

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
– PPGECE

GUSTAVO BUENO SILVA

Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências numéricas no Ensino
Médio

SOROCABA – SP

2021

GUSTAVO BUENO SILVA

Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências numéricas no Ensino
Médio

Dissertação elaborada ao Programa de Pós-
Graduação em Ensino de Ciências Exatas da
Universidade Federal de São Carlos para obtenção
do título de mestre em Ensino de Ciências Exatas

Orientação: Professor Doutor Paulo César Oliveira

SOROCABA

2021

Silva, Gustavo Bueno

Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências numéricas no Ensino Médio. / Gustavo Bueno Silva --
2021.

149f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba

Orientador (a): Paulo César Oliveira

Banca Examinadora: Paulo César Oliveira, Douglas da Silva Tinti, Antonio Noel Filho

Bibliografia

1. Ensino Médio. 2. Metodologia ativa. 3. Sala de aula invertida. I. Silva, Gustavo Bueno. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Gustavo Bueno Silva, realizada em 22/09/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira (UFSCar)

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti (UFOP)

Prof. Dr. Antonio Noel Filho (IFSP)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

AGRADECIMENTO

Primeiramente gostaria de agradecer a minha mãe, Maria de Lourdes Bueno Silva, por ter me incentivado a inscrição no mestrado e me apoiado em todos os momentos, desde o momento do ingresso, as avaliações e dissertação, até nos momentos em que pensei desistir, seja pelo estresse junto ao trabalho, ou mesmo por estar desanimado com situações difíceis em nosso país.

Agradeço a minha avó, Helena Ferreira Bueno, que me apoiou durante todo meu percurso, desde criança, deixando um exemplo a ser seguido. Parte do que sou hoje, dedico a ela, pois aproveitei cada instante junto a sua presença, hoje me deixando muitas saudades, ótimas lembranças e ensinamentos.

Agradeço ao meu pai, que apesar de não ter me visto presencialmente entrar no mestrado, sempre torceu por mim, do seu modo único. Seu modo de viver a vida, deixando um pouco as preocupações de lado, me fez ver o lado da vida em que é necessário aproveitá-la, vivendo um pouco que seja sem pensar no amanhã.

Ao meu irmão, que apesar de inúmeras discussões me ajudou, e muito, na parte tecnológica, principalmente nos momentos em que meu computador tinha problemas. Sei que o incentivo muito e quero continuar sendo essa fonte para ele.

Não posso deixar de falar do meu orientador, professor doutor Paulo César Oliveira, que além de ter me dado aulas durante meu percurso no mestrado, me orientou de forma excepcional, prestativo, me ajudando principalmente aos finais de semana, quanta paciência! Passou de professor orientador para amigo, uma fonte de inspiração para eu crescer cada vez mais.

Agradeço também as pessoas que me mandaram boas energias, mensagens positivas de incentivo para fazer o mestrado e crescer mais. Também menciono as instituições que trabalho, pela paciência e as tardes que tive que trocar para participar de reuniões ou mesmo escrever a dissertação.

Por fim, agradecer aos membros da banca: professor Dr. Douglas da Silva Tinti, professor Dr. Antonio Noel Filho e meu orientador, professor Dr. Paulo César Oliveira que me orientaram a aperfeiçoar essa dissertação, além de alunos, colegas e gestores que prestigiaram a defesa.

RESUMO

Discutir diferentes formas de ensinar vem tendo destaque nos últimos anos, principalmente com o novo Ensino Médio. Deixar o ambiente escolar mais atraente, similar ao seu cotidiano é tema de grande estudo das metodologias ativas. Nessa pesquisa, criamos uma linha histórica, desde meados do século XX até os momentos atuais, onde discute-se o ensino híbrido. Buscamos mostrar que pequenos movimentos, tirando aos poucos o professor do centro da atenção para os alunos, podem fazê-los ter maior interesse, dada a contextualização com problemas do ambiente em que vivem. Focamos no ensino da Progressão Aritmética e Progressão Geométrica para o uso da sala de aula invertida, com estudantes do 1º ano do Ensino Médio de um colégio particular, localizado na cidade de Sorocaba-SP.

Para aplicação da sala de aula invertida, foram utilizados vídeos de minha autoria e de professores do sistema de ensino o qual o colégio pertencia. Devido a pandemia de Covid-19, alterações foram feitas nas atividades a serem aplicadas, ocasionando alterações nas discussões e na quantidade de atividades entregues. Utilizando as informações dos estudantes que realizaram as atividades, poderemos inserir metodologias ativas nas escolas, de forma gradual e discutida com todo o corpo docente, equipe gestora, responsáveis e alunos. Como resultado esperado, o professor-pesquisador mediante pontos fortes e de melhoria dessa metodologia, bem como implicações na aprendizagem dos alunos.

Palavras-chaves: Ensino Médio; Sequências numéricas; Metodologia ativa; Sala de aula invertida.

ABSTRACT

Debating different ways of teaching has been important in recent years, especially with the new high school. Turn the environment school more attractive, near to your daily life is a subject of study of active methodologies. In this research, we created a historical line, from the middle twentieth century to the present time, where hybrid teaching is discussed. We search to show that small movements, gradually taking the teacher from the center of attention to the students, can make them more interested, given the contextualization of problems in the environment in which they live. We focus on study about Arithmetic Progression and Geometric Progression for the use of the flipped classroom, with 1st year high school students from a private school, located in the city of Sorocaba-SP.

For the application of the flipped classroom, videos by myself and by teachers from the education system to which the school belonged were used. With the Covid-19 pandemic, changes were made to the activities to be applied, causing changes in discussions and in the quantity of activities delivered. Using information from students who made the activities, we will be able to insert active methods in schools, gradually and discussed with the teachers, management team, family and students. As an expected result, the teacher-researcher through strengths and improvement of this methodology, as well as implications for student learning.

Keywords: High School; Numerical sequences; Active methodology; Flipped classroom.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Elementos que representam as metodologias ativas.....	32
Figura 2: A Sala de Aula Invertida em três momentos.....	38
Figura 3: Atividade introdutória parte A.....	53
Figura 4 : Respostas da atividade introdutória, parte A, aluno A.....	55
Figura 5 : Respostas da atividade introdutória, parte A, aluno B.....	56
Figura 6 : Respostas da atividade introdutória, parte A, aluno C.....	57
Figura 7 : Respostas da atividade introdutória, parte A, aluno D.....	58
Figura 8 : Atividade introdutória, parte B.....	60
Figura 9 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno A.....	62
Figura 10 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno B.....	63
Figura 11 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno C.....	64
Figura 12 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno D.....	65
Figura 13 : Atividade 1, parte A.....	67
Figura 14 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno A.....	68
Figura 15 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno B.....	69
Figura 16 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno C.....	70
Figura 17 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno D.....	71
Figura 18 : Atividade 1, parte B.....	73
Figura 19 : Resolução da atividade 1, parte B, aluno A.....	74
Figura 20 : Resolução da atividade 1, parte B, aluno B.....	76
Figura 21 : Resolução da atividade 1, parte B, aluno C.....	77
Figura 22 : Resolução da atividade 1, parte B, aluno D.....	79
Figura 23 : Atividade 2, parte A.....	81

Figura 24 : Resolução da atividade 2, parte A, aluno A.....	82
Figura 25 : Resolução da atividade 2, parte A, aluno B.....	84
Figura 26 : Atividade 2, parte B.....	85
Figura 27 : Resolução da atividade 2, parte B, aluno A.....	86
Figura 28 : Resolução da atividade 2, parte B, aluno B.....	87
Figura 29 : Atividade 2, parte C.....	88
Figura 30 : Resolução da atividade 2, parte C, aluno A.....	89
Figura 31 : Resolução da atividade 2, parte C, aluno B.....	91

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Classificação da Progressão Aritmética conforme a razão.....	19
Quadro 2: Classificação da Progressão Geométrica conforme a razão e o primeiro termo (a_1).....	21
Quadro 3: Subtópicos envolvendo Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.....	23
Quadro 4: Habilidades compreendidas no estudo da Progressão Aritmética e Progressão Geométrica segundo a Base Nacional Comum Curricular.....	23
Quadro 5: Boxes contidos na coleção antiga.....	24
Quadro 6: Boxes contidos na coleção Lumen.....	25
Quadro 7: Movimentos ativos híbridos.....	35
Quadro 8: Divisão das metodologias ativas.....	36
Quadro 9: Comparação do uso do tempo nas salas de aula tradicional e invertida.....	39
Quadro 10: Planejamento das aulas para o conteúdo sobre Teoria Atômica.....	46
Quadro 11 – Atividades anteriores e durante o ensino remoto.....	51
Quadro 12 – Planejamento e o que ocorreu na Atividade introdutória, parte A.....	97
Quadro 13 – Planejamento e o que ocorreu na Atividade introdutória, parte B.....	101
Quadro 14 – Planejamento e o que ocorreu na Primeira Atividade, partes A e B.....	106
Quadro 15 – Planejamento e o que ocorreu na Segunda Atividade, partes A, B e C.....	112

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 METODOLOGIAS ATIVAS.....	19
2.1 PROGRESSÃO ARITMÉTICA.....	19
2.2 PROGRESSÃO GEOMÉTRICA.....	21
2.3 PLANEJAMENTO DO SEP PARA O ESTUDO DE PA E PG.....	22
2.4 ESCOLA NOVA.....	26
2.5 METODOLOGIAS ATIVAS.....	32
2.6 SALA DE AULA INVERTIDA.....	37
3 ORGANIZAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	49
3.1 ORGANIZAÇÃO INICIAL DAS ATIVIDADES.....	49
3.2 AULAS REMOTAS.....	50
3.3 APLICAÇÃO DO PROJETO.....	50
3.4 OBSERVAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	52
4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	93
4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	94
4.1.1 Primeira atividade: Atividade introdutória, parte A.....	96
4.1.2 Atividade introdutória, parte B.....	100
4.1.3 Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), partes A e B.....	103
4.1.4 Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), partes A, B e C.....	109
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	119
ANEXOS.....	122

1 INTRODUÇÃO

Vivemos em uma sociedade na qual as informações são disseminadas rapidamente. Fatos que ocorrem do outro lado do planeta, logo estão disponíveis para acesso. As pessoas, de modo geral, podem ter acesso às informações, seja pela televisão, jornal, mídias sociais, aplicativos de mensagens, telefones, entre outras formas.

No exercício da docência, observamos que a maioria dos nossos alunos, tem acesso a pelo menos uma rede social, entre as usuais, o *Facebook*, *Instagram*, *Whatsapp*, *Youtube*, *Messenger*, *Pinterest*, *Twitter* ou *Snapchat*. Conceitualmente, compreendemos rede social, a partir da concepção de Zenha (2017/2018, p. 24).

[...] rede social online como uma representação de relacionamentos afetivos e/ou profissionais entre indivíduos que se agrupam a partir de interesses mútuos e tecem redes informacionais por meio das trocas discursivas realizadas no ambiente virtual. Assim, para participar de uma rede social online, é preciso que o usuário estabeleça interação com o grupo, compartilhando suas afinidades e interesses comuns.

É comum em diversas escolas proibir o uso de celular ou *tablet* durante as aulas. Mas será que de alguma forma a escola pode trabalhar em conjunto com elas? Será que a aula convencional em sua forma expositiva, em que o professor, na lousa, passa o conteúdo aos alunos e no final da aula pergunta se entenderam ou não pode ser transformado aos poucos com outras estratégias pedagógicas?

Esses questionamentos são comuns em nossas reuniões escolares, planejamentos e até mesmo fora do local de trabalho. Para tentar não combater o uso dessas tecnologias e sim aliar ao processo ensino-aprendizagem do aluno, tem-se como uma das estratégias a utilização das metodologias ativas.

Sempre questionamos no exercício da docência sobre como dar uma boa aula. Aliás na minha concepção até pouco tempo uma boa aula era a qual os alunos participavam com questionamentos, tirando dúvidas e aprofundando e eu trabalhando com conteúdos básicos e avançados de uma forma séria e ao mesmo tempo descontraída, criando vínculo com eles, sempre usando a lousa como ferramenta. Lendo sobre as metodologias ativas percebi que é possível atualizar minhas aulas, tornando-as mais dinâmicas, fazendo com que os alunos tenham mais espaço de participação e autonomia na aprendizagem.

As metodologias ativas podem ser articuladas aos recursos tecnológicos que os alunos possuem, mas a principal característica é transferir o professor como centro da atenção em uma aula convencional para o aluno, que geralmente exerce um papel passivo, receptor de informações. O aluno como centro da atenção, pode potencializar o processo de aprendizagem

e, o professor por sua vez, passa a incentivar, ajudar, corrigir conceitos e propor formas de se trabalhar em grupo ou individualmente, para a socialização e partilha de saberes.

É possível observar isso em Bacich e Moran (2018, p. XI) “A metodologia ativa se caracteriza pela inter-relação entre educação, cultura, sociedade, política e escola, sendo desenvolvida por meio de métodos ativos e criativos, centrados na atividade do aluno com a intenção de propiciar a aprendizagem. ” Em outro trecho do mesmo livro, Bacich e Moran (2018, p. 4) complementam que as “metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida”.

Nesta citação destacamos a aprendizagem desenvolvida de o ensino híbrido, que segundo Bacich e Moran (2018, p. 4) “a aprendizagem híbrida destaca a flexibilidade, a mistura e compartilhamento de espaços, tempos, atividades, materiais, técnicas e tecnologias que compõem esse processo ativo”.

O colégio, no qual desenvolvemos os estudos desta pesquisa, proporcionou para a equipe escolar, palestras, cursos do Instituto Singularidades, entre outras ações de formação continuada sobre o tema metodologias ativas.

Esta instituição vem alterando aos poucos o processo de avaliação dos estudantes. Até pouco tempo atrás, os instrumentos de avaliação eram formados por provas objetivas, discursivas, simulados e lições de casa. Com o advento desse modo de ensinar e aprender mútuo, vem ocorrendo algumas reestruturações, como valorizar debates, discussões, uso das mídias digitais, nas formas de *blog* e *podcast*. Atualmente, com o efeito da pandemia do COVID-19, implantaram-se *lives* no *Instagram*. Agora, temos discutido como avaliar qualitativamente por meio desses instrumentos mencionados e expressar uma mensuração na forma de nota para os alunos.

Esse processo de reestruturação escolar instigou da parte deste professor-pesquisador um aprofundamento no estudo de temas correlacionados as metodologias ativas como os relatos de pesquisas envolvendo contextos escolares.

No exercício da docência já temos observado alguns benefícios mediante aplicabilidade da metodologia ativa, especificamente, a construção individual, grupal e orientada, segundo Bacich e Moran (2018). A construção individual diz respeito ao aluno e sua responsabilidade quanto aos objetivos almejados, em parceria com o professor-pesquisador. A construção grupal envolve a capacidade do aluno em aprender a trabalhar as atividades escolares com seus pares, muitos dos quais com opiniões diferentes. A habilidade de demonstrar seus argumentos e ao

mesmo tempo saber o outro, constitui ações da construção orientada, na qual o professor-pesquisador atua como mediador na sistematização de saberes.

Como ação do estudo em metodologia ativa, resolvemos implementar a sala de aula invertida que, segundo Bergmann e Sams (2016, p. 11) “o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula”. Trata-se de uma modalidade de metodologia ativa que, atrelada a um planejamento adequado de aulas, pode potencializar a predisposição do aluno para aprender determinado conteúdo escolar.

A aplicabilidade da sala de aula invertida ocorreu no segundo semestre letivo, com base no conteúdo de Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG) para o 1º ano do Ensino Médio. Em relação a PA, os estudantes já estudaram os conteúdos: Função Afim e Matemática Financeira, o que permite estabelecer conexões entre PA e juros simples. No caso de PG, um tema muito abordado no ano de 2020 foi a Covid-19, o qual é possível contextualizar o crescimento do número de casos com uma função exponencial e a partir disso trabalhar conceitos como a razão de crescimento, bem como a rapidez no crescimento dos termos da sequência.

Essa modalidade de metodologia ativa foi inserida inicialmente no 1º ano do Ensino Médio, servindo de base para outras turmas. Vale lembrar que esse método envolve muita dedicação do professor para preparar tarefas, vídeos, mídias em geral, para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno.

A análise deste processo ensino-aprendizagem também constituiu o nosso problema de pesquisa em nível de mestrado, norteado pela seguinte indagação: *que implicações a sala de aula invertida produz para o processo ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio?*

Em primeira instância, abordamos o problema de pesquisa situando-o em meio à produção acadêmica brasileira. Com base no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD, fizemos um levantamento de pesquisas, cuja leitura e interpretação das mesmas, permitiram situar o contexto da pesquisa deste professor-pesquisador no campo da Educação Matemática, mais especificamente, na área do professor que ensina matemática no segmento de Ensino Médio.

Em relação ao contexto escolar, no início do ano letivo de 2018, ocorreu uma palestra com o Professor Doutor Ulisses Ferreira de Araújo, titular da Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo, Campus Zona Leste. Nesse evento, comentou as

mudanças que vinham ocorrendo ano a ano no Ensino Superior, pois eram necessárias adequações dos currículos nos cursos das Universidades Públicas. Mencionou que eram essenciais as mudanças na Universidade de São Paulo - USP, fazendo com que as disciplinas se aproximassem mais da realidade da população. Valorizou o trabalho de campo, problematizando fatos sendo que os alunos deveriam investigar, conhecer, buscar soluções para estes. Muitas dessas atualizações não foram muito bem recebidas por determinados segmentos e/ou professores.

Falando sobre sua experiência, o palestrante Ulisses explicou a importância de fazer com que os jovens se aproximem da sociedade, fugindo do tradicionalismo em excesso. Justificou a importância de metodologias ativas, fazendo com que o professor não apenas avalie o estudante com notas de zero a dez, mas também com discussões, projetos, soluções para determinados problemas da sociedade.

A partir de então, o Colégio Ser buscou cada vez mais se atualizar, não apenas nas disciplinas convencionais, mas também criando as disciplinas eletivas, colocadas no período da tarde para os alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. São exemplos de eletivas do Ensino Médio, segundo Ferraz (2020):

a) **Aquarela**, com a professora Vania Mello:

- Propõe atividades de liberação e desbloqueio criativo;
- Experimentação das cores, formando imagens vivas e dançantes;
- Pintura em aquarela;
- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

b) **Autoconhecimento e Autogerenciamento** com o Doutor Rodrigo Rejtman:

- Espaço para o aluno refletir acerca de assuntos relativos à adolescência;
- Desenvolver competências socioemocionais para colocar em práticas melhores atitudes e habilidades para controlar emoções, alcançar objetivos, demonstrar empatia;
- Aprender a administrar rotina e responsabilidades;
- Uso da pesquisa, discussão e debate de textos;
- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

c) **Biosfera** com a professora Cristiane Pasquotto:

- Construção de um mini bioma com elementos do Colégio Ser;
- Aluno protagonista e professor mediador;

- Pesquisa de elementos essenciais para um ecossistema, construindo um trabalho de campo para classificar espécies e materiais para construção desse bioma;

- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

d) **Comitê Olímpico** com o professor Cícero Inácio:

- Aprimorar habilidades, com estudo para alcançar metas e objetivos (olimpíadas);

- Uso do raciocínio lógico e matemático;

- Busca por medalhas nas principais olimpíadas;

- Palavras Chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

e) **Música** com o professor Renê Souza:

- Estímulo ao uso dos sentidos pelo aluno;

- Habilidades de: observação, localização, compreensão, descrição e representação em quem toca e em quem ouve;

- Uso de diversos instrumentos musicais;

- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

f) **Robótica** em parceria com a Faculdade de Engenharia de Sorocaba (Facens):

- Aptidão para trabalho em equipe;

- Iniciativa e autonomia;

- Criatividade e originalidade;

- Resolução de problemas;

- Aplicar situações do mundo real na resolução de problemas;

- Aprender a construir e a testar robôs;

- Analisar e interpretar situações;

- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

g) **Teatro** com o professor Lélis Andrade:

- Instigar, estimular, provocar e explorar todos os sentidos do sujeito em si e dele com o meio;

- Desenvolvimento da expressão do aluno como um todo;

- Socialização e desenvolvimento da criatividade e autoconsciência;

- Inclusão sociocultural do aluno;

- Uso dos jogos dramáticos e improvisações;

- Formulação de valores morais;

- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

h) **Yoga** com a professora Elayne Borsato:

- Desenvolvimento, harmonização e unificação do ser;
- Juntar a parte física com a mental, levando a reintegração e reequilíbrio do ser;
- Auxílio no controle da ansiedade;
- Práticas meditativas, respiração, yoga e atenção plena;
- Palavras chaves: Raciocínio / Arte e Cultura.

As eletivas são escolhidas pelo aluno conforme seus interesses e habilidades com o objetivo de potencializar e descobrir novos talentos. Os objetivos gerais principais são:

- a) Trabalhar de forma coletiva e colaborativa;
- b) Desenvolvimento de competências socioemocionais criativas;
- c) Projetos interdisciplinares;
- d) Empatia;
- e) Vivência com arte, tecnologia e ciência.

Para agregar mais e mais esse momento de inovação com responsabilidade, foi criado um grupo sobre metodologias ativas, sendo que fiquei encarregado de trabalhar a Matemática pioneiramente com o 1º ano do Ensino Médio. O motivo da escolha desse ano, pois os alunos ainda não estão envolvidos totalmente em vestibulares e estão receptivos as novas ideias, projetos, formas de raciocinar.

Como insumo teórico e prático, o colégio firmou parceria com o Instituto Singularidades, localizado na cidade de São Paulo, sendo referência no que diz respeito a metodologias ativas. Firmaram-se os seguintes cursos para todos os professores de Ensino Infantil, Fundamental 1 e 2 e Ensino Médio:

- a) Sala de aula invertida no dia 25 de Abril de 2020;
- b) Aprendizagem baseada em projetos no dia 29 de Agosto de 2020;

Como parte dessa metodologia ativa, trabalhamos com a sala de aula invertida, também conhecida como *flipped classroom*. Esse método foi aplicado com o estudo de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica no 2º semestre de 2020, com alunos da 1ª série do Ensino Médio.

O material didático utilizado pela unidade escolar é fruto da parceria com o Sistema de Ensino Poliedro desde 2013, por conta de ser considerado um material apostilado

frequentemente atualizado, com o objetivo de potencializar o número de aprovações nos renomados vestibulares em universidades brasileiras.

2 METODOLOGIAS ATIVAS

Vamos abordar nesse capítulo, a contextualização das metodologias ativas, especialmente a sala de aula invertida, com movimentos anteriores progressistas, como a Escola Nova, ou escolanovismo que ocorreu nos Estados Unidos da América, Europa e com um movimento brasileiro, derivado também dos escolanovistas, construído pelos Pioneiros da Escola Nova no Brasil, contextualizando a época em que ocorreu.

Tomaremos cuidado em ressaltar que as metodologias ativas sofreram adequações referentes a Escola Nova, principalmente com a popularização da tecnologia. Construiremos, então, um modelo teórico de como carregam inúmeras ideias desse movimento progressista e como a tecnologia vem afetando esse modo de trabalhar em sala.

Faremos também uma abordagem em relação à Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG), trabalhando com ferramentas do Ensino Médio. Para a PA, vamos evidenciar como se determina o termo geral e a soma dos termos. Para a PG, também vamos evidenciar o termo geral, a soma dos termos de uma PG finita e também infinita. Chegaremos nas fórmulas com observações de padrões, como se fosse uma sala de aula de Ensino Médio. Para provar uma ferramenta muito forte e conveniente é o Princípio da Indução Finita, porém não a usaremos, pois focaremos no nível de ensino compreendido na dissertação.

Será também apresentado o planejamento da PA e da PG segundo o material do Sistema de Ensino Poliedro, Miranda e Borges (2020), relacionando com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). Faremos também uma comparação entre as apostilas de 2019 com 2020, pois sofreram adequações para andar em sintonia com a BNCC.

2.1 PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Segundo Lima *et al* (2006, p. 1), definimos como Progressão Aritmética (PA): “[...] é uma sequência na qual a diferença entre cada termo e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada de razão da progressão e representada pela letra r .”

Utilizando o Livro 2 de Matemática da coleção Poliedro (Miranda e Borges, 2020, p. 86), essa razão pertence ao conjunto dos reais e pode ser classificada conforme o quadro 1 a seguir:

Quadro 1: Classificação da Progressão Aritmética conforme a razão

$r > 0$	A PA é crescente
---------	------------------

$r < 0$	A PA é decrescente
$r = 0$	A PA é estacionária

Fonte: Miranda e Borges (2020, p. 86)

Para determinarmos o termo geral da PA, a_n , seguimos Lima *et al* (2006, p. 2).

Em uma progressão aritmética (a_1, a_2, a_3, \dots), para avançar um termo basta somar a razão; para avançar dois termos, basta somar duas vezes a razão, e assim por diante. Assim, por exemplo, $a_{13} = a_5 + 8r$, pois, ao passar de a_5 para a_{13} , avançamos 8 termos; $a_{12} = a_7 + 5r$, pois avançamos 5 termos ao passar de a_7 para a_{12} ; $a_4 = a_{17} - 13r$, pois retrocedemos 13 termos ao passar de a_{17} para a_4 e, de modo geral, $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$, pois ao passar de a_1 para a_n , avançamos $n - 1$ termos.

Ademais, para determinarmos a soma dos termos de uma PA, usamos como base Miranda e Borges (2020).

Considere a PA ($a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n$), definindo S , como a soma dos termos, então:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad (1)$$

Então:

$$S = a_n + a_{n-1} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 \quad (2)$$

Somando-se (1) e (2), temos.

$$2S = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1) \quad (3)$$

Daí:

$$2S = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) \quad (4)$$

Pois as parcelas das colunas são equidistantes dos extremos, então:

$$2S = (a_1 + a_n) \cdot n \quad (5)$$

Finalizando com:

$$S = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2} \quad (6)$$

Com isso temos duas relações importantes para a PA: a fórmula do termo geral da PA e a soma dos termos de uma PA. Os passos foram feitos detalhadamente como se fosse uma sala de aula ou um vídeo assistido pelos estudantes.

2.2 PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Segundo Lima *et al* (2006, págs. 25-26) é definida como Progressão Geométrica PG, “[...] é uma sequência na qual é constante o quociente da divisão de cada termo pelo termo anterior. Esse quociente constante é chamado de razão da progressão e é representado pela letra q .”

Segundo a apostila 2 de Matemática do Poliedro (Miranda e Borges, 2020) essa razão pertence ao conjunto dos reais não nulos e pode ser classificada conforme o quadro a seguir:

Quadro 2: Classificação da Progressão Geométrica conforme a razão e o primeiro termo (a_1)

$a_1 > 0$ e $q > 0$	
ou	A PG é crescente
$a_1 < 0$ e $0 < q < 1$	
$a_1 > 0$ e $0 < q < 1$	
ou	A PG é
$a_1 < 0$ e $q > 1$	decrecente
$q = 1$	A PG é
	estacionária
$q < 0$	A PG é oscilante

Fonte: Miranda e Borges (2020, p. 89)

Para determinarmos o termo geral da PG, a_n , vamos seguir Lima *et al* (2006, p. 26).

Em uma progressão geométrica (a_1, a_2, a_3, \dots) , para avançar um termo basta multiplicar pela razão; para avançar dois termos, basta multiplicar duas vezes pela razão, e assim por diante. Por exemplo, $a_{13} = a_5 \cdot q^8$, pois avançamos 8 termos ao passar de a_5 para a_{13} ; $a_{12} = a_7 \cdot q^5$, pois avançamos 5 termos ao passar de a_7 para a_{12} ; $a_4 = a_{17}/q^{13}$, pois ao passar de a_{17} para a_4 , retrocedemos 13 termos; de modo geral, $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, pois, ao passar de a_1 para a_n , avançamos $n - 1$ termos.

Para determinarmos a soma dos termos de uma PG finita e infinita, vamos usar como base Miranda e Borges (2020).

Considere a PG finita $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$. A soma de seus termos é:

$$S = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \quad (7)$$

Multiplicando ambos os membros por $q \neq 0$:

$$S \cdot q = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q \quad (8)$$

Realizando (8) – (7), membro a membro, $a_1 \cdot q$ anula a_2 , $a_2 \cdot q$ anula a_3 , ..., $a_{n-1} \cdot q$ anula a_n , ficando:

$$S \cdot q - S = a_n \cdot q - a_1 \quad (9)$$

Ou ainda:

$$S(q - 1) = a_n \cdot q - a_1 \quad (10)$$

Daí:

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1} \quad (11)$$

Sendo $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, vem:

$$S = \frac{a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q - a_1}{q - 1} \quad (12)$$

Fornecendo:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (13)$$

Quando temos uma PG com infinitos termos em que a razão q é maior que 0 e menor que 1, temos que q^n fica cada vez menor, ou seja, para um valor elevado de n , temos q^n tão pequeno que tende a zero, então:

$$S_\infty = \frac{-a_1}{q - 1} \quad (14)$$

Concluindo:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} \quad (15)$$

Com isso finalizamos as construções necessárias que os alunos usarão nas atividades em sala de aula. Assim como a PA, cada construção é realizada passo a passo. Nota-se que há maior dificuldade com PG, principalmente quando surge a ideia de infinitos termos.

2.3 PLANEJAMENTO DO SEP PARA O ESTUDO DE PA E PG

A editora do Sistema de Ensino Poliedro - SEP tem em seus catálogos a coleção Lumen que é utilizada pelo Colégio Ser, de modo que o estudo de Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG) ocorre no segundo semestre do ano letivo e são designadas cinco aulas para o ensino de PA e quatro aulas para o ensino de PG. No Quadro 3, abaixo, estão os subtópicos a serem trabalhados desses conteúdos.

Quadro 3: Subtópicos envolvendo Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Tópicos	Subtópicos
Progressão Aritmética.	- Introdução geral às sequências; - Noção do termo geral; - Progressão Aritmética: termo geral, soma dos termos e propriedades.
Progressão Geométrica.	- Progressão Geométrica: termo geral, soma dos termos e propriedades; - Soma da Progressão Geométrica infinita.

Fonte: Sistema de Ensino Poliedro (2020)

Esses conteúdos são apresentados na apostila de maneira formal, porém essa nova coleção Lumen tenta relacioná-los com o cotidiano do aluno com várias observações novas, que serão detalhadas a seguir. Isso deve-se a adequação do material seguindo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Seguindo as seguintes habilidades descritas no Quadro 4.

Quadro 4: Habilidades compreendidas no estudo da Progressão Aritmética e Progressão Geométrica segundo a Base Nacional Comum Curricular

Habilidade	Descrição
EM13MAT507	Identificar e associar Progressões Aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT508	Identificar e associar Progressões Geométricas (PG) e funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Fonte: Brasil (2018)

Desde que a BNCC foi homologada em 2018, o Sistema de Ensino Poliedro vem atualizando suas coleções e lançou em 2020 a coleção Lumen, aproximando o método de ensino com os padrões das novas demandas educacionais.

O colégio optou pela implementação dessa nova coleção inicialmente no 1º ano do Ensino Médio (EM) em 2020, e para o ano de 2021 também para o 2º ano do EM. Essa escolha de implementar em apenas um dos anos foi justificada pela continuidade do que foi estudado no 1º ano do EM, turma de 2019. Diversas observações foram inseridas na Matemática. Para isso utilizaremos o Quadro 5 contemplando a coleção antiga e o Quadro 6, contemplando a coleção Lumen.

Quadro 5: Boxes contidos na coleção antiga

Fique de olho	Comunicar o que se espera que o aluno saiba concluindo o capítulo, por exemplo, fórmulas, esquemas e resumos.
Exercícios propostos	Verifica-se a compreensão do aluno sobre conceitos, tais como reconhecimento de uma estrutura simbólica em uma frase ou equação, construção de um gráfico, interpretação de dados. Utilizam-se questões de autoria própria ou vestibulares.
Texto complementar e curiosidades	Apresenta-se a um texto, transcrito de portador diverso. Tem como objetivo complementar o assunto do capítulo, oferecendo outras abordagens e parâmetros.
Resumindo	Um pequeno resumo do capítulo, apresentando uma visão geral dos conceitos e retomar o que foi esboçado em Fique de olho.
Exercícios complementares	Parte-se para os exercícios descritos como desafios. Para o aluno que já está envolvido com o conteúdo do capítulo, com diversas questões contempladas em diversos vestibulares.

Fonte: Sistema de Ensino Poliedro (2020)

Quadro 6: Boxes contidos na coleção Lumen

Fique ligado.	Conceito ou informação que requer mais atenção durante o estudo da teoria.
Discussão em sala.	Debate a partir de uma situação hipotética ou real, relacionada ao conteúdo do capítulo, podendo solicitar uma proposta de solução para uma situação-problema
Biográfico.	Informação sobre a vida dos matemáticos e outras personalidades relevantes para o capítulo.
Questão resolvida.	Questão de vestibular resolvida passo a passo.
Mais.	Indicações de livros, filmes, textos, vídeos, sites, músicas, etc, relacionadas ao capítulo.
Em...	Relaciona o conteúdo do capítulo com outras disciplinas, buscando a interdisciplinaridade.
Experimento.	Atividade prática que incentive a investigação, criação de hipóteses e reflexão sobre determinado problema.
Aprofundando.	Retoma algum assunto trabalhado no capítulo, com novas informações.
Você Sabia.	Curiosidades ou informações sobre o assunto estudado.
Aplicando conhecimentos.	Atividades objetivas e discursivas para serem realizadas em sala de aula.
Leitura extra.	Textos alinhados ao conteúdo estudado, aprofundando os assuntos trabalhados.
Conectando.	Reflexão sobre a relação entre conteúdos.
Em síntese.	Resumo do conteúdo estudado no capítulo em formato de esquemas, mapas conceituais, tópicos, infográficos, etc.

Glossário.	Significado de palavras ou termos não tão usuais.
Seção olímpica.	Questões de diferentes olimpíadas de Matemática.
No ENEM é assim.	Questões retiradas do ENEM ou com estruturas similares.
Consolidando saberes.	Questões objetivas e discursivas retiradas do ENEM e de outros vestibulares que podem ser realizadas em casa para aprofundar conhecimentos. Dentro há o “superação” com questões desafiadoras.

Fonte: Sistema de Ensino Poliedro (2020)

Com esses dois últimos quadros, nota-se a preocupação do SEP em trabalhar mais com o aprendizado do aluno não apenas da forma tradicional: exercícios em sala de aula, lição de casa, professor como centro do aprendizado e tendo como fonte de pesquisa um número restrito de modos mas sim tentar contextualizar assuntos da apostila com o cotidiano, com aplicações, livros, curiosidades, vídeos, simulações de internet.

Essas mudanças visam complementar a coleção antiga, pois além de diversos exercícios de vários níveis, possuem esses novos aportes, como mencionado no Quadro 6. Contemplam alunos que tenham facilidade e desejam não apenas exercícios mais complexos, mas também de olimpíadas, assim como os que tenham mais dificuldade tentando incentivá-los de diversos modos.

2.4 ESCOLA NOVA

Quando comecei a pesquisar mais sobre as metodologias ativas, pensava que era algo recente em sua teoria, que a sala de aula invertida, por exemplo, tinha surgido nos anos 2000, assim como as outras formas, segundo Bacich e Moran (2018): aprendizagem baseada em problemas e aprendizagem baseadas em projetos. Porém foi nesse ponto que me equivoquei, pois as metodologias ativas têm como base forte a Escola Nova, tendo destaque na primeira metade do século XX na Europa e Estados Unidos, sendo influenciadores Edouard Claparède (1873-1940) e John Dewey (1859-1952), respectivamente. No Brasil, essa tendência chegou forte logo no começo da República Nova ou Era Vargas (1930-1945) com o Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova no Brasil. Com isso não podemos falar sobre metodologias ativas

sem mencionar a Escola Nova, ou também denominado escolanovismo, segundo Lustosa Junior (2016).

Esse movimento da Escola Nova teve como grande fator, segundo Branco (2014), a forte crise que a Europa e os Estados Unidos estavam passando no final do século XIX para o início do século XX, precisando repensar a sociedade como um todo e seu regime democrático. Segundo Branco (2014, págs. 785 e 786) “[...] emergiu um clamor coletivo por mais justiça social e econômica, tendo sido envidados esforços nesse sentido em várias áreas de atuação [...]”. Com isso eram também necessárias mudanças na educação.

Segundo Branco (2014, p. 785) “A educação progressiva teve início nos primórdios do século XX, nos Estados Unidos da América, ao mesmo tempo em que, na Europa, verificava-se um amplo movimento de renovação pedagógica, que ficou conhecido por Escola Nova [...]”. Tanto os Estados Unidos quanto Europa de modo geral buscavam o equilíbrio entre o individualismo e a coletividade.

Esse modo progressivo, segundo Lustosa Junior (2016), precisava atender os interesses daquela época, tendo uma visão mais humana e social na formação dos alunos. Favorece a democracia, respeitando as diversidades e os modos de inserção na sociedade. A escola tradicional era muito criticada pelos escolanovistas, pois o aluno não pensava, ele simplesmente reproduzia o que o professor falava. O professor era o centro da sala de aula, ele detinha o poder de ensinar e sobrava aos alunos o único ato de obedecê-lo. Com a Escola Nova, o papel do educador seria outro, não como o centro e sim como um facilitador de conhecimentos, incentivando a criatividade do educando, trabalhando com seus interesses, valorizando suas vivências e modos de pensar.

Para Mesquita (2010, p. 65) “Podemos dizer que a pedagogia tradicional e a Escola Nova são antíteses quase totais”, pois esse método progressivo fazia com que o discente precisasse investigar, trabalhar com um olhar diferenciado, sabendo respeitar a opinião individual e também coletiva, muito diferente do modelo tradicional em que pouco se ouve o que pensam. Um outro objetivo muito claro era a aproximação da instituição de ensino com a sociedade, dialogando para se desenvolverem em comunidade.

Nos Estados Unidos, John Dewey foi um educador progressista e de muita importância quando nos remetemos a Escola Nova, em que defende fortemente que o aprendizado se dá pela ação e não apenas a instrução. Deve-se valorizar as ações individuais, suas diversidades, respeitando e ouvindo todas elas, deixando em evidência a democracia. Para Branco (2014, p.

789), a valorização do ser humano, principalmente das crianças são tão evidentes para Dewey, que podemos mencionar o seguinte trecho.

Em suma, segundo Dewey, a criança deve ser o centro da educação, razão pela qual os educadores têm de estar cientes de que a formação precisa ser concebida para o desenvolvimento dela: a criança deve constituir o critério de seleção dos conteúdos e das experiências bem como da sua calendarização.

Ainda segundo Branco (2014, p. 789) é evidente a familiarização dos alunos com a vida democrática, e ainda “[...] as crianças devem acostumar-se à ideia do trabalho como um empreendimento social [...]”. Esse modo de pensar necessita que o orientador planeje atentamente as atividades trabalhadas no ambiente escolar, tentando abranger a maior quantidade de alunos, com os mais diversos modos de pensar.

Não podemos esquecer que esse pensamento, segundo Branco (2014, p. 790) “[...] não pertencem à esquerda radical, mas a uma esquerda reformista, significando que o sentido da moderação prevaleceu”, buscando maior equidade entre a sociedade.

Dewey tinha uma definição interessante para educação, pois para Westbrook (2010, p. 19) “Segundo Dewey, as pessoas conseguem realizar-se, utilizando seus talentos peculiares, a fim de contribuir para o bem-estar de sua comunidade; razão pela qual a função principal da educação [...]”. Essa definição é harmônica ao contexto de escola democrática que defendia tanto. Para ele, era fundamental o professor ter conhecimento em psicologia para tentar entender melhor seus alunos, pois defendia que tinham que ver o mundo com olhos de criança e com os de adulto. Fazia inúmeras críticas aos educadores, pois como vemos em Westbrook (2010, p. 19) “Dewey admite que a maioria dos educadores não possui os conhecimentos teóricos e práticos que são necessários para ensinar dessa maneira, mas considerava que podiam aprender a fazê-lo”.

Segundo Westbrook (2010), Dewey e sua esposa, Alice Dewey, abriram em 1896 a ESCOLA EXPERIMENTAL DA UNIVERSIDADE DE CHICAGO, popularmente conhecida como Escola de Dewey. Grande parte dos estudantes eram de famílias de profissionais liberais e de colegas de Dewey. Eram divididos conforme as idades que tinham para participarem dos mais diversos projetos, funcionando, segundo Westbrook (2010, p. 23), do seguinte modo:

As crianças mais jovens (de 4 a 5 anos de idade) realizavam atividades que conheciam por meio da vivência em suas próprias casas ou do entorno: cozinha, costura, carpintaria. As crianças de 6 anos de idade construíam uma granja de madeira, plantavam trigo e algodão, que colhiam, transformavam e vendiam no mercado. Os de 7 anos estudavam a vida pré-histórica em cavernas por eles mesmos construídas; e os de 8 concentravam sua atenção no trabalho dos navegantes fenícios e dos aventureiros posteriores, como Marco

Polo, Colombo, Fernão de Magalhães e Robinson Crusoe. À história e à geografia locais focalizavam a atenção dos de 9 anos de idade e os de 10 estudavam a história colonial, mediante a construção de uma réplica de habitação da época dos pioneiros. Os trabalhos dos estudantes de mais idade concentravam-se menos estritamente em períodos históricos particulares (ainda que a História continuasse como parte importante de seus estudos) e mais nos experimentos científicos de anatomia, eletromagnetismo, economia, política e fotografia. Os alunos de 13 anos de idade, que haviam fundado um clube de debates, necessitavam de um lugar para reuniões, o que os levou a construir um edifício de dimensões significativas. Do projeto participaram estudantes de todas as faixas etárias, em um trabalho cooperativo que, para muitos, constituiu o momento culminante da história da escola.

Como notamos, o foco não é no conteúdo como nas escolas tradicionais e sim na realização de projetos e/ou problemas compatíveis com suas respectivas idades. Valoriza-se o trabalho individual e coletivo, respeitando diferentes opiniões. Vimos novamente a valorização do movimento democrático, incluindo diversas ideias, discutidas e debatidas para serem usadas na resolução dos problemas.

Essa escola durou pouco tempo, quando em 1904, o então presidente da Universidade de Chicado, William Rainey Harper, unindo-se ao coronel Francis Parker, demitiu Alice Dewey e seu marido se demitiu logo em seguida. Esse fato deve-se basicamente a escola do coronel ter sido fundada com a de Dewey, ambas pertenciam a Universidade de Chicado, e com medo do casal não obedecer as ordens, foi levado como motivo de dispensa. Para muitos, os métodos de Dewey eram radicais, sendo muito críticos aos processos tradicionais de ensino.

Segundo Westbrook (2010), a filosofia de Dewey começou a sofrer duras críticas na década de 1950, pois seu modo de pensar era progressista demais, causando diversos atritos com os métodos tradicionais, podendo ser levado como ameaça em um período que os Estados Unidos estavam em Guerra Fria com a União Soviética. Ademais, Dewey percebeu o elo muito forte entre política e educação, valorizando o capitalismo industrial, sendo difícil a reforma democrática que tanto desejara.

Passando essa época de 1950, suas ideias voltavam a discussão, mas ao mesmo tempo inúmeras críticas. Segundo Westbrook (2010), seus trabalhos são conhecidos nos Estados Unidos, e alguns professores de escolas buscavam tentar utilizar em sala de aula.

Podemos citar outro contemporâneo de Dewey, porém na Europa, é Edouard Claparède, psicólogo e pedagogo, também defendia, segundo Petraglia e Dias (2010, p. 32), a criança como centro da aprendizagem e além disso “[...] também compartilhava da ideia da escola ativa, em que a aprendizagem ocorre por meio de resolução de problemas”.

Claparède criticava o ensino pela memorização, defendia que a escola deveria despertar o interesse do estudante, sendo que segundo Petraglia e Dias (2010, p. 33) “queria uma escola

mais parecida com um laboratório do que com um auditório [...] ”. Os estudantes deveriam trabalhar para auxiliar nos problemas da sociedade, diminuindo as divergências econômicas e sociais.

Criticava a formação dos professores, pois para o psicólogo e pedagogo, os educadores precisavam ter conhecimentos sobre psicologia para tentar entender mais seus alunos. Os métodos tradicionais não despertavam para a investigação científica, segundo Petraglia e Dias (2010, p. 34) que “[...] a escola tradicional, entendendo-a voltada para estudantes medianos, enquanto as inteligências mais brilhantes eram deixadas de lado”. Defendia que as salas de aula fossem divididas em classes fortes, para os que tinham maior facilidade e classes fracas, para os que tinham maior dificuldade. Essa divisão polêmica era defendida por ele para que o docente pudesse contemplar todos os discentes, cada sala com seu ritmo, com pouquíssima discrepância de resultados. Era favorável também as classes móveis, ou seja, estudantes de diferentes idades e níveis podem fazer disciplinas juntas, buscando sempre terem níveis semelhantes. Podemos citar como exemplo, uma escola em Zurique, liderado pelo professor francês M. Hans Höslí no ano de 1915, trabalhou com ideias semelhantes às de Claparède e apesar dessa divisão de salas, os professores não se desmotivavam, pelo contrário, conseguiam obter melhores resultados, pois os alunos evoluíam juntos. Essa escola foi um sucesso, porém não evoluiu para todos os outros locais, tornando uma experiência local com bons resultados. Assim como Dewey, suas ideias esbarravam em interesses econômicos e políticos.

No Brasil, o questionamento sobre a educação começou no final da Primeira Grande Guerra (1914-1918), segundo Carvalho (2004, p. 92) “[...] aposta numa sociedade nova, moderna, que as “lições da guerra,” mediamente aprendidas, faziam entrever como dependente de uma nova educação, redefinida em seus princípios e largamente baseada na ciência [...]”. Com isso a educação começou a entrar em pauta dada a necessidade de modernização, capacitação e a valorização da ciência de modo geral. É válido lembrar, segundo Carvalho (2004), a forte influência que Igreja Católica possuía e que essas reformas gerariam diversos atritos, dada a valorização da filosofia e ciência.

Com o final da República Velha (1889-1930) e o início da República Nova ou Era Vargas (1930-1945), mudanças eram necessárias não só na área da educação, mas no Brasil como um todo. Foi criado em 1931 o Ministério da Saúde e Educação, pois segundo Vidal (2013, p. 582) “[...] as disputas pelo controle do aparelho estatal e pela definição dos rumos da educação nacional tenderam a estreitar as relações entre um amplo ideal pedagógico, a defesa de uma concepção de Estado educador [...]”. O governo tinha por base o controle total da área da Educação e Saúde brasileira.

No ano de 1931, a Associação Brasileira de Educação organizou um encontro, tal que segundo Vidal (2013, p. 583), os governos “Solicitavam aos educadores a *fórmula feliz* e o *conceito de educação* da nova política educacional”, liderado por Getúlio Vargas e seu ministro da educação, Francisco Campos. Após o encontro e o enfraquecimento do poder católico sobre o governo, foi feito o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova em 1932. Esse Manifesto contou com a presença de professores e profissionais da mídia, tais quais podemos citar alguns deles: Fernando de Azevedo, Anísio Teixeira e Cecília Meireles. Esse manifesto tinha como princípios a educação pública, gratuita, laica e obrigatória, afastando-se assim mais da Igreja Católica. Foi assinado por 26 intelectuais, não todos de mesma ideologia, mantendo o compromisso com a educação e democracia, segundo Xavier (2002).

Esse manifesto foi fortemente influenciado por fatores externos ocorrendo nos Estados Unidos e Europa, com Dewey, Claparède e outros pedagogos, filósofos e psicólogos. Os pioneiros, assim chamados, queriam aplicar essas ideias no Brasil, a fim de organizar um pensamento científico, fugindo do ensino tradicional até então vigorado.

A Escola Nova brasileira tem características distintas de as outras partes do mundo, pois segundo Vidal (2013, p. 582) “[...] foi o único país do mundo ocidental em que a Escola Nova tornou-se um investimento de Estado”, ou seja, buscou reestruturar todo o sistema público de ensino. Sofreu oposição dos católicos inúmeras vezes segundo Carvalho (2004) com boletins, congressos, revistas, cursos a fim de fazer com que os professores não se deixassem levar por essas novas ideias.

Segundo Xavier (2002, p. 4), esse manifesto foi um divisor de água e de fundamental importância para a educação brasileira.

Finalmente, cruzando os atributos que lhe conferem o *status* de documento histórico com as qualidades que fazem deste um texto literário embebido em imagens e símbolos, chegamos a perceber de que maneira o Manifesto foi erigido em marco histórico, em uma espécie de divisor de águas na história da educação brasileira, funcionando como limite temporal para a descrição e análise da história da educação brasileira produzida no contexto em que foi lançado e no período posterior à sua publicação.

Esse marco foi importante para o Brasil dada a importância que o tema Educação ganhou destaque. Desde então reestruturações foram feitas, apesar de inúmeras críticas por parte dos doutrinadores católicos, criando a Confederação Católica de Educação. Em 1933 o manifesto foi importante para a delimitação da Constituinte e a criação da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no ano de 1959, foi um marco histórico. Essas mudanças geraram diversos confrontos, segundo Xavier (2002), pois tinham que ocorrer mudanças nas estruturas do sistema, muitas vezes controlados por católicos. Vale ressaltar que

nos dias de hoje esse movimento influenciou na democratização do ensino e o direito a escola pública por parte de toda a população, lembrando da forte ligação com a democracia defendida pelos escolanovistas nos Estados Unidos e Europa.

Esse contexto histórico não poderia ser deixado de lado ao se falar sobre metodologias ativas, pois as ideias são usadas até hoje, porém com o advento da tecnologia nas nossas mãos, reestruturações foram necessárias. Temos uma grande interseção entre os escolanovistas e os adeptos das metodologias ativas, a qual trataremos a seguir.

2.5 METODOLOGIAS ATIVAS

Antes de fazermos comparativos entre as metodologias ativas e o ensino tradicional, vamos primeiro definir o que é ensinar. Segundo Bacich e Moran (2018, p. XI) “ensinar significa criar situações para despertar a curiosidade do aluno e lhe permitir pensar o concreto, conscientizar-se da realidade, questioná-la e construir conhecimentos para transformá-la, superando a ideia de que ensinar é sinônimo de transferir conhecimento.” Vamos representar ideias desse tema na Figura 1 a seguir:

Figura 1: Elementos que representam as metodologias ativas



Fonte: Edisciplinas USP (2020)

Com essa definição, criamos a seguinte situação: o ensino tradicional ensina o aluno de forma eficaz? Será que consegue fazer com que o ele fique curioso, conscientize-se da realidade

e sociedade em que está inserido? O ato de ensinar se dá unicamente da forma que vemos mais comum no nosso cotidiano? O professor enchendo a lousa e os alunos copiando, pouco questionando os motivos de estarem fazendo aquilo e além disso o famoso “para que serve isso?” Trabalhamos as metodologias ativas, focando na sala de aula invertida para tentar responder essas questões.

Conversando um pouco sobre a chamada escola tradicional, mas antes disso é importante destacar dois modos de escola tradicional que Protetti (2010, p. 76) utiliza:

[...] Escola Tradicional centra-se essencialmente no seu modelo laico. Esta advertência é necessária visto que na maioria das vezes existe uma disposição no campo científico da Educação em conceituar e identificar a Escola Tradicional como um único modelo pedagógico de ensino. Acredito que este fenômeno pode obscurecer a compreensão da existência de uma diferenciação importante entre a Escola Tradicional de característica religiosa e a sua forma laica; a primeira com grande influência da Igreja Católica e os valores da ordem social medieval, e a segunda livre das influências religiosas, mas ligada ao Estado Moderno e aos valores da nascente ordem social burguesa capitalista.

Adotamos o modelo laico para a escola tradicional.

Segundo Protetti (2010), esse modelo de escola surgiu por volta do século XIX, na Europa, na transição do sistema feudal para o capitalista, sendo a burguesia a classe de destaque tanto na área da educação, quanto na economia. Para esse modelo o papel da instituição é transmitir os conhecimentos adquiridos pela humanidade, sendo o centro da atenção voltado ao professor, responsável pelo ato de ensinar. Para a burguesia, o conhecimento se dá de forma gradual, com as aulas expositivas, para que os estudantes ficassem a par de tantas e tantas descobertas.

Esse modelo de escola é muito criticado pelos adeptos das metodologias ativas, vamos definir como elas funcionam e fazer comparações entre esses dois métodos.

Usamos a seguinte definição, segundo Bacich e Moran (2018, p. XI) “A metodologia ativa se caracteriza pela inter-relação entre educação, cultura, sociedade, política e escola, sendo desenvolvida por meio de métodos ativos e criativos, centrados na atividade do aluno com a intenção de propiciar a aprendizagem.” Com esse modelo, as práticas escolares não terão apenas relação com a escola, mas também com o meio em que vive de modo geral, fazendo com que o conjunto escola-sociedade caminhem juntos. É importante salientar a importância dada ao aluno, pois ele mostra-se como centro da atenção em uma sala de aula, papel delegado ao professor, segundo o ensino tradicional.

Salientamos que essas metodologias foram mencionadas anteriormente, focando em Dewey, Claparède e os Pioneiros da Escola Nova no Brasil, ou seja, são as ideias dos meados do século XX adaptadas ao século XXI, pois elas são readaptadas a educação, aos professores e aos alunos que estão inseridos em uma sociedade tecnológica, em que as informações são passadas instantaneamente de um lugar para o outro em questão de segundos.

Segundo Bacich e Moran (2018) essa metodologia faz com que a flexibilidade do aluno se desenvolva mais, conseguindo realizar diversas tarefas, funcionando como engrenagens como mostrado na figura 1, relevando que cada pessoa aprende de um modo diferente da outra, com sua velocidade e sua área de interesse. O papel do professor passa a ser de incentivar seus alunos, não apenas transmitindo conhecimento, mas sempre questionando, fazendo-o pensar, orientando sempre que necessário. Para isso ocorrer, é necessário também um ambiente que facilite o estudante estar no centro da atenção, podendo mexer na configuração da sala de aula, ou seja, carteiras enfileiradas do método tradicional para formação de grupos, lugares aleatórios para os adeptos das metodologias ativas. Lembrando que sentar em lugares aleatórios não implica em bagunça ou desordem e sim liberdade para o aluno ocupar um lugar o qual se sente bem, auxiliando na relação com as outras pessoas.

Nesse contexto, aprendizagem ativa e aprendizagem híbrida caminham juntas e são definidas do seguinte modo segundo Bacich e Moran (2018, p. 4):

As metodologias ativas dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor; a aprendizagem híbrida destaca a flexibilidade, a mistura e compartilhamento de espaços, tempos, atividades, materiais, técnicas e tecnologias que compõem esse processo ativo. Híbrido, hoje, tem uma mediação tecnológica forte: físico-digital, móvel, ubíquo, realidade física e aumentada, que trazem inúmeras possibilidades de combinações, arranjos, itinerários, atividades.

Com essas definições concluímos que a aprendizagem ativa está ligada ao aluno, ou seja, na sua participação principal no contexto da sala de aula, no seu aprendizado e em suas ações, já a aprendizagem híbrida está relacionada com o ambiente que o estudante esteja inserido, seja em sala de aula mas também em plataformas digitais, as quais ganham muita importância. É de suma importância ressaltar que tecnologia e ensino andam juntos, faz-se necessário andar em harmonia, de forma que facilite o entendimento dos estudantes.

Separamos essa aprendizagem ativa em três momentos importantes, como listadas no Quadro 7 abaixo, segundo Bacich e Moran (2018):

Quadro 7: Movimentos ativos híbridos

Construção individual	<ul style="list-style-type: none"> - Atividades mais personalizadas a uma sala ou determinado grupo de alunos; - Necessidade de materiais bem elaborados; - Conteúdos educacionais atualizados e atraentes; - Podem utilizar ambientes virtuais; - O professor pode utilizar esses ambientes para avaliar os alunos.
Construção grupal	<ul style="list-style-type: none"> - Atividades realizadas de forma presencial, em ambientes amplos, dinâmicos e imprevisíveis ou em ambientes virtuais; - Possível uso de jogos com intuídos colaborativos e competitivos; - Incentivar a troca de ideias, sentimentos, diálogos e competências; - Fazer com que o aluno lide com sentimentos de tensão, decepção e sucesso.
Construção tutorial	<ul style="list-style-type: none"> - Professor desempenha o papel de curador; - Incentivo a novos questionamentos, investigações, práticas e sínteses; - Fazer com que os alunos ampliem a visão de mundo com roteiros interessantes que problematizam, orientam e ampliam os caminhos a serem seguidos; - Diálogo do professor com cada aluno ou com seu grupo.

Fonte: Bacich e Moran (2018)

Esses elementos criam a chamada educação personalizada, em que os discentes tendem a se sentirem mais motivados, pois essa personalização trabalha com os pontos fortes de cada um, visando fortalecerem cada vez mais com atividades específicas com o intuito de motivá-los. Os que têm maior dificuldade também se beneficiam, pois o docente pode identificar com maior facilidade suas dificuldades e trabalhar com elas, fazendo com que não se sintam desmotivados. Bacich e Moran (2018) ressaltam que para isso ocorrer, os formadores também deverão se sentir motivados com ambientes favoráveis e com uma remuneração melhor com o que temos atualmente no Brasil.

Personalizando o ensino, é possível verificar a heterogeneidade em uma sala de aula, comprovando que não é saudável trabalhar com conteúdos sempre da mesma forma, como na escola tradicional e sim tentar entrar no ambiente de cada aluno, fazendo com que se sinta importante individualmente e também para ambientes com outras pessoas. Uma palavra chave

em tudo isso é **empatia**, segundo o dicionário *on-line* Dicio (2020) “Ação de se colocar no lugar de outra pessoa, buscando agir ou pensar da forma como ela pensaria ou agiria nas mesmas circunstâncias.” Fazendo com que trabalhe em grupo e mais do que isso, colocando-se no lugar do outro, respeitando as mais variadas opiniões.

O papel do educador não deixa de ser importante, pelo contrário, pois ele passa a ter maior proximidade com os estudantes, passando a ser mediador, curador, orientador, gestor de uma sala de aula, precisando criar ambientes agradáveis para todos. É de suma importância uma preparação bem elaborada do seu plano de aula, pois deverá pensar nas possíveis dúvidas, atividades que despertem interesse em quem tem dificuldade e estar preparado para sucessos e também fatos que possam ser melhorados. Ocorre também a introdução da tecnologia em sala de aula ou em casa, pois para Bacich e Moran (2018, p. 11) “[...] é absurdo educar de costas para um mundo conectado, educar para uma vida bucólica, sustentável e progressista baseada só em tempos e encontros presenciais e atividades analógicas [...]”. Essa uma quebra forte com a escola tradicional, pois é possível o aluno trabalhar em sala ou em casa usando recursos digitais para aprendizado, podendo ser simuladores, games, quiz e exercícios propostos pelos curadores em uma plataforma digital.

Vamos listar agora, algumas Metodologias Ativas listadas por Bacich e Moran (2018) no Quadro 8 com breves características de cada uma delas:

Quadro 8: Divisão das metodologias ativas

Sala de aula invertida (flipped classroom)	<ul style="list-style-type: none"> - O papel do professor é mais complexo que o modo tradicional de ensino, pois é necessária a preparação das aulas em competências maiores e saber se adaptar a cada aluno; - Uso de tecnologias simples, incentivando os alunos a contarem histórias, trabalharem com situações reais e também jogos; - aprendizagem ativa é pela investigação.
Aprendizagem baseada em problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Os alunos preparam-se para resolver problemas de suas futuras profissões; - Propõe nível crescente da complexidade dos problemas.
Aprendizagem baseada em projetos	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolvem projetos que tenham ligação com a vida fora da sala de aula; - Trabalham com a interdisciplinaridade e tomam decisões individualmente ou em grupos; - Busca despertar o senso crítico, criativo e a percepção que pode existir diversas maneiras para se resolver projetos.

Fonte: Bacich e Moran (2018)

Essas divisões das metodologias ativas apenas reforçam o papel do professor na sala de aula, porém não mais centrado nele e sim nos alunos. Com isso, Bacich e Moran (2018) citam algumas características em todas elas, tais como: integração maior entre diferentes áreas de conhecimento, reforçando a ideia que as disciplinas curriculares obrigatórias podem e devem conversar entre si. Importância do protagonismo e participação do discente, seja quando trabalha individualmente ou coletivamente, sendo o centro da atenção em sala de aula. Formação inicial e continuada de professores, valorizando o compartilhamento de experiências e constantes atualizações, sejam em cursos presenciais ou on-line. Planejamento do ritmo das mudanças valorizando currículos mais flexíveis, sem o engessamento das matérias, deixando-o conduzir com maior liberdade.

Trabalhamos nessa dissertação com o foco na sala de aula invertida, *flipped classroom*. Essa metodologia ativa foi idealizada por Jonathan Bergmann e Aaron Sams.

2.6 SALA DE AULA INVERTIDA

A sala de aula invertida surgiu durante o ano letivo de 2007 e 2008 no Woodland Park High School, em Woodland Park, Colorado, Estados Unidos com Jonathan Bergmann e Aaron Sams. Eles se conheceram em 2006 nesse mesmo local, ficando amigos. Naquele ano, preparavam aulas juntos de Química, pois Aaron ficava com as aulas de laboratório, enquanto Jonathan entrava logo em seguida, sempre discutindo melhores maneiras para ensinar o conteúdo e fazer com que os alunos entendessem.

Nesse mesmo ano de 2006, liam sobre tecnologias, até que encontraram um artigo de revista em que um software permitia gravar vídeos usando o *Power Point*. Acharam interessante, pois era comum alunos faltarem em aulas, sejam por doenças, atividades escolares, viagens e campeonatos esportivos. Decidiram então gravar suas aulas e disponibilizarem no *Youtube* para que os que tinham faltado assistissem o que haviam perdido para não ficarem defasados em relação aos outros. Com isso foram acumulando uma videoteca digital no *Youtube* com aulas dos mais diversos conteúdos de Química. A boa receptividade foi relatada do seguinte modo por Bergmann e Sams (2016, p. 3):

Os alunos ausentes adoravam as aulas gravadas e conseguiam aprender o que tinham perdido. Outros, que compareciam às aulas e ouviam as lições ao vivo, também começaram a assistir aos vídeos. Alguns os assistiam ao estudarem para os exames. Além disso, nós também ficamos muito satisfeitos porque não precisávamos perder muito tempo depois do horário escolar, durante o almoço, ou mesmo no planejamento das aulas ajudando as crianças a recuperarem o conteúdo.

Os vídeos começaram a ser utilizados não apenas por aqueles que haviam faltado, mas também pelos que ficavam com alguma dúvida e de certa forma não conseguiam perguntar. Era muito útil essa disponibilidade dos vídeos porque eles eram armazenados de forma gratuita e também poderiam assistí-los sem custo algum. Poderiam usar computadores pessoais ou os disponíveis na escola.

A partir dessas mídias de 2006 que nasce a sala de aula invertida, pois no ano letivo seguinte os autores propunham o seguinte: os vídeos eram assistidos em casa, escola ou qualquer ambiente que se sinta bem dos temas relacionados a aula seguinte, ou seja, os alunos criavam um pré conhecimento antes de participarem da aula presencial sobre esse mesmo tópico. Era solicitado, além de assistí-los, fazerem anotações do que acharam mais importante, observações e principalmente as dúvidas. Orientavam para utilizarem o método Cornell de anotações, assim definido por Bergmann e Sams (2016, p. 12) “[...] em que transcrevem os pontos importantes, registram quaisquer dúvidas que lhes ocorram e resumem o conteúdo aprendido.” Os professores mencionavam que deveriam ser assistidos com atenção, longe de aparelhos eletrônicos ou outras possíveis distrações. Segundo Bergmann e Sams (2016, p. 11):

Basicamente, o conceito de sala de aula invertida é o seguinte: o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula. Como você verá, porém, há mais que isso a ser invertido.

No dia da aula presencial, os alunos levavam suas anotações e elas eram discutidas logo no início, mostrando o que entenderam, algum ponto a ser observado e também as dúvidas que tiveram. Para os autores, essas dúvidas eram úteis pois se existissem falhas no vídeo, ou quando algo poderia ser interpretado de maneira equivocada, eles refaziam até chegar em sua melhor versão. Podemos observar esse conceito na Figura 2 a seguir:

Figura 2: A Sala de Aula Invertida em três momentos



A aula presencial difere da aula utilizando o ensino tradicional, pois ela era utilizada não para o professor expor os temas a serem abordados, pois os alunos já haviam assistido sobre o conteúdo em casa e já tinham tirado suas dúvidas no início da aula. Incentivavam debates, discussões, aulas em laboratório, pesquisas, otimizando mais o tempo. O educador deixa de ser o centro de atenção, pois agora quem faz parte desse centro são os estudantes. Esse modo de ensinar também auxilia os mais tímidos, pois segundo Bergmann e Sams (2016, p. 12) “Um dos grandes benefícios da inversão é o de que os alunos que têm dificuldade recebem mais ajuda. Circulamos pela sala de aula o tempo todo, ajudando os estudantes na compreensão de conceitos em relação aos quais se sentem bloqueados.” Vale ressaltar que o professor deixar de ser o centro da sala de aula não implica em ficar parado, pelo contrário, dá liberdade de ficar circulando, auxiliando ora individualmente, ora em grupos. Para os que tem facilidade, mais atividades vão sendo propostas ao longo da aula, fazendo com que os que tenham mais dúvidas possam perguntar com maior liberdade.

Ocorre valorização da prática, em que o aluno se mostra ativo, perguntando, criando, calculando, ajudando. A teoria não é deixada de lado em momento algum, porém como ela já foi vista, utiliza-se menos tempo com ela em sala. Um exemplo da divisão do tempo está no Quadro 9 abaixo:

Quadro 9: Comparação do uso do tempo nas salas de aula tradicional e invertida

Sala de aula tradicional		Sala de aula invertida	
Atividade	Tempo	Atividade	Tempo
Atividade de Aquecimento	5 minutos	Atividade de Aquecimento	5 minutos
Repasse do dever de casa da noite anterior	20 minutos	Perguntas e respostas sobre o vídeo	10 minutos
Preleção de novo conteúdo	30 - 45 minutos	Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório	75 minutos
Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório	20 – 35 minutos		

Fonte: Bergmann e Sams (2016, p. 13).

Podemos interpretar esse gráfico do seguinte modo, fazendo comparações entre a sala de aula tradicional com a Sala de Aula Invertida:

- a) Atividade de aquecimento: é o tempo entre o professor sair da sala dos professores, chegar aonde estão os alunos e organizar o ambiente;
- b) Repasse do dever de casa da noite anterior: geralmente quando o professor corrige parcialmente ou totalmente a lição de casa deixada na aula anterior;
- c) Perguntas e respostas sobre o vídeo: tempo em que o professor abre para os alunos mostrarem suas anotações, dúvidas, questionamentos, curiosidades;

Vamos fazer uma pequena comparação antes de continuar entre o repasse do dever de casa da noite anterior e perguntas e respostas sobre o vídeo. Notamos que gastamos um tempo maior quando corrigimos ou de forma parcial ou de forma total os exercícios deixados para casa. Esse tempo poderia ser melhor explorado para os alunos resolverem esses exercícios em sala e o professor ir tirando suas dúvidas. Nota-se que para os vídeos, o tempo gasto é menor, já que estão com uma base do que irão trabalhar em sala de aula.

- d) Preleção de novo conteúdo: é uma das principais características da escola tradicional, em que o professor está no centro da atenção de toda a sala, fazendo o papel de detentor de todo o conhecimento. Os alunos geralmente ficam sentados, observando, copiando e tirando dúvidas em determinados momentos em que o professor permite;
- e) Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório: geralmente é aquele momento em que o professor passa os exercícios para os alunos resolverem em sala de aula ou quando a aula é experimental, vão ao laboratório. Essa diferença é grande quando comparamos os dois modelos. Na sala de aula tradicional o aluno tem aproximadamente metade do tempo em relação à sala de aula invertida, com isso ele pratica menos, tira menos dúvidas e o tempo de interação entre eles é menor. Com esse tempo reduzido, o educador possivelmente não consegue atender de maneira tranquila todos, de forma individual ou grupos. Com a sala de aula invertida, o tempo maior, eles conseguem interagir mais entre os membros da sala de aula ou com o professor. O educador sai do centro da atenção deixando o aluno trabalhar, funcionando como um orientador.

Com o quadro acima, é notável a mudança do papel do aluno quando comparamos as duas formas. Ele não apenas passa para o ponto de destaque, como também ganha mais

autonomia, responsabilidade, pois se não se preparar para a aula, ficará perdido, sem saber o que fazer ou como trabalhar. O docente passa a auxiliá-los e não simplesmente transmitir conhecimentos.

A escola tradicional é criticada, pois é muito difícil criar um modo único em que os discentes tenham que aprender da mesma forma, mesmo rigor e supostamente com a mesma velocidade. O modo em que a sala de aula é distribuída dificulta a interação entre os estudantes, pois estão todos enfileirados, centrados na atenção ao professor. Podemos ver a seguinte crítica, segundo Bergmann e Sams (2016, p. 6):

O atual modelo de educação reflete a era em que foi concebido: a revolução industrial. Os alunos são educados como em linha de montagem, para tornar eficiente a educação padronizada. Sentam-se em fileiras de carteiras bem arrumadas, devem ouvir um “especialista” na exposição de um tema e ainda precisam se lembrar das informações recebidas em um teste avaliativo. De alguma maneira, nesse ambiente, todos os alunos devem receber uma mesma educação. A debilidade do método tradicional é a de que nem todos os alunos chegam à sala de aula preparados para aprender. Alguns carecem de formação adequada quanto ao material, não têm interesse pelo assunto ou simplesmente não se sentem motivados pelo atual modelo educacional.

Esse movimento em deixar o indivíduo inerte pelo modelo tradicional é culpado também por parte dos professores segundo Bergmann e Sams (2016), com uma abordagem simplista e imediatista poderia conquistar muitos estudantes, o que não ocorre, tentando então colocar o conteúdo em suas cabeças. Valoriza-se a personalização do ensino, porém inicialmente gera muito trabalho por parte do educador, em preparar, planejar e testar as aulas criadas.

Para Bergmann e Sams (2016, p. 32) “Usar vídeos produzidos por outros professores, em vez de fazer os próprios vídeos, talvez seja a melhor opção para quem está começando a inverter a sala de aula.” O orientador dispõe de inúmeros vídeos, simuladores, *blogs*, *podcasts*, filmes do *YouTube*, *Khan Academy*, *Phet* que poderão ser disponibilizados para estudarem em casa como preparo para a aula.

Quando o educador se sentir mais a vontade para a produção dos vídeos, Bergmann e Sams (2016) defendem algumas regras, tais como:

- a) **Planejamento da aula:** definindo os objetivos daquele vídeo, o que passar, como passar, se mostrar alguma experiência é válida. Lembrando que o ideal é o vídeo ser curto;

- b) **Gravação do vídeo:** após o planejamento da aula, hora de gravar. Inicialmente a possibilidade de erros é grande, mas vale lembrar que aos poucos o profissional vai evoluindo. Vale lembrar que não precisa de equipamentos caros para isso, pois existem bons equipamentos com preços acessíveis.
- c) **Edição do vídeo:** provavelmente a parte mais trabalhosa em se trabalhar com vídeos. Nessa hora é importante verificar erros, ou mesmo destacar determinados pontos importantes que os alunos deverão ter mais atenção e cuidado.
- d) **Divulgação do vídeo:** primeiramente verificar as políticas da escola, se existe alguma plataforma disponível em que todos os alunos tenham acesso, ou se não, existe o *YouTube* em que se pode disponibilizar os vídeos de forma gratuita.

Vale lembrar que esse processo de usar as plataformas digitais não podem excluir as famílias mais carentes. É necessário a escola ter um ambiente virtual, simples, para que possam acessá-los.

Bergmann e Sams (2016) também defendem algumas regras para que os vídeos tenham um bom efeito nos alunos:

- a) **Seja breve:** vídeos em torno de 15 minutos, pois acima disso não conseguem prender a atenção dos jovens, denominados geração *YouTube*;
- b) **Fale com entusiasmo:** o aluno se sentirá motivado a aprender se você estiver disposto a ensinar. Tentar evitar o mesmo tom de voz durante todo o vídeo, fazer algumas mudanças, principalmente nas partes que mereçam destaque;
- c) **Crie vídeo com outro professor:** aqui vale salientar que podem ser vídeos com professores da mesma área ou disciplina, mas também com educadores de outras áreas. Tópicos da atualidade ou que causaram grande impacto podem ser muito bem desenvolvidos por dois ou mais;
- d) **Acrescente humor:** essa dica deve ser usada com muito cuidado, pois alunos entendem as chamadas piadas forçadas. O humor deve ser usado se realmente o professor se sentir à vontade e afinidade com a turma;
- e) **Não desperdice o tempo dos alunos:** evitar temas desnecessários no vídeo, tais como ficar falando de futebol, da vida ou outros fatores externam que os façam perder atenção;
- f) **Acrescente anotações:** muito útil na edição dos vídeos, seja para destacar algo, ou acrescentar algo que ficou faltando;

- g) **Acrescente chamadas:** são geralmente caixas de texto com observações em determinados momentos dos vídeos. Geralmente são observações para chamar a atenção do estudante;
- h) **Aumente e diminua o zoom:** muito útil na resolução dos exercícios, principalmente para as imagens e os cálculos. A ideia é reforçar o foco dos estudantes nessas determinadas partes;
- i) **Respeite os direitos autorais:** se buscar outras fontes, vídeos, indicar os direitos autorais para não ter problemas com um possível processo.

Podemos atualizar ainda mais esses vídeos com as *lives* que surgiram nas plataformas como *Facebook*, *Instagram* e *Youtube*, muitas delas devido ao isolamento devido a propagação da COVID-19. Usar essas *lives* com outros professores concomitantemente pode ser atraente ao estudante. A tecnologia está aí e deve ser usada por todos e usada de maneira correta, para gerar bons frutos.

O uso da sala de aula invertida valoriza a heterogeneidade dos estudantes, observando as facilidades e dificuldades. A avaliação não pode ser feita de forma igual para todos e sim de forma diversificada. A primeira e importante é avaliação é no momento do *feedback* inicial das aulas quando o professor for discutir sobre os vídeos assistidos em casa. Esse momento não é apenas para verificar quem assistiu ou não perguntando de forma direta e sim questionar pontos importantes, estimular a participação. Para que não realizou a atividade é válida uma conversa, tentar entender os motivos e ao mesmo tempo incentivar para que esse ato não ocorra novamente. O professor deverá estar atento aos que pouco participarem ou que demonstrarem dúvidas, pois é de extrema importância terem entendidos os vídeos, pois os trabalhos de sala serão baseados neles. O papel do educador não é dar zero ou dez e sim trabalhar suas dúvidas, verificando as lacunas que deverão ser preenchidas. Lembrando que a interação é importante, pois questionamentos comuns podem ser esclarecidos concomitantemente.

Segundo Bergmann e Sams (2016), o professor tem que estar em movimento durante toda a aula, estimulando, tirando dúvidas dos alunos de forma individual ou em grupo. Com esses questionamentos muitas dúvidas deverão surgir, muitas das quais o educador pode não saber a resposta de imediato, com isso é válida a honestidade entre professor-aluno para que quando isso ocorrer o responsável se sinta seguro em respondê-lo seja logo no final da aula ou em outro momento.

Vale a importância de avaliá-los de diversas maneiras, tais como: debates, seminários, criação de *podcasts* e também listas de exercícios. Esse é um ponto importante, deixar logo de início claro aos pais como serão as avaliações, para que possam tirar suas dúvidas com todo o conjunto responsável pela escola.

Pode-se também avaliá-los com plataformas digitais, tai como vemos no seguinte trecho, segundo Bergmann e Sams (2016, p. 49):

Também exploramos a tecnologia para resolver o problema dos muitos exames necessários para a adoção do modelo de aprendizagem para o domínio. Todas as nossas avaliações são administradas por meio de computadores. Cada aluno é avaliado de maneira diferente, conforme as suas características e necessidades; no entanto, adotam-se como critérios os mesmos objetivos. Além disso, os estudantes recebem versões diferentes do exame, sempre que são avaliados. A tecnologia disponível torna muito mais fácil a multiplicidade de avaliações. O tempo necessário para dar notas a essas avaliações é muito reduzido, pois a maioria das questões é aferida pelo computador. Elimina-se, assim, a insegurança de verificar manualmente aquelas montanhas de papéis.

Podemos notar o uso positivo da tecnologia em sala de aula. Essas mudanças causam gasto de energia por parte dos professores e também tempo. Avaliar de maneira digital faz com que se economize tempo com correções de centenas de papéis e possam ser empregados em preparação de aulas com maior qualidade. Bergmann e Sams (2016, p. 85) lembram também que “[...] sabemos que alguns alunos sempre tentarão contornar as regras e fazer más escolhas. Nossa função, como bons professores, é a de limitar as oportunidades de fraudes pelos alunos.” Pessoas que tentam fraudar o sistema existirão, cabe ao responsável tentar conscientizá-los para fazer o correto. É importante lembrar que muitas atividades on-line, o desempenho por parte dos alunos pode ser visto instantaneamente ao final do teste, verificando seus pontos fortes e o que pode ser melhorado. *Feedbacks* constantes sempre favorecem ao aprendizado.

Vale lembrar que a ideia não é apenas analisar a nota e sim como evoluiu e trabalhou com suas dúvidas, como dizem Bergmann e Sams (2016, p. 59) “Nossa aula é mais uma conversa que uma simples pregação. Esperamos que os alunos compareçam às aulas e continuem o processo de aprendizagem até evidenciarem o domínio dos objetivos.” Essa forma de trabalhar e avaliar faz com que ganhem responsabilidade, definindo com mais critério seus objetivos, transformando a sala de aula em espaços de aprendizagem.

É notável a mudança do papel do docente da sala de aula, temos a seguinte comparação, segundo Bergmann e Sams (2016, p. 65):

Em vez de nos posicionarmos na frente da sala, despejando informações e comandando o “espetáculo”, passamos o tempo fazendo o que é mais importante — ajudando os alunos, orientando pequenos grupos e trabalhando com indivíduos em dificuldade. Passeamos constantemente pela sala, interagindo com os alunos sobre os principais objetivos de aprendizagem. A melhor analogia que nos ocorre a esse respeito é a do papel do técnico solidário de uma equipe esportiva. Nossa função é apoiar e motivar os alunos ao longo do processo de aprendizagem. Eles precisam de um técnico que fique ao lado deles e que os oriente na descoberta do conhecimento. Temos mais oportunidades de encorajá-los e de lhes dizer o que estão fazendo certo, além de esclarecer seus equívocos.

Essa nova forma do orientador trabalhar difere da escola tradicional em que o foco é diretamente nele. Vale lembrar que com a sala de aula invertida o professor não é menosprezado, pelo contrário, seu papel passa a ser mais importante para trabalhar como orientador de seus alunos.

Muitos colégios têm forma engessada de avaliar os estudantes, contando por exemplo a média aritmética notas de duas provas, geralmente uma objetiva e uma discursiva e um trabalho. Se obter menor que seis, faz a recuperação e maior ou igual a seis, foi aprovado. Usar a sala de aula invertida pode fazer com que você adeque de forma que o colégio aceite essas notas. O uso de tecnologias pode ajudar, fazendo com que economize tempo corrigindo exercícios e mais exercícios em casa.

Como geralmente existem as avaliações obrigatórias, também chamadas de formativas, podemos fazer o seguinte uso, segundo Bergmann e Sams (2016, ps. 81 e 82):

Transmitimos os objetivos de aprendizagem e fornecemos os recursos necessários para alcançá-los, mas compete aos alunos a apresentação das evidências de que estão alcançando os objetivos. No caso de alunos incapazes de demonstrar que estão avançando rumo aos objetivos, avaliamos com rapidez o nível de compreensão deles e criamos planos de recuperação personalizados, para que repitam o processo e absorvam o que ainda não dominam. Os tipos de recuperação e de aprendizagem variam conforme o aluno. Podemos recomendar a uns que assistam de novo ao vídeo ou, em alguns casos, que o vejam pela primeira vez. A outros, sugerimos livros e websites a serem consultados ou simplesmente nos sentamos com eles e repassamos os conceitos mal compreendidos. Às vezes nos referíamos ao processo de avaliação formativa como algo semelhante a “verificar o óleo” de um automóvel [...]

É importante salientar que o professor estará em contato com os alunos durante o ano todo, dividindo em bimestres ou trimestres, dependendo do colégio e essa observação de como está o andamento da sala é imprescindível, ainda mais nos que demonstram dificuldade. Não atingir a nota necessária não é sinal de fracasso, cabe ao professor orientar a melhor forma para que possa recuperar o que foi perdido. Não podemos nos esquecer que esse modo de ensinar e

aprender, trata o estudante como um indivíduo que tem nome, facilidades, dificuldades, problemas pessoais e não apenas como mais um número na chamada.

Vale lembrar que a forma de avaliar varia conforme regras de cada escola e ainda mais de sala de aula para sala de aula, então ocorre uma flexibilização na forma de mensurar as notas dos estudantes, como citam Bergmann e Sams (2016, p. 84):

Observe que o processo que acabamos de descrever é o que adotamos, mas não é a única maneira de fazer avaliações somativas em um contexto reverso de aprendizagem para o domínio. Muitos professores e escolas que inverteram a sala de aula conduzem as avaliações somativas de maneira mais tradicional. O teste é aplicado a todos os alunos em determinado dia, e a nota obtida é permanente. Tampouco existe uma única maneira de inverter, uma única maneira de avaliar, e uma única maneira de oferecer feedback aos alunos. Como sempre, escolha o melhor para os alunos e opere conforme os parâmetros de seu contexto educacional específico.

O momento de planejar as aulas é de suma importância, pois segundo Conceição *et al* (2016, p. 4)

O planejamento escolar inclui tanto a previsão das atividades didáticas em termos da sua organização e coordenação em face dos objetivos propostos, quanto a sua revisão e adequação no decorrer do processo de ensino. O planejamento é um meio para se programar as ações docentes, mas é também um momento de pesquisa e reflexão intimamente ligado à avaliação.

Podemos seguir como exemplo o proposto por Bergmann e Sams (2016, págs. 53 e 54) no Quadro 10 a seguir:

Quadro 10: Planejamento das aulas para o conteúdo sobre Teoria Atômica

AULA 1	<p>Objetivo: ser capaz de expor a Teoria Atômica</p> <p>Referência: Vídeo 1; Texto: 5.1; Planilha: Teoria Atômica 1.</p> <p>Atividades exigidas: Demonstração do tubo de raio catodo (não incluído no pacote — procurar o professor).</p>
AULA 2	<p>Objetivo: ser capaz de determinar o número de prótons, nêutrons e elétrons, e nomear um átomo.</p> <p>Referência: Vídeo 2; Texto: 5.2, 5.3; Planilha: Teoria Atômica 2.</p>
AULA 3	<p>Objetivo: compreender os conceitos de massa atômica, isótopos e massa atômica média.</p> <p>Referência: Vídeo 3; Texto: 5.3; Planilha: Teoria Atômica 3.</p> <p>Atividades exigidas: experiência de laboratório com “vegium” (elemento fictício).</p>

AULA 4	Objetivo: compreender a estrutura básica da tabela periódica. Referência: Vídeo 4; texto: 5.4; Planilha: Teoria Atômica 4. Atividades exigidas: anotar sua tabela periódica.
AULA 5	Objetivo: ser capaz de explicar os modelos do átomo. Referência: Vídeo 5; Planilha: Teoria Atômica 5. Atividades exigidas: experiência de laboratório com o tubo misterioso (não incluído no pacote — procurar o professor).
AULA 6	Objetivo: explicar o atual modelo do átomo, em suas relações com os elétrons, na perspectiva da mecânica quântica. Referência: Vídeo 6; Texto: 13.2; Planilha: Teoria Atômica 5. Atividades exigidas: Planilha de Teoria Atômica 6.
AULA 7	Objetivo: ser capaz de descrever as configurações e as notações orbitais dos elétrons de qualquer elemento. Referência: Vídeo 7; Texto: 13.2; Planilha: Teoria Atômica 7.
AULA 8	Objetivo: explicar a natureza ondular da luz. Referência: Vídeo 8; Texto: 13.3; Planilha: Teoria Atômica 8.
AULA 9	Objetivo: explicar como a luz revela a “posição” dos elétrons nos átomos. Referência: Vídeo 9; Texto: 13.1; Planilha: Teoria Atômica 9. Atividades exigidas: Teste da chama em laboratório, “E então fez-se a luz”.
AULA 10	Objetivo: calcular o comprimento de onda, frequência, energia e “cor” da luz. Referência: Vídeo 10; Texto: 13.3; Planilha: Teoria Atômica 10.
AULA 11	Objetivo: ser capaz de comparar os tamanhos dos átomos e íons. Referência: Vídeo 11; Texto: 14.2; Planilha: Teoria Atômica 11.
AULA 12	Objetivo: comparar as energias de ionização de diferentes átomos. Referência: Vídeo 12; Texto: 14.2; Planilha: Teoria Atômica 12.
AULA 13	Objetivo: comparar a eletronegatividade de diferentes átomos. Referência: Vídeo 13; Texto: 14.2; Planilha: Teoria Atômica 13. Atividades exigidas: Atividade gráfica da periodicidade.

Como podemos ver no quadro acima, é preciso organização para deixar o objetivo, referência e atividades exigidas o mais claro possível. É importante os alunos terem acesso logo no início do capítulo, muitos colégios costumam pedir o planejamento anual no início do ano, mas podendo sofrer alterações. Já mencionamos que a sala de aula invertida valoriza também a flexibilidade, a opinião de todos, pois se a ideia for apenas cumprir o cronograma podemos cair no erro novamente em ter a metodologia tradicional.

Muitos discentes costumam anotar em agendas, porém muitas instituições disponibilizam plataformas digitais que também funcionam para eles fazerem anotações, podendo facilitar sua organização. Softwares gratuitos podem ser utilizados, em que diversas vezes podem sincronizar o que está na plataforma do colégio com o celular. Citamos como exemplo também as plataformas: *Zoom*, *Teams* e *Google Meet*, muito utilizadas durante a pandemia de COVID-19 em que era possível sincronizar todas as reuniões, ou aulas com celulares, *tablets*, *notebooks* e computadores de mesa.

A implantação da sala de aula invertida, uma das metodologias ativas segundo Bacich e Moran (2018), pode ser aplicada nos colégios sem entrar em conflito com as normas vigentes, pelo contrário, poderão ajudá-las a serem atualizadas. Implantar uma metodologia ativa não significa simplesmente deixar de lado toda a metodologia tradicional, mas sim implantada aos poucos em que alunos, professores, coordenadores, diretores e responsáveis possam ir se habituando.

3 ORGANIZAÇÃO DAS ATIVIDADES

Vamos mostrar como as atividades foram organizadas desde o planejamento inicial até como foram concluídas.

3.1 ORGANIZAÇÃO INICIAL DAS ATIVIDADES

Inicialmente, antes da pandemia do novo coronavírus, as atividades eram programadas dos seguintes modos:

- Vídeos e materiais disponíveis para os alunos por meio da plataforma oferecida pelo Sistema de Ensino Poliedro. Parte das gravações seriam feitas por mim ou por professores do próprio sistema de ensino. Esses vídeos têm gravação média de 10 minutos, sendo abordados os temas: Progressão Aritmética e Progressão Geométrica. Todos seriam disponibilizados em um ambiente virtual, os quais os estudantes teriam acesso livre a todo instante. Seriam disponibilizados semanalmente, conforme o avanço das atividades.

- Após os alunos estudarem os vídeos em casa, fora do ambiente escolar, as atividades baseavam-se em três listas de exercícios: lista introdutória, lista sobre Progressão Aritmética e Lista sobre Progressão Geométrica. Os estudantes usariam as três aulas semanais para trabalhá-las em grupo de três até seis pessoas, totalizando três semanas de aplicação das listas.

As metas eram discussões sobre as listas, analisando diferentes formas de resolvê-las, dada a pluralidade de ideias dos alunos, pois observando em avaliações anteriores, parte resolviam os exercícios por lógicas, outros preferiam usar fórmulas. Eles poderiam usar a sala de aula e também lugares externos, tais como o pátio, quadra, cantina, tendo que retornar na segunda aula (pois as aulas eram duplas) e divulgar os exercícios para a classe toda.

Seriam respeitadas e discutidas todas as sugestões trazidas pelos alunos, avaliando principalmente o raciocínio para que se chegue em determinado resultado. A sala de aula, tinha como ideia estimular a discussão em sala de aula, introduzir os alunos melhor a plataforma da escola, utilizando vídeos, explicações disponibilizadas por mim e outros docentes, trabalho em grupo, compartilhando ideias e sugestões, fazendo com que o aluno esteja no centro da sala de aula, sendo o professor auxiliando em seu aprendizado.

Com a chegada da pandemia, essa programação teve que ser revista, pois as aulas presenciais foram suspensas e todos estávamos ansiosos em relação de como seriam os meses seguintes.

3.2 AULAS REMOTAS

Na segunda semana de Março de 2020, foi iniciada a quarentena na cidade de Sorocaba-SP, devida a pandemia do novo coronavírus. As escolas foram fechadas presencialmente e foi dado início ao ensino remoto. No colégio em que as atividades foram aplicadas, foi usada a plataforma *Zoom*, sendo que os professores davam suas aulas foram do ambiente escolar, na maioria das vezes na própria casa.

Inicialmente essa adaptação foi gradual, com os docentes coordenação e alunos aprendendo esse modo de aula. Sofri com internet instável no início, justificada pela empresa de telefonia, como alta demanda, congestionando os servidores. Comprei dois quadros brancos, um conjunto de canetas, apagador e tripé para não apenas usar o computador, mas também o modo em que eles estavam acostumados a assistirem as aulas.

Devida a essas mudanças, repensamos em como realizar as atividades de forma remota e de qualidade. Em relação a participação dos alunos, eram baixas, geralmente em torno de dez alunos participavam ou com mensagens ou abrindo o microfone, de um universo em torno de cem alunos.

Com a mudança de calendário, férias antecipadas e aguardo da autorização da Plataforma Brasil para início do projeto, consegui autorização no final de Novembro. Conversei com os alunos e solicitei para participarem das atividades e da importância da pesquisa. A presença *on-line* seguia baixa e coincidiu com a liberação parcial presencial dentro da escola.

Conversando com os alunos presentes e com os alunos virtuais, cheguei em um número perto de vinte alunos que estavam dispostos a participares da pesquisa, porém, os que realizaram todas as atividades foi menor. No próximo tópico vou comentar como foram realizadas as atividades e o nível de participação dos estudantes.

3.3 APLICAÇÃO DO PROJETO

Como estávamos no final do ano, a maioria das notas sendo fechadas, combinei que a aplicação do seria de forma optativa. Inicialmente separei as listas iniciais do seguinte modo, conforme o quadro 11, relatando o planejamento anterior e o planejamento atualizado para esse período.

Quadro 11 – Atividades anteriores e durante o ensino remoto

Planejamento anterior	Planejamento atualizado
Lista 1: atividade introdutória, função afim, função exponencial e interpretação de gráficos.	Lista 1, parte A: atividade introdutória, função afim e interpretação de gráficos. Lista 1, parte B: atividade introdutória, função exponencial e interpretação de dados.
Lista 2: Progressão Aritmética, interpretação de gráficos, função afim, termo geral de uma PA, soma dos termos de uma PA.	Lista 2, parte A: Progressão Aritmética, interpretação de gráficos, função afim. Lista 1, parte B: Progressão Aritmética, termo geral de uma PA, soma dos termos de uma PA.
Lista 3: Progressão Geométrica, interpretação de gráficos, função exponencial, termo geral de uma PG, soma dos termos de uma PG finita e soma dos termos de uma PG infinita.	Lista 3, parte A: Progressão Geométrica, interpretação de gráficos, observação de padrões. Lista 3, parte B: Progressão Geométrica, termo geral de uma PG, soma dos termos de uma PG finita. Lista 3, parte C: Progressão Geométrica, soma dos termos de uma PG infinita.

Fonte: autoria própria

A programação de cada lista foi de uma semana, sendo os vídeos de explicação para os alunos assistirem em casa, foram disponibilizados na semana anterior na própria plataforma que o colégio utiliza.

Na primeira semana, em relação a atividade introdutória, tive vinte atividades realizadas, sendo sete realizadas e deixadas na plataforma pelos alunos e treze realizadas de forma presencial.

Na segunda semana, a redução dos alunos que realizaram as atividades diminuiu de maneira drástica, pois os alunos que estavam interessados em realizar o projeto não poderiam ir ao colégio, pois não pertenciam a “bolha” daquela semana. Obtive dez atividades realizadas, sendo todas *on-line*, referentes a alunos que estavam na semana anterior. Nessa semana, duas salas não tiveram alunos e a única sala que tinha, o aluno preferiu não realizar a atividade.

Na terceira e última de aula, a maioria já não participava nem das aulas presenciais e nem das aulas de forma *on-line*, sendo que obtive pouquíssimas atividades realizadas, sendo que apenas quatro realizaram na plataforma.

Obtive então com as atividades, dois alunos que realizaram todas. Inicialmente, o projeto era para trabalharem em grupo, porém devido a pandemia, solicitei que fizessem de forma individual, podendo discutir entre eles por meio de aplicativos de comunicação digital.

Vou fazer análises baseadas em quatro estudantes.

3.4 OBSERVAÇÃO DAS ATIVIDADES

Para a análise das atividades, vamos seguir Matos (2018) que destaca: Videoaula, Discussão, Atividades e Correção. Devido a pandemia de Covid-2019, não conseguimos efetuar a correção das listas, então analisaremos usando a Videoaula, Discussão e Atividades.

Antes da realização da lista introdutória, parte A, localizada no anexo 7, foram anexados dois vídeos: um feito por mim no próprio colégio e outro já existente na própria plataforma de ensino. Como os alunos pouco interagem remotamente, basicamente contextualizava o conteúdo, mostrando algumas aplicações e fazia as demonstrações, passo a passo. A discussão da lista seria de forma presencial, para os presentes e remota para os alunos que estavam em casa. Destaco novamente a baixa participação dos que não estavam no presencial, então busquei interagir mais com os que estavam no ambiente. Essa discussão começava perguntando se alguém já havia ouvido falar em Progressão Aritmética e alguma aplicação. A princípio não era um tópico incomum para eles, pois relacionaram rapidamente com grandezas proporcionais ou problemas envolvendo lógica, pois era possível realizá-los sem fórmulas, tanto é que tivemos algumas resoluções com fórmulas e outras com o aluno mostrando o ponto de vista de como chegar no resultado.

Nessa atividade, buscamos observar como os estudantes interpretavam as informações dadas nos enunciados, além da percepção de padrões. Toda a lista era possível ser resolvida apenas com o raciocínio lógico e interpretação dos dados, além da relação com Função Afim, dada o gráfico linear. Foi comentado que não existe “cinco médicos e meio” ou “zero vírgula vinte e cinco médicos”, mas aceitamos o gráfico linear. Desde o primeiro dia de aula, foi combinado que o estudante poderia resolver exercícios usando fórmulas ou ideias que surgiam, porém, mostrando todo o processo que pensou. Chamamos os estudantes de A, B, C e D.

As questões da atividade introdutória parte A estão na figura 3 a seguir:

Figura 3: Atividade introdutória parte A

1) (ENEM PPL 2019 - adaptada) Em um município foi realizado um levantamento relativo ao número de médicos, obtendo-se os dados:

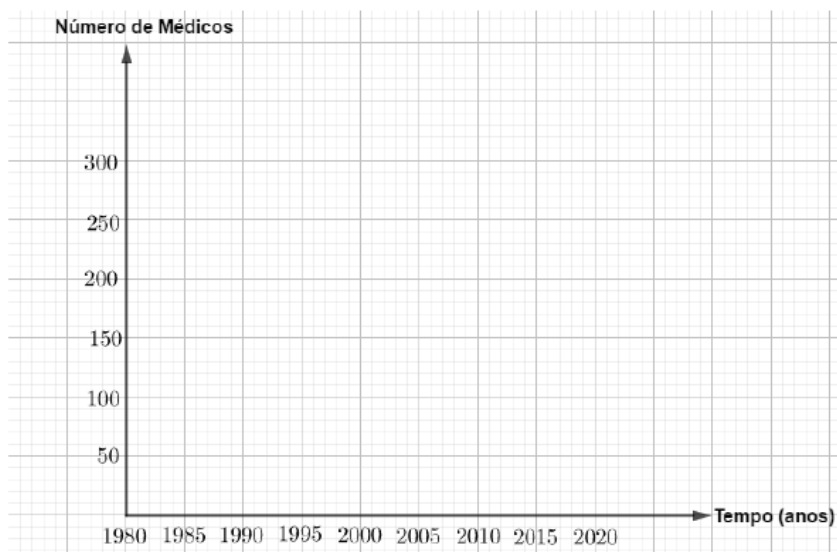
Ano	Médicos
1980	150
1985	175
1995	225
2010	300

Tendo em vista a crescente demanda por atendimento médico na rede de saúde pública, pretende-se promover a expansão, a longo prazo, do número de médicos desse município, seguindo o comportamento de crescimento linear no período observado no quadro.

Para cada um dos itens a seguir você pode resolver algebricamente ou descrever o raciocínio. Tenha a liberdade de resolver do modo que mais faça sentido, pois discutiremos as ideias abordadas.

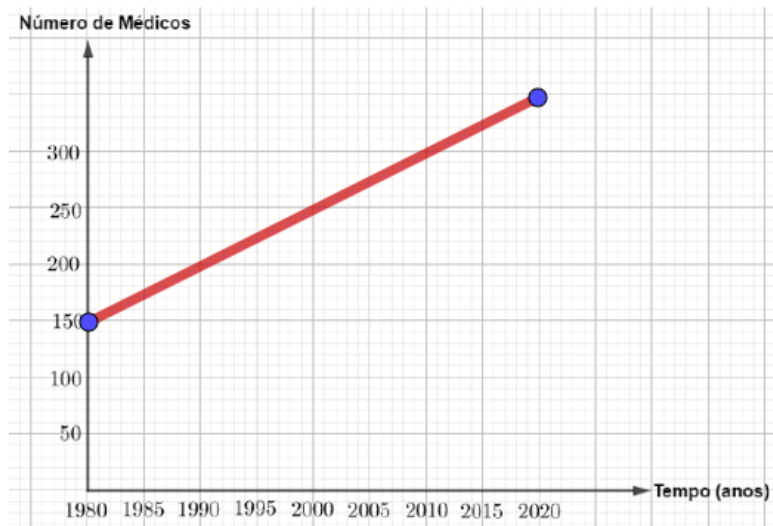
Responda cada um dos itens a seguir:

- Você percebeu alguma relação dos anos com a quantidade de médicos? Justifique o que observou.
- Obedecendo o padrão da tabela, o crescimento anual de médicos é constante? Justifique.
- Vamos supor que esse padrão se mantenha ao longo dos anos. Consegue responder quantos médicos teremos no ano de 2015? E em 2020?
- Represente no gráfico: número de médicos (eixo y) pelo tempo em anos (eixo x).



Antes de analisar cada uma das respostas dos estudantes, temos como resposta esperada de cada item:

- a) Sim, pois para cada cinco anos, desde o ano de 1980, a quantidade de médicos aumentava em vinte e cinco.
- b) Sim, o crescimento é constante, pois a cada cinco anos, o número de médicos aumentava em vinte e cinco ou para cada ano, o número de médicos aumentava em cinco.
- c) Já que a cada cinco anos o número de médicos aumente em vinte e cinco, temos 2010, trezentos médicos, 2015, trezentos e vinte e cinco médicos e 2020, trezentos e cinquenta médicos.



d)

Vamos analisar as resoluções dos estudantes:

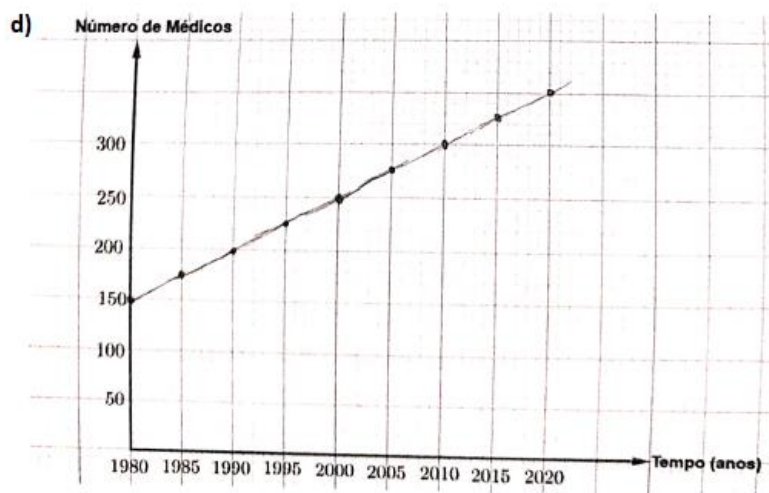
- Aluno A, figura 4:

Figura 4 : Respostas da atividade introdutória parte A do aluno A

a) Sim, com o passar dos anos o número de médicos aumentou.

b) Sim, ele aumenta 25 médicos a cada 5 anos.

c) Sim, em 2015 havia 325 médicos e em 2020 350.



Fonte: Autoria própria

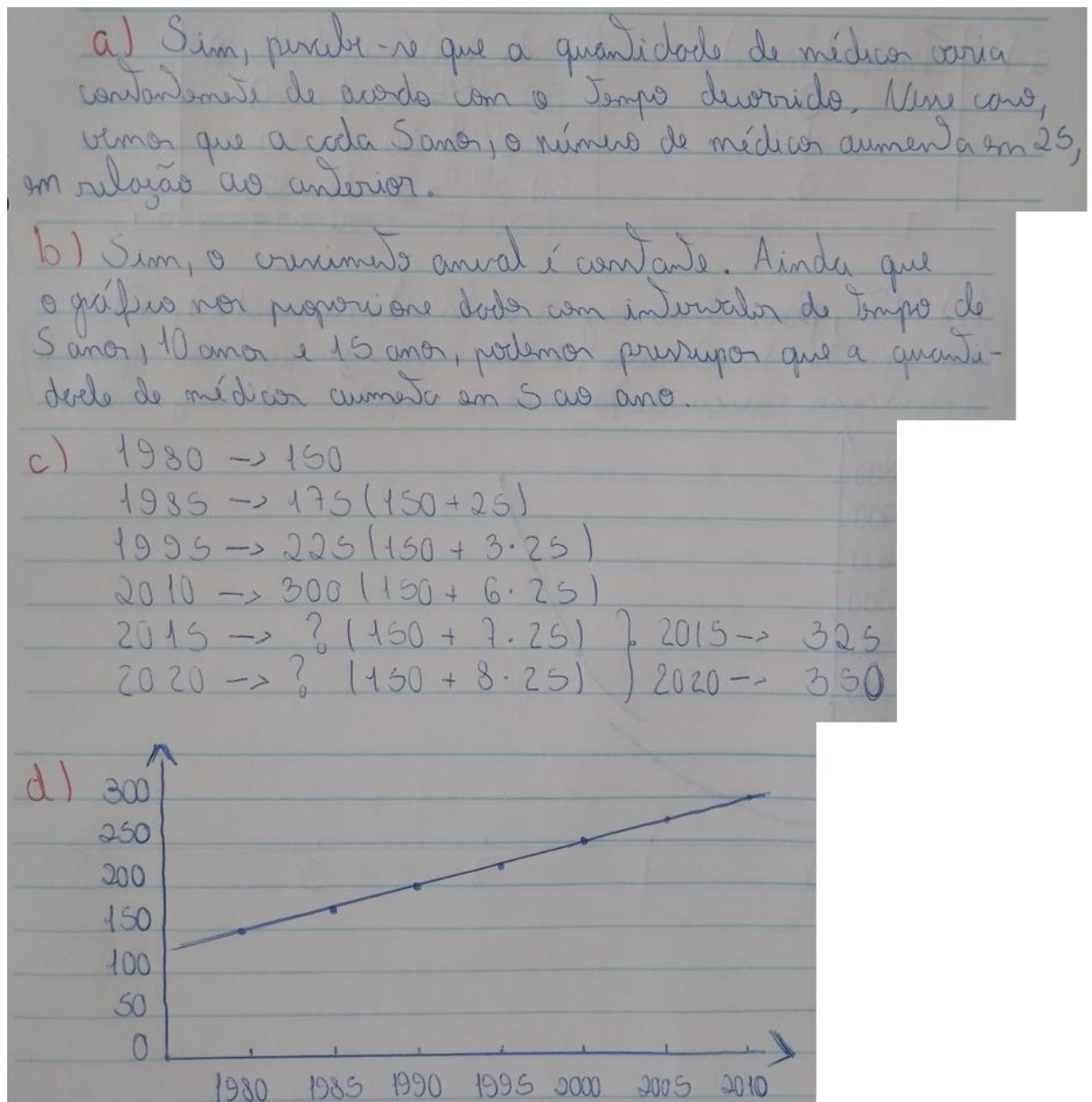
Análise de cada item:

- Respondeu de forma correta, não fez a relação do aumento de médicos para determinado período de anos, mas respondeu de forma coerente com a pergunta.
- Respondeu de forma correta, analisando o crescimento do número de médicos para um período de cinco anos.
- Respondeu de forma correta, provavelmente analisando o item b, aumentando vinte e cinco médicos para cada cinco anos.
- Representou o gráfico de forma correta, começando no ano de 1980, não colocando valores para antes desse ano.

O estudante A acertou todos os itens dessa lista, deixando o raciocínio de forma clara, legível e de fácil entendimento para correção, atingindo o resultado esperado que era acertá-los e de maneira clara.

- Aluno B, figura 5:

Figura 5 : Respostas da atividade introdutória parte A do aluno B



Fonte: Autoria própria

Análise de cada item:

- a) Respondeu de forma correta, baseou-se no crescimento do número de médicos para um período de cinco anos.

- b) Respondeu de forma correta, analisou o padrão de crescimento para cinco, dez, quinze anos, com isso chegando no crescimento anual.
- c) Respondeu de forma correta e interessante notar que além do aluno ter usado os dados do enunciado, colocou o 150 como uma constante e para cada cinco anos aumentava em vinte e cinco o número de médicos.
- d) Respondeu de forma correta, apesar de não ter usado o papel quadriculado da lista, fez o gráfico de forma legível e coerente. Nota-se também ter pego valores anteriores de 1980, não consideramos como erro, mas não temos essa informação descrita no enunciado.

O estudante B atingiu os objetivos esperados, que eram responder os exercícios de forma correta e de maneira legível. Nota-se apenas no gráfico que poderia ser feito em um papel quadriculado e o cuidado ao colocar informações para um período que não estava sendo mencionado no exercício.

- Aluno C, figura 6:

Figura 6 : Respostas da atividade introdutória parte A do aluno C

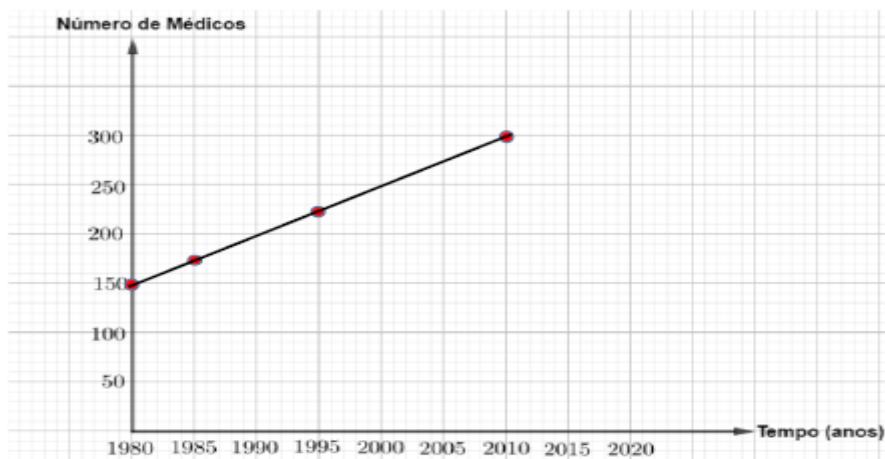
a)
A cada 5 anos aumenta 25 médicos.

b)
Sim,

5 anos ----- 25 médicos
1 ano ----- 5 médicos

c)
2015 ----- 325 médicos
2020 ----- 350 médicos

d)



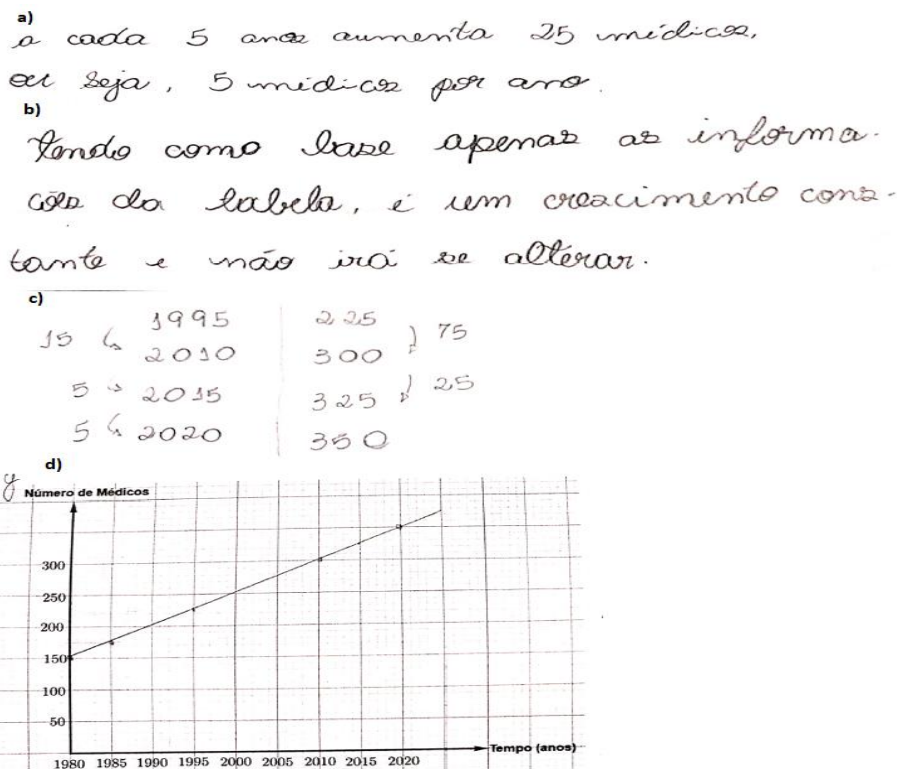
Análise de cada item:

- Respondeu de forma correta, percebendo a relação do aumento de vinte e cinco médicos para cada cinco anos.
- Respondeu de forma correta, utilizando uma ferramenta muito famosa entre os estudantes: a regra de três. Baseado no crescimento do número de médicos para cada cinco anos, determinou o crescimento anual.
- Respondeu de forma correta, provavelmente utilizando o item a, com o crescimento de vinte e cinco médicos para cada cinco anos, respondendo esse item.
- Respondeu de forma correta, utilizando dados da tabela, traçou a semirreta que passa por eles, começando em 1980. Nota-se não ter colocado valores anteriores a esse ano.

O estudante C realizou os exercícios de forma clara e legível. Utilizando um computador conseguiu mostrar sua linha de raciocínio para cada item. No item d, não tomou valores para antes de 1980, o que também está correto, atingindo os objetivos esperados.

- Aluno D, figura 7:

Figura 7 : Respostas da atividade introdutória parte A do aluno D



Fonte: Autoria própria

Análise de cada item:

- a) Respondeu de forma correta, notando o padrão de crescimento para cada vinte e cinco anos e também o padrão anual, já sendo resposta do item b.
- b) Respondeu de forma correta, como observado no item a o aluno concluiu o crescimento constante para o período de vinte e cinco anos ou crescimento anual.
- c) Respondeu de forma correta, utilizando os itens a e b, utilizou a tabela no enunciado do exercício, acrescentando os anos de 2015 e 2020. Utilizou basicamente o crescimento de vinte e cinco médicos para cada cinco anos.
- d) Respondeu de forma correta, utilizando uma semirreta que começa no ano de 1980, passando até do ano de 2020. Utilizou alguns pontos dados na tabela do enunciado.

O aluno D atingiu os objetivos esperados, respondendo cada item de forma correta e legível. Nota-se a percepção do aluno em relação ao padrão anual ou quinquenal de crescimento do número de médicos.

Em relação a atividade introdutória parte A, todos os estudantes analisados atingiram os objetivos esperados, que eram responder de forma clara e legível cada um dos itens apresentados. Foi questionado se haviam assistido ao vídeo da aula, postado na semana anterior e a resposta foi negativa. O argumento mais usado foi que estavam cansados e também porque não valia nota essas atividades. Responderam também que não tiveram dificuldades na resolução destes.

Vamos observar e analisar a Atividade introdutória parte B, figura 8.

Assim como a atividade anterior, buscamos analisar as interpretações dos exercícios por cada um dos estudantes participantes, seus raciocínios e como fariam o gráfico de uma função que não é linear, no caso exponencial. Notou-se algumas dificuldades, como vamos mostrar na análise de cada um dos alunos, provavelmente por não se tratar de um crescimento linear. Inicialmente pensamos em colocar dados reais do número de infectados pelo novo coronavírus, porém como haviam inúmeras notícias falsas surgindo, mentiras e até mesmo negações, resolvemos utilizar um exercício do Enem, relacionado com o crescimento do número de bactérias para períodos de tempos.

Figura 8 : Atividade introdutória, parte B

1) (Enem 2ª aplicação 2016 - adaptada) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 50 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 50 \cdot 2^{2t}$$

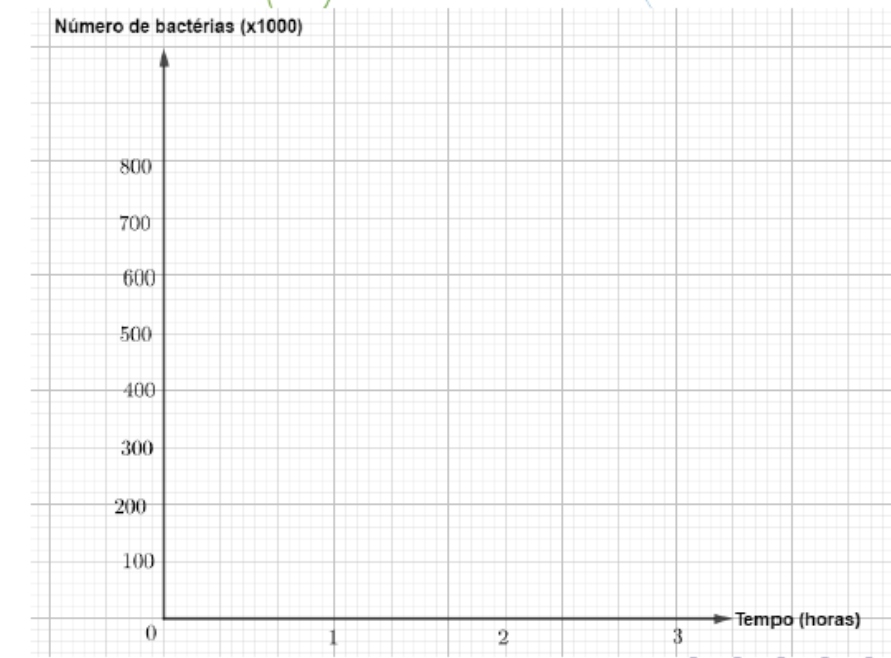
em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias. Baseado no enunciado, resolva os itens seguintes:

a) Complete a tabela, indicando o total de bactérias após os tempos mencionados.

Tempo (horas)	Número de bactérias (x1000)
0	
1	
2	

b) O crescimento observado ocorre de forma linear? Justifique

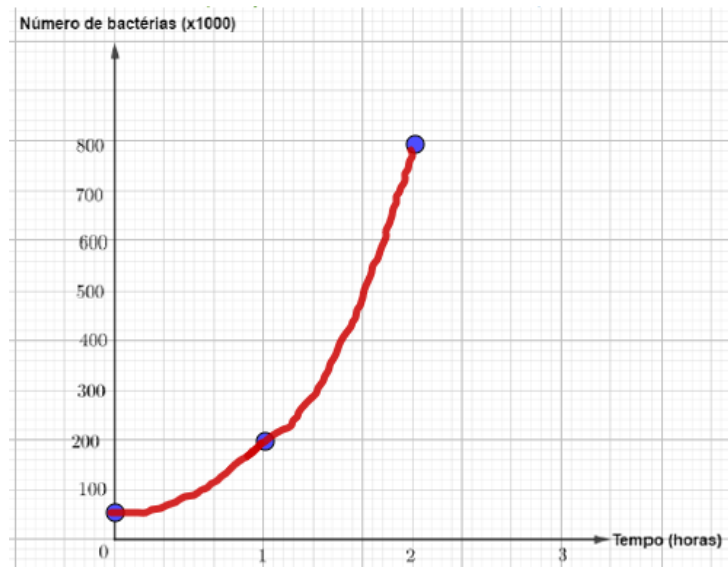
c) Represente no gráfico: quantidade de bactérias (eixo y) pelo tempo (eixo x).



Antes de analisar cada uma das respostas dos estudantes, temos como resposta esperada de cada item:

Tempo (horas)	Número de bactérias (x1000)
0	$P(0) = 50 \cdot 2^{2 \cdot 0} = 50$
1	$P(1) = 50 \cdot 2^{2 \cdot 1} = 200$
2	$P(2) = 50 \cdot 2^{2 \cdot 2} = 800$

- a)
- b) Não, o crescimento não ocorre de forma linear, pois o número de bactérias aumenta em 150 de 0 para 1h e 400 de 1h para 2h. Esse crescimento é denominado exponencial.



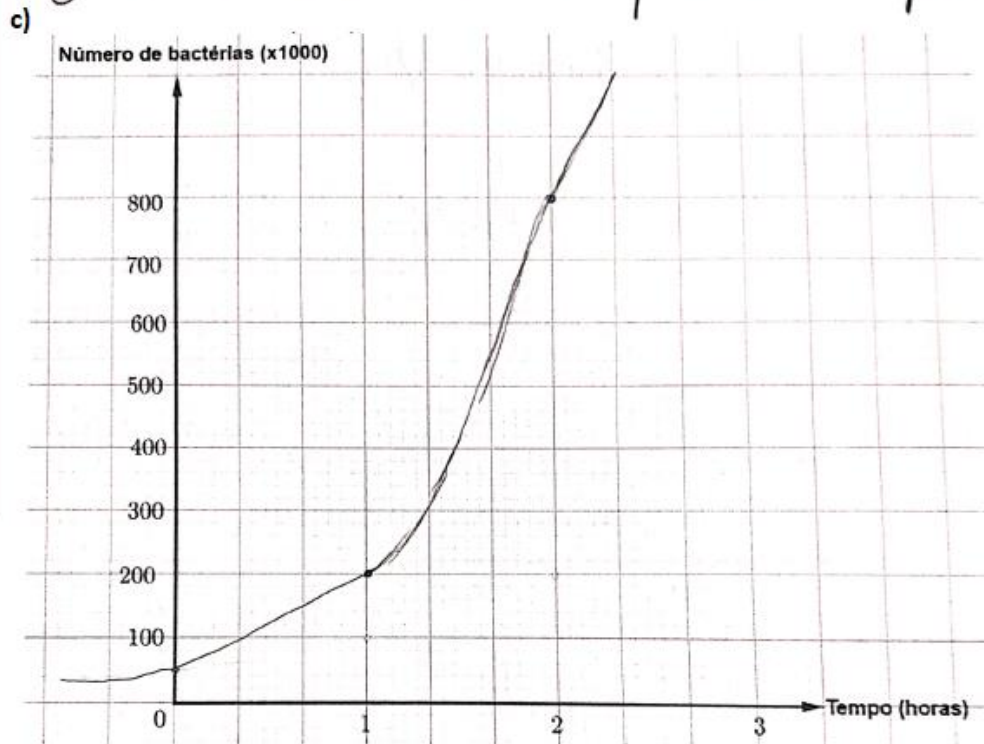
Analisando as respostas de cada um dos alunos

- Aluno A, figura 9:

Figura 9 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno A

a) Tempo (horas)	Número de bactérias (x1000)
0	50
1	200
2	800

b) Não, ele se dá de forma exponencial.



Fonte: Autoria própria

Análise de cada item:

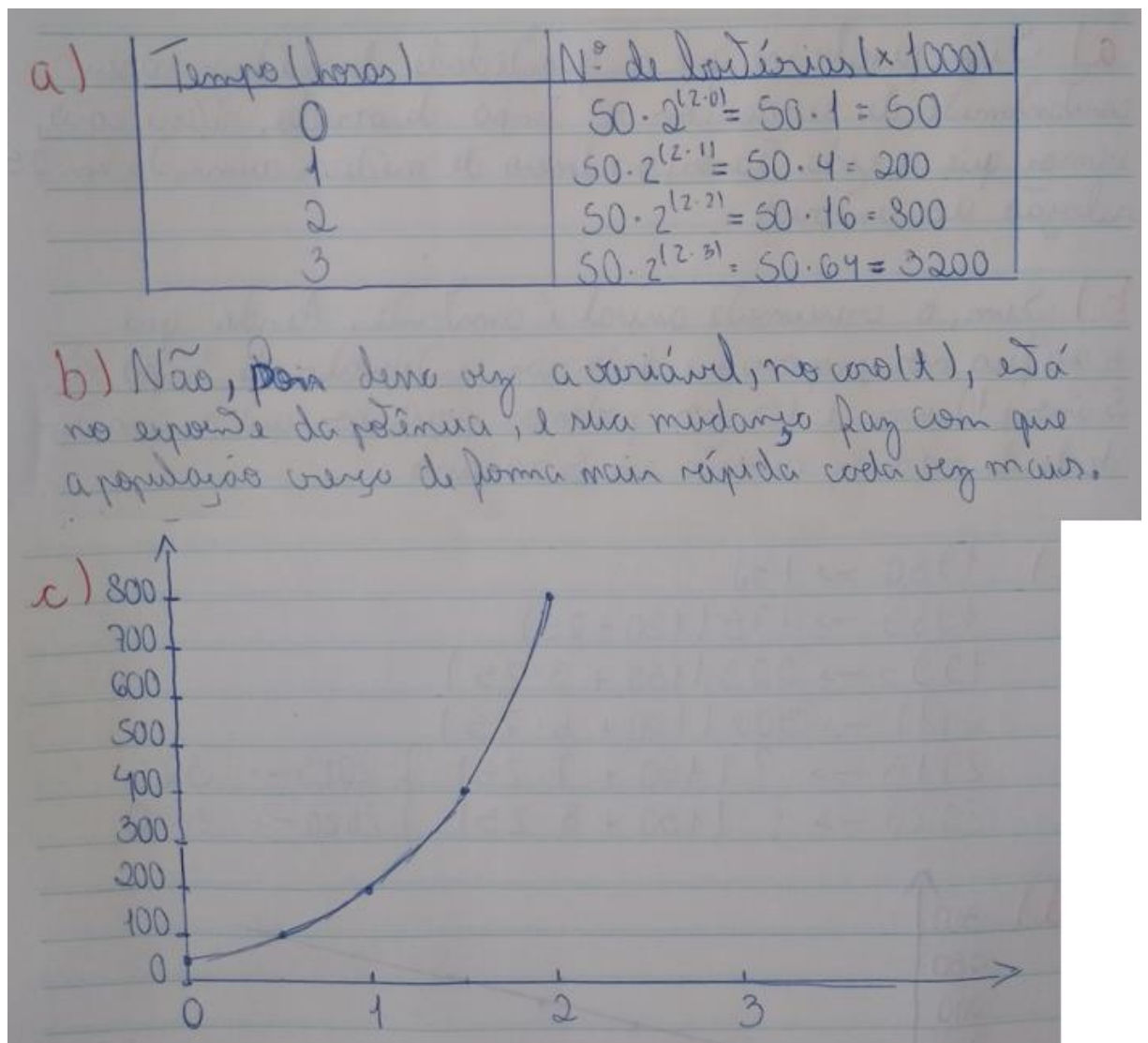
- Respondeu de forma correta, porém o estudante poderia ter deixado as contas e não colocando diretamente os valores. Apesar disso, não teve decréscimo na consideração.
- Respondeu de forma correta, pois o estudante notou que o crescimento não ocorre de forma linear, como na primeira lista e sim de forma exponencial. Poderia ter justificado como observou esse padrão, mas como a pergunta era muito simples, respondeu de forma direta.

- c) Respondeu de forma parcialmente correta. Como já havia mencionado, devido a primeira lista, tomar cuidado com períodos não mencionados pelo exercício, além disso, além disso, entre os tempos 2 e 3, provavelmente o aluno traçou um segmento de reta, o que não condiz com o enunciado.

Apesar de ter acertado o item c de forma parcial, o aluno A conseguiu interpretar o enunciado e responder de forma correta os itens a, b e c, atingindo o resultado esperado. Poderia ter justificado melhor, porém como os enunciados eram muito simples, respondeu de acordo com eles. Percebeu-se maior dificuldade quando tratamos de um crescimento não linear, principalmente na hora de montar gráficos.

- Aluno B, figura 10:

Figura 10 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno B



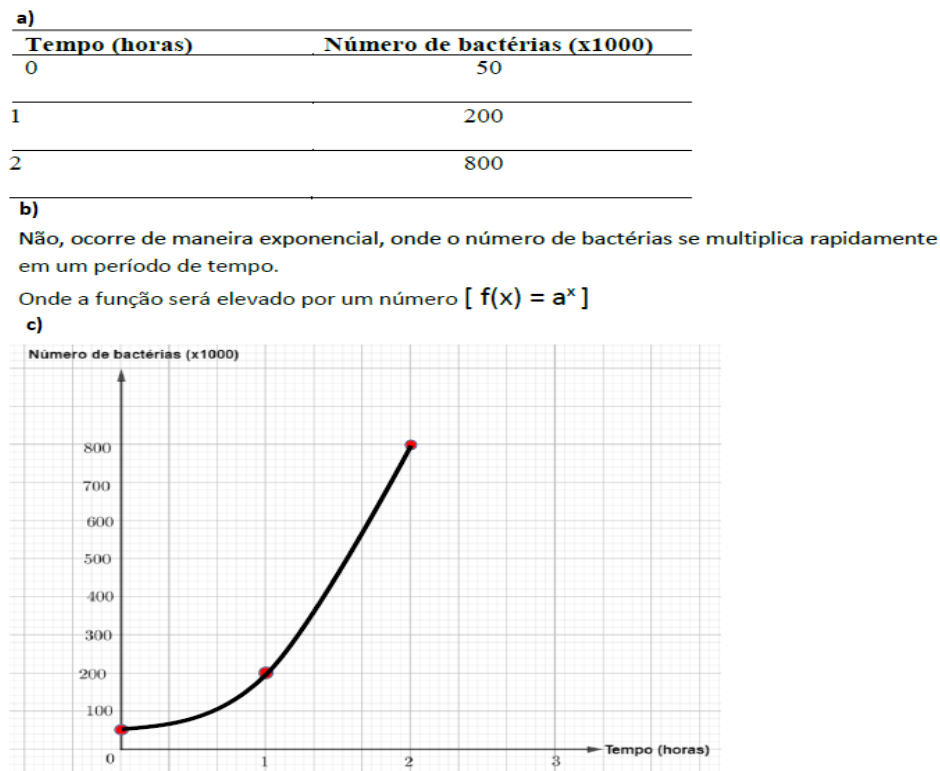
Análise de cada item:

- Respondeu de forma correta, mostrando o raciocínio utilizado para chegar nos valores apresentados, utilizando até para 1 hora a mais, também de forma correta.
- Respondeu de forma correta, argumentando que a variável está no expoente. Não argumentou que era uma função exponencial, porém percebeu que os valores cresciam de forma mais rápida que o crescimento linear.
- Respondeu de forma correta. Não utilizou o papel quadriculado da folha de atividades, porém o gráfico está legível, destacando o crescimento acelerado. Utilizou valores da tabela do item a.

O estudante B, mostrou de forma detalhada a forma que chegou nos resultados do item a e com isso montou, de forma correta e legível, o gráfico feito pelo item c. Percebeu com os dados encontrados que não se tratavam de um crescimento linear e sim de um crescimento exponencial, mencionado no item b. O aluno conseguiu atingir de forma total os resultados esperados para esta atividade.

- Aluno C, figura 11:

Figura 11 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno C



Fonte: Autoria própria

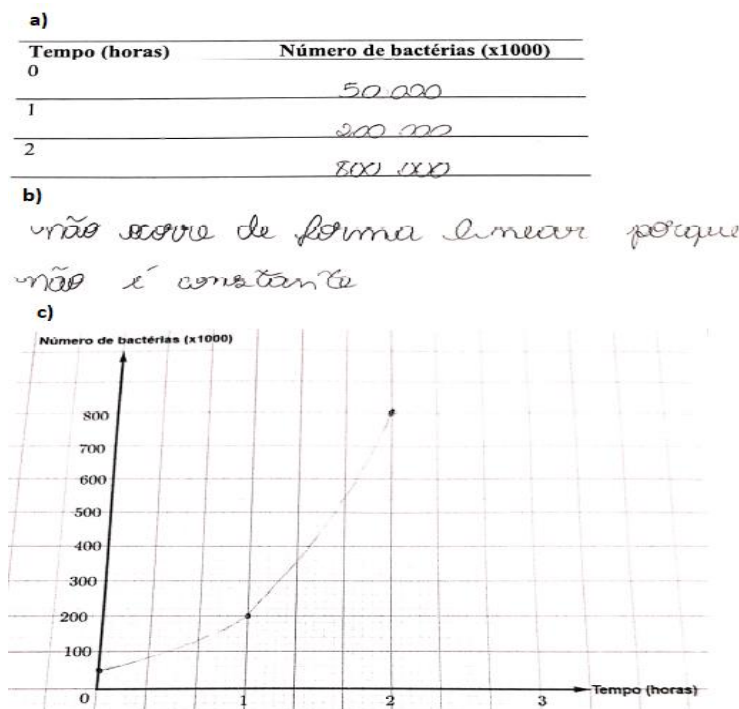
Análise de cada item:

- Respondeu de forma correta. Podemos justificar que provavelmente o estudante teve o mesmo raciocínio que A, pois como eram contas simples, apenas colocou o resultado e também não teve desconto na consideração do item.
- Respondeu de forma correta, justificando que o item está relacionado com uma função exponencial, onde o crescimento de bactérias se dá de forma acelerada. Aprofundou no conteúdo e mostrou a característica de uma função exponencial.
- Respondeu de forma correta, utilizando os dados do item a. Provavelmente o estudante utilizou algum programa computacional que faz esse gráfico. Nota-se também que não utilizou valores que estava, fora da tabela.

O estudante C, chegando aos resultados esperados, respondeu de forma correta todos os itens propostos, justificando a lei de formação e como se dá o crescimento de uma função exponencial. Utilizou algum programa para a realização do gráfico. O único ponto para observarmos é o item a ser feito de forma direta, sem mostrar qualquer substituição para chegar no resultado, porém toda a resolução foi considerada correta.

- Aluno D, figura 12:

Figura 12 : Resolução da atividade introdutória, parte B, aluno D



Análise de cada item:

- a) Respondeu de forma parcialmente correta, pois não notou que para preencher os dados estava $\times 1000$, ou seja, chegando em valores mil vezes maior que o esperado. Também não anotou conta alguma para chegar no resultado mostrado.
- b) Respondeu de forma correta, percebendo que o crescimento não era constante. Não justificou que o crescimento era exponencial, porém isso não foi pedido nesse item. Poderia ter complementado alegando que o crescimento foi acelerado.
- c) Respondeu de forma correta, apesar de ter feito, provavelmente com lápis e um pouco claro na foto, utilizou de forma certa os valores encontrados no item a. Nota-se também no eixo da ordenadas com o fator multiplicativo mil, preenchendo de forma correta.

O estudante D entendeu o comportamento do crescimento no item a, porém não se atentou ao fator multiplicativo, ficando mil vezes mil, o que está parcialmente correto. No item b, não justificou que a função no caso era exponencial e sim apenas que não era linear, o que está correto, pois o item pedia isso. Para a confecção do gráfico, foi utilizado os pontos do item a, formando uma exponencial, atingindo os resultados esperados.

Os estudantes não tiveram muitas dificuldades em resolver essa atividade, mesmo se tratando de um crescimento exponencial. Nota-se, alguns cuidados que devem ser tomados na hora de fazer o gráfico, seja pela escala, ou atentar-se aos valores indicados. Algumas contas são rápidas, mas vale lembrar a importância de deixar no papel a conta feita.

Seguimos para a Atividade 1, parte A, figura 13, tendo como objetivos interpretação dos dados passados no enunciado e na tabela. Observação de padrão de crescimento do número de pessoas que ficaram sabendo do ocorrido em relação ao período de duas horas, além disso colocar esses pontos no plano cartesiano, montando um gráfico que representa uma função afim crescente.

Figura 13 : Atividade 1, parte A

1) Provavelmente todos conhecem um antigo ditado popular: “Quem conta um conto, aumenta um ponto” de autoria desconhecida.

Baseado nesse conto, vamos supor o seguinte problema:

Maria estava andando de Skate com seu amigo João, quando de repente ele caiu e raspou os dois joelhos no chão.

Até então, apenas a garota viu a cena e decidiu contar para seu amigo, Pedro, da seguinte forma: “João estava andando de skate e de repente escorregou, caiu e raspou os dois joelhos no chão, mas não foi nada grave”.

Pedro, ansioso para contar essa história, chamou sua namorada, Jenifer [ambos se conheceram no Tinder] e contou a história do seguinte modo: “João estava muito rápido quando estava andando de skate, de repente escorregou, raspou os dois joelhos que sangraram um pouco”.

Assustada e preocupada, a garota foi rapidamente falar com a namorada de João, Gabriela e contou da seguinte forma: “Seu namorado estava com Maria, andando de skate, quando de repente caiu porque estava muito rápido, raspou os dois joelhos e agora não consegue andar direito de tanta dor”.

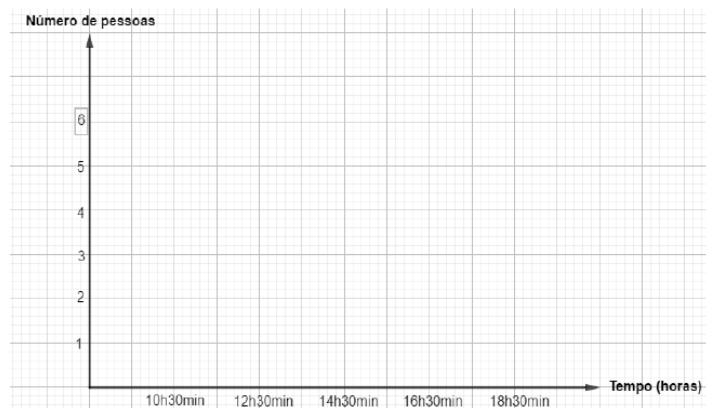
Gabriela ficou muito, mas muito preocupada e foi correndo contar para a mãe de João, Vanessa. “Vanessa, se o João vir machucado é porque ele estava andando de skate com Maria, tropeçou numa pedra, perdeu o controle do skate, pois estava rápido, caiu, raspou os dois joelhos, os quais sangraram muito”.

Vamos supor que os fatos ocorreram nos seguintes horários:

HORÁRIO	10h30min	12h30min	14h30min	16h30min	18h30min
	MARIA	MARIA	MARIA	MARIA	MARIA
		PEDRO	PEDRO	PEDRO	PEDRO
			JENIFER	JENIFER	JENIFER
				GABRIELA	GABRIELA
					VANESSA

Suponha que esse padrão se mantenha até às 22h30min. Responda os itens a seguir:

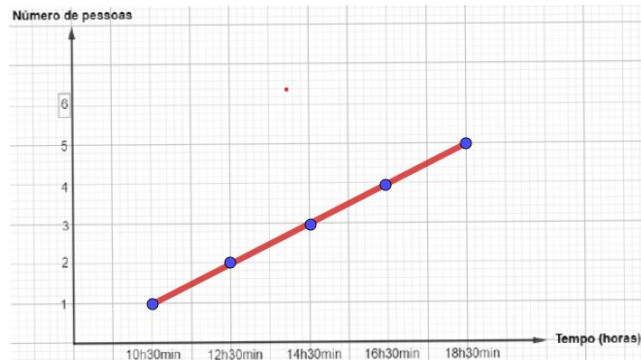
- Você observou alguma relação entre o horário e a quantidade de pessoas que souberam do ocorrido com João? Justifique
- Quantas pessoas ficarão sabendo às 22h30min? Justifique
- Represente no gráfico: número de pessoas (eixo y) pelo horário (eixo x).



- O gráfico representa uma função afim? Justifique.

Antes de analisar cada uma das respostas dos estudantes, temos como resposta esperada de cada item:

- Sim, nota-se que a cada 2 horas, uma pessoa fica sabendo do ocorrido, tendo um crescimento constante.
- Como o crescimento ocorre de forma constante, temos que sete pessoas ficaram sabendo do ocorrido nesse horário.



- Sim, o gráfico representa uma função afim, $f(x)=ax+b$. Podemos justificar também o seu crescimento constante para cada 2 horas, tendo o coeficiente linear positivo

Vamos analisar as respostas de cada um dos alunos:

- Aluno A, figura 14:

Figura 14 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno A

a) Sim, a cada 2 horas mais uma pessoa sabia sobre o ocorrido com João.

b) Dele, pois das 18h30 para as 22h30 se passaram 4 horas e como haviam 5 pessoas sabendo às 18h30, passando esse período de 4 horas serão 7 pessoas sabendo do acidente.

c)

d) Sim, pois é uma reta.

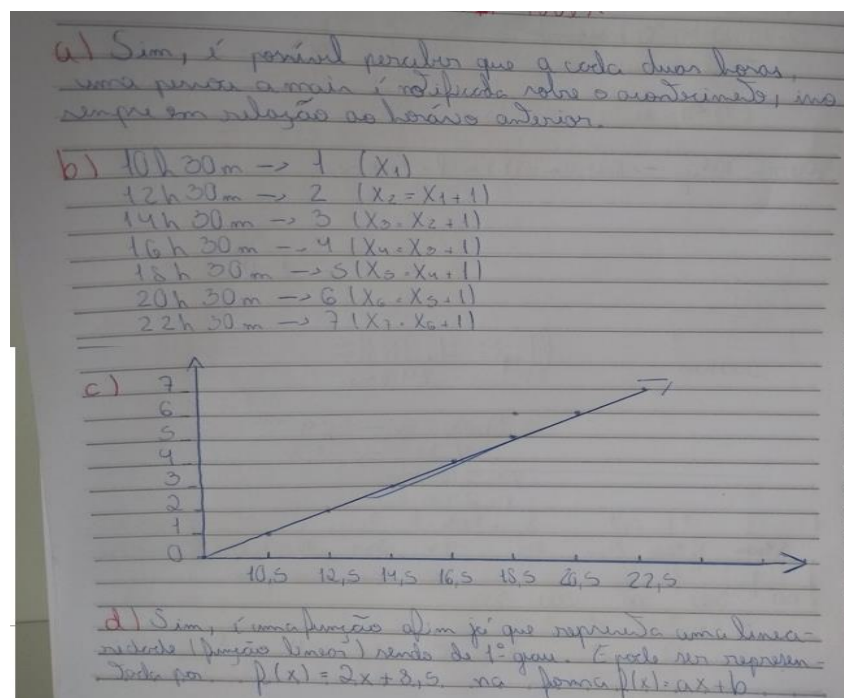
Análise das respostas do estudante A:

- Respondeu de forma correta, justificando que a cada duas horas uma pessoa ficava sabendo do ocorrido com João.
- Respondeu de forma correta, utilizando o item a e descrevendo seu raciocínio com o crescimento de uma pessoa para cada duas horas, chegando na resposta esperada.
- Respondeu de forma parcialmente correta, pois apesar de ter acertado, se tratava de uma função afim, utilizou valores que não estavam sendo mencionados no texto, o que não torna o item completamente correto.
- Respondeu de forma correta, mas poderia ter complementado em que se tratava de uma função crescente ou como o gráfico de uma função $f(x)=ax+b$.

O aluno A respondeu o item a usando o raciocínio lógico, justificando o item b do mesmo modo, pelo padrão de crescimento. Em relação ao item c, foram utilizados dados observados no enunciado, porém colocando, de forma incorreta valores para tempos não mencionados no enunciado. Após o gráfico, a resposta do item d está correto, pois podemos representar no plano cartesiano o gráfico de uma função afim como uma reta, podendo ser complementada com $f(x)=ax+b$, coeficiente angular positivo e reta crescente.

- Aluno B, figura 15

Figura 15 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno B



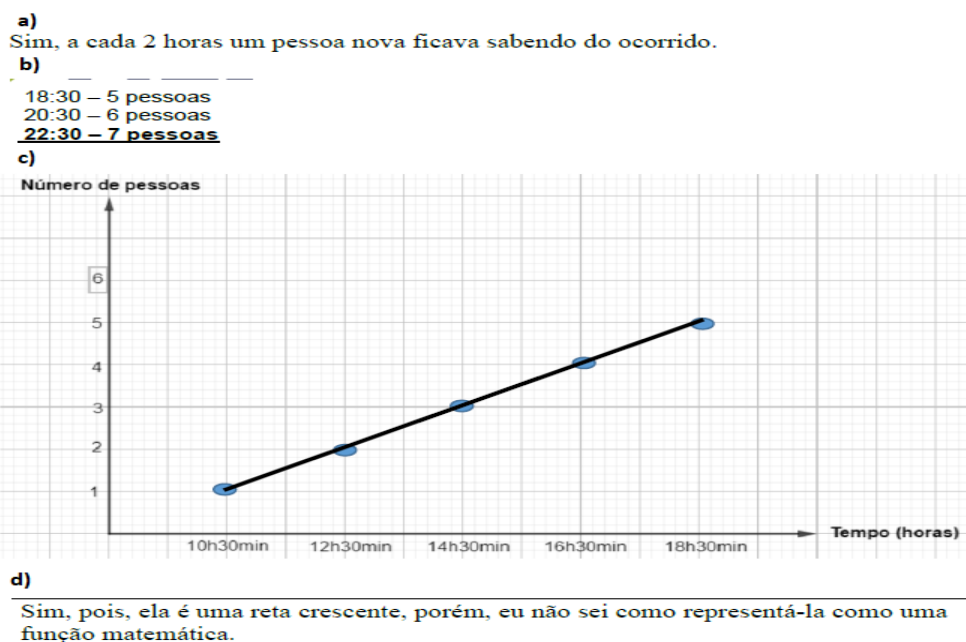
Análise das respostas do estudante B:

- Respondeu de forma correta, observando o padrão de crescimento do número de pessoas que souberam do ocorrido com o intervalo de duas horas.
- Respondeu de forma correta, justificando que o valor seguinte após o primeiro, era o termo anterior somado com 1, chegando na resposta correta.
- Respondeu de forma parcialmente correta, já que ocorrem dados que não estavam no enunciado, além disso, faltou identificar quais grandezas no eixo das abcissas e no eixo das ordenadas.
- Respondeu de forma correta, justificando o crescimento linear e com a função $f(x)=ax+b$. Além disso, aprofundou e escreveu a função que representava aquela questão, porém faltou mencionar que o valor inicial para x era zero.

O aluno B usou sua observação de padrões para responder o item a. Nota-se o modo que resolveu o item B, colocando os valores e seguindo o padrão de crescimento, usando até representação simbólica. Para o item c, utilizou os valores do enunciado para montar a função de forma parcialmente correta, pois utilizou valores não mencionados no enunciado. Em relação ao item d, fez a relação com uma função afim, escrevendo inclusive uma função que representava o total de pessoas que ficaram sabendo do ocorrido com o tempo.

- Aluno C, figura 16:

Figura 16 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno C



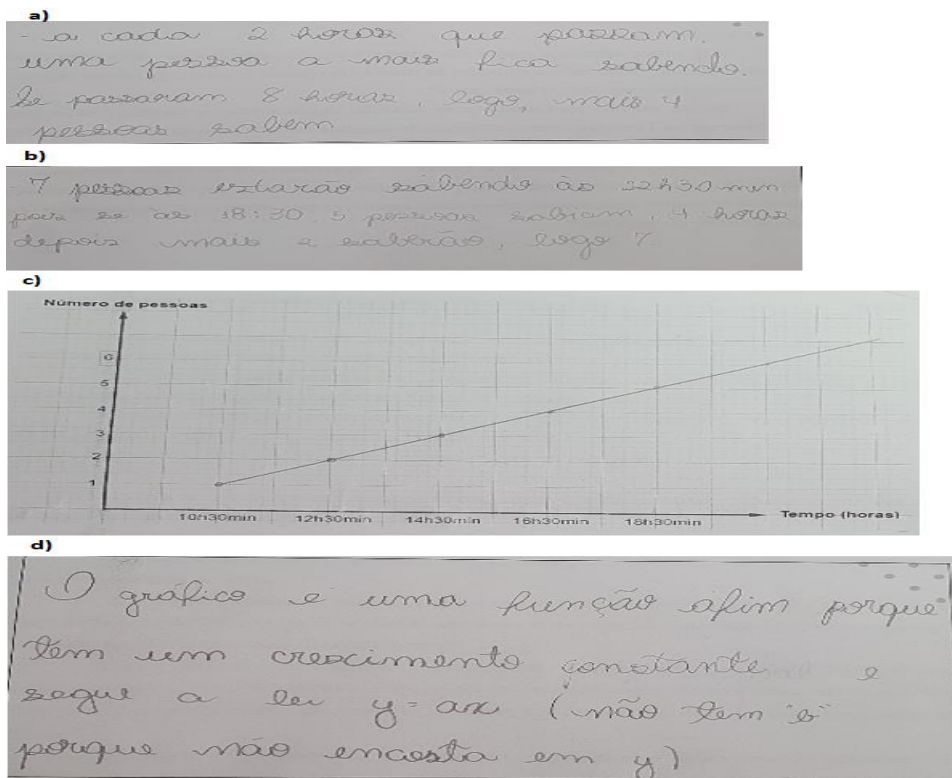
Análise das respostas do estudante C:

- Respondeu de forma correta, observando o padrão de crescimento do número de pessoas que ficavam sabendo do ocorrido com o tempo.
- Respondeu de forma correta, utilizando o padrão, encontrado no item a. Chegou na resposta correta completando a tabela até o horário pedido.
- Respondeu de forma correta, utilizando os dados da tabela, traçou o gráfico não fugindo dos valores dados.
- Respondeu de forma correta, percebendo que o crescimento era constante. Porém, não se lembrou como representava uma função afim.

Em relação ao item a, o aluno C utilizou o raciocínio lógico para justificar o padrão de crescimento, sendo também justificado no item b. Para o gráfico, foram utilizados valores mencionados no enunciado e colocados de forma correta. Em relação ao item d, foi justificado como uma reta crescente, mas não lembrava da lei de formação, o que torna também a alternativa correta.

- Aluno D, figura 17:

Figura 17 : Resolução da atividade 1, parte A, aluno D



Analisando as respostas do estudante D:

- a) Respondeu de forma correta, observando o padrão de crescimento. A cada duas horas, uma pessoa ficava sabendo do ocorrido.
- b) Respondeu de forma correta, pois utilizou o raciocínio utilizado no item a para completar a tabela até o horário pedido pelo exercício.
- c) Respondeu de forma correta, pois utilizou dados do enunciado, marcando os pontos e traçando a reta característica.
- d) Respondeu de forma parcialmente correta, pois observou que era uma função afim crescente, porém faltou destacar que aquela função será válida a partir das 10h30min, não utilizando valores menores.

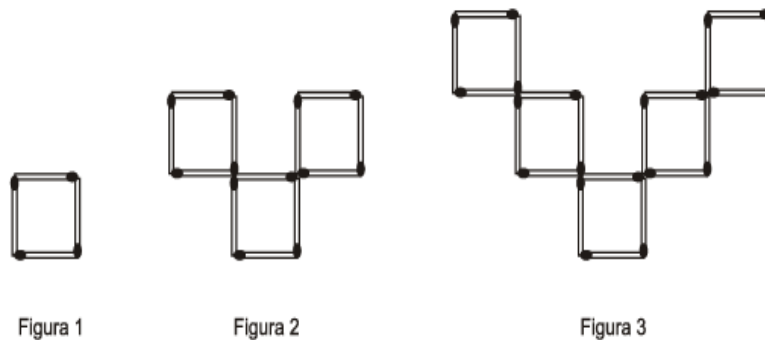
O estudante D usou descreveu sua ideia para responder o item a, usando também para justificar o item b, ambos de forma correta. Em relação ao item c, foi colocado os valores do enunciado e traçado o gráfico, tornando esse item correto. Justificou o item d como uma função afim, porém faltou justificar para qual horário aquela função era válida.

Os quatro estudantes chegaram nos resultados esperados, que eram chegar nas respostas certas, ou parcialmente certas, respondendo de forma clara e direta. As ideias utilizadas para traçar os gráficos estavam corretas, porém podendo ser melhorada para alguns deles. Nota-se também a relação $f(x)=ax+b$ para justificar o fato de termos uma reta. Podemos complementar com o cuidado em utilizar elementos que não estão sendo mencionados no exercício.

Vamos analisar a Atividade 1, parte B, figura 18, que visa a introdução mais formal nos conceitos envolvendo Progressão Aritmética, por exemplo a determinação do termo geral e a soma dos termos de uma PA.

Figura 18 : Atividade 1, parte B

1) (Unicamp simulado 2011 - adaptado) Considere a sucessão de figuras apresentada a seguir, em que cada figura é formada por um conjunto de palitos de fósforo.



Suponha que essas figuras representam os três primeiros termos de uma sucessão de figuras que seguem a mesma lei de formação. Responda os itens a seguir com muita atenção.

a) Quantos palitos serão necessários nas figuras 4 e 5? Justifique

b) E para a figura 10? E em relação a figura 50? Justifique

c) Você observou algum padrão de acréscimos de fósforos de uma figura para outra? Se sim, descreva esse padrão.

d) Vamos usar a seguinte legenda:

a_1 quantidade de fósforos na figura 1; a_2 quantidade de fósforos na figura 2;

a_3 quantidade de fósforos na figura 3; a_n quantidade de fósforos da figura n

Se você observou a quantidade de fósforos, que aumentam de figura para figura, chame esse valor de r , denominada **razão**.

Agora, com muito cuidado e observação, você consegue relacionar a_n com a_1 e r ? Se sim, descreva detalhadamente como chegou nessa conclusão.

e) Vamos chamar S_1 a quantidade de fósforos na figura 1. S_2 a soma quantidade de fósforos nas figuras 1 e 2. S_3 a quantidade de fósforos nas figuras 1, 2 e 3. E S_n a quantidade de fósforos nas figuras 1, 2, 3, ..., n

DESAFIO: é possível relacionar S_n com a_1 e a_n ? Se conseguir relacionar, mostre como chegou.

Vamos colocar as respostas esperadas de cada item:

- Como na figura 1 temos quatro palitos, doze palitos na figura 2 e vinte palitos na figura 3, temos que para cada figura aumentam oito palitos, logo teremos vinte e oito palitos na figura 4 e trinta e seis palitos na figura 5.
- Seguindo o raciocínio do item a temos setenta e seis palitos na figura 10 e trezentos e noventa e seis na figura 50.
- Para cada figura, aumenta-se em oito o número de fósforos.
- $a_1 = 4, a_2 = 4 + 1.8, a_3 = 4 + 2.8$, então podemos generalizar: $a_n = a_1 + (n - 1).r$.
- Ver equação 6

Analisando as respostas dos alunos A, B, C e D.

- Aluno A, figura 19.

Figura 19 : Resolução da atividade 1, parte B, Aluno A

a) $Figura\ 4 = figura\ 3 + 8 = 20 + 8 = 28$
 $Figura\ 5 = figura\ 4 + 8 = 28 + 8 = 36$ cada figura aumenta oito

b) $a_1 + (n-1) \cdot 8$
 $Figura\ 10 = 4 + 9 \cdot 8 = 76$
 $Figura\ 50 = 4 + 49 \cdot 8 = 396$

c) Sim, a figura n é formada pela figura $n-1$ mais 8 fósforos

d) Sim, a_n pode ser definido por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

e) Sim, por tentativa e erro cheguei a conclusão que $S_n = \frac{r \cdot n^2}{2}$, como $r = 8$,
 temos: $S_n = 4n^2$ ou também

$$S_n = a_1 \cdot n^2$$

Fazendo as análises de cada item:

- a) Respondeu de forma correta, percebendo que aumentavam oito palitos para cada figura, logo vinte e oito palitos para a figura 4 e trinta e seis para a figura 5.
- b) Respondeu de forma correta, provavelmente utilizando a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética, podendo ter visto nos vídeos, internet, apostila do colégio, chegando na resposta correta.
- c) Respondeu de forma correta, observando o padrão, percebendo que utilizando a figura anterior e somando a razão, no caso oito, chegava na figura atual. Interessante que nomeou as figuras como n e $n-1$.
- d) Respondeu de forma parcialmente correta, pois para chegar no termo geral de uma progressão aritmética, poderia ter descrito o padrão figura por figura, até chegar na n ésima figura.
- e) Respondeu de forma parcialmente correta, apesar de ter descrito a fórmula da soma dos termos de um PA, não mostrou seu raciocínio, justificando apenas por tentativa e erro.

Para responder a letra a, o estudante observou o padrão de crescimento de uma figura para a outra, utilizando esse padrão para responder a letra b. Interessante observar a relação entre a figura e sua anterior, acrescentada de oito unidades de fósforos, como menciona na letra c, utiliza as notações n e $n-1$ para generalizar figuras, mostrando maior facilidade com a Matemática. Para o item d, não ocorreu sua demonstração, mostrando apenas ela em si, faltou deixar claro se conseguiu relacionar esses termos ou observou no livro didático, internet ou nos vídeos de preparo para a aula. Faltou colocar exemplos no item e para chegar nessa fórmula, ficando de forma incompleta quando se coloca por tentativa e erro.

- Aluno B, figura 20.

Figura 20 : Resolução da atividade 1, parte B, Aluno B

a) Obs: 1 quadrado = 4 palitos

1 quad \rightarrow 4 palitos
 3 quad \rightarrow 12 palitos
 5 quad \rightarrow 20 palitos
 7 quad \rightarrow 28 palitos } 4ª figura
 9 quad \rightarrow 36 palitos } 5ª figura

b) 1ª figura $\rightarrow 4 \cdot 1 \rightarrow 4 \cdot (1+0)$
 2ª figura $\rightarrow 4 \cdot 3 \rightarrow 4 \cdot (2+1)$
 3ª figura $\rightarrow 4 \cdot 5 \rightarrow 4 \cdot (3+2)$
 4ª figura $\rightarrow 4 \cdot 7 \rightarrow 4 \cdot (4+3)$
 5ª figura $\rightarrow 4 \cdot 9 \rightarrow 4 \cdot (5+4)$

Portanto:

10ª figura $\rightarrow 4 \cdot 19 \rightarrow 4 \cdot (10+9) \rightarrow 76$
 50ª figura $\rightarrow 4 \cdot 99 \rightarrow 4 \cdot (50+49) \rightarrow 396$

c) Sim, a quantidade de palitos aumenta em 8 em relação ao anterior.

d) $a_1 = 4$
 $r = 8$
 $a_n = ?$

Vemos que a razão ($r = 8$) aparece repetidas vezes dentro de a_n , e vemos que a_n sempre possui quociente 4.

Além disso, tomamos a incógnita x como o n° da figura, e percebemos que $8 \cdot x > a_x$, mas que $8 \cdot (x-1) < a_x$; portanto:

$$a_n = 8(n-1) + 4 \quad a_x = 8(x-1) + 4$$

e) $S_1 \rightarrow 4$ palitos $\rightarrow a_1 \rightarrow 1^2 \cdot a_1$
 $S_2 \rightarrow 4 + 12$ palitos $\rightarrow 4 \cdot a_1 \rightarrow 2^2 \cdot a_1$
 $S_3 \rightarrow 4 + 12 + 20$ palitos $\rightarrow 9 \cdot a_1 \rightarrow 3^2 \cdot a_1$
 $S_4 \rightarrow 4 + 12 + 20 + 28$ palitos $\rightarrow 16 \cdot a_1 \rightarrow 4^2 \cdot a_1$
 $S_5 \rightarrow 4 + 12 + 20 + 28 + 36$ palitos $\rightarrow 25 \cdot a_1 \rightarrow 5^2 \cdot a_1$

$$S_n = n^2 \cdot a_1 \quad (\text{sendo } n = n^\circ \text{ de figura})$$

Fonte: Autoria própria

Analisando os itens:

- a) Respondeu de forma correta, relacionando a quantidade de quadrados por figura com o total de palitos, com isso chegou nos valores para a 4ª e 5ª figuras.

- b) Respondeu de forma correta, pois analisou figura por figura, multiplicando o número quatro pela soma da posição da figura e sua anterior.
- c) Respondeu de forma correta, justificando que a cada figura, aumentam em 8 o número de palitos.
- d) Não entendemos perfeitamente o raciocínio utilizado pelo aluno B.
- e) Respondeu de forma correta com um raciocínio muito interessante, percebendo que era a posição da figura ao quadrado, multiplicado pelo primeiro termo. Notamos a aptidão do aluno para generalizações.

O aluno B encontrou a relação entre o número de quadrados com o número de fósforos, como mencionado na letra a, seguindo esse padrão, conseguiu responder o item b, também de maneira correta. Com essa observação resolveu o item c de forma rápida, comentando sobre a razão dessa progressão aritmética. Em relação ao item d, creio que ele se referiu ao resto quatro e não quociente quatro, mas ficou confuso o entendimento desse item. Em relação ao item e, relacionou a posição da figura ao quadrado, multiplicado pelo primeiro termo da PA. Nesse item esperava obter a fórmula da soma dos termos de uma PA, me surpreendendo com o raciocínio que teve.

- Aluno C, figura 21:

Figura 21 : Resolução da atividade 1, parte B, Aluno C

a)
 $A_n = a_1 + (n - 1).8$
 $A_4 = 4 + 3.8$ $A_5 = 4 + 4.8$
 $A_4 = 28$ $A_5 = 36$

b)
 $A_{10} = 4 + 9.8$
 $A_{10} = 76$
 $A_{50} = 4 + 49.8$
 $A_{50} = 396$

c)
 Sim,
 $A_n = a_1 + (n - 1).8$

d)
 A cada posição (a_n) aumenta 8 palitos (R = Razão)
 $a_1 : 4 + 0.8 = 4$
 $a_2 : 4 + 1.8 = 12$
 $a_3 : 4 + 2.8 = 20$
 $A_n = a_1 + (n - 1).8$

e)

 Não consegui, e sim, eu tentei.

Analisando cada item:

- a) Respondeu de forma correta, utilizando a fórmula do termo geral de uma PA. A ideia nesse item não era usar fórmulas, porém foi feito de modo correto.
- b) Respondeu de forma correta, do mesmo modo que no item a, utilizou a fórmula do termo geral, determinando os termos solicitados. Nesse item é mais conveniente a utilização da fórmula, já que estamos falando do termo 50.
- c) Respondeu de forma parcialmente correta, pois a ideia desse item era ao menos indicar a razão, ou o padrão de crescimento da quantidade de palitos conforme aumentava a figura.
- d) Respondeu de forma correta, pois analisando algumas figuras, conseguiu obter a relação entre cada figura e o número de palitos.
- e) Não respondeu a questão, porém poderia ter mostrado algumas tentativas, ao menos nas figuras 1, 2 e 3.

O aluno C utilizou a fórmula do termo geral da PA de forma direta. Provavelmente utilizou baseada em algum livro didático, internet ou vídeos deixados como base de estudo para a aula, conseqüentemente resolvendo os itens b e c. Respondeu de forma correta o item d, chegando na fórmula do termo geral, observando o padrão das figuras. Em relação ao item e faltou tentar resolvê-lo, ao menos tentar com as figuras iniciais.

- Aluno D, figura 22.

Figura 22 : Resolução da atividade 1, parte B, Aluno D

a)

Considerando que é um crescimento constante que soma 8 palitos por figura, será preciso de 28 e 36 palitos, respectivamente.

b)

figura 10: 76 palitos. | A cada 10 figuras que "aumentam", também aumentam 80 palitos, logo na figura 50 terão 396 palitos

c)

aumenta 8 palitos a cada figura.

d)

$4; 12; 20; 28; 36; 44; \dots$
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_n$

$a_n = (8 \cdot n) - 4$
 $\hookrightarrow a_2 = (8 \cdot 2) - 4 = 16 - 4 = 12$ $a_2 = 12,$
na 2ª figura tinham 12 palitos
 $\hookrightarrow a_5 = (8 \cdot 5) - 4 = 40 - 4 = 36$

$a_n = (8 \cdot n) - 4$

Então, meio que não sei logica, eu olhei para os números por um tempo, multipliquei 8 com uma número aleatório e veio isso no minha cabeça.

* mas eu juro que não sei a lógica.

e)

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$
 $S_3 = 4 + 12 + 20 = 36$
 $S_4 = 4 + 12 + 20 + 28 = 64$
 $S_5 = 4 + 12 + 20 + 28 + 36 = 100$

$S_4 = a_4 + a_3 + a_2 + a_1$
 $S_4 = a_4 + a_{4-1} + a_{4-2} + a_{4-3}$

$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$

eu sei que isso não é o que você queria, Gato. Até porque se n for um número grande não vai ajudar em nada mas foi o máximo que eu consegui, desculpa.

Analisando os itens do aluno D:

- a) Respondeu de forma correta, observando o crescimento de oito palitos para cada figura, com isso chegando na quantidade de palitos para a quarta e quinta figuras.
- b) Respondeu de forma correta, pois percebeu que a cada dez figuras, o número de palitos ia aumentando de 80 em 80. Com esse raciocínio, determinou a quantidade de palitos na figura dez e na figura cinquenta.
- c) Respondeu de forma correta, observando a razão igual a oito, valor que aumenta figura a figura.
- d) Respondeu de forma correta, porém não havíamos pensado nessa forma de resolver este item, observou o padrão descrito em sua folha e jurou que não foi cola.
- e) Respondeu de forma parcialmente correta, tentando achar algum padrão quando se somavam um, dois, três ou mais termos. Não conseguiu chegar na fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética, porém raciocinou de forma correta.

O aluno D observou o padrão de crescimento de fósforos, respondendo de forma correta o item a. Como a razão é oito para cada figura, generalizou de dez em dez, chegando no resultado solicitado. Para o item c, observou a razão de crescimento baseado nos itens a e b. Em relação ao item d, chegou em uma relação que não havíamos pensado que algum aluno chegaria, pois o raciocínio colocado é difícil e ele jura que não teve cola. Percebemos que o aluno se esforçou, fazendo tentativas até chegar nessa relação. Para o item e tentou determinar a fórmula da soma dos n termos de uma PA, não conseguindo chegar até o final, contudo o raciocínio foi muito bem colocado.

Notamos que para essa atividade, os alunos apesar de responderem os itens solicitados, não chegaram em todas as respostas esperadas, principalmente para os itens d e e. Quando tratamos de generalizações ou chegar em alguma fórmula, os alunos demonstram mais dificuldade, pois precisam notar alguma relação entre os termos trabalhados.

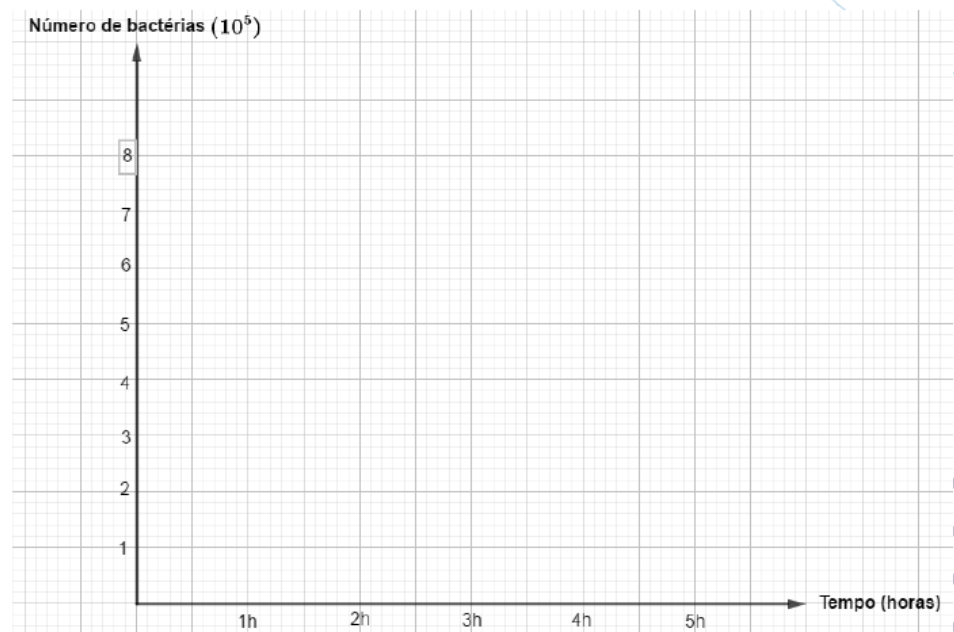
Vamos para a atividade 2, parte A, figura 23 em que revisamos função exponencial trabalhado antes com os alunos, sem introduzir o termo progressão geométrica. Esperávamos que os alunos interpretassem os dados e com isso determinar a quantidade de bactérias para cada tempo solicitado. Também esperava-se que eles conseguissem representar uma função exponencial, se atentando aos valores apresentados. Nota-se que para essa atividade, temos apenas os alunos A e B participando, já que era final do período letivo, notas fechadas e a frequência era muito baixa.

Figura 23 : Atividade 2, parte A

1. (Enem PPL 2014 - adaptado) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial ($t = 0h$) de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final da décima hora ($t = 10h$).

Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada hora.

- Determine o número de bactérias para $t = 1h$, $t = 2h$, $t = 3h$ e $t = 4h$. Expresse detalhadamente seu raciocínio.
- Para $t = 10h$, qual o total de bactérias? Justifique.
- Ao colocarmos o número de bactérias no eixo y e o tempo, em horas, no eixo x, faça um esboço do gráfico.

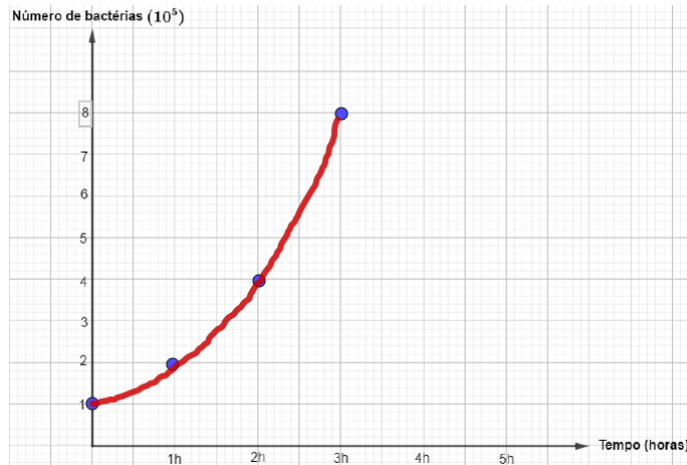


- Retomando conceitos sobre crescimento linear e exponencial, qual o crescimento representado no gráfico acima? Justifique.

Fonte: Autoria própria

Vamos apresentar as respostas esperadas:

- Para $t=0h$, temos 10^5 bactérias, para $t=1h$, temos $2 \cdot 10^5$ bactérias, para $t=2h$, temos $4 \cdot 10^5$ bactérias, para $t=3h$, temos $8 \cdot 10^5$ bactérias e para $t=4h$, temos $16 \cdot 10^5$ bactérias.
- Utilizando a informação que para cada hora a quantidade de bactérias é duplicada, temos para $t=10h$ $2^{10} \cdot 10^5$ bactérias, ou seja 102.400.000 bactérias.



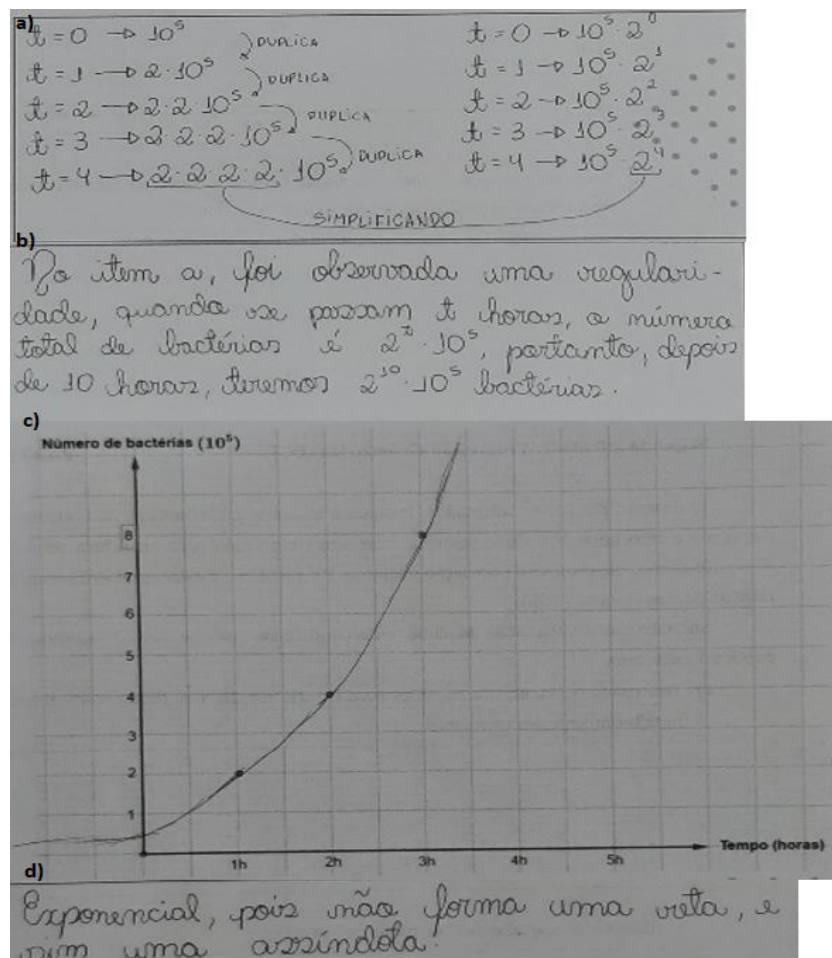
c)

d) Temos um crescimento exponencial, já que a quantidade de bactérias dobra a cada hora, tendo o gráfico mostrado no item b.

Vamos analisar as repostas dos dois alunos.

- Aluno A, figura 24:

Figura 24 : Resolução da atividade 2, parte A, aluno A



Analisando cada item:

- a) Respondeu de forma correta, mostrando detalhadamente o raciocínio utilizado, dobrando o número de bactérias a cada hora, colocando as respostas na base 2.
- b) Respondeu de forma correta, utilizando o raciocínio no item a, concluiu, por observação que na décima hora teriam a quantidade de bactérias determinadas.
- c) Respondeu de forma parcialmente correta, já que utilizou tempos negativos para continuar o gráfico.
- d) Respondeu de forma correta, justificando que o gráfico em questão não é uma reta. Em relação a assíntota, provavelmente quis se referir a uma assíntota horizontal, nunca encostando no eixo das abcissas.

O aluno A fez detalhadamente o item a, como solicitado no exercício, respondendo em base 2, seguindo a mesma linha de raciocínio para o item b. Utilizando as informações obtidas no item a, colocou os pontos no plano cartesiano e de fato verificou que era uma função exponencial, errando apenas em colocar valores para t negativo. No item d, respondeu corretamente em relação a função exponencial, faltando explicar melhor o que seria a assíntota mencionada.

- Aluno B, figura 25:

Figura 25 : Resolução da atividade 2, parte A, aluno B

1.) X \rightarrow duplicado por hora

1 hora $\rightarrow 2 \cdot 10^5$
 2 horas $\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 2^2 \cdot 10^5$
 3 horas $\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 2^3 \cdot 10^5$
 4 horas $\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 2^4 \cdot 10^5$

Já que a quantidade de bactérias se duplica a cada hora, podemos tomar como expoente da potência de base 2 a cada hora que se passa. Ou melhor, o expoente é o mesmo n das horas passadas.

b) n horas $\rightarrow 2^n \cdot 10^5$
 \hookrightarrow 10 horas $= 2^{10} \cdot 10^5 = 1024 \cdot 10^5 = 10,24 \cdot 10^7$

Sabendo que, n horas $= 2^n \cdot 10^5$, podemos substituir n por 10 horas, e obtemos o resultado.

c)

d) Exponencial, pois a função possui variação no seu expoente, no caso no termo 2, o que faz com que a ~~(função)~~ função tenha um crescimento cada vez maior, como se tangencia-se cada vez mais uma reta na vertical.

Fonte: Autoria própria

Analisando as respostas:

- Respondeu de forma correta, pois percebeu que o número de bactérias dobrava a cada hora, chegando nos valores solicitados no item.
- Respondeu de forma correta, utilizando o raciocínio do item a, concluiu que para o tempo $t=10h$, tinha a quantidade mencionada.
- Respondeu de forma correta, colocando os valores determinados no item a no plano cartesiano. Não utilizou o papel quadriculado da lista, porém ficou legível e feito de modo certo.

- d) Respondeu de forma correta, pois variando o expoente, temos valores cada vez maiores, como mencionou, tendendo a valores altos, formando quase uma reta vertical.

O estudante B resolveu o item a de forma correta, demonstrando seu raciocínio, colocando a quantidade de bactérias para cada tempo. Seguindo essa linha de raciocínio, resolveu de forma correta o item b. Com os valores encontrados em a, colocou no plano cartesiano, respondendo também o item d de forma correta, observando o crescimento acelerado dessa função.

Nessa atividade, ambos interpretaram de forma correta a atividade, descobrindo o padrão de crescimento da função exponencial, nesse caso crescente. Devemos ressaltar o cuidado na hora de montar o gráfico, para não utilizarem valores que não estejam indicados.

A Atividade 2, parte B, figura 26 teve como intuito a introdução e a formalização da progressão geométrica, tais como a determinação do termo geral e a soma dos termos de uma PG finita. Também nesse caso, assim como na lista anterior, apenas dois estudantes participaram da atividade.

Figura 26 : Atividade 2, parte B

1) A sequência (5;10;20;40;80;160;...) é denominada Progressão Geométrica (PG).

Vamos fazer as seguintes considerações:

$a_1 = 5; a_2 = 10; a_3 = 20; a_4 = 40$ e assim sucessivamente. Denominamos q , como razão dessa PG, sendo nesse caso $q = 2$, pois $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = q = 2$. Considere a_n

o termo geral dessa PG, sendo n o número de termos.

- É possível escrever a_n em função de a_1, q e n ? Se sim, tente escrever a fórmula do termo geral dessa sequência.
- Usando a relação encontrada em "a", qual o valor do 10º termo? Justifique
- Vamos considerar S_n como a Soma dos n termos de uma PG, por exemplo: $S_1 = a_1; S_2 = a_1 + a_2; S_3 = a_1 + a_2 + a_3; S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$. Podemos obter a seguinte relação: $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$. Verifique essa fórmula para S_1, S_2, S_3 e S_4

Fonte: Autoria própria

Vamos analisar as respostas esperadas:

- Temos que $a_2 = a_1 \cdot q, a_3 = a_1 \cdot q^2, a_4 = a_1 \cdot q^3$, então $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
- $a_{10} = a_1 \cdot q^9$, então $a_{10} = 5 \cdot 2^9 = 2560$

$$c) S_1 = 5 \cdot \frac{2^1-1}{2-1} = 5. S_2 = 5 \cdot \frac{2^2-1}{2-1} = 15. S_3 = 5 \cdot \frac{2^3-1}{2-1} = 35. S_4 = 5 \cdot \frac{2^4-1}{2-1} = 75$$

- Aluno A, figura 27:

Figura 27 : Resolução da atividade 2, parte B, aluno A

a) $a_m = a_1 \cdot q^{m-1}$

b) $a_{10} = 5 \cdot 2^9 = 2560$

512	32
x 5	x 16
2560	5192
	320
	512

c)

$$S_1 = 5 \cdot \frac{2^1-1}{2-1} = 5 \cdot 1 = 5 \quad \checkmark \quad 5$$

$$S_2 = 5 \cdot \frac{2^2-1}{2-1} = 5 \cdot 3 = 15 \quad \checkmark \quad 5+10 = 15$$

$$S_3 = 5 \cdot \frac{2^3-1}{2-1} = 5 \cdot 7 = 35 \quad \checkmark \quad 5+10+20 = 35$$

$$S_4 = 5 \cdot \frac{2^4-1}{2-1} = 5 \cdot 15 = 75 \quad \checkmark \quad 5+10+20+40 = 75$$

Fonte: Autoria própria

Analisando os itens respondidos:

- Respondeu de forma parcialmente correta, pois não desenvolveu raciocínio para chegar na fórmula do termo geral da PG, apenas indicando a fórmula utilizada.
- Respondeu de forma correta, substituindo os valores na fórmula do item a, o estudante chegou na resposta esperada.
- Respondeu de forma correta, substituindo de forma correta os valores na Soma dos termos de uma progressão geométrica.

O aluno A respondeu o item a de forma direta, sem mostrar de onde surgiu o raciocínio para chegar nessa fórmula, tornando-a parcialmente correta. Substituiu corretamente no item b, chegando no resultado esperado, detalhando todos os passos. Em relação ao item c, que era para verificar a utilização da fórmula, o estudante resolveu de maneira correta, demonstrando como chegou nos valores obtidos.

- Aluno B, figura 28:

Figura 28 : Resolução da atividade 2, parte B, aluno B

11. Inicialmente, descrever a sequência de forma a tentar
encontrar um padrão:

$$a_1 = 5 = 2^0 \cdot 5$$

$$a_2 = 10 = 2^1 \cdot 5 = 2^1 \cdot a_1$$

$$a_3 = 20 = 2^2 \cdot 5 = 2^2 \cdot a_1$$

$$a_4 = 40 = 2^3 \cdot 5 = 2^3 \cdot a_1$$

$$a_5 = 80 = 2^4 \cdot 5 = 2^4 \cdot a_1$$

Vemos que, o número 2 é sempre elevado a um número
abaixo do termo inicial da sequência, por exemplo:

$$a_1 \rightarrow 2^{1-1}$$

$$a_2 \rightarrow 2^{2-1}$$

$$a_3 \rightarrow 2^{3-1}$$

$$a_n \rightarrow 2^{n-1}$$

Portanto, concluímos que:

$$a_n = 2^{n-1} \cdot a_1$$

b) $a_n = 2^{n-1} \cdot a_1$
 $\hookrightarrow a_{10} = 2^{10-1} \cdot a_1$
 $a_{10} = 2^9 \cdot 5 = 512 \cdot 5 = 2560$

c) $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

$$S_1 = a_1 \cdot \frac{q^1 - 1}{q - 1} = 5 \cdot \frac{2^1 - 1}{2 - 1} = 5 \cdot \frac{1}{1} = 5$$

$$S_2 = a_1 \cdot \frac{q^2 - 1}{q - 1} = 5 \cdot \frac{2^2 - 1}{2 - 1} = \frac{5(4 - 1)}{1} = 15 = 5 + 10$$

$$S_3 = a_1 \cdot \frac{q^3 - 1}{q - 1} = 5 \cdot \frac{2^3 - 1}{2 - 1} = \frac{5(8 - 1)}{1} = 35 = 5 + 10 + 20$$

$$S_4 = a_1 \cdot \frac{q^4 - 1}{q - 1} = 5 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1} = \frac{5(16 - 1)}{1} = 75 = 5 + 10 + 20 + 40$$

Fonte: Autoria própria

Analisando as respostas do estudante B:

- a) Respondeu de forma correta, expressando seu raciocínio utilizando os cinco primeiros termos dessa sequência, notando que a razão estava elevada a posição n menos 1, chegando na fórmula desejada.

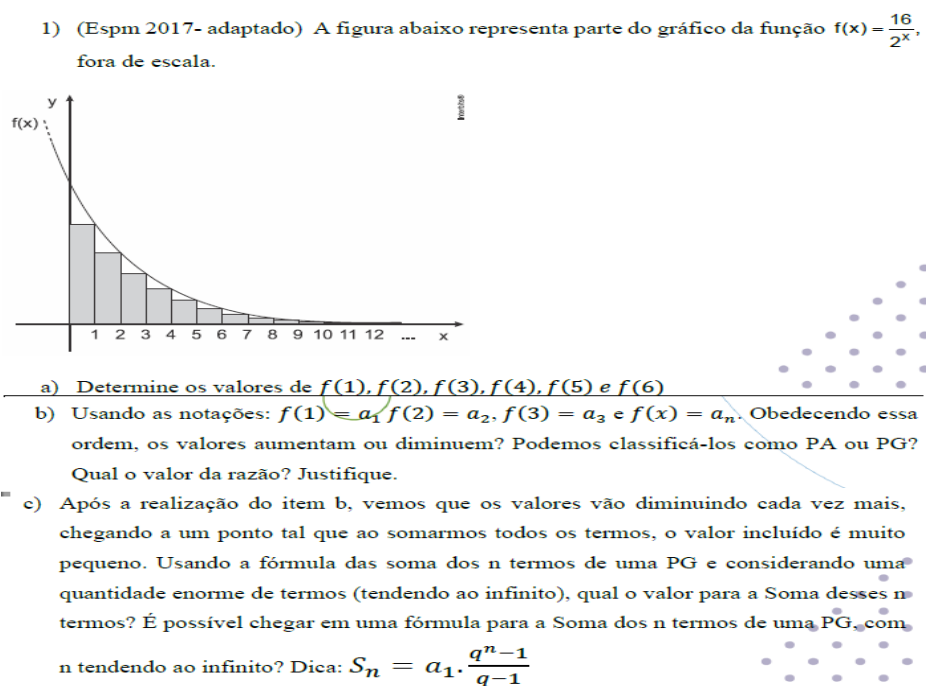
- b) Respondeu de forma correta, utilizando o raciocínio aplicado no item a, determinou o valor dessa PG para o décimo termo.
- c) Respondeu de forma correta, verificando a fórmula da soma dos termos de uma PG, fez isso para os quatro primeiros termos, como o exercício pedia e verificou se o resultado estava coerente

O aluno B chegou na relação desejada utilizando os dados fornecidos pelo exercício, concluindo corretamente o valor da razão e com isso chegando na fórmula desejada, conseqüentemente acertou o item b, apenas colocando no que foi encontrado no item anterior. Para o item c, resolveu o que foi pedido de forma correta e detalhada, testando a fórmula e fazendo a verificação.

Com essa lista, verificamos que ambos os alunos têm facilidade com generalizações e resolução de exercícios de progressão aritmética e geométrica. Os dois descrevem seus raciocínios de forma organizada. Assim como atividades anteriores, deviam tomar cuidado em não colocar os resultados de forma direta.

Vamos analisar a Atividade 2, parte C, figura 29 que tem por objetivo determinar as soma dos termos de uma progressão aritmética infinita, no caso com a razão igual a $\frac{1}{2}$. Nessa última atividade, também dois alunos participaram das atividades.

Figura 29 : Atividade 2, parte C



Analisando as respostas esperadas:

$$\text{a) } f(1) = \frac{16}{2^1} = 8. \quad f(2) = \frac{16}{2^2} = 4. \quad f(3) = \frac{16}{2^3} = 2. \quad f(4) = \frac{16}{2^4} = 1. \quad f(5) = \frac{16}{2^5} = \frac{1}{2}.$$

$$f(6) = \frac{16}{2^6} = \frac{1}{4}.$$

b) Conforme observamos no item a, temos que é uma progressão geométrica decrescente, com razão igual a $\frac{1}{2}$.

c) Sabemos que $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, tendo n um número natural e tendendo ao infinito, como a razão é igual a $\frac{1}{2}$, então q^n tende a zero, ficando $S_n = \frac{a_1}{1 - q}$. Aplicando no exercício, temos $S_n = \frac{8}{1 - 0,5} = 16$.

Com isso, analisamos as respostas dos alunos A e B.

- Aluno A, figura 30:

Figura 30 : Resolução da atividade 2, parte C, aluno A

a)

$$f(1) = \frac{16}{2} = 8$$

$$f(2) = \frac{16}{2^2} = 4$$

$$f(3) = \frac{2^4}{2^3} = 2$$

$$f(4) = \frac{2^4}{2^4} = 1$$

$$f(5) = \frac{2^4}{2^5} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$f(6) = \frac{2^4}{2^6} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

b)

Diminuem e caracterizam uma PG (crescimento ou decrescimento exponencial) de razão $\frac{1}{2}$.

c)

$$S_m = 8 \cdot \frac{(2^{-1})^m - 1}{-1/2} = 8 \cdot 2^{-m} - 1 \cdot \frac{-2}{1} = -16(2^{-m} - 1)$$

Analisando as respostas dos itens do estudante A:

- a) Respondeu de forma correta, deixando os cálculos de forma clara, com isso chegando nos resultados esperados.
- b) Respondeu de forma parcialmente correta, pois acertou em afirmar que era uma PG, porém nesse caso de razão $\frac{1}{2}$, poderia ter explicado que se tratava de uma PG decrescente.
- c) Respondeu de forma parcialmente correta, pois utilizou a fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica, porém não fez n tendendo ao infinito para acertar completamente a questão.

O aluno A resolveu corretamente o item a, utilizando a função dada no enunciado. Observou corretamente que a função em questão é uma progressão geométrica de razão meio, porém faltou escrever que se tratava de uma sequência decrescente. Em relação ao item c, o estudante substituiu os valores encontrados, porém não conseguiu relacionar quando n tendia ao infinito.

- Aluno B, figura 31:

Figura 31 : Resolução da atividade 2, parte C, aluno B

1) a) $f(x) = \frac{16}{2^x}$

$$f(1) = \frac{16}{2^1} = \frac{2^4}{2^1} = 2^3 = 8$$

$$f(2) = \frac{16}{2^2} = \frac{2^4}{2^2} = 2^2 = 4$$

$$f(3) = \frac{16}{2^3} = 2^1 = 2$$

$$f(4) = \frac{16}{2^4} = 1$$

$$f(5) = \frac{16}{2^5} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$f(6) = \frac{16}{2^6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

b) Diminuem, por isso o expoente/inverso x está no denominador, o valor da equação se diminui ao longo que esse aumenta.

Por isso a razão é representada pela divisão do termo seguinte pelo seu anterior, e não pela subtração, como ocorre na PA.

$$1 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : 1 = 1 : 2 = 2 : 4 = 4 : 8 = \text{Razão}$$

$$\text{Razão} = \frac{1}{2} : 2^{-1}$$

Vamos que, Se S_n é a última soma com um número inteiro, já que a partir de S_5 há somas resultados decimais, e que não ~~passamos~~ do número 16, ainda que chegue muito próximo dele.

Portanto, podemos concluir que a soma com n tendendo ao infinito será 16, mesmo que S_n não seja de fato 16.

$$S_n = a_1 \cdot \left[\frac{q^n - 1}{q - 1} \right] \rightarrow 16 = 8 \cdot \left[\frac{0,5^n - 1}{0,5 - 1} \right] \rightarrow 2 = \frac{1^n - 1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \left(\frac{-1}{2} \right) = \left(\frac{1}{2} \right)^n - 1$$

$$-2 = \left(\frac{1}{2} \right)^n - 1$$

$$\frac{-1}{2} = \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

$$0 = \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

Se não, como sabemos que é impossível uma potência resultar em 0, temos que n é o maior valor possível para que $\frac{1}{2}$ chegue próximo a zero.

Analisando as respostas do aluno B:

- a) Respondeu de forma correta, deixando o raciocínio de forma clara e legível. Dessa forma chegou aos valores esperados.
- b) Respondeu de forma correta, analisando a função, observando que 2^x está no denominador, fazendo com que o valor da função vá diminuindo conforme x aumenta. Utilizando o item a, concluiu que se tratava de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$.
- c) Respondeu de forma correta, utilizando o item a para somar os termos e aumentando os valores de x , concluindo que o valor tende a 16. De forma interessante, colocou a soma dos termos como 16 na soma dos termos de uma PG, concluindo que o resultado só é possível se n tender ao infinito.

O aluno B resolveu o item a de forma correta, substituindo os valores pedidos de forma clara e detalhada. O item b também foi resolvido de forma correta, observando que se tratava de uma função exponencial com razão meio, utilizando os resultados encontrados no item a. Em relação ao item c, substituiu os valores corretamente, tentando concluir que essa soma tendia a chegar no número dezesseis. Fez essa conclusão supondo n tendendo ao infinito.

Os dois alunos tiveram um pouco mais de dificuldade na resolução dessa atividade, dado que não é comum trabalharmos com termos como infinito ou mesmo generalizações. Provavelmente em uma sala de aula mais cheia ou com mais alunos participando, a quantidade de dúvidas iria ser grandes.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para debatermos a pergunta norteadora: *que implicações a sala de aula invertida produz para o processo ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio?* Temos que atentar a fatos que ocorreram na aplicação das listas.

A aplicação das atividades em sala de aula e os vídeos sofreram alguns atrasos, devido ao aguardo da aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa, pois o projeto precisou ser readequado algumas vezes, sendo que foi aplicado ao final de Novembro, com as notas dos alunos praticamente fechadas.

Quando apresentamos o projeto aos estudantes, o questionamento básico foi se teria algum valor na nota final e como não tinha, a participação foi muito pequena. Para termos maior adesão, provavelmente a aplicação deverá ocorrer no início do bimestre ou trimestre e tendo valor para a nota final.

No começo de Março de 2020, as aulas presenciais foram paralisadas em todo o Estado de São Paulo devido à pandemia de Covid-19, sendo que professores e alunos tiveram que se readaptar quase que imediatamente, gerando muito desgaste, cansaço e dias estressantes. Notava-se também a baixa participação dos estudantes, sendo que pouquíssimos abriam as câmeras e pouco participavam no bate papo da sala. Apesar dessa baixa participação, as notas eram próximas de dez, pois a grande maioria das provas eram iguais, com mesmas resoluções e respostas. Com isso, antes de se discutir a aplicação de metodologias ativas em sala de aula, é preciso de conscientização não só dos alunos, mas também toda sua família, incentivando a resolução das atividades individuais e em grupo evitando cópias. Nota-se a importância de discutir projetos, exercícios e até mesmo provas, mas é totalmente diferente de apenas copiar uns dos outros.

Quando mencionamos a sala de aula invertida para a turma, parte significativa dos alunos questionaram como eles poderiam aprender sem o professor ensinar durante a aula. Foi comentado que era um processo, que assistiriam pequenos vídeos e que eles iam ser discutidos em classe. Devido à baixa frequência e a alternância dos alunos presenciais em relação ao plano do colégio, não se teve discussão dos vídeos e dos resultados, apenas conversas sobre as listas durante as aulas.

Dois dos quatro alunos mencionados, elogiaram as listas e acharam interessantes os tópicos trabalhados, alcançando um dos objetivos que era ter a atenção deles, porém, como mencionado, é necessário fazer um trabalho de conscientização.

Discutindo mais sobre a pergunta norteadora, a sala de aula invertida e outras metodologias ativas podem trazer bons frutos não apenas ao colégio, mas também para a sociedade. Para se obter maior sucesso, gestores precisam entender melhor a vida, muitas vezes com turno dobrado dos professores, pensando alternativas melhores em relação ao hora-aula. Imposições verticais podem trazer apenas frustrações, pois o corpo docente é heterogêneo e as mudanças não podem ser repentinas. Como defende Trevisani (2021), nos tempos de pandemia e de ensino remoto, a dificuldade em utilizar metodologias ativas é elevada, pois os alunos precisam interagir na vida escolar.

Trabalhamos esses temas baseada em experiências em anos anteriores por serem conteúdos que os estudantes participam, dada a fácil contextualização dos problemas, porém para a criação de projetos, temos que tomar cuidado, pois se cada professor criar um projeto diferente, simplesmente vai deixar a quantidade de atividades para os alunos imensa, diminuindo a qualidade. Mais uma vez a necessidade dos professores se encontrarem mais para discutirem projetos em conjunto, despertando o interesse não apenas dos estudantes, mas também dos outros funcionários e na localidade que a instituição se localiza. Novamente discussões serão necessárias em como tornar mais justo para os docentes em relação a quantidade de trabalho e o valor recebido por eles.

Discursos para aplicação das metodologias ativas são famosos nos dias atuais, principalmente quando se fala em propaganda para uma instituição de ensino, porém essas implantações devem ser feitas de maneira séria, com muito estudo e respeitando a individualidade de cada participante.

Vamos fazer essa análise, de forma detalhada do que foi planejado e o que de fato ocorreu na sequência didática.

4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O projeto da dissertação foi enviado para o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) no dia 03/07/2020 com a intenção de ser aplicada em sala de aula nos meses de Agosto e Setembro do mesmo ano, porém o projeto foi liberado na versão cinco, no dia 08/11/2020, gerando atrasos em nossa programação inicial. Devido ao fato, os conteúdos: Progressão Aritmética (PA) e

Progressão Geométrica (PG) fora deslocados do 2º trimestre para o final do 3º trimestre do calendário escolar do colégio.

Como a ideia inicial era trabalhar em sala de aula com os alunos presentes em harmonia com o ambiente virtual disponibilizado pelo colégio para os estudantes assistirem aos vídeos para a utilização da sala de aula invertida, mudanças foram feitas, sendo que dividiremos: planejamento inicial e o que de fato ocorreu.

Vale lembrar que a presença dos alunos era durante grande parte do ano letivo apenas virtual, devido a pandemia do novo coronavírus, sendo liberados presencialmente no formato de bolhas, grupos de alunos, nos meses de Novembro e Dezembro de 2020.

Tomaremos como base para nossa sequência didática Souza e Barbosa (2020) para as sete atividades, seguindo a ordem: videoaula, discussão, atividades e correção. Essa sequência pode ser caracterizada como sala de aula invertida, pois segundo Bergmann e Sams (2016), vídeos curtos devem ser disponibilizados para os alunos em um ambiente virtual onde todos teriam acesso. Após os alunos assistirem os vídeos, fariam anotações de suas dúvidas, curiosidades e pontos que poderiam ser debatidos em sala de aula. Com isso, na aula presencial, todos esses apontamentos seriam sanados em sala de aula com interação com o professor orientador e com os colegas de sala. Observando que as dúvidas foram sanadas, seriam realizadas as atividades, que poderiam ser desenvolvidas em grupos ou de forma individual, buscando sempre com que os discentes participem de forma ativa. Com isso, correções podem ser feitas, debates sobre resultados e raciocínios utilizados, seja com uma lista de exercícios, apresentações, debates, entre outros.

Pelo planejamento inicial, ocorreriam três aulas semanais com três salas participantes, em torno de 135 alunos, sendo as aulas segundas, terças e quintas. Devido ao elevado número de alunos, desejava-se analisar em torno de 35 atividades, número autorizado pelo CEP, sendo todos avaliados para a composição da média do segundo trimestre.

A ideia inicial, eram para todos os passos ocorrerem em Agosto e Setembro de 2020, como será mencionado a seguir, porém como o projeto foi aprovado pelo CEP na quinta versão, ocorreu apenas em Novembro e Dezembro.

Vamos analisar o planejamento inicial e o que de fato ocorreu para cada uma das sete atividades.

4.1.1 Atividade introdutória, parte A

Podemos observar essa atividade no anexo 7.

Anexo 7: Atividade introdutória, parte A

1) (ENEM PPL 2019 - adaptada) Em um município foi realizado um levantamento relativo ao número de médicos, obtendo-se os dados:

Ano	Médicos
1980	150
1985	175
1995	225
2010	300

Tendo em vista a crescente demanda por atendimento médico na rede de saúde pública, pretende-se promover a expansão, a longo prazo, do número de médicos desse município, seguindo o comportamento de crescimento linear no período observado no quadro.

Para cada um dos itens a seguir você pode resolver algebricamente ou descrever o raciocínio. Tenha a liberdade de resolver do modo que mais faça sentido, pois discutiremos as ideias abordadas.

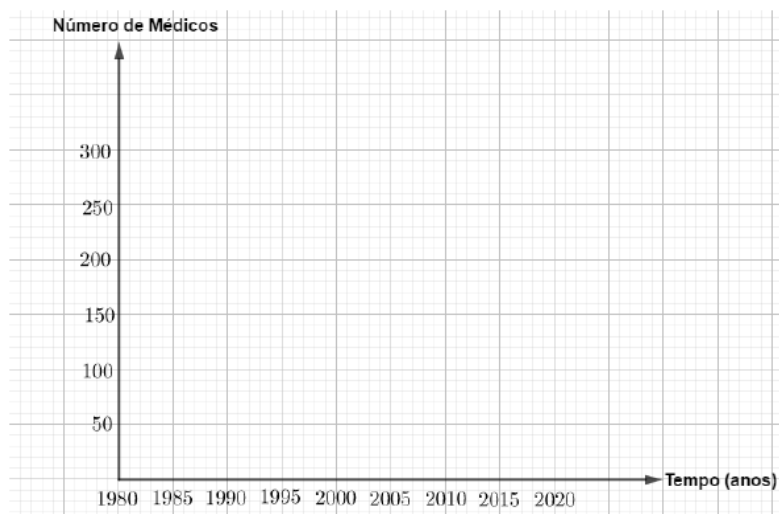
Responda cada um dos itens a seguir:

a) Você percebeu alguma relação dos anos com a quantidade de médicos? Justifique o que observou.

b) Obedecendo o padrão da tabela, o crescimento anual de médicos é constante? Justifique.

c) Vamos supor que esse padrão se mantenha ao longo dos anos. Consegue responder quantos médicos teremos no ano de 2015? E em 2020?

d) Represente no gráfico: número de médicos (eixo y) pelo tempo em anos (eixo x).



Fonte: Autoria própria

Tínhamos como objetivos: introduzir aos estudantes o que são sequências, sem mencionar os termos PA e/ou PG, tendo que observar como o número de médicos aumentava com o passar dos anos, que modo de padrão seguia. Além disso, esperava-se o estudante fizesse a relação daquele crescimento com uma função afim ou função polinomial do primeiro grau, já estudado no início do ano.

As perguntas eram baseadas no enunciado e feitas de forma simples e direta, buscando analisar se haviam ou não entendido a forma e o padrão de crescimento, além de no final colocar os pontos em um plano cartesiano e, se feito de forma correta, ter a representação de uma semirreta.

Seguindo Souza e Barbosa (2020), tínhamos como planejamento inicial e o que de fato ocorreu em sala de aula:

Quadro 12 – Planejamento e o que ocorreu na Atividade introdutória, parte A

Etapas	Planejamento	O que ocorreu na sala de aula
Videoaula	era para ser disponibilizado em 07/08/2020 um único vídeo, com tempo médio de dez minutos, que seria feito por mim, sendo que tinha como intenção inicial usar sequências e ir determinando alguns termos que seriam deixados em branco, por exemplo, sequência de pares de 0 até 20, sequência dos dez primeiros números primos, sequência de Fibonacci. Porém ainda não entraria na Progressão Aritmética e na Progressão Geométrica. Seria anexado na plataforma do colégio, o qual todos teriam acesso.	O vídeo foi gravado na própria escola com duração média de quinze minutos, sendo colocado exemplos e generalizações. Foi também disponibilizado um vídeo do próprio sistema de ensino, assim como o meu, com o mesmo conteúdo, porém por um professor externo ao colégio, onde abordava a definição de PA, fórmula do termo geral da PA e soma dos termos da PA com duração média de dez minutos.
Discussão	ocorreria dia 10/08/20, com duração de 50 minutos, em que analisaríamos as anotações e questionamentos dos alunos sobre o vídeo, se tinham dúvidas, se já teriam ouvido falar sobre sequências ou se fizeram relação com algum outro conteúdo. Provavelmente surgiriam	A sala teve presença de vinte estudantes, porém nenhum deles tinham assistido aos vídeos, ou seja, não foi possível realizar a conversa com eles, assim como dúvidas em potencial, curiosidades e fatos interessantes que poderiam surgir.

	<p>curiosidades, tais como quem é Fibonacci, quais são as regras para se obter números primos, se existe alguma forma de determiná-los. Também pretendia-se que eles se organizassem em grupos, ou se queriam fazer as atividades de forma individual, pois seriam disponibilizadas folhas para todos os presentes, além da disponibilidade no ambiente virtual da escola.</p>	
Atividade:	<p>ocorreria dia 11/08/2020, com duração de 50 minutos, em que os estudantes resolveriam a lista de forma individual ou coletiva, sendo que ia passando para tirar dúvidas ou mesmo observar se estavam ou não tendo dificuldades. Também com isso, perceberia quais alunos preferem trabalhar em grupo e quais de forma individual.</p>	<p>Teve a presença de vinte alunos nos três primeiros anos. Durante essa aula, apliquei as atividades no mesmo dia da discussão. Eles aceitaram resolver a lista, parte em grupo e parte individual, sendo que seriam entregues no mesmo dia ou no dia seguinte. A maioria sentou em grupos, porém fizeram de forma individual, não sentindo dificuldade nas questões, pelo contrário, até acharam elas bem simples perto do que já haviam estudado. Sete atividades foram deixadas no ambiente virtual e as outras treze entregues no mesmo dia.</p>
Correção:	<p>ocorreria 13/08/2020, com duração de 50 minutos. Os alunos seriam convidados a falarem como chegaram nos resultados, se tiveram dúvidas, se entenderam o enunciado perfeitamente, pois era uma questão do ENEM que foi adaptada para eles. Se erros tivessem sido observados, quais foram os raciocínios e com isso tirar todas as dúvidas.</p>	<p>Ocorreria no dia seguinte, porém surgiram alunos que não foram no dia anterior e outros que haviam participado, faltaram, pois viram que os professores iam passar matéria, mesmo indo poucas pessoas no presencial. Com isso a correção não foi feita e sim novamente uma aula expositiva sobre Progressão Aritmética.</p>

Fonte: Autoria própria

Analisando os fatos ocorridos e o planejamento inicial, estávamos seguindo Bergmann e Sams (2016) e Souza e Barbosa (2020) em relação ao planejamento dos vídeos, discussão, atividades e correção, porém devido ao cronograma ter ficado apertado, baixa presença e pequena participação dos alunos, não podemos de fato analisar quais foram os aspectos positivos da sala de aula invertida para os estudantes que participaram das atividades, pois ninguém havia assistido, então fizemos a análise de apenas 4 alunos, pois os outros não foram realizando as outras atividades solicitadas e não tivemos feedback dos envolvidos.

O estudante A conseguiu responder os itens de forma correta, apesar de não ter assistido aos vídeos. O raciocínio utilizado passa a ser útil não apenas para essa atividade, mas também para as outras que envolvam PA e PG, já que conseguiu descrever como se passava o crescimento em relação ao tempo, utilizando uma linguagem clara e conseguindo montar o gráfico da situação. Então com isso atingiu os objetivos das atividades, interpretando de forma correta de como se identifica uma PA, além de sua forma de crescimento, e seu gráfico. Isso mostra que é possível resolver esses exercícios sem fórmulas, usando apenas o raciocínio lógico.

Analisando o estudante B, também observamos que acertou todas as respostas propostas pela atividade. Também conseguiu resolver os exercícios por lógica e construindo o raciocínio. Ressaltamos o item c, desenvolvido pelo aluno, pois conseguiu além de perceber o padrão de crescimento, conseguiu escrever a forma que cresce. Também entendeu o crescimento linear. Com esses pontos não teria dificuldade para resolver as outras listas.

Em relação ao estudante C, também respondeu corretamente as questões, sem utilizar fórmulas, como o termo geral da PA e sim utilizou o raciocínio lógico também, além de uma ferramenta muito utilizada no ensino médio, a regra de três. Também colocou de forma correta o gráfico, com isso provavelmente não teria dificuldades na resolução das próximas.

Finalizando com o estudante D, também resolver de forma correta todos os itens, usando o raciocínio lógico e sem fórmulas que poderiam ser utilizadas. Interessante perceber no item c, resolver utilizando uma tabela e a completando, também muito utilizado no ensino médio. Assim como no outros casos, provavelmente não teria dificuldades nas próximas listas.

O ideal seria que tivessem assistido com calma, feita as anotações, participassem em peso das discussões e das atividades, para se analisar com calma e observando as dificuldades e facilidades de forma principalmente qualitativa dos alunos.

Essa atividade era essencial pois seria a primeira atividade utilizando a sala de aula invertida, e com isso, os conceitos iniciais trabalhados poderiam ter sido utilizados para a atividade 2, introdutória parte B, principalmente em relação ao modo de crescimento e como fica o gráfico para cada um dos casos.

Para aplicações futuras, é de suma importância os vídeos serem divulgados com antecedência e reforçado durante a aula a sua importância. Com relação as atividades, compor a média final daquele período.

4.1.2 Atividade introdutória, parte B

Podemos observar essa atividade no anexo 8.

Anexo 8: Atividade introdutória, parte B

1) (Enem 2ª aplicação 2016 - adaptada) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 50 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 50 \cdot 2^{2t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias. Baseado no enunciado, resolva os itens seguintes:

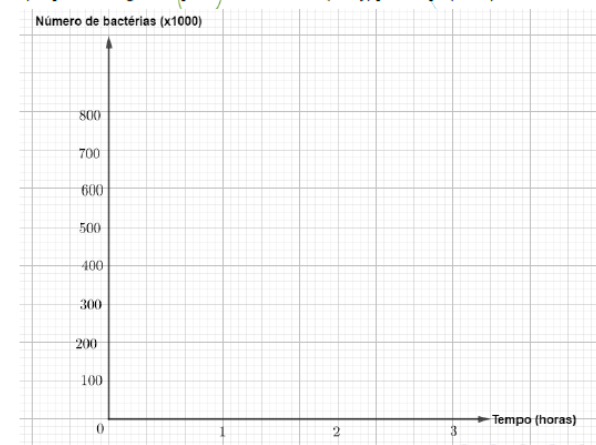
a) Complete a tabela, indicando o total de bactérias após os tempos mencionados.

Tempo (horas)	Número de bactérias (x1000)
0	
1	
2	



b) O crescimento observado ocorre de forma linear? Justifique

c) Represente no gráfico: quantidade de bactérias (eixo y) pelo tempo (eixo x).



Fonte: Autoria própria

Tinha como objetivos, assim como a atividade anterior, estudar as sequências, sem mencionar o que é Progressão Aritmética e/ou Progressão Geométrica, observando o crescimento do número de bactérias em função do tempo. Além disso, esperava-se que o estudante relacionasse com o crescimento exponencial, característico da função exponencial, estudado anteriormente. Essa questão foi retirada do ENEM e contextualizada com situações semelhantes ao que ocorre dia a dia. Além disso, construir o gráfico da exponencial, observando a diferença com o crescimento linear que era trabalhada na atividade anterior.

Seguindo Souza e Barbosa (2020), tínhamos como planejamento inicial e o que de fato ocorreu em sala de aula:

Quadro 13 – Planejamento e o que ocorreu na Atividade introdutória, parte B

Etapas	Planejamento	O que ocorreu na sala de aula
Videoaula	Continuaria sendo o vídeo anterior, já que não ocorria de fato a introdução de uma PA ou PG, além do fato de precisar das opiniões dos alunos do que se poderia melhorar ou ajustar nos vídeos seguintes.	também foram divulgados dois vídeos, um feito por mim em que dava exemplos de PG, chegando no termo geral da PG, soma dos termos de uma PG finita e soma dos termos de uma PG infinita, com duração média de 20 minutos. O vídeo do professor do sistema de ensino também mencionava esses tópicos, com generalizações do termo geral da PG, soma dos termos de uma PG finita e soma dos termos de uma PG infinita. Assim como no caso anterior, foram disponibilizados na plataforma do colégio em que todos tinham acesso.
Discussão	ocorreria em 17/08/20, com duração de 50 minutos. Assim como na atividade anterior, buscaríamos analisar as anotações dos alunos para discutirmos dúvidas, questionamentos e curiosidades apontadas no vídeo. Provavelmente, como seria o mesmo, poderia ser iniciada a atividade no mesmo dia.	Como os alunos não haviam assistido aos vídeos disponíveis, fiz uma aula teórica sobre Progressão Geométrica, com exemplos, chegando na generalização do termo geral da PG, soma de termos de uma PG finita e soma de termos de uma PG infinita.

Atividade:	ocorreria dias 17 ou 18/08/20, com duração de 50 minutos. Também como a atividade anterior, eles poderiam resolvê-la de forma individual ou coletiva e minha função continuaria sendo andar pela sala, auxiliando nas dúvidas, podendo também criar alguns questionamentos ou até mesmo curiosidades que surgiriam.	também foram disponibilizadas na plataforma do colégio. Nesse caso, obtive apenas dez resoluções, sendo todas de forma on-line. Novamente reforçando que para essa atividade, analisamos quatro estudantes na dissertação, pois realizaram quatro das 7 atividades propostas. No dia seguinte, compareceram alguns alunos que estavam dia anterior. Como realizaram essa atividade on-line, ficamos conversando sobre o conteúdo que foi estudado no ano e como estavam em relação à pandemia.
Correção:	ocorreria em 20/08/20, com duração de 50 minutos. Provavelmente iriam mencionar essa atividade com a anterior, dada a semelhança, além do fato de ambas serem do ENEM. Além disso poderiam surgir dúvidas ou questionamentos dos motivos da função se comportar de forma diferente, no caso, crescimento exponencial. Ademais, observar e corrigir possíveis erros que haviam surgido.	A correção não foi realizada com os alunos, pois estava também com o cronograma atrasado, além do baixo interesse e baixa participação.

Fonte: autoria própria

Novamente como na atividade anterior, houve participação ainda menor dos estudantes, ficando inviável a seguir todos os passos indicados por Souza e Barbosa (2020) . Estava com um acúmulo de duas atividades, com alunos que fizeram a primeira, mas não a segunda e vice-versa. Para conseguir fazer a análise, utilizei os mesmos 4 estudantes que haviam feito anteriormente e seguiram realizando as atividades seguintes.

O estudante A respondeu os itens a e b de forma correta, com apenas um detalhe no item c, que parece ter colocado um pequeno trecho em uma reta, o que não ocorre. Assim como na atividade anterior, respondeu os exercícios utilizando corretamente a fórmula dada e percebendo também que não se trata de um crescimento linear e sim exponencial. Apesar de não ter entrado no termo PG, o estudante cumpriu os itens solicitados e provavelmente não teria dificuldades na resolução

O estudante B repondeu os três itens de forma correta, utilizando a fórmula dada no exercício e montando o gráfico que representa uma função exponencial. Destaca-se o item b, em que ele justifica ter o expoente t , fazendo com que a função cresça mais rapidamente. Assim como o estudante A, utilizou conceitos corretos de uma PG, sem mesmo citar que era uma PG, provavelmente também não teria dificuldades nas próximas atividades.

Com o estudante C, também respondeu de forma correta os itens solicitados, usando a fórmula dada pelo enunciado, destacando-se o item b, que justificou essa forma de crescimento por se tratar de uma função exponencial e ainda escrevendo sua característica. Assim como os outros, provavelmente não teria dificuldades para resolver as outras listas.

Finalizando com o estudante D, também respondeu os itens de forma correta, utilizando a fórmula dada no enunciado e também plotando o gráfico de forma correta. Em relação ao item b, não conseguiu justificar que era um crescimento exponencial e sim apenas que não era constante. Também provavelmente não teria dificuldades para realizar as outras atividades.

Podemos observar que para podermos realizar com todo o procedimento, era necessária a presença dos alunos, o que era inviável devido a pandemia e que participassem, mesmo oferecendo pontos, o que não era mais possível devido ao fechamento do ano, pois segundo Bacich e Moran (2018, p.30) “os alunos devem ser incentivados a participar das atividades on-line e das presenciais, sendo que elas são computadas na avaliação formal do aluno, ou seja, valem nota” é relevante essas atividades comporem a nota final, servindo também como incentivo para eles.

Assim como a atividade introdutória, parte A. Essa atividade seria uma ligação importante as próximas, pois seria uma introdução a Progressão Geométrica, sem mesmo descrevê-la como é. Os estudantes resolvendo de forma correta, já induzem que tem embasamento em relação ao que será abordado. Assim como na atividade anterior, o vídeo poderia ser disponibilizado com antecedência e divulgado mais vezes em sala de aula.

4.1.3 Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), partes A e B

Podemos ver essas atividades nos anexos 9 e 10.

Anexo 9: Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), parte A

1) Provavelmente todos conhecem um antigo ditado popular: “Quem conta um conto, aumenta um ponto” de autoria desconhecida.

Baseado nesse conto, vamos supor o seguinte problema:

Maria estava andando de Skate com seu amigo João, quando de repente ele caiu e raspou os dois joelhos no chão.

Até então, apenas a garota viu a cena e decidiu contar para seu amigo, Pedro, da seguinte forma: “João estava andando de skate e de repente escorregou, caiu e raspou os dois joelhos no chão, mas não foi nada grave”.

Pedro, ansioso para contar essa história, chamou sua namorada, Jenifer [ambos se conheceram no Tinder] e contou a história do seguinte modo: “João estava muito rápido quando estava andando de skate, de repente escorregou, raspou os dois joelhos que sangraram um pouco”.

Assustada e preocupada, a garota foi rapidamente falar com a namorada de João, Gabriela e contou da seguinte forma: “Seu namorado estava com Maria, andando de skate, quando de repente caiu porque estava muito rápido, raspou os dois joelhos e agora não consegue andar direito de tanta dor”.

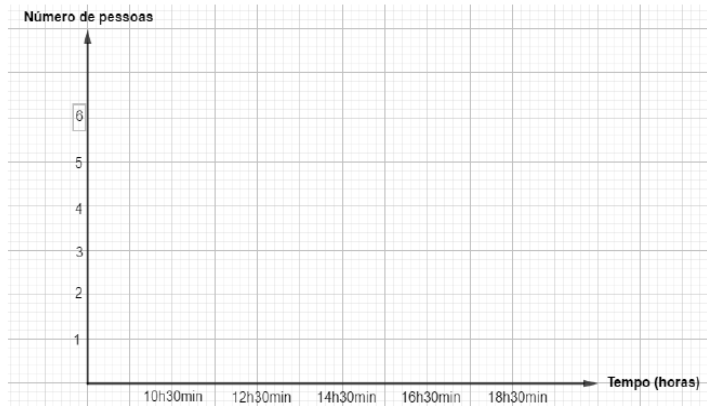
Gabriela ficou muito, mas muito preocupada e foi correndo contar para a mãe de João, Vanessa. “Vanessa, se o João vir machucado é porque ele estava andando de skate com Maria, tropeçou numa pedra, perdeu o controle do skate, pois estava rápido, caiu, raspou os dois joelhos, os quais sangraram muito”.

Vamos supor que os fatos ocorreram nos seguintes horários:

HORÁRIO	10h30min	12h30min	14h30min	16h30min	18h30min
	MARIA	MARIA	MARIA	MARIA	MARIA
		PEDRO	PEDRO	PEDRO	PEDRO
			JENIFER	JENIFER	JENIFER
				GABRIELA	GABRIELA
					VANESSA

Suponha que esse padrão se mantenha até às 22h30min. Responda os itens a seguir:

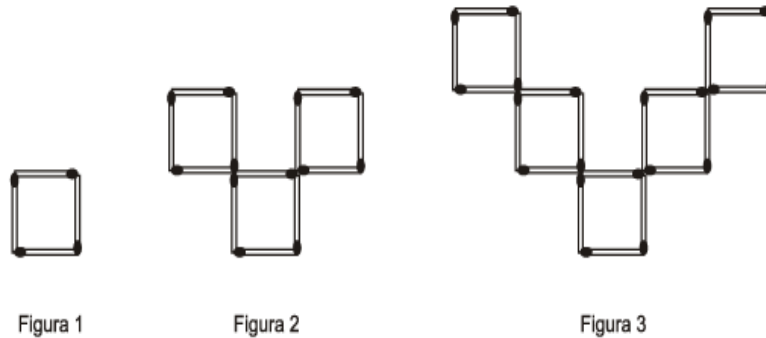
- a) Você observou alguma relação entre o horário e a quantidade de pessoas que souberam do ocorrido com João? Justifique
- b) Quantas pessoas ficarão sabendo às 22h30min? Justifique
- c) Represente no gráfico: número de pessoas (eixo y) pelo horário (eixo x).



d) O gráfico representa uma função afim? Justifique.

Anexo 10: Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), parte B

1) (Unicamp simulado 2011 - adaptado) Considere a sucessão de figuras apresentada a seguir, em que cada figura é formada por um conjunto de palitos de fósforo.



Suponha que essas figuras representam os três primeiros termos de uma sucessão de figuras que seguem a mesma lei de formação. Responda os itens a seguir com muita atenção.

a) Quantos palitos serão necessários nas figuras 4 e 5? Justifique

b) E para a figura 10? E em relação a figura 50? Justifique

c) Você observou algum padrão de acréscimos de fósforos de uma figura para outra? Se sim, descreva esse padrão.

d) Vamos usar a seguinte legenda:

a_1 quantidade de fósforos na figura 1; a_2 quantidade de fósforos na figura 2;

a_3 quantidade de fósforos na figura 3; a_n quantidade de fósforos da figura n

Se você observou a quantidade de fósforos, que aumentam de figura para figura, chame esse valor de r , denominada **razão**.

Agora, com muito cuidado e observação, você consegue relacionar a_n com a_1 e r ? Se sim, descreva detalhadamente como chegou nessa conclusão.

e) Vamos chamar S_1 a quantidade de fósforos na figura 1. S_2 a soma quantidade de fósforos nas figuras 1 e 2. S_3 a quantidade de fósforos nas figuras 1, 2 e 3. E S_n a quantidade de fósforos nas figuras 1, 2, 3, ..., n

DESAFIO: é possível relacionar S_n com a_1 e a_n ? Se conseguir relacionar, mostre como chegou.

Essas duas atividades eram para ser realizadas juntas, no planejamento inicial. Busca-se introduzir aos estudantes, os conceitos sobre Progressão Aritmética (PA). A parte A, buscava contextualizar o estudante com uma história, na qual um fato ocorrido era passado de pessoa para pessoa, seguindo um padrão de tempo. A ideia era que o aluno interpretasse a situação, identificasse que se tratava de uma PA e com isso resolver os exercícios podendo ou não utilizar as fórmulas, que eram mencionadas nos vídeos anexados para eles. No final, identificar que a PA, quando colocamos em um plano cartesiano, pode-se traçar uma reta, com isso escrevendo uma função afim. Já a parte B, tratava-se de uma questão da Unicamp em que o aluno tinha que identificar os padrões de crescimento do número de fósforos conforme o aumento da figura e com isso responder os itens, desde os mais simples, que era para identificar o número de palitos nas figuras 4 e 5, assim como usar fórmula ou continuar usando a lógica para identificar a quantidade de palitos nas figuras 10 e 50. Sendo as partes mais complexas, conseguir generalizar para o termo geral da PA e também para a soma dos termos de uma PA, em que exigiria não apenas o raciocínio lógico do aluno, mas também habilidades em observações de padrões e generalizações de fórmulas matemáticas.

Seguindo Souza e Barbosa (2020), tínhamos como planejamento inicial e o que de fato ocorreu em sala de aula:

Quadro 14 – Planejamento e o que ocorreu na Primeira Atividade, partes A e B

Etapas	Planejamento	O que ocorreu na sala de aula
Videoaula	Seria disponibilizado dia 21/08/20 dois vídeos. Um autoral, fazendo uma introdução sobre o que é uma PA, mostrando que toda PA é uma sequência, mas nem toda sequência é uma PA. Com isso, planejava colocar exemplos e aos poucos mostrando como chegar em termos elevados, ficando inviável fazer um a um e com isso chegar no termo geral da PA, de mesmo modo com a soma dos termos de uma PA. O outro vídeo seria do próprio sistema de ensino, no qual já havia assistido em que o professor explicava uma PA, dava exemplo e com isso generalizava	Já havia sido disponibilizada anteriormente, devido ao planejamento apertado. Não foi proposto outro vídeo pois a participação estava muito baixa e pelos estudantes não terem assistido aos vídeos. Apesar, de segundo Bergmann e Sams (2016), os vídeos devem ser passados como introdução a cada aula e não pode ser aplicado nesse caso pelos motivos citados durante a dissertação.

	as fórmulas do termo geral da PA e da soma dos termos da PA.	
Discussão	<p>ocorreria em 24/08/20, com duração de 50 minutos. A ideia era analisar as anotações dos alunos, com suas dúvidas e observações. Além de possível discussões em como se generaliza uma fórmula a partir de uma quantidade de termos.</p> <p>Provavelmente os alunos comentariam sobre a criatividade do primeiro exercício, dos fatos que passavam de boca a boca e iam aumentando e também sobre o segundo exercício, por ser de uma universidade estadual paulista.</p>	<p>Como os vídeos não foram assistidos, dei aula teórica para eles, explicando o que é uma Progressão Aritmética, mostrando exemplos e como funciona a generalização do termo geral da PA e da soma dos termos da PA.</p> <p>Apesar de ser uma aula expositiva, os poucos alunos presentes estavam prestando atenção, pelo que me parecia, apenas com curiosidade. Assim como durante o ano, a participação era muito limitada a alguns comentários dos mesmos alunos e eram raras as vezes em que abriam o microfone no on-line.</p>
Atividade:	<p>ocorreria dia 25/08/20, com duração de 50 minutos. As duas listas seriam entregues, que pela ideia inicial seriam uma única.</p> <p>Assim como nas outras atividades, eles poderiam se sentar em grupos ou de forma individual. Esperava-se que como já estariam se acostumando com essa forma de estudar, estivessem mais familiarizados e participando de forma mais cooperativa.</p> <p>Lembrando que o papel do professor não é apenas tirar as dúvidas, mas também rodar por toda a sala, observando e debatendo as diferentes ideias e distintas formas de resolução de problemas, podendo incentivar um grupo e tirar dúvida de outro.</p>	<p>As atividades foram entregues no mesmo dia. Nesse momento, o desânimo pelos fatos ocorridos era grande, pois era difícil conseguir uma coleção de dados e ainda mais participação. Assim como nas atividades anteriores, quatro alunos tiveram suas atividades analisadas, pois até aqui haviam realizadas todas elas, enquanto os outros ora participavam, ora não participavam, ora iam na escola apenas pensando em conversar com os colegas.</p>
Correção:	<p>Ocorreria 27/08/20, com duração de 50 minutos. Nesse processo, seria possível estimular os grupos a mostrarem seus pontos de vista, diferentes formas de resolução e raciocínio. Além disso, pode-se ouvi-los de forma individual,</p>	<p>Novamente não ocorreu discussão e correção das atividades com os alunos participantes, novamente devido a baixa presença, baixa participação de forma presencial ou on-line, reforçando a ideia que ao final das atividades não ocorreriam</p>

	<p>sendo todas as opiniões levadas em consideração. Provavelmente a primeira não geraria grandes discussões, porém a segunda geraria diversas resoluções, pois existem alunos que utilizam o raciocínio lógico para resolver problemas, outros que gostam de fórmulas, outros de construir tabelas, entre outros.</p> <p>Possivelmente no momento das generalizações que grande parte das dúvidas surgiriam, pois partiria deles, apesar de terem como base os vídeos e o próprio material didático. Nesse momento seria possível identificar os estudantes que tem maior facilidade e dificuldade com essa forma de exercício.</p>	<p>acréscimos nas notas, pois não ocorreria tempo hábil para tais avaliações, além das notas estarem altas, devido as provas on-line.</p>
--	---	---

Fonte: Autoria própria

Assim como nas outras atividades, a participação foi muito baixa, sendo analisada apenas quatro atividades, dos alunos A,B,C e D que haviam feito todas até aqui. Podemos apoiar essa baixa participação também no que diz Trevisani (2021) argumentando que as metodologias ativas são viáveis para alunos e alunas que estão no presencial, e não durante as aulas simultâneas, como ocorreu no ano de 2020 e ainda vem ocorrendo em 2021.

Aluno A: respondeu a primeira atividade, parte A de forma totalmente correta. Já se tratava de progressão aritmética, porém as fórmulas não era necessárias, já que os valores eram baixos. Também representou como uma reta crescente de forma correta. Em relação a segunda lista, também conseguiu resolver os exercícios, mas teve dificuldades em como se generaliza a fórmula do termo geral da PA e da soma dos termos da PA., apenas utilizando estas. Em relação a soma dos termos poderia ter explicitado melhor em como se chegou nessa relação, também de forma correta. Com isso poderia resolver outros exercícios que utilizem essas fórmulas, fazendo com que tivesse entendido os conceitos, apresentando dificuldade apenas em generalização.

Aluno B: este já conseguiu não apenas resolver os itens da primeira atividade, parte A de forma correta, mas também conseguiu generalizar como se dá esse crescimento linear, percebendo que se tomando um termo e somando uma valor constante, obtém-se o seguinte.

Essa facilidade é vista também na primeira atividade, parte B, em que consegue chegar na fórmula das soma dos termos da PA para esses exercício e de uma fórmula interessante para o termo geral. Para as questões de livros e apostilas envolvendo esse assunto, não teria dificuldade para resolvê-los.

Aluno C: repondeu de forma correta a primeira atividade parte A, utilizando a lógica para responder os itens propostos, além de notar que o crescimento era linear, apesar de não saber como se representa uma função com essa característica. Em relação a primeira atividade, parte B, conseguiu mostrar em como se chega na fórmula do termo geral da PA e com isso respondeu os itens solicitados sem dificuldade alguma. Destaca-se apenas não ter conseguido generalizar a soma dos termos de uma PA. Também conseguiria resolver outros exercícios envolvendo PA sem dificuldades.

Aluno D: resolver de forma quase totalmente correta os itens solicitados na primeira atividade, parte A. Percebeu a forma de crescimento dos termos dessa PA e resolver sem utilizar fórmula do termo geral da PA. A única falha foi ter justificado que não teria b porque o gráfico não encosta em y . Em relação a primeira atividade, parte B, resolveu os itens de forma correta, utilizando a fórmula do termo geral apenas para a demonstração, chegando no resultado utilizando observações nos casos anteriores. Percebeu que o crescimento era constante e poderia utilizar a razão para calcular termos elevados, fazendo isso como solicitado.

Essas duas atividades tem papel fundamental no embasamento teórico do que é uma progressão aritmética, como se chega na fórmula do termo geral e da soma dos n termos de uma PA. Importante papel de ligação para as atividades que envolvam PG, já que tem grau de dificuldade menor e mais fácil entendimento. A parte B foi muito bem encaixada, podendo ser melhorada a parte A, pois poderia ter sido utilizado um exercício mais tradicional para os alunos entenderem o conteúdo e depois disso contextualizar mais vezes.

4.1.4 Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), partes A, B e C

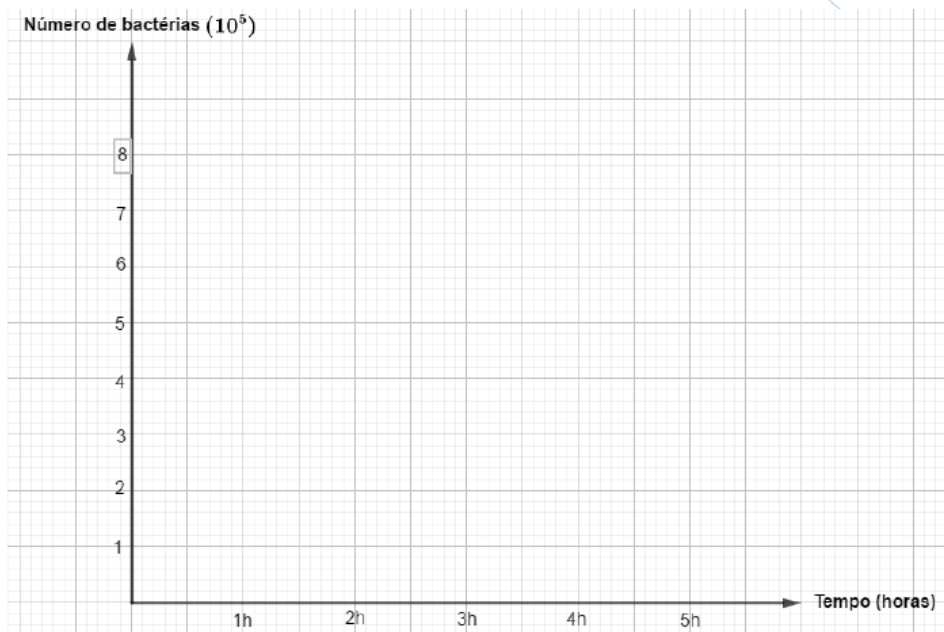
Podemos encontrar essas atividades nos anexos 11, 12 e 13.

Anexo 11: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte A

1. (Enem PPL 2014 - adaptado) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial ($t = 0h$) de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final da décima hora ($t = 10h$).

Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada hora.

- Determine o número de bactérias para $t = 1h$, $t = 2h$, $t = 3h$ e $t = 4h$. Expresse detalhadamente seu raciocínio.
- Para $t = 10h$, qual o total de bactérias? Justifique.
- Ao colocarmos o número de bactérias no eixo y e o tempo, em horas, no eixo x , faça um esboço do gráfico.



- Retomando conceitos sobre crescimento linear e exponencial, qual o crescimento representado no gráfico acima? Justifique.

Fonte: Autoria própria

Anexo 12: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte B

1) A sequência (5;10;20;40;80;160;...) é denominada Progressão Geométrica (PG).

Vamos fazer as seguintes considerações:

$a_1 = 5; a_2 = 10; a_3 = 20; a_4 = 40$ e assim sucessivamente. Denominamos q , como razão dessa PG, sendo nesse caso $q = 2$, pois $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = q = 2$. Considere a_n

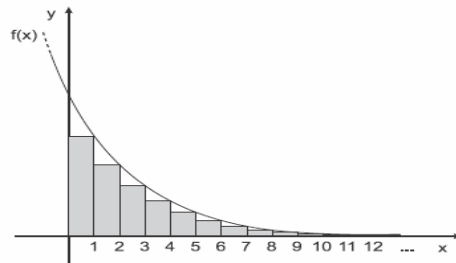
o termo geral dessa PG, sendo n o número de termos.

- É possível escrever a_n em função de a_1, q e n ? Se sim, tente escrever a fórmula do termo geral dessa sequência.
- Usando a relação encontrada em "a", qual o valor do 10º termo? Justifique
- Vamos considerar S_n como a Soma dos n termos de uma PG, por exemplo: $S_1 = a_1; S_2 = a_1 + a_2; S_3 = a_1 + a_2 + a_3; S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$. Podemos obter a seguinte relação: $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$. Verifique essa fórmula para S_1, S_2, S_3 e S_4

Fonte: Autoria própria

Anexo 13: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte C

1) (Espm 2017- adaptado) A figura abaixo representa parte do gráfico da função $f(x) = \frac{16}{2^x}$, fora de escala.



- Determine os valores de $f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ e $f(6)$
- Usando as notações: $f(1) = a_1, f(2) = a_2, f(3) = a_3$ e $f(x) = a_n$. Obedecendo essa ordem, os valores aumentam ou diminuem? Podemos classificá-los como PA ou PG? Qual o valor da razão? Justifique.
- Após a realização do item b, vemos que os valores vão diminuindo cada vez mais, chegando a um ponto tal que ao somarmos todos os termos, o valor incluído é muito pequeno. Usando a fórmula das soma dos n termos de uma PG e considerando uma quantidade enorme de termos (tendendo ao infinito), qual o valor para a Soma desses n termos? É possível chegar em uma fórmula para a Soma dos n termos de uma PG, com n tendendo ao infinito? Dica: $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Fonte: Autoria própria

Essas três atividades eram para ser realizadas na mesma semana, segundo o planejamento prévio. As ideias das listas eram trabalhar sobre Progressão Geométrica (PG). A atividade parte A, baseava-se em PG, podendo ser resolvido sem utilização de fórmulas, já que era trabalhado conceitos simples, de crescimento de bactérias em uma cultura em relação ao tempo. Esperava-se que o aluno soubesse que dobrar a quantidade inicial seria igual a multiplicar por 2 e com isso resolver os itens a e b. Identificando o crescimento acelerado, era esperado que identificasse que o crescimento não era linear e sim exponencial, como trabalhado meses anteriores, podendo assim responder os itens c e d. Assim como nessa atividade, os vídeos disponibilizados de minha autoria e do sistema de ensino seriam úteis para suas resoluções, caso o aluno tivesse o interesse de aplicar a fórmula do termo geral ou mesmo a soma dos termos de uma PG. A parte B já era uma lista mais tradicional, em que era apresentada uma PG crescente em que privilegiaria o aluno que tivesse maior facilidade para identificar ou mesmo chegar nas fórmulas, pois era necessário observar o modo que essa sequência aumentava e com isso escrever a fórmula do termo geral e achar o décimo termo a partir dela. A demonstração da fórmula do termo geral e da soma dos termos finitos da PG estavam demonstradas na apostila do aluno e nos dois vídeos disponibilizados, sendo que se esperava que o aluno não apenas aplicasse e sim chegasse nessa fórmula. A atividade C também era uma questão tradicional, do vestibular da ESPM, em que era tratada uma PG infinita e decrescente. Esperava-se que o estudante faria essa observação pelo gráfico decrescente e substituindo os valores, chegando em uma razão maior que zero e menor que um. O desafio dessa lista seria o item c em que a partir da soma dos termos de uma PG finita, o aluno teria que perceber que quando a razão é maior que zero e menor que um, com o expoente tendendo ao infinito, a soma dos valores tenderia a um número. Assim como na atividade anterior, esperava-se que o aluno chegasse na fórmula e não apenas copiasse como estava na apostila ou passada nos vídeos.

Segundo Souza e Barbosa (2020), tínhamos como planejamento inicial e o que de fato ocorreu em sala de aula:

Quadro 15 – Planejamento e o que ocorreu na Segunda Atividade, partes A, B e C

Etapas	Planejamento	O que ocorreu na sala de aula
Vídeoaula	Seria disponibilizado dia 28/08/20 dois vídeos. Um autoral, com uma introdução sobre o que é uma PG, dando exemplos, comentando sobre o crescimento inicial exponencial do número de	Assim como ocorreu na atividade anterior, os vídeos já haviam sido disponibilizados, devido novamente ao calendário apertado, como mencionado anteriormente.

	<p>infectados pelo novo coronavírus. Após isso, construir a fórmula do termo geral da PG, chegando na soma dos termos de uma PG finita. Comentaria também diferenças entre uma razão maior que zero e menor que 1 e outra maior que 1, com isso chegando na soma dos infinitos termos de uma PG. O outro vídeo seria do mesmo professor dos vídeos anteriores do próprio sistema de ensino da escola, contendo de forma tradicional, exemplos de PG, chegando na fórmula do termo geral, soma dos termos de uma PG finita e soma dos termos de uma PG infinita decrescente. Com esses vídeos e o auxílio da apostila, os alunos poderiam resolver as três atividades, que por ideia inicial também seria uma única.</p>	
Discussão	<p>ocorreria em 31/08/20, com duração de 50 minutos. Provavelmente essas listas teriam mais discussões e mais anotações por parte dos alunos. Quando envolve-se a determinação do termo geral da PG, esperava-se que não teriam dificuldade a entender, porém como o crescimento não é linear e sim exponencial, possivelmente trariam anotações em como chegar na soma dos termos de uma PG finita e na fórmula da soma dos termos de uma PG infinita decrescente. Essas discussões poderiam envolver o conceito de infinito, podendo trazer boas conversas entre os alunos presentes.</p>	<p>Novamente os vídeos não foram assistidos, até porque apenas dois alunos resolveram essas três atividades, mandando fotos de suas resoluções.</p>
Atividade:	<p>ocorreria dia 01/09/20, com duração de 50 minutos. Assim como nas atividades anteriores,</p>	<p>As atividades foram disponibilizadas de forma on-line na plataforma do colégio, já que</p>

	<p>esperava-se que partes dos alunos sentassem em grupos e alguns de forma individual. A quantidade de exercícios seria maior, três no caso e com um pequeno acréscimo de dificuldade, já que já estariam mais acostumados a trabalharem desse modo.</p> <p>Esperava-se que a primeira lista não gerasse dificuldades, sendo que os pontos de dificuldades estariam nas partes B e C, já que teriam que generalizar a fórmula do termo geral da PG, soma dos termos de uma PG e finita e soma dos termos de uma PG infinita em que muitos poderiam até verificar que as fórmulas funcionavam, baseando-se nos vídeos ou na apostila, porém teriam dificuldade em chegar nelas a partir das atividades propostas.</p>	<p>não haviam alunos presentes em sala de aula, pois já estavam de férias e não haviam alunos de recuperação. As respostas de apenas dois alunos, que haviam feito todas atividades foram consideradas e foram enviadas pela plataforma.</p>
Correção:	<p>Ocorreria 03/09/20, com duração de 50 minutos. Provavelmente seria a lista com maior quantidade de modos de resolução das atividades, sendo que o aluno poderia apenas utilizar as fórmulas da apostila para resolver os problemas ou de fato construir essas fórmulas e depois aplicá-las. Seria interessante observar os distintos modos de como se chegar nas fórmulas solicitadas, já que os alunos do 1º do ensino médio, de forma geral, não estão acostumados com generalizações. Assim como nas atividades anteriores, todas as opiniões e formas de resolução seriam levadas em conta, podendo ultrapassar o tempo programado de uma aula de 50 minutos. Além de eles perceberem a diferença entre um crescimento linear, observado em uma PA com o</p>	<p>Assim como anteriormente, as correções não ocorreram, até porque não havia mais alunos presentes nas aulas.</p>

	crescimento exponencial, como observado em uma PG.	
--	--	--

Fonte: autoria própria

Apesar do cronograma não ter sido seguido devido a pandemia do novo coronavírus, aulas simultâneas, bolhas de alunos presentes e devido a autorização do CEP ter levado tempo, a tentativa de se aplicar a sala de aula invertida é válida. Ocorreu análise mais quantitativa que qualitativa de quatro estudantes para as quatro primeiras listas e de dois estudantes para as três últimas.

Estudante A: respondeu a segunda atividade, parte A, de forma correta todos os itens. Percebeu não apenas que o crescimento era exponencial, mas também como era esse crescimento, com isso pôde responder todos os itens e montar o gráfico corretamente. Não utilizou a fórmula do termo geral para responder o item b, porém como observou o padrão de crescimento, fez de forma correta. Em relação a parte B, a única parte que ficou devendo era a generalização da fórmula do termo geral, pois colocou de forma direta. Poderia ter utilizado a atividade anterior para chegar na conclusão. Verificou corretamente em como se utiliza a fórmula da soma dos termos de uma PG finita. Apresentou um pouco mais de dificuldade na parte C, pois substituiu de forma correta para cada ponto, porém poderia ter melhorado a justificativa do motivo dessa função ser decrescente. Também não conseguiu concluir em como se chega na soma dos infinitos termos de uma PG decrescente.

Estudante B: também respondeu de forma correta, não utilizou de forma direta a fórmula do termo geral da PG, mas sim deduziu o crescimento e como se comportava a função em questão, acertando todos os itens. Em relação a atividade B, escrevendo caso a caso, conseguiu determinar o padrão de crescimento dessa PG e com isso conseguiu generalizar a fórmula do termo geral. Também de forma correta, verificou como funciona a fórmula da soma dos termos de uma PG. Respondeu de forma correta os itens a e b, da parte C, substituindo de forma correta os itens solicitados, justificando corretamente porque se tratava de uma função decrescente. Em relação a soma dos infinitos termos de uma PG fez uma comparação com a fórmula da soma dos termos de uma PG finita e utilizando o conceito de infinito, justificou corretamente a fórmula.

Essas três listas são de suma importância para o entendimento em como se identifica uma PG, como se resolve os exercícios de forma direta, sem fórmulas, com apenas

interpretação, mas também indica a importância de saber as generalizações, principalmente quando falamos de termos elevados. Além da fórmula do termo geral da PG, podemos chegar na fórmula da soma dos finitos e infinitos termos de uma PG. Para se melhorar ainda mais essa atividade, poderia ter ocorrido as discussões, porque é possível relacionar com conteúdos mais atuais, como pe o caso da pandemia do novo coronavírus.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização das metodologias ativas vêm sendo cada vez mais disseminadas, principalmente com o novo Ensino Médio, porém cuidados são necessários para implementação, pois é necessário diálogos entre equipe diretiva, professores, alunos e responsáveis. Esse processo não ocorre de forma instantânea, muito menos sendo aplicada por todos os professores e em todas as aulas. Essas mudanças vão gerar estranhamentos inicialmente, mesmo que de forma gradativa, pois segundo MATOS (2018, págs. 112 e 113).

A resistência em relação a mudança é evidente, percebemos em sala que os alunos sentem inicialmente um desconforto no processo de transição do modelo passivo para o ativo de aprendizagem, mas é algo necessário ao amadurecimento da nova geração que será cada vez mais exigida em termos de aprendizagem e adaptação a novos conhecimentos.

Apoiando-se no trecho acima, podemos destacar como amadurecimento dos jovens com a utilização consciente dessas tecnologias, principalmente os celulares, dentro e fora do ambiente escolar. A utilização destas tecnologias nesse modelo é importante, contudo conversas desnecessárias por aplicativos, jogos, mídias sociais podem atrapalhar nesse aprendizado. O estudante pode abrir um material em seu celular, porém ficará desfocado se mensagens, imagens e notificações de jogos farão ele desfocar durante a produção da atividade.

Podemos ressaltar que segundo Trevisani (2021), o simples uso do computador não pode ser considerado ensino híbrido e sim aula simultânea. Quando mencionamos ensino híbrido tratamos da utilização de tecnologias disponíveis aos professores e alunos, dentro e fora do ambiente escolar, de forma on-line ou off-line, fortalecido com um ensino 100% presencial, onde os estudantes podem interagir com seus colegas de sala, grupo e também professores.

Trevisani (2021) também destaca que a implantação dessas metodologias ativas necessita diálogos, encontros, reuniões e não apenas imposição de forma vertical. Cursos de capacitação são importantes, porém outro fator deve ser discutido de forma mais ampla: como pagar o professor para essas atividades, já que uma hora-aula em sala demanda mais tempo, mais materiais para preparação que uma aula tradicional. Reuniões serão necessárias entre equipe diretiva, professores e sindicatos, pois acarreta em aumento da carga de trabalho. Será que as escolas estarão dispostas a pagar por essas horas a mais?

É de suma importância destacar a importância do contexto em que essas metodologias serão aplicadas. O público alvo, o contexto em que a escola está inserida, quais benefícios

podem trazer não só para os estudantes e a escola, mas também o em torno dela. Aproximar a comunidade do ambiente escolar é destaque para desenvolvimento mútuo. Respeitar opiniões, formas de pensar, pluralidades são fatores que farão com que essas metodologias tenham maior sucesso, formando futuros cidadãos que tenham senso crítico, sabendo respeitar opiniões, com conhecimentos de sua região, Brasil e também mundo.

Nessa pesquisa, buscamos fazer um planejamento inicial, tendo datas para os pontos a serem debatidos, porém não ocorreu de fato, necessitando um novo planejamento e adaptações das atividades. Com isso não conseguimos efetuar todas as etapas planejadas para se aplicar a sala de aula invertida, seguindo Souza e Barbosa (2020), pois apesar de as videoaulas estarem disponíveis, elas não foram usadas pelos estudantes, com isso impedindo a discussão sobre as dúvidas ou curiosidades apresentadas. O que de fato foi aplicado, foram as atividades, porém não foi possível fazer as correções com os estudantes, dada a falta de tempo. Os resultados das atividades são positivas, porém como parte do planejamento não foi seguido, não concluímos concluir de fato se a sala de aula invertida contribuiu para a aprendizagem dos alunos, sendo necessário planejamento antecipado, aulas totalmente presenciais e cooperação entre alunos, professores, gestores e responsáveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACICH, Lilian ; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**. Porto Alegre, RS: PENSO,2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 21 ago. 2021.

BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. **Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Rio de Janeiro, RJ: LTC,2016. Edição do Kindle.

BRANCO, Maria Luísa Frazão Rodrigues. **A educação progressiva na atualidade: o legado de John Dewey**. Educação e pesquisa, São Paulo, v. 40, n.3, p. 783-798, jul/set 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022014000300013&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 21 ago. 2021.

CARVALHO, Marta Maria Chagas de. A Escola Nova no Brasil: uma perspectiva de estudo. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 21, n. 7, p. 90-97, set./dez. 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/8382>. Acesso em: 21 ago. 2021.

CONCEIÇÃO, Joecléa Silva. *et al.* **A importância do planejamento no contexto escolar**. Aracaju: Faculdade São Luís de França. 2016. Disponível em: <https://portal.fslf.edu.br/wp-content/uploads/2016/12/A-IMPORTANCIA-DO-PLANEJAMENTO.pdf> . Acesso em: 21 ago. 2021.

CRESWELL, John Ward. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

DICIO. **Dicionário online**. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/empatia/>. Acesso em: 21 ago. 2021.

EDISCIPLINAS USP (2020). **Apoio às disciplinas da USP**. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=70118> . Acesso em: 21 ago. 2021.

FERRAZ, Silmara. **Eletivas referentes ao Ensino Médio do Colégio Ser**. Whatsapp. 18 de Março de 2020 às 10h37min.

LUSTOSA JUNIOR, José Voste. Ao povo e ao governo: o ideário educacional do manifesto dos pioneiros da escola nova no Brasil. **Anais... V Fórum Internacional de Pedagogia**. Campina Grande: Realize Editora, 2013. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/3728>. Acesso em: 21 ago. 2021.

LIMA, Elon Lages. *et al.* **A Matemática do Ensino Médio, volume 2**. Rio de Janeiro, RJ: SBM,2006.

MATOS, Vinícius Costa. **Sala de aula invertida: uma proposta de ensino e aprendizagem em matemática**. 2018. 145 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade de Brasília, Brasília, 2018.. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/34987>. Acesso em 22 de Agosto de 2021.

MESQUITA, Afonso Mancuso de. **Os conceitos de atividade e necessidade para a Escola Nova e suas implicações para a formação de professores**. In: MARTINS, LM., and DUARTE, N., orgs. Formação de professores: limites contemporâneos e alternativas necessárias [online]. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. 191 p. ISBN 978-85-7983-103-4. . Disponível em: <http://books.scielo.org/id/ysnm8/pdf/martins-9788579831034-05.pdf>. Acesso em 04 de Maio de 2020

PETRAGLIA, Izabel; DIAS, Elaine. **Claparède: Funcionalista da Escola Nova**. In: HAMELINE, Daniel, Édouard Claparède. ISBN 978-85-7019-561-6 2010 Coleção Educadores MEC | Fundação Joaquim Nabuco/Editora Massangana.

MIRANDA, João Marcos Sousa; BORGES, Rodolfo Pereira. **Poliedro: ensino médio, matemática, v.2A**. São José dos Campos: Editora Poliedro, 2020.

PONTE, João Pedro da. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, n.25,p. 105-132, 2006.

PROTETTI, Fernando Henrique. (2010). **Afinal, existe algum aspecto positivo no modelo da Escola Tradicional?**. Revista Espaço Acadêmico, 9(106), 75-83. Recuperado de <http://www.periodicos.uem.br/ojs/index.php/EspacoAcademico/article/view/8885>. Acesso em 05 de Maio de 2020.

SCHMITZ, Elieser Xisto da Silva. **Sala de Aula Invertida: uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem**. 2019. Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Educacionais em Rede-CE/UFSM. Disponível em: http://proreitorias.uepb.edu.br/prograd/download/oficinas_2019/Oficina-1-Sala-de-Aula-Invertida.pdf. Acesso em 25 de Maio de 2020

SISTEMA DE ENSINO POLIEDRO. **Boxes contidos na coleção Lumen 2020**. Disponível em <https://livrodigital.p4ed.com/viewer/13168>. Acesso em 21/04/2020

SISTEMA DE ENSINO POLIEDRO. **Histórico** Disponível em <https://portal.p4ed.com/SEP/Professor/Home/Index/Institucional/Hist%C3%B3rico.html>. Acesso em 20/03/2020.

SISTEMA DE ENSINO POLIEDRO. **Planejamento coleção Lumen 2020**. Disponível em <https://portal.p4ed.com/Arquivos/Download/PaginaConteudo/professor/editorial/ensino%20m%C3%A9dio/Planejamento/Planejamento/Planejamento%20Lumen%20-%202020.pdf>. Acesso em 21/04/2020.

TREVISANI, Fernando. Não tem como implementar ensino híbrido em aula remota. Paula Salas. Nova Escola, 25 de Fevereiro de 2021. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/20152/nao-tem-como-implementar-ensino-hibrido-em-aula-remota>. Acesso em: 22 de Agosto de 2021

SOUZA, Josie Pacheco de Vasconcellos; BARBOSA, Nelson Machado. **Uma Experimentação com metodologia ativa: sala de aula invertida como modelo para o**

ensino de probabilidade. 2020. Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Florianópolis, v. 15, p. 01-23, jan./dez., 2020. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e76290>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/76290>. Acesso em 03 de Outubro de 2021

VIDAL, Diana Gonçalves. **80 anos do Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova: questões para debate.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 39, n. 3, p. 577-588, jul./set. 2013. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022013000300002 . Acesso em: 04 de Maio de 2020

WESTBROOK, Robert B. **John Dewey.** In: WESTBROOK, Robert B, e TEIXEIRA, Anísio., John Dewey. São Paulo: ISBN 978-85-7019-558-6, 2010 Coleção Educadores MEC | Fundação Joaquim Nabuco/Editora Massangana.

XAVIER, Libânia Nacif. **O Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova como divisor de águas na história da educação brasileira.** FE/PROEDES - UFRJ. In: COLÓQUIO NACIONAL 70 ANOS DO MANIFESTO DOS PIONEIROS: um legado educacional em debate, 2002, Belo Horizonte e Pedro Leopoldo. Anais... Belo Horizonte e Pedro Leopoldo, ago. 2002, Disponível em: http://www.convenio1931.ence.ibge.gov.br/web/ence/Libania_Manifesto.pdf. Acesso em: 04 de Maio de 2020.

ZENHA, Luciana. **Redes sociais online: o que são as redes sociais e como se organizam?** Caderno de Educação, ano 20 - n. 49, v.1, 2017/2018 - p. 19 a 42.

ANEXOS

Anexo 1: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).....	123
Anexo 2: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido/Responsáveis (TCLE).....	124
Anexo 3: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido/Colaboradores (TCLE).....	126
Anexo 4: Folha de rosto para pesquisa envolvendo seres humanos.....	128
Anexo 5: Autorização do colégio.....	129
Anexo 6: Parecer Consubstanciado do CEP.....	130
Anexo 7: Atividade introdutória, parte A.....	134
Anexo 8: Atividade introdutória, parte B.....	136
Anexo 9: Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), parte A.....	138
Anexo 10: Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), parte B.....	141
Anexo 11: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte A.....	144
Anexo 12: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte B.....	146
Anexo 13: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte C.....	148

Anexo 1: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
– PPGECE

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

(Resolução 466/2012 do CNS)

Eu, Gustavo Bueno Silva, estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, convido a participar da pesquisa “Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio” orientado pelo Prof. Dr. Paulo César Oliveira.

Você foi selecionado (a) por ser aluno (a) do 1º ano do Ensino Médio do Colégio Ser, instituição de ensino privada, localizada na cidade de Sorocaba – SP, sendo participante ao público em que esta pesquisa está voltada. Entre outras atividades, na presença do professor e pesquisador Gustavo Bueno Silva e a partir do consentimento de seu (s) responsável (eis), você participará das atividades:

- a) Como lição de casa, assistirão vídeos de fontes confiáveis selecionados pelo orientador para o estudo de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, fazendo anotações conforme orientação em sala de aula;
- b) Na sala de aula, realizarão listas de exercícios de forma individual ou coletiva baseadas nos vídeos propostos. Os estudantes serão estimulados a participarem e discutirem diferentes modos de resolução de um mesmo exercício.

A participação é voluntária e não haverá qualquer tipo de remuneração ou qualquer tipo de indenização pela sua participação. A qualquer momento poderá deixar de participar sem nenhum prejuízo.

Eu, _____, aceito participar da pesquisa “Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio”. Entendi dizer “sim” e participar, após a leitura na íntegra deste documento, mas a qualquer momento posso dizer “não” e desistir da pesquisa sem ônus para qualquer parte. O pesquisador-professor Gustavo Bueno Silva tirou minhas dúvidas e meu responsável autorizou minha participação. Desse modo, concordo em participar da pesquisa.

Assinatura do Aluno (a)

I

Local e data: _____

Anexo 2: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido/Responsáveis (TCLE)**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/RESPONSÁVEIS**

O(A) aluno (a) _____, sob sua responsabilidade, está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa “Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio”, que será aplicado para o 1º ano do Ensino Médio.

O propósito da pesquisa, em nível de dissertação de Mestrado, é analisar a Sala de Aula Invertida como estratégia didático-pedagógico visando potencializar o ensino de Matemática, no sentido de promover a autonomia dos alunos em seus estudos e, se for o caso, gerar meios para o enfrentamento das dificuldades de aprendizagem via grupos de discussão.

O aluno terá acompanhamento docente durante as aulas presenciais, no papel de orientador e mediador dos conteúdos matemáticos em estudo. Conteúdos visuais no formato de vídeos, serão utilizados como recurso auxiliar na realização de tarefas extra-classe.

O professor-pesquisador utilizará produções escritas dos(as) alunos(as) em tarefas solicitadas nas aulas de matemáticas, bem como possíveis diálogos transcritos de entrevistas, como material de análise, de acordo com os propósitos da pesquisa. No entanto, será preservada imagem e nome dos alunos no relatório de pesquisa, conforme a ética na pesquisa educacional.

A identidade do(a) aluno(a) com padrões profissionais de sigilo, atende a legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), o que permite utilizar a coleta e análise dos dados, somente para os fins acadêmicos e científicos.

Para participar desta pesquisa, aluno (a) e responsável não receberão qualquer valor monetário. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o professor-pesquisador ou com a instituição escolar. Você como responsável pelo aluno (a) poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação dele a qualquer momento. A participação do aluno(a) deve ser voluntária e os resultados da pesquisa estarão à sua disposição, quando finalizada a pesquisa.

Este termo de consentimento encontra-se em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo professor-pesquisador e a outra será fornecida ao responsável pelo aluno(a). Os dados coletados na pesquisa ficarão arquivados com o professor-pesquisador por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos.

Declaro que concordo em deixá-lo(a) participar da pesquisa e que me foi dado(a) a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas com o pesquisador Prof. Gustavo Bueno Silva e/ou orientador Prof. Dr. Paulo César Oliveira, docente credenciado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar, campus de Sorocaba.

Prof. Gustavo Bueno Silva
(15) 9.9663.0263 – Sorocaba – S.P.

Prof. Dr. Paulo César Oliveira
(19) 9.8169.1182, paulodfcm@gmail.com
<http://lattes.cnpq.br/7516513469811353>

Sorocaba, ____ de _____ de 20____.

Assinatura do (a) Responsável

Nome do(a) responsável: _____

Anexo 3: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido/Colaboradores (TCLE)**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/COLABORADORES**

Eu, _____, colaborador (a) do Colégio Ser, estou sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa “Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio”, que será aplicado para o 1º ano do Ensino Médio.

O propósito da pesquisa, em nível de dissertação de Mestrado, é analisar a Sala de Aula Invertida como estratégia didático-pedagógico visando potencializar o ensino de Matemática, no sentido de promover a autonomia dos alunos em seus estudos e, se for o caso, gerar meios para o enfrentamento das dificuldades de aprendizagem via grupos de discussão.

Os alunos terão acompanhamento docente durante as aulas presenciais, no papel de orientador e mediador dos conteúdos matemáticos em estudo. Conteúdos visuais no formato de vídeos, serão utilizados como recurso auxiliar na realização de tarefas extra-classe.

O professor-pesquisador utilizará produções escritas dos(as) alunos(as) em tarefas solicitadas nas aulas de matemática, bem como possíveis diálogos transcritos de entrevistas, como material de análise, de acordo com os propósitos da pesquisa. No entanto, será preservada imagem e nome dos alunos e colaboradores no relatório de pesquisa, conforme a ética na pesquisa educacional.

Sua identidade, com padrões profissionais de sigilo, atende a legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), o que permite sua participação, somente para os fins acadêmicos e científicos.

Em conformidade com o artigo 17º , inciso 2, da Resolução CNS nº 510/2016, o (a) colaborador(a) ao assinar este termo junto ao pesquisador e seu orientador, terá posse de uma via do mesmo.

Os dados coletados na pesquisa ficarão arquivados com o professor-pesquisador por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos. Pela participação desta pesquisa, o(a) colaborador(a) não receberá qualquer valor monetário. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com a instituição escolar. Sua participação deve ser voluntária e os resultados da pesquisa estarão à sua disposição para ratificação e/ou retificação na forma de expor o conteúdo da escrita.

A concordância com o teor da escrita por parte do(a) colaborador(a), no que diz respeito à apresentação da análise dos dados e resultados oriundos do material empírico, é imprescindível para a redação do texto da Dissertação de Mestrado, submetida posteriormente ao processo de defesa pública.

Declaro que concordo em participar da pesquisa e que me foi dado(a) a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas com o pesquisador Prof. Gustavo Bueno Silva e/ou orientador Prof. Dr. Paulo César Oliveira, docente credenciado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar, campus de Sorocaba.

Prof. Gustavo Bueno Silva
(15) 9.9663.0263 – Sorocaba – S.P.

Prof. Dr. Paulo César Oliveira
(19) 9.8169.1182, paulodfqm@gmail.com
<http://lattes.cnpq.br/7516513469811353>

Sorocaba, ____ de _____ de 20____.

Assinatura do (a) colaborador (a)

Nome do(a) colaborador (a): _____

O pesquisador me informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFSCar que funciona na Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa da Universidade Federal de São Carlos, localizada na Rodovia Washington Luiz, Km. 235 - Caixa Postal 676 - CEP 13.565-905 - São Carlos - SP – Brasil. Fone (16) 3351-8110.

Anexo 4: Folha de rosto para pesquisa envolvendo seres humanos

 MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa - CONEP FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS			
1. Projeto de Pesquisa: Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de seqüências no Ensino Médio			
2. Número de Participantes da Pesquisa: 35			
3. Área Temática:			
4. Área do Conhecimento: Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra, Grande Área 7. Ciências Humanas			
PESQUISADOR RESPONSÁVEL			
5. Nome: GUSTAVO BUENO SILVA			
6. CPF: 361.481.118-29		7. Endereço (Rua, n.º): ARLINDO DE OLIVEIRA VILA JARDINI apto 22 bl b2 SOROCABA SAO PAULO 18044240	
8. Nacionalidade: BRASILEIRO		9. Telefone: 15996630263	10. Outro Telefone:
		11. Email: gutobsilva@gmail.com	
<p>Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.</p>			
Data: <u>10, 06, 2020</u>		 Assinatura	
INSTITUIÇÃO PROPONENTE			
12. Nome: Universidade Federal de São Carlos/UFSCar		13. CNPJ: 45.358.058/0001-40	14. Unidade/Órgão:
15. Telefone: (16) 3351-8028		16. Outro Telefone:	
<p>Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.</p>			
Responsável: <u>Email Romá Nova de Melo</u>		CPF: <u>109.084.568-59</u>	
Cargo/Função: <u>Direção de Campus</u>		 Assinatura	
Data: <u>12, 06, 2020</u>			
PATROCINADOR PRINCIPAL			
Não se aplica.			

Anexo 5: Autorização do colégio**CARTA DE AUTORIZAÇÃO**

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar),

Prezado Comitê de Ética em Pesquisa da UFSCar, na função de representante legal do **SISTEMA EDUCACIONAL REGIONAL LTDA, CNPJ: 28.772.287/0001-97 - COLÉGIO SER** informo que o projeto de pesquisa intitulado: **“Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio”** apresentado pelo pesquisador e professor da instituição, Gustavo Bueno Silva e que tem como objetivo principal **interpretar a aplicabilidade da Metodologia Ativa como forma alternativa para o processo ensino-aprendizagem de sequências, mais especificamente, o estudo de progressão Aritmética e Geométrica, analisando potencialidades e pontos de melhoria no emprego da sala de aula invertida como uma estratégia didático-pedagógica da Metodologia Ativa**, foi analisado e autorizada sua realização apenas após a apresentação do parecer favorável emitido pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFSCar. Solicito a apresentação do Parecer de Aprovação do CEP-UFSCar antes de iniciar a coleta de dados nesta Instituição.

“Declaro conhecer a Resolução CNS 466/12. Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.”

Sorocaba, 14 de agosto de 2020.


Vilma Mayumi Saytow
Vilma Mayumi Saytow
Vice-Diretora - RG 14.936.107-5
MEC - 181.700

Sistema Educacional Regional LTDA, localizado na rua Mário Campestrini,
100. Parque Campolim, Sorocaba – SP. Telefone: (15) 2101-0101.
Vilma Mayumi Saytow: <vsaytow@colegioser.com.br>

Anexo 6: Parecer Consubstanciado do CEP



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Metodologia ativa: o ensino-aprendizagem de sequências no Ensino Médio

Pesquisador: GUSTAVO BUENO SILVA

Área Temática:

Versão: 5

CAAE: 34480620.3.0000.5504

Instituição Proponente: Universidade Federal de São Carlos/UFSCar

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.384.896

Apresentação do Projeto:

Desenho:

A aplicação pesquisa ocorrerá em um colégio particular na cidade de Sorocaba-SP com alunos da 1ª série do EM. As referências bibliográficas envolvem livros, artigos e dissertações que envolvam Metodologia ativa, tendo como estratégia didático-pedagógica a Sala de Aula Invertida. Essas pesquisas serão em dois tópicos: Progressão Aritmética, Progressão Geométrica. As coletas de dados se darão por meio de listas de exercícios,

anotações no caderno e entrevistas com os alunos e alunas participantes. Os nomes não serão mencionados, sendo usadas letras A, B, C, etc para representá-los. Todo conteúdo produzido por eles serão utilizados para avaliações escolares e também como material da dissertação de mestrado em questão.

Introdução

A escola em que ocorrerá a pesquisa começou a estudar metodologia ativa no ano de 2018. A partir de então há constante busca no aprimoramento dessa estratégia didático-pedagógica (Sala de aula Invertida) para implementação inicialmente no Ensino Médio

Hipótese:

A mudança de estratégia didático-pedagógica no estudo de conteúdos escolares produz

Endereço: WASHINGTON LUIZ KM 235
Bairro: JARDIM GUANABARA **CEP:** 13.565-905
UF: SP **Município:** SAO CARLOS
Telefone: (16)3351-9685 **E-mail:** cephumanos@ufscar.br



Continuação do Parecer: 4.384.896

mudanças na aprendizagem dos alunos.

Metodologia Proposta:

Pesquisa qualitativa na modalidade de estudo de caso.

Metodologia de Análise de Dados:

Com base nos registros escritos das atividades e entrevistas com alunos, será utilizado a Análise de Conteúdo como metodologia para sistematização dos resultados da pesquisa.

Desfecho Primário:

Apresentar pontos fortes e de melhoria no emprego da sala de aula invertida, com base na aprendizagem dos alunos e na hipótese de pesquisa.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Analisar potencialidades e pontos de melhoria no emprego da sala de aula invertida como uma estratégia didático-pedagógica da Metodologia Ativa.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Em nenhum momento, o pesquisador deverá desprezar, em busca da simplificação, o rigor científico necessário para sua validação. Devido a pandemia de COVID-19, respeitando a Resolução CNS nº 510/2016, cap. IV, para a segurança dos envolvidos na pesquisa, a aplicação ocorrerá em ambiente virtual, sendo utilizada a plataforma ZOOM para as aulas remotas e o Ambiente Virtual de Aprendizado, denominado AVA, localizado no site: <https://poliedro-ava.azurewebsites.net/Account/Login?ReturnUrl=%2F>, pois todos tem acesso já que as ferramentas são adotadas pelo colégio.

Para os que não tem acesso a internet, as atividades também serão disponibilizadas com tempo hábil para realização no AVA. A não realização não prejudicará as notas dos alunos. A saúde será priorizada e o encontro físico não será estimulado, sendo recomendação da Organização Mundial da Saúde (OMS). Os horários dos encontros seguirão a grade oficial das aulas, não causando aumento da carga horária dos estudantes.

Benefícios:

Endereço: WASHINGTON LUIZ KM 235	
Bairro: JARDIM GUANABARA	CEP: 13.565-905
UF: SP	Município: SAO CARLOS
Telefone: (16)3351-9685	E-mail: cephumanos@ufscar.br



Continuação do Parecer: 4.384.896

A partir das posições apresentadas quanto à origem e significado do estudo de caso, destacou-se sua característica de estudar uma unidade, bem delimitada e contextualizada, com a preocupação de não analisar apenas o caso em si, como algo à parte, mas o que ele representa dentro do todo e a partir daí.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Vide campo conclusões.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Vide campo conclusões.

Recomendações:

Vide campo conclusões.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

As adequações solicitadas no parecer 4.384.038 foram atendidas.

Considerações Finais a critério do CEP:

Diante do exposto, o Comitê de ética em pesquisa - CEP, de acordo com as atribuições definidas na Resolução CNS nº 510 de 2016, manifesta-se por considerar "Aprovado" o projeto. Conforme dispõe o Capítulo VI, Artigo 28, da Resolução Nº 510 de 07 de abril de 2016, a responsabilidade do pesquisador é indelegável e indeclinável e compreende os aspectos éticos e legais, cabendo-lhe, após aprovação deste Comitê de Ética em Pesquisa: II - conduzir o processo de Consentimento e de Assentimento Livre e Esclarecido; III - apresentar dados solicitados pelo CEP ou pela CONEP a qualquer momento; IV - manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período mínimo de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa; V - apresentar no relatório final que o projeto foi desenvolvido conforme delineado, justificando, quando ocorridas, a sua mudança ou interrupção. Este relatório final deverá ser protocolado via notificação na Plataforma Brasil. OBSERVAÇÃO: Nos documentos encaminhados por Notificação NÃO DEVE constar alteração no conteúdo do projeto. Caso o projeto tenha sofrido alterações, o pesquisador deverá submeter uma "EMENDA".

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_P	26/10/2020		Aceito

Endereço: WASHINGTON LUIZ KM 235
 Bairro: JARDIM GUANABARA CEP: 13.565-905
 UF: SP Município: SAO CARLOS
 Telefone: (16)3351-9685 E-mail: cephumanos@ufscar.br



Continuação do Parecer: 4.384.896

Básicas do Projeto	ETO_1573933.pdf	21:35:05		Aceito
Outros	carta_parecerista_outubro.docx	26/10/2020 21:34:32	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto_detalhado.docx	26/10/2020 21:34:13	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Responsaveis_.docx	27/09/2020 08:45:43	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_professores.docx	27/09/2020 08:44:54	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
Parecer Anterior	PB_PARECER_CONSUBSTANCIADO_ CEP_4201742.pdf	14/08/2020 15:43:39	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
Outros	autorizacao_colegioeser.pdf	14/08/2020 15:40:01	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
Outros	TALE_alunos.docx	14/08/2020 15:34:31	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito
Folha de Rosto	folhaderostoenviar.pdf	15/06/2020 15:23:58	GUSTAVO BUENO SILVA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

SAO CARLOS, 08 de Novembro de 2020

Assinado por:
ADRIANA SANCHES GARCIA DE ARAUJO
(Coordenador(a))

Endereço: WASHINGTON LUIZ KM 235
 Bairro: JARDIM GUANABARA CEP: 13.565-905
 UF: SP Município: SAO CARLOS
 Telefone: (16)3351-9685 E-mail: cephumanos@ufscar.br

Anexo 7: Atividade introdutória (Parte A)

Grupo: ___ Nome: _____ 1º ___ Data: ___/___/2020

ATIVIDADE INTRODUTÓRIA**PARTE A**

Bom dia alunos do 1º ano, para a ATIVIDADE INTRODUTÓRIA e os estudos seguintes preciso que vocês lembrem de determinados conteúdos que trabalhamos ao longo do ano, tais como:

- Interpretação quantitativa e qualitativa de gráficos;
- Observação de padrões;
- Função Afim;
- Função Exponencial.

1) (ENEM PPL 2019 - adaptada) Em um município foi realizado um levantamento relativo ao número de médicos, obtendo-se os dados:

Ano	Médicos
1980	150
1985	175
1995	225
2010	300

Tendo em vista a crescente demanda por atendimento médico na rede de saúde pública, pretende-se promover a expansão, a longo prazo, do número de médicos desse município, seguindo o comportamento de crescimento linear no período observado no quadro.

Para cada um dos itens a seguir você pode resolver algebricamente ou descrever o raciocínio. Tenha a liberdade de resolver do modo que mais faça sentido, pois discutiremos as ideias abordadas.

Responda cada um dos itens a seguir:

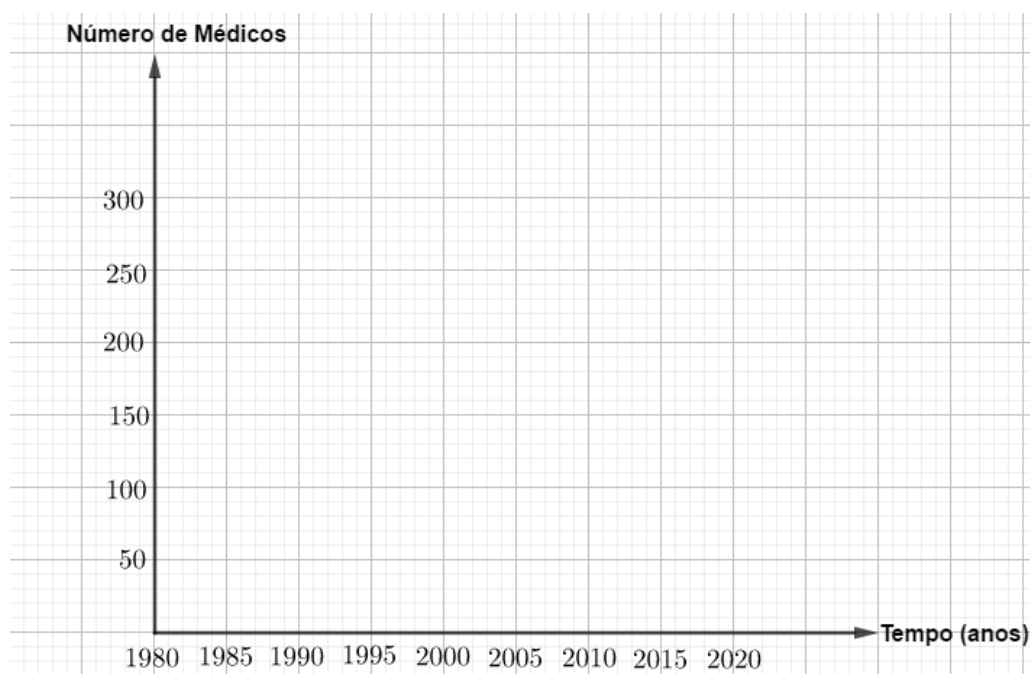
a) Você percebeu alguma relação dos anos com a quantidade de médicos? Justifique o que observou.

b) Obedecendo o padrão da tabela, o crescimento anual de médicos é constante?

Justifique.

c) Vamos supor que esse padrão se mantenha ao longo dos anos. Consegue responder quantos médicos teremos no ano de 2040? E em 2100?

d) Represente no gráfico: número de médicos (eixo y) pelo tempo em anos (eixo x).



Anexo 8: Atividade introdutória (Parte B)

Grupo: ___ Nome: _____ 1º ___ Data: ___/___/2020

ATIVIDADE INTRODUTÓRIA**PARTE B**

1) (Enem 2ª aplicação 2016 - adaptada) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 50 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 50.2^{2t}$$

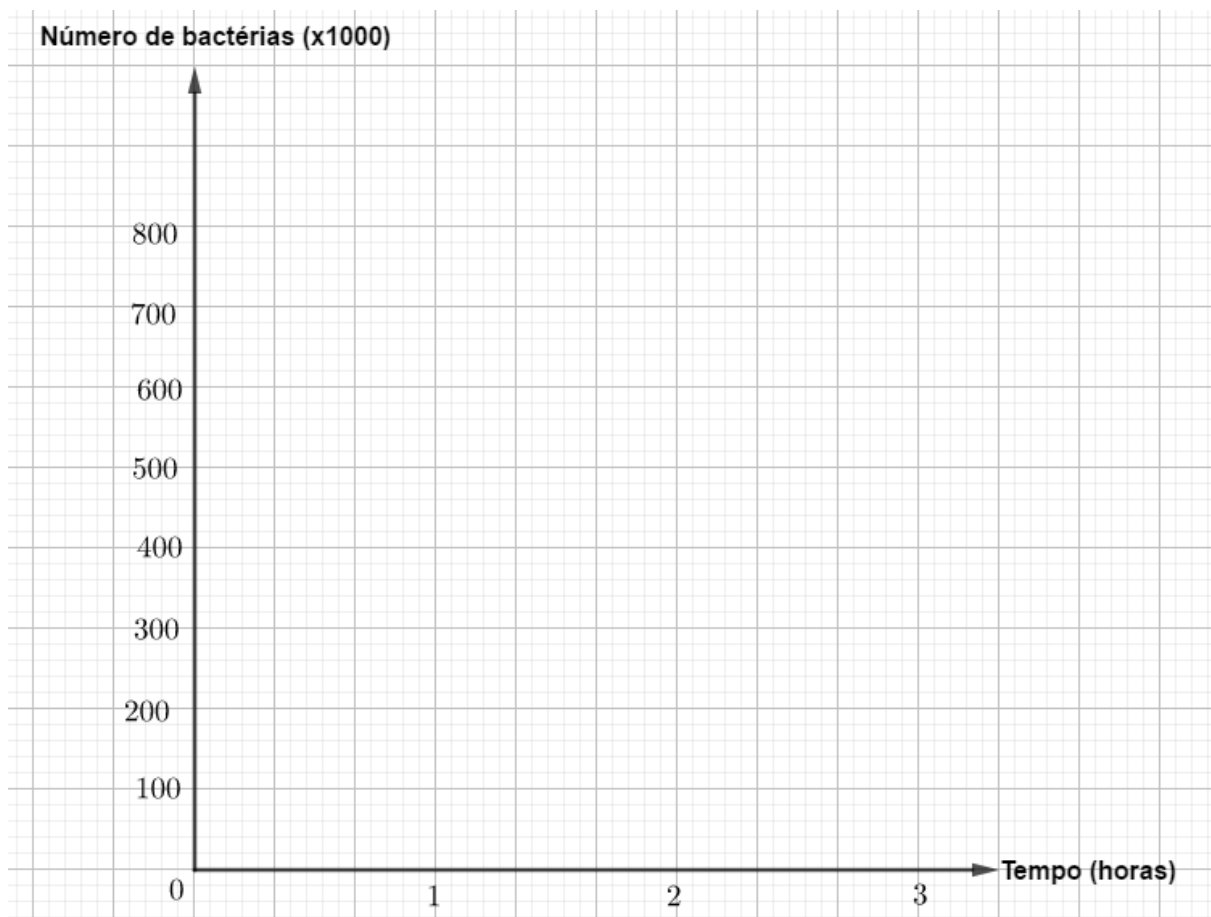
em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias. Baseado no enunciado, resolva os itens seguintes:

a) Complete a tabela, indicando o total de bactérias após os tempos mencionados.

Tempo (horas)	Número de bactérias (x1000)
0	
1	
2	

b) O crescimento observado ocorre de forma linear? Justifique

c) Represente no gráfico: quantidade de bactérias (eixo y) pelo tempo (eixo x).



Anexo 9: Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), parte A

Grupo: ___ Nome: _____ 1º ___ Data: ___/___/2020

Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA)**PARTE A**

Essa primeira atividade foi baseada nos vídeos que vocês assistiram como lição de casa. Faça cada item com cuidado e liberdade, com o método que mais lhe convém.

A discussão em grupo será fundamental para compararem resultados e exporem ideias. O professor poderá ser chamado a qualquer momento que julgar necessário.

1) Provavelmente todos conhecem um antigo ditado popular: “Quem conta um conto, aumenta um ponto” de autoria desconhecida.

Baseado nesse conto, vamos supor o seguinte problema:

Maria estava andando de Skate com seu amigo João, quando de repente ele caiu e raspou os dois joelhos no chão.

Até então, apenas a garota viu a cena e decidiu contar para seu amigo, Pedro, da seguinte forma: “João estava andando de skate e de repente escorregou, caiu e raspou os dois joelhos no chão, mas não foi nada grave”.

Pedro, ansioso para contar essa história, chamou sua namorada, Jenifer [ambos se conheceram no Tinder] e contou a história do seguinte modo: “João estava muito rápido quando estava andando de skate, de repente escorregou, raspou os dois joelhos que sangraram um pouco”.

Assustada e preocupada, a garota foi rapidamente falar com a namorada de João, Gabriela e contou da seguinte forma: “Seu namorado estava com Maria, andando de skate, quando de repente caiu porque estava muito rápido, raspou os dois joelhos e agora não consegue andar direito de tanta dor”.

Gabriela ficou muito, mas muito preocupada e foi correndo contar para a mãe de João, Vanessa. “Vanessa, se o João vir machucado é porque ele estava andando de skate com Maria, tropeçou numa pedra, perdeu o controle do skate, pois estava rápido, caiu, raspou os dois joelhos, os quais sangraram muito”.

Vamos supor que os fatos ocorreram nos seguintes horários:

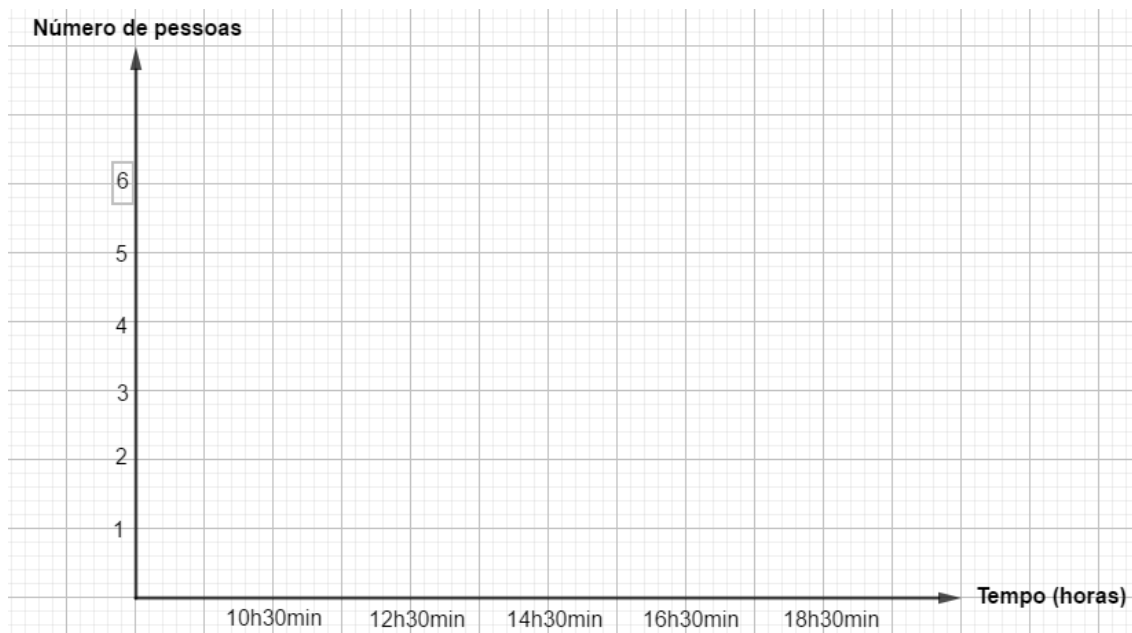
HORÁRIO	10h30min	12h30min	14h30min	16h30min	18h30min
	MARIA	MARIA	MARIA	MARIA	MARIA
		PEDRO	PEDRO	PEDRO	PEDRO
			JENIFER	JENIFER	JENIFER
				GABRIELA	GABRIELA
					VANESSA

Suponha que esse padrão se mantenha até às 22h30min e responda os itens a seguir:

a) Você observou alguma relação entre o horário e a quantidade de pessoas que sabiam do ocorrido com João? Justifique

b) Quantas pessoas ficarão sabendo às 22h30min? Justifique

c) Represente no gráfico: número de pessoas (eixo y) pelo horário (eixo x).



d) O gráfico representa uma função afim? Justifique.

Anexo 10: Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA), parte B

Primeira atividade: Progressão Aritmética (PA)

PARTE B

1) (Unicamp simulado 2011 - adaptado) Considere a sucessão de figuras apresentada a seguir, em que cada figura é formada por um conjunto de palitos de fósforo.

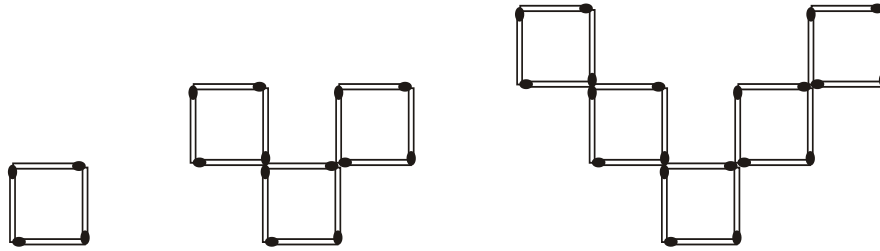


Figura 1

Figura 2


Figura 3

Suponha que essas figuras representam os três primeiros termos de uma sucessão de figuras que seguem a mesma lei de formação. Responda os itens a seguir com muita atenção.

a) Quantos palitos serão necessários nas figuras 4 e 5? Justifique

b) E para a figura 10? E em relação a figura 50? Justifique

c) Você observou algum padrão de acréscimos de fósforos de uma figura para outra? Se sim, descreva esse padrão.



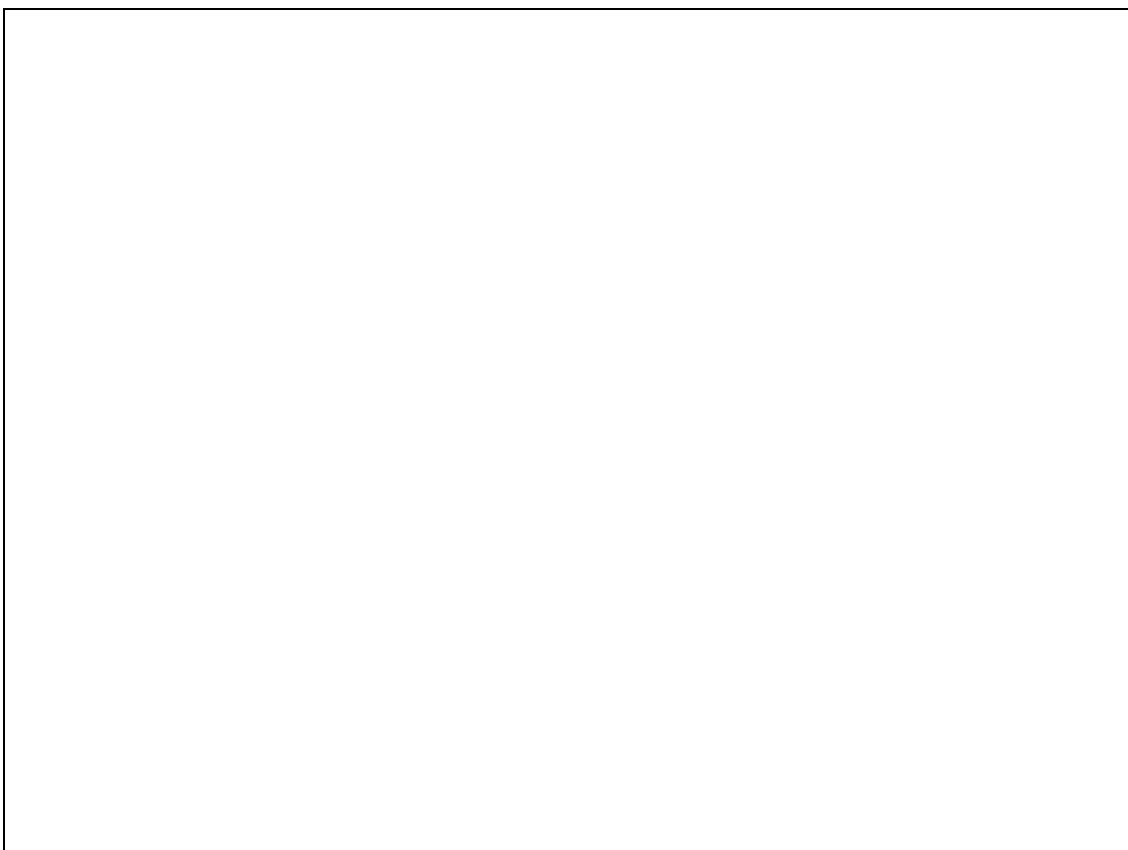
d) Vamos usar a seguinte legenda:

a_1 quantidade de fósforos na figura 1; a_2 quantidade de fósforos na figura 2;

a_3 quantidade de fósforos na figura 3; a_n quantidade de fósforos da figura n

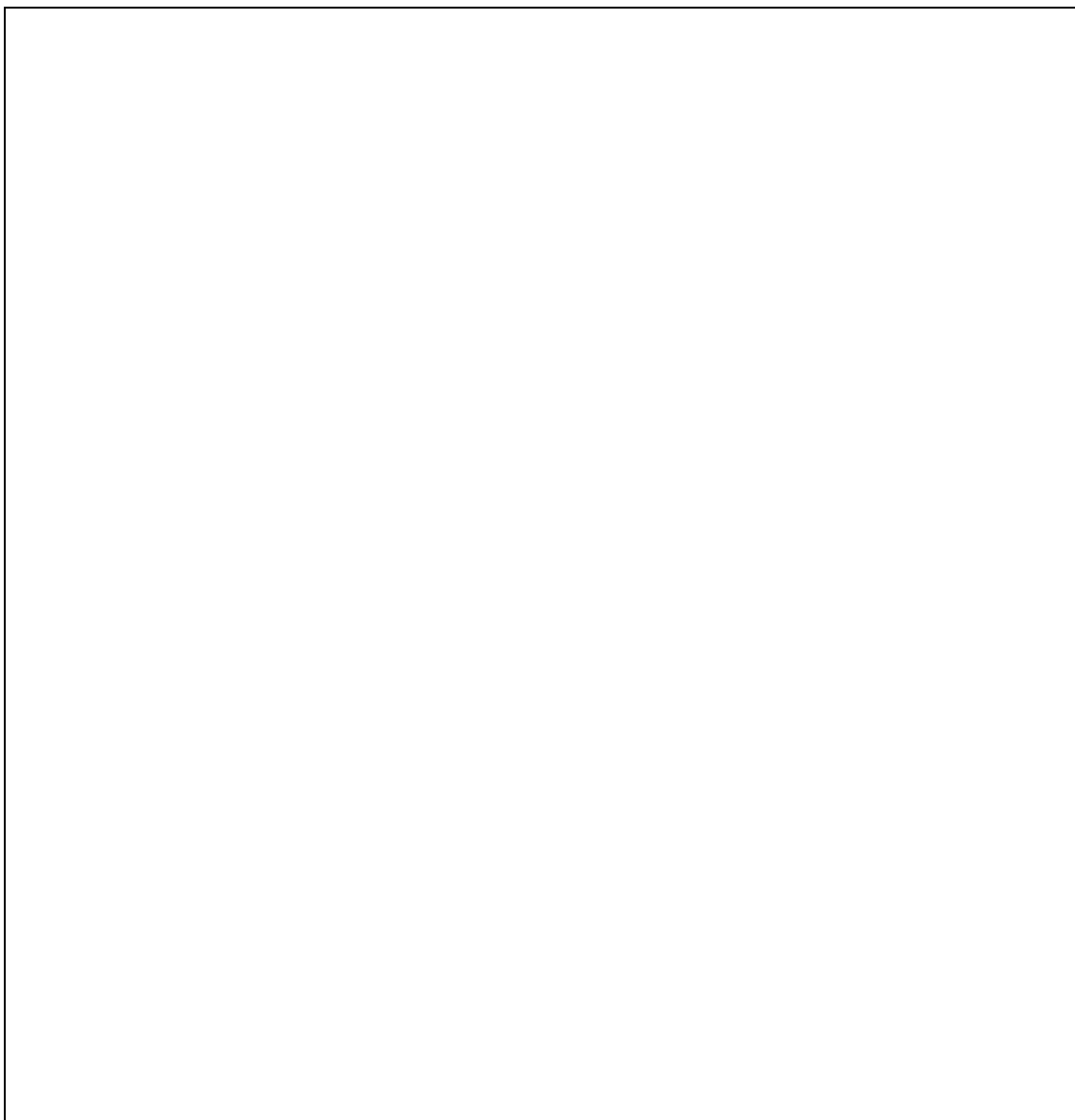
Se você observou a quantidade de fósforos, que aumentam de figura para figura, chame esse valor de r , denominada **razão**.

Agora, com muito cuidado e observação, você consegue relacionar a_n com a_1 e r ? Se sim, descreva detalhadamente como chegou nessa conclusão.



e) Vamos chamar S_1 a quantidade de fósforos na figura 1. S_2 a soma quantidade de fósforos nas figuras 1 e 2. S_3 a quantidade de fósforos nas figuras 1, 2 e 3. E S_n a quantidade de fósforos nas figuras 1, 2, 3, ..., n

DESAFIO: é possível relacionar S_n com a_1 e a_n ? Se conseguir relacionar, mostre como chegou.



Anexo 11: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte A

Grupo: ___ Nome: _____ 1º ___ Data: ___/___/2020

Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG)**PARTE A**

Essa segunda atividade foi baseada nos vídeos que vocês assistiram como lição de casa. Faça cada item com cuidado e liberdade, com o método que mais lhe convém.

A discussão em grupo será fundamental para compararem resultados e exporem ideias. O professor poderá ser chamado a qualquer momento que julgar necessário.

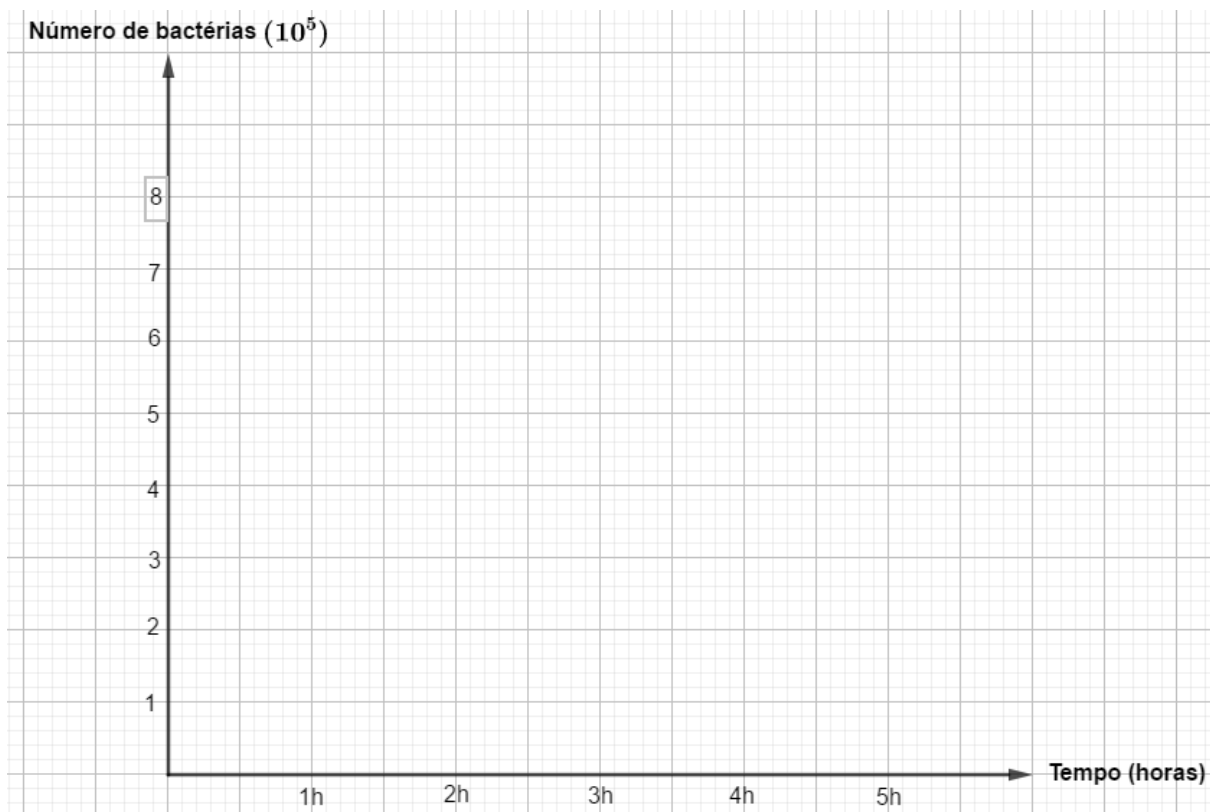
1. (Enem PPL 2014 - adaptado) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial ($t=0$) de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final da décima hora ($t = 10h$).

Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada hora.

- a) Determine o número de bactérias para $t = 1h$, $t = 2h$, $t = 3h$ e $t = 4h$. Expresse detalhadamente seu raciocínio.

- b) Para $t = 10h$, qual o total de bactérias? Justifique.

- c) Ao colocarmos o número de bactérias no eixo y e o tempo, em horas, no eixo x, faça um esboço do gráfico.



- d) Retomando conceitos sobre crescimento linear e exponencial, qual o crescimento representado no gráfico acima? Justifique.

Anexo 12: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte B

Grupo: ___ Nome: _____ 1º ___ Data: ___/___/2020

Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG)**PARTE B**

1) A sequência (5;10;20;40;80;160;...) é denominada Progressão Geométrica (PG).

Vamos fazer as seguintes considerações:

$a_1 = 5; a_2 = 10; a_3 = 20; a_4 = 40$ e assim sucessivamente. Denominamos q , como razão dessa PG, sendo nesse caso $q = 2$, pois $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = q = 2$. Considere a_n o termo geral dessa PG, sendo n o número de termos.

a) É possível escrever a_n em função de a_1, q e n ? Se sim, tente escrever a fórmula do termo geral dessa sequência.

b) Usando a relação encontrada em “a”, qual o valor do 10º termo? Justifique

- c) Vamos considerar S_n como a Soma dos n termos de uma PG, por exemplo: $S_1 = a_1$; $S_2 = a_1 + a_2$; $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$; $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$. Podemos obter a seguinte relação: $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$. Verifique essa fórmula para S_1, S_2, S_3 e S_4

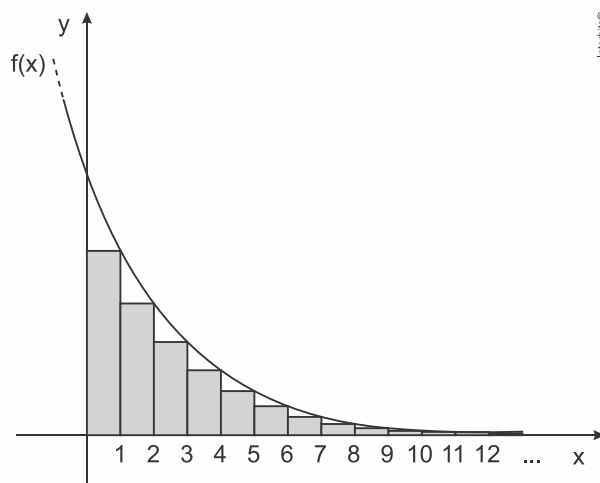
Anexo 13: Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG), parte C

Grupo: ___ Nome: _____ 1º ___ Data: ___/___/2020

Segunda atividade: Progressão Geométrica (PG)**PARTE C**

$$f(x) = \frac{16}{2^x},$$

- 1) (Espm 2017- adaptado) A figura abaixo representa parte do gráfico da função fora de escala.



- a) Determine os valores de $f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ e $f(6)$

- b) Usando as notações: $f(1) = a_1, f(2) = a_2, f(3) = a_3$ e $f(x) = a_n$. Obedecendo essa ordem, os valores aumentam ou diminuem? Podemos classificá-los como PA ou PG? Qual o valor da razão? Justifique.

- c) Após a realização do item b, vemos que os valores vão diminuindo cada vez mais, chegando a um ponto tal que ao somarmos todos os termos, o valor incluído é muito pequeno. Usando a fórmula das soma dos n termos de uma PG e considerando uma quantidade enorme de termos (tendendo ao infinito), qual o valor para a Soma desses n termos? É possível chegar em uma fórmula para a Soma dos n termos de uma PG, com n tendendo ao infinito? Dica: $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$