

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

***Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil***

**Contribuição ao Estudo do Comportamento Estrutural de  
Terças Pré-Fabricadas em Concreto Protendido sem Armadura  
Transversal**

**Luiz Carlos de Alvarenga Junior**

Área de concentração: Estruturas e Geotecnia.

**São Carlos**

**2021**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
***Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil***

**Contribuição ao Estudo do Comportamento Estrutural de  
Terças Pré-Fabricadas em Concreto Protendido sem Armadura  
Transversal**

**Luiz Carlos de Alvarenga Junior**

Dissertação apresentada ao programa de pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

**Orientador:** Dr. Marcelo de Araújo  
Ferreira

Área de concentração: Estruturas e Geotecnia.

**São Carlos**  
**2021**

# Folha de Aprovação



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

---

## Folha de Aprovação

---

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Luiz Carlos de Alvarenga Júnior, realizada em 12/07/2021.

### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Marcelo de Araujo Ferreira (UFSCar)

Prof. Dr. Armando Lopes Moreno Junior (UNICAMP)

Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.  
O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus pelo dom da vida e por toda sabedoria.

Aos meus pais, Luiz Carlos de Alvarenga e Ivone Felipe Alvarenga e a minha irmã, Karolina Alvarenga, por todo apoio, incentivo e confiança. A todos meus familiares em especial meus avós: Joaquim e Dejanira; Antônio e Lourdes e minha tia amiga e Regina Alvarenga.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo de Araújo Ferreira pela amizade, orientação, paciência e confiança para o desenvolvimento deste trabalho e a Dra. Bruna Catoia, pela amizade e por todas valiosas contribuições.

Ao Prof. Dr. Armando Lopes Moreno Junior e ao Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho pelas sugestões e contribuições.

Agradecimento especial aos amigos Luís Fernando Borzi Bazílio, Luiz Antônio Sarti Junior, Marcia Araldi e Antônio Carlos Jeremias Jr. por toda ajuda, contribuição e apoio para a elaboração deste trabalho.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço também ao Núcleo de Estudo e Tecnologia em Pré-Moldados de Concreto (NETPRE), ao Departamento de Engenharia Civil (DECiv) Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

## RESUMO

ALVARENGA JUNIOR, L. C. **Contribuição ao Estudo do Comportamento Estrutural de Terças Pré-Fabricadas em Concreto Protendido sem Armadura Transversal.** 176f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2021.

Terças correspondem a vigas delgadas executadas sem armaduras transversais e são utilizadas nas coberturas de galpões pré-fabricados. O objeto de estudo desta pesquisa, foram terças pré-moldadas de concreto, que haviam sido produzidas por uma empresa da região de São Carlos – SP, e destinadas a obra já concluída. Porém estes elementos apresentaram grandes deformações, causando desconforto visual nos ocupantes da edificação, em consequência disto, foi adotado pela empresa um sistema de ligação semirrígida por meio de chapas metálicas. Pelo fato de serem produzidas sem o uso de armadura transversal, e as normas brasileiras não fazem prescrições quanto ao cálculo da força cortante de terças protendidas, esta pesquisa embasou-se na NBR 9062:2017 permite que partes do projeto sejam executados com base em ensaios. Logo este trabalho teve como objetivo contribuir com o estudo do comportamento estrutural de terças de cobertura, partindo da base de dados já existente, os ensaios mostraram que o modo de falha ocorreu próximo a mecanismo de tração diagonal, sendo a expressão que melhor descreve este resultado a EN1168. Para avaliação da efetividade da ligação proposta pelo fabricante, optou-se pelo uso da realização de ensaios não destrutíveis em ambiente de fábrica, o modelo de ligação adotado pela empresa, demonstrou-se satisfatório, podendo ser caracterizado como ligação semirrígida com fator de restrição  $\alpha_r = 0,30$ , porém pelas limitações encontradas em fabrica, não se pode conduzir os ensaios até a falha, não sendo possível assim afirmar se a ligação mante este comportamento fora do regime elástico.

**Palavras-chave:** Terça Protendida, Ligação Semirrígida, Desempenho estrutural, Prova de Carga, Utilização de Estribos.

## ABSTRACT

Purlins are thin beams made without transverse reinforcement and are used in the roofing of precast warehouses. The object of study of this research, were precast concrete purlins, which had been produced by a company in the region of São Carlos - SP, and intended for the work already completed. However, these elements presented large deformations, causing visual discomfort in the occupants of the building, as a result, a system of semi-rigid connection through metal plates was adopted by the company. Because they are produced without the use of transverse reinforcement, and the Brazilian standards do not make prescriptions regarding the calculation of the shear force of prestressed purlins, this research was based on NBR 9062:2017, which allows parts of the project to be performed based on tests. Therefore, this work aimed to contribute to the study of the structural behavior of roof purlins, based on the existing database, the tests showed that the failure mode occurred near the diagonal tensile mechanism, and the expression that best describes this result is the EN1168. To evaluate the effectiveness of the connection proposed by the manufacturer, we chose to use non-destructive testing in a factory environment. The connection model adopted by the company proved to be satisfactory, and can be characterized as a semi-rigid connection with restriction factor  $\alpha_r = 0.30$ , but due to the limitations found in the factory, it was not possible to conduct the tests until failure, so it is not possible to say whether the connection maintains this behavior outside the elastic range.

**Keywords:** Prestressed Purlin; Semi-Rigid Connection; Structural Performance; Load Test; Transverse Reinforcement.

# SUMÁRIO

<i>Folha de Aprovação</i> .....	5
<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	6
<b>RESUMO</b> .....	7
<b>ABSTRACT</b> .....	8
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	8
1.1 Justificativa.....	12
1.2 Objetivos .....	13
1.3 Metodologia.....	13
1.4 Composição da dissertação .....	14
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	16
2.1 Cisalhamento em vigas .....	16
2.1.1 Tensões em vigas no estágio I.....	21
2.1.2 Tensões principais na viga.....	24
2.2 Mecanismo de transferência e resistência ao cisalhamento para elementos sem a presença de armadura transversal.....	28
2.3 Mecanismos de ruptura.....	32
2.3.1 Mecanismo de ruptura por flexo-cortante.....	33
2.3.2 Mecanismo de ruptura por cisalhamento (tração diagonal) .....	38
2.3.3 Falha da ancoragem .....	42
2.3.4 Mecanismo de ruptura por flexão .....	49
2.4 Ligações Semirrígidas.....	53
2.4.1 Classificação das ligações Viga-Pilar .....	55
2.4.2 Determinação da Teoria da Relação Momento-Rotação das ligações Viga-Pilar	57
2.4.3 Método Beam-Line.....	62
2.4.4 Roteiro para análise semirrígida proposto por Ferreira (2017) – Carregamentos Gravitacionais.....	64
<b>3. PESQUISAS REALIZADAS</b> .....	68

3.1	Catoia (2011) .....	68
3.2	Souza Junior (2014).....	69
3.3	Araújo (2011).....	72
3.4	Marquesi (2014).....	73
3.5	Pinheiro (2014).....	76
3.6	Koch e Rostásy (1973).....	78
3.7	Thurlimann e Luchinger (1971) .....	79
3.8	Sales (2020).....	80
<b>4.</b>	<b>RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS .....</b>	<b>83</b>
4.1	NBR 14861:2011 - Lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido	83
4.2	Eurocode 2 (CEN, 2004).....	84
4.2.1	Ruptura por cisalhamento com influência de flexão .....	84
4.2.2	Ruptura por cisalhamento .....	86
4.2.3	Comprimento de transferência de protensão .....	86
4.3	EN 1168:2008 - Comitê <i>européen de normalization</i> .....	87
4.4	ACI 318:19 - <i>Building code requirements for structural concrete. American concrete institute. 2019</i> .....	90
4.5	NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto .....	90
4.5.1	Modelo de cálculo I .....	91
4.5.2	Modelo de cálculo II .....	94
4.5.3	Comprimento de transferência e de regularização .....	95
<b>5.</b>	<b>ENSAIOS REALIZADOS POR FERREIRA E CATOIA .....</b>	<b>97</b>
5.1	Descrição dos ensaios .....	99
5.2	Resultados Experimentais dos ensaios .....	104
5.2.1	Ensaio de Flexão .....	104
5.2.2	Análise das Tensões na Formação de Fissuras e Propriedades do Concreto	109
5.2.3	Ensaio de Cisalhamento .....	112



<b>6. METODOLOGIA .....</b>	<b>119</b>
<b>7. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>127</b>
<b>7.1 Comparativo entre os valores teóricos e experimentais de resistência ao esforço cortante.....</b>	<b>127</b>
7.1.1 NBR 14861 – Flexo-Cortante .....	128
7.1.2 EC2 – Flexo-Cortante .....	130
7.1.3 NBR 14861 X EC2 – Flexo-Cortante.....	132
7.1.4 EC2 – Tração Diagonal.....	134
7.1.5 EN1168 – Tração Diagonal.....	137
7.1.6 EC2 X EN 1168 – Tração Diagonal.....	139
<b>7.2 Prova de carga em fábrica e avaliação da ligação semirrígida .....</b>	<b>141</b>
<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>148</b>
<b>8.1 Avaliação do desempenho estrutural.....</b>	<b>148</b>
<b>8.2 Comparação dos valores reais experimentais com os valores teóricos normativos</b>	<b>149</b>
<b>8.3 Avaliação do desempenho das ligações por meio de prova de carga em fabrica</b>	<b>151</b>
<b>8.4 Comentários finais.....</b>	<b>153</b>
<b>8.5 Sugestões para trabalhos futuros .....</b>	<b>154</b>
<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>155</b>
<b>Apêndice A.....</b>	<b>159</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1: Terça pré-fabricada na cobertura de um galpão. ....	9
Figura 1-2: Seção da terça protendida.....	11
Figura 1-3: Comparação da nervura de uma laje alveolar (a) x com uma terça (b) .....	12
Figura 2-1: Estado biaxial de tensões, curvas ortogonais de tração e compressão .....	16
Figura 2-2:Relação $l/d$ para vigas - viga (a) seção permanece plana após a deformação; Viga parede (b) viga sofre empenamento após deformação .....	17
Figura 2-3: Comportamento da viga no Estádio I .....	18
Figura 2-4: Comportamento da viga no Estádio II .....	18
Figura 2-5: Analogia da treliça clássica.....	20
Figura 2-6: Distribuição das tensões normais e tangenciais para uma viga de seção retangular sem considerar o efeito da armadura. ....	22
Figura 2-7: Parâmetros para determinar o momento estático e a tensão de cisalhamento em viga de seção retangular .....	23
Figura 2-8: Braço de alavanca $z$ das resultantes de tração e compressão.....	24
Figura 2-9: Determinação das tensões nos pontos 1 e 2 .....	25
Figura 2-10: Ponto A - localizado na linha neutra.....	26
Figura 2-11:Círculo de Mohr do ponto A na linha neutra de uma viga de concreto armada (a) e concreto protendido (b) .....	26
Figura 2-12: Estado plano de tensões .....	27
Figura 2-13: Peça não fissurada .....	29
Figura 2-14: Transmissão de cargas para os apoios.....	29
Figura 2-15: Resistência ao cisalhamento em peças fissuradas por flexão.....	30
Figura 2-16: Resistência ao cisalhamento em peça fissurada.....	31
Figura 2-17: Forças internas devido ao efeito de pino.....	32
Figura 2-18: Elemento estrutural submetido a esforços de flexão e cisalhamento .....	34
Figura 2-19: Razão entre $a/d$ e os efeitos na resistência ao cisalhamento em vigas sem armadura transversal .....	35

Figura 2-20: Carga aplicada entre $6 > a_v / d > 2,5$ .....	36
Figura 2-21: Interação das fissuras de flexão e cisalhamento com fendilhamento e falha na ancoragem. ....	37
Figura 2-22: Distribuição das tensões de cisalhamento e flexão para o mesmo elemento nos estádios I e II.....	38
Figura 2-23: Aplicação da carga concentrada em relação ao apoio com $a_v / d$ variando entre 2,5 e 1.....	39
Figura 2-24: Ponto crítico em lajes com alvéolos circulares .....	40
Figura 2-25: Ponto crítico fora do centro de gravidade em alvéolos não circulares .....	41
Figura 2-26: Transferência da força de protensão ao concreto .....	42
Figura 2-27: Falha por arrancamento e fendilhamento.....	42
Figura 2-28: Transferência dos esforços na armadura por aderência .....	44
Figura 2-29: Fissuras entorno da barra tracionada .....	44
Figura 2-30: Fendilhamento da peça .....	45
Figura 2-31: Fissura por fendilhamento "a"; Fissura por arrancamento "b" .....	45
Figura 2-32: Efeito Hoyer .....	46
Figura 2-33: Ancoragem da armadura ativa sob ação de carregamento externo .....	46
Figura 2-34: Equilíbrio das tensões na região fissurada.....	47
Figura 2-35: Perda de ancoragem pela fissuração.....	47
Figura 2-36: Fissuras típicas de <i>bursting</i> .....	48
Figura 2-37: Fissuras típicas de destacamento da alma <i>spalling</i> .....	49
Figura 2-38: Fissuras típicas de <i>spalling</i> .....	49
Figura 2-39: Tensões no concreto e suas resultantes para os três estádios .....	50
Figura 2-40: Diagrama tensão x deformação real do aço de protensão .....	51
Figura 2-41: Ensaio de flexão em viga protendida. ....	52
Figura 2-42: Diagramas carga x flecha de vigas protendidas.....	52
Figura 2-43: Comparativo do comportamento semirrígido da ligação, na redistribuição dos momentos e redução das deformações .....	53
Figura 2-44: Fator de restrição a rotação .....	55

Figura 2-45: Classificação das ligações segundo o Manual de Ligações Estruturais da FIB 2003.....	55
Figura 2-46: Sistema proposto para classificação das ligações semirrígidas .....	56
Figura 2-47: Relação momento rotação.....	58
Figura 2-48: Região de distúrbio na extremidade viga-pilar .....	60
Figura 2-49: Comprimento de embutimento $\lambda_e$ .....	61
Figura 2-50: Reta Beam-line com curva momento-rotação .....	63
Figura 2-51: Comportamento de diferentes ligações.....	63
Figura 2-52: Determinação dos valores de ( $M_{lig}$ ) e ( $\Phi_{lig}$ ) .....	64
Figura 2-53: Superposição de pórticos semirrígidos .....	65
Figura 2-54: Pórtico com ligações semirrígidas.....	65
Figura 3-1: Seções transversais ensaiadas por Catoia (2011) .....	68
Figura 3-2: Esquema de ensaio realizado por Catoia (2011) .....	69
Figura 3-3: Detalhes e características das vigas.....	70
Figura 3-4: Esquema de ensaio utilizado por Souza Junior .....	70
Figura 3-5: Vigas após fissuração.....	72
Figura 3-6: Nomenclatura e geometria dos modelos do grupo A .....	73
Figura 3-7: Nomenclatura e geometria dos modelos do grupo B .....	74
Figura 3-8: Esquema de ensaios realizados por Marquesi.....	74
Figura 3-9 Posição da seção em análise x $V_{exp}$ .....	75
Figura 3-10: Nomenclatura dos modelos ensaiados por Pinheiro .....	76
Figura 3-11: Geometria dos modelos e esquema de ensaio .....	77
Figura 3-12: Comparativo entre os valores teóricos com e sem coeficiente de segurança com os valores experimentais .....	77
Figura 3-13: Tensões nos estribos na região com 52% da armadura calculada variando os graus de protensão .....	78
Figura 3-14: Tensões tração nos estribos com diferentes graus de protensão.....	79
Figura 3-15: Nervuras isoladas da laje.....	81
Figura 3-16: Plano de concretagem e corte (mm) .....	82

Figura 4-1: Análise da seção para localizar o ponto crítico .....	89
Figura 5-1: Dimensões da seção transversal da terça protendida.....	98
Figura 5-2: Posição das armaduras da seção transversal da terça protendida .....	98
Figura 5-3: Detalhamento das armaduras.....	98
Figura 5-4: Arranjo dos ensaios de flexão.....	100
Figura 5-5: Conformação dos apoios para os dois ensaios de flexão. ....	101
Figura 5-6: Amostra ensaiada ao cisalhamento .....	101
Figura 5-7: Arranjo do ensaio de cisalhamento .....	103
Figura 5-8 : Curva força x deslocamento do vão central amostra A4 .....	104
Figura 5-9: Alteração na inclinação da curvatura do ensaio de flexão da amostra A4.....	105
Figura 5-10: Curva força x deslocamento amostra A1, A4 e A5.....	105
Figura 5-11: Alteração na inclinação da curvatura do ensaio de flexão das amostras A1, A4 e A5 .....	106
Figura 5-12: Gráfico força x deslocamento para o ensaio de flexão negativa das amostras A1, A2 e A3.....	108
Figura 5-13: Ensaio de flexão positiva e configuração da fissuração - amostra A4 .....	109
Figura 5-14:Ensaio de flexão negativa e configuração da fissuração - amostra A3.....	109
Figura 5-15: Estimativa do módulo $E_c$ com base na curva força x deslocamento .....	111
Figura 5-16: Curva Força Aplicada (F) x Deslocamento ( $\delta$ ) no ponto de aplicação da força para as extremidades com cordoalha isolada .....	113
Figura 5-17: Figura 6 9: Curva Força Aplicada (F) x Deslocamento ( $\delta$ ) no ponto de aplicação da força para as extremidades com aderência aço-concreto .....	113
Figura 5-18: Amostra 01 B.....	114
Figura 5-19: Amostra 01 A.....	115
Figura 5-20: Amostra 02 .....	115
Figura 5-21: Amostra 03A.....	116
Figura 5-22: Amostra 03B.....	116
Figura 5-23: Ângulo de inclinação das fissuras das Amostras 01B,02 e 03B (cordoalha aderente) .....	117

Figura 5-24:Figura 6 16: Ângulo de inclinação das fissuras das Amostras 01A e 03A (cordoalha não aderente).....	118
Figura 6-1: Esquema de ensaios das amostras com continuidade.....	120
Figura 6-2: Esquema de fixação das terças. ....	120
Figura 6-3:Etapas para execução da ligação superior das terças nos apoios do vão central .....	121
Figura 6-4: Cotas do modelo para determinação da flecha com e sem a continuidade nos apoios. ....	122
Figura 6-5:Arranjo dos ensaios de prova de carga positiva e negativa .....	122
Figura 6-6: Esquema de ensaio da amostra A1P.....	123
Figura 6-7:Carregamento com sacos de graute da amostra central A1P. ....	124
Figura 6-8: Manômetro na saída da bomba hidráulica para aferir a pressão.....	124
Figura 6-9: Área de contato da rótula - 80cm <sup>2</sup> .....	125
Figura 6-10: Trena utilizada medir o deslocamento do cursor do atuador hidráulico .....	125
Figura 6-11: Esquema de ensaio a flexão negativa em fábrica .....	126
Figura 6-12: Carregamento com atuadores da amostra central A1P - Flexão Negativa .....	126
Figura 7-1: Ilustração das seções transversal considerada nos cálculos teóricos .....	127
Figura 7-2: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – NBR 14861 - flexo-cortante.....	129
Figura 7-3: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – NBR 14861 - flexo-cortante.....	129
Figura 7-4: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – EC2 - flexo-cortante .....	131
Figura 7-5: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – EC2 - flexo-cortante .....	131
Figura 7-6:Gráfico comparativo entre valores de cálculo NBR 14861 e EC2 com valores experimentais - Flexo-cortante com cordoalha aderente.....	132
Figura 7-7: Gráfico comparativo entre valores de cálculo NBR 14861 e EC2 com valores experimentais - flexo-cortante com cordoalha isolada.....	133

Figura 7-8: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – EC2 (tração diagonal) .....	136
Figura 7-9: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – EC2 (tração diagonal) .....	136
Figura 7-10: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – EN 1168 (tração diagonal).....	138
Figura 7-11: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – EN 1168 (tração diagonal).....	139
Figura 7-12: Gráfico comparativo entre valores de cálculo EN 1168 X EC2 com valores experimentais – Tração diagonal com cordoalha aderente (H/2).....	140
Figura 7-13: Gráfico comparativo entre valores de cálculo EN 1168 X EC2 com valores experimentais – Tração diagonal com cordoalha isolada (H/2). .....	140
Figura 7-14: Execução do carregamento positivo na amostra A1P .....	142
Figura 7-15: Deformação da terça AP1 para situação bi apoiada .....	143
Figura 7-16: Situação de engastamento perfeito.....	144
Figura 7-17: Modelo situação semirrígida .....	145
Figura 7-18: Flexão negativa nas amostras A1P.....	145
Figura 7-19: Curva força aplicada no manômetro x deslocamento amostra A1P ensaio flexão negativa em fábrica.....	146

# 1. INTRODUÇÃO

Em virtude do desenvolvimento econômico e da industrialização do país, nas últimas décadas, devido à crescente demanda populacional por obras com prazos cada vez mais enxutos, visando sempre a economia, qualidade, segurança e sustentabilidade, passou-se a ganhar destaque nacional os elementos pré-fabricados.

Essa indústria vem tornando-se uma grande tendência, tendo em vista as inúmeras obras nos Estados Unidos e Europa fica comprovada a efetividade do sistema. Apesar de que por muitos anos no Brasil, o sistema de pré-fabricados era visto pelos arquitetos como um obstáculo para exercerem a liberdade de criação além do mais, acreditavam-se que o mesmo era limitado a obras industriais. Contudo nos dias atuais o cenário mudou e é possível observar os elementos pré-fabricados nas mais diversas obras (ALBUQUERQUE; EL DEBS, 2005).

O sistema de pré-fabricados proporciona estruturas mais eficientes e racionais pelo fato de que conseguem ser estruturas mais esbeltas e vencerem vãos maiores. Por serem elementos muitas vezes industrializados possuem alto controle tecnológico sobre os insumos, como areia, brita, cimento entre outros. Sendo assim é possível garantir que não ocorra desperdícios de matéria prima, além de ser um processo rápido para fabricação.

Dentre as estruturas pré-fabricadas destacam-se os edifícios de um pavimento, que podem ser classificados como sistemas estruturais de esqueleto, as vigas e pilares formam os pórticos principais cujo os mesmos estão uniformemente espaçados no sentido longitudinal e interligados entre si por meio de terças na cobertura e por vigas de fechamento lateral (SANTOS, 2010).

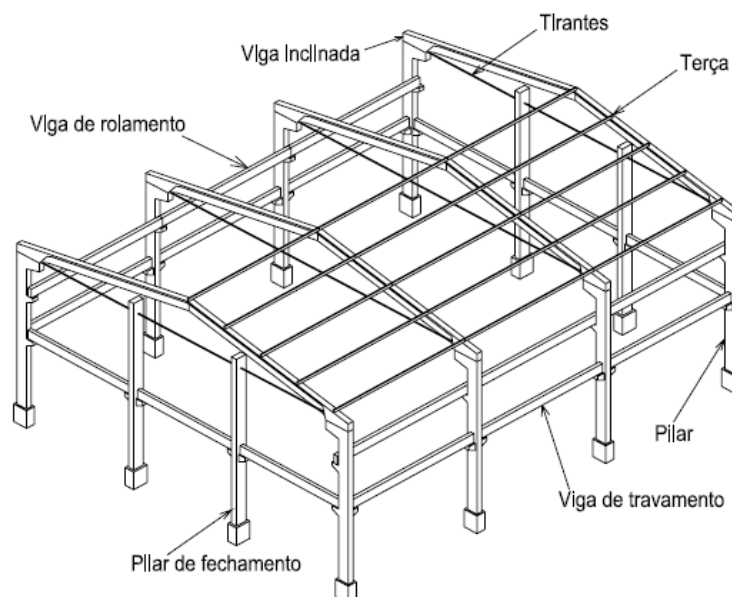
Neste trabalho será abordado elemento pré-fabricado protendido com aderência inicial, trata-se de um estudo a respeito de terças de cobertura. Neste modelo sistêmico a produção das peças costuma ser em grandes quantidades por meio da pista de protensão. Sendo assim é possível a reutilização de formas, automatização dos processos de produção e clareza para montagem das armaduras, além de necessitar de menos mão de obra na fabricação ele ainda permite dispensar o uso de cimbramento em obra tornando o ambiente mais limpo e organizado.

Em geral terças pré-fabricadas de concreto protendido são empregadas nas coberturas de galpões. Como ilustra a Figura 1-1. Os galpões são edificações térreas com grandes dimensões, possuem funções bem específicas, dependendo do setor a qual a obra será destinada, facilitando assim a sua modulação o que justifica a sua grande



representatividade em obras de estruturas pré-moldadas (MORENO JÚNIOR, 1992). Estas obras podem ser utilizadas em diversos setores como o agronegócio, setor industrial ou comercial.

**Figura 1-1: Terça pré-fabricada na cobertura de um galpão.**



Fonte: Santos (2010)

Terças podem ser fabricadas em madeira, aço e concreto armado e protendido. Sua função é suportar além do seu peso próprio, o peso dos elementos utilizados na cobertura (telhas, forros, luminárias dentre outros) e peso das ações variáveis (peso da água da chuva, peso de pessoas para eventuais manutenções, ação do vento). Para terças pré-fabricadas protendidas, estas são similares a vigas delgadas e executadas sem a presença de armaduras transversais.

Segundo Rudloff (2015), a técnica de protender é uma opção inteligente, pois com ela é possível aproveitar ao máximo as propriedades dos materiais como o concreto e o aço, conseqüentemente tornando a estrutura mais eficaz, mais econômica, duradoura e segura. Além de fornecer outras vantagens como vencer grandes vãos, controle de deformação e fissuras, as vantagens são inúmeras e a técnica pode ser empregada em obras de pequeno, médio e grande porte.

De acordo com a associação Brasileira de Normas Técnicas ABNT NBR 6118:2014, elementos em concreto protendido são aqueles que apresentam armaduras tensionadas, ou seja, armaduras ativas com a função de nos estados limites de serviço minimizar ou impedir a fissuração e os deslocamentos das peças, além de melhor aproveitar no estado limite último os aços de alta resistência.

Segundo Inforsato (2009), é possível notar que a utilização de elementos pré-moldados, usando protensão tem sido uma solução cada vez mais usada como sistema construtivo no Brasil. É notável as inúmeras obras civis que utilizam este sistema como silos, tanques, passarelas, pontes, viadutos e edifícios.

A terça pré-fabricada protendida com aderência inicial, também conhecida como pré-tração, destaca-se pela economia que o sistema proporciona e a rapidez com que o projeto é executado. Nas pistas de protensão nas fabricas são comuns que sejam produzidas peças em lotes, pois a técnica permite o reaproveitamento das formas, facilita a montagem das armaduras e a mão de obra pode ser reduzida por funcionários capacitados para tal função.

Este estudo foi direcionado a terças pré-moldadas protendidas, é importante ressaltar que esta pesquisa é uma continuidade dos trabalhos que vem sendo realizada pelo NETPre (Núcleo de Estudos e Tecnologia em Pré-moldados de Concreto) na UFSCar a respeito destes elementos.

Outro fato importante a ser mencionado é o de que o estudo apresentado trata-se de um caso real, onde os modelos foram retirados de uma obra executada por uma empresa de pré-fabricados da região de São Carlos.

Pelo fato de as peças serem solicitada a flexão negativa em função da carga de vento, no projeto das terças optou-se pelo uso de fios protendidos na mesa superior do elemento estrutural, somado ao fato de que as peças possuem seção delgada, em serviço estas apresentaram deslocamentos excessivos, uma vez que em grande parte de sua vida útil não estão sujeitas a carregamentos de ação de vento.

Todos os elementos estudados foram retirados do mesmo lote e da mesma obra executada pela empresa da região de São Carlos - SP, a pesquisa teve início com Ferreira e Catoia (2018), onde foram realizados ensaios de flexão e cisalhamento nas peças.

Em consequência dos deslocamentos decorrido nas peças, foi proposto pela empresa um sistema de ligação das terças, logo esta pesquisa de mestrado, realizou uma avaliação de desempenho do elemento estrutural em relação aos deslocamentos, utilizando um sistema de chapas metálicas gerando a continuidade entre as peças.

O processo de avaliação dos deslocamentos ocorreu por meio de prova de carga em ambiente de fábrica, ensaios não destrutíveis, seguindo as normas de desempenho e como complemento, e a partir dos ensaios realizados em laboratório por Ferreira e Catoia (2018), foram avaliados os mecanismos de ruptura das peças com base nas equações normativas disponíveis.

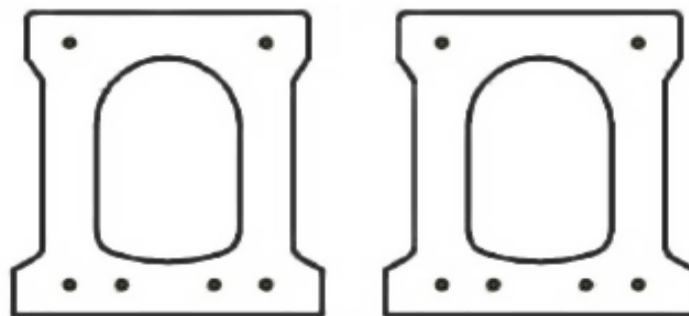
A avaliação do efeito da força cortante nas peças sem a presença de armadura transversal segue a seguinte hipótese, no concreto armado, as tensões de tração que são geradas a partir de ações de carregamento externo são absorvidas pelas armaduras passivas, ou seja, elas só passam a se deformarem quando solicitadas, sendo que uma pequena parcela desta tensão é absorvida pelo concreto. Diferentemente do concreto protendido com aderência inicial em que a armadura é previamente alongada, deformando-se antes mesmo que a peça entre em serviço, fazendo com que as tensões de tração sejam combatidas em função da força de compressão oriunda da protensão.

Em peças protendidas o cisalhamento pode ser analisado analogamente ao concreto armado, é preciso considerar o efeito da força de protensão para cabos retos e o efeito da força cortante advinda da protensão para os cabos curvos. Na pré-tração uma vez que os cabos são retos basta apenas considerar os efeitos da força axial.

As formulações empregadas para a verificação do modo de ruptura das terças foram as mesmas utilizadas para o cálculo de lajes alveolares, partindo da hipótese de que estas formulações, para descrever estes mecanismos em lajes protendidas sem a presença de armadura transversal, foram deduzidas de vigas retangulares.

Em Olívo e Vargas (2015), foi realizado um estudo a respeito da capacidade portante a flexão de terças pré-fabricadas de concreto protendido, cujo a seção transversal se assemelha a de um alvéolo com duas nervuras, tal como mostra a Figura 1-2.

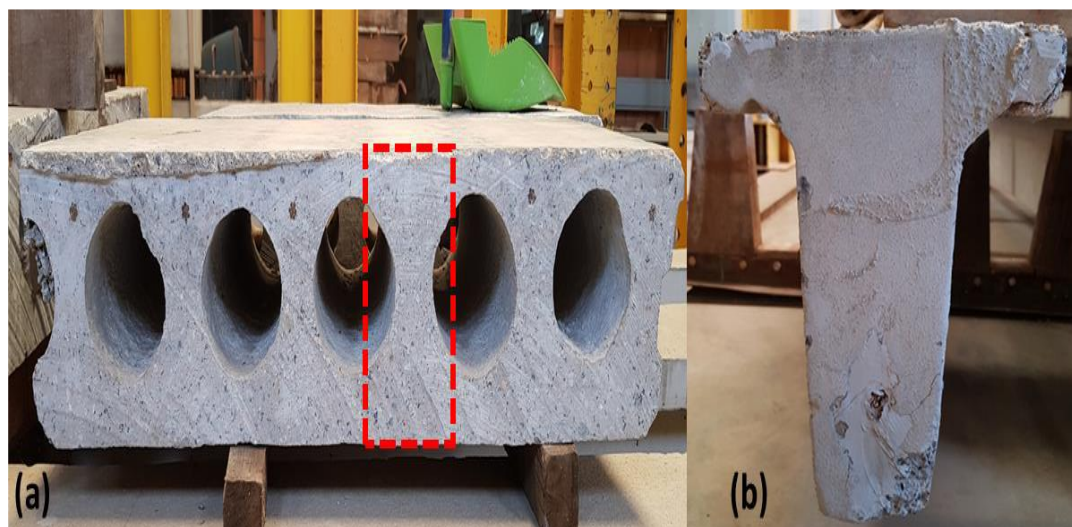
**Figura 1-2: Seção da terça protendida**



Fonte: Olívo e Vargas (2015)

Porém em um levantamento realizado em sites e catálogos de empresas de pré-fabricados, constatou-se que a maioria opta por utilizar peças de seção transversal “T”, partindo deste princípio, para determinação da resistência a força cortante nas peças estudadas será considerada as expressões de lajes alveolares com apenas uma nervura, uma vez que para o cálculo da laje é considerado o somatório das nervuras internas e externas. A Figura 1-3 ilustra a semelhança entre a nervura da terça utilizada nesta pesquisa com as nervuras internas de uma laje alveolar.

Figura 1-3: Comparação da nervura de uma laje alveolar (a) x com uma terça (b)



Fonte: Próprio autor (2021)

## 1.1 Justificativa

Devido ao desenvolvimento e expansão do setor da construção civil no Brasil, juntamente com a exigência de estruturas cada vez melhores, vem surgindo novas tecnologias. Com isso a indústria de elementos pré-fabricados tem se destacado neste mercado cada vez mais competitivo e acirrado.

Com o aumento da industrialização e da utilização de elementos pré-fabricados, e sendo os galpões o tipo de obras que as empresas de pré-fabricados mais executam, neste contexto, a presente pesquisa dedica-se, em especial, a utilização de terças protendidas, cujo seu uso tende a aumentar cada vez mais, conseqüentemente junto a esse crescimento, no meio científico surgem as dúvidas referentes as características e comportamento deste elemento estrutural.

Terças protendidas são elementos que normalmente necessitam vencer grandes vãos interligando os pórticos, a fim de se ganhar e otimizar a utilização do espaço interno da edificação, embora não haja prescrição na literatura ou em normas técnicas, não é incomum que engenheiro de estruturas as projetem sem o uso de armadura transversal.

Até o momento são poucas as pesquisas, praticamente nenhuma, direcionadas a entender os mecanismos de resistência a força cortante em terças protendidas e o comportamento destes elementos em serviço, para isso a pesquisa que está se iniciando é de caráter exploratório experimental.

As normas brasileiras vigentes não fazem prescrições quanto ao comportamento destes elementos nem quanto ao cálculo da força cortante de terças protendidas, em

especial a Associação Brasileira de Normas Técnicas ABNT NBR 6118:2014 que aborda sobre projetos de estruturas de concreto, tanto armado quanto protendido.

Tratando-se de um estudo real, de peças que já estavam em serviço, este trabalho se justifica pela falta de material disponível para compreender e avaliar o desempenho estrutural destes elementos.

Sendo embasado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas ABNT NBR 9062:2017- Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado, permite em seu item 5.5 que partes do projeto sejam executados com base em verificações experimentais.

A presente pesquisa apresenta-se como uma contribuição para consolidação dos conhecimentos a respeito de terças pré-moldadas protendidas, sugerindo também um procedimento não destrutivo para avaliar as ligações isoladas destes elementos, reduzindo assim a deformação em serviço, uma vez que estas apresentaram deformações excessivas em campo. E também elucidar a respeito de como ocorre a falha por cisalhamento uma vez que são projetadas sem as armaduras transversais.

## **1.2 OBJETIVOS**

O objetivo deste trabalho é contribuir ao estudo do comportamento estrutural de terças pré-moldadas de concreto protendido. Como objetivos específicos:

- Verificar, a partir dos ensaios de cisalhamento realizados em laboratório, se a expressão do VRd1 resistência de cálculo a força cortante de lajes alveolares (seção nervurada protendida) da NBR 14861 é válida para descrever o comportamento da terça protendida;
- Testar outras formulações normativas, em função dos mecanismos resistentes ao cisalhamento, encontrados próximos a ruína dos elementos durante os ensaios;
- Como complemento dos objetivos, avaliar o modelo de ligação proposto pela empresa com o uso de chapas metálicas gerando continuidade entre as peças, por meio de prova de carga (ensaio não destrutivo) em ambiente de fábrica.

## **1.3 Metodologia**

Para concretização deste trabalho, o mesmo foi dividido em três etapas.

A primeira delas consiste em um levantamento bibliográfico sobre os temas abordados, tais como os modos de ruptura por cisalhamento e por flexão, além de uma contextualização sobre o comportamento semirrígido nos desolamentos dos elementos estruturais. Também foram avaliados ensaios realizados por outros pesquisadores, e

posteriormente apresentados as recomendações normativas para o cálculo destes elementos.

Na segunda etapa do trabalho, foi realizado um estudo a respeito da base de dados já existente do laboratório NETPre (NÚCLEO DE ESTUDO E TECNOLOGIA EM PRÉ-MOLDADOS DE CONCRETO), em que Ferreira e Catoia (2018), seguindo as recomendações da FIP (1992), ensaiaram terças pré-moldadas protendidas. Os resultados ficaram armazenados na base de dados do laboratório, e foram apresentados nesta dissertação, com isso foi possível comparar os resultados com as expressões normativas que conhecemos nos dias de hoje, além de obter propriedades como o módulo elástico do concreto, que foi muito útil para determinar a deformação dos elementos com ligações de continuidade, uma vez o estudo apresenta resultados de uma situação real, onde não se tem todas as variáveis controladas como é o caso de elementos produzidos exclusivamente para ensaios em laboratório. Isso porque para este trabalho todos os modelos foram todos extraídos de uma construção real, pertencentes a mesma obra.

Por fim, a terceira etapa consistiu em, com base no relatório apresentado por Ferreira (2017), avaliar o comportamento semirrígido da ligação com chapas metálicas de continuidade por meio de uma prova de carga realizada em ambiente de fábrica, além de propor uma metodologia simplificada para avaliação destes no estado limite de serviço ELS, uma vez que a realização destes ensaios em fábrica são onerosos e de difícil complexidade conforme pode ser visto em Catoia (2007). É importante frisar que esta avaliação é empregada para terças cujo o objetivo destas ligações são simplesmente reduzir os deslocamentos não trabalhando como parte da estrutura responsável por resistir a momentos fletores, nem como restringir o deslocamento de pórticos.

## **1.4 Composição da dissertação**

Este trabalho está dividido em 8 capítulos, sendo eles :

Capítulo 1: são abordadas as considerações iniciais, tais como a utilização de terças de cobertura, ações atuantes na estrutura e a problematização da pesquisa, com peças delgadas e cordoalhas superiores que provocam deslocamentos excessivos. Apresentação dos principais objetivos desta pesquisa e a justificativa da importância deste estudo.

Capítulo 2: neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica do trabalho, passando pelo conceito de cisalhamento em vigas, mecanismos de ruptura e conceituação das ligações semirrígidas.

Capítulo 3: são apresentadas as principais pesquisas encontradas na revisão bibliográfica deste trabalho a respeito de cisalhamento em peças sem a presença de

armadura transversal e seus modos de ruptura, partindo da hipótese básica de que a terça nada mais é do que uma nervura isolada de uma laje alveolar.

Capítulo 4: neste capítulo são abordados alguns modelos de cálculo para avaliação da resistência ao cisalhamento tendo como base normas nacionais e internacionais.

Capítulo 5: aqui é apresentado os resultados dos ensaios realizados por Ferreira e Catoia (2018), tais resultados serviram como base para esta pesquisa, pois a partir destes ensaios foi possível determinar algumas propriedades dos materiais como módulo elástico secante da peça, características referentes ao concreto e aplicar as expressões normativas para comparação do teórico x experimental.

Capítulo 6: aqui é apresentado a metodologia detalhada utilizada na presente pesquisa, utilizando a base de dados do laboratório NETPre, cujo os primeiros ensaios foram realizados por Ferreira e Catoia (2018), passando pelos ensaios não destrutíveis realizados em ambiente de fábrica.

Capítulo 7: é apresentado os resultados e suas respectivas análises e discussões.

Capítulo 8: por fim, neste item são estabelecidas as considerações finais da pesquisa.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Cisalhamento em vigas

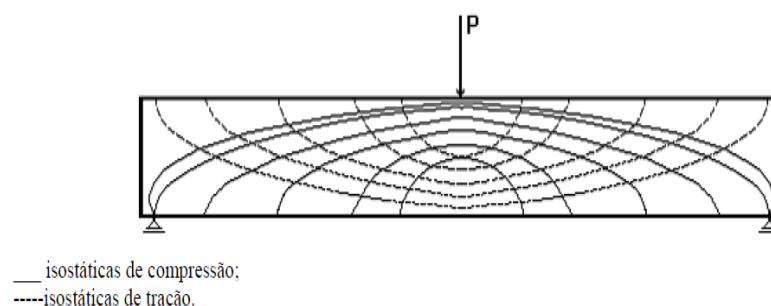
No dimensionamento padrão das vigas de concreto, analisa-se primeiro a flexão, conduzindo a determinação da seção transversal e ao arranjo das armaduras longitudinais. Para o dimensionamento da armadura longitudinal, critérios de projetos são estabelecidos para que em uma eventual falha, a ruptura aconteça de forma gradual, assim os que habitam a edificação serão avisados do ocorrido. Posteriormente dimensiona-se a viga para o esforço cortante, devendo-se ser bastante conservador pois a falha ocorrerá de forma frágil e repentina (QUEIROZ JUNIOR, 2014).

De acordo com Carvalho (2017), no dimensionamento das armaduras longitudinais, as tensões normais que atuam em uma viga são resistidas pelo concreto comprimido e pela armadura passiva ou ativa, considerando que no elemento esteja atuando apenas momentos fletores, ou seja flexão pura.

Na prática, sabe-se que para vigas quaisquer que estejam sujeitas a carregamentos verticais, estes elementos não trabalharão na flexão pura e sim flexão simples ou composta caso exista esforço normal, assim a cortante passará a ser diferente de zero, surgindo tensões tangenciais na seção transversal. Sabendo que diferentemente da situação onde se tem flexão pura (momento fletor sem esforço cortante) é impossível que ocorra ao contrário (cortante sem momentos fletores) exceto para o caso de torção.

Assim sendo, na flexão não pura, a viga se comporta de forma complexa pois nela atua tensões tangenciais e de flexão. Estas tensões formam um múltiplo estado de tensões, nas quais as tensões principais variam de um ponto para outro, formando as isostáticas de tensões, resumidamente as tangentes em cada ponto tem a direção das tensões principais, formando as curvas ortogonais Figura 2-1 (CAMACHO, 2013).

**Figura 2-1: Estado biaxial de tensões, curvas ortogonais de tração e compressão**



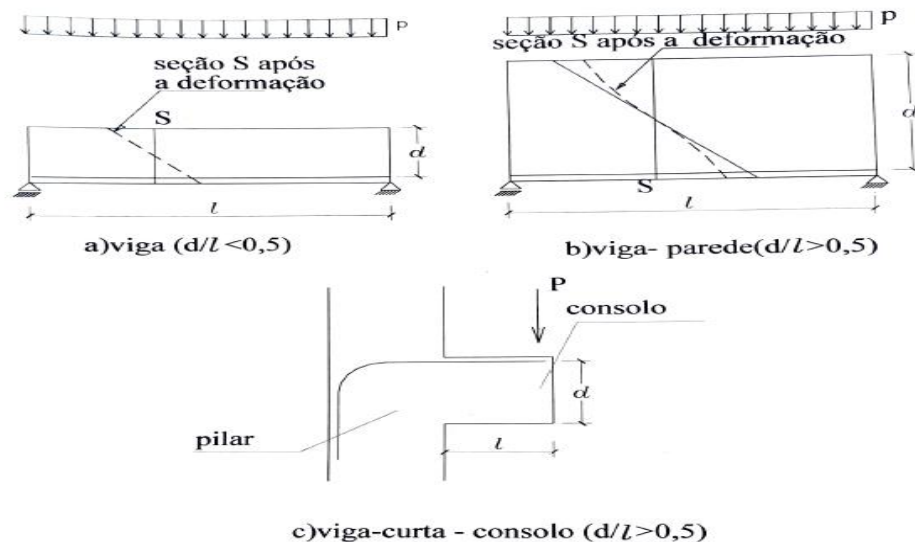
Fonte: Camacho (2013)



Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), o estudo do cisalhamento é um problema de solução complexa, com mecanismos resistentes tridimensionais que para simplificarem são tratados como planos. Neste estudo influencia a forma da seção, variação da seção ao longo do elemento, esbeltez da peça (condição  $l/d \geq 2$ , disposição das armaduras longitudinais ou transversais dentre outros.

Sendo  $(l/d) \geq 2$  o vão sobre altura útil, considera-se que seja um elemento de viga e sua seção permanece plana após a deformação, caso contrário, para relação menor que 2, a seção transversal do elemento pode não continuar plana após as deformações. Este tipo de deformação pode acontecer em vigas-parede Figura 2-2 b, ou em vigas em balaço cujo vão é curto Figura 2-2 c.

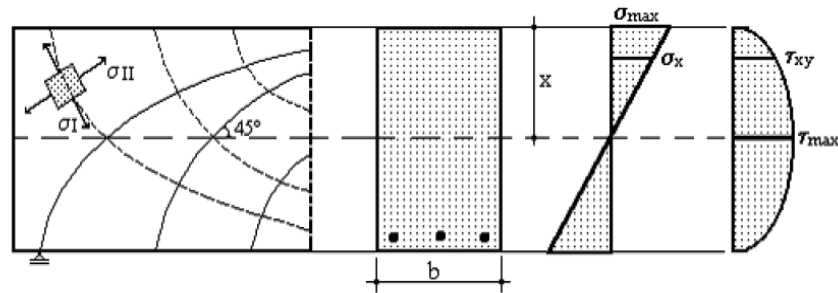
**Figura 2-2:Relação  $l/d$  para vigas - viga (a) seção permanece plana após a deformação; Viga parede (b) viga sofre empenamento após deformação**



Fonte: Carvalho (2017)

Nos elementos sujeitos a ações de baixa intensidade cujo a resistência a tração do concreto não foi superada pelas tensões de tração, assume-se o estágio I, a viga trabalha como um material homogêneo mantendo um comportamento linear elástico, cujo suas tensões podem ser analisadas pela formulação clássica de cisalhamento da resistência dos materiais, na Figura 2-3 é possível observar o comportamento do elemento no estágio I (CAMACHO, 2013).

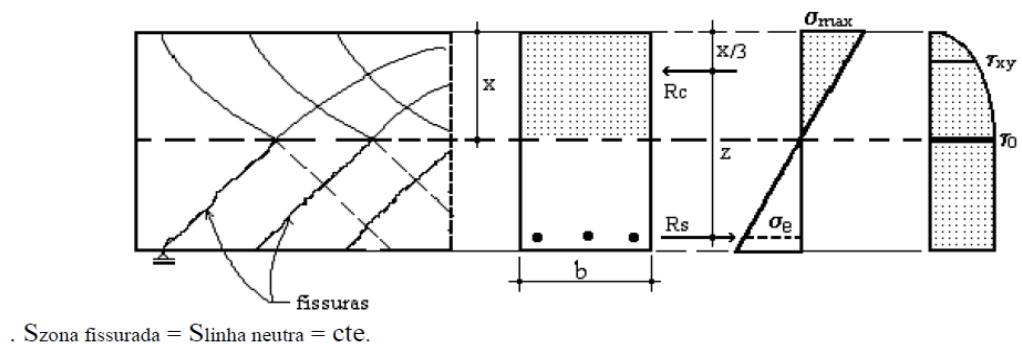
**Figura 2-3: Comportamento da viga no Estádio I**



Fonte: Camacho (2013)

De acordo com carvalho (2017), ao passo que este carregamento sofre um aumento, em alguns pontos do elemento a resistência à tração do concreto será superada pelas tensões de tração, iniciando-se a fissuração e dando início ao estágio II. Reproduzindo um complexo rearranjo de tensões entre concreto e aço, que tende a crescer até chegar a ruptura da peça. As tensões de compressão na alma da viga são resistidas pelo concreto comprimido, que mantém-se intacto entre as bielas comprimidas, imaginando-se uma viga a resistência a tração fica por conta da armadura transversal. Na Figura 2-4 é possível observar o comportamento da viga no estágio II, no qual surgem fissuras inclinadas e o diagrama da tensão de cisalhamento sofre um aumento na região das armaduras longitudinais.

**Figura 2-4: Comportamento da viga no Estádio II**



Fonte: Camacho (2013)

Ainda segundo Carvalho (2017), para elementos de concreto protendido dependendo da intensidade da protensão aplicada, em alguns casos a fissuração ocorrerá apenas para combinação rara, porém para o dimensionamento no estado limite último (ELU), considera-se a fissuração do concreto logo o cálculo deve ser realizado como o concreto armado.

Pela falta de uma solução simples e que ao mesmo tempo seja precisa, para problemas que envolva flexão com cisalhamento, grande parte dos procedimentos adotados

nos dias atuais considera o efeito de cisalhamento separado da flexão embasando-se na analogia idealizada por Ritter e Morsch.

Tendo como referência o padrão de fissuração de uma viga de concreto armado, próxima a ruína, Morsch criou um modelo de cálculo fazendo analogia entre a treliça e uma viga de concreto armado.

A criação se deu no início do século XX onde Ritter e Morsch apresentaram a clássica analogia, com o passar dos anos surgiram novas pesquisas e sugestões de melhorias do modelo proposto com o intuito de aperfeiçoá-lo (SAMORA, 2015).

A implementação do modelo colaborou para definir a armadura de cisalhamento necessária para uma viga de concreto armado. Deste modo, supõe-se que o mecanismo resistente da viga com seção fissurada, estágio II, esteja relacionado ao de uma treliça e que o conjunto concreto e armadura suportam o esforço cortante (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Segundo Porto e Fernandes (2015), o exemplar da treliça apresenta os seguintes requisitos: no elemento estrutural as fissuras e as bielas comprimidas designam-se entre  $0^\circ$  e  $45^\circ$  no sentido longitudinal, já as armaduras de cisalhamento apresentam-se em ângulos  $\alpha$  variando de  $45^\circ$  a  $90^\circ$ , no modelo apresentado  $90^\circ$ , a treliça é isostática e os banzos são paralelos, ou seja, não existem engastamento entre os nós.

Porém, ensaios mostraram que existem falhas nesta correlação, as inclinações das fissuras apresentam-se com ângulos inferiores a  $45^\circ$ , banzos não são paralelos, e a treliça é hiperestática, existindo engastamento das bielas no banzo comprimido. Evidenciando a necessidade de correções para a utilização deste modelo.

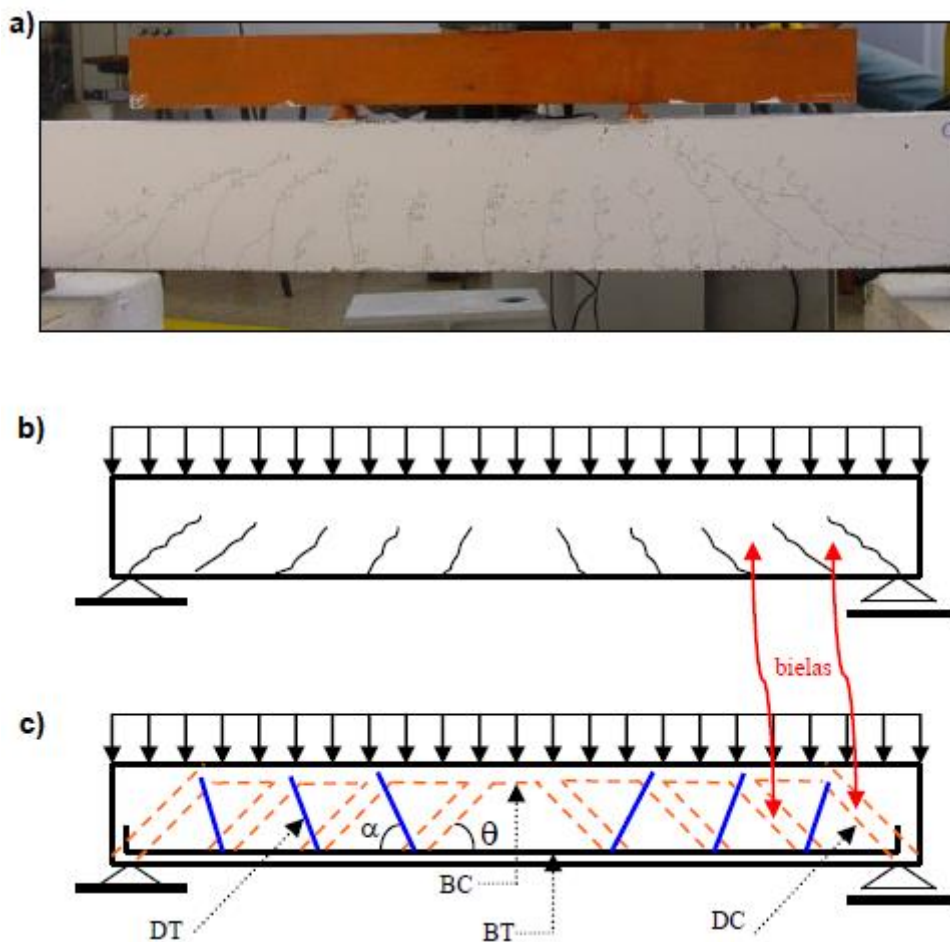
Assim sendo, correlaciona-se os elementos da treliça com o elemento estrutural de concreto:

- BC = banzo comprimido ou banzo superior da treliça representa o concreto e as armaduras de compressão (se existirem), zona comprimida de concreto ( $R_{cc}$ );
- BT = banzo tracionado ou banzo inferior tracionado representa as armaduras tracionadas ( $R_{st}$ );
- DT = as diagonais tracionadas representam as armaduras transversais de cisalhamento;
- DC= as diagonais comprimidas representam as bielas comprimidas entre as fissuras;
- $\alpha$  = representa a inclinação da diagonal tracionada (armadura);

- $\theta$  = representa a inclinação das bielas de concreto (ou das fissuras).

Na Figura 2-5 a) é possível observar uma viga real, já em (b) o aspecto de ruína da viga e em (c) a analogia da treliça clássica.

**Figura 2-5: Analogia da treliça clássica.**



Fonte: Camacho (2013)

Percebeu-se que o cálculo adotando a teoria da treliça clássica, levava a uma exagerada taxa de armadura transversal, pelo fato de que a tensão que realmente atua na armadura era menor que o modelo mostrava (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Em seu estudo, Samora (2015), apresenta alguns dos fatores que podem interferir na tensão real da armadura e a tensão demonstrada pelo modelo da treliça, eles são:

- A treliça é hiperestática devido a impossibilidade de se considerar articulações nos nós;
- Nas regiões de maiores solicitações a força cortante, a inclinação das fissuras de das bielas são menores que  $45^\circ$ ;

- Devido a flexão uma parcela do esforço cortante é absorvida pela zona comprimida de concreto;
- Os banzos não são perfeitamente paralelos e o banzo superior é inclinado;
- As bielas comprimidas estão relativamente engastadas na ligação do banzo comprimido, o que as sujeitam a flexo-compressão minimizando os momentos, ou diagonais tracionadas;
- As bielas comprimidas são bastantes rígidas, mais que as diagonais tracionadas, fazendo com que elas absorvam uma grande parcela do esforço cortante, parcela maior que o determinado pelo modelo da treliça;
- A armadura longitudinal tem influência na armadura transversal.

### 2.1.1 Tensões em vigas no estágio I

Segundo Carvalho (2017), considerando uma viga de concreto armado sem fissurar, permite-se a consideração de que o concreto seja um material homogêneo, desprezando a armadura do mesmo.

Como mencionado anteriormente, é possível determinar as tensões atuantes por meio das equações da resistência dos materiais. Lembrando que estas considerações valem apenas até que se inicie o processo de fissuração. Contudo, seja um elemento de seção transversal constante, submetido a esforços de flexão simples, as tensões normais ( $\sigma$ ) e tangenciais ( $\tau$ ) variam ao longo da altura da seção transversal como mostra a Figura 2-6 podendo ser calculada pelas seguintes equações 2.1 e 2.2.

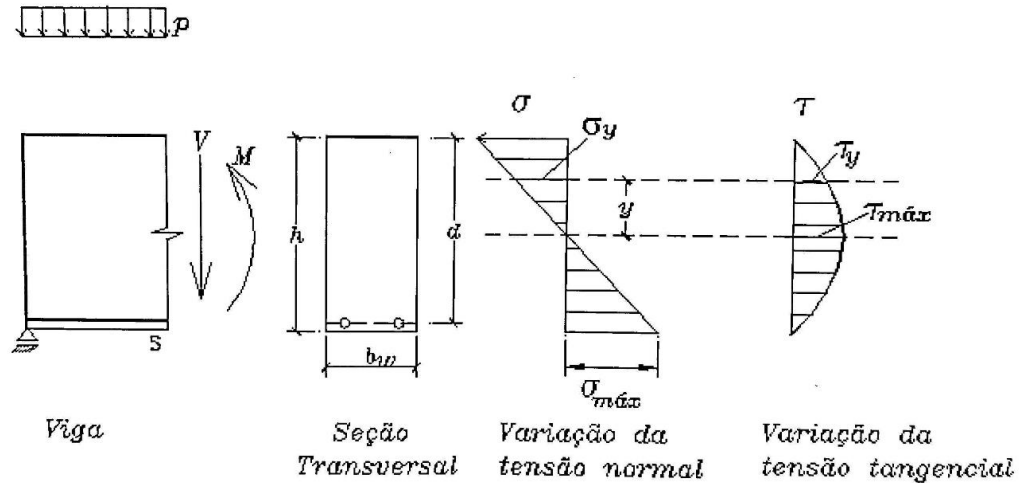
$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \quad (2.1)$$

$$\tau = \frac{V \cdot M_s}{b_w \cdot I} \quad (2.2)$$

Onde:

M – Momento fletor; y – Distância do CG da peça ao ponto em análise; V- Força cortante; Ms – Momento estático da área da seção homogênea localizado acima da fibra de ordenada y, em relação a linha neutra; bw – largura; I – Momento de inércia.

Figura 2-6: Distribuição das tensões normais e tangenciais para uma viga de seção retangular sem considerar o efeito da armadura.



Fonte: Carvalho (2017)

Pela equação 2.2 é possível encontrar o máximo valor da tensão cisalhante, onde o momento estático também possui seu valor máximo. O momento estático também conhecido como momento de primeira ordem pode ser definido pela  $\int y \cdot dA$ , para uma viga de seção retangular, com base na Figura 2-7 tem-se:

$$M_s = y \cdot A = y \cdot b_w \cdot k = b_w \cdot k \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{k}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot b_w \cdot (k \cdot h - k^2)$$

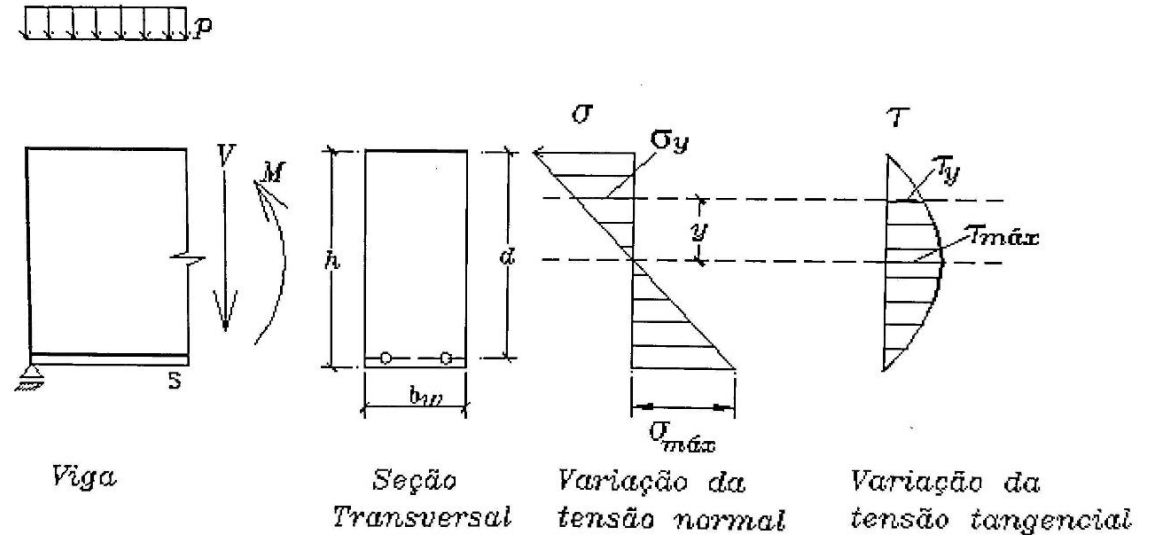
Fazendo a derivada de  $M_s$  em relação a  $k$  ser igual a zero, obtém-se o valor máximo de  $M_s$ .

$$\frac{dM_s}{dk} = \frac{1}{2} \cdot b_w \cdot (h - 2k) = 0$$

Resultando em  $k = h/2$ , a tensão máxima de cisalhamento ocorrerá no (CG), substituindo este valor na equação do  $M_s$ :

$$M_{s,\max} = \frac{b_w \cdot h^2}{8}$$

Figura 2-7: Parâmetros para determinar o momento estático e a tensão de cisalhamento em viga de seção retangular



Fonte: Carvalho (2017)

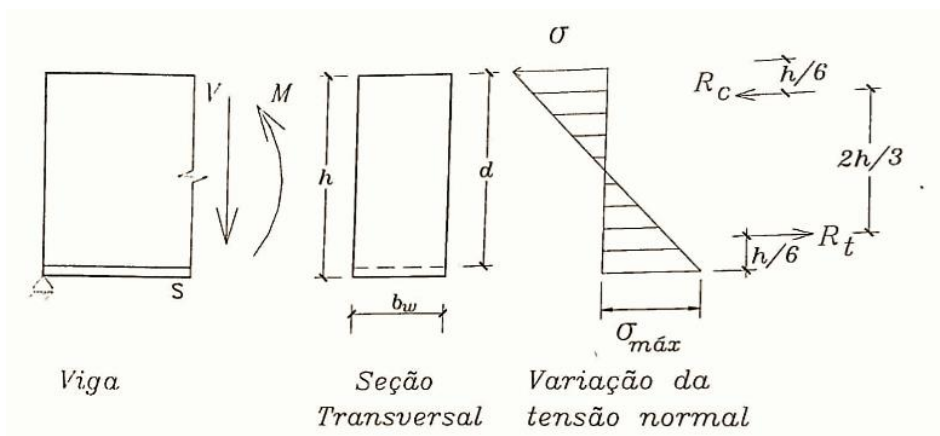
Logo a tensão máxima de cisalhamento pode ser escrita como mostra a equação 2.3.

$$\tau_{\max} = \frac{V \cdot M_{s,\max}}{b_w \cdot I} = \frac{V \cdot \frac{b_w \cdot h^2}{8}}{b_w \cdot \frac{b_w \cdot h^3}{12}} = \frac{1,5 \cdot V}{b_w \cdot h} \quad (2.3)$$

Observando a Figura 2-8, sendo  $z$  o braço de alavanca,  $h$  seria  $h = 3 \cdot z / 2$ . Logo a tensão máxima de cisalhamento pode ser descrita pela equação 2.4.

$$\tau_{\max} = \frac{1,5 \cdot V}{b_w \cdot h} = \frac{1,5 \cdot V}{b_w \cdot \frac{3 \cdot z}{2}} = \frac{V}{b_w \cdot z} \quad (2.4)$$

**Figura 2-8: Braço de alavanca z das resultantes de tração e compressão**



Fonte: Carvalho (2017)

### 2.1.2 Tensões principais na viga

Conforme descrito por Inforsato (2009) e Carvalho (2017), para vigas fletidas em cada ponto da altura da seção retangular ou na alma de outras seções manifesta-se as tensões conhecidas como tensões principais de tração ( $\sigma_1$ ) e compressão ( $\sigma_2$ ) que são equivalentes ao maior e menor valor de tensão no ponto, geralmente inclinadas em relação ao eixo da peça.

Estas tensões podem ser reorganizadas em tensões normais no eixo x ( $\sigma_x$ ), y ( $\sigma_y$ ) e tensões tangenciais ( $\tau_{xy}$ ). Vale ressaltar que a componente y por ter um valor muito pequeno pode ser desprezada.

Em resumo, para elementos solicitados as tensões normais e tangenciais, é possível determinar a máxima magnitudes das tensões principais na qual onde as tensões tangenciais são nulas, podendo ser determinadas em qualquer ponto da peça, utilizando círculo de Mohr.

Imaginando uma que esteja submetida a flexão simples, em uma situação bi apoiada com carregamento distribuído, na qual será analisado dois pontos infinitesimais ponto 2 localizado na linha neutra e ponto 1 acima da linha neutra na zona comprimida.

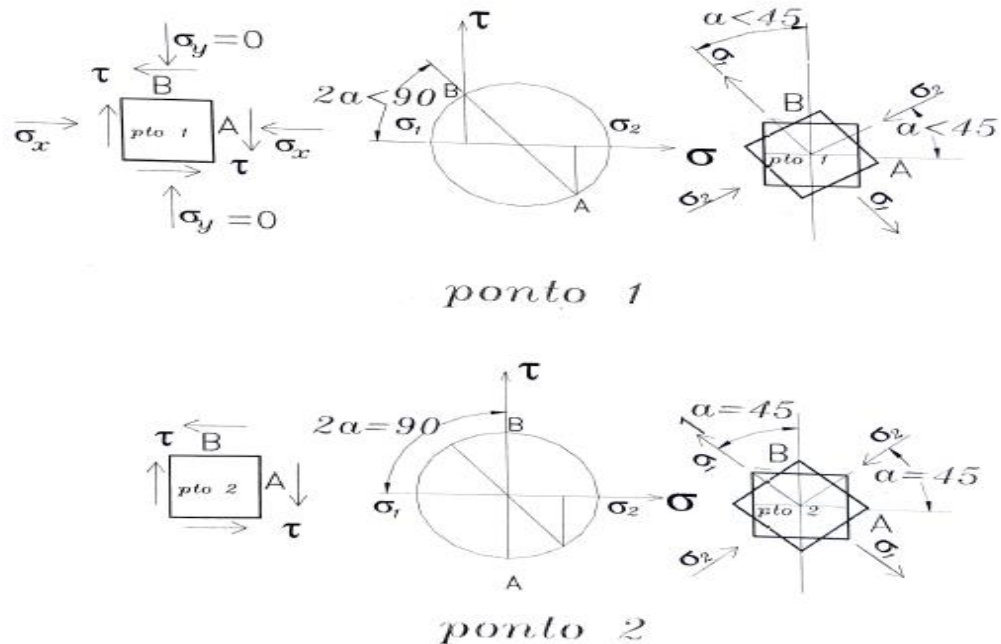
Na Figura 2-9 é possível notar os pontos infinitesimais 1 e 2, que estão sujeitos a tensões normais e tangenciais, com auxílio do círculo de Mohr encontrasse as tensões principais e suas respectivas inclinações.

Carvalho (2017), ainda ressalta que é importante observar para o caso do ponto 1, a aresta A está representada pelo ponto no círculo cujo as coordenadas são  $\sigma$  e  $-\tau$ , enquanto para a aresta B está representada pelo ponto com coordenada zero e  $+\tau$ .



Já o ponto 2 tem sua aresta A representada pelo ponto no círculo com as coordenadas  $\sigma = 0$  e  $\tau$ , para aresta B ordenada  $\sigma_y = 0$  e  $\tau$

**Figura 2-9: Determinação das tensões nos pontos 1 e 2**

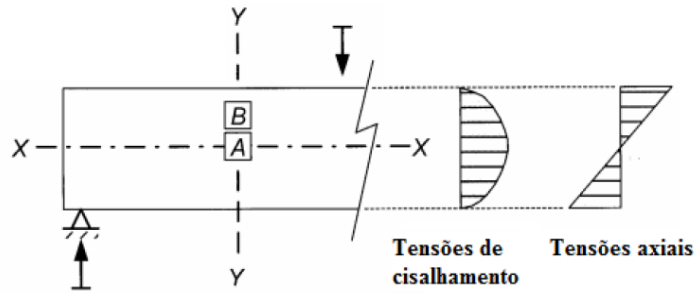


Fonte: Carvalho (2017)

No ponto 2, localizado na linha neutra, atua somente tensões de tangenciais, com a tensão principal de tração a  $45^\circ$ . No ponto 1, que está localizado acima da linha neutra na região de compressão, esta tensão principal ocorre com ângulos inferiores a  $45^\circ$ , ou seja, nos dando indícios que a protensão causa efeitos de compressão na alma do elemento e afetara a inclinação das tensões alma do mesmo.

Em Souza junior (2014), é possível notar o efeito da protensão, observando o ponto infinitesimal A Figura 2-10, de uma viga não fissurada. Considerando a hipótese de o concreto ser um material homogêneo, a viga não apresentar fissuras nos planos XX e YY e estar submetida a ação de carregamento externo. Na linha neutra da viga, o elemento A estará sujeito somente a tensões tangenciais (cisalhamento), uma vez que neste ponto as tensões axiais são nulas (Momento Fletor).

Figura 2-10: Ponto A - localizado na linha neutra

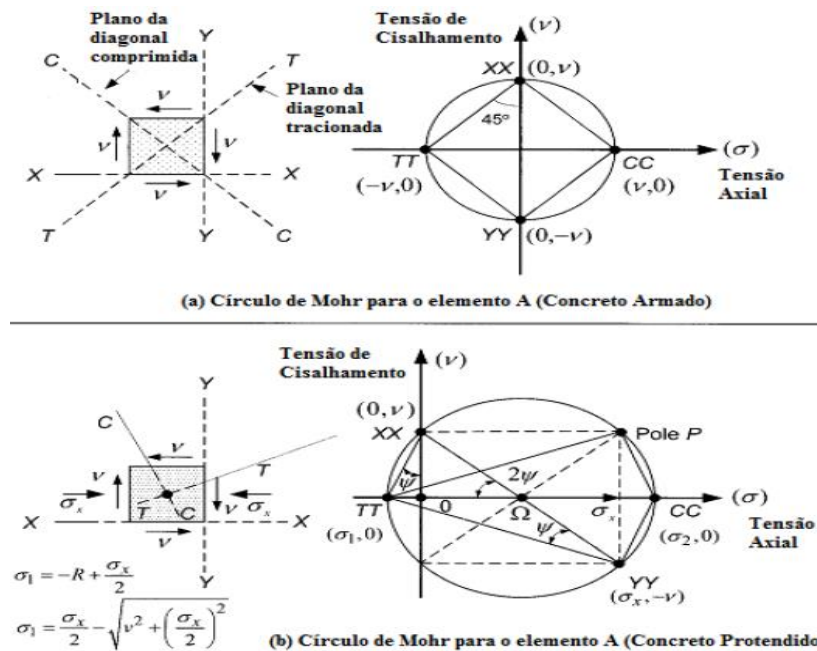


Fonte: Souza Junior (2014)

A Figura 2-11 a, ilustra o círculo de Mohr para o ponto A em uma viga de concreto armado, os planos XX e YY estão diametralmente opostos em um ângulo de 180° no círculo, ou seja, o dobro do atual ângulo de 90°. A amplitude as tensões CC e TT são equivalentes as tensões cisalhantes, sendo inclinadas a um ângulo de 45° com relação ao eixo longitudinal do elemento.

Já na Figura 2-11 b, para o mesmo ponto em análise, ponto A na linha neutra, o círculo de Mohr apresentado é o de uma viga protendida, percebe-se que a amplitude das tensões caracterizada pela distância da origem 0 até TT, é menor quando comparada a viga de concreto armado.

Figura 2-11: Círculo de Mohr do ponto A na linha neutra de uma viga de concreto armada (a) e concreto protendido (b)



Fonte: Souza Junior (2014)

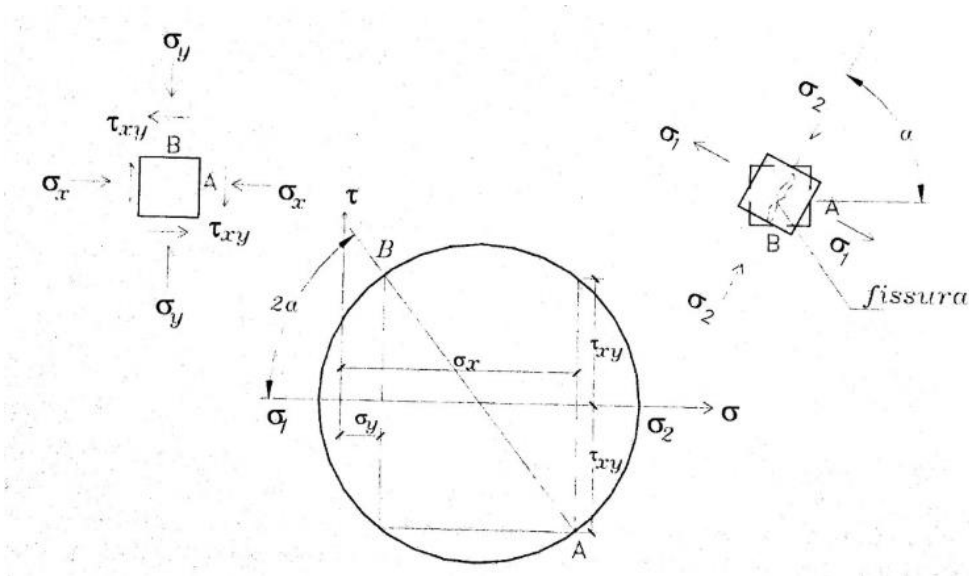
Para vigas com um estado duplo de tensões como mostra a figura 2.12, a magnitude das tensões principais pode ser dada pelas equações 2.5 e 2.6 com a inclinação  $\alpha$  sendo:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.5)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.6)$$

Figura 2-12: Estado plano de tensões



Fonte: Carvalho (2017)

Pelo fato de em vigas desprezar o valor de  $\sigma_y$ , pode-se reescrever as equações 2.5 e 2.6 para 2.7 e 2.8 respectivamente, e a inclinação alfa é dada pela equação 2.9.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.7)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.8)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_x} \quad (2.9)$$

Contudo, pode-se dizer que, para vigas de concreto armado, na linha neutra, as tensões principais estarão inclinadas a 45°, já para o concreto protendido a fissura apresentara uma inclinação menor.

As fissuras são perpendiculares a direção da tensão principal de tração, as tensões principais de tração devem ser resistidas pelo concreto (tração diagonal) até o momento que surgem as fissuras, partindo daí a resistência passa a ser governada pela armadura de cisalhamento. As tensões de compressão são resistidas pelas bielas comprimidas de concreto.

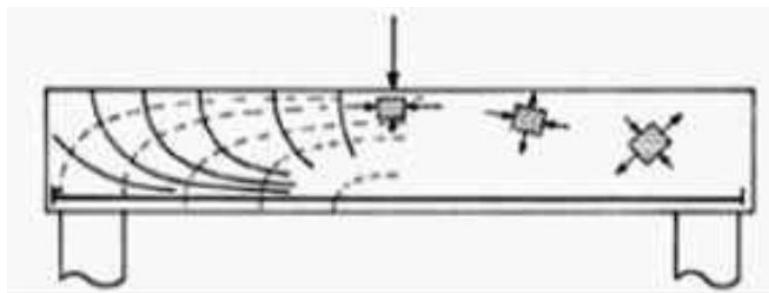
## **2.2 Mecanismo de transferência e resistência ao cisalhamento para elementos sem a presença de armadura transversal**

Segundo Samora (2015), a força de cisalhamento pode ser transferida de diversas formas em vigas de concreto sem a presença de armadura transversal.

Conforme Fusco (2008), elementos de concreto sem a presença de armadura transversal, tem sua segurança a estados limites últimos de força cortante assegurada por vários mecanismos resistentes.

Nas regiões onde as forças cortantes são mais brandas, a peça se comporta similar a um elemento submetido a flexão pura, Figura 2-13, com banzos praticamente paralelos ao eixo da peça. Para esta situação de peça não fissurada o cisalhamento é resistido pelo concreto e as tensões principais de tração na alma são incapazes de provocar a ruptura por tração do concreto.

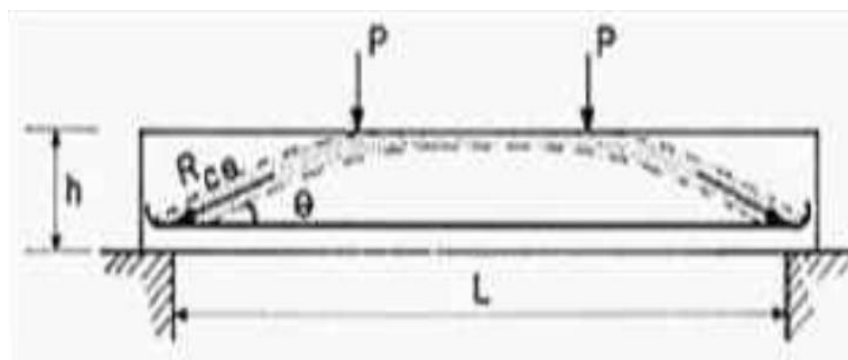
**Figura 2-13: Peça não fissurada**



Fonte: Fusco (2008)

Eventuais fissuras nesta região são perpendiculares ao eixo do elemento, elas começam a surgir nas extremidades do banzo tracionado, Figura 2-14, analogamente a discussão sobre vigas submetidas à flexão composta, esta região constitui-se no que foi definido como zona C das peças protendidas.

**Figura 2-14: Transmissão de cargas para os apoios**



Fonte: Fusco (2008)

Em peças fissuradas por flexão a sua resistência ao cisalhamento pode ser fundamentada por dois modelos distintos do funcionamento da região de concreto localizada entre duas fissuras adjacentes, Figura 2-15, sendo que em um dos modelos aceita-se como verdadeiro a máxima cooperação de concreto entre fissuras, já no outro modelo admite-se a mínima cooperação.

No primeiro modelo onde considera-se a máxima cooperação do concreto entre as fissuras, assume-se que exista três mecanismos resistentes distintos responsáveis pela transmissão da força cortante no elemento, sendo que cada um deles transmite uma parcela do total da força cortante. Sendo eles:

- $V_1$  equivalente a parcela transmitida pelo banzo comprimido da peça;

- $V_2$  parcela que é transmitida através de fissura de flexão, em função do efeito de engrenar causado pelos grãos de agregados graúdos, posteriormente a parcela é retransmitida por tensões de tração na alma do elemento;
- $V_3$  esta parcela também é transmitida através de fissuras de flexão por intermédio da armadura longitudinal, simulando um pino de travamento entre as duas faces da fissura, posteriormente a parcela é retransmitida por tração no trecho da alma entre duas fissuras adjacentes.

**Figura 2-15: Resistência ao cisalhamento em peças fissuradas por flexão**



Fonte: Fusco (2008)

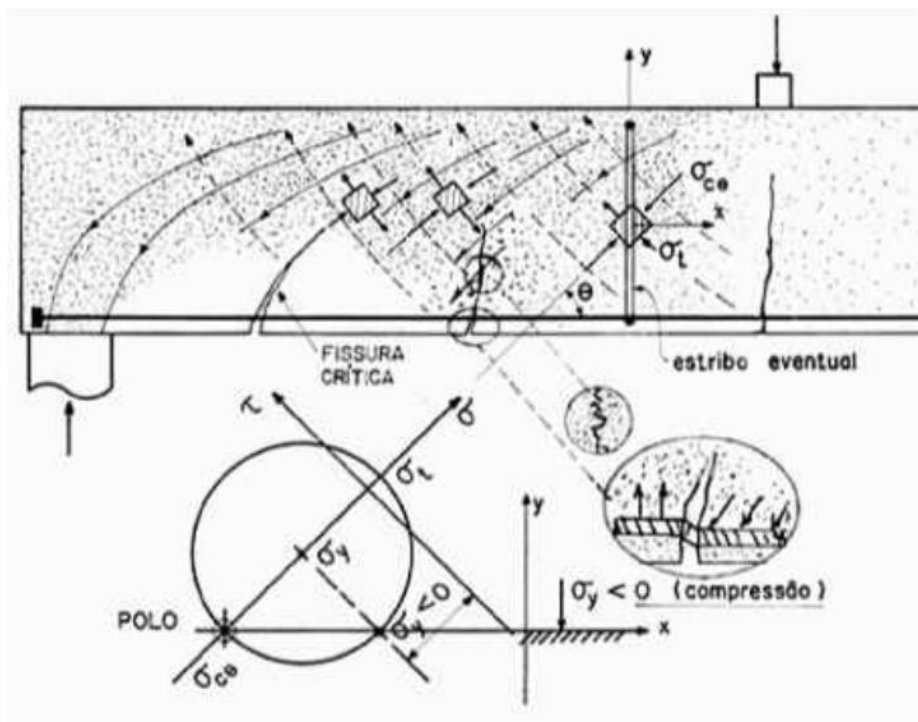
Ainda segundo Fusco (2008), no segundo modelo onde a cooperação é mínima Figura 2-15, assume-se que a transferência do esforço cortante ocorre inteiramente pelo banzo comprimido da peça, e que entre duas fissuras adjacentes nos trechos da alma o comportamento seja de consolos engastados no banzo comprimido, permitindo assim a variação da força de tração na armadura longitudinal ao longo do comprimento desses trechos.

Neste modelo, aceita-se a hipótese de que até a ruína da peça o mecanismo de viga continue existindo, ou seja, após a formação da fissura crítica. Sendo que a resistência a força cortante estaria garantida pelo fato de que a inclinação resultante das tensões no banzo comprimido da peça teria sua componente transversal equilibrada com a força cortante.

Já no modelo de cooperação máxima, considera-se a hipótese de que ocorra modificação no mecanismo de funcionamento da peça fletida, a partir do mecanismo de viga, até que se chegue ao ponto de o elemento apresentar um comportamento global

análogo ao da treliça, cujo as tensões diagonais de tração permitem a resistência da peça, Figura 2-16.

**Figura 2-16: Resistência ao cisalhamento em peça fissurada**



Fonte: Fusco (2008)

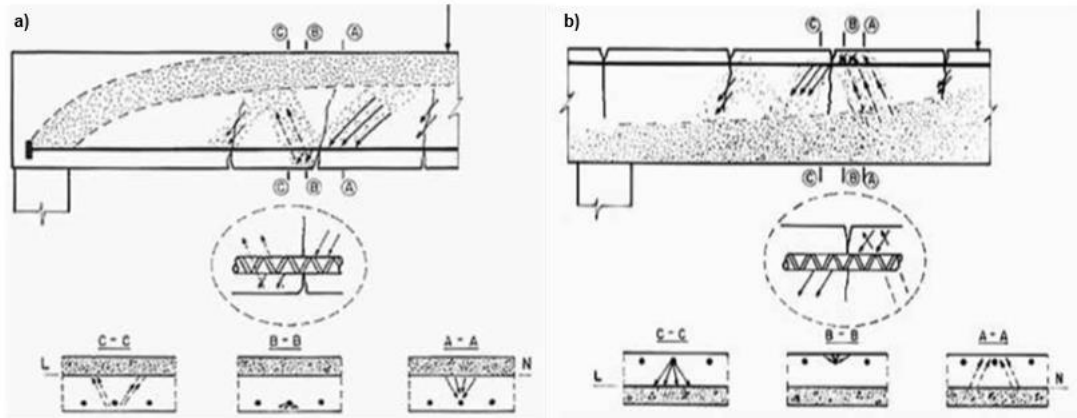
As fissuras que apresentam superfícies irregulares, favorecem a ocorrência de mudança no mecanismo resistente ao cisalhamento, pois ao longo de sua extensão permitem a transmissão de forças via efeito de engrenamento dos grãos agregados graúdos. Este efeito de engrenagem possibilita a transmissão de forças oblíquas através das fissuras.

A rigidez maior do aço em relação ao concreto faz com que, de forma análoga a armadura longitudinal, seja comparada a um pino de ligação pois permite que as faces separadas pelas fissuras se mantenham unidas, fazendo com que a região de concreto que colabora com a transmissão da força cortante por tensões oblíquas de tração seja maior. Vale ressaltar que as bielas diagonais de concreto se apoiam de forma efetiva sobre a armadura longitudinal da peça fletida.

Levando-se em consideração o efeito de pino, é importante destacar que sua contribuição para com a resistência da peça depende da qualidade do concreto da região de contorno das armaduras longitudinais pois a efetividade deste efeito está em função da qualidade do concreto de cobrimento, a Figura 2-17 a, ilustra a direção das forças internas

devidas ao efeito de pino para momentos positivos enquanto que Figura 2-17 b, para momentos negativos.

**Figura 2-17: Forças internas devido ao efeito de pino.**



Fonte: adaptado de Fusco (2008)

Ao passo que se aumenta o cisalhamento, as tensões diagonais de tração levam a ruptura do concreto, conseqüentemente ocorrem mudanças nas direções dessas tensões, fazendo com que as fissuras deixem de ser perpendiculares ao eixo do elemento surgindo as fissuras críticas inclinadas, da qual deriva-se a ruptura final. Em suma as máximas forças cortantes ocorrem nas regiões de ancoragem da armadura longitudinal, regiões dos apoios.

### 2.3 Mecanismos de ruptura

Observando como vigas de concreto protendido se comporta até a sua ruptura ao esforço cortante, notou-se que elas não se diferenciam de maneira significativas quando comparadas as vigas clássicas de concreto armado quanto aos mecanismos de ruptura, e aos métodos de verificações de segurança nos estados limites últimos (FUSCO, 2008).

Carvalho (2017), reforça a importância de se evitar que a falha por esforço cortante aconteça, por se tratar via de regra de uma ruptura brusca, respeitando os valores mínimos normativos para armadura de cisalhamento mesmo quando fica dispensável no cálculo, para o caso de vigas.

Já para lajes alveolares e outros elementos delgados com valores de esforço cortante de pequena intensidade, é possível a não utilização de armadura de cisalhamento. Porém, é preciso distinguir a forma de se estudar a falha por cisalhamento em peças com armadura transversal e peças sem a presença de armadura transversal.



Costa (2009), em seu estudo de lajes alveolares, apresenta os diferentes modos de ruptura. Ainda menciona que no mesmo elemento pode ocorrer mais de um mecanismo resistente próximo ao colapso. Dentre os mecanismos citados pela pesquisadora estão:

- Falha na perda de ancoragem também conhecido como escorregamento da armadura;
- Falha por cisalhamento, quando no ponto crítico da nervura a tensão de tração é superior a resistência do concreto;
- Falha devido a combinação dos efeitos de flexão, cisalhamento e escorregamento;
- Falha por flexão no Estado Limite Último ELU, podendo ocorrer escorregamento da armadura nas regiões dos apoios;
- Falha devido a combinação dos mecanismos de flexão e cisalhamento, comum em peças com pequenos vãos ou carregamentos elevados;
- E por fim falha devido a combinação de flexão e escorregamento da armadura ativa.

Ainda segundo Costa (2009) é mais comum de ocorrer falha de ancoragem em peças pré-tensionadas, uma vez que neste sistema de protensão não há dispositivos mecânicos para transferência dos esforços. Na pré-tração o efeito da protensão provoca tensões normais de tração ao longo da cordoalha, o que dificulta uma boa situação de ancoragem, como exemplo, em lajes alveolares, a cordoalha de protensão está muito próxima da face do alvéolo o que deixa esta situação ainda mais grave.

Deste modo, dentre as possíveis causas de ruína de um elemento estão: ruptura por flexão, ruptura por flexão com cisalhamento, ruptura por cisalhamento também conhecida por tração diagonal e falha na ancoragem.

### **2.3.1 Mecanismo de ruptura por flexo-cortante**

Este modo de ruína nos elementos de lajes alveolares protendidas sem a presença de armadura de cisalhamento surge após as primeiras fissuras de flexão, que são perpendiculares em relação ao eixo da peça. Ao passo que se aumenta a intensidade do carregamento as tensões diagonais de tração ultrapassam a resistência a tração limite do concreto que se rompe, conseqüentemente em função da direção destas tensões as fissuras deixam de ser perpendiculares (FUSCO, 2008).

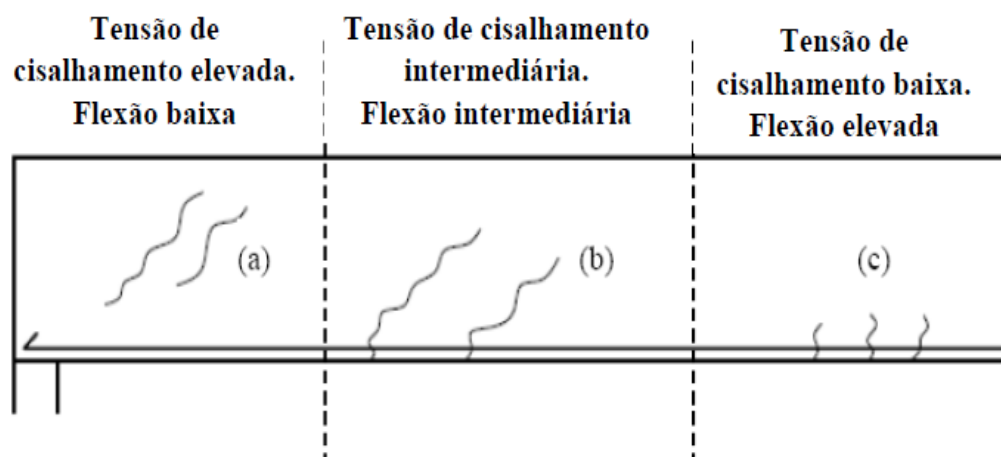
Ao analisar uma viga com dois apoios, submetida ao esforço de flexão e cortante, surgem três tipos de fissuras, como mostra a Figura 2-18. Analisando a Figura 2-18 a, quanto mais próximo aos apoios maiores serão as tensões tangenciais de cisalhamento e

menor será o momento fletor, neste caso surgirão as fissuras de cisalhamento na nervura do elemento quando a resistência a tração do concreto no ponto crítico for superada pela tensão principal de tração.

Nas regiões centrais, para carregamentos distribuídos, onde há predominância do momento fletor e a tensão de cisalhamento é baixa, as fissuras que surgirão serão fissuras de flexão Figura 2-18 c.

Já em regiões intermediárias as fissuras de flexão podem se difundir em fissuras de cisalhamento. Como observado na Figura 2-18 b, as tensões de cisalhamento são superiores. Via de regra o mecanismo de ruptura não é bem definido, mas o que ocorre é a consequência de uma interação entre flexão e cisalhamento.

**Figura 2-18: Elemento estrutural submetido a esforços de flexão e cisalhamento**



Fonte: Rettne e Edeklings<sup>1</sup> (2006 apud Costa 2009)

Conforme Queiroz Junior (2014), o comportamento de uma viga falhando cisalhamento depende de fatores como a contribuição da ação de arco ou da ação de viga e da quantidade de armadura transversal.

De acordo com MacGregor e Wight (2012), o gráfico dos momentos, na fissuração inclinada e falha que está plotado na Figura 2-19, em função da razão  $a/d$ , sendo “a” o vão de cisalhamento e “d”, a altura da viga sem armadura transversal. Mostra neste estudo a seção transversal de uma viga constante variando apenas o vão de cisalhamento “a”. O momento nominal “ $M_n$ ” corresponde ao máximo momento fletor e cisalhamento que se pode

<sup>1</sup> RETTNE, L.; EDEKLING, K (2006). **Improved design method for web shear tension failure in hollow core units**. 153f. Master's Thesis – Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2006.

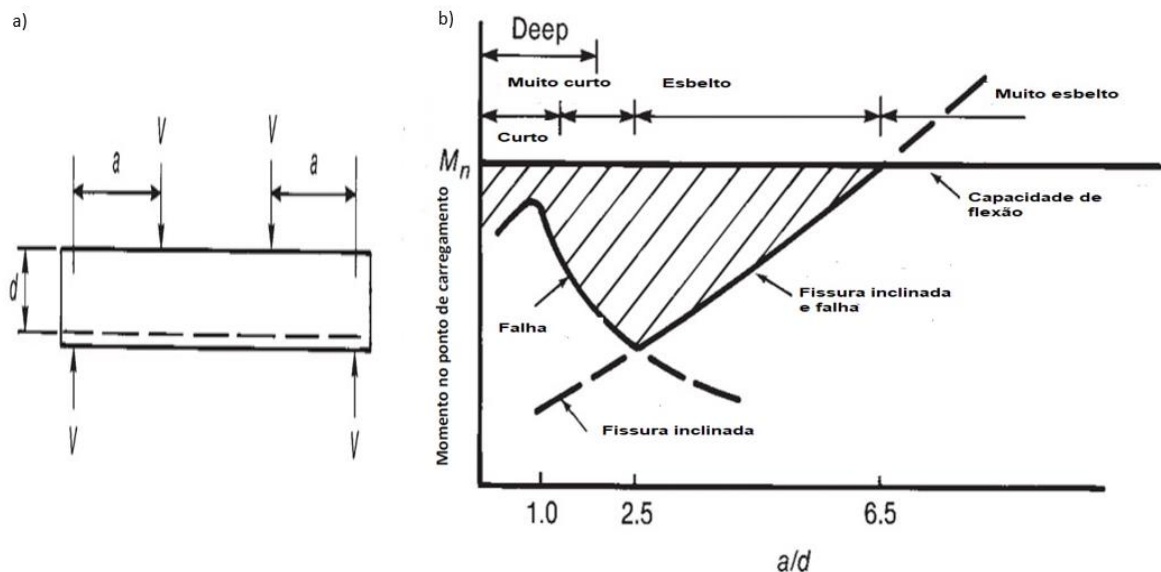
desenvolver. Logo é possível notar que a resistência correspondente a “ $M_n$ ” só será atingida para o caso de vigas muito esbeltas com relação  $a/d$  maior ou igual a 6,5, apesar disso a viga ainda sim falhar por flexão sem apresentar fissuras inclinadas.

Logo, nota-se que as peças que não apresentam armadura transversal, ocorrem a redução da resistência do elemento estrutural em consequência do cisalhamento que é representado pela área hachurada do gráfico.

Por esta razão emprega-se a armadura transversal, para garantir que a viga possa trabalhar com sua máxima capacidade de flexão.

Nos projetos normalmente, deseja-se que as resistências últimas sejam influenciadas pela flexão e não pelo cisalhamento. Pois a ruína por cisalhamento combinado com as ações de momentos fletores apresentam flechas pequenas e nenhuma ductilidade, fazendo com que a ruptura ocorra de forma abrupta sem aviso prévio (CATOIA, 2011).

**Figura 2-19: Razão entre  $a/d$  e os efeitos na resistência ao cisalhamento em vigas sem armadura transversal**



Fonte: adaptado de McGregor E Wight (2012)

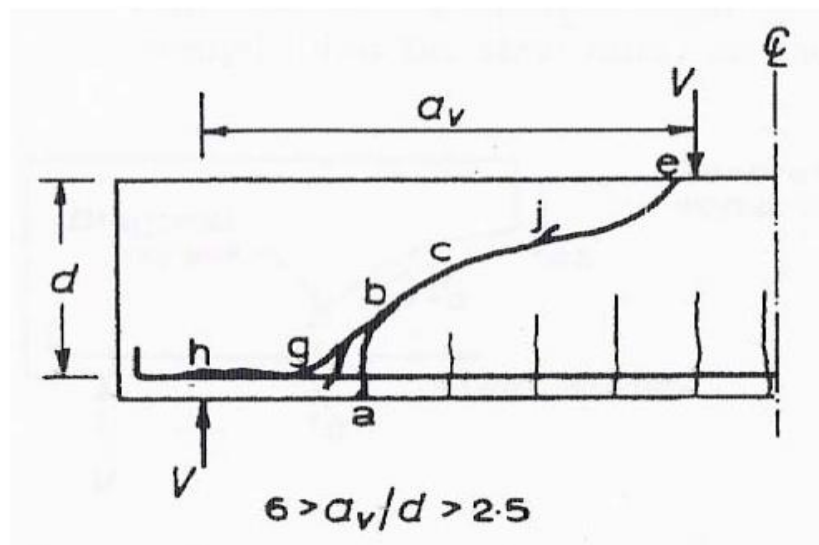
Ainda segundo McGregor e Wight (2012), quando o vão “ $a$ ” for muito curto, com a relação  $a/d$  variando entre 0 e 1 surgem fissuras inclinadas que passam pelo ponto de aplicação da carga até o apoio. Essas fissuras alteram o comportamento de ação de viga para o efeito arco porque interrompem o fluxo horizontal de cisalhamento da armadura longitudinal para a zona de compressão. Fazendo com que a armadura longitudinal trabalhe como um tirante com tensão uniforme. Em geral as vigas com vão de cisalhamento “ $a$ ” muito curto, costumam falhar nas extremidades, na ancoragem da armadura longitudinal.

Para vãos de cisalhamento curtos com “a” variando de 1 a 2,5 ocorrem fissuras inclinadas que são capazes de suportar carregamentos adicionais após a redistribuição de tensão, parte delas feita pelo efeito arco. Essas fissuras estendem-se a uma altura maior dentro da viga do que as fissuras de flexão, conseqüentemente a falha acontecerá antes que a viga alcance o momento fletor máximo.

Para o caso de vigas esbeltas com a relação  $a/d$  variado entre 2,5 a 6,5, a fissuras inclinadas desfazem o equilíbrio fazendo com que a viga falhe no próprio carregamento que provoca a fissura inclinada. E como mencionado anteriormente vigas com relação  $a/d$  maior que 6,5, falha na flexão antes do surgimento de fissuras inclinadas.

Segundo Kong e Evans<sup>2</sup> (2001) apud Catoia (2011), para a situação em que uma carga concentrada é aplicada a uma distância do apoio que varia de  $6 > a_v / d > 2,5$ , como mostra a Figura 2-20, normalmente a falha ocorrerá por cisalhamento porém surgirão interações de fissuras de flexão com as fissuras inclinadas.

**Figura 2-20: Carga aplicada entre  $6 > a_v / d > 2,5$**



Fonte: Kong e Evans<sup>3</sup> (2001 apud Catoia 2011)

À medida que a força  $V$  aumenta, a fissura  $a-b$  de flexão próxima ao apoio se propaga em direção ao ponto de aplicação da força  $V$ , aos poucos inclinando-se e passando a ser chamada de fissura de cisalhamento e flexão ou mesmo de fissura diagonal (pontos  $a-b-c$ ).

<sup>2</sup> KONG, F.K.; EVANS, R.H. (2001). **Reinforced and prestressed concrete**. Spon Press, UK

<sup>3</sup> KONG, F.K.; EVANS, R.H. (2001). **Reinforced and prestressed concrete**. Spon Press, UK

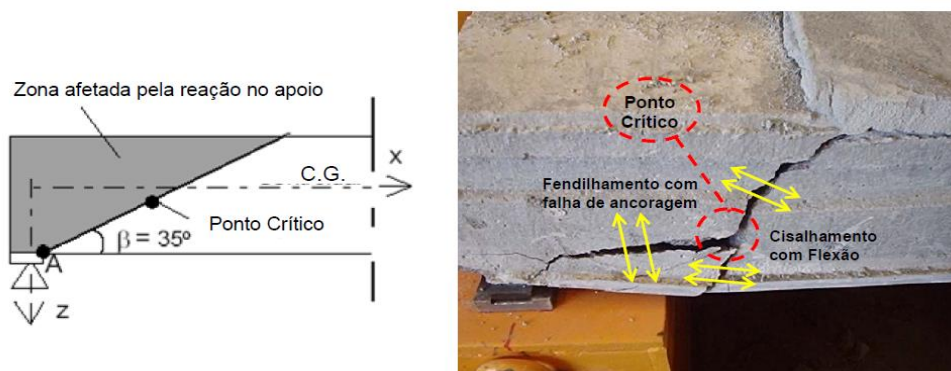
Ainda com o aumento da força  $V$ , a falha poderá ocorrer de duas maneiras. A primeira é se a relação  $a_v/d$  for relativamente alta, a fissura diagonal facilmente chegaria ao ponto “e” fazendo com que a viga se parta em dois pedaços. Este tipo de falha é conhecido como falha por tração diagonal e a sua carga última é a mesma carga que a necessária para a formação da fissura diagonal.

O segundo modo de ruptura acontece se a relação  $a_v/d$  for relativamente baixa, a fissura diagonal possivelmente irá parar em um ponto que seja próximo a “j”.

Ao redor da armadura de tração longitudinal, poderão surgir fissuras aleatórias no concreto. Como a força  $V$  é ainda maior, a fissura diagonal se estende ao longo da armadura longitudinal pontos g-h. Em consequência deste aumento de cisalhamento a aderência entre o concreto e o aço ficará prejudicada levando ao fendilhamento do concreto ao longo de g-h. Na hipótese de a armadura longitudinal não possuir ganchos na extremidade, a baixa aderência e o fendilhamento do concreto levarão ao colapso imediato. Caso exista ganchos na extremidade, o concreto que está envolta deste será destruído, uma vez que ocorrerá o aumento da tensão na armadura longitudinal, levando ao colapso. Este modo de ruína é conhecido como falha por tração devido ao cisalhamento ou falha da ancoragem devido ao cisalhamento. Lembrando que a carga última é pouca coisa maior que a carga da fissuração diagonal.

Na Figura 2-21 é apresentado o mecanismo de ruptura para um ensaio de cisalhamento cujo a relação foi de  $a_v/d = 2,5$ .

**Figura 2-21: Interação das fissuras de flexão e cisalhamento com fendilhamento e falha na ancoragem.**



Fonte: Costa (2009)

### 2.3.2 Mecanismo de ruptura por cisalhamento (tração diagonal)

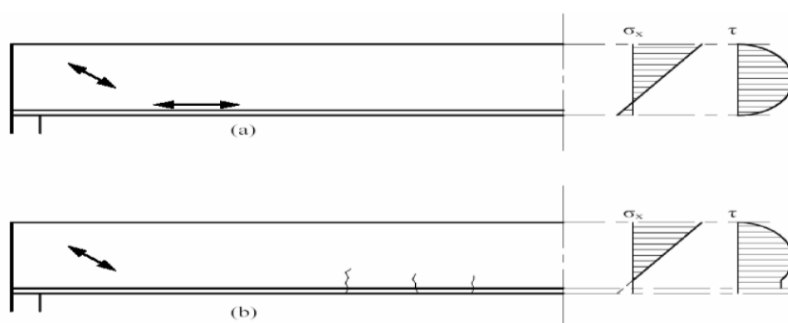
De acordo com Maciel (2017), a ruptura por esforço cortante, também conhecido como tração diagonal ocorre quando a capacidade resistente à tração do concreto é superada, antes mesmo da formação de fissuras provocadas por flexão.

Em geral este tipo de falha costuma ocorrer em regiões fora da região de influência das tensões de compressão, próximo aos apoios dentro da zona de transferência da força de protensão.

De acordo com Engstrom<sup>4</sup> (2005) apud Costa (2009), para uma seção qualquer de laje alveolar submetida ao esforço cortante e de momento fletor a sua distribuição de tensão de cisalhamento no estágio I será diferente do estágio II, ou seja, o comportamento da distribuição da tensão será diferente para seção não fissurada e seção fissurada como mostra a Figura 2-22 a e b respectivamente.

No estágio I, para o cisalhamento onde não há presença de fissuras verticais de flexão, Figura 2-22 a, ocorrerá ruptura por tração diagonal na nervura em função do cisalhamento. Para o mesmo elemento com fissuras de flexão e submetido ao cisalhamento, Figura 2-22 b, a distribuição de tensões de cisalhamento sofrerá um aumento na parte inferior do elemento onde encontra-se as cordoalhas, surgindo então a interação de fissuras de cisalhamento e flexão.

**Figura 2-22: Distribuição das tensões de cisalhamento e flexão para o mesmo elemento nos estádios I e II**



Fonte: Engstrom<sup>5</sup> (2005 apud Costa 2009)

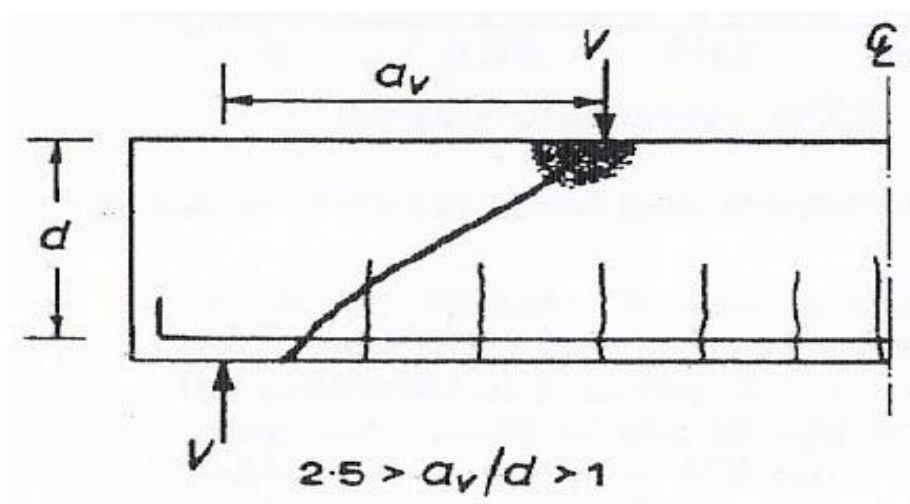
<sup>4</sup> ENGSTROM, B.(2005): **Desing and analysis of prestressed concrete structures**. Chalmers University of Tecnology, Division of Structural Engineering , Goteborg, 144 p.

<sup>5</sup> ENGSTROM, B.(2005): **Desing and analysis of prestressed concrete structures**. Chalmers University of Tecnology, Division of Structural Engineering , Goteborg, 144 p.

Segundo Kong e Evans<sup>6</sup> (2001) apud Costa (2009), quando a distância de aplicação da carga concentrada em relação ao apoio estiver entre  $2,5 > a_v / d > 1$ , como mostra a Figura 2-23, a formação da fissura diagonal ocorre de forma independente e não a partir da fissura de flexão com a viga permanecendo estável após o aparecimento da fissura.

Para esta situação o aumento incremental da força aplicada  $V$ , provocará o surgimento da fissura diagonal para adentrar na zona comprimida de concreto no ponto de aplicação da carga, representada pelo sombreado da Figura 2-23, até que ocorra a falha por esmagamento do concreto, que muitas das vezes pode ser de forma explosiva. Este tipo de falha é conhecido como falha por compressão no concreto devido ao cisalhamento onde a carga última pode chegar ao dobro do valor da carga relativa à fissuração.

**Figura 2-23: Aplicação da carga concentrada em relação ao apoio com  $a_v / d$  variando entre 2,5 e 1**



Fonte: Kong e Evans<sup>7</sup> (2001 apud Costa 2009)

Conforme descrito por Maciel (2017), para os elementos simplesmente armados, uma vez que na região próxima ao apoio, as tensões axiais são de baixas intensidades, com isso as tensões principais dependem apenas das tensões de cisalhamento. Nesta região também ocorre a transmissão gradual da força de protensão para o elemento por meio da aderência (no caso da pré-tração), se for considerar este efeito para análise das tensões ocorrerão distúrbios das tensões nesta região deixando a análise bastante complexa. Sendo necessária realizar simplificações para modelagens analíticas.

<sup>6</sup> KONG, F.K.; EVANS, R.H. (2001). **Reinforced and prestressed concrete**. Spon Press, UK

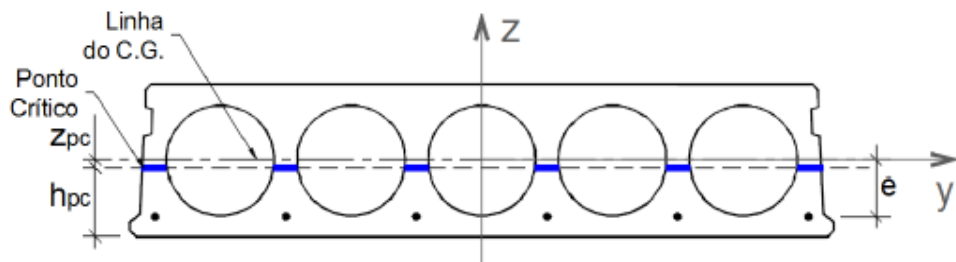
<sup>7</sup> KONG, F.K.; EVANS, R.H. (2001). **Reinforced and prestressed concrete**. Spon Press, UK

Para isso o modelo tradicional de representação deste mecanismo, considera zero as tensões de cisalhamento oriundo do acréscimo de tensões providas da transferência da força de protensão ( $dP/dx=0$ ). Adotando também outras simplificações de cálculo sendo elas:

- As tensões devido a cargas verticais são desprezadas ( $\sigma_z=0$ );
- O ponto crítico está localizado no centro geométrico da seção ( $z_{pc}\approx 0$ );
- Validade da hipótese de Navier-Bernoulli;
- O ângulo formado entre o eixo do elemento com a linha de ruptura é de  $45^\circ$ .

Tais considerações, para o modelo de tração diagonal aplica-se a lajes com alvéolos circulares cujo o ponto crítico coincide com o centro geométrico da seção como mostra a Figura 2-24.

**Figura 2-24: Ponto crítico em lajes com alvéolos circulares**



Fonte: Maciel (2017)

Por meio das equações 2.10 e 2.11 é possível representar os valores das tensões normal e cisalhantes que atuam no ponto crítico.

$$\sigma_x = -\frac{P}{A} - \frac{M_y - P \cdot e}{I_y} \cdot Z_{pc} \approx -\frac{P}{A} \quad (2.10)$$

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \cdot S_{cc}}{b_{pc} \cdot I_y} \quad (2.11)$$

Em que:

$P$  - força de protensão;  $A$ - área de concreto da seção da laje;  $e$ - excentricidade do cabo inferior em relação ao centroide;  $M_y$ - momento atuante na seção analisada (em torno do eixo "y");  $I_y$ - momento de inércia da seção em torno do eixo "y";  $z_{pc}$ - coordenada do



ponto analisado na direção do eixo “z”;  $h_{pc}$ - altura do ponto crítico em relação a face inferior da laje.

Admitindo-se que, quando a nervura do elemento alcançar a capacidade resistente a tração do concreto nela ocorrerá a máxima tensão principal de tração ( $\sigma_1$ ). Originando-se da resistência dos materiais, tem-se a equação 2.12.

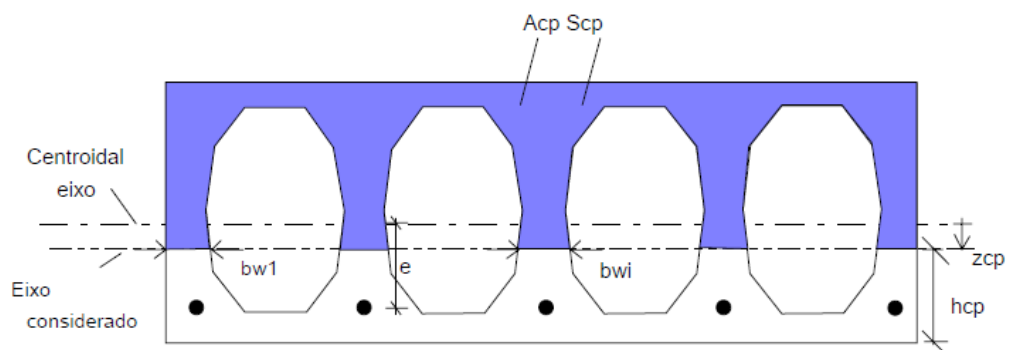
$$f_{ct} = \sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x)^2 + 4 \cdot (\tau_{xz})^2} \quad (2.12)$$

Ainda segundo Maciel (2017), substituindo as equações 2.10 e 2.11 chega-se à expressão 2.13. Sendo esta equação a inspiradora de gama de códigos normativos que abordam os mecanismos de ruptura por tração diagonal apesar de que com os avanços nas pesquisas esta equação se mostrou contra a segurança e os modelos normativos foram reformulados por meio de fatores de calibração. Algumas pesquisas concluíram que a baixa capacidade resistente apresentada pelos estudos se dá pela não consideração do efeito da variação da força de protensão no comprimento de transferência que justamente ocorre nas regiões dos apoios, além da não consideração de outros formatos de alvéolos.

$$V_{\max} = \frac{b_{pc} \cdot I_y}{S_{pc}} \cdot \sqrt{(f_{ct})^2 + \frac{P_i}{A} \cdot f_{ct}} \quad (2.13)$$

Yang (1994), em sua pesquisa salientou que o ponto crítico que antes era considerado fixo poderia variar em função das características da seção do elemento. Destacando que para alvéolos não circulares este ponto pode se distanciar do centro geométrico da seção, reduzindo a capacidade resistente do elemento, como na Figura 2-25.

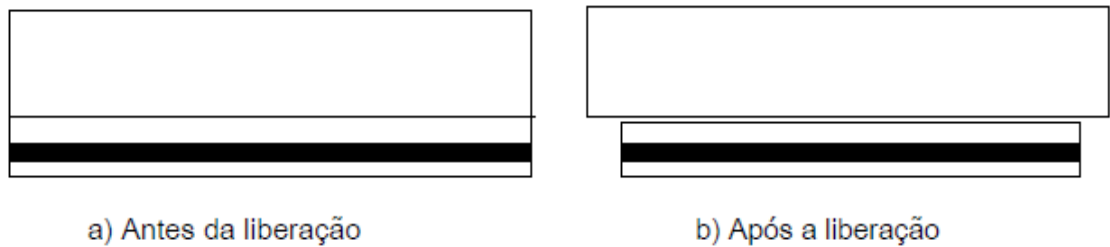
**Figura 2-25: Ponto crítico fora do centro de gravidade em alvéolos não circulares**



Fonte: Pajari (2005)

Pajari (2005), destaca a necessidade de se considerar o acréscimo de tensões oriundas da introdução da protensão. Caso não houvesse tensões de cisalhamento no instante de protensão as partes ficariam juntas como mostra a Figura 2-26 (a). Além disto, a figura ilustra a ruptura por fendilhamento, no instante em que há a liberação da protensão quando tem-se uma elevada protensão e aderência.

**Figura 2-26: Transferência da força de protensão ao concreto**



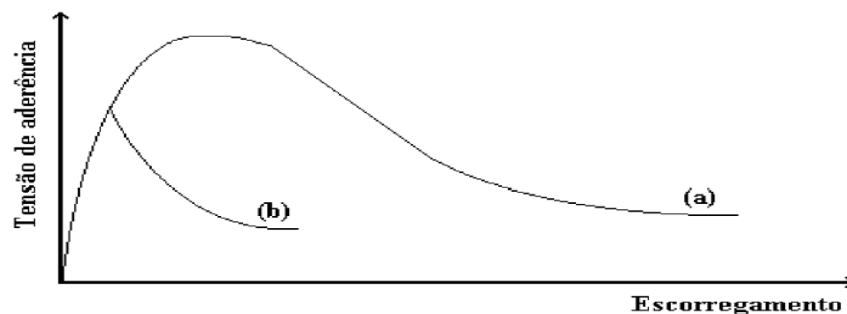
Fonte: Pajari (2005)

Segundo Maciel (2017), diante dos resultados apresentados pelos pesquisadores os códigos normativos passaram a introduzir fatores que consideram o efeito da introdução da força de protensão e também fatores e fatores redutores globais para considerar o fator forma.

### 2.3.3 Falha da ancoragem

Conforme apresentado por Inforsato (2018), a falha por ancoragem na maior parte dos casos pode acontecer de duas maneiras, como mostra o gráfico característico para tal ruptura Figura 2-27. A letra “a” representa a falha por arrancamento e a letra “b” por fendilhamento. No gráfico notou-se que a ruptura por arrancamento se apresentou mais dúctil que a ruptura por fendilhamento, com uma maior tensão de aderência.

**Figura 2-27: Falha por arrancamento e fendilhamento**



Fonte: Dumêt (2003)

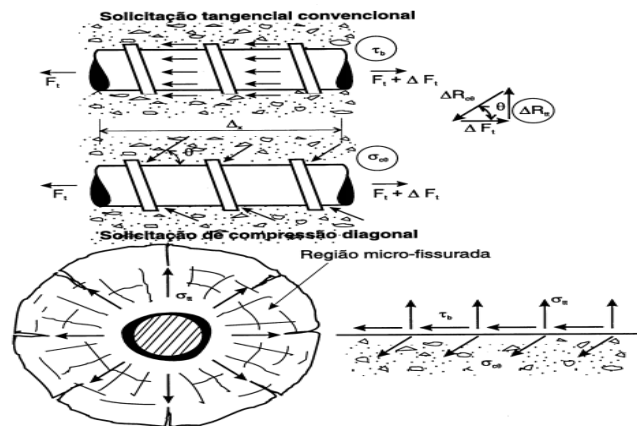
Segundo Dumê (2003), quando o elemento estrutural está em serviço e nele passa a atuar solicitações normais e tangenciais são vários os possíveis modos de ruptura relacionados ao fendilhamento e ao escorregamento. Inúmeros fatores influenciam em como a ruptura da peça irá ocorrer, tais como: o tipo de armadura utilizada se é barra, fio ou cordoalha; a superfície desta armadura se é lisa ou nervurada; o diâmetro da armadura juntamente com a hipótese de existência de armadura de confinamento ou não; o espaçamento entre as barras; o cobrimento utilizado; a tensão aplicada a esta barra e a qualidade do concreto empregado entre outros. No meio acadêmico ainda não existe um consenso de qual fator é mais ou menos importante na aderência pois algumas vezes pesquisas apresentaram resultados que se contradizem entre si. Isso se justifica pelo fato de que entre uma pesquisa e outra as condições climáticas, parâmetros de ensaios, materiais empregados apresentam uma variação grande o que dificulta uma generalização dos resultados.

Quando a barra passa a ser solicitada, a princípio a aderência é mantida por intermédio das forças coesivas provenientes da adesão. No entanto essa pequena parcela é facilmente perdida seja por ações de pequenos escorregamentos da armadura em pontos localizados, ou pelo efeito de Poisson com a redução do diâmetro devido ao aumento das tensões. Logo em seguida começarão a agir as forças de atrito, no instante em que surgem as primeiras fissuras no concreto, essas forças de atrito vão se dissipando e sendo reduzidas passando então a aderência ser feita pela resistência mecânica proveniente da superfície da barra.

No caso das barras lisas, como não existe a aderência mecânica, ao passo que as forças de atrito vão sendo reduzidas a barra perde a sua aderência, conseqüentemente, este processo leva a ruptura por arrancamento da barra.

Para as barras nervuradas, a aderência é regida mecanicamente, quando a aderência por atrito diminui, as nervuras das barras passam a agir como apoios de bielas comprimidas, impedindo que a barra se desloque, porém, surgem nas bielas comprimidas tensões de tração perpendiculares formando um anel de tensão ao redor da armadura como mostra a Figura 2-28.

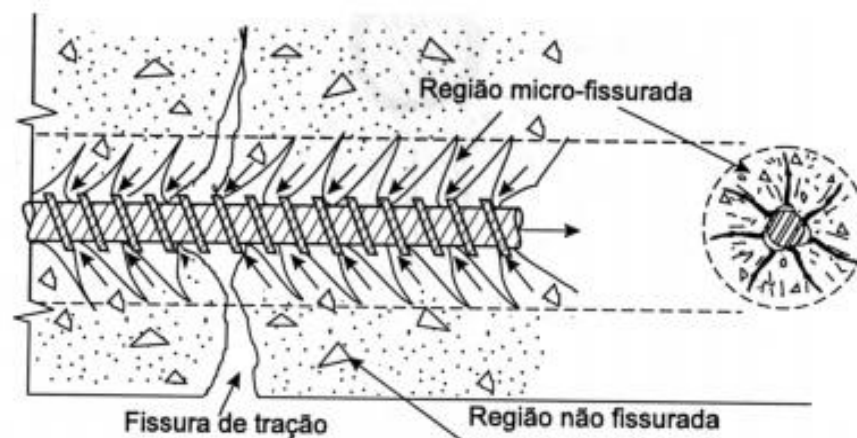
Figura 2-28: Transferência dos esforços na armadura por aderência



Fonte: Fusco<sup>8</sup> (1995 apud Dumêt 2003)

Ao passo que ocorre o aumento da força na armadura o concreto que a envolve vai se reduzindo a pó, ou seja, pulverizando devido a compressão imposta pelas nervuras das barras Figura 2-29.

Figura 2-29: Fissuras entorno da barra tracionada



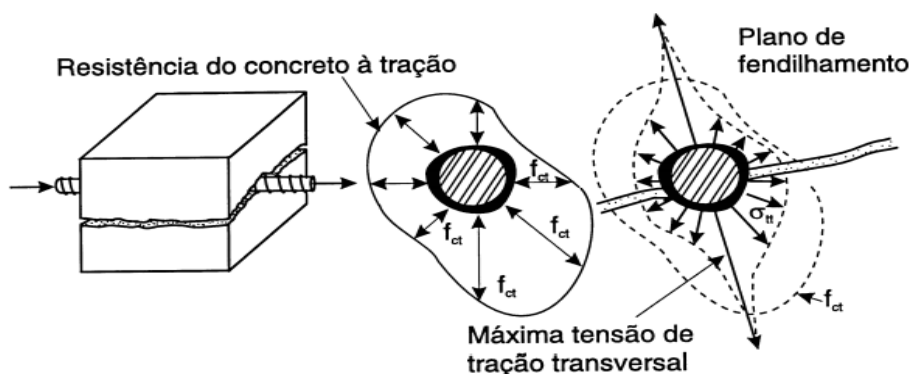
Fonte: Fusco<sup>9</sup> (1995 apud Dumêt 2003)

Já para barras nervuradas com alta aderência, a barra escorrega antes mesmo que ocorra a pulverização do concreto, em consequência deste escorregamento no concreto ocorre um buraco cujo seu diâmetro equivale a soma do diâmetro da barra mais duas vezes a altura das nervuras. Então ocorre o fendilhamento da peça em função das tensões radiais de tração como demonstrado na Figura 2-30.

<sup>8</sup> FUSCO, P.B. (1995). **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: PINI.

<sup>9</sup> FUSCO, P.B. (1995). **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: PINI.

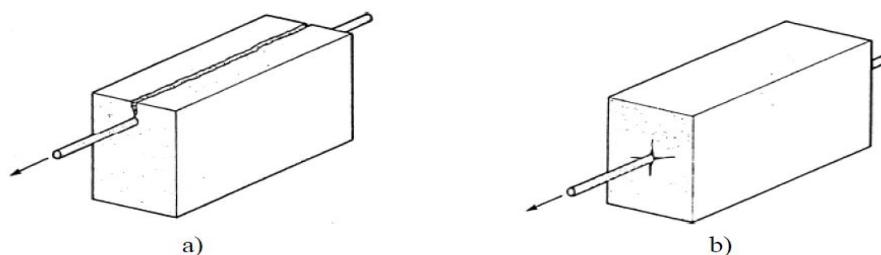
**Figura 2-30: Fendilhamento da peça**



Fonte: Fusco<sup>10</sup> (1995 apud Dumêt 2003)

A ruptura por escorregamento e fendilhamento apresentam padrões diferentes de fissuração como mostra a Figura 2-31.

**Figura 2-31: Fissura por fendilhamento "a"; Fissura por arrancamento "b"**



Fonte: Collins e Mitchell<sup>11</sup> (1997 apud Dumêt 2003)

Deve-se levar em conta o formato helicoidal da cordoalha, caso ela gire enquanto sofre a perda de aderência, a falha ocorrerá por arrancamento pois não surgirão tensões radiais. Caso contrário, se o giro da cordoalha for impedido, seja impedido por ancoragem externa ou efeito Hoyer surgirão tensões radiais e possivelmente o fendilhamento.

Tais comportamento citados acima estão predominantemente relacionados aos ensaios de arrancamento, para elementos que estão postos em serviço podem ocorrer mudanças, pois tais comportamentos sofrem em maior ou menor escala pelos fatores citados no começo do item, podendo ocorrer fendilhamento em barras lisas ou arrancamento em barras nervuradas. O cisalhamento tem grande influência sobre a aderência, pois as fissuras inclinadas de cisalhamentos estão ligadas ao fendilhamento.

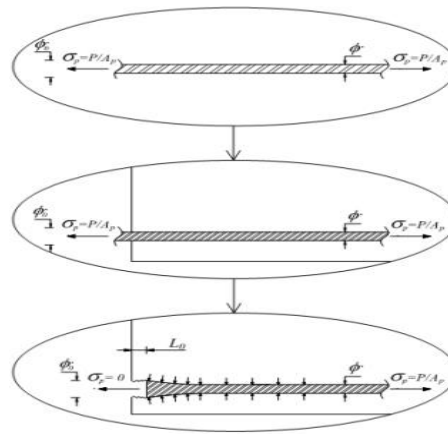
Segundo Catoia (2011), o efeito Hoyer é a ação do coeficiente de Poisson, ou seja, é quando a tensão na extremidade do cabo de protensão diminui fazendo com que seu

<sup>10</sup> FUSCO, P.B. (1995). **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: PINI.

<sup>11</sup> COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. (1997) – *Prestressed concrete structures*. Response Publication, Canada.

diâmetro aumente na extremidade, ficando parecido com uma cabeça de prego, exemplificado na Figura 2-32, impedindo que ocorra o deslizamento da cordoalha, tal efeito é muito influenciado pela fluência do concreto e pela fissuração. A favor da segurança o efeito Hoyer é desprezado.

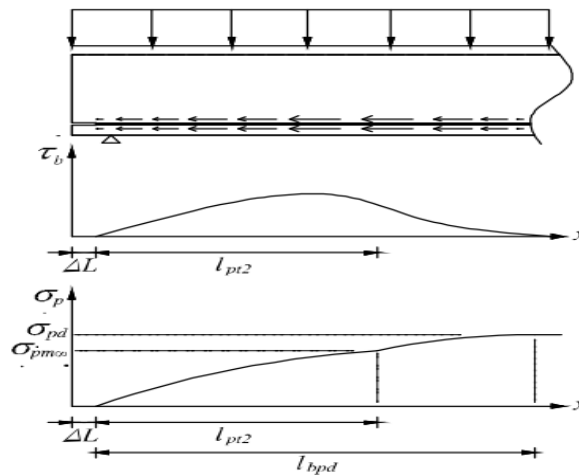
**Figura 2-32: Efeito Hoyer**



Fonte: Araújo (2011)

Conforme Araújo (2011), quando o elemento estrutural está sob ações de carregamento, devido ao acréscimo de tensões na armadura ocorrerá um efeito contrário ao efeito Hoyer, ou seja, o diâmetro da cordoalha irá diminuir, fazendo com que diminua a aderência. Necessitando assim de um comprimento de ancoragem ( $l_{bpd}$ ) maior para compensar as perdas e suportar a tensão de pretensão e das ações externas conforme pode ser observado este efeito na Figura 2-33.

**Figura 2-33: Ancoragem da armadura ativa sob ação de carregamento externo**

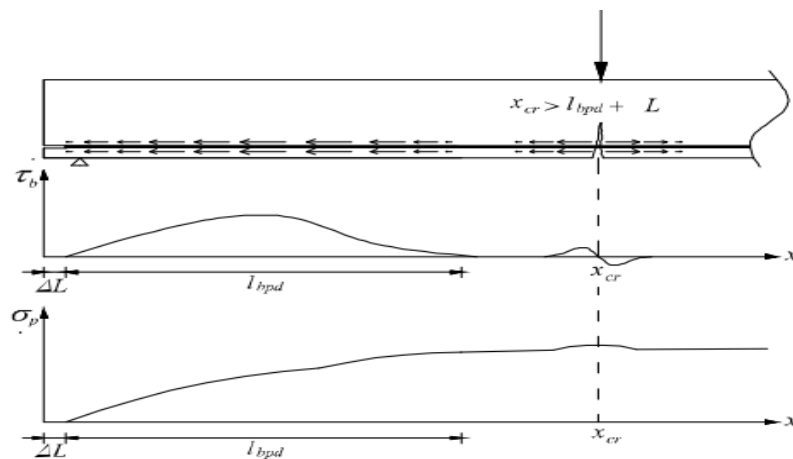


Fonte: adaptado de Araújo (2011)

Devido ao surgimento de fissuras de flexão em regiões próximas aos apoios, nas regiões de ancoragem, surgem perturbações das tensões comprometendo a mesa. Com o intuito de manter o equilíbrio surgem novos mecanismos responsáveis pela redistribuição das tensões.

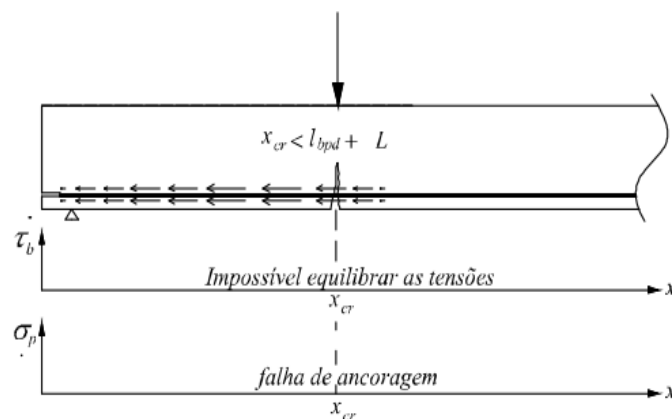
No sistema de pré-tração a variação de tensão na armadura, na região de ancoragem próxima ao apoio é pequena, porém quando surgem fissuras de flexão nessas regiões, a variação de tensões será maior e representativa. Neste caso o comprimento disponível até o apoio deve ser suficiente para as tensões se manterem em equilíbrio, demonstrado na Figura 2-34, caso contrário, as fissuras não serão equilibradas provocando a perda de ancoragem e ruína Figura 2-35.

**Figura 2-34: Equilíbrio das tensões na região fissurada**



Fonte: adaptado de Araújo (2011)

**Figura 2-35: Perda de ancoragem pela fissuração**



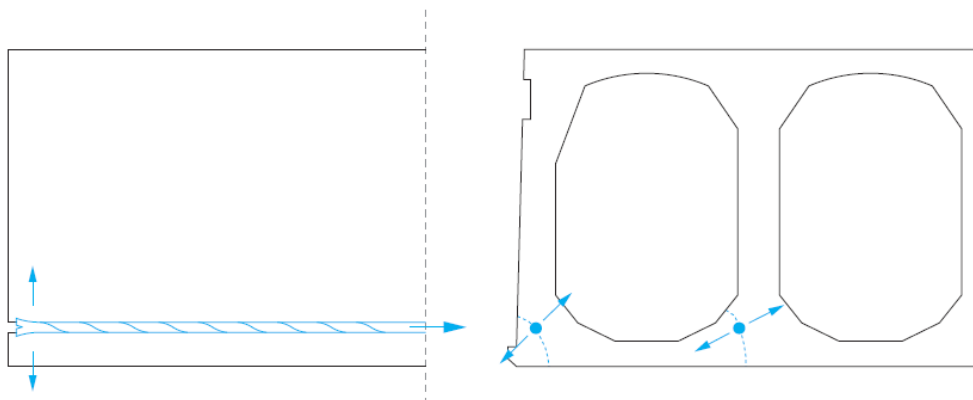
Fonte: adaptado de Araújo (2011)

Na pré-tração a presença de fissuras nas regiões de transferência da força de protensão impacta diretamente na ancoragem das cordoalhas. Como forma de prevenção

deve-se sempre verificar em projetos se há presença de fissuras no comprimento de transferência. A literatura classifica três tipos de fissuras que geralmente ocorrem simultaneamente ao ato de liberação da protensão, devido ao fato de que o concreto ainda não atingiu a máxima resistência, a situação ainda pode se agravar quando o elemento estrutural entra em serviço e começa a receber os carregamentos externos. As fissuras podem ocorrer de forma isolada ou até mesmo simultânea, conforme o caso, são elas: explosão (*bursting*), separação (*splitting*) e destacamento (*spalling*) (CATOIA, 2011; INFORSATO, 2018).

*Bursting* é a consequência do escorregamento do cabo de protensão para o interior da laje, se a cordoalha for posicionada da forma incorreta na nervura, não haverá concreto suficiente ao seu redor para absorver as tensões radiais criadas Figura 2-36.

**Figura 2-36:Fissuras típicas de *bursting***

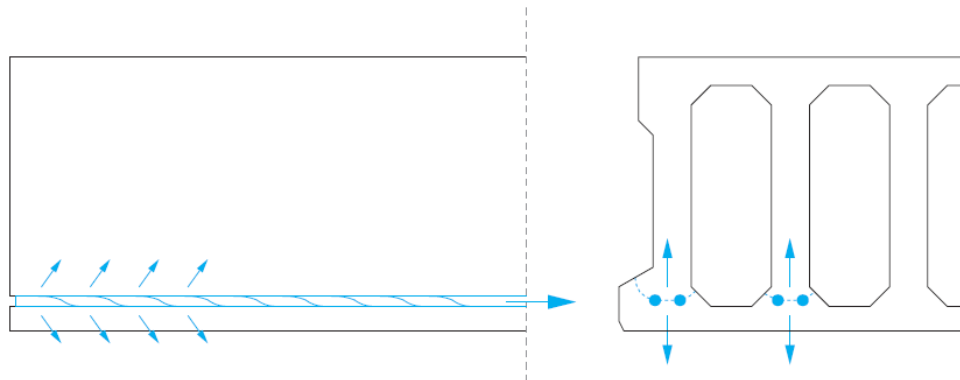


Fonte: ASSAP (2002)

*Splitting* é causado pelas tensões provindas da força de protensão na região de ancoragem como mostra a Figura 2-37, a barra tracionada transfere para o concreto de forma gradual as forças de protensão. Em geral, como as forças se apresentam de forma inclinada, no concreto surgem tensões de tração. Caso a tensão de tração gerada pela força de protensão for maior que a resistência a tração do concreto, podem ocorrer fissuras horizontais que se propagam de uma cordoalha para a outra, como consequência pode ocorrer o destacamento da borda inferior da nervura.



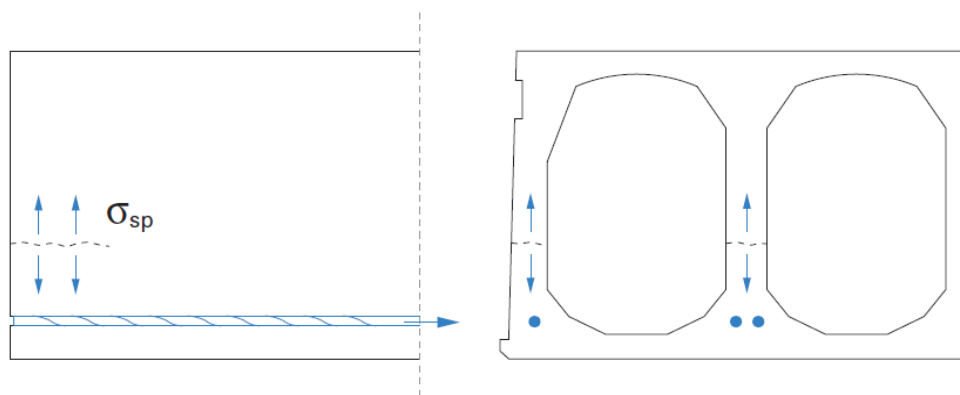
**Figura 2-37: Fissuras típicas de destacamento da alma *spalling***



Fonte: ASSAP (2002)

*Spalling*, fendilhamento que ocorre na alma do elemento, nas extremidades da laje, acima da linha de eixo dos cabos de protensão, em geral onde a nervura apresenta menor espessura. Nesta região de ancoragem ocorrem combinações de tensões de compressão e flexão que tende a separar o elemento quase que na sua parte superior como demonstra a Figura 2-38.

**Figura 2-38: Fissuras típicas de *spalling***



Fonte: ASSAP (2002)

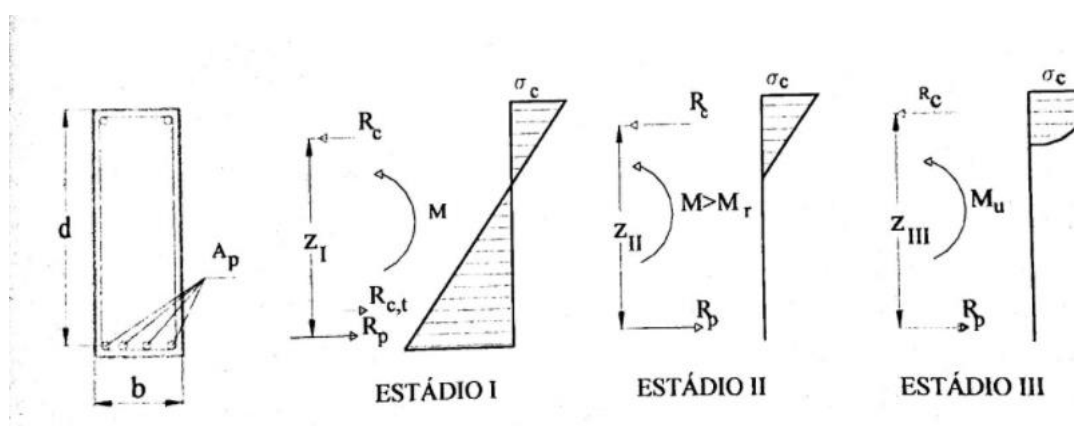
### 2.3.4 Mecanismo de ruptura por flexão

De acordo com Bastos (2019), ao se projetar uma estrutura ou elemento estrutural, deve-se assegurar que a mesma tenha resistência necessária para suportar ações de carregamentos da qual estará exposta durante toda sua vida útil. O atendimento das tensões admissíveis no concreto e aço para o estado limite de serviço não é o suficiente para se determinar a resistência real da peça, ou o fator de segurança contra a ruína.

Se faz necessário a determinação da capacidade última da peça, normalmente este procedimento é realizado a partir do cálculo do momento fletor último ( $M_Rd$ ), com isso pode-se garantir a margem de segurança entre os carregamentos de serviço e o carregamento último.

Conforme descrito por Carvalho (2017), a seção de uma viga seja ela de concreto armado ou protendido, submetida ao esforço de momento fletor crescente, passa por três estágios de deformação, na Figura 2-39, para uma seção retangular e apenas com armadura ativa é possível observar estas deformações.

**Figura 2-39: Tensões no concreto e suas resultantes para os três estádios**



Fonte: Carvalho (2017)

Os níveis de deformações conhecidos como Estádios, governam o comportamento da peça até sua ruína.

No estágio I: Estado elástico; momento de baixa intensidade; tensão de tração no concreto é menor que a sua resistência característica a tração; considera-se o diagrama de tensão normal ao longo da seção como sendo linear; não há presença de fissuras e as tensões sejam elas na região de compressão ou tração, são proporcionais as deformações, equivalente ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto.

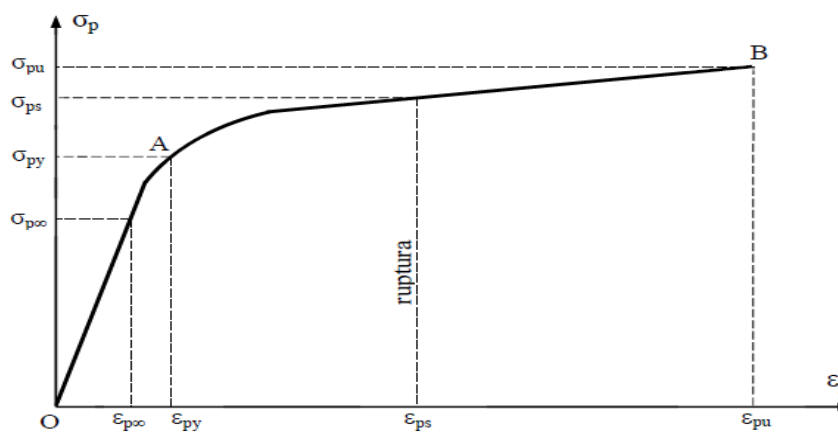
No estágio II: Valor do momento fletor é maior que o momento de fissuração; em grande parte dos pontos de tração abaixo da linha neutra o valor da tensão será maior que a resistência característica a tração do concreto; O aço passa a ser o responsável a resistir aos esforços de tração; tensão de compressão no concreto continua linear; fissuras de tração na flexão visíveis.

No estágio III: Momento fletor muito próximo da ruína ( $M_u$ ); fibras comprimidas do concreto começam a plastificar a partir da sua deformação específica ( $\epsilon_{c2}$ ), chegando a deformações de ( $\epsilon_{cu}$ ) sem sofrer acréscimos de tensões; diagrama de tensão praticamente

vertical (uniforme) com praticamente todas as fibras trabalhando na sua máxima tensão; fissuras alcançando o início da zona comprimida.

Conforme apresentado por Bastos (2019), na Figura 2-40 é possível observar o diagrama tensão x deformação do aço de protensão para uma peça protendida.

**Figura 2-40: Diagrama tensão x deformação real do aço de protensão**



Fonte: Bastos (2017)

Onde:

$\sigma_{pu}$  = resistência última à tração, correspondente à deformação última  $\epsilon_{pu}$ ;

$\sigma_{ps}$  = tensão na armadura de protensão no instante da ruptura à flexão; correspondente à deformação na ruptura  $\epsilon_{ps}$ ;

$\sigma_{py}$  = resistência de início de escoamento; correspondente à deformação de início de escoamento  $\epsilon_{py}$ ;

$\sigma_{p\infty}$  = tensão devida à força de protensão efetiva ou final ( $P^\infty$ ); correspondente à deformação  $\epsilon_{p\infty}$ .

Ainda segundo o autor, as peças como vigas podem apresentar dois modos de ruptura a flexão. Para vigas subarmada, o início da ruptura ocorre pelo escoamento da armadura tracionada, conseqüentemente este alongamento provoca o aumento na abertura de fissuras, estendendo-se em direção a linha neutra. Ocorre a diminuição da área comprimida de concreto em decorrência disto na zona comprimida de concreto ocorre um aumento de tensão podendo gerar o esmagamento do mesmo, caso a ruptura não tenha acontecido antes em função do escoamento da armadura.

Observado o gráfico da Figura 2-40, entre os pontos A e B está situada a tensão na armadura referente a ruína da peça, antes do aço estrar no ponto "A" a viga apresentara

flechas elevadas e fissuras visíveis, o que alertaria os ocupantes da edificação para o eventual colapso, exemplificado na Figura 2-41.

**Figura 2-41: Ensaio de flexão em viga protendida.**

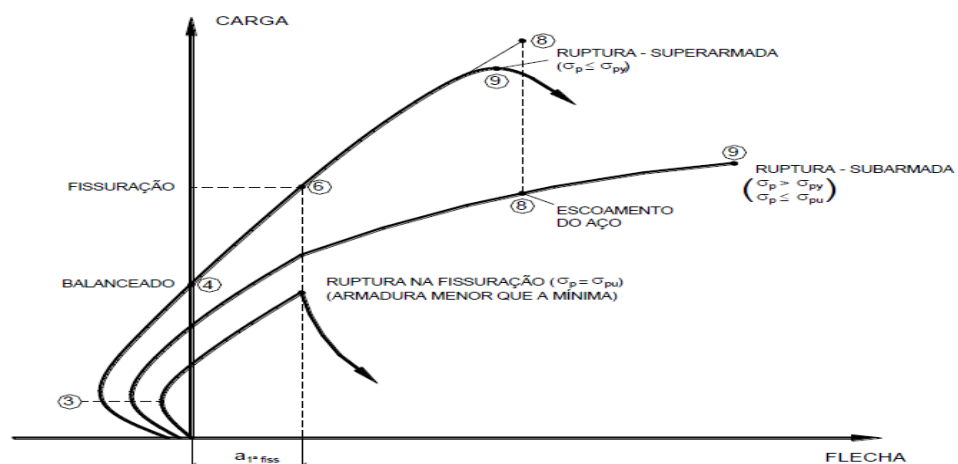


Fonte: Bastos (2019)

Já para as vigas superarmadas, o modo de ruína será pelo esmagamento do concreto comprimido, com deformações de encurtamento variando de 0,3 a 0,4 %, e com sua armadura apresentando deformações menores que as deformações relativa as tensões de escoamento do aço e com a linha neutra tendendo a abaixar devido ao comportamento não linear do concreto o que torna este modo de ruptura perigoso devendo ser evitado em projetos.

Na Figura 2-42, é possível observar o diagrama de carga x flecha para vigas de concreto protendido para três diferentes arranjos de armadura, sendo eles: armadura menor que a taxa mínima; vigas subarmadas onde o aço alcança o escoamento; e por fim para peças superarmadas onde o aço não alcança o escoamento.

**Figura 2-42: Diagramas carga x flecha de vigas protendidas**



Fonte: Bastos (2019)

## 2.4 Ligações Semirrígidas

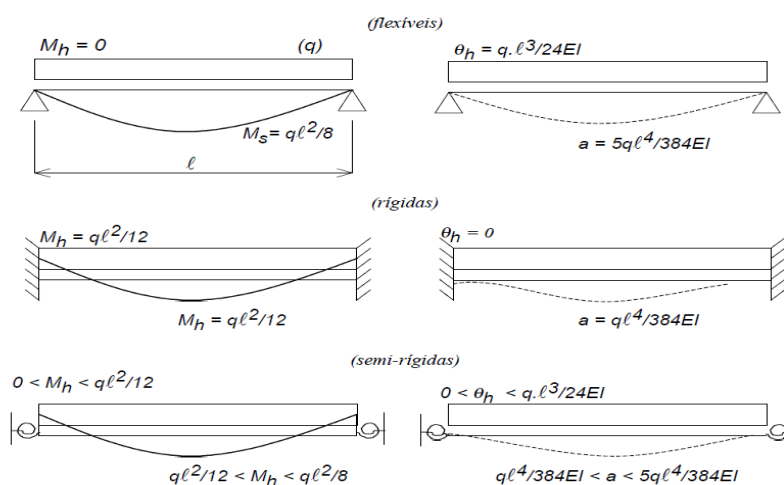
De acordo com o manual de pré-fabricados Van Acker (2002), as ligações são partes essenciais das estruturas pré-moldadas. Sua função é interligar os elementos individuais formando um sistema estrutural apto a resistir aos esforços atuantes.

É essencial que os projetistas possuam o conhecimento do fluxo de forças atuantes na estrutura, quando solicitada a carregamentos verticais e horizontais, do mesmo modo que entendam o comportamento das ligações incorporando a estrutura como um todo.

A principal diferença entre uma estrutura monolítica (*moldada in loco*) e uma estrutura pré-moldada são a presença de ligações semirrígidas e as fases transitórias nas quais os elementos pré-moldados estão submetidos. No que diz respeito a ligações semirrígidas, sabe-se que o seu comportamento está compreendido entre a uma ligação perfeitamente engastada e totalmente articulada.

De acordo Ferreira (1999), a deformabilidade das ligações é capaz de modificar a rigidez dos elementos, provocando uma redistribuição de esforços ao longo da peça. Tomando como exemplo uma viga totalmente flexível (situação biapoiada) com carregamento predominantemente distribuído, o momento fletor ocorrerá apenas no vão efetivo da peça sendo nulo nos apoios com estes livres para rotacionarem. Agora para a mesma viga na situação de engastamento perfeito, a rotação nos apoios será nula e ocorrerá uma redistribuição do momento fletor com uma redução da flecha. Contudo com base na Figura 2-43 pode-se observar que para a situação semirrígida ocorre uma situação intermediária entre as duas já apresentadas.

**Figura 2-43: Comparativo do comportamento semirrígido da ligação, na redistribuição dos momentos e redução das deformações**



Fonte: Ferreira (1999)

Catoia (2007), foi a primeira pesquisadora a realizar um ensaio em escala real de uma viga pré-moldada protendida com ligações semirrígidas, por meio de armadura passante entre os pilares. A autora em sua revisão de literatura destacou alguns pontos no que diz respeito a ligações semirrígidas, sendo eles: a ligação deve possuir desempenho satisfatório de resistência, rigidez e ductilidade. No qual a resistência da ligação é interdependente de cada elemento que a compõe individualmente, e a rigidez a flexão depende do momento fletor resistido pela mesma, além da rotação relativa entre a viga e o pilar.

Inforsato (2009), menciona que a execução das ligações é um dos processos mais difíceis de serem feitos nas estruturas pré-moldadas, além de ser um dos mais caros também. Com isso torna-se muito importante a escolha do tipo de ligação, uma vez que estas afetam diretamente no tempo de execução da estrutura, o que impacta diretamente nos custos com equipamentos de montagem.

As ligações quando caracterizadas como resistentes a flexão tem o papel de auxiliar na estabilidade global de uma estrutura. De acordo com a ABNT NBR 9062:2017, item 3.11, as ligações são caracterizadas como dispositivos usados para formar o conjunto estrutural a partir de seus elementos, com o objetivo de transmitir os esforços solicitantes.

Ferreira (1999), classifica as ligações como sendo regiões de descontinuidade da estrutura, podendo ou não mobilizar deslocamentos e esforços de elementos conectados a ela, possibilitando assim a redistribuição desses esforços. Por estarem localizadas em regiões críticas, é essencial que estas sejam rígidas e dúcteis, o mais próximo possível de uma ligação monolítica.

O fator de restrição a rotação  $\alpha_r$ , de acordo com a ABNT NBR 9062:2017, define a rigidez relativa da ligação de extremidade do elemento conectado podendo ser calculado pela equação 2.14.

$$\alpha_r = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{sec}}{R_{sec} \cdot L_{ef}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (2.14)$$

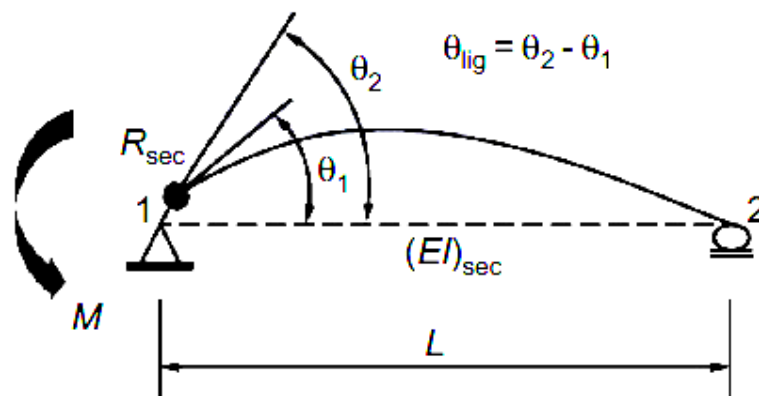
Onde:

- $(EI)_{sec}$  = Rigidez secante da viga;
- $L_{ef}$  = comprimento efetivo, entre apoios, contabilizado a partir do centro de giro dos apoios;

- $R_{sec}$  = Rigidez secante ao momento fletor da ligação Viga-Pilar.

Ainda de acordo com a mesma norma o fator de restrição a rotação  $\alpha_r$ , pode ser explicado como sendo a relação da rotação  $\theta_1$  da extremidade do elemento em relação a rotação combinada  $\theta_2$  do elemento e da ligação em função do momento da extremidade, como mostra a figura 2-44.

Figura 2-44: Fator de restrição a rotação

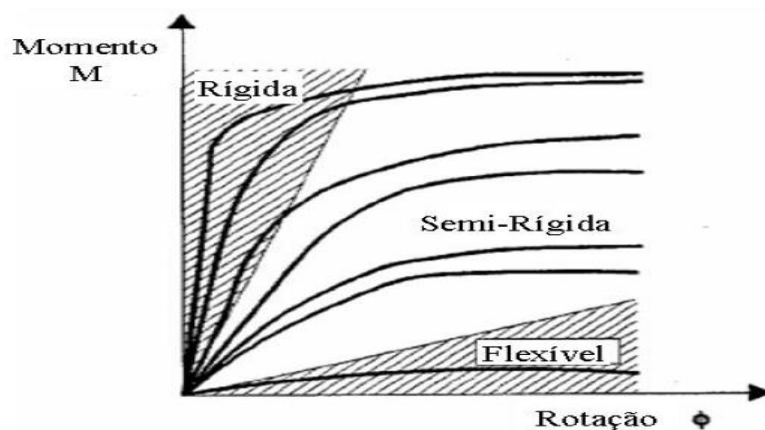


Fonte: ABNT NBR 9062 (2017)

### 2.4.1 Classificação das ligações Viga-Pilar

Em Catoia (2007), é apresentado a classificação das ligações viga pilar conforme preconiza o Manual de Ligações Estruturais FIB (2003). As das estruturas pré-moldadas podem ser classificadas de acordo com o seu grau de engastamento, sendo elas: rígidas; semirrígidas; e ou articuladas, conforme Figura 2-45.

Figura 2-45: Classificação das ligações segundo o Manual de Ligações Estruturais da FIB 2003



Fonte: Catoia (2007)

A ligação rígida é aquela que apresenta alta capacidade de resistir as rotações relativas viga-pilar. Ligações articuladas não apresentam restrições as rotações relativas viga-pilar já as ligações semirrígidas são aquelas que possuem um comportamento intermediário entre a situação rígida e articulada, podendo seu comportamento está muito próximo ao engastamento perfeito quanto a situação articulada.

Em Ferreira et al. (2002), foi sugerido para as ligações viga-pilar, uma classificação subdividida em cinco zonas, Figura 2-46, onde as ligações semirrígidas representam três destas cinco zonas. Sendo elas:

Zona I: Ligação articulada com fator de restrição a rotação  $\alpha_R < 0,14$ ;

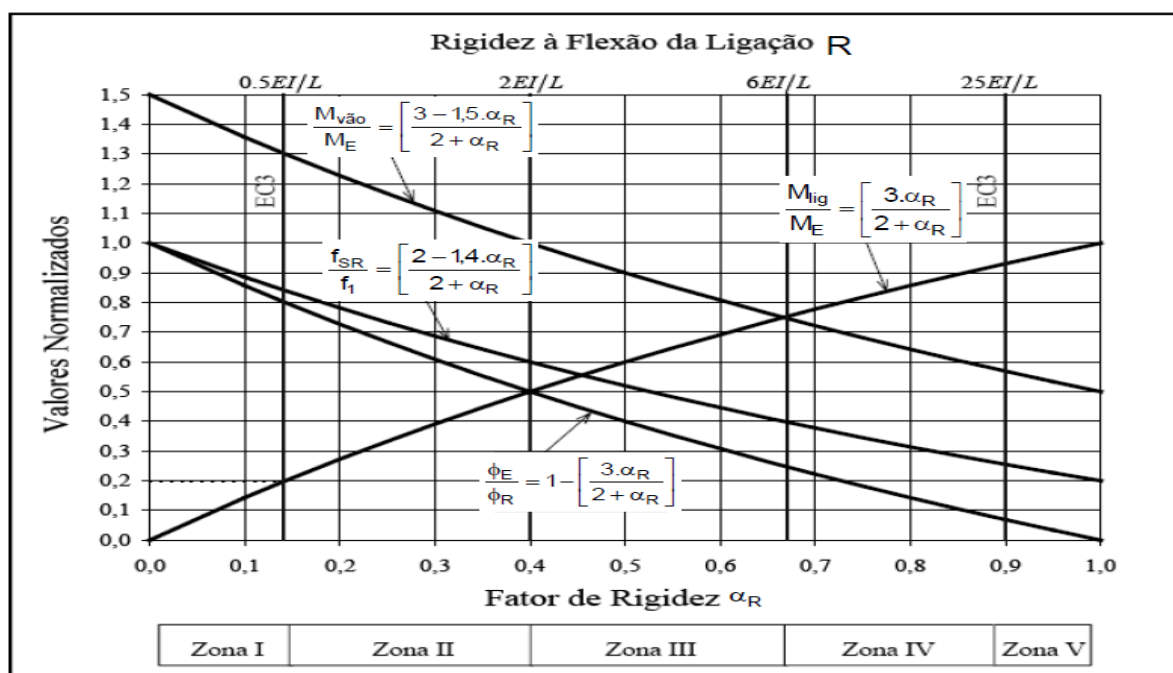
Zona II: Ligação semirrígida com baixa resistência e fator de restrição a rotação  $0,14 < \alpha_R < 0,40$ ;

Zona III: Ligação semirrígida com resistência media e fator de restrição a rotação  $0,40 < \alpha_R < 0,67$ ;

Zona IV: Ligação semirrígida com resistência elevada e fator de restrição a rotação  $0,67 < \alpha_R < 0,90$ ; e

Zona V: Ligação rígida com fator de restrição a rotação  $\alpha_R < 0,90$ .

**Figura 2-46: Sistema proposto para classificação das ligações semirrígidas**



Fonte: Ferreira et al. (2002)



### 2.4.2 Determinação da Teoria da Relação Momento-Rotação das ligações Viga-Pilar

Catoia (2007), menciona que a rigidez da ligação pode ser obtida por meio do gradiente da curvatura momento-rotação, esta por sua vez é interdependente do momento fletor resistido por ela e a respectiva rotação relativa viga-pilar causada por este momento.

A autora ainda menciona que, para estruturas de concreto pré-moldado, não existe um modelo analítico consagrado na literatura para obtenção da relação momento-rotação, diferentemente do concreto armado que possui equacionamento consolidado. Por isso a necessidade de ensaio experimentais.

Por apresentarem um comportamento complexo, torna-se difícil o desenvolvimento de equações para descrever o comportamento semirrígido da ligação.

Para que a ligação transmita os esforços de flexão, é necessário que a viga e a ligação possuam rigidez a flexão, assim sendo, a análise para determinar a rigidez não pode ser apenas determinada pela relação momento-rotação. Assim sendo, a rigidez pode ser determinada pela relação admissional entre a rigidez da ligação e a viga adjacente. Esta rigidez é denominada rigidez equivalente e pode ser determinada pela equação 2.15.

$$R_s = \frac{R.L}{4.E.I} \quad (2.15)$$

Onde:

$R_s$ : Rigidez equivalente;

$I$ : Momento de inercia da viga;

$L$ : Vão efetivo da viga;

$R$ : Rigidez da ligação viga-pilar.

Sendo que a relação entre o fator de restrição a rotação  $\alpha_r$  e a rigidez  $R_s$  é dada pela equação 2.16

$$R_s = \frac{3.\alpha_R}{4(1-\alpha_R)} = 0,75 \cdot \frac{\alpha_R}{(1-\alpha_R)} \quad (2.16)$$

Analisando a expressão, pode-se notar que quanto maior for o fator de restrição  $\alpha$ , ou seja, 1 a rigidez equivalente tende ao infinito.

Por meio da equação 2.17, é possível determinar a rigidez secante da ligação, ela por sua vez representa a relação entre o momento fletor e a rotação relativa entre viga e pilar no início do patamar de escoamento da armadura de continuidade.

$$R_{\text{sec}} = \frac{M_{RC}}{\phi_c} \quad (2.17)$$

Onde:

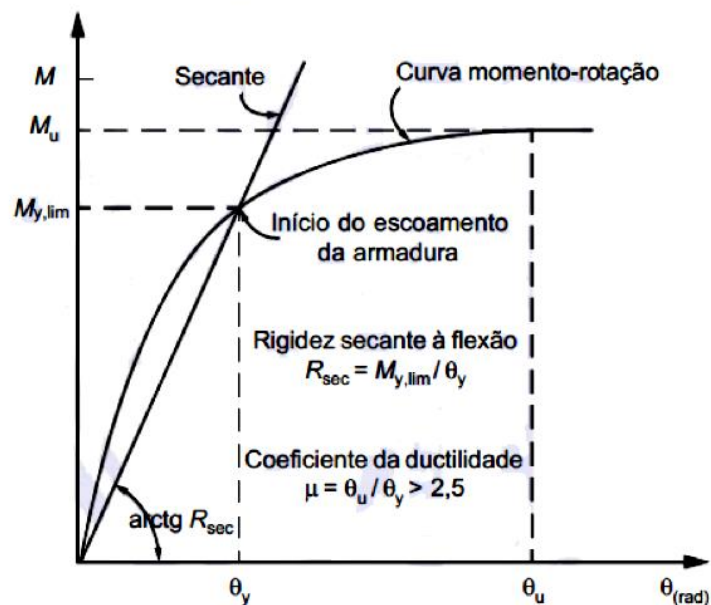
$R_{\text{SEC}}$ : Rigidez secante;

$M_{RC}$ : Momento resistente da ligação no limite de escoamento da armadura tracionada; e

$\Phi_C$ : Rotação relativa viga-pilar em virtude de  $M_{RC}$ .

Com base na curva momento-rotação, é pode-se determinar a rigidez de uma ligação. De posse do momento de escoamento da armadura ( $M_y=M_{RC}$ ), esboça-se a reta secante a curva momento-rotação da ligação interligando os pontos da origem com  $M_y$ , conforme Figura 2-47. Sob a condição de  $M \leq M_y$ , a rigidez secante será a mínima possível no projeto para ligação ao longo da vida útil da estrutura.

**Figura 2-47: Relação momento rotação.**



Fonte: ABNT NBR 9062 (2017)

Conforme apresentado na Figura 2-47 a curva momento-rotação não apresenta um comportamento linear, antes mesmo da ocorrência da plastificação da ligação. Todavia esta linearização pode ser conseguida por meio da consideração da rigidez secante.

Ferreira et al. (2002), sugeriu um método para determinação da rigidez secante a flexão negativa, para ligações com armadura de continuidade do pilar apresentada pela equação 2.18.

$$R_{\text{sec}} = \frac{M_Y}{\phi_c} = \left[ \frac{l_e}{0,9 \cdot E_s \cdot A_s \cdot d^2} + \frac{l_p}{E_{Cs} \cdot I_{II}} \right] \quad (2.18)$$

Com  $M_Y$  determinado pela equação 2.19.

$$M_Y = 0,9 \cdot A_s \cdot f_{yk} \cdot d \quad \phi_c = \left[ \frac{M_Y}{E_{Cs} \cdot I_{II}} \cdot l_p + \frac{f_{yk}}{E_s \cdot d} \cdot l_e \right] \quad (2.19)$$

Onde:

$l_p$ = comprimento da região da ligação;

$l_e$ = comprimento de embutimento no interior do pilar;

$d$ = altura útil da viga na extremidade;

$E_s$ =módulo de elasticidade do aço;

$I_{II}$ = momento de inercia da seção homogeneizada no estágio II;

$E_{Cs}$  = módulo secante do concreto equivalente a 0,85  $E_c$ ;

$A_s$  = área da armadura de continuidade passante no interior do pilar;

Em Ferreira et al. (2002), é apresentada a expressão (2.20) caracteriza o desenvolvimento da relação momento-rotação para  $0 \leq M \leq M_Y$ .

$$\phi = \left[ \left( \frac{M}{E_{Cs} \cdot I_{eq}} \right) \cdot l_p + \left( \frac{\sigma_s}{E_s \cdot d} \right) \cdot l_e \right] \left( \frac{M}{M_Y} \right)^{0,5} \quad (2.20)$$

Onde  $I_{eq}$  representa o momento de inercia equivalente da ligação dado pela equação (2.21).

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_I + \left[ 1 + \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \quad (2.21)$$

Sendo:

$M_R$ = momento de fissuração;

$M_a$ =momento atuante;

$\sigma_s$ = tensão na armadura obtida pela equação 2.22.

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot Z_{eq}} \quad (2.22)$$

Em que  $Z_{eq}$  é dado pela equação 2.23.

$$Z_{eq} = d - \frac{1}{3} \cdot \left[ X_I \left[ 1 - \left( \frac{M}{MY} \right)^{0,5} \right] + X_{II} \cdot \left( \frac{M}{MY} \right)^{0,5} \right] \quad (2.23)$$

Sendo:

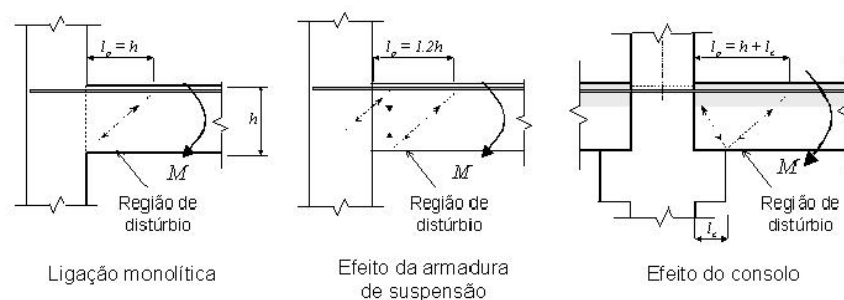
$X_I$ = posição da linha neutra no estádio I;

$X_{II}$  = posição da linha neutra no estádio II;

$Z_{eq}$ = Z intermediário entre o estádio I e II.

O comprimento  $l_p$  é dado em função da altura da viga, da localização do centro de rotação do apoio e do fluxo de forças internas na extremidade da viga conforme Figura 2-48. Para ligações típicas o comprimento  $l_p$  pode ser obtido pelo comprimento do consolo somado à altura útil na extremidade da viga sobre o apoio (Catoia, 2007).

**Figura 2-48: Região de distúrbio na extremidade viga-pilar**

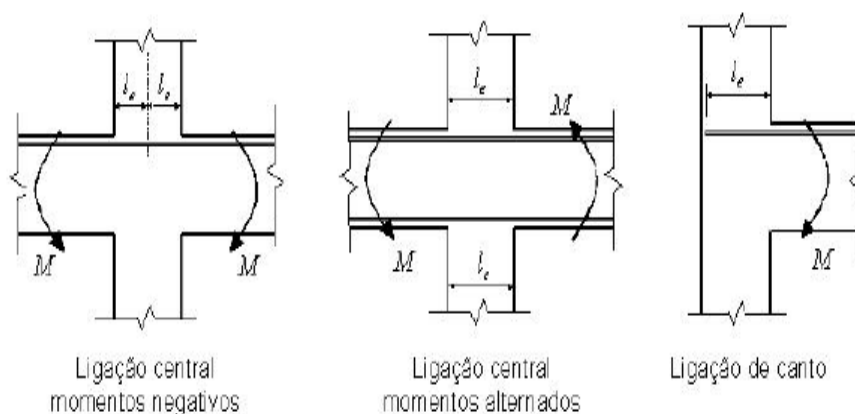


Fonte: Ferreira<sup>12</sup> (2001, apud Catoia, 2007)

<sup>12</sup> FERREIRA, M. A. **Critérios e procedimentos analíticos para a análise e projeto de ligações semirrígidas em estruturas de concreto pré-moldado**. Inglaterra: School of Civil Engineering, University of Nottingham, UK, 2001. Programa de pesquisa de pós-doutorado no exterior.

Catoia (2007), menciona estudo que demonstram que a variação do comprimento de embutimento  $l_e$  varia de pilares com ligações em apenas um lado para pilares com ligações duplas, conforme a Figura 2-49, em razão deste motivo, as ligações centrais (duplas) apresentam maior rigidez que as ligações de extremidades. Ligações duplas com momentos negativos em ambos os lados tentem a apresentar maior rigidez que ligações duplas com momentos reverso (positivo de um lado e negativo de outro), causados por ações laterais na estrutura.

**Figura 2-49: Comprimento de embutimento  $l_e$**



Fonte: Ferreira<sup>13</sup> (2001, apud Catoia, 2007)

Em Ferreira<sup>14</sup> (2003) apud Catoia (2007) no momento em que se considera a rigidez secante para a realização da análise estrutural, é fundamental a consideração da não linearidade física dos elementos para determinação do fator de restrição, ainda que seja para classificação da ligação.

Ainda segundo o autor são demonstrados valores para redução da rigidez de vigas e pilares como uma forma de obtenção mais próxima da não-linearidade física o como mostra a Tabela 2-1.

<sup>13</sup> FERREIRA, M. A. **Critérios e procedimentos analíticos para a análise e projeto de ligações semirrígidas em estruturas de concreto pré-moldado**. Inglaterra: School of Civil Engineering, University of Nottingham, UK, 2001. Programa de pesquisa de pós-doutorado no exterior.

<sup>14</sup> FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K.; ELLIOTT, K. S. Determinação teórico experimental da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto. IN: EPUSP. **Anais do V Simposio EPUSP sobre estruturas de concreto**. São Paulo, 2003.

**Tabela 2-1: Fator de redução de rigidez dos elementos.**

Tipo	Fator de restrição	Viga	Pilar
Articulada	$0 \leq \alpha \leq 0,14$	(EI) <sub>sec</sub> = (1,0). Eci. Ic	(EI) <sub>sec</sub> = (0,4). Eci. Ic <sup>15</sup> (EI) <sub>sec</sub> = (0,5). Eci. Ic <sup>16</sup>
Semirrigida	$0,14 \leq \alpha \leq 0,67$	(EI) <sub>sec</sub> = (0,4). Eci. Ic	(EI) <sub>sec</sub> = (0,7). Eci. Ic
Rígida	$0,67 \leq \alpha \leq 1,0$	(EI) <sub>sec</sub> = (0,4). Eci. Ic	(EI) <sub>sec</sub> = (0,8). Eci. Ic

Fonte: Catoia (2007)

Para vigas protendidas, não se recomenda a utilização os fatores de redução apresentados na Tabela 2-1. Recomenda-se para o cálculo da rigidez secante a consideração da fissuração no ELU utilizando a equação de Branson.

### 2.4.3 Método *Beam-Line*

De acordo com Catoia (2007), o método beam-line foi desenvolvido no ano de 1934 por Batho e Rowan, o método era utilizado para ligações semirrígidas em estrutura metálica. Com ele é possível determinar de forma aproximada a resistência requerida da ligação por meio da consideração de sua rigidez. Sendo a resistência compatível com a viga e sua ligação representadas no regime elástico.

A reta *beam-line* pode ser alcançada via determinação de dois pontos, que são interligados e representam a situação de engaste perfeito e perfeitamente articulada nas extremidades.

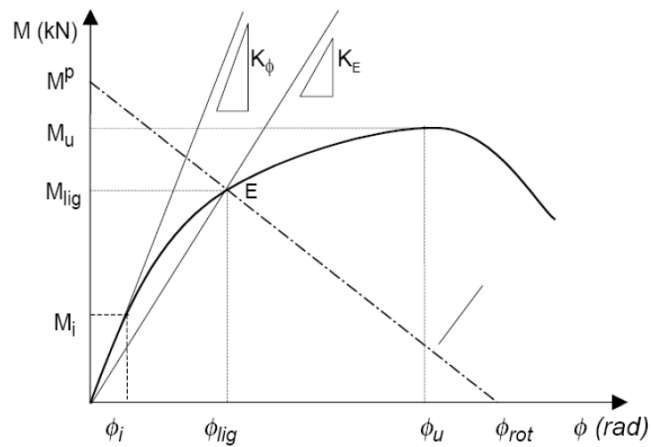
Em Ferreira (1999) é apresentado a reta beam-line com a curva momento-rotação, (Figura 2-50). O engastamento perfeito corresponde a situação em que a rotação na ligação de extremidade é nula, independentemente do momento resistido por ela. Já a situação articulada, é aquela cuja ligação não possui capacidade de resistir a momentos flettores, ou seja, ficando livre ao giro. Por sua vez as ligações semirrígidas possuem um comportamento intermediário das mencionadas acima.

Portanto para se determinar a reta *beam-line*, basta ligar o ponto de engastamento perfeito (MP), com o ponto correspondente a ligação articulada (momento nulo e rotação livre)  $\Phi_{rot}$ .

<sup>15</sup> Recomendado por EL DBS 2000, para pilares que atuam como hastes engastadas na base.

<sup>16</sup> Alternativamente dentro da hipótese do pilar atuar como uma viga em balanço, a NBR 6118:2001 recomenda o valor de (EI)<sub>sec</sub> = (0,5). Eci. Ic para vigas com  $As' = As$ .

**Figura 2-50: Retra Beam-line com curva momento-rotação**

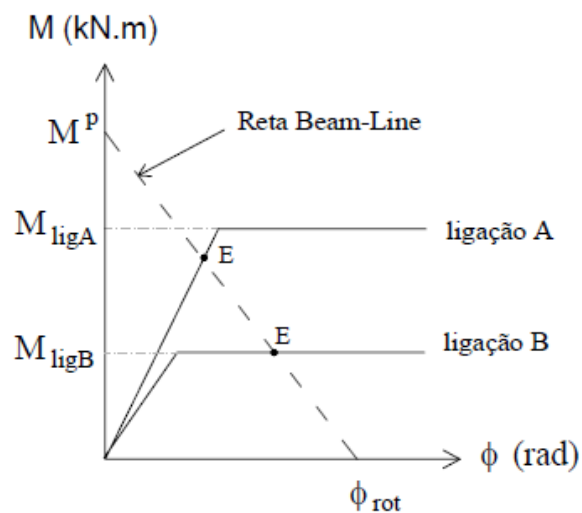


Fonte: Ferreira (1999)

Pela Figura 2-50, o ponto E, representa o ponto de compatibilização entre o giro de extremidade da viga com o giro relativo entre a viga e o pilar. O mínimo de resistência que exige-se para a ligação é que esta seja equivalente ao ponto E indicado. Determinado a *beam-line* é possível distinguir se a ruptura ocorreu na ligação ou na viga.

Catoia (2007), explica o procedimento para se determinar o ponto onde ocorreu a ruptura, para uma ligação semirrígida onde a ruptura ocorreu antes do ponto E, é válida a hipótese que a ruptura ocorreu na ligação (ligação B - Figura 2-51). Para a situação na qual a ruptura ocorreu posterior ao ponto E, vale a hipótese de que a falha ocorreu na viga e não na ligação (ligação A - Figura 2-51).

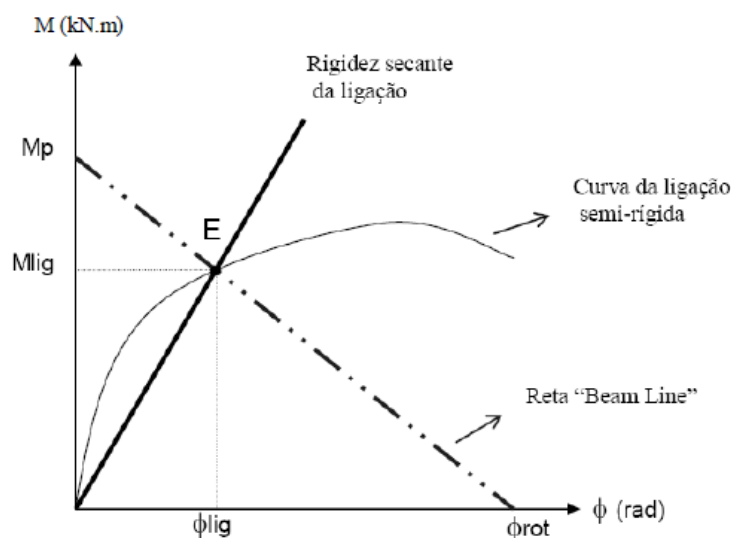
**Figura 2-51: Comportamento de diferentes ligações**



Fonte: Catoia (2007)

Em teoria, pode-se definir graficamente os valores referentes ao momento fletor da ligação ( $M_{lig}$ ) e a rotação relativa ( $\Phi_{lig}$ ), basta observar o ponto de interseção das retas *beam-Line* com a rigidez secante da ligação, Figura 2-52.

**Figura 2-52: Determinação dos valores de ( $M_{lig}$ ) e ( $\Phi_{lig}$ )**



Fonte: Catoia (2007)

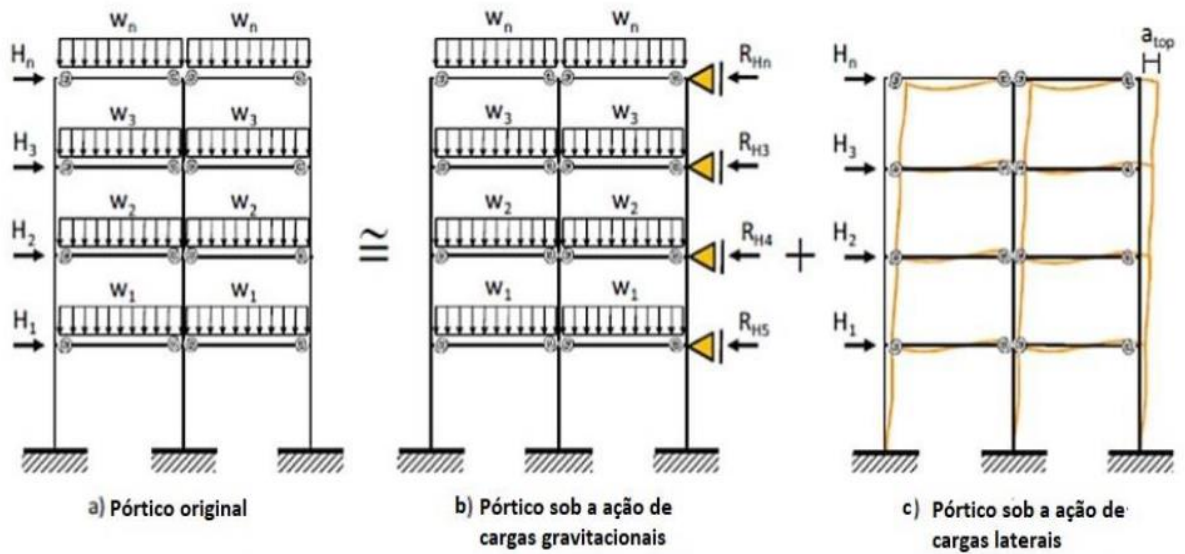
#### **2.4.4 Roteiro para análise semirrígida proposto por Ferreira (2017) – Carregamentos Gravitacionais**

Neste tópico é apresentado um roteiro prático para análise semirrígida, elaborado por Ferreira (2017), tomando como base a Figura 2-53, o pórtico semirrígido original é representado pela superposição de efeitos de um pórtico semirrígido com ações gravitacionais apenas e outro com ações laterais.

Em estruturas contraventadas, o comportamento local semirrígido de vigas contínuas, são afetados pelo comportamento semirrígido entre ligações viga e pilar, para fatores de fixação que variam de 0,14 a 0,73 (onde a rigidez a rotação varia de  $0,50(EI/L)$  a  $8(EI/L)$ ). No entanto, o comportamento global da estrutura, para fatores que varia entre 0,14 a 0,86(onde a rigidez a rotação varia de  $0,5EI/L$  a  $20EI/L$ ) é afetado pelo comportamento semirrígido.



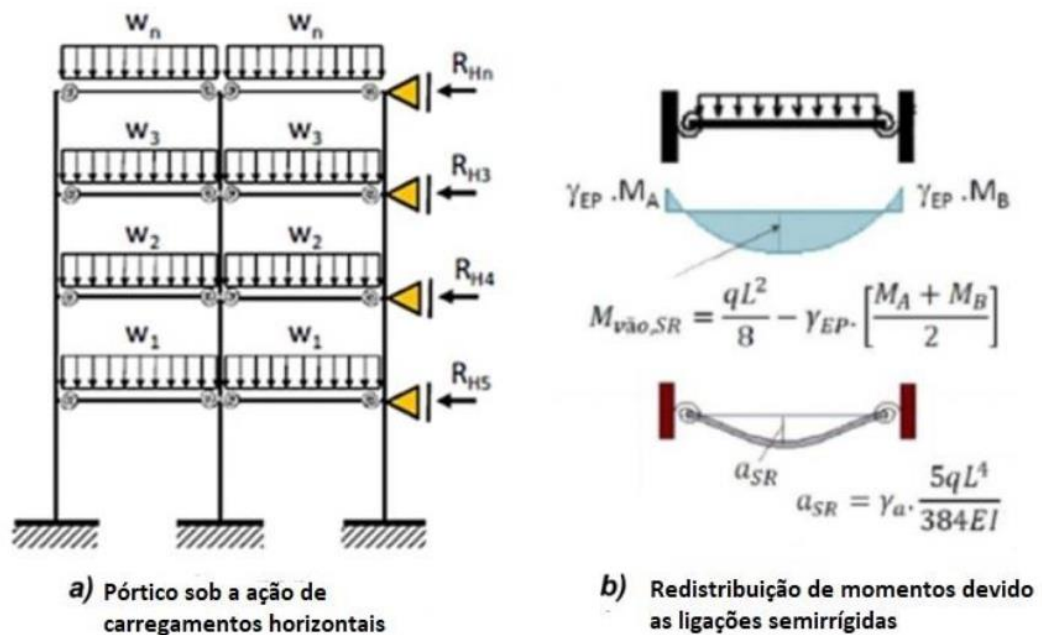
Figura 2-53: Superposição de pórticos semirrígidos



Fonte: Ferreira (2017)

Em estruturas contra ventadas, com ligações semirrígidas, ocorre uma redistribuição de momentos fletores negativos, ou seja, há uma diminuição destes com o aumento do momento positivo (se tratando de carregamentos gravitacionais). O mesmo ocorre para as deflexões como mostra a Figura 2-54.

Figura 2-54: Pórtico com ligações semirrígidas



Fonte: Ferreira (2017)

Por meio da análise de pórticos rígidos, são obtidos os momentos negativos nas extremidades ( $M_{rig}$ ), sendo o momento semirrígido nas extremidades provenientes da redistribuição dos momentos negativos nos apoios, o momento semirrígido ( $M_{SR}$ ) pode ser obtido pela multiplicação do coeficiente  $\gamma_{EP}$ , dado pela equação 2.24.

$$M_{SR} = \gamma_{EP} \cdot M_{rig} \quad (2.24)$$

Onde  $\gamma_{EP}$  é dado em função do fator de fixação  $\alpha_R$  pela equação 2.25.

$$\gamma_{EP} = \left[ \frac{3 \cdot \alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \quad (2.25)$$

O momento positivo no meio do vão é dado pela equação 2.26.

$$M_{Span,SR} = \frac{w \cdot L^2}{8} - \gamma_{EP} \cdot \left[ \frac{M_A + M_B}{2} \right] \quad (2.26)$$

Devido a redução da rigidez causada pela ligação semirrígida, o deslocamento modificado é dado pela equação 2.27.

$$a_{SR} = \gamma_a \frac{5 \cdot w \cdot L^4}{384 \cdot (E_{CI})_{eq}} \quad (2.27)$$

Com a equação 2.28, pode-se obter o momento modificado de rotação  $\Phi_{SR}$  devido aos efeitos semirrígidos da ligação.

$$\phi_{SR} = \gamma_\phi \frac{w \cdot L^3}{24 \cdot (E_{CI})_{eq}} \quad (2.28)$$

Na Tabela 2-2, é mostrada a tabela elaborada por Ferreira (2017), por ela é possível obter os coeficientes  $\gamma_a$  e  $\gamma_\phi$ . Um outro parâmetro que pode ser obtido é a rigidez relativa  $\beta$ , trata-se de um parâmetro útil para projetos semirrígidos pois relaciona a rigidez secante da ligação com a rigidez secante na flexão da viga, dada pela equação 2.29.

$$\beta_{RE} = \frac{R_{sec} \cdot L_{ef}}{(E_{CI})_{sec}} \quad (2.29)$$

**Tabela 2-2: Coeficiente semirrígido para viga com carga uniformemente distribuída**

$\beta_{re}$	0,50	0,75	1,00	1,29	1,62	2,00	2,45	3,00	3,67	4,50	6,00	8,11	10,64	12,00	17,00
$\alpha_r$	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,67	0,73	0,78	0,80	0,85
$\gamma_{EP}$ (%)	0,20	0,27	0,33	0,39	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,69	0,75	0,80	0,84	0,86	0,90
$\gamma_{\theta}$ (%)	0,80	0,73	0,67	0,61	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,31	0,25	0,20	0,16	0,14	0,10
$\gamma_a$ (%)	0,83	0,78	0,73	0,69	0,64	0,60	0,56	0,52	0,48	0,45	0,40	0,36	0,33	0,31	0,28

Fonte: Ferreira (2017)

### 3. PESQUISAS REALIZADAS

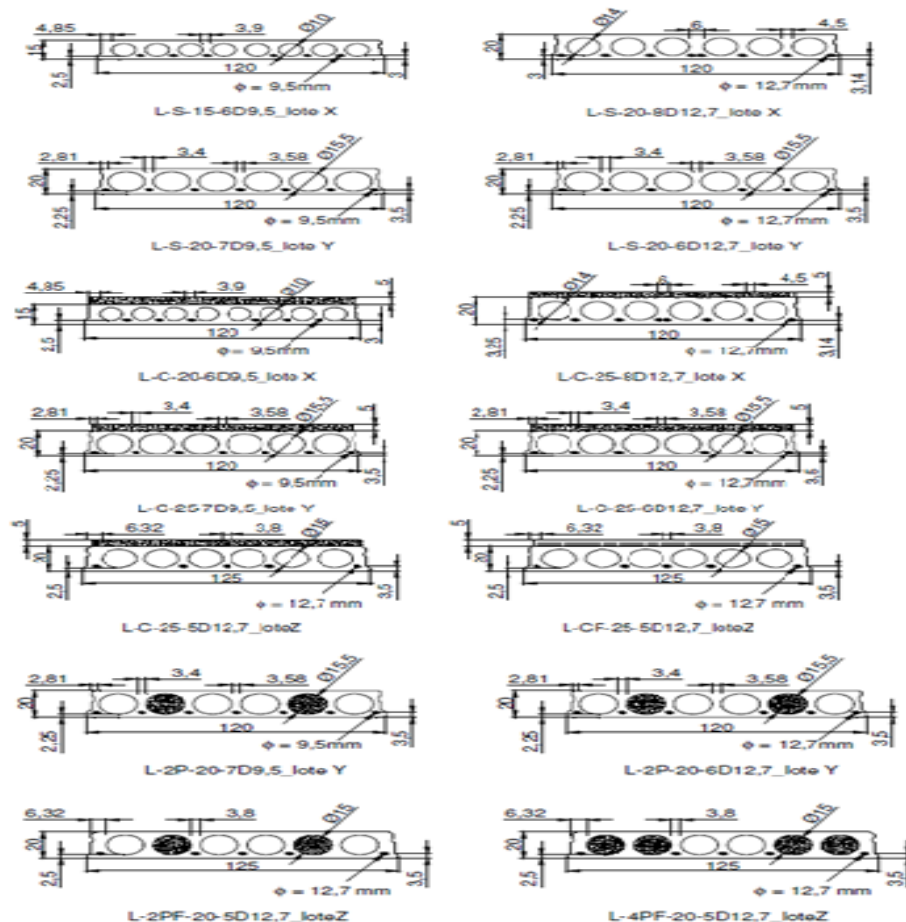
#### 3.1 Catoia (2011)

O objetivo principal da pesquisadora foi analisar o comportamento ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas brasileiras, ou seja, de baixa altura e grande intensidade de protensão, em regiões fissuradas por flexão, para lajes sem e com capa e com preenchimento parcial de alvéolos.

A autora desenvolveu seu estudo com as equações disponíveis na literatura utilizando-se a NBR6118:2003, ACI-318:2008, EN 1992 -1-1(2004). Foram realizadas comparações com os inúmeros ensaios experimentais.

As lajes utilizadas no estudo foram disponibilizadas por quatro diferentes empresas brasileiras, sendo analisada a capacidade resistente de cada tipo. No total foram 96 ensaios, sendo 31 para análise da capacidade resistente a flexão e 65 para o esforço cortante. A Figura 3-1 ilustra alguns das seções utilizadas nos ensaios da pesquisadora.

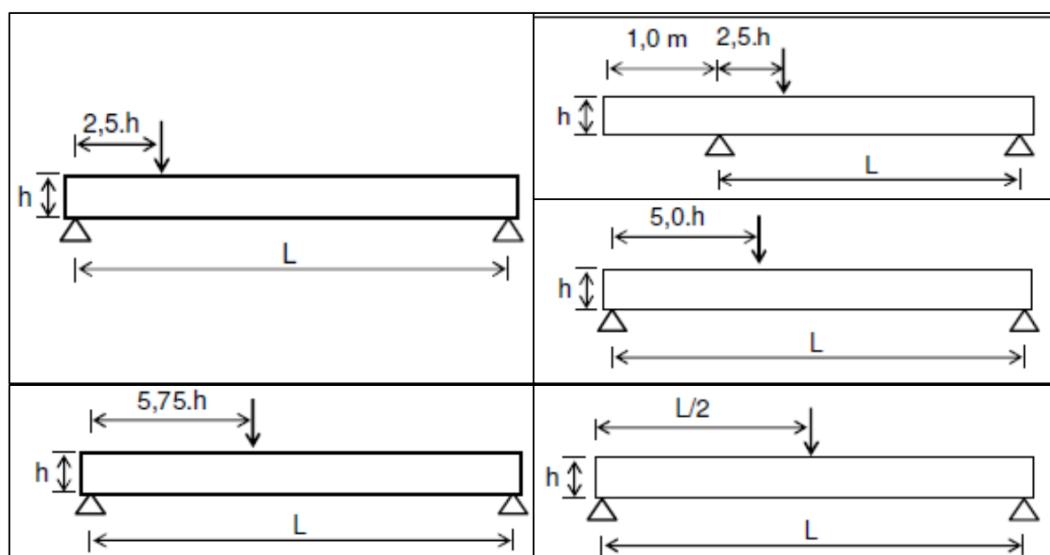
Figura 3-1: Seções transversais ensaiadas por Catoia (2011)



Fonte: Catoia (2011)

Alguns dos esquemas de ensaios podem ser vistos na Figura 3-2. A mudança de posição do ponto de aplicação da carga foi utilizada para verificar se o comprimento de transferência poderia influenciar na resistência à força cortante.

**Figura 3-2: Esquema de ensaio realizado por Catoia (2011)**



Fonte: Catoia (2011)

Os ensaios possibilitaram a pesquisadora entender melhor o comportamento das lajes alveolares brasileiras. Em suas análises Catoia (2011), notou que a resistência à força cortante pode ser afetada pelas fissuras de flexão, e que o mecanismo de ruptura passa a ser governado pela tensão de tração normal. Assim sendo, as equações da EN 1168 (BS, 2008) e da NBR 14861 (ABNT, 2011) foram as que melhor estimaram a força cortante encontradas pelo ensaio.

Com a análise da flexão a pesquisadora também mostrou que é possível determinar a resistência do concreto à tração. Possibilitando assim, identificar o momento de fissuração e encontrar a força de protensão efetiva da laje alveolar protendida.

Contudo, a pesquisadora concluiu que a resistência a força cortante pode sim ser afetada pelas fissuras de flexão, e ao se isolar os efeitos da região do comprimento de transferência da força de protensão reduz-se o efeito da flexão e conseqüentemente ocorre um aumento na resistência ao esforço cortante.

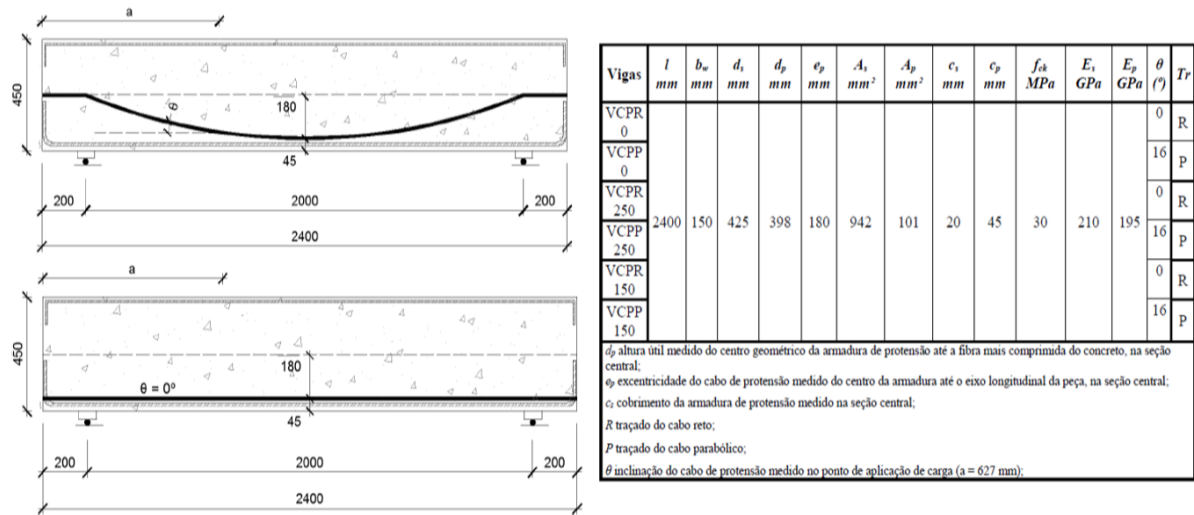
### 3.2 Souza Junior (2014)

Souza Junior (2014), ensaiou seis vigas de concreto protendido utilizando o sistema de pós-tração com cordoalhas engraxadas, variando a taxa de armadura transversal e a inclinação dos cabos de protensão.

As vigas ensaiadas possuíam seção transversal de 15 x 45cm, seu comprimento era de 2400mm e vão de ensaio de 2000mm. Para os ensaios, as vigas foram divididas em três séries de dois modelos, sendo a primeira série a de referência, cujo os modelos não apresentavam armadura transversal variou-se o cabo onde um modelo apresentava cabo reto e o outro cabo inclinado.

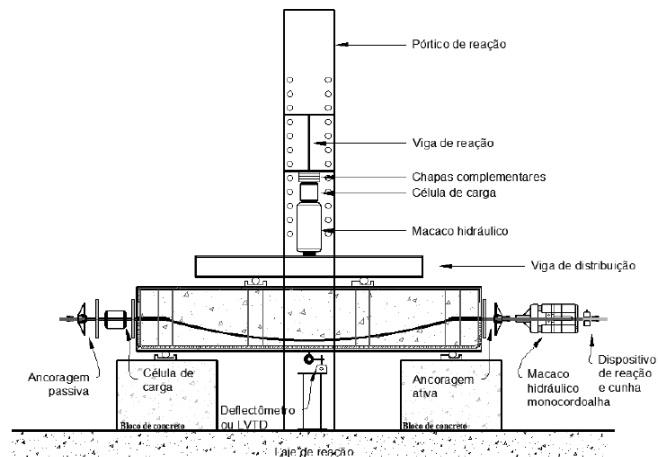
Na segunda série de experimentos utilizou-se os mesmos esquemas de cabos da primeira série, acrescentando nos dois modelos a armadura transversal espaçada a cada 250mm. Para a terceira série o espaçamento da armadura transversal reduziu para 150mm. Na Figura 3-3 é mostrado as características dos modelos ensaiados e os detalhes das vigas. Já na Figura 3-4 é mostrado o arranjo de ensaio empregado para todas as vigas.

**Figura 3-3: Detalhes e características das vigas**



Fonte: adaptado de Souza Junior (2014)

**Figura 3-4: Esquema de ensaio utilizado por Souza Junior**



Fonte: adaptado de Souza Junior (2014)

Na Tabela 3-1 é possível visualizar a característica dos modelos ensaiados, com a suas respectivas cargas últimas e seus modos de ruptura. O autor do trabalho utilizou para todos os modelos a mesma armadura de flexão.

**Tabela 3-1: Modos de ruptura e cargas últimas**

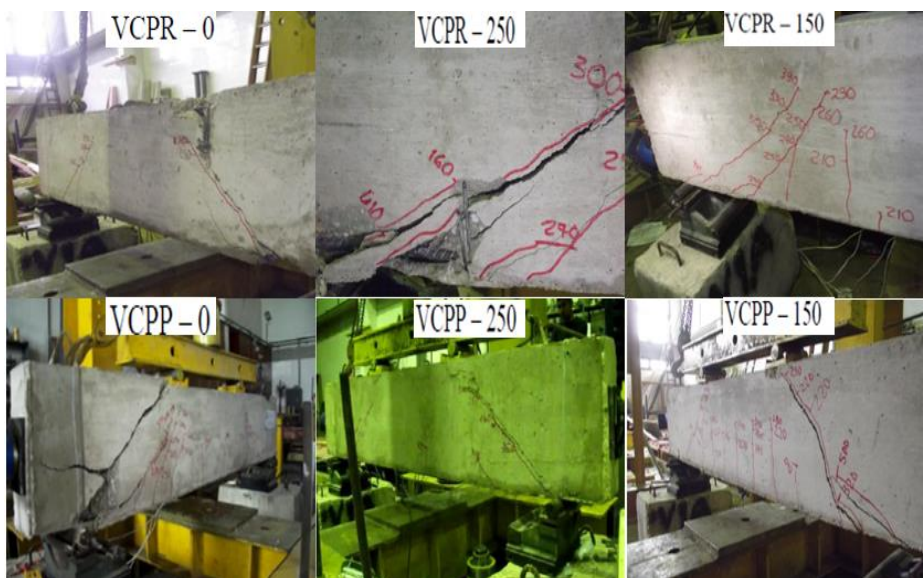
Viga	d (mm)	$f_c$ (MPa)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$A_{sp}$ (mm <sup>2</sup> )	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	S (mm)	$P_u$ (KN)	$P_{flex}$ (KN)	$P_u/P_{flex}$ (KN)	Modo de Ruptura
VCPR 0	361,8	31	942	101	-	-	194,4	341,2	0,57	Cisalhamento
VCPP 0					-	-	225,5		0,66	Cisalhamento
VCPR 250					39,3	250	249,9		0,73	Cisalhamento
VCPP 250						250	288,5		0,84	Cisalhamento
VCPR 150						150	302,2		0,88	Cisalhamento
VCPP 150						150	348,3		1,02	Cisalhamento

Fonte: Souza Junior (2014)

Durante os ensaios, o pesquisador percebeu que o modelo VCPP 150, viga de concreto protendido cabo parabólico com espaçamento entre estribos de 150mm, obteve pela relação  $P_u/P_{flex}$  o valor maior que um, o que eventualmente poderia ocasionar em ruptura por flexão, porém as deformações da armadura da armadura passiva derrubaram esta hipótese mostrando que não houve ruptura e escoamento.

Todas as vigas com cabos inclinados quando comparadas com as suas respectivas de cabos retos apresentaram comportamento mais dúctil. A inclinação do cabo tem forte influência sobre a ductilidade da viga uma vez que a componente horizontal oriunda da inclinação é a responsável por evitar a abertura de fissuras de flexão. As vigas de cabos retos apresentam mais fissuras que a vigas de cabos parabólicos, pois nas vigas de cabos parabólicos parte da força de protensão é decomposta na vertical. Na Figura 3-5 é possível observar o aspecto final de cada ensaio.

**Figura 3-5: Vigas após fissuração.**



Fonte: adaptado de Souza Junior (2014)

Contudo, o autor concluiu que todas as vigas apresentaram valores compatíveis com os materiais empregados em suas composições, comparando os valores das vigas de cabo reto, VCPR0 com VCPR250 o acréscimo de resistência ao cisalhamento para a viga com estribo espaçado a cada 250mm foi na ordem de 28%, comparando novamente a viga de cabo reto sem estribo VCPR0 com a viga VCPR150 cujo espaçamento é de 150mm o acréscimo foi na ordem de 55%. Repetindo o mesmo procedimento, mas desta vez para as vigas com cabos parabólicos, o acréscimo de resistência ao cisalhamento para a viga com espaçamento de 250mm foi de 30% já para a viga com espaçamento de 150mm 58%.

### 3.3 Araújo (2011)

O objetivo da pesquisa de Araújo (2011), foi contribuir de forma teórica para projetos estruturais de lajes alveolares protendidas em relação aos efeitos dependentes do tempo e região de apoio.

Para realização de seu trabalho o autor utilizou um programa desenvolvido por ele mesmo para dimensionamento e verificação de lajes alveolares pré-tracionadas sejam elas isostáticas ou hiperestáticas, considerando os estados limites de serviço e o estado limite último.

Com o software é possível considerar os efeitos reológicos do aço e concreto, possibilitando assim realizar uma análise das etapas de carregamento considerando todas as fases da obra.



No trabalho, o autor comparou resultados obtidos via análise numérica não linear, considerando a aderência entre aço e concreto com a metodologia analítica de verificação da resistência à força cortante, embasada na *Modified Compression Field Theory* (MCFT) e nos conceitos de segurança do EUROCODE 2.

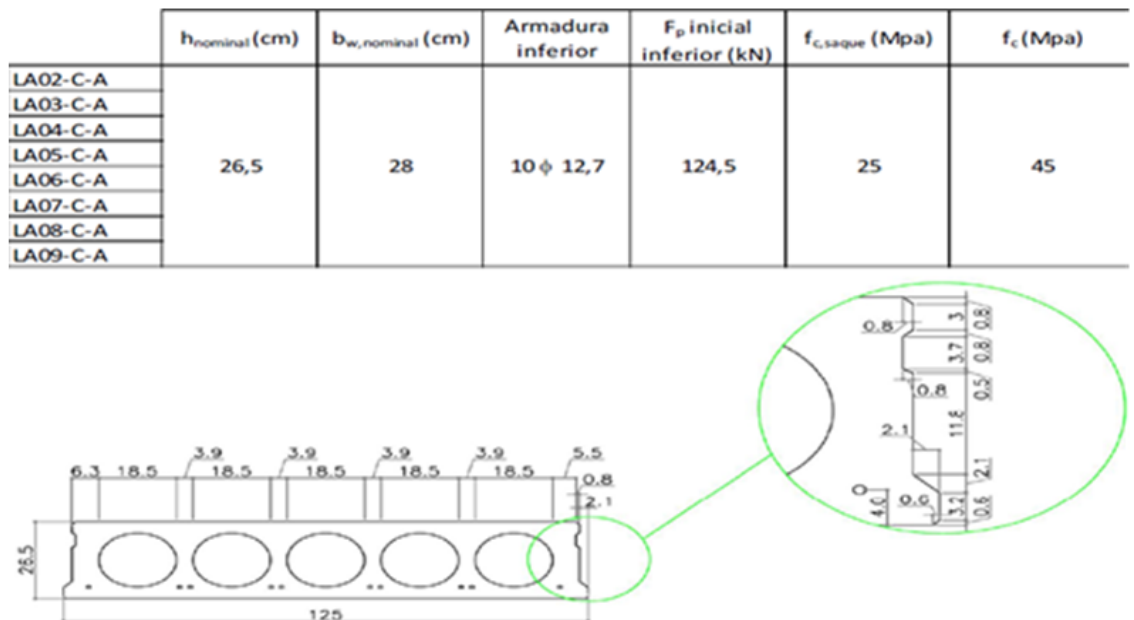
O pesquisador reuniu 129 ensaios experimentais de lajes disponíveis em outras literaturas, verificando o bom desempenho dos processos analíticos empregados em sua obra. Segundo o autor, os melhores resultados foram obtidos quando comparados aos modelos nas normas canadense CSA A23.3:2004 e EUROCODE 2:2004.

### 3.4 Marquesi (2014)

Marquesi (2014), dividiu seus ensaios em dois grupos, A e B que estão representados pela Figura 3-6 e Figura 3-7.

A nomenclatura utilizada pelo autor para identificação dos modelos segue o exemplo: LA-02-C-A, onde LA significa laje alveolar, o numeral que vem em seguida 02 representa o número da amostra ensaiada, neste exemplo é a segunda amostra, a letra C remete ao ensaio de cisalhamento e por último a letra A no final representa o grupo que o elemento pertence.

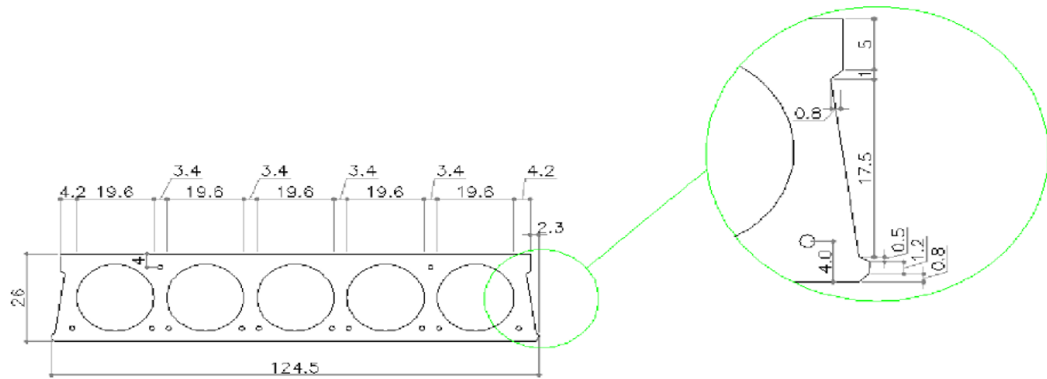
Figura 3-6: Nomenclatura e geometria dos modelos do grupo A



Fonte: adaptado de Marquesi (2014)

**Figura 3-7: Nomenclatura e geometria dos modelos do grupo B**

	$h_{\text{nominal}}$ (cm)	$b_{w,\text{nominal}}$ (cm)	Armadura inferior	Armadura superior	$F_p$ inicial inferior (kN)	$F_p$ inicial superior (kN)	$f_{c,\text{saque}}$ (Mpa)	$f_c$ (Mpa)
LA01-C-B	26	22	10 $\phi$ 12,7	2 $\phi$ 9,5	144,1	81	35	55
LA02-C-B-a								
LA02-C-B-b								
LA03-C-B-a								
LA03-C-B-b								
LA04-C-B								
LA05-C-B								
LA06-C-B								

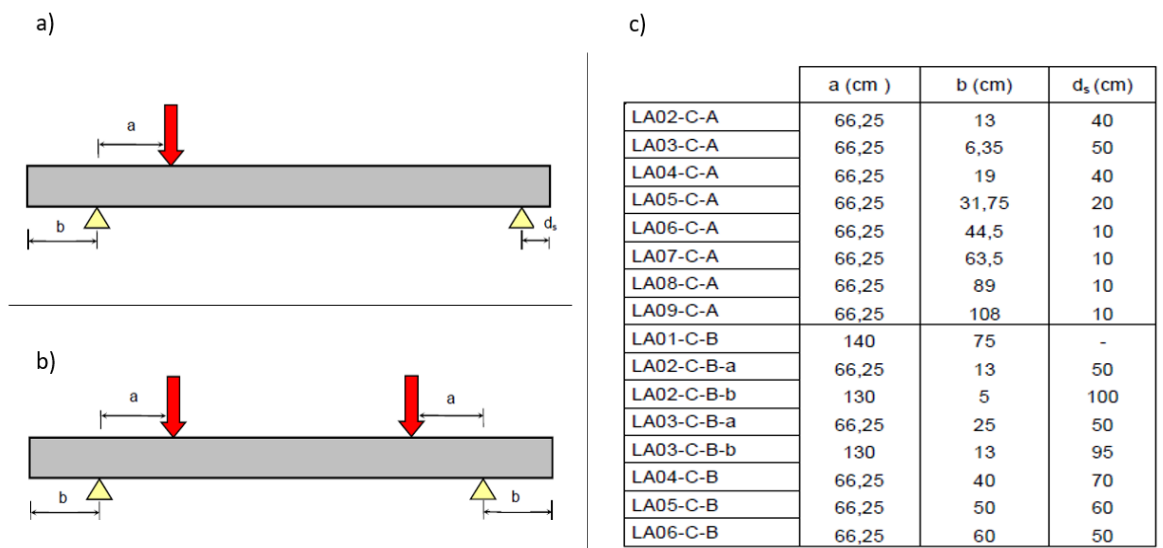


Fonte: adaptado de Marquesi (2014)

Na Figura 3-8, (a) é mostrado o esquema padrão de ensaios, já em (b) e (c) são mostrados o esquema de ensaio do modelo LA-01-C-B e as dimensões das distancias dos esquemas de cada ensaio, respectivamente.

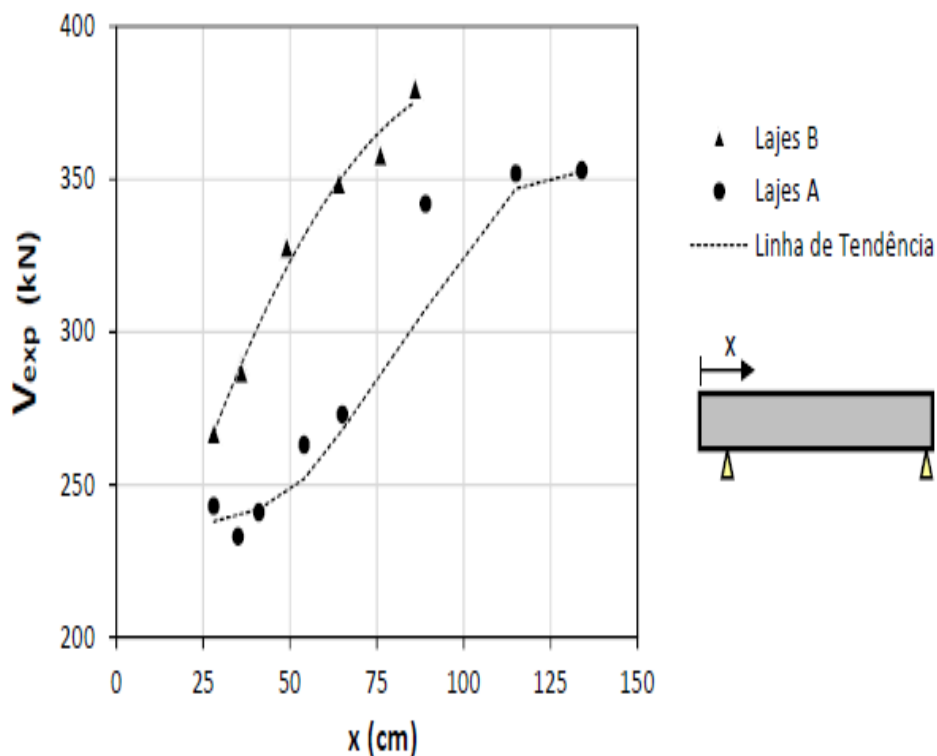
Os resultados da análise geral do autor para os modelos dos grupos A e B estão mostrados na Figura 3-9.

**Figura 3-8: Esquema de ensaios realizados por Marquesi**



Fonte: adaptado de Marquesi (2014)

Figura 3-9 Posição da seção em análise x  $V_{exp}$



Fonte: adaptado de Marquesi (2014)

O autor percebeu que para as lajes do grupo A mesmo com a variação de  $x$  como mostrado na Figura 3-8 C, não se observou um comportamento crescente de cortante resistente, ao contrário do grupo B. O ocorrido pode ser explicado pelo escorregamento inicial das cordoalhas, as lajes do grupo A o escorregamento inicial das cordoalhas não ultrapassou 1 mm já para lajes do grupo B 0,5 mm principalmente nas regiões onde  $X$  variou entre 25 a 50cm.

Nos ensaios o autor observou que todas as lajes apresentaram um bom comportamento para o mecanismo de tração diagonal.

Em seu trabalho o autor sugere uma relação geométrica para computar a influência da geometria dos alvéolos na capacidade resistente a cortante para lajes, com os mecanismos de ruptura por tração diagonal.

Para esta relação o autor dá o nome de “coeficiente  $\beta$ ”, sugerindo a aplicação deste como um fator multiplicador global nas equações presentes no ACI-318:2011 e EUROCODE 2 (2004).

O autor também sugere para a norma brasileira um reajuste no cálculo da parcela  $\tau Rd$  modificando de 0,25 para 0,19 além de mediante os ensaios observar a fragilidade no modo de ruptura sugere uma equação para força cortante em regiões não fissuradas por flexão.

Contudo, o autor concluiu que para elementos com um padrão mínimo de qualidade, em uma situação bi apoiada e com carregamento predominantemente distribuído nas proximidades dos apoios o mecanismo de ruptura tende a ser por tração diagonal.

Verificou-se que valor da resistência ao esforço cortante pela tração diagonal é muito influenciado pela protensão aplicada a seção em análise, e que a consideração de sessenta vezes o diâmetro do cabo da NBR 14861 para o comprimento de transferência da protensão é um valor adequado para lajes alveolares.

### 3.5 Pinheiro (2014)

Pinheiro (2014), estudou a influência de preenchimento de alvéolos em lajes protendidas na resistência ao esforço cortante. A nomenclatura utilizada para a identificação dos modelos está descrita na Figura 3-10, o concreto empregado na confecção dos modelos trata-se de um concreto com resistência característica a compressão de 35 MPa.

**Figura 3-10: Nomenclatura dos modelos ensaiados por Pinheiro**

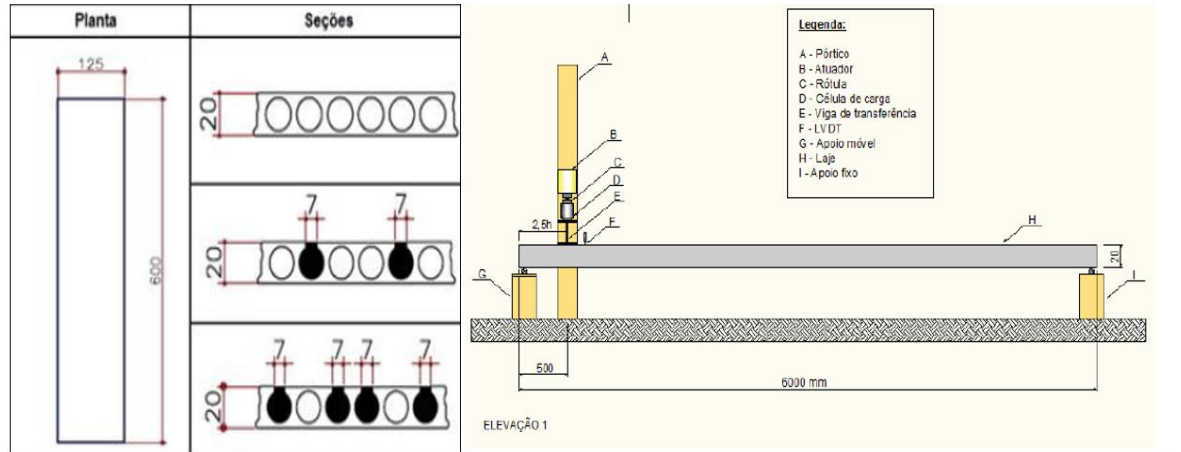
Seção	exemplar	Caso
	L1.1-A0	1
	L1.2-A0	
	L2.1-P35-A2	2
	L2.2-P35-A2	
	L3.1-O35-A2	3
	L3.2-O35-A2	
	L4.1-P45-A2	4
	L4.2-P45-A2	
	L5.1-O45-A2	5
	L5.2-O45-A2	
	L6.1-P35-A4	6
	L6.2-P35-A4	
	L7.1-O35-A4	7
	L7.2-O35-A4	
	L8.1-P45-A4	8
	L8.2-P45-A4	
	L9.1-O45-A4	9
	L9.2-O45-A4	

Fonte: adaptado de Pinheiro (2014)

Na Figura 3-11 ao lado esquerdo é exibida as geometrias dos elementos e ao lado direito o esquema de ensaio empregado pelo autor. Todos os modelos possuíam seis

metros de comprimento e a aplicação da carga ocorreu a 2,5h do apoio, ou seja, a carga foi aplicada a 50cm do apoio.

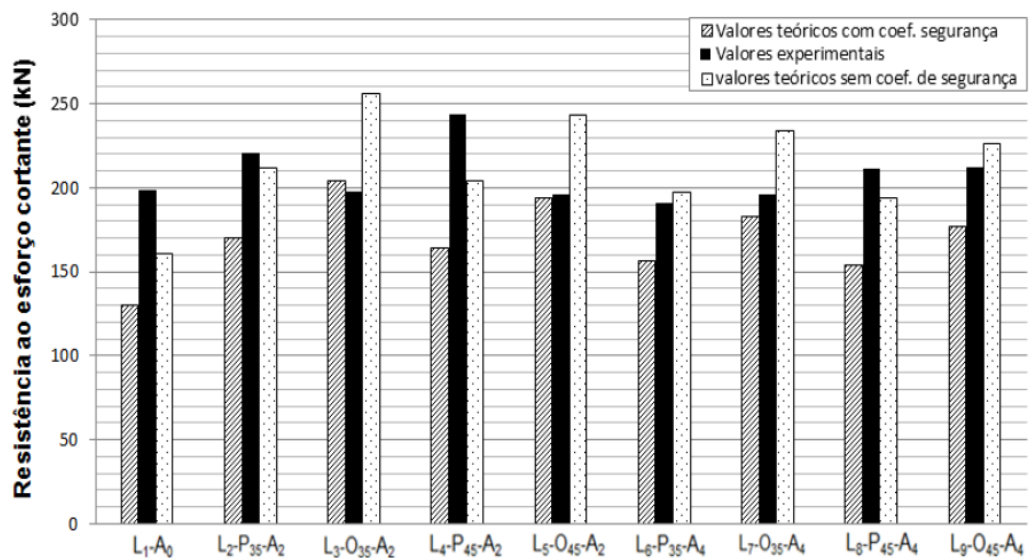
**Figura 3-11: Geometria dos modelos e esquema de ensaio**



Fonte: adaptado de Pinheiro (2014)

O gráfico plotado na Figura 3-12 mostra um comparativo entre os resultados experimentais e teórico encontrados pelo autor.

**Figura 3-12: Comparativo entre os valores teóricos com e sem coeficiente de segurança com os valores experimentais**



Fonte: Pinheiro (2014)

Os elementos estudados não possuíam armadura transversal, após análise dos resultados o autor observou que dos 18 modelos ensaiados 01 apresentou ruptura por torção, 05 por força cortante e 12 por flexão combinada com escorregamento da armadura o que não é comum pois o ensaio empregado era sobre força cortante.

Contudo observou-se que na sua maioria os modelos apresentaram valores experimentais de resistência a força cortante maiores que os valores teóricos salientando assim que as formulações normativas convergem para valores a favor da segurança.

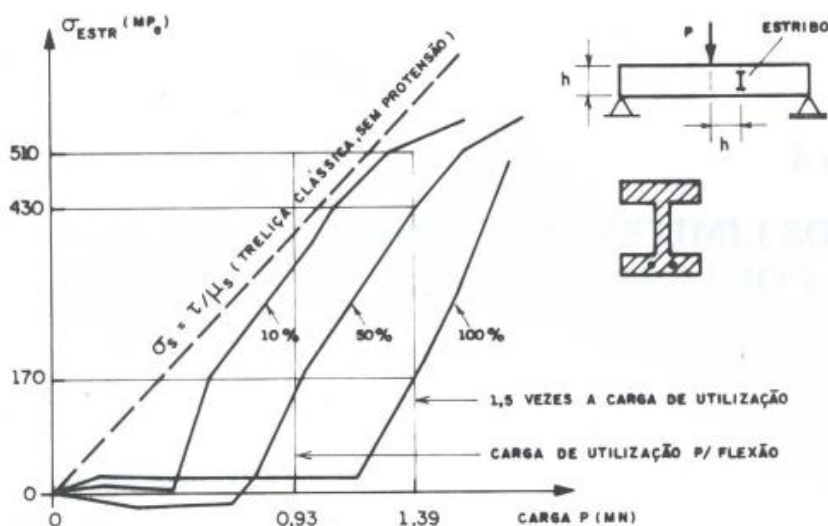
### 3.6 Koch e Rostásy (1973)

Hanai (2005), apresenta os resultados dos estudos realizados por Koch e Rostásy 1973, em Stuttgart, durante a pesquisa foram ensaiadas três vigas com seção transversal de duplo "T".

As vigas apresentavam a mesma armadura passiva e a mesma armadura de protensão, os cabos de protensão foram tracionados em 10%, 50% e 100% da força admissível. A armadura transversal utilizada obedecia ao espaçamento de 14cm.

Dado que os modelos ensaiados foram divididos ao meio, a metade da viga correspondente ao lado esquerdo utilizava 100% da armadura transversal calculada por meio da teoria clássica, já a metade correspondente ao lado direito apresentava somente 52%. Os resultados podem ser observados na Figura 3-13.

**Figura 3-13: Tensões nos estribos na região com 52% da armadura calculada variando os graus de protensão**



Fonte: Koch e Rostásy (1973, apud Hanai, 2005).

Os pesquisadores notaram que as deformações nos estribos possuem grande influência no grau de protensão. Com apenas 10% de protensão, os estribos atingiram o escoamento, observa-se no que o diagrama é mais vertical que o da treliça clássica.

Evidenciando que a força de protensão reduz os esforços de tração na alma em função do grau de protensão, conseqüentemente os esforços na alma serão menores, logo será necessária uma menor taxa de armadura transversal.

### 3.7 Thurlimann e Luchinger (1971)

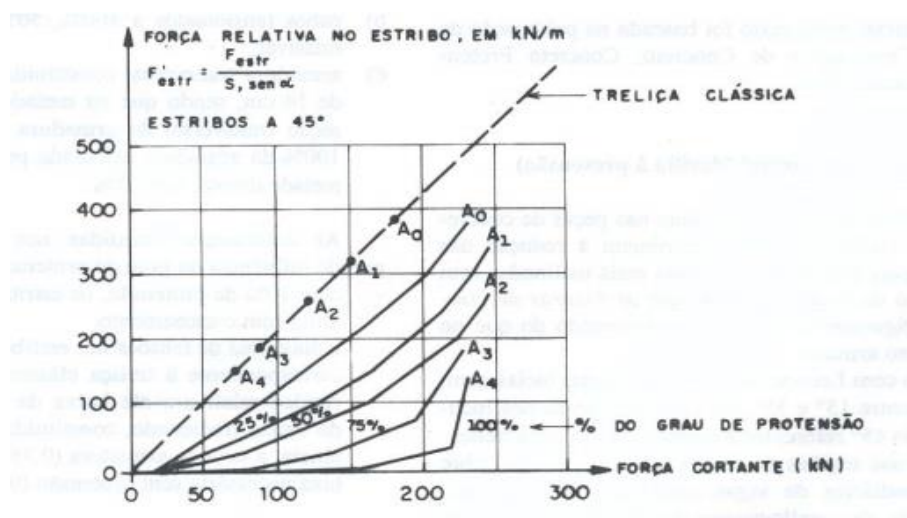
Ainda em Hanai (2005), foram apresentados os resultados de Thurlimann e Luchinger (1971), em seus ensaios assim como os ensaios de Koch e Rostásy os pesquisadores também notaram grande influência do grau de protensão nos esforços de tração na alma.

Nos ensaios realizados pelos pesquisadores foram adotadas as seguintes condições:

- As armaduras, tanto ativa quanto passivas foram combinadas de forma que se obtenha a mesma capacidade resistente no banzo tracionado, variando a rigidez do banzo em função do grau de protensão;
- Com o grau de protensão variando de 0% a 100%;
- A armadura transversal variou entre 9% sem protensão e 0,38% com protensão total, porém o grau de armação ao cisalhamento se manteve constante sempre 60%.

A Figura 3-14, ilustra o gráfico que relaciona a força de tração no estribo com a força cortante. Observa-se que estas forças diminuem consideravelmente com o aumento do grau de protensão. Observou-se, também, que mesmo com o grau de armação ao cisalhamento reduzido e com a protensão elevada as tensões nos estribos até a sua ruptura ficaram abaixo do limite de escoamento.

**Figura 3-14: Tensões tração nos estribos com diferentes graus de protensão**



Fonte: Thurlimann e Luchinger (1971, apud Hanai, 2005)

A explicação do efeito favorável da protensão em relação aos esforços de tração na alma é justificada por:

- As bielas comprimidas se desenvolvem com pequenas inclinações em regiões com momentos fletores pequenos;
- Em regiões que apresentam grandes momentos fletores, como acontece em apoios intermediários de vigas contínuas, boa parte da força cortante é absorvida pela região comprimida, fazendo com que mesmo que a inclinação da biela na alma apresente ângulo de  $45^\circ$  como na treliça clássica, a força de tração na alma é inferior.

Na flexão, parte da força cortante que é absorvida pela região comprimida do concreto, induz a força resultante uma menor inclinação, fazendo com que elas fiquem mais próximas as regiões de borda da seção transversal do que na flexão simples, aumentando assim a tensão normal. Também é válido para seções compostas para regiões junto ao talão do banzo comprimido.

Por meio do diagrama de deformações média em ensaios, pode-se comprovar que na altura da linha neutra em solicitações de momento e cortante há uma inflexão maior do que em flexão simples.

Sobretudo pode-se considerar como favorável no dimensionamento da armadura transversal o efeito da força de protensão, que diminui os esforços de tração na alma.

Com os ensaios também foi possível perceber que em vigas compostas de concreto protendido, seção caixão ou "I", distingue-se uma região onde as fissuras não surgem devido as fissuras de flexão, mas surgem inicialmente na alma.

### **3.8 Sales (2020)**

O objetivo da pesquisa de Sales (2020), era avaliar a influência das variáveis quanto a resistência a força cortante em lajes alveolares por meio da realização de ensaios e modelagem computacional.

Segundo o autor, as lajes protendidas apresentam inúmeras incertezas quanto a sua resistência ao esforço cortante. Este fato se deve aos mais variados parâmetros que influencia nos mecanismos resistentes a força cortante, como exemplo a: A perda de protensão, o comprimento de transferência da força de protensão, a posição da seção crítica de ruptura, a altura da laje alveolar e a forma dos alvéolos.



O pesquisador realizou seus ensaios com lajes que possuíam alvéolos oblongos, cuja altura da laje era de 200mm, o autor optou em seus ensaios por isolar as nervuras das lajes a fim de evitar efeitos indesejáveis de torção como mostra a Figura 3-15.

**Figura 3-15: Nervuras isoladas da laje**



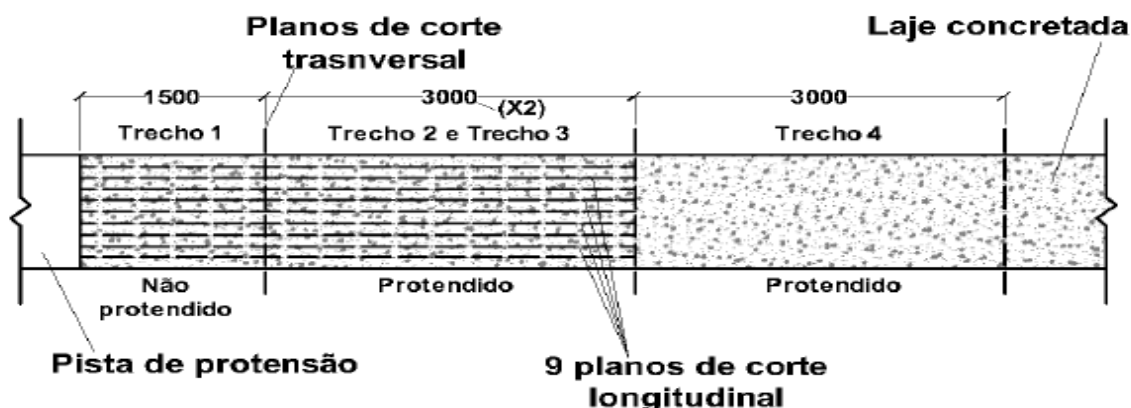
Fonte: Sales (2020)

Foram realizadas todas as caracterizações referentes ao concreto, sendo a resistência a tração obtida durante o ensaio de flexão em um segmento sem protensão.

Durante os ensaios uma série de segmentos foram direcionadas para ruptura por flexão com o intuito de se determinar a perda real de protensão, segmentos também foram levados a ruína por força cortante, alguns destes segmentos foram ensaiados com e outros sem balanço para se determinar a influência do comprimento de transferência da força de protensão.

A Figura 3-16 ilustra bem o plano de ensaio do pesquisador, a laje foi dividida em 4 trechos, sendo que no trecho 1 foi utilizado graxa para que não houvesse aderência entre o concreto e o aço, para os trechos 2 e 3 havia a interação aço concreto, tanto 1 quanto 2 e três foram divididos em 9 segmentos longitudinais.

Figura 3-16: Plano de concretagem e corte (mm)



Fonte: Sales (2020)

Sales (2020) além dos ensaios criou um modelo computacional utilizando o método dos elementos finitos, calibrando-o a partir dos ensaios dos segmentos e da laje alveolar de 200mm além de utilizar lajes de 160mm de alturas ensaiadas por outros autores.

A partir dos modelos computacionais foi possível determinar o comprimento de transferência da força de protensão, a posição da seção crítica e a parcela da força de protensão na resistência à força cortante dessas lajes.

Contudo, os resultados do autor mostraram que é possível determinar a força cortante do elemento com e sem protensão para tal ensaio no segmento.

O fato de se isolar as nervuras reduziu os efeitos de torção e para os modelos computacionais foram possíveis analisar as deformações do concreto e do aço tornando possível identificar o comprimento de transferência e de regularização das peças.

Sales (2020) concluiu que, de forma geral, a metodologia experimental apresentada por ele é capaz de extrair diversas informações a respeito dos mecanismos resistentes em lajes alveolares protendidas e sem protensão. A parcela de protensão, na força cortante resistente, varia de laje para laje, e depende das propriedades da seção transversal e da excentricidade da cordoalha de cada laje, além de contribuir para o entendimento das inúmeras incertezas quanto ao comportamento de lajes alveolares e seus mecanismos resistente ao esforço cortante.

## 4. RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

Neste capítulo foram apresentados alguns modelos de cálculo para avaliação da resistência ao cisalhamento tendo como base normas nacionais e internacionais.

### 4.1 NBR 14861:2011 - Lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido

De acordo com a NBR 14861:2011, a verificação à força cortante deve ser feita na seção transversal mais crítica ao longo do vão, a partir da distância de  $0,5h$  da extremidade do seu apoio, sendo  $h$  a altura da laje. A expressão apresentada pela norma para o cálculo da resistência a força cortante considera o efeito da flexão, esta expressão possui dois termos sendo o primeiro a parcela de concreto e o segundo a parcela de protensão e podem ser vistas na equação 4.1.

$$V_{Rd1} = V_{C,1} + V_{p,1} \quad (4.1)$$

Onde  $V_{C,1}$  é calculado pela equação 4.2 e  $V_{p,1}$  pela equação 4.3.

$$V_{C,1} = 0,25 f_{ctd} K (1,2 + 40 \rho_1) \sum b_{w,1} d \quad (4.2)$$

$$V_{p,1} = 0,15 \sigma_{cp,1} \sum b_{w,1} d \quad (4.3)$$

Com  $\rho_1$  expresso pela equação 4.4 e  $\sigma_{cp,1}$  e  $K$  expresso pelas equações 4.5 e 4.6 respectivamente.

$$\rho_1 = \frac{A_s}{\sum b_{w,1} d} \quad (4.4)$$

$$\sigma_{cp,1} = \frac{N_p}{A_c} \cdot \alpha \quad (4.5)$$

$$K = 1,6 - d \geq 1 \quad (4.6)$$

Sendo:

- $V_{Rd1}$  força cortante resistente de cálculo;
- $f_{ctd}$  resistência de cálculo a tração do concreto;
- $\sum b_{w,1}d$  soma de todas as larguras das nervuras;
- $A_s$  área de aço da armadura longitudinal tracionada;
- $\rho_1$  taxa de armadura;
- $d$  altura útil;
- $\sigma_{cp,1}$  tensão de compressão oriundo da força de protensão;
- $N_p$  força final de protensão após as perdas;
- $A_c$  área de concreto da seção transversal;
- $\alpha$  proporção da protensão na seção em análise; equação 4.7

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1 \quad (4.7)$$

- $l_x$  distância entre a seção em análise e a extremidade da laje;
- $l_{pt2}$  comprimento de transferência de protensão, fixo em  $85\Phi$ .

## 4.2 EUROCODE 2 (CEN, 2004)

### 4.2.1 Ruptura por cisalhamento com influência de flexão

De acordo com o Eurocode 2 (CEN, 2004), elemento protendidos sem a presença de armadura transversal em peças que apresentam um único vão, a resistência ao esforço cortante para peças fissuras por flexão é dada pela equação 4.8.

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot K (100 \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4.8)$$

$$\geq (0,035 \cdot K^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

Sendo:

- $f_{ck}$  resistência característica do concreto é dado em MPa;
- O fator de escala K é dado pela equação 4.9, a taxa de armadura  $\rho$  e tensão no concreto  $\sigma$  são dados pelas equações 4.10 e 4.11 respectivamente;

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (\mathbf{d \text{ em mm}}) \quad (4.9)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (4.10)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd} \quad (4.11)$$

- $A_{s1}$  área da seção transversal da armadura;
- $A_c$  área de concreto da seção transversal;
- $N_{Ed}$  é a força axial na seção transversal devido a protensão;
- $V_{Rdc}$  força cortante resistente de cálculo;
- $f_{cd}$  resistência de cálculo a compressão do concreto;
- $b_w$  soma de todas as larguras das nervuras.

Nota: segundo a mesma norma o valor recomendado de  $C_{Rd,c}$  é  $0,18/\gamma_c$  e  $K_1 = 0,15$ .

### 4.2.2 Ruptura por cisalhamento

Nas regiões onde não há presença de fissuras de flexão a resistência ao cisalhamento é dada pela equação 4.12.

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \cdot \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (4.12)$$

Sendo:

- $f_{ctd}$  resistência a tração de cálculo do concreto;
- $I$  é o momento de inercia;
- $b_w$  soma de todas as larguras das nervuras;
- $S$  é o momento estático.

A tensão  $\sigma_{cp}$  e o fator  $\alpha$  são calculados pelas expressões 4.13 e 4.14 respectivamente.

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \quad (4.13)$$

Sendo:

- $N_{Ed}$  é a força axial na seção transversal devido a protensão;
- $A_c$  área de concreto da seção transversal;

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1 \quad (4.14)$$

- $l_x$  distância da seção considerada a partir do ponto inicial do comprimento de transmissão;
- $l_{pt2}$  valor do limite superior do comprimento de transmissão da armadura protendida, e igual a  $1,2l_{pt}$  (comprimento de transmissão da armadura protendida).

### 4.2.3 Comprimento de transferência de protensão

O comprimento de transferência de protensão segundo Eurocode 2 é calculado como mostra a equação 4.15:

$$l_{pt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{fbpt} \quad (4.15)$$

Onde na equação 4.16:

$$fbpt = \eta p1 \cdot \eta 1 \cdot fctd(t) \quad (4.16)$$

Sendo:

- $\alpha_1 = 1,0$  para liberação gradual da protensão /  $1,25$ ; para liberação repentina da protensão;
- $\alpha_2 = 0,25$  para fios de protensão /  $0,19$ ; para cordoalhas de 3 ou 7 fios;
- $\phi$  = diâmetro do fio ou cordoalha;
- $\sigma_{pm0}$  = tensão de protensão imediatamente após a liberação;
- $\eta p1 = 2,7$  para fios entalhados /  $3,2$  para cordoalhas de 3 ou 7 fios;
- $\eta 1 = 1,0$  para boas condições de aderência /  $0,7$  para as demais;
- $fctd(t)$  = resistência de cálculo a tração do concreto no instante de liberação da protensão.

### 4.3 EN 1168:2008 - Comitê europeén de normalization

Conforme a EN 1168:2008 para efeito de cálculo de lajes alveolares protendidas em regiões fissuradas por flexão, esta norma considera a mesma expressão apresentada pelo EUROCODE 2 (EC2). Cabe ressaltar que, para espessuras maiores que 45cm, esta recomenda a utilização de um fator global de redução da resistência de 0,9.

E para lajes simplesmente apoiadas, em região não fissurada por flexão, a norma disponibiliza duas expressões de cálculo, uma expressão geral e outra simplificada.

A expressão geral é dada pela por:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w(y)}{S_c(y)} \cdot \sqrt{(f_{ctd})^2 + \sigma_{cp}(y) \cdot f_{ctd}} - \tau_{cp}(y) \quad (4.17)$$

Em que:

$$\sigma_{cp}(y) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{1}{A} + \frac{(y_c - y) \cdot (y_c - y_{pt})}{I} \right] \cdot P_t(l_x) \right\} - \frac{M_{Ed}}{I} \cdot (y_c - y) \quad (4.18)$$

$$\tau_{cp}(y) = \frac{1}{b_w(y)} \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{A_c(y)}{A} - \frac{S_c(y) \cdot (y_c - y_{pt})}{I} + C_{pt}(y) \right] \cdot \frac{dP_t(l_x)}{dx} \right\} \quad (4.19)$$

Onde:

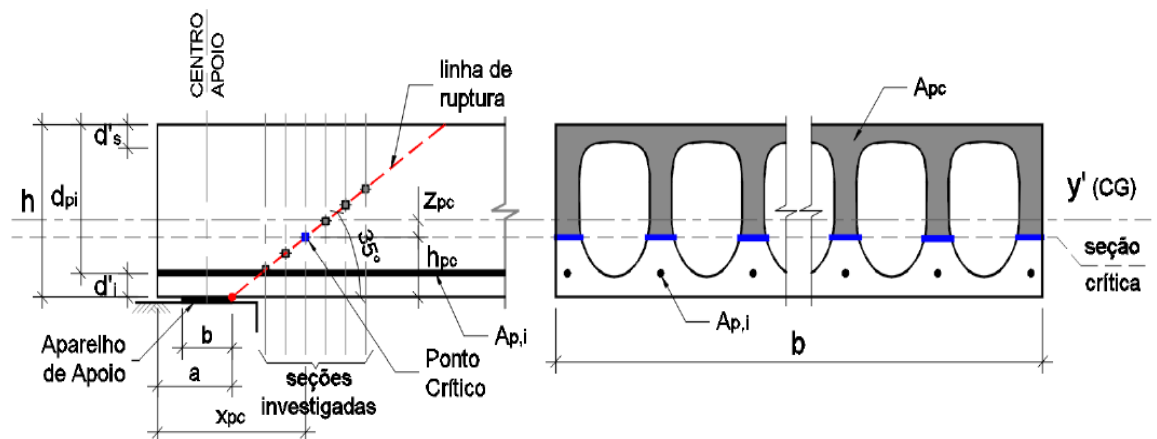
- $\sigma_{cp}(y)$  = tensão de compressão no ponto definido pela ordenada “y” e pela abcissa “lx”;
- $\tau_{cp}(y)$ : tensão de cisalhamento no ponto definido pela ordenada “y” e pela abcissa “lx”;
- $b_w(y)$ : somatório das espessuras das nervuras localizado a “y” da face inferior da laje;
- $A_c(y)$ : área da seção transversal cima da cota “y” do ponto analisado e acima do C.G.;
- $S_c(y)$ : momento estático relativo à área cima da cota “y” do ponto analisado e acima do C.G.;
- $A$ : área total da seção transversal;
- $I$ : momento de inércia da seção transversal;
- $Y_c$ : altura do C.G. da seção em relação a face inferior da laje;
- $y$ : ordenada do ponto analisado em relação a face inferior da laje;
- $Y_{pt}$ : altura da camada de protensão em relação a face inferior da laje;
- $P_t(l_x)$ : força de protensão relativa à camada “t” de protensão e avaliada a “lx” da extremidade da laje;
- $M_{Ed}$ : momento fletor devido às cargas atuantes; pode ser considerado nulo para esta equação;
- $n$ : número de camadas de protensão;



- $C_{pt}(y) = -1$  se  $y \leq y_{pt}$  ou  $0$  se  $y > y_{pt}$ .

Conforme apresentado por Maciel (2017), as expressões 4.18 e 4.19, assim como preconiza o código normativo, devem ser calculadas nos pontos de linha de falha que se inicia na extremidade interna do apoio com inclinação de  $35^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento. Sendo o ponto crítico aquele que fornece menor valor de força cortante entre os pontos analisados Figura 4-1.

**Figura 4-1: Análise da seção para localizar o ponto crítico**



Fonte: Maciel (2017)

Tal equação foi obtida a partir do estudo publicado por Pajari (2005), levando em consideração a possibilidade de protensão em camadas e protensão superior. Porém devido à dificuldade de se empregar esta solução, a norma traz consigo para efeito de projeto, uma expressão simplificada definida pela equação 4.20.

$$V_{Rd,c} = \varphi \frac{I \cdot b_w}{S_c} \cdot \sqrt{(f_{ctd})^2 + \beta \cdot \alpha \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (4.20)$$

Onde:

- $\Phi$  = fator redutor global = 0,8;
- $B$  = fator redutor de efeito de introdução da protensão = 0,9.

A diferenciação desta equação para com a do EC2 são os coeficientes de minoração, e assim como o EC 2 esta norma recomenda o uso de um fator redutor para lajes com altura superior a 450mm.

#### 4.4 ACI 318:19 - *Building code requirements for structural concrete. American concrete institute. 2019*

De acordo com o ACI 318 (ACI, 2019) a resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas pode ser calculada como mostra a equação 4.21

$$V_{Rd,c} = \left( 0,29 \cdot \sqrt{f_{ck}} + 0,3\sigma_{cp} \right) b_w \cdot d \quad (4.21)$$

Onde:

- $d$  é a altura útil da seção transversal;
- $b_w$  é o somatório das espessuras das nervuras;
- $f_{ck}$  é a resistência à compressão característica do concreto;
- $\sigma_{cp}$  é a tensão resultante de compressão no concreto devido à protensão sendo calculada conforme equação 4.13.

#### 4.5 NBR 6118:2014 - *Projeto de estruturas de concreto*

Segundo esta mesma norma, NBR 6118:2014, tais prescrições podem ser aplicadas a elementos lineares sendo eles armados ou protendidos, submetidos ao esforço cortante.

Esta norma baseia-se na analogia com o modelo de treliça de banzos paralelos, associados aos mecanismos resistentes complementares. Pode-se considerar satisfatória a resistência do elemento quando forem verificadas simultaneamente as condições expressas pela equação 4.22.

$$\begin{aligned} V_{Sd} &\leq V_{Rd2} \\ V_{Sd} &\leq V_{Rd3} = V_c + V_{Sw} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Onde:

- $V_{Sd}$  é a força cortante solicitante de cálculo, na seção em análise;
- $V_{Rd2}$  é a parcela de força cortante resistente de cálculo, relacionada à ruína das diagonais comprimidas de concreto, conforme expresso nos itens 17.4.2.2 ou 17.4.2.3;

- $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$  trata-se da força cortante resistente de cálculo, equivale a ruína por tração diagonal, onde  $V_c$  é representa a parcela de força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao da treliça já  $V_{sw}$  representa a parcela resistida pela armadura transversal de conforme indicados nos itens em 17.4.2.2 ou 17.4.2.3;
- $V_c$  parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;
- $V_{sw}$  parcela de força cortante resistida pela armadura transversal.

Inspirado na teoria da treliça a NBR 6118 apresenta dois modelos de cálculo para o dimensionamento a força cortante.

No primeiro, Modelo de Cálculo I, modelo da treliça clássica, aceita como verdadeiro o ângulo das diagonais comprimidas ( $\Theta$ ) fixado em  $45^\circ$ .

O modelo de cálculo II, modelo da treliça generalizada, considera que o ângulo das diagonais comprimidas possa variar entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ .

#### 4.5.1 Modelo de cálculo I

Neste modelo como mencionado, considera-se diagonais inclinadas de compressão com ( $\Theta$ ) =  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, neste modelo ainda se considera que a parcela  $V_c$  possua valor constante independentemente do valor de  $V_{sd}$ . A verificação da compressão diagonal do concreto é dada pela equação 4.23.

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_{V2}f_{cd}b_Wd \quad (4.23)$$

Onde o termo  $\alpha_{V2} = (1 - f_{ck} / 250)$ , com  $f_{ck}$  expresso em MPa. Enquanto a parcela da força cortante resistida pela armadura transversal é dada pela equação 4.24.

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (4.24)$$

Na flexo-compressão a parcela  $V_c$  equivale a equação 4.25.

$$V_C = V_{C0} \left( 1 + \frac{M_0}{M_{Sd,max}} \right) \leq 2V_{C0} \quad (4.25)$$

Com  $V_{C0}$  descrito pela equação 4.26 e  $f_{ctd}$  pela equação 4.27.

$$V_{C0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (4.26)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{\gamma_c} \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (4.27)$$

Onde:

- $b_w$  representa a menor largura da seção em análise contida no intervalo correspondente a altura útil  $d$ , para os casos especiais em elementos protendidos onde existem bainhas injetadas cujo o diâmetro  $\phi > b_w/8$ , deve-se considerar a largura resistente como sendo  $(b_w - 1/2 \sum \phi)$ , na alma onde essa posição seja mais desfavorável, com exceção do nível que define o banzo tracionado da viga;
- $d$  representa a altura útil da seção, para elementos protendidos onde ocorre a distribuição de cabos ao longo da altura do elemento,  $d$  não necessariamente precisa ser tomado com valor menor que  $0,8h$ , desde que junto a face tracionada exista armadura;
- $s$  é o espalhamento da armadura transversal ( $A_{sw}$ );
- $f_{ywd}$  representa a tensão na armadura transversal, para estribos seu valor de tensão fica limitado a  $f_{yd}$  e 70% deste valor para casos onde sejam barras dobradas, não podendo em nenhum dos casos ultrapassar 435 MPa. Para armadura transversal ativa o acréscimo de tensão oriunda a força cortante deve ser inferior a diferença entre  $f_{pyd}$  e a tensão de protensão, não podendo ultrapassar 435 MPa;
- $\alpha$  representa o ângulo de inclinação da armadura transversal, podendo variar de  $45^\circ$  a  $90^\circ$ ;

- $M_0$  valor de momento responsável por eliminar a tensão normal de compressão da borda da seção ( tracionada por  $M_{d,max}$  ), causado por forças normais de várias origens, simultâneo com  $V_{sd}$ , com a tensão calculada com valores de  $\gamma_f=1$  e  $\gamma_p=0,9$ ; no cálculo do  $M_{sd}$  já são considerados os valores dos momentos correspondentes a estas forças normais por isso eles não podem ser considerados no cálculo destas tensão; devendo apenas ser considerado os momentos isostáticos de protensão;
- $M_{sd,max}$  no trecho que está sendo analisado, representa o máximo momento fletor de cálculo., para o cálculo desconsidera-se momentos isostáticos de protensão, considerando apenas os hiperestáticos);

Pela definição o momento fletor  $M_0$  equivale ao momento fletor responsável por anular a tensão normal na borda comprimida, logo representa o momento fletor de decompressão pertinente a situação inicial de solitação na qual atuam a força normal ( $N_{pd}$ ) e o momento fletor ( $M_{pd}$ ) oriundos da força de protensão, ponderados por  $\gamma_p=0,9$ . Com as forças normais providas de carregamentos externos como  $N_{gd}$  e  $M_{gd}$  sob efeito de  $\gamma_f = 0,9$  ou 1, desconsiderando que haja momentos fletores simultâneos, e que  $W_b / A_c$  seja correspondente à distância da extremidade superior do núcleo central de inércia da seção ao centro de gravidade, isto é, equivale à excentricidade do centro de pressão com a qual a tensão na borda inferior se anula.  $M_0$  é expresso pela equação 4.28.

$$M_0 = \left( \gamma_p P_\infty + \gamma_f N_g + q \right) \frac{W_b}{A_c} + \gamma_p P_\infty e_p \quad (4.28)$$

Contudo a área da armadura transversal pode ser calculada pela equação 4.29.

$$\frac{A_{SW,\alpha}}{s} = \frac{V_{SW}}{0,9 f_{ywd} (sen\alpha + cos\alpha)} \quad (4.29)$$

A tensão máxima para as armaduras transversais imposta pela norma refere-se ao aço CA-50 cuja a tensão equivale a  $f_{ywd} = 435$  MPa, para dimensionamento com a utilização de aço CA-60 deve-se respeitar os mesmos 435 MPa.

### 4.5.2 Modelo de cálculo II

Neste modelo a variação das diagonais comprimidas ( $\Theta$ ) em relação ao eixo longitudinal da peça variando entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Admitindo ainda que a parcela complementar  $V_C$  sofra redução com o aumento de  $V_{Sd}$  sua verificação é dada pela equação 2.30.

$$V_{Rd2} = 0,54 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} b_w d \cdot \text{sen}^2 \Theta (\cot g \alpha + \cot g \Theta) \quad (4.30)$$

Com  $f_{ck}$  em MPa, deve-se obedecer a esta condição:  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ . Para a determinação da parcela de força cortante resistida pela armadura de transversal segue a equação 4.31.

$$V_{Sw} = V_{Sd} - V_C \quad (4.31)$$

Com  $V_C$  (parcela de força cortante resistente) na flexo-compressão dado pela equação 4.32.

$$V_C = V_{C1} \left( 1 + \frac{M_0}{M_{Sd, \max}} \right) < 2V_{C1} \quad (4.32)$$

Com:

$$V_{C1} = V_{C0} \rightarrow V_{Sd} \leq V_{C0}$$

$$V_{C1} = 0 \rightarrow V_{Sd} = V_{Rd2}$$

Respeitando as condições impostas e interpolando para valores intermediários de  $V_{C1}$ , de forma inversamente proporcional ao aumento de  $V_{Sd}$  armadura transversal pode ser expressa pela equação 4.33.

$$\frac{A_{SW, \alpha}}{s} = \frac{V_{SW}}{0,9df_{ywd} (\cot \alpha + \cot g \Theta) \text{sen} \alpha} \quad (4.33)$$

### 4.5.3 Comprimento de transferência e de regularização

De acordo com a NBR 6118 a resistência de aderência de cálculo entre armadura e concreto na ancoragem de armaduras ativas, deve ser obtida pela seguinte expressão 4.34.

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \cdot \eta_{p2} \cdot f_{ctd} \quad (4.34)$$

Onde:

$\eta_{p1} = 1,0$  para fios lisos;  $\eta_{p1} = 1,2$  para cordoalhas de três e sete fios;  $\eta_{p1} = 1,4$  para fios dentados;  $\eta_{p2} = 1,0$  para situações de boa aderência; e  $\eta_{p2} = 0,7$  para situações de má aderência.

O comprimento de ancoragem básico deve ser obtido pela equação 4.35 (para cordoalhas de três ou sete fios).

$$l_{bp} = \frac{7\phi}{36} \frac{f_{pyd}}{f_{pdp}} \quad (4.35)$$

O cálculo do comprimento necessário para transferir, por aderência, a totalidade da força de protensão para cordoalhas de três ou sete fios é dada pela equação 4.36.

$$l_{bpt} = 0,5 \cdot l_{bp} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}} \quad (4.36)$$

Caso no ato da liberação da protensão, não for de forma gradual, o valor calculado pela equação 4.29 deve ser multiplicado por 1,25.

O comprimento de ancoragem necessário deve ser calculado pela equação 4.37.

$$l_{bpd} = l_{bpt} \cdot \frac{f_{pyd} - \sigma_{p\infty}}{f_{pyd}} \quad (4.37)$$

Sendo:

- $f_{bpd}$  a resistência de aderência de cálculo da armadura ativa;
- $l_{bpt}$  o comprimento de transferência da armadura pré-tracionada;
- $l_{bpd}$  o comprimento de regularização para armadura ativa;
- $l_{bp}$  o comprimento de regularização básico para armadura ativa;

- $\sigma_{pi}$  a tensão na armadura ativa imediatamente após a aplicação da protensão;
- $\sigma_{p\infty}$  a tensão na armadura ativa após todas as perdas ao longo do tempo;
- $f_{ypd}$  a resistência de escoamento da cordoalha.



## 5. ENSAIOS REALIZADOS POR FERREIRA E CATOIA

O trabalho iniciou-se com Ferreira e Catoia (2018), na elaboração de um relatório técnico para empresa requisitante, trata-se de um estudo para um caso real, cujo as peças que foram avaliadas encontravam-se em uma obra já finalizada que foi executada há aproximadamente 3 anos, por uma empresa de pré-fabricados da região de São Carlos – SP.

O principal objetivo dos ensaios realizados pelo Núcleo de estudo e tecnologia em pré-moldados de concreto (NETPRE), coordenado pelo professor Dr. Marcelo de Araújo Ferreira juntamente com a Enga. Dra. Bruna Catoia, responsável técnica estrutural do Laboratório. Foi avaliar o desempenho estrutural de terças pré-fabricadas de concreto protendido.

O modelo ensaiado apresenta seção transversal “T”, largura da mesa 250mm, altura da peça 300mm, 12750mm de comprimento e área de 363.7558cm<sup>2</sup>. Algumas de suas propriedades podem ser verificadas na Tabela 5-1, já na Figura 5-1 é ilustrado as reais dimensões da seção do elemento. E na Figura 5-2 é mostrado a disposição das armaduras longitudinais do elemento na sua respectiva seção. Por fim na Figura 5-3 é apresentado o seu detalhamento.

**Tabela 5-1: Propriedades do modelo ensaiado.**

Concreto (MPa)	50
Perda de protensão (%)	20,2
Área (m <sup>2</sup> )	0,03638
L (m)	12,75
I (m <sup>4</sup> )	2.90180311 x 10 <sup>-4</sup>
Ycg (m)	0,181114
Ycabo representante (m)	0,098
ep cabo representante (m)	0,083
yi (m)	0,1881
Ys (m)	0,1119
Wi (m <sup>3</sup> )	0,00154
Ws (m <sup>3</sup> )	0,00259

Fonte: Próprio autor (2021)



Com base na Figura 5-3, é possível observar que foram isoladas nas extremidades a cordoalha N3 em 147cm.

## 5.1 Descrição dos ensaios

Os ensaios para avaliação de desempenho estrutural das terças protendidas foram realizados conforme na norma NBR 9607:2019 prova de carga em estruturas de concreto armado e protendido e a FIP (92). De acordo com a mesma norma, para estudo do comportamento da estrutura, as ações externas empregadas foram consideradas estáticas de permanência curta, com a eficiência de carregamento (menor valor obtido para o fator de carregamento  $\psi$ ) entre 0,5 e 1,0.

No total foram realizados 06 ensaios a flexão, sendo 03 para flexão positiva e 03 para negativa, situação na qual estaria simulando pressão de sucção do vento na cobertura.

As amostras foram nomeadas de “amostra 1” até “amostra 5” representada pela abreviação “A” seguida de seu respectivo número, como exemplo A4, (amostra 4).

Na Tabela 5-2, é mostrado qual o tipo de ensaio foi realizado em cada amostra e também a tensão inicial de protensão em cada cordoalha de protensão.

**Tabela 5-2: Descrição dos modelos por tipo de ensaio**

Modelo	Descrição	Ensaio
A1*, A2, A3	01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm e 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior. Tensão de Protensão Inicial: $\varnothing 12,7$ mm - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa $\varnothing 9,5$ mm - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa $\varnothing 5,0$ mm - CP 175 RBE $\sigma_{pi} = 1339$ MPa	Flexão negativa
A1* <sup>17</sup> , A4, A5	01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm e 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior. Tensão de Protensão Inicial: $\varnothing 12,7$ mm - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa $\varnothing 9,5$ mm - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa	Flexão positiva

<sup>17</sup> \* amostra ensaiada a flexão positiva e posteriormente a flexão negativa.

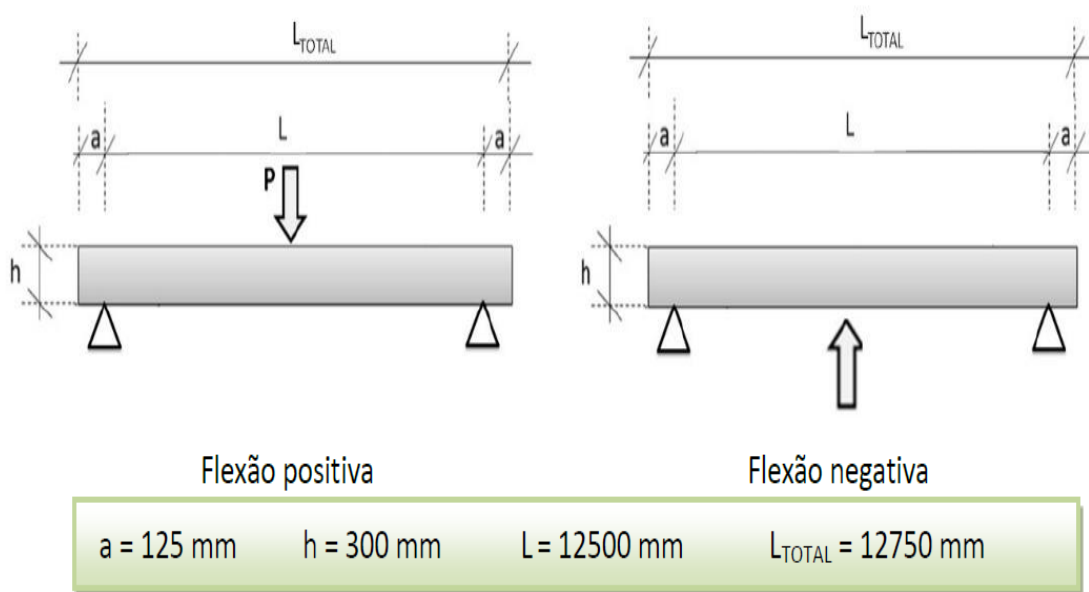
	$\varnothing 5,0 \text{ mm} - \text{CP 175 RBE } \sigma_{pi} = 1339 \text{ MPa}$	
--	--	--

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Para realização dos ensaios de flexão foram adotados dois arranjos como mostra a Figura 5-4, a diferenciação dos ensaios de flexão negativa para flexão positiva consiste na aplicação da carga incremental de baixo para cima, as distâncias ilustradas na figura foram adotadas para determinar o momento máximo na seção de aplicação da força.

Os ensaios foram realizados por meio da aplicação de uma força concentrada incremental por instrumento de um atuador hidráulico da marca enerpac, de capacidade de 1000KN, com força medida por célula de carga e deslocamentos verticais por meio de transdutores LVDT com curso total de 100mm.

**Figura 5-4: Arranjo dos ensaios de flexão**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Nos dois ensaios as terças foram parafusadas da mesma forma em que se encontra na obra, em pilaretes, para o ensaio de flexão positiva, os pilaretes apresentavam altura de 600mm e foram parafusados em quatro pontos sobre o bloco maciço de concreto apoiado sobre a laje estrutural do laboratório. Já para o ensaio de flexão negativa os pilaretes apresentavam cerca de 1000mm de altura e foram parafusados diretamente sobre o piso estrutural do laboratório. Nas duas situações foram empregados tiras de Neoprene nos

apoios para melhor acomodação das terças, na Figura 5-5 é possível observar o exposto acima.

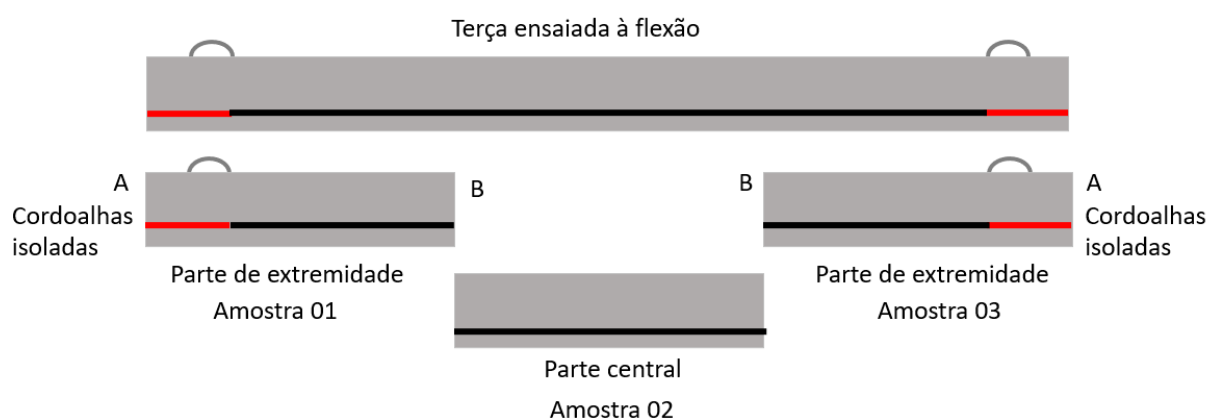
**Figura 5-5: Conformação dos apoios para os dois ensaios de flexão.**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Para realização do ensaio de cisalhamento, as amostras foram obtidas a partir do corte de uma terças anteriormente ensaiada a flexão, em três partes (aproximadamente iguais, de comprimento aproximado de 4160 mm). As regiões de içamento são as mais desfavoráveis ao cisalhamento, pois nestas encontra-se cordoalhas isoladas.

**Figura 5-6: Amostra ensaiada ao cisalhamento**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Com base na Figura 5-6, é possível observar que a partir da terça ensaiada a flexão de comprimento 12750mm, foi possível obter três amostras de aproximadamente 4160mm de comprimento (amostra 1, amostra 2 e amostra 3), sendo a amostra 1 e 3 locais onde

ocorre o isolamento da cordoalha (região do içamento), estas partes foram subdivididas em dois lados para realização dos ensaios, lado “ A” e lado “B”, sendo o lado “B” onde há aderência entre concreto e cordoalha, pois este se encontra próximo a região central da terça. Na Tabela 5-3 é possível observar cada amostra com seu respectivo comprimento e a tensão em cada cordoalha.

**Tabela 5-3: Descrição das amostras ensaio de cisalhamento**

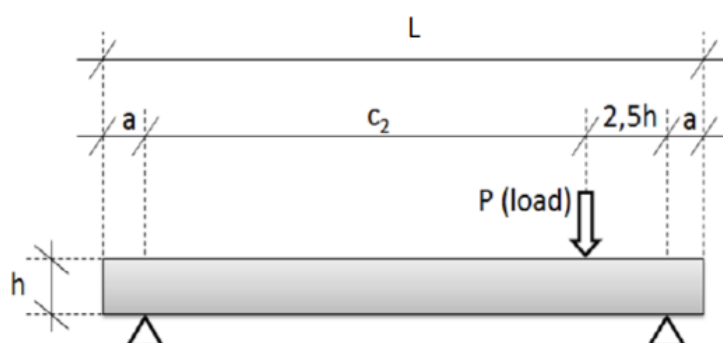
Amostra	Descrição	
01 A	Terça protendida com 300 mm de altura, 4160 mm de comprimento.	01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm (cabo isolado) ; 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior -- CP 175 RBE $\sigma_{pi} = 1339$ MPa.
01 B		01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm -- CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior - CP 175 RBE $\sigma_{pi} = 1339$ MPa.
02	Terça protendida com 300 mm de altura, 4150 mm de comprimento.	01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior - CP 175 RBE $\sigma_{pi} = 1339$ MPa.
03 A	Terça protendida com 300 mm de altura, 4155 mm de comprimento	01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm (cabo isolado) ; 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior - CP 175 RBE $\sigma_{pi} = 1339$ MPa.

03 B		01 cordoalha de $\varnothing 12,7$ mm - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; 1 cordoalha de $\varnothing 9,5$ mm na borda inferior - CP 190 RB $\sigma_{pi} = 1454$ MPa; e 2 fios de $\varnothing 5,0$ mm na borda superior - CP 175 RBE $\sigma_{pi} = 1339$ MPa.
------	--	---

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Para o ensaio de resistência ao esforço cortante foi utilizado o arranjo conforme indicado na Figura 5-7, as distâncias indicadas na figura foram necessárias para a determinação da força cortante na seção de aplicação da força e no apoio próximo, e podem ser observadas na Tabela 5-4. Assim como nos ensaios de flexão, estes foram realizados por meio da aplicação de uma força concentrada incremental por instrumento de um atuador hidráulico da marca enerpac de capacidade de 1000KN, com força medida por célula de carga e deslocamentos verticais por meio de transdutores LVDT com curso total de 50mm.

**Figura 5-7: Arranjo do ensaio de cisalhamento**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

**Tabela 5-4: Distância de aplicação de força para o ensaio de resistência ao esforço cortante**

Amostra	L (mm)	a (mm)	C2 (mm)	H (mm)	2,5 H (mm)
01	4160	190	3030	300	750
02	4150	190	3020	300	750
03	4155	190	3025	300	750

Fonte: Próprio autor (2021)

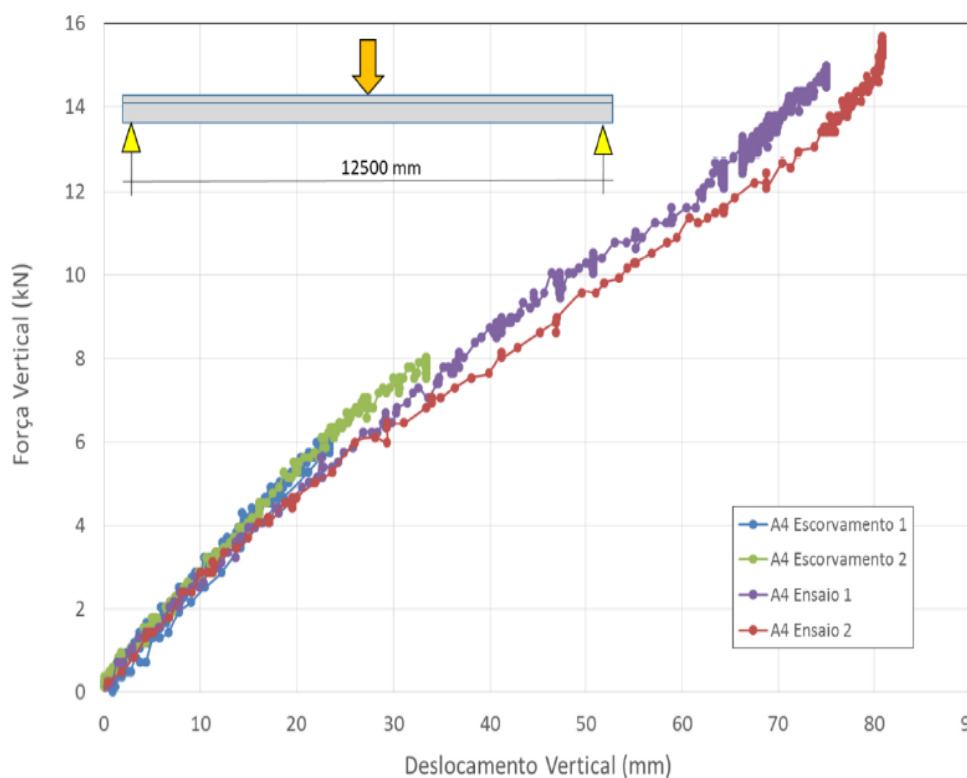
## 5.2 Resultados Experimentais dos ensaios

A seguir nesta seção, será apresentado os resultados experimentais dos ensaios descritos anteriormente realizados por Ferreira e Catoia (2018),

### 5.2.1 Ensaio de Flexão

A princípio para amostra A4, foram realizados um total de quatro ensaio de flexão positiva, do qual 02 escorvamentos com aplicação de carga máxima de 6kN e 8kN respectivamente e 02 ensaios completos com carga máxima de 15,95kN e 15,67kN respectivamente. Na Figura 5-8 é possível observar a curva força x deslocamento para amostra A4.

Figura 5-8 : Curva força x deslocamento do vão central amostra A4



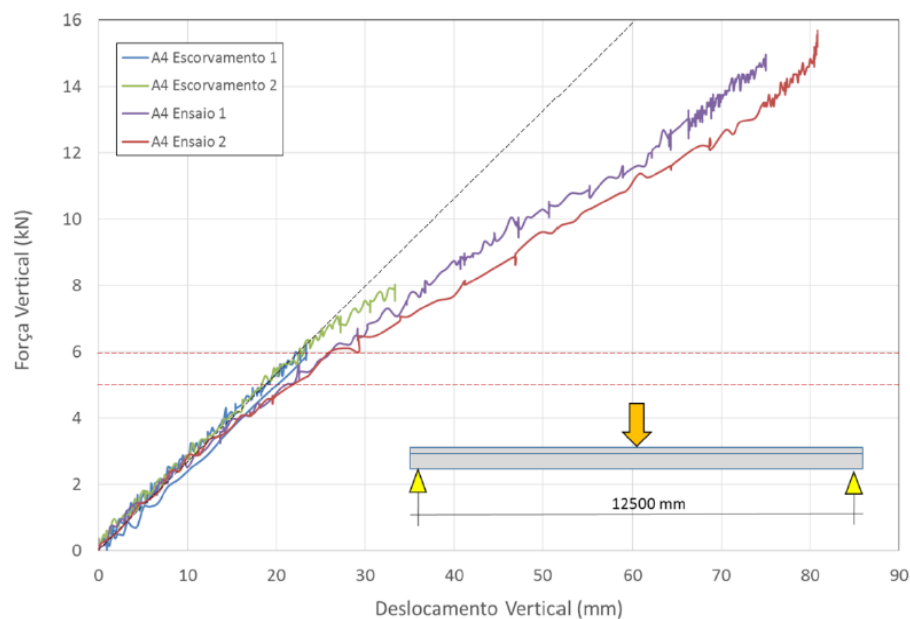
Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Na Figura 5-9 é possível observar uma alteração na inclinação das curvas força x deslocamento da amostra A4, entre os valores de 5kN e 6kN o que indica o início da fissuração, não sendo possível constatar visualmente.

Deste modo a fissuração se manifestou logo no primeiro ensaio (escorvamento), permitindo assim verificar a diminuição da rigidez do elemento nos ensaios subsequentes. Contudo, a inexistência de deformação residual após o descarregamento permitiu a constatação do comportamento elástico da terceira amostra A4.



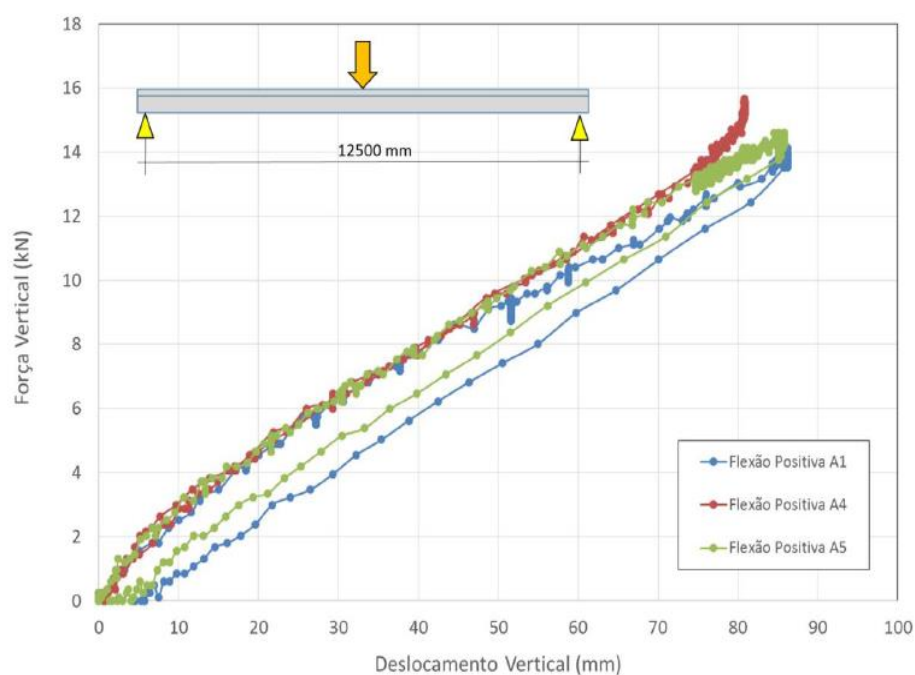
**Figura 5-9: Alteração na inclinação da curvatura do ensaio de flexão da amostra A4**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Na Figura 5-10 é mostrado o gráfico de força x deslocamento para as 03 amostras ensaiadas a flexão positiva (A1, A4 e A5), o ensaio se deu por encerrado com fatores de carga da ordem de  $\psi = 0,7$  que para  $\gamma_f = 1,0$  corresponderia a um momento máximo de serviço.

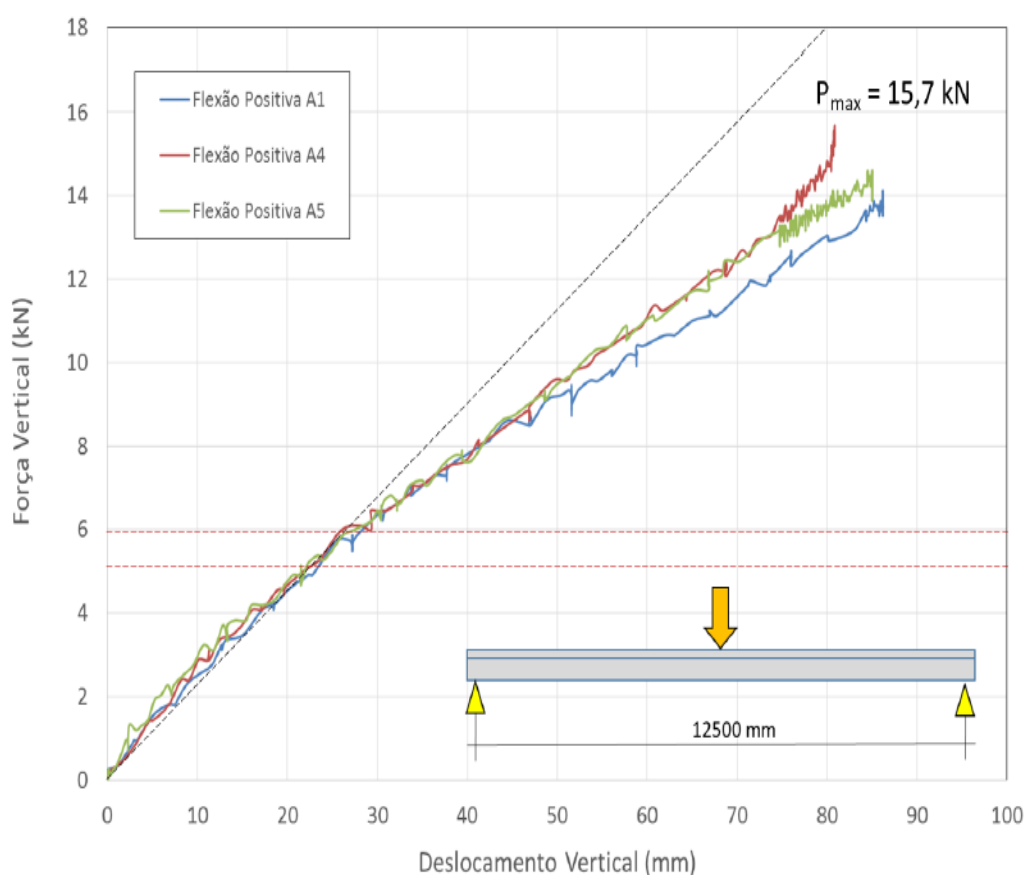
**Figura 5-10: Curva força x deslocamento amostra A1, A4 e A5**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Apesar de os modelos apresentarem um bom desempenho além da fissuração, em razão dos deslocamentos verticais da ordem de  $L/145$  (cerca de 85 a 90mm), superando os cursores máximos dos transdutores e atuadores empregados. Na Figura 5-11 é possível observar uma inflexão na curva força x deslocamento das amostras A1, A4 e A5 entre os valores de 5kN e 6kN. No momento seguinte ao descarregamento, houve o fechamento completo das fissuras, fazendo com que as amostras retornassem a sua posição inicial não deixando quase nenhum ou pequenos deslocamentos residuais, reforçando os indícios de comportamento elástico da estrutura.

**Figura 5-11: Alteração na inclinação da curvatura do ensaio de flexão das amostras A1, A4 e A5**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Os resultados dos ensaios à flexão podem ser observados na Tabela 5-5. Sendo  $M_{Rd+}$  valor do momento resistente de projeto 95,40kN.m;  $P_{máx.}$  a força aplicada pelo atuador;  $M_{máx.}$  momento máximo aplicado e  $M_{tot.}$  momento máximo na terça considerando a ação do peso próprio ( $M_{g1} = 18,28kN.m$ ).

Tabela 5-5: Resultado dos ensaios de flexão positiva.

Amostra	P máx. (KN)	M máx. (KN.m)	M tot. (KN.m)	$\psi$ (Fator de Carregamento)
Flexão Positiva $M_{Rd+} = 95,40\text{KN.m}$				
A1	14,11	44,09	62,37	0,65
A4	15,67	48,97	67,29	0,70
A5	14,59	45,59	63,87	0,67

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Na Figura 5-12 está o gráfico da curva força x deslocamento para as amostras A1, A2 e A3 nos ensaios de flexão negativa. Uma vez que a terça foi posicionada com a célula de carga registrando ação do pelo próprio do elemento sobre o atuador central, o gráfico plotado na Figura 5-12 não parte da origem.

Tomando como exemplo a amostra A2, a reação de peso próprio sobre o atuador central iniciou-se em 8,45KN, o que corresponde a cerca de 70% do peso próprio da terça, valor este é superior a consideração de uma terça sobre 03 apoios que seria em torno de 60% do peso próprio.

Este fato ocorre em função da curvatura inicial da peça, dado que os apoios da extremidade estavam nivelados com a altura do apoio do atuador no centro da peça. Logo para determinar o máximo momento negativo em função da aplicação da carga central invertida, não se deve descontar o momento positivo devido ao peso próprio para situação de viga bi-apoiada com vão de 12,5m ( $Mg1 = 18,57\text{KN.m}$ ) e sim somar um momento negativo de valor igual a  $Mg1$  (neg.) =  $-4,57\text{KN.m}$ , valor este que leva em consideração ação do peso próprio para uma viga continua com três apoios, vãos de 6,25m.

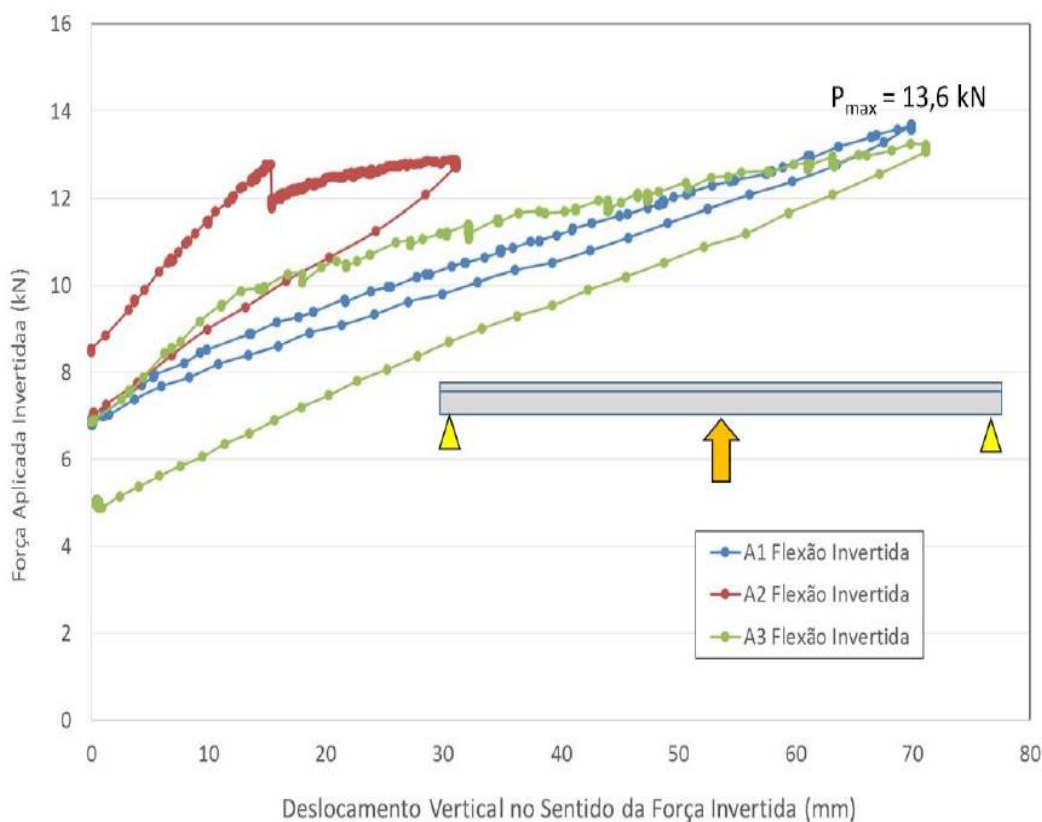
Pode-se observar também um abatimento maior nas curvas força-deslocamento após a incidência da fissuração, quando comparadas aos resultados de flexão positiva. Na Tabela 5-6 é mostrado o resultado dos ensaios de flexão negativa. Sendo  $M_{sd}$  valor do momento solicitante de projeto 34,190KN.m; P máx. a força aplicada pelo atuador; M máx. momento máximo aplicado e M tot. momento máximo na terça considerando a ação do peso próprio ( $Mg1(\text{neg.}) = -4,57\text{KN.m}$ ).

Tabela 5-6: Resultado dos ensaios de flexão negativa

Amostra	P máx. (KN)	M máx. (KN.m)	M tot. (KN.m)	$\psi$ (Fator de Carregamento)
Flexão Negativa $M_{sd} = -34,19\text{KN.m}$ (conforme projetista)				
A1	13,60	42,50	47,07	1,38
A2	12,88	40,25	44,82	1,31
A3	13,25	41,41	45,98	1,34

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Figura 5-12: Gráfico força x deslocamento para o ensaio de flexão negativa das amostras A1, A2 e A3



Fonte: adaptado de Ferreira e catoia (2018)

A seguir na Figura 5-13 e Figura 5-14 é mostrado a imagem da realização do ensaio de flexão e o padrão das fissuras para as amostras A4 e A3 respectivamente.

**Figura 5-13: Ensaio de flexão positiva e configuração da fissuração - amostra A4**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

**Figura 5-14: Ensaio de flexão negativa e configuração da fissuração - amostra A3**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

## **5.2.2 Análise das Tensões na Formação de Fissuras e Propriedades do Concreto**

Para determinação dos valores teóricos foram adotados os seguintes critérios:

- Perda de protensão no tempo infinito, conforme memorial de cálculo informado pelo projetista de 20,2 %;
- Força de protensão no tempo infinito no cabo representante  $P^\infty = 223,75$  KN;
- Excentricidade do cabo representante = 8,3 cm;
- Momento de protensão  $M_p = P^\infty \cdot e_p$ ;
- Momento aplicado  $M_a = Pl/4$ ;
- Limite de tensão de tração no concreto de acordo com a NBR6118:2014 = 1,5  $f_{ctk}$ .

Considerando o sinal de tração (+) e compressão negativo (-) para determinação do momento de fissuração na borda inferior da terça temos a expressão 6.1, já para determinação do momento de fissuração por meio da tensão na borda superior da terça considerando aplicação da carga invertida temos a expressão 6.2.

$$\sigma_{\text{inf}} \leq 1,5 f_{ctk} = -\frac{P_\infty}{A_c} - \frac{M_p}{I} \cdot Y_{cg} + \frac{M_g}{I} \cdot Y_{cg} + \frac{M_{ar}}{I} \cdot Y_{cg} \quad (6.1)$$

$$M_{ar} = 15,69 \text{ KN}$$

$$P_a = 5,02 \text{ KN}$$

$$\sigma_{\text{sup}} \leq 1,5 f_{ctk} = -\frac{P_\infty}{A_c} + \frac{M_p}{I} \cdot Y_{cg} - \frac{M_g}{I} \cdot Y_{cg} + \frac{M_{ar}}{I} \cdot Y_{cg} \quad (6.2)$$

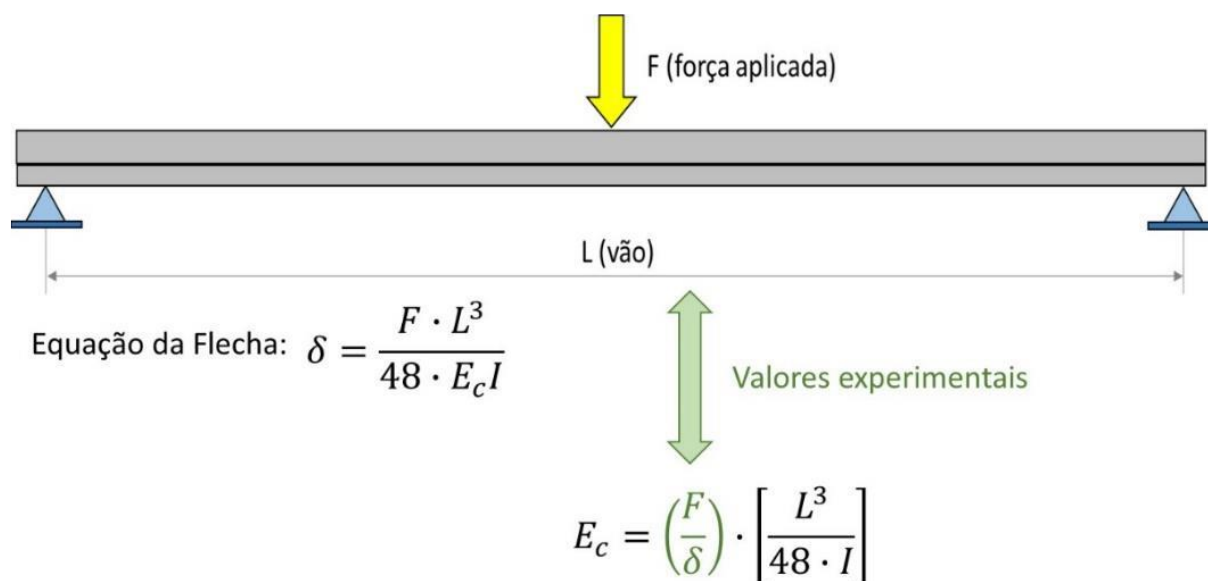
$$M_{ar} = 31,25 \text{ KN.m}$$

$$P_a = 10 \text{ KN}$$

A partir da análise das deformações dos elementos ensaiados é possível obter o módulo de elasticidade efetivo da peça, com base na curva força x deslocamento ( $P \times \delta$ ) resultante do ensaio de flexão.

Conforme a Figura 5-15 ao se considerar o trecho linear da curva, tomando como referência pontos conhecidos  $F$  e  $\delta$ , o vão efetivo entre os apoios ( $L$ ), o momento de inercia da seção, o módulo de elasticidade pode ser expresso isolando da equação da flecha.

Figura 5-15: Estimativa do módulo  $E_c$  com base na curva força x deslocamento



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Sem levar em consideração o fator  $\alpha_e$ , o módulo de deformação  $E_c$ , 50 é dado por 5600.  $(50)^{0,5} = 39597$  MPa. Na Tabela 5-7 é apresentado os valores para o módulo de elasticidade estimado do concreto com base na curva força x deslocamento no patamar elástico, ou seja, antes da fissuração para as terças ensaiadas a flexão positiva e negativa.

**Tabela 5-7: Comparação de Resultados Experimentais e Valores Teóricos do Módulo de Elasticidade do Concreto**

Amostra	L (mm)	F / $\delta$	$E_c$ , estimado (MPa)	$E_c$ 50 (MPa)	$E_c$ est / $E_c$ 50
A1 (Pos)	12500	0,22	31000	39597	0,78
A4 (Pos-Ecs 1)	12500	0,28	39862	39597	1,00
A4 (Pos-Ecs 2)	12500	0,27	37796	39597	0,95
A4 (Pos-Ens 1)	12500	0,24	33455	39597	0,84
A4 (Pos-Ens 2)	12500	0,24	33184	39597	0,84
A5 (Pos)	12500	0,26	36458	39597	0,96
A2 (Neg)	12500	0,29	40665	39597	1,03
A3 (Neg)	12500	0,24	33654	39597	0,85
Média			35759	39597	0,90

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Como mostra a Tabela 5-7, foram analisados a relação  $E_c$  estimado /  $E_c 50$ , a relação variou entre o mínimo de 0,78 e máximo de 1,03.

Tomando como base a amostra A4 ensaiada a flexão positiva foram realizados dois escorvamentos onde a rigidez inicial se aproximou do valor estimado, obtendo-se a relação  $E_{c,est}/E_{c50} = 1,0$  e  $0,95$  e dois ensaios completos, onde a relação ficou em  $E_{c,est}/E_{c50} = 0,84$ .

Para os demais resultados, pressupõe-se que relação mínima encontrada  $E_{c,est}/E_{c50}$  variando entre 0,78 a 0,85 possa representar um comportamento característicos das peças após ultrapassarem a fase de serviço, mesmo que as peças tenham sido descarregadas e não apresentem fissuras. Entretanto não significa que houve perda de protensão ou variações significativas da resistência do concreto, e sim demonstra o que já é considerado no projeto normalmente com a redução da rigidez inicial em torno de  $0,85 E_{cl}$  para fase em serviço, em função dos efeitos de fissuração e deformações ao longo do tempo.

### 5.2.3 Ensaio de Cisalhamento

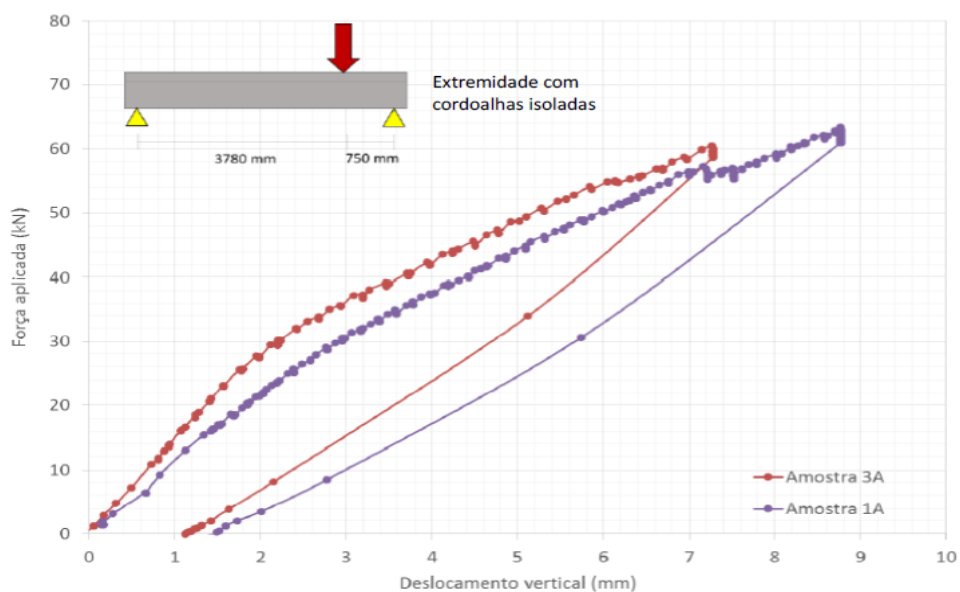
Na Figura 5-16 é mostrado o gráfico que relaciona a força aplicada pelo atuador hidráulico e o deslocamento vertical para o ponto em que se está aplicando a carga, para os modelos 3A e 1A, ou seja, regiões onde há presença de cordoalhas isoladas. O mesmo gráfico é mostrado na Figura 5-17, para as amostras 3B, 2 e 1B, com aderência entre aço e concreto.

A resistência última experimental ao esforço cortante é apresentada na Tabela 5-8, onde:  $P_{max}$  é a máxima força aplicada durante o ensaio;  $V_{p,max,exp}$  é a força cortante devido à carga máxima aplicada;  $V_{u,exp}$  é a resistência última experimental à força cortante atingida durante os ensaios (somando-se a parcela da cortante devido ao peso próprio do protótipo dada por  $V_{g1} = 1,75kN$ ) e  $V_{sd} = 15,7kN$  sollicitação de projeto à força cortante.

Com base nos resultados apresentado, percebe-se que os valores mínimos de resistência a força cortante ocorreram nas extremidades onde havia cordoalha isolada, contudo, ainda atingiram fatores de carregamentos superiores a 3 vezes a força cortante sollicitante de projeto  $V_{sd} = 15,7kN$ .

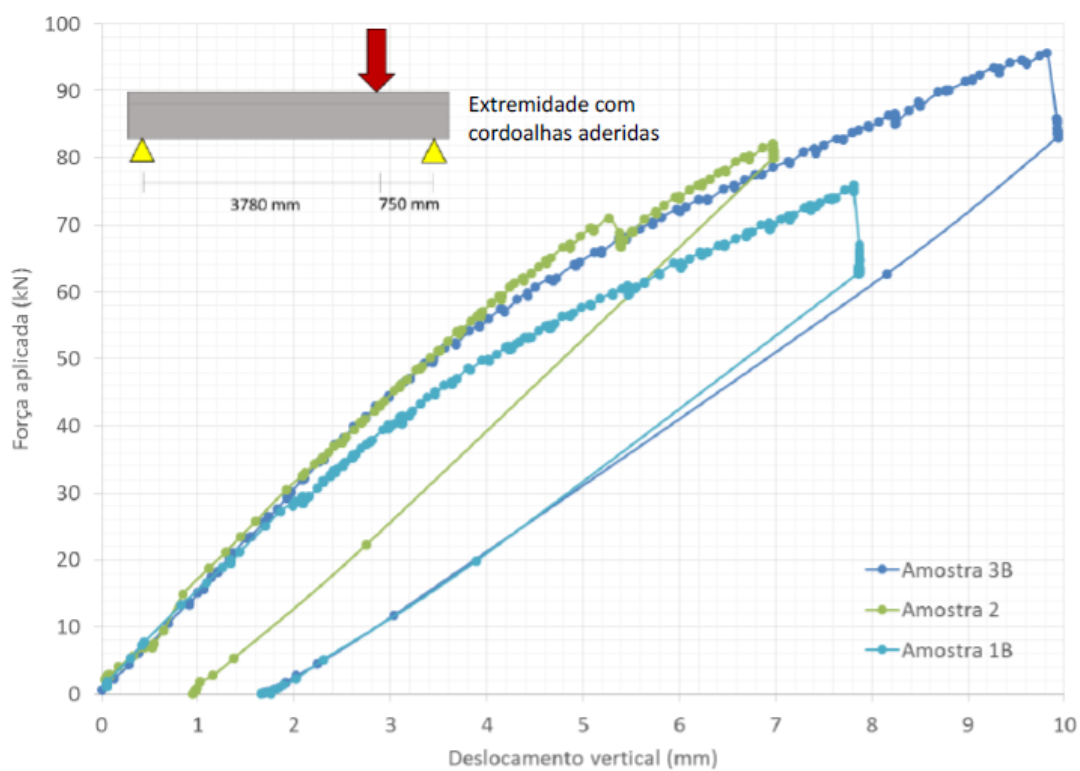


Figura 5-16: Curva Força Aplicada (F) x Deslocamento ( $\delta$ ) no ponto de aplicação da força para as extremidades com cordoalha isolada



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Figura 5-17: Figura 6 9: Curva Força Aplicada (F) x Deslocamento ( $\delta$ ) no ponto de aplicação da força para as extremidades com aderência aço-concreto



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

**Tabela 5-8: Valores de resistências últimas experimentais  $V_{U,exp}$  e comparação com força cortante solicitante de projeto  $V_{Sd}$ .**

Amostra	P máx. (KN)	$V_p$ máx. exp. (KN)	$V_{u, exp.}$ (KN)	$\psi$ ( $V_{u, exp.} / V_{sd}$ )
1A-Cordoalha isolada	63,3	50,62	52,37	3,33
3A-Cordoalha isolada	60,4	48,32	50,07	3,22
Média	61,85	49,47	51,22	3,26
1B-Cordoalha aderente	75,96	60,76	62,51	3,98
2-Cordoalha aderente	71,05	56,84	58,59	3,73
3B-Cordoalha aderente	95,69	76,55	78,30	4,98
Média	80,90	64,72	66,47	4,23

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Para o modelo 01B, as fissuras são apresentadas na Figura 5-18. Na imagem é mostrado que a fissuração para os dois lados da amostra se apresentou de forma inclinada, indicando a influência do cisalhamento.

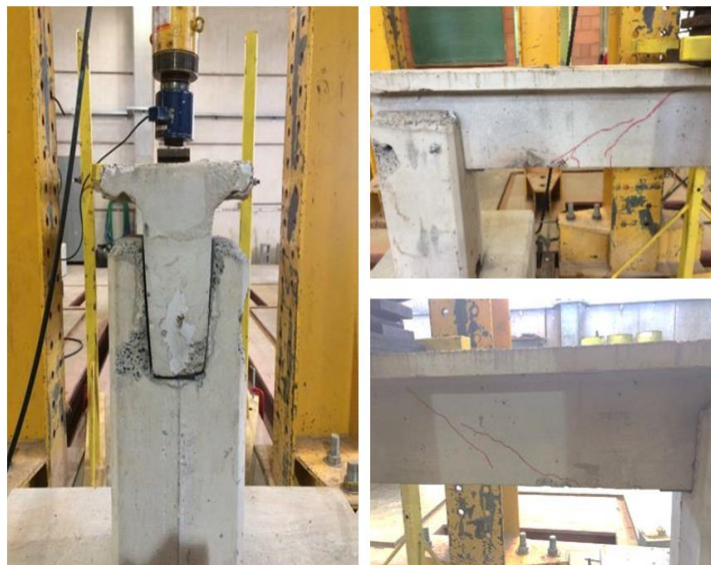
**Figura 5-18: Amostra 01 B**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Assim como na amostra 01 B, para o modelo 01 A, com cordoalha isolada, o padrão de fissuração foi similar, como mostra a Figura 5-19.

**Figura 5-19: Amostra 01 A**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

A Figura 5-20, ilustra o padrão de fissuração para a amostra 02, cuja fissuração ocorre de forma inclinada.

**Figura 5-20: Amostra 02**



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Por fim para a amostra 03A com cordoalha isolada e 03B com cabo aderente, a fissura ocorreu de forma inclinada e podem ser observadas na Figura 5-21 e Figura 5-22 respectivamente.

**Figura 5-21: Amostra 03A**

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

**Figura 5-22: Amostra 03B**

Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

A Figura 5-23 mostra o ângulo de inclinação das fissuras para as amostras com cordoalha aderente entre aço e concreto (01B, 02 e 03B), já a Figura 5-24 o ângulo de inclinação para as amostras com cordoalha isolada (01A e 03A). Na Tabela 5-9 é apresentado um resumo dos ângulos de inclinação das fissuras para todas as amostras, nela é possível observar que, para os ensaios com cordoalha isolada, o ângulo médio de inclinação das fissuras foi de  $41^\circ$ , e que o ponto crítico está situado em média entre os valores de 48 a 49cm contados a partir da extremidade da peça. Para as amostras com

cordoalha aderente a média dos ângulos ficou entre  $39,6^\circ$  e  $38,26^\circ$  e o ponto crítico médio está situado entre 17,83 e 21cm da extremidade da peça.

**Figura 5-23: Ângulo de inclinação das fissuras das Amostras 01B,02 e 03B (cordoalha aderente)**

Cordoalha aderente



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

Figura 5-24:Figura 6 16: Ângulo de inclinação das fissuras das Amostras 01A e 03A (cordoalha não aderente)



Fonte: adaptado de Ferreira e Catoia (2018)

**Tabela 5-9: Ângulo de inclinação das fissuras**

Amostra	V u, exp. (KN)	Lx (cm)		Ângulo de fissuração			
		Lado 1	Lado 2	Lado 1		Lado 2	
Cordoalha isolada							
01A	52,37	48	49	43°	42,3°	45°	35°
				Med.	42,65°	Med.	40°
03A	50,07	-	-	41°		41°	
Media		48	49	41,82°		40,5°	
Cordoalha aderente							
01B	62,51	15	17	38°		43°	
02	58,59	21,5	20	41°		37°	
03B	78,30	17	26	39,8°		34,8°	
Media		17,83	21	39,6°		38,26°	

Fonte: Próprio Autor (2021)

## 6. METODOLOGIA

Como já descrito anteriormente, todas as peças ensaiadas foram retiradas de uma obra já executada com mais de 03 anos de idade, a princípio a pedido da empresa, no ano de 2018 foram realizados, conforme mostrado no capítulo 5, ensaios de flexão e cisalhamento.

A partir desta base de dados, segue a análise deste trabalho, pois neste é avaliado o modo de ruptura por cisalhamento que mais se assemelha com os principais mecanismos encontrados na literatura, utilizando expressões normativas para o cálculo de lajes alveolares.

Em função dos deslocamentos excessivos apresentados pelos elementos estruturais em serviço, a empresa propôs um método de ligação por meio de continuidade das peças com chapas metálicas.

Logo a segunda parte desta pesquisa enfoca a avaliação de desempenho desta ligação proposta pela empresa para solucionar o problema da deformação excessiva, para se alcançar este objetivo, é apresentado nesta metodologia um método para avaliação de desempenho que pode ser utilizado em ambiente de fábrica e até mesmo em canteiro de obras, por se tratar de ensaios não destrutíveis e com baixo custo de operação.

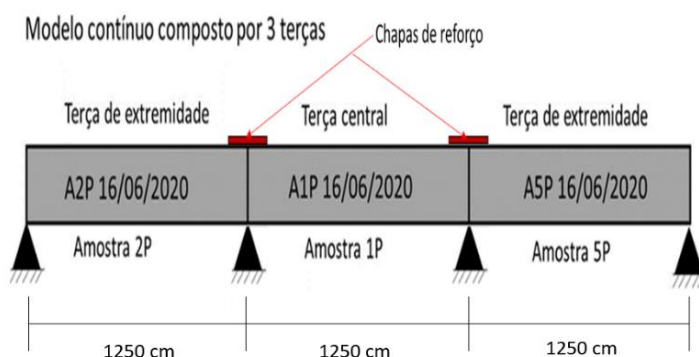
Os modelos ensaiados em fábrica possuem as mesmas propriedades dos apresentados em Ferreira e Catoia (2018), uma vez que fazem parte do mesmo lote de produção e foram retirados da mesma obra.

Os ensaios foram realizados conforme preconiza a norma NBR 9607 – Prova de carga em estruturas de concreto armado e protendido, sendo possível a avaliação do desempenho estrutural do elemento por meio de aplicação de carregamentos externos a estrutura e medição de seus efeitos na mesma. As ações foram classificadas como estática de permanência rápida.

No total foram realizados 02 ensaios, sendo o primeiro para avaliação da flexão positiva e o segundo para a flexão negativa, situação na qual estaria simulando o efeito de sucção no telhado causado pelo vento.

Os testes aconteceram na própria fábrica, foi adotado um conjunto com três peças interligadas por uma chapa metálica formando uma ligação semirrígida entre as mesmas. Cada vão possuía 1250cm de comprimento efetivo, os detalhes estão descritos na Figura 6-1.

**Figura 6-1: Esquema de ensaios das amostras com continuidade**



Fonte: Próprio autor (2021)

As amostras foram nomeadas por A2P, A1P e A5P, sendo A2P e A5P terças de extremidades e A1P amostra central. O modelo com continuidade de três terças protendidas apresentado pela Figura 6-1, possui 04 pilaretes, os quais foram parafusados nas terças da mesma forma em que a empresa pratica em suas obras, Figura 6-2.

**Figura 6-2: Esquema de fixação das terças.**



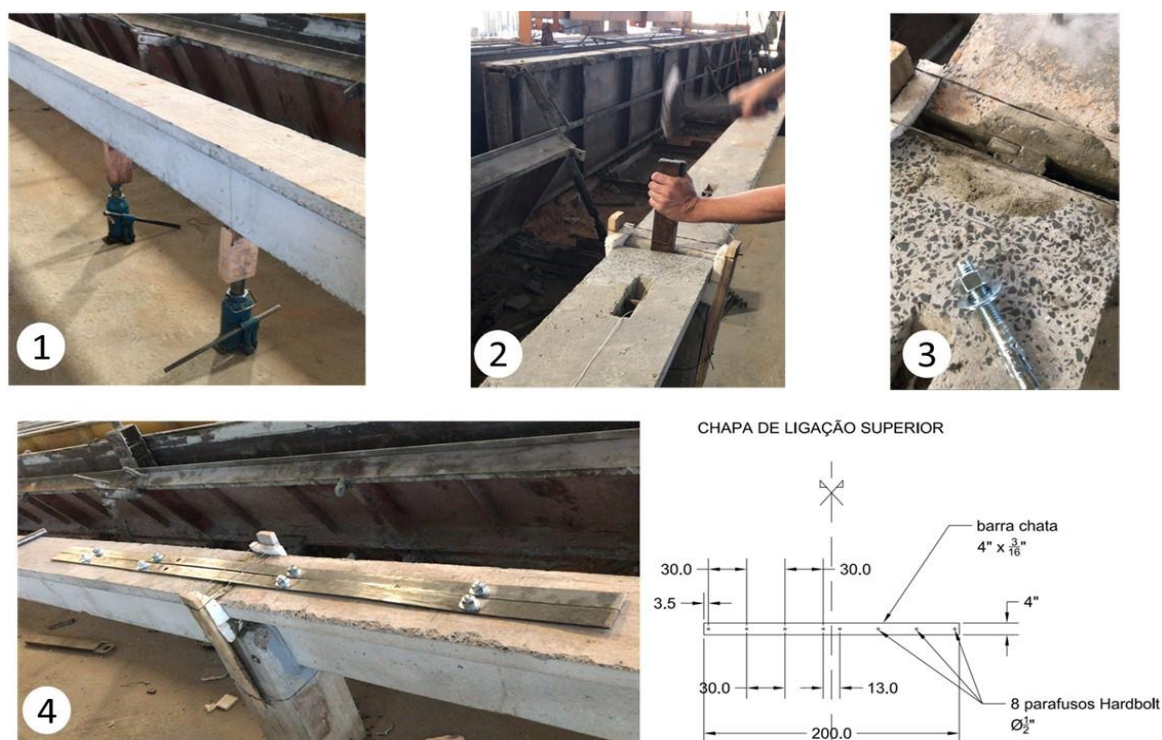
Fonte: Próprio autor (2021)

Conforme ilustrado na Figura 6-1, nos apoios da peça central foram colocadas chapas de ligações superiores, esquema este de ligação adotado pela empresa, para a instalação das mesmas seguem as etapas descritas abaixo e ilustrada pela Figura 6-3.



- 1- As peças foram retiradas da obra, em função da ação do seu peso próprio apresentavam pequenos deslocamentos, com o auxílio de dois macacos hidráulicos, espaçados entre si por 1 m de distância, foi aplicado na região central da peça uma carga nivelamento da mesma, por meio de linha, ou seja, com isso foi eliminada a flecha devido ao peso próprio;
- 2- Em seguida, a inserção de calços metálicos no nicho entre duas terças (chapas de  $\frac{1}{2}$ " ;  $\frac{3}{8}$ " e  $\frac{3}{16}$ " );
- 3- Houve o grauteamento do nicho vertical entre as duas peças;
- 4- Por fim, a chapa de aço foi parafusada na parte superior da terça e em seguida os macacos foram descarregados.

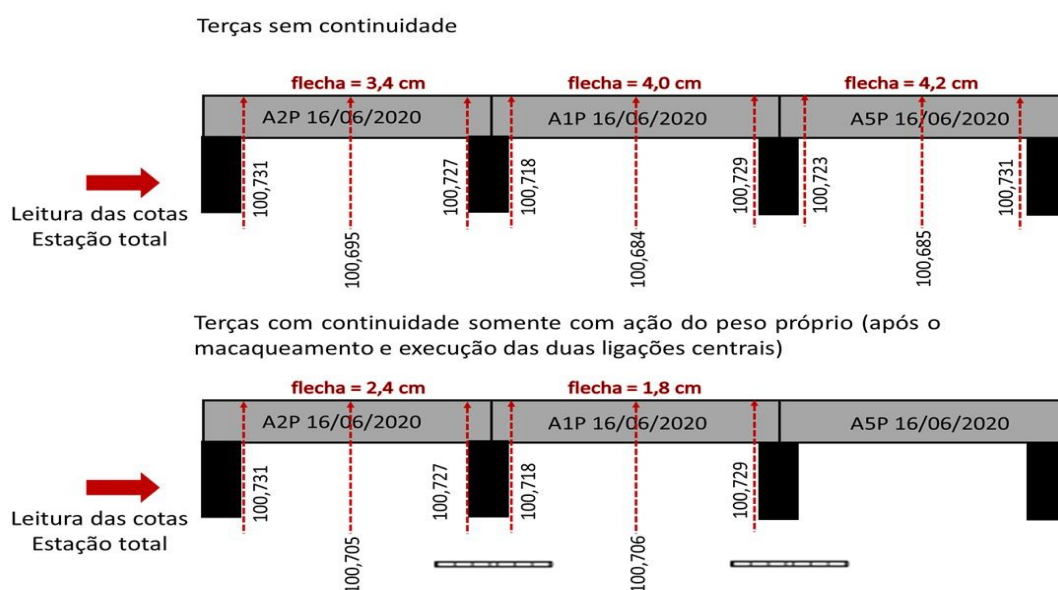
**Figura 6-3: Etapas para execução da ligação superior das terças nos apoios do vão central**



Fonte: fornecido pela empresa (2021)

Com o auxílio do equipamento de Estação total, foi realizado um levantamento das cotas referentes aos apoios e as terças, para determinação dos deslocamentos do modelo durante o processo de fabricação. Na Figura 6-4 é mostrado a cota de cada terça e sua respectiva flecha, pela imagem é possível comparar o deslocamento de cada elemento antes da realização das ligações superiores da terça e após realização das ligações com a chapa de aço.

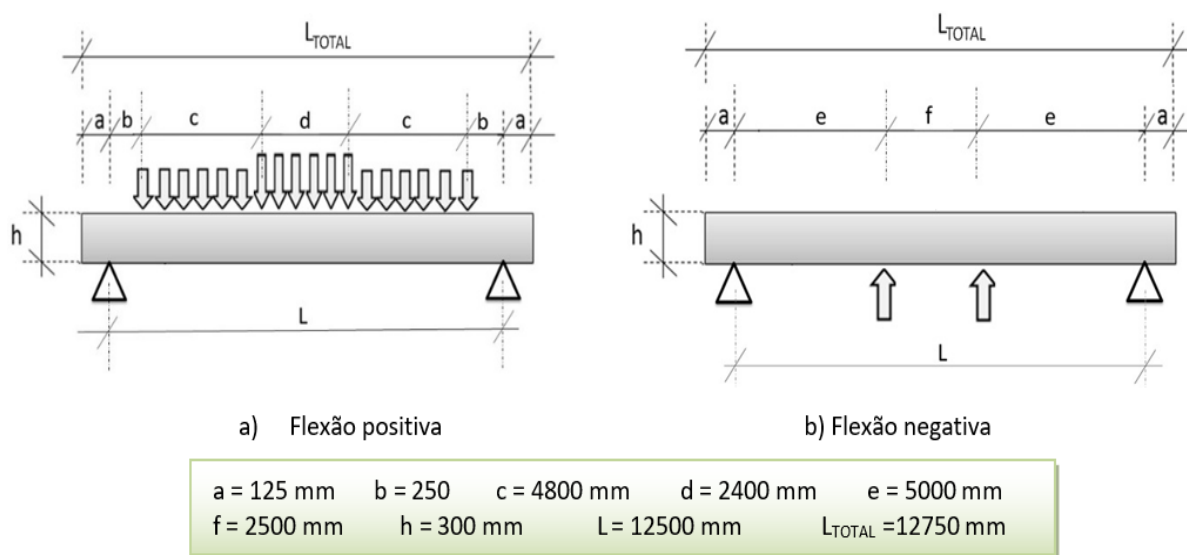
Figura 6-4: Cotas do modelo para determinação da flecha com e sem a continuidade nos apoios.



Fonte: fornecido pela empresa (2021)

Os arranjos para os ensaios podem ser observados na Figura 6-5, onde é demonstrado o sentido de aplicação do carregamento e as suas respectivas cotas.

Figura 6-5: Arranjo dos ensaios de prova de carga positiva e negativa



Fonte: Próprio autor (2021)

O primeiro teste a ser realizado foi o da amostra central A1P, foram utilizados 04 relógios comparadores posicionados 01 em cada apoio e 02 na metade do vão. Além de 24 sacos de graute de 50Kg cada, totalizando uma carga de 1200Kg mais o peso próprio da peça que é de 91kg/m.

Sabendo que o peso próprio da terça é de 91Kg/m e que cada saco de graute tem 50Kg e ocupa 60cm, tomando como base o arranjo dos ensaios na Figura 6-5, a cota “c” equivalente a 4,8m, nela cabe exatos 8 sacos de graute distribuídos em uma única camada, gerando uma carga por unidade de metro 83,33Kg/m somando ao peso próprio a carga distribuída no trecho será de 0.174tn/m.

O mesmo raciocínio vale para o vão central da peça, cota “d” equivalente a 2,4m, agora aplicando 8 sacos de graute, distribuídos em duas camadas, totalizando no trecho uma carga de 0,258tn/m.

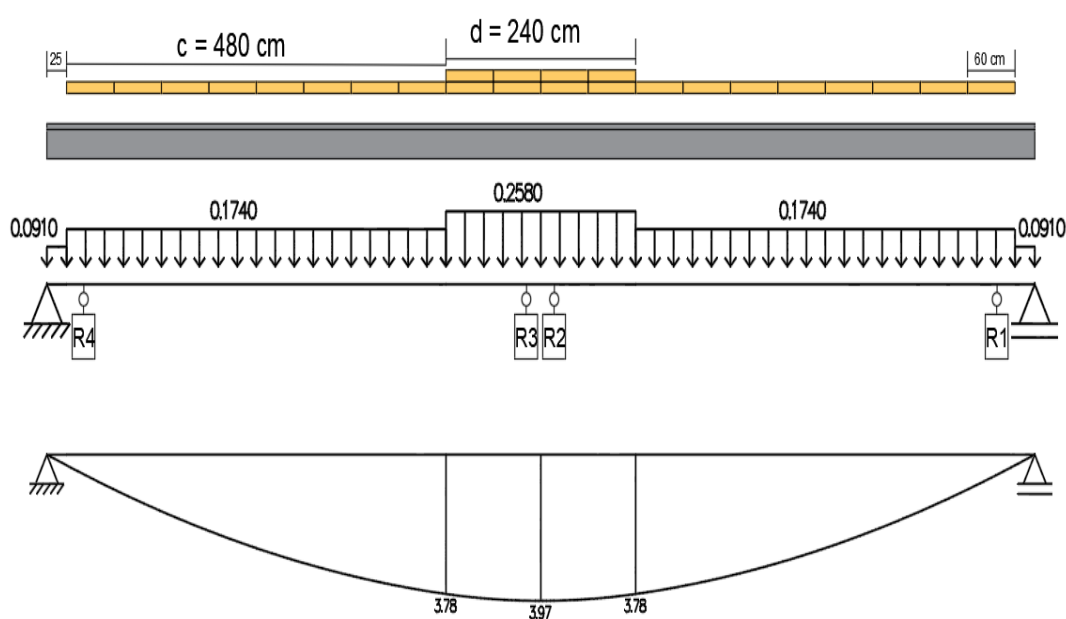
Deste modo na Figura 6-6 é apresentado o esquema estático da amostra A1P, de modo a atingir a máxima sollicitação  $M_{max,exp.} = + 39,7\text{KN.m}$ . já na Figura 6-7 a imagem ilustra o processo de carregamento da terça central.

A escolha do carregamento se deu em função das ações consideradas no projeto: para ação de peso próprio  $G1 = 0,91 \text{ Kg/cm}$ ; carga permanente  $G2 = 0,201 \text{ Kg/cm}$ ; e sobrecarga principal  $q1 = 0,84 \text{ Kg/cm}$ , totalizando  $1,951 \text{ Kg/cm}$ .

Sendo a peça de 1250 cm, logo o momento fletor máximo atuante em função dos esforços considerados em projeto será equivalente a  $381\ 054, 7 \text{ Kg.cm}$ , ou  $3,81 \text{ Tf.m}$ .

Com isso é possível afirmar que foi possível atingir a máxima sollicitação considerada em projeto.

**Figura 6-6: Esquema de ensaio da amostra A1P**



Fonte: Próprio autor (2021)

**Figura 6-7: Carregamento com sacos de graute da amostra central A1P.**



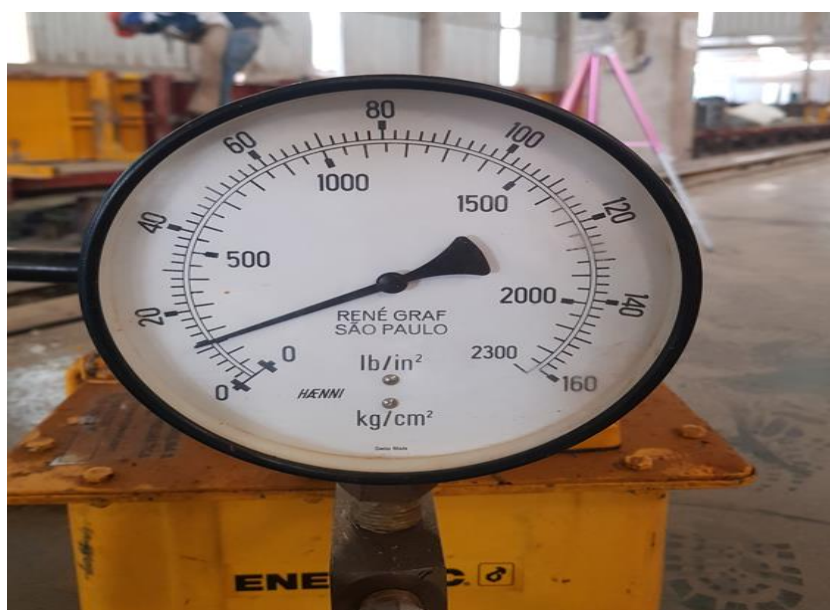
Fonte: Próprio autor (2021)

Para o ensaio de flexão negativa também realizado na amostra central A1P, foram utilizados dois atuadores hidráulicos com capacidade de 500KN e cursor máximo de 14,9cm, estes foram responsáveis por aplicar duas cargas pontuais nas terças.

Na saída da bomba hidráulica conectada aos atuadores havia um manômetro para medir a força aplicada, Figura 6-8. Cabe ressaltar que foram empregadas rotulas cuja área de contato do atuador hidráulico com o modelo é de 80 cm<sup>2</sup> Figura 6-9.

O deslocamento da peça foi medido a partir do cursor do atuador hidráulico com o auxílio de uma trena Figura 6-10.

**Figura 6-8: Manômetro na saída da bomba hidráulica para aferir a pressão**



Fonte: Próprio autor (2021)

**Figura 6-9: Área de contato da rótula - 80cm<sup>2</sup>**



Fonte: Próprio autor (2021)

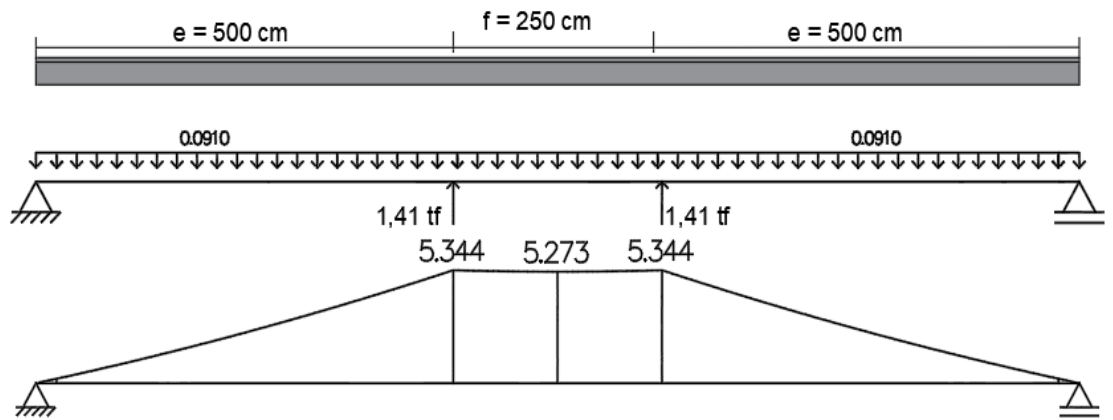
**Figura 6-10: Trena utilizada medir o deslocamento do cursor do atuador hidráulico**



Fonte: Próprio autor (2021)

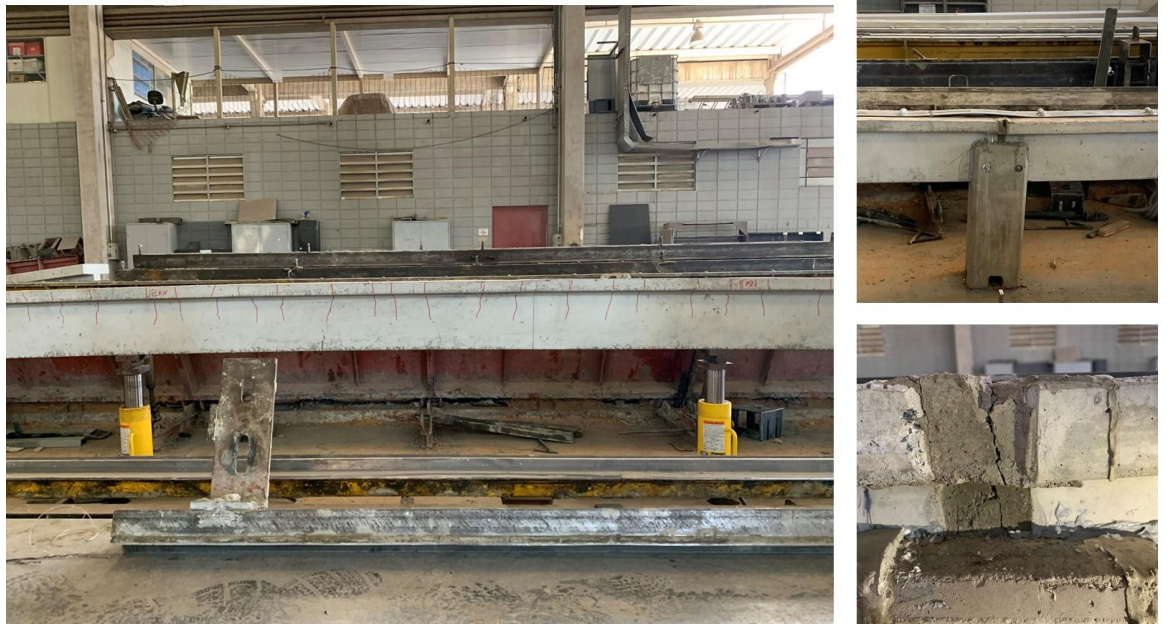
Cada atuador aplicou uma carga equivalente 1,41tnf, para obtenção do momento solicitante de projeto, sempre respeitando os pontos de aplicação de carga apresentados na Figura 6-5. Sabendo que o peso próprio da terça é de 91Kg/m, o esquema estrutural do modelo pode ser observado na Figura 6-11. A imagem da Figura 6-12 ilustra o processo de carregamento da terça central.

Figura 6-11: Esquema de ensaio a flexão negativa em fábrica



Fonte: Próprio autor (2021)

Figura 6-12: Carregamento com atuadores da amostra central A1P - Flexão Negativa



Fonte: Próprio autor (2021)

## 7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

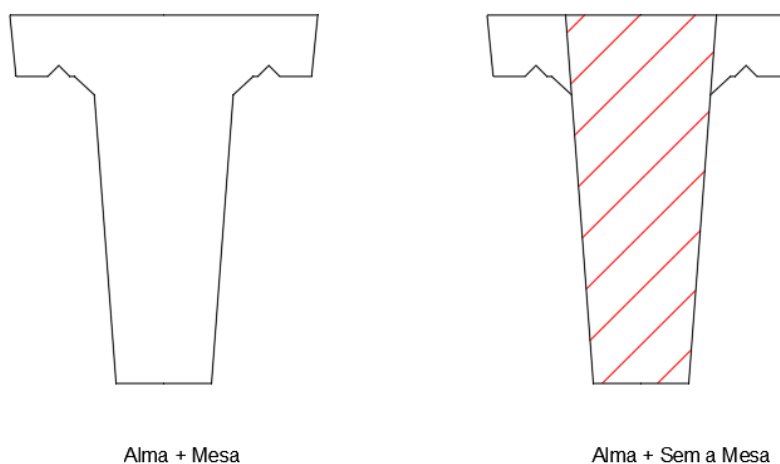
### 7.1 Comparativo entre os valores teóricos e experimentais de resistência ao esforço cortante

Neste tópico são analisados os resultados teóricos normativos e comparados com os valores obtidos experimentalmente pelos ensaios realizados por Ferreira e Catoia (2018).

Os valores experimentais foram expostos em 5.2.3, já os valores de cálculo foram descritos adiante conforme recomendações normativas, para determinação destes, foram utilizados os valores teóricos de resistência e características dos materiais.

Para o cálculo, foram consideradas a inércia bruta das terças, porém nas expressões do qual se multiplica a largura ( $b_w$ ) pela altura útil ( $d$ ), é desconsiderado a mesa (partindo da hipótese básica do surgimento das equações que foram embasadas a partir de estudo feitos com vigas retangulares), Figura 7-1.

**Figura 7-1: Ilustração das seções transversal considerada nos cálculos teóricos**



Fonte: Próprio autor (2021)

Em cada grupo, como mencionado na metodologia, havia terças com a presença de cordoalha isoladas na extremidade (1A e 3A), conforme mostrado na Figura 5-6, e terças com todas as cordoalhas aderentes (1B, 2 e 3B). Pelo fato de a peça possuir cordoalha na parte inferior e superior, para o cálculo das expressões que serão apresentadas a seguir será adotado o cabo representante da peça cujo seu cálculo junto com o comprimento de transferência da força de protensão é dado no Apêndice A.

### 7.1.1 NBR 14861 – Flexo-Cortante

Para o cálculo segundo a NBR 14861, esta norma recomenda que a verificação seja feita a 0,5 h da extremidade do apoio. Considerando que a terça possui 300mm de altura e que seu apoio 190mm, logo o ponto a ser verificado será 150mm somado com os 190mm do apoio totalizando 340mm.

O cálculo da resistência ao esforço cortante está dividido em duas situações, a primeira é para as amostras de extremidade com cordoalha isolada (1A e 3A) cujo o cabo representante está posicionado a 12,35cm. Uma outra situação é para as amostras (1B,2 e 3B) com todas cordoalhas aderentes, e fora do comprimento de transferência da força de protensão, portanto o fator  $\alpha$  vale 1 e o cabo representante está localizado a 9,8cm. Tabela 7-1. O  $f_{ck}$  utilizado é de 50 MPa com  $F_{cd}$  de 2.85 MPa.

**Tabela 7-1: Resistencia a força cortante NBR 14861**

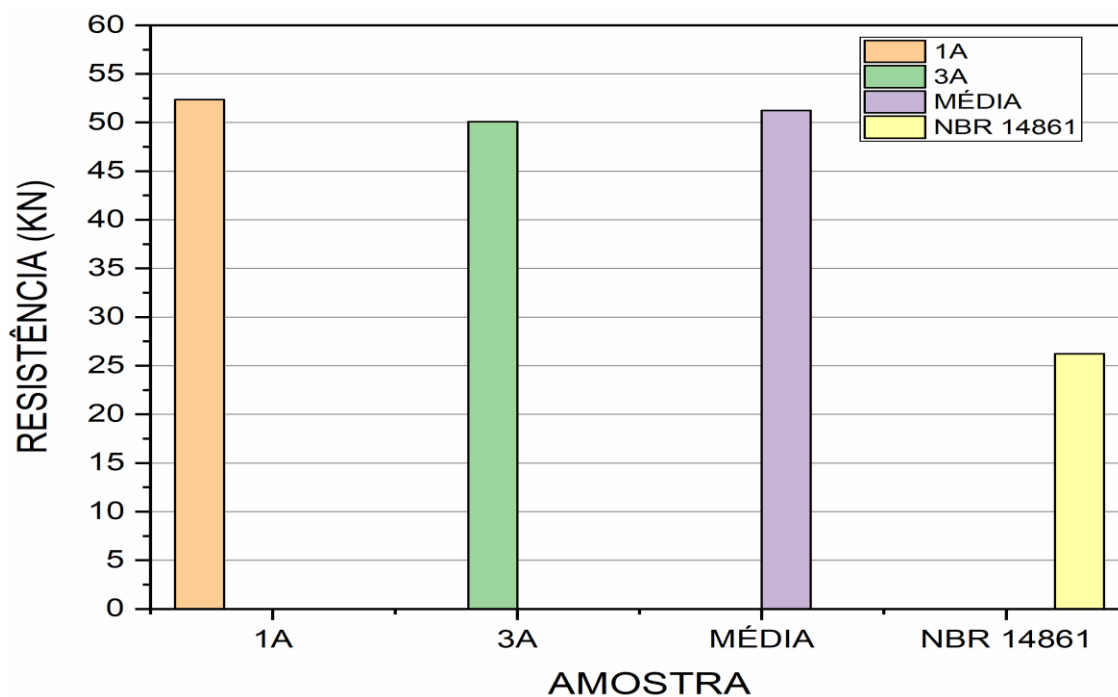
Mod.	$\phi$ (cm)	Lx	LPT 85 $\phi$ (cm)	$\alpha$	P <sub>00</sub> (N)	A <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (N/cm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	b <sub>w</sub> (cm)	d (cm)	$\rho$	K	V <sub>p</sub> (KN)	V <sub>c</sub> (KN)	VR <sub>d</sub> (KN)
1A e 3A	1,09	34	92,65	0,367	106252	363,8	107,18	0.947	9,2	17,65	0.005 832	1,4235	2,61	23,62	26,23
1B, 2 e 3B	1,58	-	-	1	223865	363,8	615,35	1.961	9,2	20,2	0.010 5521	1,398	17,15	30,03	47,18

Fonte: Próprio autor (2021)

Conforme gráfico apresentado pela Figura 7-2, pode-se observar que o valor calculado para a seção de extremidade com cordoalha isolada, ao ser comparado com os ensaios (1A e 3A) e a média para as respectivas amostras, as mesmas apresentaram valores significativamente maiores que a equação da NBR 14861. Pois como era esperado, pelo padrão de fissuração apresentado durante os ensaios, pode-se dizer que o mecanismo de falha foi o de tração-diagonal, e esta expressão representa o comportamento para regiões fissuradas por flexão. Sendo assim oferece uma segurança exagerada para o esforço contate, neste exemplo. O mesmo se repete para as amostras com cordoalha aderente Figura 7-3.

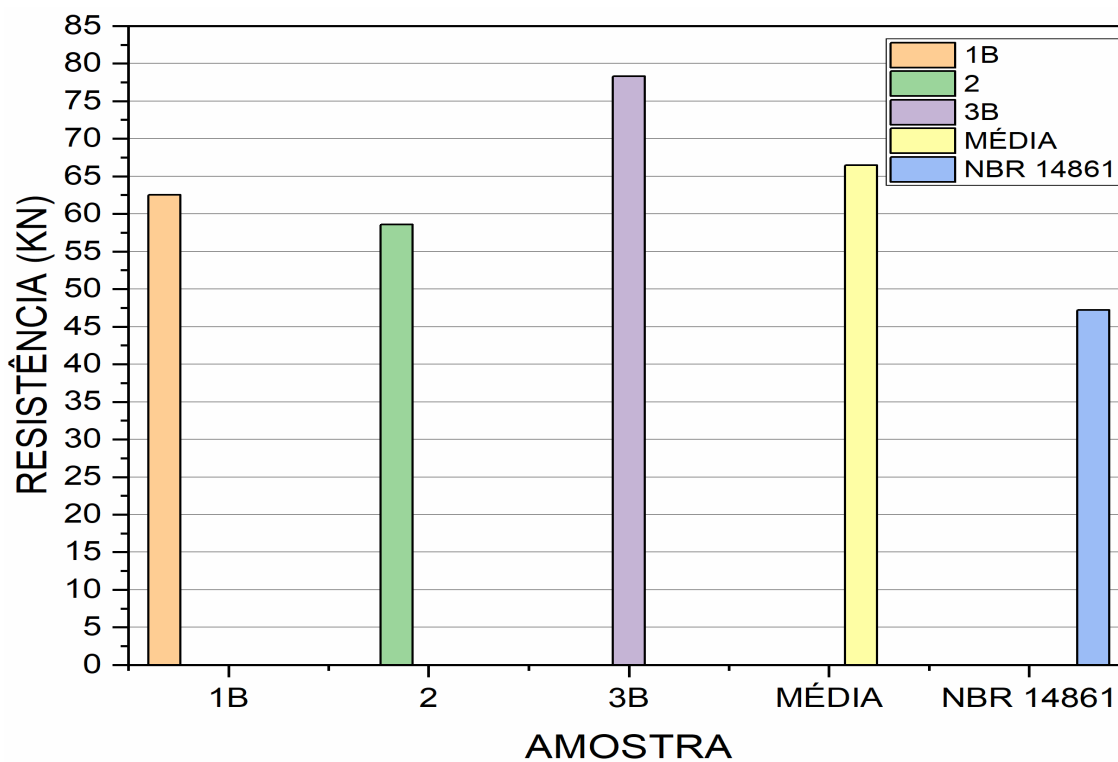


Figura 7-2: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – NBR 14861 - flexo-cortante



Fonte: Próprio autor (2021)

Figura 7-3: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – NBR 14861 - flexo-cortante



Fonte: Próprio autor (2021)

## 7.1.2 EC2 – Flexo-Cortante

Para o cálculo segundo o EC2, o processo é similar a NBR 14861, a verificação será no mesmo ponto recomendado por esta norma, ou seja, 34cm.

O mesmo conceito utilizado em 7.1.1 é válido para esta seção, inicialmente será calculado a resistência ao esforço cortante para a situação de cordoalha isolada, e posterior para a situação de cordoalha aderente, como mostra a Tabela 7-2.

**Tabela 7-2: Resistencia a força cortante EC2 (flexo-cortante)**

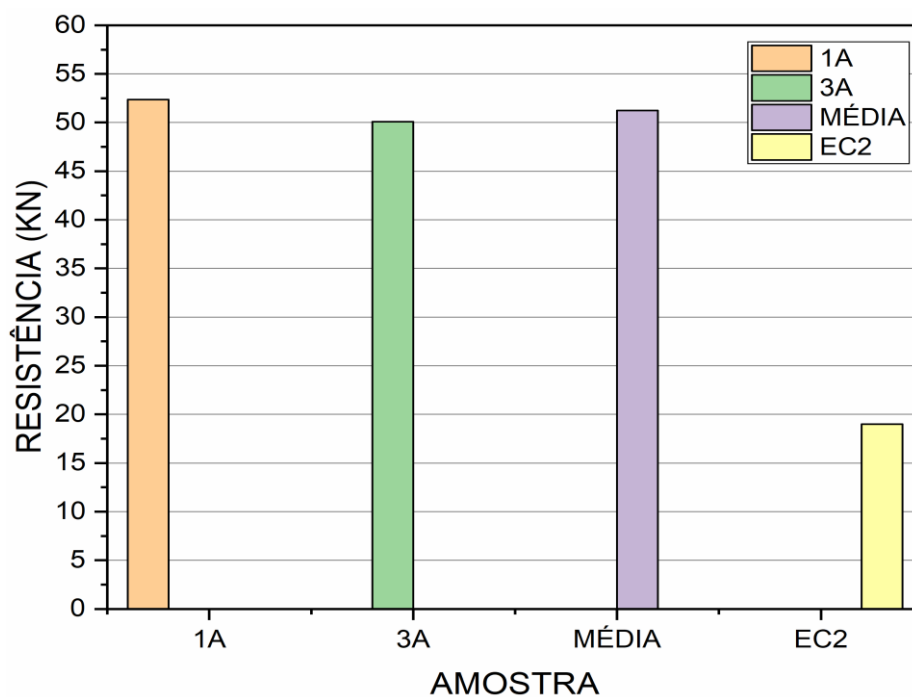
Mod.	$\Phi$ (cm)	Lx (cm)	LPT (cm)	P <sub>00</sub> (N)	A <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (N/mm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	bw (cm)	d (cm)	$\rho$	K	K1	c	VRd (KN)
1A e 3A	1,09	34	37	106252	363,8	0.5700276 99	0,947	9,2	17,65	0.0058 31999	2	0,15	0,18	19
1B, 2 e 3B	1,58	-	-	223865	363,8	0.5700276 99	1.961	9,2	20,2	0.0105 52088	1.995	0,15	0,18	27

Fonte: Próprio autor (2021)

Conforme o gráfico apresentado pela Figura 7-4, a resistência ao esforço cortante para as amostras 1A, 3A e a média entre elas mostrou-se superior a resistência calculada pela expressão do EC2 da flexo cortante, o mesmo se repetiu para as peças com cordoalhas aderentes, conforme Figura 7-5.

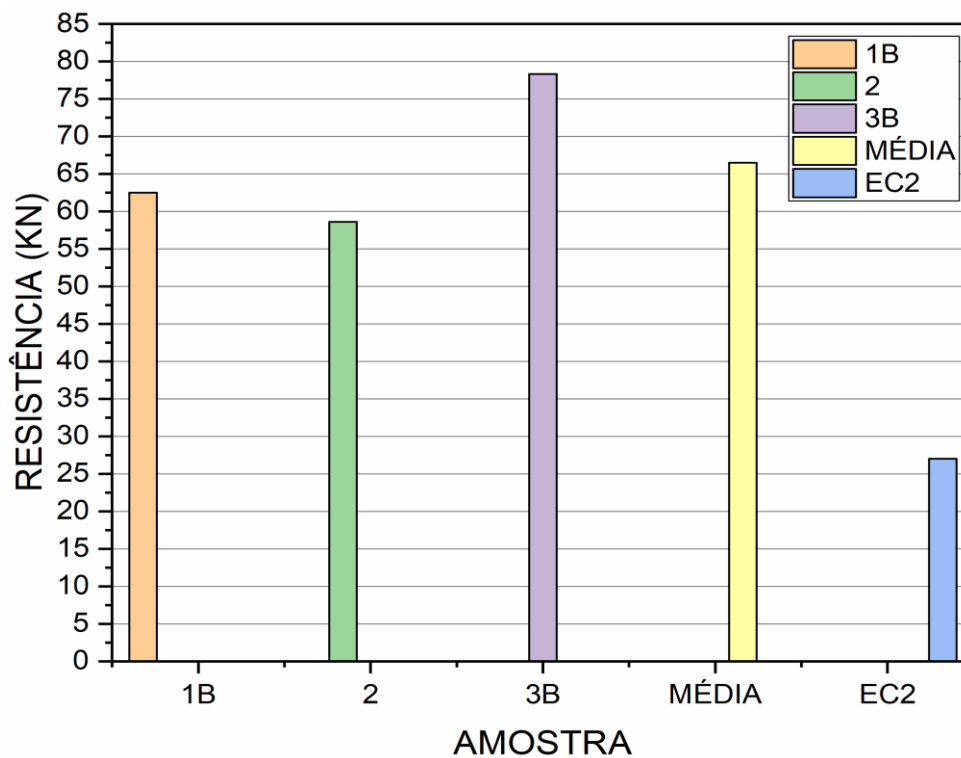
Assim como ocorreu nos resultados apresentados pela NBR 14861, o valor do EC2, para expressão da flexo-cortante foi menor que os resultados experimentais, como já esperado, com base no padrão de fissuração apresentado durante os ensaios.

Figura 7-4: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – EC2 - flexo-cortante



Fonte: Próprio autor (2021)

Figura 7-5: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – EC2 - flexo-cortante



Fonte: Próprio autor (2021)

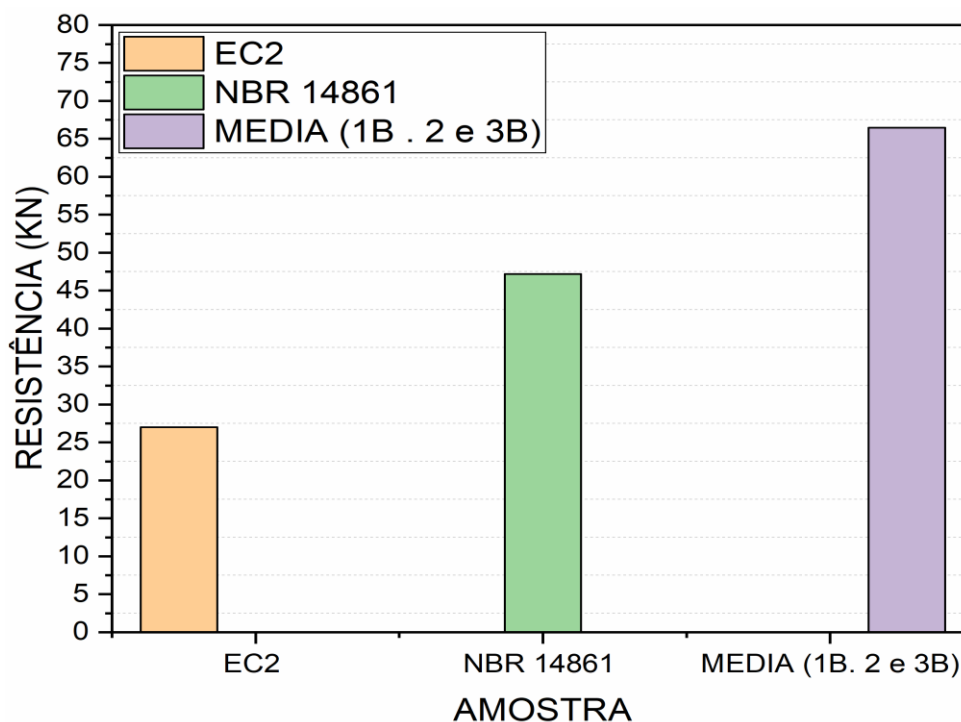
### 7.1.3 NBR 14861 X EC2 – Flexo-Cortante

Observando o gráfico da Figura 7-6, nele é apresentado a média dos valores obtidos durante os ensaios para as amostras com cordoalhas aderentes (1B, 2 e 3B), comprando-as com os valores teóricos para as expressões da flexo-cortante do EC2 com a NBR 14861, considerando todas as cordoalhas aderentes com o “d” (altura útil) no cabo representante. O mesmo é válido para as amostras de extremidades com cabos isolados (1A e 3A), cujo gráfico está exposto na Figura 7-7.

Ao analisar os valores obtidos pelas formulações teóricas com os resultados obtidos durante os ensaios, pode-se dizer que ambas normas apresentaram um valor de resistência inferior ao ensaio como era previsto, uma vez que estas equações descrevem a interação entre a flexão e o cisalhamento.

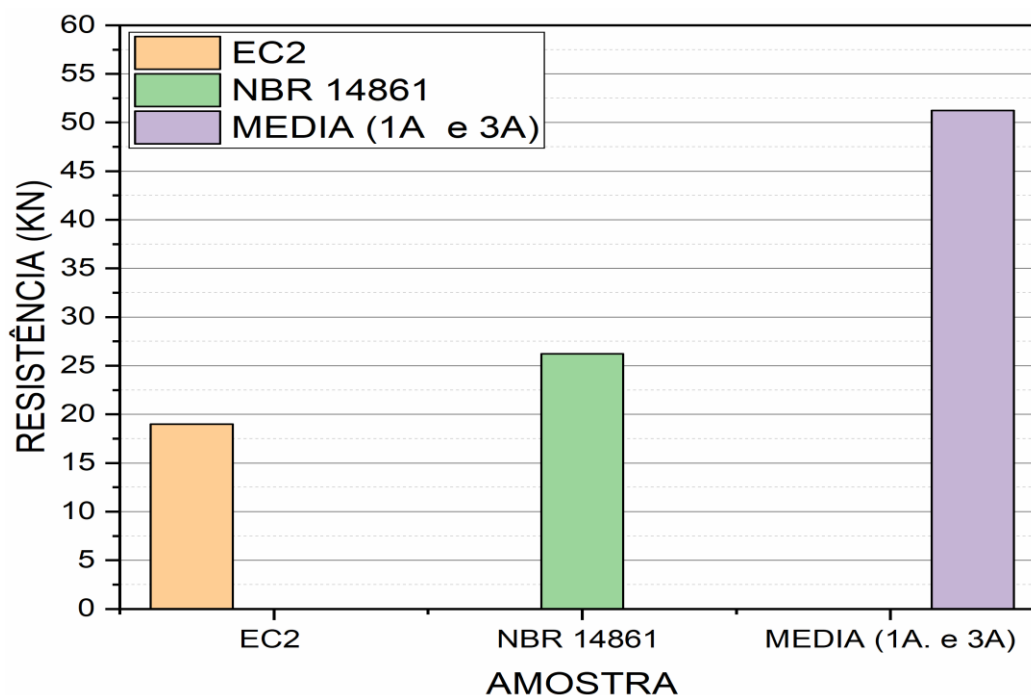
Comparando os valores entre as expressões, é notável que o EC2 traz consigo uma segurança exagerada em relação aos valores apresentados pela NBR 14861, analisando a seção da peça, para cordoalha aderente o valor calculado pela NBR 14861 foi de 47,18 KN enquanto que para o EC2 27 KN , ou seja, uma diferença de aproximadamente 42%.

**Figura 7-6: Gráfico comparativo entre valores de cálculo NBR 14861 e EC2 com valores experimentais - Flexo-cortante com cordoalha aderente**



Fonte: Próprio autor (2021)

Figura 7-7: Gráfico comparativo entre valores de cálculo NBR 14861 e EC2 com valores experimentais - flexo-cortante com cordoalha isolada



Fonte: Próprio autor (2021)

Os valores das resistências últimas à força cortante obtidas experimentalmente são apresentados na Tabela 7-3, os valores mínimos obtidos foram referentes as amostras de extremidades (com isolamento de cordoalha).

Quando comparado a média dos valores dos resultados experimentais, com os valores obtidos pelas expressões da flexo-cortante NBR 14861 e EC2, a amostra no pior caso atingiu fator de carregamento superior a 1,95 vezes o valor real da resistência última, considerando a equação da NBR 14861 para o cálculo da resistência última da seção.

Para esta mesma situação, agora considerando a expressão apresentada pela equação do EC2, o fator de carregamento  $\psi = V_{u, exp.} / V_{Rd, calc.}$  foi de 2,69 vezes.

Analisando a média das amostras com cordoalhas aderentes, houve uma pequena redução nos fatores de carregamento, 1,40 para a expressão da NBR 14861 e 2,46 considerando o EC2.

Em todas as situações a resistência última foi superior as recomendações normativas, o que demonstra que ambas as expressões atendem aos critérios de segurança e que a norma europeia se apresenta um pouco mais conservadora em relação a norma brasileira.

**Tabela 7-3: Valores das cortantes últimas experimentais  $V_{U,exp}$  e comparação com força cortante resistente de cálculo**

Amostra	$V_{U,exp}$	NBR 14861	EC2	$\psi$ (14861)	$\psi$ (EC2)
1A	52,37	26,23	19	1,99	2,75
3A	50,07			1,90	2,63
<b>Media</b>	<b>51,22</b>			<b>1,95</b>	<b>2,69</b>
1B	62,51	47,18	27	1,32	2,31
2	58,59			1,24	2,17
3B	78,30			1,65	2,90
<b>Media</b>	<b>66,47</b>			<b>1,40</b>	<b>2,46</b>

Fonte: Próprio autor (2021)

#### 7.1.4 EC2 – Tração Diagonal

Para o cálculo, segundo a norma europeia EC2, esta recomenda que a verificação seja feita em regiões onde não há presença de fissuras de flexão. O ponto de verificação escolhido neste trabalho é de 2,5h, ou seja, para a terça com 30cm de altura, o ponto adotado é de 75cm, somado a distância do apoio de 19cm, a verificação ocorreria em 94cm, conforme Figura 5-7. Ponto este fora do comprimento de transferência calculado conforme EC2, conforme Apêndice A.

O cálculo da resistência ao esforço cortante está dividido em duas situações, a primeira é para as amostras de extremidade com cordoalha isolada (1A e 3A) cujo o cabo representante está posicionado a 12,35cm. Uma outra situação é para as amostras (1B, 2 e 3B) com todas cordoalhas aderentes, cabo representante está localizado a 9,8cm.

Para verificação da resistência ao esforço cortante segundo o EC2 - tração diagonal, a verificação ocorreu na metade da altura da seção transversal, sendo ele em  $H/2$ , ou seja, para a seção transversal das amostras estudadas cuja altura é de 300mm, a verificação se deu em 150mm.

A Tabela 7-4 demonstra o cálculo para verificação em  $H/2 = 15\text{cm}$ .

**Tabela 7-4: Resistencia a força cortante EC2 – tração diagonal verificação no (H/2)**

Mod.	$\Phi$ (cm)	Lx	LPT $\Phi$ (cm)	$\alpha$	P <sub>00</sub> (N)	A <sub>c</sub> (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (MPa)	bw (mm)	I (mm <sup>4</sup> )	S (mm <sup>3</sup> )	F <sub>ctd</sub> (MPa)	V <sub>rdc</sub> (KN)
1A e 3A	1,09	94	37	1	106252	36380	2.92	100	290180311	2087208.74	2,85	56,38
1B, 2 e 3B	1,58	-	55	1	223865	36380	6.15	100	290180311	2087208.74	2,85	70,42

Fonte: Próprio autor (2021)

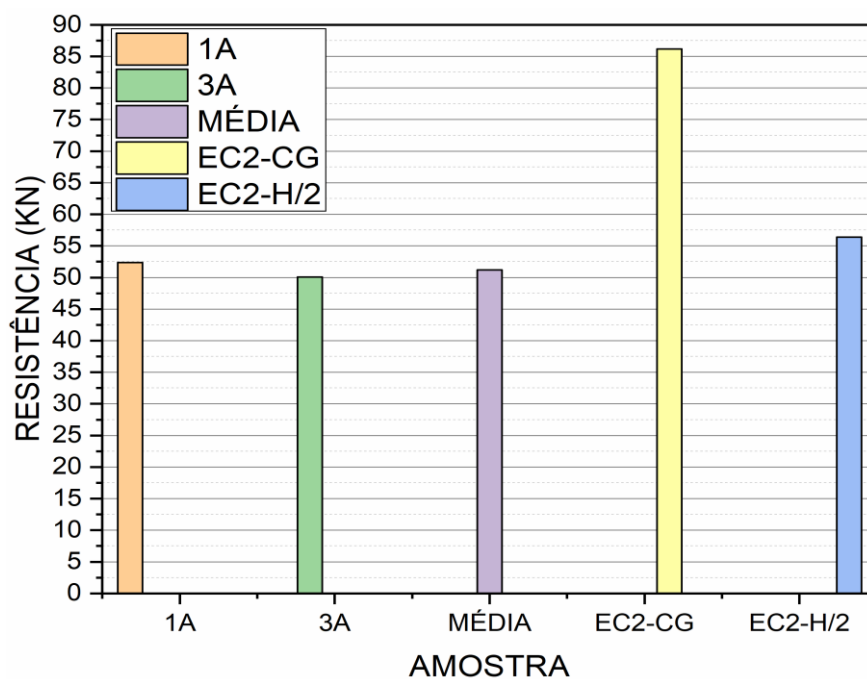
Conforme gráfico apresentado pela Figura 7-8, pode-se observar que o valor calculado para a seção de extremidade com cordoalha isolada, ao ser comparado com os ensaios (1A e 3A) e a média para as respectivas amostras, as mesmas apresentaram valores relativamente próximos aos valores calculados pela expressão do EC2 – tração diagonal considerando o ponto de falha próximo na metade da altura da seção ( $H/2 = 15$  cm), ou seja, o bw para este ponto é de 100mm, demonstrando que o mecanismo de falha ocorreu por razão diagonal sendo o ponto crítico próximo a H/2.

Este resultado já era esperado, em função do padrão de fissuração apresentado durante os ensaios, apresentando-se como falha por cisalhamento e ou tração diagonal.

É importante ressaltar que mesmo considerando no cálculo o ponto de falha em H/2, o resultado apresentado pela expressão do EC2 foi pouca coisa superior aos resultados obtidos durante os ensaios, isso significa que a segurança contra a ruína da peça estará assegurada apenas pelos coeficientes de minoração de resistência e majoração de esforços.

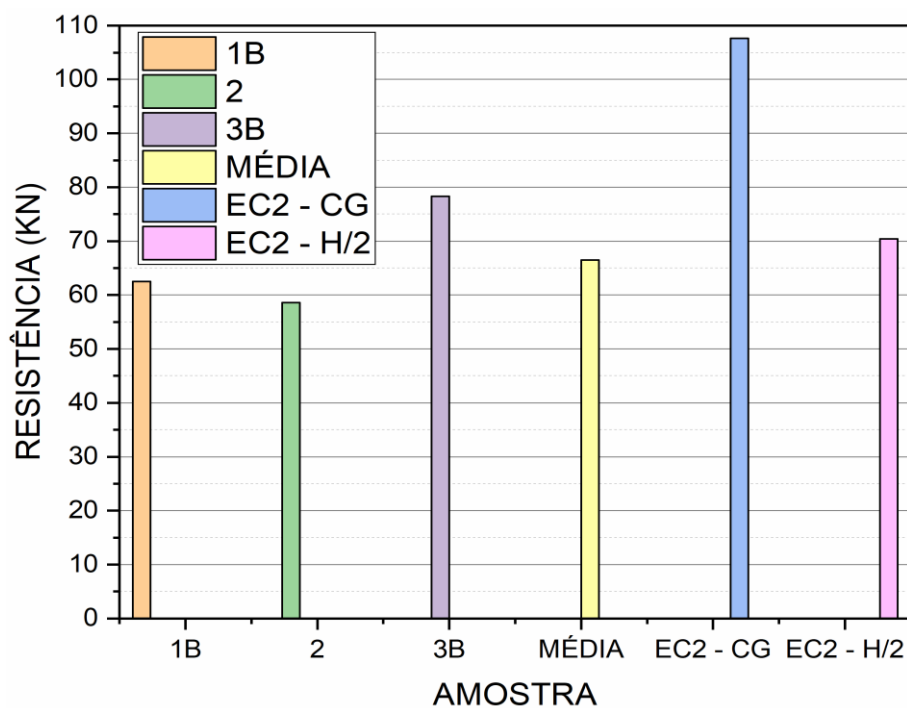
O mesmo ocorreu com as amostras ensaiadas com todas as cordoalhas aderentes (1B, 2 e 3B), Figura 7-9, com exceção da amostra 3B, esta foi a única que apresentou resistência superior a expressão do EC2, considerando o ponto de análise na seção em H/2.

Figura 7-8: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – EC2 (tração diagonal)



Fonte: Próprio autor (2021)

Figura 7-9: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – EC2 (tração diagonal)



Fonte: Próprio autor (2021)



### 7.1.5 EN1168 – Tração Diagonal

Para o cálculo segundo a EN1168, tração diagonal, assim como o EC2, esta norma também recomenda que a verificação seja feita em regiões onde não há presença de fissuras de flexão. O ponto de verificação escolhido neste trabalho é de 2,5h, ou seja, para a terça com 30cm de altura, o ponto adotado é de 75cm, somado a distância do apoio de 19cm, a verificação ocorrerá em 94cm, conforme Figura 5-7. Ponto este fora do comprimento de transferência calculado conforme EC2, conforme Apêndice A.

A expressão adotada para o cálculo da resistência ao esforço cortante, foi a simplificada, está dividido em duas situações, a primeira é para as amostras de extremidade com cordoalha isolada (1A e 3A) cujo o cabo representante está posicionado a 12,35cm. Uma outra situação é para as amostras (1B,2 e 3B) com todas cordoalhas aderentes, cabo representante está localizado a 9,8cm.

Para verificação da resistência ao esforço cortante segundo o EN1165 - tração diagonal, assim como nas no EC2, a verificação ocorreu na metade da altura da seção transversal, sendo em H/2, ou seja, para a seção transversal das amostras estudadas cuja altura é de 300mm, a verificação se deu em 150mm.

O que diferencia a equação da EN 1168 para o EC2, são os parâmetros  $\varphi = 0,8$  e  $\beta = 0,9$ . A Tabela 7-5 demonstra o cálculo para verificação em H/2 = 15cm.

**Tabela 7-5: Resistencia a força cortante EN 1168 – tração diagonal verificação no (H/2)**

Mod.	$\Phi$ (cm)	Lx	LPT $\Phi$ (cm)	$\alpha$	P <sub>00</sub> (N)	A <sub>c</sub> (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (MPa)	bw (mm)	I (mm <sup>4</sup> )	S (mm <sup>3</sup> )	F <sub>ctd</sub> (MPa)	V <sub>rdc</sub> (KN)
1A e 3A	1,09	94	37	1	106252	36380	2.92	100	290180311	2087208.74	2,85	43,95
1B, 2 e 3B	1,58	-	55	1	223865	36380	6.15	100	290180311	2087208.74	2,85	54,38

Fonte: Próprio autor (2021)

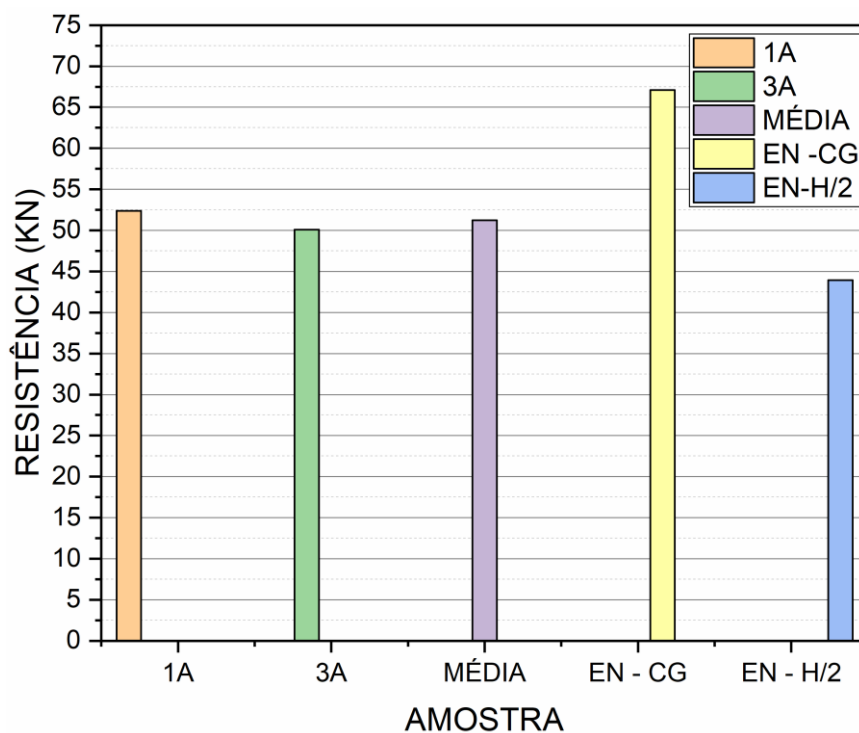
De acordo com o gráfico apresentado pela Figura 7-10, pode-se dizer que o valor médio das amostras com cordoalhas isoladas e seus respectivos valores individuais (1A e 3A), foram próximos aos valores calculados para a resistência da seção pela expressão do EN 1168, para tração diagonal, desde que considerado o ponto de falha em H/2 da seção,

ou seja 15cm. Cujo o valor de  $B_w$  para esta verificação vale 100mm, para esta situação a resistência calculada é de 43,95KN.

É importante ressaltar que para a consideração no cálculo o ponto de falha em  $H/2$ , o resultado apresentado pela expressão da EN 1168, foi pouca coisa inferior aos resultados obtidos durante os ensaios, isso significa que a segurança contra a ruína da peça estará assegurada, mesmo sem a consideração dos coeficientes de minoração de resistência e majoração de esforços.

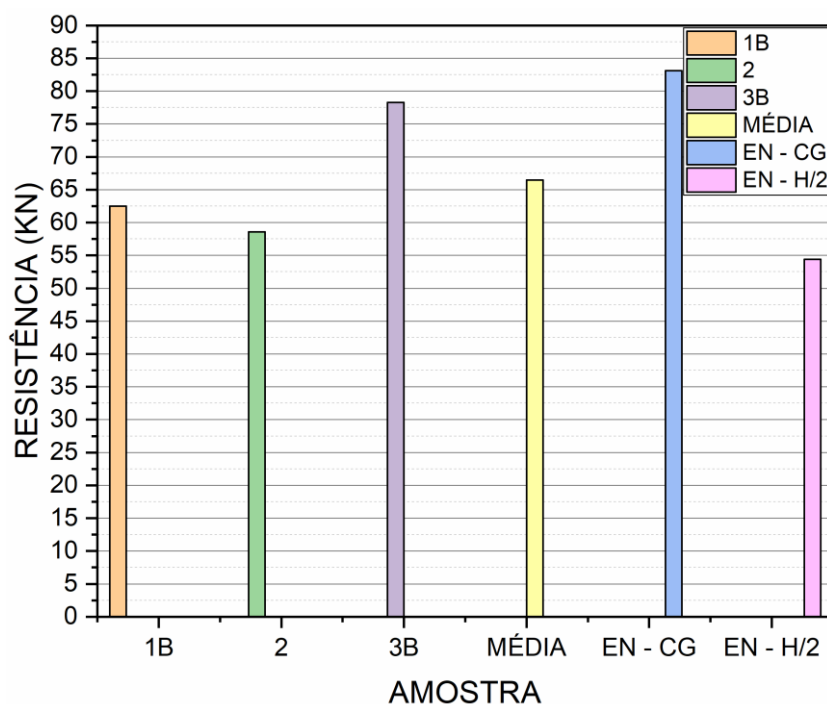
O mesmo ocorreu com as demais amostras ensaiadas, com todas as cordoalhas aderentes (1B, 2 e 3B), Figura 7-11, em todos os modelos a resistência última foi superior a resistência apresentada pelo EN 1168, considerando o ponto de verificação em  $H/2$ .

**Figura 7-10: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha isoladas) – EN 1168 (tração diagonal).**



Fonte: Próprio autor (2021)

**Figura 7-11: Gráfico comparativo entre valores de cálculo e valores experimentais (cordoalha aderente) – EN 1168 (tração diagonal)**



Fonte: Próprio autor (2021)

### 7.1.6 EC2 X EN 1168 – Tração Diagonal

Observando o gráfico da Figura 7-12, nele é apresentado a média dos valores obtidos durante os ensaios para as amostras com cordoalhas aderentes (1B, 2 e 3B), comprando-as com os valores teóricos para as expressões da tração diagonal do EC2 com EN 1168, considerando todas as cordoalhas aderentes com o “d” (altura útil) no cabo representante, para as verificações em H/2.

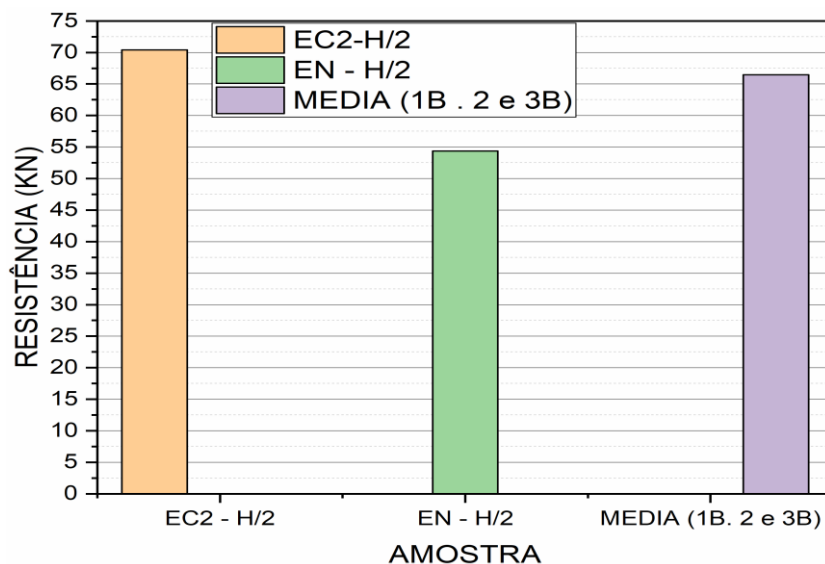
O mesmo é válido para as amostras de extremidades com cabos isolados (1A e 3A), cujo gráfico está exposto na Figura 7-13, para verificação em H/2.

Para as análises realizadas em H/2, conforme pode ser observado na Tabela 7-6, os valores calculados pela expressão do EC2 ficaram próximos aos obtidos durante os ensaios realizados no laboratório, porém estes apesar de próximos foi superior aos valores reais de ensaios, apresentando-se contra a segurança estrutural com exceção da amostra 3B em que  $\Psi (EC2) = V_{u,exp.} / V_{rd EC2} = 1,11 > 1,0$ , para as demais amostras os valores encontrados para  $\Psi (EC2)$  foram sempre menores que um ( $\Psi (EC2) < 1,0$ ).

Segundo a mesma tabela, ao se analisar a expressão simplificada EN 1168, esta apresentou valores mais conservadores, garantindo assim a segurança estrutural. O maior valor obtido para  $\Psi (EN) = V_{u,exp.} / V_{rd EN}$ , trata-se também da amostra 3B, cujo  $\Psi$

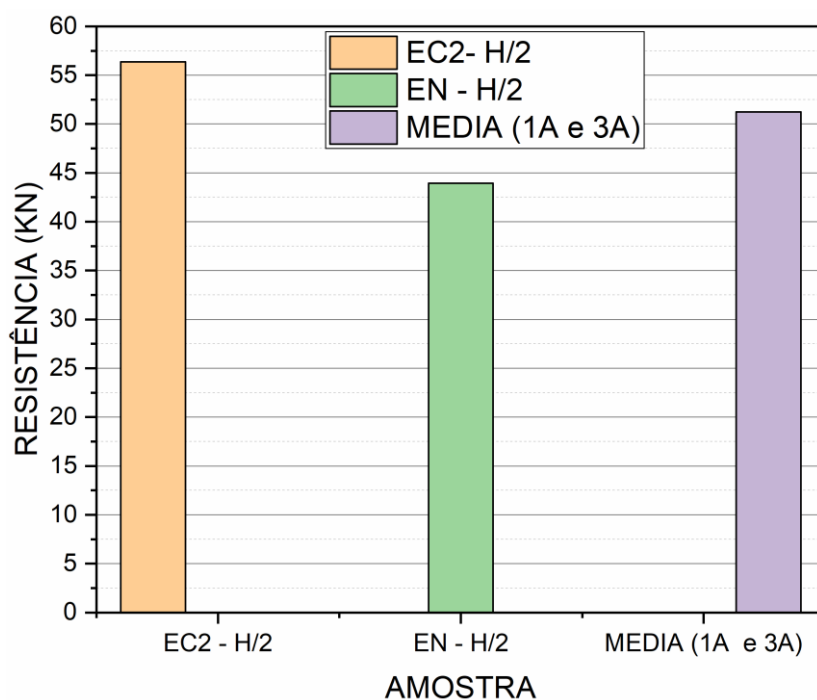
(EN1168) = 1,43. Ao se analisar a média para cordoalhas isoladas  $\Psi$  (1168) = 1,16 e para cordoalhas aderentes  $\Psi$  (1168) = 1,22. Sendo assim a expressão da EN1168 apresentou-se satisfatória para todas as situações com valores mais conservadores que o próprio EC2.

**Figura 7-12: Gráfico comparativo entre valores de cálculo EN 1168 X EC2 com valores experimentais – Tração diagonal com cordoalha aderente (H/2)**



Fonte: Próprio autor (2021)

**Figura 7-13: Gráfico comparativo entre valores de cálculo EN 1168 X EC2 com valores experimentais – Tração diagonal com cordoalha isolada (H/2).**



Fonte: Próprio autor (2021)

**Tabela 7-6: Valores das cortantes últimas experimentais  $V_{U,exp}$  e comparação com força cortante resistente de cálculo –  $H/2$ .**

Amostra	$V_{U,exp}$	EN 1168	EC2	$\psi$ (1168)	$\psi$ (EC2)
1A	52,37	43,95	56,38	1,19	0,92
2A	50,07			1,13	0,89
<b>Media</b>	<b>51,22</b>			<b>1,16</b>	<b>0,91</b>
1B	62,51	54,38	70,42	1,15	0,88
2	58,59			1,07	0,83
3B	78,30			1,43	1,11
<b>Media</b>	<b>66,47</b>			<b>1,22</b>	<b>0,94</b>

Fonte: Próprio autor (2021)

## 7.2 Prova de carga em fábrica e avaliação da ligação semirrígida

Inicialmente ao se avaliar o ensaio de flexão positiva os relógios comparadores foram enumerados de 1 a 4 conforme mostra a Figura 6-6, os valores referentes aos deslocamentos obtidos durante o ensaio podem ser observados na Tabela 7-7.

**Tabela 7-7: Deslocamento - ensaio de flexão positiva da amostra A1P.**

Carga (Kg)	Apoios		Central	
	R1 (mm)	R4 (mm)	R2 (mm)	R3 (mm)
0	4.48	0,03	0,16	0,00
1200	4.87	0,55	23,66	24,53
$\Delta$ (mm)	0,39	0,52	23,50	24,53
Media (mm)	0,46		24,02	
Final devido carregamento (mm)	24,02 – 0,46 = 23,56			
Devido ao peso próprio (mm)	18			
Deslocamento total (mm)	41,56			

Fonte Próprio autor (2021)

Na Figura 7-14 é apresentado o carregamento positivo da amostra A1P, tomando como base a Figura 6-4, pode-se observar que antes da execução da ligação nas extremidades para situação de peso próprio, a deformação do modelo era de 4,0 cm,

passando a ser 1,8 cm após a realização do procedimento da ligação, como é mostrado na Tabela 7-7 na linha “ devido ao peso próprio”, ou seja, houve uma redução inicial de 45 % em relação a situação de vazio.

O procedimento de medição deu da seguinte forma, inicialmente para o carregamento de 0Kg coletou as leituras dos quatro relógios comparadores, em seguida após o carregamento completo com 1200Kg, realizou-se novas leituras.

Para R1 localizado no apoio, foi calculada a diferença entre as leituras referentes ao vazio e ao carregamento completo, o mesmo foi feito com R4, em seguida obteve-se a média entre os dois para se determinar o deslocamento médio dos apoios.

O mesmo procedimento é válido para R2 e R3, onde determinou-se a média dos deslocamentos na região central.

Contudo a deformada final da estrutura pode ser obtida subtraindo o deslocamento médio do apoio da flecha central e em seguida somando a deformada de peso próprio de 1,8 cm. Com isso a flecha final do elemento após execução da ligação somada ao carregamento é de 41,56mm.

**Figura 7-14: Execução do carregamento positivo na amostra A1P**

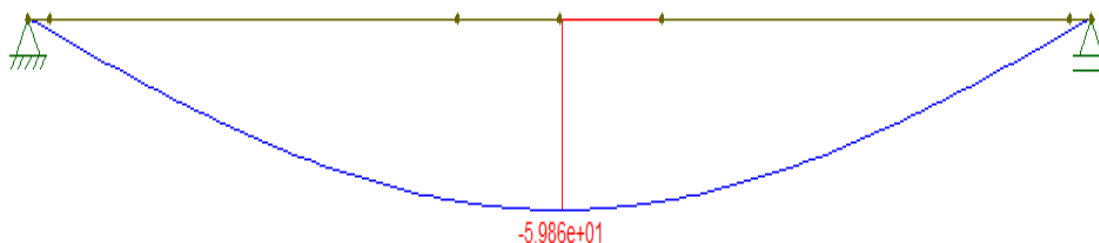


Fonte: Próprio autor (2021)

Com o auxílio do software livre Ftool®, foi possível prever a deformação terça pretendida para situação biapoiada considerando o carregamento total. Para isso foi adotado o módulo de elasticidade médio de 35759MPa, obtido nos ensaios apresentados

na Tabela 5-7 (modulo esse que representa a média entre os módulos elástico secante para o lote de terças estudadas). E momento de inercia apresentados na Tabela 5-1. Logo a deformação na peça é de 59,86 cm conforme Figura 7-15.

**Figura 7-15: Deformação da terça AP1 para situação bi apoiada**



Fonte: Próprio autor (2021)

Sabendo que a deformação com as ligações nas extremidades foi de 41,56cm ou seja 69% da situação bi apoiada, pode-se determinar a rigidez da ligação por meio do roteiro apresentada por Ferreira (2017).

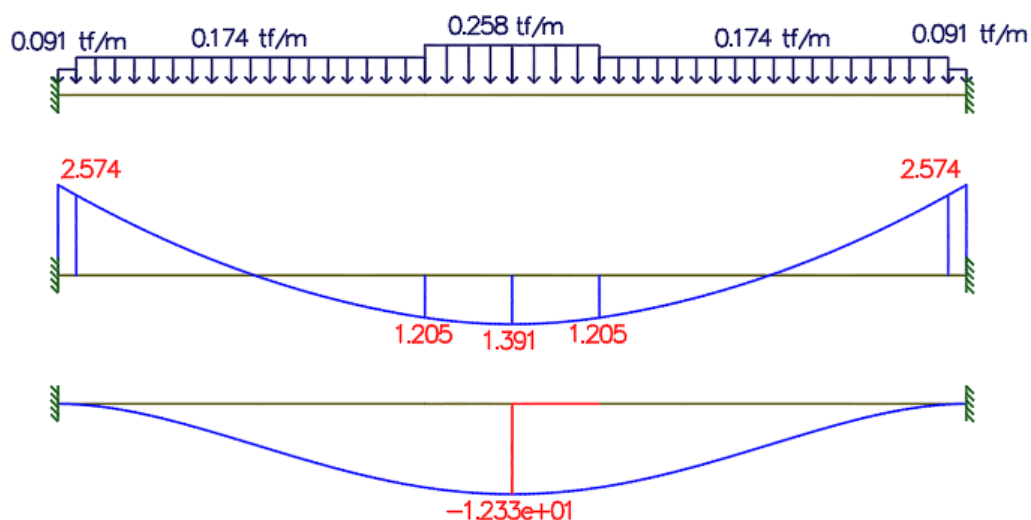
O valor do coeficiente  $\gamma_a$  pode ser obtido através da equação 2.27. sendo o deslocamento semirrígido igual ao deslocamento bi apoiado reduzido pelo coeficiente, basta isolar o valor de  $\gamma_a$ :

$$\gamma_a = \frac{a_{SR}}{\frac{5 \cdot w \cdot L^4}{384 \cdot (E_{CI})_{eq}}} = \frac{41,56}{59,86} = 0,6942 \quad (2.27)$$

Com base na Tabela 2-2, obtém-se os seguintes coeficientes:  $\gamma_a = 0,69$ ;  $\gamma_\theta = 0,61$ ;  $\gamma_{EP} = 0,39$ ;  $\alpha_r = 0,30$  e  $\beta_{RE} = 1,29$ .

Ainda com o auxílio do software Ftool, é possível obter o deslocamento e os momentos fletores para a situação de engastamento perfeito, Figura 7-16.

Figura 7-16: Situação de engastamento perfeito



Fonte: Próprio autor (2021)

Sendo  $\gamma_{EP} = 0,39$  por intermédio da equação 2.24 o momento semirrígido é equivalente a:

$$M_{SR} = \gamma_{EP} \cdot M_{rig} = 0,39 \times 2,574 \cong 1 \text{ tf} / \text{m} \quad (2.24)$$

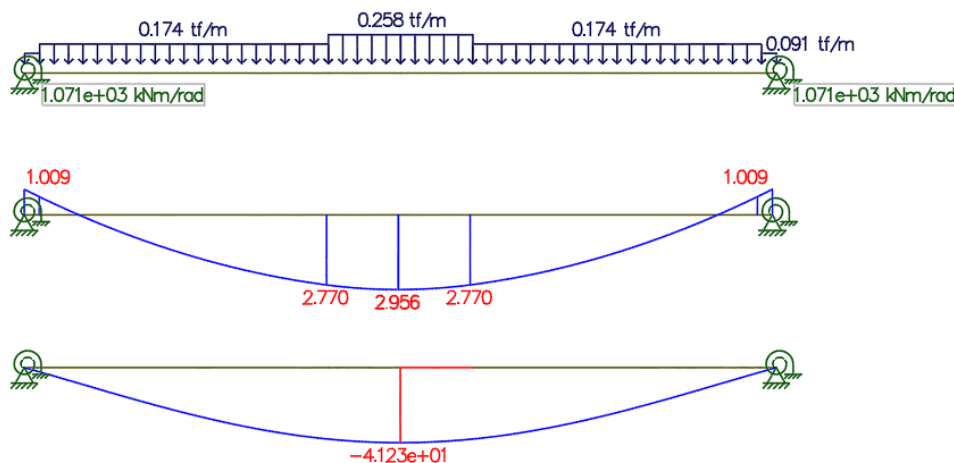
Por meio da equação 2,29, é possível isolar o parâmetro e  $\beta_{RE} = 1,29$ , para se obter a rigidez secante da ligação.

$$1,29 = \frac{R_{sec} \cdot 12,5}{35759(10^3) \times 0,000290180311} = 1070,86 \text{ KN} / \text{rad} \quad (2.29)$$

Com base nos valores calculados, aplicando a rigidez secante no modelo do Ftool, pode-se verificar que houve a convergência dos valores calculados pelo roteiro apresentado por Ferreira (2017), e pela deformação obtida no ensaio com a ligação semirrígida, Figura 7-17.



**Figura 7-17: Modelo situação semirrígida**



Fonte Próprio autor (2021)

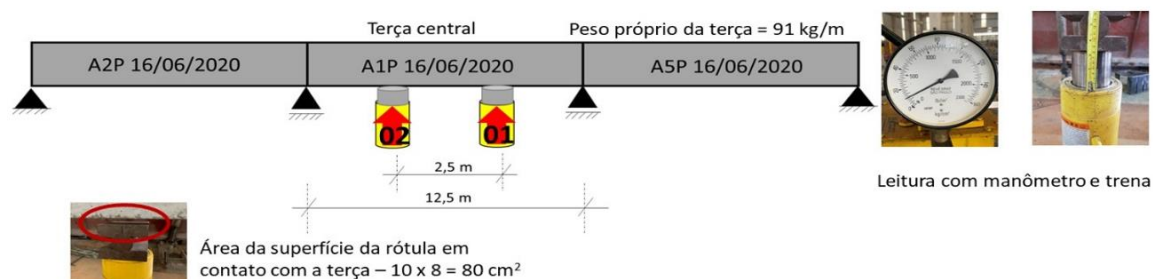
É importante ressaltar que o ensaio foi feito em ambiente de fábrica, o carregamento foi feito para solicitações em serviço, logo desconhece o comportamento da ligação próximo a ruína.

O ensaio de flexão negativa foi realizado posteriormente ao de flexão positiva, na amostra central A1P

Na Figura 6-11 apresentada anteriormente é possível observar o arranjo do ensaio de flexão negativa com suas respectivas cotas.

Já na Figura 7-18 é mostrado detalhadamente o esquema de ensaio realizado, cabe ressaltar que foram empregadas rótulas cuja área de contato do atuador hidráulico com o modelo é de 80cm<sup>2</sup>.

**Figura 7-18: Flexão negativa nas amostras A1P**



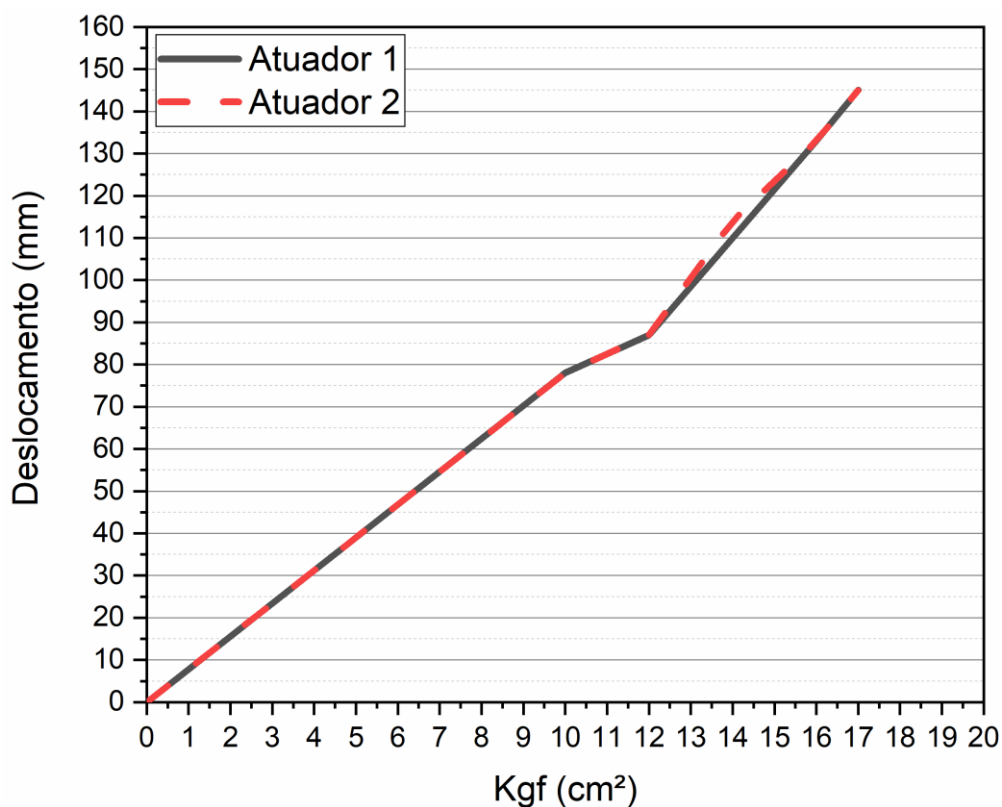
Fonte: Próprio autor (2021)

O resultado do ensaio da amostra A1P podem ser observados na Tabela 7-8 e na Figura 7-19.

**Tabela 7-8: Resultado do ensaio de flexão negativa em fábrica amostra A1P**

Manômetro (Kgf/cm <sup>2</sup> )	Força Aplicada (KN)		Deslocamento (mm)		Abertura de fissuras (mm)
	Individual	Total	Atuador 1	Atuador 2	
0	0	0	0	0	0
10	8,00	16,00	78	78	0,10
12	9,60	19,20	87	87	0,15
14	11,20	22,40	110	114	-
16	12,80	25,6	133	133	0,20
17	13,60	27,20	145	145	0,40
Flecha Residual (mm)		15			

Fonte: Próprio autor (2021)

**Figura 7-19: Curva força aplicada no manômetro x deslocamento amostra A1P ensaio flexão negativa em fábrica**

Fonte: Próprio autor (2021)

Observando a Tabela 7-8, notou-se que a máxima força aplicada por atuador não atingiu 14KN, ficando com 13,6KN, não sendo possível atingir o momento máximo desejado de -53,40KN.m como mostra a Figura 6-11. O ensaio foi interrompido neste valor pois, o

cursor do atuador atingiu o seu limite de 150 mm. A amostra A1P mantiveram-se integra após aplicação do carregamento registrando abertura de fissuras máximas de 0,4.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal deste trabalho foi avaliar o desempenho estrutural de terças pré-fabricadas protendidas, e verificar a resistência ao esforço cortante nas peças sem a presença de armadura transversal além de analisar os mecanismos resistentes próximos a ruína da peça. Pode-se dizer que este foi alcançado no decorrer do texto, para melhor visualização esta seção será subdividida em tópicos.

### 8.1 Avaliação do desempenho estrutural

No que diz respeito a avaliação de desempenho estrutural das peças a flexão, este trabalho demonstra uma serie de ensaios de terças pré-moldadas protendidas que foram aproveitados da base de dados do laboratório NETPre da UFSCar.

Os ensaios foram feitos em escala real, foram realizadas prova de carga para flexão positiva e negativa com carga pontual aplicada por meio de um atuador hidráulico.

É importante frisar que diferentemente dos testes realizados com carga distribuída, este modelo de ensaio com uma carga concentrada favorece uma situação mais crítica, uma vez que o momento fletor máximo ocorre na presença de esforço cortante na seção central da peça.

De acordo com a Tabela 5-5, observando os resultados de flexão positiva juntamente com os gráficos apresentados no decorrer do texto, pode-se dizer que, a prova de carga foi realizada com fatores de carregamentos na ordem de  $\psi = 0,7$  (o qual representa um momento máximo compatível com o momento positivo máximo para  $\gamma_f = 1,0$ ).

Ao se analisar os gráficos, pode-se observar que o inicio da fissuração, para amostras ensaiadas a flexão positiva, ocorreu entre 5 e 6 KN demonstrando uma boa concordância com os valores teóricos estimados, logo é possível constatar que os resultados experimentais são coerentes com a força de protensão considerada no projeto e da mesma forma a qualidade concreto (em especial a resistência a tração).

Houve o espalhamento das fissuras com o incremento do carregamento na região central da peça, sem indícios de que se atingiu o esgotamento da capacidade resistente da peça. Na pratica, após o descarregamento o elemento viltou a sua posição inicial, com uma pequena deformação residual. Porém conforme já apresentado em "5.2.2" observou-se uma redução na rigidez inicial do elemento na ordem de 0,85 Ecl.

A avaliação de desempenho a flexão negativa, com base na Tabela 5-6 e gráficos apresentados, pode-se dizer que, a prova de carga foi realizada com fatores de

carreamentos na ordem de  $\psi = 1,30$  (Fator de carregamento  $\psi = M_{total,neg}/MSd$ , sendo o momento solicitante negativo de projeto  $MSd = - 34,19$  kN, considerando as ações de vento com sucção com  $\gamma_f = 1,4$ ). Diante dos dados apresentados, pode-se dizer que os modelos ensaiados apresentaram resultados satisfatórios nas provas de cargas realizadas para flexão negativa e positiva, apresentando comportamento consistente na fase de serviço em relação aos valores presumidos teoricamente e atingindo a máxima carga sem o comprometimento estrutural da peça, ou seja, como retorno para a sua deformação inicial depois do descarregamento.

No tocante a avaliação de desempenho estrutural ao esforço cortante, de acordo com a Tabela 5-8, baseando-se nas resistências últimas experimentais, com o valor solicitante de projeto  $V_{Sd} = 15,7$  kN (valor informado por projetista), até mesmo para as amostras com os piores casos, ou seja, amostras de extremidades com isolamento de cordoalhas, os fatores de carregamentos foram superiores a  $\psi = V_{U,exp} / V_{Sd} > 3,2$ , com a média entre elas ficando com 3,26. Para o caso das amostras centrais com todas as cordoalhas aderentes ao concreto menor valor foi de a  $\psi = V_{U,exp} / V_{Sd} > 3,73$  para a amostra 2, o maior foi de a  $\psi = V_{U,exp} / V_{Sd} > 4,98$  para a amostra 3B, com a média entre os três modelos ficando com  $\psi = V_{U,exp} / V_{Sd} > 4,23$ .

## **8.2 Comparação dos valores reais experimentais com os valores teóricos normativos**

Prosseguindo com as análises, a aplicação da carga nos ensaios de cisalhamento como mostra a Figura 5-7, ocorreu com 2,5 h, o padrão de fissuração, ângulo de inclinação e resistência última experimental são mostradas em “5.2.3”, como pode-se observar e é explicado em Figura 2-19 de acordo com McGregor e Wight (2012), “Para vãos de cisalhamento curtos com “a” variando de 1 a 2,5 ocorrem fissuras inclinadas que são capazes de suportar carregamentos adicionais após a redistribuição de tensão, parte delas feita pelo efeito arco. Essas fissuras estendem-se a uma altura maior dentro da viga do que as fissuras de flexão, conseqüentemente a falha aconteceu antes que a viga alcance o momento fletor máximo.”

“Para o caso de vigas esbeltas com a relação a/d variado entre 2,5 a 6,5, a fissuras inclinadas desfazem o equilíbrio fazendo com que a viga falhe no próprio carregamento que provoca a fissura inclinada. E como mencionado anteriormente vigas com relação a/d maior que 6,5, falha na flexão antes do surgimento de fissuras inclinadas.”

Pelo modo de como as fissuras se apresentaram, era esperado que a falha por cisalhamento, quando compara as recomendações normativas ocorressem próximas ao mecanismo de tração diagonal.

Partindo da hipótese de que a terça se comporta como uma nervura isolada de uma laje, assim como foi avaliado nervuras isoladas no trabalho de Sales (2020), nesta pesquisa foi abordado dois dos principais modos de ruína consagrados na literatura, flexo-cortante e tração diagonal.

A norma brasileira NBR 14861, traz consigo uma única formulação para o mecanismo de flexo cortante, para terças de extremidade com cordoalhas isoladas apresentou resistência sem a consideração dos coeficientes de segurança de 26,23 KN, já para a situação de todas as cordoalhas aderentes esta apresentou resistência equivalente a 47,18 KN.

Observando o EC2 cujo a expressão para a flexo-cortante é a mesma apresentada na EN1168, os resultados apresentados por elas foram de 19 e 27 KN para situação de extremidade (cordoalha isolada) e aderente respectivamente.

A Tabela 7-3 apresenta os valores das resistências últimas experimentais comparando-as com as recomendações normativas, diante do exposto pode-se dizer que ambas a normas podem ser utilizadas para descrever o comportamento estrutural do elemento, porém os valores teóricos indicam que o modo de ruína foi muito superior ao que a literatura expressa por flexo-cisalhamento, e quando comparadas NBR14861 x EC2, o EC2 traz consigo uma segurança exagerada apresentando valores muito conservadores.

O segundo mecanismo consagrado na literatura é o da tração diagonal, as expressões utilizadas para descrever o comportamento das terças para este mecanismo foram o EC2 e a EN1168, uma vez que a norma brasileira vigente não apresenta formulações para tal análise.

A única diferenciação do EN1168 para com o EC2 são os coeficientes de minoração de resistência.

Os resultados demonstraram que para a verificação quando ocorreu na metade da altura da seção ( $H/2$ ) conforme Tabela 7-6, onde, apesar de valores normativos próximos aos experimentais, o EC2 apresentou valores contra a segurança estrutural do elemento, considerando a média das amostras de extremidade  $V_{u,exp.}/\Psi (EC2) = 0,91$  e para a média dos modelos com cordoalha aderente  $V_{u,exp.}/\Psi (EC2) = 0,94$ .

Ao se analisar a EN1168, para a média das terças de extremidade o valor de  $V_{u,exp.}/\Psi$  (EN1168) = 1,16 e para a médias dos modelos com cordoalha aderente  $V_{u,exp.}/\Psi$  (EN1168) = 1,22

Contudo entende-se que, ao se tratar de flexo-cortante, o EC2 apresentou valores mais conservadores que a expressão brasileira NBR14861, já quando o assunto é tração diagonal o EC2 apresentou valores de resistência exagerados, contra a segurança estrutural, sendo a EN1168 a norma mais indicada para descrever este mecanismo uma vez que apresentou valores de resistência aceitáveis.

Logo pode-se dizer que após ensaios realizados em laboratório, considerando aplicação de carga em 2,5 h, a expressão do VRd1 da norma brasileira NBR 14861 apresentou indícios de que se pode ser utilizada para o cálculo de resistência ao esforço cortante, partindo da hipótese de que a terça é uma única nervura protendida. E que ao testar outras formulações, tanto o EC2 quanto a EN1168 (são as mesmas) para o mecanismo de flexo-cortante, também é possível a utilizar estas expressões, porem apresentam-se de uma forma mais conservadora que a norma brasileira.

Observando o padrão das fissuras, percebe-se que o modo de ruptura foi próximo ao da tração diagonal, uma vez que surgiram fissuras inclinadas na região do apoio. Logo a norma brasileira não apresenta uma expressão para este mecanismo, ficando com valores teóricos bem baixo dos valores últimos experimentais, ao se analisar as expressões do EC2 e EN1168, pode-se dizer que a expressão que tende melhor a descrever o comportamento da peça próximo a ruína foi a equação do EN1168, visto que esta apresentou valores satisfatórios com certa segurança estrutural, ao contrário do EC2 cujo os resultados normativos foram superiores aos resultados experimentais indo contra os princípios da segurança estrutural.

Uma vez que a seção se apresenta em formato de "T", é importante destacar que este argumento é valido para a verificação da seção na metade da mesma (H/2), assim como recomenda os códigos normativos.

### **8.3 Avaliação do desempenho das ligações por meio de prova de carga em fabrica**

O teste de prova de carga é o mais indicado para quando se há dúvidas a respeito do comportamento de uma estrutura, registros apontam que este, é aplicado desde a antiguidade e com o passar dos anos vem evoluído consideravelmente, não se limitando apenas a equipamentos, mas também no quesito de padronização e normatização.

A partir da realização destes testes em ambiente fabril, observou-se a importância da evolução deste estudo teórico sobre o assunto, pois para que se tenha um ensaio eficiente e de qualidade é necessário uma avaliação previa do elemento ou estrutura, para conhecer o seu estado de conservação e até mesmo sua aplicação estrutural. É com esta inspeção previa e estudos teóricos que se detecta anomalias na estrutura e também que não nos deixa dúvidas durante as fases do teste.

Contudo com base nos resultados apresentados verificou-se que os modelos apresentaram desempenho satisfatório durante os testes de flexão positiva e negativa.

No teste de flexão positiva, foram analisados os deslocamentos conforme prescrição da NBR 9062:2017 para elementos de cobertura, atendendo a este limite de  $L/250$ , cabe destacar a importância da ligação com chapa de aço parafusada no encontro das terças, pois estas contribuíram para redução das flechas positivas, comportando-se como uma ligação semirrígida restringindo os giros nos apoios.

A hipótese da validação desta contribuição é observada nas cotas do modelo onde havia apenas ação do peso próprio, na amostra A1P antes da ligação da chapa a flecha era de 4cm após a ligação reduziu-se para 1,8cm, ou seja 55 % de redução no deslocamento para ação de peso próprio.

Após o carregamento, diante dos resultados observados, pode-se constatar que este modo de ligação adotado pela empresa foi capaz de restringir parcialmente os giros nos apoios e conseqüentemente a redução da flecha.

Em contrapartida, trata-se de um estudo preliminar, realizado em ambiente de fábrica realizado no estado limite de serviço ELS, sem toda a instrumentação laboratorial no qual é apresentado um potencial comportamento desta ligação, não sendo possível garantir este mesmo comportamento no estado limite ultimo ELU.

Um outro ponto a ser destacado é a metodologia apresentada por Ferreira (2017), do qual foi possível com esta descrever o comportamento semirrígido para este tipo de ligação com chapas metálicas nos topos das terças localizado nos pilaretes de concreto. De acordo com a definição da NBR 9062 este tipo de ligação pode sim ser caracterizado como sendo uma ligação semiárida uma vez que o fator de restrição  $\alpha_R = 0,30$ .

Na flexão negativa, situação para a qual estaria simulando ação do vento de sucção na cobertura, o valor da carga pontual chegou a 13,6 KN, ou seja 97% da carga correspondente ao estado limite ultimo (ELU) que era de 14 KN, mesmo estando próximo a ruína as fissuras nas fibras superiores mantiveram-se dentro do limite de 0,4 mm.



Visto que com a metodologia adotada de prova de carga em ambiente de fábrica, mesmo não estando munido de todos os equipamentos disponíveis em laboratório, em função da dificuldade encontrada em transportar um arranjo de ensaio com 03 peças totalizando 36 metros, e sem todas as caracterizações do modelo uma vez que este já se encontrava in loco, o estudo realizado demonstrou válido, possibilitando a avaliação do desempenho estrutural das terças e das ligações semirrígidas, da qual apresentou desempenho satisfatório.

## 8.4 Comentários finais

Contudo, diante do exposto pode-se dizer que as terças mesmo que não possuíssem armadura transversal, apresentou desempenho satisfatório no que diz respeito a resistência ao esforço cortante. E que o seu modo de falha se deu próximo ao mecanismo de tração diagonal, mecanismo este comumente encontrado em lajes altas.

Para a avaliação deste mecanismo, a norma europeia EN 1168 foi a que melhor descreveu este comportamento, uma vez que o Eurocode 2 (EC2) apresentou valores contra a segurança estrutural.

O modelo adotado pela empresa para ligações de continuidade entre as peças por meio de chapas metálicas, apresentou-se como satisfatório, possuindo um fator de restrição a rotação  $\alpha_R = 0,30$ .

É válido destacar o modo como foi feita esta avaliação da ligação semirrígida, pois neste seguimento até o presente momento, não se encontra nenhuma bibliografia que menciona ensaios de tamanha proporção, com modelo de 36 m de comprimento.

Visto que, para a realização destes ensaios, em laboratório, envolveriam altos custos com transporte de peças, sem contar a dificuldade em encontrar um laboratório que comportasse tamanho modelo.

Logo a solução encontrada foi adotar ensaios não destrutíveis em ambiente de fábrica, podendo ser utilizado esta metodologia inclusive na própria obra, caso haja dúvidas em relação as peças.

O trabalho também possibilitou por meio dos exemplos de cálculo, localizados no Apêndice A, e dos resultados apresentados, um melhor entendimento a respeito dos equacionamentos utilizados para descrever terças protendidas quando solicitadas ao esforço cortante.

Por fim, um último ponto a ser levantado, diante das limitações encontradas nesta pesquisa, visto que o objeto estudado foi retirado de uma obra já concluída, no caso de

dúvidas quanto a qualidade do concreto, conforme apresentado em Análise das Tensões na Formação de Fissuras e Propriedades do Concreto, por meio da análise da deformação, com a peça ainda no regime elástico é possível determinar tais parâmetros.

## **8.5 Sugestões para trabalhos futuros**

Como sugestão para trabalhos futuros:

- Verificação em laboratório, por meio de instrumentação adequada, o comportamento das ligações utilizadas nesta pesquisa até sua falha, para que se conheça seu comportamento fora do regime elástico;
- Verificação mais aprofundada sobre a capacidade resistente dos modelos normativos, incluído novos códigos para análises;
- Por fim, os resultados obtidos tem mostrando-se satisfatórios, segure-se novos estudos com uma amostragem maior para validação dos resultados, além de se testar tais procedimentos em outras seções transversais de terças.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14861. Lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido — Requisitos e procedimentos.** Rio de Janeiro, 2011.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062. Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado.** Rio de Janeiro, 2017.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9607. Prova de carga estática em estruturas de concreto — Requisitos e procedimentos.** Rio de Janeiro, 2019.

ALBUQUERQUE, A. T.; EL DEBS, M. K. Levantamento dos sistemas estruturais em concreto pré-moldado para edifícios no Brasil.in Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado, 1, São Carlos. **Anais...** São Carlos, 2005.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – **ACI Committee 318 - Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19) and commentary**, Farmington Hills, MI, 2019.

ASSOCIATION OF MANUFACTURES OF PRESTRESSED HOLLOW CORE FLOORS (ASSAP). **The hollow core floor design and applications.** 1. ed. Belfiore, Verona, Italy. 2002.

ARAUJO, C. A. M. **Contribuições para projeto de lajes alveolares protendidas.** 222f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

BASTOS, P. S. **Concreto protendido.** Notas de aula, Universidade Estadual de São Paulo, 2019.

CAMACHO, J. S. **Curso de Concreto Armado: Estudo do Esforço Cortante.** Notas de aula, Universidade Estadual de São Paulo, 2013.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014.** 4ed. São Carlos: EDUFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido: Pré-tração. Pós-tração. Cálculo e detalhamento.** 2ed. São Paulo: PINI, 2017.

CATOIA, B. **Comportamento de vigas protendidas pré-moldadas com ligações semirrígidas.** 215 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de São Carlos São Carlos, 2007.

CATOIA, B. **Lajes alveolares protendidas: cisalhamento em regiões fissuradas por flexão.** 325 f. Tese de Doutorado – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

COSTA, O. O., **Avaliação de desempenho de elementos de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas.** 155 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

DUMÊT, T. B. **Aderência de cordoalhas em concretos de alta resistência com e sem fibras de aço**. 490f. Tese de Doutorado- Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

**EUROCODE 2 – Design of Concrete Structures – Part 1.1 General Rules and Rules for Buildings**, 2004.

FEDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE – FIP (1992). **Guide to good practice: fip reports: quality assurance of hollow core slab floors**. London, England.

FERREIRA, M.,A., **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**.253f. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP), São Carlos,1999.

FERREIRA, M.,A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOTT, K.S. **Modelo Teórico para projeto de Ligações Semirrígidas em Estruturas de concreto Pré-Moldado**. In: IBRACON. Anais do 44 Congresso Brasileiro do Concreto. Belo Horizonte, MG, 17 a 22 de agosto, 2002.

FERREIRA, M.,A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOTT, K.S. **Determinação teórico experimental da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto**.In: EPUSP. Anais do V EPUSP sobre estruturas de concreto. São Paulo, SP,7 a 10 de junho de 2003.

FERREIRA, M.A.; CATOIA, B. **Avaliação do Desempenho Estrutural de Terças Protendidas**. São Carlos: NETPre- núcleo de estudo e tecnologia em pré-moldados de concreto; 24 set. 2018. RT10166/LA2018-09.

FERREIRA, M.A., **Moment-resisting precast frames in non-seismic zones**, Report elaborated for FIB commission 6 on prefabrication, São Carlos, SP., 2017.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto Solicitações tangenciais**. 1ed. São Paulo: PINI, 2008.

HANAI, J.B. **Fundamentos do concreto protendido**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, E-Book, 2005.Disponível em:[http://www.set.eesc.usp.br/public/mdidatico/Protendido/cp\\_ebook\\_2005.pdf](http://www.set.eesc.usp.br/public/mdidatico/Protendido/cp_ebook_2005.pdf). Acesso em: 04 de mar. 2020.

INFORSATO, T. B., **Considerações sobre o projeto, cálculo e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações**.259 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

INFORSATO, T. B. **Análise de laje alveolar protendida moldada por fôrma fixa e usando placas de poliestireno expandido – Estudo teórico e experimental**. 224f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2018.

MACIEL, A. M. **Influência da variação geométrica dos alvéolos na capacidade resistente ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas**. 137f.Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2017.

MARQUESI, M. L., **Contribuição ao estudo dos mecanismos resistentes a força cortante em lajes alveolares protendidas**. 146 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

MARTHA, L. F.; **Ftool – Two-Dimensional Frame Analysis Tool – Versão 3.00**. 2012. Programa livre educacional (TECGRAF/PUC-Rio – Grupo de Tecnologia em Computação

Gráfica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC RJ, Rio de Janeiro – RJ, 2012.

MCGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. **REINFORCED CONCRETE MECHANICS AND DESIGN**. 6ed. New Jersey: PEARSON EDUCATION, 2012.

MORENO JÚNIOR, A. L. **Aplicação da pré-moldagem na construção de galpões em concreto: exemplo de um galpão com cobertura em dente de serra**. 255 f. Tese de Doutorado -Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

OLIVO, V. T.; VARGAS, A. **Análise experimental da capacidade portante de terças pré-fabricadas de concreto protendido**. Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma, 2015.

PAJARI, M. **Resistance of prestressed hollow core slabs against web shear failure**. VTT Technical Research Center of Finland, Research Notes 2292, 2005.

PINHEIRO, G. L., **Estudo da influência do preenchimento de alvéolos em lajes alveolares submetidas a força cortante**. 128 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

PORTO, T. B; FERNANDES, D. S. G. **Curso básico de concreto armado**. Ed. Oficina de Textos, 2015.

QUEIROZ JUNIOR, F. O. **Análise de resistência ao cisalhamento em peças de seções circulares vazadas utilizando a teoria do campo compressão modificada**. 96f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

RUDLOFF. **Concreto protendido: catálogo**. São Paulo, 2015. 31p. Disponível em:<[http://www.rudloff.com.br/downloads/catalogo\\_concreto\\_protendido\\_rev-06.pdf](http://www.rudloff.com.br/downloads/catalogo_concreto_protendido_rev-06.pdf)>. Acesso em: 11 de março de 2020.

SALES, M. W. R. **Estudo numérico-experimental da influência dos mecanismos na resistência à força cortante de lajes alveolares protendidas**. 230 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

SAMORA, M. S., **Avaliação dos mecanismos resistentes ao cisalhamento em concreto armado sem armadura transversal**. 141 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

SANTOS, A. P. **Análise estrutural de galpões atirantados de concreto pré-moldado**. 190 f. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

SILVA, M. F. A. **Contribuições teórico-experimentais para a definição das propriedades mecânicas do concreto com fibras aplicadas em simulações numéricas com foco na interação flexão-cisalhamento em vigas de concreto armado**. 200 f. Tese de Doutorado – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

SOUZA JUNIOR, O. A., **Influência da protensão na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto protendido**. 106 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014

VAN ACKER, A., **Manual de sistemas pré-fabricados de concreto**. Traduzido por Marcelo de Araújo Ferreira. São Paulo, SP: Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto, 2002.

**YANG. L. Design of prestressed hollow core slabs with reference to web shear failure. Journal of Structural Engineering. P.2675-2696,1994.**

## Apêndice A

### 1. Cálculo do comprimento de transferência, comprimento de regularização e cabo representante.

Com base nos dados fornecidos pelo projetista, a tabela A1 a seguir apresenta o tipo de aço utilizado na seção e os valores da força exercida nos cabos.

**Tabela A1: Posição dos cabos da seção transversal.**

bitola	y (cm)	n cabos	$A_{p'}$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{pi}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$P_i$ (kgf)	$P_o$ (kgf)	$P_{oo}$ (kgf)
CP190RB9,5	2,5	1	0,555	14535	8 067	7518	6434
CP190RB12,7	7,5	1	1,014	14535	14 738	13735	11755
CP175RBE5,0	27,5	2	0,392	13388	5 248	4891	4186

A partir da tabela A1, será calculado o cabo representante para a situação de todos os cabos aderentes, sendo:

$$\sum p_i = 28053 \text{kgf}$$

A posição do cabo é dada por:

$$Y_{c,r} = \frac{\sum p_i \cdot Y_i}{\sum p_i} = \frac{2,5 \times 8067 + 7,5 \times 14738 + 27,5 \times 5248}{28053} = 9,80 \text{cm}$$

Em que o somatório da área de cada cordoalha equivale a:

$$\sum A_{p'} = 1,961 \text{cm}^2$$

A partir da área é possível encontrar o diâmetro do cabo equivalente:

$$\sum A_{p'} = \frac{\Pi \cdot d^2}{4} \rightarrow 1,961 = \frac{\Pi \cdot d^2}{4} \rightarrow d = 1,58013 \text{cm}$$

Para determinar o aço representante basta:

$$\begin{aligned} \sum pi(Kgf / cm^2)CP190 &= 22805,42 \\ \sum pi(Kgf / cm^2)CP175 &= 5247,9 \\ &\geq \begin{cases} 22805,42 \\ 5247,9 \end{cases} = CP190(22805,42) \therefore fptk = 19000 \end{aligned}$$

O mesmo raciocínio é válido para determinação do cabo equivalente com o isolamento da cordoalha de 12,7 mm na extremidade da peça ficando:

$$\sum pi = 13315kgf$$

A posição do cabo é dada por:

$$Y_{c.r} \frac{\sum pi.Y_i}{\sum pi} = \frac{2,5 \times 8067 + 27,5 \times 5248}{13315} = 12,3535cm$$

Em que o somatório da área de cada cordoalha equivale a:

$$\sum Ap' = 0,947cm^2$$

A partir da área é possível encontrar o diâmetro do cabo equivalente:

$$\sum Ap' = \frac{\Pi.d^2}{4} \rightarrow 0,947 = \frac{\Pi.d^2}{4} \rightarrow d = 1,09807cm$$

Para determinar o aço representante basta:

$$\begin{aligned} \sum pi(Kgf / cm^2)CP190 &= 8066,925 \\ \sum pi(Kgf / cm^2)CP175 &= 5247,9 \\ &\geq \begin{cases} 8066,925 \\ 5247,9 \end{cases} = CP190(8066,925) \therefore fptk = 19000 \end{aligned}$$

De acordo com as expressões apresentadas em 4.5.3, pode-se determinar o comprimento de transferência e regularização segundo a norma brasileira NBR 6118. Tabela A2.( com  $\gamma_c$  e  $\gamma_s = 1$ ). O mesmo vale para a Tabela A3 ( comprimento de regularização e transferência segundo o EC2- expressões apresentadas em 4.2.3).

**Tabela A2: Comprimento de transferência da armadura ativa NBR 6118.**

bitola	$\Phi$ (cm)	fck (MPa)	Fcd (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\eta_{p1}$	$\eta_{p2}$	Fbpd (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fpyk (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fpyd (kgf/cm <sup>2</sup> )	lbp	$\sigma_{pi}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	lbpt
CP190RB9,5	<b>0.95</b>	<b>50</b>	28.50	1.2	1	34.20	17100	17100	92.357	14535	39
CP190RB12,7	<b>1.27</b>	<b>50</b>	28.50	1.2	1	34.20	17100	17100	123.466	14535	52



CP175RBE5,0	<b>0.50</b>	<b>50</b>	28.50	1.4	1	39.90	15750	15750	38.375	13388	16
Cabo rep. Aderente	1.58	<b>50</b>	28.50	1.2	1	34.20	17100	17100	153.617	14305.617	64
Cabo rep. Isolado	1.09	<b>50</b>	28.50	1.2	1	34.20	17100	17100	106.752	14060.0053	44

**Tabela A3: Comprimento de transferência da armadura ativa EC2.**

bitola	$\Phi$ (cm)	fck MPa	Fcd (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\eta_{p1}$	$\eta_l$	fbpT (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\sigma_{p0}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Lpt
CP190RB9,5	<b>0.95</b>	<b>50</b>	28.50	3.2	1	91.20443192	1.25	0.19	13546	33.511
CP190RB12,7	<b>1.27</b>	<b>50</b>	28.50	3.2	1	91.20443192	1.25	0.19	13546	44.798
CP175RBE5,0	<b>0.50</b>	<b>50</b>	28.50	2.7	1	76.95373943	1.25	0.25	12476	25.332
Cabo rep. Aderente	1.58	<b>50</b>	28.50	3.2	1	91.20443192	1.25	0.19	13332	54.858
Cabo rep. Isolado	1.09	<b>50</b>	28.50	3.2	1	91.20443192	1.25	0.19	13103	37.467

**Tabela A4: Força de protensão no cabo representante.**

Bitola	pi (kgf)	$\Delta P_i - P_0$ (%)	P0 (kgf)	$\Delta P_i - P_{00}$ (%)	P00 (kgf)
CP190RB 15,8 mm	28053	6.805%	26144	20.20%	22387
CP190RB 10,9mm	13315	6.805%	12409	20.20%	10625

## 2. Dimensionamento ao esforço cortante segundo a NBR 14861:2011

A seguir será mostrado um exemplo de cálculo para a equação da norma brasileira considerando o mecanismo de flexo-cortante.

O cálculo será feito tomando como base as amostras centrais (1B, 2 e 3B), com todas as cordoalhas aderentes, a partir da tabela A1, foi calculado o cabo representante cujo as propriedades estão descritas abaixo:

$$Y = 9,80 \text{ cm};$$

$$\theta = 1,58013 \text{ cm};$$

$$A_{p'} = 1,961 \text{ cm}^2;$$

$$\Sigma p_i = 28053 \text{ Kgf};$$

$$\Sigma p_{\infty} = 22386.54537 \text{ Kgf};$$

$$F_{ck} = 50 \text{ MPa};$$

$$f_{ctd} = 2,85 \text{ MPa};$$

$$A_c = 363,80 \text{ cm}^2;$$

Para o cálculo segundo a NBR 14861, esta recomenda que a verificação seja feita a 0,5 h da extremidade do apoio. Considerando que a terça possui 300 mm de altura e que seu apoio 190mm, logo o ponto a ser verificado será 150 mm somado com os 190 mm do apoio totalizando 340 mm.

A expressão possui dois termos sendo o primeiro a parcela de concreto e o segundo a parcela de protensão e podem ser vistas na equação 4.1.

$$\begin{aligned} V_{Rd1} &= V_{C,1} + V_{p,1} \\ V_{Rd1} &= 29,54812 + 17,153 \approx 47 \text{ KN} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Onde  $V_{C,1}$  é calculado pela equação 4.2

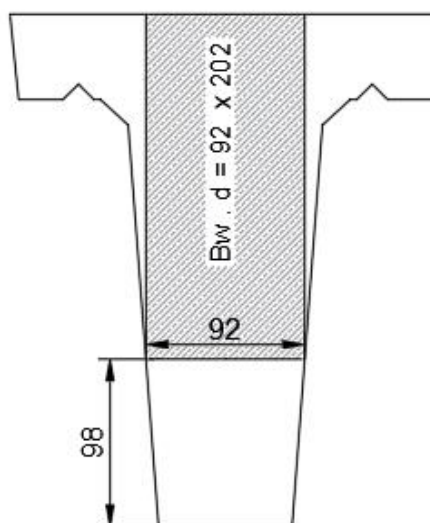
$$\begin{aligned} V_{C,1} &= 0,25 f_{ctd} K (1,2 + 40 \rho_1) \sum b_{w,1} d \\ V_{C,1} &= 0,25 \times 2,85 \times 1,398 (1,2 + 40 \times 0,0099060416) 92 \times 202 \\ &= 29548,12 \text{ N} = 29,54812 \text{ KN} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Com d sendo  $h - Y_{cg} \rightarrow 300 \text{ mm} - 98 = 202 \text{ mm}$  bw definido pela figura A1 ,  $\rho$  definido pela equação 4.4 e K ( equação 4.6).

$$\rho_1 = \frac{A_s}{\sum b_{w,1} d} = \frac{1,961 \text{ cm}^2}{9,8 \text{ cm} \cdot 20,2 \text{ cm}} = 0,0099060416 \quad (4.4)$$

$$K = 1,6 - 0,202 \geq 1 - > 1,6 - 0,202 = 1,398 \quad (4.6)$$

Figura A1: Determinação de  $B_w$  e  $d$  na nervura de 300 mm de altura.



e  $V_{p,1}$  pela equação 4.3.

$$\begin{aligned}
 V_{p,1} &= 0,15\sigma_{cp,1} \sum b_{w,1}d \\
 V_{p,1} &= 0,15 \times 615,353088 \times 9,2 \times 20,2 = \\
 &17153,5827 N = 17,153 KN
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Com  $\sigma_{cp,1}$  expresso pelas equações 4.5 e  $\alpha$  4.7, porem para as amostras centrais o valor de alfa é igual a um.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{cp,1} &= \frac{N_p}{A_c} \cdot \alpha \\
 \frac{22386,54537 \times 10}{363,80} \cdot 1 &= 615,353088 N / cm^2
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1 = 1 \quad (4.7)$$

### 3. Dimensionamento ao esforço cortante segundo o EC2- Flexo-cortante

A seguir será mostrado um exemplo de cálculo para a equação do EC2 considerando o mecanismo de flexo-cortante.

Para o cálculo segundo o EC2, o processo é similar a NBR 14861, a verificação será no mesmo ponto recomendado por esta norma, para as amostras centrais (1B, 2 e 3B).

De acordo com o Eurocode 2 (CEN, 2004), elemento protendidos sem a presença de armadura de cisalhamento em peças que apresentam um único vão, a resistência ao cisalhamento para peças fissuras por flexão é dada pela equação 4.8

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= \left[ C_{Rd,c} \cdot K (100 \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \\ &\geq (0,035 \cdot K^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \\ V_{Rd,c} &= \left[ 0,18 \times 1,995 (100 \times 0,0099 \times 50)^{1/3} + 0,15 \times 0,57 \right] 92 \times 202 \\ &\geq (0,035 \cdot 1,995^{1/3} + 0,15 \times 0,57) 92 \times 202 \\ 26092,14 &\geq 2407,75 \\ &= 26092,14 N = 26,09 KN \end{aligned} \quad (4.8)$$

Onde:

- $f_{ct} = 2,85$  MPa;  $f_{ck}$  resistência característica do concreto é dado em MPa;
- O fator de escala K é dado pela equação 4.9;

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

$$1 + \sqrt{\frac{200}{202}} = 1,995 \leq 2 \quad (\text{d em mm})$$
(4.9)

- a taxa de armadura  $\rho$  e tensão no concreto  $\sigma$  são dados pelas equações 4.10 e 4.11 respectivamente;

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02$$

$$\frac{1,961}{9,8 \times 20,2} = 0,0099 \leq 0,02$$
(4.10)

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd}$$

$$\frac{22386,54 \times 10}{363,8 \times 100 A_c} = 6,1535 < 0,2 \times 2,85 = 0,57$$

$$= 0,57$$
(4.11)

Nota: segundo a mesma norma o valor recomendado de  $C_{Rd,c}$  é  $0,18/\gamma_c$  e  $K1 = 0,15$ .

#### 4. Dimensionamento ao esforço cortante segundo o EC2 – Tração diagonal

Nas regiões onde não há presença de fissuras de flexão a resistência ao cisalhamento é dada pela equação 4.12.

Para o cálculo segundo a norma europeia EC2, esta recomenda que a verificação seja feita em regiões onde não há presença de fissuras de flexão. Como já apresentado nos resultados o ponto de verificação neste trabalho é de 2,5 h, ou seja, para a terça com 30 cm de altura, o ponto adotado é de 75 cm, somado a distância do apoio de 19 cm, a verificação

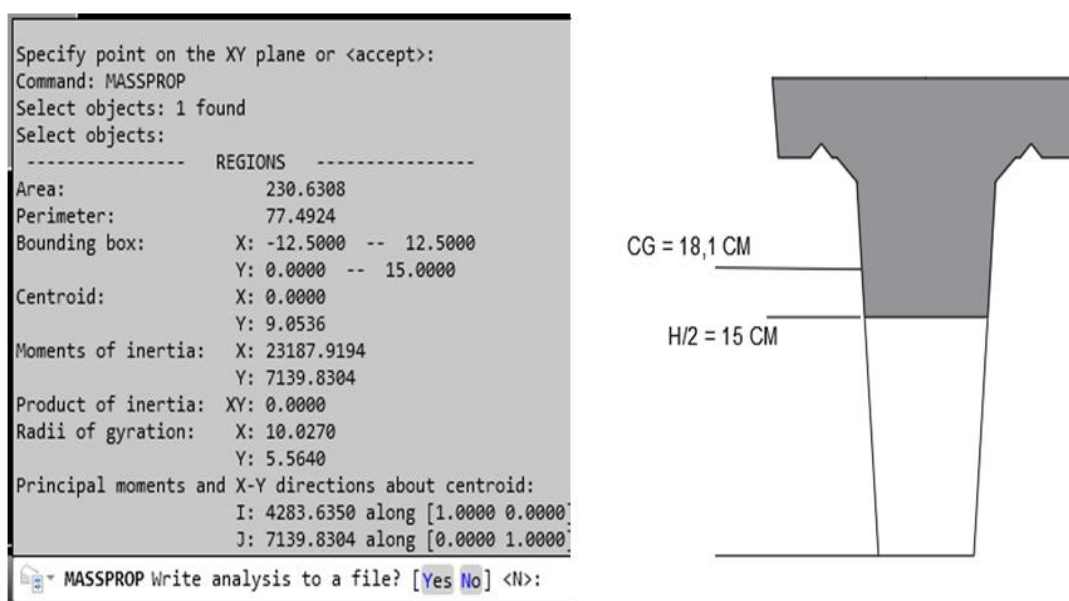
ocorrera em 94 cm. Ponto este fora do comprimento de transferência calculado conforme EC2, conforme Apêndice A.

O exemplo de cálculo da resistência ao esforço cortante está para a situação de as amostras (1B,2 e 3B) com todas cordoalhas aderentes, cabo representante está localizado a 9,8 cm.

Para verificação da resistência ao esforço cortante segundo o EC2 - tração diagonal, a verificação ocorreu em dois pontos da seção transversal, sendo eles em H/2, (15 cm) e no CG (18,1 cm).

Neste exemplo será considerado apenas para a metade da seção H/2 (15 cm), as propriedades geométricas da seção transversal foram obtidas a partir da metodologia apresentada em Carvalho (2017), Figura A2.

**Figura A2: Determinação das propriedades geométricas seção hachurada.**



$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \cdot \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}}$$

$$V_{Rd,c} = \frac{290180311 \times 100}{2087208} \cdot \sqrt{(2,85)^2 + 1 \times 6,1535 \times 2,85} \quad (4.12)$$

$$V_{Rd,c} = 70425,562 N = 70,42 KN$$

Onde:

- $f_{ctd} = 2,85$  MPa; resistência a tração de cálculo do concreto;

- I seção bruta = 290180311 mm<sup>4</sup>;
- B<sub>w</sub> ( na altura H/2) = 100 mm;
- S = 2087208.74 mm<sup>3</sup>;

A tensão  $\sigma_{cp}$  e o fator  $\alpha$ (neste exemplo = 1 seção central da peça) são calculados pelas expressões 4.13 e 4.14 respectivamente.

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \quad (4.13)$$

$$\frac{223870N}{36380mm^2} = 6,1535MPa$$

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1 = 1 \quad (4.14)$$

## 5. Dimensionamento ao esforço cortante segundo o EN1168 – Tração diagonal

A equação geral foi obtida a partir do estudo publicado por Pajari (2005), levando em consideração a possibilidade de protensão em camadas e protensão superior. Porém devido à dificuldade de se empregar esta solução a norma traz consigo para efeito de projeto uma expressão simplificada definida pela equação 4.20.

A diferenciação desta equação para com a do EC2 são os coeficientes de minoração, e assim como o EC 2 esta norma recomenda o uso de um fator redutor para lajes com altura superior a 450 mm.

$$V_{Rd,c} = \varphi \frac{I \cdot b_w}{S_c} \cdot \sqrt{(f_{ctd})^2 + \beta \cdot \alpha \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (4.20)$$

$$V_{Rd,c} = 0,8 \frac{290180311 \times 100}{2087208} \cdot \sqrt{(2,85)^2 + 0,9 \times 1 \times 6,1553 \times 2,85}$$

$$V_{Rd,c} = 54386,31N = 54,38KN$$

Onde :

- $\Phi$  = fator redutor global =0,8; e
- B=fator redutor de efeito de introdução da protensão =0,9.