

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA - CCET
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - DEMec**

MARIA CAROLINA BARCELLOS DE OLIVEIRA

**INVESTIGAÇÃO DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES
EM ESTRUTURAS MECÂNICAS ATRAVÉS DE CERÂMICAS
PIEZOELÉTRICAS**



São Carlos – SP
2021

MARIA CAROLINA BARCELLOS DE OLIVEIRA

**INVESTIGAÇÃO DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES
EM ESTRUTURAS MECÂNICAS ATRAVÉS DE CERÂMICAS
PIEZOELÉTRICAS**

São Carlos – SP

2021



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905

Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 6/2021/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

MARIA CAROLINA BARCELLOS DE OLIVEIRA

**INVESTIGAÇÃO DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS MECÂNICAS ATRAVÉS DE CERÂMICAS
PIEZOELÉTRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 15 de janeiro de 2021

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Sidney Bruce Shiki
Membro da Banca 1	Adailton Gomes Pereira
Membro da Banca 2	James Sanches Alves



Documento assinado eletronicamente por **Sidney Bruce Shiki, Docente**, em 15/01/2021, às 15:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0313986** e o código CRC **D0CBA231**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.000401/2021-31

SEI nº 0313986

Dedico este trabalho a todas as engenharias do Brasil e do mundo. Que a nossa luta hoje gere frutos para as que virão. Juntas somos mais fortes.



Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer igualmente a Associação Atlética e Acadêmica UFSCar e as equipes de atletismo, rugby e taekwondo da universidade, pois sem eles eu certamente não teria chegado ao final desta graduação e não seria a pessoa que sou hoje.

Gostaria também de agradecer aos queridos amigos Elisa, Guilherme e Pedro por todo companheirismo e suporte ao longo dos anos.

No mais, deixo o meu agradecimento a todos que desprenderam seu valioso tempo me escutando, aconselhando e distraíndo dos reveses da vida. Cada um de vocês deixou um pouco de si comigo e isso me fez chegar até aqui.

*“Que vencedor que nada... Eu não tô aqui pra competir;
Quem é que disse que a vida é uma competição?
Aí compete marido com mulher, vizinho com vizinho;
Irmão com irmão, colega com colega;
E nessa sociedade competitiva a minha derrota é a minha vitória.”*

Braza – Pedro Pedreiro Parou de Esperar

Resumo

Materiais inteligentes e suas aplicações na engenharia para controle de vibrações têm sido objeto de estudo por alguns anos e com descobertas e aplicações importantes; em especial, pode-se citar os piezoelétricos, materiais com acoplamento eletromecânico, ou seja, com a capacidade de usar de sua deformação para gerar corrente elétrica e vice-versa. Nesta monografia foi investigado o efeito absorvedor de vibrações desse tipo de material quando conectado a circuitos *shunt*, os quais são projetados para maximizar a dissipação de energia por meio de efeito Joule. Para tal, foram utilizados uma viga metálica engastada, simulando uma estrutura vibratória, uma cerâmica piezoelétrica em cada face da viga, um circuito *shunt* e um acelerômetro. Foram realizados estudos práticos para o caso puramente resistivo e computacionais para o puramente e resistivo e o resistivo-indutivo. Foi comprovada a eficácia do conjunto piezoelétrico+*shunt* na mitigação das vibrações do sistema, onde, no caso experimental, notou-se diminuição de 25% na aceleração. No estudo computacional, sempre considerando os cenários de melhor mitigação da vibração, no caso puramente resistivo, o deslocamento após 0,2 segundo era praticamente a metade do que era logo após a entrada impulso (0,29 metro), enquanto que no caso resistivo-indutivo, após o mesmo intervalo de tempo, era 98% menor (0,01 metro). Em se tratando da magnitude da vibração, o cenário resistivo-indutivo apresentou um valor, aproximadamente, 83% menor do que o puramente resistivo.

Palavras-chave: Absorvedor de vibrações. Absorção passiva. Piezoelétrico.

Abstract

Smart materials and their applications in engineering for vibration control have been studied for some years and it has brought important discoveries and applications; in particular, one can mention piezoelectric materials, the type that has electromechanical coupling, in other words they have the ability to use their deformation to generate electric current and vice versa. In this monograph, the vibration-absorbing effect of piezoelectric material was investigated when connected to shunt circuits, which are designed to maximize energy dissipation through the Joule effect. To meet this end, a cantilever beam was used, simulating vibrating structure, a piezoelectric ceramic on each face of the beam, a shunt circuit and an accelerometer. Practical studies were carried out for the purely resistive case and computational studies for both purely resistive and resistive-inductive cases. The effectiveness of the piezoelectric+shunt was proven in the matter of mitigating vibrations, where, in the experimental case, there was a 25% decrease in the acceleration level. In the computational study, always considering the best vibration mitigation scenario, in the purely resistive case, the displacement after 0.2 second was half of what it was right after the impulse input (0.29 meter), while in the resistive-inductive case, after the same period of time had gone by, it was 98% smaller (0.01 meter). In terms of magnitude of vibration, the resistive-inductive scenario presented a value approximately, 83% smaller than the purely resistive case.

Keywords: Vibration absorber. Passive vibration damping. Piezoelectric.

Lista de Figuras

Figura 1 - Efeito piezoelétrico direto e inverso.	4
Figura 2 - Fluido magneto reológico antes e depois da aplicação de campo magnético.	6
Figura 3 - Sistema passivo mecânico.	7
Figura 4 - Absorvedor dinâmico de vibrações.	8
Figura 5 - Representações de (a) controle ativo e (b) controle passivo.	10
Figura 6 - Representação gráfica do comportamento físico de um material sob tensão.	11
Figura 7 - Direções em um volume elementar.	12
Figura 8 - Viga engastada sob flexão.	16
Figura 9 - Componentes do sistema do estudo práticos.	19
Figura 10 - Representação gráfica dos circuitos.	20
Figura 11 - Resposta a uma entrada impulso com indutância ótima e variando a resistência.	22
Figura 12 - Magnitude.	23
Figura 13 - Fase.	24
Figura 14 - Resposta a uma entrada impulso com indutância ótima e variando as resistências.	25
Figura 15 - Magnitude com indutância ótima e diferentes resistências.	26
Figura 16 - Fase com indutância ótima e diferentes resistências.	26
Figura 17 - Resposta a uma entrada impulso com resistência ótima e variando as indutâncias.	27
Figura 18 - Magnitude com resistência ótima e variando as indutâncias.	28
Figura 19 - Fase com resistência ótima e variando as indutâncias.	28
Figura 20 - Dados do acelerômetro.	29
Figura 21 - Comportamento vibracional da viga com 5 k Ω .	30
Figura 22 - Comportamento vibracional da viga com 10 k Ω .	31
Figura 23 - Comportamento vibracional da viga com 1 M Ω .	31
Figura 24 - Comportamento vibracional da viga com circuito aberto.	32
Figura 25 - Comportamento vibracional da viga com curto-circuito.	32
Figura 26 - Todas as respostas médias.	33

Lista de Siglas

PZT	Titanato zirconato de chumbo
SMA	Ligas com memória de forma
ER	Fluido eletroreológico
MR	Fluido magnetoreológico

Lista de Símbolos

ω_n	Frequência natural [rad/s]
m	Massa [kg]
k	Rigidez [N/m]
T	Tensão [Pa]
Y	Módulo de elasticidade [N/m ²]
S	Deformação [adimensional]
s	Compliância mecânica [m ² /N]
D	Deslocamento elétrico [C/m ²]
d	Coefficiente de deformação piezoelétrica [m/V]
ϵ	Permissividade dielétrica [C ² /N.m ²]
E	Campo elétrico [V]
k_{ij}	Coefficiente de acoplamento piezoelétrico [adimensional]
K_{ij}	Coefficiente generalizado de acoplamento piezoelétrico [adimensional]
l	Comprimento [m]
I	Momento de inércia [m ⁴]
M	Massa equivalente [kg]
K	Rigidez equivalente [N/m]
L	Indutância [H]
C_{pzt}	Capacitância do piezoelétrico [F]
ω_o	Frequência natural do sistema elétrico [rad/s]
ω_n^E	Frequência natural do conjunto mecânico e elétrico [rad/s]
γ	Frequência adimensional [adimensional]
δ	Relação de sintonia [adimensional]
ξ	Fator de amortecimento [$\Omega.F.$ rad/s]
R	Resistência [Ω]
x	Deslocamento [m]
F	Força [N]
x^{st}	Deslocamento estático [m]

Sumário

1. Introdução.....	1
2. Revisão Bibliográfica.....	3
2.1. Materiais inteligentes.....	3
2.2. Controle de vibrações.....	6
2.3. Controle de vibrações com material piezoelétrico.....	8
2.3.1. Controle passivo.....	8
2.3.2. Controle ativo.....	9
3. Fundamentação teórica.....	11
3.1. As equações constitutivas e o coeficiente de acoplamento eletromecânico..	11
3.2. Material piezoelétrico conectado a um circuito <i>shunt</i>	15
4. Materiais e métodos.....	19
4.1. Materiais.....	19
4.2. Métodos.....	20
5. Resultados e discussão.....	22
5.1. Estudo teórico computacional.....	22
5.1.1. Caso puramente resistivo.....	22
5.1.2. Caso resistivo-indutivo.....	24
5.2. Estudo experimental prático.....	29
6. Considerações finais.....	35
Referências.....	37

Apêndice A.....39

Apêndice B.....43

1. Introdução

Vibrações são estudadas desde os anos antecedentes a Cristo, quando Pitágoras fez experimentos com um monocórdio, onde foi notado que duas cordas de comprimentos diferentes e sujeitas às mesmas condições, emitiam sons distintos (RAO, 2011). Nessa época não era sabida a relação entre a frequência de vibração e a tonalidade de um som, isso só foi alcançado com Galileu, no século XVI. Após tomados os conhecimentos iniciais sobre vibrações, as pesquisas sobre o assunto aumentaram exponencialmente e estudiosos como Isaac Newton, Brook Taylor e Daniel Bernoulli se dedicaram ao aprofundamento da teoria de vibrações (RAO, 2011). Amplamente presentes no cotidiano de qualquer pessoa, as vibrações têm um papel fundamental tanto para leigos no assunto, uma vez que a fala e a audição estão diretamente ligadas à vibração da laringe e do tímpano, respectivamente, quanto para profissionais de engenharia, por exemplo, onde o estudo cuidadoso das vibrações em um projeto evita a avaria precoce de componentes e previne falhas catastróficas.

No âmbito da engenharia, a maioria das pesquisas está relacionada a mitigação de vibrações, indo desde a área de usinagem, com objetivo de minimizar *chatter* (vibrações autoexcitadas), para dar um melhor acabamento à peça (VENTER, 2015), até a construção civil, onde edifícios e pontes requerem cuidadoso estudo estrutural, como explicita Pradella (2013), considerando ventos, maquinários em operação dentro da construção e trânsito de pessoas, para que a utilização da estrutura seja confortável e segura.

De forma geral, vibrações são vistas como algo prejudicial ao projeto e tem-se o desejo de atenuá-las o máximo possível a fim de evitar fadiga, ruídos e desconforto para operadores e usuários. Para isso, as engenharias vêm trabalhando e descobrindo novos métodos de controle de vibrações. Diversos dispositivos foram desenvolvidos com o intuito de minimizar vibrações, como o clássico absorvedor dinâmico de vibrações e de absorvedores viscoelásticos, mas ultimamente um novo objeto de estudo tem chamado a atenção de pesquisadores da área: materiais inteligentes, que são caracterizados pela interação entre diferentes domínios físicos (LEO, 2007). Dentre esses materiais encontra-se o piezoelétrico, cuja principal característica é a capacidade de transformar energia elétrica em mecânica e vice-versa. Este tipo de material vem ganhando espaço nas pesquisas sobre mitigação

de vibrações pois são fáceis de usar como sensores, controladores ou como ambos simultaneamente (ANICÉZIO, 2015). Também é um material versátil, pois dependendo do componente ou do conjunto de componentes inseridos no circuito conectado a ele, é obtido um dispositivo com comportamentos distintos. Por exemplo, um circuito com apenas um resistor se comporta como um absorvedor viscoelástico e se houver um resistor e um indutor ele se comporta como o clássico absorvedor dinâmico de vibração (VIANA E STEFFEN, 2006). Trabalhos como Santos (2008), Anicézio (2015) e Venter (2015) fizeram o estudo da aplicação de materiais piezoelétricos na mitigação de vibrações de diferentes formas e seus resultados sugerem que estes são bons candidatos para obter bons resultados.

Tendo conhecimento da relevância desse campo de estudo e da já provada possibilidade de aplicação de materiais piezoelétricos como absorvedores de vibrações, este trabalho propôs o estudo do controle passivo de vibrações em uma estrutura mecânica através de um circuitos elétricos conectados a cerâmicas piezoelétricas, um material comumente utilizado em alto-falantes e que apresenta um diferencial importante quando trata-se de aplicações em larga escala: baixo custo. Foram feitos estudos numéricos e experimentais para fins de comparação e dois cenários foram levados em consideração: puramente resistivo e resistivo-indutivo. Diferentes valores de resistência e indutância foram estudados a fim de que fosse possível observar como o comportamento da estrutura era influenciado por tais valores e, por fim, encontrar um cenário ótimo de absorção de vibração.

2. Revisão bibliográfica

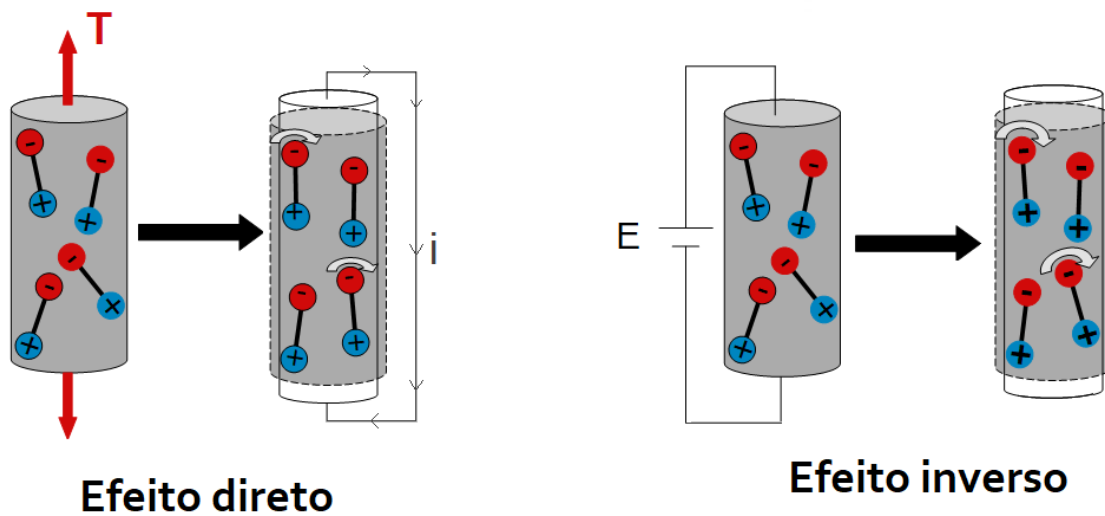
Neste capítulo é apresentada, resumidamente, uma análise da literatura utilizada na confecção deste trabalho. Inicialmente explicando o que são materiais inteligentes e de que forma os piezoelétricos se encaixam nessa descrição, depois tratando da aplicação de materiais piezoelétricos em controle de vibrações e, por fim, indicando as características de controles ativo e passivo e suas aplicações.

2.1. Materiais inteligentes

Um material é dito inteligente quando é capaz de converter energia entre diferentes domínios físicos (LEO, 2007) e, segundo Oliveira (2013), este tipo de material pode ser o estímulo de uma nova era (assim como a era da pedra, do metal, etc) e sua aplicação visa a construção de sistemas que tenham comportamento adaptativo, de forma que mudanças no ambiente mudem as propriedades dos materiais.

Materiais piezoelétricos, por exemplo, são considerados inteligentes pois há acoplamento eletromecânico, ou seja, quando há tensão elétrica aplicada a eles, ocorre deformação mecânica. Isso é conhecido como efeito piezoelétrico inverso e este fenômeno é possível graças à natureza cristalina dos materiais piezoelétricos, que contam com a presença dipolos em cada célula unitária. Dipolos são pares de cargas positivas e negativas separadas por uma distância constante e distribuídos de forma aleatória no material, ou seja, quando um campo elétrico é aplicado, os dipolos tendem e se orientar conforme este campo, havendo rotação dos dipolos e, uma vez que são fixos no material, esse alinhamento gera deformação mecânica. Também há o efeito piezoelétrico direto, ocorrendo quando há aplicação de tensão mecânica sobre o material, gerando um campo elétrico entre os eletrodos devido à rotação dos dipolos, o que resulta em uma saída elétrica e segundo Leo (2007) este fenômeno foi demonstrado pela primeira vez pelos irmãos Currie no século 19. Uma representação gráfica dos efeitos direto e inverso pode ser observada na Figura 1.

Figura 1: Efeito piezoelétrico direto e inverso.



Fonte: elaborado pela autora

Um exemplo amplamente utilizado de material piezoelétrico é o titanato zirconato de chumbo, também conhecido como PZT. Segundo Santos (2008) este material apresenta excelente acoplamento eletromecânico, o que significa que ele é capaz de gerar grande tensão elétrica quando uma pequena tensão mecânica é aplicada e capaz de gerar grande deformação mecânica com pequena tensão elétrica.

Além dos materiais piezoelétricos, outros exemplos de materiais inteligentes são as ligas com memória de forma (SMAs), materiais magnetostrictivos e fluidos eletroreológicos (ER) e magnetoreológicos (MR) (OLIVEIRA, 2013).

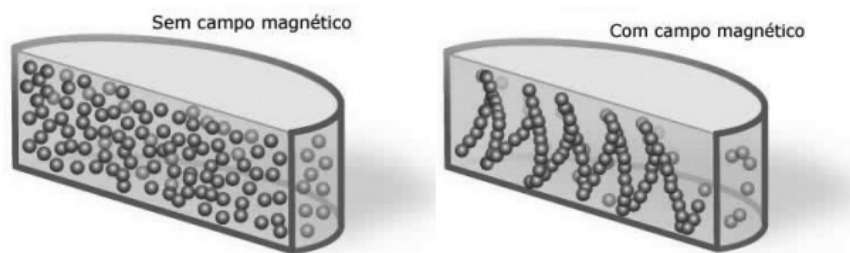
As SMAs têm acoplamento termomecânico, ou seja, esses materiais são capazes de recuperar sua geometria quando um carregamento termomecânico apropriado é aplicado sobre eles. Segundo Oliveira (2013) isso é possível graças as fases austeníticas e martensíticas presentes na estrutura do material: a austenita se apresenta estável em altas temperaturas e a martensita é estável em baixas temperaturas, também chamadas de austenita maclada e martensita maclada. Considerando uma temperatura ambiente constante, após aplicadas cargas mecânicas, a deformação residual pode ser eliminada com o aumento da temperatura, que induzirá a transformação para a fase austenítica. As ligas com memória de forma são geralmente aplicadas no campo médico, como no meio odontológico, conforme ilustra Machado e Savi (2002); mas também há aplicações em engenharia, como descrito por Paiva e Savi (2006). A primeira SMA foi

descoberta em 1962 em um laboratório de pesquisa nos Estados Unidos, se tratava de uma liga de níquel e titânio e foi batizada de Nitinol.

Os materiais magnetostrictivos têm acoplamento magnético-mecânico, o que significa que podem mudar sua geometria quando submetidos a um campo magnético ou geram magnetização quando houver tensão mecânica sobre eles (OLIVEIRA, 2013). De forma semelhante aos materiais piezoelétricos, os magnetostrictivos mudam sua geometria devido ao alinhamento das cargas em sua estrutura, a principal diferença é que não há necessidade de contato. Olabi e Grunwald (2008) e Janocha (2001) exemplificam aplicações destes materiais na engenharia: o primeiro em uma bomba magnetostrictiva e hidráulica para movimentação linear e o segundo em válvulas de injeção em motores de combustão interna.

Por fim, os fluidos ER e MR apresentam acoplamento entre os domínios mecânico e elétrico e mecânico e magnético, respectivamente. Segundo Oliveira (2013) são conhecidos como fluidos controláveis e apresentam comportamento newtoniano quando não há campo elétrico ou magnético, mas têm resposta não linear na presença destes. Estes fluidos são compostos por partículas dielétricas da ordem de 1 a 100 μm de diâmetro suspensas em líquidos pouco condutivos (VIEIRA, 96) e têm suas características, como viscosidade, elasticidade e plasticidade, alteradas com a aplicação de campo elétrico ou magnético sobre eles (NAGAMINE, 2006). Oliveira (2013) explica que para se fazer atuar um fluido magneto reológico ou eletro reológico é necessário aplicar campo magnético ou elétrico sobre o material e as partículas em suspensão, que hora estavam distribuídas de forma aleatória, irão se orientar de forma organizada e provocar alterações nas propriedades do fluido. Uma representação gráfica para melhor compressão do fenômeno pode ser encontrada na Figura 2.

Figura 2: Fluido magneto reológico antes e depois da aplicação de campo magnético.



Fonte: Oliveira (2013)

Como exemplo de aplicação desses fluidos pode-se citar amortecedores ativos, como discutido em Carlson et al. (1995). Também são encontradas aplicações na área médica, como em amortecedores para próteses de joelho (CARLSON et al, 2001).

2.2. Controle de vibrações

Uma vez sabido que no contexto das engenharias quase sempre o desejado é minimizar as vibrações de um sistema, não é de se estranhar que ao longo dos anos muito tem-se investido em pesquisas nessa área e também muito tem-se aprendido. Por exemplo, apesar de controle de vibrações ser algo conhecido e estudado desde o início do século XX, foi só na década de 60 que ele foi incorporado ao meio da engenharia civil, em pontes e edifícios (GOMÉZ, 2007) e atualmente considerações sobre vibrações já fazem parte do projeto desde o início.

Segundo Rao (2011), existem diversos métodos para mitigar vibrações, considerando que influenciar a fonte de excitação não é uma opção, pois em casos práticos raramente isso é possível. Dentre os métodos mais utilizados, Rao cita quatro principais:

- Alterar a frequência natural do sistema
- Introduzir um amortecedor ou mecanismo de dissipação de energia
- Utilizar isoladores de vibrações
- Adicionar uma massa auxiliar ou absorvedor de vibrações.

Sobre o primeiro método, Rao diz que quando a frequência de excitação do sistema coincide com alguma frequência natural do mesmo, ocorre ressonância, um fenômeno caracterizado por grandes deslocamentos, geralmente causando danos no sistema. Como pode-se notar pela equação 1, a frequência natural de um

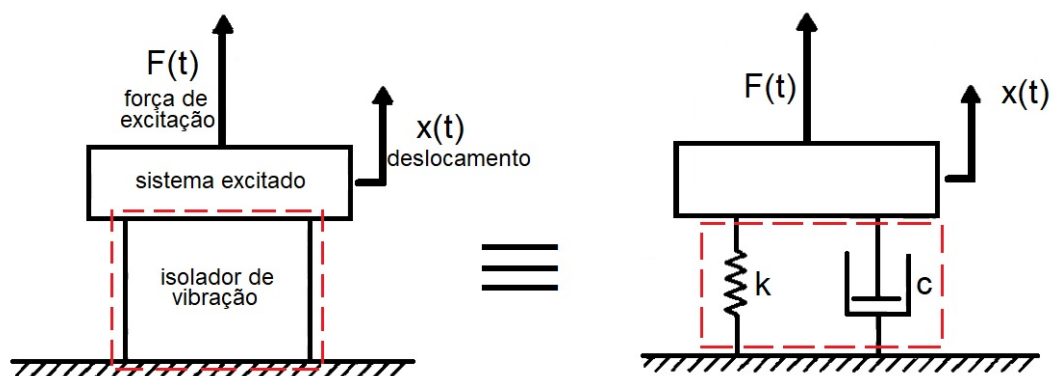
sistema depende de sua massa (m) e de sua rigidez (k) e, uma vez que em muitos casos a massa do sistema dificilmente pode ser alterada por se tratar de requisito de projeto, na maioria dos casos a rigidez é o parâmetro alterado.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

O segundo método fala da adição de um elemento amortecedor para que a amplitude de vibração seja atenuada, mesmo nas regiões de ressonância, através da absorção e/ou dissipação da energia. Esse método é muito utilizado nos casos onde o sistema deve operar em um intervalo considerável de frequências (como em um motor rotativo) e somente alterar sua rigidez não é o suficiente.

Outro elemento utilizado na mitigação de vibrações são os isoladores de vibração, que corpos ou sistemas extras posicionados entre o sistema que vibra e a fonte de excitação para que a resposta dinâmica seja minimizada em condições específicas. Eles podem ser ativos ou passivos, sendo os passivos detentores de uma dada rigidez e de um dissipador de energia (amortecimento). Um exemplo de sistema passivo é apresentado na Figura 3.

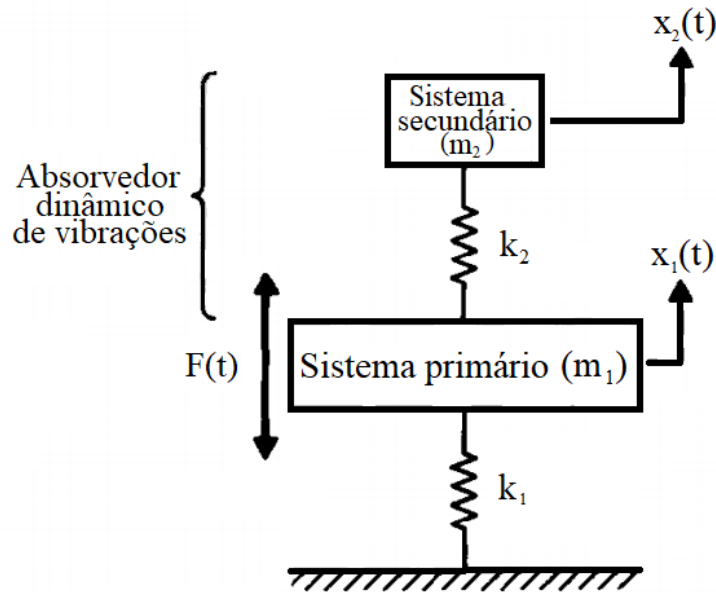
Figura 3: Sistema passivo mecânico.



Fonte: adaptado de Rao (2011)

Por fim, o quarto método apresentado por Rao trata do caso onde o sistema é excitado em uma frequência suficientemente próxima, mas não igual, à sua de ressonância a ponto de causar vibração excessiva. Isso pode ser resolvido adicionando um sistema massa-mola que tenha frequência natural igual à de excitação, dessa forma ele vibrará enquanto o sistema primário permanece quase estático. Uma representação gráfica simplificada desse método pode ser observada na Figura 4.

Figura 4: Absorvedor dinâmico de vibrações.



Fonte: adaptado de Rao (2011)

2.3. Controle de vibrações com materiais piezoelétricos

Nota-se que existem diversos tipos de materiais inteligentes e com as mais variadas aplicações, bem como diferentes formas de se fazer o controle de vibração em um corpo ou sistema, no entanto este trabalho tem como foco a aplicação de uma cerâmica piezoelétrica no controle de vibrações. Dessa forma, esta seção descreverá o que são controles ativo e passivo e de que forma os materiais piezoelétricos atuam em cada um desses casos.

2.3.1. Controle passivo

Quando o material piezoelétrico é conectado a um circuito *shunt* (circuitos elétricos de dissipação que apresentam baixa resistência a passagem de corrente) é possível fazer a dissipação da energia absorvida através do efeito Joule em resistores, capacitores e/ou indutores e, dessa forma, mitigar a vibração da estrutura na qual o piezoelétrico está acoplado. Isso é conhecido como controle passivo de vibração e foi primeiramente apresentado por Forward (1979) e Edwards e Miyakawa (1980). Entre suas qualidades pode-se citar sua simplicidade, estabilidade e a não necessidade de um fonte de energia externa, porém é limitado a uma estreita faixa de frequências. Neste tipo de controle vibracional existem diferentes técnicas: resistiva, indutiva, resistiva-indutiva e resistiva-capacitiva. No

caso puramente resistivo a energia é dissipada em forma de calor pelo resistor e segundo Viana e Steffen (2006) o comportamento do conjunto *shunt*-piezoelétrico puramente resistivo é semelhante ao de um absorvedor viscoelástico; no caso puramente indutivo o comportamento é semelhante a um absorvedor mecânico de vibrações não amortecido, já que o indutor equivale a uma massa adicionada ao sistema; o caso resistivo-indutivo também caracteriza um absorvedor mecânico de vibrações, mas dessa vez amortecido, uma vez que o resistor equivale a um amortecedor; por fim, o caso resistivo-capacitivo faz variar a rigidez equivalente do material piezoelétrico (ANICÉZIO, 2015).

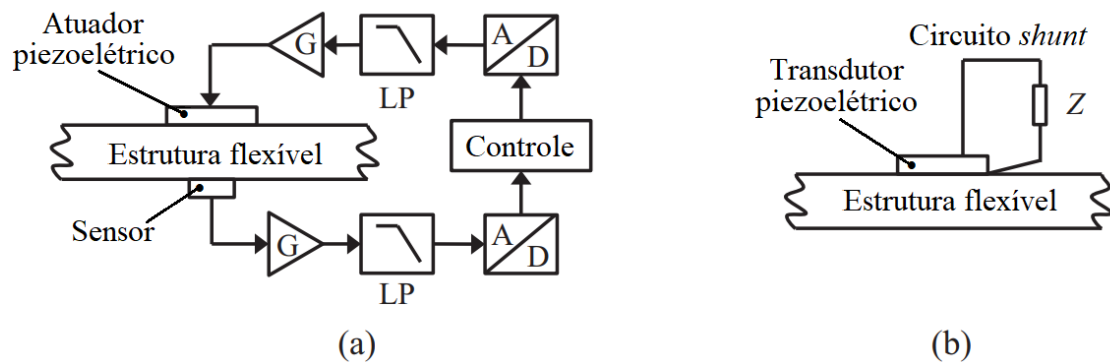
2.3.2. Controle ativo

O controle ativo acontece quando se faz uso do efeito piezoelétrico inverso, ou seja, quando energia elétrica é transformada em energia mecânica pelo material e o piezoelétrico é utilizado como atuador: uma fonte de energia externa é conectada diretamente no piezoelétrico e a partir disso ele se deforma. O trabalho de Lazarus et al (1995) foi um dos pioneiros a publicar sobre controle ativo, nesse caso em aeronaves. Depois Anthony e Elliott (2000) apresentaram resultados sobre a relação entre a quantidade e posição dos atuadores piezoelétricos e o desempenho na mitigação das vibrações. Estudos com controle ativo de vibração sugerem que este método é mais eficiente, uma vez que é aplicável em maior banda de frequências, quando comparado ao controle passivo. No entanto, Gripp e Rade (2018) apontaram que este tipo de aplicação enfrenta problemas como necessidade de fonte de tensão externa, amplificadores de carga e conversores analógicos, o que pode ser impraticável em algumas situações, como onde o custo deve ser mínimo ou onde não há espaço físico o suficiente para se fazer caber todo os componentes.

A Figura 5 contém um exemplo de representações de controles passivo e ativo utilizando material piezoelétrico. À esquerda é possível observar o arranjo de um controle ativo, onde um sensor, que inclusive pode ser um piezoelétrico, capta a vibração da estrutura e passa esse sinal por amplificadores (G), filtros (LP) e conversores analógico-digital (A/D) para que o material piezoelétrico possa compreender esse sinal e atuar de forma apropriada para mitigar a vibração da estrutura. À direita está a representação de um sistema com controle passivo, onde a estrutura vibra e, conseqüentemente, o piezoelétrico também; graças às suas

propriedades, o material piezoelétrico transforma essa energia mecânica em elétrica que é dissipada pelo circuito *shunt* e, assim, amenizando a vibração da estrutura.

Figura 5: Representações de (a) controle ativo e (b) controle passivo.



Fonte: adaptado de Gripp e Rade (2018).

Anicézio (2015) afirmou que controles semipassivo e semiativo vêm sendo estudados, pois suprem deficiências dos sistemas anteriormente citadas, e consistem na conexão da saída elétrica do piezoelétrico com um circuito externo, através de um chaveamento. A autora diz que a principal diferença entre essas técnicas é que no controle semiativo há uma fonte de tensão externa aplicada no material piezoelétrico e no controle semipassivo não.

3. Fundamentação teórica

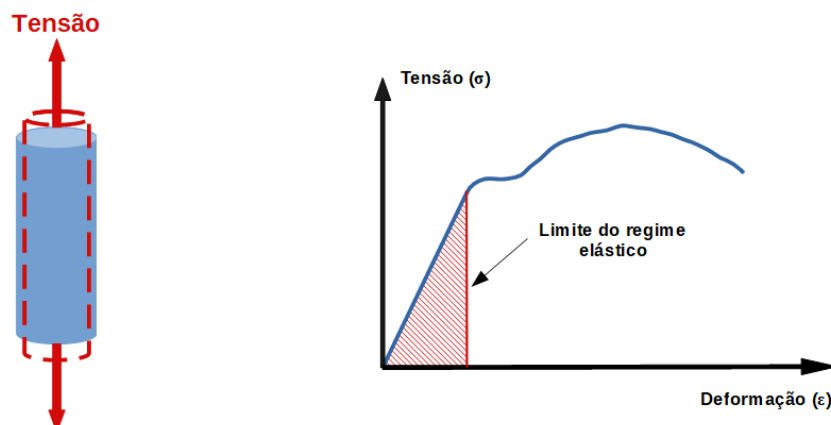
Ao decorrer deste capítulo serão explicitadas as equações utilizadas nessa monografia, bem como suas aplicações no processo de obtenção de resultados teóricos.

3.1. As equações constitutivas e o coeficiente de acoplamento eletromecânico

É sabido que, no domínio físico-mecânico e dentro do regime elástico, os materiais se comportam segundo a equação 2 e seu comportamento tanto dentro do regime elástico, quanto fora dele está representado na Figura 6.

$$T = Y \cdot S \quad (2)$$

Figura 6: Representação gráfica do comportamento físico de um material sob tensão.

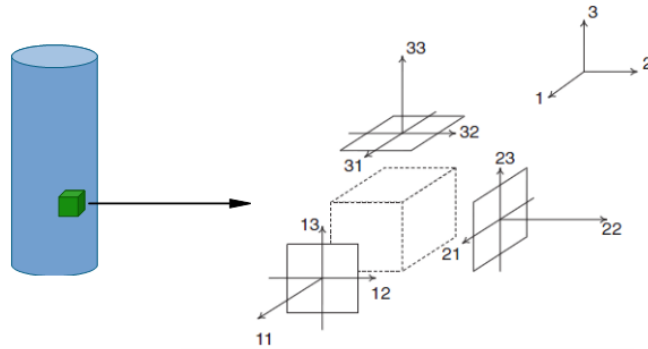


Fonte: elaborado pela autora.

Onde T é a tensão aplicada ao material [N/m^2], Y é o módulo de elasticidade [N/m^2] e S [mm/mm] é a deformação.

Para tratar o problema na forma tridimensional, é estudado o comportamento das tensões e deformações em um cubo infinitesimal, que representa uma pequena parcela do corpo sob tensão. Para realizar tal estudo é necessário ter conhecimento das direções nesse cubo conforme a Figura 7.

Figura 7: Direções em um volume elemental.



Fonte: adaptado de Anicézio (2015)

Desta forma, são apresentados os vetores de tensão e de deformação:

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2 \cdot S_{23} \\ 2 \cdot S_{13} \\ 2 \cdot S_{12} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A partir de tudo que foi descrito, Leo (2007) considera que materiais sólidos elásticos lineares apresentam a relação descrita nas equações 5 e 6.

$$\vec{S} = [s] \cdot \vec{T} \quad (5)$$

$$\vec{T} = [c] \cdot \vec{S} \quad (6)$$

Onde $[c]$ é a matriz de módulo de elasticidade, $[s]$ é a matriz de compliância mecânica para qual tem-se a relação $[c] = [s]^{-1}$.

Com materiais piezoelétricos não é diferente, desde que este esteja na região de regime elástico. A relação da deformação S [mm/mm] sofrida pelo material com a tensão mecânica T [Pa] é descrita a seguir na equação 7.

$$S = \frac{1}{Y} \cdot T = s \cdot T \quad (7)$$

Onde Y [Pa] é o módulo de elasticidade.

Ao passo que o material piezoelétrico sofre deformação mecânica, ele também produz fluxo de carga elétrica ao longo de seu corpo, devido ao movimento dos dipolos elétricos no interior do mesmo, e isso é conhecido como efeito piezoelétrico direto. Essa movimentação de carga elétrica é chamada de deslocamento elétrico (D) e a relação deste coeficiente com a tensão mecânica é dada pela equação 8.

$$D = d \cdot T \quad (8)$$

Onde d é o coeficiente de deformação piezoelétrica [C/N].

Agora considerando o efeito piezoelétrico inverso, quando o material está sob efeito de um campo elétrico e isso faz com que ele se deforme mecanicamente, a aplicação de um campo $D = \epsilon \cdot E$ produzirá atração entre os dipolos e a carga elétrica aplicada, gerando um deslocamento elétrico. Considerando valores pequenos de campo e deslocamento elétricos, ou seja, dentro da região de regime elástico, temos relações lineares de deslocamento elétrico e deformação descritas a seguir nas equações 9 e 10, respectivamente.

$$D = \epsilon \cdot E \quad (9)$$

$$S = d \cdot E \quad (10)$$

Onde $D = \epsilon \cdot E$ é a permissividade dielétrica [F/m], que é a variável que relaciona o deslocamento elétrico e o campo elétrico, e $D = \epsilon \cdot E$ o campo elétrico [V/m]

Dessa forma, assim como apresentado por Hagood e von Flotow (1991) e por Viana e Steffen (2006), a equação 11 descreve a expressão geral (tanto no caso de efeito direto, quanto de efeito inverso) do comportamento de um material piezoelétrico linear na forma matricial, contendo as equações constitutivas do material.

$$\begin{bmatrix} D \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon^T & d \\ d & s^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ T \end{bmatrix} \quad (11)$$

Onde:

- D é o vetor de deslocamento elétrico [C/m²];
- S é o vetor de deformações de engenharia do material [mm/mm];
- ε é a matriz de constantes dielétricas do material [C²/N.m²];
- d é a constante de material piezoelétrico relacionando deformação e voltagem [m/V];
- s é a matriz de conformidade do material ou compliância mecânica [m²/N];
- E é o vetor de campo elétrico [V/m];
- T é o vetor de tensões do material [N/m²];
- $()^T$ representa a condição livre de tensão mecânica;
- $()^E$ representa a condição de campo elétrico contínuo

Invertendo a matriz da equação 11 e fazendo uso de transformações algébricas, chega-se a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} E \\ T \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \frac{d^2}{s \cdot \varepsilon}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon} & \frac{-d}{s \cdot \varepsilon} \\ \frac{-d}{s \cdot \varepsilon} & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ S \end{bmatrix} \quad (12)$$

O termo $\frac{d^2}{s \cdot \varepsilon}$ aparece com frequência nas relações constitutivas de materiais piezoelétricos, tanto no caso unidimensional, quanto no tridimensional e recebe um nome: coeficiente de acoplamento piezoelétrico, k , que é a raiz quadrada do termo anteriormente citado e está representado a seguir pela equação 13.

$$k_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{s_{jj} \varepsilon_i}} \quad (13)$$

É possível notar que este coeficiente depende da direção na qual o material piezoelétrico está sendo solicitado e, fisicamente, o quadrado dele representa a porcentagem de energia de deformação mecânica que pode se transformar em energia elétrica e vice-versa.

A partir disso é possível reescrever a equação 12 fazendo uso do coeficiente de acoplamento piezoelétrico.

$$\begin{bmatrix} E \\ T \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - k^2} \begin{bmatrix} \varepsilon & -d^{-1}k^2 \\ -d^{-1}k^2 & s^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ S \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.2. Material piezoelétrico conectado a um circuito *shunt*

A partir deste ponto o equacionamento é tratado considerando que o material piezoelétrico será conectado a um circuito, algo de extrema importância a se considerar, uma vez que, dependendo dos componentes presentes neste circuito, as propriedades do piezoelétrico serão alteradas (Viana e Steffen, 2006).

A fim de demonstração, considere o caso de curto-circuito, onde $E=0$. A equação 11 é reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} D \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^T & d \\ d & s^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T \end{bmatrix} \quad (15)$$

E a expressão para a deformação é conforme a equação 16.

$$S = s \cdot T \quad (16)$$

Já no caso de circuito aberto, tem-se $D=0$ e a equação 12 fica da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} E \\ T \end{bmatrix} = \frac{1}{1-k^2} \begin{bmatrix} \varepsilon & -d^{-1}k^2 \\ -d^{-1}k^2 & s^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ S \end{bmatrix} \quad (17)$$

E a deformação é representada pela equação 18.

$$S = s(1-k^2)T \quad (18)$$

Fazendo a correlação das equações 15 e 17 com a equação 7, nota-se que a compliância mecânica no caso de curto-circuito e de circuito aberto diferem e são representadas pelas equações 19 e 20, respectivamente.

$$s = \frac{1}{Y} \quad (19)$$

$$s = \frac{1}{Y(1-k^2)} \quad (20)$$

A observação das equações 19 e 20 permite concluir que, de fato, a depender do circuito conectado ao material piezoelétrico, é possível alterar suas propriedades, como o módulo de elasticidade.

Dessa forma vê-se necessário o estudo de outros termos, correlacionando as propriedades do material piezoelétrico com as do circuito na qual este é conectado.

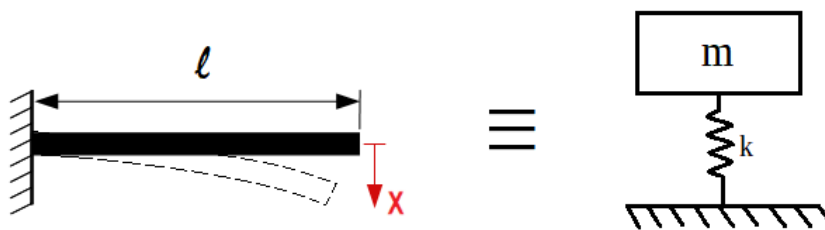
A equação 13 traz a representação matemática do coeficiente de acoplamento eletromecânico, no entanto, o coeficiente que é utilizado no estudo teórico é o coeficiente generalizado de acoplamento eletromecânico, descrito a seguir na equação 21, onde \bar{K} é a razão entre a rigidez do piezoelétrico em curto circuito e a rigidez total do sistema. Viana e Steffen (2006) consideraram o quadrado deste coeficiente como sendo igual a 0,05.

$$K_{ij}^2 = \bar{K} \cdot \frac{k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2} \quad (21)$$

Além do coeficiente de acoplamento eletromecânico, outros termos também devem ser conhecidos a fim de que seja possível fazer o estudo das respostas, descritas pelas equações 33 e 34, tanto no caso puramente resistivo, quanto no resistivo-indutivo. Estes são apresentados a seguir nas equações 22 a 31, conforme também apresentado por Viana e Steffen (2006) e Hagood e von Flotow (1991).

Alguns desses coeficientes dependem da geometria do sistema que deve ter sua vibração mitigada, assim este trabalho considera uma viga engastada de comprimento l e massa m , que será tratado como um sistema massa-mola equivalente de um grau de liberdade, como indicado na Figura 8. As equações 22 e 23 representam, respectivamente, a massa e a rigidez equivalentes da estrutura, Y é o módulo de elasticidade, que é uma característica do material da viga, e I é o momento de inércia, que depende da geometria da estrutura.

Figura 8: viga engastada sob flexão.



Fonte: elaborado pela autora

$$M = \frac{33}{140} \cdot m \quad (22)$$

$$K = \frac{3 \cdot Y \cdot I}{l^3} \quad (23)$$

A partir das equações 22 e 23 é possível calcular a frequência natural do sistema mecânico, representada pela equação 24.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (24)$$

A equação 24 representa a frequência de natural do sistema mecânico apenas, enquanto a equação 25 indica o cálculo a ser feito para encontrar a frequência de ressonância do sistema elétrico, onde L é a indutância e C_{PZT} a capacitância.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C_{PZT}}} \quad (25)$$

Para finalizar as frequências, ω_n^E é a frequência de natural do conjunto mecânico e elétrico em circuito aberto, onde k_{jj} é a rigidez do conjunto piezoelétrico e circuito *shunt* em circuito aberto.

$$\omega_n^E = \sqrt{\frac{K + k_{jj}}{M}} \quad (26)$$

$$\gamma = \frac{\omega_0}{\omega_n^E} \quad (27)$$

$$\delta = \frac{\omega_0}{\omega_n} \quad (28)$$

As equações 27 e 28 tratam de parâmetros adimensionais que relacionam características do sistema mecânico e elétrico, sendo γ a frequência e δ a relação de sintonia.

A equação 29 apresenta o fator de amortecimento a partir das características do circuito onde o piezoelétrico será conectado.

$$\xi = R \cdot C_{PZT} \cdot \omega_n^E \quad (29)$$

Hagood e von Flotow (1990) fazem uso de considerável álgebra para encontrar a indutância e a resistência ótimas do circuito *shunt*, onde a absorção da vibração é maximizada.

$$L_{\acute{o}timo} = \frac{1}{C_{PZT}(1 + k_{ij}^2) \cdot \omega_n^2} \quad (30)$$

$$R_{\acute{o}timo} = \frac{k_{ij} \cdot \sqrt{2}}{C_{PZT} \cdot \omega_n \cdot (1 + k_{ij}^2)} \quad (31)$$

A partir de todos os termos descritos acima é possível fazer o estudo da resposta. Segundo Hagood e von Flotow (1991), a resposta do sistema para o caso puramente resistivo pode ser encontrada a partir da equação 32, que deriva da expressão da velocidade modal do sistema no domínio de Laplace.

$$\frac{x}{x_{st}} = \frac{\xi \cdot \gamma + 1}{\xi \cdot \gamma^3 + \gamma^2 + \xi \cdot (1 + K_{ij}) \cdot \gamma + 1} \quad (32)$$

Sabendo que $x_{st} = F / (K + k_{ij})$, podemos reescrever a equação 32 da seguinte forma:

$$\frac{x}{F} = \frac{\xi \cdot \gamma + 1}{(K + k_{ij}) [\xi \cdot \gamma^3 + \gamma^2 + \xi \cdot (1 + K_{ij}) \cdot \gamma + 1]} \quad (33)$$

Já para o caso resistivo-indutivo, Viana e Steffen (2006) indicam a função da resposta segundo a equação (34).

$$\frac{x}{F} = \frac{\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 \cdot \xi \cdot \gamma}{(1 + \gamma^2) \cdot (\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 \cdot \xi \cdot \gamma) + K_{ij}^2 \cdot (\gamma^2 + \delta^2 \cdot \xi \cdot \gamma)} \quad (34)$$

Possuindo as funções de transferência é possível fazer uma previsão teórica do comportamento do sistema em cada caso (puramente resistivo e resistivo-indutivo) para diferentes valores de resistência e indutância e, dessa forma, compreender a influência de cada componente do circuito na mitigação de vibrações.

4. Materiais e métodos

Nesta seção está descrita a forma como o estudo proposto foi realizado, tanto o prático, quanto o experimental, bem como o que foi utilizado para atingir seus objetivos.

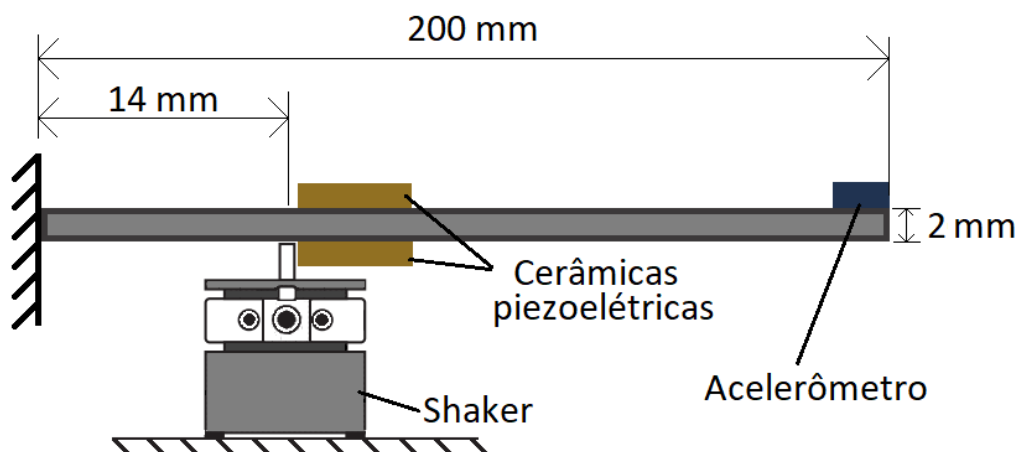
4.1. Materiais

Para o estudo prático foram utilizados os seguintes materiais:

- Viga de alumínio de dimensões 200 x 25,4 x 2 [mm];
- Morsa para engastar a viga;
- *Shaker* eletrodinâmico Pasco SF-9324;
- Acelerômetro ADXL335;
- Arduino UNO;
- Gerador de sinais Advanced Scientific WF-801-80;
- Cerâmicas piezoelétricas com capacitância de 500 pF.

A viga de alumínio foi fixada em uma morsa para simular a condição de uma estrutura engastada, o ponto de excitação do *shaker* estava localizada a 14 mm do engaste, duas cerâmicas piezoelétricas foram posicionadas logo após a posição de acoplamento do *shaker*, uma na parte superior da viga e outra na parte inferior, pois o lugar onde há o maior nível de vibração a eficiência do piezoelétrico é maior, e o acelerômetro foi alocado na extremidade livre da viga. Uma representação gráfica da bancada de testes pode ser observada na Figura 9.

Figura 9: componentes do sistema do estudo práticos.



Fonte: elaborado pela autora (fora de escala)

Em se tratando do estudo teórico, foi utilizado o software Octave, tendo as rotinas, apresentadas no apêndices A e B, alimentadas com as fórmulas descritas no capítulo de fundamentação teórica.

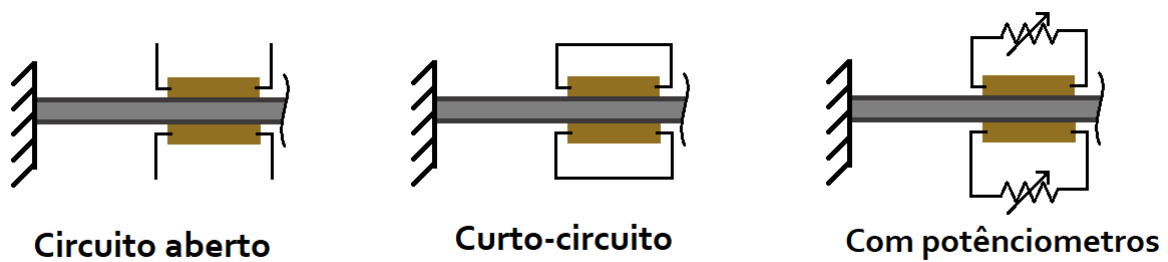
4.2. Métodos

Para o estudo prático foram realizados ensaios experimentais onde cada cenário foi repetido cinco vezes para fins de verificação de repetibilidade. O *shaker* excitou o sistema de forma senoidal com sua frequência variando de 16 a 64 Hz, permanecendo dois segundos em cada frequência, as cerâmicas piezoelétricas estavam conectadas cada uma a um circuito *shunt* que contava com um potenciômetro usado para variar o valor da resistência do circuito e o acelerômetro fez a aquisição da resposta com frequência de amostragem de 500 Hz. Os experimentos foram realizados em cinco cenários diferentes:

- Circuito aberto;
- Curto-circuito;
- Resistência de 5 k Ω ;
- Resistência de 10 k Ω ;
- Resistência de 1 M Ω .

Uma representação gráfica dos arranjos de circuito *shunt* podem ser observados na Figura 10. O caso de circuito aberto representa uma resistência infinita teórica, em curto-circuito tem-se o condutor ideal, onde a resistência é considerada nula, já nos estudos com diferentes resistências o intuito era observar como comportamento vibracional da estrutura era afetado com diferentes valores de resistência, esperava-se notar uma diminuição na aceleração até certo ponto e depois seu aumento.

Figura 10: representação dos circuitos.



Fonte: elabora pela autora

Os dados adquiridos nos experimentos foram posteriormente tratados através do software Octave para que fosse possível encontrar a resposta na forma do deslocamento em função da frequência (uma vez que os dados obtidos pelo acelerômetro são exibidos em um gráfico onde o eixo das abscissas indica o número de pontos da aquisição) e para que a média dos valores dos cinco experimentos fosse encontrada. Fazendo a sobreposição das médias de todos os cenários experimentais foi possível verificar como a resposta do sistema se altera com as diferentes condições de circuito elétrico.

No estudo teórico foram utilizadas as rotinas presentes nos apêndices A e B onde diferentes valores de resistência e indutância foram testados. Há o caso puramente resistivo, onde o circuito *shunt* teórico contava com apenas um resistor e o valor dessa resistência era variado, e o caso resistivo-indutivo, onde foi considerado um arranjo de um resistor e um indutor no circuito. Foram feitos estudos considerando um valor ótimo para a resistência e variando o valor da indutância e vice-versa, para que fosse possível analisar os diferentes efeitos de cada componente na absorção das vibrações. Em ambos os casos foram considerados valores superiores e inferiores àqueles considerados ótimos, conforme as equações (30) e (31), para que fosse possível observar graficamente a diferença nos comportamentos da estrutura com os diferentes valores de resistência e indutância, bem como a diferença quando havia ou não a presença do indutor no circuito.

5. Resultados e discussão

Esta seção apresenta os resultados obtidos nos estudos prático, onde foram realizados experimentos com uma estrutura que simulava uma viga engastada com cerâmicas piezoelétricas a ela acopladas, e teórico, onde foi feito um estudo computacional utilizando as fórmulas descritas no capítulo 3, para comparação e validação.

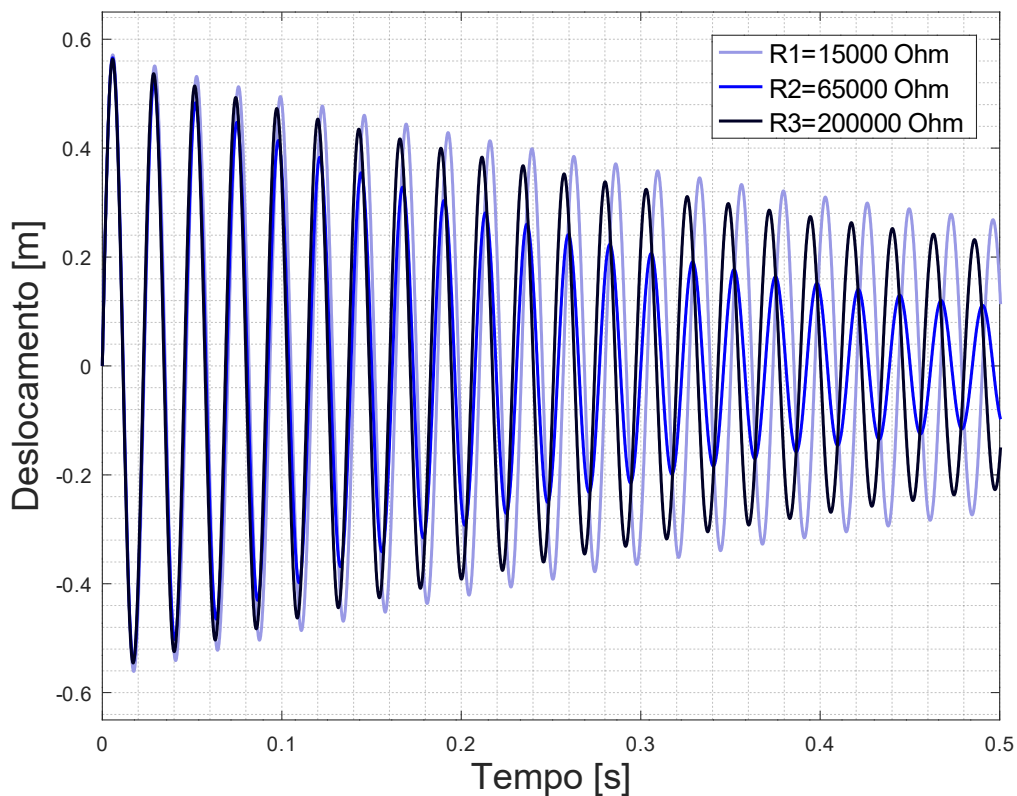
5.1. Estudo teórico computacional

É possível encontrar as rotinas utilizadas para esse estudo nos Apêndices A e B. Os resultados encontrados são graficamente apresentados pelas figuras 11 a 25. Para fins de comparação, foi considerada a mesma geometria do sistema usado no estudo prático.

5.1.1. Caso puramente resistivo

A Figura 11 trata dos resultados obtidos dando uma entrada impulso no sistema, o que fisicamente significa causar um impacto muito intenso em um curtíssimo espaço de tempo e deixar a estrutura vibrar livremente.

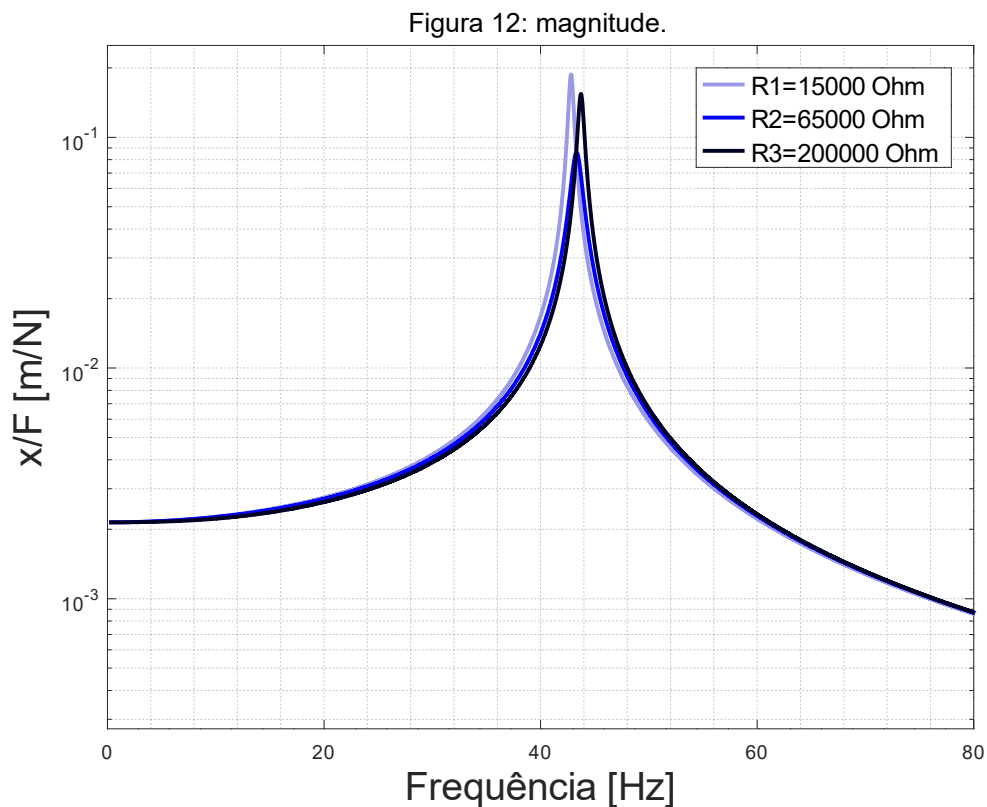
Figura 11: resposta a uma entrada do tipo impulso.



Fonte: elaborado pela autora

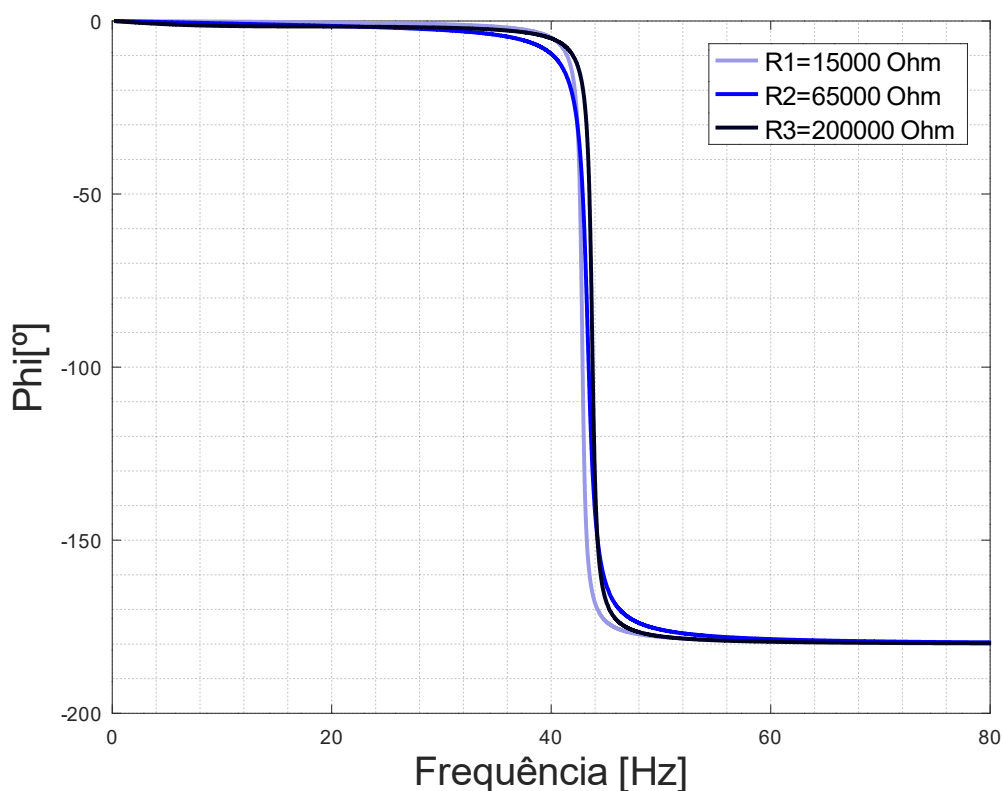
Nesta figura é possível observar que a curva de $R2$ apresenta a melhor absorção das vibrações, nota-se que ela diminui o deslocamento pela metade em 0,25 segundos, enquanto que a curva de $R1$ leva quase o dobro: 0,45 segundos, o que demonstra a eficiência do conjunto piezoelétrico+*shunt* na mitigação da vibração do sistema. O seguinte comportamento com relação aos valores de resistência pode ser observado: com um valor pequeno, o deslocamento é alto; conforme esse valor aumenta, é possível notar diminuição no deslocamento, mas não de maneira indefinida, pois com valores altos de resistência o deslocamento volta a ser grande.

As figuras 12 e 13, diferentes do gráfico anterior, que apresenta as respostas no decorrer do tempo, apresentam as respostas em função da frequência, o que é essencial quando se deseja representar com fidelidade o comportamento do sistema, pois através deles é possível identificar a frequência natural do sistema e a relação do deslocamento da estrutura com a força aplicada. Os resultados derivam da equação 33.



Fonte: elaborado pela autora

Figura 13: fase.



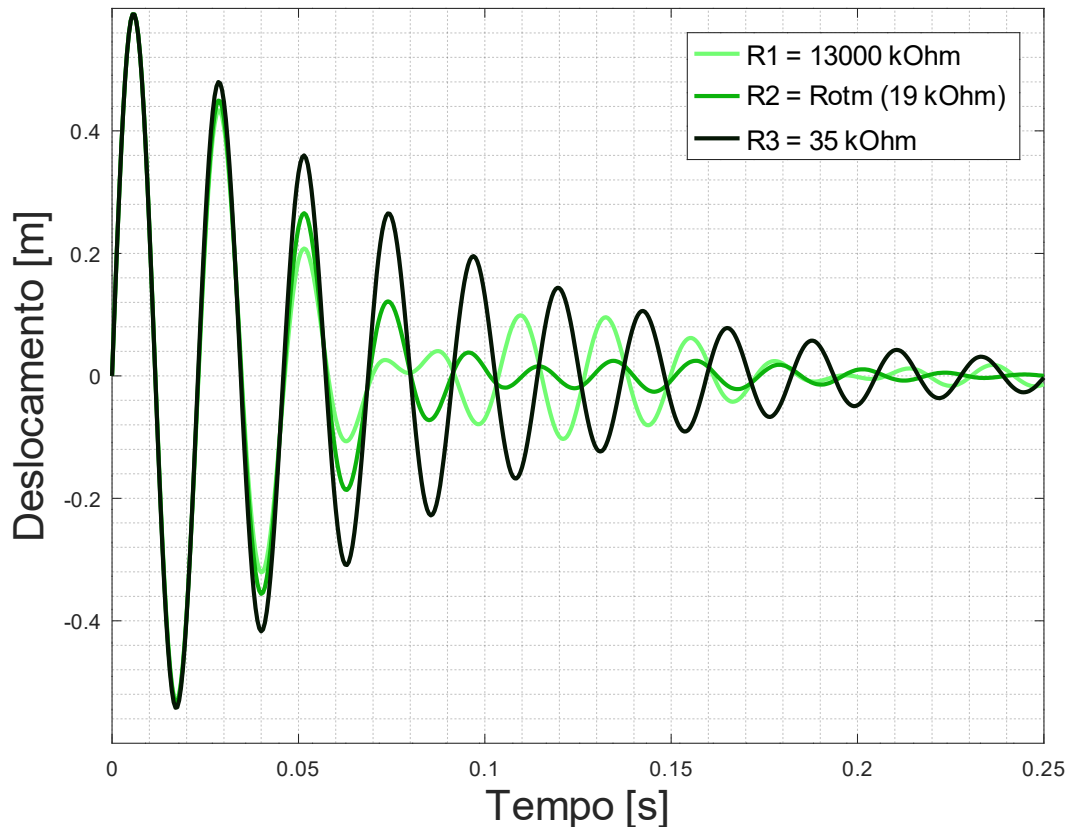
Observando a Figura 12, nota-se que as três curvas têm pontos máximos próximos a 41 Hz, isso significa que esse é o valor da frequência natural do sistema. E novamente percebe-se o comportamento de saturação da resistência em mitigar a vibração (o que era de se esperar, apenas representado de outra forma), pois tem-se valores altos de x/F para os valores extremos de resistência e o menor dos picos correspondente a um valor intermediário de resistência. Agora, além de comprovada a capacidade de mitigar a vibração de maneira mais ágil, também tem-se explícita a habilidade do piezoelétrico+*shunt* de diminuir o nível de vibração máximo da estrutura.

5.1.2. Caso resistivo-indutivo

A partir deste ponto são apresentados os resultados obtidos nas simulações onde foi considerado que havia um resistor e um indutor conectados no circuito *shunt* de cada cerâmica piezoelétrica. As figuras 14 a 17 tratam do caso onde foi considerado um valor de indutância ótima, segundo a equação 30, e variou-se os valores das resistências; as figuras 18 a 21 apresentam os resultados dos estudos onde foi considerado o valor ótimo de resistência, conforme a equação 31, e variavam-se as indutâncias. Isso foi feito a fim de que fosse possível estudar como cada componente afetava a forma como o sistema se comportava, bem como era a

influência destes na forma de mitigação da vibração da estrutura. Em ambos os casos as curvas intermediárias ($R2$ e $L2$) representam o cenário onde ambos, resistência e indutância, estavam com seus valores ótimos e, nesse caso, a vibração atinge o seu valor mínimo possível.

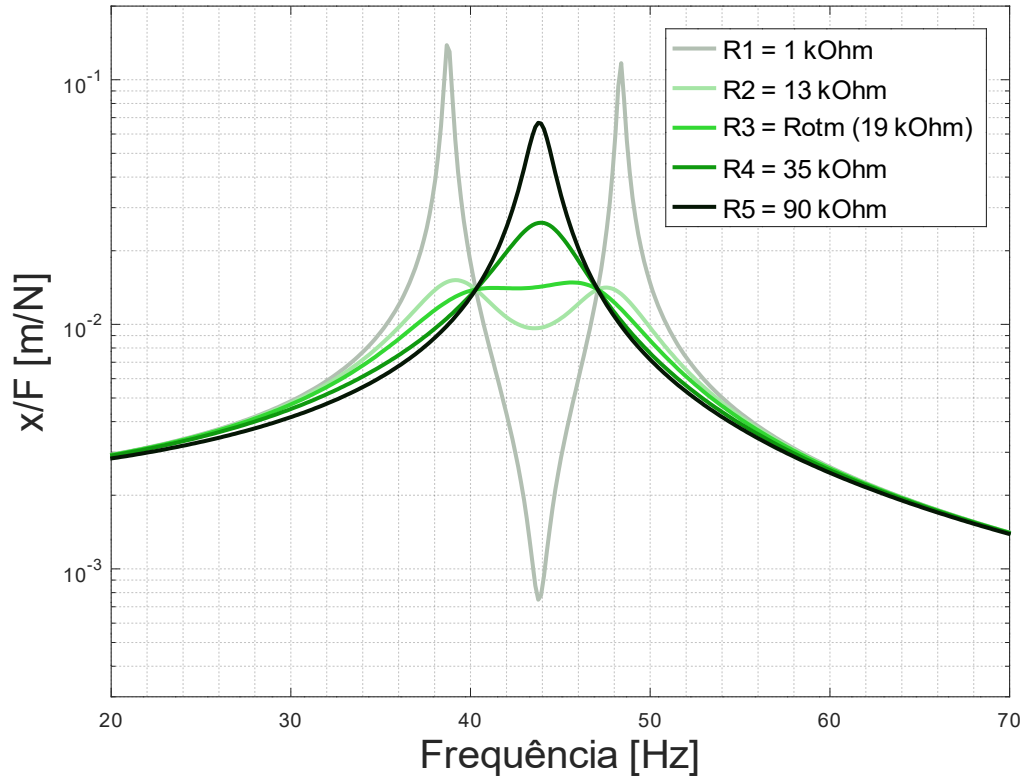
Figura 14: resposta a uma entrada impulso com indutância ótima e variando as resistências.



Fonte: elaborado pela autora

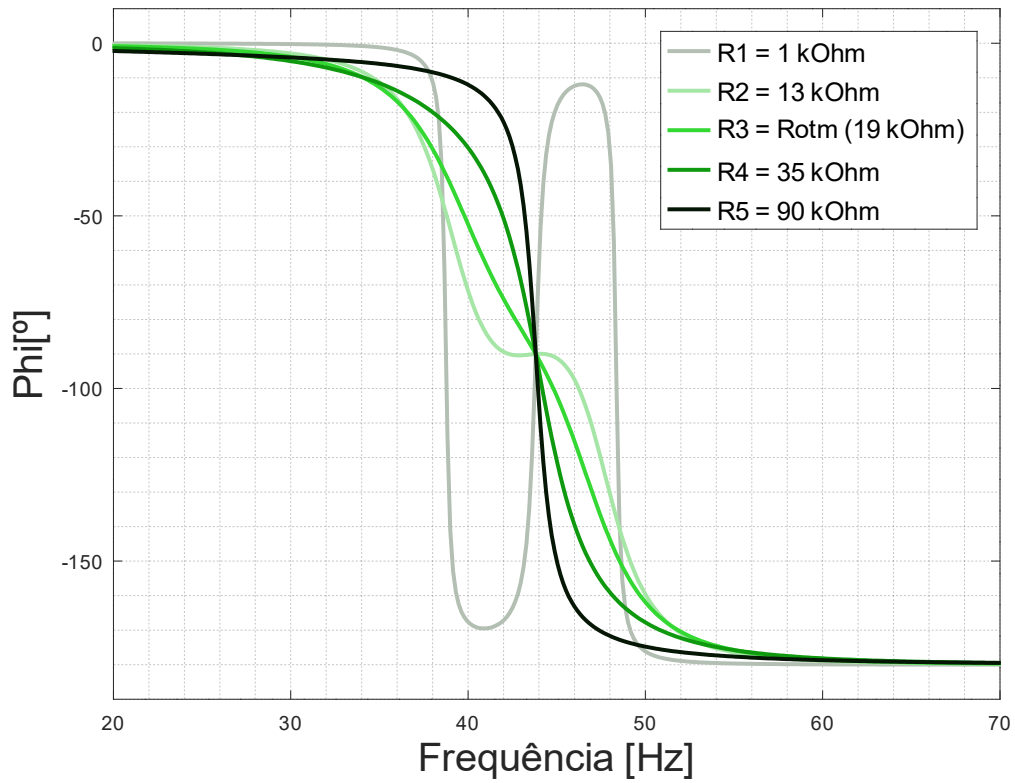
Analisando a Figura 14 é possível concluir que, dentre os valores de resistência utilizados, $R2$ é o que mais rapidamente diminui os níveis de vibração da estrutura: passado 0,15 segundo o deslocamento era de 0,02 metro, enquanto que para $R1$ esse valor era de 0,06 metro e 0,09 metro para $R3$. Outra observação interessante a se fazer é a ocorrência de haver duas frequências na resposta no caso de $R1$, que pode ser observado mais nitidamente por volta de 0,08 segundo, e era o esperado, uma vez que a no caso resistivo-indutivo, o *shunt* conta com duas frequências naturais, pois nesse caso o conjunto piezoelétrico+*shunt* atua como um absorvedor dinâmico de vibrações.

Figura 15: magnitude com indutância ótima e diferentes resistências.



Fonte: elaborado pela autora

Figura 16: fase com indutância ótima e diferentes resistências.

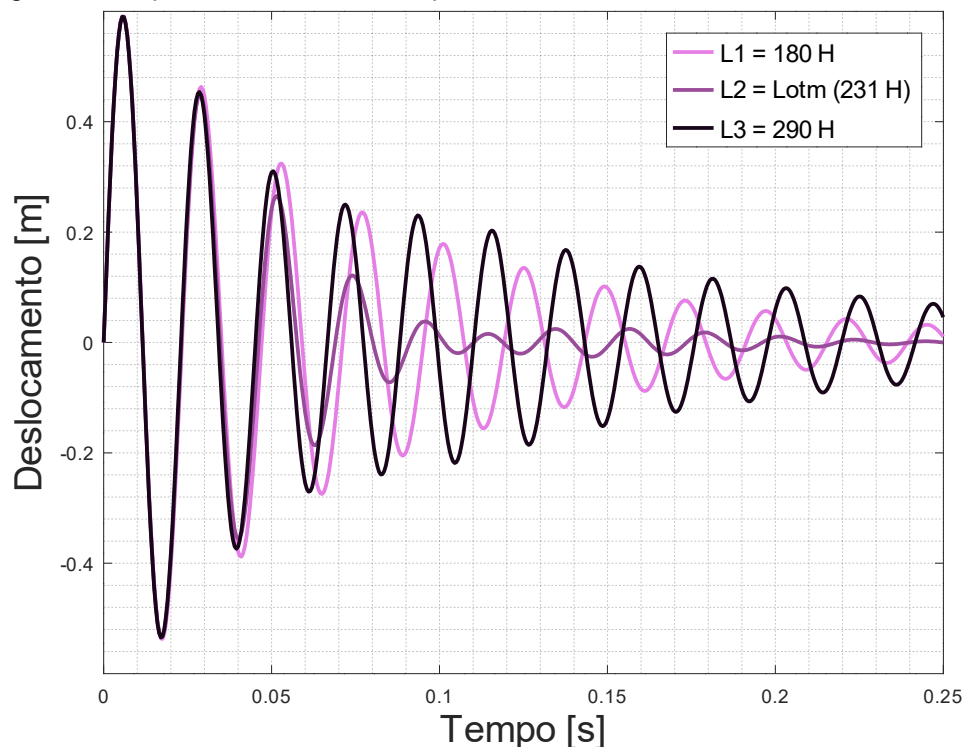


Fonte: elaborado pela autora

A Figura 15 apresenta um perfil interessante que não é observado no caso puramente resistivo. Nota-se que para valores pequenos de resistência o sistema apresenta duas frequências naturais, pois pode-se ver dois picos: um em quase 39 Hz e outro em, aproximadamente, 48 Hz. Além disso, esses casos apresentam antirressonância, representado pelo “pico invertido”, onde x/F é um valor muito pequeno, e isso ocorre em torno de 44 Hz. Conforme o valor da resistência aumenta, é observado uma diminuição em ambos os picos e uma gradual transformação de um perfil com duas frequências naturais e uma de antirressonância para um sem antirressonância e com apenas uma frequência natural de, aproximadamente, 44 Hz, pois nesse caso pode-se considerar a condição de circuito aberto, onde não há passagem de corrente pelo *shunt* e assim o conjunto amortecedor não atua da mesma forma.

As figuras 17 a 19 apresentam os resultados obtidos no caso onde foi considerado um valor de resistência ótima e o valor da indutância foi variado.

Figura 17: resposta a uma entrada impulso com resistência ótima e variando as indutâncias.

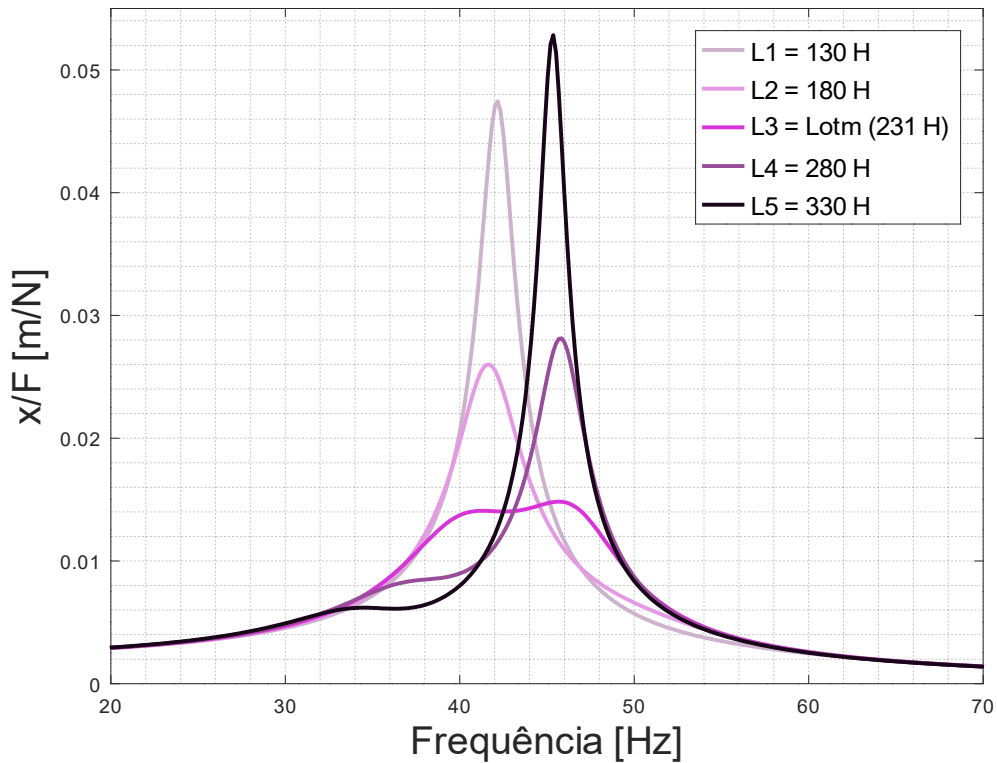


Fonte: elaborado pela autora

Assim como as demais respostas a uma entrada impulso previamente explicitadas nas figuras 11 e 14, a Figura 17 apresenta um comportamento semelhante, com valores extremos de indutância levando mais tempo para minimizar o deslocamento e o valor intermediário sendo o ideal, com deslocamento

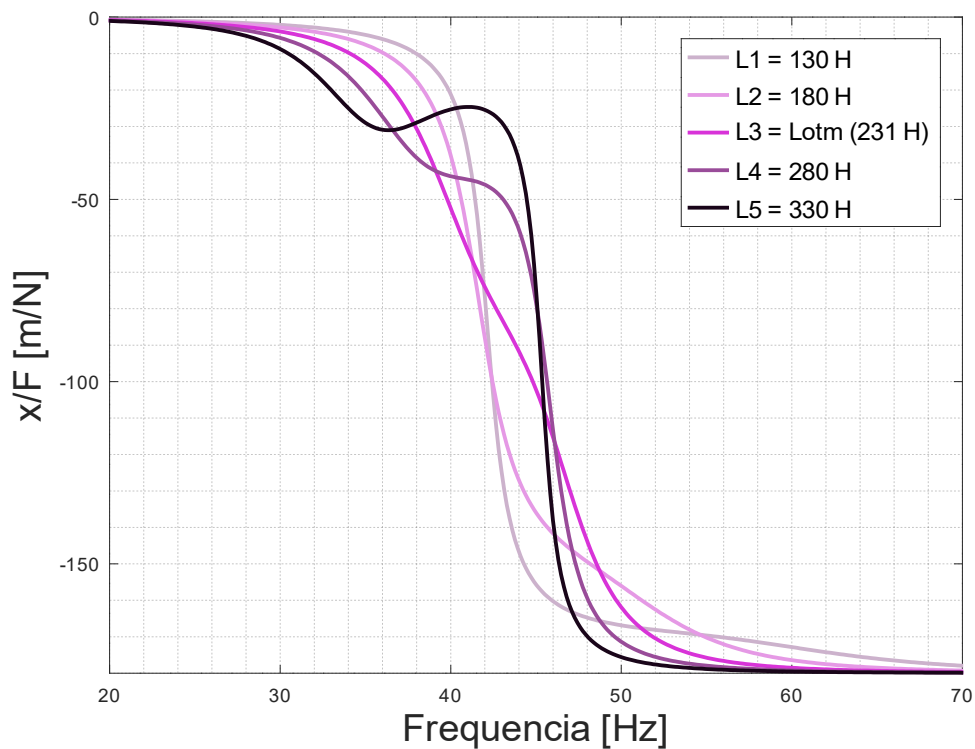
de 0,025 metro após 0,13 segundo, enquanto para as Indutâncias $L1$ e $L3$ os deslocamentos eram de, respectivamente, 0,11 e 0,17 metro.

Figura 18: magnitude com resistência ótima e variando as indutâncias.



Fonte: elaborado pela autora

Figura 19: fase (resistivo indutivo com resistência ótima).

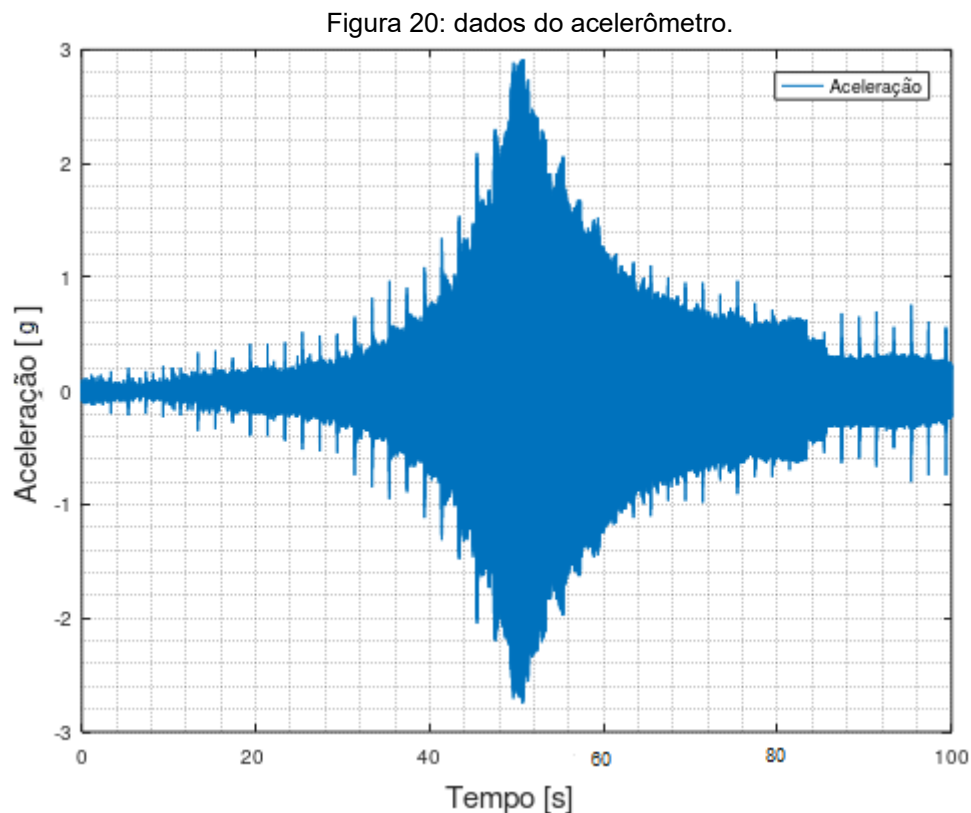


Fonte: elaborado pela autora

A Figura 18 também deixa explícita a mudança da frequência natural do sistema: saindo de um valor de 41 Hz e chegando a 45 Hz, aproximadamente. Essa mudança na frequência natural do sistema se dá graças à presença do indutor no circuito *shunt*, pois com ele o conjunto absorvedor se comporta como um absorvedor dinâmico de vibrações, o que, em teoria, adiciona uma massa ao sistema, fazendo aparecer a segunda frequência natural. E mais uma vez nota-se a diminuição no pico conforme aproxima-se do valor ótimo de indutância.

5.2. Estudo experimental prático

Os dados coletados pelo acelerômetro em todos os experimentos têm o perfil como o apresentado pela Figura 20.

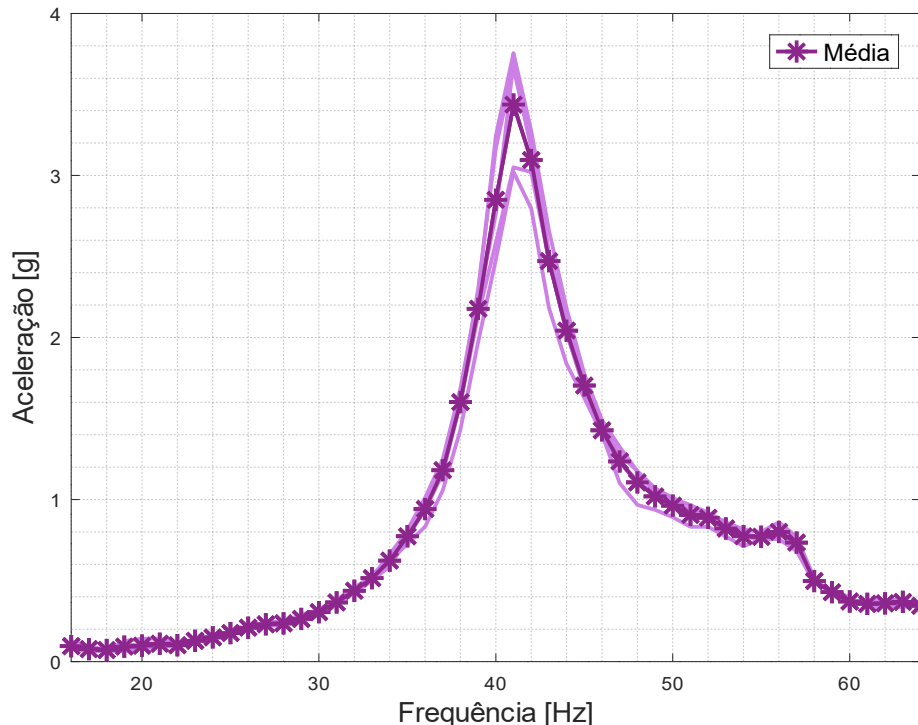


Fonte: elaborado pela autora

Este gráfico apresenta o comportamento vibracional da estrutura sob as diferentes frequências impostas pelo *shaker*. No início do experimento tem-se uma excitação de 16 Hz e a cada dois segundos o *shaker* aumenta tal excitação em 1 Hz até chegar ao fim do experimento com o valor de 64 Hz. É possível notar que existem vários pequenos picos de aceleração, que representam o regime transiente da resposta entre uma frequência e outra, e também pode-se observar um pico

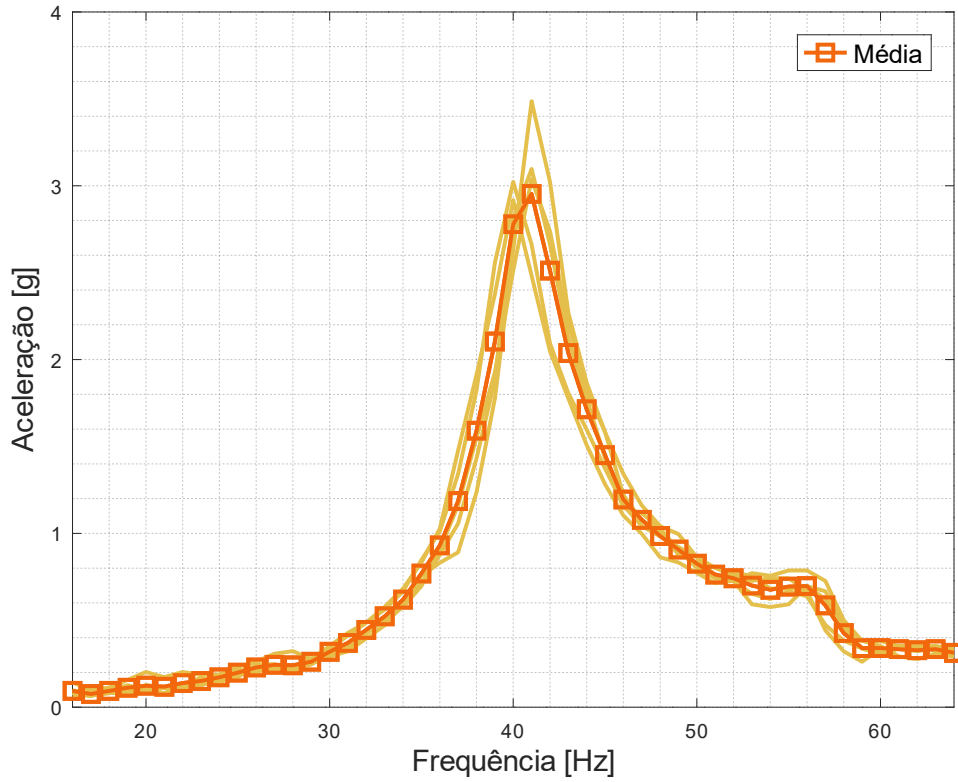
maior por volta de 50 segundos, o que representa que foi naquele momento que a estrutura estava sendo excitada em sua frequência natural, gerando ressonância. Dessa forma é possível saber em que momento ocorreu a ressonância, mas não está explícito qual é o valor da frequência natural. Portanto foi necessário realizar uma manipulação dos dados através do *software* Octave de todos os experimentos para que a apresentação fosse mais direta e de simples compreensão. Foi feita uma correlação entre o tempo decorrido no experimento e qual era a frequência de excitação do *shaker*, bem como foi feita a consideração apenas da parte positiva do eixo das ordenadas. Para definir qual o valor de aceleração correspondia a cada frequência, foi considerado apenas o maior valor de aceleração dentro do espaço de resposta de uma determinada frequência (desconsiderando a resposta em regime transiente). A partir disso foram desenvolvidos os gráficos das respostas de cada experimento, onde são apresentadas as cinco curvas correspondentes aos cinco experimentos realizados em cada configuração de circuito e uma curva em destaque representando a média dos valores encontrados. Estes resultados podem ser observados nas figuras 21 a 26.

Figura 21: comportamento vibracional da viga com 5 k Ω .



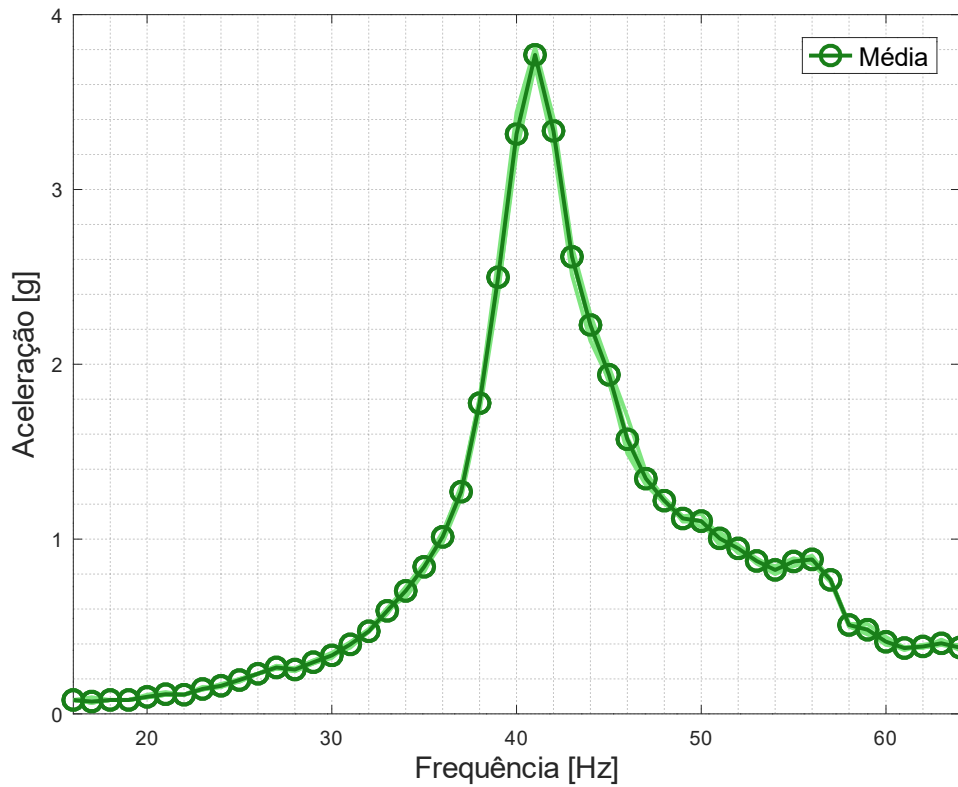
Fonte: elaborado pela autora

Figura 22: comportamento vibracional da viga com 10 k Ω .



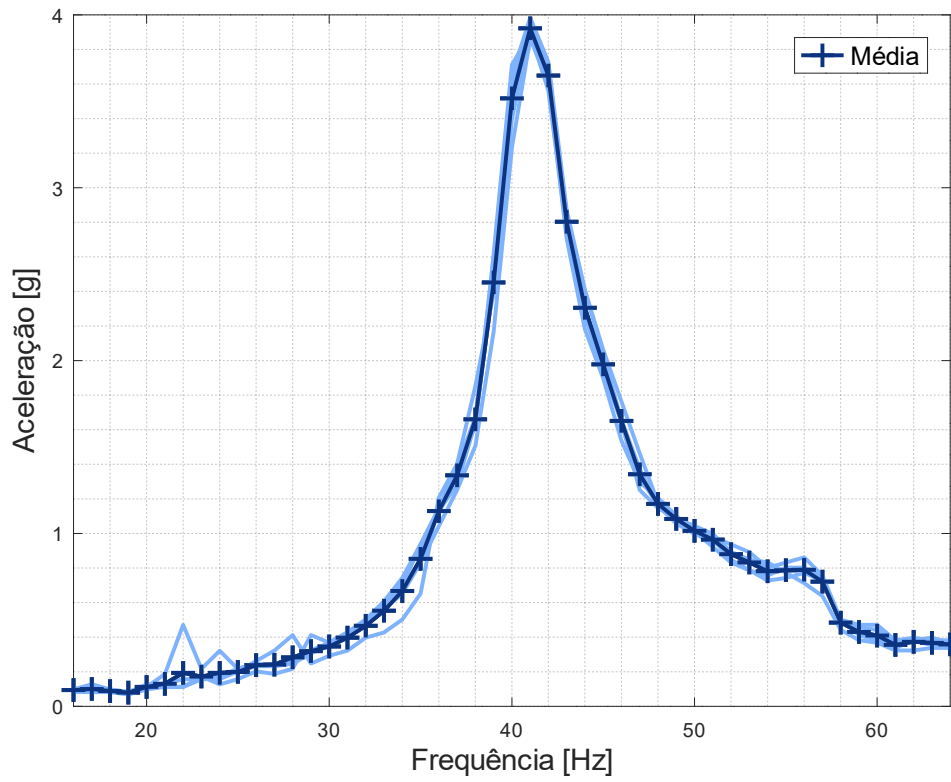
Fonte: elaborado pela autora

Figura 23: comportamento vibracional da viga com 1 M Ω .



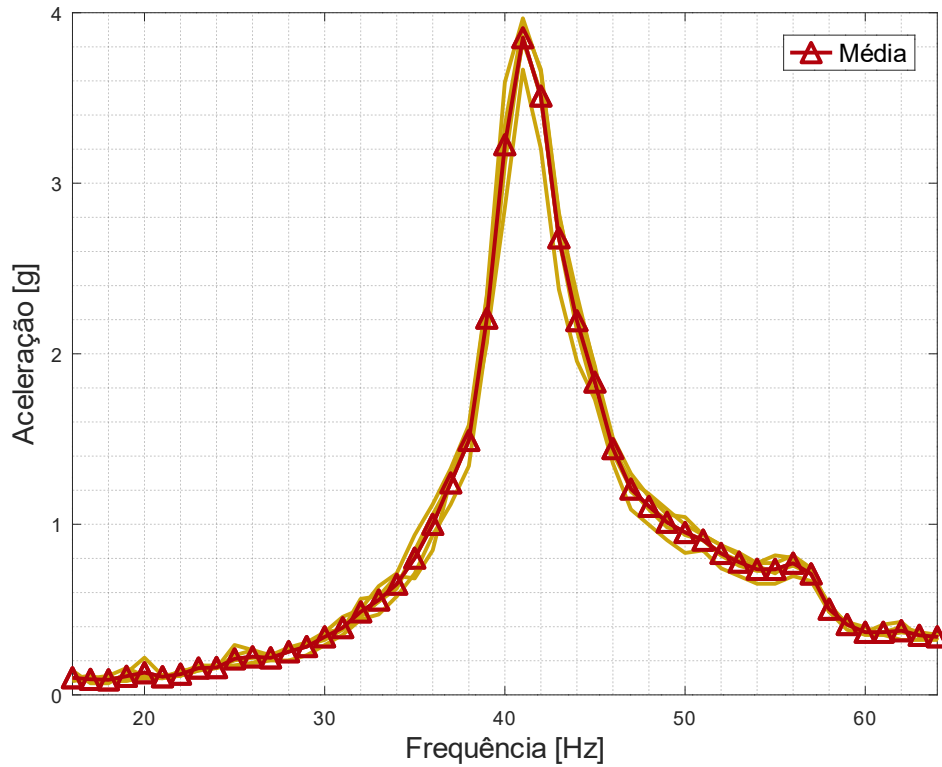
Fonte: elaborado pela autora

Figura 24: comportamento vibracional da viga com circuito aberto.



Fonte: elaborado pela autora

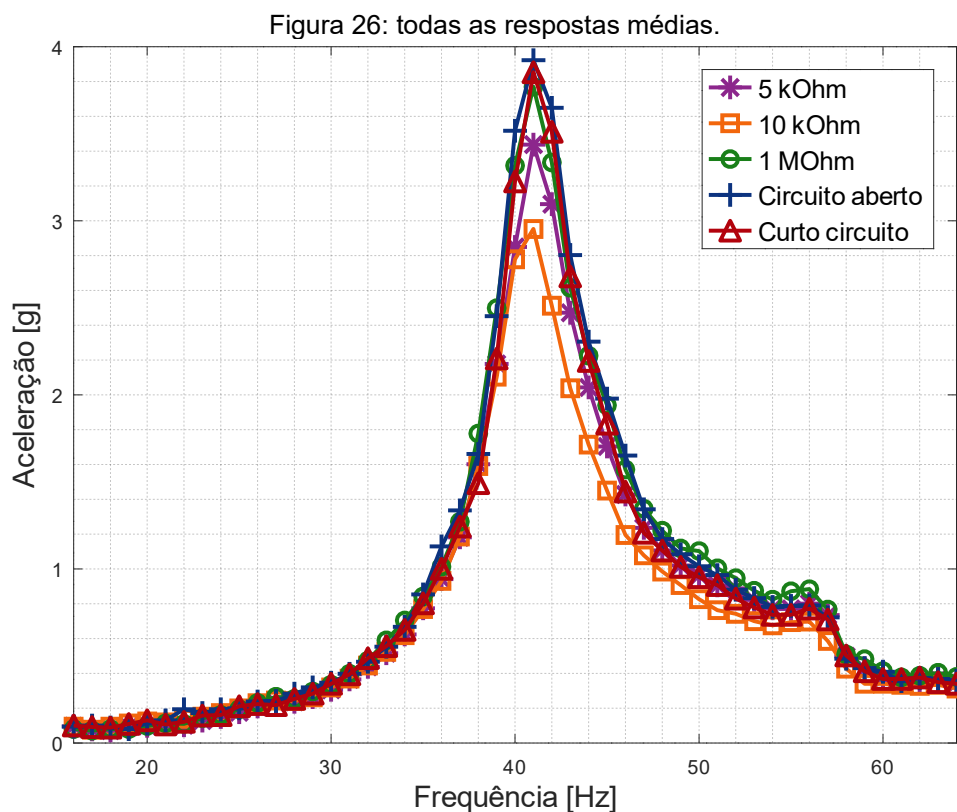
Figura 25: comportamento vibracional da viga com curto-circuito.



Fonte: elaborado pela autora

Tendo os dados experimentais apresentados dessa forma, é possível observar que com valores abaixo de 30 Hz os valores de aceleração são baixos, mas logo após 30 Hz a aceleração aumenta exponencialmente até atingir um valor máximo em torno de 41 Hz. E com a mesma agilidade com que chegou até este pico, a aceleração o deixa e retorna a valores baixos conforme a frequência aumenta. Dessa maneira é possível afirmar que o valor da frequência natural da estrutura é de, aproximadamente, 41 Hz, pois é neste valor de frequência onde tem-se o maior valor de aceleração, caracterizando o fenômeno de ressonância. E em todos os casos, independente do valor da resistência ou de ter-se conectado ou não a cerâmica ao circuito, essa frequência natural é a mesma, o que era de se esperar, uma vez que no caso do estudo experimental cada circuito conta apenas com uma resistência, e Viana e Steffen (2006) já mostraram que a mitigação da vibração neste caso ocorre de forma semelhante à de um absorvedor viscoelástico; diferente do caso onde tem-se um capacitor no circuito, onde a presença deste altera a rigidez do elemento piezoelétrico, alterando, assim, a frequência natural do sistema.

Para fazer um estudo comparativo do nível de vibração, todas as curvas que representam as médias dos valores dos cinco experimentos são apresentadas em um mesmo gráfico na Figura 26.



Fonte: elaborado pela autora

Observando a Figura 26 é possível notar que a configuração que apresenta o maior nível de vibração é circuito aberto, seguido do curto-circuito, que apresenta o pico bem próximo da configuração com um resistor de $1\text{ M}\Omega$ e todas estas configurações apresentam acelerações por volta de 3,85 g. A partir desse ponto nota-se uma diminuição mais significativa da vibração: com resistores de $5\text{ k}\Omega$ a aceleração máxima é em torno de 3,44 g e com resistores de $10\text{ k}\Omega$ ela é de 2,96 g. Assim pode-se concluir que, além de comprovada a eficiência prática da cerâmica piezoelétrica em conjunto com um circuito *shunt* na mitigação da vibração na estrutura, o valor ótimo de resistência que maximiza a mitigação desse experimento está entre $5\text{ k}\Omega$ e $1\text{ M}\Omega$, não se sabe se é especificamente $10\text{ k}\Omega$ ou algum valor maior ou menor, faz-se necessário demais experimentos com valores intermediários para chegar à tal conclusão.

6. Considerações finais

Com os estudos previamente apresentados é possível concluir que a cerâmica piezoelétrica conectada ao circuito shunt, de fato, mitigou as vibrações na estrutura. Em todos os estudos houve diminuição no deslocamento ou aceleração da estrutura, assim como todos apresentaram um ponto de saturação, a partir do qual aumentar o valor de resistência ou indutância não fará com que a vibração do sistema seja ainda mais absorvida, e sim acentuada.

No estudo prático, onde apenas estudou-se o caso puramente resistivo foi possível concluir que o valor ótimo de resistência, que maximiza a mitigação da vibração da estrutura, está entre $5 \text{ k}\Omega$ e $1 \text{ M}\Omega$. Dentre os valores usados no experimento, $10 \text{ k}\Omega$ foi o que melhor absorveu as vibrações da estrutura, sendo este, aproximadamente, 25% menor do que em circuito aberto, que apresentou o maior deslocamento: 3,92 mm. Os casos de curto-circuito e circuito aberto apresentaram valores muito próximos de aceleração. Apenas com os experimentos realizados não foi possível encontrar o real valor de resistência ótima, porém com o auxílio do software Octave é possível afirmar que este valor é de $9572,3 \Omega$.

No estudo computacional, considerando a entrada impulso, foi possível concluir que no caso puramente resistivo, após 0,5 segundo o deslocamento máximo do caso melhor amortecido (onde foram considerados valores ótimos de resistência e indutância) era inferior a 0,08 metro. Enquanto que nos casos onde havia o indutor no circuito, esse nível de deslocamento foi obtido antes de ter-se passado 0,08 segundo. O que leva à conclusão de que o indutor tem grande influência na mitigação de vibração. Além de influenciar na efetividade da mitigação é possível concluir que o indutor, de fato, altera o comportamento da estrutura, uma vez que na Figura 14 nota-se batimento na resposta, o que não é observado na Figura 11, onde há a presença apenas do resistor no circuito. Além disso, as figuras 15 e 18 mostram que a frequência natural do sistema é alterada com a presença do indutor e, ainda mais, na figura 15 é possível observar que para valores pequenos de resistência (ou seja, onde pode-se considerar que apenas o indutor está atuando), o sistema apresenta dois picos de ressonância e um de antirressonância.

Para finalizar, como sugestão para trabalhos futuros, vê-se necessário o estudo prático contando com um indutor no circuito, bem como experimentos com entrada impulso para ser feita a comparação dos resultados teóricos. Interessante

também seria um estudo prático considerando o valor ótimo de resistência e indutância encontrados através das fórmulas apresentadas na seção de fundamentação teórica, além de realizar experimentos com diferentes posicionamentos da cerâmica piezoelétrica na viga, para verificar a influência desta mudança no comportamento de mitigação das vibrações.

Referências

ANICÉZIO, M. M. Atenuação de vibrações em pás de helicóptero utilizando circuito piezelétrico semi-passivo. 2015. 57 f. Dissertação (mestrado) - Unversidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

ANTHONY, D.; ELLIOTT, S. 2000. Comparison of the effectiveness of minimizing cost function parameters for active transmission in a lightly damped structure. *Journal of sound and vibration*. 237(2), 223-244.

CARLSON, J. D.; CATANZARITE, D. M.; St CLAIR, K. A. Commercial magneto-rheological fluid device. 5th International Conference on Electrorheological magneto-rheological Suspensions and Associated Technology, 1995.

CARLSON, J. N.; MATTHIS, W.; TOSCANO, J. R. Smart prosthetics based on magnetorheological fluid. Proc. SPIE 4332, Smart Structures and Materials: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, 2001.

EDWARDS, R. H.; MIYAKAWA, R. H. 1980. Large structure damping task report. Hughes Aircraft Co. Report. 4132.22/1408.

FORWARD, R. L. 1979. Electronic damping of vibrations in optical structures. *Journal of Applied Optics*. 18(5), 690-697.

GOMÉZ, A. L. Z. Controle de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo. Dissertação (mestrado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GRIPP, J. A. B.; RADE D. A. 2018. Vibration and noise control using shunted piezoelectric transducers: a review. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 112, 359-383.

HAGOOD N. W.; FLOTOW, A. von. 1991. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*. 146(2), 243-268.

JANOCHA, H. 2001. Application potential of magnetic field driven new actuators. *Sensors and Actuators A: Physical*. 91 (1-2), 126-132.

LAZARUS, K. B.; CRAWLEY, E. E. 1995. Fundamental mechanisms of aeroelastic control with control surface and strain actuation. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 18, n. 1, 10-17.

LEO, D. J. *Engineering Analysis of Smart Materials*. Nova Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

MACHADO, L. G.; SAVI, M. A. 2002. Aplicações odontológicas das ligas com memória de forma. *Revista Brasileira de Odontologia*, 59 (5), 302-306.

NAGAMINE, R. K. Amortecimento ativo para redução da resposta aeroelástica via fluidos eletro reológicos. 2007. Tese (doutorado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

OLABI, A. G.; GRUNWALD, A. 2008. Design and application of magnetostrictive materials. *Materials & Design*. 29 (2), 469-483.

OLIVEIRA, S. A. Modelagem termomecânica de ligas com memória de forma em um contexto tridimensional. 2013. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

PAIVA, A.; SAVI, M. A. 2006. An overview of constitutive models for shape memory alloys. *Mathematical Problems in Engineering*, 2006, 1-30.

PRADELLA, C. F. Vibrações em estruturas: estudo de edificação comercial em Garibaldi/RS. 2013. 71f. Monografia – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

RAO, S. Vibrações mecânicas. 4ª edição. São Paulo: Pearson, 2011. 424 p.

SANTOS, H. F. L. Controle de vibrações estruturais usando cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento conectadas a circuitos híbridos ativo-passivos. 2008. 109 f. Dissertação (mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

VENTER, G. S. Reduzindo chatter em processos de torneamento através do uso de material piezoelétrico considerando aspectos não-lineares. 2015. 84 f. Dissertação (mestrado em engenharia mecânica) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

VIANA, F. A. C.; STEFFEN, V. J. 2006. Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci & Eng.* 28, 293–310.

VIEIRA, S. L. Caracterização das propriedades mecânicas e reológicas de fluidos eletro-reológicos (FER). 1996. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

Apêndice A – Rotina para o caso puramente resistivo

pkg load control

pkg load optim

vm = [0.6 0.01 0.005];

vd = [0.6 0.01 0.005];

az = [0.9 0.99 0.15];

s = tf('s');

E = 70e9; % módulo de elasticidade [Pa]

ro = 2700; % densidade do material [kg/m³]

compr = 0.2; % comprimento da viga [m]

larg = 0.0254; % largura da viga [m]

espes = 0.002; % espessura da viga [m]

vol = compr*larg*espes; % volume da viga [m³]

m = ro*vol; % massa da viga [kg]

I = (larg*espes³)/12; % momento de inercia [m⁴]

M = (33/140)*m; % massa equivalente [kg]

k = (3*E*I)/(compr³); % rigidez equivalente [N/m]

Kij = 0.223607; % generalized electromechanical coupling coefficient

kjj = 0.05*k; % rigides em circuito aberto [N/m]

Cpzt = 60e-9; % capacitância [F]

wn = sqrt(k/M);

R = [15000 65000 200000];

pts = length(R);

```

wne = sqrt((k+kjj)/M); % eq 41a Hagood

gama = (s)/(wne); % eq 41b Hagood

C = Cpzt;

k1 = k + kjj; % k da estrutura + k do PZT

n = 1;

r = zeros(1,pts);
A = zeros(1,pts);

for i = 1:1:length(R)

%r = R*C*wne; % eq 41c Hagood
r(n) = R(i)*C*wne;

%A = (r*gama + 1)/(k1*(r*gama^3 + gama^2 + r*(1 + Kij^2)*gama + 1)); % eq 40
Hagood desenvolvida p caso puramente resistivo
A = ((r(n))*gama + 1)/(k1*((r(n))*gama^3 + gama^2 + (r(n))*(1 + Kij^2)*gama + 1));

passo = 0.0001;
t = 0:passo:0.6;
fq = 1:0.05:800; % [rad/s]

[mag,phase] = bode(A,fq);

x = impulse(A,t);
y = step(A,t);

figure(1)
plot(t,x,'color',[vm(i) vd(i) az(i)],'linewidth',1.5); hold on
title('Impulso','fontsize',20);

```

```

ylabel('Deslocamento [m]', 'fontsize', 18);
xlabel('Tempo [s]', 'fontsize', 18);
legend(['R', num2str(1), '=', num2str(R(1)), ' Ohm'], ['R', num2str(2), '=', num2str(R(2)), ' Ohm'], ['R', num2str(3), '=', num2str(R(3)), ' Ohm'])
set(legend, 'fontsize', 13);

```

```

figure(2)
plot(t, y, 'color', [vm(i) vd(i) az(i)], 'linewidth', 1.5); hold on
title('Degrau', 'fontsize', 20);
ylabel('Deslocamento [m]', 'fontsize', 20);
xlabel('Tempo [s]', 'fontsize', 20);
legend(['R', num2str(1), '=', num2str(R(1)), ' Ohm'], ['R', num2str(2), '=', num2str(R(2)), ' Ohm'], ['R', num2str(3), '=', num2str(R(3)), ' Ohm'])
set(legend, 'fontsize', 13);

```

```

figure(3)
semilogy(fq/(2*pi), mag, 'color', [vm(i) vd(i) az(i)], 'linewidth', 2); hold on
title('Magnitude', 'fontsize', 20);
ylabel('x/F [m/N]', 'fontsize', 20);
xlabel('Frequência [Hz]', 'fontsize', 20);
xlim([0 80])
ylim([0 0.25])
legend(['R', num2str(1), '=', num2str(R(1)), ' Ohm'], ['R', num2str(2), '=', num2str(R(2)), ' Ohm'], ['R', num2str(3), '=', num2str(R(3)), ' Ohm'])
set(legend, 'fontsize', 13);

```

```

figure(4)
plot(fq/(2*pi), phase, 'color', [vm(i) vd(i) az(i)], 'linewidth', 2); hold on
title('Fase', 'fontsize', 20);
ylabel('Phi[°]', 'fontsize', 20);
xlabel('Frequência [Hz]', 'fontsize', 20);
xlim([0 80])
ylim([-200 0])

```



```
legend(['R',num2str(1),'=',num2str(R(1)),' Ohm'],['R',num2str(2),'=',num2str(R(2)),'  
Ohm'],['R',num2str(3),'=',num2str(R(3)),' Ohm'])  
set(legend,'fontsize',13);
```

```
n = n + 1;  
endfor
```

```
%legend(['R',num2str(1),'=',num2str(R(1))'],['R',num2str(2),'=',num2str(R(2))],  
['R',num2str(3),'=',num2str(R(3))'],['R',num2str(4),'=',num2str(R(4))],  
['R',num2str(5),'=',num2str(R(5))'],['R',num2str(6),'=',num2str(R(6))],  
['R',num2str(7),'=',num2str(R(7))'],['R',num2str(8),'=',num2str(R(8))],  
['R',num2str(9),'=',num2str(R(9))'],['R',num2str(10),'=',num2str(R(10))])
```

```
figure(1)  
grid minor  
ylim([-0.65 0.65]);  
xlim([0 0.5000001]);
```

```
figure(2)  
grid minor  
ylim([-0.0005 0.0045]);  
xlim([0 0.500001]);
```

```
figure(3)  
grid minor
```

```
figure(4)  
grid minor
```

Apêndice B – Rotina para o caso resistivo-indutivo

pkg load control

s = tf('s');

E = 70e9; % módulo de elasticidade [Pa]

ro = 2700; % densidade do material [kg/m³]

compr = 0.2; % comprimento da viga [m]

larg = 0.0254; % largura da viga [m]

espes = 0.002; % espessura da viga [m]

vol = compr*larg*espes; % volume da viga [m³]

m = ro*vol; % massa da viga [kg]

I = (larg*espes³)/12; % momento de inercia [m²]

M = (33/140)*m; % massa equivalente [kg]

k = (3*E*I)/(compr³); % rigidez equivalente [N/m]

Kij = 0.223607; % generalized electromechanical coupling coefficient

kjj = 0.05*k; % rigidez em circuito aberto [N/m]

Cpzt = 60e-9; % capacitância [F]

wn = sqrt(k/M);

L1 = 0.00001;

L2 = 130;

L3 = 180;

L4 = 1/(Cpzt*(1+Kij²)*wn²); % 230,9

L5 = 280;

L6 = 330;

L7 = 120;

%wo = 1/(sqrt(L*Cpzt)); frequência de ressonancia eletrica Viana pag 297

wo1 = 1/(sqrt(L1*Cpzt));

wo2 = 1/(sqrt(L2*Cpzt));

wo3 = 1/(sqrt(L3*Cpzt));

wo4 = 1/(sqrt(L4*Cpzt));

wo5 = 1/(sqrt(L5*Cpzt));

```
wo6 = 1/(sqrt(L6*Cpzt));
wo7 = 1/(sqrt(L7*Cpzt));
```

```
%delta = wo/wn; non-dimensional tuning ratio Viana pag 297
```

```
delta1 = wo1/wn;
delta2 = wo2/wn;
delta3 = wo3/wn;
delta4 = wo4/wn;
delta5 = wo5/wn;
delta6 = wo6/wn;
delta7 = wo7/wn;
```

```
R1 = 200;
R2 = 1000;
R3 = 13000;
R4 = (Kij*sqrt(2))/(Cpzt*wn*(1+Kij^2)); % 19144,5
R5 = 35000;
R6 = 90000;
R7 = 250000;
```

```
wne = sqrt((k+kjj)/M); % freq de ressonacia em circuito aberto Viana pag 297
```

```
%zeta = R*Cpzt*wne; %damping factor Viana pag 297
```

```
zeta1 = R1*Cpzt*wne;
zeta2 = R2*Cpzt*wne;
zeta3 = R3*Cpzt*wne;
zeta4 = R4*Cpzt*wne;
zeta5 = R5*Cpzt*wne;
zeta6 = R6*Cpzt*wne;
zeta7 = R7*Cpzt*wne;
```

```
gama = s/wne; %non-dimensional frequency Viana pag 297
```

```
mi = 0.1;
```

```
freq = 50:1:700; % [rad/s]
```

```
%Hrsp = (delta^2 + gama^2 + delta^2*zeta*gama) / ((1 + gama^2)*(delta^2 +
gama^2 + delta^2*zeta*gama) + Kij^2*(gama^2 + delta^2*zeta*gama));
```



```
Hrsp12 = (delta5^2 + gama^2 + delta5^2*zeta4*gama) / ((1 + gama^2)*(delta5^2 + gama^2 + delta5^2*zeta4*gama) + Kij^2*(gama^2 + delta5^2*zeta4*gama));
```

```
Hrsp12 = Hrsp12/k;
```

```
Hrsp13 = (delta6^2 + gama^2 + delta6^2*zeta4*gama) / ((1 + gama^2)*(delta6^2 + gama^2 + delta6^2*zeta4*gama) + Kij^2*(gama^2 + delta6^2*zeta4*gama));
```

```
Hrsp13 = Hrsp13/k;
```

```
Hrsp14 = (delta7^2 + gama^2 + delta7^2*zeta4*gama) / ((1 + gama^2)*(delta7^2 + gama^2 + delta7^2*zeta4*gama) + Kij^2*(gama^2 + delta7^2*zeta4*gama));
```

```
Hrsp14 = Hrsp14/k;
```

```
%Hdva = (delta^2 + gama^2 + delta^2*zeta(i)*gama) / ((1 + gama^2)*(delta^2 + gama^2 + delta^2*zeta(i)*gama) + mi*(delta^2*gama^2 + delta^2*zeta(i)*gama^3));
```

```
%[mag,phase] = bode(Hrsp,freq);
```

```
%L ótimo
```

```
[mag1,phase1] = bode(Hrsp1,freq);
```

```
[mag2,phase2] = bode(Hrsp2,freq);
```

```
[mag3,phase3] = bode(Hrsp3,freq);
```

```
[mag4,phase4] = bode(Hrsp4,freq);
```

```
[mag5,phase5] = bode(Hrsp5,freq);
```

```
[mag6,phase6] = bode(Hrsp6,freq);
```

```
[mag7,phase7] = bode(Hrsp7,freq);
```

```
%R ótimo
```

```
[mag8,phase8] = bode(Hrsp8,freq);
```

```
[mag9,phase9] = bode(Hrsp9,freq);
```

```
[mag10,phase10] = bode(Hrsp10,freq);
```

```
[mag11,phase11] = bode(Hrsp11,freq);
```

```
[mag12,phase12] = bode(Hrsp12,freq);
```

```
[mag13,phase13] = bode(Hrsp13,freq);
```

```
[mag14,phase14] = bode(Hrsp14,freq);
```

```
figure(1);
```

```
semilogy(freq/(2*pi),mag2,'linewidth',2,'color',[0.7 0.75 0.7],
```

```
freq/(2*pi),mag3,'linewidth',2,'color',[0.65 0.9 0.65],
```

```
freq/(2*pi),mag4,'linewidth',2,'color',[0.2 0.85 0.2],
```

```

freq/(2*pi),mag5,'linewidth',2,'color',[0.06 0.6 0.06],
freq/(2*pi),mag6,'linewidth',2,'color',[0.02 0.09 0.02]);
xlabel('Frequência [Hz]','fontsize',20)
ylabel('x/F [m/N]','fontsize',20)
title('Magnitude - L ótimo e alterando R','fontsize',20)
legend('R1 = 1 kOhm','R2 = 13 kOhm','R3 = Rotm (19 kOhm)','R4 = 35 kOhm','R5 =
90 kOhm')
set(legend,'fontsize',13);
xlim([20 70])
ylim([0.0003 0.2])
grid minor

```

```

figure(2);
plot(freq/(2*pi),phase2,'linewidth',2,'color',[0.7 0.75 0.7],
freq/(2*pi),phase3,'linewidth',2,'color',[0.65 0.9 0.65],
freq/(2*pi),phase4,'linewidth',2,'color',[0.2 0.85 0.2],
freq/(2*pi),phase5,'linewidth',2,'color',[0.06 0.6 0.06],
freq/(2*pi),phase6,'linewidth',2,'color',[0.02 0.09 0.02]);
xlabel('Frequência [Hz]','fontsize',20)
ylabel('Phi[°]','fontsize',20)
title('Fase - L ótimo e alterando R','fontsize',20)
legend('R1 = 1 kOhm','R2 = 13 kOhm','R3 = Rotm (19 kOhm)','R4 = 35 kOhm','R5 =
90 kOhm')
set(legend,'fontsize',13);
xlim([20 70])
ylim([-190 10])
grid minor

```

```

figure(3);
plot(freq/(2*pi),mag9,'linewidth',2,'color',[0.8 0.7 0.8],
freq/(2*pi),mag10,'linewidth',2,'color',[0.9 0.6
0.9],freq/(2*pi),mag11,'linewidth',2,'color',[0.85 0.2
0.85],freq/(2*pi),mag12,'linewidth',2,'color',[0.6 0.3
0.6],freq/(2*pi),mag13,'linewidth',2,'color',[0.1 0.02 0.1]);
xlabel('Frequência [Hz]','fontsize',20)
ylabel('x/F [m/N]','fontsize',20)
title('Magnitude - R ótimo e alterando L','fontsize',20)
legend('L1 = 130 H','L2 = 180 H', 'L3 = Lotm (231 H)', 'L4 = 280 H', 'L5 = 330 H')

```

```

set(legend,'fontsize',13)
xlim([20 70])
ylim([0 0.055])
grid minor

figure(4);
plot(freq/(2*pi),phase9,'linewidth',2,'color',[0.8 0.7 0.8],
freq/(2*pi),phase10,'linewidth',2,'color',[0.9 0.6 0.9],
freq/(2*pi),phase11,'linewidth',2,'color',[0.85 0.2 0.85],
freq/(2*pi),phase12,'linewidth',2,'color',[0.6 0.3 0.6],
freq/(2*pi),phase13,'linewidth',2,'color',[0.1 0.02 0.1]);
xlabel('Frequencia [Hz]','fontsize',20)
ylabel('x/F [m/N]','fontsize',20)
title('Fase - R ótimo e alterando L','fontsize',20)
legend('L1 = 130 H','L2 = 180 H', 'L3 = Lotm (231 H)', 'L4 = 280 H', 'L5 = 330 H')
set(legend,'fontsize',13)
xlim([20 70])
ylim([-180 0])
grid minor

t = 0:0.0005:0.25;

x1 = impulse(Hrsp1,t);
x2 = impulse(Hrsp2,t);
x3 = impulse(Hrsp3,t);
x4 = impulse(Hrsp4,t);
x5 = impulse(Hrsp5,t);
x6 = impulse(Hrsp6,t);
x7 = impulse(Hrsp7,t);

y1 = step(Hrsp1,t);
y2 = step(Hrsp2,t);
y3 = step(Hrsp3,t);
y4 = step(Hrsp4,t);
y5 = step(Hrsp5,t);
y6 = step(Hrsp6,t);
y7 = step(Hrsp7,t);

```

```

figure(5)
plot(t,x3,'linewidth',2,'color',[0.45 0.99 0.45], t,x4,'linewidth',2,'color',[0.05 0.7 0.05],
t,x5,'linewidth',2,'color',[0.02 0.09 0.02]);
title('Impulso - L ótimo e alterando R','fontsize',20);
ylabel('Deslocamento [m]','fontsize',20);
xlabel('Tempo [s]','fontsize',20);
legend('R1 = 13000 kOhm','R2 = Rotm (19 kOhm)', 'R3 = 35 kOhm');
set(legend,'fontsize',13);
xlim([0 0.25001])
ylim([-0.6 0.6])
grid minor

```

```

figure(6)
plot(t,y3,'linewidth',2,'color',[0.45 0.99 0.45], t,y4,'linewidth', 2,'color',[0.05 0.7 0.05],
t,y5,'linewidth',2,'color',[0.02 0.09 0.02]);
title('Degrau - L ótimo e alterando R','fontsize',20);
ylabel('Deslocamento [m]','fontsize',20);
xlabel('Tempo [s]','fontsize',20);
legend('R1 = 13 kOhm','R2 = Rotm (19 kOhm)', 'R3 = 35 kOhm');
set(legend,'fontsize',13);
xlim([0 0.25001])
ylim([0 0.0045])
grid minor

```

```

x8 = impulse(Hrsp8,t);
x9 = impulse(Hrsp9,t);
x10 = impulse(Hrsp10,t);
x11 = impulse(Hrsp11,t); % ótimo
x12 = impulse(Hrsp12,t);
x13 = impulse(Hrsp13,t);
x14 = impulse(Hrsp14,t);

```

```

y8 = step(Hrsp8,t);
y9 = step(Hrsp9,t);
y10 = step(Hrsp10,t);
y11 = step(Hrsp11,t); % ótimo
y12 = step(Hrsp12,t);

```



```
y13 = step(Hrsp13,t);
y14 = step(Hrsp14,t);
```

```
figure(7)
```

```
plot(t,x10,'linewidth',2,'color',[0.9 0.5 0.9], t,x11,'linewidth',2,'color',[0.6 0.3 0.6],
t,x12,'linewidth',2,'color',[0.1 0.02 0.1]);
```

```
title('Impulso - R ótimo e alterando L','fontsize',20);
```

```
legend('L1 = 180 H','L2 = Lotm (231 H)', 'L3 = 290 H');
```

```
set(legend,'fontsize',13)
```

```
ylabel('Deslocamento [m]','fontsize',20);
```

```
xlabel('Tempo [s]','fontsize',20);
```

```
xlim([0 0.25001])
```

```
ylim([-0.6 0.6])
```

```
grid minor
```

```
figure(8)
```

```
plot(t,y10,'linewidth',2,'color',[0.9 0.5 0.9], t,y11,'linewidth',2,'color',[0.6 0.3 0.6],
t,y12,'linewidth',2,'color',[0.1 0.02 0.1]);
```

```
title('Degrau - R ótimo e alterando L','fontsize',20);
```

```
%legend('L1 = 40','L2 = L ótimo (57,7 H)', 'L3 = 70 H');
```

```
ylabel('Deslocamento [m]','fontsize',20);
```

```
xlabel('tempo [s]','fontsize',20);
```

```
xlim([0 0.25001])
```

```
ylim([0 0.005])
```

```
grid minor
```