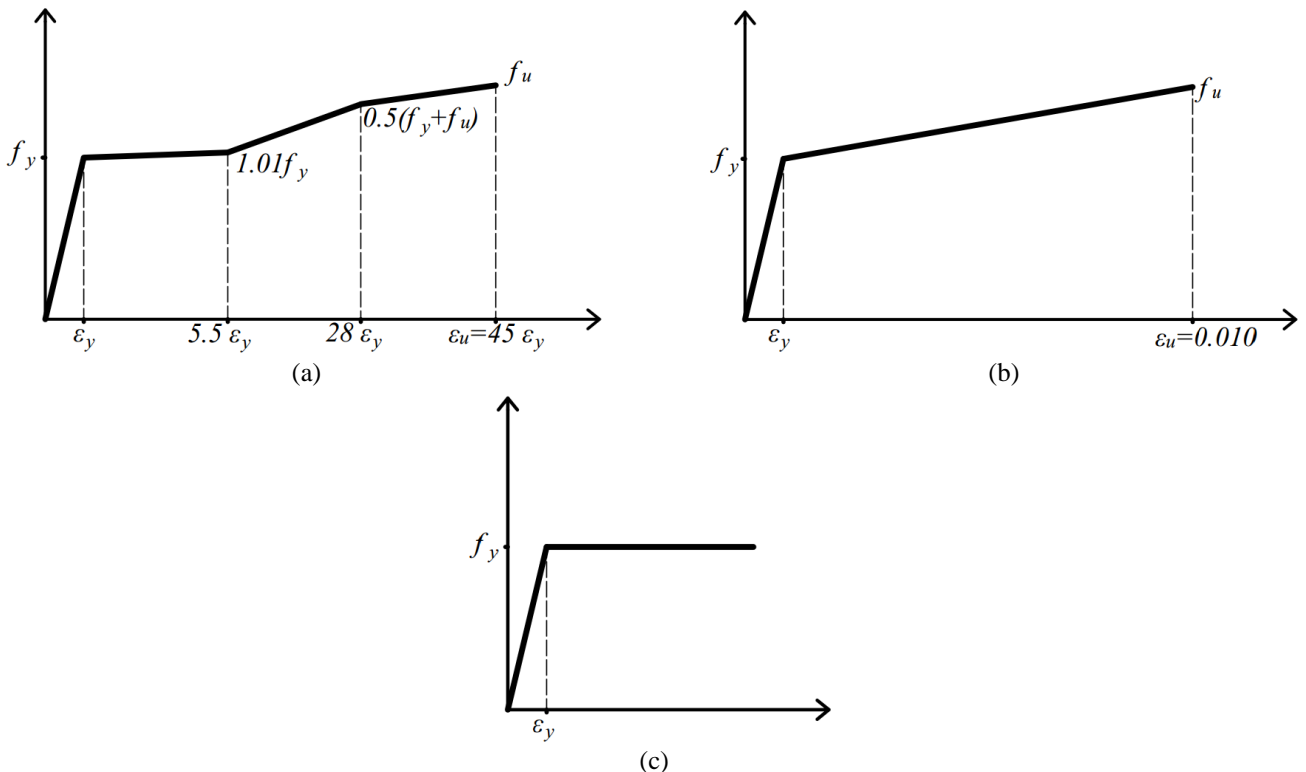


Fig. 15. Stress-strain relationships of steel.

3.4.2 Concrete

The concrete damage plasticity (CDP) model was used to represent the concrete material. The CDP model is a criterion based on the models proposed by some authors [94–96], and has been widely used in modeling concrete and other quasi-brittle materials. The model considers three hypotheses based on the plasticity theory: the initial yield surface determines when plastic deformation begins; the flow rule determines the direction of plastic deformation; and the softening/hardening rule defines how the surface flow evolves with plastic deformation [97]. The stress-strain relationships used to represent the behavior of concrete in compression was proposed by Carreira and Chu [98] (Eq. 15-16).

$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_c)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_c)^{\beta_c}} \quad (15)$$

$$\beta_c = \left(\frac{f_{cm}}{32.4} \right)^3 + 1.55 \quad (MPa) \quad (16)$$

For the representation of the concrete behavior in tensile, the Carreira and Chu [99] proposal (Eq. 17) was also used.

$$\frac{\sigma}{f_{tm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_t)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_t)^{\beta_c}} \quad (17)$$

4. Parametric study

The purpose of this article is to investigate the influence of different residual stresses distribution patterns and values of geometric imperfections (initial bending) in the LDB strength of SCCB. For this, a thorough comparison between numerical results and results on four SCCB experimentally tested by Tong *et al.* [54] under hogging moment is presented.

In the models analyzed by Tong *et al.* [54], the beams were simply supported with restriction to lateral displacement (Fig. 13). For the beams to be requested to act in a uniform hogging moment, the forces were applied in two points (cantilever) at the end of the beam. The cross section that characterizes the analyzed models is shown in Fig. 16. The dimensions of the models are shown in Table 3. For the modeling of the materials the stress-strain relationships presented in section 3.4 were used. The mechanical properties of the materials used in the numerical models are shown in Table 4.

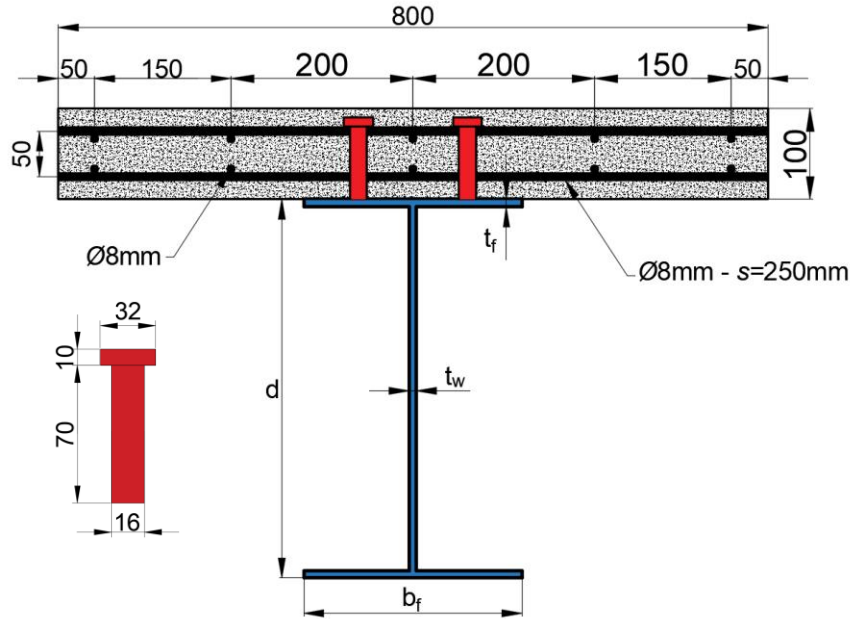


Fig. 16. Cross section details (Dimensions in mm).

Table 3: Geometric properties for the calibration model

Test number according [54]	Test number in this paper	L (mm)	d (mm)	b _f (mm)	t _f (mm)	t _w (mm)	S _{headed stud} (mm)
B3.0-350-1	B1	3,000	350	125	8	6	220
B4.2-350-1	B2	4,200	350	125	8	6	300
B4.2-350-1-C	B3	4,200	350	125	8	6	150
B4.2-400-1	B4	4,200	400	125	8	6	300

Table 4: Materials mechanical properties for the calibration model

Element parts	E (MPa)	ν	$f_{ck-cubic}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concrete slab	27,117	0.2	25.1	-	-
I-beams flange	205,000	0.3	-	403	522
I-beams web	207,000	0.3	-	362	489
Reinforcement bars	211,000	0.3	-	530	657
Headed stud	206,000	0.3	-	235	-

The parametric study was divided into four steps. In the first step, analyzes were performed considering only geometric imperfections (initial bending) with amplitude of $L/500$, $L/1000$, $L/1500$ and $L/2000$. In the second step, the effects of seven residual stress distribution patterns, four patterns for rolled I-sections (Fig. 17a,b,c,d) and three patterns for welded I-sections (Fig. 17e,f,g) were considered, with application of a small global geometric imperfection of 0.01 mm. In the third step, analyzes were performed considering the seven residual stress distribution patterns with a global geometric imperfection of $L/2000$. And finally, in the fourth step, the seven residual stress patterns were considered with a global geometric imperfection of $L/1000$. In total 100 numerical analyzes were developed, Fig. 18 represents the analyzes developed in the parametric study. Residual stresses were applied by defining an initial stress state as shown in Fig. 19.

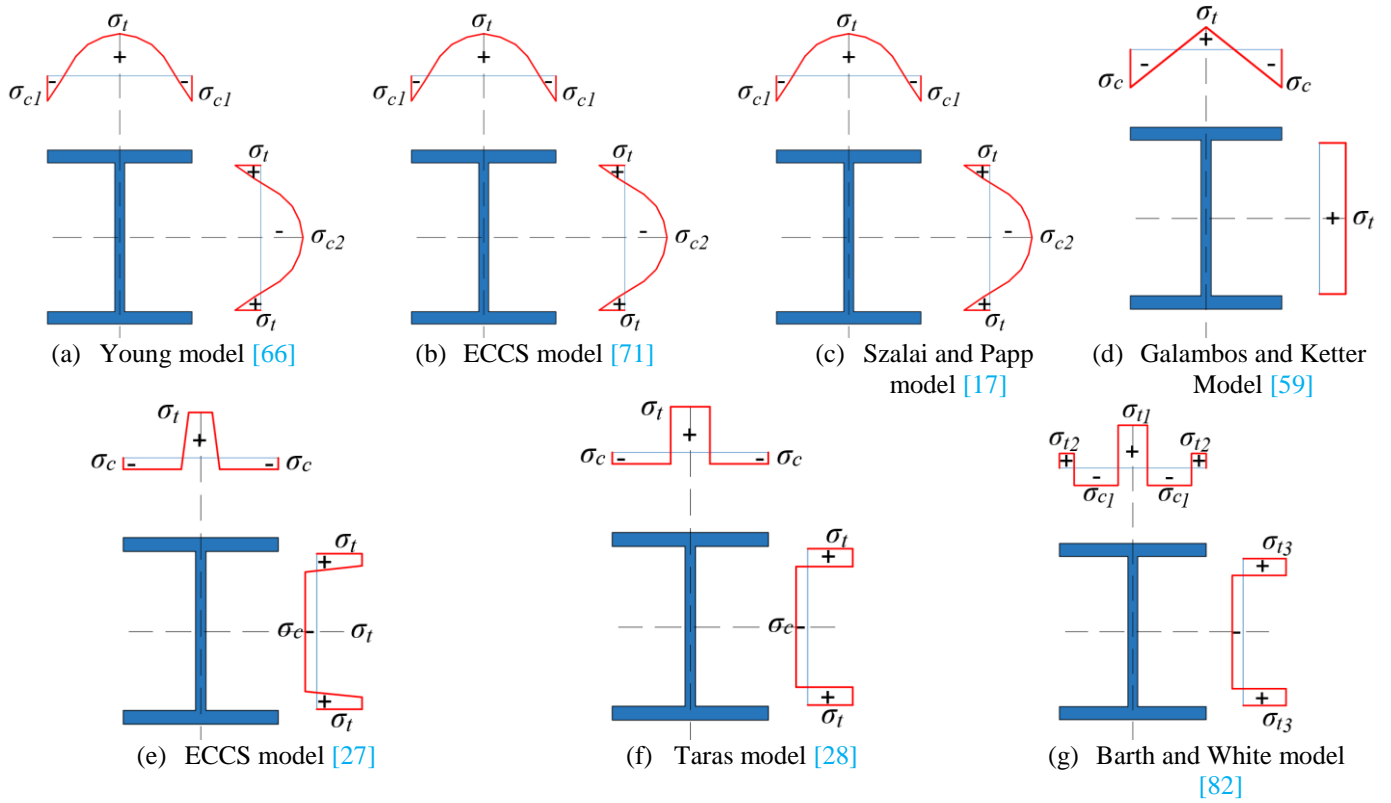


Fig. 17. Residual stress models analyzed in the parametric study.

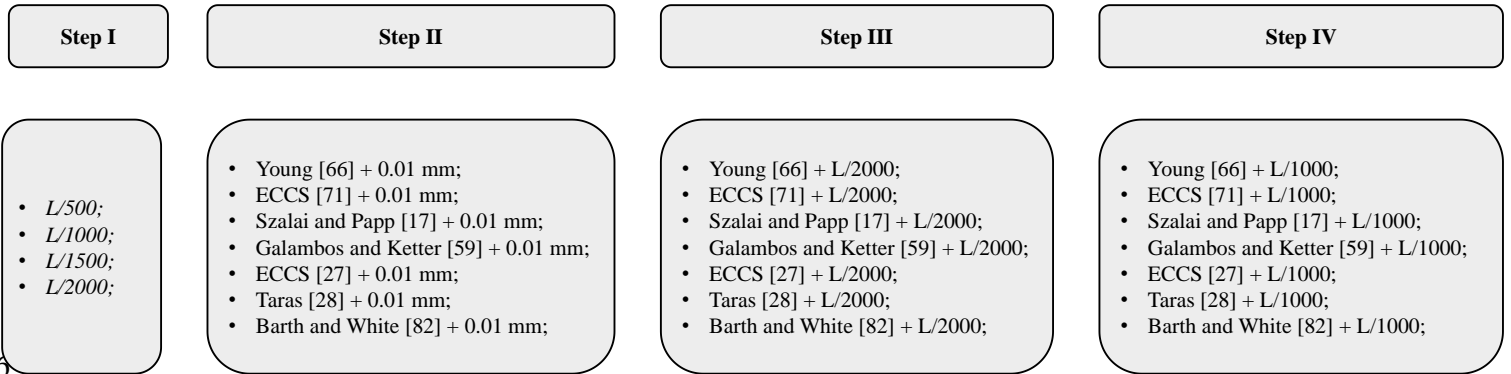


Fig. 18. Parametric study steps.

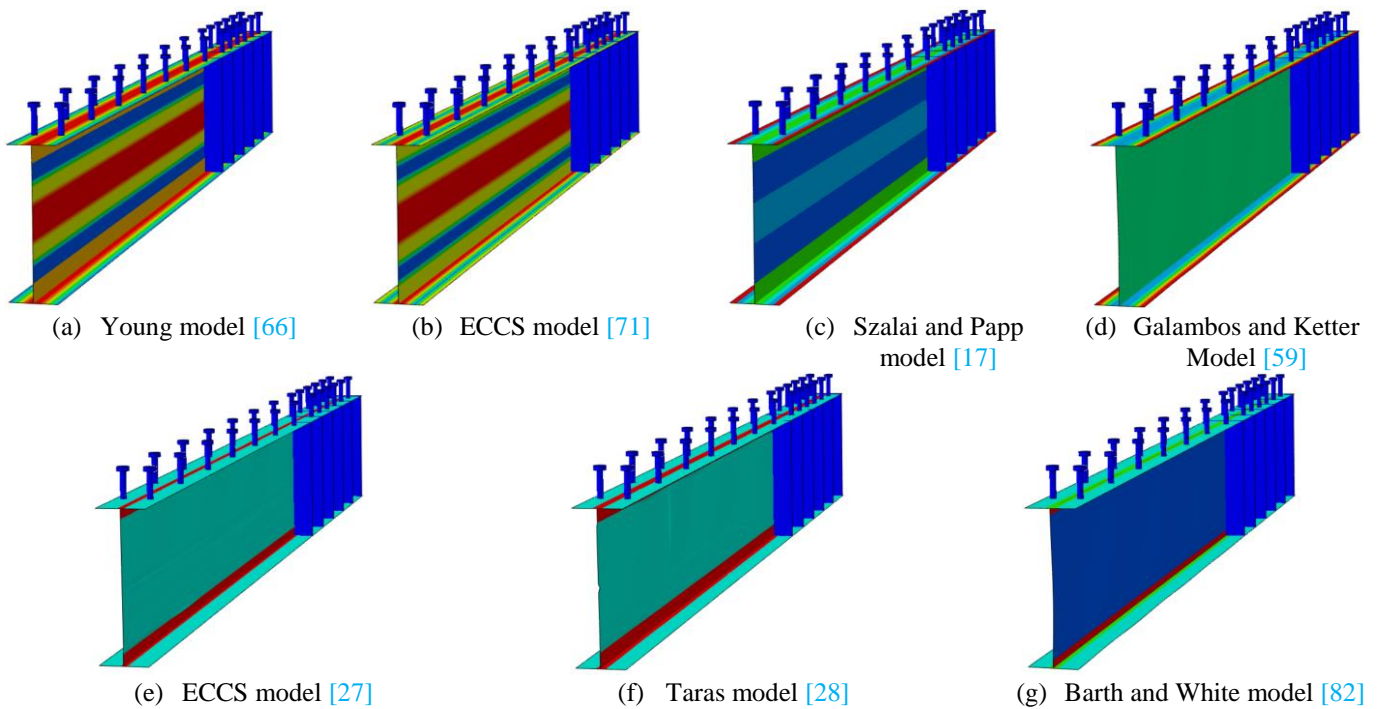


Fig. 19. Initial stress state representing the residual stress distribution.

5. Results and discussion

The analysis developed in this paper aimed to investigate, through the development of advanced analysis (post-buckling nonlinear inelastic analysis) with the ABAQUS software, the influence of the initial imperfections (residual stresses and geometric imperfections) on the LDB strength of SCCB. A thorough comparison between numerical results and results on four SCCB experimentally tested by Tong *et al.* [54] under hogging moment is presented. The parametric study was developed in four steps as shown in Fig. 18. The analysis shown in this work shall help the choice of the initial imperfections on future numerical simulations of SCCB.

5.1 Experimental vs. numerical results

The four SCCB tested by Tong *et al.* [54], and, analyzed numerically in this article (B1, B2, B3 and B4), failed due to the LDB occurrence. The results of all 100 numerical analysis developed, according to the scheme in Fig. 18, are presented in Table 5.

Table 5: Geometric properties for the calibration model

Model	M_{FE}/M_{test}																								
	Galambos and Ketter [59]			Young [66]			ECCS [71]			Szalai and Papp [17]			ECCS [27]			Taras [28]			Barth and White [82]			Geometric imperfection			
	0.01mm	L/2000	L/1000	0.01mm	L/2000	L/1000	0.01mm	L/2000	L/1000	0.01mm	L/2000	L/1000	0.01mm	L/2000	L/1000	0.01mm	L/2000	L/1000	0.01mm	L/2000	L/1000	L/500	L/1000	L/1500	L/2000
B1	1.07	1.04	1.01	0.98	1.01	0.99	0.95	0.95	0.91	0.95	0.95	0.89	1.01	0.96	0.93	1.16	0.93	0.95	1.17	1.05	1.04	1.05	1.08	1.08	1.10
B2	1.04	0.99	1.07	0.92	0.92	0.89	0.86	0.88	0.84	0.83	0.82	0.79	1.06	0.95	0.97	1.10	0.90	0.96	1.35	1.10	1.03	0.99	1.04	1.05	1.05
B3	1.07	1.04	1.01	0.98	0.97	0.95	0.9	0.93	0.89	0.95	0.91	0.86	1.09	0.92	0.99	1.17	0.95	0.91	1.33	1.08	1.08	0.99	1.05	1.05	1.08
B4	1.09	1.06	1.02	1.04	1.01	0.98	0.98	0.91	0.87	0.92	0.86	0.85	1.09	0.98	1.04	1.27	0.98	1.04	1.51	1.19	1.15	1.05	1.15	1.16	1.19
Avg.	1.07	1.03	1.03	0.98	0.98	0.95	0.92	0.92	0.88	0.91	0.89	0.85	1.06	0.95	0.98	1.18	0.94	0.97	1.34	1.11	1.08	1.02	1.08	1.09	1.11
SD (%)	2.06	2.99	2.87	4.90	4.27	4.50	5.32	2.99	2.99	5.68	5.69	4.19	3.77	2.50	4.57	7.05	3.37	5.45	13.90	6.03	5.45	3.46	4.97	5.20	6.03
VAR. (%)	0.04	0.09	0.08	0.24	0.18	0.20	0.28	0.09	0.09	0.32	0.32	0.18	0.14	0.06	0.21	0.50	0.11	0.30	1.93	0.36	0.30	0.12	0.25	0.27	0.36

Table 5 also presents the average (Avg.), standard deviation (SD) and variance (Var.) values of the ratio (M_{FE}/M_{test}) for each of the residual stress distribution models with the associated geometric imperfection values (0.01 mm, L/2000 e L/1000), and in addition, the values of the average, standard deviation and variance of the ratio (M_{FE}/M_{test}) for models with only geometric imperfections (L/500, L/1000, L/1500 e L/2000). It is verified through the analysis of these statistical values that the models with the Galambos and Ketter [59] residual stress pattern associated with the geometric imperfection values of L/1000 and L/2000 provided the results for the ratio (M_{FE}/M_{test}) the values (Avg. 1.03; SD. 2.87%; Var. 0.08%) and (Avg. 1.03; SD. 2.99%; Var. 0.09%), respectively, which

455 shows a good approximation with the experimental results. On the other hand, the association of the Galambos
456 and Ketter [59] model with the geometric imperfection value of 0.01 mm overestimate the LDB strength,
457 presenting an average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to 1.07. The numerical models with the Young's [66]
458 residual stress pattern also provided values of ultimate moment close to the experimental values when
459 associated with the geometric imperfection values of 0.01 mm and $L/2000$, both with the average value of the
460 ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to 0.98. When the Young's [66] pattern was associated with a geometric imperfection
461 of $L/1000$ the results differ from the experimental value with an average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to
462 0.95. Other residual stress distribution patterns that provided numerical results close to the experimental values
463 were those of ECCS [27] and Taras [28] associated with a geometric imperfection of $L/1000$ with the average
464 value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to 0.98 and 0.97, respectively. Finally, it is possible to observe, among the
465 models that provided numerical results close to the experimental results, that the residual stress pattern of
466 Galambos and Ketter [59] associated with a geometric imperfection of $L/1000$ is the model that provided the
467 best approximation, since, this presented an average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to 0.97 combined with
468 the lowest values of standard deviation (2.87%) and variance (0.08%) when analyzed for the four SCCB
469 studied (B1, B2, B3 and B4).

470 Still in relation to Table 5, it is verified that the residual stress patterns of the ECCS [71], Szalai and
471 Papp [17] and Barth and White [82] were the ones that provided the greatest divergences between the results
472 of numerical and experimental ultimate moment. In general, the ECCS [71] and Szalai and Papp [17] models
473 underestimate the LDB ultimate moment of the SCCB, that is, they provided results of the ratio
474 ($M_{FE}/M_{test} < 1.0$). The numerical model that provided the lowest value of the LDB strength was the association
475 of the residual stress pattern of Szalai and Papp [17] with a geometric imperfection of $L/1000$, which resulted
476 in an average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to 0.85. On the other hand, models with the Barth and White
477 [82] residual stress distribution pattern overestimate the LDB strength, that is, provided results of the ratio
478 ($M_{FE}/M_{test} > 1.0$). The numerical model that provided the highest value of the LDB strength was the association
479 of the residual stress pattern of Barth and White [82] with a geometric imperfection of 0.01 mm, which resulted
480 in an average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) equal to 1.34.

481 In the parametric study, the objectives of the development of “Step I” and “Step II” (Fig. 18) were to
482 verify the isolated effects of the presence of only geometric imperfections (Step I) and only residual stresses

(Step II). This investigation showed that the post-buckling analysis in SCCB is more sensitive to the residual stress distribution models than to the geometric imperfection values. For the analyzes developed with the models presented in “Step I”, the variation range of the average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) was 1.02 to 1.11, for the geometric imperfection values of $L/500$ and $L/2000$ respectively, as can be seen in Table 5. On the other hand, the variation range of the average value of the ratio (M_{FE}/M_{test}) for the models analyzed in “Step II” was 0.91 to 1.34. This situation is verified by the fact that the LDB in SCCB occurs, in the vast majority of cases, in an inelastic regime, where the effect of residual stresses is quite influential in the stability behavior of steel elements. In addition, it is verified by analyzing the results presented in Table 5 that the isolated effects of geometric imperfection and residual stresses cannot simply be added to obtain the combined effects. As stated by [87] the combined effects (residual stresses and geometric imperfection) are less than the effects calculated separately.

5.1.1 Test B1

It is seen in Fig. 20 the comparison between the results of all numerical models developed for the B1 test. As presented by Tong *et al.* [54] LDB occurs in an inelastic regime for SCCB B1, and for this condition the initial imperfections are of great complexity [87]. It is noticed in Fig. 20 that the isolated effects of geometric imperfection and residual stresses cannot simply be added to obtain the combined effects in determining the ultimate strength of SCCB. Furthermore, the addition, to a given residual stress distribution pattern, of a higher geometric imperfection value does not necessarily result in a lower ultimate moment value, and the opposite situation is also valid. Evaluating the results of Fig. 20 it is verified that the models with the Galambos and Ketter [59] pattern with geometric imperfection of $L/1000$ and the Young [66] pattern were the ones that provided the results closest to the experimental result.

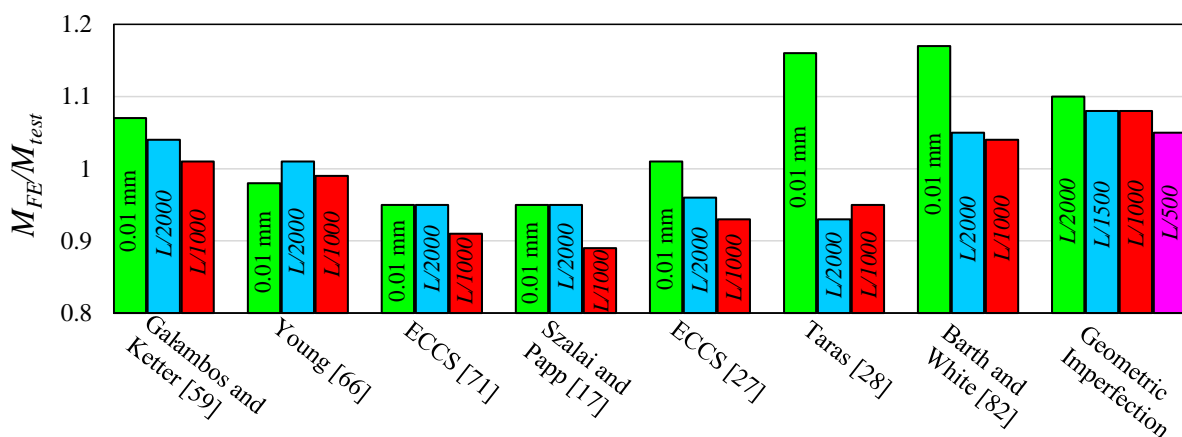


Fig. 20. General results for the B1 test.

The experimental curve moment vs. rotation (M vs. θ) is compared in Fig. 21 with the curves obtained numerically for the various models analyzed in “Step III” (Fig. 21a) and “Step IV” (Fig. 21b), that is, for the seven residual stress patterns with a geometric imperfection of $L/2000$ and $L/1000$, respectively. It is necessary to highlight that the rotation value (θ) is measured in the support at half height of the I-section web.

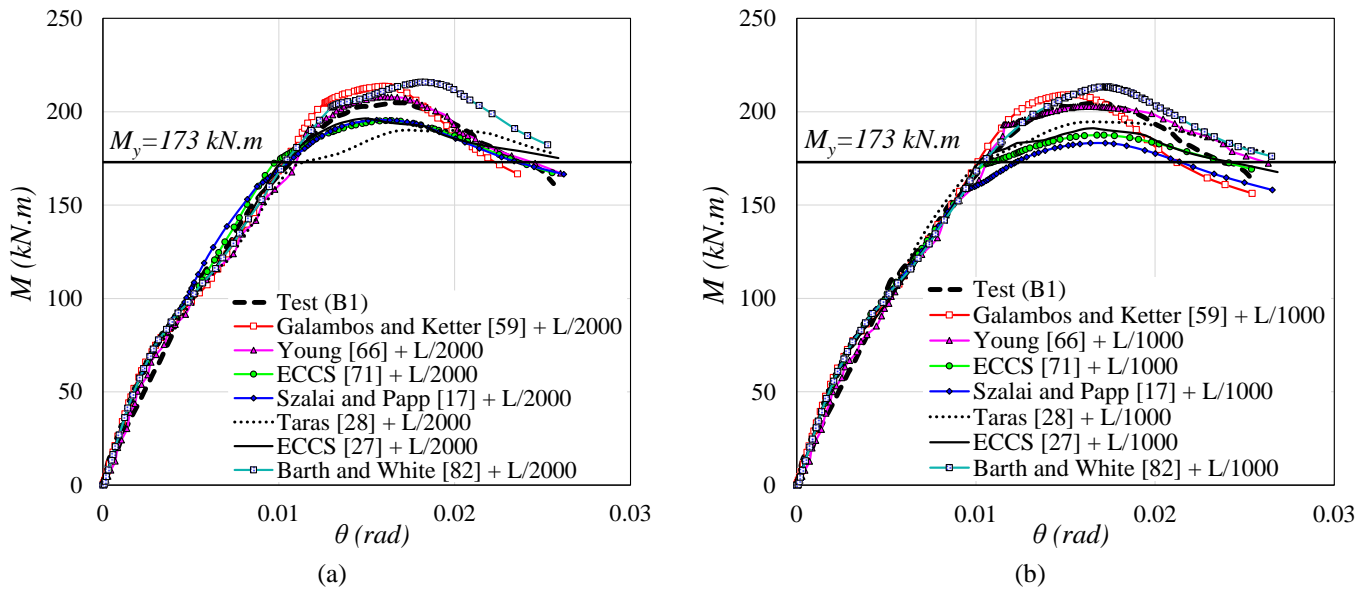


Fig. 21. Comparison between experimental and numeric curves (M vs. θ) for SCCB B1.

Similar behavior can be seen in Fig. 21 between the curves M vs. θ obtained experimentally and numerically. There are also small variations between the results of Fig. 21a and Fig. 21b, this situation shows little sensitivity of the ultimate moment results to the values of geometric imperfections. On the other hand, it is seen in Fig. 21a and Fig. 21b a greater variation of the ultimate moment values in function of the residual stress patterns, confirming the greater sensitivity of the LDB strength of SCCB to the patterns of residual stress distribution. Finally, it is noted in Fig. 21 that the influence of residual stress patterns starts at moment values greater than M_y (bottom flange yield moment), confirming the greater influence of residual stresses for the inelastic regime of instability problems.

5.1.2 Test B2

The same analyzes developed with the SCCB B1 were developed with SCCB B2. It can be seen in Fig. 22 the comparison between the results of all numerical models developed for the B2 test.

It can be confirmed in Fig. 22 the good approximation of the numerical results with the experimental results for the residual stress patterns of Galambos and Ketter [59], ECCS [27] and Taras [28] associated with the geometric imperfection value of $L/1000$. On the other hand, the biggest divergences for the models with the residual stress patterns of Szalai and Papp [17] and Barth and White [82] are also confirmed.

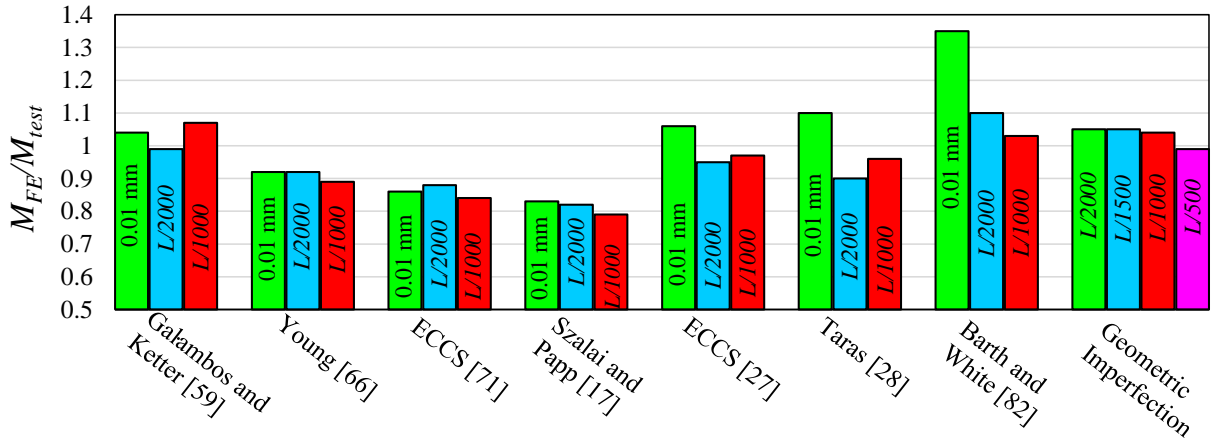


Fig. 22. General results for the B2 test.

The comparison between the moment vs. rotation (M vs. θ) curves for the different models with residual stress associated with the geometric imperfections of $L/2000$ and $L/1000$ are shown in Fig. 23a and Fig. 23b, respectively. Unlike SCCB B1, it can be seen in Fig. 23 that for SCCB B2 the ECCS [71], Szalai and Papp [17] models influence the LDB strength for moment values immediately below the M_y value. This situation shows that the ECCS [71] and Szalai and Papp [17] models provide the worst case scenario for the LDB strength of SCCB underestimating the ultimate moment.

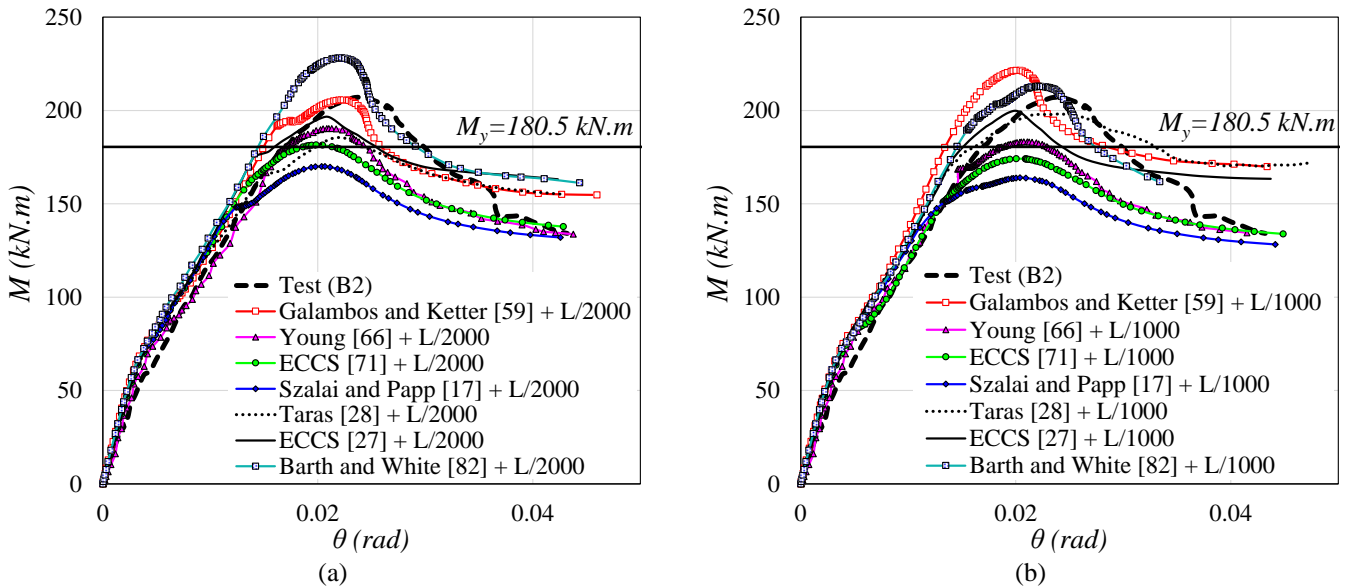
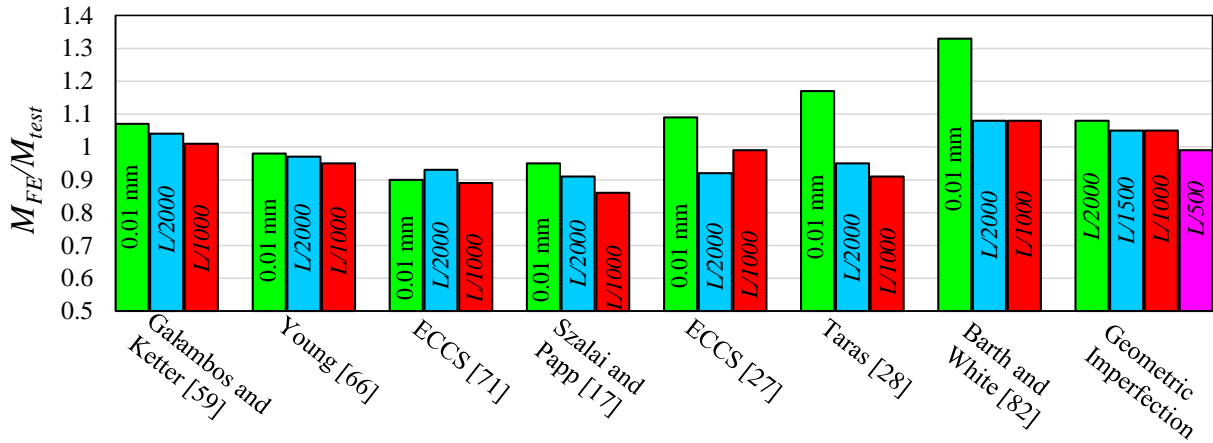


Fig. 23. Comparison between experimental and numeric curves (M vs. θ) for SCCB B2.

5.1.3 Test B3

The results of all numerical simulations for the SCCB B3 are shown in Fig. 24. The results presented in Fig. 24 confirm that the residual stress pattern of Galambos and Ketter [59] associated with a geometric imperfection of $L/1000$ provides the results closer to the experimental values. Another situation verified is in relation to models with only geometric imperfection, it was noted in Fig.24 that the model with only a geometric imperfection of $L/500$ provided a result close to the experimental one. This fact shows that the

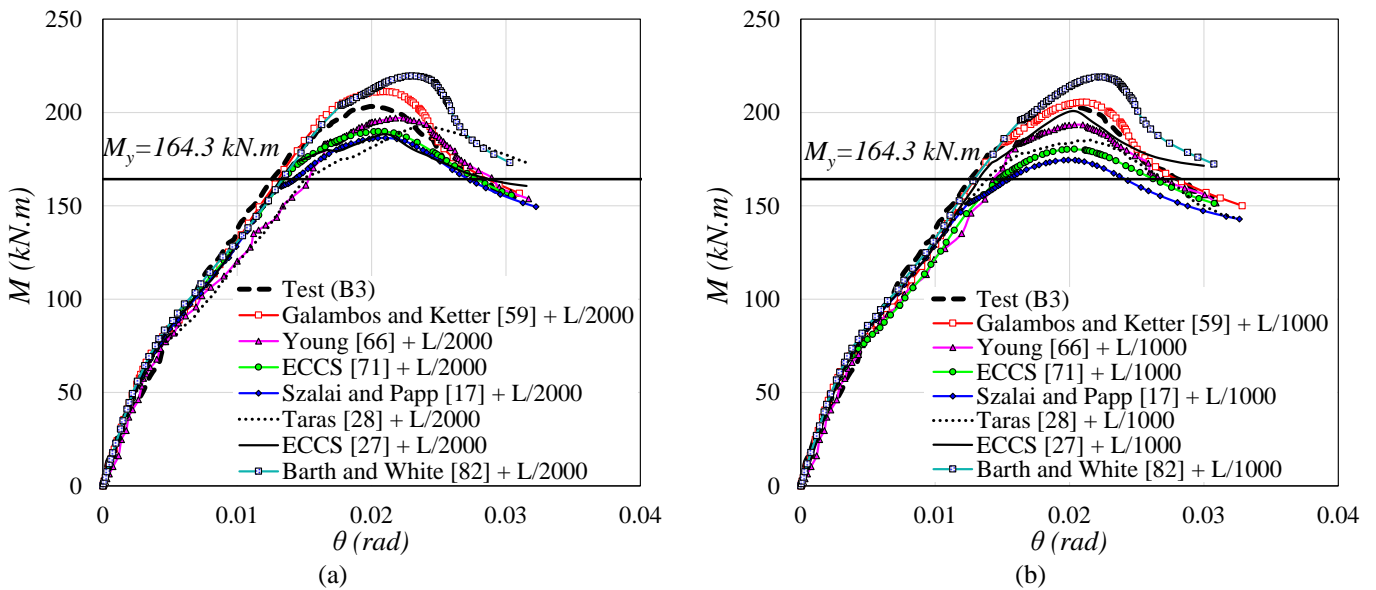
541 adoption of larger geometric imperfections may supply the need for the adoption of residual stress patterns,
 542 however, this practice is not recommended, since the combined effects (residual stresses and geometric
 543 imperfection) can be less than the effects calculated separately.



544
545

Fig. 24. General results for the B3 test.

546 The comparison between the moment vs. rotation (M vs. θ) curves for the different models with residual
 547 stress associated with the geometric imperfections of $L/2000$ and $L/1000$ are shown in Fig. 25a and Fig. 25b,
 548 respectively. The results also show the greatest influence of the stress models from the value of M_y .



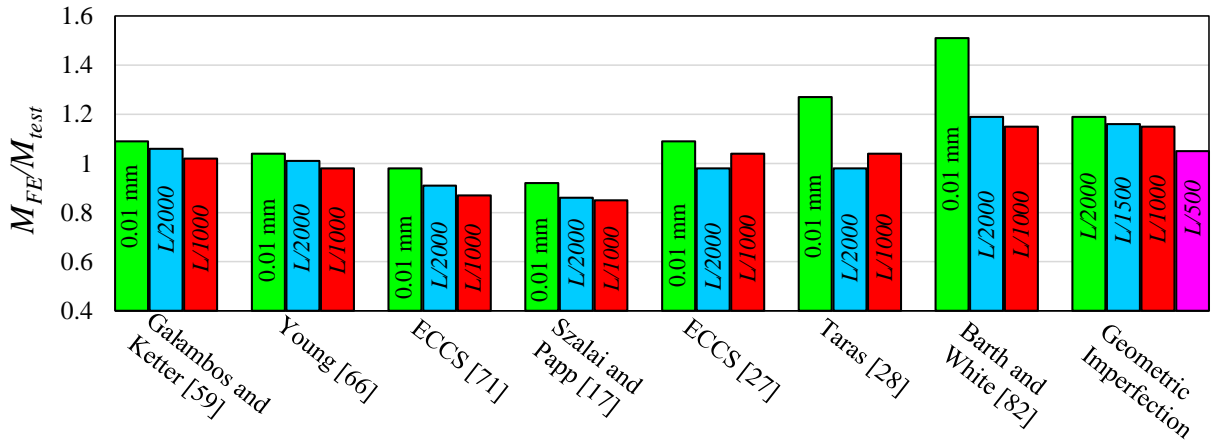
549

Fig. 25. Comparison between experimental and numeric curves (M vs. θ) for SCCB B3.

550 5.1.4 Test B4

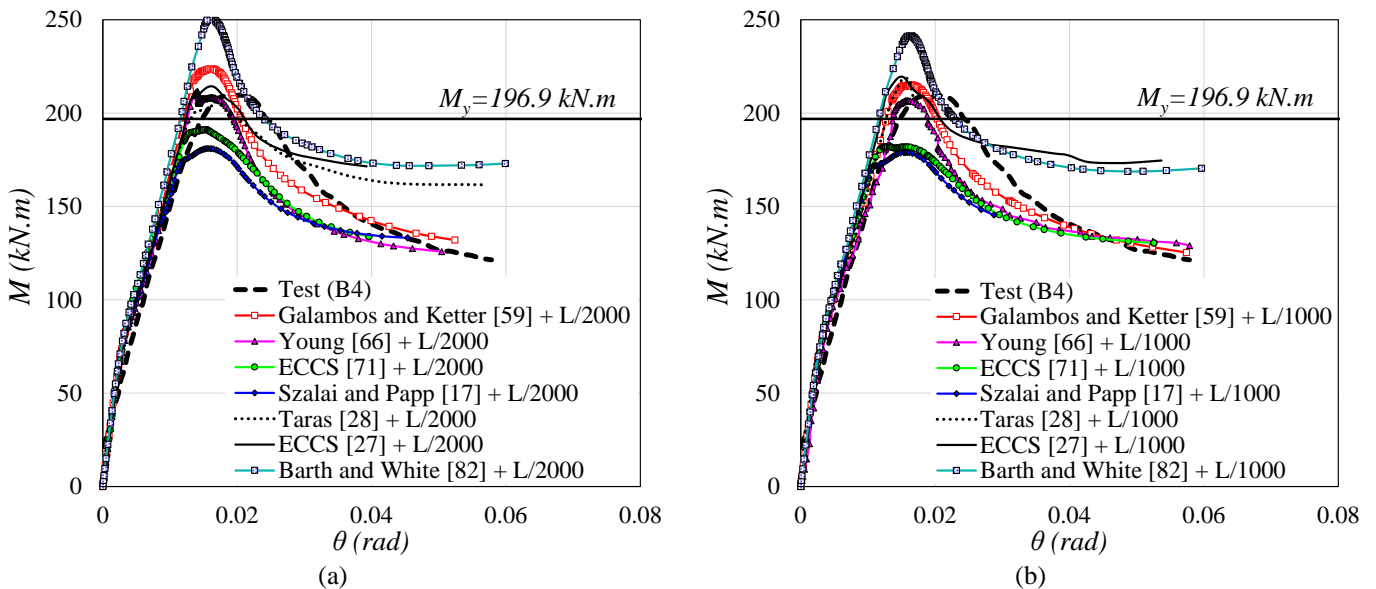
551 Finally, in Fig. 26 and Fig. 27 the results of the analysis for the SCCB B4 are presented. As also
 552 observed for the other SCCB analyzed with a geometric imperfection value of $L/1000$ it is verified in Fig. 26
 553 that the Galambos and Ketter [59] and Young [66] models approach the experimental value. The ECCS [27]
 554 and Taras [28] models also provided results close to the experimental value for a geometric imperfection of

555 $L/2000$. The greatest divergences were obtained with the Taras [28] and Barth and White [82] models for a
 556 geometric imperfection of 0.01 mm.



557
558 **Fig. 26.** General results for the B4 test.

559 **Fig. 27** shows the comparison between the moment vs. rotation (M vs. θ) curves for the different models
 560 analyzed in “Step III” and “Step IV”. As noted in the SCCB B2, the results in **Fig. 27** show that for the residual
 561 stress models of Szalai and Papp [17] and ECCS [71] the effects of residual stresses are observed even before
 562 the value of M_y is reached. This situation shows that the models of Szalai and Papp [17] and ECCS [71]
 563 significantly influence the LDB behavior of SCCB providing underestimated values of ultimate moment.



564 **Fig. 27.** Comparison between experimental and numeric curves (M vs. θ) for SCCB B4.

565 5.2 General comments

566 The analyzes developed in this work provide interesting conclusions about the influence of structural
 567 imperfections, namely, the residual stresses, and geometric imperfections on the LDB strength of SCCB. The
 568 results show, in general, that the LDB strength of SCCB are more sensitive to variation in the residual stress
 569 distribution pattern than the variation in the amplitude of the geometric imperfection. This situation is verified

by the fact that the LDB in SCCB occurs, in the vast majority of cases, in an inelastic regime, with an ultimate moment value close to the plastic moment of the section, as pointed out by Rossi *et al.* [4]. Therefore, in this regime, residual stresses exert a great influence on instability phenomena.

Regarding the residual stress distribution patterns, it was noted that the Galambos and Ketter [59] pattern with a geometric imperfection of $L/1000$ was the one that provided the best results in comparison with the experimental models by Tong *et al.*[54]. The Szalai and Papp pattern [17] was responsible for providing the lowest values for the ultimate moment, always lower than the experimental values of Tong *et al.* [54]. On the other hand, the Barth and White [82] pattern provided the highest values for the ultimate moment, always higher than the experimental values of Tong *et al.* [54]. Fig. 28 shows the distribution of von Mises stresses for the increment that provides the ultimate moment for all residual stress patterns analyzed.

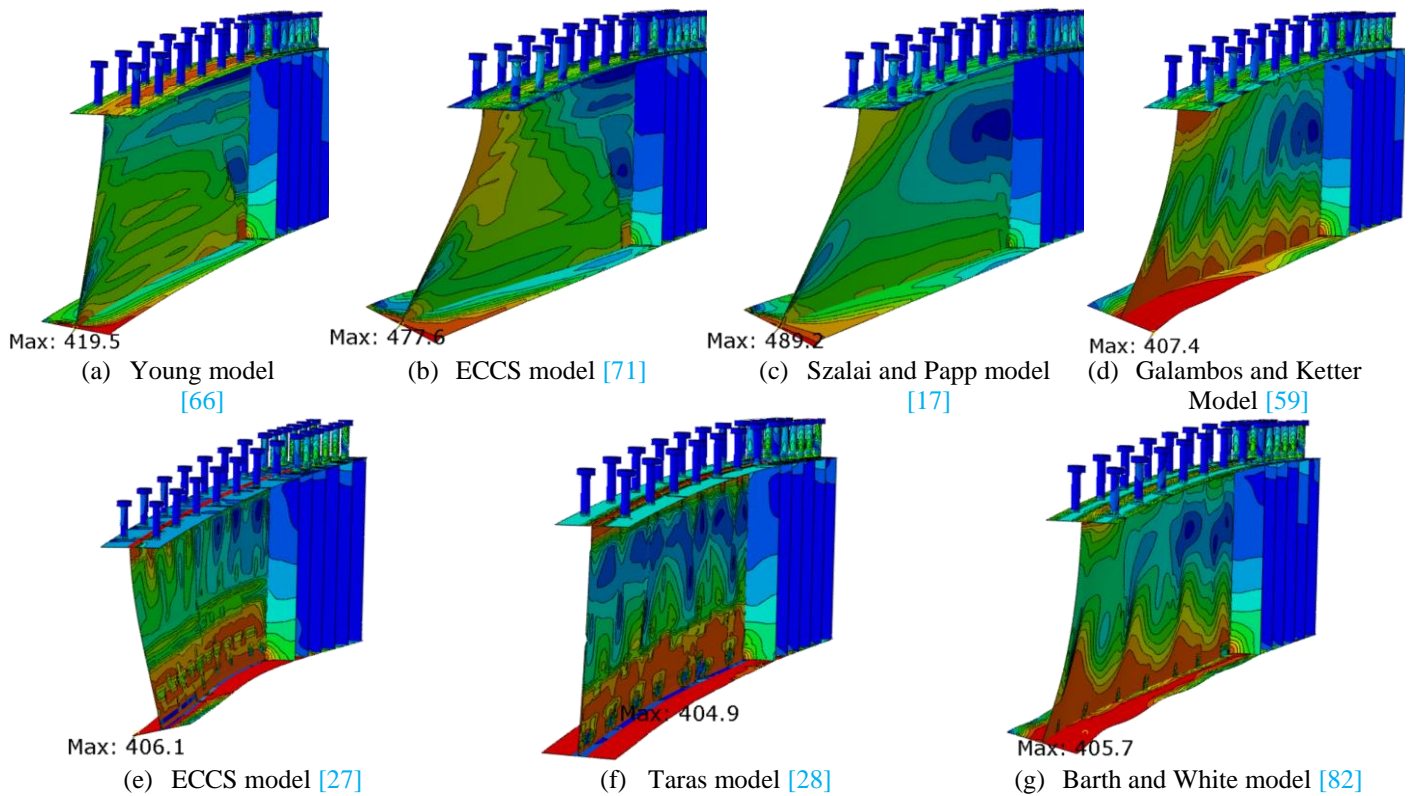


Fig. 28. Distribution of von Mises stresses in the ultimate moment increment (unit: MPa).

It is observed in Fig. 28 that the residual stress pattern adopted influences the stress distribution in the SCCB. This stress distribution affects the LDB strength in the SCCB. It can be seen that the Szalai and Papp [17] and ECCS [71] patterns provided the highest stress values, 489.2 MPa and 477.6 MPa, respectively. On the other hand, Barth and White [82] and Taras patterns [28] provided the lowest stress values, 405.7 MPa and 404.9 MPa, respectively. The effects of the global geometric imperfections are of great complexity when instability phenomena occur in an inelastic regime [87]. In this situation, the isolated effects of geometric

587 imperfection and residual stresses cannot simply be added to obtain the combined effects in determining the
588 ultimate strength of steel elements [87].

589 Another fact observed was in relation to the ECCS [27] and Taras [28] patterns. According to Couto
590 and Vila Real [24] these patterns are responsible for providing the lowest LTB resistant values in I-beams,
591 with similar behavior. However, in the analyzes of LDB in SCCB this fact was not verified, although these
592 two models provide similar behavior, they were not responsible for the lower LDB strength.

593 6. Conclusion

594 In this paper, an evaluation of the influence of structural imperfections, namely, the residual stresses,
595 and of the geometric imperfection upon the LDB strength of SCCB under hogging moment is presented.
596 This research aims to help the choice of the initial imperfections on future numerical simulations of SCCB.
597 In addition, the analyzes developed in this article can assist designers and researchers in the development of
598 advanced analysis, which currently can be used by modern standard codes to predict the behavior of steel
599 and composite frames. For that, a parametric study with seven residual stress distribution patterns was
600 developed using the ABAQUS software. In this way, it was concluded:

- 601 • The LDB behavior in SCCB is more sensitive to residual stress distribution patterns than to geometric
602 imperfection values;
- 603 • For the analyzes developed in this article, the Galambos and Ketter [59] pattern provided the results
604 closest to the experimental models of Tong *et al.* [54];
- 605 • The isolated effects of geometric imperfection and residual stresses cannot simply be added to obtain the
606 combined effects in determining the LDB strength of SCCB, mainly because the LDB occurs in an
607 inelastic regime;
- 608 • The Szalai and Papp pattern [17] was responsible for providing the lowest values for the ultimate moment,
609 always below the experimental values of Tong *et al.* [54];
- 610 • The Barth and White [82] pattern provided the highest values for the ultimate moment, always higher
611 than the experimental values of Tong *et al.* [54];
- 612 • Residual stress patterns are responsible for changing the stress distribution in the ultimate moment
613 situation;

- In some situations, the adoption of large values of geometric imperfection may supply the need for the adoption of residual stress patterns, however, this situation does not represent the real conditions of the initial imperfections;
- Despite the random nature of the shapes and magnitudes of the initial imperfections, representative numerical models can be developed considering residual stress distribution patterns, such as the one presented in this paper.

In general, it was verified that the choice of the initial imperfections for the development of post buckling numerical analyzes considerably influences the LDB strength of SCCB. Therefore, the development of advanced analysis requires a careful assessment of which initial imperfections should be adopted. In this context, it is expected that the analyzes developed in this work can help the choice of the initial imperfections on future numerical simulations.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was financed by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

REFERENCES

- [1] J.H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1–29. <https://doi.org/10.1142/S0219455413500016>.
- [2] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1950079. <https://doi.org/10.1142/S0219455419500792>.
- [3] W.-B. Zhou, W.-J. Yan, Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment, *Thin-Walled Struct.* 116 (2017) 201–211. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.02.011>.
- [4] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 172 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106192>.
- [5] X. Liu, M.A. Bradford, A. Ataei, Flexural performance of innovative sustainable composite steel-concrete beams, *Eng. Struct.* 130 (2017) 282–296. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.10.009>.
- [6] S. De Nardin, A. El Debs, State of the art of steel-concrete composite structures in Brazil, *Proc. Inst. Civ. Eng. Civ. Eng.* 166 (2013) 20–27. <https://doi.org/10.1680/cien.2013.166.6.20>.
- [7] F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, S. De Nardin, Advances in composite beams with web openings and composite cellular beams, *J. Constr. Steel Res.* 172 (2020) 106182. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106182>.
- [8] R.S. Nicoletti, A. Rossi, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of effective width in steel-concrete composite box girder bridges, *Adv. Struct. Eng.* (2020) 136943322097174. <https://doi.org/10.1177/1369433220971744>.
- [9] H.-T. Thai, T.-K. Nguyen, S. Lee, V.I. Patel, T.P. Vo, Review of Nonlinear Analysis and Modeling of Steel and Composite Structures, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 20 (2020) 2030003. <https://doi.org/10.1142/S0219455420300037>.
- [10] R. Chacón, E. Mirambell, E. Real, Influence of designer-assumed initial conditions on the numerical modelling of steel plate girders subjected to patch loading, *Thin-Walled Struct.* 47 (2009) 391–402. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.09.001>.
- [11] Z. Kala, J. Valeš, Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations, *Eng. Struct.* 134 (2017) 37–47. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.12.032>.
- [12] C.Y. Song, J.G. Teng, J.M. Rotter, Imperfection sensitivity of thin elastic cylindrical shells subject to partial axial compression, *Int. J. Solids Struct.* 41 (2004) 7155–7180. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.05.040>.

- [13] S. Chen, Y. Jia, Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons, *Thin-Walled Struct.* 48 (2010) 233–242. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.10.009>.
- [14] R. Chacón, M. Serrat, E. Real, The influence of structural imperfections on the resistance of plate girders to patch loading, *Thin-Walled Struct.* 53 (2012) 15–25. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.12.003>.
- [15] N.S. Rossini, M. Dassisti, K.Y. Benyounis, A.G. Olabi, Methods of measuring residual stresses in components, *Mater. Des.* 35 (2012) 572–588. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.08.022>.
- [16] A. Rossi, D. Hideyuki Saito, C. Humberto Martins, A. Sander Clemente de Souza, The influence of structural imperfections on the LTB strength of I-beams, *Structures.* 29 (2021) 1173–1186. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.11.020>.
- [17] J. Szalai, F. Papp, A new residual stress distribution for hot-rolled I-shaped sections, *J. Constr. Steel Res.* 61 (2005) 845–861. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2004.12.004>.
- [18] C. G. Salmon, J. E. Johnson; F. A. Malhas, *Steel structures: Design and Behavior*. Fifth Edition. New Jersey: Person Prentice Hall, Inc, 2009. 872p.
- [19] EN 1993-1-6, 1999. Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1–6: General Rules: Strength and Stability of Shells Structures. European Committee for Standardisation, Brussels.
- [20] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review, *Structures.* 27 (2020) 1299–1312. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.026>.
- [21] M.Z. Dietrich, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Analysis of rotational stiffness of steel-concrete composite beams for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 198 (2019) 109554. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109554>.
- [22] S. Chen, X. Wang, Finite element analysis of distortional lateral buckling of continuous composite beams with transverse web stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.15.9.1607>.
- [23] S.X. Liu Yang, L. Tong, B. Sun, Y. Chen, F. Zhou, H. Tian, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (2014) 10–21. <https://doi.org/https://10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002.html>.
- [24] C. Couto, P. Vila Real, Numerical investigation on the influence of imperfections in the lateral-torsional buckling of beams with slender I-shaped welded sections, *Thin-Walled Struct.* 145 (2019) 106429. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106429>.
- [25] C. Couto, P. Vila Real, A proposal based on the effective section factor for the lateral-torsional buckling of beams with slender I-shaped welded sections, *Thin-Walled Struct.* 145 (2019) 106389. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106389>.
- [26] AISC, *Specifications for Structural Steel Buildings*, ANSI/AISC 360-16, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [27] ECCS, *New Lateral Torsional Buckling Curves kLT - Numerical Simulations and Design Formulae*, European Convention for Constructional Steelwork Technical Committee No. 8, 2000.
- [28] A. Taras, *Contribution to the Development of Consistent Stability Design Rules for Steel Members*, TU Graz, 2010.
- [29] C. Couto, P. Vila Real, Numerical investigation on the influence of imperfections in the local buckling of thin-walled I-shaped sections, *Thin-Walled Struct.* 135 (2019) 89–108. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.10.039>.
- [30] L. Subramanian, D.W. White, Resolving the disconnects between lateral torsional buckling experimental tests, test simulations and design strength equations, *J. Constr. Steel Res.* 128 (2017) 321–334. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2016.08.009>.
- [31] N. Boissonnade, H. Somja, Influence of imperfections in FEM modeling of lateral torsional buckling, *Proceeding Annu. Stab. Conf. Struct. Stab. Res. Counc.* (2012) 1–15.
- [32] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, The effects of axial tension on the hogging-moment regions of composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 68 (2012) 20–33. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.06.017>.
- [33] M. Bradford, R. Johnson, Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports, *Proc. Inst. Civ. Eng.* 83 (1987) 143–159. <https://doi.org/10.1680/iicep.1987.345>.
- [34] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams, *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 850–859. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2008.05.002>.
- [35] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).
- [36] K. Roik, G. Hanswille and J. Kina, Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (in German), *Stahlbau* 59 (1990) 327–332.
- [37] ABNT NBR 8800. Design of steel and composite structures for buildings. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (Brazilian Association of Technical Standards); 2008 [in Portuguese].
- [38] Standards Association of Australia. AS 4100 steel structures. Sydney, Australia; 1998.
- [39] W.B. Zhou, L.Z. Jiang, S.J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1–22. <https://doi.org/10.1142/S0219455415500455>.
- [40] S.E. Svensson, Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force, *J. Constr. Steel Res.* 5 (1985) 179–193. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(85\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0143-974X(85)90002-1).
- [41] F.W. Williams, A.K. Jemah, Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams, *J. Constr. Steel Res.* 7 (1987) 133–147. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(87\)90025-3](https://doi.org/10.1016/0143-974X(87)90025-3).

- [42] G. Hanswille, J. Lindner and D. Munich, Lateral torsional buckling of composite beams (in German), *Stahlbau* 67 (1998) 525–535.
- [43] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Elastic Bubble Augmented Spline Finite Strip Method in Analysis of Continuous Composite Beams, *Aust. J. Struct. Eng.* 7 (2007) 75–84. <https://doi.org/10.1080/13287982.2007.11464966>.
- [44] W. Chen, J. Ye, Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric I-beams, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 10 (2010) 983–1016. <https://doi.org/10.1142/S0219455410003865>.
- [45] W.-B. Zhou, S.-J. Li, W.-J. Yan, Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel-concrete composite beams, *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 25 (2016) 1055–1072. <https://doi.org/10.1002/tal.1297>.
- [46] F. Guo, S. Zhou, L. Jiang, Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region, *Adv. Mater. Sci. Eng.* 2015 (2015) 1–8. <https://doi.org/10.1155/2015/763634>.
- [47] P. Goltermann, S.E. Svensson, Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress, *J. Struct. Eng.* 114 (1988) 1606–1625. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:7\(1606\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:7(1606)).
- [48] M.A. Bradford, Z. Gao, Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams, *J. Struct. Eng.* 118 (1992) 73–89. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:1\(73\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(73)).
- [49] N.W. Dekker, A.R. Kemp, P. Trincherro, Factors influencing the strength of continuous composite beams in negative bending, *J. Constr. Steel Res.* 34 (1995) 161–185. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(94\)00045-J](https://doi.org/10.1016/0143-974X(94)00045-J).
- [50] M.A. Bradford, Distortional buckling of elastically restrained cantilevers, *J. Constr. Steel Res.* 47 (1998) 3–18. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)80003-5](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)80003-5).
- [51] G. Weston, D.A. Nethercot, M.A. Crisfield, Lateral buckling in continuous composite bridge girders, *Struct. Eng. London.* 69 (1991) 79–87.
- [52] R.P. Johnson, S. Chen, Syability of continuous composite plate girders with U-frame action., *Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. <https://doi.org/10.1680/istbu.1993.23377>.
- [53] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected To Hogging Bending, (2010) 839–846.
- [54] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001>.
- [55] M.A. Bradford, Strength of compact steel beams with partial restraint, *J. Constr. Steel Res.* 53 (2000) 183–200. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00066-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00066-8).
- [56] M.A. Bradford, H.R. Ronagh, Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM, *J. Struct. Eng.* 123 (2002) 1631–1637. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(1997\)123:12\(1631\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1997)123:12(1631)).
- [57] M.A Bradford; AR Kemp., Buckling in continuous composite beams. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.2, p 169-178, 2000.
- [58] R.P. Johnson, C.K.R. Fan, Distortional lateral buckling of continuous composite beams, *Proc. - Inst. Civ. Eng. Part 2. Res. Theory.* 91 (1991) 131–161. <https://doi.org/10.1680/iicep.1991.13586>.
- [59] T. V. Galambos, R.L. Ketter, Columns under combined bending and thrust, *J. Eng. Mech. Div.* 85 (1959) 1–30.
- [60] P.J. Withers, H.K.D.H. Bhadeshia, Residual stress part 2 - Nature and origins, *Mater. Sci. Technol.* 17 (2001) 366–375. <https://doi.org/10.1179/026708301101510087>.
- [61] G.A. Alpstén, Thermal residual stresses in hot-rolled steel members (Residual stresses in thick welded plates), (1968).
- [62] G.A. Alpstén, L. Tall, Residual Stresses in Heavy Welded Shapes, *Weld. Journal, Res. Supl.* 49 (1970) 93–105.
- [63] T. V Galambos, Inelastic lateral buckling of beams, *J. Structural Div. Proc. ASCE.* October, 19 (1963) 3683-.
- [64] G. Alpstén, , Prediction of thermal residual stresses in hot-rolled plates and shapes of structural steel, *Swedish Inst. Of Steel Const. Rep.* 16.4., 1972b.
- [65] B.W. Young, Residual stresses in hot-rolled members, IABSE reports of the working commissions. *Coll. On Column Strength*, Paris, França, 1972.
- [66] B.W. Young, Residual stresses in hot rolled members., IABSE Colloquium: On Column Strength. (1975) 25–38.
- [67] E. Mas; CH. Massonnet, The Belgian contribution to the experimental work of ECCS. *Acien Stahl-Stell*, No. 9, 1966.
- [68] G. Schulz, , The maximum strength of axially loaded columns considering geometrical imperfections and material inhomogeneities. Ph. D. Thesis, Technical University Graz, Áustria, 1968.
- [69] H. E. Beer, G. Schulz, The theoretical bases of the new column curves of the European Convention of Constructional Steelwork. *Constructional Metallique*, No. 3, p. 37-57, 1970.
- [70] N. Tebedge, G. Alpstén, L. Tall, Residual-stress measurement by the sectioning method, *Exp. Mech.* 13 (1973) 88–96. <https://doi.org/10.1007/bf02322389>.
- [71] ECCS – European Convention for Constructional Steelwork. Committee 8. Manual on the stability of steel structures- 2a. ed., 1976.
- [72] Trahair, N.S. (1993), *Flexural Torsional Buckling of Structures*, E & FN Spon, London.
- [73] M. Abambres, W.M. Quach, Residual stresses in steel members: A review of available analytical expressions, *Int. J. Struct. Integr.* 7 (2016) 70–94. <https://doi.org/10.1108/IJSI-12-2014-0070>.

- [74] A.W.E Huber, L. S. Beedle, Residual stress and the compressive strength of steel. *Welding Journal*, Vol. 33, p. 589-614, 1954, Reprint No. 96 (54-3).
- [75] A. Rossi, C.H. Martins, R.S. Nicoletti, A.S.C. Souza, Reassessment of lateral torsional buckling in hot-holled I-beams, *Structures*. (2020) ISTRUC801. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.04.041>.
- [76] A.E. Surovek-Maleck, D.W. White, Alternative Approaches for Elastic Analysis and Design of Steel Frames. I: Overview, *J. Struct. Eng.* 130 (2004) 1186–1196. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2004\)130:8\(1186\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:8(1186)).
- [77] MC Falls, R. K.; Tall. A study of welded columns manufactured from flama-cut plates. *AWS Welding Journal*, p.141-153, 1969.
- [78] R. Bjorhovde; J. Brozzetti; G. A. Alpsten; L. Tall, Residual stresses in thick welded plates. *Welding Journal (AWS)*, Vol.51, No. 51, p. 329-405, 1972.
- [79] R. Bjorhovde, Columns: from theory to practice. *Engineering Journal (AISC)*, Vol. 25, No. 1, 1st Quarter, p. 21-34, 1988.
- [80] N.R. Nagaraja Rao; F.L. Estuar; L. Tall, Residual Stresses in Welded Shapes. *AWS Welding Journal*, p.295, 1964.
- [81] J. B. Dwight, J. D. White, , Prediction of weld shrinkage stresses in plate structures. Preliminary Report, 2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures, ECCS – IABSE, Liège, Bélgica, pp. 31-37, 1977.
- [82] K.E. Barth, D.W. White, Finite element evaluation of pier moment-rotation characteristics in continuous-span steel I Girders, *Eng. Struct.* 20 (1998) 761–778. [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(97\)00087-4](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00087-4).
- [83] ECCS, Ultimate Limit State Calculations of Sway Frames With Rigid Joints, 1984 (no. 33).
- [84] R. Bjorhovde, L. Tall, Maximum Column Strength and the Multiple Column Curve Concept, Fritz Engineering Laboratory Report No. 337.29, Lehigh University, Bethlehem, 1971.
- [85] R. Bjorhovde, Deterministic and probabilistic approaches to the strength of steels columns. Bethlehem, 1972. Thesys (Ph. D.) - Department of Civil Engineering , Lehigh University. Bethlehem.
- [86] T.V. Galambos, Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 4° Ed., A. Wiley – Interscience, 1988.
- [87] R.H. Batterman; B.G. Johnston, Behavior and maximum strength of metal columns. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, v. 93, n. St 2, p. 205-230, April, 1967.
- [88] DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS v6.12; 2012.
- [89] S. Wijesiri Pathirana, B. Uy, O. Mirza, X. Zhu, Flexural behaviour of composite steel–concrete beams utilising blind bolt shear connectors, *Eng. Struct.* 114 (2016) 181–194. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.01.057>.
- [90] A. Rossi, F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, E.C. Mesacasa Júnior, Assessment of lateral distortional buckling resistance in welded I-beams, *J. Constr. Steel Res.* 166 (2020) 105924. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2019.105924>.
- [91] F.P.V. Ferreira, A. Rossi, C.H. Martins, Lateral-torsional buckling of cellular beams according to the possible updating of EC3, *J. Constr. Steel Res.* 153 (2019) 222–242. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.10.011>.
- [92] C.J. Earls, On the inelastic failure of high strength steel I-shaped beams, *J. Constr. Steel Res.* 49 (1999) 1–24. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00204-1](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00204-1).
- [93] C.J. Earls, Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility, *J. Constr. Steel Res.* 51 (1999) 147–175. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00024-3](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00024-3).
- [94] A. Hillerborg, M. Modéer, P.E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cem. Concr. Res.* 6 (1976) 773–781. [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7).
- [95] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic-damage model for concrete, *Int. J. Solids Struct.* 25 (1989) 299–326. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4).
- [96] J. Lee, G.L. Fenves, Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, *J. Eng. Mech.* 124 (1998) 892–900. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892)).
- [97] T. Yu, J.G. Teng, Y.L. Wong, S.L. Dong, Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker–Prager type plasticity model, *Eng. Struct.* 32 (2010) 665–679. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.11.014>.
- [98] D. Carreira, K. Chu, Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression, *ACI J. Proc.* 82 (1985). <https://doi.org/10.14359/10390>.
- [99] D.J. Carreira, K.H. Chu, Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Tension., *J. Am. Concr. Inst.* 83 (1986) 21–28. <https://doi.org/10.14359/1756>.

Stability behavior of steel-concrete composite beams subjected to hogging moment

Alexandre Rossi^{a*}

Alex Sander Clemente de Souza^a

Renato Silva Nicoletti^a

Carlos Humberto Martins^b

^aDepartment of Civil Engineering, Federal University of São Carlos, Brazil

^bDepartment of Civil Engineering, State University of Maringá, Brazil

Abstract

The behavior of Steel-concrete Composite Beams (SCCB) under the action of hogging moment is not yet fully understood. In this condition, these structural elements may be subjected to local buckling or Lateral Distortional Buckling (LDB). LDB is a mode of stability in which the web must distort in order for the compression flange to displace and twist during buckling. The classic LDB standard procedures start from the determination of the elastic critical moment and subsequently use empirical curves to determine the LDB strength. However, investigations show that there is no consensus in determining the LDB elastic critical moment. In addition, studies indicate that the use of the same empirical curves obtained for the analysis of steel I-beams leads to the conservative results of the LDB strength in SCCB. In this context, this paper investigates the behavior of SCCB under the action of hogging moment through the development of buckling and post-buckling numerical analyses with the ABAQUS software. In the parametric study, the effects of the I-section, the unrestrained length, the reinforcing ratio, the concrete slab height and the slab topology were investigated. The investigations showed divergences between the elastic critical moment and ultimate moment when compared with classic procedures. In addition, the influence of the analyzed parameters is presented. These results can provide a reference for future research and specification reviews.

Keywords: Steel-concrete composite beams; Hogging moment; Lateral distortional buckling; Numerical analyses.

*Corresponding author. Tel: +55 (16) 3351 9663

e-mail: alexandre-rossi@hotmail.com (A. Rossi)

29 **Notation**30 *The following symbols are used in this paper:*

31	A_f = sectional area of the steel beam flange	67	M_{cr} = distortional elastic critical moment
32	A_s = sectional area of the longitudinal reinforcement in concrete slab	68	M_{FE} = ultimate moment obtained from the finite element analysis
33	A_w = sectional area of the steel beam web	69	M_{max} = maximum bending moment
34	a = spacing between the parallel beams	70	$M_{pl-C.beam}$ = plastic moment obtained by I-beam more reinforcement
35	b_f = flange width	71	bars
36	C_{dist} = property associated with the distribution of bending moments	72	$M_{pl-I.beam}$ = plastic moment of I-beam
37	C_w = warping constant	73	M_{test} = experimental test ultimate moment
38	d = section depth	74	$M_{u,dist}$ = ultimate moment obtained by analytical procedures
39	d_c =compression damage parameter	75	M_2, M_d = bending moment at the quarter points of the segment
40	d_t =tension damage parameter	76	M_3 = bending moment at the midpoints of the segment
41	E = modulus of elasticity	77	$r_{f_c,y}$ = radius of gyration of the compression flange
42	E_a =elasticity modulus of structural steel	78	r_y = minor-axis radius of gyration
43	$E_c I_{c2}$ = flexural stiffness per unit width of the slab	79	$S_{headed\ stud}$ = spacing between headed stud connectors
44	$f_{ck-cubic}$ = characteristic compressive cubic strength of concrete	80	t_w = web thickness
45	$f_{ck-cylindrical}$ = characteristic compressive cylinder strength of concrete	81	t_f = flange thickness
46	f_c = compressive strength of concrete	82	α_{LT} = imperfection factor according EC3
47	f_f = yield strength of the flange I-beams	83	α_m = modification factor of the moment distribution according
48	f_r = yield strength of the reinforcement bars	84	AS4100
49	f_t = concrete tension resistance	85	α_s = factor of slenderness reduction according AS4100
50	f_u = ultimate strength	86	β_c = stress-strain relationship form factor of concrete in compression
51	f_w = yield strength of the web I-beams	87	δ = lateral displacement
52	f_y = yield strength	88	ε = strain
53	G = shear modulus	89	ε_c = compressive strain
54	h_{cs} = total concrete slab height	90	ε_t = tensile strain
55	h_s = distance between the centroids of the flanges	91	ε_u = ultimate strain
56	h_w = web depth	92	ε_y = yield strain
57	$I_{af,y}$ = moment of inertia of area of the structural steel section about	93	θ = rotation
58	the weak axis	94	$\bar{\lambda}$ = slenderness ratio
59	I_y = moments of inertia about the weak axis	95	λ_{PR} = slenderness ratio according [3]
60	J = torsional constant	96	ν_a = Poisson's ratio of structural steel
61	k_s = rotational stiffness	97	ρ = force ratio according [3]
62	L = unrestrained length of composite beam	98	σ = stress
63	L_r =limit effective unbraced length of theoretical elastic lateral	99	ϕ_{PR} = stability coefficient according [3]
64	buckling	100	ϕ_{LT} = stability coefficient according EC3
65	L_p =limit effective unbraced length below of plateau resistance	101	χ_{LT} = reduction factor according EC3
66	l_e = effective length according AS4100		

102

103 **1. Introduction**

104 Steel-concrete composite beams (SCCB) under hogging moment may fail due to the occurrence of
105 Local Buckling (LB) modes, Lateral Distortional Buckling (LDB) or through the combination of these
106 buckling modes [1,2]. LDB (Fig.1) is characterized by a web distortion due to lateral displacement (δ) and
107 rotation (θ) of the unrestricted bottom flange [3–8]. This displacement and rotation occur due to the fact that
108 the top flange is totally restrained, through the concrete slab, to the lateral displacement [9]. As a result, LDB
109 in SCCB behaves very differently from the stability modes of steel I-beams, in a way that the well-known
110 Vlasov assumption [10], that the plane-webbed sections still forms a plane, not valid.

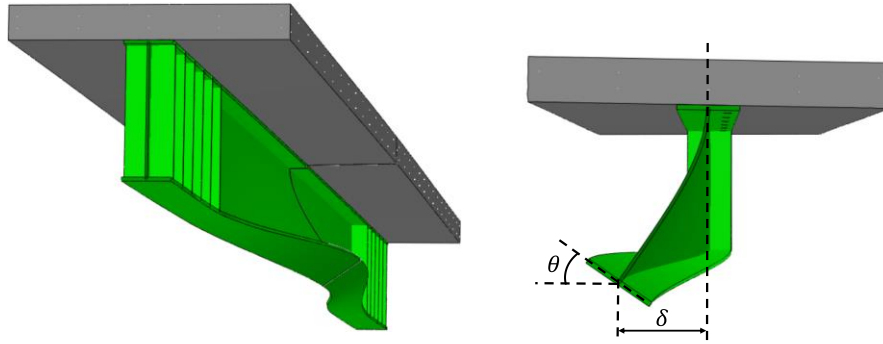


Fig.1. Lateral distortional buckling.

In order to solve this problem, investigations were carried out about LDB in SCCB. These investigations focused on analyzing the elastic behavior [4,11–26] in an attempt to obtain a method for determining the elastic critical moment, or sought to analyze the LDB strength of SCCB [1,3,6–8,27–35]. The correct determination of the LDB elastic critical moment is fundamental to resolve the LDB strength. The current standard procedures require the elastic distortional critical moment determination to estimate the LDB strength of SCCB. In the EC4 [36] previous version (EN 1994-1-1:1992), the methodology proposed by Roik *et al.* [16] to determine the elastic distortional critical moment was adopted. This methodology is still used in the Brazilian code [37] (ABNT NBR 8800:2008). However, studies [11,20,21] have shown divergences between elastic distortional critical moment, obtained through numerical analysis, when compared with the methodologies proposed by Roik *et al.* [16], Svensson [13], Williams and Jemah [14] and Hanswille *et al.* [18]. Therefore, the use of these methodologies for the elastic distortional critical moment estimation can result in the mistaken obtaining of the strength of SCCB under the action of hogging moment by the standard procedures. In addition, standard codes such as Eurocode 4 [38], AISC [39], AASHTO [40], NBR 8800:2008 [37] and Australian codes [41,42] make use of the same design curves proposed for steel elements to determine the LDB strength of SCCB. Rossi *et al.* [1], Zhou and Yan [3] and Liu *et al.* [8] showed very conservative situations in the standard codes when compared with FEA (Finite Element Analysis) results obtained for SCCB subjected to uniform hogging moment. In this context, there is a need for further investigation into the instability modes of SCCB, as the estimation of the strength of these elements is not yet fully understood.

Therefore, this paper aims to investigate the behavior of SCCB under the action of hogging moment. For this, buckling and post-buckling numerical analyzes with the ABAQUS [43] software were developed. With the buckling analysis it is possible to determine the elastic critical moment, which is compared with the analytical procedures present in the literature. In the post-buckling numerical analysis, the initial geometric

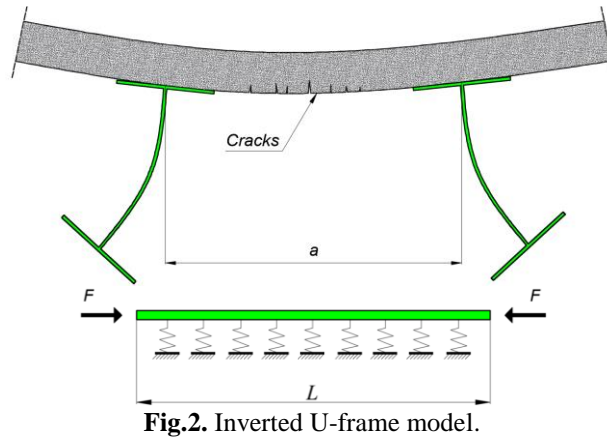
imperfection, residual stress, real shear connector, geometric nonlinearity, and material nonlinearity were considered. These results are compared with standard and analytical procedures. The beams are considered simply supported, with restrictions on lateral slab displacement and are subjected to a uniform hogging moment distribution. The influences of the following parameters are analyzed: longitudinal reinforcement ratio, different I-sections, unrestrained span length, the slab height and the differences in the use of solid slabs and precast hollow core slabs. The analyses showed in this work can provide a reference for future research and specification reviews.

2. Literature review

SCCB can be used as simply supported elements and therefore subjected to sagging moments. Consequently, the concrete slab is in compression and the steel I-section is in tension [44]. However, in the construction of buildings the use of rigid and semi-rigid connections has been frequent, causing hogging moments in the beams which leads to tensile stresses in the concrete slab and compression in the steel I-section [4,45,46]. Compression stresses in the bottom flange of the steel I-section, without lateral restraint, can cause Lateral Distortional Buckling (LDB). LDB is fundamentally different from Lateral Torsional Buckling (LTB), highlighting the impossibility of using the Vlasov hypothesis [10]. However, the LDB phenomenon in continuous SCCB is generally conservatively assessed in the standard codes as being a type of LTB. Bradford and Johnson [35] showed that LDB strength can be more than doubled in many cases when compared to LTB strength. In addition, Bradford [23] investigated the distortional buckling in several structural elements through the development of a finite element analysis method that considered 16 degrees of freedom in I-beams. The author stated that the distortional buckling causes different effects according to each structural element. For steel I-beams, the distortional buckling is responsible for the reduction of the elastic critical moment when compared with the classic LTB theories, a fact also observed by Rossi *et al.* [47,48]. However, Bradford [23] stated that for the case of SCCB the LDB elastic critical moment is much higher than that obtained by equations that disregard this possibility of distortion of the cross section. The author found that the greatest increase in the elastic critical moment occurs when the restriction is performed continuously on the top flange, a characteristic situation of SCCB under the action of hogging moment.

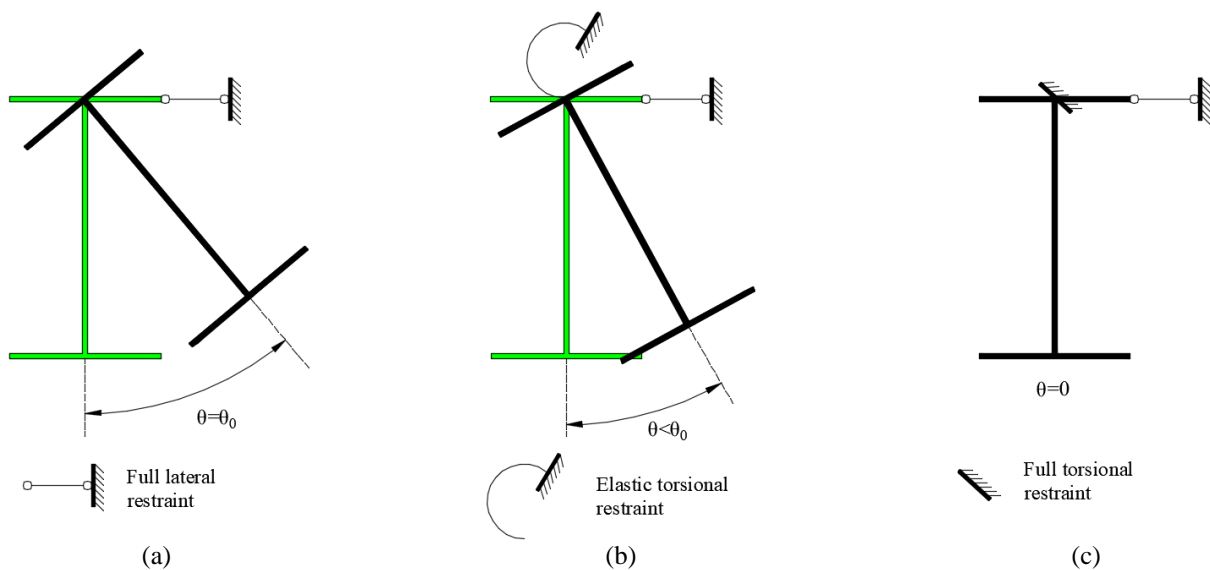
The inverted U-frame method is the most common model for considering LDB in design. In this method the bottom compression flange of the I-section is considered as a strut compressed uniformly along

163 its length by the maximum bending stress that is induced in it, and which is restrained by a continuous Winkler
 164 spring whose stiffness is that of the web in the plane of its cross-section acting as a cantilever (Fig.2) [4].



165
166

167 In the inverted U-frame model, when the slab deforms under applied load, there is a tendency for the
 168 steel beams to rotate as a result of slab deformations and additionally distort laterally. The slab may always
 169 be regarded as providing the full lateral restraint to the upper flange of steel I-section. Depending on the slab
 170 flexural stiffness, there are three different cases of the beam rotation that may be theoretically realized as
 171 shown in the Fig.3 [9].



172

Fig.3. Different restraints provided by continuous slab to the upper flange of steel I-section, adapted from [9].

173 When the slab provides only full lateral restraint (Fig.3a), the lateral torsional buckling is possible with
 174 imposed axis of rotation. On the other hand, when the slab provides the full lateral restraint and an elastic
 175 torsional restraint (Fig.3b) as a result of the slab out-of-plane deformations, the lateral buckling is possible but
 176 with a higher buckling load than that in the previous case. When the slab provides full lateral and torsional
 177 restraint (Fig.3c), the beam section remains un-rotated and the sectional out-of-plane deformations may result
 178 from: local buckling or distortional buckling of the web and the bottom flange when under hogging

moment [9]. The EC4 [38] and the Brazilian code [37] approach recognizes the effects of partial torsional restraint provided by the slab and cracking of concrete in the distortional buckling state, see Fig.4.

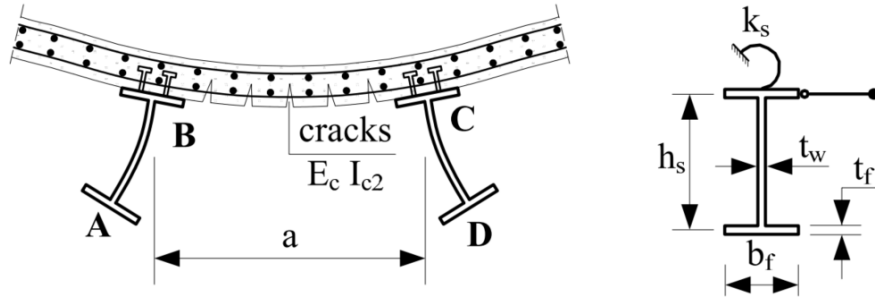


Fig.4. Restrictions considered by the EC4 and NBR 8800 for LDB analysis [49].

2.1 Buckling analysis studies

The study of the elastic distortional buckling usually employs the theoretically simplified approach such as the elastic foundation beam method and the energy method. The works of Svensson [13], Williams and Jemah [14], Goltermann and Svensson [17], Bradford and Gao [19], Dekker *et al.* [22], Roik *et al.* [16], Haswille *et al.* [18], Bradford [23], Ronagh [50], Chen and Ye [25], Ye and Chen [21], Zhou *et al.* [51], Chen [52], Zhou *et al.* [20] and Dias *et al.* [11] were devoted to investigating the elastic lateral distortional buckling.

In a recent publication, Rossi *et al.* [2] developed an extensive critical review about LDB in SCCB. The authors presented numerous studies that sought a methodology for determining the LDB elastic critical moment. In addition, Rossi *et al.* [2], showed considerable differences between these methodologies. A summary of these investigations can be seen in Table 1.

Table 1: Studies on LDB elastic buckling

Reference	Analysis method	Highlights
Svensson [13]	(Theoretical) Energy method / Elastically-supported strut (T-beam)	Inadequate Vlasov theory - proposed a new model considers the compressed flange as a column.
Williams and Jemah [14]	(Theoretical) Energy method / Elastically-supported strut (T-beam)	Adapted Svensson's method considering that in addition to the flange, about 15% of the web could also be analyzed as a column under compression.
Goltermann and Svensson [17]	(Theoretical) Energy method / Elastically-supported strut (T-beam)	Adapted Svensson method, considering that, in addition to the flange, about 15% of the web could also be analyzed as a column under compression and the Saint Venant torsional resistance was taken into account.
Roik <i>et al.</i> [16]	(Theoretical) Energy method / Inverted U-frame model	Considered the influence of the slab through the inverted U-frame model.
Bradford and Gao [19]	(Numerical analysis) Finite element / T-beams model	Checking for divergences in existing methods, develop a finite element method for LDB analysis.
Dekker, Kemp and Trinchero [22]	(Theoretical) Energy method / T-beams model	Presented a modification in the equations based on the classical Vlasov theory.
Bradford [23]	(Numerical analysis) Finite element / T-beams model	Verified different effects of distortional buckling according to the type of element. It was concluded that for composite beams there is an increase in the critical moment.
Hanswille <i>et al.</i> [18]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Inverted U-frame model	Highlighted that the results obtained by Roik <i>et al.</i> equation can be up to 37% unsafe in determining the critical elastic moment to the LDB.
Vrcelj and Bradford [24]	(Numerical analysis) bubble augmented spline finite strip method / T-beams model	Observed that with the increase of the web slenderness parameter there is an intensification of the LDB and a reduction of the elastic critical moment.
Chen and Ye [25]	(Theoretical) Energy method / T-beams model	The classic LTB theory underestimates the elastic critical moment to LDB for SCCBs.
Ye and Chen [21]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	Showed divergences between numerical results and the results of the Svensson, Williams and Jemah and Goltermann and Svensson procedures.
Zhou <i>et al.</i> [51]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	Showed divergences between numerical results and the results of the Svensson, Williams and Jemah and Goltermann and Svensson procedures.
Zhou <i>et al.</i> [20]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	Checking divergences between the numerical analysis results and the analytical procedures, they proposed a new method considering the effectiveness of gradient of a moment and the effect of shear deformation of the web.

Zhou, Li and Yan [26]	(Theoretical) Elastic foundation-beams / Elastically-supported strut (T-beam)	With the improve of the previously proposed method, Zhou <i>et al.</i> [20], practical formula for determining the LDB elastic critical moment was proposed.
Dias <i>et al.</i> [11]	(Theoretical) Energy method / Inverted U-frame model	Verifying divergences between numerical analyzes results and the Roik <i>et al.</i> and Hanswille <i>et al.</i> procedures, a new methodology was proposed.



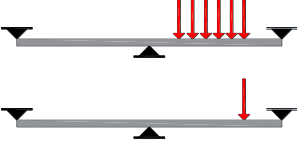





Adapted from Rossi *et al.* [2].

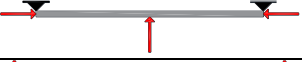
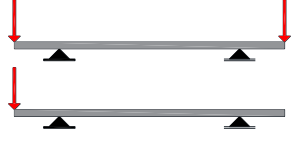


2.2 Experimental and post-buckling analysis studies

Experimental investigations of continuous SCCB, in hogging moment regions, are less common supposedly because this type of experimentation is costly and difficult to perform [33]. On the other hand, the development of post-buckling numerical analyzes capable of accommodating several effects such as the initial geometric imperfection, residual stresses, slipping between the concrete and steel interfaces, geometric non-linearity and material non-linearity make the investigation of composite structures increasingly possible.

In a critical review developed by Rossi *et al.* [2] the investigations that studied the LDB strength of SCCB were also presented, a summary of these investigations can be found in Table 2. In general, Rossi *et al.* [2] concluded that studies concerning the LDB strength showed that standard procedures are conservative when compared to experimental results or post-buckling numerical analyses. In addition, the authors verified the need for further investigations on SCCB under the action of hogging moment considering factors such as: the influence of the longitudinal reinforcement on the LDB elastic critical moment and in the LDB strength; the influence of the concrete slab height; the influence of the slab topology and; the coupling between LDB and local instability modes.

Table 2: Studies on inelastic behavior of LDB

Reference	Investigation	Analysis scheme	Parameters analyzed	Failure
Hope-Gill and Johnson [53]	Exper.		Span, I section, effective width of solid slab.	LB, slab crushing, plastic behavior.
Bradford and Johnson [54]	Theor./Num		Span, I section, reinforcement ratio in the solid slab.	LDB and LB.
Johnson and Fan [27]	Exper.		Span, hogging moment distribution, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Weston, Nethercot and Crisfield [28]	Num.		Span, I section, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Johnson and Chen [29]	Exper.		Span, I section, web stiffeners, solid slab.	LDB and LB.
Bradford [31]	Num.		Span, I section, hogging moment distribution, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Chen and Jia [7]	Num.		Span, I section, protection reinforcement, solid slab.	LDB and LB.
Chen and Wang [55]	Num.		Span, web stiffeners, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.

Vasdravellis <i>et al.</i> [44]	Exper./Num.		Span, I section, solid slab.	LB and plastic behavior.
Tong <i>et al.</i> [56]	Exper.		Span, I section, hogging moment distribution, interaction degree, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.
Zhou and Yan [3]	Num.		Span, I section, interaction degree, force ratio, solid slab.	LDB
Rossi <i>et al.</i> [1]	Num.		Span, I section, hogging moment distribution, web stiffeners, solid slab.	LDB, LB and plastic behavior.

Adapted from Rossi *et al.* [1].

As presented in the literature review, the behavior of SCCB under hogging moment is not yet fully understood. The need to develop additional investigations was verified, mainly related to the analysis of the influence on the LDB elastic critical moment and in the LDB strength of the following factors: the longitudinal reinforcement ratio, the concrete slab height and the slab topology.

3. LDB standard and analytical procedures

The standard procedures that address the LDB phenomenon use the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams or the inverted U-frame model. Eurocode 4 (EN 1994-1-1) [38] considers the inverted U-frame model in determining the LDB elastic critical moment and uses the same design curves developed for the LTB analysis in I-beams. The Brazilian standard code, ABNT NBR 8800:2008 [37], is also based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. However, to consider the nonlinear influence factors (initial geometric imperfections and the residual stress) the Brazilian standard uses the 2P design curve provided by the SSRC (Structural Stability Research Council).

The procedure adopted by Australian Standards [41] (AS4100:1998 R2016) is not substantiated on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment, as noted in the procedures [37,38]. This procedure applies the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams. Finally, the North American standard code does not present an explicit formulation for the consideration of LDB in SCCB. AASHTO [40] provides a method based on modifications to AISC [39] recommendations by applying the conventional lateral-torsional buckling theories.

In addition to the standard procedures, the proposals of Zhou and Yan [3] and Bradford [31] are highlighted. Zhou and Yan's proposal was developed only for a uniform hogging moment distribution. The Bradford [31] procedure was formulated through a readjustment of the Australian standard. Table 3 presents the formulations of the procedures presented

Table 3: Procedures for determining the LDB strength in SCCB

Source	Proposed formulation	References
^a Eurocode 4 – Part 1-1	$M_{u,dist} = \chi_{LT} M_{pl-C.beam}$ $\chi_{LT} = \left[\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}^2} \right]^{-1} \leq 1$ $\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right]$ $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}}$	[38]
^a ABNT NBR 8800:2008	$M_{u,dist} = \chi M_{pl-C.beam}$ $\lambda_0 \leq 1.5: \quad \chi = 0.658 \lambda_0^2$ $\lambda_0 > 1.5: \quad \chi = 0.877 / \lambda_0^2$ $\lambda_0 = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}}$	[37]
Australian Standards	$M_{u,dist} = \alpha_m \alpha_s M_{pl-beam} \leq M_{pl-beam}$ $\alpha_m = \frac{1.7 M_{max}}{\sqrt{(M_2)^2 + (M_3)^2 + (M_4)^2}} \leq 2.5$ $\alpha_s = 0.6 \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{M_{pl-beam}}{M_{cr}} \right)^2 + 3 \right]} - \left(\frac{M_{pl-beam}}{M_{cr}} \right) \right\}$ $M_{cr} = \sqrt{\left\{ \left[\left(\frac{\pi^2 EI_y}{l_e^2} \right) \left[GJ + \left(\frac{\pi^2 EC_w}{l_e^2} \right) \right] \right\}} \right\}$	[41]
AISC 360-16 / AASHTO (2017)	$L_b \leq L_p \Rightarrow M_{u,dist} = f_y Z_x R_b R_h$ $L_p < L_b \leq L_r \Rightarrow M_{u,dist} = C_b \left[1 - \left(1 - \frac{0.7 f_y}{R_h f_y} \right) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] R_b R_h f_y W_x$ $L_b > L_r \Rightarrow M_{u,dist} = M_{cr} = W_x \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2} \sqrt{1 + 0.0779 \frac{J}{W_x d} \left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2}$	[39]/[40]
Zhou and Yan	$M_{u,dist} = \phi_{PR} M_{pl-C.beam}$ $\phi_{PR} = 1.56 - 0.58 \lambda_{PR} \leq 1.0$ $\lambda_{PR} = 0.09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0.2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.4} \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.6} (1.5 + \rho)^{0.5}$ $\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2 A_f f_f)}$	[3]
Bradford	$M_{u,dist} = 0.6 \left\{ \sqrt{\lambda_B^4 + 3} - (\lambda_B^2) \right\} M_{pl-beam} \leq M_{pl-beam}$ $\lambda_B = \sqrt{\frac{M_{pl-beam}}{M_o}} = 0.02 \left(\frac{L}{r_{fc,y}} \right)^{0.5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0.5}$	[31]

^aElastic critical moment (M_{cr}) defined by the methodology of Roik et al. [16].

4. Numerical model

For the development of numerical analyses, the ABAQUS software [43] was used. With this software it is possible to develop elastic buckling analyses and post-buckling analyses (physical and geometric nonlinear analyses). For the elastic buckling analysis, the buckle linear perturbation method was used to estimate the critical elastic stability load by obtaining eigenvalues and their eigenvectors. In this method, the critical elastic stability load is obtained by the product of the first positive eigenvalue (lower energy) by the

external load applied to the structure in the initial state. Importantly, this type of analysis does not consider any imperfections in the structure. After this, the post-buckling analysis is performed, considering the initial geometric imperfections. The structure shape in the buckling analysis, normalized to the initial imperfection value, was adopted as the shape at the beginning of the post-buckling analysis. Thus, the implementation of geometric imperfection was performed by the “IMPERFECTIO” command, with the amplitude equal to $L/1000$. In the models, the residual stresses were considered since these are responsible for reducing the resistance of structural elements in the inelastic buckling regime, this reduction occurs due to premature flow of steel [57–59]. The Static Riks method was used to solve the geometric nonlinearity problem. This method, also known as modified Riks algorithm, can obtain equilibrium solutions for instability problems.

4.1 Geometry, element type and mesh

The numerical models developed faithfully represents the problem geometry. Models with two types of concrete slab were developed, models with solid slabs (Fig.5) and models with precast hollow-core slabs (PCHCS) (Fig.6). The finite elements used and other properties of the developed numerical models can be seen in Fig.5 and Fig.6.

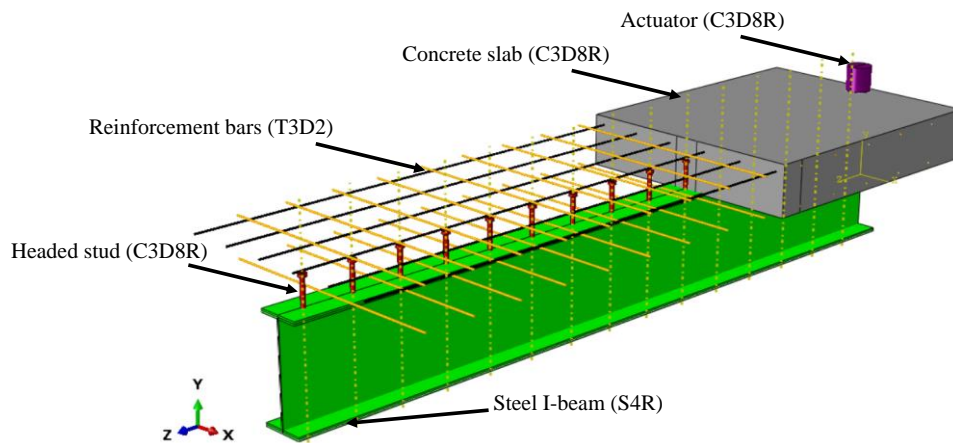


Fig.5. Numerical model with solid slabs.

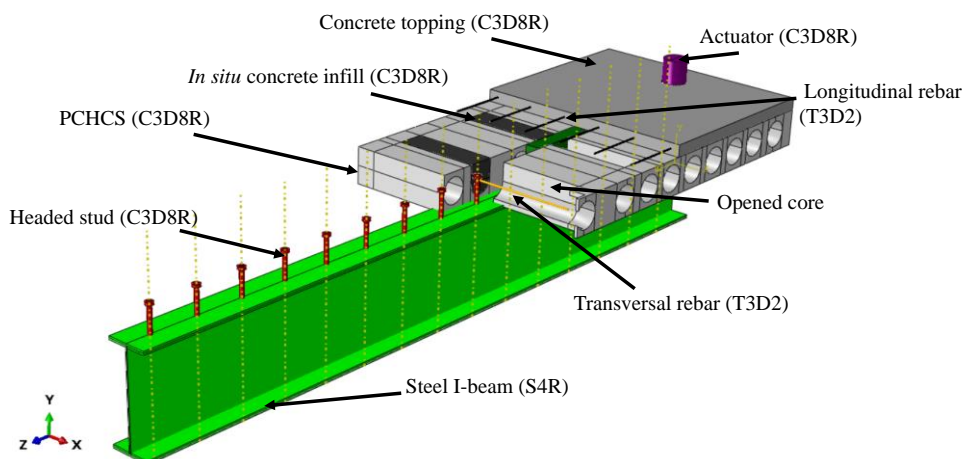


Fig.6. Numerical model with PCHCS.

The concrete elements, the headed shear stud connectors and the actuator were modelled using the eight-nodes linear hexahedral solid elements with reduced integration and hourglass control (C3D8R). Elements with reduced-integration were adopted as they could reduce computer run time [60,61]. The mesh dimensions were verified by means of sensitivity analyzes. For the steel I-beams the quadrilateral element S4R (shell element) with four nodes and reduced integration was used. The S4R element has six degrees of freedom per node-three rotations and three translations. Rossi *et al.* [47,48] and Ferreira, Rossi and Martins [62] performed a sensitivity analysis for I-beams discretized with S4R elements showing that the size of the 10 mm element provides good results with relatively low processing time. The reinforcing bars were performed with two-nodes linear three-dimensional truss elements (T3D2). The dimensions used in the discretization of each element are shown in Table 4 and can be seen in Fig.7 and Fig.8.

Table 4: Element type and size

Section part	Element type	Description	Element size
Reinforcement bars	T3D2	two-nodes truss element	10 mm
Headed shear stud	C3D8R	eight-nodes solid element	2 mm
I-beams	S4R	four nodes shell element	10 mm
Concrete slabs	C3D8R	eight-nodes solid element	30 mm
<i>In situ</i> concrete infill	C3D8R	eight-nodes solid element	20 mm
Concrete topping	C3D8R	eight-nodes solid element	30 mm
Actuator	C3D8R	eight-nodes solid element	20 mm

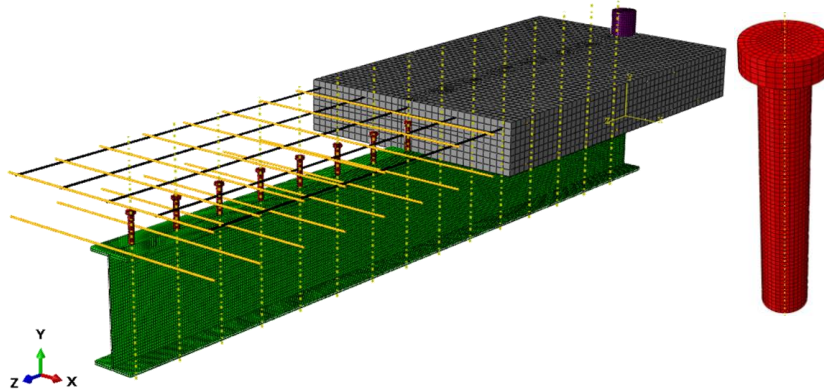


Fig.7. Discretized model with solid slabs.

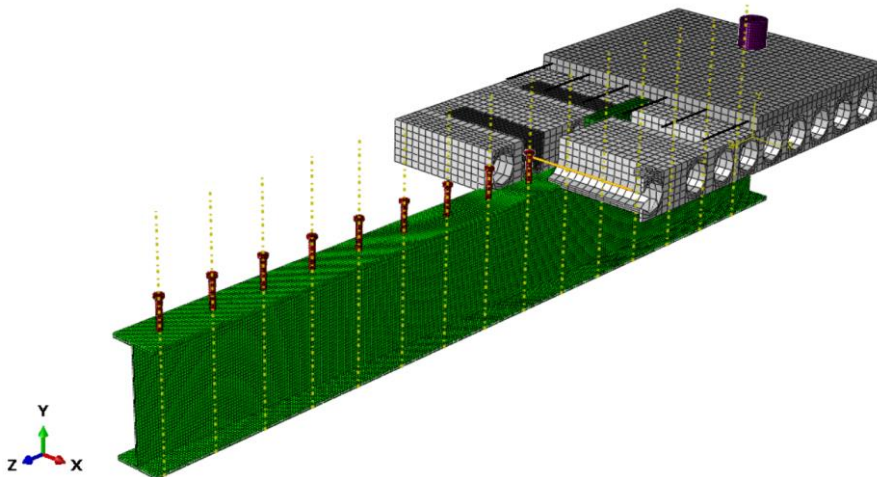


Fig.8. Discretized model with PCHCS.

The shear connectors were represented in the modeling with solid elements and allocated in the concrete volume of the slab. In this methodology, the same volume of the shear connector is cut from the slab [60,63,64]. The mesh in the region of the slab in contact with the shear connectors can be refined or free form. In the numerical model developed, it was decided to use a free mesh in this region, details can be seen in Fig.9.

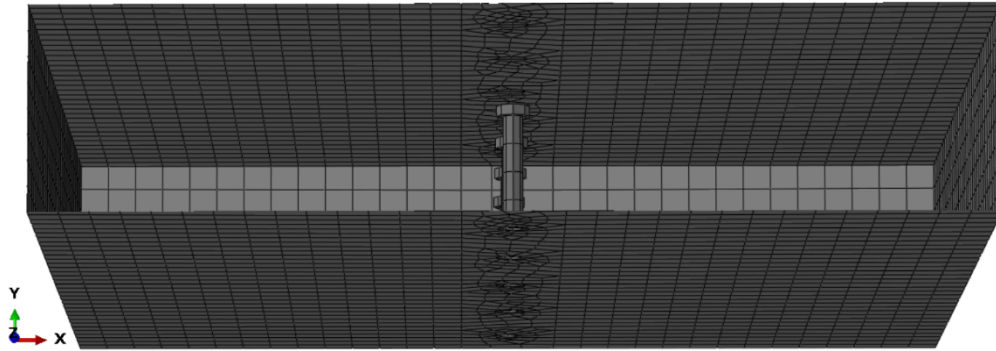


Fig.9. Mesh details on the concrete slab.

4.2 Contact properties

The interaction between the constituent parts of the numerical model was performed using interaction and constraint options available in ABAQUS. In Fig.10 the details of the model can be observed.

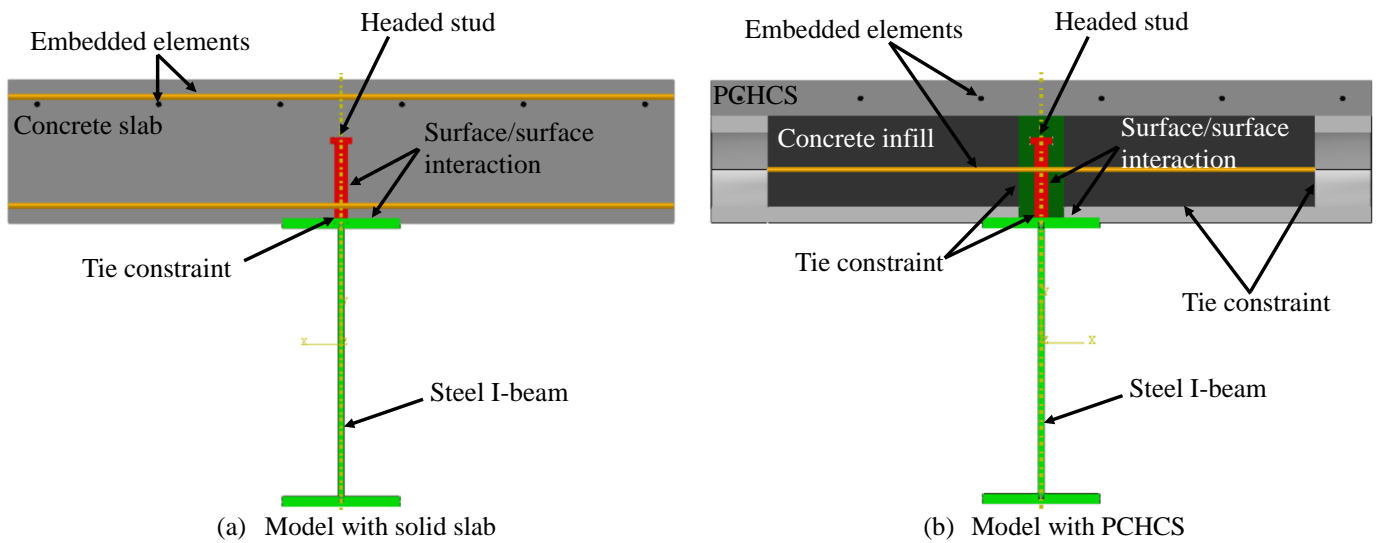


Fig.10. Interaction between contact surfaces.

For the interaction between the headed stud and the top flange, the option “Tie constrain” was used, which simulates the welded connection between these two elements, in which the relative displacement between both is totally prevented. The “Tie constrain” option was also used to perform the interaction between the concrete topping and the PCHCS, the concrete topping and the concrete infill, and also, between the concrete infill and the PCHCS. The interactions between the following surfaces; headed stud/concrete elements and concrete elements/steel I-beam; was performed using the surface to surface interaction option

(contact). The normal and tangential behavior between these contact surfaces was defined using the ‘‘Hard’’ and ‘‘Penalty’’ options respectively. The value used for the friction coefficient between the *in situ* concrete (solid slab and concrete infill) surfaces and the steel I-beam and between the shear connector and the concrete elements was 0.4 [60]. Regarding the surfaces of the PCHCS and the steel I-beam, a friction coefficient of 0.2 was used. Table 5 provides details of the interaction between the elements used in the numerical model.

Table 5: Interaction between contact surfaces

Contact surfaces	Interaction option	Friction coefficient
Top flange - Headed stud	Tie constrain	-
Top flange - <i>In situ</i> concrete	Contact	0.4
Headed stud - <i>In situ</i> concrete	Contact	0.4
Top flange - PCHCS	Contact	0.2
Concrete infill - PCHCS	Tie constrain	-
Concrete topping - PCHCS	Tie constrain	-
Concrete infill - Concrete infill	Tie constrain	-
Reinforcement bars - <i>In situ</i> concrete	Embedded	-

4.3 Initial imperfections and boundary conditions

In the numerical model developed, geometric and physical initial imperfections were considered. In reality, a steel member has both initial geometric and physical imperfection. In the former imperfection, the steel member is not ideally straight, but has some initial geometric deformation such as the initial bending and initial distortion. The latter imperfection is caused by the residual stress due to welding and hot rolling. A post-buckling analysis should consider both the initial geometric imperfection and residual stress. For the geometric imperfection an initial bending with magnitude of $L/1000$ was adopted. To consider residual stresses the ECCS model [65] (Fig.11), proposed for welded I-sections, was adopted.

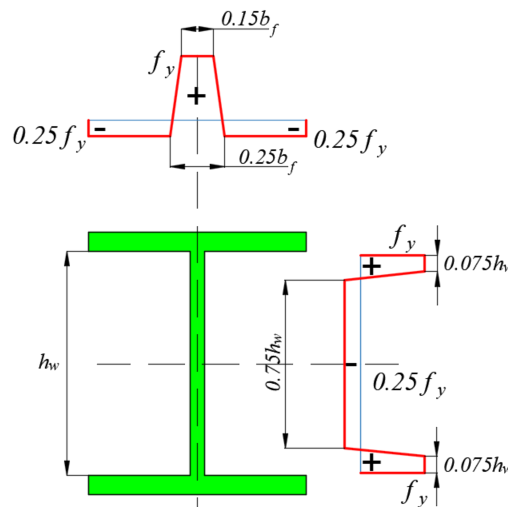
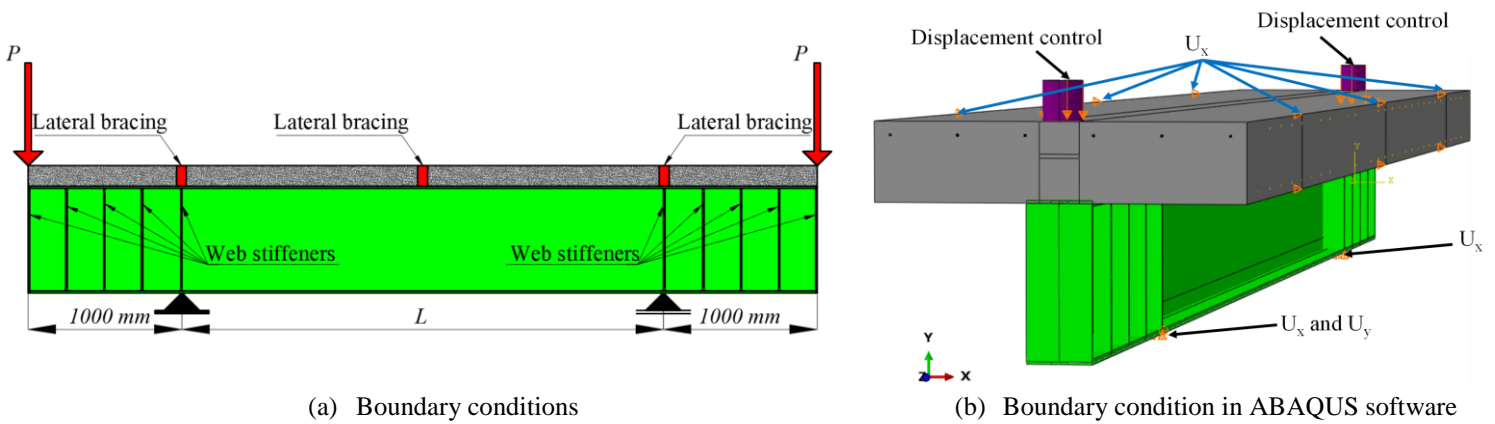


Fig.11. Residual stress model

Regarding the boundary conditions the SCCB are simply supported with lateral bracing (Fig.12). The lateral bracing simulates the condition of a composite floor, which has infinite stiffness in the slab plane

(transversal stiffness). Therefore, the lateral displacement of the concrete slab was totally prevented. The torsional restraint was performed using the rotational stiffness provided by the concrete slab. These restrictions are similar to those developed by Tong *et al.* [66] and Zhou and Yan [3]. The loads were applied at both ends (cantilever) of the beam. This situation provides a uniform hogging moment distribution. The possible modes of instability, LDB or LB (local buckling), that govern the strength of these elements are analyzed in the internal span (L), between supports. To prevent any form of instability from occurring in the cantilevered regions, avoiding interferences in the developed analysis, web stiffeners were placed at both ends, as shown in Fig.12a. Details of the boundary conditions developed in the ABAQUS software can be seen in Fig.12b.



(a) Boundary conditions

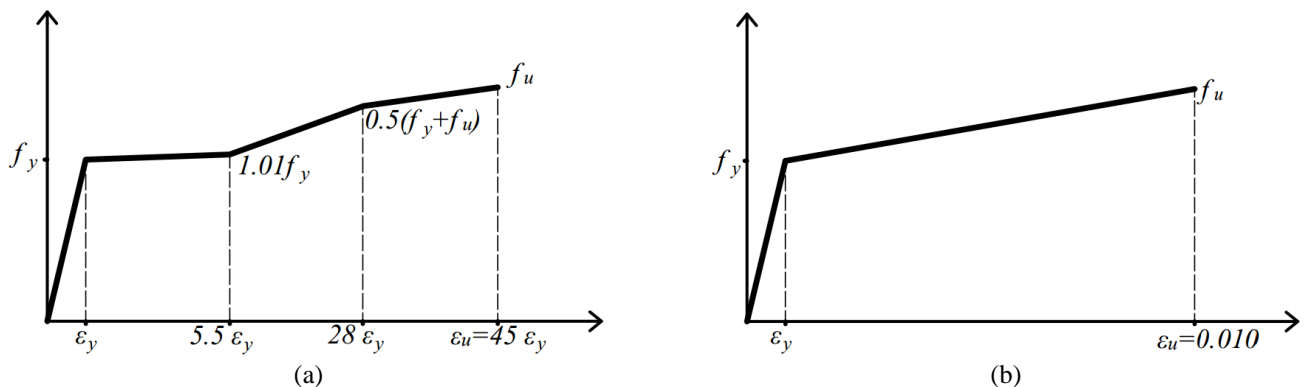
(b) Boundary condition in ABAQUS software

Fig.12. Boundary condition

4.4 Material properties

4.4.1 Steel

For the steel I-sections, the adopted constitutive relationship was proposed by Earls [67,68]. The stress-strain relationships presented by Earls is an elastoplastic model where the consideration of the steel hardening effect is performed through a tri-linear region (Fig.13a). For longitudinal and transverse reinforcement bars, an elastoplastic model with positive linear hardening was adopted, as shown in Fig.13b. Finally, the model assigned to the headed stud shear connectors was the perfect elastoplastic, as shown in Fig.13c.



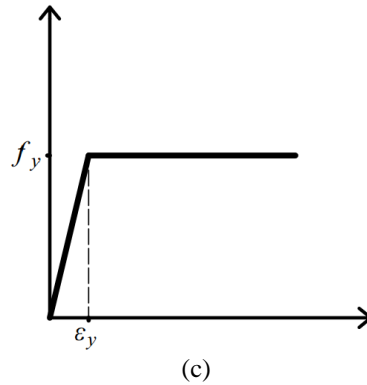


Fig.13. Stress-strain relationships of steel.

4.4.2 Concrete

The concrete damage plasticity (CDP) model was used to represent the concrete material. The CDP model is a criterion based on the models proposed by some authors [69–71], and has been widely used in modeling concrete and other quasi-brittle materials. The damage parameter (d) is determined for the concrete behavior under tension (Eq. 1) and compression (Eq. 2). This parameter ranges from "0" (undamaged material) to "1" (totally damaged material).

$$d_t = 1 - (\sigma / f_t) \quad (1)$$

$$d_c = 1 - (\sigma / f_c) \quad (2)$$

The model considers three hypotheses based on the plasticity theory: the initial yield surface determines when plastic deformation begins; the flow rule determines the direction of plastic deformation; and the softening/hardening rule defines how the surface flow evolves with plastic deformation [72]. The input parameters to characterize the plasticity are: dilation angle (ψ), eccentricity (ζ), the ratio of initial equibiaxial compressive yield stress to initial uniaxial compressive yield stress (σ_{b0}/σ_{c0}), the ratio of the second stress invariant on the tensile meridian to that on the compressive meridian (K_c), and the viscosity parameter that represents the relaxation (μ). Table 6 presents these parameters values used for the numerical model development.

Table 6: CDP input parameters

Parameter	Value
Ψ ($^\circ$) (In-loco concrete)	36
Ψ ($^\circ$) (HCU concrete)	30
ζ	0.1
σ_{b0}/σ_{c0}	1.16
K_c	2/3
μ (s^{-1})	0.001

The stress-strain relationships used to represent the behavior of concrete in compression was proposed by Carreira and Chu [73] (Eq. 3-4).

$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_c)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_c)^{\beta_c}} \quad (3)$$

$$\beta_c = \left(\frac{f_{cm}}{32.4} \right)^3 + 1.55 \quad (MPa) \quad (4)$$

344 For the representation of the concrete behavior in tensile, the Carreira and Chu [74] proposal (Eq. 5)
345 was also used.

$$\frac{\sigma}{f_{tm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_t)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_t)^{\beta_c}} \quad (5)$$

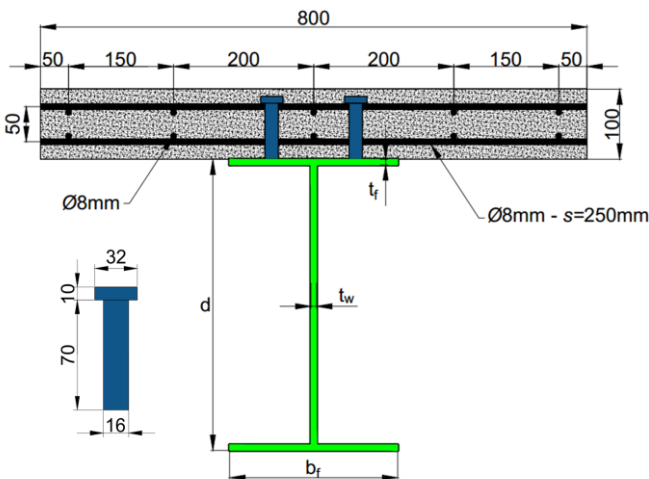
346 5. Numerical model verification

347 The numerical model developed to analyze the behavior of SCCB with solid slab under hogging
348 moment was validated in the previous papers, Rossi *et al.* [1,58], through the experimental tests of Tong *et al.*
349 [66]. However, as no experimental study in SCCB with PCHCS under hogging moment has been found in the
350 literature, Lam's [75] experimental tests (sagging moment), also presented by Lam, Elliott and Nethercott [76],
351 were analyzed to verify the validity of the numerical model developed with PCHCS. The cross section and
352 boundary conditions of the experiments by Tong *et al.* [66] and Lam [75] are shown in Fig.14. Table 7 presents
353 the geometric characteristics of the models.

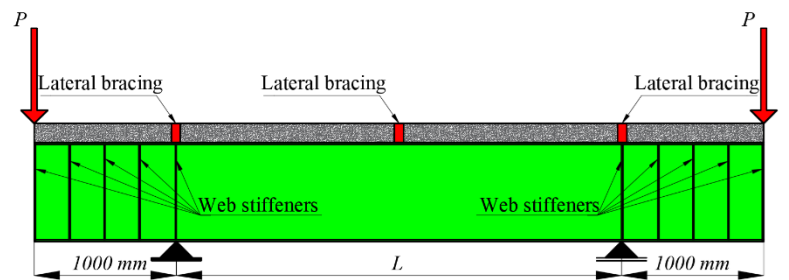
354 **Table 7:** Geometric properties for the calibration model

Test number	Ref.	L (mm)	d (mm)	br (mm)	tr (mm)	tw (mm)	S _{headed stud} (mm)	φ Transversal bars
B3.0-350-1	Tong <i>et al.</i> [66]	3000	350	125	8.0	6.0	220	8 mm
B4.2-350-1	Tong <i>et al.</i> [66]	4200	350	125	8.0	6.0	300	8 mm
B4.2-350-1-C	Tong <i>et al.</i> [66]	4200	350	125	8.0	6.0	150	8 mm
B4.2-400-1	Tong <i>et al.</i> [66]	4200	400	125	8.0	6.0	300	8 mm
CB1	Lam [75]	See Fig.14d	356	171	11.5	7.4	160	16 mm
CB2	Lam [75]	See Fig.14d	356	171	11.5	7.4	160	8 mm

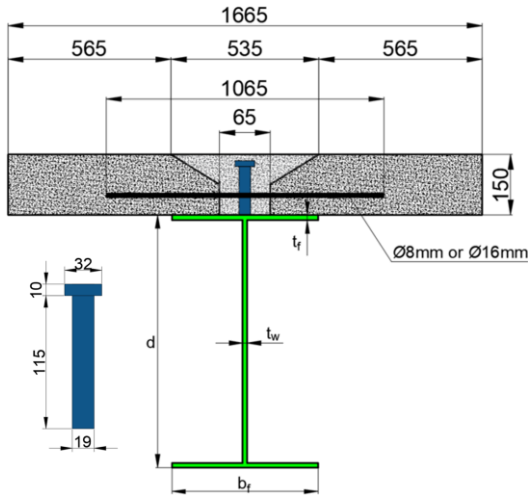
355



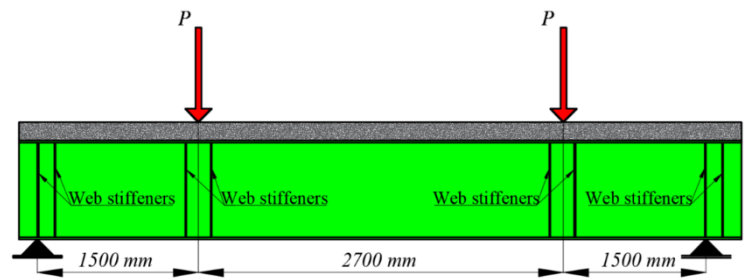
(a) Cross section of the experimental tests by Tong *et al.* [66]



(b) Boundary condition of the experimental tests by Tong *et al.* [66]



(c) Cross section of the experimental tests by Lam [75]



(d) Boundary condition of the experimental tests by Lam [75]

Fig.14. Experimental models details used in the numerical model validation (Dimensions in mm).

For the materials modeling the stress-strain relationships presented in item 4.4 were used. The mechanical properties of the materials for the calibration models are shown in Table 8.

Table 8: Materials mechanical properties for the calibration model

Element parts	Ref.	E (MPa)	ν	$f_{ek-cubic}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concrete slab		27,117	0.2	25.1	-	-
I-beams flange		205,000	0.3	-	403	522
I-beams web	Tong <i>et al.</i> [66]	207,000	0.3	-	362	489
Reinforcement bars		211,000	0.3	-	530	657
Headed stud		206,000	0.3	-	235	-
PCHCS		31,187	0.2	40.0	-	-
<i>In situ</i> concrete (CB1)		28,608	0.2	30.0	-	-
<i>In situ</i> concrete (CB2)		27,085	0.2	25.0	-	-
I-beams	Lam [75]	190,000	0.3	-	310	400
Reinforcement bars (CB1)		200,000	0.3	-	480	700
Reinforcement bars (CB2)		200,000	0.3	-	400	650
Headed stud		195,000	0.3	-	400	650

The residual stress distribution proposed by [65] (Fig.11) was used in the calibration model. For the consideration of the initial geometric imperfection, an initial bending with magnitude of $L/1000$ was adopted for the Tong *et al.* [66] models. The comparison between the test and numerical results is shown in Table 9. Fig.15 shows the comparison between the moment vs. rotation curves of the FE analyzes and Tong *et al.* [66] results. It is important to note that the rotation (θ) shown in Fig.15 was measured at half height of the I-beam, in the support region. In Fig.16 the load vs. vertical displacement curves are compared for Lam [75] models.

Table 9: Calibration results

Test number	Ref.	Test			FE			Test/FE
		M_{test} (kNm)	P_{test} (kN)	Failure	M_{FE} (kNm)	P_{FE}	Failure	
B3.0-350-1	Tong <i>et al.</i> [66]	205.1	-	LDB	207.8	-	LDB	0.987
B4.2-350-1	Tong <i>et al.</i> [66]	206.9	-	LDB	206.9	-	LDB	1.000
B4.2-350-1-C	Tong <i>et al.</i> [66]	203.7	-	LDB	203.8	-	LDB	0.999
B4.2-400-1	Tong <i>et al.</i> [66]	210.5	-	LDB	215.1	-	LDB	0.979
CB1	Lam [75]	-	330.0	Ductile	-	340.45	Ductile	0.969
CB2	Lam [75]	-	315.0	Ductile	-	321.24	Ductile	0.981

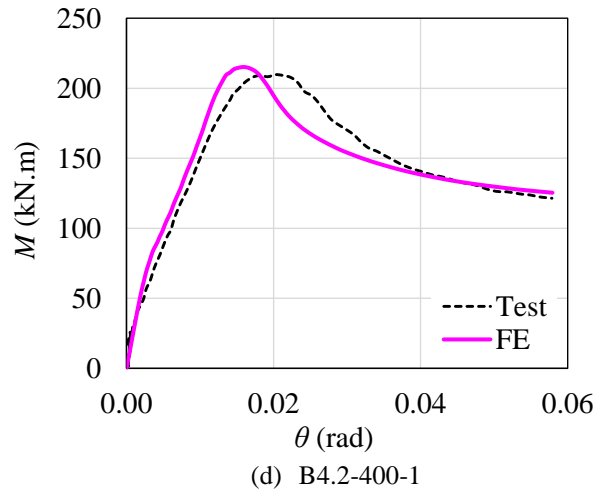
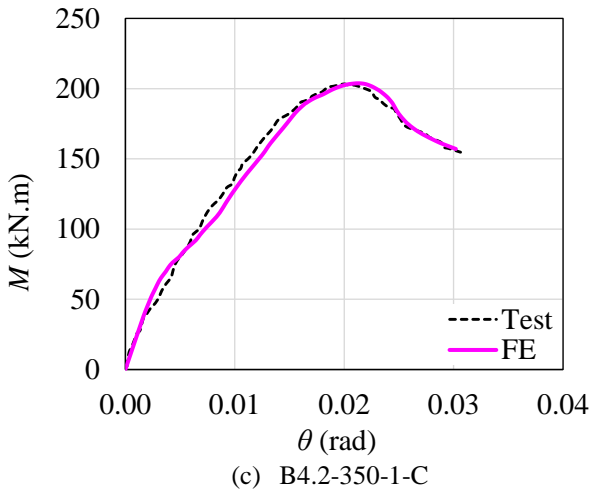
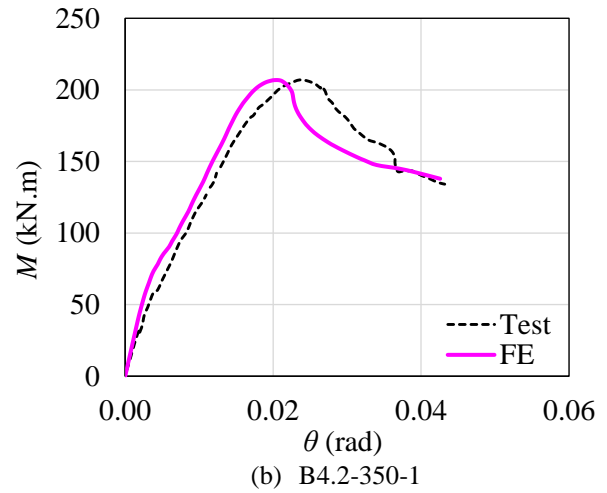
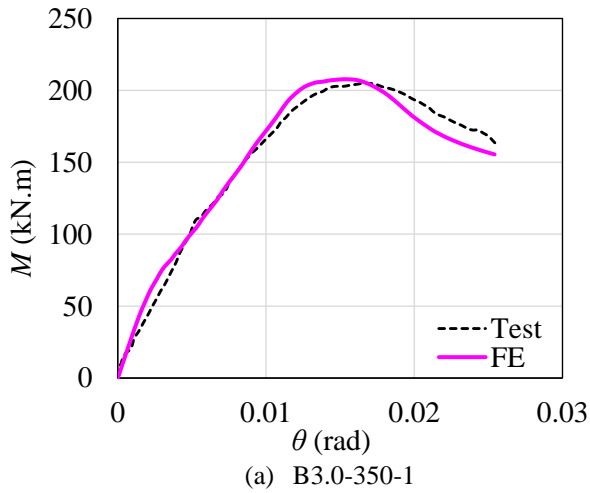


Fig.15. Test vs. FE results for the models by Tong *et al.* [66].

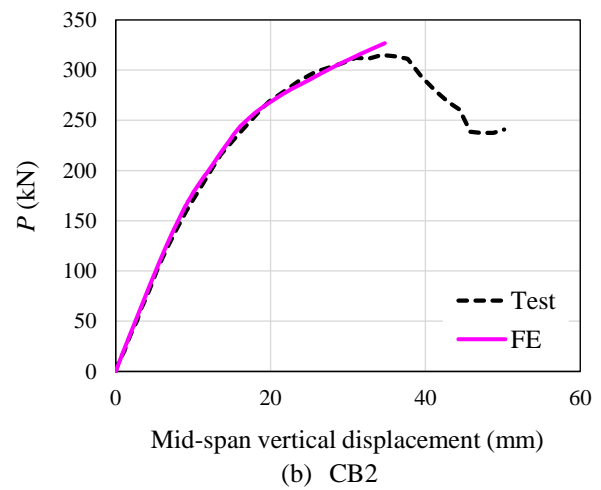
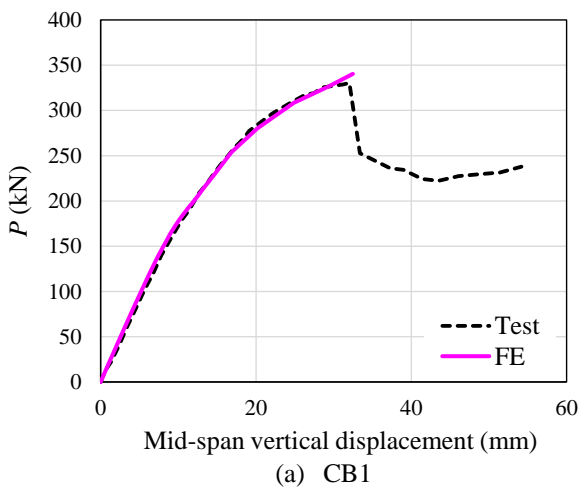


Fig.16. Test vs. FE results for the models by Lam [75].

The validation results in Fig.16 show that for the Lam [75] models (sagging moment) the FE model fails to capture the softening branch. However, this situation was also observed in the numerical validation models of the themselves authors in Lam, Elliott and Nethercot [77] and El-Lobody and Lam [78]. Recently Ferreira *et al.* [63,64] also verified the same situation in an attempt to simulate Lam's experimental tests [75] with the ABAQUS software. According to the authors [63,64] there was an iterative solution technique failure

as a convergence problem. For the models under hogging moment, this situation was not observed, it was possible to obtain the softening branch by the numerical model developed (Fig.15).

Therefore, the numerical model is validated given the conformity of the results and will be used for the development of the parametric study. Fig.17a shows the deformed shape obtained in the numerical analysis for one of the models by Tong *et al.* [66], Fig.17b shows the deformed shape for the Lam model [75].

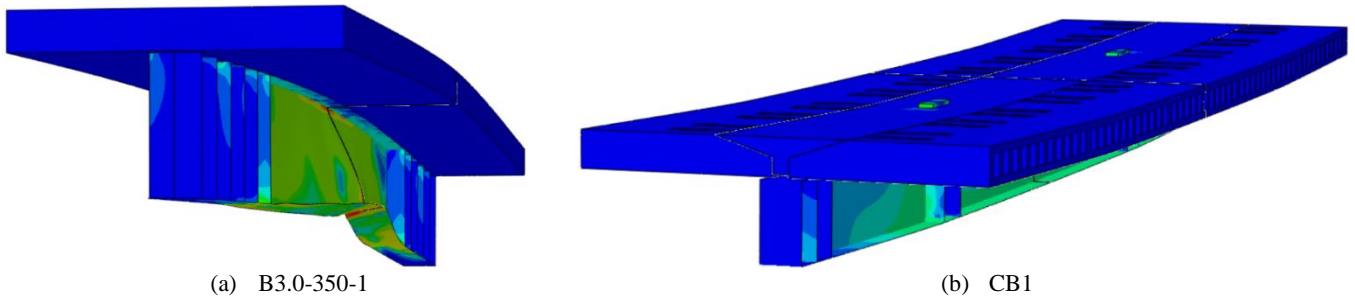


Fig.17. Deformed shape of validation models.

6. Parametric study

In the parametric study, the LDB elastic critical moment and the LDB strength of SCCB was investigated. For this, buckling and post-buckling numerical analysis were performed in the ABAQUS software. The influence of the following factors on the stability phenomenon of SCCB was investigated: I-section, unrestrained length, longitudinal reinforcement ratio, the slab height and the possible influence of solid slabs and PCHCS on the behavior of SCCB under hogging moment. The composite beams were subjected a uniform distribution of hogging moment (Fig.18).

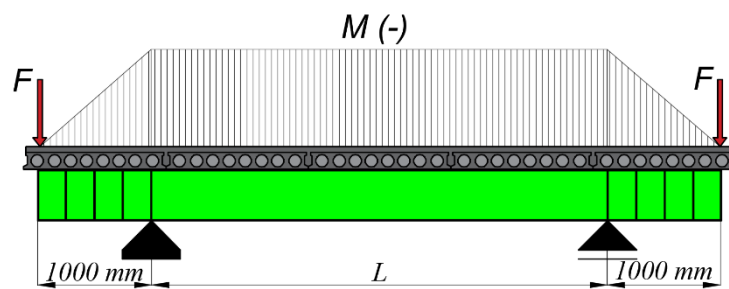


Fig.18. Hogging moment distribution in the parametric study.

Regarding the concrete slabs height, three situations were considered: slabs with a height of 20, 25 and 31.5 cm. These slab heights were selected according to the availability of PCHCS in the Brazilian territory. The heights and all other geometric features of the PCHCS shown in Fig.19 are present in a catalog of a national manufacturer. In order to make possible to compare the models with solid slabs and PCHCS, both, solid slabs and PCHCS, have the same heights. However, it is noteworthy that it is not an engineering practice to use solid slabs with these thicknesses. In the models with PCHCS, a concrete topping with 5 cm height was

considered, the region where the longitudinal reinforcements bars were positioned. The details of the PCHCS can be seen in Fig.19. It is important to highlight that for the PCHCS with a height of 15 cm, openings were made in the second, fourth, sixth and eighth cores, in which the transverse reinforcements (8 mm in diameter) were placed and subsequently filled with concrete. For the PCHCS with 20 cm height, the second, fourth and sixth cores passed through the opening process, and finally, for the 26.5 cm slab the second and fourth cores.

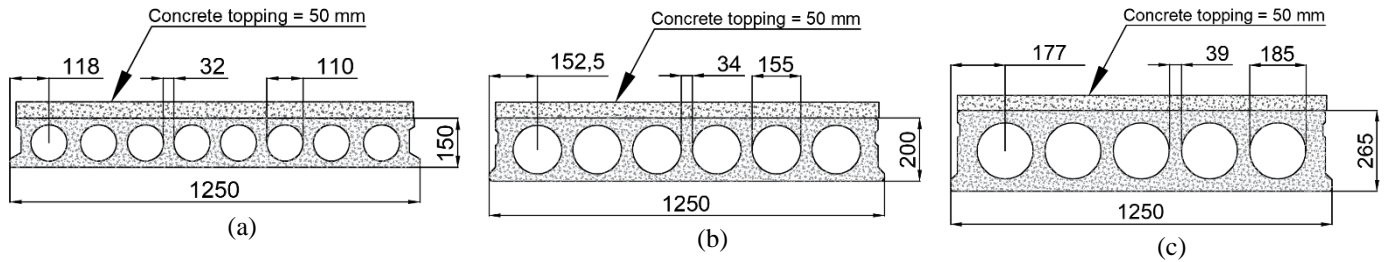


Fig.19. Details of the PCHCS used in the numerical models (Dimensions in mm).

Two different longitudinal reinforcement ratios were used considering bars with diameters of 8 mm and 12.5 mm, arranged according to Fig.20 which presents the typical cross sections of the models analyzed. The distance between the center of the longitudinal reinforcements and the I-section top flange is another important factor, which can be seen in Fig.20. In Fig.20a,b,c are presented the cross sections with solid slabs, in Fig.20d,e,f the sections with PCHCS.

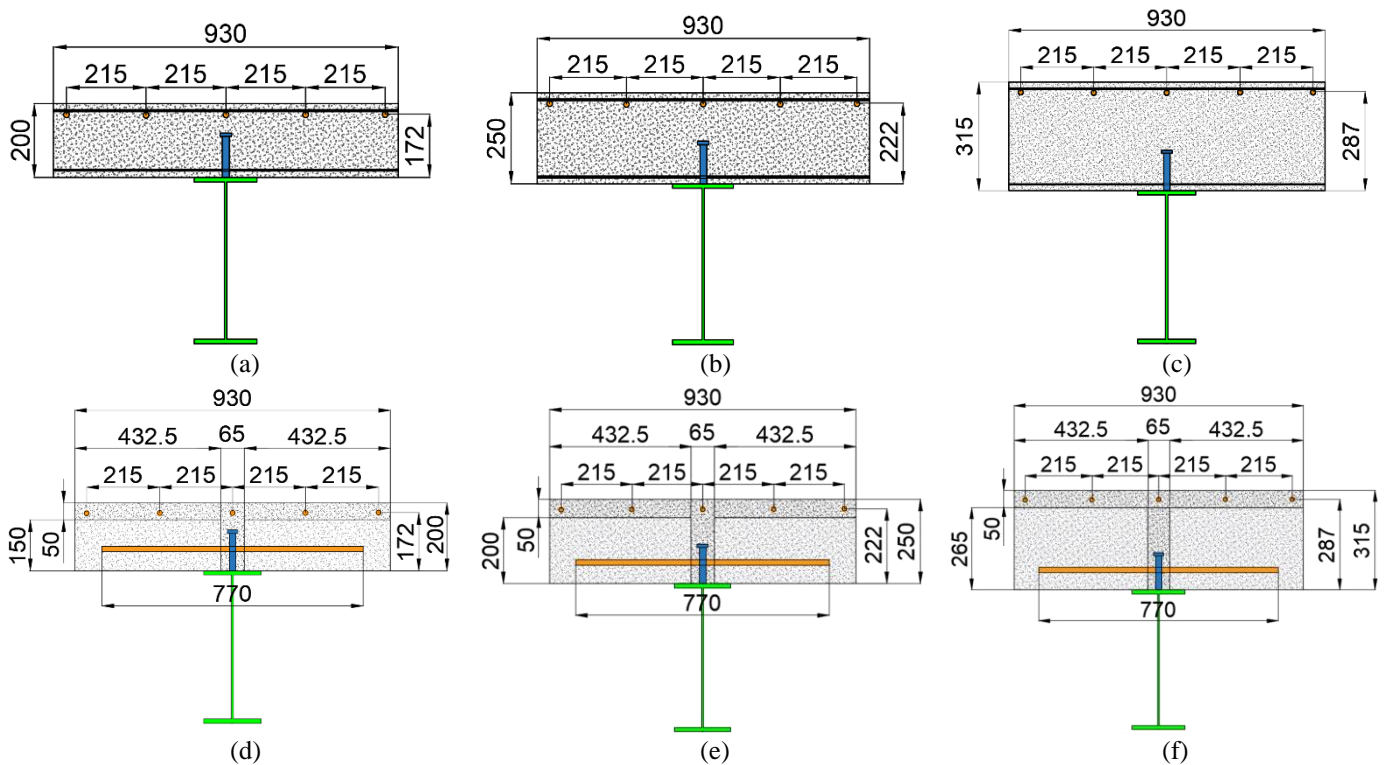


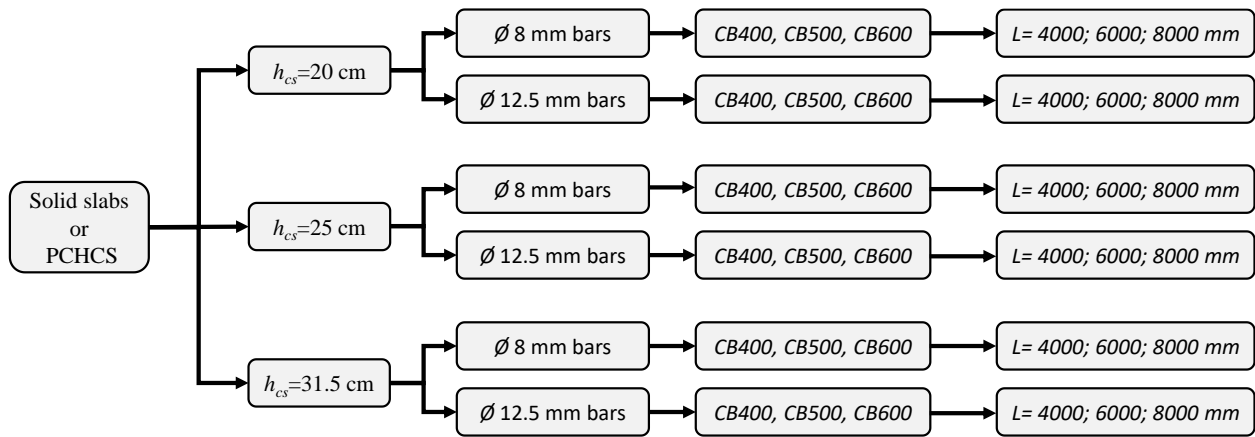
Fig.20. Typical sections of the parametric study (Dimensions in mm).

Regarding the steel I-sections, three different profiles were analyzed, the sections geometric characteristics are shown in Table 10.

Table 10: Cross section geometric characteristics

Section	L (mm)	d (mm)	b _r (mm)	t _r (mm)	t _w (mm)
CB400	4000; 6000; 8000	400	165	14	8
CB500	4000; 6000; 8000	500	165	14	8
CB600	4000; 6000; 8000	600	165	14	8

The unrestrained span length (L) was set at 4.0, 6.0 and 8.0 m. For each slab height, two different reinforcement ratios were analyzed, varying the three I-sections presented in Table 10 for the lengths of 4.0, 6.0 and 8.0 m, totaling 54 models. As the slab type was also varied, the parametric study totals 108 numerical models. Fig.21 shows the details of the numerical models evaluated in parametric study.

**Fig.21.** Numerical models evaluated in parametric study

The analyzed models present full shear connection degree. The investigations by Zhou and Yan [3] and Tong *et al.* [66] showed that the effect of the shear connection degree on the LDB behavior is insignificant. Zhou and Yan [3] showed the influence of the partial composite action in the ultimate bending moment stability coefficient of the SCCB. The authors compared the behavior of models with 60% shear connection degree with models with full shear connection degree, the ratio between the ultimate bending moment stability coefficient was greater than 0.98. In addition, in the case of SCCB under hogging moment, the concrete slab is totally cracked, therefore, the bending capacity of concrete is ignored. Thus, generally, only the bending capacity of the steel reinforcements in concrete slab is considered. Consequently, the analysis of the effects of partial composite action in the LDB behavior (elastic and inelastic) of SCCB, can be ignored.

For the modeling of materials in the parametric study the stress-strain relationships presented in item 4.4 were used. The mechanical properties of the materials are shown in Table 11.

Table 11: Materials mechanical properties for parametric study

Element parts	E (MPa)	ν	$f_{ck-cylindrical}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concrete elements	30,589	0.2	30	-	-
Steel I-beams	200,000	0.3	-	345	450
Reinforcement bars	210,000	0.3	-	500	540
Headed studs	200,000	0.3	-	345	-

The parametric study developed in this article did not investigate the effect of the slab flexural stiffness in relation to its width (slab width). The slab width influences the rotational stiffness of composite beams, and as noted in the inverted U-frame model, this parameter is used in determining the LDB elastic critical moment. Calenzani *et al.* [79] presented an analysis for the evaluation of the slab flexural stiffness, among the parameters analyzed are the slab width and the slab topology (solid or composite). The authors [79] verify that the slab flexural stiffness is greater for composite slabs, when compared to solid slabs, and increases with the reduction of the slab width. Chen and Wang [6], through FE analyses, verified the influence of the slab flexural stiffness in the LDB elastic critical moment. The authors [6] concluded that the increase of the slab flexural stiffness (slab width) causes a considerable increase in the LDB elastic critical moment (in this article it was found that the increase in the slab height causes an increase in the LDB elastic critical moment, see [item 7.1](#)). However, no study has verified the influence of the slab flexural stiffness, in relation to its width (slab width), in the LDB ultimate moment, this parameter may have a similar influence to the effect of slab depth/thickness investigated in the present article.

7. Results and discussion

The analysis developed in this paper aimed to investigate the stability behavior of SCCB under the action of uniform hogging moment distribution by analyzing the occurrence of LDB and local stability modes. The following parameters were investigated: I-section, unrestrained length, longitudinal reinforcement ratio, the slab height and the possible influence of solid slabs and PCHCS. The results of the numerical buckling analysis were compared with the elastic critical moment values obtained by analytical procedures. Moreover, the LDB strength obtained through post-buckling numerical analysis were compared with standard procedures and analytical proposals. Finally, a study of the influence of the investigated parameters was carried out.

7.1 Elastic critical moment

With the buckling analysis it was observed the instability modes in SCCB under the action of uniform hogging moment. [Fig.22](#) shows details of the first-order buckling mode. In [Fig.22a](#) it is possible to observe the coupling between the LDB and local instability modes, which is predominantly deformed shape for models with a length of 4.0m. In [Fig.22b](#) it is possible to observe the LDB occurrence in the case of one buckling-wave, and, finally, in [Fig.22c](#) the LDB in the case of two buckling-waves.

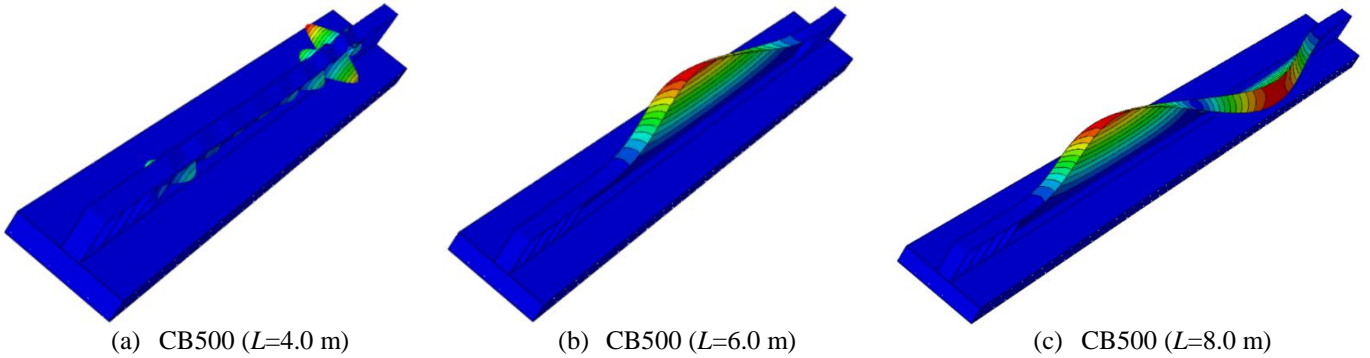


Fig.22. First buckling mode.

The elastic critical moment values obtained in the buckling analysis were compared with the analytical procedures of Roik *et al.* [16], Hanswille *et al.* [18], Svensson [13], Williams and Jemah [14], Guo, Zhou and Jiang [12], Zhou, Li and Yan [26] and Dias *et al.* [11]. Fig.23a shows the results for models with solid slabs and Fig.23b shows the results for models with PCHCS.

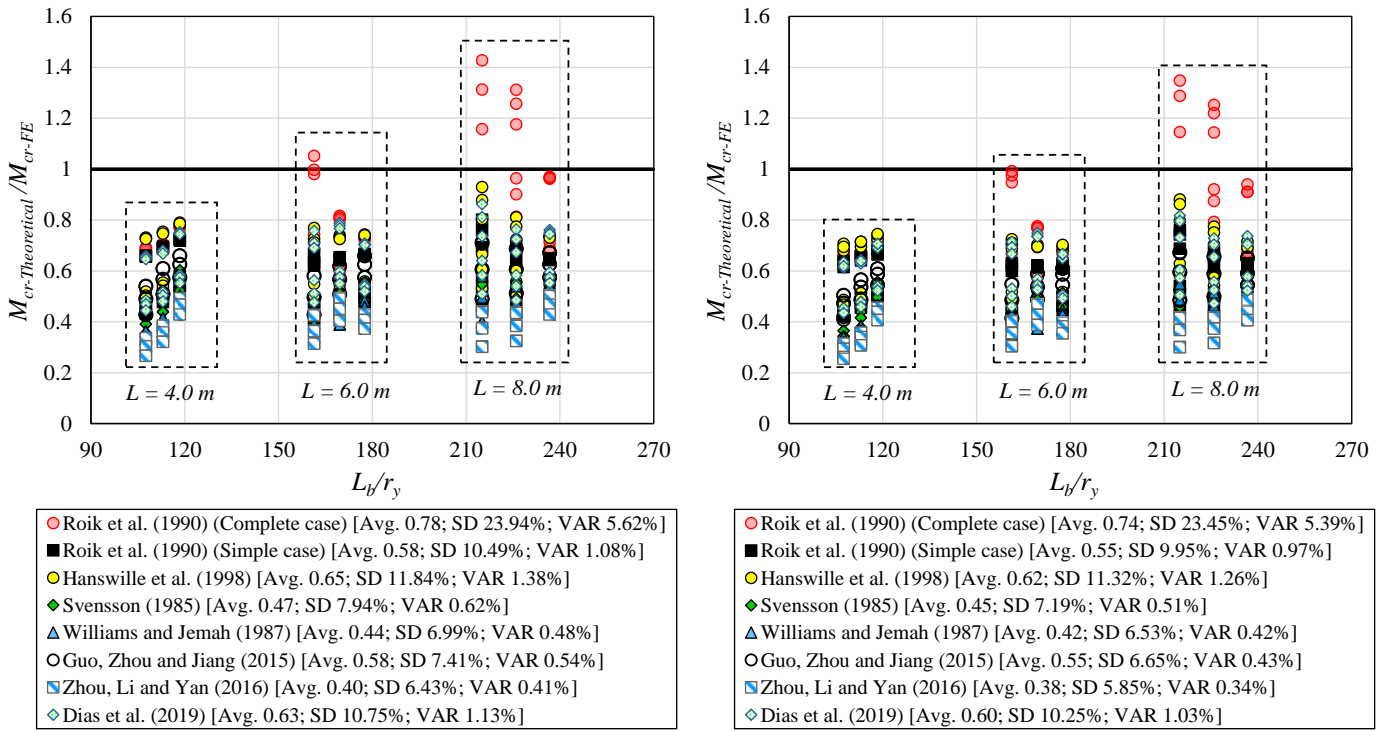


Fig.23. FE vs analytical procedures results for elastic critical moment.

It can be seen in Fig.23, for most of the observations made, that the analytical procedures are conservative in determining the LDB elastic critical moment. Comparing Fig.23a and Fig.23b it is verified small differences between the results for models with solid slab and PCHCS. However, it is verified for the models with PCHCS (Fig.23b) that the analytical procedures are even more conservative given an increase in the results of elastic critical moment. The first procedure presented in Fig.23 is the proposal by Roik *et al.* [16]. The analysis of the Roik *et al.* [16] procedure was performed considering a “complete case”, in which

the C_{dist} coefficient is obtained by means of Eq. (6-7), and also by means of the so-called “*simple case*”, in which the C_{dist} coefficient is equal to 6.2 for the case of uniform hogging moment. The results show that, for models with solid slab, the average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) is 0.78 and 0.58 for the “*complete case*” and the “*simple case*”, respectively. For the results obtained with the models with PCHCS the average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) is 0.74 and 0.55 for the “*complete case*” and the “*simple case*”, respectively. It is important to note that the procedure by Roik *et al.* [16] was the closest to the numerical buckling analysis. In addition, it can be seen in Fig.23 that for some models with 8.0 m span length, the results by Roik *et al.* [16] proved to be non-conservative. However, in general, the results are conservative, which shows that the inverted U-frame model is a conservative method as pointed out by [3,31,32].

$$C_{dist} = \pi^2 \sqrt{\gamma} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \quad (6)$$

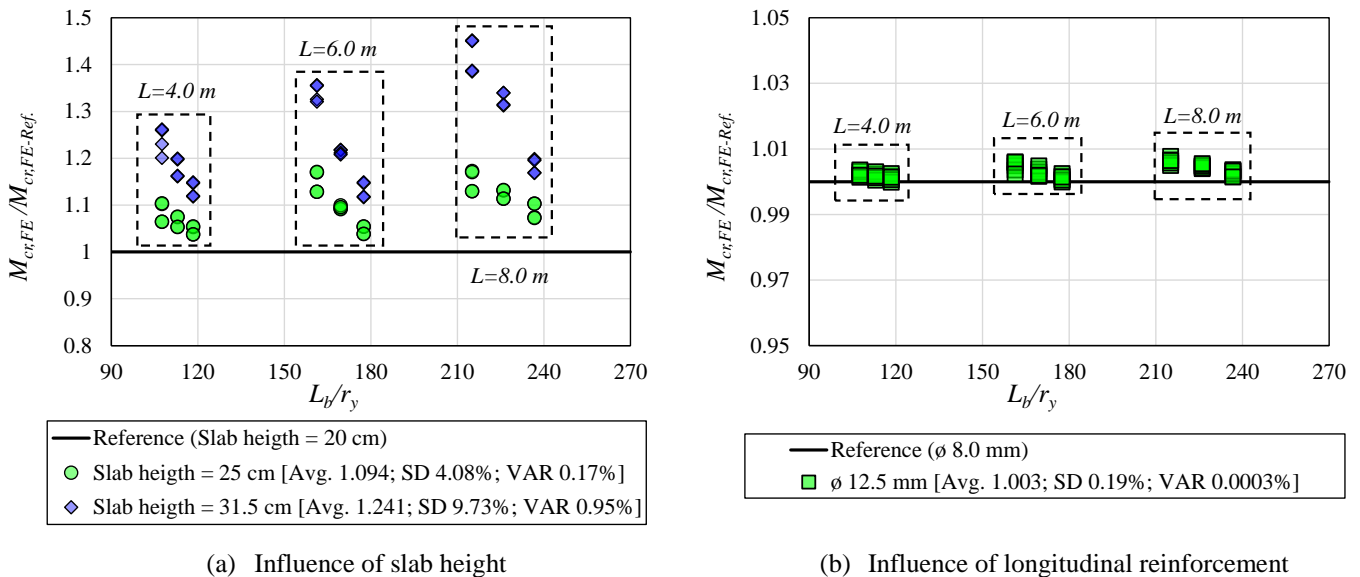
$$\gamma = \frac{E_a I_{af,y} h_s^2}{\left(G_a J + \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 k_s \right) L^2} \quad (7)$$

Hanswille *et al.* [18], showing that the results obtained through the procedure by Roik *et al.* [16] could be unsafe in some situations, presents a new procedure based on the elastic foundation-beams methodology. However, when compared with the results of the buckling analysis developed in the present paper, the procedure by Hanswille *et al.* [18] proved to be conservative. The average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) is 0.65 and 0.62 for models with solid slab and PCHCS, respectively.

The procedures by Svensson [13] and Williams and Jemah [14] considered that the I-section compressed flange could be treated as a column subject to axial compression loads. Svensson [13] considers the bottom flange region under compression, while Williams and Jemah [14] considers that, in addition to the bottom flange, a region that corresponds to 15% of the web area is also under compression. These considerations prevent the variation of the I-section area under compression, which leads to conservative results of elastic critical moment. The results show that for the Svensson model [13] the average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) is 0.47 and 0.45 for the models with solid slab and PCHCS, respectively. Regarding the Williams and Jemah [14] procedure, the average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) is 0.44 and 0.42 for models with solid slab and PCHCS, respectively.

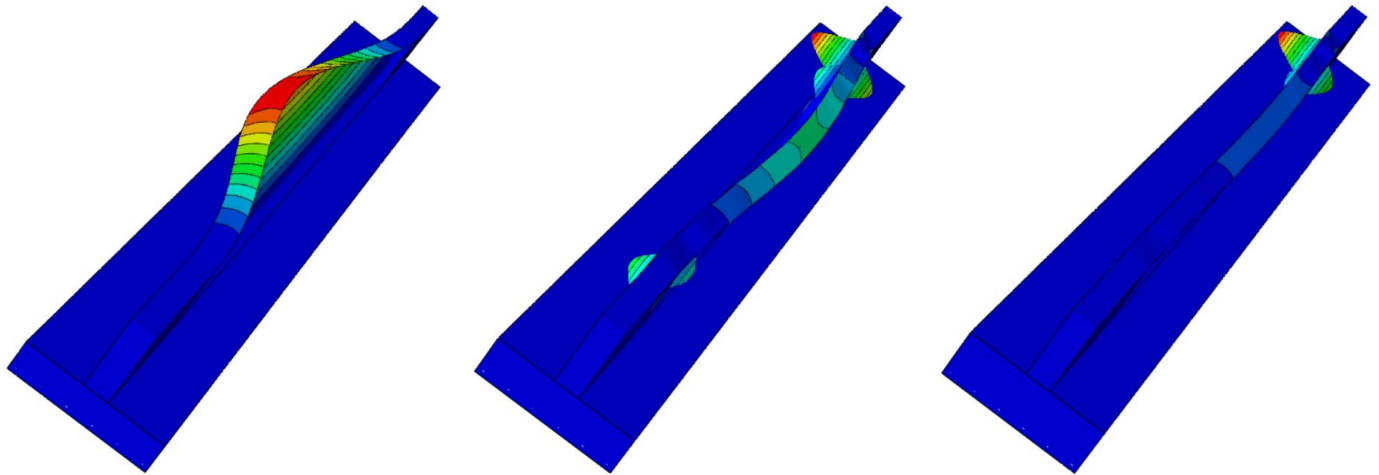
Regarding the procedures of Guo, Zhou and Jiang [12], Zhou, Li and Yan [26] and Dias *et al.* [11] conservative situations were also observed. The procedures by Guo, Zhou and Jiang [12] and Dias *et al.* [11] are based in the energy method while Zhou, Li and Yan's proposal [26] was developed with the elastic-foundation beams theory. For models with solid slab the average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) was 0.58, 0.40 and 0.63 for the proposals by Guo, Zhou and Jiang [12], Zhou, Li and Yan [26] and Dias *et al.* [11], respectively. For the models with PCHCS, the average value of the ratio ($M_{cr,Theoretical}/M_{cr,FE}$) was 0.55, 0.38 and 0.60 for the proposal by Guo, Zhou and Jiang [12], Zhou, Li and Yan [26] and Dias *et al.* [11], respectively. This situation shows that the determination of the LDB elastic critical moment is not yet fully resolved. Furthermore, the development of numerical analysis that simulate the real geometry of SCCB showed divergences in the values of elastic critical moment.

To analyze the influence of the concrete slab height and the variation of the longitudinal reinforcement ratio, Fig.24 is presented. In Fig.24a the variation of the elastic critical moment is presented in function of the concrete slab height, for that, it was taken with reference the values obtained in the buckling analysis for the 20 cm slab height. Fig.24b shows the influence of the longitudinal reinforcement ratio, taking as a reference the models with 8 mm diameter bars.



It can be seen in Fig.24a that with the increase in the concrete slab height, and consequently the distance between the centroid of the longitudinal reinforcement and the centroid of the composite section, there is an increase in the elastic critical moment obtained in the numerical buckling analysis. The increase in the elastic critical moment occurs due to the displacement of the centroid of the composite section towards the concrete

slab. With the displacement of the centroid, there is an increase in the steel I-section area under the action of compressive stresses. Under these circumstances, the pressure of the steel beam increased in the negative moment area, and the height of the compression area of the steel beam web increased, thus decreasing the stability phenomena of the SCCB. This situation can be seen in Fig.25, which presents the variation of the first-order buckling mode.



(a) CB500 - (slab height =20 cm)

(b) CB500 (slab height =25 cm)

(c) CB500 (slab height =31.5 cm)

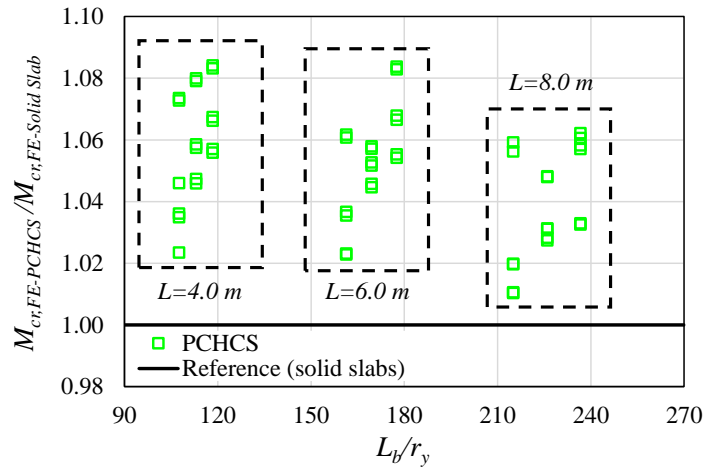
Fig.25. Influence of the slab height variation on the first-order buckling mode.

It is observed in Fig.25 that as the slab height increases the first numerical buckling mode changes. This situation is responsible for an increase in the elastic critical moment, as seen in Fig.24a. It can be seen in Fig.24a that the average value of the ratio ($M_{cr,FE}/M_{cr,FE-Ref.}$) is 1.094 for the 25 cm slab height and 1.241 for the 31.5 cm slab height. It is important to highlight that procedures such as those by Svensson [13] and Williams and Jemah [14] - which fix the I-section area under compression, do not consider the effects of the concrete slab height variation.

In relation to Fig.24b, it appears that for the variation of the longitudinal reinforcement ratio - applied in the numerical models developed in this article, there is no considerable change in the values of elastic critical moment. It can be seen in Fig.24b that, despite an increase of about 244% in the total area of the longitudinal reinforcement in the concrete slab, the average value of the ratio ($M_{cr,FE}/M_{cr,FE-Ref.}$) is 1.003 showing an insignificant influence of the longitudinal reinforcement ratio variation.

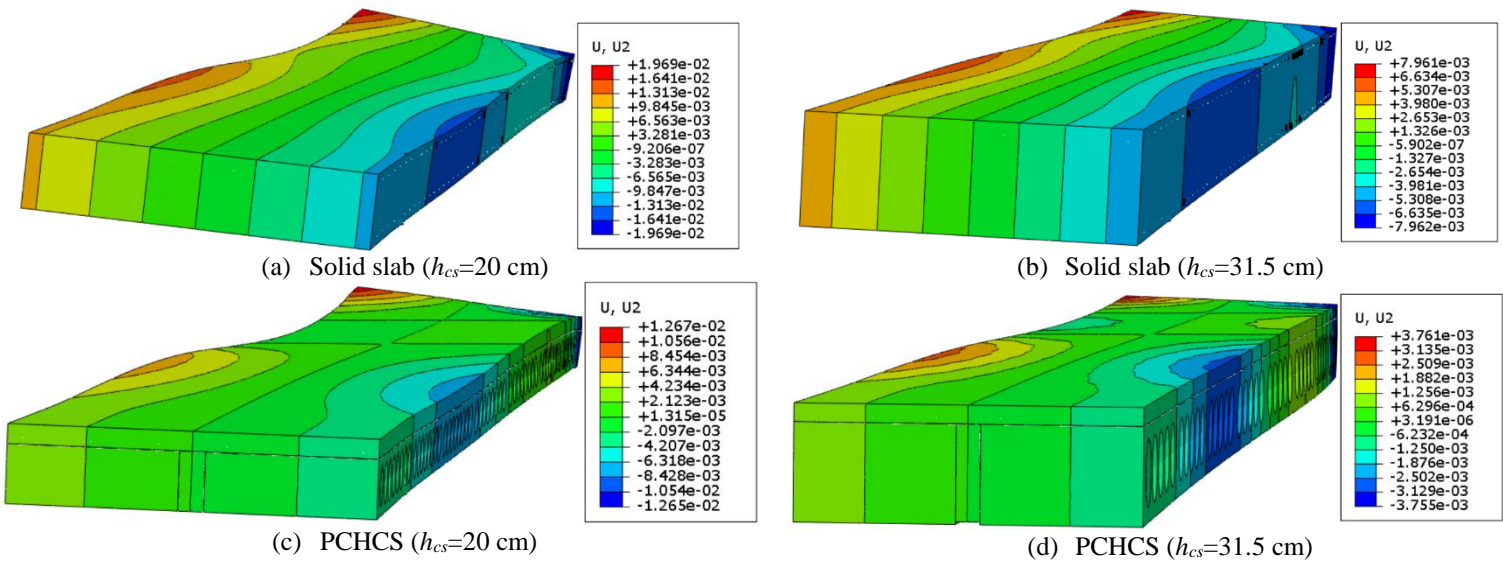
Another parameter investigated was the concrete slab type. Models with solid slab and with PCHCS were analyzed. The use of composite floors with PCHCS offer speedy construction, reliable and reduce construction cost [80]. With the increasing use of this constructive system, the investigation of structural

532 behavior in different situations becomes necessary. Fig.26 shows a comparison between the results of elastic
 533 critical moment for the models with solid slab (reference) and PCHCS.



534
535 **Fig.26.** Comparison between models with solid slab and PCHCS.

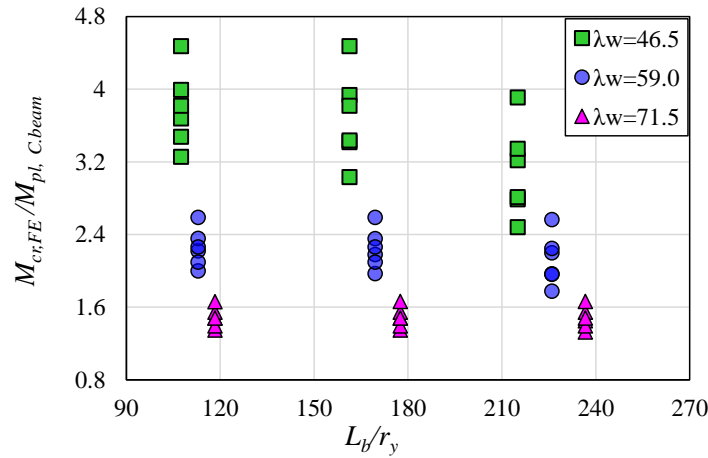
536 It is noted in Fig.26 that the models with PCHCS provided elastic critical moment values higher than
 537 that obtained in models with solid slabs. However, the average value of the ratio ($M_{cr,PCHCS}/M_{cr,solid slab.}$) is
 538 1.05. This situation shows small influence of the slab topology on the elastic critical moment values. Fig.27
 539 shows the deformed shape of the concrete slab in the buckling analysis for models with 8.0 m length
 540 constituted with CB500 profile.



541
542 **Fig.27.** Comparison between models with solid slab and PCHCS.

543 It is verified in Fig.27 that the vertical displacements (U_2) for the models with PCHCS are inferior to
 544 the displacements for the models with solid slab. The superior stiffness of PCHCS provides a higher elastic
 critical moment value than those obtained for models with solid slabs. In addition, it is noted that with the

545 increase in the slab height, the displacements are smaller, due to the increase in the stiffness of the concrete
 546 slab. Finally, Fig.28 shows the influence of the I-section web slenderness on the elastic critical moment values.



547
 548 **Fig.28.** Influence of the web slenderness on the elastic critical moment.

549 It can be seen in Fig.28 that the web slenderness has a considerable influence on the elastic critical
 550 moment of SCCBs under uniform hogging moment. For models with web slendernesses equal to 71.5 the
 551 average value of the ratio ($M_{cr,FE}/M_{pl,C.beam}$) is 1.48 while for models with web slenderness equal to 59.0 and
 552 46.5 the average value of the ratio ($M_{cr,FE}/M_{pl,C.beam}$) is 2.20 and 3.52, respectively. This situation indicates
 553 that the elastic critical moment of the SCCBs decreased as the web slenderness ratio of the web increased, and
 554 the change is significant.

555 The results presented show that the behavior of SCCBs under the action of hogging moment is not yet
 556 fully understood. The analytical procedures for determining the elastic critical moment are still flawed. In
 557 addition, there are several parameters that influence the behavior of these elements. Therefore, the results
 558 presented are important for a better understanding of the behavior of SCCBs under hogging moment and can
 559 provide a reference for future research and specification reviews.

560 7.2 Ultimate moment

561 With the post-buckling numerical analysis, the ultimate moment of SCCBs under hogging moment
 562 was obtained. The deformed shape obtained in the post-buckling numerical analysis is shown in Fig. 29. In
 563 Fig.29, the LDB stability mode is observed for models with 4.0, 6.0 and 8.0 m span length. For models with
 564 a span length of 4.0 and 6.0 m, LDB occurs with the formation of one buckling-wave, for models with a span
 565 length of 8.0 m, LDB occurs with two buckling-waves. Despite the deformed shape obtained in the buckling

analysis for the span length of 4.0 m (Fig.22a) being a coupling between LDB and local modes, in the post-buckling numerical analysis (Fig.29a) the predominant occurrence of LDB was found.

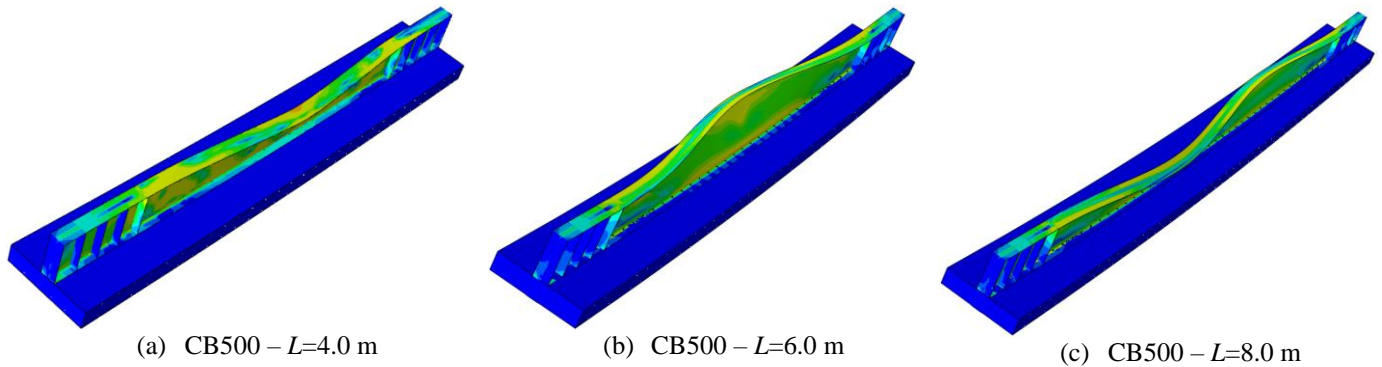


Fig.29. Deformed shape from post-buckling analysis.

In the situation in which the SCCB are requested by hogging moment, the presence of tensile stresses in the concrete slab is verified, which generates an intense cracking. Fig.30 shows the tensile damage values for models with PCHCS (Fig.30a) and solid slabs (Fig.30b). For the same model (in the pick load increment), there are different behaviors in relation to damage in the PCHCS and solid slabs. In Fig.30a, a higher damage value is observed in the lower region of the PCHCS when compared to the damage in the solid slab. This higher damage value is verified in the core regions, it is observed that among the cores the damage value is less.

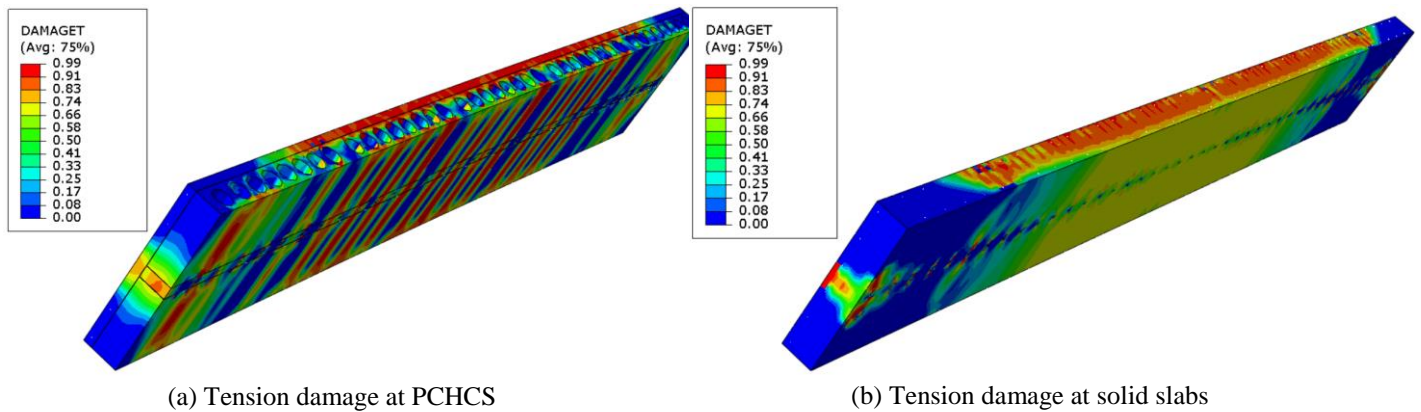
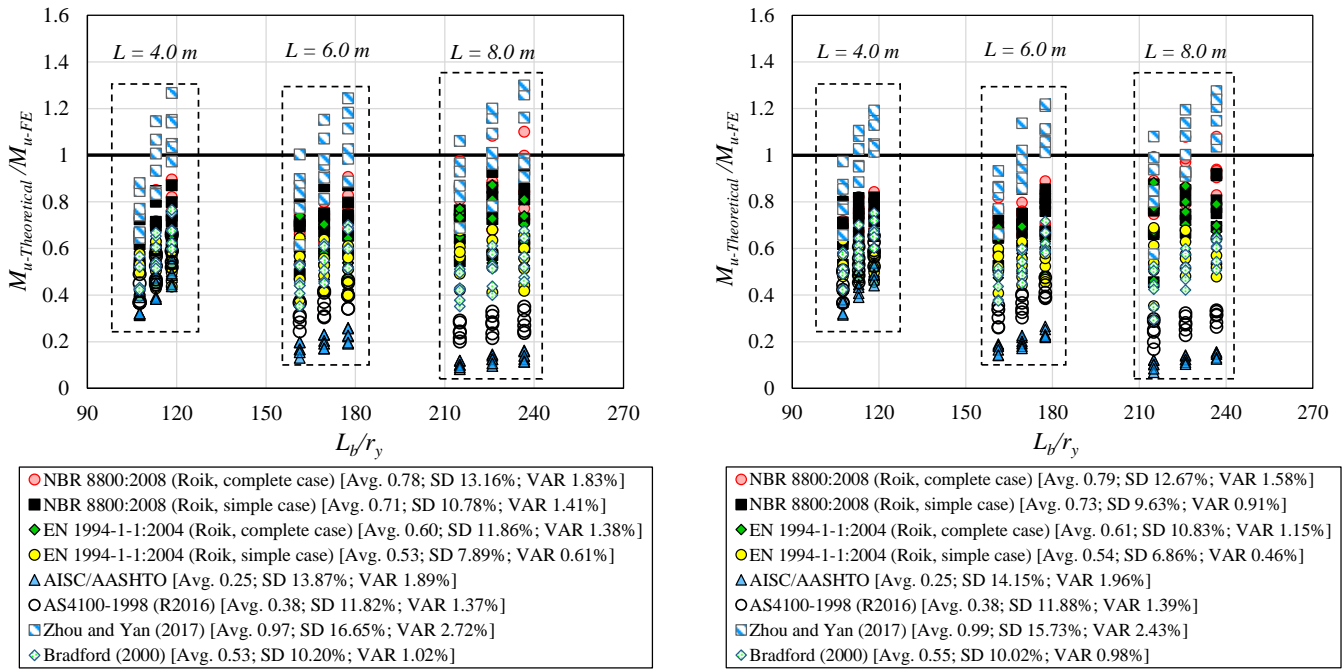


Fig.30. Concrete damage analysis in tension.

The results obtained in the post-buckling analysis were compared with the following standard procedures: Eurocode 4 [38], AISC [39], AASHTO [40], NBR 8800:2008 [37] and Australian codes [41,42]. In addition, the results were also compared with the proposals of Zhou and Yan [3] and Bradford [31]. Fig.31 shows a comparison between the results obtained in the post-buckling numerical analysis and the procedures mentioned.



It is observed in Fig.31 a considerable variation between the results of the analytical procedures when compared with the numerical results. Regarding the standard procedures, it is verified that the results provided by NBR 8800:2008 [37] were the ones that came closest to the numerical results. In both, NBR 8800:2008 [37] and EC4 [38] procedures, the elastic critical moment was obtained through the proposal of Roik *et al.* [16], considering the “complete case” and the “simple case”. For models with solid slabs the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) provided by NBR 8800:2008 [37] was 0.78 and 0.71 for the “complete case” and “simple case”, respectively. Regarding the models with PCHCS, the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.79 and 0.73 for the “complete case” and “simple case”, respectively. In respect to the results provided by the EC4 procedure [38], for models with solid slabs the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.60 and 0.53 for the “complete case” and “simple case”, respectively. For models with PCHCS the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.61 and 0.54. This situation shows that the adoption of the 2P design curve (empirical instability curves) provided by the SSRC (Structural Stability Research Council) is more suitable for the design of SCCB under the action of hogging moment. However, the results provided by the NBR 8800:2008 procedure [37] are still conservative, which shows the need to develop procedures based on the analysis of SCCBs under the action of hogging moment.

The North American (AISC [39] and AASHTO [40]) and Australian (AS4100:1998-R2016 [41] and AS/NZS2327-2017 [42]) procedures are based on the conventional lateral-torsional buckling theories for the

buckling of partially restrained beams. It is observed in Fig.31 that the use of this theory produces inaccurate results as the buckling model is based on inappropriate assumptions [31]. For models with solid slabs the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.25 and 0.38 for North American and Australian procedures, respectively. For the results with PCHCS the same average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was obtained. This situation shows the limitation of North American and Australian standards in determining the strength of SCCBs under hogging moment.

Finally, the results of the Zhou and Yan [3] and Bradford [31] procedures are observed in Fig.31. Both procedures do not require the determination of an elastic critical moment, facilitating its application. For the Bradford procedure [31] the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.53 and 0.55 for the models with solid slabs and PCHCS, respectively. Bradford's proposal [31] presents greater accuracy than the North American and Australian standard procedures in determining the ultimate moment of SCCBs under the action of hogging moment, however, conservatism is still observed. Observing the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$), Zhou and Yan's proposal [3] was the one that provided the results closest to those obtained in the post-buckling numerical analysis. For models with solid slabs the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.97, while for models with PCHCS the average value of the ratio ($M_{u,Theoretical}/M_{u,FE}$) was 0.99. However, a high standard deviation (SD) is observed, due to a greater variability of the results. Therefore, despite the proposal by Zhou and Yan [3] to provide results close to the numerical results, for a large number of observations non-conservative results were obtained. This situation can be seen in Fig.32, which presents a comparison between the post-buckling numerical results and the design curves of the procedures of Zhou and Yan [3] (Fig.32a) and Bradford [31] (Fig.32b).

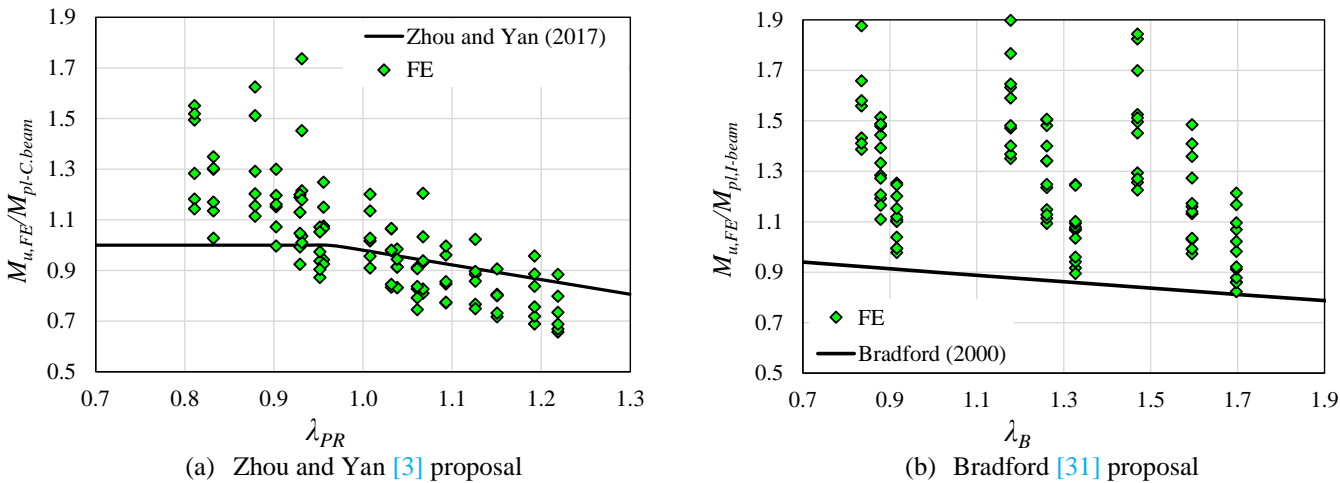
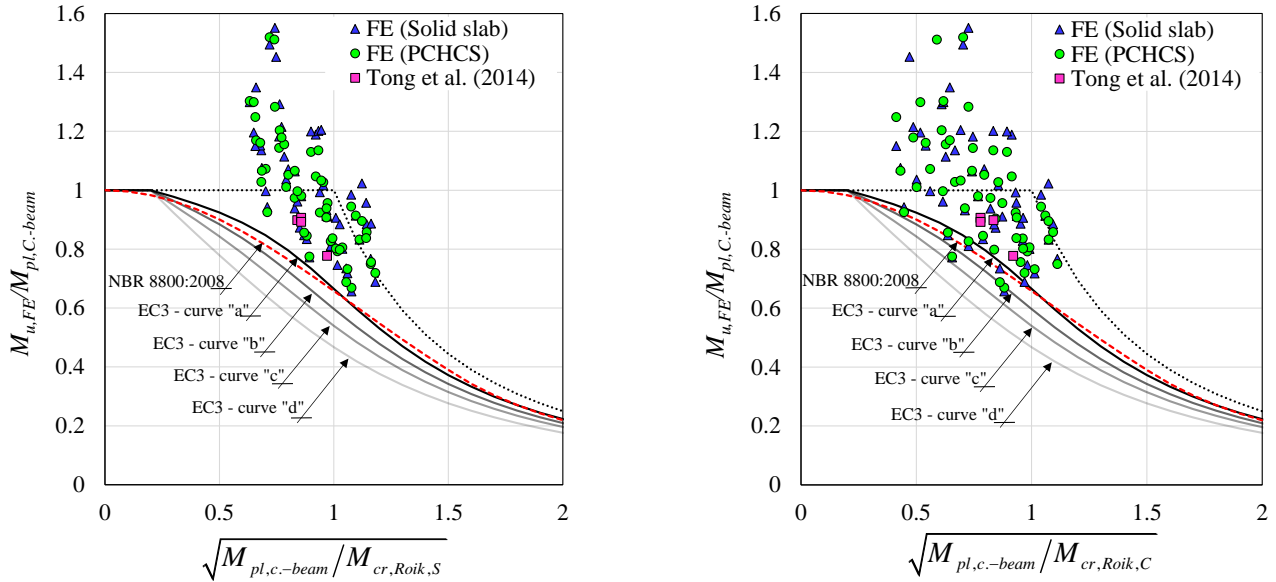


Fig.32. FE vs Bradford and Zhou and Yan proposal

For a better visualization of the results, Fig.33 and Fig.34 show the comparison between FE results, and also the experimental results of Tong *et al.* [66] - validated in this paper, with the design curves of the standard procedures. In Fig.33 the curves of EC4 [38] and NBR 8800:2008 [37] procedures are observed in comparison with the numerical results.



(a) With the “simple case” of Roik *et al.* [16].

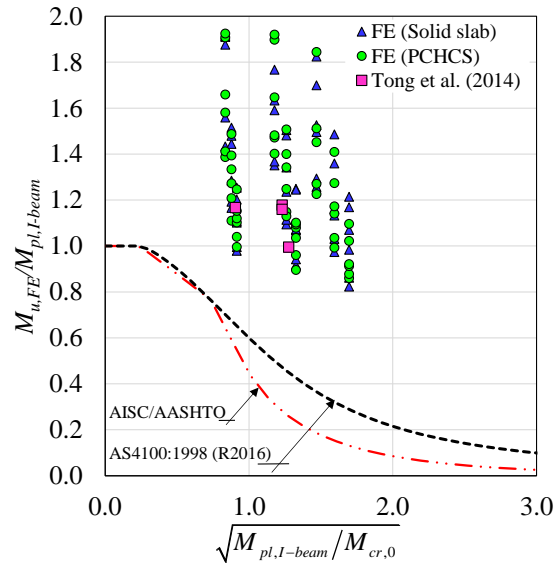
(b) With the “complete case” of Roik *et al.* [16].

Fig.33. FE compared to EC4/EC3 and ABNT NBR 8800:2008.

It can be seen in Fig.33 that the “2P” curve used for the LDB verification by the Brazilian standard provides results closer to the numerical results than the Eurocode curves, mainly due to the fact that the analyzed sections are dimensioned according to the curve “d” of Eurocode. For a better agreement between the EC4 and the numerical results, glimpses the possibility of adopting superior design curves, such as the curve “a” or “b”. Another situation that can be seen in Fig.33 is the adoption of the procedure by Roik *et al.* [16] in the “complete case” (Fig.33b) for calculating the LDB elastic critical moment. The so-called “complete case” of the procedure by Roik *et al.* [16], it is not presented in the standard codes, which consider the simplified value of the C_{dist} coefficient for the case of uniform hogging moment ($C_{dist}=6.2$) and as shown in Fig.33b, the use of the “complete case” provides more concordant results. In addition, it is observed, for a large number of observations (Fig.33), that the instability mode occurs only after the composite section reaches the total plastic moment. Therefore, LDB or local instability modes can occur only after the section reaches the plastic behavior.

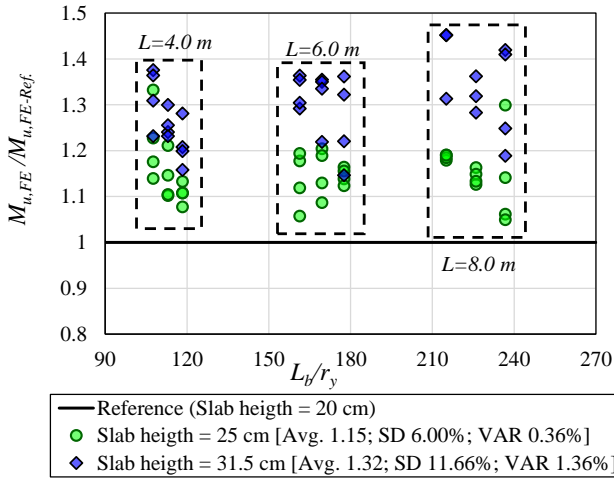
Fig.34 shows the comparison between the standard procedures that apply of conventional lateral-torsional buckling theories to determine LDB strength. For these procedures, the plastic moment is calculated

640 considering only the steel I-beam. It is noted in Fig.34 that the adoption of conventional lateral-torsional
 641 buckling theories to determine LDB strength leads to conservative results by the American (AISC 360-16 [39]
 642 and AASHTO 2017 [40]) and Australian standards (AS4100:1998-R2016 [41] and AS/NZS2327-2017 [42]).

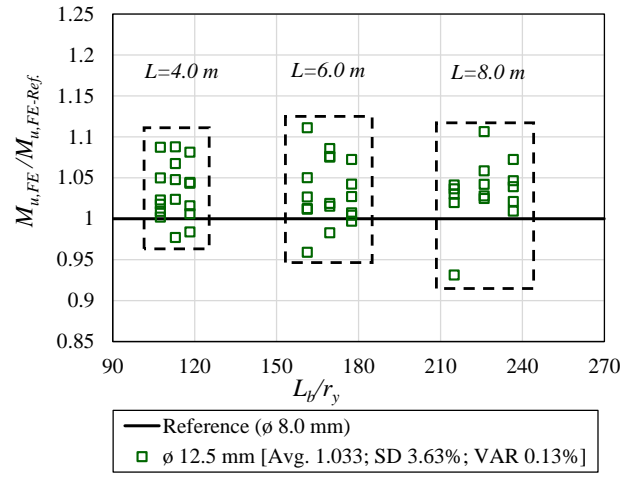


643
 644 **Fig.34.** FE vs AISC/AASHTO and AS4100 procedures results.

645 To verify the influence of the concrete slab height and the longitudinal reinforcement ratio on the
 646 ultimate moment of SCCBs under hogging moment, Fig.35 is presented. It can be seen in Fig.35a that with
 647 the increase in the concrete slab height there is an increase in the ultimate moment of the SCCBs. This situation
 648 occurs due to the increase in the I-section area under the action of compression stresses, as observed in Fig.36.
 649 Analyzing Fig.36, there is a reduction in the I-section area under the action of tensile stresses with the increase
 650 in the concrete slab height. In Fig.36a there is a considerable I-section area under the action of tensile stresses.
 651 The concentration of the compression stresses in a small region of the I-section facilitates the occurrence of
 652 instability modes, reducing the ultimate moment. On the other hand, as the concrete slab height increases, the
 653 compression stresses are distributed over a larger I-section area (Fig.36b). Thus, there is a reduction in the
 654 instability modes, which results in an increase in the ultimate moment of the composite beams under hogging
 655 moment.

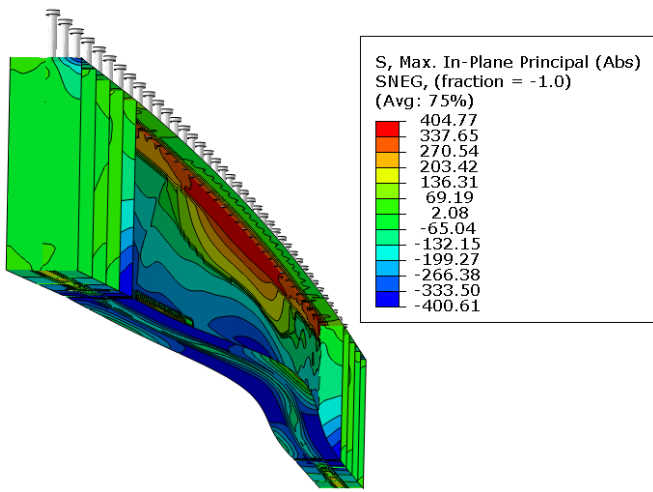


(a) Influence of slab height

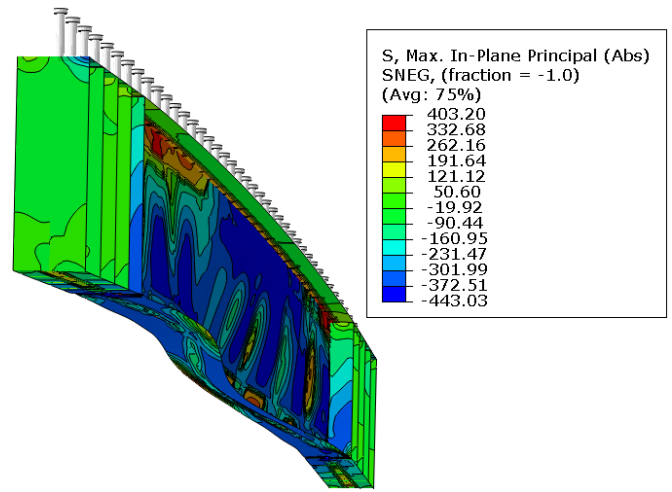


(b) Influence of longitudinal reinforcement

Fig.35. Influence of slab height and longitudinal reinforcement ratio in the ultimate moment.



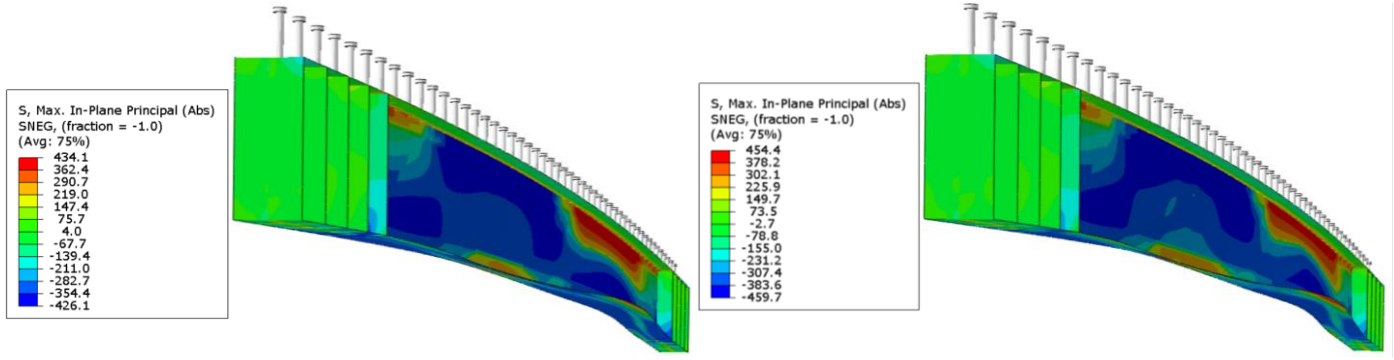
(a) CB500 – Slab height $h_{cs}=20$ cm



(b) CB500 – Slab height $h_{cs}=25$ cm

Fig.36. Stress distribution for the CB500 model with 6 m span (Unit=MPa).

In Fig.35b a comparison is made between the models with longitudinal reinforcements with 8 mm bars and with 12.5 mm bars. It is observed that the increase in the longitudinal reinforcement ratio is responsible for an increase in the ultimate moment of SCCBs under hogging moment. For some models, the ultimate moment of the models with 12.5 mm bars was about 10% higher than the models with 8 mm bars. However, the average value of the ratio ($M_{u,FE}/M_{u,FE-Ref.}$) was 1.033. The increase in the longitudinal reinforcement area in the effective width of the concrete slab causes an increase in the maximum tension and compression stresses in the steel I-section (Fig. 37). However, this increase is small, being the distance between the geometric center of the reinforcement bars and the I-section top flange a more influential parameter. This is also one of the reasons for the concrete slab height influence. Fig. 37 shows the stress distribution for two different models, however, the only variation is in the longitudinal reinforcement.



(a) Model with 8 mm longitudinal reinforcement bars (b) Model with 12.5 mm longitudinal reinforcement bars
Fig.37. Stress distribution for the CB400 model with 8 m span (Unit=MPa).

Finally, in Fig.38 the comparison between the ultimate moment values for the models with solid slabs and PCHCS is presented. Unlike the behavior observed in the buckling analysis, where for models with PCHCS the elastic critical moment was superior to that of models with solid slab, in the post-buckling numerical analysis there was no significant difference. The average value of the ratio ($M_{u,FE-PCHCS}/M_{u,FE-Solid\ slab}$) was 0.98.

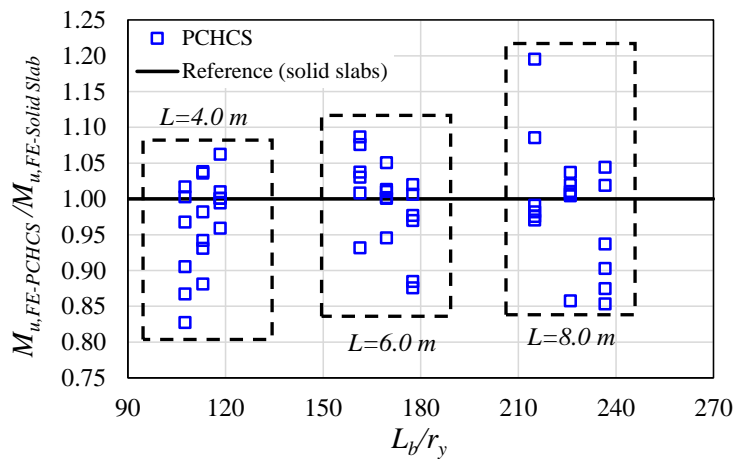


Fig.38. Comparison between the ultimate moment for the models with solid slab and PCHCS.

The results presented show that the standard procedures are still flawed in determining the ultimate moment of SCCBs under the action of hogging moment. The influence of several factors was investigated, and it was possible to verify that the concrete slab height is an important factor to be considered in the dimensioning of these elements, which is not considered explicitly by the standard procedures. The results presented can provide a reference for future research and specification reviews.

8. Conclusion

This study investigated the stability behavior of SCCBs under uniform hogging moment. Buckling and post-buckling numerical analyses were performed using ABAQUS software. The following parameters were investigated: I-section, unrestrained length, longitudinal reinforcement ratio, the slab height and the possible

685 influence of solid slabs and PCHCS. The buckling analysis results were compared with the LDB elastic critical
686 moment values obtained by analytical procedures. Posteriorly, the post-buckling numerical results were
687 compared with current standard procedures and analytical proposals. In this way, it was concluded:

- 688 • The numerical model developed proved to be representative in the analysis of the behavior of SCCBs
689 under hogging moment. The difference between the experimental results of Tong *et al.* [66] and the
690 numerical model was less than 3%. For the models with PCHCS, validated with Lam's experiments [75],
691 the differences were less than 4%;
- 692 • The comparison of the numerical buckling analysis results with the elastic critical moment values
693 obtained by the analytical procedures showed that the main methodologies are flawed. The proposal by
694 Roik *et al.* [16], in the “complete case” was the analytical model that came closest to the numerical results;
- 695 • The slab height had a significant influence on the results of the buckling analysis. With the increase in
696 the slab height, and consequently the distance between the centroid of the longitudinal reinforcement and
697 the centroid of the I-section, there was an increase in the elastic critical moment. This situation occurs
698 due to a better distribution of compression stresses in the I-section, thus there is a reduction in the
699 instability modes, which results in an increase in the in the elastic critical moment.
- 700 • The variation in the longitudinal reinforcement ratio had small influence on the elastic critical moment
701 and in the ultimate moment of the SCCBs;
- 702 • In the buckling analysis, the models with PCHCS provided elastic critical moment values higher than
703 those obtained in the models with solid slabs. This situation was not repeated in relation to the ultimate
704 moment obtained in the post-buckling numerical analysis;
- 705 • The web slenderness has a significant influence on the behavior of SCCBs under hogging moment;
- 706 • The comparison between the ultimate moment values obtained in the numerical analysis with the standard
707 procedures showed that the Brazilian standard [37] provides the best results among the standard codes.
708 This situation shows that the adoption of the SSRC's “2P” design curve is a better option for the design
709 of SCCBs under hogging moment, although it is still conservative;

- The EC4 procedure [38] provided conservative results. It is suggested to adopt superior design curves of the ECCS to determine the LDB ultimate moment. These results show that the inverted U-frame model, used by Brazilian and European standards, leads to conservative results;
- The standard procedures using the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams produce inaccurate results as the buckling model is based on inappropriate assumptions. This situation shows the limitation of North American (AISC 360-16 [39] and AASHTO 2017 [40]) and Australian standards (AS4100:1998-R2016 [41] and AS/NZS2327-2017 [42]) in determining LDB strength;
- The proposal presented by Zhou and Yan [3] was the analytical model that came closest to the ultimate moment results obtained in the post-buckling numerical analysis. However, in some observations, it was found that the proposals by Zhou and Yan [3] overestimated the LDB strength;
- The variation in the concrete slab height had a significant influence on the ultimate moment of SCCBs under hogging moment. The influence of this parameter is not dealt with correctly by analytical procedures.

In general, it was verified that when requested at hogging moment, SCCBs may fail due to the occurrence of LDB, local stability modes, the simultaneous occurrence of these two stability modes, or through the plastic behavior of the element. It was found that the analytical procedures for determining the LDB elastic critical moment are flawed. In addition, it was noted that the theoretical models used by the standard procedures are not accurate in determining the stability behavior of SCCBs subjected to hogging moment. It is also verified the necessity of the development of empirical design curves with experiments carried out in SCCBs, in view of the divergences of the currently design curves, which were developed for steel elements. It is expected that the results presented in this paper can provide a reference for future research and specification reviews.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was financed by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

REFERENCES

- [1] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 172 (2020) 106192. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106192>.
- [2] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review, *Structures*. 27 (2020) 1299–1312. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.026>.
- [3] W.-B. Zhou, W.-J. Yan, Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment, *Thin-Walled Struct.* 116 (2017) 201–211. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.02.011>.
- [4] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams, *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 850–859. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2008.05.002>.
- [5] M.Z. Dietrich, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Analysis of rotational stiffness of steel-concrete composite beams for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 198 (2019) 109554. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109554>.
- [6] S. Chen, X. Wang, Finite element analysis of distortional lateral buckling of continuous composite beams with transverse web stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.15.9.1607>.
- [7] S. Chen, Y. Jia, Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons, *Thin-Walled Struct.* 48 (2010) 233–242. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.10.009>.
- [8] Y. Liu, L. Tong, B. Sun, Y. Chen, F. Zhou, H. Tian, X. Sun, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *Jianzhu Jieyou Xuebao/Journal Build. Struct.* 35 (2014) 10–20. <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002>.
- [9] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Restrained distortional buckling strength of steel-concrete composite beams - A review of current practice and new developments, *10th Int. Conf. Mod. Build. Mater. Struct. Tech.* (2010) 604–612.
- [10] V.Z. Vlasov, *Thin walled elastic beams*. Israel Program for Scientific Translations, (1961).
- [11] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1950079. <https://doi.org/10.1142/S0219455419500792>.
- [12] F. Guo, S. Zhou, L. Jiang, Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region, *Adv. Mater. Sci. Eng.* 2015 (2015) 1–8. <https://doi.org/10.1155/2015/763634>.
- [13] S.E. Svensson, Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force, *J. Constr. Steel Res.* 5 (1985) 179–193. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(85\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0143-974X(85)90002-1).
- [14] F.W. Williams, A.K. Jemah, Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams, *J. Constr. Steel Res.* 7 (1987) 133–147. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(87\)90025-3](https://doi.org/10.1016/0143-974X(87)90025-3).
- [15] R.P. Johnson, M.A. Bradford, Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders. In: Morris LJ, editor. *International conference on stability and plastic collapse of steel structures*; 1983. p. 569–80.
- [16] K. Roik, G. Hanswille and J. Kina, Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (in German), *Stahlbau* 59 (1990) 327–332.
- [17] P. Goltermann, S.E. Svensson, Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress, *J. Struct. Eng.* 114 (1988) 1606–1625. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:7\(1606\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:7(1606)).
- [18] G. Hanswille, J. Lindner and D. Munich, Lateral torsional buckling of composite beams (in German), *Stahlbau* 67 (1998) 525–535.
- [19] M.A. Bradford, Z. Gao, Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams, *J. Struct. Eng.* 118 (1992) 73–89. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:1\(73\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(73)).
- [20] W.B. Zhou, L.Z. Jiang, S.J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1–22. <https://doi.org/10.1142/S0219455415500455>.
- [21] J.H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1–29. <https://doi.org/10.1142/S0219455413500016>.
- [22] N.W. Dekker, A.R. Kemp, P. Trincherro, Factors influencing the strength of continuous composite beams in negative bending, *J. Constr. Steel Res.* 34 (1995) 161–185. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(94\)00045-J](https://doi.org/10.1016/0143-974X(94)00045-J).
- [23] M.A. Bradford, Distortional buckling of elastically restrained cantilevers, *J. Constr. Steel Res.* 47 (1998) 3–18. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)80003-5](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)80003-5).
- [24] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Elastic Bubble Augmented Spline Finite Strip Method in Analysis of Continuous Composite Beams, *Aust. J. Struct. Eng.* 7 (2007) 75–84. <https://doi.org/10.1080/13287982.2007.11464966>.
- [25] W. Chen, J. Ye, Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric I-beams, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 10 (2010) 983–1016. <https://doi.org/10.1142/S0219455410003865>.
- [26] W.-B. Zhou, S.-J. Li, W.-J. Yan, Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel-concrete composite beams, *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 25 (2016) 1055–1072. <https://doi.org/10.1002/tal.1297>.
- [27] R.P. Johnson, C.K.R. Fan, Distortional lateral buckling of continuous composite beams, *Proc. - Inst. Civ. Eng. Part 2. Res. Theory*. 91 (1991) 131–161. <https://doi.org/10.1680/iicep.1991.13586>.

- [28] G. Weston, D.A. Nethercot, M.A. Crisfield, Lateral buckling in continuous composite bridge girders, *Struct. Eng. London*. 69 (1991) 79–87.
- [29] R.P. Johnson, S. Chen, Stability of continuous composite plate girders with U-frame action, *Proc. Inst. Civ. Eng. Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. <https://doi.org/10.1680/istbu.1993.23377>.
- [30] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected To Hogging Bending, (2010) 839–846.
- [31] M.A. Bradford, Strength of compact steel beams with partial restraint, *J. Constr. Steel Res.* 53 (2000) 183–200. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00066-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00066-8).
- [32] M.A. Bradford, H.R. Ronagh, Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM, *J. Struct. Eng.* 123 (1997) 1631–1637. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1997\)123:12\(1631\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:12(1631)).
- [33] M.A. Bradford, A.R. Kemp, Buckling in continuous composite beams. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.2, p 169-178, 2000.
- [34] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, Behaviour and design of composite beams subjected to negative bending and compression, *J. Constr. Steel Res.* 79 (2012) 34–47. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.07.012>.
- [35] M.A. Bradford, R.P. Johnson, Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports, *Proc. Inst. Civ. Eng.* 83 (1987) 143–159. <https://doi.org/10.1680/iicep.1987.345>.
- [36] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).
- [37] ABNT NBR 8800. Design of steel and composite structures for buildings. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (Brazilian Association of Technical Standards); 2008 [in Portuguese].
- [38] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994)
- [39] AISC, Specifications for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 360-16, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [40] American Association of State and Highway Transportation Officials. (AASHTO) (2014), AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 8th ed. with 2014 Interim Provisions, AASHTO, Washington, DC.
- [41] Standards Association of Australia. AS 4100 steel structures. Sydney, Australia; 1998.
- [42] Standard Association of Australia / Standard Association of New Zealand. AS/NZS 2327 Composite structures - Composite steel concrete construction in buildings, Sydney (Australia), 2017.
- [43] DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS v6.12; 2012.
- [44] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, The effects of axial tension on the hogging-moment regions of composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 68 (2012) 20–33. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.06.017>.
- [45] A. De Angelis, M.R. Pecce, G. Logorano, Evaluation of the plastic hinge length of steel-concrete composite beams under hogging moment, *Eng. Struct.* 191 (2019) 674–685. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.04.077>.
- [46] J. Nie, J. Fan, C.S. Cai, Stiffness and deflection of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Struct. Eng.* 130 (2004) 1842–1851. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2004\)130:11\(1842\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:11(1842)).
- [47] A. Rossi, F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, E.C. Mesacasa Júnior, Assessment of lateral distortional buckling resistance in welded I-beams, *J. Constr. Steel Res.* 166 (2020) 105924. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2019.105924>.
- [48] A. Rossi, C.H. Martins, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, Reassessment of lateral torsional buckling in hot-hollowed I-beams, *Structures*. 26 (2020) 524–536. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.04.041>.
- [49] Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1.1: general rules and rules for buildings, ENV 1993-1-1, CEN; 2004.
- [50] H.R. Ronagh, Progress in the methods of analysis of restricted distortional buckling of composite bridge girders, *Prog. Struct. Eng. Mater.* 3 (2001) 141–148. <https://doi.org/10.1002/pse.80>.
- [51] W.-B. Zhou, J. Lizhong, K. Juntao, B. Minxi, Distortional Buckling Analysis of Steel-Concrete Composite Girders in Negative Moment Area, *Math. Probl. Eng.* 2014 (2014) 1–10. <https://doi.org/10.1155/2014/635617>.
- [52] S. Chen, Instability of composite beams in hogging bending. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1992.
- [53] M.C. Hope-Gill, R.P. Johnson, Tests on three three-span continuous composite beams, *Proc. Inst. Civ. Eng. Civ. Eng.* (1976) 367–381.
- [54] M.A. Bradford, R.P. Johnson, Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports, (1987) 143–159.
- [55] S. Chen, X. Wang, Finite Element Analysis of Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite Beams with Transverse Web Stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.15.9.1607>.
- [56] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001>.
- [57] J. Szalai, F. Papp, A new residual stress distribution for hot-rolled I-shaped sections, *J. Constr. Steel Res.* 61 (2005) 845–861. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2004.12.004>.
- [58] A. Rossi, A.S.C. de Souza, R.S. Nicoletti, C.H. Martins, The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of

- 848 steel–concrete composite beams, *Thin-Walled Struct.* 162 (2021) 107542. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107542>.
- 849 [59] A. Rossi, D. Hideyuki Saito, C. Humberto Martins, A. Sander Clemente de Souza, The influence of structural imperfections on the LTB
850 strength of I-beams, *Structures*. 29 (2021) 1173–1186. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.11.020>.
- 851 [60] S. Wijesiri Pathirana, B. Uy, O. Mirza, X. Zhu, Flexural behaviour of composite steel-concrete beams utilising blind bolt shear connectors,
852 *Eng. Struct.* 114 (2016) 181–194. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.01.057>.
- 853 [61] R.S. Nicoletti, A. Rossi, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of effective width in steel-concrete composite box girder
854 bridges, *Adv. Struct. Eng.* (2020) 136943322097174. <https://doi.org/10.1177/1369433220971744>.
- 855 [62] F.P.V. Ferreira, A. Rossi, C.H. Martins, Lateral-torsional buckling of cellular beams according to the possible updating of EC3, *J. Constr.*
856 *Steel Res.* 153 (2019) 222–242. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.10.011>.
- 857 [63] F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, S. De Nardin, A parametric study of steel-concrete composite beams with hollow core slabs and concrete
858 topping, *Structures*. 28 (2020) 276–296. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.08.045>.
- 859 [64] F.P.V. Ferreira, K.D. Tsavdaridis, C.H. Martins, S. De Nardin, Ultimate strength prediction of steel–concrete composite cellular beams
860 with PCHCS, *Eng. Struct.* 236 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112082>.
- 861 [65] ECCS, *Ultimate Limit State Calculations of Sway Frames With Rigid Joints*, 1984 (no. 33).
- 862 [66] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative
863 bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001>.
- 864 [67] C.J. Earls, On the inelastic failure of high strength steel I-shaped beams, *J. Constr. Steel Res.* 49 (1999) 1–24.
865 [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00204-1](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00204-1).
- 866 [68] C.J. Earls, Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility, *J. Constr. Steel Res.* 51 (1999)
867 147–175. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00024-3](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00024-3).
- 868 [69] A. Hillerborg, M. Modéer, P.-E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics
869 and finite elements, *Cem. Concr. Res.* 6 (1976) 773–781. [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7).
- 870 [70] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic-damage model for concrete, *Int. J. Solids Struct.* 25 (1989) 299–326.
871 [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4).
- 872 [71] J. Lee, G.L. Fenves, Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, *J. Eng. Mech.* 124 (1998) 892–900.
873 [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892)).
- 874 [72] T. Yu, J.G. Teng, Y.L. Wong, S.L. Dong, Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker–Prager type plasticity model, *Eng.*
875 *Struct.* 32 (2010) 665–679. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.11.014>.
- 876 [73] D. Carreira, K. Chu, Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression, *ACI J. Proc.* 82 (1985).
877 <https://doi.org/10.14359/10390>.
- 878 [74] D.J. Carreira, K.H. Chu, Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Tension., *J. Am. Concr. Inst.* 83 (1986) 21–28.
879 <https://doi.org/10.14359/1756>.
- 880 [75] D. Lam, Department of Civil Engineering Composite Steel Beams Using Precast Concrete Hollow Core Floor Slabs by Thesis submitted
881 to the Doctor of Philosophy, (1998).
- 882 [76] D. Lam, K.S. Elliott, D.A. Nethercot, Experiments on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs, *Proc. Inst.*
883 *Civ. Eng. - Struct. Build.* 140 (2000) 127–138. <https://doi.org/10.1680/stbu.2000.140.2.127>.
- 884 [77] D. Lam, K.S. Elliott, D.A. Nethercot, Parametric study on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs, 54 (2000)
885 283–304.
- 886 [78] E. El-lobody, D. Lam, Finite Element Analysis of Steel–Concrete Composite Girders, 6 (2003) 267–281.
- 887 [79] A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, F.A. De Paula, F.C. Rodrigues, G. Queiroz, R.J. Pimenta, Rotational stiffness of continuous composite
888 beam Calenzani, A. F. G., Fakury, R. H., De Paula, F. A., Rodrigues, F. C., Queiroz, G., & Pimenta, R. J. (2012). Rotational stiffness of
889 continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for lateral-torsi, *J. Constr. Steel Res.* 79 (2012) 22–33.
890 <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.07.015>.
- 891 [80] I.S. Ibrahim, K.S. Elliott, R. Abdullah, A.B.H. Kueh, N.N. Sarbini, Experimental study on the shear behaviour of precast concrete hollow
892 core slabs with concrete topping, *Eng. Struct.* 125 (2016) 80–90. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.06.005>.
- 893

30 *The following symbols are used in this paper:*

31	A_f = sectional area of the steel beam flange	69	$M_{pl-C.beam}$ = plastic moment obtained by I-beam more
32	A_r = sectional area of the longitudinal reinforcement in	70	reinforcement bars
33	concrete slab	71	$M_{pl-I.beam}$ = plastic moment of I-beam
34	A_w = sectional area of the steel beam web	72	M_{test} = experimental test ultimate moment
35	a = spacing between the parallel beams	73	$M_{u,dist}$ = resistant moment obtained by analytical procedures
36	b_f = flange thickness	74	M_2, M_4 = bending moment at the quarter points of the segment
37	C_{dist} = property associated with the distribution of bending	75	M_3 = bending moment at the midpoints of the segment
38	moments	76	r_{fc} = radius of gyration of the compression flange
39	C_w = warping constant	77	r_y = minor-axis radius of gyration
40	d = section depth	78	$S_{headed\ stud}$ = spacing between headed stud connectors
41	E = modulus of elasticity	79	t_w = web thickness
42	E_a =elasticity modulus of structural steel	80	t_f = flange thickness
43	$E_c I_{c2}$ = flexural stiffness per unit width of the slab	81	α_c = coefficient equal to 2 for an edge beam, with or without
44	$f_{ck-cubic}$ = compressive cubic strength of concrete	82	a cantilever, or 3 for an inner beam
45	$f_{ck-cylindrical}$ = compressive cylinder strength of concrete	83	α_{LT} = imperfection factor according EC3
46	f_{cm} = compressive cylinder strength of concrete	84	α_m = modification factor of the moment distribution according
47	f_f = yield strength of the flange I-beams	85	AS4100
48	f_r = yield strength of the reinforcement bars	86	α_s = factor of slenderness reduction according AS4100
49	f_{tm} = concrete tension resistance	87	β_c = stress-strain relationship form factor of concrete in
50	f_u = ultimate strength	88	compression
51	f_w = yield strength of the web I-beams	89	δ = lateral displacement
52	f_y = yield strength	90	ε = strain
53	G = shear modulus	91	ε_c = compressive strain
54	h_w = web depth	92	ε_t = tensile strain
55	h_s = distance between the centroids of the flanges	93	ε_u = ultimate strain
56	$I_{af,y}$ = moments of inertia of area of the structural steel section	94	ε_y = yield strain
57	about the weak axis	95	θ = rotation
58	I_y = moments of inertia about the weak axis	96	$\bar{\lambda}$ = slenderness ratio
59	J = torsional constant	97	$\bar{\lambda}_{LT}$ = slenderness ratio according EC3
60	k_s = rotational stiffness	98	λ_{PR} = slenderness ratio according [1]
61	k_l = bending stiffness of the concrete slab	99	ν_a = Poisson's ratio of structural steel
62	k_2 = bending stiffness of the web of I-beam	100	ρ = force ratio according [1]
63	L = unrestrained length of composite beam	101	σ = stress
64	l_e = effective length according AS4100	102	ϕ_{PR} = stability coefficient according [1]
65	M_{cr} = distortional elastic critical moment	103	ϕ_{LT} = stability coefficient according EC3
66	M_{FE} = ultimate moment obtained from the finite element	104	χ_{LT} = reduction factor according EC3
67	analysis	105	
68	M_{max} = maximum bending moment		

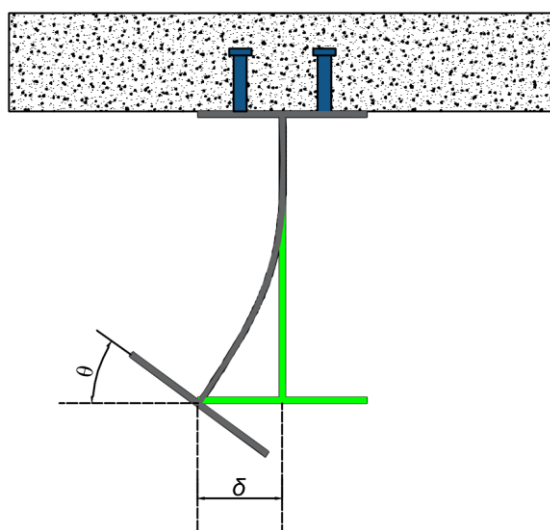
106

107 **1. INTRODUCTION**

108 The first steel-concrete composite elements used in civil construction were the composite beams. In
 109 recent years, with the increase in the industrialization of civil construction, the use of steel-concrete composite
 110 beams has increased [1–3]. This increase is due to its construction speed, in addition to structural and economic
 111 advantages. These elements are constituted by the association of a steel profile and a concrete slab by means
 112 of shear connectors, which are responsible for ensuring the composite behavior between the steel profile and
 113 the concrete slab [4–6].

114

115 The most common use of steel-concrete composite beams occurs in simply supported elements and
116 therefore subjected to positive moments. Consequently, the concrete slab is in compression and the steel
117 profile is in tension [7]. However, in the construction of buildings the use of rigid and semi-rigid connections
118 has been frequent, causing negative moments in the beams which leads to tensile stresses in the concrete slab
119 and compression in the steel profile [8–10]. Compression stresses in the bottom flange of the steel profile,
120 without lateral restraint, can cause lateral stability with web distortion, called in this work Lateral Distortional
121 Buckling (LDB) (Fig.1.) [1,11–14].



122
123 Fig. 1. Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams.

124 LDB is characterized by a lateral displacement (δ) accompanied by a rotation (θ) of the compressed
125 bottom flange that occurs due to the web distortion, if it is not rigid enough to withstand lateral flexion
126 (Fig.1) [11]. As a result, LDB in steel-concrete composite beams behaves very differently from the stability
127 modes of steel elements (I-beams), in a way that the well-known Vlasov assumption [15], that the plane-
128 webbed sections still forms a plane, not valid.

129 LDB is responsible for reducing the strength of continuous and semi-continuous steel-concrete
130 composite beams [7,13]. However, in addition to the occurrence of LDB, steel-concrete composite beams
131 under the action of negative moment may be subject to local stability modes, such as the flange local buckling
132 (FLB), and even a combination of LDB and local modes (Fig.2) [1,12,16–18]. However, modern steel and
133 composite construction codes, including Eurocode 4 [19], Australian codes AS/NZS 2327 [20] and AS4100
134 [21] and American AISC [22] and AASHTO [23], currently do not address the effects of combined stability
135 modes in a unified fashion.

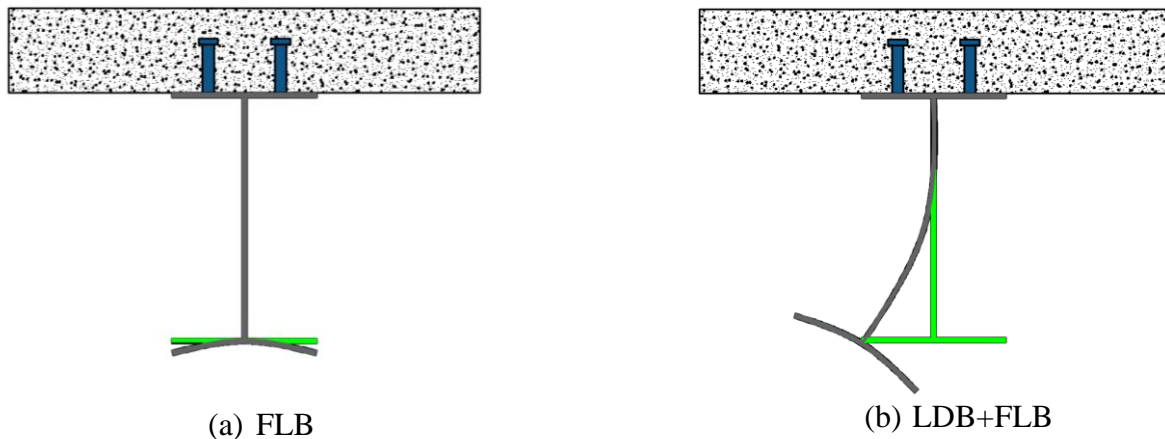


Fig. 2. Stability modes in steel-concrete composite beams under negative moment.

In general, to determine the LDB strength of steel-concrete composite beams, current standard procedures require the determination of the elastic distortional critical moment. In the previous version of EC4 [24] (EN 1994-1-1: 1992), the methodology proposed by Roik *et al.* [25] to determine the elastic distortional critical moment was adopted. This methodology is still used in the Brazilian code [26] (ABNT NBR 8800: 2008). However, studies [4,18,27] have shown divergences between results of elastic distortional critical moment, obtained through numerical analysis, when compared with the methodologies proposed by Roik *et al.* [25], Svensson [28], William and Jemah [29] and Hanswille *et al.* [30]. Therefore, the use of these methodologies for the estimation of the elastic distortional critical moment can result in the mistaken obtaining of the strength of steel-concrete composite beams under the action of negative moment by the standard procedures. In addition, standard codes such as Eurocode 4 [19], AISC [22] and Australian codes [21] make use of the same resistance curves proposed for steel elements to determine the LDB strength of steel-concrete composite beams. Zhou and Yan [1] and Liu *et al.* [14] showed very conservative situations in the standard codes when compared with FEA results obtained for steel-concrete composite beams subjected to uniform negative moment. In this context, there is a need for further investigation into the stability modes of steel-concrete composite beams, as the estimation of the strength of these elements is not yet fully understood. Furthermore, not all geometric parameters of steel-concrete composite beams were analyzed with respect to their influence on the LDB phenomenon.

The objective of this paper is to investigate the behavior of steel-concrete composite beams under the action of negative moment by analyzing the occurrence of LDB and local stability modes. The ABAQUS software [31] is used for the development of physical and geometrical nonlinear analysis. A refined numerical model was developed, which considered several effects such as the initial geometric imperfection, residual

158 stress, real shear connector, geometric nonlinearity, and material nonlinearity. The beams are considered
 159 simply supported, with restrictions on lateral slab displacement. The influences of the following parameters
 160 are analyzed: longitudinal reinforcement rate, presence of web stiffeners, different cross section and different
 161 unrestrained span. The beams are subjected to an uniform negative moment distribution and two linear
 162 negative moment distributions. The results are compared with the international standards procedures and
 163 analytical formulations.

164 2. LITERATURE REVIEW

165 One of the first studies to investigate the behavior of continuous steel-concrete composite beams was
 166 presented by Daniels and Fisher [32]. Although the authors aimed to investigate the effect of cyclic loads, it
 167 was observed the occurrence of local stabilities in the bottom flange and in the web in regions close to the
 168 internal supports. The occurrence of these stabilities affected the behavior and the strength of steel-concrete
 169 composite beams. In 1983, Johnson and Bradford [33] presented the first design rule for overall buckling of
 170 composite beams based on a rational buckling analysis. Then the design rules for both local and distortional
 171 buckling were further developed by Bradford and Johnson [34] based on the inelastic finite element and finite
 172 strip analyses. Later Johnson and Chen [16] and Johnson and Fan [17] carried out a series of tests to investigate
 173 LDB in continuous composite beams. The stability modes verified were classified as lateral distortional
 174 buckling, local buckling and a combination of both. It was also observed that the strength of the tested steel-
 175 concrete composite beams was governed by the interaction between LDB and the local buckling. In addition,
 176 Johnson and Chen [16] and Johnson and Fan [17] observed conservative situations in the standard codes in
 177 force at the time.

178 Bradford [35] also stated that the U-frame model, adopted by standard procedures like EC4, has been
 179 conservative in most cases. Then, through special-purpose inelastic finite element method of analysis to study
 180 the buckling of beams with continuous and complete tension flange restraint, Bradford [35] investigated the
 181 LDB. The author suggests a new design proposal based on AS4100 (Eq. 1-2).

$$M_{u,dist} = 0.6 \left\{ \sqrt{\left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_o} \right)^2 + 3} - \left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_o} \right) \right\} M_{pl-I beam} \leq M_{pl-I beam} \quad (1)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{M_{pl-I beam}}{M_o}} = 0.02 \left(\frac{L}{r_y} \right)^{0.5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0.5} \quad (2)$$

The same behavior observed in the continuous steel-concrete composite beams by Johnson and Chen [16] and Johnson and Fan [17] was also verified by Chen [36], Chen and Jia [13], Chen, Wang and Jia [37] and Chen and Wang [12]. The influence of the web stiffeners on LDB strength was investigated by Chen and Wang [12]. Their numerical analyzes showed an increase in the strength of these elements due to the presence of the web stiffeners. Furthermore, Chen and Wang [12] found a very conservative situation in Eurocode 4 when compared to the results of the numerical analysis. Chen, Wang and Jia [37] investigated the behavior of continuous prestressed steel-concrete composite beams. The authors also noted that in negative moment regions, the ultimate moment resistance of a composite beam prestressed with external tendons is governed by either lateral distortional buckling or local buckling, or an interactive mode composed of lateral distortional and local buckling. The same behavior was observed by Chen and Jia [13], who also investigated the behavior of steel-concrete composite beam prestressed.

Tong *et al.* [38] performed experimental analysis on a total of eight steel-concrete composite beams under the action of negative moment. The study evaluated the influence of the shear interaction degree between concrete and steel, which was insignificant, and the presence of web stiffeners in the steel profile. Tong *et al.* [38] concluded that LDB can occur simultaneously or not with local stability modes, and are responsible for reducing the strength of these elements. On the other hand, the presence of web stiffeners has a beneficial effect. Subsequently, Zhou and Yan [1] numerically validated the experimental results of Tong *et al.* [38]. After validation, Zhou and Yan [1] developed parametric analysis with steel-concrete composite beams subjected to uniform distribution of negative moment. The authors investigated the influence of the geometric parameters of the steel profiles and the degree of shear interaction between the concrete slab and the steel profile. Results show that the effect of the degree of shear interaction in the LDB is insignificant. Finally, Zhou and Yan [1] proposed practical formulas (Eq. 3-6) to estimate the strength of steel-concrete composite beams under the action of negative moment.

$$M_{u,dist} = \phi_{PR} M_{pl-C.beam} \quad (3)$$

$$\phi_{PR} = 1.56 - 0.58 \lambda_{PR} \leq 1.0 \quad (4)$$

$$\lambda_{PR} = 0.09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0.2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.4} \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.6} (1.5 + \rho)^{0.5} \quad (5)$$

$$\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2A_f f_f)} \quad (6)$$

In addition to the works already exposed, other researchers sought to develop theoretical methods for determining the elastic critical moment responsible for bifurcational stability in LDB. The elastic critical moment is used by standard codes, such as Eurocode 4, to determine the LDB strength of steel-concrete composite beams by means of resistance curves. The study of the elastic distortional buckling usually employs the theoretically simplified approach such as the elastic foundation beam method and the energy method. The works of Svensson [28], Williams and Jemah [29], Goltermann and Svensson [39], Bradford and Gao [3], Dekker *et al.* [40], Roik *et al.* [25], Haswille *et al.* [30], Bradford [41], Ronagh [42], Chen and Ye [43], Ye and Chen [27], Wangbao *et al.* [44], Chen [45], Zhou *et al.* [46], Dias *et al.* [4] were devoted to investigating the elastic lateral distortion buckling.

Svensson [28] through a general numerical procedure based on Galerkin's method presented the solution of some complex stability problems in the area of restrained lateral-torsional stability problems. Moreover, specific numerical solutions were applied to the case of lateral buckling of the free flange of a composite girder. Later, Williams and Jemah [29], departing from Svensson's proposal [28], suggests that it would be safer to add 15% of the web area to the bottom flange for estimating the elastic critical moment to the LDB. Following, Goltermann and Svensson [39], considering the work of Williams and Jemah [29], presented an improvement of the method taking the contribution of the web and the Saint Venant torsional resistance into account. Considering the inverted U-frame method, Roik *et al.* [25] made one of the most relevant studies on the matter. The authors determined the elastic critical moment (Eq. 7-10) with the energy method and obtained an expression that was adopted in the former EC4 [24] (EN 1994-1-1:1992). The inverted U-frame method is the most common model for considering LDB in design. In this method the bottom compression flange of the I-section is considered as a strut compressed uniformly along its length by the maximum bending stress that is induced in it, and which is restrained by a continuous Winkler spring whose stiffness is that of the web in the plane of its cross-section acting as a cantilever (Fig.3) [9]. Vrcelj and Bradford [9] states that, in reality, continuous composite beams are generally used in situations in which there is considerable moment gradient, and so the U-frame approach tends to be conservative, excessively so in most cases. The current design guidance available in standard codes is rather limited and, as evident from existing literature, overly conservative.

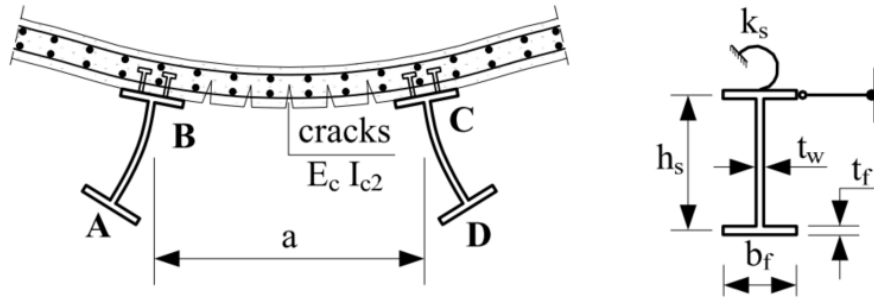


Fig. 3. U-frame model.

$$M_{cr} = \frac{\alpha_g C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_s L^2}{\pi^2} \right) EI_{af,y}} \quad (7)$$

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (8)$$

$$k_1 = \frac{\alpha_c E_c I_{c2}}{a} \quad (9)$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1-\nu_a^2) h_s} \quad (10)$$

Another study worth mentioning is the one proposed by Hanswille *et al.* [30]. The analysis model used is similar to that used by Roik *et al.* [25]. However, the analysis by Hanswille *et al.* [30] was developed on the principle of the elastic foundation beam method. Hanswille *et al.* [30] highlighted that the results obtained by the equation of Roik *et al.* [25] can be up to 37% unsafe in determining the critical elastic moment to LDB. However, Dias *et al.* [4] demonstrated, with the development of numerical analysis with the Ansys software, that the average deviation from the values obtained with the proposal by Roik *et al.* [25] and Hanswille *et al.* [30], when compared with results from numerical analyzes, is 12.41% and 15.51%, respectively. For this reason, Dias *et al.* [4] presented an analytical model where the divergence between numerical results and that obtained by the equation is only 2.33%.

3. LDB RESISTANCE IN STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS

The Vlasov's assumption [15] that the cross-section remains undistorted is not applicable to the mode of distortional buckling, which is characterized by lateral and torsional buckling in the compression flange accompanied by out-of-plane distortion in the web [46].

Eurocode 4 (EN 1994-1-1) [19] deals with the lateral buckling of continuous composite beams by reducing the section moment resistance at the internal support (plastic moment of the composite beam), $M_{pl-C.beam}$, to a lower value, $M_{u,dist}$, referred to the beam buckling strength (Eq. 11-13). Because the composite beam is one of several parallel members attached to the same concrete slab, design is based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. To consider the nonlinear influence factors (initial

geometric imperfections and the residual stress) EC4 uses empirical instability curves, such as the Perry–Roberson curve [1]. This curve is expressed in terms of the slenderness ratio and the reduction factor determined by full-scale testing of steel members with initial geometric imperfections and the residual stress. However, the Perry–Roberson curves were developed considering only steel members under bending. This situation can lead to an imprecise determination of ultimate resistance to LDB in steel-concrete composite beams.

$$M_{u,dist} = \chi_{LT} M_{pl-C.beam} \quad (11)$$

$$\chi_{LT} = \left[\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2} \right]^{-1} \leq 1 \quad (12)$$

$$\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad \text{where} \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}} \quad (13)$$

The Brazilian standard code, ABNT NBR 8800: 2008 [26], is also based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. However, to consider the nonlinear influence factors (initial geometric imperfections and the residual stress) the Brazilian standard uses the 2P design curve provided by the SSRC (Structural Stability Research Council).

The procedure adopted by Australian Standards [21] (AS4100:1998 R2016) is not substantiated on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment, as noted in the procedures [19,26]. This procedure applies the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams (Eq. 14-17). In this procedure it is evaluated if the critical flange it is prevented or not from buckling. Thus, the necessary parameters for calculating the LDB strength can be defined.

$$M_{u,dist} = \alpha_m \alpha_s M_{pl-I beam} \leq M_p^- \quad (14)$$

$$\alpha_m = \frac{1.7 M_{max}}{\sqrt{[(M_2)^2 + (M_3)^2 + (M_4)^2]}} \leq 2.5 \quad (15)$$

$$\alpha_s = 0.6 \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_{cr}} \right)^2 + 3 \right]} - \left(\frac{M_{pl-I beam}}{M_{cr}} \right) \right\} \quad (16)$$

$$M_{cr} = \sqrt{\left\{ \left[\left(\frac{\pi^2 EI_y}{l_e^2} \right) \left[GJ + \left(\frac{\pi^2 EC_w}{l_e^2} \right) \right] \right\}} \quad (17)$$

The North American standard code does not present an explicit formulation for the consideration of LDB in steel-concrete composite beams. AASHTO [23] provides a method based on modifications to AISC recommendations [22] by applying the conventional lateral-torsional buckling theories. Therefore, the North American codes proposal for the investigation of LDB in steel-concrete composite beams does not take into

271 account the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. However, although there are
272 no clear recommendations regarding LDB by North American standards, research such as that by Weston *et*
273 *al.* [47] provide subsidies for the use of these standard procedures to estimate the strength of steel-concrete
274 composite beams to LDB.

275 In this context, observing the theoretical divergences between the existing standard procedures and the
276 need for a greater understanding of the behavior of the LDB of steel-concrete composite beams under the
277 action of negative, the development of this study is justified.

278 **4. NUMERICAL MODEL**

279 For the development of numerical analyzes, the ABAQUS software [31] was used. With this software
280 it is possible to develop elastic stability analyzes and physical and geometric nonlinear analyzes. For the elastic
281 stability analysis the buckle linear perturbation method was used to estimate the critical elastic stability load
282 by obtaining eigenvalues and their eigenvectors. In this method, the elastic stability load is obtained by the
283 product of the first positive eigenvalue (lower energy) by the external load applied to the structure in the initial
284 state. Importantly, this type of analysis does not consider any imperfections in the structure. After this, the
285 geometric nonlinear analysis is performed, considering the initial geometric imperfections. The structure
286 shape in the elastic stability analysis, normalized to the initial imperfection value, was adopted as the shape at
287 the beginning of this analysis. Thus, the implementation of geometric imperfection was performed by the
288 “IMPERFECTIO” command, with the amplitude equal to $L/1000$. In the models, the residual stresses were
289 considered since these are responsible for reducing the resistance of structural elements in the inelastic
290 buckling regime, this reduction occurs due to premature flow of steel [48]. The Static Riks method was used
291 to solve the geometric nonlinearity problem. This method, also known as modified Riks algorithm, can obtain
292 equilibrium solutions for instability problems.

293 **4.1 Geometry, element type and mesh**

294 The numerical model developed faithfully represents the geometry of the problem. The composite
295 behavior between the I-section and the concrete slab was guaranteed by means headed studs shear connectors.
296 The finite elements used and other properties of the developed numerical model can be seen in (Fig.4).

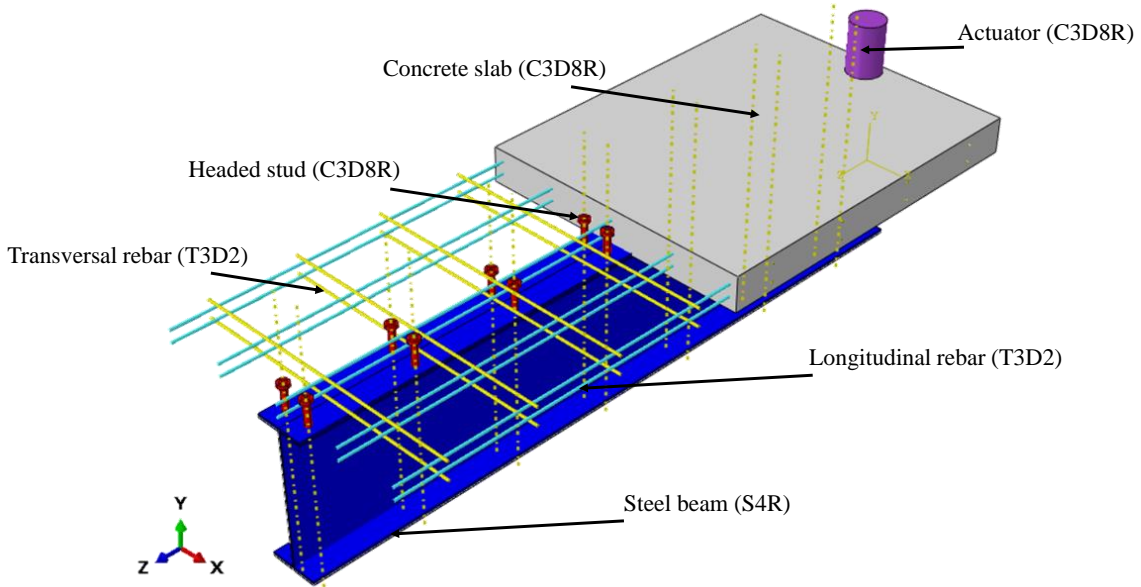


Fig. 4. Numerical model.

The concrete slabs, the headed shear stud connectors and the actuator were modelled using the eight-node linear hexahedral solid elements with reduced integration and hourglass control (C3D8R). Elements with reduced-integration were adopted as they could reduce computer run time [49]. The mesh dimensions were verified by means of sensitivity analyzes. For I-beams the quadrilateral element S4R (shell element) with four nodes and reduced integration was used. The S4R element has six degrees of freedom per node-three rotations and three translations. Rossi *et al.* [50,51] and Ferreira, Rossi and Martins [52] performed a sensitivity analysis for I beams discretized with S4R elements showing that the size of the 10 mm element provides good results with relatively low processing time. The reinforcing bars were performed with two-node linear three-dimensional truss elements (T3D2). The dimensions used in the discretization of each element are shown in Table 1 and can be seen in Fig.5.

Table 1: Element type and size

Section part	Element type	Element size
Reinforcement bars	T3D2	10 mm
Headed shear stud	C3D8R	2 mm
I-beam	S4R	10 mm
Concrete slab	C3D8R	20 mm
Actuator	C3D8R	20 mm

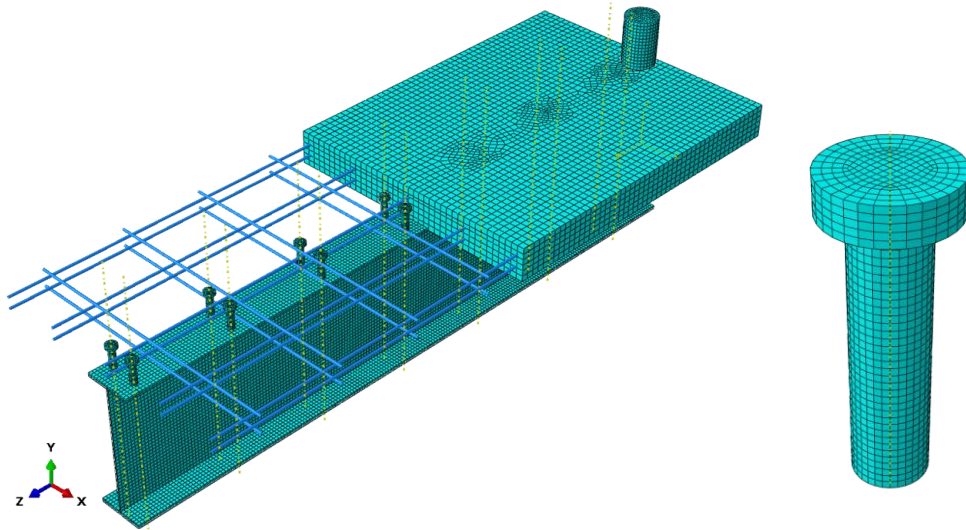


Fig. 5. Discretized model.

4.2 Contact properties

The interaction between the constituent parts of the numerical model was performed using interaction and constraint options available in ABAQUS, in Fig.6 the details of the model can be observed. For the interaction between the headed stud and the top flange, the option “Tie constrain” was used, which simulates the welded connection between these two elements, in which the relative displacement between both is totally prevented. The interactions between the following surfaces; headed stud-concrete slab and concrete slab-steel beam; was performed using the surface to surface interaction option (contact). The normal and tangential behavior between these contact surfaces was defined using the “Hard” and “Penalty” options respectively. The value used for the friction coefficient was 0.4 [53].

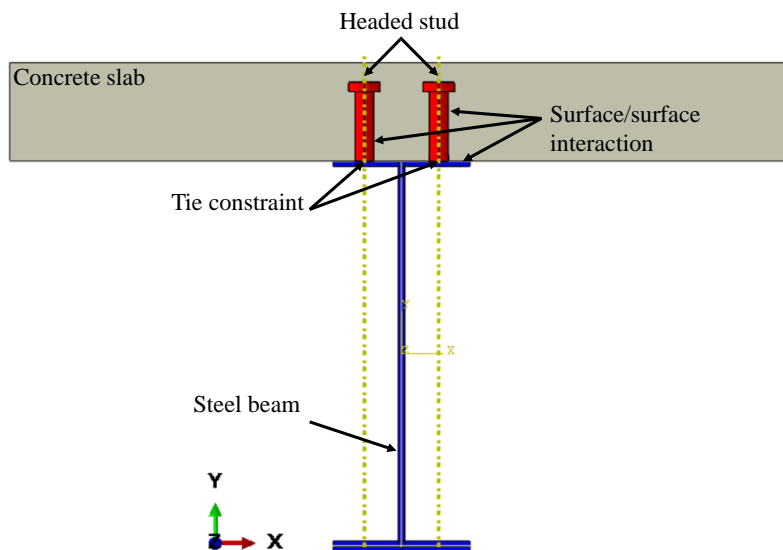
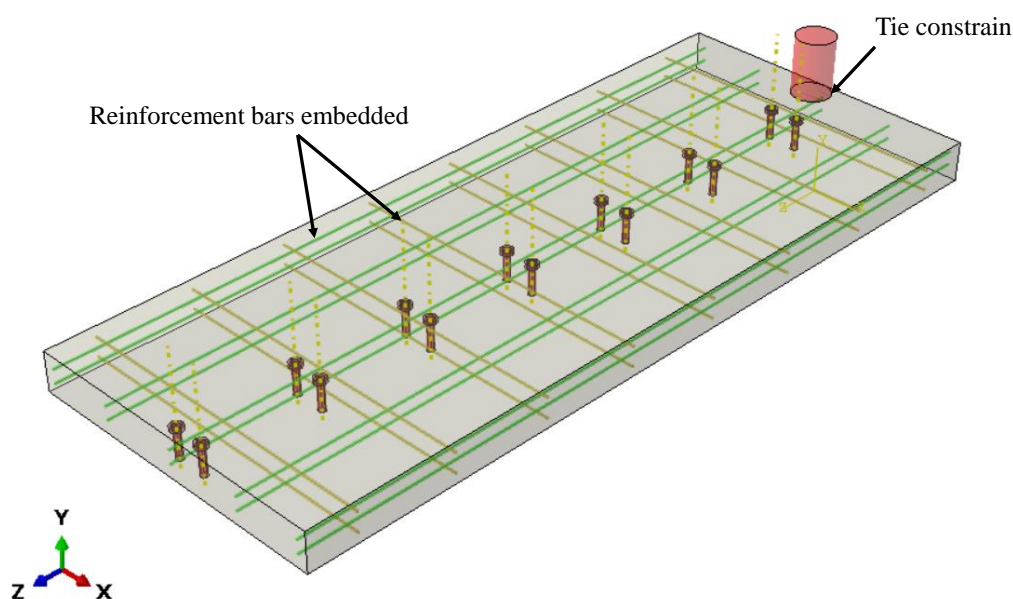


Fig. 6. Interaction between contact surfaces.

The interaction between the reinforcement bars and concrete slab was performed using the embedded element technique (Fig.7). In this technique perfect bond between embedded elements and host elements was chosen. This bonding will constrain the translational degree of freedom of the embedded nodes and will also

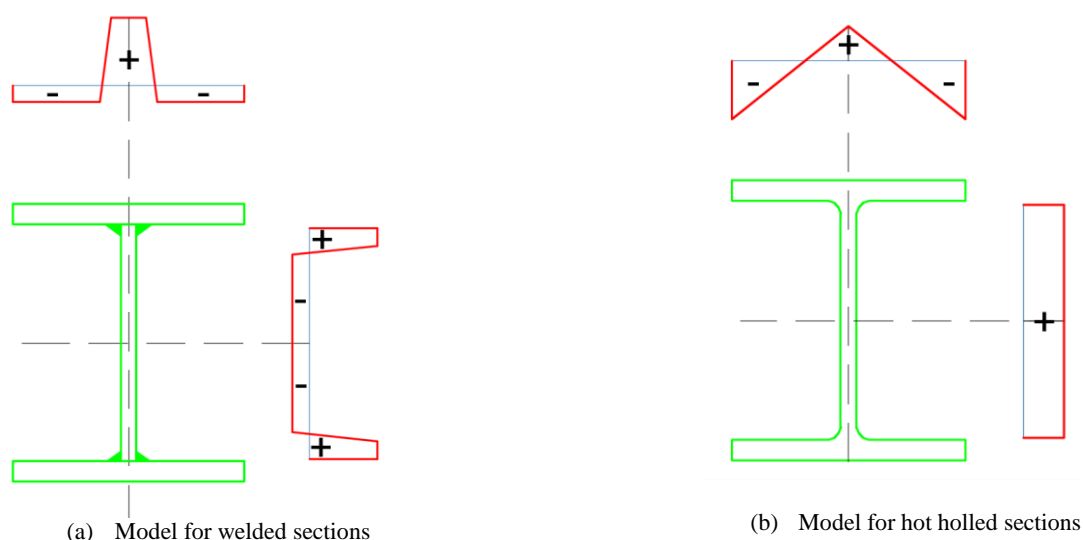
328 avoid slip between the reinforcing bars and concrete [53]. Finally, the interaction between the actuator and the
329 concrete slab was also carried out through the “Tie constrain” option.



330
331 Fig. 7. Details of reinforcement bars-concrete slab interaction and actuator-concrete slab interaction.

332 4.3 Initial imperfections and boundary conditions

333 In the numerical model developed, geometric and physical initial imperfections were considered. In
334 reality, a steel member has both initial geometric and physical imperfection. In the former imperfection, the
335 steel member is not ideally straight, but has some initial geometric deformation such as the initial bending and
336 initial distortion. The latter imperfection is caused by the residual stress due to welding and hot rolling. A
337 nonlinear buckling analysis should consider both the initial geometric imperfection and residual stress. For
338 the geometric imperfection an initial bending with magnitude of $L/1000$ was adopted. To consider residual
339 stresses, two models were adopted. For welded sections, the ECCS model [54] (Fig. 8a) was adopted, while
340 for hot holled sections, the Galambos and Ketter model [55] (Fig. 8b).



341 Fig. 8. Residual stress models.

342

Regarding the boundary conditions the steel-concrete composite beams are simply supported with lateral bracing (Fig.9). The lateral bracing simulates the condition of a composite floor, which has infinite stiffness in the slab plane (transversal stiffness). This situation prevents any lateral displacement of the composite beam, restrictions similar to those developed by Tong *et al.* [41] and Zhou and Yan [1]. The forces can be applied at one or both ends (cantilever) of the beam according to the desired negative moment distribution configuration. The possible modes of instability (LDB or LB (local buckling)) that govern the strength of these elements are analyzed in the internal span (L), between supports. To prevent any form of instability from occurring in the cantilevered regions, avoiding interferences in the developed analysis, web stiffeners were placed at both ends, as shown in Fig.9. Details of the boundary conditions developed in the ABAQUS software can be seen in Fig.10.

352
353

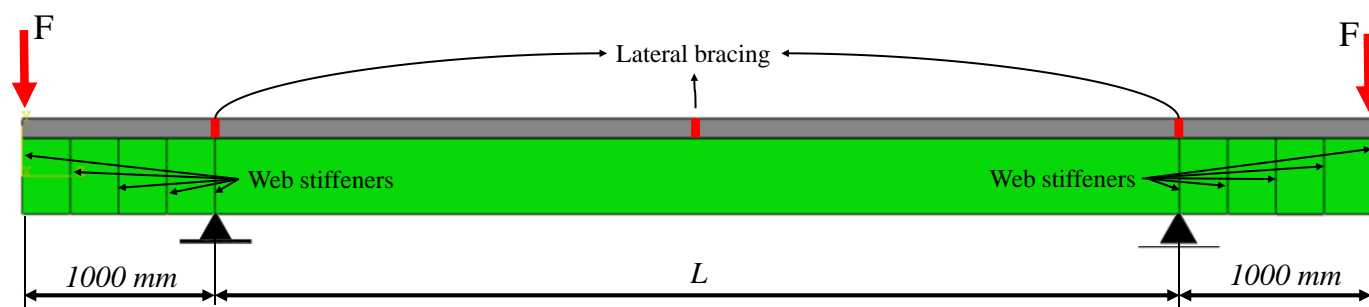


Fig. 9. Boundary conditions.

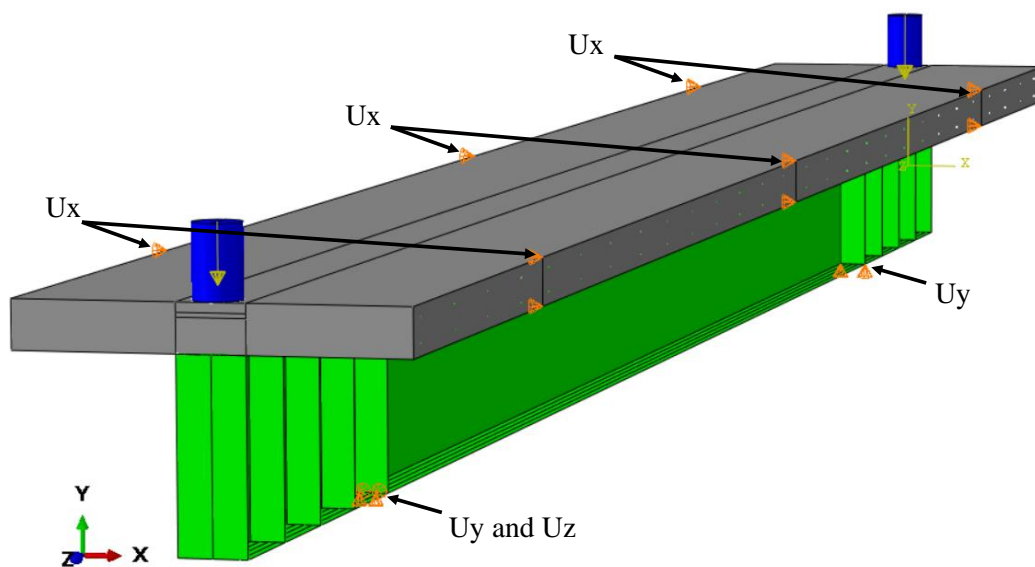


Fig. 10. Details of the boundary conditions in ABAQUS software.

354
355
356

4.4 Material Properties

357

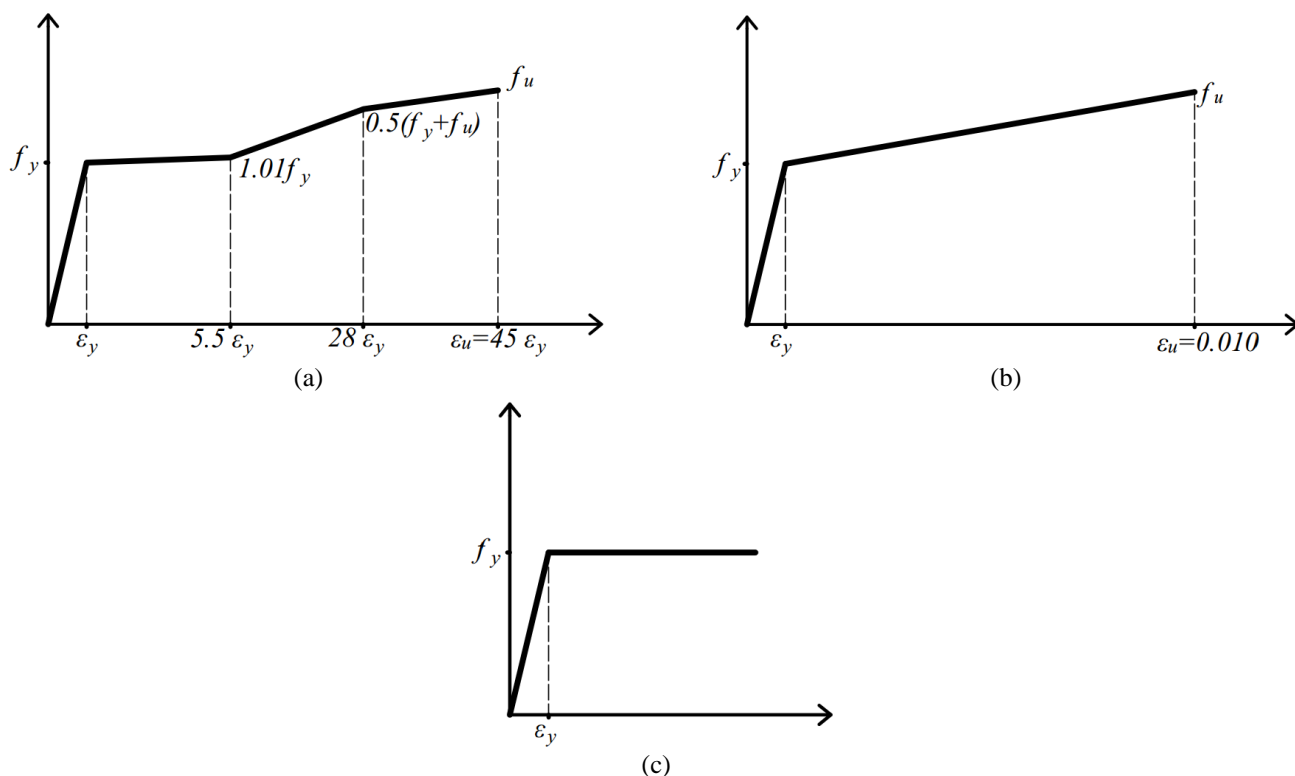
4.4.1 Steel

358

For the steel sections, the adopted constitutive relationship was proposed by Earls [56,57]. The stress-strain relationships presented by Earls is an elastoplastic model where the consideration of the steel hardening effect is performed through a tri-linear region (Fig.11a). For longitudinal and transverse reinforcement bars,

360

361 an elastoplastic model with positive linear hardening was adopted, as shown in Fig.11b. Finally, the model
 362 assigned to the headed stud shear connectors was the perfect elastoplastic, as shown in Fig.11c.



363 Fig. 11. Stress-strain relationships of steel.

364 4.4.2 Concrete

365 The concrete damage plasticity (CDP) model was used to represent the concrete material. The CDP
 366 model is a criterion based on the models proposed by some authors [58–60], and has been widely used in
 367 modeling concrete and other quasi-brittle materials. The model considers three hypotheses based on the
 368 plasticity theory: the initial yield surface determines when plastic deformation begins; the flow rule determines
 369 the direction of plastic deformation; and the softening/hardening rule defines how the surface flow evolves
 370 with plastic deformation [61].

371 The stress-strain relationships used to represent the behavior of concrete in compression was proposed
 372 by Carreira and Chu [62] (Eq. 18-19).

$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_c)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_c)^{\beta_c}} \quad (18)$$

$$\beta_c = \left(\frac{f_{cm}}{32.4} \right)^3 + 1.55 \quad (MPa) \quad (19)$$

373 For the representation of the concrete behavior in tensile, the Carreira and Chu [63] proposal (Eq. 20)
 374 was also used.

$$\frac{\sigma}{f_{tm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_t)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_t)^{\beta_c}} \quad (20)$$

5. NUMERICAL VS EXPERIMENTAL RESULTS

The results obtained in the numerical model were compared with the experimental results of Tong *et al.* [41]. In the models analyzed by Tong *et al.* [41], the beams were simply supported with restriction to lateral displacement (Fig.9). For the beams to be requested to act in a uniform negative moment, the forces were applied in two points (cantilever) at the end of the beam. The cross section that characterizes the analyzed models is shown in Fig.12. The dimensions of the models is shown in Table 2. For the modeling of the materials the stress-strain relationships presented in item 4.4 were used. The mechanical properties of the materials for calibration models are shown in Table 3.

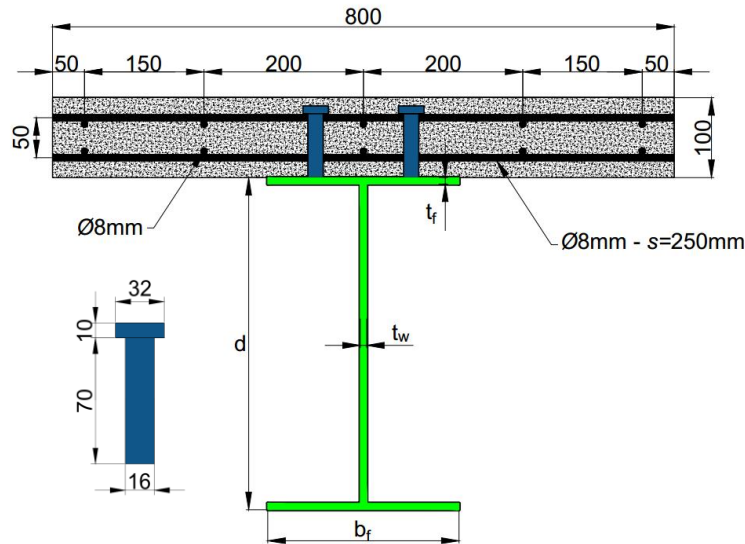


Fig. 12. Cross section details (Dimensions in mm).

Table 2: Geometric properties for the calibration model

Test number	L (mm)	d (mm)	b _f (mm)	t _f (mm)	t _w (mm)	S _{headed stud} (mm)
B3.0-350-1	3000	350	125	8	6	220
B4.2-350-1	4200	350	125	8	6	300
B4.2-350-1-C	4200	350	125	8	6	150
B4.2-400-1	4200	400	125	8	6	300

Table 3: Materials mechanical properties for the calibration model

Element parts	E (MPa)	ν	$f_{ck-cubic}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concrete slab	27,117	0.2	25.1	-	-
I-beams flange	205,000	0.3	-	403	522
I-beams web	207,000	0.3	-	362	489
Reinforcement bars	211,000	0.3	-	530	657
Headed stud	206,000	0.3	-	235	-

389

390

391

392

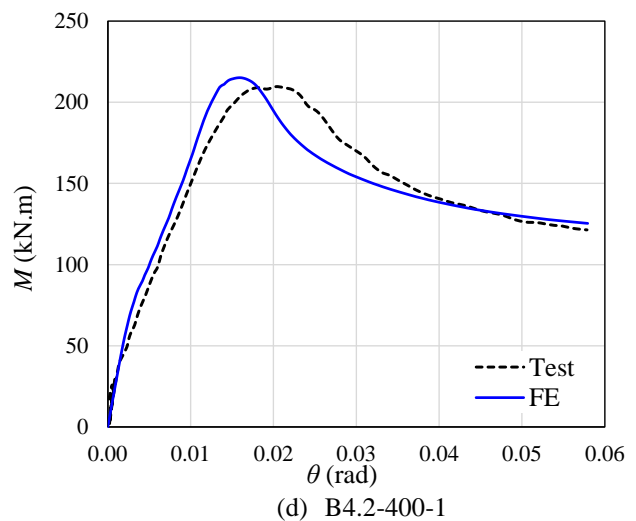
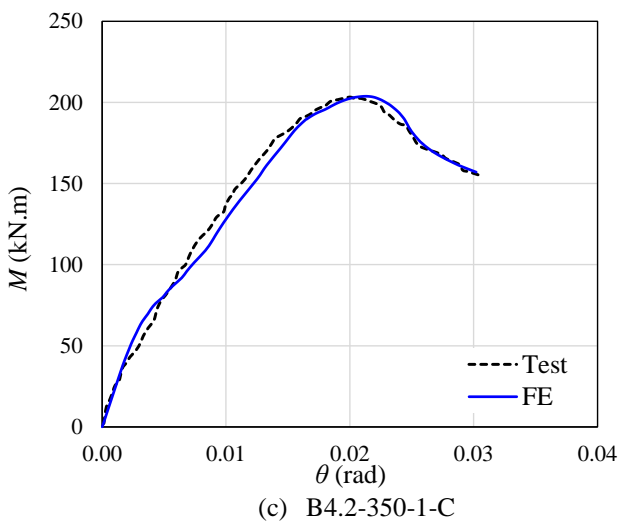
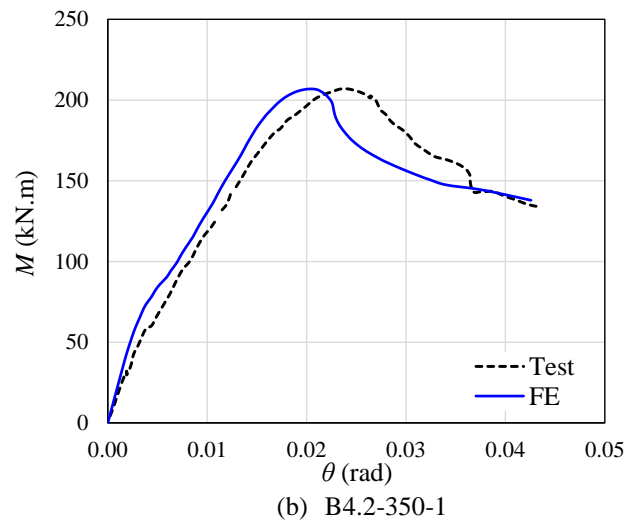
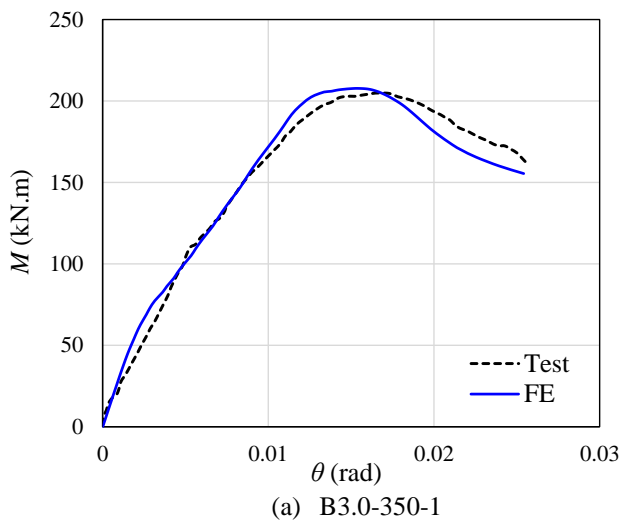
393

The residual stress distribution proposed by [55] (Fig.8b) was used in the calibration model. For the consideration of the initial geometric imperfection, an initial bending with magnitude of $L/1000$ was adopted. The comparison between the test and numerical results is shown in Table 4 and Fig.13. It is important to note that the rotation (θ) shown in Fig.13 was measured at half height of the I-beam, in the support region.

Table 4: Calibration results

Test number	Test		FE		$M_{\text{test}}/M_{\text{FE}}$
	M_{test} (kNm)	Failure	M_{FE} (kNm)	Failure	
B3.0-350-1	205.1	LDB	207.8	LDB	0.987
B4.2-350-1	206.9	LDB	206.9	LDB	1.000
B4.2-350-1-C	203.7	LDB	203.8	LDB	0.999
B4.2-400-1	210.5	LDB	215.1	LDB	0.979

394



395

Fig. 13. Test vs FE results.

396

397

398

399

The comparison between the results of the numerical model and the experimental tests showed proximity. Therefore, the numerical model is validated given the conformity of the results and will be used for the development of the parametric study.

6. PARAMETRIC STUDY

In the parametric study, the influence of the following factors on the LDB strength of steel-concrete composite beams was investigated: I-section, unrestrained length, longitudinal reinforcement ratio and web stiffeners. The composite beams were subjected to three distributions of negative moment: uniform distribution and two linear distributions (Fig.14). Regarding web stiffeners, three situations were analyzed: without web stiffeners, with web stiffeners in the midpoint of the span and with web stiffeners in the quarter points of the span. Three longitudinal reinforcement rates were also analyzed considering bars with diameters of 8, 10 and 12.5 mm, according to the distribution shown in Fig.12. Seven I-sections were analyzed in the parametric study, the sections geometric characteristics and their classification, according to EC3, is shown in Table 5.

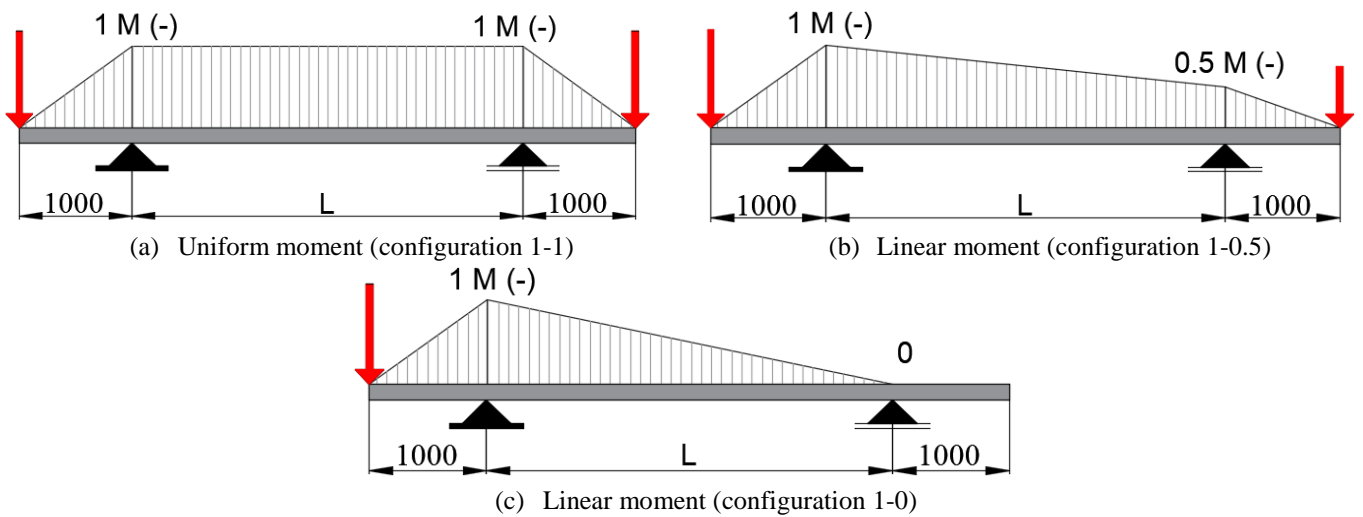


Fig. 14. Negative moment distributions in the parametric study (Dimensions in mm).

Table 5: Cross section geometric characteristics and classification

Section	Type	d (mm)	b _r (mm)	t _r (mm)	t _w (mm)	Classification according to EC3		
						Web	Flange	Section
W360x32.9	Hollowed	349	127	8.5	5.80	Class 1	Class 1	Class 1
W410x46.1		403	140	11.2	7.00	Class 1	Class 1	Class 1
W460x60		455	153	13.3	8.00	Class 1	Class 1	Class 1
W560x72		524	207	10.9	9.00	Class 1	Class 3	Class 3
VS300x23	Welded	300	120	6.3	4.75	Class 1	Class 3	Class 3
VS350x26		350	140	6.3	4.75	Class 3	Class 3	Class 3
VS400x28		400	140	6.3	4.75	Class 3	Class 3	Class 3

The analyzed models present full degree of shear connection since the investigations by Zhou and Yan [1] and Tong *et al.* [41] showed that the effect of the degree of shear connection on the LDB strength is insignificant. In total, 240 models of steel-concrete composite beams were analyzed under negative moment. Its results were compared with standard and analytical procedures.

416 For the modeling of materials in the parametric study the stress-strain relationships presented in item
417 4.4 were used. The mechanical properties of the materials are shown in [Table 6](#). All characteristics of the
418 parametric study models can be found in [Table 7](#).

419 **Table 6:** Materials mechanical properties for parametric study

Element parts	E (MPa)	ν	$f_{ck-cylindrical}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concrete slab	28,960	0.2	25	-	-
I-beams steel	200,000	0.3	-	345	450
Reinforcement bars	210,000	0.3	-	500	540
Headed stud	200,000	0.3	-	345	-

421 7. RESULTS AND DISCUSSION

422 The analysis developed in this paper aimed to investigate the behavior of steel-concrete composite
423 beams under the action of negative moment by analyzing the occurrence of LDB and local stability modes.
424 The following parameters were investigated: longitudinal reinforcement rate in the concrete slab, I-beam
425 cross-section, unrestrained length, web stiffeners and the negative moment distribution. Finally, the results
426 were compared with current standard procedures and analytical proposals such as those of [\[1,35\]](#).

427 7.1 Analytical procedures

428 The results obtained through numerical analysis were compared with the European standard
429 procedures (EN 1994-1-1-2004) [\[19\]](#), North American (AISC 360-16 and AASHTO 2017) [\[22,23\]](#), Australian
430 (AS4100:1998-R2016 and AS/NZS2327-2017) [\[20,21\]](#) and Brazilian (ABNT NBR 8800: 2008) [\[26\]](#) and with
431 proposals of Zhou and Yan [\[1\]](#) and Bradford [\[35\]](#). The standard procedures use different ways of approaching
432 the LDB, while the EC4 and the Brazilian standard use the inverted U-frame model, the Australian and North
433 American standards adapt the LTB theory for I beams to describe the behavior of LDB in steel-concrete
434 composite beams. In addition, European and Brazilian standards use the composite section (I-beam more
435 reinforcement bars) to calculate the plastic moment, while the Australian and North American standards define
436 the plastic moment considering only I-beams. [Fig.15](#) shows the comparison between the numerical results
437 obtained by FE analyzes and the results obtained by standard and analytical procedures. [Fig.15a](#) shows the
438 results for the situation of uniform negative moment distribution (configuration 1-1, [Fig.14a](#)), [Fig.15b](#) for the
439 first situation with linear negative moment distribution (configuration 1-0.5, [Fig.14b](#)) and [Fig.15c](#) for the
440 second situation with linear negative moment distribution (configuration 1-0, [Fig.14c](#)).

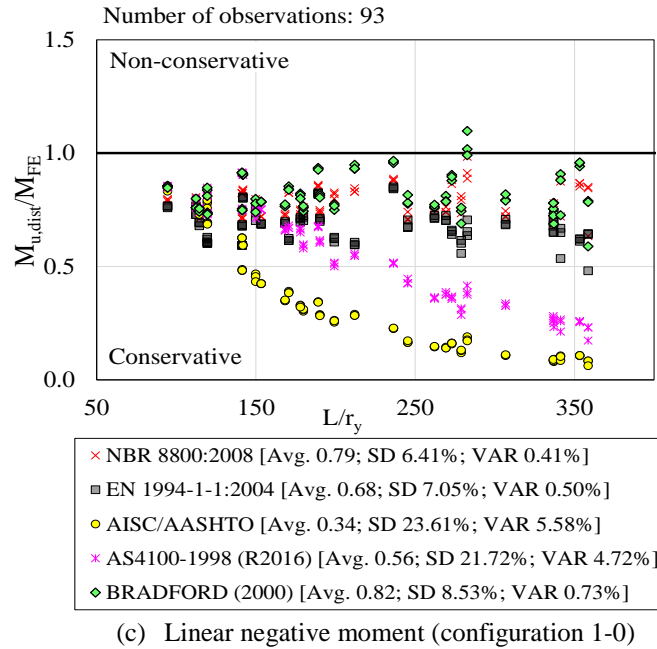
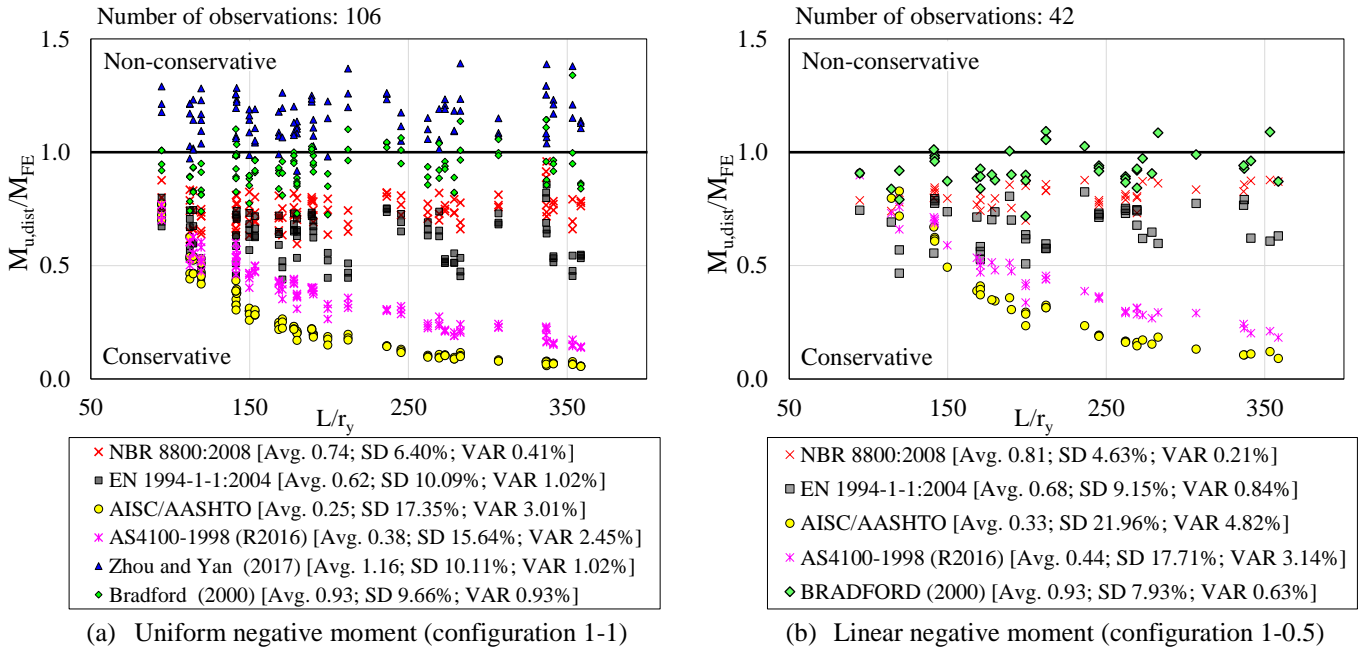


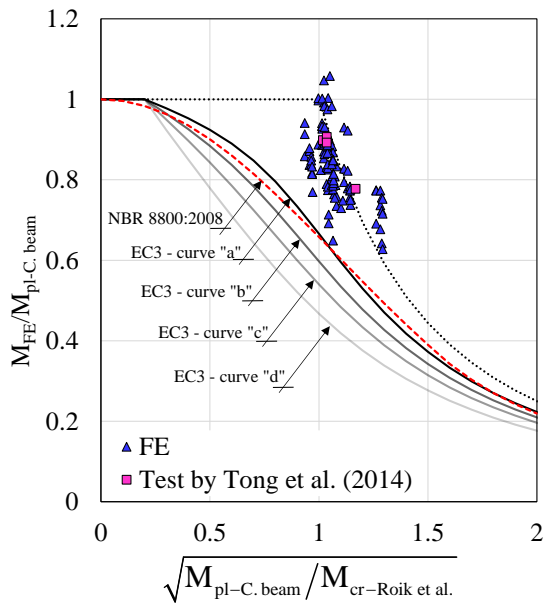
Fig. 15. FE vs analytical procedures results.

It can be seen (Fig.15) that all standard procedures are conservative with respect to the numerical results. Among the standard procedures the North American (AISC 360-16 and AASHTO 2017) [22,23] and Australian (AS4100:1998-R2016 and AS/NZS2327-2017) [20,21] are the ones that have shown to be more conservative. For the North American standard, the average values of the ratio ($M_{u,dist}/M_{FE}$) were 0.25 (configuration 1-1), 0.33 (configuration 1-0.5) and 0.34 (configuration 1-0). For the Australian standard, the average values were 0.38 (configuration 1-1), 0.44 (configuration 1-0.5) and 0.56 (configuration 1-0). These results show that the application of conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams therefore produce inaccurate results as the buckling model is based on inappropriate assumptions [35].

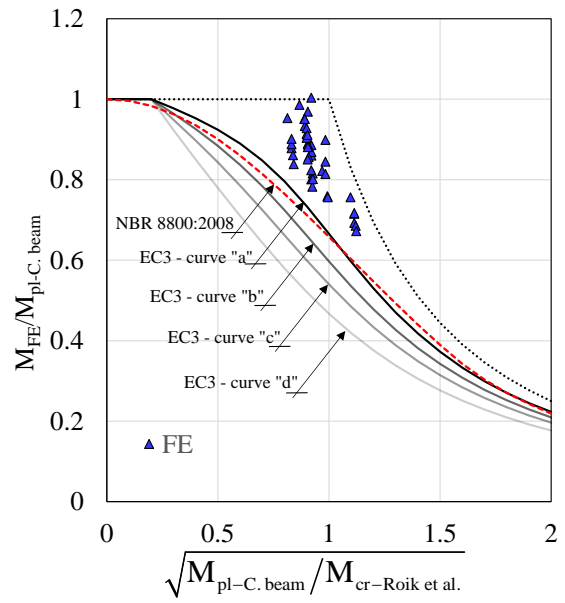
451 The results in Fig.15 show that the procedures of EC4 and the Brazilian standard (ABNT NBR
452 8800:2008) were, among the standard procedures, those that came closest to the numerical results. For both
453 procedures, the theory presented by Roik *et al.* [25] was used to determine the LDB critical elastic moment.
454 Despite being the standard methods that came closest to the numerical results, conservative values can lead to
455 the over dimensioning of these elements. For these procedures, the average values of the ratio ($M_{u,dist}/M_{FE}$)
456 were 0.74 (configuration 1-1), 0.81 (configuration 1-0.5) and 0.79 (configuration 1-0) for the Brazilian
457 standard and 0.62 (configuration 1-1), 0.68 (configuration 1-0.5) and 0.68 (configuration 1-0) for the European
458 standard. These results show that the inverted U-frame model also leads to conservative
459 results [1,29,35,64–66].

460 Finally, in Fig.15, the results of the procedures proposed by Zhou and Yan [1] and Bradford [35] are
461 also presented. Both procedures do not require the determination of a critical elastic moment to LDB,
462 facilitating its application. It is worth noting that the proposal by Zhou and Yan [1] was developed only for
463 the case of uniform negative moment distribution (configuration 1-1). For Zhou and Yan [1] proposal, the
464 average value of the ratio ($M_{u,dist}/M_{FE}$) were 1.16 (configuration 1-1). As for the Bradford's proposal [35] the
465 average values were 0.93 (configuration 1-1), 0.93 (configuration 1-0.5) and 0.82 (configuration 1-0). Among
466 all the procedures analyzed, Bradford's proposal [35] is the one with the greatest accuracy for determining
467 LDB strength, however, conservatism is still observed especially in the situation with configuration 1-0 of
468 linear negative moment distribution.

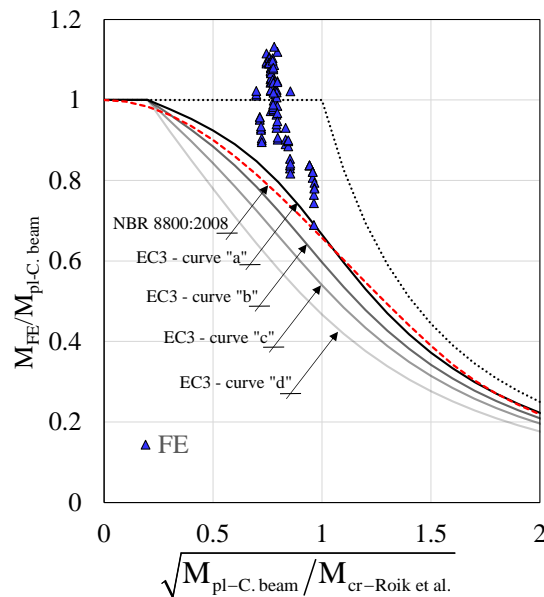
469 For a better visualization of the results, Fig.16 and Fig.17 show the comparison between FE results,
470 and also the experimental results of Tong *et al.* [38] - validated in this paper, with the design curves of the
471 procedures analyzed. It is possible to confirm in Fig 16, the conservative situation of the European (EN 1994-
472 1-1-2004) and Brazilian (ABNT NBR 8800: 2008) standard procedure. It was observed that the normalized
473 curve of the Brazilian standard is superior to the eurocode curves, mainly for the analyzed profiles that fall
474 under the “b” and “d” curves of the European code, which confirms the more conservative situation of EC4
475 as shown in Fig.15.



(a) Uniform negative moment (configuration 1-1)



(b) Linear negative moment (configuration 1-0.5)



(c) Linear negative moment (configuration 1-0)

Fig. 16. FE Results compared to EC4/EC3 and ABNT NBR 8800:2008.

476

477

478

479

480

481

482

483

484

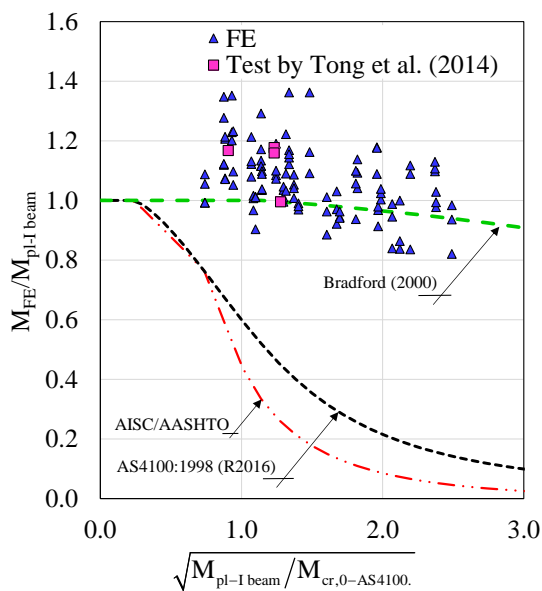
485

The determination of the plastic moment of the procedures presented in Fig.16 is based on the composite beam cross section. Therefore, I-beam and longitudinal reinforcement bars are considered for calculation purposes, disregarding the slab in tensile. It is observed in Fig.16c, in a considered number of observations, that the plastic moment of the section is achieved before the loss of stability of the element. This situation shows that the linear distribution of negative moment (configuration 1-0) often leads to the element failing first by plastic behavior and not by LDB or local stability modes, less frequent situation for the conditions of uniform negative moment (configuration 1-1) and linear moment (configuration 1-0.5).

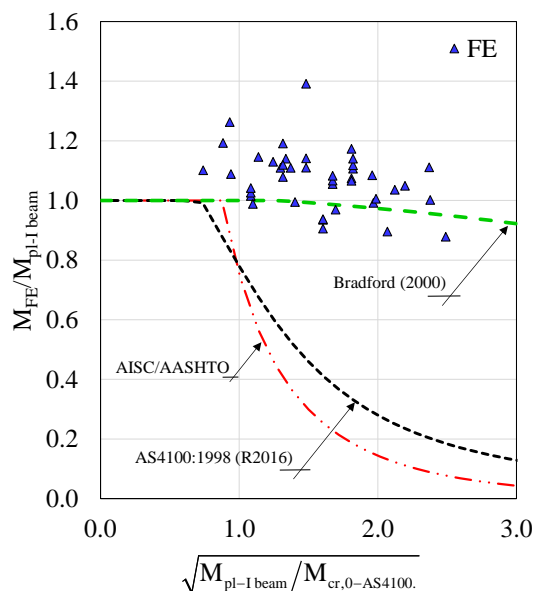
Fig.17 shows the comparison between the standard procedures that apply of conventional lateral-torsional buckling theories to determine LDB strength in addition to Bradford's proposal [38]. For these

486 procedures, the plastic moment is calculated considering only the I-beam cross section. It is noted in Fig.17
 487 that the adoption of conventional lateral-torsional buckling theories to determine LDB strength leads to
 488 conservative results by the American (AISC 360-16 and AASHTO 2017) [22,23] and Australian standards
 489 (AS4100:1998-R2016 and AS/NZS2327-2017) [20,21].

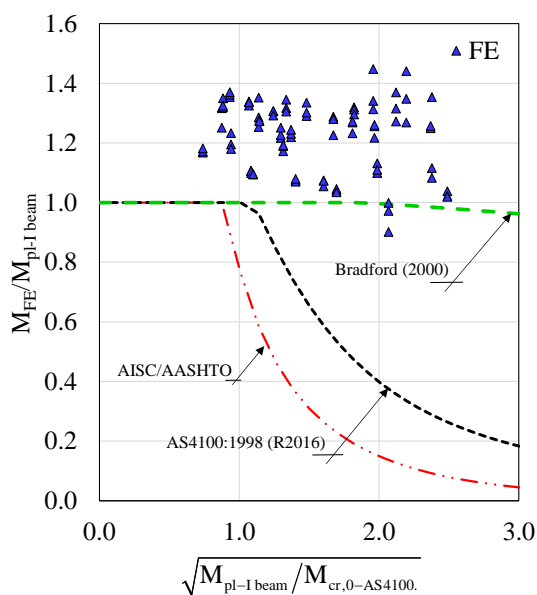
490 Regarding to Bradford's proposal [35], greater accuracy is observed with the numerical results, mainly
 491 for the situation of uniform negative moment (configuration 1-1) (Fig. 17a) and linear negative moment
 492 (configuration 1-0.5) (Fig. 17b). Although Bradford's proposal [35] is based on the method presented by the
 493 Australian standard, Fig.17 shows differences between the curves of these two procedures. In addition, there
 494 is an asymptotic characteristic of the curve presented by Bradford [35] once the author observed that the LDB
 495 ultimate moment is close to the I-section plastic moment.



(a) Uniform negative moment (configuration 1-1)



(b) Linear negative moment (configuration 1-0.5)



(c) Linear negative moment (configuration 1-0)

Fig. 17. FE vs AISC/AASHTO, AS4100 and Bradford procedures results.

7.2 Investigation of parameters

The first parameter investigated was the variation in the composite beam unrestrained length. For the same cross section, the unrestrained length was changed according to the values presented in Table 7. Svenson [28] and Zhou and Yan [1] showed that the lateral slenderness ratio of compression flange (L/b_f) is one of the most critical influences on the ultimate bending moment. Bradford [35] shows in his analyzes that the resistant moment curves tend to asymptote towards reasonably constant lower bounds for large slenderness ratios (L/r_{fc}). Regarding the analyzes developed in this paper, it was found that the variation of the lateral slenderness ratio of compression flange (L/b_f) is not as influential at the LDB ultimate bending moment when the analysis is performed with the same cross section, as shown in Fig.18.

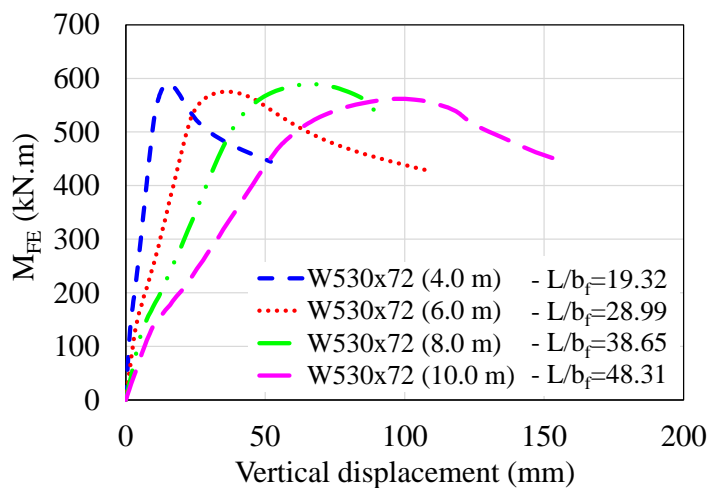


Fig. 18. Influence of length and slenderness ratio of compression flange.

It is also observed in Fig.18 that the increase in beam length does not have a significant influence on the LDB ultimate bending moment. This fact is confirmed in Fig.19, where it can be seen that, for the same cross section, the variation in slenderness ratios (L/r_y) does not have a significant influence on the LDB ultimate bending moment. In addition, it is noted in Fig.19 that, for the VS series sections, the variation of the LDB ultimate bending moment in relation to the variation of the slenderness ratios (L/r_y) is smaller. This behavior is explained by the verification of the combination between LDB and local stability modes, as shown in Table 7. Therefore, it can be concluded that the parameter with the greatest influence on LDB strength is the I-beam cross section. Fig. 20 shows the deformed shape obtained by the physical and geometric nonlinear analysis performed by the ABAQUS software.

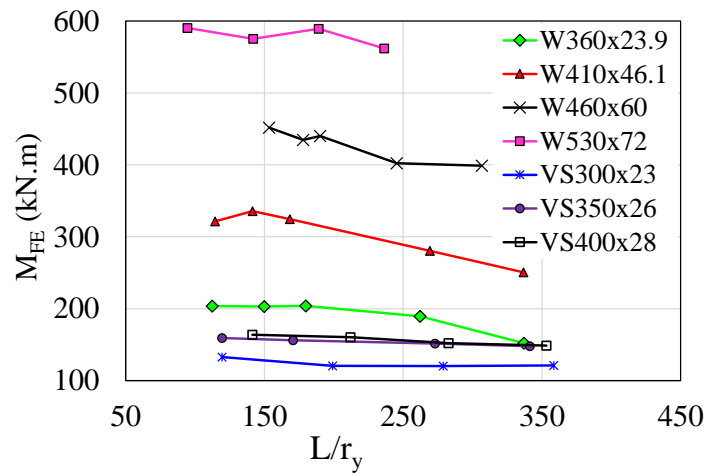
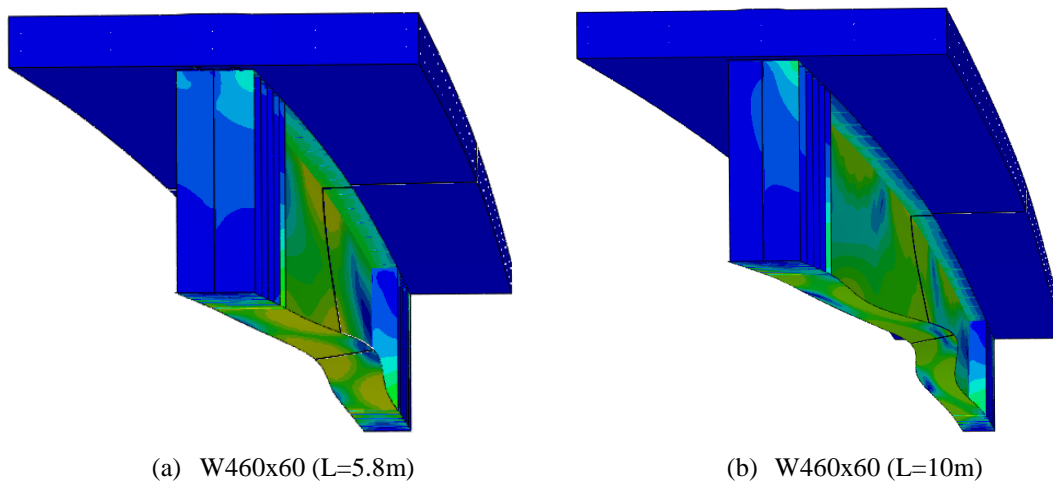
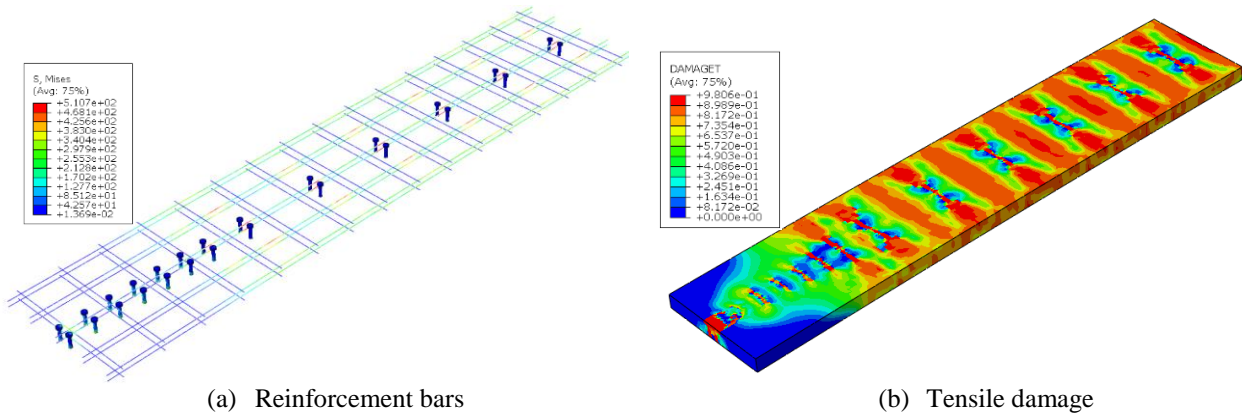


Fig. 19. Influence of the slenderness ratio.



(a) W460x60 (L=5.8m) (b) W460x60 (L=10m)
 Fig. 20. Deformed shape obtained in FE analysis for the uniform moment situation (configuration 1-1).

Another parameter investigated was the variation in the longitudinal reinforcement rate in the concrete slab. Three different reinforcement rates were evaluated using reinforcement bars with diameters of 8, 10 and 12.5 mm, arranged according to Fig. 12. According to Zhou and Yan [1] with the increase of the force ratio ρ , defined by [67], there is an increase in the tensile stress of the longitudinal reinforcements bars. Consequently, there is also a shift in the position of the neutral axis which increases the I-beam region under compression, and, therefore, there is a reduction in the LDB strength [1]. Fig.21a shows the stress distribution in the longitudinal reinforcement bars in addition to the damage representation in the tensile concrete slab (Fig.21b) for one of the analyzed models. However, different from the statements made by Zhou and Yan [1], there was not observed reduction in LDB strength with the increase in the longitudinal reinforcement rate. Fig.22a and Fig. 22b show the results for the different longitudinal reinforcement rates analyzed.



(a) Reinforcement bars (b) Tensile damage
 Fig. 21. Tensile damage of the concrete slab and stress in the reinforcement bars.

Fig.23 shows the relationship between the models with reinforcement bars with diameters of 8 mm, called reference, with the models with reinforcement bars with diameters of 10 and 12.5 mm. It is observed that the relation ($M_{FE}/M_{FE-Ref.}$) presents small variation, between 0.96 and 1.05, which shows small influence of the longitudinal reinforcement, besides a random behavior.

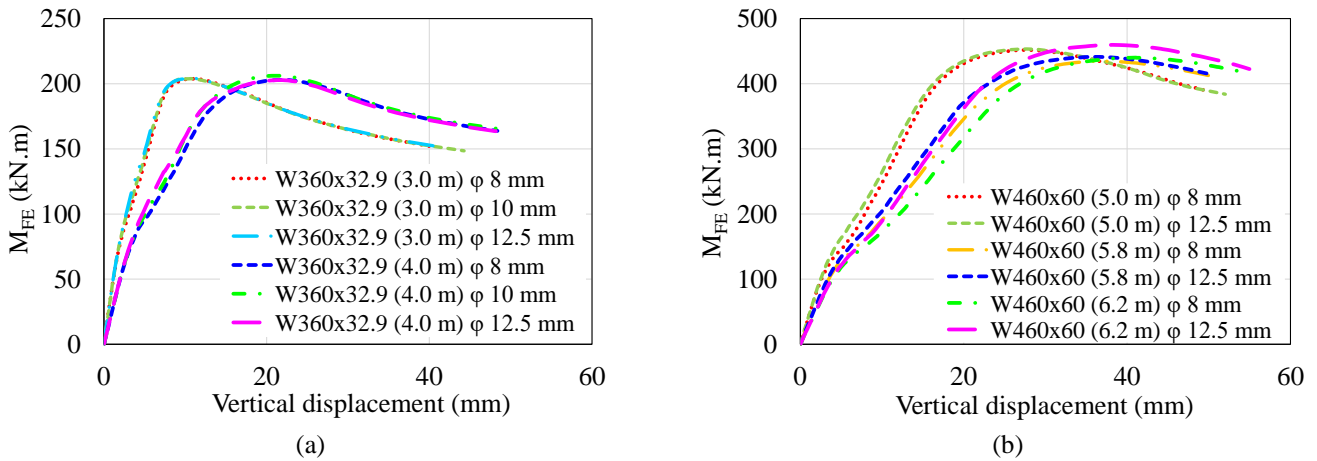


Fig. 22. Influence of longitudinal reinforcement rate.

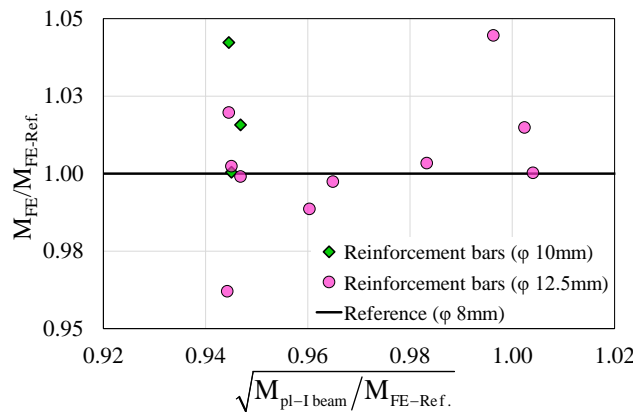


Fig. 23. Influence of longitudinal reinforcement bars.

The influence of the web stiffeners on the LDB strength was also investigated. Three situations were analyzed, the first without web stiffeners was considered as a reference. In the second situation, the presence of web stiffeners in the midpoint of the span was considered and, finally, the presence of web stiffeners in the quarter points of the span. Fig.24a, Fig.24b and Fig.24c show the behavior of models with web stiffeners

543 requested for uniform negative moment (configuration 1-1), for the first linear negative moment situation
 544 (configuration 1-0.5) and for the second linear negative moment situation (configuration 1-0), respectively.

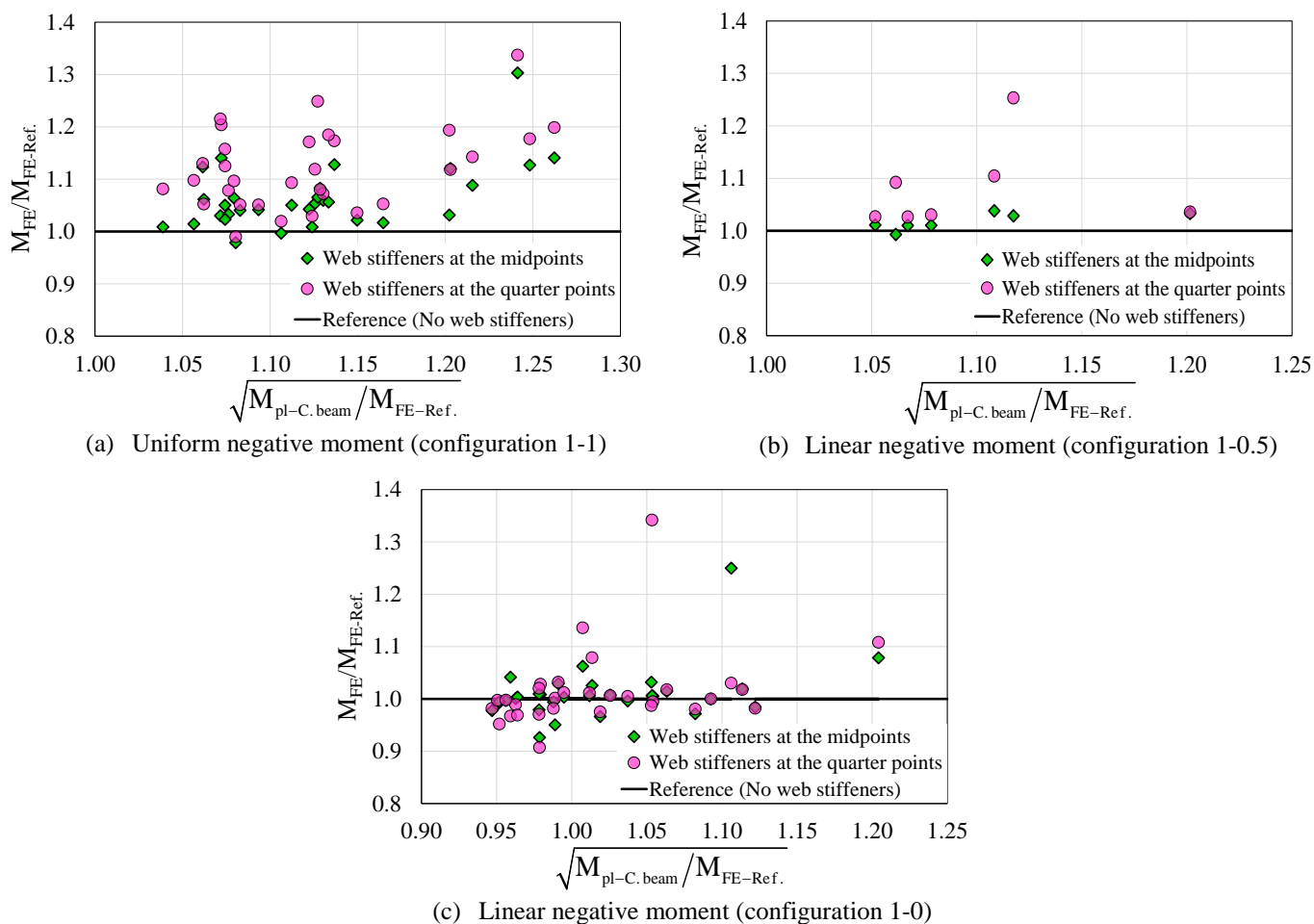
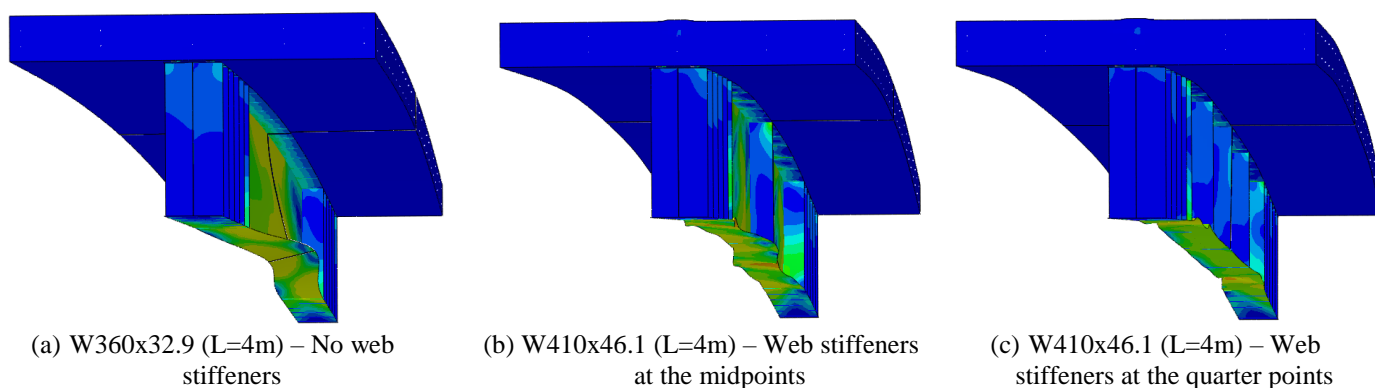


Fig. 24. Influence of the web stiffeners.

545
 546 It is observed that when requested by uniform negative moment (Fig.24a) the results show an increase
 547 in the strength of the composite section with the introduction of the web stiffeners. The average values of the
 548 ratio ($M_{FE}/M_{FE-Ref.}$) is 1.06 for the situation of web stiffeners in the midpoint of the span and 1.12 for the
 549 situation of web stiffeners in the quarter points of the span, when requested for uniform negative moment
 550 (configuration 1-1). This increase in the element strength can be explained due to the observation of the change
 551 in the stability mode when there is the presence of web stiffeners. Fig.25 shows that in the condition where
 552 there is no presence of web stiffeners the occurrence of LDB is quite evident (Fig.25a), however, when there
 553 is the presence of web stiffeners in the midpoint of the span, LDB is no longer so evident and occurs
 554 simultaneously with local stability modes (Fig.25b). Finally, with the presence of web stiffeners in the quarter
 555 points of the span, there is no longer the occurrence of LDB, the beam is subject only to local stability modes
 556 (Fig.25c). These results agree with what was observed by Chen and Wang [12] who concluded that the

557 provision of the web stiffeners will certainly reduce web distortion, enhance the lateral flexural rigidity of the
558 webs, and provide effective lateral restraints to the compression steel flanges.



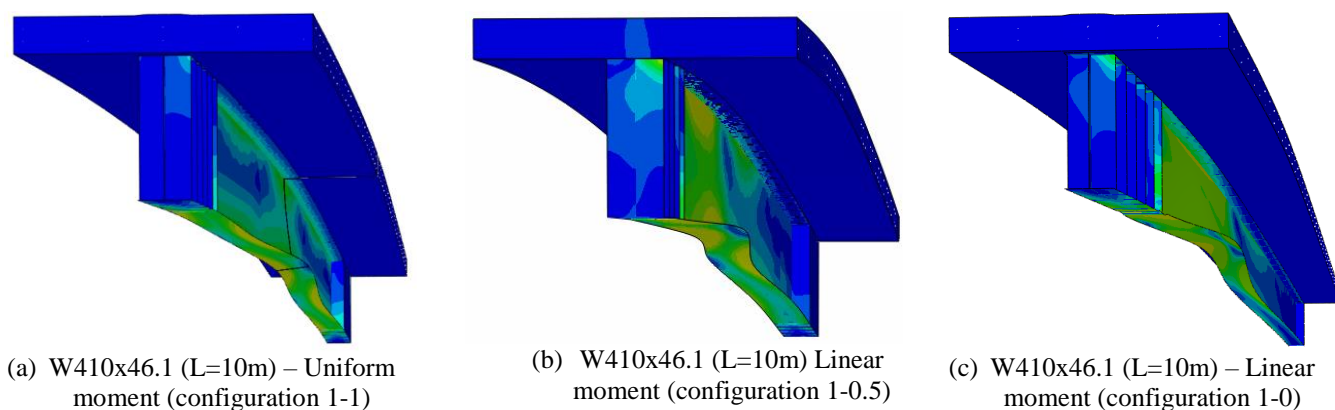
559 Fig. 25. Comparison of the deformed shape with and without web stiffeners for uniform moment situation.

560 Regarding the situation where composite beams are requested with the first linear negative moment
561 distribution (configuration 1-0.5) (Fig.24b) a reduction in the average values of the ratio (M_{FE}/M_{FE-Ref}) is
562 observed when compared to the uniform negative moment situation (configuration 1-1). The average values
563 of the ratio (M_{FE}/M_{FE-Ref}) is 1.02 for the situation of web stiffeners in the midpoint of the span and 1.08 for the
564 situation of web stiffeners in the quarter points of the span. This reduction is due to the fact that in the linear
565 negative moment (configuration 1-0.5) the predominate failure mode verified is a combination of local
566 stability modes and LDB (Table 7). This fact reduces the effect of the web stiffeners as seen in Fig.25, since
567 the local buckling is already verified.

568 In the situation where composite beams are requested with the second linear negative moment
569 distribution (configuration 1-0), the behavior verified in the uniform negative moment situation (configuration
570 1-1) is not repeated. Fig.24c shows a small variation between models with and without web stiffeners. The
571 average value of the ratio (M_{FE}/M_{FE-Ref}) is 1.011 for the situation of web stiffeners in the midpoint of the span
572 and 1.015 for the situation of web stiffeners in the quarter points of the span. This situation is explained by
573 the fact that the failure mode verified in the linear negative moment (configuration 1-0) is a combination of
574 local stability modes, LDB and, in many cases, the plastic moment is reached, a situation that can be seen in
575 Fig.28 and Table 7. However, Vasdravellis *et al.* [68] state that to avoid premature buckling of the steel
576 section, reinforcing the web with additional steel plates locally at the edges is recommended.

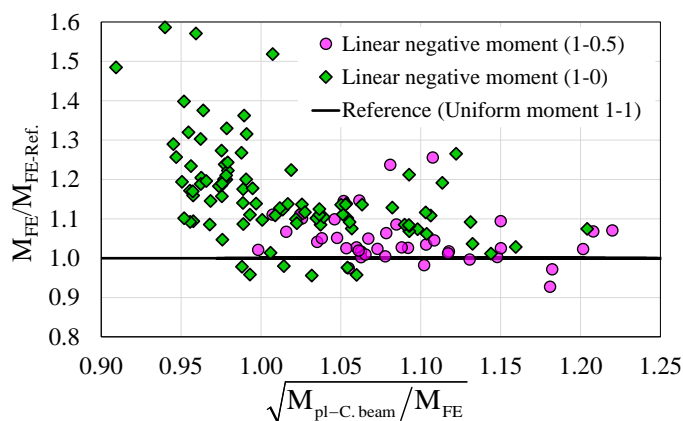
577 Finally, a comparison is made between the results of the composite beams requested by uniform
578 negative moment (configuration 1-1), the first linear negative moment distribution (configuration 1-0.5) and

579 the second linear negative moment distribution (configuration 1-0). Fig.26 shows the deformed shape for these
 580 situations.

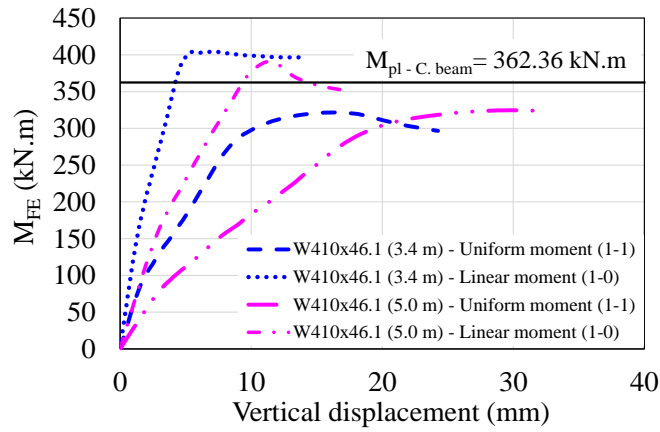


581 Fig. 26. Comparison between deformed shapes for uniform and linear moment.

582 In Fig.27 the models requested at a uniform negative moment (configuration 1-1) are taken as a
 583 reference value. It is observed that when the composite beams are requested at negative moment with linear
 584 distributions there is an increase in the ultimate moment. This condition is clarified by the fact that the uniform
 585 negative moment distribution (configuration 1-1) is the most critical situation, since all element cross sections
 586 is requested with maximum bending moment. For the first distribution of linear negative moment
 587 (configuration 1-0.5) the average value of the ratio (M_{FE}/M_{FE-Ref}) is 1.09. For the configuration 1-0 of linear
 588 negative moment the average value of the ratio (M_{FE}/M_{FE-Ref}) is 1.16, which shows a considerable increase of
 589 the ultimate bending moment to the situation with linear moment distribution. Moreover, it was verified in the
 590 analyzed models with the second linear negative moment distribution (configuration 1-0) that, in many
 591 observations, LDB or local stability modes occur only after the element reaches the plastic behavior. Fig.28
 592 shows this situation, evidencing that for linear negative moment distribution (configuration 1-0), stability
 593 modes occur after the section reach the plastic moment.



594 Fig. 27. Comparison between uniform bending and linear bending situations.
 595



596
597 Fig. 28. Comparison between moment vs displacement curves for uniform (configuration 1-1) and linear moment
598 (configuration 1-0).

599 **Table 7** shows the characteristics of the analyzed models. In addition, the results obtained in the
600 numerical analysis and the failure modes verified can be found. It is noted in **Table 7**, that for uniform negative
601 moment distribution (configuration 1-1) the interaction between LDB and local instability modes occurs
602 mainly for sections classified as class 3, according to EC3. However, even for the class 1 sections, there is the
603 possibility of simultaneous occurrence between LDB and local instability modes in beams with small span
604 and with web stiffeners. For the linear negative moment distribution (configuration 1-0), it can be seen that
605 most models with class 1 sections achieve the plastic behavior while for class 3 sections local instability modes
606 are observed.

607
608
609

Model	I-section	L (mm)	η	Bars	^a Web stiffeners	^b Moment config.	$M_{pl-C,beam}$ (kNm)	$M_{cr,FE,(1-1)}$ (kNm)	$M_{cr,FE,(1-0.5)}$ (kNm)	$M_{cr,FE,(1-0)}$ (kNm)	$M_{u,FE,(1-1)}$ (kNm)	^c Feilure ₍₁₋₁₎	$M_{u,FE,(1-0.5)}$ (kNm)	^c Feilure _(1-0.5)	$M_{u,FE,(1-0)}$ (kNm)	^c Feilure ₍₁₋₀₎	
1	W360x32.9	3000	1	$\phi 8$	NO	1-1 / 1-0	234.20	470.52	-	518.99	203.72	LDB+LB	-	-	239.50	PB+LB	
2			1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	234.20	475.30	-	519.10	203.81	LDB+LB	-	-	227.64	PB+LB	
3			1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	234.20	486.98	-	519.80	204.21	LDB+LB	-	-	239.88	PB+LB	
4			1	$\phi 10$	NO	-	1-1	255.16	463.32	-	-	232.29	PB+LDB+LB	-	-	-	-
5			1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	277.92	468.95	-	-	245.20	PB+LDB+LB	-	-	-	-
6		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	234.20	469.37	523.69	514.00	202.95	LDB+LB	208.53	LDB+LB	227.99	PB+LB	
7		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	234.20	472.51	-	514.05	213.12	LDB+LB	-	-	233.86	PB+LB		
8		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	234.20	480.18	-	615.62	234.87	LDB+LB	-	-	245.95	PB+LB		
9		1	$\phi 10$	NO	-	1-1	255.16	468.75	-	-	206.14	LDB+LB	-	-	-	-	
10		1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	277.92	467.90	-	-	202.76	PB+LDB+LB	-	-	-	-	
11		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	234.20	465.76	520.69	616.58	203.94	LDB	207.45	LDB+LB	244.71	PB+LDB+LB	
12		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	234.20	471.12	-	616.74	210.10	LDB+LB	-	-	239.58	PB+LDB+LB		
13		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	234.20	478.02	-	617.05	247.75	PB+FLD+LB	-	-	237.49	PB+LB		
14		1	$\phi 10$	NO	-	1-1	255.16	466.24	-	-	212.56	LDB	-	-	-	-	
15		1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	277.92	466.95	-	-	207.96	LDB	-	-	-	-	
16		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	234.20	415.02	514.61	626.27	189.28	LDB	201.40	LDB	240.02	PB+LDB+LB	
17		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	234.20	468.63	514.86	626.25	198.77	LDB	203.48	LDB+LB	238.60	PB+LDB+LB		
18		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	234.20	473.00	515.36	626.33	206.88	LDB+LB	207.46	LB	235.62	P+LB		
19		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	234.20	345.76	477.16	640.24	152.00	LDB	190.95	LDB	230.80	PB+LDB+LB	
20		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	234.20	464.52	-	640.23	198.02	LDB	-	-	245.23	PB+LDB+LB		
21		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	234.20	471.20	-	640.19	203.21	LDB+LB	-	-	262.14	PB+LDB+LB		
22	W410x46.1	3400	1	$\phi 8$	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	362.36	845.79	968.60	1108.50	321.57	LDB	357.20	LDB+LB	404.14	PB+LDB+LB	
23			1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	362.36	848.20	-	1108.50	361.23	PB+LB	-	-	395.13	PB+LDB+LB	
24			1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	362.36	877.31	-	1114.30	363.26	PB+LB	-	-	396.80	PB+LDB+LB	
25			1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	389.28	880.23	-	-	320.74	LDB	-	-	-	-
26		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0	362.36	749.76	-	1115.00	335.80	LDB	-	-	401.02	PB+LDB+LB	
27		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	362.36	752.03	-	1114.90	338.70	LDB+LB	-	-	396.85	PB+LDB+LB		
28		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	362.36	874.20	-	1119.00	363.02	PB+LDB+LB	-	-	399.93	PB+LDB+LB		
29		1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	389.28	890.58	-	-	323.06	LDB	-	-	-	-	
30		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	362.36	723.95	945.37	1118.10	324.65	LDB	338.20	LDB+LB	391.06	PB+LDB+LB	
31		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	362.36	726.08	-	1118.10	329.25	LDB	-	-	391.33	PB+LDB+LB		
32		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	362.36	872.70	-	1119.20	356.28	LDB+LB	-	-	386.78	PB+LDB+LB		
33		1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	389.28	883.31	-	-	320.95	LDB	-	-	-	-	
34		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	362.36	693.23	799.05	1140.50	280.46	LDB	321.58	LDB	368.95	PB+LDB+LB	
35		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	362.36	806.09	785.32	1140.80	316.26	LDB	319.25	LDB	379.76	PB+LDB+LB		
36		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	362.36	874.08	933.31	1141.10	328.99	LDB	351.21	LB	380.78	PB+LDB+LB		
37		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	362.36	548.18	732.46	1071.00	250.67	LDB	310.18	LDB	393.80	PB+LDB	
38		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	362.36	720.32	-	1116.00	258.50	LDB	-	-	410.15	PB+LDB		
39		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	362.36	867.14	-	1162.20	299.12	LDB	-	-	380.90	PB+LDB+LB		
40	W460x60	5000	1	$\phi 8$	NO	1-1 / 1-0	509.62	1002.50	-	1677.30	451.70	LDB	-	-	557.43	PB+LDB+LB	
41			1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	509.62	1333.90	-	1677.30	479.36	LDB	-	-	555.77	PB+LDB+LB	
42			1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	509.62	1348.60	-	1679.00	475.32	LDB+LB	-	-	556.05	PB+LDB+LB	
43			1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	584.10	1002.50	-	-	453.23	LDB	-	-	-	-
44		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	509.62	991.69	1394.74	1685.00	434.63	LDB	484.50	LDB	531.46	PB+LDB+LB	
45		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	509.62	1331.00	-	1685.00	452.09	LDB	-	-	535.83	PB+LDB+LB		
46		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	509.62	1345.30	-	1686.40	456.83	LDB+LB	-	-	546.41	PB+LDB+LB		
47		1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	584.10	994.80	-	-	441.10	LDB	-	-	-	-	
48		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	509.62	994.52	1366.25	1699.10	439.97	LDB	484.50	LDB	532.58	PB+LDB+LB	
49		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	509.62	1331.70	-	1688.90	454.43	LDB	-	-	537.59	PB+LDB+LB		
50		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	509.62	1341.90	-	1689.20	474.39	LDB	-	-	543.35	PB+LDB+LB		
51		1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	584.10	997.86	-	-	459.58	LDB	-	-	-	-	
52		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	509.62	934.42	1140.49	1629.00	402.24	LDB	460.75	LDB	562.51	PB+LDB	
53		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	509.62	1199.00	1170.61	1654.70	423.74	LDB	465.75	LDB	559.27	PB+LDB		
54		1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	509.62	1336.40	1444.57	1709.90	450.01	LDB	472.96	LDB+LB	535.40	PB+LDB+LB		
55		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	509.62	800.22	1059.59	1497.70	398.85	LDB	433.20	LDB	548.55	PB+LDB	
56		1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	509.62	1023.60	-	1512.40	422.51	LDB	-	-	550.43	PB+LDB		
57	1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	509.62	1332.40	-	1732.80	427.50	LDB	-	-	531.60	PB+LDB+LB			
58	W530x72	4000	1	$\phi 8$	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	687.86	1465.90	1669.61	1836.20	590.37	LDB+LB	655.50	LDB+LB	695.13	PB+LDB	
59			1	$\phi 8$	1/2	1-1 / 1-0	687.86	1495.90	-	1836.50	628.10	LDB+LB	-	-	697.47	PB+LDB+LB	
60			1	$\phi 8$	1/4	1-1 / 1-0	687.86	1555.20	-	1855.60	647.24	LDB+LB	-	-	703.33	PB+LDB+LB	
61			1	$\phi 12.5$	NO	-	1-1	767.59	1459.20	-	-	590.51	LDB+LB	-	-	-	-
62		1	$\phi 8$	NO	-	1-1 / 1-0.5 / 1-0	687.86	1457.50	1654.96	1829.50	575.33	LDB+LB	604.02	LDB+LB	653.92	LDB+LB	

63		1	φ8	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	687.86	1477.60	1639.70	1832.80	599.22	LDB+LB	610.90	LDB+LB	658.77	LDB+LB
64		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	687.86	1514.40	1660.10	1831.80	604.40	LDB+LB	619.90	LB	658.04	LB
65		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	687.86	1445.10	1621.48	1831.80	589.31	LDB	592.23	LDB+LB	639.37	LDB+LB
66	8000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	687.86	1471.70	-	1832.50	576.60	LDB+LB	-	-	636.87	LB
67		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	687.86	1494.60	-	1841.60	583.20	LDB+LB	-	-	642.50	LB
68		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	687.86	1358.40	1624.43	1841.60	561.98	LDB	576.89	LDB+LB	619.23	LB
69	10000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	687.86	1468.70	-	1841.70	560.07	LDB+LB	-	-	622.48	LB
70		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	687.86	1482.92	-	1836.20	572.76	LDB+LB	-	-	615.92	LB
71		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	153.10	252.95	287.47	337.15	132.66	LDB	139.51	LB	149.55	LB
72	3000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	153.10	255.94	-	337.15	135.68	LDB+LB	-	-	150.43	LB
73		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	153.10	262.38	-	339.59	149.24	LDB+LB	-	-	151.30	LB
74		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	153.10	252.28	281.63	338.89	120.50	LDB+LB	122.60	LDB+LB	147.47	LB
75	5000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	153.10	253.40	281.64	338.88	128.32	LDB+LB	126.07	LDB+LB	142.49	LB
76		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	153.10	257.11	281.72	338.95	150.44	LDB+LB	151.65	LB	143.81	LB
77	VS300x23	1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	153.10	252.04	279.36	340.93	120.20	LDB+LB	119.80	LDB+LB	159.88	LDB+LB
78	7000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	153.10	252.66	-	340.94	130.14	LDB+LB	-	-	148.10	LDB+LB
79		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	153.10	254.80	-	340.95	129.85	LDB+LB	-	-	145.03	LB
80		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	153.10	224.85	277.47	324.71	121.19	LDB	122.71	LDB+LB	137.98	LDB+LB
81	9000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	153.10	252.33	-	324.72	122.23	LDB+LB	-	-	138.83	LDB+LB
82		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	153.10	253.63	-	324.74	124.71	LDB+LB	-	-	185.15	PB+LDB.LB
83		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	200.40	243.35	276.15	316.03	159.10	LDB+LB	164.65	LB	180.74	LB
84	3500	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	200.40	245.97	-	316.03	165.83	LDB+LB	-	-	186.51	LB
85		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	200.40	252.01	-	317.38	186.31	LDB+LB	-	-	178.40	LB
86		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	200.40	242.92	272.50	315.76	156.02	LDB	163.13	LB	177.27	LB
87	5000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	200.40	244.27	272.51	315.75	164.77	LDB+LB	169.30	LB	179.88	LB
88		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	200.40	248.79	272.74	315.98	184.79	LDB+LB	180.12	LB	180.37	LB
89	VS350x26	1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	200.40	242.65	268.04	321.22	151.61	LDB	152.12	LDB+LB	171.11	LB
90	8000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	200.40	243.20	-	321.21	154.85	LDB+LB	-	-	166.24	LB
91		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	200.40	243.93	-	321.20	157.00	LDB+LB	-	-	167.81	LB
92		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	200.40	242.55	266.91	327.65	147.76	LDB	151.52	LDB+LB	163.77	LB
93	10000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	200.40	242.94	-	327.64	150.23	LDB+LB	-	-	204.70	PB+LDB+LB
94		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	200.40	244.23	-	327.62	155.50	LB	-	-	168.72	LB
95		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	236.99	222.06	250.71	282.81	163.77	LDB+LB	179.21	LB	198.51	LB
96	4000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	236.99	224.37	-	282.80	183.46	LDB+LB	-	-	198.42	LB
97		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	236.99	229.38	-	283.62	183.13	LDB+LB	-	-	198.53	LB
98		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	236.99	221.77	247.08	283.03	160.41	LDB	164.16	LDB+LB	191.14	LB
99	6000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0.5 / 1-0	236.99	222.80	247.09	283.03	174.50	LDB+LB	169.58	LDB+LB	194.77	LB
100		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0.5 / 1-0	236.99	225.62	247.15	283.09	183.25	LDB+LB	169.96	LB	194.56	LB
101	VS400x28	1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	236.99	221.52	245.35	217.15	152.09	LDB	162.45	LDB+LB	163.44	LDB+LB
102	8000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	236.99	222.16	-	217.14	171.37	LDB+LB	-	-	176.29	LB
103		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	236.99	224.33	-	217.14	179.01	LDB+LB	-	-	181.11	LB
104		1	φ8	NO	1-1 / 1-0.5 / 1-0	236.99	221.45	243.70	288.97	148.75	LDB	159.26	LDB+LB	188.23	LDB+LB
105	10000	1	φ8	1/2	1-1 / 1-0	236.99	221.90	-	288.96	169.63	LDB+LB	-	-	185.23	LDB+LB
106		1	φ8	1/4	1-1 / 1-0	236.99	222.92	-	288.95	178.28	LDB+LB	-	-	184.83	LB

*NO=no web stiffeners, 1/2=web stiffeners at the midpoints of the span and 1/4=web stiffeners at the quarter points of the span; ^b1-1=Uniform moment configuration, 1-0.5=First linear moment configuration 1-0=Second linear moment configuration; ^cLDB=lateral distortional buckling, LB=local buckling, PB= plastic behavior.

8. CONCLUSION

This study investigated the lateral distortional buckling (LDB) resistance in steel-concrete composite beams. Physical and geometrical non-linear analyses were performed using ABAQUS software. The following parameters were investigated: longitudinal reinforcement rate in the concrete slab, I-beam cross-section, unrestrained length, web stiffeners and the negative moment distribution. Finally, the results were compared with current standard procedures and analytical proposals. In this way, it was concluded:

- 619
- The numerical model developed with the ABAQUS software proved to be able of representing the LDB phenomenon. The difference in the LDB ultimate moment between the physical models of Tong *et al.* [38] and the numerical model was less than 3%;
- 620
- 621
- 622
- The influence of the beam slenderness (L/r_y) is not significant in LDB strength. The dimension of the I-beam cross section is the parameter with the greatest influence on the LDB strength;
- 623
- 624
- The variation of the longitudinal reinforcement ratio in the concrete slab did not show much influence at the LDB strength;
- 625
- 626
- The presence of web stiffeners showed considerable influence at the LDB strength of steel-concrete composite beams. In the case of the composite beams requested for uniform negative moment (configuration 1-1), there was an increase in the element's strength as the spacing between the stiffeners was reduced. This increase at the element strength occurred due to the fact that the provision of the web stiffeners reduce web distortion, preventing the occurrence of LDB. For beams requested at a negative moment with linear distributions the web stiffeners contribution is reduced, since, in many cases, the LDB already occurred simultaneously with local stability modes, or the section reached the plastic behavior;
- 627
- 628
- 629
- 630
- 631
- 632
- 633
- In the models in which the beams are requested by the second linear negative moment distribution (configuration 1-0), it was verified, in many cases, that the plastic behavior of the element occurs before any stability phenomenon. Therefore, in this situation, LDB is not the predominant failure mode;
- 634
- 635
- 636
- 637
- 638
- The normative procedures using the conventional lateral-torsional buckling theories for the buckling of partially restrained beams produce inaccurate results as the buckling model is based on inappropriate assumptions. This situation shows the limitation of North American (AISC 360-16 and AASHTO 2017) and Australian standards (AS4100:1998-R2016 and AS/NZS2327-2017) in determining LDB strength;
- 639
- 640
- 641
- 642
- 643
- The European (EN 1994-1-1-2004) and Brazilian standards (ABNT NBR 8800: 2008), although among the normative procedures are the ones that came closest to the numerical results, presented conservative situations. These results show that the inverted U-frame model, used by these procedures, leads to conservative results;
- 644
- 645
- 646

- 647 • The proposal presented by Bradford [35] was the analytical model that best estimated the strength of
648 steel-concrete composite beams under the action of negative moment. Regarding Zhou and Yan's
649 proposal [1], despite presenting a better approximation of results than the standard procedures,
650 overestimated the LDB strength.

651 In general, it was verified that when requested at a negative moment, steel-concrete composite beams
652 may fail due to the occurrence of LDB, local stability modes, the simultaneous occurrence of these two
653 stability modes, or through the plastic behavior of the element. It was noted that the theoretical models used
654 by the standard procedures are not accurate in determining the LDB strength. The proposals presented by
655 Bradford [35] and Zhou and Yan [1] showed greater accuracy for estimating the strength of these elements.
656 However, it is still necessary to develop further investigations so that a precise procedure is elaborated, which
657 takes into account all parameters that influence LDB.

658 ACKNOWLEDGMENTS

659 This study was financed by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil
660 (CAPES) - Finance Code 001.

661 REFERENCES

- 662 [1] W.-B. Zhou, W.-J. Yan, Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment
663 calculation for concrete composite beams under negative moment, *Thin-Walled Struct.* 116 (2017)
664 201–211. doi:10.1016/j.tws.2017.02.011.
665
- 666 [2] J.-H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on
667 elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1350001.
668 doi:10.1142/S0219455413500016.
669
- 670 [3] M.A. Bradford, Z. Gao, Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams, *J. Struct.*
671 *Eng.* 118 (1992) 73–89. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(73).
672
- 673 [4] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-
674 Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J.*
675 *Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1–17. doi:10.1142/S0219455419500792.
676
- 677 [5] S. De Nardin, A. El Debs, State of the art of steel-concrete composite structures in Brazil, *Proc. Inst.*
678 *Civ. Eng. Civ. Eng.* 166 (2013) 20–27. doi:10.1680/cien.2013.166.6.20.
679
- 680 [6] J. Turmo, J.A. Lozano-Galant, E. Mirambell, D. Xu, Modeling composite beams with partial
681 interaction, *J. Constr. Steel Res.* 114 (2015) 380–393. doi:10.1016/j.jcsr.2015.07.007.
682
- 683 [7] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, The effects of axial tension on the hogging-moment
684 regions of composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 68 (2012) 20–33. doi:10.1016/j.jcsr.2011.06.017.
685
686

- 687 [8] A. De Angelis, M.R. Pecce, G. Logorano, Evaluation of the plastic hinge length of steel-concrete
688 composite beams under hogging moment, *Eng. Struct.* 191 (2019) 674–685.
689 doi:10.1016/j.engstruct.2019.04.077.
690
- 691 [9] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams,
692 *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 850–859. doi:10.1016/j.jcsr.2008.05.002.
693
- 694 [10] J. Nie, J. Fan, C.S. Cai, Stiffness and deflection of steel-concrete composite beams under negative
695 bending, *J. Struct. Eng.* 130 (2004) 1842–1851. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:11(1842).
696
- 697 [11] M.Z. Dietrich, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Analysis of rotational stiffness of steel-concrete
698 composite beams for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 198 (2019) 109554.
699 doi:10.1016/j.engstruct.2019.109554.
700
- 701 [12] S. Chen, X. Wang, Finite Element Analysis of Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite
702 Beams with Transverse Web Stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. doi:10.1260/1369-
703 4332.15.9.1607.
704
- 705 [13] S. Chen, Y. Jia, Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams
706 prestressed with external tendons, *Thin-Walled Struct.* 48 (2010) 233–242.
707 doi:10.1016/j.tws.2009.10.009.
708
- 709 [14] S.X. Liu Yang, Tong Lewei, Sun Bo, Chen Yiyi, Zhou Feng, Tian Hal, FEA and bending capacity
710 calculation for mechanical behavior of steel concrete composite beams under negative bending, *J.*
711 *Build. Struct.* 35 (2014) 10–21. doi:10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002.
712
- 713 [15] V.Z. Vlasov, *Thin walled elastic beams*. Israel Program for Scientific Translations, (1961).
714
- 715 [16] R.P. Johnson, S. Chen, Stability of continuous composite plate girders with U-frame action, *Proc. Inst.*
716 *Civ. Eng. Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. doi:10.1680/istbu.1993.23377.
717
- 718 [17] R.P. Johnson, C.K.R. Fan, Distortional lateral buckling of continuous composite beams, *Proc. - Inst.*
719 *Civ. Eng. Part 2. Res. Theory.* 91 (1991) 131–161. doi:10.1680/iicep.1991.13586.
720
- 721 [18] W.B. Zhou, L.Z. Jiang, S.J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete
722 Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1–22.
723 doi:10.1142/S0219455415500455.
724
- 725 [19] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for
726 buildings, standard, Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994)
727
- 728 [20] Standard Association of Australia / Standard Association of New Zealand. AS/NZS 2327 Composite
729 structures - Composite steel concrete construction in buildings, Sydney (Australia), 2017.
730
- 731 [21] Standards Association of Australia. AS 4100 steel structures. Sydney, Australia; 1998.
732
- 733 [22] AISC, Specifications for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 360-16, American Institute of Steel
734 Construction, Chicago, IL, 2016.
735
- 736 [23] American Association of State and Highway Transportation Officials. (AASHTO) (2017), AASHTO
737 LRFD Bridge Design Specifications, 8th ed. with 2017 Interim Provisions, AASHTO, Washington,
738 DC.
739
- 740 [24] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for
741 buildings, standard, Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).

- 742 [25] K. Roik, G. Hanswille and J. Kina, Solution for the lateral torsional buckling problem of composite
743 beams (in German), *Stahlbau* 59 (1990) 327–332.
744
- 745 [26] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 8800. Projeto de Estruturas de Aço e de
746 Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, standard, (Rio de Janeiro, Brazil, 2008).
747
- 748 [27] J.H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on
749 elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1–29.
750 doi:10.1142/S0219455413500016.
751
- 752 [28] S.E. Svensson, Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying
753 axial force, *J. Constr. Steel Res.* 5 (1985) 179–193. doi:10.1016/0143-974X(85)90002-1.
754
- 755 [29] F.W. Williams, A.K. Jemah, Buckling curves for elastically supported columns with varying axial
756 force, to predict lateral buckling of beams, *J. Constr. Steel Res.* 7 (1987) 133–147. doi:10.1016/0143-
757 974X(87)90025-3.
758
- 759 [30] G. Hanswille, J. Lindner and D. Munich, Lateral torsional buckling of composite beams (in German),
760 *Stahlbau* 67 (1998) 525–535.
761
- 762 [31] DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS v6.12; 2012.
763
- 764 [32] J.H. Daniels, J.W. Fisher, Static behavior of continuous composite beams, March 1967, Fritz Lab.
765 Reports. Paper 257 (1967).
766
- 767 [33] R.P. Johnson, M.A. Bradford. Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders. In:
768 Morris LJ, editor. International conference on stability and plastic collapse of steel structures; 1983. p.
769 569-80.
770
- 771 [34] M.A. Bradford, R.P. Johnson. Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports.
772 *Proceedings of the Institution of Civil Engineers Part 2* 1987;83:143–59.
773
- 774 [35] M.A. Bradford, Strength of compact steel beams with partial restraint, *J. Constr. Steel Res.* 53 (2000)
775 183–200. doi:10.1016/S0143-974X(99)00066-8.
776
- 777 [36] S. Chen, Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with external tendons for
778 negative moments, *J. Constr. Steel Res.* 61 (2005) 1613–1630. doi:10.1016/j.jcsr.2005.05.005.
779
- 780 [37] S. Chen, X. Wang, Y. Jia, A comparative study of continuous steel-concrete composite beams
781 prestressed with external tendons: Experimental investigation, *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 1480–
782 1489. doi:10.1016/j.jcsr.2009.03.005.
783
- 784 [38] L. Tong; Y. Liu,; B. Sun,; et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete
785 composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese).
786 doi:10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001
787
- 788 [39] P. Goltermann, S.E. Svensson, Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress, *J.*
789 *Struct. Eng.* 114 (1988) 1606–1625. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:7(1606).
790
- 791 [40] N.W. Dekker, A.R. Kemp, P. Trincherro, Factors influencing the strength of continuous composite
792 beams in negative bending, *J. Constr. Steel Res.* 34 (1995) 161–185. doi:10.1016/0143-
793 974X(94)00045-J.
794
- 795 [41] M.A. Bradford, Distortional buckling of elastically restrained cantilevers, *J. Constr. Steel Res.* 47
796 (1998) 3–18. doi:10.1016/S0143-974X(98)80003-5.

- 797 [42] H.R. Ronagh, Progress in the methods of analysis of restricted distortional buckling of composite bridge
798 girders, *Prog. Struct. Eng. Mater.* 3 (2001) 141–148. doi:10.1002/pse.80.
799
- 800 [43] W. Chen, J. Ye, Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric I-beams, *Int.*
801 *J. Struct. Stab. Dyn.* 10 (2010) 983–1016. doi:10.1142/S0219455410003865.
802
- 803 [44] Z. Wangbao, J. Lizhong, K. Juntao, B. Minxi, Distortional Buckling Analysis of Steel-Concrete
804 Composite Girders in Negative Moment Area, *Math. Probl. Eng.* 2014 (2014) 1–10.
805 doi:10.1155/2014/635617.
806
- 807 [45] S. Chen, Instability of composite beams in hogging bending. Thesis (Doctor of Philosophy) –
808 Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1992.
809
- 810 [46] W.-B. Zhou, L.-Z. Jiang, S.-J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete
811 Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1550045.
812 doi:10.1142/S0219455415500455.
813
- 814 [47] G. Weston, D.A. Nethercot, M.A. Crisfield, Lateral buckling in continuous composite bridge girders,
815 *Struct. Eng. London.* 69 (1991) 79–87.
816
- 817 [48] J. Szalai, F. Papp, A new residual stress distribution for hot-rolled I-shaped sections, *J. Constr. Steel*
818 *Res.* 61 (2005) 845–861. doi:10.1016/j.jcsr.2004.12.004.
819
- 820 [49] S. Wijesiri Pathirana, B. Uy, O. Mirza, X. Zhu, Flexural behaviour of composite steel–concrete beams
821 utilising blind bolt shear connectors, *Eng. Struct.* 114 (2016) 181–194.
822 doi:10.1016/j.engstruct.2016.01.057.
823
- 824 [50] A. Rossi, F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, E.C. Mesacasa Júnior, Assessment of lateral distortional
825 buckling resistance in welded I beams, *J. Constr. Steel Res.* 166 (2020) 105924.
826 doi:10.1016/j.jcsr.2019.105924.
827
- 828 [51] A. Rossi, C.H. Martins, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, Reassessment of lateral torsional buckling in
829 hot-holed I-beams, *Structures.* 26 (2020) 524–536. doi:10.1016/j.istruc.2020.04.041.
830
- 831 [52] F.P.V. Ferreira, A. Rossi, C.H. Martins, Lateral-torsional buckling of cellular beams according to the
832 possible updating of EC3, *J. Constr. Steel Res.* 153 (2019) 222–242. doi:10.1016/j.jcsr.2018.10.011.
833
- 834 [53] S. Wijesiri Pathirana, B. Uy, O. Mirza, X. Zhu, Flexural behaviour of composite steel–concrete beams
835 utilising blind bolt shear connectors, *Eng. Struct.* 114 (2016) 181–194.
836 doi:10.1016/j.engstruct.2016.01.057.
837
- 838 [54] ECCS, Ultimate Limit State Calculations of Sway Frames With Rigid Joints, 1984 (no. 33).
839
- 840 [55] T. V. Galambos, R.L. Ketter, Columns under combined bending and thrust, *J. Eng. Mech. Div.* 85
841 (1959) 1–30.
842
- 843 [56] C.J. Earls, On the inelastic failure of high strength steel I-shaped beams, *J. Constr. Steel Res.* 49 (1999)
844 1–24. doi:10.1016/S0143-974X(98)00204-1.
845
- 846 [57] C.J. Earls, Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural
847 ductility, *J. Constr. Steel Res.* 51 (1999) 147–175. doi:10.1016/S0143-974X(99)00024-3.
848
- 849 [58] A. Hillerborg, M. Modéer, P.-E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete
850 by means of fracture mechanics and finite elements, *Cem. Concr. Res.* 6 (1976) 773–781.
851 doi:10.1016/0008-8846(76)90007-7.

- 852 [59] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic-damage model for concrete, *Int. J. Solids Struct.* 25
853 (1989) 299–326. doi:10.1016/0020-7683(89)90050-4.
854
- 855 [60] J. Lee, G.L. Fenves, Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, *J. Eng. Mech.*
856 124 (1998) 892–900. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892).
857
- 858 [61] T. Yu, J.G. Teng, Y.L. Wong, S.L. Dong, Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker–
859 Prager type plasticity model, *Eng. Struct.* 32 (2010) 665–679. doi:10.1016/j.engstruct.2009.11.014.
860
- 861 [62] D. Carreira, K. Chu, Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression, *ACI J. Proc.* 82
862 (1985). doi:10.14359/10390.
863
- 864 [63] D.J. Carreira, K.H. Chu, Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Tension., *J. Am. Concr.*
865 *Inst.* 83 (1986) 21–28. doi:10.14359/1756.
866
- 867 [64] R.P. Johnson, M.A. Bradford. Distortional lateral buckling of unstiffened composite bridge girders. In:
868 Morris LJ, editor. *International Conference on Instability and Plastic Collapse of Steel Structures*,
869 Manchester, September 1983;569–80.
870
- 871 [65] M.A. Bradford, H.R. Ronagh, Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM, *J. Struct.*
872 *Eng.* 123 (1997) 1631–1637. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:12(1631).
873
- 874 [66] M.A. Bradford, Lateral-distortional buckling of continuously restrained columns, *J. Constr. Steel Res.*
875 42 (1997) 121–139. doi:10.1016/S0143-974X(97)00023-0.
876
- 877 [67] J. Nie, J. Fan, C.S. Cai, Experimental study of partially shear-connected composite beams with profiled
878 sheeting, *Eng. Struct.* 30 (2008) 1–12. doi:10.1016/j.engstruct.2007.02.016.
879
- 880 [68] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, Behaviour and design of composite beams subjected to
881 negative bending and compression, *J. Constr. Steel Res.* 79 (2012) 34–47.
882 doi:10.1016/j.jcsr.2012.07.012.
883

A parametric study on the LDB strength of steel-concrete composite beams

Alexandre Rossi^{a*}

Alex Sander Clemente de Souza^a

Carlos Humberto Martins^b

^aDepartment of Civil Engineering, Federal University of São Carlos, São Paulo, Brazil

^bDepartment of Civil Engineering, State University of Maringá, Paraná, Brazil

Abstract

Lateral Distortional Buckling (LDB) is an instability phenomenon characteristic of Steel-Concrete Composite Beams (SCCB) that occurs in the presence of hogging moment in regions close to internal supports. The LDB behavior in SCCB is not yet fully understood. The procedures for determining the LDB strength are based on the classic lateral torsional buckling theory or on the inverted U-frame model. In addition, the standard procedures make use of the classic design curves of the SSRC (Structural Stability Research Council) and ECCS (European Convention for Constructional Steelwork) developed to analyze the stability behavior of steel elements. However, studies indicate that the use of the same empirical curves obtained for the analysis of steel elements leads to the conservative results of the LDB strength in SCCB. Therefore, this article aims to assess the LDB strength in SCCB through the development of post-buckling numerical analysis using the ABAQUS software. In the parametric study, four types of steel with different mechanical properties were analyzed. In addition, the I-section, the unrestrained length and the reinforcement rate in the concrete slab were varied. The results showed influence of the steel type on the LDB strength and deviations of the standard procedures. A small influence of the longitudinal reinforcement area variation was verified in the LDB strength in the FE analyzes, however this factor is significantly important in the standard procedures, causing considerable divergences. These results can provide a reference for future research and specification reviews.

Keywords: Steel-concrete composite beams; Lateral distortional buckling; Hogging moment; Post-buckling analyses.

*Corresponding author. Tel: +55 (16) 3351 9663

e-mail: alexandre-rossi@hotmail.com (A. Rossi)

29 Notation

30 *The following symbols are used in this paper:*

31 A = sectional area of the steel I-beam	65 M_{test} = experimental test ultimate moment
32 A_f = sectional area of the steel beam flange	66 $M_{u, dist}$ = resistant moment obtained by analytical procedures
33 A_r = sectional area of the longitudinal reinforcement in concrete slab	67 $r_{f_c, y}$ = radius of gyration of the compression flange
34 A_w = sectional area of the steel beam web	68 S_{stud} = spacing between headed stud connectors
35 a = spacing between parallel beams	69 t_f = flange thickness
36 b_f = flange width	70 t_w = web thickness
37 C_{dist} = property associated with the distribution of bending moments	71 U = displacement
38 d = section depth	72 UR = rotational displacement
39 E = modulus of elasticity	73 α = coefficient equal to 2 for an edge beam, with or without a cantilever, or 3 for an inner beam
40 E_a =elasticity modulus of structural steel	74 α_g = factor related to the cross-section geometry of the composite beam by Roik <i>et al.</i>
41 EI_{c2} = flexural stiffness per unit width of the slab	75 α_{LT} = imperfection factor according EC3
42 $f_{ck-cubic}$ = characteristic compressive cubic strength of concrete	76 α_m = modification factor of the moment distribution according AS4100
43 $f_{ck-cylindrical}$ = characteristic compressive cylinder strength of concrete	77 β_c = stress-strain relationship form factor of concrete in compression
44 f_{cm} = compressive strength of concrete	78 δ = lateral displacement
45 f_f = yield strength of the flange I-beams	79 ε = strain
46 f_r = yield strength of the reinforcement bars	80 ε_c = compressive strain
47 f_m = concrete tension strength	81 ε_t = tensile strain
48 f_u = ultimate strength	82 ε_u = ultimate strain
49 f_y = yield strength	83 ε_y = yield strain
50 G = shear modulus	84 θ = rotation
51 h_s = distance between the centroids of the flanges	85 $\bar{\lambda}$ = slenderness ratio
52 h_w = web depth	86 $\bar{\lambda}_{LT}$ = slenderness ratio according EC3
53 $I_{af, y}$ = moments of inertia of area of the structural steel section about the weak axis	87 λ_{PR} = slenderness ratio according Zhou and Yan
54 J = torsional constant	88 ν_a = Poisson's ratio of structural steel
55 k_s = rotational stiffness	89 ρ = force ratio according Zhou and Yan
56 k_1 = bending stiffness of the concrete slab	90 σ = stress
57 k_2 = bending stiffness of the web of I-beam	91 σ_c = residual compression stress
58 L = unrestrained length of composite beam	92 σ_t = residual tensile stress
59 M_{cr} = elastic distortional critical moment	93 ϕ_{PR} = stability coefficient according Zhou and Yan
60 M_{FE} = ultimate moment obtained from the finite element analysis	94 ϕ_{LT} = stability coefficient according EC3
61 M_{pl-CB} = plastic moment obtained by I-beam more reinforcement bars	95 χ_{LT} = reduction factor according EC3
62 M_{pl-I-B} = plastic moment of I-beam	
63	
64	

99 1. Introduction

100 Lateral distortional buckling (LDB) is an instability failure mode of Steel-Concrete Composite Beams
 101 (SCCB) under hogging moment [1–6]. As shown in Fig. 1, LDB is characterized by a lateral displacement (δ)
 102 accompanied by a rotation (θ) of the compressed bottom flange that occurs due to the web distortion, if it is
 103 not rigid enough to withstand the lateral bending [7–9].

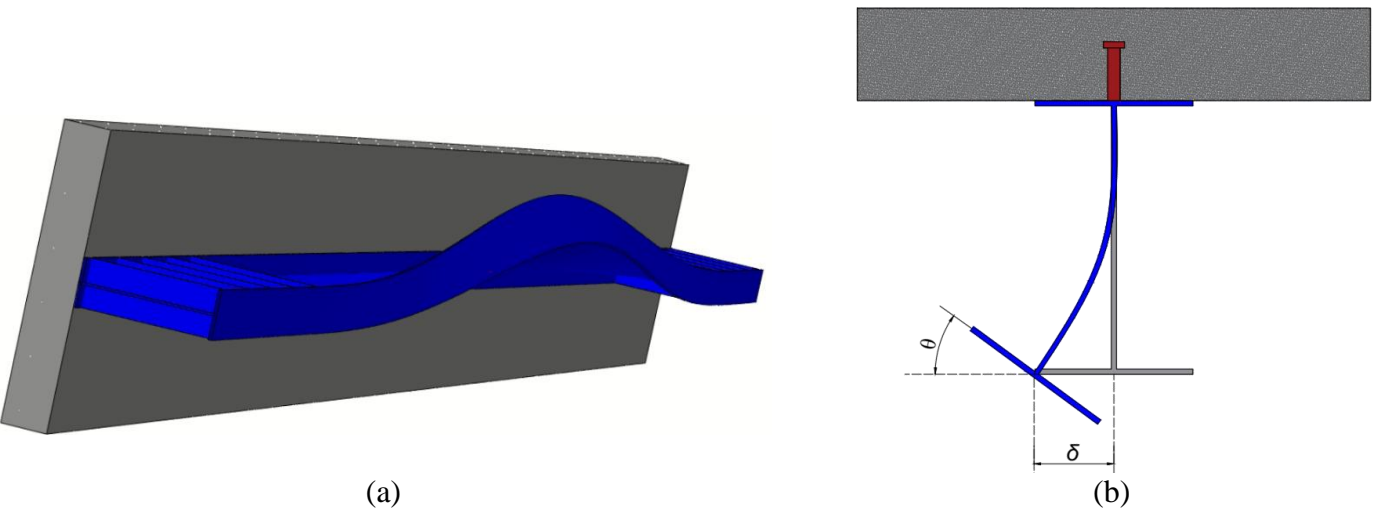


Fig. 1. Lateral distortional buckling in SCCB.

This instability phenomenon is responsible for reducing the strength of continuous and semi continuous SCCB [10,11]. However, in addition to the occurrence of LDB, SCCB under the action of hogging moment may be subject to local stability modes, such as the flange local buckling (FLB), and even a combination of LDB and local modes [1]. The LDB phenomenon in SCCB is generally conservatively assessed in the standard codes as being a type of LTB. However, Bradford and Johnson [12] showed that LDB strength in SCCB can be more than doubled in many cases when compared to LTB strength. The LDB in SCCB also can be analyzed through the inverted U-frame method. In this method the bottom compression flange of the I-section is considered as a strut compressed uniformly along its length by the maximum bending stress that is induced in it, and which is restrained by a continuous Winkler spring whose stiffness is that of the web in the plane of its cross-section acting as a cantilever (Fig. 2) [1–3].

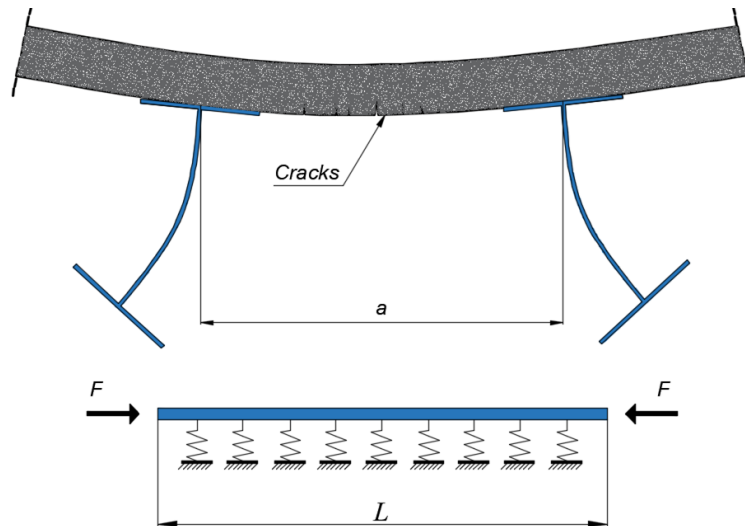


Fig. 2. Inverted U-frame model.

In general, to determine the LDB strength of SCCB, current standard procedures require the determination of the elastic distortional critical moment. In the previous version of EC4 [13] (EN 1994-1-1: 1992), the methodology proposed by Roik *et al.* [14] to determine the elastic distortional critical moment was adopted. This methodology is still used in the Brazilian code [15] (ABNT NBR 8800:2008). After determining the elastic distortional critical moment the standard code such as Eurocode 4 [13], NBR 8800:2008 [15], AISC [16] and Australian codes [17] make use of the same design curves proposed for steel elements to determine the LDB strength of SCCB. However, studies [18–20] have shown divergences between results of elastic distortional critical moment, obtained through numerical analysis, when compared with the methodologies proposed by Roik *et al.* [14], Svensson [21], William and Jemah [22] and Hanswille *et al.* [23]. Therefore, the

126 use of these methodologies for the estimation of the elastic distortional critical moment can result in the
127 mistaken obtaining of the strength of SCCB under hogging moment by the standard procedures. In addition,
128 Zhou and Yan [4], Liu *et al.* [9] and Rossi *et al.* [3] showed very conservative situations in the standard codes
129 when compared with FEA results obtained for SCCB subjected to uniform hogging moment.

130 In a recent publication, Rossi *et al.* [3] presents a critical review on LDB in SCCB. The authors showed
131 that the LDB investigations emphasized on analyzing the LDB elastic behavior [1,2,25,30,33–38,39–43], in
132 an attempt to obtain a method for determining the elastic critical moment, or sought to analyze the LDB
133 strength of SCCB [1,4,36–39,8–11,32–35]. The authors showed that there are considerable divergences
134 between the existing methodologies for determining the elastic critical moment. In addition, Rossi *et al.* [3]
135 presented disagreements between experimental results and post-buckling numerical analysis when compared
136 with standard procedures. Finally, the researchers present the need for further investigations on SCCB under
137 the action of hogging moment.

138 Although there is a considerable number of investigations about the LDB phenomenon in SCCB, no
139 study has investigated the possible influence of different types of steel and their mechanical properties (f_y and
140 f_u) on the LDB strength of SCCB. Even though standard procedures consider indirectly, through the
141 slenderness ratio ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl}}$), the yield strength of the steel sections, no comparative study was carried
142 out between the LDB strength obtained for different types of steel in numerical analyses with the SSRC and
143 ECCS design curves used to verify the LDB strength of SCCB. In addition, no study on the LDB strength of
144 SCCB has thoroughly investigated the influence of the longitudinal reinforcement area variation in the
145 concrete slab and the behavior of standard procedures in relation to this parameter. Therefore, this article aims
146 to assess the LDB strength of SCCB through the development of post-buckling numerical analysis with the
147 ABAQUS [40] software. In the post-buckling numerical analysis, the initial geometric imperfection, residual
148 stress, real shear connector, geometric nonlinearity, and material nonlinearity were considered through the
149 numerical model developed. The SCCB analyzed are simply supported, with restrictions on lateral slab
150 displacement and are subjected to a uniform hogging moment distribution. In the parametric study, four types
151 of steel with different mechanical properties were analyzed. In addition, the I-section, the unrestrained length

and the reinforcement rate in the concrete slab were varied. The analyses showed in this work can provide a reference for future research and specification reviews.

2. LDB strength in SCCB

The Vlasov's assumption [41] that the cross-section remains undistorted is not applicable to the mode of distortional buckling, which is characterized by lateral and torsional buckling in the compression flange accompanied by out-of-plane distortion in the web [42].

Eurocode 4 (EN 1994-1-1) [43] deals with the lateral buckling of SCCB by reducing the section moment resistance at the internal support (plastic moment of the composite beam), $M_{pl-C.beam}$, to a lower value, $M_{u,dist}$, referred to the beam buckling strength (Eq. 1-4). Because the composite beam is one of several parallel members attached to the same concrete slab, design is based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment.

$$M_{u,dist} = \chi_{LT} M_{pl-C.beam} \quad (1)$$

$$\chi_{LT} = \left[\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2} \right]^{-1} \leq 1 \quad (2)$$

$$\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (3)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl-C.beam}}{M_{cr}}} \quad (4)$$

In the current version of EC4 [43], no expression is presented to determine the LDB elastic critical moment. However, in the previous version of EC4 [13] (EN 1994-1-1: 1992), the methodology proposed by Roik *et al.* [14] to determine the elastic distortional critical moment was adopted (Eq. 5-8).

$$M_{cr} = \frac{\alpha_g C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_s L^2}{\pi^2} \right) EI_{af,y}} \quad (5)$$

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (6)$$

$$k_1 = \frac{\alpha E_c I_{c2}}{a} \quad (7)$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1-\nu_a^2) h_s} \quad (8)$$

The Brazilian standard code, ABNT NBR 8800: 2008 [15], is also based on the inverted U-frame model to determine of the elastic critical moment. However, differently from EC4 [43], the current version of the Brazilian code recommends the use of the procedure by Roik *et al.* [14] for determining the LDB elastic

critical moment. To obtain the LDB strength the Brazilian standard uses the 2P design curve provided by the SSRC (Structural Stability Research Council).

Zhou and Yan [4], observing divergences between numerical results and the EC4 [43] procedure, proposed practical formulas (Eq. 9-12) to estimate the LDB strength of steel-concrete composite beams under the action of uniform hogging moment. The authors [4] numerically investigated the LDB behavior of SCCC's. Zhou and Yan [4] analyzed the I-section influence, the unrestricted length and the shear interaction degree between the concrete slab and the steel I-section.

$$M_{u,dist} = \phi_{PR} M_{pl-C.beam} \quad (9)$$

$$\phi_{PR} = 1.56 - 0.58 \lambda_{PR} \leq 1.0 \quad (10)$$

$$\lambda_{PR} = 0.09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0.2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.4} \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.6} (1.5 + \rho)^{0.5} \quad (11)$$

$$\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2A_f f_f)} \quad (12)$$

Bradford [32] also stated that the U-frame model, adopted by standard procedures like EC4 [43], has been conservative in most cases. Then, the author [32] investigated the LDB through special-purpose inelastic finite element method of analysis to study the buckling of beams with continuous and complete tension flange restraint. Bradford [32] suggests a new design proposal based on AS4100 (Eq. 13-14).

$$M_{u,dist} = 0.6 \left\{ \sqrt{\left(\frac{M_{pl-I-B}}{M_o} \right)^2 + 3} - \left(\frac{M_{pl-I-B}}{M_o} \right) \right\} M_{pl-I-B} \leq M_{pl-I-B} \quad (13)$$

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{M_{pl-I-B}}{M_o}} = 0.02 \left(\frac{L}{r_{fc,y}} \right)^{0.5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0.5} \quad (14)$$

3. Numerical model

The numerical model showed in this paper is the same presented in the previous paper, Rossi *et al.* [11], where the LDB in SCCB was investigated by the authors. To carry out the numerical analyses the ABAQUS software [40] was used. With this software it is possible to develop elastic buckling analyzes and post-buckling analyzes (nonlinear inelastic analysis). For the elastic buckling analysis, the buckle linear perturbation method was used to estimate the critical elastic stability load by obtaining eigenvalues and their eigenvectors. In this method, the critical elastic stability load is obtained by the product of the first positive eigenvalue (lower energy) by the external load applied to the structure in the initial state. Importantly, this type of analysis does not consider any imperfections in the structure. After this, the post-buckling analysis is performed, considering

the initial geometric imperfections. The structure shape in the buckling analysis, normalized to the initial imperfection value, was adopted as the shape at the beginning of the post-buckling analysis. Thus, the implementation of geometric imperfection was performed by the “IMPERFECTION” command. Residual stresses were included within the model as initial conditions. These initial conditions are included in a set of finite elements (shells, in this case) to which a given value of initial stress is provided. The set of elements can be defined by means of standard pre-processing tools. The procedure consists of defining several longitudinal partitions of the geometry. Each partition corresponds to a given set of elements that present the same value of initial stress. The residual stress patterns are assumed constant along the longitudinal direction regardless of the presence of transverse stiffeners (which might affect locally such pattern). The Static Riks method was used to solve the geometric nonlinearity problem. This method, also known as modified Riks algorithm, can obtain equilibrium solutions for instability problems.

3.1 Geometry, element type and mesh

The numerical model developed faithfully represents the geometry of the problem. The composite behavior between the I-section and the concrete slab was guaranteed by means headed studs shear connectors. The finite elements used and other properties of the developed numerical model can be seen in (Fig. 3).

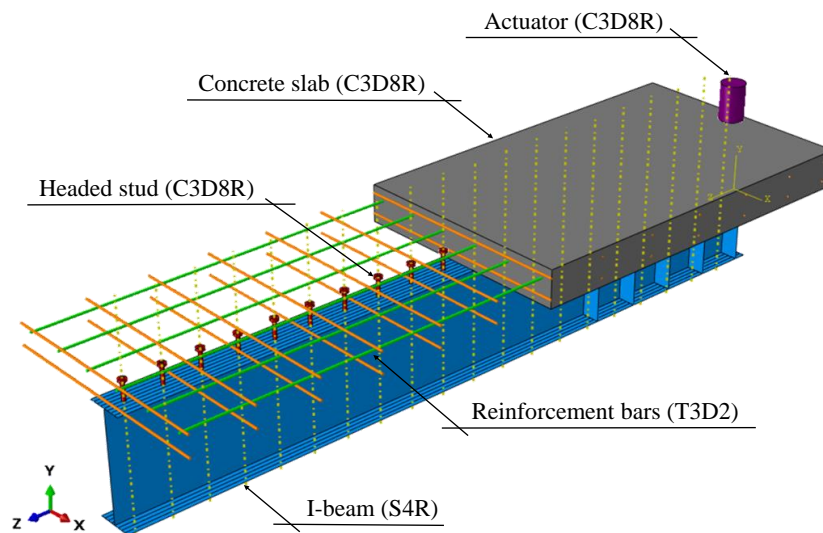


Fig. 3. Numeric model.

The concrete slabs, the headed shear stud connectors and the actuator were modelled using the eight-node linear hexahedral solid elements with reduced integration and hourglass control (C3D8R). Elements with reduced-integration were adopted as they could reduce computer run time [44]. The mesh dimensions were verified by means of sensitivity analyzes. For I-beams the quadrilateral element S4R (shell element) with four

nodes and reduced integration was used. The S4R element has six degrees of freedom per node—three rotations and three translations. Rossi *et al.* [45,46] and Ferreira, Rossi and Martins [47] performed a sensitivity analysis for I beams discretized with S4R elements showing that the size of the 10 mm element provides good results with relatively low processing time. The reinforcing bars were performed with two-node linear three dimensional truss elements (T3D2). The dimensions used in the discretization of each element are shown in Table 1 and can be seen in Fig. 4.

Table 1: Element type and size

Section part	Element type	Element size
Reinforcement bars	T3D2	10 mm
Headed shear stud	C3D8R	2 mm
I-beam	S4R	10 mm
Concrete slab	C3D8R	20 mm
Actuator	C3D8R	20 mm

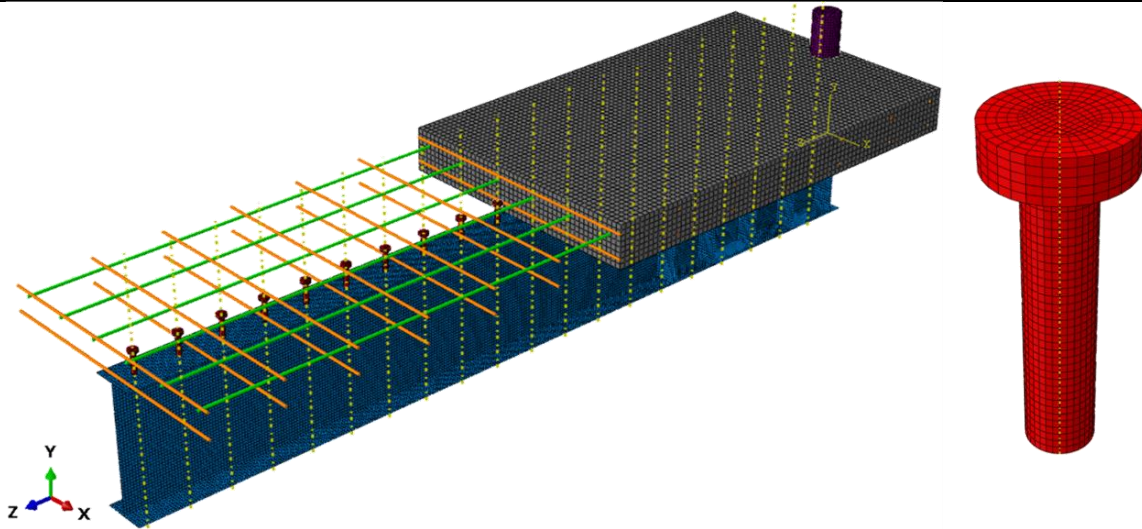


Fig. 4. Discretized model.

3.2 Contact properties

The interaction between the constituent parts of the numerical model was performed using interaction and constraint options available in ABAQUS, in Fig. 5 the details of the model can be observed.

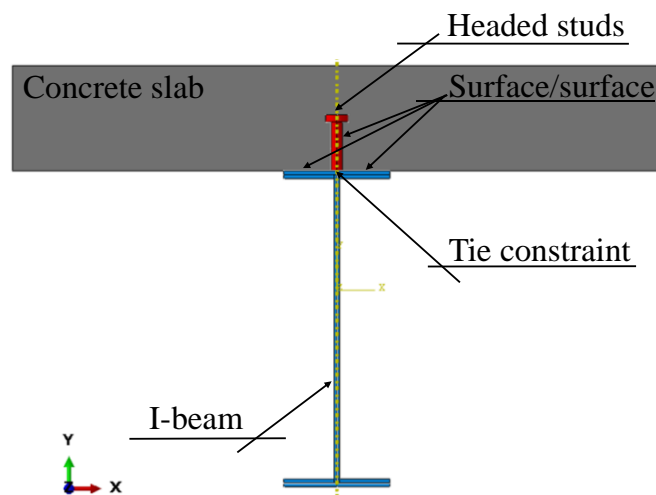


Fig. 5. Interaction between contact surfaces.

For the interaction between the headed stud and the top flange, the option “Tie constrain” was used, which simulates the welded connection between these two elements, in which the relative displacement between both is totally prevented. The interactions between the following surfaces; headed stud/concrete slab and concrete slab/steel beam; was performed using the surface to surface interaction option (contact). The normal and tangential behavior between these contact surfaces was defined using the “Hard” and “Penalty” options respectively. The value used for the friction coefficient was 0.4 [44,48].

The interaction between the reinforcement bars and concrete slab was performed using the embedded element technique. In this technique perfect bond between embedded elements and host elements was chosen. This bonding will constrain the translational degree of freedom of the embedded nodes and will also avoid slip between the reinforcing bars and concrete [44]. Finally, the interaction between the actuator and the concrete slab was also carried out through the “Tie constrain” option.

3.3 Boundary conditions and initial imperfections

The SCCB analyzed are simply supported with lateral bracing (Fig. 6). The lateral bracing simulates the condition of a composite floor, which has infinite stiffness in the slab plane (transversal stiffness). This situation prevents any lateral displacement of the composite beam, restrictions similar to those developed by Tong *et al.* [39] and Zhou and Yan [4]. The boundary conditions used try to represent the restrictions performed in the tests by Tong *et al.* [39], investigated in the present paper. The forces can be applied at one or both ends (cantilever) of the beam according to the desired negative moment distribution configuration. The possible modes of instability, LDB or LB (local buckling) that govern the strength of these elements are analyzed in the internal span (L), between supports. To prevent any form of instability from occurring in the cantilevered regions, avoiding interferences in the developed analysis, web stiffeners were placed at both ends, as shown in Fig. 6. Details of the boundary conditions developed in the ABAQUS software can be seen in Fig. 7.

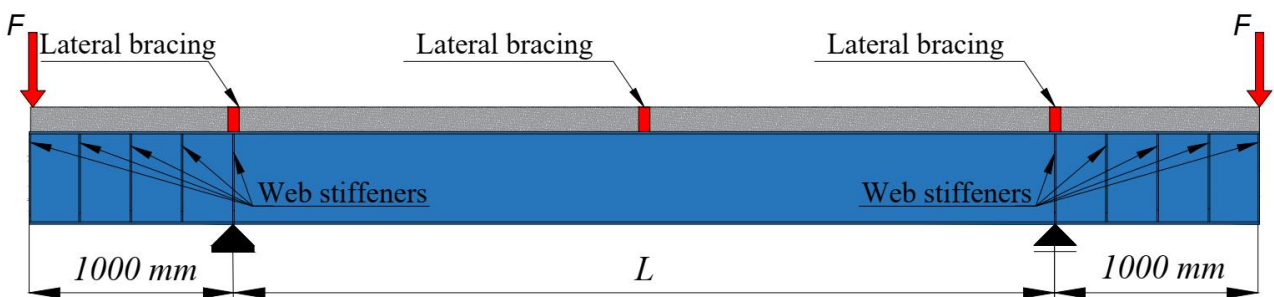


Fig. 6. Boundary condition of the experimental tests by Tong *et al.* [39].

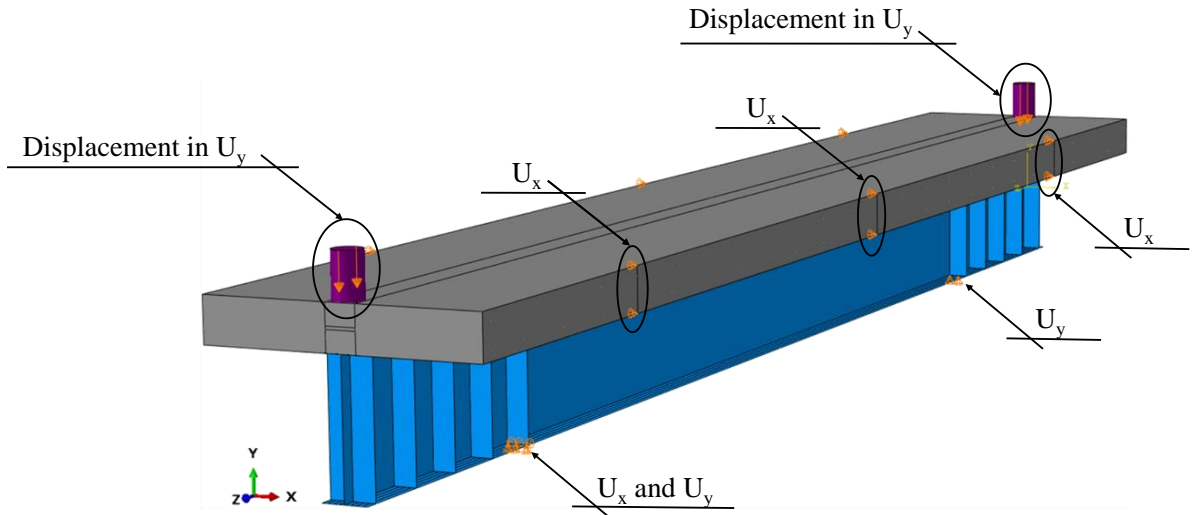


Fig. 7. Details of the boundary conditions in ABAQUS software.

Regarding the geometric and structural imperfections, the initial lateral bending and the residual stresses were considered. In the former imperfection, the steel member is not ideally straight, but has some initial geometric deformation such as the initial bending and initial distortion. The latter imperfection is caused by the residual stress due to welding and hot rolling [49]. A nonlinear post-buckling analysis should consider both the initial geometric imperfection and residual stress. For the geometric imperfection an initial bending with magnitude of $L/1000$ was adopted. To consider residual stresses, the Galambos and Ketter model [50] was adopted, as shown in Fig. 8.

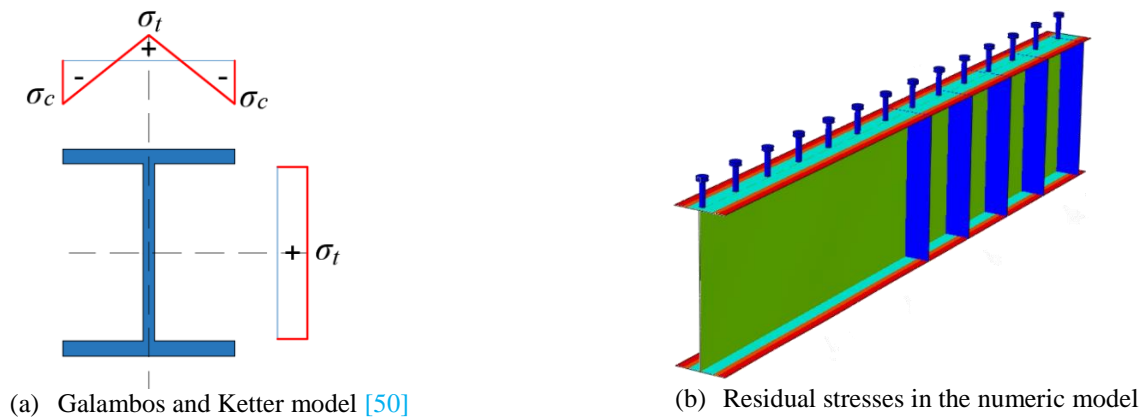


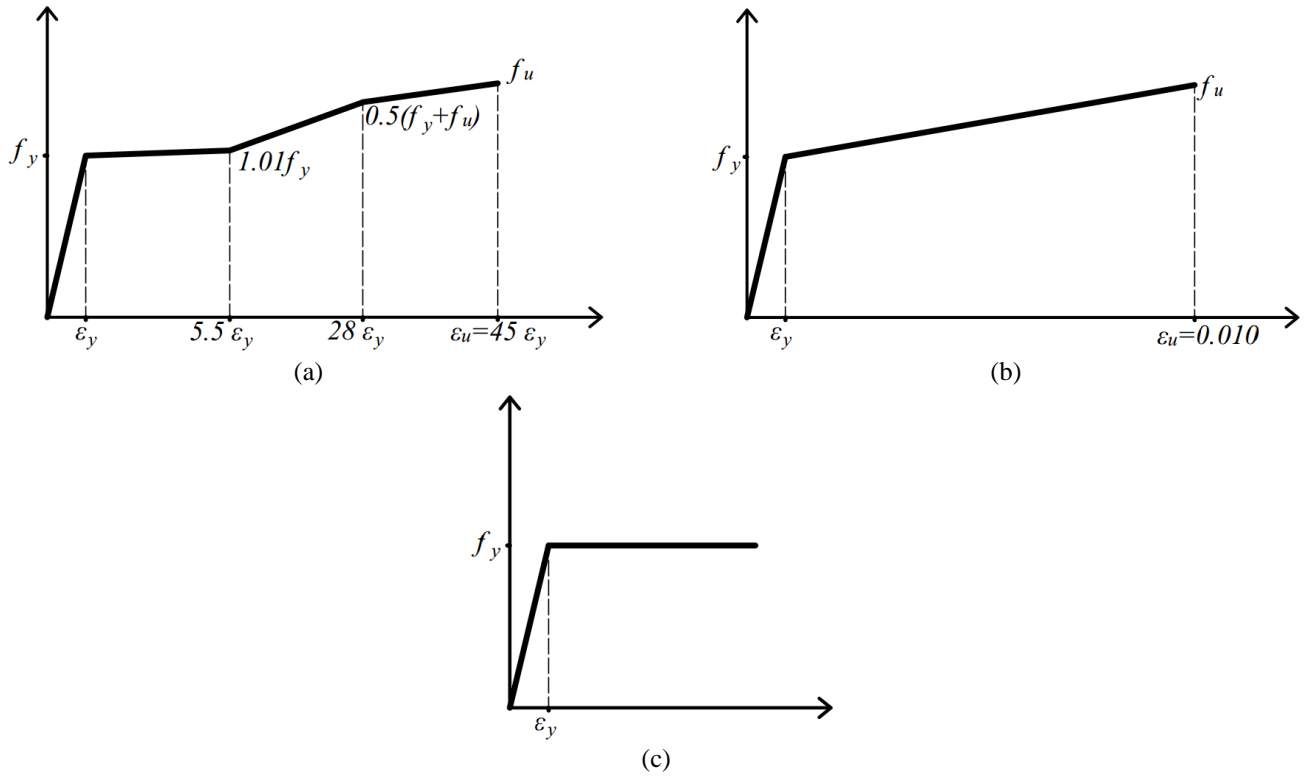
Fig. 8. Residual stresses.

3.4 Material properties

3.4.1 Steel

For the steel sections, the adopted constitutive relationship was proposed by Earls [51,52]. The stress-strain relationships presented by Earls is an elastoplastic model where the consideration of the steel hardening effect is performed through a tri-linear region (Fig. 9a). For longitudinal and transverse reinforcement bars,

264 an elastoplastic model with positive linear hardening was adopted, as shown in Fig. 9b. Finally, the model
 265 assigned to the headed stud shear connectors was the perfect elastoplastic, as shown in Fig. 9c.



266 **Fig. 9.** Stress-strain relationships of steel.

267 3.4.2 Concrete

268 The concrete damage plasticity (CDP) model was used to represent the concrete material. The CDP
 269 model is a criterion based on the models proposed by some authors [53–55], and has been widely used in
 270 modeling concrete and other quasi-brittle materials. The model considers three hypotheses based on the
 271 plasticity theory: the initial yield surface determines when plastic deformation begins; the flow rule determines
 272 the direction of plastic deformation; and the softening/hardening rule defines how the surface flow evolves
 273 with plastic deformation [56].

274 The stress-strain relationships used to represent the behavior of concrete in compression was proposed
 275 by Carreira and Chu [57] (Eq. 15-16).

$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_c)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_c)^{\beta_c}} \quad (15)$$

$$\beta_c = \left(\frac{f_{cm}}{32.4} \right)^3 + 1.55 \quad (MPa) \quad (16)$$

276 For the representation of the concrete behavior in tensile, the Carreira and Chu [58] proposal (Eq. 17)
 277 was also used.

$$\frac{\sigma}{f_{tm}} = \frac{\beta_c (\varepsilon/\varepsilon_t)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_t)^{\beta_c}} \quad (17)$$

4. Numeric model verification

The numeric model developed to analyze the LDB behavior of SCCB under hogging moment was validated in the previous paper, Rossi *et al.* [1]. The numerical validation was developed considering the experimental models analyzed by Tong *et al.* [39]. The comparison between the experimental results of Tong *et al.* [39] and the results of the post-buckling numerical analysis can be seen in Table 2 and Fig. 10.

Table 2: Calibration results

Test number	Test		FE		M_{test}/M_{FE}
	M_{test} (kNm)	Failure	M_{FE} (kNm)	Failure	
B3.0-350-1	205.1	LDB	207.8	LDB	0.987
B4.2-350-1	206.9	LDB	206.9	LDB	1.000
B4.2-350-1-C	203.7	LDB	203.8	LDB	0.999
B4.2-400-1	210.5	LDB	215.1	LDB	0.979

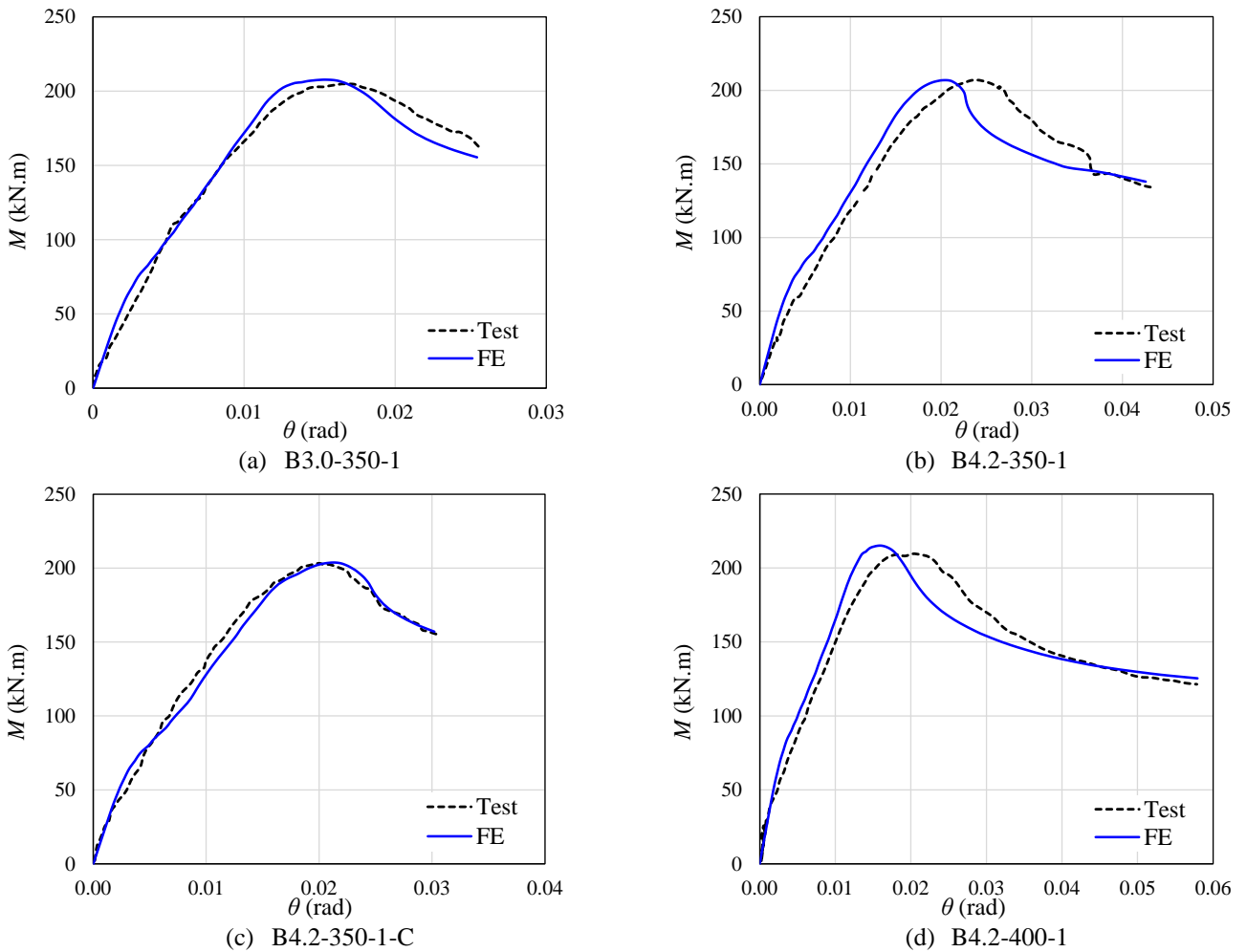


Fig. 10. Test vs. FE results.

The comparison between the results of the numerical model and the experimental tests showed proximity. Therefore, the numerical model is validated given the conformity of the results and will be used for the development of the parametric study.

5. Parametric study

The purpose of this article is to investigate the LDB behavior of SCCB. For this, 180 post-buckling numerical analyzes were developed with the ABAQUS [40] software. In the parametric study, the influence on the LDB behavior of the steel type and its mechanical properties was investigated. In addition, it was also varied the I-sections dimensions; the unrestricted span length and the reinforcement rate in the concrete slab. The analyzes were developed considering SCCB with three different I-sections, whose geometric properties can be found in Table 3.

Table 3: I-sections geometric properties

I-section	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L (mm)	S_{stud} (mm)
CB350	349	127	8.5	5.8	4000;5000; 6000; 7000; 8000	200
CB450	450	152	10.8	7.6	4000;5000; 6000; 7000; 8000	200
CB600	599	178	12.8	10	4000;5000; 6000; 7000; 8000	200

Four different steel types were considered for the I-sections, which have a yield strength (f_y) of 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa and 450 MPa. Regarding the unrestricted span length (L), according to Fig. 6, five situations were analyzed: 4000 mm; 5000 mm; 6000 mm; 7000 mm and 8000 mm. Finally, it was considered three different reinforcement rates distributed in the slab width by means of bars with diameters of 8 mm, 16 mm and 25 mm. The cross section characteristics of the SCCB analyzed can be seen in Fig. 11. The composite beams were subjected a uniform distribution of hogging moment (Fig.12).

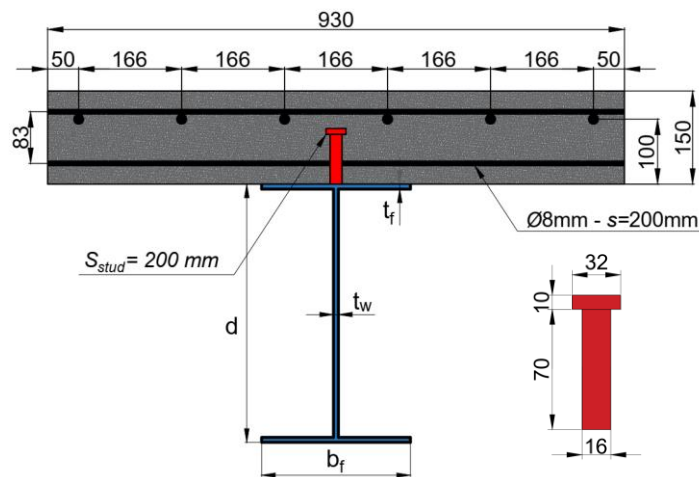


Fig. 11. Cross section details of the SCCB (Dimensions in mm).

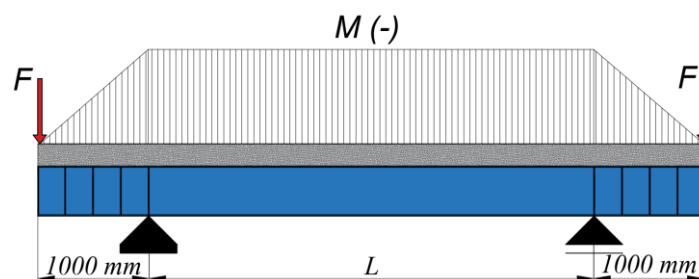


Fig.12. Hogging moment distribution in the parametric study.

The representation of the 180 numerical analyses developed can be seen in Fig. 13.

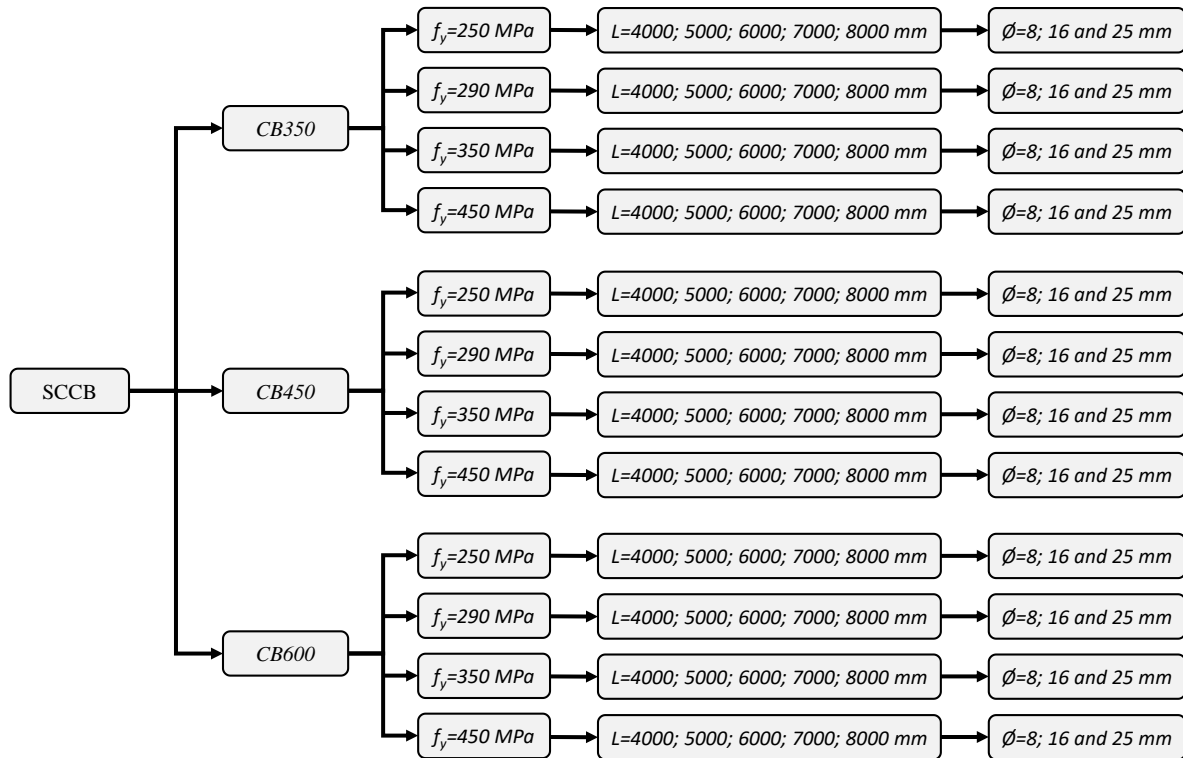


Fig.13. Numeric models evaluated in parametric study.

The analyzed models present full shear connection degree since the investigations by Zhou and Yan [4] and Tong *et al.* [39] showed that the effect of the shear connection degree on the LDB strength is insignificant. For the modeling of materials in the parametric study the stress-strain relationships presented in item 3.4 were used. The mechanical properties of the materials are shown in Table 4.

Table 4: Materials mechanical properties for parametric study

Materials	E (MPa)	ν	$f_{ck-cylindrical}$ (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Concrete elements	32,834	0.2	30	-	-
Steel A36	200,000	0.3	-	250	450
Steel A572-Gr 42	200,000	0.3	-	290	435
Steel A572-Gr 50	200,000	0.3	-	350	450
Steel A572-Gr 65	200,000	0.3	-	450	550
Reinforcement bars	210,000	0.3	-	500	540
Headed studs	200,000	0.3	-	345	-

6. Results and discussion

The analyzes developed in this article aim to study the LDB behavior of SCCB. For this, post-buckling numerical analyzes were developed with the ABAQUS software [40]. The influence on LDB strength of four steel types with different mechanical properties was investigated. In addition, the following parameters were investigated: I-section, unrestrained length and the longitudinal reinforcement ratio in the concrete slab. The numerical analysis results were compared with standard procedures that use the classic design curves of the SSRC and ECCS, and also with the procedures of Zhou and Yan [4] and Bradford [32].

5.1 Steel type influence

In the parametric study developed, I-sections with mechanical properties of four different steel types were analyzed (Table 4). The ultimate moment results for models with the I-sections CB350, CB450 and CB600 are shown in Fig. 14a,b,c, respectively. The results in Fig. 14 are for models with longitudinal reinforcements with 8 mm diameter.

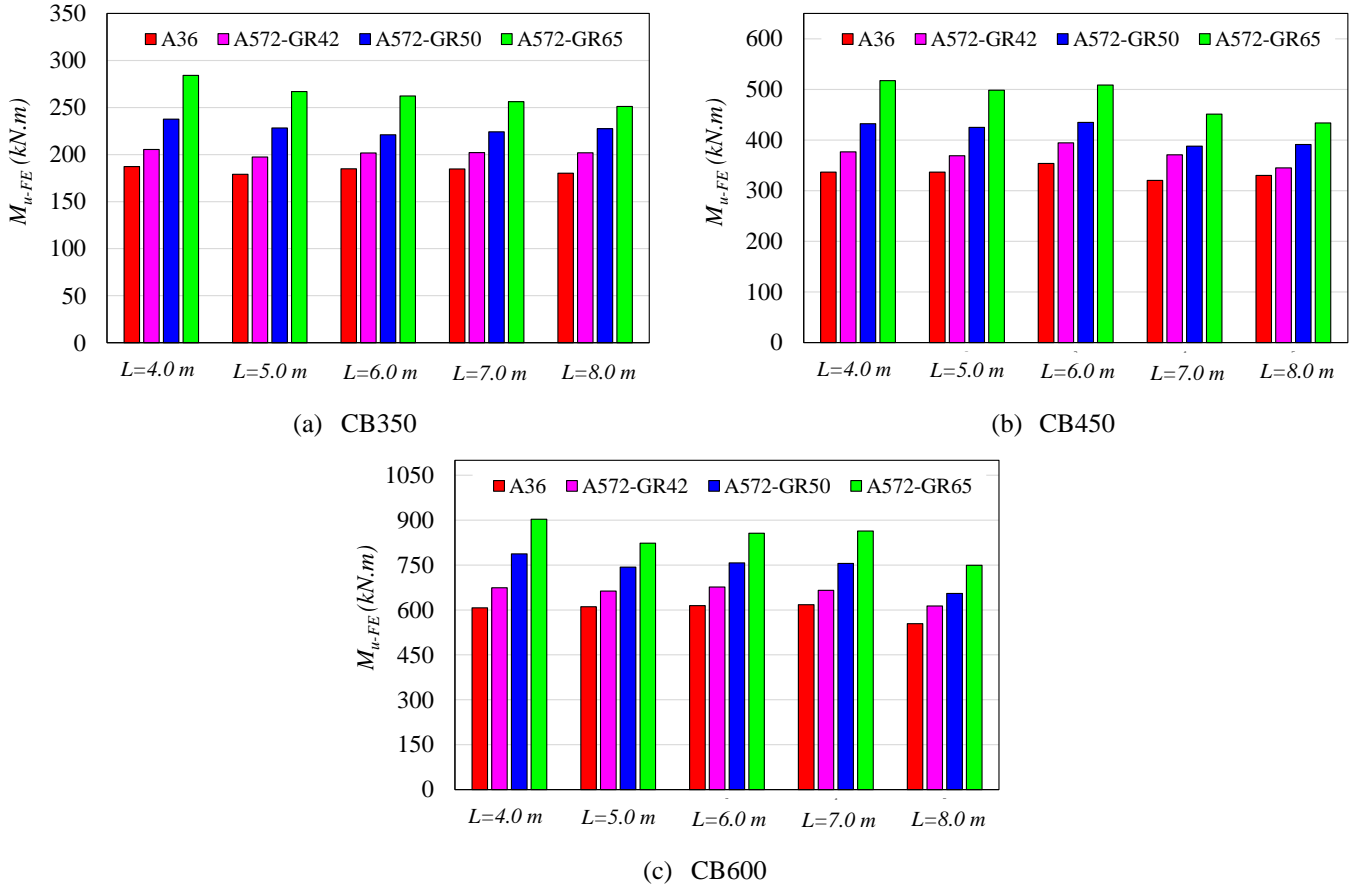


Fig.14. LDB strength for different steel type.

As expected, the highest LDB strength were obtained for the steel A572 GR65, which has a yield strength (f_y) of 450 MPa. It is also observed that with the increase in the yield strength (f_y) there is an increase in the LDB ultimate moment. Taking as reference the steel with yield strength of 250 MPa, it is verified that for an increase of 16%, 40% and 80% in the yield strength ($f_y=290$ MPa; $f_y=350$ MPa; $f_y=450$ MPa), the variation of the LDB ultimate moment was of 10.12%, 23.60% and 42.43%, respectively. Another fact that can be observed in Fig. 14 is the small variation from the LDB ultimate moment due the unrestricted length (L) variation, which shows that the span length is not a predominant factor in the LDB strength of SCCB.

For the development of a general analysis of the mechanical properties (f_y) influence of different steel types on the LDB strength of SCCB, Fig. 15 is presented. In Fig. 15 the reduction factor ($\chi = M_{u-FE} / M_{pl-CB}$

) calculated as a function of the ultimate moment values obtained in the FE analyzes, and, as a function of the composite section plastic moment, calculated according to the plastic theory (EC4 [43]), are compared for models with different steel types.

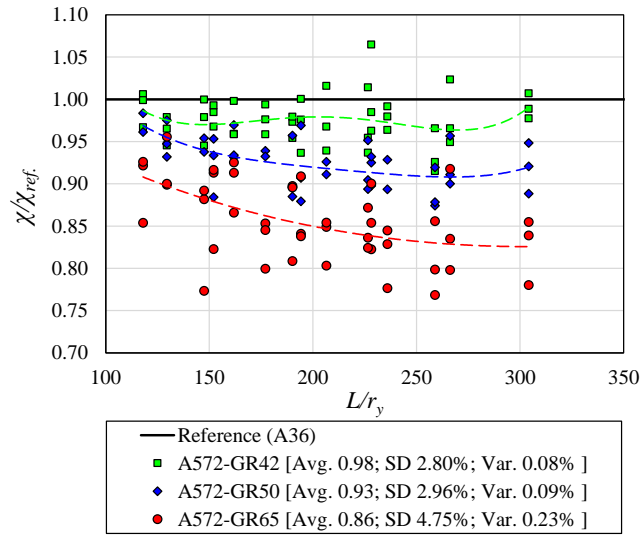


Fig.15. LDB reduction factor for different steel type.

In Fig. 15, the reference values for the reduction factor ($\chi_{ref.}$) were calculated as a function of the ultimate moment values obtained for the steel A36 ($f_y=250 MPa$). The results in Fig. 15 show that the average value of the ratio ($\chi/\chi_{ref.}$) for the steel A572-GR65 is 0.86, this result is 14% lower when compared to the values obtained for the steel A36. This result shows that, although the LDB ultimate moment for A572-GR65 steel is higher than the value obtained with A36 steel, the value of the reduction factor (χ) is 14% lower, that is, for steels with a value of higher yield strength (f_y), there is a greater difficulty for the composite section to reach the plastic moment, with LDB being responsible for reducing the sectional moment. It is also observed in Fig. 15 that the average value of the ratio ($\chi/\chi_{ref.}$) for A572-GR50 steel is 0.93, that is, 7% lower when compared to the values obtained for A36 steel. Finally, the reduction factor (χ) values for models with A572-GR42 steel are compared with the reference values. The average value of the ratio ($\chi/\chi_{ref.}$) for A572-GR42 steel is 0.98, that is, only 2% lower than the values of A36 steel, this proximity occurs due to the yield strength (f_y) of the two steels are close, 250 MPa for A36 steel and 290 MPa for A572-GR42 steel.

In order to compare the values of the reduction factor (χ), obtained through the FE analyzes, with the values obtained through the standard procedures (ABNT NBR 8800:2008 [15] e EC4 [43]) Table 5, 6 and 7 are shown. In standard procedures the reduction factor (χ) is obtained as a function of the relative slenderness factor ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-CB}}$) calculated as a function of the LDB elastic critical moment and the plastic moment

361 of the composite section, which is dependent on the steel yield strength (f_y).

362 In order to compare the values of the reduction factor (χ), obtained through the FE analyzes, with the values obtained through the standard procedures
 363 (ABNT NBR 8800:2008 [15] e EC4 [43]) Table 5, 6 and 7 are shown. In standard procedures the reduction factor (χ) is obtained as a function of the relative
 364 slenderness factor ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-CB}}$) calculated as a function of the LDB elastic critical moment and the plastic moment of the composite section, which is
 365 dependent on the steel yield strength (f_y).

366 **Table 5:** Comparison between the reduction factor values (χ) calculated by standard procedures and obtained by FE analyzes for models with 8 mm bars

I-section	ϕ (mm)	L (m)	$f_y=250\text{ MPa}$						$f_y=290\text{ MPa}$						$f_y=350\text{ MPa}$						$f_y=450\text{ MPa}$									
			λ	χ			Percent error (%)			λ	χ			Percent error (%)			λ	χ			Percent error (%)			λ	χ			Percent error (%)		
				FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$			FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$			FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$			FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$	
CB350	8 mm	4	0.76	1.05	0.79	0.75	-33.8	-40.3	0.81	1.02	0.76	0.72	-33.7	-41.4	0.87	1.00	0.73	0.68	-38.1	-48.0	0.98	0.96	0.67	0.61	-43.2	-57.0				
		5	0.76	1.01	0.78	0.75	-28.6	-34.9	0.81	0.98	0.76	0.72	-29.3	-36.8	0.88	0.96	0.72	0.67	-33.5	-43.2	0.98	0.90	0.67	0.61	-35.6	-49.0				
		6	0.77	1.04	0.78	0.74	-33.1	-39.7	0.82	1.00	0.76	0.71	-32.4	-40.2	0.89	0.93	0.72	0.67	-29.6	-39.3	0.99	0.89	0.66	0.60	-33.8	-47.1				
		7	0.77	1.04	0.78	0.74	-33.2	-39.9	0.82	1.00	0.75	0.71	-33.0	-40.9	0.89	0.95	0.72	0.67	-31.8	-41.6	0.99	0.87	0.66	0.60	-31.1	-44.3				
		8	0.77	1.01	0.78	0.74	-30.0	-36.6	0.82	1.00	0.75	0.71	-32.9	-40.9	0.89	0.96	0.72	0.67	-34.0	-44.1	1.00	0.85	0.66	0.60	-28.7	-41.7				
CB450	8 mm	4	0.81	1.00	0.76	0.72	-31.7	-39.3	0.86	0.98	0.73	0.68	-34.1	-43.3	0.94	0.95	0.69	0.64	-37.5	-49.5	1.06	0.90	0.63	0.56	-43.7	-60.4				
		5	0.82	1.00	0.76	0.71	-32.8	-40.7	0.88	0.96	0.73	0.68	-32.5	-42.1	0.95	0.93	0.68	0.63	-36.6	-49.0	1.07	0.87	0.62	0.55	-40.3	-57.1				
		6	0.83	1.05	0.75	0.71	-40.1	-48.7	0.88	1.03	0.72	0.67	-42.4	-52.9	0.96	0.96	0.68	0.62	-40.7	-53.7	1.08	0.89	0.61	0.55	-44.3	-61.8				
		7	0.83	0.95	0.75	0.71	-27.2	-35.1	0.89	0.97	0.72	0.67	-34.4	-44.4	0.97	0.85	0.68	0.62	-25.9	-37.7	1.09	0.79	0.61	0.54	-28.6	-44.4				
		8	0.83	0.98	0.75	0.70	-31.4	-39.6	0.89	0.90	0.72	0.67	-25.3	-34.7	0.97	0.86	0.67	0.62	-27.4	-39.4	1.09	0.76	0.61	0.54	-24.1	-39.4				
CB600	8 mm	4	0.89	0.93	0.72	0.67	-28.9	-38.5	0.95	0.90	0.69	0.63	-30.9	-42.6	0.92	1.12	0.70	0.65	-59.2	-72.3	1.17	0.79	0.56	0.49	-40.5	-60.1				
		5	0.90	0.93	0.71	0.66	-31.4	-41.7	0.97	0.88	0.68	0.62	-30.7	-43.0	0.94	1.06	0.69	0.64	-52.4	-65.6	1.19	0.72	0.55	0.48	-31.0	-49.8				
		6	0.91	0.94	0.70	0.65	-33.3	-44.1	0.98	0.90	0.67	0.61	-34.6	-47.6	0.95	1.08	0.69	0.63	-56.6	-70.6	1.21	0.75	0.54	0.47	-38.2	-58.3				
		7	0.92	0.94	0.70	0.65	-34.5	-45.6	0.99	0.89	0.67	0.61	-33.1	-46.3	0.95	1.07	0.68	0.63	-57.1	-71.4	1.21	0.76	0.54	0.47	-40.6	-61.2				
		8	0.92	0.85	0.70	0.65	-21.1	-31.2	0.99	0.82	0.66	0.60	-23.1	-35.4	0.96	0.93	0.68	0.62	-36.7	-49.3	1.22	0.66	0.54	0.47	-22.7	-40.8				
						Avg.	-31.4	-39.7				Avg.	-32.1	-42.2				Avg.	-39.8	-51.7				Avg.	-35.1	-51.5				
						SD (%)	4.2	4.4				SD (%)	4.4	4.7				SD (%)	11.1	12.3				SD (%)	7.1	8.2				
						Var.(%)	17.4	19.1				Var.(%)	19.0	21.8				Var.(%)	124.1	152.2				Var.(%)	51.1	67.9				

367

368

369 **Table 5** presents the results for the models with 8 mm reinforcement bars, comparisons are made between the values of the reduction factor (χ) obtained
 370 by the standard procedures and through the FE analyzes for each type of steel used in the I-sections. In **Table 6** and **Table 7** the same comparisons are made,
 371 however, for models with 16 mm and 25 mm reinforcement bars, respectively.

372

373

Table 6: Comparison between the reduction factor values (χ) calculated by standard procedures and obtained by FE analyzes for models with 16 mm bars

I-section	ϕ (mm)	L (m)	$f_y=250$ MPa						$f_y=290$ MPa						$f_y=350$ MPa						$f_y=450$ MPa					
			λ	χ			Percent error (%)		λ	χ			Percent error (%)		λ	χ			Percent error (%)		λ	χ			Percent error (%)	
				FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$		FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$		FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$		FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$
CB350	16 mm	4	0.62	0.82	0.85	0.83	3.3	0.4	0.66	0.81	0.83	0.81	2.8	-0.5	0.71	0.77	0.81	0.78	5.3	1.5	0.78	0.75	0.77	0.74	2.8	-2.2
		5	0.63	0.81	0.85	0.82	4.7	1.8	0.66	0.77	0.83	0.80	7.2	4.0	0.71	0.72	0.81	0.78	10.4	6.7	0.78	0.72	0.77	0.73	6.2	1.2
		6	0.63	0.80	0.85	0.82	6.1	3.2	0.67	0.78	0.83	0.80	5.6	2.3	0.72	0.74	0.81	0.77	8.7	4.9	0.79	0.72	0.77	0.73	7.1	2.1
		7	0.63	0.79	0.85	0.82	7.0	4.2	0.67	0.75	0.83	0.80	9.9	6.7	0.72	0.75	0.81	0.77	6.5	2.6	0.79	0.72	0.77	0.73	6.2	1.1
		8	0.63	0.79	0.85	0.82	6.6	3.7	0.67	0.77	0.83	0.80	6.8	3.5	0.72	0.73	0.80	0.77	9.6	5.8	0.79	0.68	0.77	0.73	12.2	7.4
CB450	16 mm	4	0.69	0.83	0.82	0.79	-0.7	-4.5	0.73	0.80	0.80	0.77	0.4	-3.9	0.78	0.81	0.77	0.74	-4.2	-9.7	0.87	0.79	0.73	0.68	-8.2	-15.7
		5	0.69	0.80	0.82	0.79	1.6	-2.2	0.74	0.80	0.80	0.76	-0.6	-5.1	0.79	0.78	0.77	0.73	-1.4	-6.9	0.88	0.74	0.72	0.68	-2.6	-10.1
		6	0.70	0.83	0.81	0.78	-2.0	-6.0	0.74	0.83	0.79	0.76	-4.6	-9.4	0.80	0.80	0.77	0.73	-5.1	-11.0	0.88	0.75	0.72	0.67	-4.7	-12.4
		7	0.70	0.80	0.81	0.78	2.2	-1.7	0.75	0.76	0.79	0.76	4.3	-0.2	0.80	0.76	0.76	0.72	0.9	-4.6	0.89	0.69	0.72	0.67	3.6	-3.6
		8	0.71	0.79	0.81	0.78	3.3	-0.6	0.75	0.76	0.79	0.76	4.2	-0.3	0.80	0.72	0.76	0.72	5.3	-0.1	0.89	0.67	0.72	0.67	6.3	-0.8
CB600	16 mm	4	0.78	0.79	0.78	0.74	-1.6	-6.9	0.82	0.79	0.76	0.71	-5.0	-11.2	0.89	0.78	0.72	0.67	-7.6	-15.6	0.99	0.73	0.67	0.61	-9.1	-19.8
		5	0.79	0.79	0.77	0.73	-3.0	-8.7	0.83	0.79	0.75	0.70	-5.8	-12.4	0.90	0.76	0.71	0.66	-6.1	-14.3	1.00	0.70	0.66	0.60	-6.4	-17.3
		6	0.80	0.81	0.76	0.72	-5.9	-11.9	0.84	0.80	0.74	0.70	-8.2	-15.2	0.91	0.76	0.71	0.65	-7.5	-16.1	1.01	0.69	0.65	0.59	-6.2	-17.4
		7	0.81	0.80	0.76	0.72	-5.4	-11.4	0.85	0.82	0.74	0.70	-10.0	-17.3	0.92	0.73	0.70	0.65	-3.9	-12.3	1.02	0.68	0.65	0.58	-5.3	-16.5
		8	0.81	0.73	0.76	0.72	3.6	-2.0	0.85	0.73	0.74	0.69	1.7	-4.8	0.92	0.68	0.70	0.65	3.1	-4.9	1.02	0.61	0.64	0.58	5.8	-4.3
			Avg.		1.3	-2.8	Avg.		0.6	-4.2	Avg.		0.9	-4.9	Avg.		0.5	-7.2	Avg.		0.5	-7.2	Avg.		0.5	-7.2
			SD (%)		4.2	5.3	SD (%)		6.1	7.4	SD (%)		6.5	8.1	SD (%)		6.8	8.8	SD (%)		6.8	8.8	SD (%)		6.8	8.8
			Var.(%)		17.7	27.6	Var.(%)		37.0	55.0	Var.(%)		41.8	65.2	Var.(%)		46.4	77.5	Var.(%)		46.4	77.5	Var.(%)		46.4	77.5

374

375

Table 7: Comparison between the reduction factor values (χ) calculated by standard procedures and obtained by FE analyzes for models with 25 mm bars

I-section	ϕ (mm)	L (m)	$f_y=250$ MPa						$f_y=290$ MPa						$f_y=350$ MPa						$f_y=450$ MPa					
			λ	χ			Percent error (%)		λ	χ			Percent error (%)		λ	χ			Percent error (%)		λ	χ			Percent error (%)	
				FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$		FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$		FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$		FE	NBR	EC3	$(\chi_{NBR}-\chi_{FE})/\chi_{NBR}$	$(\chi_{EC3}-\chi_{FE})/\chi_{EC3}$
CB350	25 mm	4	0.48	0.81	0.91	0.89	10.5	9.0	0.50	0.81	0.90	0.88	10.5	8.8	0.56	0.72	0.88	0.86	18.0	16.0	0.64	0.67	0.84	0.82	20.6	18.1
		5	0.49	0.79	0.91	0.89	13.2	11.7	0.50	0.77	0.90	0.88	14.3	12.7	0.57	0.70	0.87	0.85	20.3	18.3	0.65	0.64	0.84	0.81	24.2	21.7
		6	0.49	0.76	0.91	0.89	16.2	14.7	0.51	0.81	0.90	0.88	10.0	8.3	0.57	0.71	0.87	0.85	18.9	16.9	0.65	0.62	0.84	0.81	25.5	23.0
		7	0.49	0.78	0.90	0.89	14.3	12.8	0.51	0.79	0.90	0.88	11.6	9.9	0.57	0.70	0.87	0.85	19.9	17.9	0.65	0.62	0.84	0.81	26.1	23.6
		8	0.49	0.78	0.90	0.89	13.6	12.1	0.51	0.79	0.90	0.88	12.4	10.7	0.57	0.69	0.87	0.85	20.4	18.4	0.65	0.61	0.84	0.81	27.2	24.7
CB450	25 mm	4	0.57	0.74	0.87	0.85	15.0	12.9	0.61	0.70	0.86	0.83	17.9	15.6	0.66	0.69	0.83	0.81	16.8	13.9	0.73	0.67	0.80	0.76	16.1	12.4
		5	0.57	0.72	0.87	0.85	17.2	15.1	0.62	0.69	0.85	0.83	18.9	16.5	0.67	0.67	0.83	0.80	18.6	15.8	0.74	0.66	0.79	0.76	16.9	13.1
		6	0.58	0.79	0.87	0.85	9.6	7.3	0.62	0.74	0.85	0.83	13.4	10.9	0.68	0.69	0.83	0.80	16.3	13.3	0.75	0.66	0.79	0.76	16.7	12.8
		7	0.58	0.72	0.87	0.85	17.4	15.3	0.62	0.67	0.85	0.83	20.9	18.5	0.68	0.65	0.82	0.80	21.3	18.4	0.75	0.60	0.79	0.75	23.9	20.3
		8	0.58	0.71	0.87	0.85	17.8	15.7	0.63	0.66	0.85	0.82	22.2	19.9	0.68	0.63	0.82	0.79	23.9	21.2	0.75	0.57	0.79	0.75	27.7	24.3
CB600	25 mm	4	0.67	0.69	0.83	0.80	16.9	14.0	0.71	0.69	0.81	0.78	15.0	11.5	0.77	0.66	0.78	0.75	15.4	11.1	0.85	0.64	0.74	0.70	13.9	8.3
		5	0.68	0.70	0.82	0.79	14.9	11.8	0.72	0.69	0.80	0.77	14.6	11.0	0.78	0.66	0.78	0.74	15.3	10.8	0.86	0.63	0.73	0.69	14.8	8.9
		6	0.69	0.73	0.82	0.79	11.6	8.3	0.73	0.71	0.80	0.77	11.5	7.6	0.79	0.68	0.77	0.73	12.4	7.7	0.87	0.61	0.73	0.68	15.9	9.9
		7	0.69	0.73	0.82	0.79	11.3	7.9	0.73	0.70	0.80	0.76	12.0	8.0	0.79	0.67	0.77	0.73	12.6	7.8	0.87	0.62	0.73	0.68	14.6	8.5
		8	0.69	0.66	0.82	0.79	19.4	16.3	0.74	0.64	0.80	0.76	19.0	15.4	0.80	0.59	0.77	0.73	23.4	19.2	0.88	0.56	0.72	0.68	23.2	17.6
			Avg.		14.6	12.3	Avg.		14.9	12.3	Avg.		18.2	15.1	Avg.		20.5	16.5	Avg.		20.5	16.5	Avg.		20.5	16.5
			SD (%)		2.9	3.0	SD (%)		3.9	3.9	SD (%)		3.5	4.2	SD (%)		5.1	6.2	SD (%)		5.1	6.2	SD (%)		5.1	6.2
			Var.(%)		8.6	9.0	Var.(%)		15.3	15.3	Var.(%)		12.1	17.4	Var.(%)		26.0	38.7	Var.(%)		26.0	38.7	Var.(%)		26.0	38.7

376

377

378

379

It is observed in [Table 5](#) that the values of the reduction factor (χ) obtained by the standard procedures (NBR 8800:2008 [\[15\]](#) and EC4 [\[43\]](#)) are lower than the values obtained with the FE analyzes. This situation shows a very conservative behavior of the Brazilian [\[15\]](#) and European [\[43\]](#) standards for models with 8 mm reinforcement bars, a situation also observed by Rossi *et al.* [\[1\]](#), Zhou and Yan [\[4\]](#) and Bradford [\[32\]](#), in relation to the European procedure [\[43\]](#).

Table 5 also presents the percentage error values of the standard procedures calculated in relation to the results obtained with the FE analyzes. Percentage error values were calculated for models with different steel types. For the Brazilian standard procedure [15] the average values of the percentage error for steels with yield strength (f_y) of 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa and 450 MPa were -31.4%, -32.1%, -39.8% and -35.1%, respectively. These results show that the LDB ultimate moment values obtained by the Brazilian standard procedure [15] are inferior to the values obtained by the FE analyzes, verifying a considerably conservative situation. When the results are compared with the values obtained by the European standard procedure [43], there is an intensification of this conservative situation. The percentage error values for the European standard [43] are -39.7%, -42.2%, -51.7% and -51.5% for steels with yield strength of 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa and 450 MPa, respectively. Therefore, the ultimate moment values obtained by the European procedure [43] are up to 50% lower than the values obtained with the FE analyzes for the models with reinforcement bars of 8mm.

Still in relation to Table 5, observing the percentage errors evolution for the different steel types, a growth tendency of the errors is verified with the yield strength (f_y) increase, except for the steel with yield strength of 450 MPa. This situation shows that the use of steels with different mechanical characteristics has an impact on the LDB strength that is not captured by the design curves of SSRC (used by NBR 8800: 2008 [15]) and ECCS (used by EC3), which use the relative slenderness factor ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-CB}}$).

Table 6 presents the results for models with 16 mm reinforcement bars. The results of Table 6 show a greater proximity between the LDB ultimate moment values obtained by the standard procedures and by the FE analyzes. This situation can be explained by the plastic moment calculation of the composite section, which is dependent on the longitudinal reinforcement area present in the effective width of the concrete slab. Therefore, with the increase in the steel area, there is an increase in the plastic moment, and, therefore, a reduction in the relative slenderness factor ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-CB}}$), and, consequently, an increase in the reduction factor (χ). Thus, with the increase in the plastic moment and the reduction factor, there is an increase in the value of the LDB ultimate moment, which leads to a closer approximation with the standard values. It is observed in Table 6 that the average values of the percentage error for the Brazilian standard [15] are 1.3%, 0.6%, 0.9% and 0.5% and for the European standard [43] -2.8%, -4.2%, - 4.9% and -7.2%, for steels with

yield strength of 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa and 450 MPa, respectively. Regarding the steel type, it is verified, for the Brazilian procedure [15] (curve 2P of the SSRC) , that there is no great variation in the average values of the percentage errors for the different steel types. However, for the European standard [43], there is an increase in divergences with the increase in the I-section steel yield strength.

Finally, Table 7 shows the results for models with reinforced bars with 25 mm diameter. Contrary to the results observed in Table 5, Table 7 shows a non-conservative situation of the standard procedures, that is, the results of the FE analyzes were lower than the ultimate moment values obtained by the standard procedures. The explanation for this situation is the same as that presented in the previous paragraph, that is, with the increase of the steel area in the effective width of the concrete slab, there is an increase in the plastic moment, and, therefore, a reduction in the relative slenderness factor ($\lambda = \sqrt{M_{cr}/M_{pl-CB}}$), and, consequently, an increase in the reduction factor (χ). Thus, with the increase in the plastic moment and the reduction factor, there is an increase in the LDB ultimate moment value, higher than those obtained in the FE analyzes. In Table 7, it is observed that the average values of the percentage error in relation to the Brazilian standard [15] are 14.6%, 14.9%, 18.2% and 20.5%, for the European standard [43] these values are 12.3%, 12.3 %, 15.1% and 16.5%, for steels with yield strength of 250 MPa, 290 MPa, 350 MPa and 450 MPa, respectively. Analyzing the percentage errors evolution, it is also observed a small influence of the yield strength variation on the LDB ultimate moment values that are not captured by the classic SSRC and ECCS curves.

Fig. 16 shows the deformed shape and von Mises stresses, for the CB450 model with a length of 6.0 m and reinforcement bars with 8 mm diameter for the four steel types analyzed. For the model with steel yield strength of 250 MPa (Fig. 16a) the maximum stress in the I-section web (middle of the span) varies from 230.30 to 258.98 MPa. For the model with 290 MPa yield strength (Fig. 16b) the maximum stress in the I-section web varies from 287.60 to 316.31 MPa. For the model in Fig.16c, with the yield strength of 350 MPa, the maximum web stress ranges from 332.94 to 363.16 MPa, and finally, for the model with yield strength of 450 MPa (Fig. 16d) the maximum web stress varies from 422.35 to 460.67 MPa.

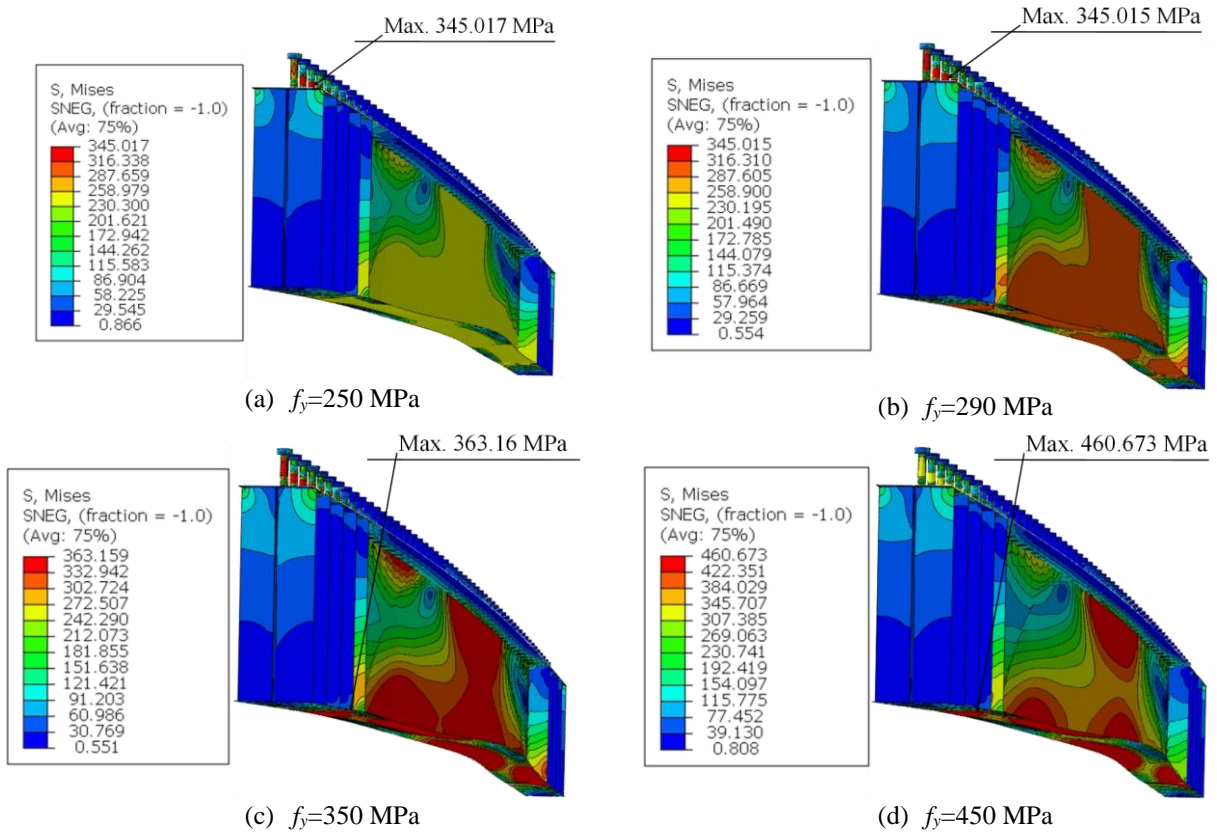


Fig.16. von Mises stress distribution (Unit=MPa).

5.2 Analytical procedures and other parameters

The increase in the area of reinforcement bars present in the effective width of the concrete slab causes the increase in the plastic moment of the composite section calculated by plastic theory, which consequently leads to an increase in the LDB ultimate moment calculated by standard procedures such as EC4 [43] and NBR 8800:2008 [15]. However, the numerical analyzes developed in this article show a small variation in LDB strength due to the increase in the area of reinforcement bars. Fig. 17 shows the LDB ultimate moment results for models with reinforcement bars with a diameter of 8 mm, 16 mm and 25 mm. In Fig. 17 the reference values are those obtained by the models with 8 mm bars.

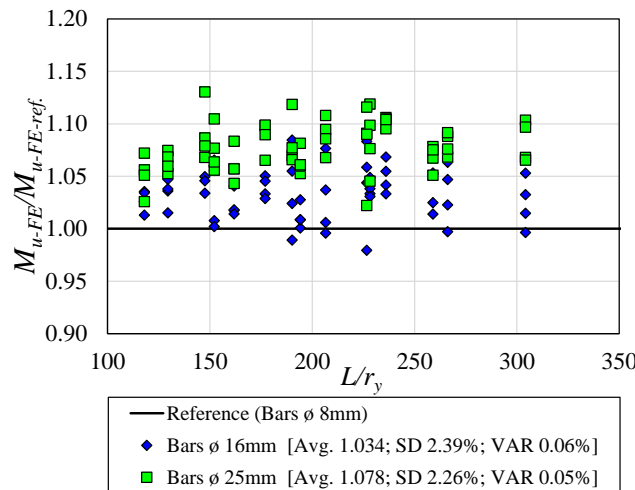


Fig.17. Influence of longitudinal reinforcement.

It is observed in Fig. 17 that the average value of the ratio ($M_{u-FE}/M_{u-FE-ref.}$) for models with reinforcement bars with 16 mm diameter is 1.034, that is, there is an average gain in the ultimate moment value of about 3.4%. Regarding the models with 25 mm bars the average value of the ratio ($M_{u-FE}/M_{u-FE-ref.}$) is 1.078, this shows that the ultimate moment has an average gain of 7.8% compared with the models with 8 mm bars. This situation shows that, despite a considerable increase in the longitudinal reinforcement area, there is an insignificant increase in the value of the LDB ultimate moment.

Fig. 18 shows the deformed shape and the distribution of the absolute maximum stresses in the principal plane for models CB350 with a length of 6.0 m, A572-GR50 steel and with longitudinal reinforcements of 8 mm (Fig. 18a), 16 mm (Fig. 18b) and 25 mm (Fig. 18c). It is observed in Fig. 18 that the increase in the longitudinal reinforcement area in the effective width of the concrete slab causes an increase in the maximum tension and compression stresses, reflecting the increase in the LDB ultimate moment, a situation verified in the numerical models analyzed.

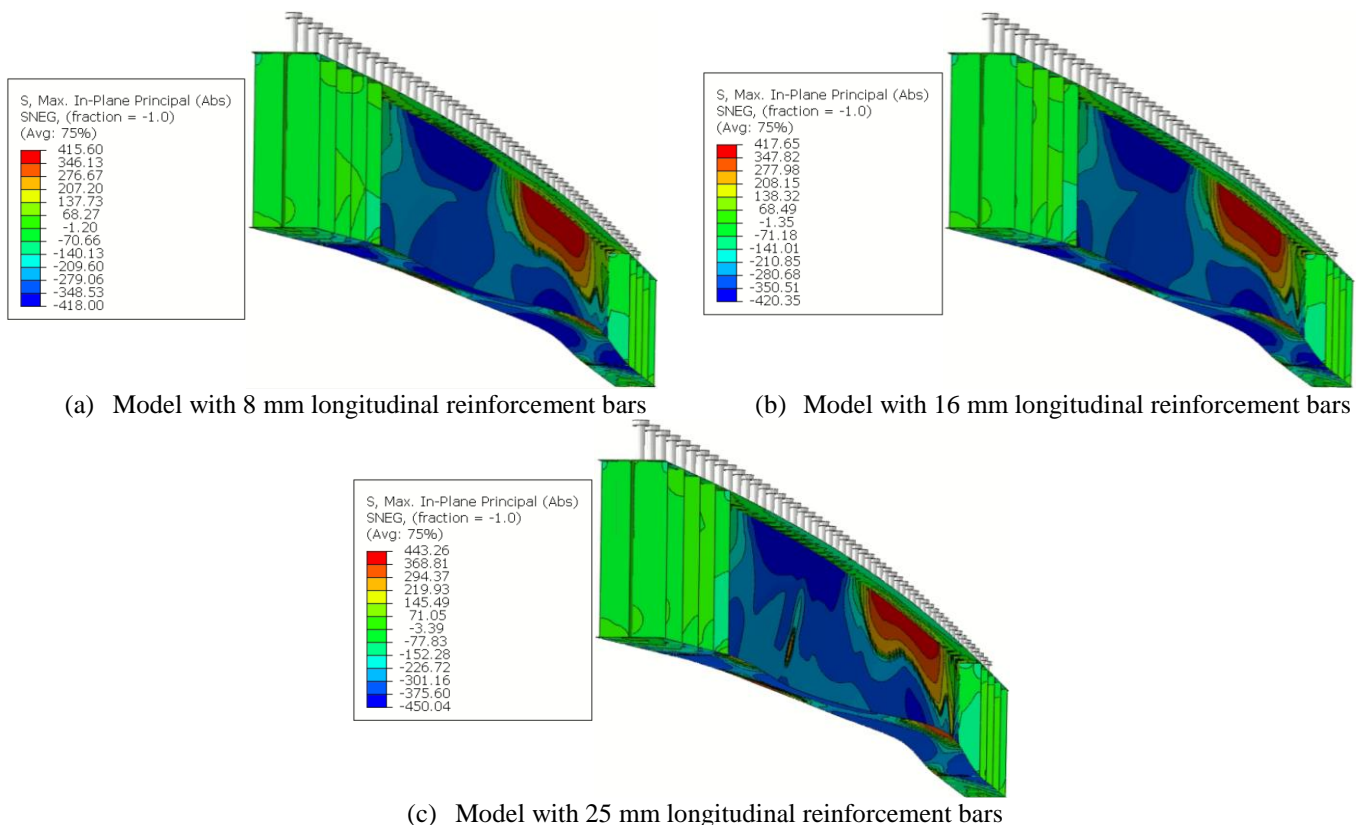


Fig.18. Stress distribution for the CB350 model with 6 m span (Unit=MPa).

As seen in Fig. 17, the increase in the longitudinal reinforcement area in the effective width of the concrete slab leads to an insignificant increase of the LDB ultimate moment. However, this increase in the longitudinal reinforcement area causes a considerable increase in the plastic moment value calculated according to EC4 [43] by plastic theory. This situation causes an increase in the LDB ultimate moment value,

calculated according to the procedures of EC4 [43] and NBR 8800:2008 [15], as the longitudinal reinforcement area increases. Fig. 19 shows the comparison between the European [43] and Brazilian [15] standard design curves with the results of the FE analyzes for models with 8mm (Fig. 19a), 16 mm (Fig. 19b) and 25 mm (Fig. 19c). In addition, Fig. 19 also shows the values of the experimental analysis of four beams tested by Tong *et al.* [39], which served to validate the numerical model of this article.

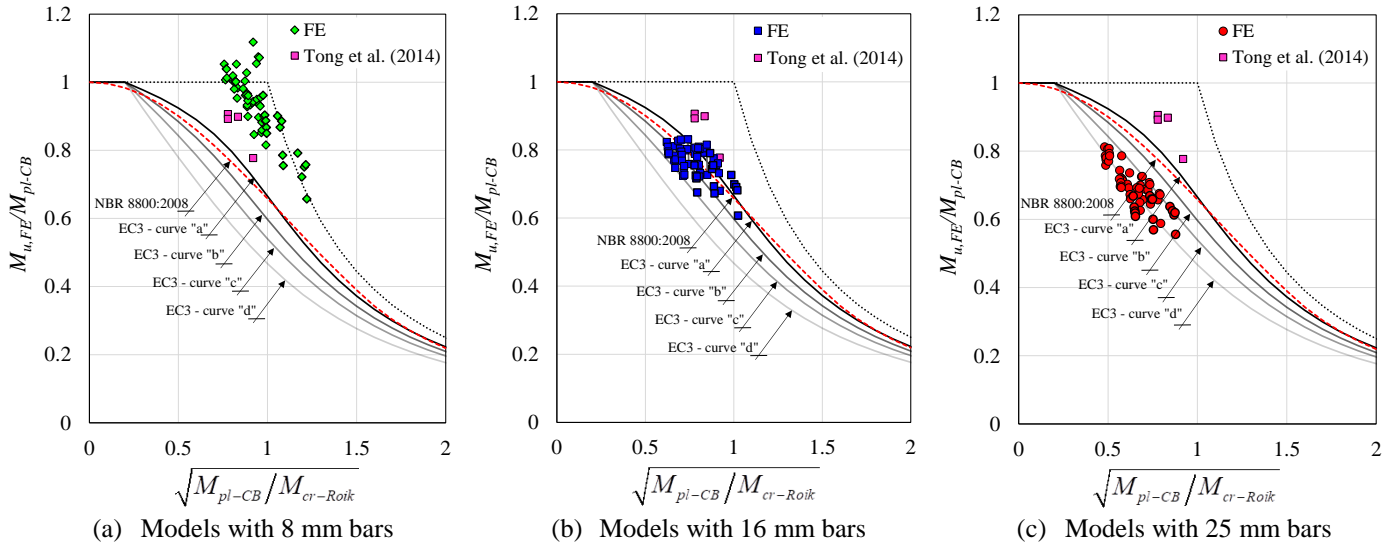


Fig.19. LDB strength for different steel type.

It is observed in Fig. 19 three different situations. In Fig. 19a, the results of the FE analyzes provided LDB ultimate moment values higher than those obtained by the Brazilian [15] and European [43] standard procedures. The average percentage error of the FE analyzes results when compared to the European procedure [43] was -46.28%, which shows considerable conservatism in the EC4 procedure [43]. Regarding the Brazilian standard [15], which is based on the SSRC 2P curve, the average percentage error was -34.60%, also showing conservatism. Fig. 19a also presents the results of four beams tested experimentally by Tong *et al.* [39], the results of these four beams are close to the values of the FE analyzes developed in this article, since the longitudinal reinforcement area of the beams by Tong *et al.* [39] is similar to the models with 8 mm bars analyzed in the present work.

In relation to Fig. 19b, which presents the results for the models with 16 mm diameter longitudinal reinforcement, a close proximity is observed between the results of the FE analyzes and the standard procedures of EC4 [43] and NBR 8800:2008 [15]. The increase in the plastic moment of the composite section is the reason that leads to the greater proximity between the results of the standard procedures and those obtained through the FE analyzes. For the results presented in Fig. 19b, the average percentage error of the

numerical results compared with the standard procedures is 0.83% for the Brazilian standard [15] and -4.78% for the European standard [43]. And finally, in Fig. 19c, the results of the FE analyzes are compared with the standard procedures for the models with 25 mm diameter longitudinal reinforcement. It is observed in Fig. 19c that the LDB ultimate moment values obtained by means of the FE analyzes are inferior to the standard results, which leads to an unsafe situation of the European [43] and Brazilian [15] standards. As verified, the increase in the longitudinal reinforcement area does not cause a considerable gain in the LDB strength. However, for the EC4 [43] and NBR 8800:2008 [15] procedures, the increase in the longitudinal reinforcement area leads to a considerable gain from the LDB strength of SCCB, which leads to this unsafe situation for the European [43] and Brazilian [15] procedures. In Fig. 19c the average percentage error of the numerical results compared with the standard procedures is 17.05% for the Brazilian standard [15] and 14.05% for the European standard [43].

The results of the FE analyzes were also compared with the analytical procedures presented by Zhou and Yan [4] and Bradford [32]. In Fig. 20, the results of the FE analyzes are compared with the Zhou and Yan procedure [4].

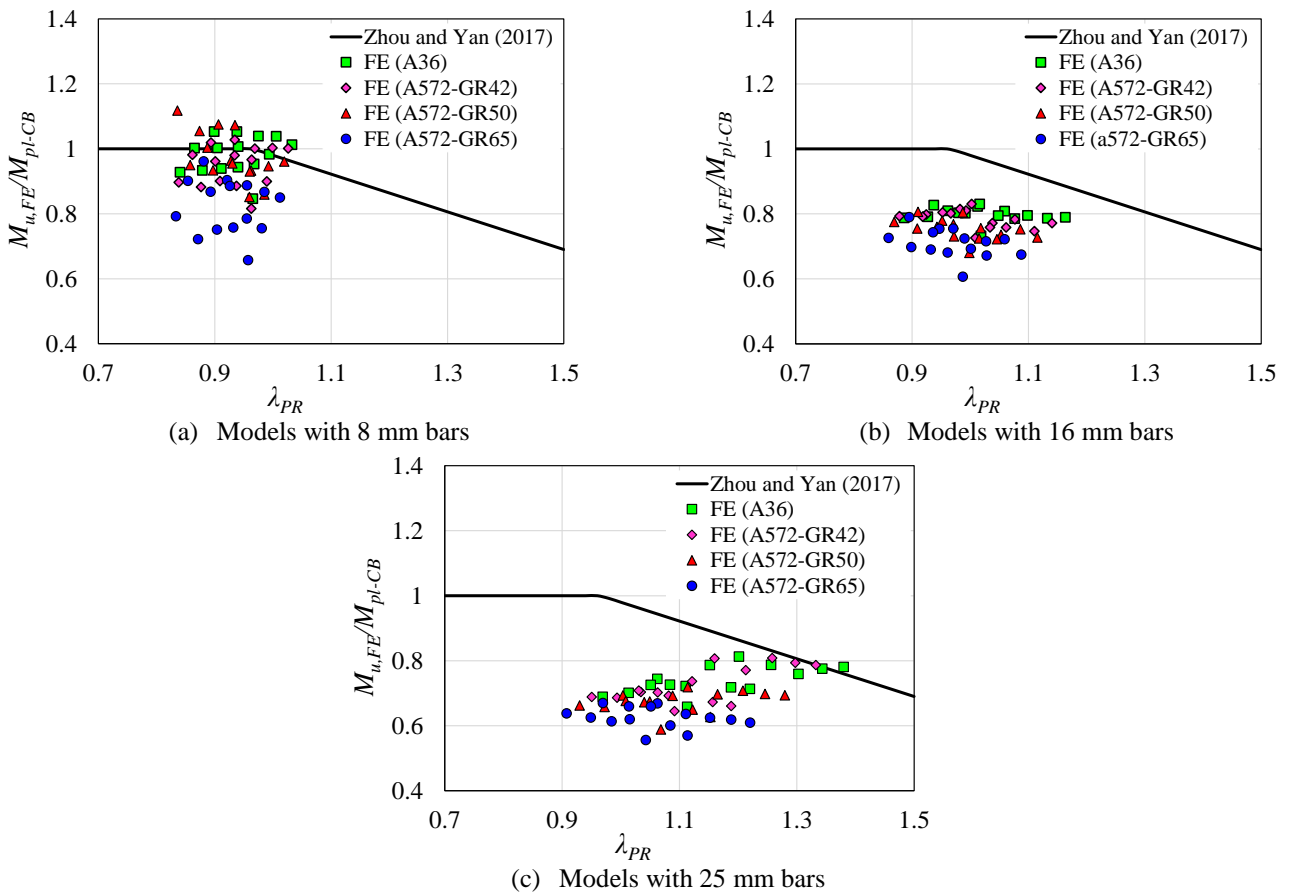
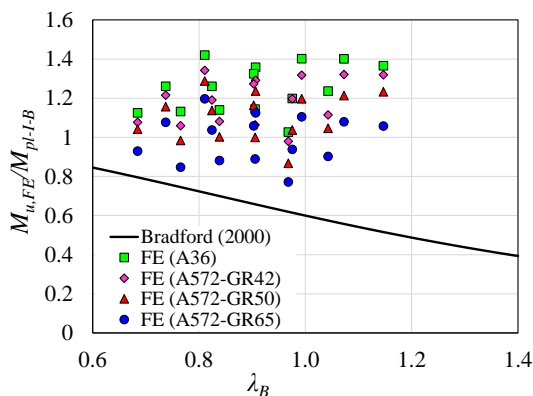


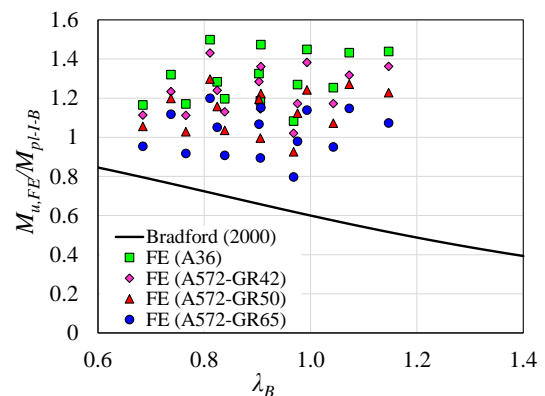
Fig.20. Comparison of FE results with the Zhou and Yan procedure [4].

It is observed in Fig. 20 that the longitudinal reinforcement area variation in the concrete slab is also responsible for three different situations when the results of the FE analyzes are compared with the Zhou and Yan procedure [4]. For the models with 8 mm diameter longitudinal reinforcement (Fig. 20a) the results of the FE analyzes show greater agreement with the Zhou and Yan [4] procedure. The results analysis of the LDB ultimate moment shows that the average value of the ratio ($M_{Zhou\ and\ Yan}/M_{u,FE}$) is 1.08, that is, the values obtained through the analytical procedure of Zhou and Yan [4] are on average 8.0 % higher than those obtained with the FE analyzes. Fig. 20b presents the results obtained with the FE analyzes for the models with 16 mm bars. It is verified that with the increase in the longitudinal reinforcement area there is also an increase in the divergence between the results of the FE analyzes and the results of the Zhou and Yan procedure [4]. The average value of the ratio ($M_{Zhou\ and\ Yan}/M_{u,FE}$) is 1.28, that is, the results of the procedure developed by the authors [4] are on average 28% higher than the results obtained in the numerical analysis, an unsafe situation. Finally, Fig. 20c shows the results for the models with 25 mm diameter longitudinal reinforcement bars. There is also a tendency to increase the divergence between the numerical results and the Zhou and Yan [4] procedure as the longitudinal reinforcement area is increased. For the results in Fig. 20c the average value of the ratio ($M_{Zhou\ and\ Yan}/M_{u,FE}$) is 1.34, which shows an unsafe situation in the Zhou and Yan procedure [4]. Fig. 20 also presents the results for the models with the different steel types analyzed, it is verified that, as for the standard procedures, in the Zhou and Yan procedure [4] the influence of the steel type is not captured properly.

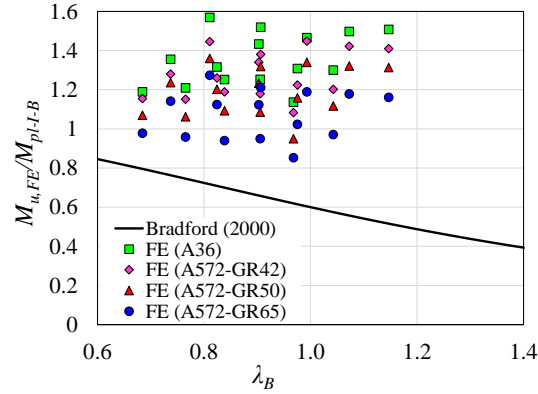
Finally, Fig. 21 presents the comparison between the results obtained with the FE analyzes and the Bradford [32] procedure.



(a) Models with 8 mm bars



(b) Models with 16 mm bars



(c) Models with 25 mm bars

Fig.21. Comparison of FE results with the Bradford [32] procedure.

The results in Fig. 21 show a similar behavior of the Bradford procedure [32] in comparison with the results of the FE analysis between the models with longitudinal reinforcement of 8mm (Fig. 21a), 16 mm (Fig. 21b) and 25mm (Fig. 21c). This situation is due to the fact that the Bradford procedure [32] does not consider the plastic moment of the composite section, but only the I-section plastic moment to determine the LDB ultimate moment. This situation can be confirmed with the analysis of the average value of the ratio ($M_{Bradford}/M_{u,FE}$) which provided values of 0.59, 0.57 and 0.55 for the models with reinforcement bars with a diameter of 8 mm, 16 mm and 25 mm, respectively. However, despite providing safe results, the Bradford procedure [32] is considerably conservative. Regarding the results for the different steel types analyzed, it is verified that for the models with greater steel yield strength there is a greater proximity of the FE results with the author's procedure [32]. On the other hand, with the reduction in the steel yield strength, there is a tendency to increase the divergences between the FE results and the Bradford procedure [32].

Finally, Fig. 22 shows the LDB ultimate moment values for models with A572-GR50 steel and 8 mm reinforcement bars. The results show that the unrestricted length variation does not significantly influence the LDB ultimate moment value, a situation also observed by Rossi *et al.* [1]. It is verified in Fig. 22 that the preponderant factor in the LDB ultimate moment values are the I-section geometric properties.

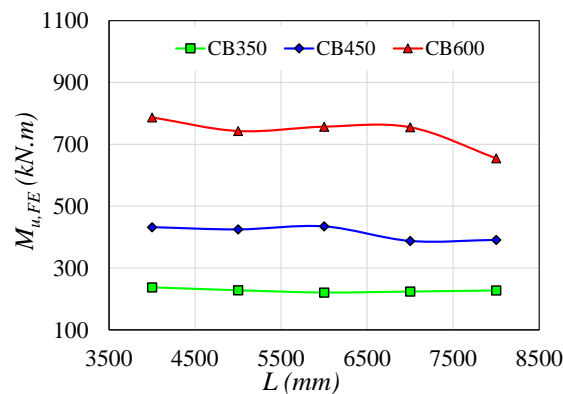


Fig.22. Influence of unrestricted length.

The results presented show that the standard procedures are still flawed in determining the LDB strength of SCCB under the action of hogging moment. The influence of parameters not previously investigated were presented, such as the I-section steel type and a considerable variation in the longitudinal reinforcement area in the effective width of the concrete slab. The investigation of these factors showed flaws, until then not observed, in the standard procedures such as EC4 [43] and NBR8800:2008 [15]. The comparison between the FE results and the analytical procedures, such as Zhou and Yan [4] and Bradford [32], shows that further investigations are still needed to fully understand the LDB phenomenon in SCCB. Thus, the results presented in this article can provide a reference for future research and specification reviews.

7. Conclusion

In this article the LDB strength of SCCB was investigated through the development of post-buckling numerical analyzes with the ABAQUS [40] software. The SCCB analyzed are simply supported with lateral bracing. In the parametric study, 180 analyzes were developed, varying the following factors: the mechanical properties of the steel I-section, the dimensions of the I-sections, the unrestricted length, and the longitudinal reinforcement area present in the effective width of the concrete slab. Finally, the results were compared with current standard procedures and analytical proposals. In this way, it was concluded:

- The increase in the I-section steel yield strength causes an increase in the LDB ultimate moment values. Taking as reference the steel with yield strength of 250MPa, it is verified that for an increase of 16%, 40% and 80% in the yield strength ($f_y=290$; $f_y=350$; $f_y=450$), the variation of the LDB ultimate moment was of 10.12%, 23.60% and 42.43%, respectively.
- It was verified that for the models with higher steel yield strength (f_y) the LDB occurs for ultimate moment values lower than the plastic moment of the composite section, that is, the greater the steel yield strength, the lower the chances of the composite section reaching the plastic moment, with the LDB being the failure mode responsible for defining the ultimate moment value;
- There was a tendency to increase divergences between the numerical results and the curves of ECCS (EC4 [43]) and SSRC (NBR 8800:2008 [15]), with the increase in the steel yield strength (f_y), that is, for steels with greater yield strength, the greater the divergences between the FE results and standard procedures.

- The increase in the longitudinal reinforcement area present in the concrete slab causes a small increase in the LDB strength. For an increase of 244% in the longitudinal reinforcement area, there was only an increase of about 7.8% in the value of the LDB ultimate moment;
- Different behavior of the standard procedures was verified, due to the variation of the longitudinal reinforcement area, when compared to the ultimate moment obtained by the FE analyzes. For a longitudinal reinforcement rate that approximates practical situations (8mm bars), the standard procedures proved to be considerably conservative. As the longitudinal reinforcement area in the effective width of the concrete slab is increased, the behavior of the standard procedures is changed. For the longitudinal reinforcement with 16 mm bars the standard results are close to the numerical values, showing a good behavior of the standard procedures. However, for models with 25 mm bars, the European [43] and Brazilian [15] standard procedures provided ultimate moment results superior to those obtained by FE analyzes;
- The Zhou and Yan [4] procedure showed a behavior similar to that observed in the standard procedures, that is, with the increase in the longitudinal reinforcement rate, there is a variation of the divergences with the results of the FE analyzes. This situation is caused by the fact that the procedures of Zhou and Yan [4], the European standard [43] and the Brazilian standard [15], define the LDB ultimate moment value due to the reduction of the plastic moment of the composite section, and, any change in this value was shown to be sensitive to the behavior of the mentioned procedures;
- It was found that the Bradford procedure [32] is not sensitive to the variation in the longitudinal reinforcement rate, since the definition of the LDB ultimate moment is a function of the I-section plastic moment, and not of the composite section plastic moment. The comparison between the results of the FE analyzes and Bradford's procedure [32], showed that this provides safe results, however, considerably conservative;
- It was verified that the LDB ultimate moment is not very sensitive to the unrestricted length variation of the SCCB. The predominant factor is the dimensions of the I-section.

In general, it was verified that the standard procedures are still flawed in determining the LDB strength of SCCB. It was found that the European [43] and the Brazilian [15] standard procedures show different

behaviors due to the longitudinal reinforcement area variation. In addition, they are sensitive to the variation of the steel mechanical properties, tending to an increase or reduction of the divergences depending on the yield strength variation (f_y). The comparison between the FE results and the analytical procedures, such as Zhou and Yan [4] and Bradford [32], shows that further investigations are still needed to fully understand the LDB phenomenon in SCCB. Thus, the results presented in this article can provide a reference for future research and specification reviews.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was financed by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

REFERENCES

- [1] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 172 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106192>.
- [2] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams, *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 850–859. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2008.05.002>.
- [3] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review, *Structures.* 27 (2020) 1299–1312. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.026>.
- [4] W.-B. Zhou, W.-J. Yan, Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment, *Thin-Walled Struct.* 116 (2017) 201–211. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.02.011>.
- [5] A. Moghbeli, Y. Sharifi, New predictive equations for lateral-distortional buckling capacity assessment of cellular steel beams, *Structures.* 29 (2021) 911–923. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.12.004>.
- [6] M. Hosseinpour, Y. Sharifi, H. Sharifi, Neural network application for distortional buckling capacity assessment of castellated steel beams, *Structures.* 27 (2020) 1174–1183. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.027>.
- [7] M.Z. Dietrich, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Analysis of rotational stiffness of steel-concrete composite beams for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 198 (2019) 109554. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109554>.
- [8] S. Chen, X. Wang, Finite element analysis of distortional lateral buckling of continuous composite beams with transverse web stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.15.9.1607>.
- [9] S.X. Liu Yang, L. Tong, Sun Bo, Chen Yiyi, Zhou Feng, Tian Hal, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (2014) 10–21. <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002>.
- [10] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, The effects of axial tension on the hogging-moment regions of composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 68 (2012) 20–33. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.06.017>.
- [11] S. Chen, Y. Jia, Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons, *Thin-Walled Struct.* 48 (2010) 233–242. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.10.009>.
- [12] M. Bradford, R. Johnson, Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports, *Proc. Inst. Civ. Eng.* 83 (1987) 143–159. <https://doi.org/10.1680/iicep.1987.345>.
- [13] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comite Europeen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).
- [14] K. Roik, G. Hanswille and J. Kina, Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (in German), *Stahlbau* 59 (1990) 327–332.
- [15] ABNT NBR 8800. Design of steel and composite structures for buildings. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (Brazilian Association of Technical Standards); 2008 [in Portuguese].

- [16] A AISI, Specifications for Structural Steel Buildings, ANSI/AISI 360-16, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [17] Standards Association of Australia. AS 4100 steel structures. Sydney, Australia; 1998.
- [18] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1950079. <https://doi.org/10.1142/S0219455419500792>.
- [19] W.B. Zhou, L.Z. Jiang, S.J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1–22. <https://doi.org/10.1142/S0219455415500455>.
- [20] J.H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1–29. <https://doi.org/10.1142/S0219455413500016>.
- [21] S.E. Svensson, Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force, *J. Constr. Steel Res.* 5 (1985) 179–193. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(85\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0143-974X(85)90002-1).
- [22] F.W. Williams, A.K. Jemah, Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams, *J. Constr. Steel Res.* 7 (1987) 133–147. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(87\)90025-3](https://doi.org/10.1016/0143-974X(87)90025-3).
- [23] G. Hanswille, J. Lindner and D. Munich, Lateral torsional buckling of composite beams (in German), *Stahlbau* 67 (1998) 525–535.
- [24] M.A. Bradford, Z. Gao, Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams, *J. Struct. Eng.* 118 (1992) 73–89. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:1\(73\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(73)).
- [25] N.W. Dekker, A.R. Kemp, P. Trincherro, Factors influencing the strength of continuous composite beams in negative bending, *J. Constr. Steel Res.* 34 (1995) 161–185. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(94\)00045-J](https://doi.org/10.1016/0143-974X(94)00045-J).
- [26] M.A. Bradford, Distortional buckling of elastically restrained cantilevers, *J. Constr. Steel Res.* 47 (1998) 3–18. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)80003-5](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)80003-5).
- [27] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Elastic Bubble Augmented Spline Finite Strip Method in Analysis of Continuous Composite Beams, *Aust. J. Struct. Eng.* 7 (2007) 75–84. <https://doi.org/10.1080/13287982.2007.11464966>.
- [28] W. Chen, J. Ye, Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric I-beams, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 10 (2010) 983–1016. <https://doi.org/10.1142/S0219455410003865>.
- [29] W.-B. Zhou, S.-J. Li, W.-J. Yan, Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel-concrete composite beams, *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 25 (2016) 1055–1072. <https://doi.org/10.1002/tal.1297>.
- [30] F. Guo, S. Zhou, L. Jiang, Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region, *Adv. Mater. Sci. Eng.* 2015 (2015) 1–8. <https://doi.org/10.1155/2015/763634>.
- [31] P. Goltermann, S.E. Svensson, Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress, *J. Struct. Eng.* 114 (1988) 1606–1625. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:7\(1606\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:7(1606)).
- [32] M.A. Bradford, Strength of compact steel beams with partial restraint, *J. Constr. Steel Res.* 53 (2000) 183–200. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00066-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00066-8).
- [33] M.A. Bradford, H.R. Ronagh, Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM, *J. Struct. Eng.* 123 (2002) 1631–1637. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(1997\)123:12\(1631\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1997)123:12(1631)).
- [34] M.A. Bradford; A.R. Kemp, Buckling in continuous composite beams. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.2, p 169-178, 2000.
- [35] R.P. Johnson, C.K.R. Fan, Distortional lateral buckling of continuous composite beams, *Proc. - Inst. Civ. Eng. Part 2. Res. Theory.* 91 (1991) 131–161. <https://doi.org/10.1680/iicep.1991.13586>.
- [36] G. Weston, D.A. Nethercot, M.A. Crisfield, Lateral buckling in continuous composite bridge girders, *Struct. Eng. London.* 69 (1991) 79–87.
- [37] R.P. Johnson, S. Chen, Stability of continuous composite plate girders with u-frame action., *Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. <https://doi.org/10.1680/istbu.1993.23377>.
- [38] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected To Hogging Bending, (2010) 839–846.
- [39] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). <https://doi.org/10.14006/j.zjzjxb.2014.10.001>.
- [40] DASSAULT SYSTEMES. ABAQUS v6.12; 2012.
- [41] V.Z. Vlasov, Thin walled elastic beams. Israel Program for Scientific Translations, (1961).
- [42] W.-B. Zhou, L.-Z. Jiang, S.-J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1550045. <https://doi.org/10.1142/S0219455415500455>.

- 681 [43] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard,
682 Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994).
- 683 [44] S. Wijesiri Pathirana, B. Uy, O. Mirza, X. Zhu, Flexural behaviour of composite steel–concrete beams utilising blind bolt
684 shear connectors, *Eng. Struct.* 114 (2016) 181–194. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.01.057>.
- 685 [45] A. Rossi, C.H. Martins, R.S. Nicoletti, A.S.C. Souza, Reassessment of lateral torsional buckling in hot-hollowed I-beams,
686 *Structures.* (2020) ISTRUC801. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.04.041>.
- 687 [46] A. Rossi, F.P.V. Ferreira, C.H. Martins, E.C. Mesacasa Júnior, Assessment of lateral distortional buckling resistance in
688 welded I-beams, *J. Constr. Steel Res.* 166 (2020) 105924. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2019.105924>.
- 689 [47] F.P.V. Ferreira, A. Rossi, C.H. Martins, Lateral-torsional buckling of cellular beams according to the possible updating of
690 EC3, *J. Constr. Steel Res.* 153 (2019) 222–242. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.10.011>.
- 691 [48] R.S. Nicoletti, A. Rossi, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of effective width in steel-concrete
692 composite box girder bridges, *Adv. Struct. Eng.* (2020) 136943322097174. <https://doi.org/10.1177/1369433220971744>.
- 693 [49] A. Rossi, D. Hideyuki Saito, C. Humberto Martins, A. Sander Clemente de Souza, The influence of structural imperfections
694 on the LTB strength of I-beams, *Structures.* 29 (2021) 1173–1186. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.11.020>.
- 695 [50] T. V. Galambos, R.L. Ketter, Columns under combined bending and thrust, *J. Eng. Mech. Div.* 85 (1959) 1–30.
- 696 [51] C.J. Earls, On the inelastic failure of high strength steel I-shaped beams, *J. Constr. Steel Res.* 49 (1999) 1–24.
697 [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00204-1](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00204-1).
- 698 [52] C.J. Earls, Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility, *J. Constr. Steel*
699 *Res.* 51 (1999) 147–175. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00024-3](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00024-3).
- 700 [53] A. Hillerborg, M. Modéer, P.E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture
701 mechanics and finite elements, *Cem. Concr. Res.* 6 (1976) 773–781. [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7).
- 702 [54] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic-damage model for concrete, *Int. J. Solids Struct.* 25 (1989) 299–326.
703 [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4).
- 704 [55] J. Lee, G.L. Fenves, Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, *J. Eng. Mech.* 124 (1998) 892–900.
705 [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892)).
- 706 [56] T. Yu, J.G. Teng, Y.L. Wong, S.L. Dong, Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker–Prager type plasticity
707 model, *Eng. Struct.* 32 (2010) 665–679. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.11.014>.
- 708 [57] D. Carreira, K. Chu, Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression, *ACI J. Proc.* 82 (1985).
709 <https://doi.org/10.14359/10390>.
- 710 [58] D.J. Carreira, K.H. Chu, Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Tension., *J. Am. Concr. Inst.* 83 (1986) 21–
711 28. <https://doi.org/10.14359/1756>.
- 712
- 713

1 New predictive equations for LDB strength assessment of steel-concrete composite beams

2 **Alexandre Rossi^a**

3 **Mahmoud Hosseinpour^b**

4 **Alex Sander Clemente de Souza^a**

5 **Yasser Sharifi^{c*}**

6 ^aDepartment of Civil Engineering, Federal University of São Carlos, São Paulo, Brazil

7 ^bDepartment of Civil Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

8 ^cDepartment of Civil Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran

9 **Abstract**

10 Lateral distortional buckling (LDB) mode has been investigated as one of the failure modes in steel-concrete
11 composite beams (SCCB). The LDB mode in such beams is known by lateral displacement accompanied with
12 rotation of the compressed bottom flange that occurs due to the web distortion. However, many studies have
13 been conducted to investigate the behavior of this failure mode, no equations have yet been found that can
14 accurately calculate the ultimate LDB resistance in SCCB. Consequently, in the current paper, by conducting
15 an extensive parametric study including 475 finite element model (FEM) of SCCB, an attempt was made to
16 provide a reliable database. Then, based on the provided database, two methods of artificial neural network
17 (ANN) and multiple regression (MR) were employed and based on them, high-precision equations were
18 proposed to predict the ultimate LDB strength of SCCB. Finally, the proposed formulas were compared with
19 the formulas previously proposed to estimate the LDB strength of SCCB. The results showed that the formulas
20 presented in this paper have a very high accuracy compared to other formulations and can be used as practical
21 equations in the design of SCCB.

22 **Keywords:** Lateral distortional buckling; Steel-concrete composite beam; Artificial neural network; Multiple
23 regression; Finite element modelling

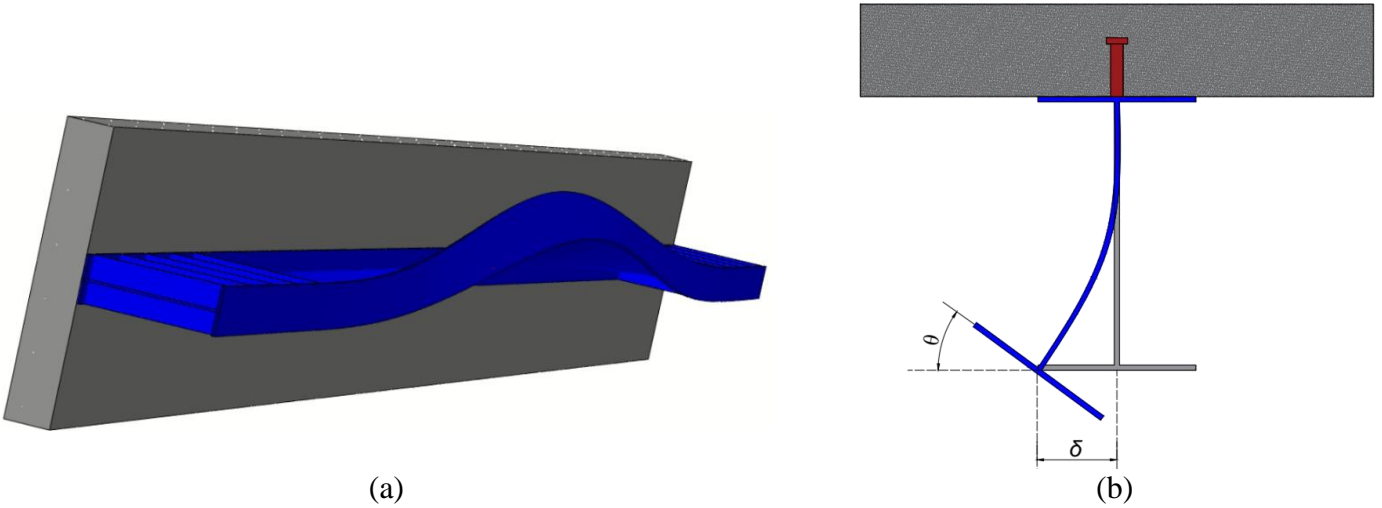
24 *Corresponding author: e-mail: yasser_sharifi@yahoo.com, y.sharifi@vru.ac.ir (Y. Sharifi)

1. Introduction

In steel structures, the I-beams are designed to individually support the actions to which they are subject. However, in the 1940s, shear connectors were developed, elements that allow a practical connection between the steel I-beam and the concrete slab. In this way, the steel I-beam and a concrete slab width (effective width) work together to withstand bending stresses. This association characterizes steel-concrete composite beams (SCCB) and, since then, has been widely used in buildings, bridges and viaducts.

The SCCB can be used as simply supported, semi-continuous or continuous elements. In the simply supported SCCB, the loading only causes a positive bending moment. And, since the I-beam top flange is continuously connected to the concrete slab, there is no possibility of the occurrence of global instability modes. However, the continuous and semi-continuous SCCB, in regions close to the internal supports, are requested by negative bending moment. Thus, the lower part of the steel I-beam is subjected to compression stresses that can cause some instability modes (local and global). Lateral distortional buckling (LDB) is the global instability mode characteristic of SCCB, phenomenon that is investigated in this article.

LDB in SCCB is characterized by a lateral displacement (δ) accompanied by a rotation (θ) of the compressed bottom flange that occurs due to the web distortion (Fig. 1), if it is not rigid enough to withstand the lateral bending [1–3]. According to Chen and Jia [4] and Vasdravellis *et al.* [5] LDB is responsible for reducing the resistant capacity of SCCB. For the determination of the LDB strength, the standard procedures as Eurocode 3/4 [6,7], ABNT NBR 8800:2008 [8], AISC 360-16 [9] and AASHTO [10], and Australian codes [11], start from the determination of the elastic critical moment, which must provide the buckling load that characterizes the bifurcational equilibrium condition of the compressed element. However, Rossi *et al.* [12], in a critical review about LDB in SCCB, found that, despite the large numbers of investigations that proposed methodologies for determining the LDB elastic critical moment [13–30], no methodology provides a practical and accurate method. After determining the elastic critical moment, the standard procedures make use of the classic design curves presented by European Convention for Constructional Steelwork (ECCS) and Structural Stability Research Council (SSRC) to estimate the LDB strength in SCCB. However, Zhou and Yan [31], Liu *et al.* [3] and Rossi *et al.* [32] showed very conservative situations in the standard codes when compared with FEA results obtained for SCCB subjected to uniform hogging moment.



(a) **Fig. 1.** Lateral distortional buckling in SCCB. (b)

Despite a large number of researches about the LDB strength [2-5,31-40], presenting an exact model to assess the LDB strength of SCCB is a challenging action because of the existing several influences parameters. In an attempt to obtain a simple method, Zhou and Yan [31] and Bradford [37] proposed practical formulas for determining the LDB strength in SCCB; however, the studies in [12,32,41] showed that a more accurate formula is needed to estimate the ultimate LDB resistance in SCCB.

Consequently, in the current paper, an attempt has been made to use artificial neural network (ANN) and multiple regression (MR) as reliable methods to provide high-precision formulas for predicting the ultimate LDB strength of SCCB. For this purpose, an extensive parametric study was performed by finite element analysis (FEA) method to identify all parameters affecting the LDB capacity of steel-concrete composite beams. Therefore, a total of 475 samples were modeled and analyzed by ABAQUS software [42], the details of the models and parameters considered are presented in Section 2. The results were then used to develop ANN and MR models and based on them two formulas were proposed for estimating the LDB resistance of SCCB.

2. Finite element modeling

In order to provide the desired database for use in the ANN and MR models, a series of numerical analyzes were performed by finite element software. ABAQUS software is capable of developing buckling and post-buckling analyses (nonlinear inelastic analyses). In the first analysis, the elastic critical stability load is obtained through eigenvalues and their eigenvectors. In the second step of the analysis, the structure shape in the buckling analysis, normalized to the initial imperfection value, was adopted as the shape at the beginning of the post-buckling analysis, the residual stresses can be also included. The numerical model used in this

article is the same as that presented in previous articles such as Rossi *et al.* [32,43], where further details can be found. In summary, the general models' characteristics are presented below:

- I. The numerical model faithfully represents the geometry of the studied problem. The elements used (available in the ABAQUS software) are presented in the Fig.2.

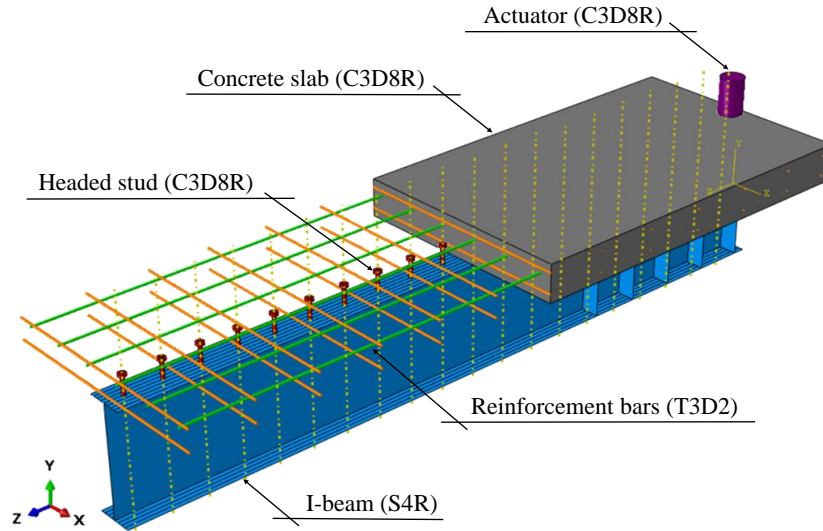


Fig. 2. Numeric model.

- II. The interaction between the constituent parts of the numerical model was performed using interaction and constraint options available in ABAQUS;
- III. The SCCB analyzed are simply supported with lateral bracing (Fig. 3).

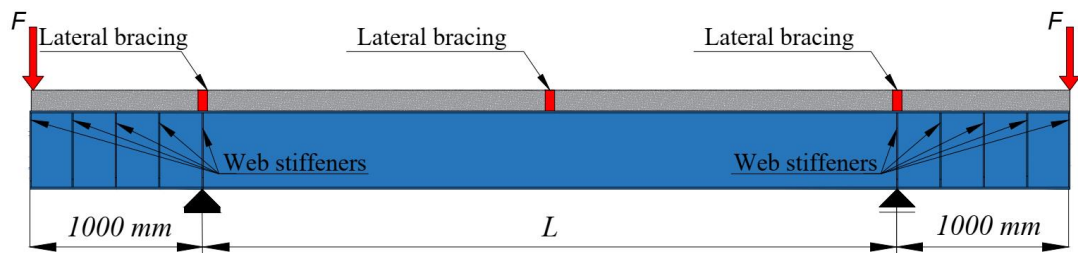


Fig. 3. Boundary conditions of finite element models.

- IV. For the geometric imperfection an initial bending with magnitude of $L/1000$ was adopted. To consider residual stresses, the Galambos and Ketter model [44] was adopted. sensitivity analyses were developed in [45,46];
- V. For the steel I-sections, the adopted constitutive relationship was proposed by Earls [47,48]. For longitudinal and transverse reinforcement bars, an elastoplastic model with positive linear hardening was adopted. Finally, the model assigned to the headed stud shear connectors was the perfect elastoplastic;

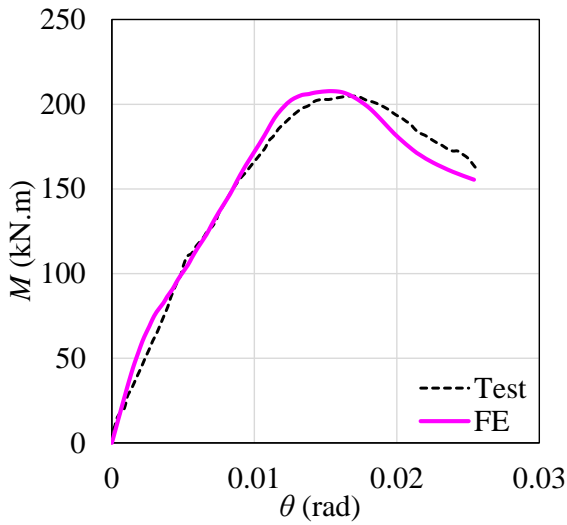
VI. The concrete damage plasticity (CDP) model was used to represent the concrete material. The stress-strain relationships used to represent the concrete behavior was proposed by Carreira and Chu [49,50].

2.1 Validation of finite element models

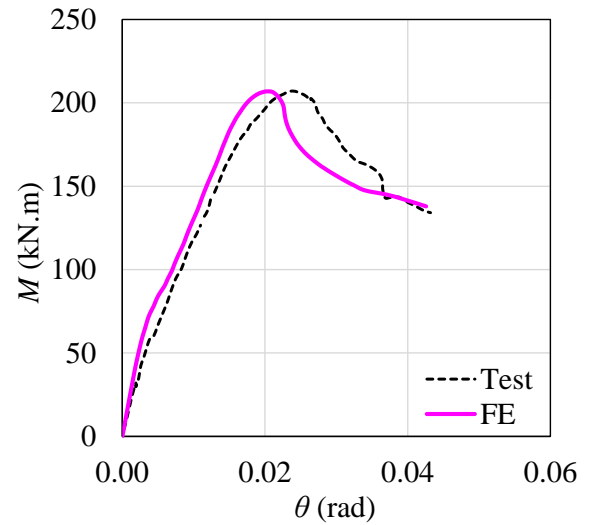
The numeric model developed to analyze the LDB behavior of SCCB under hogging moment was validated in the previous papers, Rossi *et al.* [32,43]. The numerical validation was developed considering the experimental models analyzed by Tong *et al.* [36]. The comparison between the experimental results of Tong *et al.* [36] and the results of the post-buckling numerical analysis can be seen in Table 1 and Fig. 4.

Table 1. Validation results.

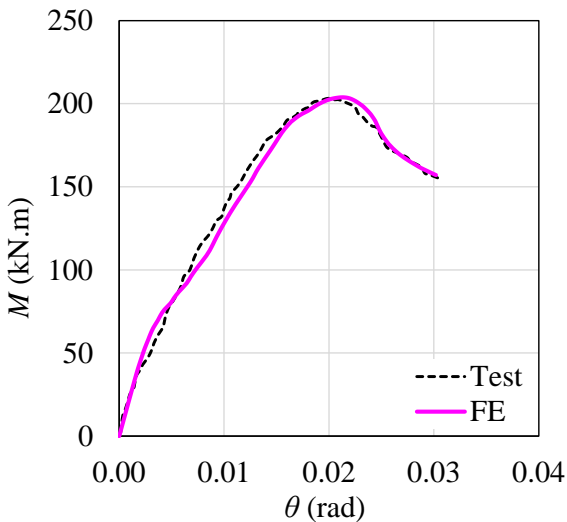
Test number	Test		FE		M_{test}/M_{FE}
	M_{test} (kNm)	Failure	M_{FE} (kNm)	Failure	
B3.0-350-1	205.1	LDB	207.8	LDB	0.987
B4.2-350-1	206.9	LDB	206.9	LDB	1.000
B4.2-350-1-C	203.7	LDB	203.8	LDB	0.999
B4.2-400-1	210.5	LDB	215.1	LDB	0.979



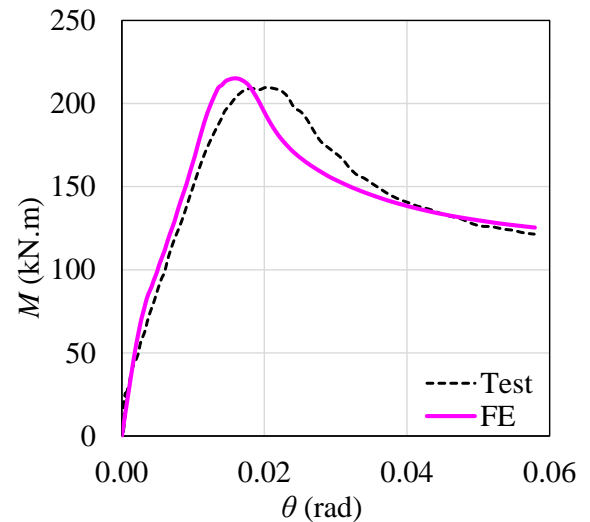
(a) B3.0-350-1



(b) B4.2-350-1



(c) B4.2-350-1-C



(d) B4.2-400-1

Fig. 4. Test vs. FE results.

2.2 Parametric study

According to the studies conducted by Zhou and Yan [31] and Tong *et al.* [36] the shear connectors do not have a significant effect on the ultimate strength of SCCB. Moreover, the effect of the degree of shear connection on the LDB strength of SCCB is negligible [31]. Therefore, in order to investigate the effect of other parameters which have a weighty effect on the ultimate strength of SCCB, an extensive parametric study was performed by considering various parameters. These parameters included the cross-sectional dimensions of steel section, the unrestrained length of beam, the yield strength of steel section, distance between the web stiffeners, the strength and amount of longitudinal reinforcement, distance between the center of longitudinal reinforcement and the top flange of steel section, as well as the negative moment distribution along the span. Fig. 5 show the labeling of dimensions considered in this study. Table 2 shows the cross-sectional dimensions of the steel I-sections. Table 3 shows the spans values (L) analyzed, the transverse area of longitudinal reinforcement (A_{bar}), the distance between the centroid of the longitudinal reinforcement and the I-section top flange (S) and; the yield strength of the reinforcement bars ($F_{y,bar}$) and of the I-sections (f_y). In addition, Fig. 6 shows the distributions of web stiffeners, in the span length L , that were considered in this study. Finally, in order to investigate the effect of moment distribution on the LDB resistance of SCCB, three types of loads with different moment distributions were considered as illustrated in Fig. 7. Accordingly, 475 SCCB finite element models were analyzed to be used as reliable database in the development of ANN and MR models [51].

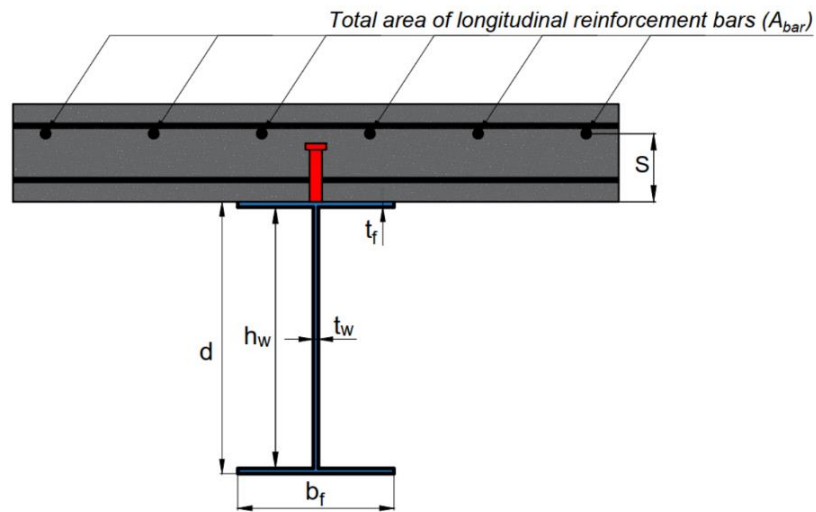


Fig. 5. Labeling of dimensions in the studied samples.

Table 2: I-sections geometric properties

<i>I-sections</i>	<i>d (mm)</i>	<i>b_f (mm)</i>	<i>t_f (mm)</i>	<i>t_w (mm)</i>	<i>h_w (mm)</i>
1	300	120	6.3	4.75	287.4
2	349	127	8.5	5.8	332.0
3	350	140	6.3	4.75	337.4
4	400	140	6.3	4.75	387.4
5	400	165	14.0	8.0	372.0
6	403	140	11.2	7.0	380.6
7	450	152	10.8	7.6	428.4
8	455	153	13.3	8.0	428.4
9	500	165	14.0	8.0	472.0
10	524	207	10.9	9.0	502.2
11	599	178	12.8	10.0	573.4
12	600	165	14.0	8.0	572.0

Table 3. Other variables of the parametric study

<i>Parameters</i>	<i>Variability</i>	<i>Unit</i>
<i>L</i>	300; 340; 350; 400; 420; 480; 500; 580; 600; 620; 700; 800; 900; 1000	cm
<i>F_y</i>	250; 290; 345; 450	MPa
<i>A_{bar}</i>	2.51; 3.02; 5.03; 6.14; 7.85; 12.06; 12.27; 29.45	cm ²
<i>S</i>	50; 100; 172; 222; 287	mm
<i>F_{y,bar}</i>	500	MPa

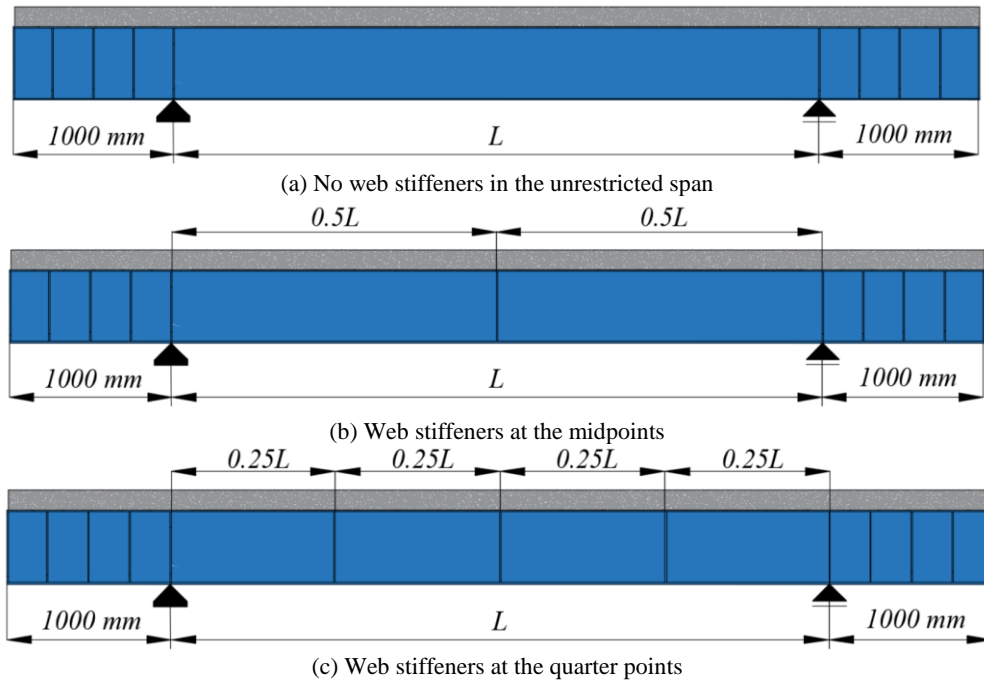


Fig. 6. Distribution of web stiffeners in the analyzed models.

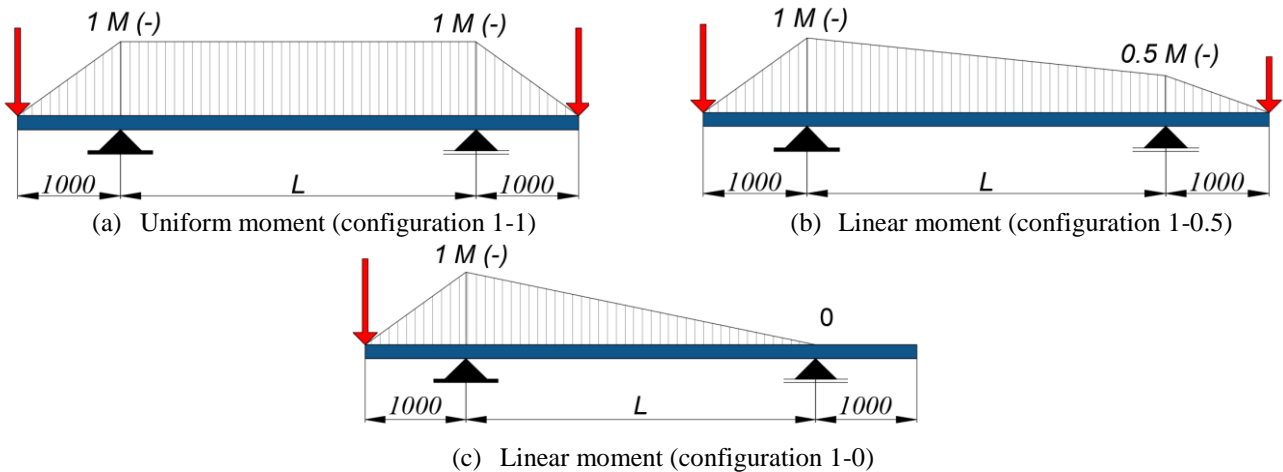


Fig. 7. Negative moment distributions in the parametric study (dimensions in mm).

3. Artificial intelligence methods

Artificial intelligence methods are able to find the underlying relationship between a series of input and output parameters and use it to predict the desired output for a new set of data, which can reduce the cost and time consumed in most cases. In this section, two methods are employed for predicting the ultimate LDB strength of SCSB, including artificial neural network and multiple regression. In the following, each of the methods will be explained and their predictive power will be evaluated.

3.1 Artificial neural network approach

The method of artificial neural network has been developed in recent decades as one of the most widely used methods in the field of civil engineering [52-55]. This method can effectively map the input signal to output signal by learning the relationship between the inputs and output. The architecture of an ANN consists of a number of layers that are connected by a number of interconnected nodes. Since this method simulates the structure and function of biological neural networks, these nodes are called neurons. The first layer is referred to as the input layer, which is not usually considered as a layer. Subsequent layers are known as hidden layers that apply nonlinearity to the model [52]; each ANN model can have a different number of hidden layers depending on its application. Moreover, the last layer as the output layer generates the final results. Fig. 8 shows the structure of a shallow neural network with a hidden layer.

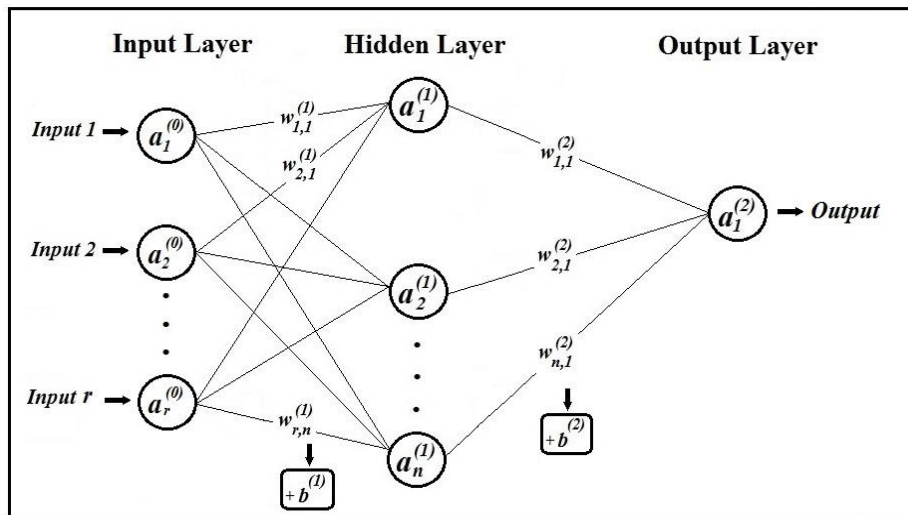


Fig.8. Structure of a shallow neural network with a hidden layer.

As it is illustrated from Fig. 8, each connection in the ANN structure has its own weight, $w_{i,j}$, where i and j represent the number of nodes corresponding to two consecutive layers, respectively. Node j in each layer receives the value of i th node from the previous layer, weighted by $w_{i,j}$, and calculates the sum of all

158 weighted values, then a bias value, b , is added to this value to form the final resulting summation. The above
 159 process can be summarized in Eq. (1):

$$s_j^{(L)} = b^{(L)} + \sum_{i=1}^n w_{i,j}^{(L)} \times a_i^{(L-1)} \quad (1)$$

160 where s_j is the resulting summation at j th node, n specified the total number of nodes in the layer, and L
 161 specified the number of each layer, for the input layer L will be equal to zero.

162 After calculating s_j , the output of each node in layer L , is obtaining using activation functions, based on
 163 Eq.(2).

$$a_j^{(L)} = f(s_j^{(L)}) \quad (2)$$

164 where a_j is the output of j th node in the layer L , and f is the activation function of layer. There are various
 165 activation functions employed in neural networks, including logistic sigmoid function, hyperbolic tangent
 166 function, rectified linear unit function, linear function, binary step function and so on. The selection of
 167 activation function can be performed by comparing the performance of models with different types of
 168 activation function. It should be noted that linear function is usually used for the output layer to allow the
 169 production of continuous outputs. Consequently, the inputs of layer $L+1$ are obtained from the outputs of layer
 170 L . The above-mentioned process will be repeated for all layers up to the output layer. In this study, a two-layer
 171 network with a hidden layer will be used, which is a sufficient accuracy for many applications.

172 3.1.1 ANN training

173 Training a neural network is actually teaching that network to learn the relationship between inputs
 174 and output. In the process of training a neural network, weights and bias matrices are optimized, in such a way
 175 that the network is able to make the least error predictions for output values. In order to speed up the training
 176 process, network input and output data are normalized according to Eq. (3).

$$x_{i,normalized} = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad (3)$$

177 where x is the values of the training data, μ and σ are also the mean and standard deviation of the entire training
 178 data, respectively.

179 As mentioned before, the weight and bias values are optimized during the training process. The cost
 180 function is used for this purpose. In this study, mean squared error (*MSE*) function, Eq. (4), has been used as

a cost function in the construction of neural networks. This function determines the average of the total square of the errors between actual and predicted outputs.

$$MSE = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N (y_i - t_i)^2 \right] \quad (4)$$

where y_i is the predicted value, t_i is the target value, and N is the number of training data.

Since neural network is a nonlinear method, optimization algorithms are needed to minimize the cost function. The main algorithm used to optimize ANN models in this study is the gradient descent algorithm. This algorithm performs optimization process repeatedly according to the gradient direction at current point. In each iteration step, the algorithm computes the derivative of the cost function with respect to weight; and then the weight value is updated in the opposite direction of gradient [56]. The procedure is repeated, until the lowest value is obtained for the *MSE* function. In addition to gradient decent as the main algorithm, another optimization algorithm is needed to update weights and biases. For this purpose, various algorithms can be used, the performance of some of which will be examined in the next section.

The training of ANN models in this study, are illustrated in the flowchart of Fig. 9. At the first, forward propagation is performed by calculating the output of each node according to Eqs. (1) and (2). Next, at the output node, the cost function of all data in the training data set is calculated, then the derivative of the cost function with respect to the weights and biases through the back propagation process is obtained. At the end, using training algorithms, weights and biases are updated simultaneously according to the obtained derivative values. The weight and bias values obtained at the end of the training process, are employed to predict the desired outputs.

Another important issue in training a neural network is its validation. Accordingly, the early stop (ES) technique is often used and the available data is divided into three parts: training data, validation data, and test data [57,58]. In this way, the training process continues until the network error about the validation data set is reduced, after which it stops. This will prevent the network from over-fitting on the training data set. Moreover, test data set is used to estimate the generality of the network. This part of the data has no role in training and validating the network. In the present study, 70% of the available data was used randomly for training, and the remaining 30% was equally divided into validation and test sets.

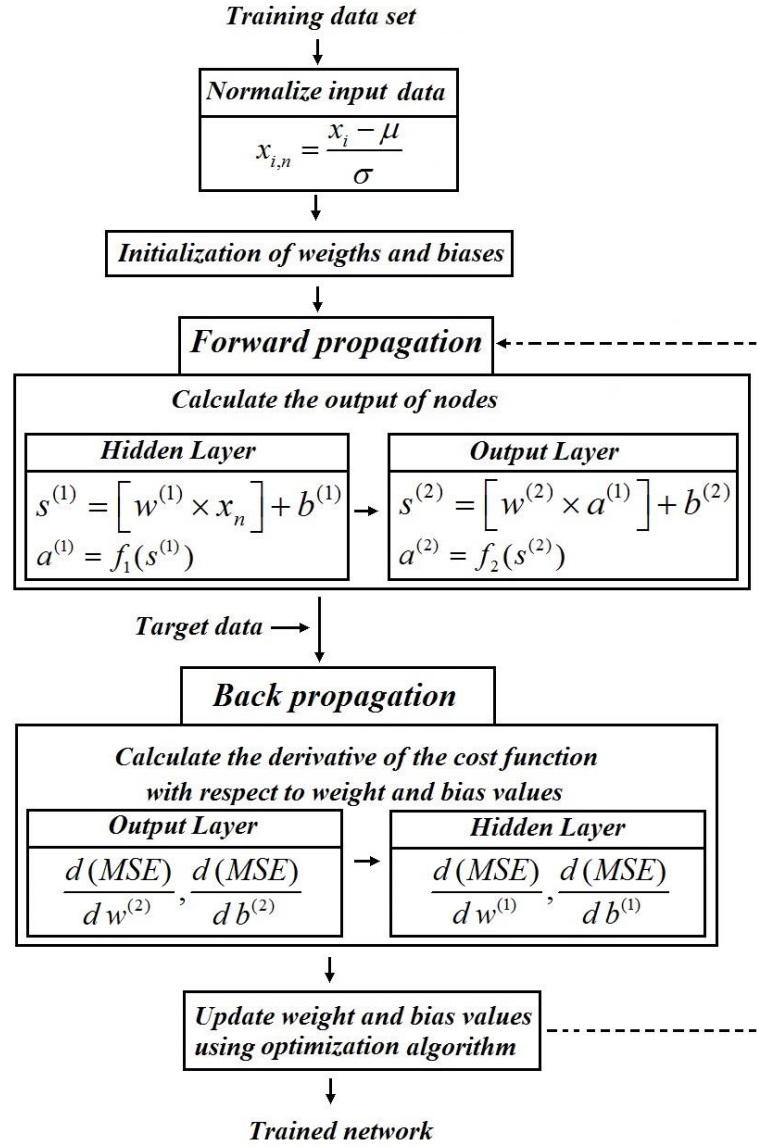


Fig. 9. Flowchart of training in neural networks.

3.1.2 ANN parameters tuning

In this study a two-layer feed forward-back propagation neural network is employed to predict the LDB strength of SCCB. In order to achieve the most accurate model, it is necessary to examine the parameters affecting the performance of ANN models. In this section, three parameters that have a large effect on the performance of a two-layer neural network are examined, including train algorithm, activation function in the hidden layer and the number of neurons in the hidden layer.

As mentioned before, neural networks as a nonlinear method require an optimization algorithm to minimize the cost function. So far, different algorithms have been proposed for this purpose. Determining the type of training algorithm for a particular problem is difficult and depends on various factors such as the type of problem, the complexity of the problem, the number of weights and biases, and the desired minimum value for the cost function. For the problem studied in this paper, which is to predict the LDB strength of SCCB,

first the performance of different training algorithms was compared by including all data in the training process and without using the ES technique. The convergence of six different training algorithms is illustrated in Fig. 10. As it is clear from the figure, Levenberg-Marquardt (LM) and Fletcher-Reeves Conjugate Gradient (FCG) training algorithms yield the best performance compare to others; however, the convergence speed of the LM algorithm is faster. Subsequent rankings in lower error were also related to one step secant and scaled conjugate gradient algorithms, respectively. Moreover, the slowest convergence in the early epochs was related to the variable learning rate algorithm, although at the end of the training process it was more accurate than the resilient backpropagation algorithm. It should be mentioned that, in deep learning terminology, each epoch includes a complete pass for all training data. Consequently, in this study, LM algorithm was used to train networks, this algorithm is suitable and fast for small and medium networks with a few hundred weights [59].

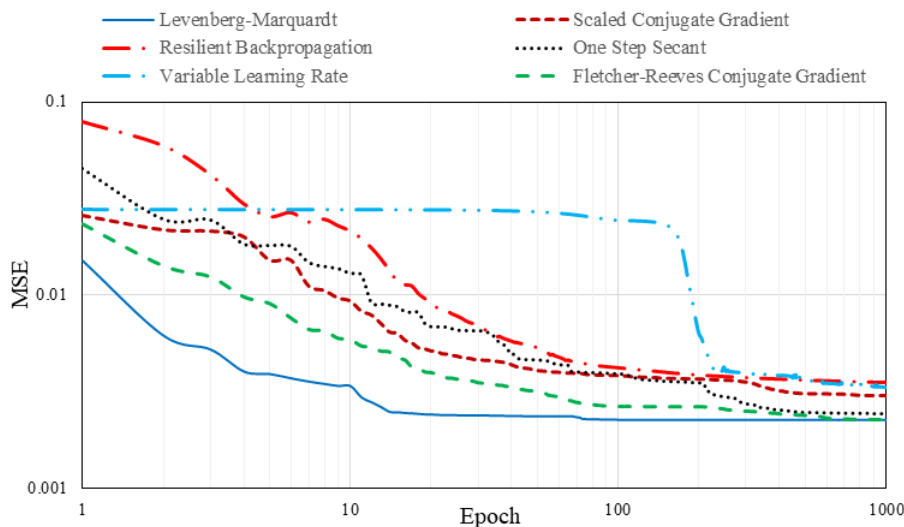


Fig. 10. Performance of different training algorithms in ANN.

Other important parameters that effect the performance of neural networks are the activation function and the number of neurons in the hidden layer [60]. In order to investigate the effect of these two parameters on the performance of networks, 40 networks with different activation functions and number of neurons were trained. Fig. 11 shows the performance of these networks at the end of training, as it is clear from the figure, the logistic sigmoid and hyperbolic tangent functions are more accurate in most cases, while the linear function does not perform well in predicting the ultimate LDB strength of SCCB. Moreover, with increasing number of neurons in the hidden layer, generally, the accuracy of the network increases, but it should be noted that with the increase in the number of neurons in the hidden layer, the formula extracted from the network will

be longer and impractical. Therefore, considering this issue, in this study, the logistic sigmoid function and three neurons in the hidden layer were employed to predict the LDB strength of SCCB.

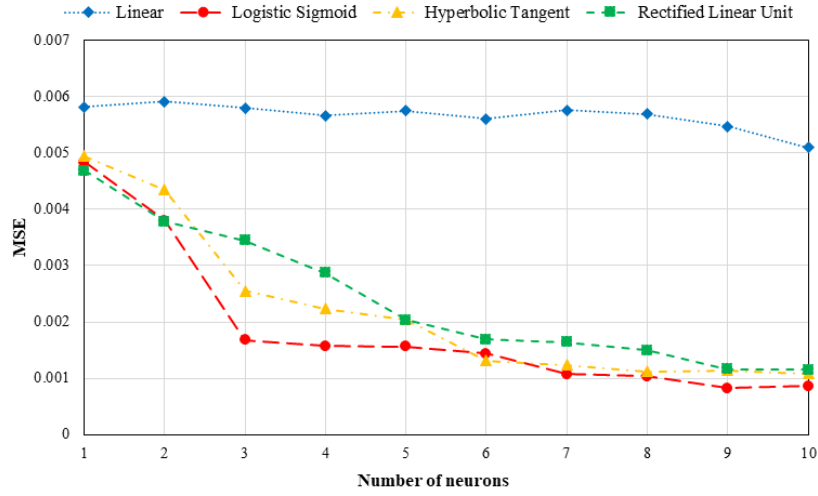


Fig. 11. Performance of two-layer ANN models according to the activation function and neuron's number in their hidden layer.

3.1.3 ANN structure for predicting the LDB resistance of SCCB

The provided database of FEA was used to develop a two-layer feed forward-back propagation neural network with three neurons in the hidden layer. The LM algorithm was used for network training, while the logistic sigmoid and linear functions were employed for the hidden layer and the output layer, respectively. Based on the parametric study conducted in Section 2, eight dimensionless parameters were considered as network inputs (Eq. (5)), while the only target parameter was the ratio of the LDB moment of SCCB to the plastic moment of composite beam (Eq. (6)).

$$Inputs = \left\{ C_b, \rho, \frac{L}{r_y}, \frac{a}{L}, \frac{b_f}{2t_f}, \frac{h_w}{t_w}, \frac{E}{F_y}, \frac{s}{d} \right\} \quad (5)$$

$$Target = \left\{ \frac{M_{u,LDB}}{M_{pl,SCCB}} \right\} \quad (6)$$

where a , b_f , t_f , h_w , t_w , d and s represent the dimensions of a composite section including steel section and reinforcing bars as shown in Fig. 5 and Fig.6, L is the lateral unrestrained length of the bottom flange, r_y is the minor-axis radius of gyration, E is the elastic modulus of steel and F_y is the yield strength of cross-sectional steel. Besides, the ρ -parameter, defined by [61], was used to consider the effect of reinforcing bars, it is worth mentioning that the effect of reinforcing bars on the LDB strength of SCCB was discussed in [31].

Moreover, to consider the effect of different loading conditions on the ultimate strength of SCCB, the C_b -parameter was employed in accordance with AISC code [9]. The force ratio, ρ , and the lateral-torsional buckling modification factor, C_b , for doubly symmetric members are given in Eqs. (7) and (8), respectively.

$$\rho = \frac{A_{bar} F_{y,bar}}{A_s F_y} \quad (7)$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_c} \quad (8)$$

where A_s , A_{bar} and $F_{y,bar}$ are the cross-sectional area of the steel beam, the cross-sectional area of the reinforcing bars and the yield strength of the reinforcing bars, respectively; and M_{max} , M_A , M_B and M_c represent the absolute values of the maximum moment, moment at quarter point, moment at centerline and moment at three-quarter point in the unbraced length of the beam, respectively. It should be noted that, $M_{pl,SCCB}$ in this study is based on European and Brazilian standards. These standards use a composite section including steel section and reinforcing bars, to calculate the plastic moment.

Finally, according to the input and target vectors considered above, the ANN model was developed with 425 data vectors. It is necessary to mention that out of 475 models analyzed, the failure mode of 25 samples was local buckling, which was excluded from the database, and only the samples whose failure mode included LDB were used. As previously mentioned, to use the early stop technique, from 425 data vectors, 297 and 64 data vectors were used for training and validation of network, respectively, and the remaining 64 data vectors were used independently for network testing.

The predictability of the ANN model developed is depicted in Fig. 12. As can be seen from the figure, the developed model performs very well in predicting the ultimate LDB moment of SCCB, in such a way that the correlation coefficient (R), according to Eq. 9, for training, validation and test data is 0.9596, 0.9591 and 0.9354, respectively.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2}} \quad (9)$$

where t_i is the target value, y_i is the predicted value, N is the number of data, and \bar{t} and \bar{y} are the average of the target and predicted values, respectively.

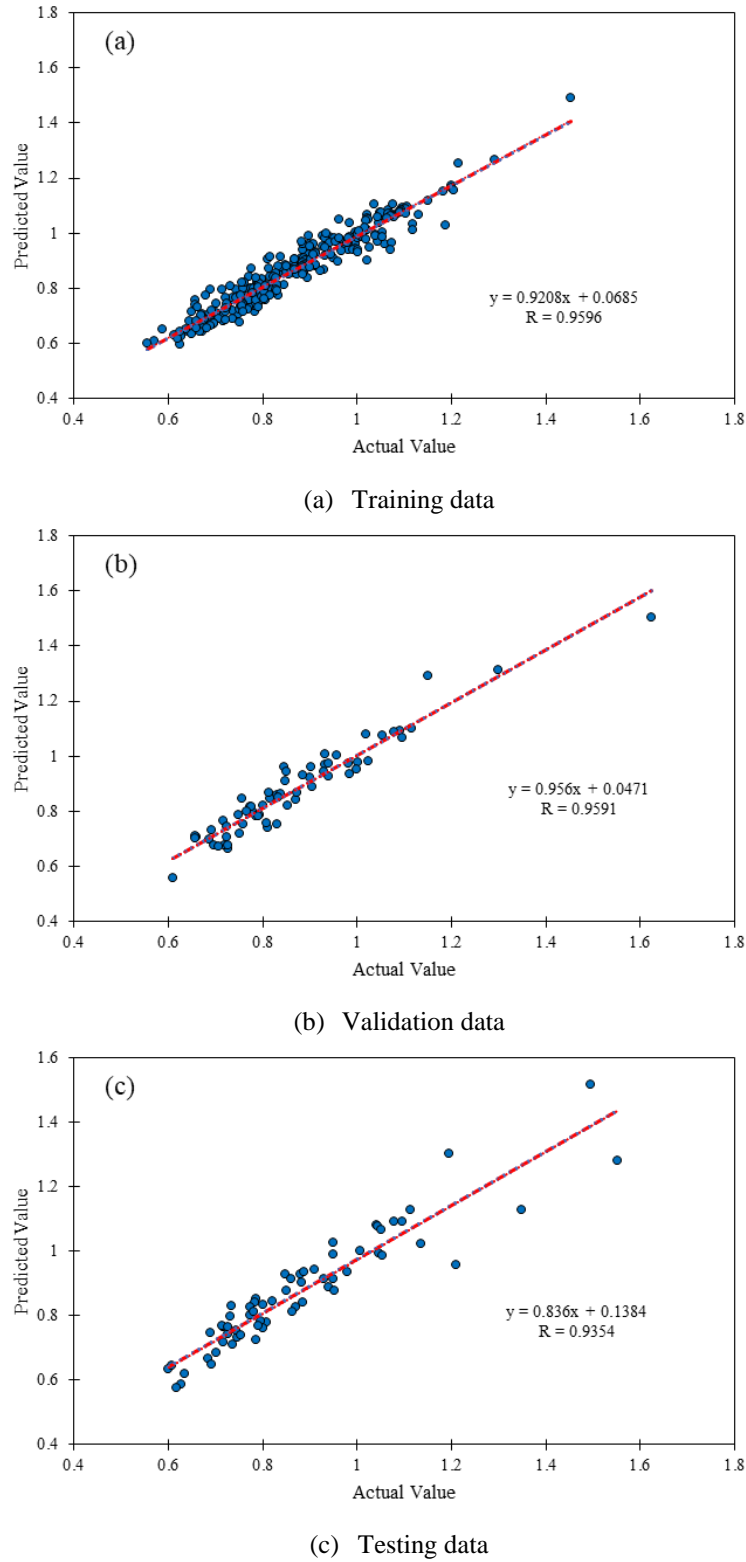


Fig. 12. Results of predicted $M_{u,LDB}/M_{pl,SCCB}$ using the ANN model.

3.1.4 Development of practical formula using ANN model

For a two-layer network, the output can be calculated through Eq. (10).

$$Output = f_2(W_2 \times (f_1(W_1 \times Input + b_1)) + b_2) \quad (10)$$

where f_2 , W_2 and b_2 are the activation function, the weight matrix and the bias vector of the output layer; and

f_1 , W_1 and b_1 are the activation function, the weight matrix and the bias vector of the hidden layer.

Consequently, by considering the lateral-torsional buckling modification factor (C_b), the force ratio (ρ), the overall beam slenderness (L/r_y), the ratio of the distance between the stiffeners to the unrestrained length of the beam (a/L), the flange slenderness ($b_f/2t_f$), the web slenderness (h_w/t_w), the ratio of elastic modulus to yield strength (E/F_y), as well as the ratio of the distance between the center of longitudinal reinforcement and the top flange of the steel section to the overall depth of the steel section (s/d), the following formula, Eq. (11-14), is proposed to predict the ultimate LDB strength of SCCB.

$$\frac{M_{u,LDB}}{M_{pl,SCCB}} = \frac{-4.4666}{1+e^{-\beta_1}} + \frac{0.7073}{1+e^{-\beta_2}} + \frac{8.8029}{1+e^{-\beta_3}} - 3.4896 \leq 1 \quad (11)$$

$$\beta_1 = -4.4992C_b + 5.5126\rho + 0.0004\frac{L}{r_y} - 0.1099\frac{a}{L} - 0.3691\frac{b_f}{2t_f} + 0.0276\frac{h_w}{t_w} - 0.0006\frac{E}{F_y} - 2.2382\frac{s}{d} + 8.7692 \quad (12)$$

$$\beta_2 = 7.5895C_b - 2.9056\rho - 0.0049\frac{L}{r_y} - 0.9576\frac{a}{L} + 0.7772\frac{b_f}{2t_f} - 0.1023\frac{h_w}{t_w} - 0.0136\frac{E}{F_y} - 10.5872\frac{s}{d} + 4.7419 \quad (13)$$

$$\beta_3 = -2.3791C_b + 0.7921\rho + 0.0002\frac{L}{r_y} - 0.0637\frac{a}{L} - 0.2094\frac{b_f}{2t_f} + 0.0155\frac{h_w}{t_w} + 0.0049\frac{E}{F_y} + 3.6963\frac{s}{d} + 2.1896 \quad (14)$$

It should be noted that the proposed formula is reliable in the range of data used in the ANN model. In this article, an attempt was made to provide a suitable range for input parameters of make the formula more practical; descriptive statistics of different parameters can be seen in Table 4. In addition, it is important to note that according to the research in [31,32], the $M_{u,LDB}$ value may in some cases exceed the $M_{pl,SCCB}$ value, however, it is recommended that the value of $M_{u,LDB}/M_{pl,SCCB}$ in Eq.11 be conservatively limited to 1.

Table 4. Descriptive statistics of the parameters used in the ANN model.

	C_b	ρ	L/r_y	a/L	$b_f/2t_f$	h_w/t_w	E/F_y	s/d	$M_{u,LDB}/M_{pl,SCCB}$
<i>Mean</i>	1.1034	0.2460	202.5822	0.8518	7.3932	58.4848	599.4771	0.2119	0.8672
<i>Std. Error of Mean</i>	0.0110	0.0128	3.2727	0.0131	0.0743	0.3414	4.3361	0.0059	0.0077
<i>Median</i>	1.0000	0.1477	190.3044	1.0000	7.0370	57.2414	579.7101	0.1669	0.8389
<i>Mode</i>	1.0000	0.0972	262.3795	1.0000	7.4706	57.2414	579.7101	0.1669 ^a	0.7581 ^a
<i>Std. Deviation</i>	0.2259	0.2632	67.4692	0.2695	1.5320	7.0384	89.3910	0.1215	0.1579
<i>Variance</i>	0.0510	0.0693	4552.0985	0.0726	2.3469	49.5385	7990.7565	0.0148	0.0249
<i>Skewness</i>	1.9624	2.4735	0.5318	-1.3875	1.2238	1.8719	0.7473	1.9510	0.9914
<i>Std. Error of Skewness</i>	0.1184	0.1184	0.1184	0.1184	0.1184	0.1184	0.1184	0.1184	0.1184
<i>Kurtosis</i>	2.1409	6.6182	-0.5100	0.1821	0.6289	3.7646	0.7921	4.2273	2.0465
<i>Std. Error of Kurtosis</i>	0.2363	0.2363	0.2363	0.2363	0.2363	0.2363	0.2363	0.2363	0.2363
<i>Range</i>	0.6700	1.4096	263.5234	0.7500	5.3592	35.0579	355.5556	0.6221	1.0694
<i>Minimum</i>	1.0000	0.0326	94.6145	0.2500	5.7519	46.5000	444.4444	0.0954	0.5560
<i>Maximum</i>	1.6700	1.4421	358.1379	1.0000	11.1111	81.5579	800.0000	0.7175	1.6254

^a. Multiple modes exist. The smallest value is shown.

3.2 Multiple regression

Another method used in this paper to estimate the ultimate LDB resistance of SCCB is multiple regression (MR). This method, as one of the simplest statistical methods, is able to find the underlying relationship between several independent input variables and one output variable [62]. In this method, the sum

of squares of errors between the predicted and actual values is minimized by performing a series of iterative algorithms and provides the best constant coefficients. In the current study, in order to achieve the most appropriate function, *SPSS* (statistical package for the social science) software was employed and two linear and nonlinear regressions were performed. According to Tiryaki and Aydin [63], the MR model can be expressed by Eq. (15).

$$y = f(c_i \times x_i) \quad (14)$$

where, y is the dependent variable, x_i is the independent variable, and c_i is the constant coefficient. Moreover, f represents the linear/nonlinear function. Tables 5 and 6 show the considered functions and the obtained constant coefficients, respectively.

Table 5. MR-based models to predict the ultimate LDB strength of SCCB.

Model	Reg. type	Linear/Nonlinear regression models	MSE	
			Train	Test
1	Linear	$a_0 + a_1 C_b + a_2 \rho + a_3 \frac{L}{r_y} + a_4 \frac{a}{L} + a_5 \frac{b_f}{2t} + a_6 \frac{h_w}{t_w} + a_7 \frac{E}{F_y} + a_8 \frac{s}{d}$	0.0062	0.0079
2	Quadratic	$a_0 + a_1 C_b + a_2 \rho + a_3 \frac{L}{r_y} + a_4 \frac{a}{L} + a_5 \frac{b_f}{2t} + a_6 \frac{h_w}{t_w} + a_7 \frac{E}{F_y} + a_8 \frac{s}{d} + a_9 C_b^2 + a_{10} \rho^2 + a_{11} \left(\frac{L}{r_y}\right)^2 + a_{12} \left(\frac{a}{L}\right)^2 + a_{13} \left(\frac{b_f}{2t}\right)^2 + a_{14} \left(\frac{h_w}{t_w}\right)^2 + a_{15} \left(\frac{E}{F_y}\right)^2 + a_{16} \left(\frac{s}{d}\right)^2$	0.1232	0.1058

Table 6. Costant coefficients obtained for the models considered in the MR method.

Model	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	0.7115	0.3016	-0.2490	-0.0003	-0.1594	0.0120	-0.0075	0.0004	0.7668
2	0.7009	-0.1477	-0.6226	-0.0008	-0.2268	0.0315	-0.0122	0.0021	0.4509
Model	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	
1	-	-	-	-	-	-	-	-	
2	0.1556	0.3305	0.0000	0.0824	-0.0011	0.0000	0.0000	0.3260	

This should be mentioned that to for better comparison between ANN and MR methods, the same data were used to train and test the two methods. Therefore, ANN training and validation data, equivalent to 361 data vectors, were used to train multiple regressions, and 64 identical data vectors were also used as test data of these two methods. The MSE values in Table 5 show that the linear function provides more accuracy in predicting the ultimate strength of SCCB. Consequently, Eq. (15) is proposed as the final equation to predict the ultimate LDB strength of SCCB, based on the MR method.

$$\frac{M_{u,LDB}}{M_{pl,SCCB}} = 0,3016C_b - 0,2490\rho - 0,0003\frac{L}{r_y} - 0,1594\frac{a}{L} + 0,0120\frac{b_f}{2t_f} - 0,0075\frac{h_w}{t_w} + 0,0004\frac{E}{f_y} + 0,7668\frac{s}{d} + 0,7115 \quad (15)$$

Fig. 13 shows the predictive power of the proposed MR-based formula. According to the figure, the proposed formula with correlation coefficient of 0.8694 and 0.9202 for training and test data delivers good performance, although it is less powerful the ANN method.

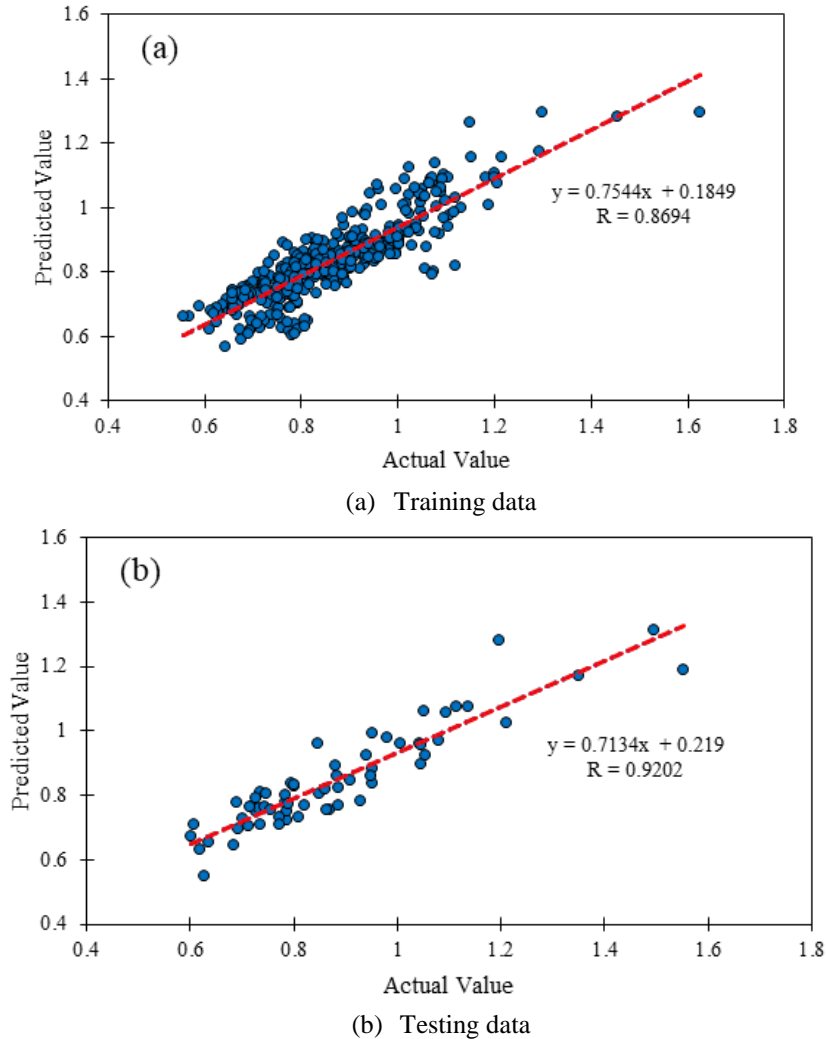
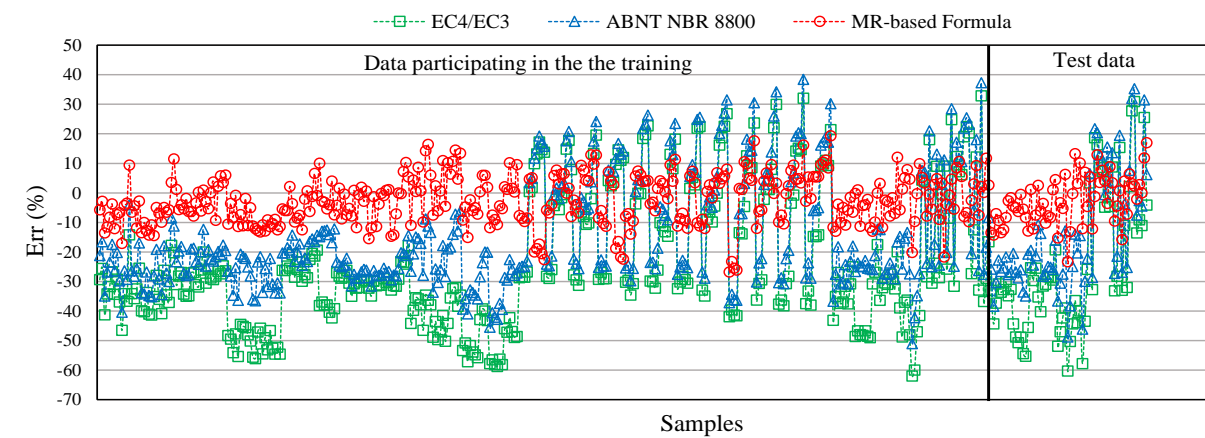


Fig. 13. Results of predicted $M_{u,LDB}/M_{pl,SCCB}$ using the MR method.

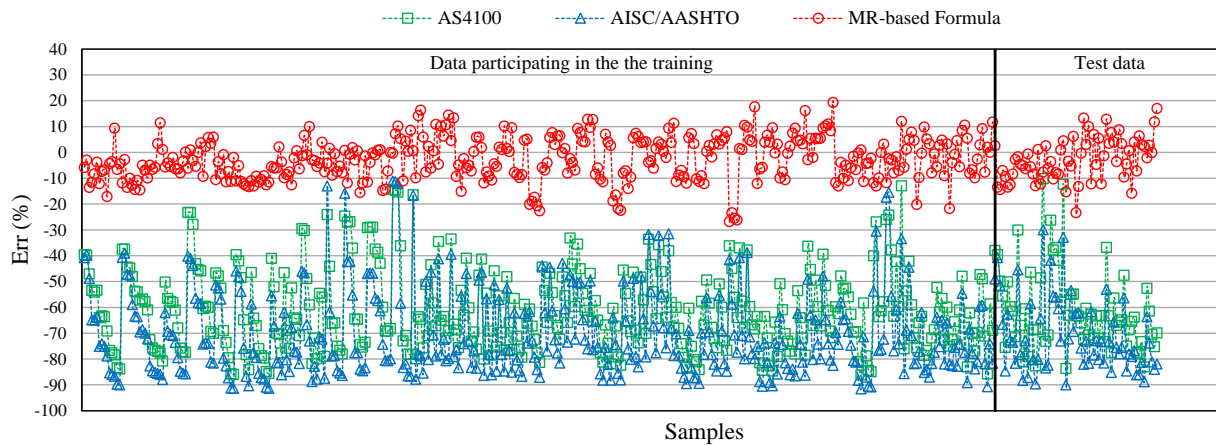
4. Comparison with design guides and discussion

As described in Section 1, to date, several approaches have been proposed to estimate the ultimate strength of SCCB. In this section, the performance of the design guidelines presented so far will be evaluated and compared with the performance of the formulas proposed in the current study. For this purpose, for all SCCB specimens studied in this paper, the ultimate LDB strength ($M_{u,LDB}$) was calculated based on the equations provided by European (EC3/EC4) [6,7], Brazilian [8], Australian [11] and American (AISC/AASHTO) [9,10] codes, as well as the equations provided by Zhou and Yan [31] and Bradford [37].

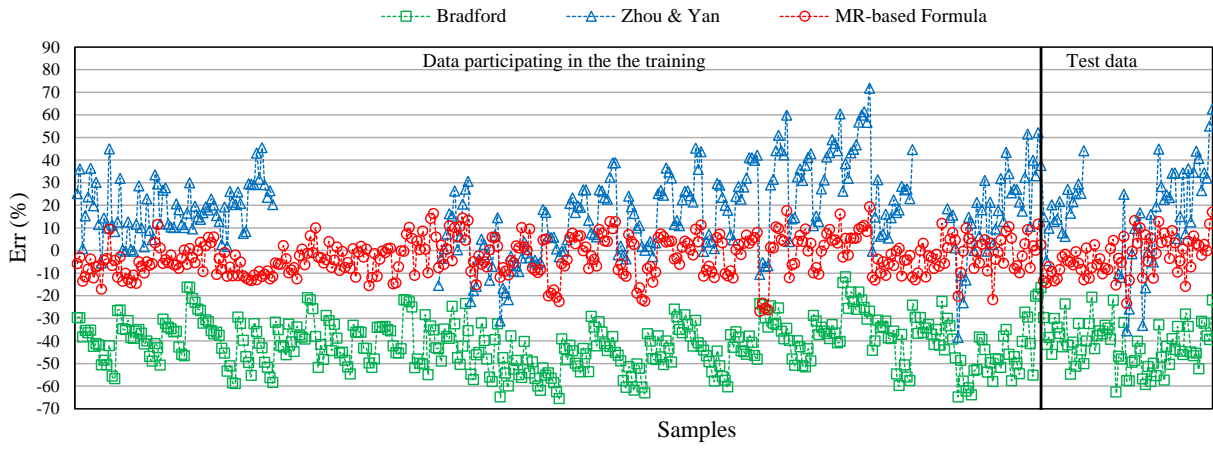
329 Fig. 14 and 15 show a comparison between the percentage of errors obtained from the relationships presented
 330 so far with the MR-based and ANN-based formulations, respectively. As can be seen from the figure, the
 331 formulas presented in this paper are able to predict the ultimate strength of SCCB with much higher accuracy
 332 than the other equations, as is evident in both the training and test data sets. The good performance of the
 333 presented formulas provided is particularly significant in the case of test data, because the test data had no
 334 role in the presentation of the formulas and were used independently only to test the formulas. It should be
 335 noted that as mentioned earlier, both training and validation data sets were involved in the network training
 336 process and were considered as a data set in the evaluations.



(a)

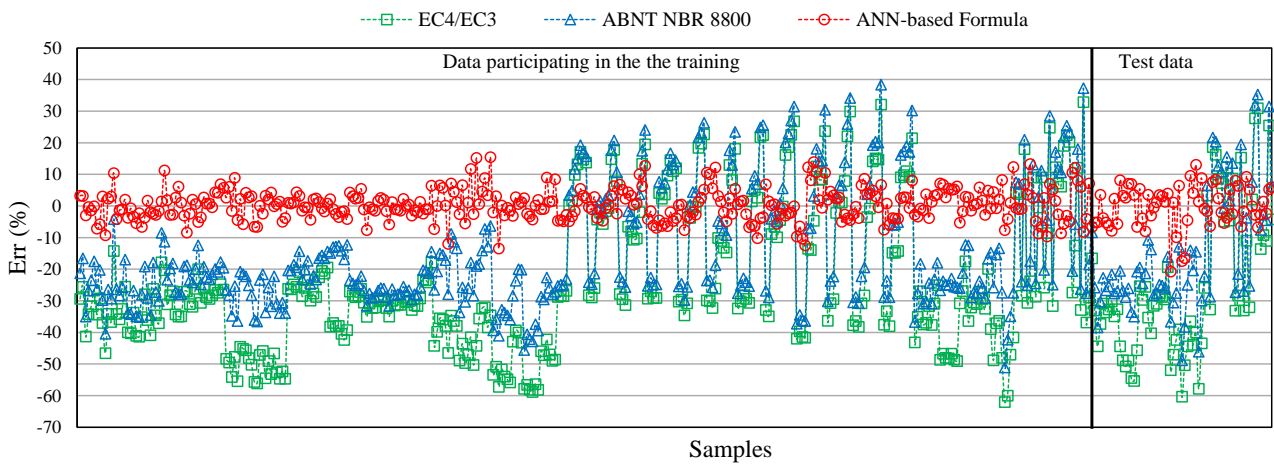


(b)

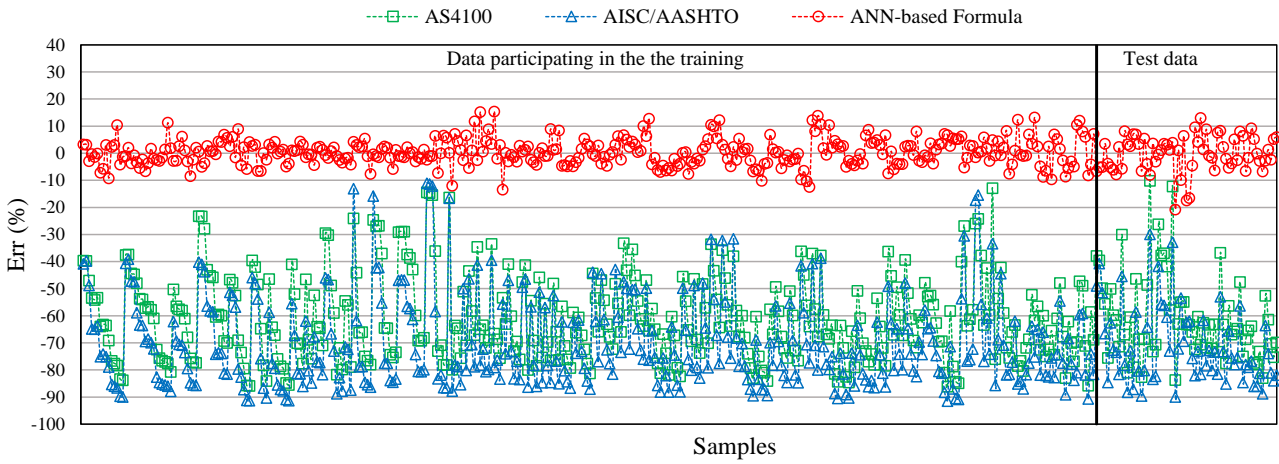


(c)

Fig. 14. Comparison between MR-based formula and other proposed relationships.

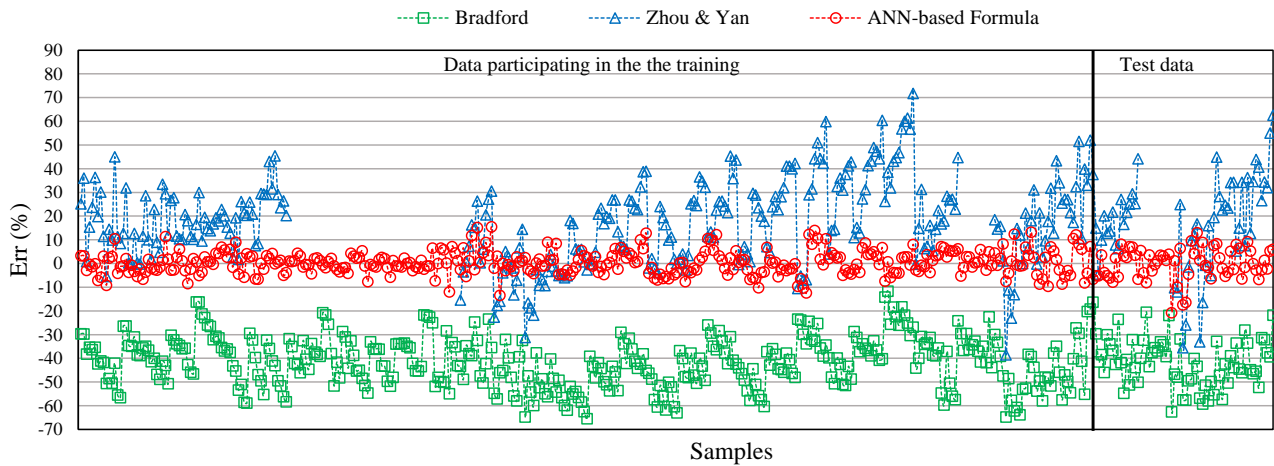


(a)



(b)

337



(c)

Fig. 15. Comparison between ANN-based formula and other proposed relationships.

Also, as can be understood from the Fig. 14 and 15, the formulations presented by Australian and American codes, as well as the formulation proposed by Bradford, offer a completely conservative approach, while the formulation proposed by Zhou and Yan [31] offers more non-conservative results than others. It should also be noted that the Zhou and Yan formula [31] was only proposed for the uniform moment state, and therefore for other states, the results of this formula were omitted.

Table 7 shows the performance parameters of the different methods in estimating the ultimate LDB strength of SCCB. As it is clear from the table, the best predictability is related to the formulas presented in the current paper, in such a way that the ANN formula with MSE values of 0.0018 in the training data set and 0.0050 in the test data set has the best performance, and then there is the MR formula with MSE values of 0.0062 in the training data set and 0.0079 in the training data set. Moreover, the results of these two formulas also provide excellent correlation coefficients, the ANN formula provides R values of 0.9591 and 0.9354 and the MR formula provides R values of 0.8694 and 0.9202 for the training and test data sets, respectively.

Another parameter considered to evaluate the performance of the proposed formulas is the percentage of cases with less than 10% error. As reported in the Table 7, for the ANN and MR formulas, more than 90% and more than 70% of the data had an error of less than 10%, respectively. It can also be seen from the Table 7 that the formulas presented by Zhou and Yan [31] and Brazilian [8] and European codes [6,7], although not establishing a good correlation between the predicted and actual values, but have a better performance among the other formulas previously presented and show less error.

Table 7. Predictive performance related to different formulations.

Method	Data used in the training process			Data used in the test		
	R	MSE	Percentage of cases with less than 10% error	R	MSE	Percentage of cases with less than 10% error
ANN	0.9591	0.0018	93.91	0.9354	0.0050	93.75
MR	0.8694	0.0062	74.79	0.9202	0.0079	71.88
EC4/EC3	-0.0074	0.0920	13.30	0.0547	0.1149	14.06
NBR 8800	0.0995	0.0498	14.40	0.2647	0.0630	14.06
AS4100	0.4882	0.2988	0.00	0.6058	0.3081	0.00
AISC/AASHTO	0.4140	0.3927	0.00	0.6843	0.4017	0.00
Bradford	0.5771	0.1455	0.00	0.6488	0.1617	0.00
Zhou and Yan	0.3456	0.0345	22.71	0.4899	0.0463	15.63

5. Conclusion

In this paper, the attempt was made to propose practical formulas to predict the ultimate LDB resistance of SCCB by using finite element models and artificial intelligence methods. For this purpose, by validating FE models against experimental results, 475 FE models of SCCB were analyzed and during an extensive parametric study, the effect of different parameters such as type of steel section, loading type, yield strength of steel section, amount and yield strength of reinforcing bars in concrete slab, distance between reinforcing bars and flange of steel section, distance between web stiffeners and also beam length on ultimate strength of SCCB was investigated. Out of 475 models analyzed, the failure mode of 425 specimens was LDB. Accordingly, the results of these 425 specimens were employed as a reliable database for the development of methods based on artificial intelligence. Two methods of ANN and MR were used for this purpose and by developing different models, the most accurate models were selected. The ANN model used included a two-layer feed forward-back propagation neural network with three neurons in the hidden layer, the LM training algorithm, the sigmoid activation function for the hidden layer and linear activation function for the output layer, while the MR model used included a linear regression. Finally, two formulas were proposed to predict the ultimate LDB strength of SCCB and their accuracy was compared with the six formulations previously presented by European, Brazilian, American and Australian codes, as well as by Bradford and Zhou and Yan. The results indicated the high predictive power of the formulas proposed in this paper compared to other formulations. These formulas can be used as practical equations in the design of SCCB. This should be considered that the proposed formulas are valid only for the range of data employed in this study; although the attempt was made to cover a wide range of SCCB specimens with different properties, but to provide

formulas with a wider range of applications, more extensive studies are needed, which can be a topic for future studies.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was financed by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

REFERENCES

- [1] M.Z. Dietrich, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Analysis of rotational stiffness of steel-concrete composite beams for lateral-torsional buckling, *Eng. Struct.* 198 (2019) 109554. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109554>.
- [2] S. Chen, X. Wang, Finite element analysis of distortional lateral buckling of continuous composite beams with transverse web stiffeners, *Adv. Struct. Eng.* 15 (2012) 1607–1616. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.15.9.1607>.
- [3] S.X. Liu Yang, L. Tong, Sun Bo, Chen Yiyi, Zhou Feng, Tian Hal, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (2014) 10–21. <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002>.
- [4] S. Chen, Y. Jia, Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons, *Thin-Walled Struct.* 48 (2010) 233–242. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.10.009>.
- [5] G. Vasdravellis, B. Uy, E.L. Tan, B. Kirkland, The effects of axial tension on the hogging-moment regions of composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 68 (2012) 20–33. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.06.017>.
- [6] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1992).
- [7] Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1.1: general rules and rules for buildings, ENV 1993-1-1, CEN; 2004.
- [8] ABNT NBR 8800. Design of steel and composite structures for buildings. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (Brazilian Association of Technical Standards); 2008 [in Portuguese].
- [9] AISC, Specifications for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 360-16, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [10] American Association of State and Highway Transportation Officials. (AASHTO) (2017), AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 8th ed. with 2017 Interim Provisions, AASHTO, Washington, DC.
- [11] Standards Association of Australia. AS 4100 steel structures. Sydney, Australia; 1998.
- [12] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review, *Structures.* 27 (2020) 1299–1312. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.026>.
- [13] S.E. Svensson, Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force, *J. Constr. Steel Res.* 5 (1985) 179–193. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(85\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0143-974X(85)90002-1).
- [14] F.W. Williams, A.K. Jemah, Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams, *J. Constr. Steel Res.* 7 (1987) 133–147. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(87\)90025-3](https://doi.org/10.1016/0143-974X(87)90025-3).
- [15] M.A. Bradford, Z. Gao, Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams, *J. Struct. Eng.* 118 (1992) 73–89. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:1\(73\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:1(73)).
- [16] N.W. Dekker, A.R. Kemp, P. Trincherro, Factors influencing the strength of continuous composite beams in negative bending, *J. Constr. Steel Res.* 34 (1995) 161–185. [https://doi.org/10.1016/0143-974X\(94\)00045-J](https://doi.org/10.1016/0143-974X(94)00045-J).
- [17] M.A. Bradford, Distortional buckling of elastically restrained cantilevers, *J. Constr. Steel Res.* 47 (1998) 3–18. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)80003-5](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)80003-5).
- [18] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Inelastic restrained distortional buckling of continuous composite T-beams, *J. Constr. Steel Res.* 65 (2009) 850–859. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2008.05.002>.
- [19] Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Elastic Bubble Augmented Spline Finite Strip Method in Analysis of Continuous Composite Beams, *Aust. J. Struct. Eng.* 7 (2007) 75–84. <https://doi.org/10.1080/13287982.2007.11464966>.
- [20] W. Chen, J. Ye, Elastic lateral and restrained distortional buckling of doubly symmetric I-beams, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 10 (2010) 983–1016. <https://doi.org/10.1142/S0219455410003865>.

- [21] W.-B. Zhou, S.-J. Li, W.-J. Yan, Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel-concrete composite beams, *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 25 (2016) 1055–1072. <https://doi.org/10.1002/tal.1297>.
- [22] F. Guo, S. Zhou, L. Jiang, Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region, 2015 (2015).
- [23] R.P. Johnson, M.A. Bradford, Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders. In: Morris LJ, editor. *International conference on stability and plastic collapse of steel structures*; 1983. p. 569-80.
- [24] K. Roik, G. Hanswille and J. Kina, Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (in German), *Stahlbau* 59 (1990) 327–332.
- [25] G. Hanswille, J. Lindner and D. Munich, Lateral torsional buckling of composite beams (in German), *Stahlbau* 67 (1998) 525–535.
- [26] P. Goltermann, S.E. Svensson, Lateral Distortional Buckling: Predicting Elastic Critical Stress, *J. Struct. Eng.* 114 (1988) 1606–1625. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:7\(1606\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:7(1606)).
- [27] W.-B. Zhou, L.-Z. Jiang, S.-J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2015) 1550045. <https://doi.org/10.1142/S0219455415500455>.
- [28] W.B. Zhou, L.Z. Jiang, S.J. Li, F. Kong, Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 16 (2016) 1–22. <https://doi.org/10.1142/S0219455415500455>.
- [29] J.H. Ye, W. Chen, Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 13 (2013) 1–29. <https://doi.org/10.1142/S0219455413500016>.
- [30] J.V.F. Dias, J.P.S. Oliveira, A.F.G. Calenzani, R.H. Fakury, Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 19 (2019) 1–17. <https://doi.org/10.1142/S0219455419500792>.
- [31] W.-B. Zhou, W.-J. Yan, Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment, *Thin-Walled Struct.* 116 (2017) 201–211. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.02.011>.
- [32] A. Rossi, R.S. Nicoletti, A.S.C. de Souza, C.H. Martins, Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams, *J. Constr. Steel Res.* 172 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106192>.
- [33] G. Weston, D.A. Nethercot, M.A. Crisfield, Lateral buckling in continuous composite bridge girders, *Struct. Eng. London.* 69 (1991) 79–87.
- [34] R.P. Johnson, S. Chen, Stability of continuous composite plate girders with U-frame action, *Proc. Inst. Civ. Eng. Struct. Build.* 99 (1993) 187–197. <https://doi.org/10.1680/istbu.1993.23377>.
- [35] M.A. Gizejowski, W.A.S. Khalil, Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected To Hogging Bending, (2010) 839–846.
- [36] L. Tong, Y. Liu, B. Sun, et al., Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *J. Build. Struct.* 35 (10) (2014) 1–9 (in Chinese). <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.001>.
- [37] M.A. Bradford, Strength of compact steel beams with partial restraint, *J. Constr. Steel Res.* 53 (2000) 183–200. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00066-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00066-8).
- [38] M.A. Bradford, H.R. Ronagh, Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM, *J. Struct. Eng.* 123 (2002) 1631–1637. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(1997\)123:12\(1631\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1997)123:12(1631)).
- [39] M.A. Bradford, A.R. Kemp, Buckling in continuous composite beams. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.2, p 169-178, 2000.
- [40] R.P. Johnson, C.K.R. Fan, Distortional lateral buckling of continuous composite beams, *Proc. - Inst. Civ. Eng. Part 2. Res. Theory.* 91 (1991) 131–161. <https://doi.org/10.1680/iicep.1991.13586>.
- [41] Y. Liu, L. Tong, B. Sun, Y. Chen, F. Zhou, H. Tian, X. Sun, FEA and bending capacity calculation for mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending, *Jianzhu Jiegou Xuebao/Journal Build. Struct.* 35 (2014) 10–20. <https://doi.org/10.14006/j.jzjgxb.2014.10.002>.
- [42] DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS v6.12; 2012.
- [43] A. Rossi, A.S.C. de Souza, R.S. Nicoletti et al., The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel-concrete composite beams, *Thin-Walled Structures* (2021) 107542, <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107542>.
- [44] T. V. Galambos, R.L. Ketter, Columns under combined bending and thrust, *J. Eng. Mech. Div.* 85 (1959) 1–30.
- [45] A. Rossi, A.S.C. de Souza, R.S. Nicoletti, C.H. Martins, The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel-concrete composite beams, *Thin-Walled Struct.* 162 (2021) 107542. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107542>.

- 479 [46] A. Rossi, D. Hideyuki Saito, C. Humberto Martins, A. Sander Clemente de Souza, The influence of structural imperfections
480 on the LTB strength of I-beams, *Structures*. 29 (2021) 1173–1186. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.11.020>.
- 481 [47] C.J. Earls, On the inelastic failure of high strength steel I-shaped beams, *J. Constr. Steel Res.* 49 (1999) 1–24.
482 [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00204-1](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00204-1).
- 483 [48] C.J. Earls, Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility, *J. Constr. Steel*
484 *Res.* 51 (1999) 147–175. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00024-3](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00024-3).
- 485 [49] D. Carreira, K. Chu, Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression, *ACI J. Proc.* 82 (1985).
486 <https://doi.org/10.14359/10390>.
- 487 [50] D.J. Carreira, K.H. Chu, Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Tension., *J. Am. Concr. Inst.* 83 (1986) 21–
488 28. <https://doi.org/10.14359/1756>.
- 489 [51] R. Chacón, M. Serrat, E. Real, The influence of structural imperfections on the resistance of plate girders to patch loading,
490 *Thin-Walled Struct.* 53 (2012) 15–25. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.12.003>.
- 491 [52] E.W.C. Wong, D.K. Kim, A simplified method to predict fatigue damage of TTR subjected to short-term VIV using artificial
492 neural network, *Adv. Eng. Softw.* 126 (2018) 100–109. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2018.09.011>.
- 493 [53] S. Tohidi, Y. Sharifi, A new predictive model for restrained distortional buckling strength of half-through bridge girders
494 using artificial neural network, *KSCE J. Civ. Eng.* 20 (2016) 1392–1403. <https://doi.org/10.1007/s12205-015-0176-8>.
- 495 [54] Y. Sharifi, F. Lotfi, A. Moghbeli, Compressive Strength Prediction Using the ANN Method for FRP Confined Rectangular
496 Concrete Columns, *J. Rehabil. Civ. Eng.* 7 (2019) 134–153. <https://doi.org/10.22075/jrce.2018.14362.1260>.
- 497 [55] Y. Sharifi, A. Moghbeli, M. Hosseinpour, H. Sharifi, Neural networks for lateral torsional buckling strength assessment of
498 cellular steel I-beams, *Adv. Struct. Eng.* 22 (2019) 2192–2202. <https://doi.org/10.1177/1369433219836176>.
- 499 [56] M.T. Hagan, M.B. Menhaj, Training feedforward networks with the Marquardt algorithm, *IEEE Trans. Neural Networks.* 5
500 (1994) 989–993. <https://doi.org/10.1109/72.329697>.
- 501 [57] Y. Sharifi, A. Moghbeli, M. Hosseinpour, H. Sharifi, Study of Neural Network Models for the Ultimate Capacities of
502 Cellular Steel Beams, *Iran. J. Sci. Technol. Trans. Civ. Eng.* 44 (2020) 579–589. [https://doi.org/10.1007/s40996-019-00281-](https://doi.org/10.1007/s40996-019-00281-z)
503 *z*.
- 504 [58] M. Hosseinpour, Y. Sharifi, H. Sharifi, Neural network application for distortional buckling capacity assessment of
505 castellated steel beams, *Structures*. 27 (2020) 1174–1183. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.027>.
- 506 [59] D.W. Marquardt, An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters, *J. Soc. Ind. Appl. Math.* 11 (1963)
507 431–441. <http://www.jstor.org/stable/2098941>.
- 508 [60] Y. Sharifi, M. Hosseinpour, A. Moghbeli, H. Sharifi, Lateral Torsional Buckling Capacity Assessment of Castellated Steel
509 Beams Using Artificial Neural Networks, *Int. J. Steel Struct.* 19 (2019) 1408–1420. [https://doi.org/10.1007/s13296-019-](https://doi.org/10.1007/s13296-019-00217-3)
510 *00217-3*.
- 511 [61] J. Nie, J. Fan, C.S. Cai, Experimental study of partially shear-connected composite beams with profiled sheeting, *Eng.*
512 *Struct.* 30 (2008) 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.02.016>.
- 513 [62] Scheffé H. (1958). Experiments with mixtures, *J. Roy. Stat. B. Soc.* 20(2): 344-360.
- 514 [63] S. Tiryaki, A. Aydın, An artificial neural network model for predicting compression strength of heat treated woods and
515 comparison with a multiple linear regression model, *Constr. Build. Mater.* 62 (2014) 102–108.
516 <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.03.041>.
- 517