

MNPEF
Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física
Polo **ufisoc** Sorocaba



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE

DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

**LANÇAMENTO DE FOGUETES PET NO CONTEXTO
DO ENSINO MÉDIO: UM CONVITE PARA O
APRENDIZADO DA COMPOSIÇÃO DE
MOVIMENTOS E DA TERCEIRA LEI DE NEWTON
POR UM SISTEMA DE MASSA VARIÁVEL**

PAULO SÉRGIO PRADO DE OLIVEIRA

ORIENTADOR: PROF. DR. RAPHAEL DE OLIVEIRA GARCIA

Sorocaba - SP

Dezembro de 2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

**LANÇAMENTO DE FOGUETES PET NO CONTEXTO
DO ENSINO MÉDIO: UM CONVITE PARA O
APRENDIZADO DA COMPOSIÇÃO DE
MOVIMENTOS E DA TERCEIRA LEI DE NEWTON
POR UM SISTEMA DE MASSA VARIÁVEL**

PAULO SÉRGIO PRADO DE OLIVEIRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Área de concentração: Física no Ensino Médio.
Orientador: Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia

Sorocaba - SP

Dezembro de 2021

PAULO SÉRGIO PRADO DE OLIVEIRA

LANÇAMENTO DE FOGUETES PET NO CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO: UM CONVITE PARA O APRENDIZADO DA COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS E DA TERCEIRA LEI DE NEWTON POR UM SISTEMA DE MASSA VARIÁVEL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Área de concentração: Física no Ensino Médio.
Sorocaba XX de outubro de 2021.

Orientador:

Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia

UNIFESP – Universidade Federal de São Paulo

Examinadora:

Profa. Dra. Ana Lúcia Brandl

UFSCAR – Universidade Federal de São Carlos

Examinador:

Prof. Dr. José Hilton Pereira da Silva

IFMG – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais

Sorocaba - SP

Dezembro de 2021

Oliveira, Paulo Sergio Prado de

Lançamento de foguetes PET no contexto do ensino médio: um convite para o aprendizado da composição de movimentos e da terceira lei de Newton por um sistema de massa variável / Paulo Sergio Prado de Oliveira -- 2022.
173f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba

Orientador (a): Raphael de Oliveira Garcia

Banca Examinadora: Ana Lúcia Brandl, José Hilton Pereira da Silva

Bibliografia

1. Física no Ensino Médio. 2. Composição de Movimentos. 3. Massa Variável. I. Oliveira, Paulo Sergio Prado de. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano -
CRB/8 6979

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família. Minha amada esposa, Claudia, minha razão de viver e o motivo do meu esforço e dedicação. Meus filhos, Guilherme e João Pedro, pela paciência e por suportarem minha ausência, mesmo de corpo presente, durante o processo de escrita.

Aos meus pais por todo apoio que dedicaram e dedicam a mim.

A Jesus Cristo, o Autor e Consumador da minha fé. Sem Ele nada poderia ter feito.

AGRADECIMENTO

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fomento ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) durante todo o período de formação.

Profundo agradecimento à CAPES pelo aporte financeiro durante os tempos de estudo. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.

Agradeço, de forma especial, ao meu orientador, Professor Doutor Raphael de Oliveira Garcia, pela ideia e por todas as orientações e conselhos nestes momentos de tensão durante a pandemia.

Agradeço a todos os professores do programa MNPEF, que direta ou indiretamente fizeram parte do meu processo de formação durante o curso.

Agradeço ao colega de turma Ederaldo Bueno de Camargo pelo companheirismo durante o processo de amestramento e redação da dissertação.

Meu singelo agradecimento ao meu tio, Valdecir Fornel, pelas horas de trabalho em conjunto na revisão gramatical.

RESUMO

OLIVEIRA, Paulo Sérgio Prado de. Lançamento de foguetes pet no contexto do ensino médio: um convite para o aprendizado da composição de movimentos e da terceira lei de Newton. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2021.

Nas últimas décadas do final do século XX e início do século XXI, práticas de ensino que tratam de temas contemporâneos que envolvem questões sociais e reflexões por parte dos alunos vêm sendo cada vez mais recomendadas no currículo escolar e, em grande parte, não se restringem a uma área do conhecimento. Com a discussão de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), temas que envolvem múltiplas disciplinas de maneira transversal, ganharam destaques e se mostraram importantes para a formação de novos cidadãos. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho foi construir uma sequência didática voltada para lançamentos de foguetes PET propulsionados por ar comprimido e água com a participaram em todas as etapas de construção, desde o lançador de foguetes até o próprio foguete. Com isso, o estudante pode visualizar e discutir, de forma experimental, questões voltadas para movimento oblíquo, Terceira lei de Newton, lançamentos e temas relacionados a foguetes reais, como a corrida espacial e tecnologias, combustíveis e meio ambiente, condições climáticas para o lançamento, entre outros. Para isso, kits de montagem e roteiros de instruções foram elaborados, bem como vídeos explicativos e guias para coleta de dados. O desenvolvimento da atividade foi inicialmente proposto na forma presencial, mas, devido às restrições sanitárias adotadas em virtude da pandemia causada pelo vírus SARS-COV 2 (Covid 19), grande parte da aplicação foi feita de forma remota utilizando recursos computacionais, como aulas on-line, simuladores de lançamento e editores de vídeo. Um questionário inicial foi aplicado com o intuito de verificar o grau de conhecimento dos alunos sobre o tema. Após a etapa de construção do lançador e do foguete os alunos, organizados em grupos, realizaram os lançamentos em espaço não-formal e os dados coletados foram utilizados para o cálculo da velocidade de lançamento, da altura máxima atingida, da velocidade de ejeção do propelente e do empuxo do foguete. Após os cálculos necessários, os estudantes fizeram uma comparação dos valores obtidos experimentalmente com os encontrados via simuladores, como por exemplo, o aplicativo PhET-Colorado. Por fim, os alunos coletaram a massa do foguete, antes e depois do lançamento, consolidando o tema de composição de movimento com atividades que interligam os experimentos realizados e a parte teórica.

Palavras-chave: Sistema de Massa Variável, Terceira Lei de Newton, Composição de Movimentos, Foguete PET, Simuladores de Lançamentos.

ABSTRACT

In the last decades of the end of the 20th century and beginning of the 21st century, teaching practices that deal with contemporary themes that involve social issues and reflections on the part of students have been increasingly recommended in the school curriculum and, to a large extent, are not restricted to an area of knowledge. With the discussion of a National Curricular Common Base (BNCC), themes that involve multiple disciplines in a transversal way, gained prominence and proved to be important for the formation of new citizens. In this context, the objective of this work was to build a didactic sequence aimed at launching PET rockets propelled by compressed air and water with the participation in all stages of construction, from the rocket launcher to the rocket itself. With this, the student can visualize and discuss, in an experimental way, questions related to oblique motion, Newton's Third Law, launches and topics related to real rockets, such as the space race and technologies, fuels and the environment, climatic conditions for the launch, between others. For this purpose, assembly kits and instructions scripts were prepared, as well as explanatory videos and guides for data collection. The development of the activity was initially proposed in person, but due to the health restrictions adopted due to the pandemic caused by the SARS-COV 2 virus (Covid 19), much of the application was done remotely using computer resources, such as online classes. -line, launch simulators and video editors. An initial questionnaire was applied in order to verify the students' level of knowledge on the topic. After the launcher and rocket construction stage, the students, organized into groups, performed the launches in non-formal space and the collected data were used to calculate the launch speed, the maximum height reached, the propellant ejection speed. and rocket thrust. After the necessary calculations, the students compared the values obtained experimentally with those found via simulators, such as the PhET-Colorado application. Finally, the students collected the mass of the rocket, before and after the launch, consolidating the theme of composition of movement with activities that interconnect the experiments carried out and the theoretical part.

Keywords: Variable Mass System, Newton's Third Law, Motion Composition, PET Rocket, Launch Simulators.

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Metas e Resultados Observados pelo Ideb entre os anos de 2007 e 2019.....	26
Tabela 4.1 – Variação da Aceleração da Gravidade em Função da Latitude	47
Tabela 4.2 - Variação da aceleração da gravidade em função da altitude (latitude de 45°)	49
Tabela 4.3 - Tabela que apresenta os estágios e a aceleração conseguida através do combustível e da liberação de cada um deles.....	71
Tabela 5.1 – Tabela de valores para a aceleração da gravidade em alguns corpos celestes ...	86

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1 - Gráfico da aceleração constante em função do tempo	54
Gráfico 4.2 - Gráfico da velocidade em função do tempo	55
Gráfico 4.3 - Decomposição de um vetor no plano xOy	57
Gráfico 4.4 - Trajetória de um corpo em movimento balístico	59
Gráfico 4.5 - Variação de v_y em função de Δy	62
Gráfico 4.6 - Variação de \mathbf{A} e \mathbf{y}_P em função de \mathbf{v}_0	64

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Página inicial do simulador “Movimento de Projétil”. Seção Lab	44
Figura 3.2 – Página inicial do simulador “Movimento de Projétil”. Seção Vetores	45
Figura 4.1 – Esquema simplificado do experimento de Jolly.....	48
Figura 4.2 - Corpo na superfície terrestre e corpo à altura h	49
Figura 4.3 - Corpo em queda livre	50
Figura 4.4 - Sequência de fotos estroboscópicas de bola e pena em queda livre no vácuo	53
Figura 4.5 - Lançamento vertical com o vetor g voltado para baixo	54
Figura 4.6 - Corpo em movimento retilíneo uniforme (MRU)	56
Figura 4.7 - Comparação entre a propulsão de um balão de festa e um foguete	65
Figura 4.8 - Sistema isolado foguete+combustível.....	66
Figura 4.9 - Tsiolkovsky e seu foguete.....	70
Figura 4.10 - Desenho de Newton retratando as trajetórias em função do aumento de velocidade	72
Figura 4.11 - Curvas cônicas e suas vistas superiores como trajetórias	73
Figura 4.12 - Órbita circular devido à força centrípeta	73
Figura 4.13 - Curvas cônicas e suas vistas laterais como trajetórias	74
Figura 5.1 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a primeira questão	80
Figura 5.2 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a primeira questão	80
Figura 5.3 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a primeira questão	80
Figura 5.4 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a segunda questão	81
Figura 5.5 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a segunda questão	81
Figura 5.6 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a segunda questão	81
Figura 5.7 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a terceira questão	81
Figura 5.8 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a terceira questão	82
Figura 5.9 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a terceira questão	82
Figura 5.10 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a quarta questão	82
Figura 5.11 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a quarta questão	82
Figura 5.12 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a quarta questão	83
Figura 5.13 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a quinta questão	83
Figura 5.14 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a quinta questão	83

Figura 5.15 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a quinta questão	83
Figura 5.16 – Tirinha do Garfield sobre força peso	85
Figura 5.17 –Roteiro orientador para uso do simulador (atividade do aluno)	87
Figura 5.18 – Uso do simulador durante a aula	94
Figura 5.19 – Demonstração da relação entre velocidade de lançamento e alcance	94
Figura 5.20 – Diagrama de forças de ação e reação	95
Figura 5.21 – Fotos de momentos do vídeo instrucional	96
Figura 5.22 – Roteiro orientador para construção do foguete (atividade do aluno)	97
Figura 5.23 - Foguetes apresentados pelos alunos de cada grupo	99
Figura 5.24 – Kit de montagem da base de lançamentos	101
Figura 5.25 – Manual de instruções	102
Figura 5.26 – Base de lançamento	106
Figura 5.27 – Detalhes do gatilho e do manômetro	106
Figura 5.28 – Indicação das condições climáticas no momento do lançamento	107
Figura 5.29 – Detalhe da bomba	108
Figura 5.30 – Instruções iniciais	108
Figura 5.31 – Instruções iniciais	108
Figura 5.32 – Introdução de água no corpo propulsor do foguete	109
Figura 5.33 – Introdução de água no corpo propulsor do foguete	109
Figura 5.34 – Introdução de água no corpo propulsor do foguete	110
Figura 5.35 – Anotação das massas do foguete sem e com propelente	110
Figura 5.36 – Indicação da massa do foguete PET sem propelente	110
Figura 5.37 – Indicação da massa do foguete PET com propelente	111
Figura 5.38 – Anotação da pressão utilizada no primeiro lançamento	111
Figura 5.39 – Verificação do ângulo de lançamento	112
Figura 5.40 – Primeiro Lançamento	112
Figura 5.41 – Segundo Lançamento	113
Figura 5.42 – Terceiro Lançamento	113
Figura 5.43 – Anotação dos tempos de cada lançamento	113
Figura 5.44 – Quadro para medição	114
Figura 5.45 – Detalhe do cursor medidor	114

Figura 5.46 – Esquema para medição da distância horizontal atingida pelo foguete PET	115
Figura 5.47 – Primeiro Alinhamento	115
Figura 5.48 – Primeiro Alinhamento	116
Figura 5.49 – Primeiro Alinhamento	116
Figura 5.50 – Tentativa do Segundo Alinhamento	117
Figura 5.51 – Tentativa do Segundo Alinhamento	117
Figura 5.52 – Medição e marcação da posição do primeiro lançamento	118
Figura 5.53 – Medição e marcação da posição do primeiro lançamento	118
Figura 5.54 – Medição e marcação da posição do primeiro lançamento	119
Figura 5.55 – Anotações das distâncias em cada lançamento	119
Figura 5.56 – Desenhos e esboços da trajetória	120
Figura 5.57 – Tabela com os valores coletados no lançamento e seus valores médios	121
Figura 5.58 – Aula final online	121
Figura 5.59 – Aceleração quadro a quadro	122
Figura 5.60 – Demonstração do aumento das distâncias em função do tempo durante o lançamento, analisado quadro a quadro	123
Figura 5.61 – Cálculos da velocidade de lançamento e altura atingida	124
Figura 5.62 – Cálculos das velocidades de órbita e fuga e comparação com a velocidade do foguete PET	125
Figura 5.63 – Cálculo da velocidade de ejeção do combustível (água-ar)	126
Figura 5.64 – Cálculo da força de empuxo	128

Sumário

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	15
1.1 - O ENSINO DE FÍSICA NO BRASIL	15
1.2 - MOTIVAÇÕES.....	17
1.3 - OBJETIVOS	18
1.3.1 – Objetivos Gerais	18
1.3.2 – Objetivos Específicos.....	18
CAPÍTULO 2 – REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1 – A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E AS CIÊNCIAS DA NATUREZA	20
2.2 – O NOVO ENSINO MÉDIO	25
2.3 – EXPERIMENTAÇÃO NO ENSINO DE FÍSICA	29
2.4 – O PAPEL DO COMPUTADOR NA APRENDIZAGEM.....	32
2.4.1 – Simuladores Computacionais.....	33
2.4.2 – Adaptação para Aplicação Remota do Produto	35
2.5 – REFERENCIAL DE APRENDIZAGEM	36
2.5.1 – A Aprendizagem Significativa de David Ausubel	36
2.5.2 – Os Subsúnciores	37
CAPÍTULO 3 – LANÇAMENTOS DE FOGUETES PET	39
3.1 – LANÇAMENTOS DE FOGUETES PET NO CONTEXTO EDUCACIONAL.....	39
3.2 – O PRODUTO EDUCACIONAL	42
3.3 – O SIMULADOR DE LANÇAMENTOS DE PROJÉTEIS NO CONTEXTO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO	43
CAPÍTULO 4 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO PRODUTO.....	46
4.1 – QUEDA LIVRE E GRAVIDADE	46
4.2 – LANÇAMENTO VERTICAL	52
4.3 – MOVIMENTO HORIZONTAL	56
4.4 – COMPONENTES DE UM VETOR	57
4.5 – MOVIMENTO DE PROJÉTEIS.....	58
4.6 – O ALCANCE HORIZONTAL MÁXIMO	63

4.7 – A EQUAÇÃO DE TSIOLKOVSKY E A PROPULSÃO POR VARIAÇÃO DE MASSA	64
4.8 – ÓRBITAS E VELOCIDADE DE ÓRBITA.....	71
4.9 – ÓRBITAS E VELOCIDADE DE FUGA.....	74
CAPÍTULO 5 – APLICAÇÃO DO PRODUTO	77
5.1 – O PERFIL DOS ESTUDANTES	77
5.2 – A PROPOSTA DE ELETIVA.....	78
5.3 – VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE LANÇAMENTOS.....	79
5.4 – PRIMEIROS CONCEITOS DE ASTRONOMIA	84
5.5 – DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO DE LANÇAMENTO ATRAVÉS DE UM SIMULADOR	86
5.6 – VELOCIDADE INICIAL X ALCANCE HORIZONTAL	93
5.7 – CARACTERÍSTICAS DO LANÇAMENTO DO FOGUETE PET	95
5.7.1 – Construção do Foguete.....	96
5.7.2 – Construção da Base de Lançamentos	100
5.7.3 – O Lançamento do Foguete PET	107
5.8 – OBSERVAÇÕES E RESULTADOS.....	119
5.8.1 – Observações Sobre Espaço e Tempo Durante a Aceleração.....	122
5.8.2 – Cálculos e Resultados	123
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO	129
REFERÊNCIAS	131
APÊNDICE – ROTEIRO PARA O PROFESSOR	136
ANEXO – IMPRESSÕES E SUGESTÕES DOS ALUNOS SOBRE O EXPERIMENTO	170

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O ofício de professor não foi o foco da minha vontade na hora de escolher uma profissão. Em 1989, ao ingressar na Faculdade de Engenharia Industrial (FEI), o curso escolhido foi de Engenharia Mecânica. Para custear as despesas do curso e devido à escassez de tempo disponível, lancei mão de uma das poucas atividades laborais possíveis: lecionar física no ensino médio.

Infelizmente, com os recursos obtidos através da ministração de aulas de Física, não foi possível fazer frente às despesas e, em 1993, precisei interromper o curso, embora estivesse no 7º semestre. Ainda que tivesse intenção de voltar, a vida tomou outro rumo, mas, a prática pedagógica na área de Física me marcou profundamente. Como já vinha fazendo esporadicamente passei a lecionar essa disciplina em cursos pré-vestibulares de modo integral. No decorrer dos anos observei que cada nova turma trazia maiores deficiências em relação a essa disciplina. Decidi então cursar licenciatura em Física para poder retornar à rede pública de ensino, concluindo o curso em 2013. Prestei o concurso na rede pública de ensino no Estado de São Paulo ingressando na rede como professor efetivo em 2014.

1.1 O ENSINO DE FÍSICA NO BRASIL

Durante esses oito anos de prática pedagógica no ensino de Física, tanto na rede pública como em escolas da rede privada de ensino, observei que a falta de professores de Física existe e muitas vezes, professores de áreas afins, tais como, Matemática, Química e Engenharias, entre outros, assumem aulas de Física para preencher essa lacuna.

Como cada área do ensino possui suas práticas e didáticas diferenciadas, professores de áreas afins, pela falta de uma formação especializada em ensino de Física, têm maiores possibilidades de não conhecer as particularidades do ensino e da prática em Física, além de possuir lacunas em sua formação que os impedem de preparar suas aulas e, por diversos fatores, suas práticas podem resultar em aulas pouco interessantes, pouco instigantes e muitas vezes, mecanizadas.

Segundo Rodrigues, S. (2013), nosso país sofre com a falta de professores de Física desde 2002, embora desde a década de 50 o número de formandos nos cursos de Física sempre se mostraram aquém da necessidade. Esse quadro, dentre outros fatores, me levou a ingressar no magistério a olhar esse ofício com outros olhos.

Em entrevista ao jornal da Universidade de São Paulo, em 2015, a professora/pesquisadora Elaine Assolini descreveu que aproximadamente 50% dos professores que atuam no ensino médio brasileiro, tanto no ensino público como na iniciativa privada, ministram aulas para as quais não têm formação específica e, em determinadas disciplinas, como por exemplo Física, a porcentagem é ainda maior. Tais dados comentados são do censo escolar de 2015 e este quadro foi mantido nos demais censos posteriores. Essa foi a realidade que vivenciei no início da carreira de educador.

Além da dificuldade em se contratar um professor especializado em Física, pela carência desse profissional no mercado de trabalho, outros fatores impactam a prática de ensino. As condições de trabalho, a falta de tempo para o preparo das aulas, poucas horas para ministrar os conteúdos de Física e a desvalorização social e monetária da profissão, entre outros, fazem com que muitas vezes o professor recorra a práticas totalmente expositivas, mecanizadas e descontextualizadas dos desenvolvimentos científicos e tecnológicos atuais (COSTA, BARROS, 2015).

Essa realidade fez com que Monteiro (2016) notasse que, na maioria das escolas de nível médio do País, o ensino de Física se dá por intermédio de práticas excessivamente focadas no conteúdo através de uma prática pedagógica de exclusiva transmissão de conhecimentos. Certamente, um dos fatores que podem influenciar os estudantes na escolha de um curso de graduação é a vivência e o contato que o aluno teve com as disciplinas durante a sua formação básica, e a baixa procura pelos cursos de Física pode estar atrelada às práticas mecanizadas e desvinculadas da realidade do aluno (RODRIGUES, S. 2013).

Os que resistem e ainda optam por ingressar na licenciatura em Física esbarram nas deficiências dos conteúdos aplicados durante a formação básica (BORGES, 2006), o que contribui para uma alta taxa de evasão resultando no baixo índice de graduados em licenciatura em Física (KUSSUDA, 2017).

A busca por práticas que ajudam na melhoria da qualidade do ensino não é recente e um dos pontos que se destaca é repensar o papel e a postura do educador e do aluno na sala de aula. Segundo Freire (1997, p. 21), “É preciso insistir: este saber necessário ao professor – que

ensinar não é transferir conhecimento – não apenas precisa ser apreendido por ele e pelos educandos [...], mas também precisa ser constantemente testemunhado, vivido”.

Nesse processo ensino-aprendizagem o professor tem o papel de mediador e deve buscar meios para que o aluno seja o protagonista na construção de conhecimentos, pois, adquirir habilidades e competências é a base da aprendizagem porque pode ser uma forma do aluno se apropriar e ressignificar seu capital cultural. Ao sair da escola o estudante deve ser detentor de seu capital cultural com “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação apoiando-se em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles” (PERRENOUD, 1999, p.7).

Diante desse quadro urge a necessidade de uma prática que alimente a curiosidade estudantil bem como incentive o protagonismo dos jovens em idade escolar, trate de temas contemporâneos, que não se restrinjam a uma única área de conhecimento, que promova reflexões sobre questões sociais, o que tem sido cada vez mais recomendado no currículo escolar.

Observando essa situação e pretendendo melhorar minha prática pedagógica com o intuito de contribuir para a melhoria do ensino de Física em meu contexto educacional, ingressei, em 2019, no Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), promovido pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR). Como resultado dos estudos no mestrado apresento uma proposta de atividade prática que sirva de base para outros professores da área de Ciências da Natureza apresentarem os conceitos de composição de movimentos e propulsão de foguetes por um sistema de massa variável.

A seguir retratamos o que motivou o desenvolvimento de uma atividade prática estruturada de forma que os alunos exercitem o protagonismo e a aprendizagem colaborativa através da construção e lançamento de um foguete PET.

1.2 MOTIVAÇÕES

A curiosidade que surge nas observações do céu noturno e o interesse em saber o que tem “lá longe” permeiam a mente das crianças em sua idade de maior curiosidade. Mas, sem sabermos os motivos, essa curiosidade deixa de existir em muitos adolescentes quando se deparam com a maneira mecanizada com a qual a Física tem sido apresentada no Ensino Médio. Um dos motivos pode estar no ensino limitado à leitura de livros textos concebidos para condicionar os estudantes em resolução de exercícios e sobre os quais os alunos são avaliados com uma série de listas cansativas e provas cumulativas usadas para medir o nível de fórmulas e conceitos memorizados (PONCZEK, 2009). Segundo Pietrocola (2006), aulas tradicionais

fazem com que os estudantes vejam a Física como desnecessária, pois, se limitada à sala de aula, facilmente é descartada, mas, se utilizada como meio de entendimento da realidade, forma vínculos afetivos e duradouros que são levados para a vida cotidiana. Em sua perspectiva, Pietrocola (2006) comenta que os ensinamentos, quando restritos somente à sala de aula, se tornam obsoletos quando os estudantes se deparam com um mundo real, estimulante e desafiador.

O resgate dessa curiosidade é um dos aspectos que motivaram a realização desse projeto. Alguns instrumentos utilizados como ferramentas para resgatar essa curiosidade são: a atual corrida espacial, as questões que envolvem Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA) e as Olimpíadas Brasileiras de Astronomia (OBA).

Os objetivos a serem alcançados são retratados a seguir.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 – Objetivos Gerais

O objetivo deste trabalho foi elaborar e aplicar uma sequência didática que motivasse o protagonismo na construção do conhecimento por parte dos estudantes, desde a construção até o lançamento de um foguete PET, com o intuito de direcioná-los aos questionamentos referentes à composição de movimentos, tais como, melhor ângulo de lançamento, alcance máximo e altura máxima atingidos e velocidade inicial de lançamento. Através dos dados coletados com o lançamento, provocá-los a observar a Terceira lei de Newton e a propulsão por variação de massa.

1.3.2 – Objetivos Específicos

Levando em consideração o processo ensino-aprendizagem, a sequência didática realizada nas aulas de eletivas de Astronomia que, originalmente deveriam ser aplicadas de forma presencial, teve como objetivos específicos permitir que os estudantes:

- Exercitassem a aprendizagem colaborativa com a construção de um foguete PET com materiais recicláveis e de uma base de lançamentos com materiais de baixo custo;
- Chegassem à conclusão do melhor ângulo de lançamento para se obter o máximo alcance horizontal possível utilizando um simulador computacional;

- Percebessem que a velocidade inicial influencia no alcance horizontal;
- Realizassem o lançamento do foguete construído por eles, anotando o tempo de voo e o alcance horizontal máximo;
- Calculassem parâmetros, como aceleração da gravidade, altura máxima atingida, velocidade de lançamento, a partir dos dados coletados, além de observarem a trajetória descrita pelo foguete;
- Calculassem a velocidade necessária para que um foguete real escape da gravidade e entre em órbita e as possíveis órbitas de corpos celestes;
- Determinassem a velocidade de ejeção do combustível em função da diminuição da massa do foguete, analisando o sistema isolado de massa variável, foguete-propelente, aplicando a equação de Konstantin Tsiolkovsky que relaciona a velocidade de lançamento com a variação de massa.

Para que os objetivos específicos fossem alcançados, nos servimos das estratégias que estão descritas nos próximos capítulos. Em resumo, o capítulo 2 apresenta um panorama da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como documento norteador para a proposta de reformulação do Ensino Médio, bem como trata da importância da experimentação e de simulações computacionais para a aprendizagem no ensino de Física. O capítulo 3 informa sobre os recursos didáticos utilizados na aplicação do produto, bem como os trabalhos já existentes de lançamento de foguetes utilizados na sua idealização. O capítulo 4 contém toda a fundamentação teórica do produto baseada na Física. O capítulo 5 fornece uma visão geral do produto e como foi sua aplicação, além de apresentar as devolutivas dos alunos, como dados coletados e percepções sobre os fenômenos físicos.

Por fim, o capítulo 6 apresenta uma conclusão sobre os objetivos alcançados com a aplicação desse produto.

Capítulo 2

REFERENCIAL TEÓRICO

As discussões sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a proposta do Novo Ensino Médio promovem a introdução de itinerários formativos nas grades curriculares das escolas com temas que envolvam múltiplas disciplinas de maneira transversal. Tais discussões ganham destaque e dividem opiniões quanto à formação de novos cidadãos, além de propor diretrizes para a construção de grades curriculares com a pretensão de promover melhorias nas práticas de ensino nas unidades escolares.

Iniciaremos esse capítulo com uma apresentação sobre a Base Nacional Comum Curricular e o Novo Ensino Médio que incluem a introdução dos Itinerários Informativos que proporcionam a integração entre as disciplinas que compõem as Ciências da Natureza. Em seguida trataremos da importância da experimentação para o ensino de Física, bem como do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) como instrumentos de aprendizagem, analisando também o papel das simulações computacionais para o entendimento de conceitos físicos.

2.1 – A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E AS CIÊNCIAS DA NATUREZA

No fim do segundo semestre de 2018, o então Ministro da Educação, Rossieli Soares, homologou um documento que relaciona e prevê habilidades e competências que devem ser adquiridas pelos estudantes do Ensino Médio no Brasil: A Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

De acordo com o texto a BNCC é

[...]um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p. 7)

As normas constantes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) têm sua aplicação destinada somente no âmbito da educação escolar com o intuito de que os estudantes tenham o direito à aprendizagem e desenvolvimento assegurados. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2018, foi criada com o objetivo de auxiliar na formação humana integral e contribuir para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

A Lei de Diretrizes e Bases (LDB), nº 9349/1996, define que a BNCC deve nortear os currículos e as propostas pedagógicas das escolas das redes pública e privada de ensino básico no Brasil e estabelece que os currículos devem se aproximar da realidade dos estudantes, considerando que, nos dias de hoje, a sociedade moderna experimenta a grande influência que a Ciência e a Tecnologia exercem na vida diária. Os meios de locomoção, de comunicação, os tratamentos médicos e o uso dos materiais e formas de energia, ditam nosso modo de viver, pensar e agir. Além desses aspectos, cada vez mais, os programas de preservação da natureza, as mudanças climáticas, e o desmatamento, além da escassez de alimentos, são assuntos que têm surgido no âmbito da formação escolar e na sociedade. (BRASIL, 2018)

Podemos então deduzir que, segundo a BNCC (2018), cresce a tendência de que a Ciência e a Tecnologia sejam utilizadas como ferramenta na solução de problemas do cotidiano além de proporcionar um novo olhar para o Universo em que vivemos.

Com a constatação de que poucas pessoas utilizam seus conhecimentos em ciências na resolução de problemas da vida cotidiana ou, inconscientemente, utilizam e nem percebem a influência ou importância que esses conhecimentos de ciências têm em seu dia a dia, surge a necessidade do componente de Ciências da Natureza, no ensino básico, envolver-se no letramento científico da população. (BRASIL, 2018)

Nesse contexto, podemos destacar que “[...] aprender Ciências da Natureza vai além do aprendizado de seus conteúdos conceituais” (BRASIL, 2018, p.547). Segundo a BNCC, a articulação entre Biologia, Física e Química, conteúdos próprios do Ensino Médio, permite definir as competências e habilidades necessárias para a ampliação e sistematização do que foi aprendido no Ensino Fundamental referentes à contextualização social, cultural, ambiental e histórica de conhecimentos conceituais da área de Ciências da Natureza, além de reforçar seus processos e práticas de investigação e suas linguagens.

Nesse sentido, de acordo com a BNCC, uma das competências ligadas à Ciências da Natureza, que devem ser desenvolvidas pelos estudantes no Ensino Fundamental é:

Compreender conceitos fundamentais e estruturas explicativas das Ciências da Natureza, bem como dominar processos, práticas e procedimentos da investigação científica, de modo a sentir segurança no debate de questões científicas, tecnológicas,

socioambientais e do mundo do trabalho, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BNCC, 2018, p. 324)

Proporcionar o protagonismo aos estudantes, através da compreensão de que o conhecimento científico e tecnológico exerce um papel fundamental na organização social e nas questões ambientais, através da análise das relações entre Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA), é proposta da BNCC (BRASIL, 2018).

Cremaço, Pereira e Lucas (2017, p. 169), defendem que “aulas sob o enfoque CTSA, onde a Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente têm sua relevância e importância inculcadas em uma proposta de inter-relação, ajudam no processo de reflexão e questionamento do exercício da cidadania”.

Novamente, de acordo com a BNCC, as competências adquiridas são reflexos do conhecimento posto em prática e espera-se que o conhecimento produza a mudança no comportamento do estudante e o aprendizado se converta em princípios éticos e de sustentabilidade que produzam a reflexão sobre sua própria existência em um sistema formado por todos os seres humanos, o meio ambiente terrestre e seu lugar no Universo (BRASIL, 2018).

Os temas relacionados à Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA) têm sido cada vez mais utilizados na formação de professores, pois trazem em si propostas de mudança na perspectiva do ensino como agente de transformação e construção de uma sociedade ecologicamente responsável de olho na sustentabilidade e preservação dos recursos naturais. No entanto, segundo Moraes e Gebara (2018), os professores, em sua maioria, não se sentem capazes de realizar práticas que tenham essa orientação ambiental como tema transversal, pois não se consideram formados para apresentar estruturas mais complexas nesse sentido.

Segundo Cremaço, Pereira e Lucas (2017), é senso comum que o professor tem a capacidade de despertar nos estudantes o desejo de engajamento e mudança de comportamentos, de formar cidadãos preparados para a construção de um mundo melhor. “O professor é o profissional que possui, dentre tantos outros deveres, o aspecto social levado em questão sempre que a profissão é posta como assunto em pauta”. (CREMASCO; PEREIRA; LUCAS, 2017, p. 168).

Como forma de ensinar a consciência sustentável, o uso de material reciclável e o contato com a natureza em ambientes educativos não formais, para além da sala de aula, são ações que podem promover o respeito ao próximo e à natureza.

A importância desse trabalho, que envolve o lançamento de foguetes PET, também se deve ao fato de que ele serve de ligação para a discussão de temas transversais, tais como: o

uso racional de combustível fóssil, o desenvolvimento da corrida espacial e o lugar que o Brasil ocupa dentro desse cenário.

No decurso da corrida espacial, que teve início no século passado e perdura até os dias de hoje, percebemos que as motivações e os contextos sociais e ambientais de cada época são diferentes pois, somente na metade do século XX, momento histórico em que não existia reflexões sobre o uso de combustíveis em níveis alarmantes, o homem conseguiu desenvolver foguetes capazes de ultrapassar a atmosfera terrestre. Em 1969 astronautas da NASA, Agência Espacial Norte-Americana, protagonizaram um dos acontecimentos mais importantes da corrida espacial colocando os Estados Unidos na frente de uma competição tecnológica entre as duas maiores potências da época: os Estados Unidos da América e a União Soviética.

Durante a Guerra Fria, período em que essas duas potências disputavam a hegemonia mundial, foram desenvolvidas muitas tecnologias, tais como, satélites, Sistemas de Posicionamento Global (GPS), controles remotos entre outras, as quais, embora tenham sido concebidas com objetivos bélicos, são utilizadas até hoje pela humanidade.

Nos dias de hoje, com o surgimento de novas tecnologias, abriu-se espaço para que outros países, tais como China, França e Índia, também disputem um lugar nessa corrida espacial, bem como para empresas privadas, como a SpaceX, BlueOrigin, Starlink entre outras, movidas pela exploração do turismo espacial. Nesse novo cenário, o planeta Marte é um dos destinos que mais chamam a atenção, considerando que a possibilidade de vida em Marte alimenta um sonho de colonização interplanetária.

No Brasil, o Centro de Lançamentos de Alcântara (CLA), construído em 1983 com o intuito de colocar em órbita satélites de tecnologia nacional, até hoje, somente conseguiu fazer lançamentos sub orbitais em que os foguetes atingem a linha de Karman, limite teórico da atmosfera terrestre a 100 km de altitude, mas com velocidade inferior a 28.000 km/h forçando o foguete a fazer uma trajetória parabólica (ZAPAROLLI, 2021). Segundo Zaparolli (2021), desde o acidente em 2003, em que o Veículo Lançador de Satélites (VLS-1) explodiu, ainda em solo, matando 21 pessoas entre operários e engenheiros, os programas espaciais nacionais não conseguiram colocar satélites em trajetórias de revolução orbital completa a partir da base de Alcântara, passando a utilizar bases de outros países como a Índia.

Mas, a história brasileira no contexto de lançamentos de foguetes pode mudar. Segundo Zaparolli (2021), o Brasil está prestes a ingressar no mercado internacional de lançamento de foguetes. Através de um edital de chamada pública para uso não militar da Base de Lançamentos de Alcântara, a abertura do CLA para lançamentos de foguetes de pequeno e

médio porte, de até 100 toneladas e 30 metros de comprimento está prestes a se concretizar. Algumas vantagens em relação a outras bases colocam a Base de Alcântara na dianteira dessa disputa, dentre elas, a localização geográfica muito próxima à linha do Equador, a 2° e 18' de latitude ao Sul. Lançar satélites geoestacionários utilizados em telecomunicações a partir de Alcântara, com órbitas que podem chegar a 36.000 km de altitude, proporciona uma economia de combustível de cerca de 30% em relação a lançamentos realizados no Cabo Canaveral, Flórida, por exemplo (ZAPAROLLI, 2021).

Além disso, de acordo com Zaparolli (2021), a abertura angular horizontal de 107°, chamada de azimute, permite que o lançamento seja direcionado diretamente para a órbita pretendida a partir da origem, diminuindo a quantidade de manobras do foguete, economizando energia e, conseqüentemente, reduzindo a quantidade de combustível a ser carregado pelo foguete. Por isso, a utilização racional de combustíveis é um dos assuntos que precisam de maior reflexão considerando a escassez de combustíveis fósseis e a utilização de fontes limpas e renováveis.

Em todo esse cenário de corrida espacial concomitantemente com a reflexão sobre a sustentabilidade, através do uso consciente de combustíveis fósseis, uma prática que tem surgido entre as escolas públicas é a inserção de atividades relacionadas ao lançamento de foguetes de garrafa PET, como temas transversais no ensino de Ciências da Natureza.

A cada ano, o interesse dos estudantes em participar de olimpíadas de astronomia tem aumentado gradativamente. Segundo matéria publicada no site oficial da Agência Brasil, em 2020, mais de 437 mil estudantes participaram dos processos seletivos da Olimpíada Brasileira de Astronomia (OBA). Muitos estudantes escolhem suas carreiras depois de terem participado de olimpíadas voltadas para a competição de lançamentos de foguete PET e esse impulso, muitas vezes, acontece nas escolas onde estudam. Nesse sentido, executar atividades experimentais de Física, que utilizem elementos da Matemática, com alunos do Ensino Médio, pode motivá-los e proporcionar-lhes uma maneira diferente de trabalhar alguns conceitos de Astronomia e Física, sendo este mais um dos aspectos que motivaram a realização desse projeto.

Lançamentos de foguetes PET são atividades que podem contribuir para a construção de um ambiente motivador e rico de situações novas e desafiadoras aumentando as chances da elaboração de conhecimentos e aquisição de habilidades e competências referentes ao fazer e entender Ciência (ARAÚJO; ABIB, 2003).

Neves, Caballero e Moreira (2006, p. 384), afirmam que: “o TE tem uma reconhecida importância na aprendizagem das ciências, largamente aceita (**sic**) entre a comunidade científica e pelos professores como metodologia de ensino...”.

Além disso, realizar atividades experimentais protagonizadas pelos estudantes utilizando temas transversais, como a atual corrida espacial e o uso de combustíveis, pode trazer sentido ao conteúdo aprendido em sala de aula proporcionando a transformação de conhecimentos ou atitudes por parte dos estudantes em relação à sua vida diária. No entanto, práticas pedagógicas desenvolvidas levando em consideração as habilidades previstas pela BNCC, precisam ser ancoradas em uma estrutura de ensino capaz de acolhê-las, para não correrem o risco de serem desencorajadas.

2.2 – O NOVO ENSINO MÉDIO

Segundo o portal do Governo Federal, uma mudança na Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional, de 1996, ocorrida através da Lei nº 13.415/2017 definiu, além de um tempo mínimo maior para a permanência de alunos na escola, uma organização curricular mais flexível, ofertando um leque de opções aos estudantes, os Itinerários Formativos (IF), com foco nas áreas de conhecimentos, além de formação técnica e profissional e, para suportar essa estrutura, o Ministério da Educação (MEC) propôs uma reforma na grade curricular comum e técnica, que deveria ser gradual, a fim de contemplar todas as mudanças propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Embora a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc-SP) tenha sido a primeira no país a adotar de forma compulsória o Novo Ensino Médio (NEM) a partir de junho de 2021, a reforma do Ensino Médio tem sido alvo de questionamentos por parte de professores e meios de comunicação voltados à educação. Segundo Goulart e Cássio (2022) o processo da reforma, coordenado pelo Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed), patrocinado por fundações e institutos controlados por grandes fortunas e veiculado como sendo realizado sob exaustivas consultas públicas, na verdade foi realizado à revelia dos mais interessados nessa mudança, que são as escolas e os estudantes.

A tentativa de impedir a imposição autoritária da Seduc-SP através do combate de alunos e professores que se desdobram para dar novos rumos ao projeto Inova Educação, deu lugar à luta pela preservação da vida nas famílias destruídas pela pandemia e, nesse contexto, o governo paulista se aproveita da baixa adesão dos alunos no ensino remoto, o que diminuiu

as chances de ampla discussão sobre as mudanças radicais, para fortalecer a implantação do NEM, se valendo de um currículo escolar simplificado, da base profissionalizante Novotec, do programa Inova Educação em parceria com o Instituto Ayrton Senna, com seus componentes Projeto de Vida e Tecnologia e o Programa de Ensino Integral (PEI) que não contempla todas as escolas da rede pública (GOULART; CÁSSIO, 2022).

Mas, é indiscutível que uma reforma se fazia necessária devido aos resultados levantados pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) que identificaram uma estagnação nos indicadores do Ensino Médio das escolas públicas desde 2011, os quais ficaram aquém dos índices mostrados pelas escolas particulares que, da mesma forma, se mostraram abaixo do esperado, conforme Tabela 2.1:

Tabela 2.1: Metas e Resultados Observados pelo Ideb entre os anos de 2007 e 2019

Ano	2007		2009		2011		2013		2015		2017		2019	
	Meta	Obs	Meta	Obs	Meta	Obs	Meta	Obs	Meta	Obs	Meta	Obs	Meta	Obs
Administração														
Pública	3,1	3,2	3,2	3,4	3,4	3,4	3,6	3,4	4,0	3,5	4,4	3,5	4,7	3,9
Privada	5,6	5,6	5,7	5,6	5,8	5,7	6,0	5,4	6,3	5,3	6,7	5,8	6,8	6,0

Fonte: BRASIL. Ministério da educação. INEP – Elaborada pelo autor

O artigo 205 da Constituição Federal (BRASIL, 1988) garante que o Estado e a família são responsáveis de que todo cidadão tenha direito à educação visando o desenvolvimento pleno como pessoa, preparando-o para a cidadania e para o trabalho. Sistemas de acesso às universidades, como o Sistema de Seleção Unificado (SiSU) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), garantiram a universalização da educação, tornando possível o acesso e a permanência, igualmente a todos os cidadãos, conforme previsto no artigo 206 da Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988).

O objetivo das mudanças propostas com o advento do Novo Ensino Médio tem como foco a garantia de uma educação de qualidade aos estudantes brasileiros além de permitir a aproximação da escola com a realidade dos estudantes de hoje, entendendo que existem novas demandas do mundo do trabalho, da vida em sociedade e suas complexidades e, de certa forma, utilizar ou expressar o conhecimento científico, adquirido na escola, pode garantir a inclusão nesse novo processo de demandas no cotidiano.

Existem diversas maneiras de expressar o conhecimento científico e tecnológico e, a apropriação dessa linguagem específica da Ciências da Natureza, seus códigos, símbolos, nomenclaturas e gêneros textuais se tornou fundamental, pois faz parte do processo de letramento científico, o qual todo cidadão necessita (BRASIL, 2018).

Os estudantes do Ensino Médio devem se apropriar desse modo de “se expressar”, comum nas Ciências da Natureza. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), a apropriação dessa maneira de se expressar deve garantir:

- Uso de terminologia científica de processos e conceitos;
- Identificação e utilização de unidades de medida e suas grandezas;
- Envolvimento em processos de leitura, comunicação e divulgação de conhecimentos adquiridos.

Considerando esses elementos e unindo as competências gerais da Educação Básica com as de Ciências da Natureza no Ensino Fundamental e Médio, os estudantes devem desenvolver competências e habilidades específicas, das quais, uma a ser alcançada nessa etapa, de acordo com a BNCC, é descrita a seguir:

Investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC). (BRASIL, 2018, p.553)

No sentido de proporcionar a conversa entre os diferentes componentes curriculares de diversas áreas do conhecimento, surgem os Itinerários Formativos (IF). De acordo com o portal do Ministério da Educação, os IF são o conjunto de disciplinas, projetos, oficinas, núcleos de estudo, entre outras situações de trabalho, que os estudantes poderão escolher no ensino médio.

Ainda segundo o portal do Ministério da Educação, os IF têm a proposta de aprofundamento em uma ou mais áreas de conhecimento, concomitantemente, e a decisão de quais IF serão ofertados cabe às redes de ensino, porém, deve ser realizado um processo que envolva a comunidade escolar e leve em consideração os projetos de vida dos estudantes.

Essa nova organização curricular, que conta com o aumento do tempo dos estudantes na escola, passando de 800 para 1000 horas anuais, pode oportunizar a inserção de momentos de aprendizagem que fogem à estrutura tradicional. Dentre esses recursos está a introdução das Eletivas no currículo do Ensino Fundamental e Médio.

Durante o ano de 2020, dando início ao processo de implantação do Novo Ensino Médio previsto na BNCC, a escola pública introduziu em sua grade escolar as aulas de Eletivas com o intuito de possibilitar aos estudantes, através de conteúdos transversais, a aquisição de competências e habilidades previstas pela BNCC com base nos Projetos de Vida dos estudantes colhidos no início do ano.

As Eletivas são componentes temáticos oferecidos semestralmente. São de livre escolha dos estudantes e oferecem a possibilidade de diversificar,

aprofundar e enriquecer as experiências escolares e de expandir os estudos relativos às áreas de conhecimento contempladas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sempre em articulação com os Projetos de Vida dos estudantes, mapeados no início do ano letivo, e em sintonia com o projeto político pedagógico da escola e as potencialidades da comunidade em que ela se insere.

Constituem-se como um componente curricular, já que têm garantidos tempos e espaços na dinâmica das atividades pedagógicas da escola, envolvem as áreas de conhecimento e pressupõem a diversificação de situações didáticas. Curso do Inova. *Eletivas*. 1ª Edição. 2019. Módulo 2. O que são eletivas?

A aplicação do produto e o experimento que estamos apresentando nesse trabalho, foi realizado nas aulas de eletiva de Astronomia formada por alunos do ensino médio de uma escola pública estadual sediada na cidade de Sorocaba.

Nesta fase escolar, o conteúdo da Física relacionado à Mecânica, referente à composição de movimentos que compreende os estudos de lançamentos horizontais, verticais e oblíquos, bem como a trajetória descrita por projéteis, é apresentado em apenas horas/aula semanais.

Desde muito tempo, a metodologia empregada na ministração desses e outros conteúdos compreende aulas expositivas onde é apresentada a teoria e a incansável resolução unilateral de exercícios de todas as formas e tipos retirados de livros didáticos adotados muitas vezes pelas imagens ou quantidade de exercícios que ele contém ou até mesmo pela quantidade de conceitos que o estudante precisa decorar ou memorizar para entendimento do conteúdo que lhe é oferecido por uma prática pedagógica de “transmissão de conhecimentos”(MONTEIRO, 2016).

Na visão de Pietrocola (2006), durante as aulas há a interação com os alunos, mas de qualquer forma essa interação se limita a muitas dúvidas e à exteriorização das dificuldades apresentadas por eles. De imediato pode surgir um questionamento na mente dos estudantes na tentativa de justificar o aprendizado desse conteúdo: o fato de “cair na prova”, será cobrado e a receita do sucesso é decorar e reproduzir. São as regras do jogo.

Considerando que a escola não é um espaço exclusivo para a aprendizagem, entendemos que o experimento apresentado representa uma importante ferramenta que favorece o desenvolvimento integral do estudante ao envolver seus aspectos culturais e socioemocionais, na verificação de conceitos pré-existentes e os aspectos cognitivos que servirão de apoio para a mudança de paradigmas ou até mesmo para a obtenção de novos conhecimentos.

O processo de aprendizagem estabelecido nesse trabalho, para esse conteúdo, é manter o foco na experimentação como prática de ensino e, como as salas são divididas em grupos, todas as discussões são realizadas visando uma prática democrática para acender no estudante a chama do protagonismo juvenil.

De acordo com o Currículo Paulista (2019), o jovem precisa agir de modo a modificar a ideia que a sociedade faz dele, ou seja, um ser passivo diante da realidade que o cerca. Para exercitar plenamente a cidadania o jovem precisa ser educado de forma integral e ser capaz de agir com autonomia, solidariedade e competência.

Desse modo, o produto desenvolvido nas aulas de eletivas, segundo a visão de Oliveira (2009), ao citar Costa (2009), tem o propósito de enriquecer e ampliar conceitos pré-existentes, em relação a este conteúdo específico, proporcionar ao estudante a oportunidade de desenvolver projetos de seu interesse bem como autonomia na tomada de decisões e facilitar a aquisição de competências que serão relevantes em sua vida diária.

Em todo esse contexto de reflexão sobre a necessidade de um Novo Ensino Médio, podemos elencar alguns benefícios para os estudantes nessa nova realidade escolar, relacionados no portal do Ministério da Educação (BRASIL, 2018):

- Atender às expectativas dos jovens;
- Proporcionar o protagonismo juvenil;
- Aprofundar seus conhecimentos de acordo com seus interesses;
- Proporcionar a formação técnica e profissional;
- Proporcionar prazer na permanência nas dependências da escola;
- Melhorar os resultados.

No contexto de maior flexibilidade e tempo para trabalhar assuntos transversais com os estudantes, com base em seus interesses nas Ciências da Natureza, podemos utilizar os espaços e os recursos em aplicações práticas de conceitos através de atividades experimentais e o auxílio de recursos tecnológicos, como computadores e *smartphones*, de maneira a inserir o conhecimento de conceitos físicos alinhados com os recursos que os estudantes têm disponíveis no ambiente escolar. Esses recursos serão tratados de maneira mais particular nos próximos itens.

2.3 – EXPERIMENTAÇÃO NO ENSINO DE FÍSICA

Desde os primórdios da Ciência, um dos propósitos da Física é responder questões relacionadas ao entendimento do Universo e aos fenômenos da natureza que nos cerca. Nesse sentido, muitas teorias foram levantadas, mas só puderam ser comprovadas com base em observações e experimentação, ratificando o caráter experimental/observacional da Física. Na

visão de Adabo (2014), o sucesso de uma teoria está relacionado com o sucesso dos experimentos relacionados a ela.

A Física é uma ciência que necessita de um nível considerável de abstração e por esse motivo a experimentação deve ser utilizada pelos professores na visualização de fenômenos físicos, chamando a atenção dos alunos para o fato de que a Física vai além de fórmulas e contas (MENDES, 2021).

De fato, segundo Borges (2006, p. 31), “Os professores de Ciências, tanto no ensino Fundamental como no Ensino Médio, em geral acreditam que a melhoria do ensino passa pela introdução de aulas práticas no currículo.” Apesar disso, para Santos (2016) citado por Reis (2018), a falta de tempo de planejamento para atividades práticas, faz da experimentação uma das atividades menos inseridas no ambiente escolar, mesmo que essa prática seja uma das mais importantes no fazer ciência e no desenvolvimento dela.

Segundo Andrade e Massabini (2011), atividades práticas são:

[...] aquelas tarefas educativas que requerem do estudante a experiência direta com o material presente fisicamente, com o fenômeno e/ou com dados brutos obtidos do mundo natural ou social. Nesta experiência, a ação do estudante deve ocorrer – por meio da experiência física –, seja desenvolvendo a tarefa manualmente, seja observando o professor em uma demonstração, desde que, na tarefa, se apresente o objeto materialmente. (ANDRADE; MASSABINI, 2011, apud BASSOLLI, 2014).

Na perspectiva de Força, Laburú e Silva (2016), a prática de experimentação investigativa é uma das ferramentas mais importantes para que o estudante seja o protagonista na obtenção de seus novos conhecimentos e na construção de sua própria estrutura cognitiva de maneira relevante e significativa, buscando informações para as questões propostas e concluindo a sua pesquisa quando constrói uma resposta ao problema proposto.

Alguns objetivos a serem alcançados, relacionados a seguir, podem servir de norte para o professor aplicar um experimento investigativo:

- Relacionar a teoria e a prática;
- Desenvolver a capacidade de argumentação científica;
- Aprofundar conceitos;
- Investigar o problema proposto;
- Compreender que a teoria se aplica a contextos reais ou simulados;
- Compreender o trabalho científico, controlando e prevendo os fenômenos físicos.

Em relação aos objetivos a serem alcançados, Hodson (1994) sintetizou as concepções dos professores em relação aos objetivos da aplicação de atividades experimentais e agrupou-as em cinco categorias gerais:

- Motivar pela estimulação do interesse e da diversão;
- Ensinar as técnicas de laboratório;
- Intensificar a aprendizagem dos conhecimentos científicos;
- Proporcionar uma ideia sobre o método científico e desenvolver habilidades em sua utilização;
- Desenvolver determinadas atitudes científicas, tais como a consideração com as ideias de outras pessoas, a objetividade e a boa disposição para não emitir juízos apressados.

Atividades experimentais são enriquecedoras para os estudantes ao dar um verdadeiro sentido ao abstrato, pois permitem que os estudantes sejam incitados a não permanecer no mundo conceitual (SERÉ, COELHO e NUNES, 2002).

Segundo Força, Laburú e Silva (2016), práticas experimentais representam um artifício valioso para o ensino de Física e professores realizam atividades experimentais baseadas na demonstração com a intenção de que o entendimento de determinado conteúdo seja mais bem assimilado, o aprendizado se torne interessante sem a necessidade de equipamentos avançados ou laboratórios superequipados para esse fim.

Nesse mesmo contexto, Rosito (2003) reconhece que experimentos realizados no espaço formal escolar ou fora dele, podem ser estruturados e realizados utilizando materiais de baixo custo ou mesmo recicláveis que permitam o exercício da criatividade por parte dos alunos. Uma prática de ensino bem estruturada não dispensa um laboratório bem equipado, mas, é possível que a prática de ensino baseado em livros textos seja corroborada com atividades simples, contudo, bem estruturadas, construídas com materiais de fácil aquisição.

Ainda nesse contexto, para Moraes e Gebara (2018) se a atividade prática for realizada em ambientes não formais, fora do ambiente escolar, pode se tornar uma atividade incentivadora do processo de ensino dos estudantes, mas ainda assim, frisam que o professor deve estar preparado para realizar uma atividade nesse contexto, conhecendo o lugar de realização da atividade e que deve haver uma preparação em sala de aula, antecipadamente, para facilitar a compreensão dos conceitos que serão trabalhados.

Nessa perspectiva, o experimento realizado representou uma oportunidade para que os estudantes construíssem novos significados para seus conhecimentos, além de divertir, promover a socialização, empatia e reforçar conteúdos trabalhados nas aulas.

2.4 - O PAPEL DO COMPUTADOR NA APRENDIZAGEM

A Física é uma ciência que conta com a capacidade de abstração por parte dos estudantes, e sendo assim, o computador é um elemento que apresenta ótimo potencial para atender as demandas educacionais com grande utilidade no processo ensino-aprendizagem (MEDEIROS; MEDEIROS, 2006).

Diante dessa necessidade de melhoria da qualidade de ensino e da proposta de alinhamento entre experimento real e simulação, “com o isolamento social [...] alunos e professores se viram com a necessidade da utilização maciça de ferramentas digitais em substituição às aulas presenciais” (SILVA, PETRY e UGGIONI, 2020, p. 21). Esse isolamento social, resultado de uma pandemia provocada pelo vírus SARS-COV-2 (COVID-19), deixou exposta as insuficiências da educação no país”.

Dentre essas “insuficiências” estão “a falta de formação específica para professores, o entendimento por parte da sociedade e o precário acesso da comunidade escolar a recursos tecnológicos, como computadores e internet de qualidade”. (SILVA, PETRY e UGGIONI, 2020, p. 21).

Além disso, a impossibilidade de aulas presenciais por causa da pandemia acentuou ainda mais a importância do computador que, para Monteiro (2016), se tornou inevitável, já que seu uso está previsto em propostas de ensino dos currículos oficiais.

Diante deste alarmante quadro da saúde pública na pandemia e desse novo contexto educacional, um experimento simples, como o lançamento de foguetes PET, construído em sua maior parte de maneira remota, tendo havido alguns encontros presenciais com total observância dos protocolos estabelecidos, aliado à utilização de simuladores computacionais, foi uma grande oportunidade para levar o estudante a aprender conteúdos que já são de difíceis entendimento em aulas presenciais, num momento em que eles têm que praticar a autonomia e assistir às aulas de maneira remota.

Segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), se compararmos a escola de hoje com a escola de cem anos atrás, constataremos que houve pouco avanço na estrutura educacional, mas é fato que os alunos de hoje não aprendem da mesma forma e têm concepções da realidade que diferem em muito das concepções dos alunos do século passado. Para Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 47):

Crianças e jovens estão cada vez mais conectados às tecnologias digitais, configurando-se como uma geração que estabelece novas relações com o conhecimento e que, portanto, requer que transformações aconteçam na escola.

Sendo assim, uma maneira de diminuir essas diferenças é a produção de simulações computacionais utilizadas no ensino de Física, encontradas livremente na *internet* (MEDEIROS E MEDEIROS, 2006). Muitos trabalhos apontam as vantagens decorrentes do uso desses simuladores no ensino de Física e segundo Medeiros e Medeiros (2006, p. 48),

[...]simulações computacionais vão além das simples animações. Elas englobam uma vasta classe de tecnologias, do vídeo à realidade virtual, que podem ser classificadas em certas categorias gerais baseadas fundamentalmente no grau de interatividade entre o aprendiz e o computador.

Nesse contexto, os autores dizem que é preciso “admitir que boas simulações, criteriosamente produzidas, existem e que os professores guardam uma expectativa muito grande do potencial de suas utilizações” (MEDEIROS; MEDEIROS, 2006, p. 48).

2.4.1 - Simuladores Computacionais

Além das práticas experimentais, que nos auxiliam na tarefa de tornar as aulas de Física mais interessantes e didáticas, podemos contar também com o desenvolvimento das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) que colocam à nossa disposição grande quantidade de recursos tecnológicos tais como, recursos multimídia e simuladores computacionais, contudo, sem perder o foco do objetivo da aprendizagem: a formação dos estudantes.

Durante sua vida escolar, a maioria dos estudantes perde facilmente o interesse pelas ciências da natureza e pela investigação dos fenômenos naturais por considerarem a Física uma disciplina de difícil compreensão (MENDES, 2021). De acordo com Mendes (2021), um dos motivos para esse desinteresse por parte dos alunos pode ser o da escola se manter desinformada em relação aos avanços tecnológicos nos últimos anos. Ainda segundo Mendes (2021), o quadro e o giz ainda fazem parte massiva das metodologias de ensino em sala de aula para a maioria dos professores, apesar da evolução dos meios de comunicação e do aumento da facilidade de acesso à computadores e internet.

Com a popularização da tecnologia digital, experimentamos uma relação sem precedentes entre quantidade, velocidade e métodos de criação e disseminação de informações, alcançando inúmeras trocas, mudanças sociais e culturais, promovendo o surgimento de novas formas de pensar, sentir, agir e viver juntos. A existência dessas tecnologias no cotidiano das pessoas sempre foi um fator de mudança e formação de novos hábitos. Já é certo que vivemos um tempo de transformação digital. Estamos em um tempo em que a velocidade do uso de tecnologias está influenciando o nosso modo de vida atual. Nos comunicamos e consumimos mídias sociais, aplicativos tomam conta de empresas através de sistemas de gestão, as relações com seus clientes e fornecedores, isso sem falar nas casas inteligentes e aplicativos de gestão do tempo. Por fim, fica fácil de entender que a educação também vive uma mudança, que

determinará os novos processos de ensino e aprendizagem. (SILVA, PETRY, e UGGIONI, 2020, p. 19)

No processo ensino/aprendizagem, o computador pode ser utilizado em dois aspectos diferentes: aprender do computador e aprender com o computador (JONASSEN, 1996 apud MAGALHÃES et al, 2006). No aspecto de “aprender com o computador”, para Magalhães (2006, p. 135) ao citar Schank e Edelson (1990), “um ambiente de aprendizagem pode ser criado, utilizando [...] *software* que simula o mundo real fornecendo aos alunos uma experiência direta, envolvendo-os como aprendizes ativos e podendo fazer hipóteses e observar os efeitos dessas hipóteses”.

Nesse universo em que o computador é o meio para o estudante aprender de forma investigativa, uma das ferramentas computacionais que apresenta inúmeras vantagens é o simulador. Dentre essas vantagens podemos destacar o baixo custo, possibilidade de trabalhar experimentos, interatividade dos alunos com as TIC além da possibilidade de uso desses softwares na modalidade de ensino remoto ao permitirem a simulação de situações experimentais. “A modelização/simulação é talvez o ambiente mais popular de aprendizagem da Física usando o computador”. (FIOLHAIS; TRINDADE, 2003, p.263). Na perspectiva de Fiolhais e Trindade (2003), um aluno realiza tarefas básicas, como entrar com valores e observar resultados, ao utilizar programas que simulem situações físicas reais.

Um dos recursos computacionais que permitiu a exploração de simulações foi a *internet*, pois podem ser baixadas ou utilizadas de forma *online* se escritas na linguagem *Java* (FIOLHAIS; TRINDADE, 2003). Segundo eles, a *internet* tornou-se uma das maiores bibliotecas virtuais levando as fontes de informação e aprendizagem para além dos muros da escola, além de tornar o aprendizado mais personalizado e interativo. Fiolhais e Trindade (2003) defendem que o computador é indispensável para um ensino ativo no qual o aluno é o protagonista na busca pelo conhecimento de forma progressiva e autônoma, pois desempenha um papel extremamente relevante e positivo na relação ensino aprendizagem. Mas, ao citarem Mucchielli (1988), relacionam alguns problemas de natureza material e didáticas, associados ao uso de computadores. Os problemas de ordem material estão entre a rápida obsolescência e a indisponibilidade de computadores nos estabelecimentos escolares, além de problemas de conexão e manutenção dos equipamentos. Já os problemas de ordem didáticas resumem-se em programas de baixa qualidade e difíceis de serem avaliados na dificuldade de se obter simuladores de qualidade e na falta de formação dos professores que utilizam essas tecnologias (FIOLHAIS; TRINDADE, 2003).

Além do uso de simuladores em atividades experimentais virtuais, nos últimos meses o computador representou uma ferramenta indispensável na ministração de aulas na modalidade de ensino remoto, assunto que será tratado a seguir.

2.4.2 – Adaptação para Aplicação Remota do Produto

Devido à pandemia causada pela proliferação do vírus SARS-COV-2 (Corona Vírus) que é o causador de uma doença respiratória denominada COVID-19, as ministrações das aulas de eletivas precisaram sofrer adaptações e algumas alterações foram necessárias para que a aplicação do produto fosse realizada, uma vez que a modalidade presencial de ensino foi suspensa e as atividades passaram a ser enviadas por mídias digitais.

Na busca dos quatro pilares da educação, o “aprender a aprender”, o “aprender a fazer”, o “aprender a ser” e o “aprender a conviver”, o uso de tecnologias digitais propiciou diferentes possibilidades no trabalho remoto de maneira significativa para os alunos do curso de eletivas já que, segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), a escola precisa passar por transformações para acompanhar as novas relações com o conhecimento estabelecidas pelos jovens cada vez mais conectados às tecnologias digitais e às novas formas de conseguir informações.

Com o desenvolvimento da tecnologia muita coisa mudou na forma de produzir e acessar a informação. [...] nas últimas duas décadas, muitos *softwares*, sites, plataformas e redes sociais foram criados facilitando a autoria de informação. Hoje podemos expor nossos pensamentos em um blog, ideias em vídeos e até mesmo opiniões em 140 caracteres. A forma como temos acesso à informação foi facilitada e se expandiu de forma exponencial. Nesse sentido podemos acessar rapidamente um livro do celular em qualquer lugar a qualquer momento. (LIMA; MOURA apud BACICH; TANZI NETO E TREVISANI, 2015, p.89)

Neste novo mundo em profundas transformações epistemológicas e tecnológicas, a educação precisa se transformar tornando-se mais flexível e híbrida, combinando tecnologias digitais que interagem com momentos presenciais, facilitando a interação entre os modelos EaD e presencial (MORAN, 2017 apud YAEGASHI et al. 2017). Para Horn e Staker (2015, p. 54) “ensino híbrido é qualquer programa educacional formal no qual um estudante aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino on-line com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, o lugar, o caminho e/ou o ritmo”. Dentre as formas de se obter demonstrações recentes de aprendizagem significativa e compartilhada estão as aprendizagens por experimentação e por cultura *maker* apoiadas pelas tecnologias digitais móveis (MORAN, 2017 apud YAEGASHI et al. 2017).

Neste novo contexto escolar entra em cena o computador e seus recursos tais como e-mails, vídeos, videoaulas, encontros virtuais por plataformas do Google entre outros. Qualquer recurso que pudesse ser usado como transferências de arquivos ou de conhecimentos e orientações, na realização do experimento, foi relevante para estabelecer a relação ensino/aprendizagem, garantindo o protagonismo por parte do aluno. Sendo assim, a modalidade de ensino remoto se tornou a forma possível para aplicação do nosso produto.

2.5 - REFERENCIAL DE APRENDIZAGEM

Segundo Moreira e Masini (1982) Ausubel, sendo um representante do cognitivismo, propõe uma teoria para o processo de aprendizagem, com um viés cognitivista, embora admita que um vínculo afetivo transcende nesse processo.

Se encararmos a aprendizagem como um processo de construção cognitiva, ela caracteriza-se como a armazenagem e síntese de informações gerais como uma estrutura cerebral de um indivíduo que pode ser acessada e utilizada no futuro (MOREIRA; MASINI, 1982).

A teoria cognitiva de Ausubel segue uma ideia central baseada no fato de que aquilo que o indivíduo carrega como conhecimento prévio, o que ele já sabe, influencia no seu aprendizado (MOREIRA; MASINI, 1982).

A seguir trataremos de alguns aspectos da teoria de Ausubel que contribuíram para a construção e aplicação do produto proposto nessa dissertação.

2.5.1 - A Aprendizagem Significativa de David Ausubel

Segundo Ausubel, a estrutura cognitiva consiste no fato de que os conceitos estão organizados de acordo com uma determinada hierarquia organizacional. Assim como Piaget, ele trabalha o conceito de Organização de certas entidades, contudo, se para Piaget essas entidades são esquemas de conceitos e operações, para Ausubel elas são apenas conceitos que são elementos estáticos da estrutura cognitiva (MOREIRA; MASINI, 1982).

Com base no texto de Moreira (1999) podemos relacionar alguns pontos importantes na teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel:

- A aprendizagem é o resultado da interação da nova informação com a estrutura cognitiva do indivíduo;
- O conhecimento prévio do aluno é o ponto de partida para o novo conhecimento;

- A aprendizagem depende de que o aluno perceba que aquilo que ele ouve tenha significado, pois a nova informação deve estar ancorada em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do aluno;
- Para relacionar o novo com o que já existe, são necessários os subsunçores, pontos de ancoragem;
- A aprendizagem significativa é premissa para encontrar sentido no que aprende;
- O conceito já existente é o ponto de partida para o novo aprendizado na sala de aula;
- Definir o conteúdo por meio de uma sequência hierárquica, avaliando o que o aluno já sabe;
- Usar os organizadores prévios como âncora para o novo aprendizado;
- Utilizar elos entre o que o aluno já sabe e o que ele deve aprender: são as “pontes cognitivas”;
- Considerar o aluno como o principal agente na construção de sua aprendizagem: “construtivismo”;
- A contraposição de conceitos prévios e novos podem provocar conflitos cognitivos;
- O subsunçor é o ponto de ancoragem que trará um sentido relevante a um novo conhecimento, portanto é o ponto central da teoria de Ausubel.

2.5.2 - Os subsunçores

Ao ingressar no ensino médio o estudante chega com muitas concepções em relação ao ensino da Física. Concepções que podem ser relevantes ou não para todos os desafios cognitivos que ele ainda tem pela frente.

Segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, se um novo conhecimento se contrapõe a um conceito prévio, adquirido através de suas observações diárias, podem ocorrer conflitos cognitivos (MOREIRA e MASINI, 1982). Sendo assim, é preciso levantar os conhecimentos adquiridos previamente pelos estudantes, mas, conhecimentos que possam trazer um sentido relevante para o novo conhecimento.

Esse conhecimento específico, existente na estrutura cognitiva do estudante, que permite dar significado relevante a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou investigado por ele, é o Subsunçor, conceito, ideia ou proposição pré-existente na estrutura cognitiva do estudante, que apoia a ancoragem de uma nova informação (MOREIRA, 2006).

Sem nenhuma pretensão de validar, qualificar ou quantificar a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel ou como ela influenciou na aprendizagem dos alunos

submetidos à aplicação do produto proposto por esse trabalho, sua teoria me fez refletir e construir um questionário que me permitiu fazer uma verificação de conceitos pré-existentes dos alunos cujas respostas me ajudaram a entender como eles imaginam um lançamento de foguetes e as questões relativas à Astronomia discutidas nas aulas de eletiva propostas pela Secretaria de Estado da Educação.

Esse questionário permitiu perceber que existia uma certa homogeneidade nas respostas dos estudantes, salvo algumas pequenas distinções devido à diferença de nível escolar e maturidade.

O questionário respondido pelos alunos continha as seguintes questões:

1ª questão – O que você entende por lançamento?

2ª questão – Se pensarmos em um foguete, como ele pode ser lançado?

3ª questão – Considerando os três tipos de lançamento, em qual deles o alcance horizontal é máximo?

4ª questão – Se quiséssemos aumentar o alcance horizontal máximo qual variável deveria ser aumentada no lançamento?

5ª questão – Por que, nos lançamentos vertical e oblíquo, em determinado momento, o foguete para de subir e começa a descer?

Após a aplicação do questionário pudemos traçar uma linha de ação para a exposição dos conteúdos relacionados à Astronomia e ao lançamento de foguetes.

A seguir vamos nos referir a alguns lançamentos já realizados e aos enfoques dados pelos pesquisadores desse assunto.

Capítulo 3

LANÇAMENTOS DE FOGUETE PET

O lançamento oblíquo de um projétil representa um valioso instrumento experimental na determinação de vários parâmetros da Mecânica e, também na comprovação de alguns conceitos que, se tratados somente teoricamente através de aulas expositivas, se tornam de difícil compreensão.

Nos últimos anos, com o interesse dos alunos de ensino médio de escolas públicas e particulares em olimpíadas de astronomia, muitos trabalhos têm sido propostos no sentido de elucidar a dificuldade nessa parte da Mecânica. Como objeto de estudo tem sido utilizado o lançamento experimental de foguetes fabricados com garrafas PET lançados a partir de uma base de lançamento construída pelos próprios alunos com materiais recicláveis e de baixo custo.

Esse método permite que o estudante se envolva com a experimentação desde sua concepção até os resultados. Madeira, pedaços de canos e conexões de PVC e abraçadeiras plásticas são os materiais para a construção da base de lançamento e na construção do foguete utilizam-se garrafas PET, fita colante, balão de festa, plástico rígido e supercola.

3.1 – LANÇAMENTOS DE FOGUETES PET NO CONTEXTO EDUCACIONAL

Ninow e Kaiber (2016), utilizando a construção desse tipo de aparato experimental propuseram que seus estudantes fizessem inicialmente três lançamentos com diferentes ângulos (30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 70° e 80°) mantendo a quantidade de água e a mesma pressão, estabelecendo uma média de valores obtidos nos lançamentos, isto fez com que os estudantes chegassem à conclusão de que o ângulo de 45° é o ideal para o foguete atingir a maior distância horizontal possível.

Com os dados coletados os estudantes chegaram aos valores das componentes horizontal e vertical da velocidade inicial e, através da equação do alcance máximo, calcularam a velocidade inicial do foguete chegando a um valor de 31,94 m/s. Além disso, constataram que a altura máxima atingida foi de 24,71 m e os tempos de subida de 2,27 s e total de 4,54 s e compararam esses valores com os dados obtidos nos procedimentos experimentais.

Rodrigues *et al* (2013), propõem a construção de uma base de lançamentos verticais (90°), e um foguete PET que é liberado por um sistema de trava elétrica e ao atingir a altura máxima aciona a abertura de um paraquedas. Neste projeto, foram realizados os 4 primeiros testes de lançamento, variando a quantidade de água e a pressão no interior do foguete, coletando dados que possibilitaram a determinação da velocidade inicial do foguete e conseqüentemente a altura máxima em cada teste. Os alunos perceberam que os tempos medidos e as alturas máximas variam em função da variação desses parâmetros. Outros três lançamentos foram realizados alterando somente a quantidade de água que possibilitaram o cálculo da pressão final em cada teste, em função da pressão inicial, do volume de ar e do volume total.

Souza (2007), propõe a construção de um foguete simples impulsionado por água pressurizada, construído com materiais recicláveis além de uma base de lançamentos vertical, que foi utilizado para demonstrar de forma lúdica as leis de Newton e a equação de Bernoulli, além de constatar o conceito de transformação adiabática que faz parte do estudo da termodinâmica. Através do lançamento foi possível determinar a velocidade de ejeção da água que gira em torno de 33 m/s e conseqüentemente uma velocidade de lançamento para o foguete de aproximadamente 20 m/s, estimando assim a aceleração em torno de 25 g, considerada uma aceleração altíssima no momento do lançamento.

O tempo de ejeção da água merece uma atenção especial, pois nesse caso foi determinado através da contagem de tempo entre dois quadros (*frames*) da filmagem feita por um editor de vídeos, o VirtualDub 1.3c, o que possibilitou a constatação de um tempo de ejeção de 80 μ s, do momento do lançamento até a total ejeção da água do compartimento da garrafa, percebida pela visualização de uma pluma de água no fim da aceleração. A presença de vapor de água dentro do compartimento de combustível, permitiu a constatação de que o combustível, ao sair muito rapidamente, não troca calor com meio externo, comprovando ser essa uma transformação adiabática.

Oliveira (2008) utilizou um foguete PET e um lançador também vertical e realizou vários lançamentos em diversos dias. Os valores mais confiáveis foram coletados em oito lançamentos realizados em um único dia, sem ventos, facilitando a regularidade nos dados coletados. O foco desses lançamentos era a determinação da altura máxima atingida pelo foguete considerando algumas variáveis em relação à oposição do movimento, como o coeficiente de arraste do ar, e a comparação entre dados experimentais com os teóricos, além da determinação da taxa de descarga da massa do combustível em função do tempo, medida em

kg/s. Com os dados obtidos, foi possível chegar a um valor aproximado para a velocidade de ejeção de 25 m/s.

No contexto apresentado acima, o produto desenvolvido neste trabalho culminou em uma sequência didática de aplicação de lançamento de projéteis, visando o estudo analítico da composição de movimentos, de forma híbrida, utilizando simuladores computacionais na determinação de alguns parâmetros para o momento do lançamento, tais como a dependência do alcance horizontal em relação ao ângulo de lançamento e da velocidade inicial.

Este produto educacional deveria ter sido aplicado de forma presencial para que os alunos fossem protagonistas em todas as etapas da atividade prática proposta. No entanto, devido a todo esse cenário de pandemia, a construção do foguete de garrafa PET se deu através de instruções passadas de forma remota, além da disponibilização de um kit com os materiais necessários para a montagem da base de lançamento acompanhado de um manual, tendo sido necessários mais momentos de interferência do que o desejado.

Os lançamentos, realizados com a estrita observação dos protocolos sanitários vigentes na época, serviram de base para coletas de dados que permitiram aos participantes a análise de:

- Tempo de voo;
- Alcance horizontal e vertical máximos;
- A interferência da gravidade na trajetória do foguete.

Geralmente, o aprendizado relacionado à Terceira Lei de Newton, se limita somente à apresentação do enunciado teórico de forma textual. A atividade prática realizada oportunizou a apresentação dessa lei de forma lúdica de modo que o estudo foi realizado através da análise de um sistema de massa variável que permitiu a determinação dos seguintes parâmetros:

- Velocidade de ejeção do combustível e a aceleração do lançamento;
- A velocidade de lançamento;
- Comparação da velocidade de lançamento com as velocidades de escape e de órbita.
- Determinação da força de empuxo do foguete.

Diante dessa quantidade de conceitos físicos observados de forma experimental, a Matemática foi uma excelente ferramenta no equacionamento e explicação quantitativa dos fenômenos sendo importante para a comparação dos valores teóricos e experimentais. Na perspectiva de Horvath (2008, p. 5):

Como é que podemos, na prática, pôr para funcionar estes mecanismos de compreensão da ciência? Em outras palavras como podemos entender a construção do conhecimento, entrando na discussão dos assuntos até onde seja possível? [...] O atrativo inegável da astronomia para o público é seu caráter de “ponto de encontro” da Física com a Matemática e com outras disciplinas, qualificando-a para servir de paradigma e mostrar como funciona a Ciência em geral.

No próximo capítulo iremos tratar dos fenômenos físicos envolvidos em nosso trabalho e de como a matemática influencia na quantização desses fenômenos trazendo um certo rigor no tratamento dos valores encontrados.

3.2 - O PRODUTO EDUCACIONAL

Formar um estudante vai além de treiná-lo no uso de fórmulas ou receitas para resolução de problemas. A prática de educar é formadora e bilateral pois desperta no educador um eterno aprendiz (DOMINGUES, 2006). Segundo Domingues (2006), ao entender que ensinar não é simplesmente transmitir, mas sim, produzir e construir o conhecimento, o educador compreende sua função primordial: aprender sempre.

Ensinar é poder criar possibilidades para produzir conhecimentos ou construir conhecimentos. Ao conduzir a prática de aprender de maneira simples baseada na experiência, a aprendizagem se torna total, diretiva, política, estética. Enfim, é um processo que pode deflagrar no aprendiz uma curiosidade crescente. Assim exige-se a presença de educadores criativos, instigadores, curiosos, humildes, persistentes para que possa vincular o aprender à busca desses conhecimentos, o educador deve respeitar os saberes construídos na prática comunitária e discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação ao ensino de conteúdo. (DOMINGUES, 2006. p. 56)

Na perspectiva de Zabala (1998), toda prática pedagógica, ao ser executada, exige uma certa organização metodológica, sendo assim o produto educacional proposto nesse trabalho consiste em uma sequência estruturada de atividades didáticas, articuladas para atingir certos objetivos educacionais conhecidos pelo professor e pelos alunos.

Ainda segundo Zabala (1998), em qualquer nível escolar, do fundamental ao superior, para se conceber um produto realizado de maneira organizada e reflexiva que proporcione um aprendizado significativo, duas premissas devem ser claras: os objetivos que se quer alcançar e os conteúdos utilizados para este fim.

O objetivo deste trabalho foi a elaboração de um roteiro de aplicação para a construção e lançamento de foguetes PET como produto educacional que auxilie o professor na condução dos seus alunos na ressignificação de seus conhecimentos prévios, através da observação experimental de alguns dos conteúdos mais ricos da Mecânica Newtoniana: a composição de movimentos, a Terceira lei de Newton e a propulsão em função da variação da massa de combustível.

Neste roteiro propomos a construção de um foguete feito de garrafa PET que foi lançado com ar comprimido e água como propelentes, utilizando uma base de lançamentos construída

pelos próprios alunos que, ao efetuarem o lançamento, coletaram dados como tempo de voo, o alcance horizontal máximo e o melhor ângulo de lançamento.

Com os dados coletados foi possível a análise de conceitos como:

- Aceleração da gravidade;
- Altura máxima atingida;
- Velocidade inicial;
- Velocidade de escape;
- Velocidade de órbita;
- Possíveis órbitas;
- Propulsão por variação de massa;
- Terceira lei de Newton.

Como eixo principal na relação ensino/aprendizagem, o manual de construção e aplicação do produto educacional contará principalmente com itens como:

- Uso de simuladores digitais para determinação do ângulo de lançamento;
- Material utilizado;
- Instruções para a construção do foguete PET;
- Instruções para a construção da base de lançamento;
- Tabelas para levantamento de dados do lançamento;
- Propostas para discussões;
- Memoriais de Cálculo;
- Modelo de Relatório.

A seguir vamos fazer uma breve apresentação do simulador computacional escolhido para a determinação do melhor ângulo de lançamento.

3.3 - O SIMULADOR DE LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS NO CONTEXTO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO

Conforme vimos no capítulo anterior, na visão de Fiolhais e Trindade (2003), o advento da internet possibilitou o acesso a um vasto acervo de recursos computacionais que podem ser baixados da rede de maneira livre e gratuita. Entre eles estão os simuladores computacionais capazes de trazer praticidade na busca de conhecimentos e respostas em várias áreas das Ciências.

Para que a experiência com o simulador fosse simples, objetiva e significativa para os estudantes, o programa de simulador utilizado neste produto foi o PhET-Colorado, criado em 2002 pelo ganhador do prêmio Nobel Carl Wieman, na Universidade do Colorado em Boulder, Estados Unidos da América (EUA), pois oferece simulações de Matemáticas e Ciências contemplando vários conteúdos de Física que proporcionam aos estudantes entretenimento e aprendizado através de simulações interativas e de acesso gratuito. Por ser escrito em Java, Flash ou HTML5 e traduzido em diversos idiomas pode ser executado *online* ou baixado no computador. Além disso, pode ser utilizado na sala de aula ou até executado pelos próprios estudantes em casa, vindo ao encontro da necessidade de que parte da aplicação do produto fosse de maneira remota conforme citado no item 2.4.2 desse trabalho. Esse procedimento pode ser usado nos dois modelos de aplicação, assim, o simulador se tornou uma ferramenta indispensável para a aplicação do produto, seja ela remota ou presencial.

Especificamente, o simulador utilizado foi o de “Movimento de Projéteis”, disponível através do *link* https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/projectile-motion e sua página inicial é retratada na Figura 3.1

Figura 3.1 – Página inicial do simulador “Movimento de Projétil”. Seção Lab



Fonte: PhET. Movimento de Projétil. Disponível em:
https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/projectile-motion Acesso em: 10 de novembro 2021

Figura 3.2 – Página inicial do simulador “Movimento de Projétil”. Seção Vetores



Fonte: PhET. Movimento de Projétil. Disponível em:

https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/projectile-motion Acesso em: 10 de novembro 2021

Conforme vemos nas Figura 3.1 e 3.2, as seções escolhidas do simulador foram as “Lab” e “Vetores” por serem mais simples e suficientes para alcançar os objetivos do uso do simulador em nosso trabalho, pois sua utilização depende da inserção de parâmetros como ângulo de lançamento, velocidade inicial e suas componentes durante o voo e a observação dos resultados como trajetória descrita, alcance horizontal e altura máxima atingida pelo projétil.

Capítulo 4

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO PRODUTO

Entre as Ciências que se propõem a explicar os fenômenos da natureza a Física lidera o equacionamento dos fenômenos em muitos sentidos, de modo que atingiu alto grau de confiança e rigor matemático (NUSSENZVEIGH, 2002). Além disso, ainda para Nussenzveigh (2002), a Física desempenha um papel de grande importância no mundo moderno ao afetar diretamente a vida do ser humano.

Antes de iniciarmos o estudo de lançamentos de projéteis alguns conceitos físicos precisam ser abordados com maior rigor matemático como veremos a seguir.

4.1 – QUEDA LIVRE E GRAVIDADE

Todo corpo abandonado nas proximidades da crosta terrestre, imerso em uma região chamada de campo gravitacional, fica sujeito aos fenômenos da força gravitacional e sofre um efeito físico normalmente denominado de queda livre, expressão utilizada para se referir a corpos que caem livremente se considerarmos somente a força gravitacional e desprezarmos as forças resistivas, como a resistência do ar, necessárias em algumas situações em que corpos precisam ser freados, mas, indesejáveis em nossos estudos.

Se analisarmos um lançamento realizado verticalmente para cima podemos inferir de forma intuitiva que:

- Sua velocidade diminui durante a subida;
- No ponto mais alto o corpo para de subir sendo nula sua velocidade nesse momento;
- Sua velocidade aumenta durante a descida.

Sendo assim, podemos dizer que existe uma aceleração que, durante a subida é exercida sobre o corpo em sentido contrário ao movimento e, após a sua inversão, a mesma aceleração é exercida sobre o corpo, mas no mesmo sentido do movimento de descida. Essa aceleração é devida ao campo gravitacional terrestre e é chamada de aceleração da gravidade representada pela letra **g**.

Falhas nos currículos e a falta de professores com formação específica em Física fazem com que muitos assuntos que deveriam ser tratados no ensino médio não sejam abordados de forma completa em sala de aula e muitos alunos chegam às Universidades desconhecendo o fato de que a aceleração da gravidade não é uma constante e utilizam um valor arredondado de 10 m/s^2 e, na melhor das hipóteses, utilizam um valor mais “preciso” de $9,81 \text{ m/s}^2$ (JARDIM et al., 2017).

Isso não seria nenhum problema se o estudante tivesse consciência de que os valores teóricos diferem dos experimentais e essas diferenças fomentassem a discussão da variação de g em relação às altitudes e às latitudes do globo terrestre, além da concentração de massa sendo a Terra uma forma irregular e não uma esfera perfeita.

A Terra é achatada nos polos e como a gravidade é inversamente proporcional ao quadrado do raio, nos polos a gravidade apresenta valores maiores que nos trópicos. Segundo Lopes (2008) *apud* Souza (2020), a dependência da aceleração da gravidade em função da latitude é expressa pela equação:

$$g_{\varphi} \cong 9,7805 \cdot (1 + 0,00529 \cdot \text{sen}^2 \varphi) \frac{m}{s^2} \quad (\text{eq. 4.1.1})$$

onde g_{φ} é a gravidade em função da latitude e φ é a latitude em determinados pontos da Terra.

No equador, os valores variam de $9,789 \text{ m/s}^2$, e nos polos até $9,823 \text{ m/s}^2$. Isto devido à rotação da Terra, que impõe uma aceleração adicional no corpo em relação à aceleração da gravidade. O corpo atraído gravitacionalmente sente uma força centrífuga atuando para cima, reduzindo o seu peso. (LOPES, 2008 *apud* SOUZA, 2020, p. 29)

A Tabela 4.1 apresenta alguns valores para aceleração da gravidade em determinados pontos latitudinais do globo terrestre calculados utilizando a equação 4.1.1.

Tabela 4.1: Variação da aceleração da gravidade em função da latitude

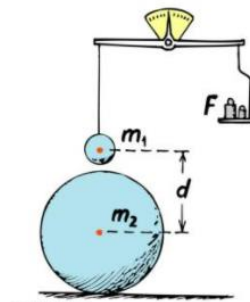
Latitude	0°	30°	60°	90°
$g(\text{m/s}^2)$	9,7805	9,7934	9,8193	9,8322

A aceleração da gravidade ainda pode sofrer variações em função da altitude (WERLANG, 2011 *apud* SOUZA, 2020). Se um corpo está bem próximo à superfície terrestre, segundo a Lei da Gravitação Universal de Newton, a Terra e o corpo se atraem mutuamente na razão direta de suas massas e na razão inversa do quadrado da distância até o centro da Terra. Sendo a M_T a massa da Terra, m a massa do corpo e R_T o raio da Terra, a Lei da Gravitação Universal que define a força gravitacional de atração entre a Terra e o corpo pode ser descrita pela equação:

$$F_{grav} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T)^2} \quad (\text{eq. 4.1.2})$$

onde G é a constante de gravitação universal que foi medida pela primeira vez por Henry Cavendish, usando uma balança de torção muito sensível que mediu a minúscula força entre duas massas de chumbo. Outro método foi desenvolvido por Philip von Jolly, em que um pequeno frasco contendo mercúrio era equilibrado em uma balança (HEWITT, 2002). Uma esfera de chumbo de 1 tonelada era colocada próxima ao frasco atraindo-o, conforme a Figura 4.1. A diferença de massa para estabelecer o equilíbrio indicava a força de atração entre as duas massas m_1 e m_2 .

Figura 4.1: Esquema simplificado do experimento de Jolly



Fonte: <https://www.slideserve.com/lorand/isaac-newton> Acesso em: 14 de março de 2021

Com a força de atração gravitacional e as massas conhecidas e utilizando a equação 4.1.2, o valor encontrado para a constante de gravitação universal foi próximo de:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Um corpo sujeito a um campo gravitacional recebe a ação da força peso que é definida pelo produto entre a massa m de um corpo e a aceleração da gravidade g , expressa pela equação:

$$P = m \cdot g \quad (\text{eq. 4.1.3})$$

A força peso é a força gravitacional entre a Terra e um corpo, assim se igualarmos as equações 4.1.2 e 4.1.3, temos:

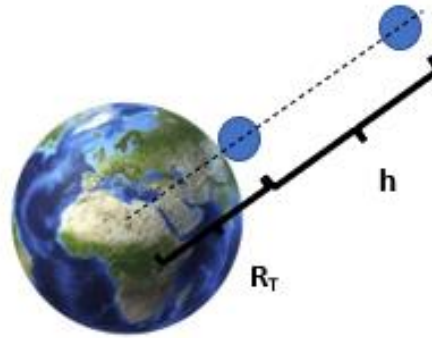
$$m \cdot g = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T)^2} \quad (\text{eq. 4.1.4})$$

As massas m dos termos podem ser anuladas e a equação encontrada define a intensidade do campo gravitacional terrestre em função do raio da Terra sendo o produto $G \cdot M_T$ constante.

$$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{(R_T)^2} \quad (\text{eq. 4.1.5})$$

Se considerarmos um valor aproximado para a aceleração da gravidade, para qualquer corpo na superfície terrestre como $9,81 \text{ m/s}^2$, esse valor sofre uma diminuição se a altura h , em relação à superfície terrestre, aumentar conforme a Figura 4.2.

Figura 4.2: Corpo na superfície terrestre e corpo à altura h



Elaborada pelo autor

Como a aceleração da gravidade é inversamente proporcional à distância do ponto onde se localiza o corpo até o centro da Terra, acrescentamos o fator h , mostrado na Figura 4.3, ao raio da Terra R_T da equação 4.1.5, reescrevendo a equação:

$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (\text{eq. 4.1.6})$$

A Tabela 4.2 apresenta a variação da aceleração da gravidade em função da altitude para latitude de 45° .

Tabela 4.2: Variação da aceleração da gravidade em função da altitude (latitude de 45°)

Altitude(m)	0	40000	80000	200000
$g(\text{m/s}^2)$	9,81	9,69	9,57	9,22

Fonte: WERLANG,2011 apud Souza, 2020 – Adaptado pelo autor

Podemos também escrever uma equação que represente a aceleração da gravidade em qualquer altura h , em função da aceleração da gravidade na superfície da Terra g_0 , utilizando a equação 4.1.6.

$$g = G \cdot \frac{M_T}{R_T \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2} \quad (\text{eq. 4.1.7})$$

$$g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2 \left(\frac{R_T + h}{R_T}\right)^2} \quad (\text{eq. 4.1.8})$$

Chamando de g_0 a gravidade na superfície terrestre, determinada na equação 4.1.5, podemos substituir g_0 na equação 4.1.8 obtendo:

$$g = g_0 \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_T+h}{R_T}\right)^2} \quad (\text{eq. 4.1.9})$$

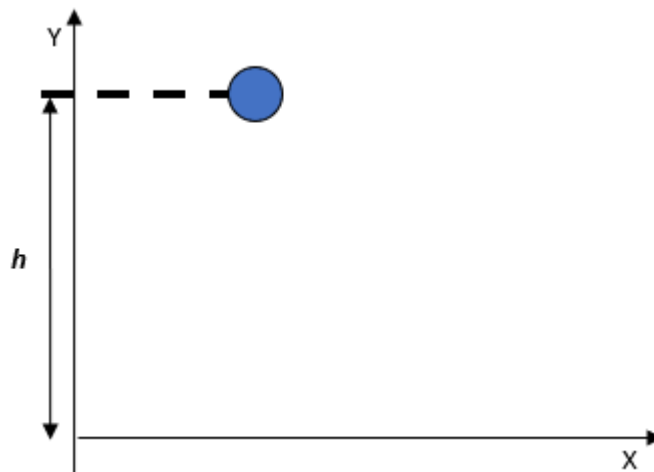
E, finalmente, fazendo um rearranjo algébrico, obtemos a equação de g em qualquer altura em função de g_0 , aceleração da gravidade na superfície terrestre:

$$g = g_0 \cdot \left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2 \quad (\text{eq. 4.1.10})$$

A partir do conhecimento de que a aceleração da gravidade pode mudar dependendo da altitude de um corpo e da latitude em relação à superfície da Terra, mas, entendendo que a taxa de variação desse valor é muito pequena, mesmo para grandes altitudes, vamos analisar movimentos que acontecem bem próximos à superfície terrestre.

Até 100 m de altitude a variação para a aceleração da gravidade é desprezível, permitindo que utilizemos o princípio da aceleração da gravidade constante para estudo do movimento de queda livre. Vamos então considerar um corpo de forma esférica, abandonado de uma certa altura h pequena e sujeito à aceleração da gravidade constante, conforme a Figura 4.3:

Figura 4.3: Corpo em queda livre



Elaborada pelo autor

Analisando a Figura 4.3 entendemos que o corpo abandonado percorre a distância h correspondente ao eixo das ordenadas e encontra o solo representado pelo eixo das abscissas,

sujeito à aceleração constante que provoca uma variação de velocidade, nula no momento da partida, mas, máxima no momento do choque com o solo. Podemos escrever então que a aceleração \mathbf{a} é a taxa de variação de velocidade $d\mathbf{v}$ por tempo $d\mathbf{t}$, definida conforme a equação:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad \text{ou} \quad d\mathbf{v} = \mathbf{a}d\mathbf{t} \quad (\text{eq. 4.1.11})$$

Integrando os dois termos da equação podemos escrever:

$$\int d\mathbf{v} = \int \mathbf{a} \cdot d\mathbf{t} \quad (\text{eq. 4.1.12})$$

E finalmente, sendo a aceleração constante e sabendo que a integral de uma constante é a própria constante vezes a integral do diferencial no tempo acrescido de uma constante C , resolvendo a integração teremos a equação da velocidade \mathbf{v} para um corpo sujeito à aceleração constante em função do tempo \mathbf{t} :

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t} + \mathbf{C}_1 \quad (\text{eq. 4.1.13})$$

Obs.1.: Para determinação da constante \mathbf{C}_1 , segundo Halliday, Resnick e Walker (2012) podemos considerar para o tempo inicial $t_0 = 0$, a velocidade inicial v_0 , na equação 4.1.13.

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{a}(0) + \mathbf{C}_1 \rightarrow \mathbf{C}_1 = \mathbf{v}_0$$

Assim podemos definir a equação da velocidade em função do tempo para um movimento com aceleração constante:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t} \quad (\text{eq. 4.1.14})$$

Da mesma forma podemos definir uma equação para determinação da posição em um movimento na direção do eixo das ordenadas, utilizando a definição da velocidade \mathbf{v} para um movimento variado com aceleração constante, onde $d\mathbf{y}$ é a taxa de variação de posição na direção vertical:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{y}}{dt} \quad \text{ou} \quad d\mathbf{y} = \mathbf{v}d\mathbf{t} \quad (\text{eq. 4.1.15})$$

Seguindo o modo de resolução utilizado anteriormente, vamos integrar os dois lados da equação 4.1.15.

$$\int d\mathbf{y} = \int \mathbf{v}d\mathbf{t} \quad (\text{eq. 4.1.16})$$

Precisamos observar que nesse caso a velocidade não é uma constante, mas podemos substituir a equação 4.1.14 e resolver a integração:

$$\int dy = \int(v_0 + at)dt = \int v_0 dt + \int(at)dt \quad (\text{eq. 4.1.17})$$

Como sabemos que v_0 e a são constantes, e utilizando o mesmo raciocínio para determinação da equação 4.1.13, temos:

$$\int dy = v_0 \int dt + a \int t dt \quad (\text{eq. 4.1.18})$$

E, finalmente, resolvendo a integral temos:

$$y = v_0 t + a \frac{t^2}{2} + C_2 \quad (\text{eq. 4.1.19})$$

Obs.2.: Para determinação da constante C_2 , novamente Halliday, Resnick e Walker (2012) propõem considerar para o tempo inicial $t_0 = 0$, a posição inicial y_0 , na equação 4.1.19.

$$y_0 = v_0(0) + a \frac{(0)^2}{2} + C_2 \rightarrow C_2 = y_0$$

Assim podemos definir a equação da posição em função do tempo para um movimento com aceleração constante:

$$y = y_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2} \quad (\text{eq. 4.1.20})$$

Para Halliday, Resnick e Walker (2012), no movimento de queda livre a aceleração é para baixo, mas, como na descida o módulo da velocidade aumenta, podemos utilizar a aceleração da gravidade positiva nas equações acima e, assim, para o movimento de queda livre podemos substituir nas equações 4.1.14 e 4.1.20, o módulo da aceleração da gravidade, adotando o valor de $9,81 \text{ m/s}^2$. Além disso a distância percorrida pelo corpo representa a variação de altura Δh vencida por ele na descida, assim, para queda livre, podemos escrever as equações:

$$v = v_0 + 9,81 \cdot t \quad (\text{eq. 4.1.21})$$

$$\Delta h = v_0 t + 4,905 \cdot t^2 \quad (\text{eq. 4.1.22})$$

4.2 – LANÇAMENTO VERTICAL

Para o estudo do lançamento vertical, vamos considerar um objeto lançado verticalmente para cima sem sofrer qualquer resistência advinda do ar em sua volta. Certamente ele sofre a aceleração da gravidade para baixo, que o obriga a diminuir sua velocidade durante a subida e, como consequência disso, o corpo atinge uma altura máxima ao parar no ponto mais alto da trajetória para inverter o sentido do movimento.

A mesma aceleração é responsável pelo aumento da velocidade na descida logo após a inversão de movimento. “O valor dessa aceleração não depende das características do objeto, como massa, densidade e forma; é a mesma para todos os objetos” (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012, p. 26). A Figura 4.4 mostra um exemplo deste fenômeno ao retratar uma foto estroboscópica de uma bola e uma pena caindo juntas em uma região com ausência de ar.

Figura 4.4: Sequência de fotos estroboscópicas de bola e pena em queda livre no vácuo



Fonte: Halliday, Resnick e Walter, 2012, p. 26

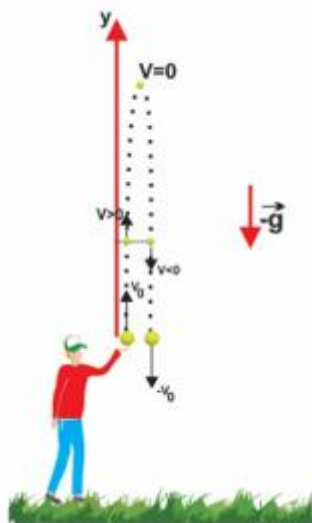
Para um corpo lançado verticalmente para cima, do instante do lançamento até o momento em que ele retorna ao solo, para as equações 4.1.21 e 4.1.22, consideramos então a aceleração da gravidade negativa, $g = -9,81 \text{ m/s}^2$, já que na metade inicial da trajetória o corpo está subindo, as velocidades são positivas, mas, o módulo da velocidade diminui com o tempo. Temos então as equações para o lançamento vertical:

$$v = v_0 - 9,81 \cdot t \quad (\text{eq. 4.2.1})$$

$$\Delta h = v_0 t - 4,905 \cdot t^2 \quad (\text{eq. 4.2.2})$$

O desenho da Figura 4.5 ilustra um exemplo de como a aceleração da gravidade negativa influencia na velocidade e na variação de posição do corpo lançado verticalmente para cima, em relação ao eixo das ordenadas.

Figura 4.5: Lançamento vertical com o vetor g voltado para baixo



Fonte: Elaborado pelo autor

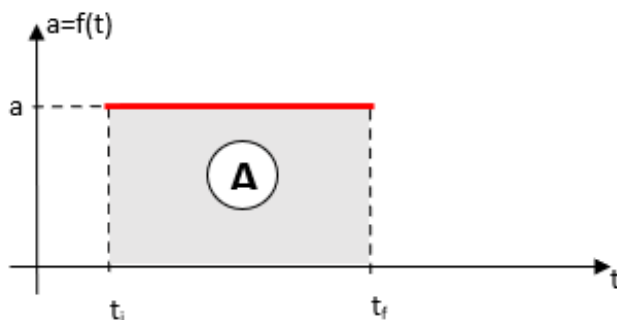
Na determinação da altura vertical máxima, utilizando o método de integração de área por integral definida, podemos chegar a uma equação que determina a ordenada y_m do ponto de altura máxima de uma partícula lançada verticalmente para cima.

Segundo Nussenzeig (2002) um movimento é dito uniformemente acelerado quando a aceleração é constante, independentemente da duração do movimento, sendo assim, podemos escrever:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (\text{eq. 4.2.3})$$

Sendo a aceleração constante, podemos construir um gráfico da aceleração em função do tempo, conforme o Gráfico 4.1.

Gráfico 4.1: Gráfico da aceleração constante em função do tempo



Elaborado pelo autor

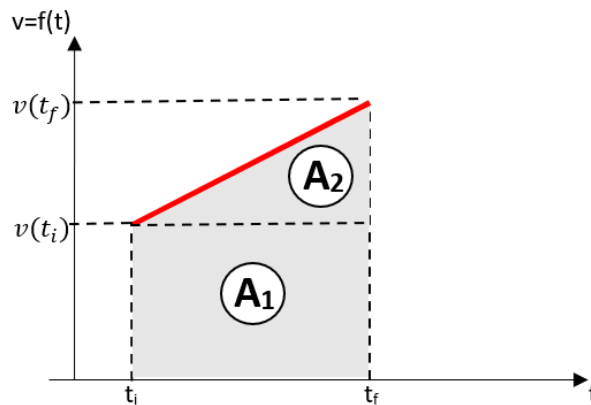
Adaptando a equação 4.1.12, com os limites da integral definida, obtemos a área demarcada no Gráfico 4.1 que representa a variação de velocidade em função do tempo de uma partícula em movimento uniformemente variado.

$$\int_{t_i}^{t_f} dv = a \cdot \int_{t_i}^{t_f} dt \quad (\text{eq. 4.2.4})$$

$$v(t_f) = v(t_i) + a(t_f - t_i) \quad (\text{eq. 4.2.5})$$

Através da equação 4.2.5, podemos ver que a velocidade é uma função linear no mesmo intervalo de tempo, de t_i até t_f , da aceleração constante, mostrado na Gráfico 4.1, que representada graficamente, é mostrada no Gráfico 4.2 a seguir:

Gráfico 4.2: Gráfico da velocidade em função do tempo



Elaborado pelo autor

Da mesma forma que no processo anterior, obtemos a área demarcada no Gráfico 4.2 que representa a variação de posição de uma partícula em movimento uniformemente variado. Como estamos analisando um movimento vertical, a variação de posição ocorre de acordo com a vertical, portanto no eixo y.

$$\Delta y = A_1 + A_2 \quad (\text{eq. 4.2.7})$$

A área do retângulo, que no Gráfico 4.2 foi chamada de A_1 , é calculada por:

$$A_1 = v(t_i) \cdot (t_f - t_i) \quad (\text{eq. 4.2.8})$$

A área do triângulo, que no Gráfico 4.2 foi chamada de A_2 , é calculada por:

$$A_2 = \frac{(t_f - t_i) \cdot a(t_f - t_i)}{2} = \frac{a(t_f - t_i)^2}{2} \quad (\text{eq. 4.2.9})$$

Para facilitar a nomenclatura vamos considerar $t_i = t_0$, $t_f = t$ e, como consequência, $v(t_0) = v_0$ e $v(t_f) = v$. Além disso, sabendo que nos lançamentos verticais a aceleração envolvida é a aceleração da gravidade, vamos considerar $a = g$. Isolando o valor de $(t_f - t_i)$

da equação 4.2.5, substituindo nas equações 4.2.8 e 4.2.9 e realizando a soma da equação 4.2.7, temos:

$$\begin{aligned}\Delta y &= v_0 \left(\frac{v-v_0}{g} \right) + \frac{g \left(\frac{v-v_0}{g} \right)^2}{2} = v_0 \left(\frac{v-v_0}{g} \right) + \frac{g(v-v_0)^2}{2g^2} = \\ &= \frac{v-v_0}{g} \left(v_0 + \frac{v}{2} - \frac{v_0}{2} \right) \\ \Delta y &= \frac{(v-v_0) \cdot (v+v_0)}{2g} = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}\end{aligned}\quad (\text{eq. 4.2.10})$$

É muito comum e interessante expressarmos a velocidade em função do deslocamento (no lugar do tempo) representado por Δy considerando que este é um movimento vertical, assim, do processo anterior que deu origem à equação 4.2.10, podemos escrever uma equação conhecida como equação de Torricelli para um movimento uniformemente acelerado.

$$v^2 = v_0^2 + 2g \cdot (y - y_0) \quad (\text{eq. 4.2.11})$$

4.3 – MOVIMENTO HORIZONTAL

Consideremos agora uma situação em que um corpo se movimenta sobre uma superfície horizontal sem atrito, com velocidade v constante conforme a Figura 4.6.

Figura 4.6: Corpo em movimento retilíneo uniforme (MRU)



Elaborado pelo autor

Nesse caso, representado pela Figura 4.6, a aceleração do sistema está na direção perpendicular à direção do movimento, portanto não influencia na velocidade sendo o movimento do tipo retilíneo e uniforme. Sendo o movimento na direção do eixo das abscissas, a definição para a velocidade consiste na equação

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \text{ou} \quad dx = v dt \quad (\text{eq. 4.3.1})$$

Uma equação para a variação de posição do corpo em função do tempo, pode ser encontrada integrando os dois termos da equação 4.3.1 e, como a velocidade é constante e a integral de uma constante é a própria constante, podemos escrever

$$\int dx = v \int dt \quad (\text{eq. 4.3.2})$$

Resolvendo a integral obtemos

$$x = v \cdot t + C_1 \quad (\text{eq. 4.3.3})$$

Obs.: Para determinação da constante C_1 , segundo Halliday, Resnick e Walker (2012), podemos considerar para o tempo inicial $t_0 = 0$ a posição inicial x_0 na equação 4.3.3.

$$x_0 = v(0) + C_1 \rightarrow C_1 = x_0$$

Assim podemos definir a equação da posição em função do tempo para um movimento com aceleração constante:

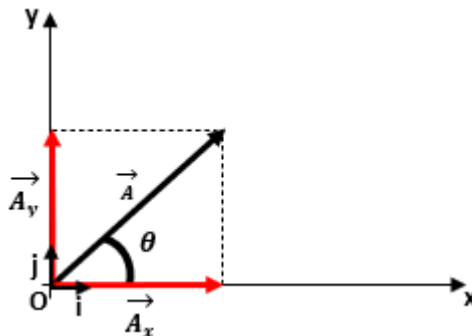
$$x = x_0 + v \cdot t \quad (\text{eq. 4.3.4})$$

4.4 – COMPONENTES DE UM VETOR

Para o estudo do lançamento de um foguete, a decomposição vetorial é uma ferramenta matemática de muita importância, mas, para este estudo vamos nos limitar a vetores num único plano, considerando que o foguete realize um movimento bidimensional e assim tomaremos o sistema cartesiano xOy como referência. (NUSSENZVEIG, 2002)

Um vetor qualquer A de origem coincidente com a origem O do sistema de eixos cartesianos, que forma um ângulo θ com o eixo Ox , tem componentes horizontal e vertical, que são projeções de A em Ox e Oy respectivamente, sendo A_x a projeção de A no eixo Ox e A_y a projeção de A no eixo Oy , conforme o Gráfico 4.3.

Gráfico 4.3: Decomposição de um vetor no plano xOy



Elaborado pelo autor

A magnitude de \mathbf{A} , representada por $|\mathbf{A}|$, é definida pela soma vetorial entre suas componentes \mathbf{A}_x e \mathbf{A}_y e dada pela equação:

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{(\mathbf{A}_x)^2 + (\mathbf{A}_y)^2} \quad (\text{eq. 4.4.1})$$

Podemos designar um *versor* ou vetor unitário de módulo igual a 1, representado por $\hat{\mathbf{a}}$, tal que esse versor indique a direção e sentido do vetor \mathbf{A} de modo que o versor $\hat{\mathbf{a}}$ seja dado por:

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} \quad (\text{eq. 4.4.2})$$

Da Figura 4.11 ainda podemos destacar os vetores unitários $\hat{\mathbf{i}}$ e $\hat{\mathbf{j}}$ que indicam as direções e sentidos das componentes horizontal e vertical de \mathbf{A} , de modo que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x \hat{\mathbf{i}} + \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{j}} \quad (\text{eq. 4.4.3})$$

Sendo o ângulo entre \mathbf{A} e \mathbf{O}_x igual a θ , podemos escrever os módulos das componentes horizontal e vertical como:

$$\mathbf{A}_x = |\mathbf{A}| \cdot \cos\theta \quad \text{e} \quad \mathbf{A}_y = |\mathbf{A}| \cdot \text{sen}\theta \quad (\text{eq. 4.4.4})$$

Assim, em posse da equação 4.4.1 aplicada em 4.4.4, podemos obter o ângulo θ em termos de \mathbf{A}_x e \mathbf{A}_y .

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A}_x}{\sqrt{(\mathbf{A}_x)^2 + (\mathbf{A}_y)^2}} \quad \text{e} \quad \text{sen}\theta = \frac{\mathbf{A}_y}{\sqrt{(\mathbf{A}_x)^2 + (\mathbf{A}_y)^2}} \quad (\text{eq. 4.4.5})$$

4.5 – MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

Segundo Souza (2020), podemos definir um projétil como qualquer corpo lançado obliquamente, formando um ângulo θ com a horizontal que segue por uma trajetória parabólica conforme a Figura 4.12 devido à aceleração da gravidade estudada no item 4.1 deste capítulo e sob efeito da resistência do ar, que será desconsiderada nesse estudo.

Além da resistência do ar, os efeitos da rotação da Terra também serão desprezados, sendo o estudo realizado com o lançamento de um foguete PET com deslocamentos bem menores do que foguetes intercontinentais (NUSSENZVEIG, 2002). “Na balística usual,

podemos considerar a Terra como plana e a aceleração da gravidade como constante...” (NUSSENZVEIG, 2002, p.51). Os resultados obtidos nos subitens anteriores são elementos importantes para o estudo do movimento de projéteis nas proximidades da superfície terrestre.

Como o movimento de um projétil é bidimensional, vamos tomar como referencial o sistema cartesiano $OxOy$ com o eixo Oy na direção vertical orientado para cima conforme o Gráfico 4.4, onde a aceleração da gravidade pode ser expressa na forma vetorial como:

$$\mathbf{a} = -g\hat{j} \quad (\text{eq. 4.5.1})$$

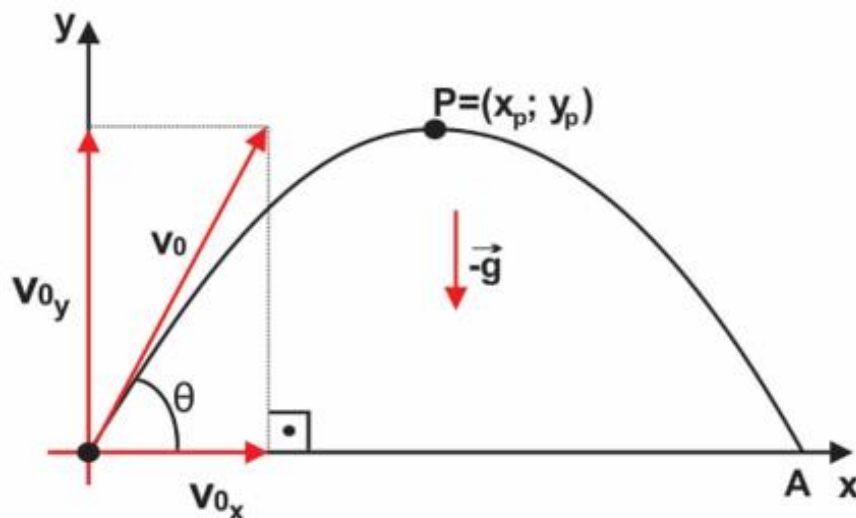
“Considera-se, portanto, ‘um movimento de projétil como uma combinação de um movimento horizontal com velocidade constante e um movimento vertical com aceleração constante’” (YOUNG; FREEDMAN, 2003 *apud* SOUZA, 2020, p. 38). Sendo assim, consideremos que um lançamento de projétil que ocorre obliquamente, é a composição de outros dois movimentos particulares: o lançamento vertical para cima seguido de queda livre na direção Oy e o movimento horizontal na direção Ox (SOUZA, 2020).

Segundo Nussenzveig (2002), adotando o ponto de lançamento como a origem O do sistema cartesiano, podemos concluir que no ponto de lançamento, definido pelo par ordenado $(x_0; y_0)$, sendo $x_0 = y_0 = 0$ no instante $t_0 = 0$ e, sabendo que o ângulo entre o eixo Ox e a velocidade inicial v_0 é θ , a velocidade inicial v_0 tem componentes horizontal e vertical, conforme a Gráfico 4.4, definidas pelas equações:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \quad (\text{eq. 4.5.2})$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta \quad (\text{eq. 4.5.2})$$

Gráfico 4.4: Trajetória de um corpo em movimento balístico



Elaborado pelo autor

A partir dessas características, podemos dizer que após o lançamento, o projétil realiza um movimento que denominaremos de “movimento balístico” e, segundo Halliday, Resnick e Walker (2012, p.67), “parece complicado, mas temos a seguinte propriedade simplificadora (demonstrada experimentalmente): no movimento balístico, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes, ou seja, um não afeta o outro”. Utilizando as equações 4.5.2 e 4.5.3 e as equações 4.2.2 e 4.3.4 podemos definir uma equação para a trajetória parabólica demonstrada no Gráfico 4.4.

Na direção Ox com $x_0 = 0$, temos:

$$x = (v_0 \cdot \cos\theta)t \quad (\text{eq. 4.5.4})$$

Isolando t temos:

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\theta} \quad (\text{eq. 4.5.5})$$

Na direção Ox com $y_0 = 0$, temos:

$$\Delta h = y = (v_0 \cdot \text{sen}\theta)t - 4,905 \cdot t^2 \quad (\text{eq. 4.5.6})$$

Substituindo a equação 4.5.5 em 4.5.6, obtemos:

$$y = (v_0 \cdot \text{sen}\theta) \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\theta} \right) - 4,905 \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\theta} \right)^2 \quad (\text{eq. 4.5.7})$$

Finalmente, após as transformações matemáticas, definimos a equação da trajetória parabólica, realizada pelo corpo, sem a dependência do tempo:

$$y = (\text{tg}\theta)x - \frac{4,905x^2}{v_0^2(\cos^2\theta)} \quad (\text{eq. 4.5.8})$$

No Gráfico 4.4, verificamos que o vértice da parábola, indicado pelo ponto P, representa o ponto mais alto da trajetória de abscissa x_P e ordenada y_P , coordenadas do ponto de altura máxima atingida pelo corpo no movimento balístico. Esse ponto corresponde ao tempo t_P de movimento do projétil até atingir a altura máxima, que pode ser determinado através da equação 4.2.1 considerando que, quando o corpo atinge a altura máxima a componente vertical de sua velocidade, definida por v_{P_y} , é nula.

$$v_{P_y} = v_0 \cdot \text{sen}\theta - 9,81 \cdot t_P \quad (\text{eq. 4.5.9})$$

Sendo $v_{P_y} = 0$ e $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ constante, definimos a equação que determina t_P em função de v_0 e θ .

$$t_P = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\theta}{9,81} \quad (\text{eq. 4.5.10})$$

Em posse do valor de t_P e da equação 4.5.6, podemos definir a ordenada do ponto P, relativa à altura máxima atingida pelo projétil na trajetória indicada pelo Gráfico 4.4.

$$y_P = (v_0 \cdot \text{sen}\theta) \left(\frac{v_0 \cdot \text{sen}\theta}{9,81} \right) - 4,905 \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \text{sen}\theta}{9,81} \right)^2 \quad (\text{eq. 4.5.11})$$

E, resolvendo a equação 4.5.11, obtemos a ordenada y_P , definida por:

$$y_P = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\theta}{19,62} \quad (\text{eq. 4.5.12})$$

Na equação 4.5.6, substituindo $y=0$, temos uma equação de segundo grau em função do tempo, que tem como resultado duas raízes, uma em $t=0$ relativa ao ponto de partida e outra que corresponde à abscissa do ponto de chegada, a abscissa $x=A$ (NUSSENZVEIG, 2002), do Gráfico 4.4.

Chamando de t_A o tempo que o projétil leva até atingir o solo no ponto de aterrissagem, e sendo a parábola uma figura simétrica podemos inferir que:

$$t_A = 2 \cdot t_P \quad (\text{eq. 4.5.13})$$

E, substituindo em 4.5.13 a equação 4.5.10, obtemos o tempo total de voo expresso pela equação:

$$t_A = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \text{sen}\theta}{9,81} \quad (\text{eq. 4.5.14})$$

Vamos agora calcular a velocidade em que o corpo atinge o solo, adaptando a equação 4.2.1 ao movimento oblíquo, quando o projétil toca o solo em A, no tempo t_A .

$$v_y = v_0 \cdot \text{sen}\theta - 9,81 \cdot \left(\frac{2 \cdot v_0 \cdot \text{sen}\theta}{9,81} \right) = -v_0 \cdot \text{sen}\theta \quad (\text{eq. 4.5.15})$$

Diante disso, comparando 4.5.15 com 4.5.3, podemos dizer que a velocidade do projétil só é diferente da velocidade de lançamento pela inversão da componente do vetor velocidade

inicial v_{0y} , sendo v_{0y} no lançamento e $-v_y$ na aterrissagem, mas de módulos iguais com $|v_{0y}| = |-v_y|$ (NUSSENZVEIG, 2002).

Nos dois momentos, no lançamento e na aterrissagem, a velocidade pode ser calculada pela expressão:

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cdot \cos\theta)^2 + (v_0 \cdot \text{sen}\theta)^2} = \\ &= \sqrt{(v_0 \cdot \cos\theta)^2 + (-v_0 \cdot \text{sen}\theta)^2} \end{aligned} \quad (\text{eq. 4.5.16})$$

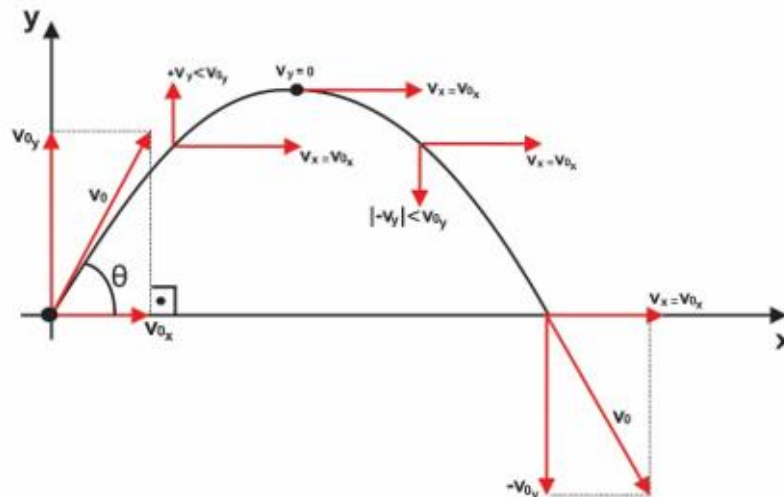
Em contrapartida, utilizando-se da equação 4.2.10 e considerando que, no momento de lançamento, o projétil parte da origem do sistema cartesiano, ou seja $y_0 = 0$, podemos calcular as componentes da velocidade v em qualquer ponto da trajetória descrita pela equação 4.5.8, v_x e v_y , sendo v_x a mesma para qualquer ponto e v_y dependente da altura do projétil em relação ao eixo Oy .

$$v_x = v_0 \cdot \cos\theta \quad (\text{eq. 4.5.17})$$

$$v_y = \pm \sqrt{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\theta - 2g \cdot y} \quad (\text{eq. 4.5.18})$$

Na equação 4.5.18, segundo Nussenzveig (2002, p.52), “...o sinal é + ou – conforme o projétil está subindo ou descendo”. Percebemos também que, conforme y aumenta na subida, temos uma diminuição do módulo de v_y e conforme y diminui na descida, temos um aumento no módulo de v_y . Este fenômeno é retratado no Gráfico 4.5, mostrado a seguir.

Gráfico 4.5: Variação de v_y em função de Δy



Elaborado pelo autor

Percebemos, através do Gráfico 4.5, que a velocidade na direção vertical v_y varia seu módulo conforme o projétil sobe ou desce e, no ponto máximo da trajetória, quando o projétil muda o sentido de movimento de subida para descida, a velocidade do projétil é nula. Subentende-se que o projétil precisa parar para que a inversão de movimento aconteça.

4.6 – O ALCANCE HORIZONTAL MÁXIMO

“A distância $x=A$ entre o ponto de lançamento O e o ponto em que o projétil volta a passar pelo plano $y=0$ chama-se *alcance* do projétil...” (NUSSENZVEIGH, 2002, p.51).

Substituindo a equação 4.5.14 em 4.5.4 obtém-se a equação que determina o alcance horizontal máximo em função do ângulo de lançamento θ .

$$A = v_0 \cdot \cos\theta \left(\frac{2v_0 \cdot \text{sen}\theta}{9,81} \right) = \frac{v_0^2 \cdot 2\text{sen}\theta \cos\theta}{9,81} \quad (\text{eq. 4.6.1})$$

sendo $2\text{sen}\theta \cos\theta = \text{sen}2\theta$, uma importante relação trigonométrica, podemos definir a equação do alcance horizontal como:

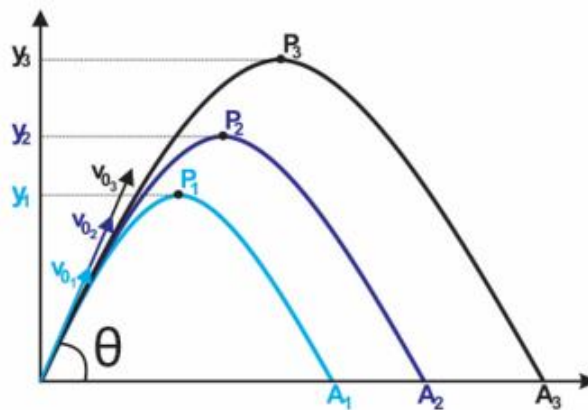
$$A = \frac{v_0^2}{9,81} \cdot \text{sen}(2\theta) \quad (\text{eq. 4.6.2})$$

De acordo com Nussenzveigh (2002), uma consequência direta dessa equação reside no fato de que é possível o alcance máximo quando o seno do “ângulo de elevação” tem seu valor máximo que é 1. Isso ocorre quando o ângulo é de 90° . Como o argumento do seno é 2θ , para que o projétil alcance a maior abscissa X possível o lançamento deve ser feito com “ângulo de elevação” de 45° .

De posse desse conhecimento, de que o ângulo de elevação deve ser de 45° , podemos dizer que, analisando a equação 4.5.18, o alcance máximo A é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade inicial. Sendo assim, o alcance horizontal é tanto maior quanto maior for a velocidade inicial v_0 . “Para o mesmo ângulo de lançamento, quanto maior a velocidade, maior será o alcance”. (SOUZA, 2020, p. 43).

No Gráfico 4.6 podemos observar vários lançamentos com velocidades iniciais cada vez maiores. Observamos que além do alcance máximo, a altura máxima atingida pelo projétil também sofre influência do aumento da velocidade inicial, como observamos nas equações 4.5.12 e 4.5.18.

Gráfico 4.6: Variação de A e y_p em função de v_0



Elaborado pelo autor

4.7 – A EQUAÇÃO DE TSIOLKOVSKY E A PROPULSÃO POR VARIACÃO DE MASSA

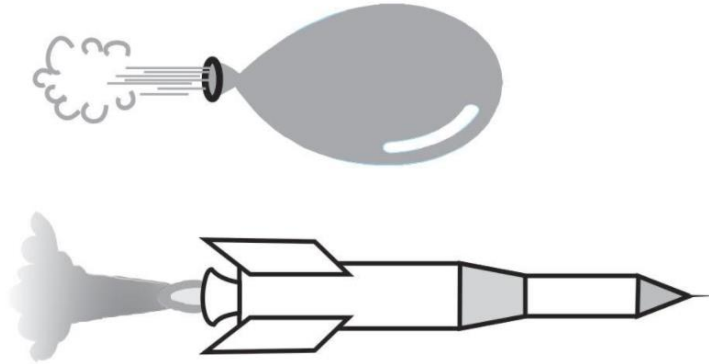
Para discutir a equação do foguete de Tsiolkovsky precisamos entender que o funcionamento de um foguete é baseado na Terceira lei de Newton: para toda ação há sempre uma reação oposta e de igual intensidade. Sendo assim podemos dizer que as ações mútuas entre dois corpos são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos.

A todo instante, em nosso cotidiano, experimentamos a aplicação da Terceira lei de Newton. Quando chutamos uma bola, quando caminhamos, quando empurramos um carrinho de supermercado e em muitas outras situações, vemos que Isaac Newton estava certo. Quando um balão de festa cheio de ar é solto, vemos que ele realiza um movimento que pode ser explicado observando esta mesma lei. O funcionamento de um foguete utiliza o mesmo princípio.

Um processo de combustão produz gases que são liberados em altíssima pressão. Essa pressão força a saída dos gases do foguete pela sua parte traseira. Ao mesmo tempo, a pressão que empurra os gases para fora faz com que os gases sejam empurrados de volta na parte interna da câmara de combustão do foguete.

O princípio da propulsão de um foguete consiste no fato de sua velocidade aumentar mediante a variação da massa dos gases provenientes da queima de combustível. A Figura 4.7 mostra como esse sistema é simples se comparado à propulsão de um balão de festa.

Figura 4.7: Comparação entre a propulsão de um balão de festa e um foguete



Elaborado pelo autor

Quanto maior a massa de ar existente dentro do balão, maior a velocidade atingida por ele. O mesmo fenômeno ocorre com o foguete, quanto maior a quantidade de combustível, maior quantidade de gases expelidos. Concluímos então que o processo de propulsão de um foguete segue um princípio bem simples: quando os gases são ejetados do foguete surge uma força igual em sentido oposto. Quanto maior essa força mais velocidade o foguete alcança. Por esse motivo cerca de 95% da massa do foguete é de combustível pois, quanto mais massa de combustível e mais rápido o foguete a ejeta, maior a aceleração.

Se considerarmos o sistema foguete-combustível como um sistema isolado e que sobre ele não agem forças externas, podemos aplicar o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento para estudar o comportamento do foguete no momento do lançamento.

Como a quantidade de movimento pode também ser chamado de momento, vamos representar por p o momento de cada corpo envolvido no sistema. Sendo assim podemos escrever:

$$p_i = p_f \quad (\text{eq. 4.7.1})$$

No estudo do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento, a maioria dos sistemas analisados mantém sua massa total constante. No caso de um foguete acelerando, por exemplo, isso não acontece já que grande parte da massa do foguete na hora do lançamento é de combustível que entrará em combustão e será ejetado pelo sistema propulsor do foguete (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012).

Sendo assim, “levamos em consideração a variação de massa do foguete aplicando a Segunda lei de Newton, não ao foguete, mas ao conjunto formado pelo foguete e todos os produtos ejetados. A massa desse sistema não varia com o tempo. HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012, p.231).

Vamos considerar um referencial inercial e que estamos em repouso em relação a ele e observando um foguete acelerando num ponto do espaço sem sofrer qualquer força externa seja ela de natureza gravitacional ou de arrasto (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012).

Considerando um sistema foguete-combustível de massa total M , num instante inicial t . a Figura 4.8 mostra as velocidades do foguete v , a velocidade do combustível em relação a um observador externo v_{cb} e a velocidade do combustível em relação ao foguete v_{ej} , num instante $(t + dt)$.

Figura 4.8: sistema isolado foguete-combustível



Elaborado pelo autor

Em um tempo qualquer $t+dt$ o foguete, que realizou um movimento acelerado, tem a velocidade $v + dv$ e a variação de massa $M + dM$.

Aplicando o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento para o nosso sistema, formado pelo Foguete e pelo combustível que é ejetado pelo sistema propulsor do foguete, temos:

$$(m_{sistema} \cdot v_{sistema})_{antes} = (m_{sistema} \cdot v_{sistema})_{depois} \quad (\text{eq. 4.7.2})$$

A equação 4.7.2 mostra uma forma geral de representar a conservação da quantidade de movimento do sistema foguete+combustível antes da propulsão e depois da propulsão num tempo constante dt . Substituindo os valores podemos obter a equação mais particular do nosso sistema:

$$M \cdot v = v_{cb} \cdot dM + (M - dM) \cdot (v + dv) \quad (\text{eq. 4.7.3})$$

Analisando a equação 4.7.3 concluímos que o foguete sofre um decréscimo na massa conforme o combustível queimado é ejetado, motivo do sinal negativo de dM . Essa massa perdida pelo foguete é ejetada e se junta à massa dos gases ejetados.

Utilizando o conceito de velocidade relativa podemos dizer que a velocidade relativa de ejeção de combustível em relação ao foguete, chamada de v_{ej} , pode ser definida por:

$$v_{ej} = (v + dv) - v_{cb} \quad (\text{eq. 4.7.4})$$

Da equação 4.7.4, determinamos o valor da velocidade do combustível em relação ao observador w através da equação:

$$v_{cb} = (v - dv) - v_{ej} \quad (\text{eq. 4.7.5})$$

Agora podemos substituir a equação 4.7.5 na equação 4.7.3 da Conservação Da Quantidade de Movimento:

$$Mv = [(v + dv) - v_{ej}] \cdot dM + (M - dM) \cdot (v + dv) \quad (\text{eq. 4.7.6})$$

Processando as operações distributivas entre os elementos do segundo termo da igualdade da equação 4.7.6,

$$Mv = v \cdot dM + dv \cdot dM - v_{ej} \cdot dM + M \cdot v + M \cdot dv - v \cdot dM - dM \cdot dv \quad (\text{eq. 4.7.7})$$

Eliminando os termos idênticos e opostos da equação 4.7.7 temos:

$$0 = -v_{ej} \cdot dM + M \cdot dv \quad \text{ou} \quad v_{ej} \cdot dM = M \cdot dv \quad (\text{eq. 4.7.8})$$

Todos os fenômenos que ocorrem no sistema devido à aceleração do foguete, a variação de massa e as velocidades do foguete e de ejeção do combustível, demoram o mesmo intervalo de tempo dt . Sendo assim podemos dividir todos os termos da equação 4.7.8 por dt .

$$v_{ej} \cdot \frac{dM}{dt} = M \cdot \frac{dv}{dt} \quad (\text{eq. 4.7.9})$$

Podemos dizer que a razão $\frac{dM}{dt}$ representa a taxa na qual o foguete perde massa, a qual vamos chamar simplesmente de R e, como já sabemos, a derivada da velocidade em função do tempo, a razão $\frac{dv}{dt}$, representa a aceleração do foguete. Da equação 4.7.9, com esses valores substituídos, podemos ainda escrever:

$$v_{ej} \cdot R = Ma \quad (\text{eq. 4.7.10})$$

Para Halliday, Resnick e Walker (2012) a equação 4.7.10 é chamada de “primeira equação do foguete” e é válida para qualquer instante de tempo.

Realizando a análise dimensional dessa equação, no lado esquerdo temos um produto da velocidade de ejeção v_{ej} pela taxa de variação de massa de combustível R , que são características exclusivas do motor do foguete, portanto:

$$\left[\frac{kg}{s} \cdot \frac{m}{s} \right] = \left[kg \cdot \frac{m}{s^2} \right] = [N]$$

“O produto [...] é chamado de empuxo do motor do foguete e representado pela letra T” (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012, p.232). O produto $\mathbf{R} \cdot \mathbf{v}_{ej}$ então recebe o nome de *empuxo* e explicita bem a Segunda lei de Newton ao se reescrever a equação 4.7.10, definindo matematicamente o *empuxo* do foguete na forma de:

$$\mathbf{T} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{v}_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t} \quad (\text{eq. 4.7.11})$$

Analisando a equação 4.7.8 podemos calcular a velocidade final do foguete num intervalo de tempo de t_0 até t utilizando um processo de integral definida nos extremos de integração inicial e final para a velocidade e para a massa decrescente do foguete.

Para este cálculo vamos considerar o movimento do foguete numa região bem acima da atmosfera, portanto livre da resistência do ar e com forças gravitacionais desprezíveis e a velocidade de ejeção dos gases negativa por estar contrária ao movimento do foguete.

$$\int_{v_0}^v dv = -v_{ej} \int_{M_0}^M \frac{1}{M} dM \quad (\text{eq. 4.7.12})$$

Resolvendo a integral definida, conforme demonstração em Pinheiro (2018), obtemos a equação do foguete de Konstantin Tsiolkovsky:

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{ej} \cdot \ln \left(\frac{M_0}{M} \right) \quad (\text{eq. 4.7.13})$$

onde \mathbf{v} é a velocidade final, \mathbf{v}_0 é a velocidade inicial, \mathbf{v}_{ej} é a velocidade de ejeção dos gases, M_0 é a massa inicial e M a massa final do foguete.

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012), essa equação é “*chamada de segunda equação do foguete*” e determina como varia a velocidade do foguete em função do consumo de combustível e “ilustra muito bem a vantagem dos foguetes de vários estágios, nos quais M_i é reduzida descartando cada estágio quando o combustível do estágio se esgota”. (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012, p.233)

A equação 4.7.13 calcula quanta velocidade você consegue adicionar ou subtrair de um foguete, levando em conta a massa total, a massa do combustível expelido e a velocidade de exaustão dos gases. Todo o resto não importa. Se o lançamento é feito com um foguete aparelhado com um motor que utiliza combustíveis sólidos, combustíveis à base de querosene ou uma mistura de ar comprimido e água, o foguete será propelido com base na equação de Tsiolkovsky.

Como existe decréscimo de combustível, entendemos que, em qualquer instante de tempo $M_0 > M$ o logaritmo natural é positivo. Isso indica que a variação de velocidade é contrária a velocidade de ejeção, portanto corresponde ao recuo (NUSSENZVEIGH, 2002).

Segundo Nussenzveig (2002), podemos escrever a equação 4.7.13 na forma exponencial, sendo assim:

$$\frac{v_f - v_i}{v_{ej}} = \ln\left(\frac{M_0}{M}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{M_0}{M} = e^{\frac{v_f - v_i}{v_{ej}}} \quad (\text{eq. 4.7.14})$$

sendo e a base do sistema de logaritmos naturais, também chamado de neperiano de valor **2.71828**.

A equação 4.7.14 indica que a relação entre as massas inicial e final aumenta exponencialmente se a velocidade final que se quer atingir for maior. Quanto maior a velocidade final atingida, tanto menor é a quantidade de combustível que sobra no tanque, denominada de carga útil por Nussenzveig (2002).

A equação 4.7.14 nos mostra que, se o aumento de velocidade for igual à velocidade de escape dos gases, a massa final é cerca de 1/3, aproximadamente, da massa inicial, pois se $v_f - v_i = v_{ej}$ então $e^1 \cong 2,72$ e $M \cong \frac{M_0}{2,72}$. Se o aumento de velocidade for o dobro da velocidade de ejeção, a massa final é cerca de 1/7,5, aproximadamente, da massa inicial. Pois se $v_f - v_i = 2v_{ej}$ então $e^2 \cong 7,4$ e $M \cong \frac{M_0}{7,4}$.

Se o aumento de velocidade for o triplo da velocidade de ejeção, a massa final é cerca de 1/20, aproximadamente, da massa inicial. Pois se $v_f - v_i = 3v_{ej}$ então $e^3 \cong 20$ e $M \cong \frac{M_0}{20}$.

Na prática procura-se obter um compromisso de maximizar a velocidade atingida e a carga útil. É muito difícil construir uma estrutura capaz de armazenar as imensas quantidades de combustível necessárias e resistir aos impactos da aceleração da partida para valores da relação de massas superiores ~ 10 de modo que usualmente esta relação corresponde a $v_f - v_i = 2v_{ej}$ (NUSSENZVEIG, 2002, p.162)

Pensando nessas relações, Nussenzveig (2002) aponta alguns tipos de combustíveis mais empregados nos lançamentos de foguetes e as velocidades de ejeção conseguida com o uso deles:

- Para o querosene, com adição de oxigênio líquido, $v_{ej} \cong 2,7 \frac{km}{s} \cong 10000 \frac{km}{h}$;
- Para o hidrogênio líquido, com adição de oxigênio líquido $v_{ej} \cong 3,2 \frac{km}{s} \cong 13000 \frac{km}{h}$.

Se a combustão ocorrer fora da atmosfera, no vácuo, o ganho nessas velocidades de ejeção gira em torno de 10% a 20%.

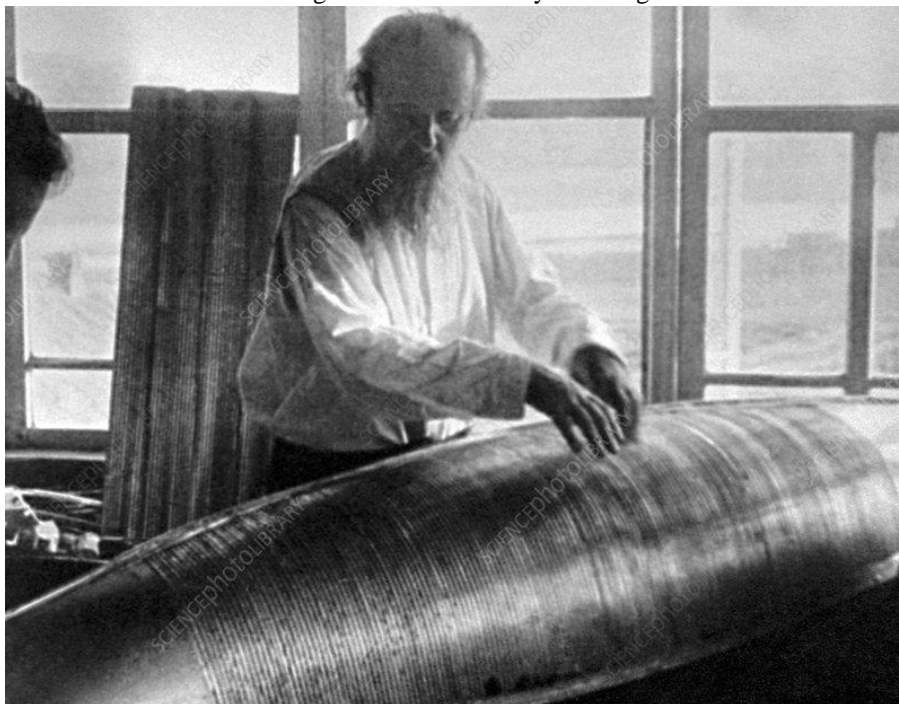
De acordo com a equação 4.7.13, quando um propulsor queima combustível a massa diminui e se a proporção de queima é de 1 tonelada por segundo, significa que a cada segundo o foguete fica 1 tonelada mais leve e a próxima tonelada de combustível, a ser queimada, terá menos massa para empurrar tornando o processo cada vez mais eficiente a cada segundo.

Essa equação foi derivada de forma independente por vários cientistas entre o final do século XIX e início do século XX. Esses estudos envolveram de forma independente nomes como Robert Goddard (1882-1945), mas, a aplicação real em foguetes, lançados em órbitas baixas, ficou a cargo do russo Sergei Pavlovitch Korolev (1907 – 1966) apoiado pelos estudos de Konstantin Tsiolkovsky (1857-1935) que, em 1903, publicou o primeiro artigo científico sobre o uso de foguetes na exploração espacial (PINHEIRO, 2018).

Apesar de não ser reconhecido inicialmente Tsiolkovsky desenvolveu a importante equação que hoje leva o seu nome e é considerado o pai da cosmonáutica russa.

A Figura 4.9 mostra foto de Konstantin Tsiolkovsky trabalhando em seu foguete em 1913. Hoje, Tsiolkovsky é homenageado pelo governo russo como o pioneiro da aviação e da cosmonáutica em seu país, sendo que outrora foi desprezado devido sua falta de formação, condição social e física. Tsiolkovsky era quase surdo.

Figura 4.9: Tsiolkovsky e seu foguete



Fonte: SCIENCEphotoLIBRARY
<https://www.sciencephoto.com/media/460124/view>
Acesso: 25 de março de 2021

Para que um foguete chegue até a Lua é necessário que sua velocidade seja cerca de 3 vezes maior que a velocidade máxima conseguida através da ejeção de gases queimados, o que não é conseguido com foguetes de apenas um estágio (NUSSENZVEG, 2002). A essa velocidade damos o nome de “*velocidade de fuga*”, a velocidade mínima para que um projétil qualquer se afaste indefinidamente da Terra, tema que será tratado nos próximos subitens.

A vantagem de construir um foguete de vários estágios é que isso permite, na passagem de um estágio ao seguinte, descartar a carcaça do estágio anterior, que constitui um peso morto considerável (tanques de combustível e motores), partindo de uma nova massa inicial bem menor e de uma nova velocidade inicial igual a velocidade final do estágio anterior. (NUSSENZVEG, 2002, p.162-163).

O foguete Saturno-V, lançado pela última vez em 14 de maio de 1973, foi construído com 3 milhões de componentes, tinha 2,7 mil toneladas e seus motores produziam uma potência equivalente à produzida por doze usinas de Itaipu, mas, apesar de toda essa magnitude, sua aceleração pode ser perfeitamente descrita pela equação de Tsiolkovsky com apenas três parâmetros.

A Tabela 4.3, mostra os valores de várias grandezas que foram importantes para o lançamento do Saturno-V, do projeto Apollo, empregado em missões lunares.

Tabela 4.3: Tabela que apresenta os estágios e a aceleração conseguida através do combustível e da liberação de cada um deles.

Estágio do Foguete	Massa Total (kg)	Tipo de Combustível	Massa de Comb. (kg)	Função
1º Estágio	2.140.000	Querosene + O ₂ líq.	2.000.000	0 a 8.000 km/h 65 km de altitude
2º Estágio	456.000	H ₂ líq. + O ₂ líq.	420.000	8.000 a 24.000 km/h 180 km de altitude
3º Estágio	115.000	H ₂ líq. + O ₂ líq	105.000	Entrada na órbita da Lua a 40.000 km/h
Módulo Lunar (APOLO)	23.000	Líquidos e sólidos	11.000	Combustível utilizado para as missões na superfície lunar e para retornar à Terra

Fonte: NUSSENZVEIG, M, Curso de Física Básica, v.1, p.164 – Adaptada pelo autor

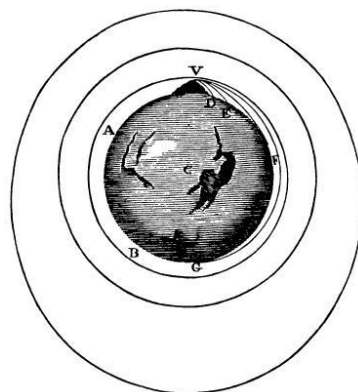
4.8 – ÓRBITAS E VELOCIDADE DE ÓRBITA

Podemos dizer que um satélite é simplesmente como um projétil que não cai para o centro da Terra, mas sim, cai ao redor dela. Um dado geométrico interessante sobre a curvatura

terrestre é que existe uma queda de 5 m para cada 8 km de superfície terrestre. Sendo assim, a velocidade de um satélite deve ser suficientemente grande para que sua queda se ajuste à curvatura da superfície terrestre (HEWITT, 2002).

Para Hewitt (2002), Newton, no século XVII, já compreendia o movimento de satélites e já argumentava que a Lua era um projétil que circulava a Terra sofrendo a atração da gravidade. O próprio Newton retratou essa situação de maneira pictórica, através de um desenho mostrado na Figura 4.10. Segundo Newton citado por Hewitt (2002, p. 182), “Quanto maior é a velocidade...com a qual (a pedra) é lançada, mais longe ela irá, antes de cair sobre a Terra. Podemos supor, portanto, que se a velocidade fosse tão aumentada[...]finalmente excederia os limites do planeta e passaria ao espaço sem tocá-lo.”

Figura 4.10: Desenho de Newton retratando as trajetórias em função do aumento de velocidades

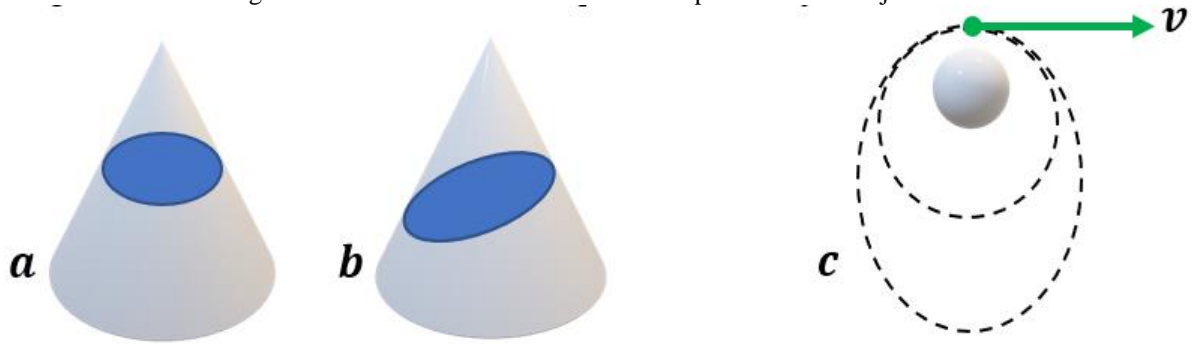


Fonte: HEWITT, P.G., 2002, p.182

De acordo com a figura 4.10, Newton comparou o movimento da Lua com o de uma bala de canhão lançada horizontalmente do topo de uma montanha acima da atmosfera sem sofrer qualquer resistência do ar. Se fosse disparada com rapidez suficiente essa trajetória passaria de parabólica para circular e a bala estaria indefinidamente em órbita. A Lua, assim como a bala de canhão, possui velocidade que garante seu movimento ao redor da Terra e não deixa que ela caia (HEWITT, 2002).

Newton percebeu com esses estudos que, se um corpo fosse lançado nas proximidades da Terra descreveria trajetórias desenhadas através da intersecção de planos em um cone (PARANÁ, *et al*, 2002). No caso da Lua ou de um satélite a trajetória só pode ser um círculo ou uma elipse, retratadas na Figura 4.11.

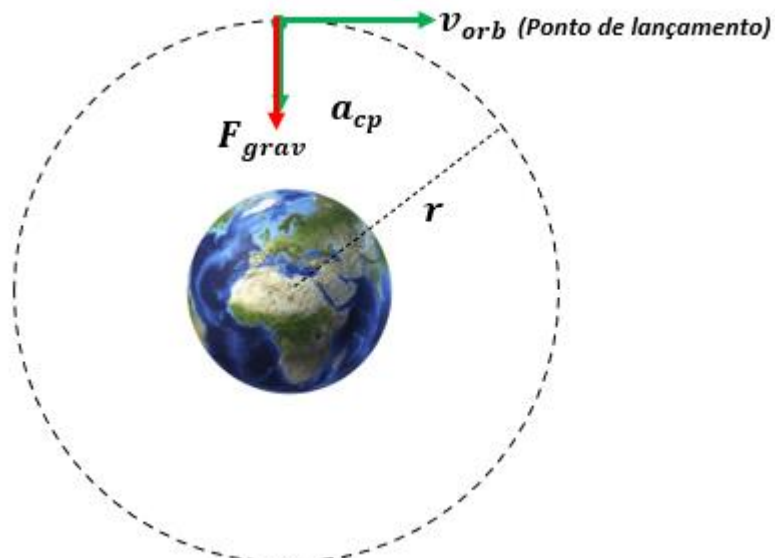
Figura 4.11: Curvas cônicas e suas vistas superiores como trajetórias



Elaborada pelo Autor

Se pensarmos na força gravitacional como uma força centrípeta que mantém um satélite na trajetória curvilínea em torno da Terra, podemos definir matematicamente a equação que determina a velocidade necessária à manutenção da órbita de forma bem simples e demonstrada através da Figura 4.12.

Figura 4.12: Órbita circular devido à força centrípeta



Elaborada pelo Autor

Podemos analisar matematicamente a situação da figura anterior (Figura 4.12) considerando que a força gravitacional que mantém o satélite sempre caindo ao redor da Terra tem característica centrípeta.

$$F_{cp} = F_{grav} \quad \text{e} \quad m \cdot \left(\frac{v^2}{r} \right) = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} \quad (\text{eq. 4.8.1})$$

Fazendo as devidas passagens matemáticas chegamos à equação da velocidade necessária para manter um corpo em órbita que chamaremos de Velocidade de órbita representada por v_{orb} :

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} \quad (\text{eq. 4.8.2})$$

onde G é a constante de gravitação universal, M_T é a massa da Terra e r é o raio da órbita.

Outra forma de analisar a velocidade de órbita é considerar a força centrípeta igual à força peso do corpo que está em órbita. Podemos então escrever:

$$F_{cp} = P \quad \text{e} \quad m \cdot \left(\frac{v^2}{r}\right) = m \cdot g \quad (\text{eq. 4.8.3})$$

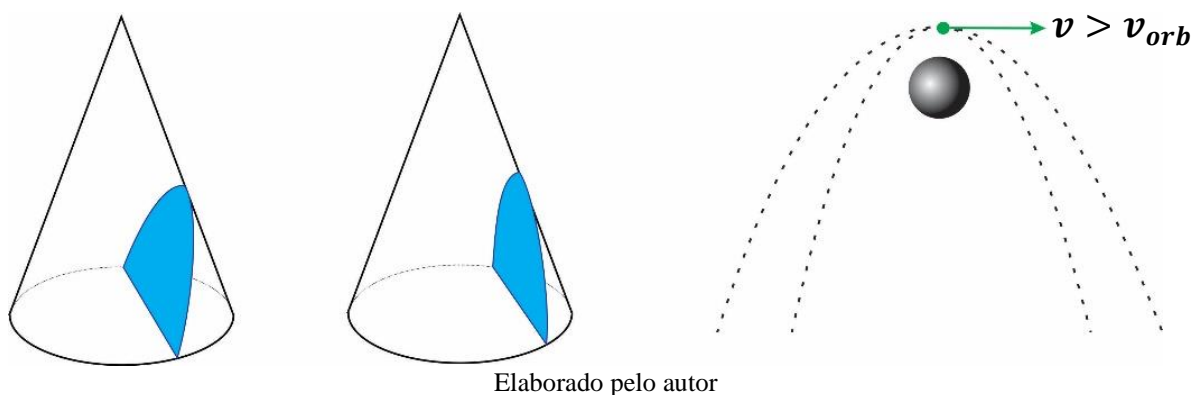
E assim podemos chegar à equação da velocidade de órbita através de outra abordagem da mesma situação:

$$v_{orb} = \sqrt{r \cdot g} \quad (\text{eq. 4.8.4})$$

4.9 – ÓRBITAS E VELOCIDADE DE FUGA

No subitem anterior vimos que, se no ponto de lançamento a velocidade for horizontal em relação à superfície da Terra e igual à velocidade de órbita das equações 4.7.2 ou 4.7.4, a órbita será circular. Se essa velocidade for aumentada, a órbita sofre um alongamento se transformando em elipse como vemos na Figura 4.13. Existe então um limite de alongamento da elipse. Quando esse limite é ultrapassado podemos dizer que a elipse se torna tão alongada que nunca se fecha (PARANÁ, *et al*, 2002). A partir desse momento a elipse se transforma em uma parábola. Aumentando-se mais ainda essa velocidade teremos uma trajetória hiperbólica. Voltamos então ao estudo de curvas cônicas que são mostradas na Figura 4.13.

Figura 4.13: Curvas cônicas e suas vistas laterais como trajetórias



Segundo Paraná et al (2002), considerando as órbitas, parabólica e hiperbólica, como trajetórias de um foguete com ponto de lançamento no apogeu, podemos dizer que essas

trajetórias representam viagens só de ida. Para retornar, precisa achar um obstáculo no caminho, como a Lua, e ter combustível suficiente para o retorno.

Se existe um valor limite, que mantém o corpo em uma trajetória elíptica, entendemos que a velocidade de órbita precisa ser multiplicada por um fator, que chamaremos de α (*alfa*), para que o corpo “fuja” da trajetória orbital, realizando uma viagem espacial. Vamos chamar essa velocidade de velocidade de fuga que escrita em função da velocidade de órbita teremos:

$$v_{fuga} = \alpha \cdot v_{orb} \quad (\text{eq. 4.9.1})$$

A determinação desse fator α é um processo bem simples. Qual o valor de α que se deve multiplicar v_{orb} para que a velocidade do corpo seja reduzida a quase zero? Isso somente acontece quando o corpo atingir uma distância tendendo para o infinito. Vamos considerar então que o corpo, que realiza a viagem até o infinito, sofra a influência somente da força gravitacional devida ao planeta de onde ele partiu. Essa força é a resultante que age sobre o corpo (PARANÁ, *et al*, 2002). Para esse cálculo vamos utilizar o Teorema da Energia Cinética.

$$\tau_{FR} = \Delta E_C \quad \text{ou} \quad -F_{grav} \cdot r = \frac{1}{2} m (v_{final}^2 - v_{inicial}^2) \quad (\text{eq. 4.9.2})$$

O sinal negativo da força gravitacional se deve ao fato de que o sentido de movimento do foguete é contrário ao sentido do vetor força gravitacional. Sabendo que no infinito a velocidade é zero, e a velocidade inicial é a velocidade de fuga da órbita (equação 4.8.1) e substituindo a força gravitacional pela equação 4.2.2 adaptada ao raio da órbita r , teremos:

$$-G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot r = 0 - \frac{1}{2} m \cdot (\alpha \cdot v_{orb})^2 \quad (\text{eq. 4.9.3})$$

Substituindo v_{orb}^2 de 4.7.2 em 4.8.3, teremos:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} m \cdot \alpha^2 \cdot G \cdot \frac{M}{r} \quad (\text{eq. 4.9.4})$$

Finalmente, eliminando os termos idênticos nos dois extremos da equação, determinamos o valor do fator multiplicador α .

$$\alpha = \sqrt{2} \quad (\text{eq. 4.9.5})$$

Dessa maneira definimos a equação que determina a velocidade de fuga de um foguete em órbita fechada em torno da Terra.

$$v_{fuga} = \sqrt{2} \cdot v_{orb} \quad \text{ou} \quad v_{fuga} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (\text{eq. 4.9.6})$$

onde G é a constante de gravitação universal de valor $6,67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$, M é a massa da Terra de valor $5,97 \cdot 10^{24} kg$ e r é a distância do ponto de lançamento horizontal do foguete, já fora da atmosfera, ao ser lançado com velocidade de $\sqrt{2} \cdot v_{orb}$ para que este fuja da trajetória fechada e realize uma viagem espacial.

Capítulo 5

APLICAÇÃO DO PRODUTO

O produto foi aplicado em uma escola da rede pública de ensino, da Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo, com uma excelente estrutura física. A escola escolhida se localiza na região central da cidade de Sorocaba e conta com suporte necessário para aplicação do produto, como laboratório bem equipado e sala de informática, além de algumas salas com projetores tornando possível a projeção de filmes e vídeos de apoio à aplicação do produto. A equipe Gestora se mostrou aberta a todo processo que vise a melhoria do ensino e que oportunize a transformação do estudante em protagonista na construção do seu próprio conhecimento. Além disso, a introdução das aulas de Eletivas na formação curricular das escolas representaram a oportunidade de tratar assuntos transversais alinhados com os conteúdos de Física e oportunizaram a aplicação do produto, a qual será tratada nos próximos itens.

5.1 – O PERFIL DOS ESTUDANTES

O perfil dos estudantes envolvidos na aplicação do produto, salvo alguns casos, não é de estudantes em situação de vulnerabilidade social. Em sua grande maioria são alunos que têm condições financeiras para a aquisição dos componentes necessários na construção do foguete e da base de lançamento, objetos do nosso produto. São estudantes que têm acesso à internet e meios digitais e podem acompanhar um curso na modalidade de ensino remoto quando necessário. Caso algum aluno esteja em situação de vulnerabilidade em relação aos recursos tecnológicos necessários para a aplicação do produto, a escola tem à sua disposição espaço e equipamento para que esse estudante também tenha acesso aos vídeos e recursos tecnológicos que o auxiliem na construção do objeto do produto educacional, além de ter à sua disposição um Kit para montagem da base de lançamento que pode ser retirado na escola.

5.2 – A PROPOSTA DE ELETIVA

Para a aplicação do produto utilizamos um momento proposto pela Secretaria Estadual de Educação denominada de “curso de eletivas”.

A Eletiva, oferecida semestralmente para os alunos, é um componente extra disciplinar que faz parte do quadro de aulas da escola e é de livre escolha dos estudantes. Cabe à escola oferecer um leque de opções com disciplinas eletivas que conta com duas aulas semanais de 45 minutos cada. Os professores que têm eletivas como aulas atribuídas elaboram planos de aulas que contém a ementa com a proposta de aplicação dessas aulas.

A escola apresenta um conjunto de assuntos formando um “banco de eletivas” baseado na escalada dos sonhos de cada aluno, onde o aluno pode escolher o que deseja estudar de acordo com seu campo de interesses. Cada professor, munido de objetos ou planos de aulas relativas à sua eletiva, faz uma excursão de sala em sala, apresentando sua proposta com o intuito de cativar e provocar a curiosidade dos alunos em relação à eletiva ministrada por ele e depois que os alunos visualizam todas as propostas, através de um questionário, escolhem a eletiva de maior interesse.

Para aplicação do produto, dentre os assuntos apresentados no banco de eletivas, o planejamento foi o de um Curso de Astronomia com a proposta de construção e lançamento de um foguete construído com garrafas PET e materiais recicláveis. Esse curso foi realizado e, com base nos dados coletados, alguns conceitos físicos foram estudados. Sem a menor pretensão de obter grandes distâncias ou estabelecer uma disputa nos lançamentos, com base nos dados obtidos durante o lançamento, procuramos abordar alguns conceitos físicos importantes no estudo da composição de movimentos. Os conceitos físicos abordados foram:

- Aceleração da gravidade;
- Força gravitacional;
- Velocidade de lançamento;
- Ângulo de lançamento;
- Composição de movimentos no lançamento oblíquo;
- Possíveis trajetórias;
- Velocidades de órbita e fuga;
- Velocidade de lançamento;
- Aceleração em função da diminuição de massa de combustível;
- Terceira Lei de Newton.

O nível de ensino escolhido para aplicação do produto foi o de Ensino Médio, pois nesse nível houve maior interesse pelo assunto de Astronomia. A classe de eletiva foi formada com sete alunos do primeiro ano, sete alunos do segundo ano e sete alunos do terceiro ano, com um limite de 21 alunos por classe. Essa formação da sala foi útil pois pudemos perceber a visão que cada nível de escolaridade tem sobre os assuntos trabalhados no desenvolvimento do produto e como cada nível de maturidade encara os diferentes conceitos tratados no curso.

A sala foi dividida em três grupos separados por séries e inicialmente cada grupo foi batizado com o número relativo a cada série:

Grupo 1: alunos do primeiro ano;

Grupo 2: alunos do segundo ano;

Grupo 3: alunos do terceiro ano:

Após alguns protestos por parte dos alunos ficou evidente que eles não queriam ser designados por números. Um dos alunos proferiu: “professor, estamos cansados de ser um número. Tudo é número. Até nosso e-mail começa com um número”. Outro aluno completou “os e-mail (sic) dos professor (sic) começa com nome; porque o da gente começa com o RA?”. Para evitar confusões abrimos uma discussão para que eles escolhessem um nome, mas um deles deu a ideia de serem nomeados por cores. Já que o assunto era astronomia e faríamos o lançamento de foguetes, a escolha foi pelas cores da bandeira americana em alusão à Agência Espacial Norte Americana (NASA). Após um sorteio os grupos foram batizados de:

Grupo Branco: primeiro ano;

Grupo Vermelho: segundo ano;

Grupo Azul: terceiro ano.

5.3 – VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE LANÇAMENTOS

Para verificar o grau de conhecimento que os alunos possuem em relação aos conceitos que seriam trabalhados nas aulas do curso de eletiva de Astronomia, os alunos foram divididos em três grupos cuja composição foi citada no item 5.2.

Cada grupo ficou encarregado de escolher um relator para transcrever as respostas no questionário após o grupo chegar a um consenso depois de discutir as questões propostas.

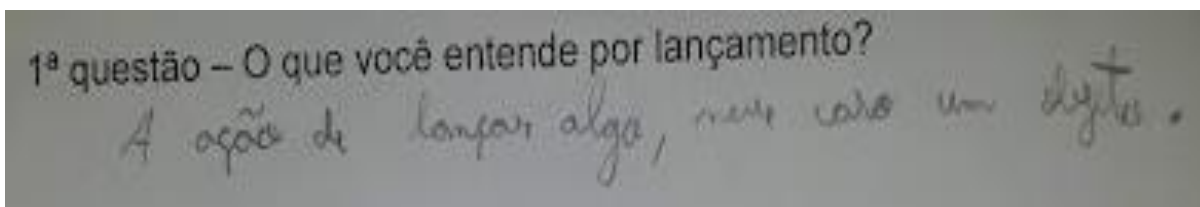
As duas aulas semanais de eletivas, de 45 minutos cada, acontecem juntas somando uma única aula de 90 minutos. Sendo assim, na primeira semana as duas aulas foram divididas em duas partes.

Na primeira parte, após a apresentação do cronograma, com base nos conhecimentos dos alunos, foram discutidos alguns conceitos como gravidade, força peso e lançamento de foguetes, e tivemos a noção de que eles poderiam ser tratados de maneira homogênea pois as discussões transcorreram com certo equilíbrio.

Na segunda parte, a aplicação de um questionário forneceu informações sobre o conhecimento prévio dos alunos, com mínima intervenção por parte do professor, as quais serviram para nortear o trabalho. As respostas dos alunos são mostradas a seguir.

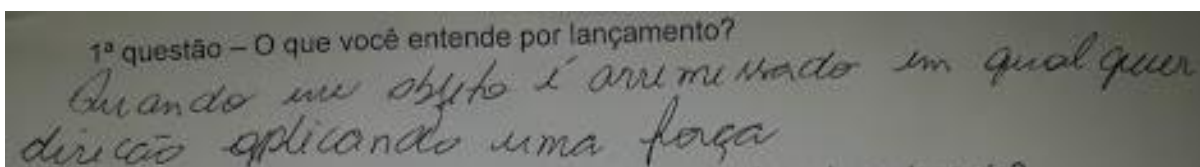
Para a questão “O que você entende por lançamento?”, as Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam fotografias das respostas de cada grupo.

Figura 5.1 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a primeira questão



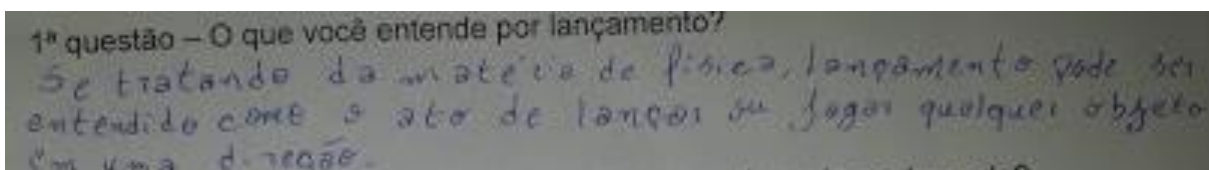
Fotografada pelo autor

Figura 5.2 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a primeira questão



Fotografada pelo autor

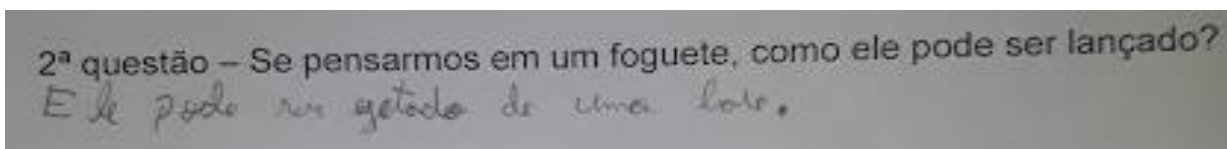
Figura 5.3 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a primeira questão



Fotografada pelo autor

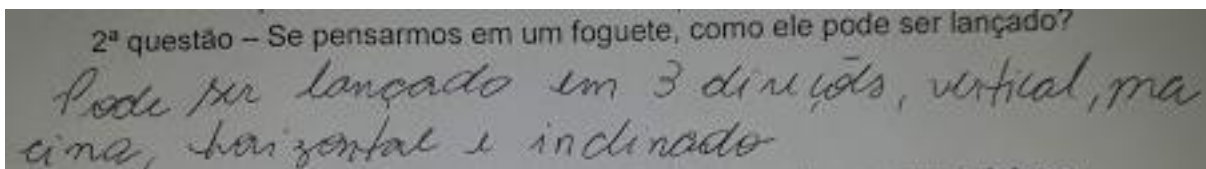
Para a questão “Se pensarmos em um foguete, como ele pode ser lançado?”, as Figuras 5.4, 5.5 e 5.6, apresentam fotografias das respostas de cada grupo.

Figura 5.4 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a segunda questão



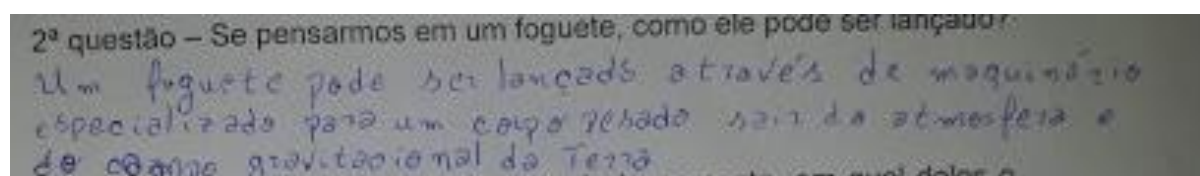
Fotografada pelo autor

Figura 5.5 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a segunda questão



Fotografada pelo autor

Figura 5.6 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a segunda questão

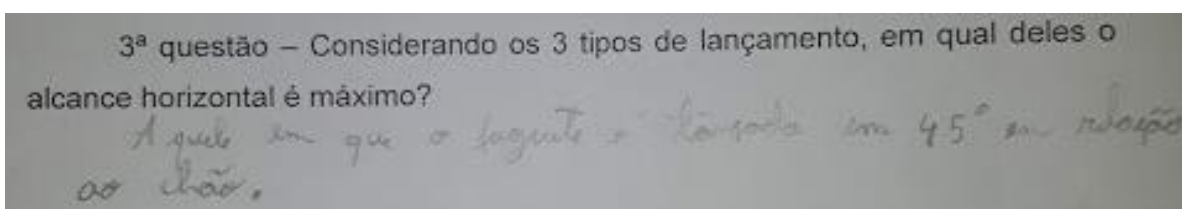


Fotografada pelo autor

Após análise das respostas da 2ª questão houve uma intervenção do professor para definir três posições de lançamento em relação aos ângulos de 30° , 45° e 90° , momentaneamente chamadas de “tipos” de lançamentos.

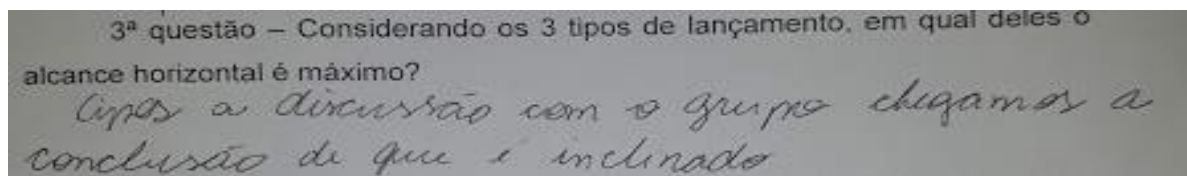
Para a questão “Considerando os três tipos de lançamento, em qual deles o alcance horizontal é máximo?”, as Figuras 5.7, 5.8, 5.9 apresentam fotografias das respostas de cada grupo.

Figura 5.7 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a terceira questão



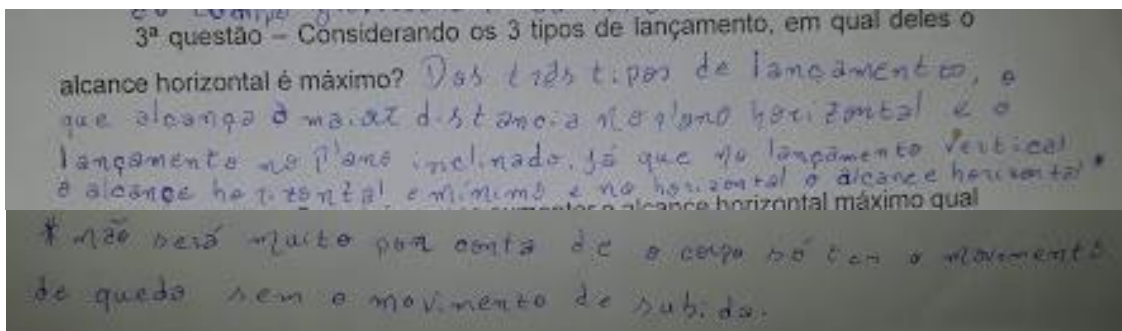
Fotografada pelo autor

Figura 5.8 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a terceira questão



Fotografada pelo autor

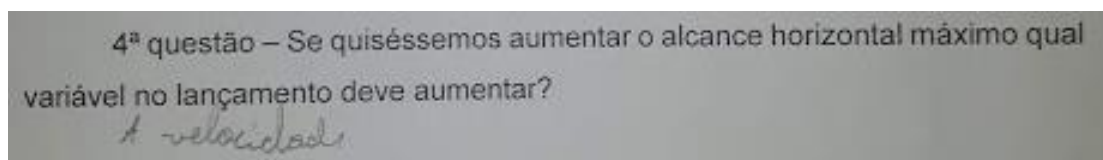
Figura 5.9 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a terceira questão



Fotografada pelo autor

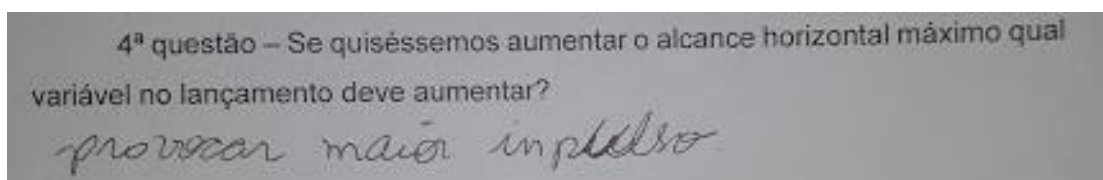
Para a questão “Se quiséssemos aumentar o alcance horizontal máximo qual variável deveria ser aumentada no lançamento?”, as Figuras 5.10, 5.11 e 5.12 apresentam fotografias das respostas de cada grupo.

Figura 5.10 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a quarta questão



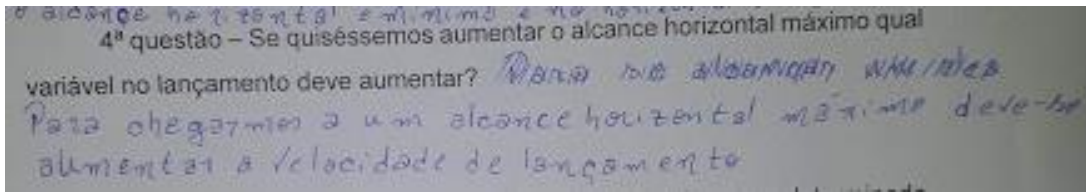
Fotografada pelo autor

Figura 5.11 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a quarta questão



Fotografada pelo autor

Figura 5.12 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a quarta questão

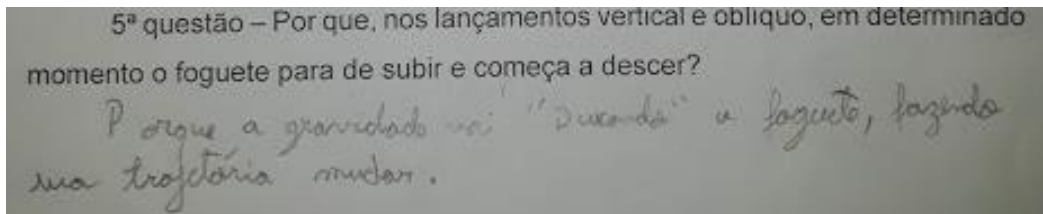


Fotografada pelo autor

Para a questão “Por que, nos lançamentos vertical e oblíquo, em determinado momento o foguete para de subir e começa a descer?”, as Figuras 5.13, 5.14 e 5.15 apresentam fotografias das respostas de cada grupo.

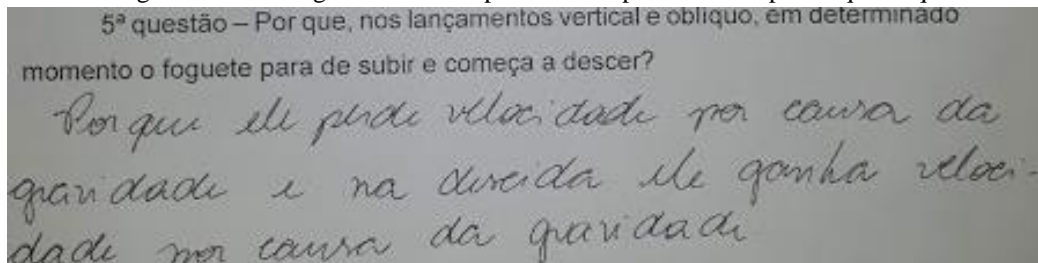
Obs.: Nesse momento também foi necessária uma interferência no sentido de explicar a palavra oblíquo.

Figura 5.13 – Fotografia com a resposta do Grupo Branco para a quinta questão



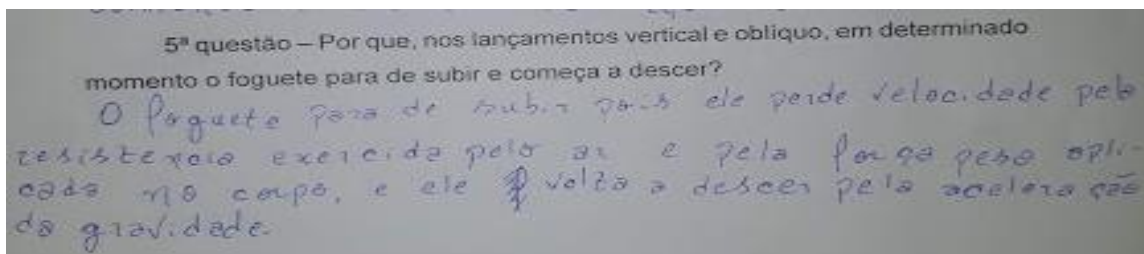
Fotografada pelo autor

Figura 5.14 – Fotografia com a resposta do Grupo Vermelho para a quinta questão



Fotografada pelo autor

Figura 5.15 – Fotografia com a resposta do Grupo Azul para a quinta questão



Fotografada pelo autor

Após analisar as respostas constatamos que, apesar dos diferentes graus de escolaridade de cada grupo, elas revelaram um nível de conhecimento relativamente uniforme sobre o tema, o que possibilitou introduzir os conceitos de forma homogênea.

5.4 – PRIMEIROS CONCEITOS DE ASTRONOMIA

Na segunda semana, nos 90 minutos de aula de eletivas, discutimos alguns conceitos relacionados à Astronomia como, aceleração da gravidade, sua variação em função da altitude e latitude, força peso e a lei da gravitação universal de Newton, seu contexto histórico e suas aplicações. Foi exibido o Vídeo 5.1 que, no seu primeiro momento, lança uma pergunta provocativa para discussão nos grupos, os quais, antes de assistirem ao vídeo, apresentaram suas conclusões.

Vídeo 5.1 – Videoaula sobre os primeiros conceitos de Astronomia



Produzido pelo autor – disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=rwG9mInIH3g>

Os alunos também realizaram a seguinte atividade: calcular seu próprio peso. Em alguns casos, tiveram que fazer uma ligação para mãe, pai ou responsável para perguntar sua massa. Essa atividade permitiu a discussão de uma situação conflitante do cotidiano deles.

Em nosso cotidiano, é muito comum ouvirmos as seguintes frases:

- “Eu peso 65 kg”,
- “Estou acima do meu peso” ou
- “O peso ideal para sua altura é 75 kg”.

Popularmente, associamos a medida de nossa massa quando subimos em uma balança à palavra peso. Esse conceito, que é utilizado pela maioria das pessoas, está em desacordo com os termos utilizados pela Ciência.

O que medimos quando subimos na balança é a nossa massa ou concentração de matéria. Peso é uma força de atração, exercida em corpos na proximidade de um corpo celeste e depende da massa e da aceleração da gravidade local.

Sendo assim, apresentamos a “tirinha” do personagem Garfield® que consta na Figura 5.16 e propusemos uma discussão entre os componentes de cada grupo, com ênfase no fato de que, pelo senso comum, existe uma confusão entre os conceitos de massa e peso. Cada grupo deveria apresentar um pequeno texto de explicação que elucidasse o que o gato Garfield quis dizer.

Figura 5.16 – Tirinha do Garfield sobre força peso



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/probleminha-peso-x-massa/> Acesso em 05/04/2020

A massa é um valor constante em todo o Universo e não se altera sob a influência da aceleração da gravidade, mas, a força peso sim, portanto, em cada ponto do Universo a força de atração gravitacional sofre alteração dependendo do corpo celeste considerado.

O valor da aceleração da gravidade é diferente dependendo do planeta ou satélite natural em que um corpo de massa qualquer esteja. Sendo assim, apresentamos alguns valores de aceleração da gravidade em outros corpos celestes através de um slide mostrando uma tabela de valores para essas gravidades, conforme a Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Tabela de valores para a aceleração da gravidade em alguns corpos celestes

Corpo Celeste	Aceleração da Gravidade em m/s²(aprox.)
Sol	237
Lua	1,7
Mercúrio	3,8
Vênus	8,6
Terra	9,8
Marte	3,7
Júpiter	24,8
Saturno	10,5
Urano	8,5
Netuno	10,8
Plutão	5,9

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/gravidade/> - Acesso em 06/04/2020

Adaptado pelo autor

Através dessa tabela, pudemos discutir a relação entre a gravidade terrestre e a gravidade lunar e os alunos chegaram à conclusão de que a gravidade da Lua é cerca de 1/6 da gravidade da Terra. Essa relação também tem influência na força peso e os alunos perceberam que o peso deles na Terra é aproximadamente 6 vezes maior que na Lua.

5.5 – DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO DE LANÇAMENTO ATRAVÉS DE UM SIMULADOR

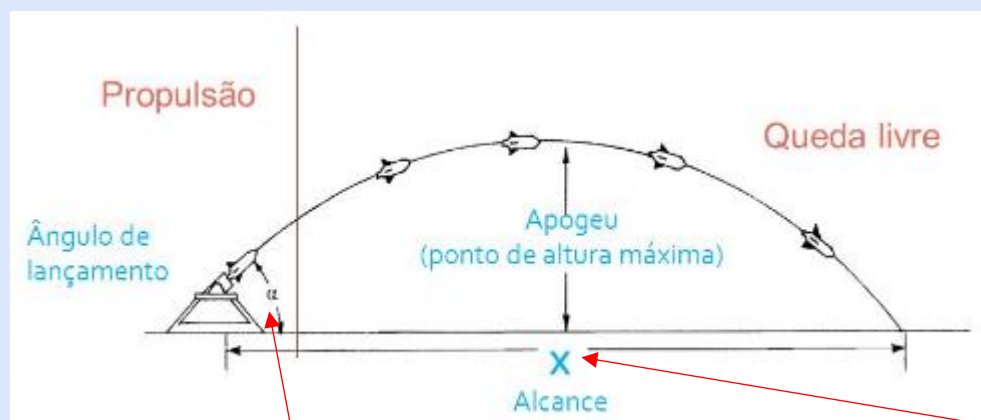
Em março de 2020, a partir da terceira semana das aulas de eletiva, as aulas na rede estadual de ensino foram suspensas e algumas modificações na aplicação do produto foram necessárias. A primeira dessas modificações foi a utilização de meios eletrônicos na determinação do melhor ângulo de lançamento para se obter o maior alcance horizontal possível. Para este fim foi utilizado um simulador do programa PhET-Colorado, facilmente encontrado na internet de forma gratuita. O procedimento para que os alunos acompanhassem o curso de eletivas foi composto por alguns passos. O primeiro passo consistiu no envio de roteiros com o detalhamento da atividade, via site da escola, que o aluno deveria seguir para

realização da tarefa. O roteiro que se destina à determinação do melhor ângulo de lançamento, contém três páginas e está na Figura 5.17 retratada a seguir.

Figura 5.17 – Roteiro orientador para uso do simulador (atividade do aluno)

Objeto do Conhecimento: Astronomia Habilidade: Desenvolver a habilidade de construção manual e o interesse em reutilização de recursos e materiais recicláveis
Objetivo: <ol style="list-style-type: none">1. Desenvolver a habilidade de trabalhos manuais.2. Reconhecer a necessidade de reciclagem e de reutilização de materiais que podem ser reciclados3. Reconhecer a importância do desenvolvimento sustentável como prioridade na construção do projeto de vida de cada um frente ao século XXI4. Retomar o amor pela astronomia que, na infância, provocou grande curiosidade científica.
Quantidade de Aulas: 2
Componente curricular/ Professor: Eletiva de Astronomia – Prof. Paulo Sérgio
Aluno / N°:
Turma:
Data de Entrega: 06/07
Envio: O envio das atividades poderá ser feito de diversas maneiras: para o e-mail: paulosergiop@prof.educacao.sp.gov.br anexado no site escola ou entregando o trabalho na escola...
Orientações: Olá pessoal, tudo bem? A proposta de nossa eletiva era baseada na construção de um foguete bem elaborado que usasse ar comprimido e água como sistema de impulsão e estudar o que na física chamamos de lançamento oblíquo. Esse trabalho seria realizado em grupos, mas na atual situação de pandemia, gostaria de propor a vocês a construção de um modelo bem mais simples, impulsionado por um “apertão” em uma garrafa PET, que você pode construir sozinho em sua casa e até envolver seus familiares. Com certeza vamos, além de aprender, nos divertir muito com os resultados, que serão apresentados através de fotos e/ou vídeos realizados por vocês, mostrando suas experiências. Estão todos comigo? Vamos então embarcar nessa viagem...
1ª Parte) Determinação do melhor ângulo de Lançamento - Essa parte é importante para determina o ângulo com o qual nosso foguete é lançado para que ele atinja o maior alcance horizontal possível.

Veja a ilustração:



Veja que o ângulo α (alfa) precisa ser o suficiente para que o foguete tenha o maior x possível.

Para isso vamos usar um simulador idealizado pela universidade do Colorado chamado de PHET-colorado

Entre no link:

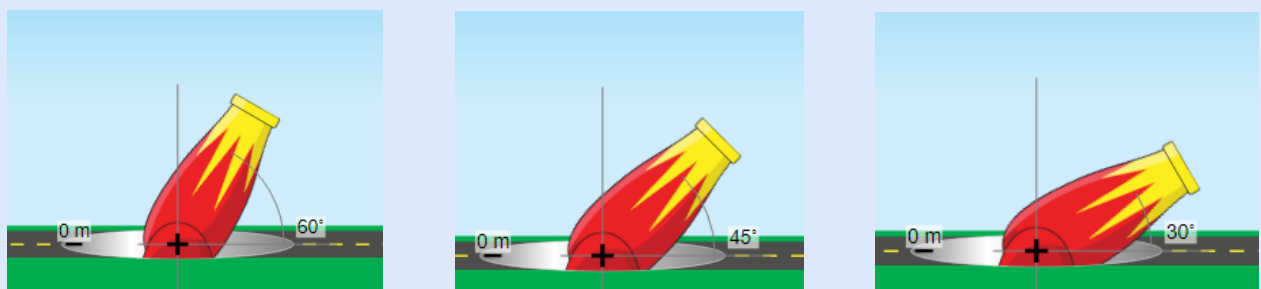
https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_pt_BR.html

Escolha a opção **Lab**, conforme a figura:

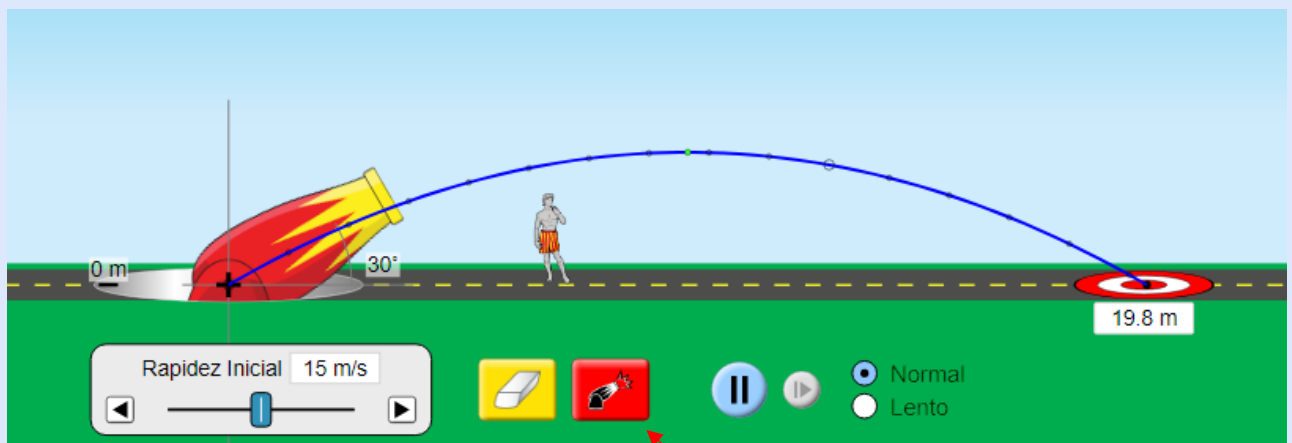
Movimento de Projétil

Intro Vetores Arrasto **Lab**

Agora faça o teste com 3 ângulos diferentes: 30°, 45° e 60° movendo o canhãozinho para escolher o ângulo:



Faça o lançamento clicando no botão e arraste o alvo até o ponto de chegada para saber a distância alcançada



Botão de lançamento

e veja o comportamento do projétil nos 3 ângulos testados e verifique em qual deles o alcance horizontal é maior.

Anote as medidas em cada lançamento e mande juntamente com a foto.

Na próxima semana vamos construir nosso foguete bem simples, ok?

Aguardo seus dados

Até mais

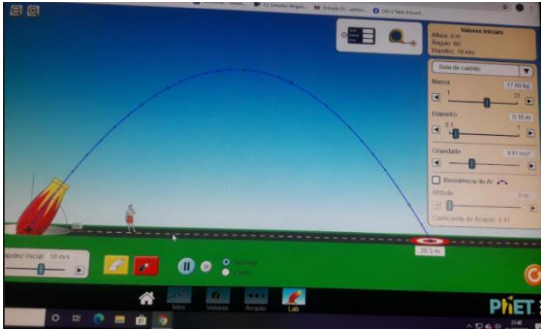
Prof. Paulo

Obs. Qualquer dúvida entre em contato pelo e-mail...

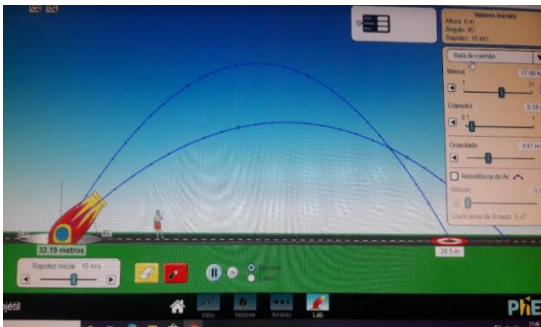
Elaborado pelo autor

Os resultados dos alunos foram enviados via e-mail institucional e as fotos a seguir representam as respostas dos alunos que participaram dessa etapa.

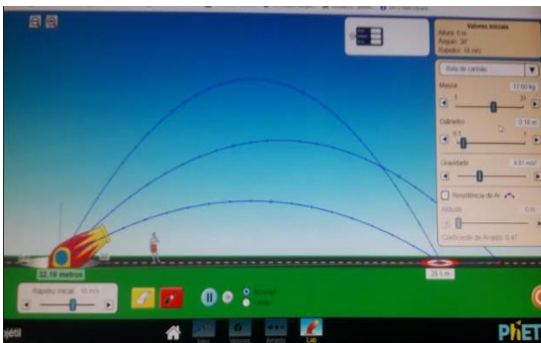
Aluno 1:



1 Projétil
 ângulo = 60°
 rapidez = 17 m/s
 distância = 20.4 m



2 Projétil
 ângulo = 45°
 rapidez = 17 m/s
 distância = 32.19 m



3 Projétil
 ângulo = 30°
 rapidez = 17 m/s
 distância = 19.9

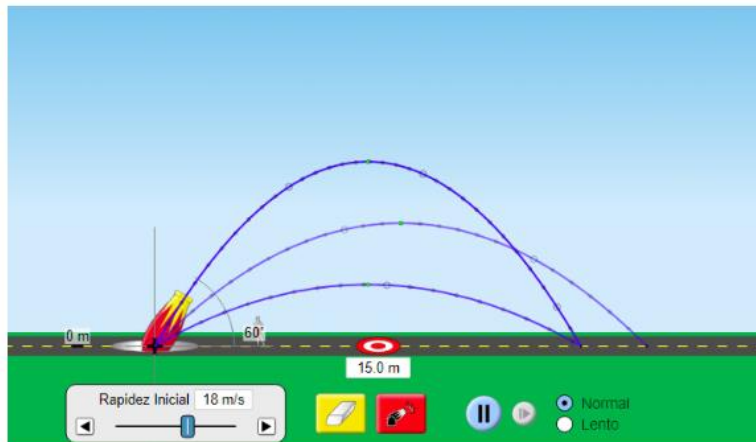
Aluno 2:

$30^\circ - 19,9 \text{ m}$
 $45^\circ - 22,8 \text{ m}$
 $60^\circ - 20,0 \text{ m}$

} Rapidez inicial = 15 m/s

22,8 m = melhor ângulo de lançamento.

Aluno 3:

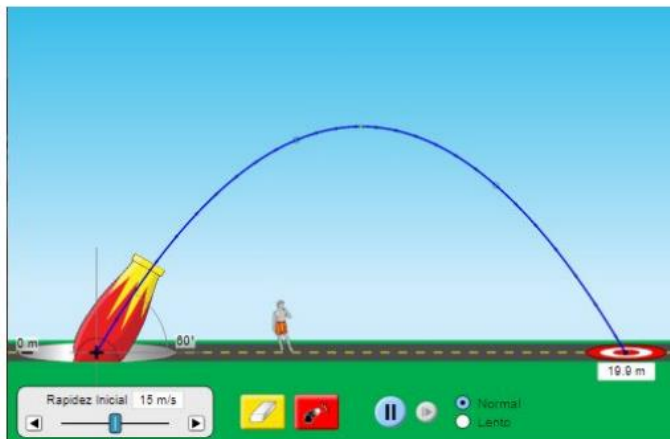


Como podemos ver no site do foguetinho o melhor ângulo para lançamento é o 45.

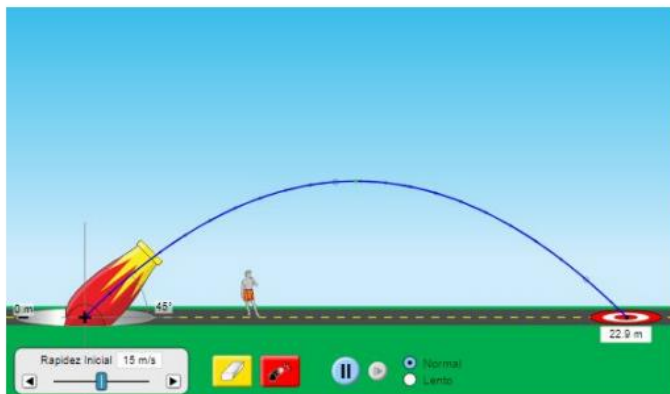
Aluno 4:

Comportamento do projétil em três ângulos diferentes com o objetivo de encontrar qual deles tem alcance horizontal maior.

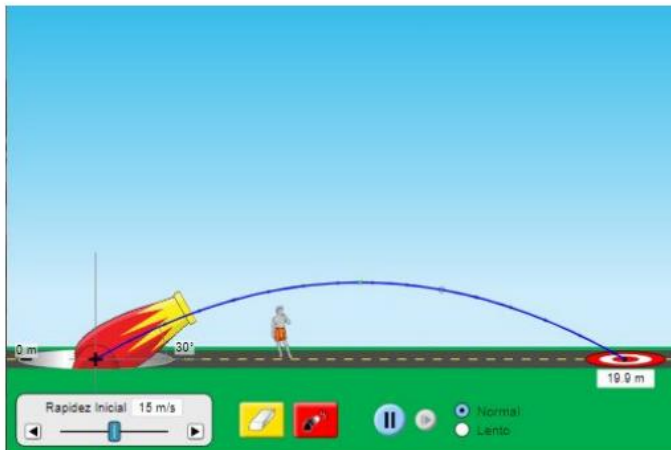
1) Ângulo de 60°, tem um alcance horizontal de 20m.



2) Ângulo de 45°, tem um alcance horizontal de 23m.

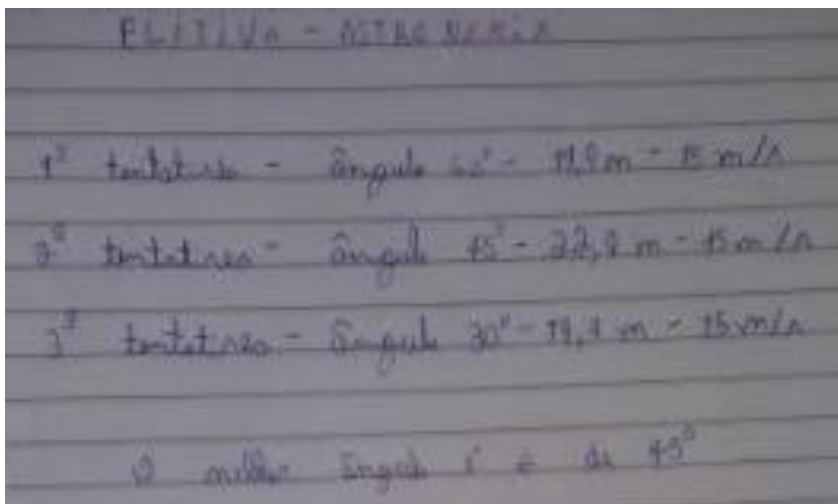


3) Ângulo de 30° , tem um alcance horizontal de 20m.

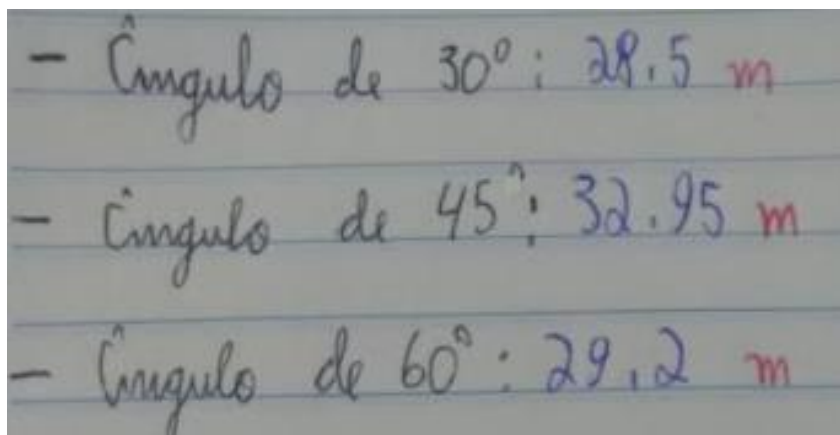


Assim o teste com os três tipos de ângulos diferentes, o que tem alcance horizontal maior é o ângulo de 45° .

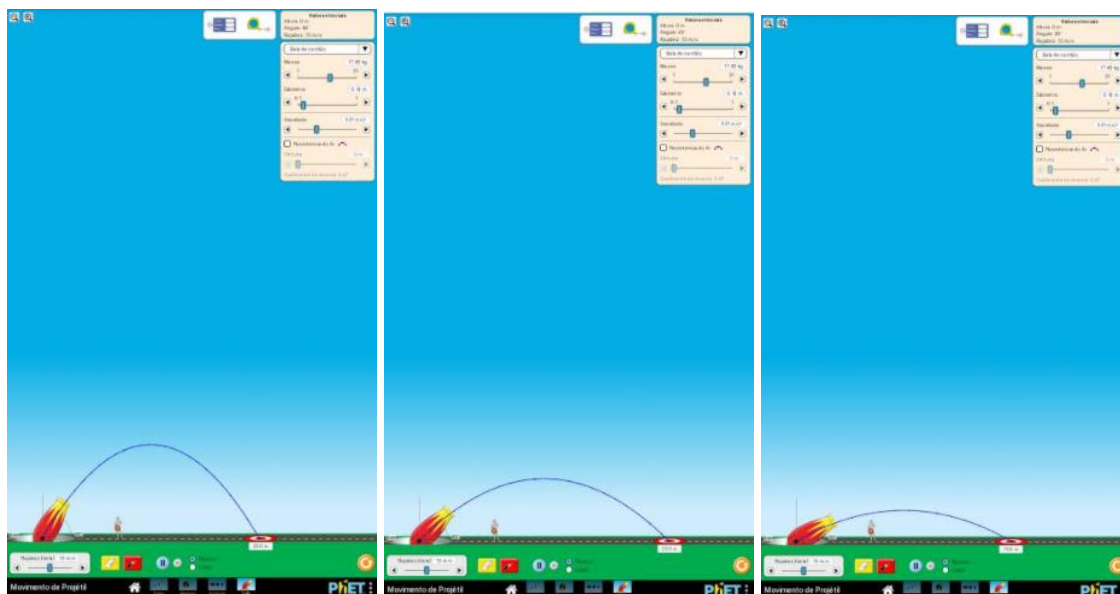
Aluno5:



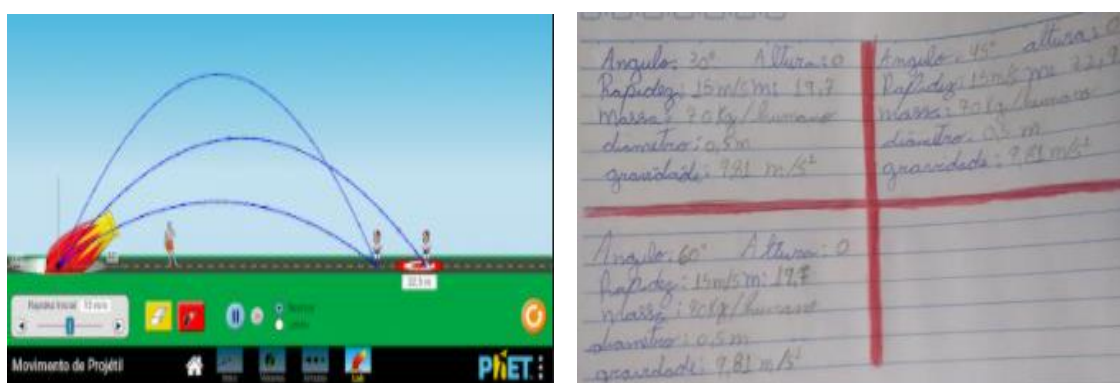
Aluno 6:



Aluno 7:



Aluno 8:



5.6 – VELOCIDADE INICIAL X ALCANCE HORIZONTAL

O alcance horizontal atingido pelo foguete não depende somente do ângulo de lançamento. Sendo assim, é importante que os alunos percebam que o alcance horizontal atingido pelo foguete também depende da velocidade inicial de lançamento. Para este fim, como no item anterior, utilizamos o mesmo simulador do programa PhET-Colorado.

Diferentemente da metodologia do item anterior, decidimos fazer uma aula online pelo aplicativo *Google Meet* em que o simulador foi compartilhado e fizemos o experimento juntos. Dessa forma foi possível gravar a aula e disponibilizar o *link* para que os alunos tivessem acesso irrestrito.

Além do experimento virtual, durante a aula fizemos uma comprovação matemática da relação entre o aumento da velocidade de lançamento e o comportamento do alcance horizontal. O vídeo foi disponibilizado pelo *YouTube* através do link: <https://youtu.be/YBIyXQ94mdg>. O vídeo original foi editado para preservar a imagem dos alunos.

As Figuras 5.18 e 5.19 retratam alguns momentos dessa aula.

Figura 5.18 – Uso do simulador durante a aula

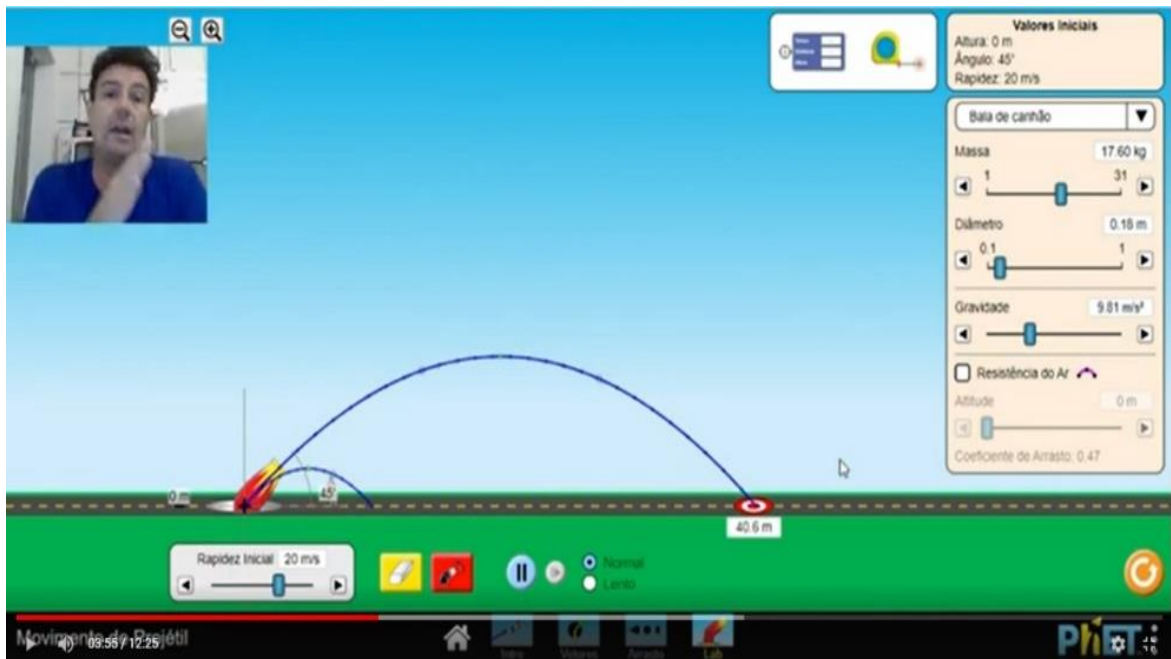
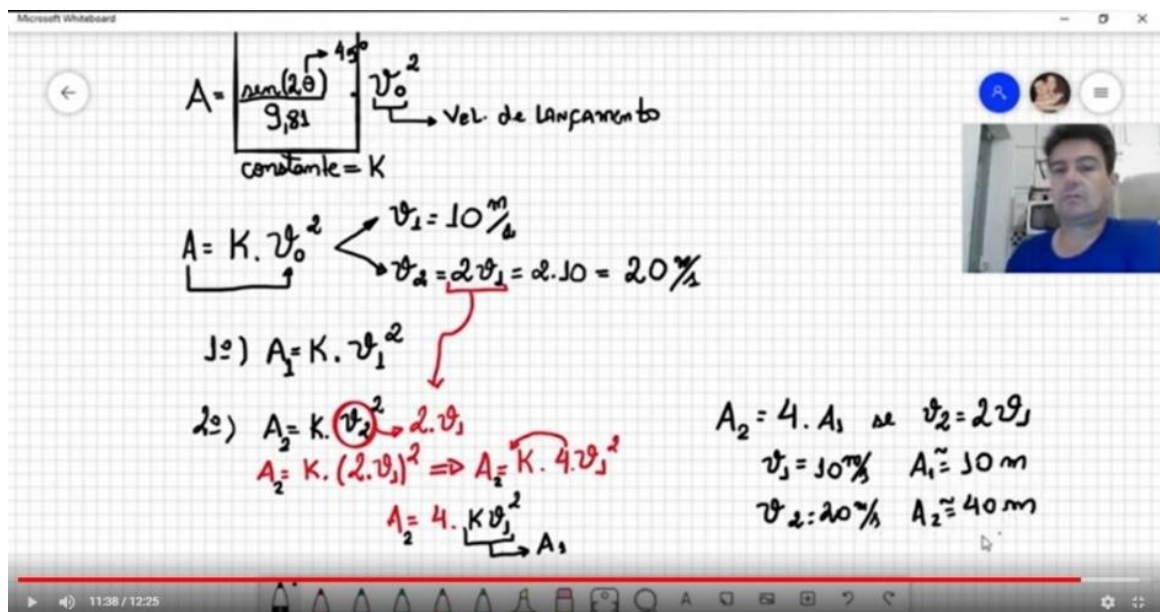


Figura 5.19 – Demonstração da relação entre velocidade de lançamento e alcance

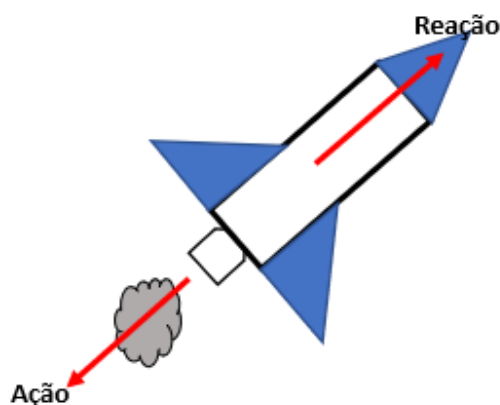


Imagens retiradas da aula online – aula ministrada pelo autor disponível em: <https://youtu.be/YBIyXQ94mdg>

5.7 – CARACTERÍSTICAS DO LANÇAMENTO DO FOGUETE PET.

O foguete utilizado para o experimento contém um reservatório de 1,5 litro que foi preenchido com água, no qual foi injetada uma quantidade de ar comprimido até uma determinada pressão pré-estipulada, com o auxílio de uma bomba comum de bicicleta e de um manômetro. O lançamento se deu por intermédio de uma base de lançamento construída com canos e conexões de PVC (cloro de polivinila) com uma inclinação de 45°, já determinada pelos alunos através do simulador de lançamentos do site PhET-Colorado. Foi introduzido 0,5 litro de água na garrafa utilizada como reservatório. O reservatório de combustível é então acoplado ao cano inclinado da base de lançamentos e é preso por um gatilho. Por uma válvula de câmara de pneu o ar foi injetado no reservatório por intermédio da bomba de ar e ocorreu a pressurização do sistema. Ao acionar o gatilho a mistura ar e água foi liberada com altíssima velocidade e o foguete foi lançado devido a aplicação da Terceira lei de Newton (ação e reação) no sistema propelente-foguete, conforme a Figura 5.20.

Figura 5.20 – Diagrama de forças de ação e reação



Elaborado pelo autor

O lançamento permitiu a coleta dos seguintes dados:

- Massa do foguete sem/com o combustível;
- Tempo de voo;
- Distância horizontal alcançada.

Utilizando-se alguns conceitos físicos do lançamento oblíquo foi possível determinar a velocidade inicial de lançamento, a altura máxima atingida e a velocidade de ejeção do combustível, esse último, utilizando-se a equação de Tsiolkovsky que permitiu a determinação da aceleração do foguete no processo de lançamento. Pudemos também construir um gráfico cuja imagem se aproxima da trajetória do foguete.

5.7.1 – Construção do Foguete

Como já dissemos, o isolamento imposto pela pandemia causada pelo vírus SARS-COV-2, que impactou o Brasil e o resto do mundo, alterou significativamente as aulas. Desse modo, as orientações para aplicação do produto foram enviadas de forma totalmente remota. Um vídeo instrucional foi produzido com a finalidade de orientar os estudantes na construção do foguete de garrafa PET. A Figura 5.21 mostra alguns momentos do vídeo que pode ser localizado no programa de *streaming* *YouTube* através do link <https://www.youtube.com/watch?v=LCH7egvOXfQ>.

Figura 5.21 – Fotos de momentos do vídeo instrucional



Produzido pelo autor – disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=LCH7egvOXfQ>

O processo de construção do foguete foi disponibilizado aos alunos através de um roteiro de estudos que contém as orientações e a lista de materiais conforme mostrado na Figura 5.22.

Figura 5.22 – Roteiro orientador para construção do foguete (atividade do aluno)

NOME DO PROFESSOR: Paulo Sérgio
ELETIVA: Astronomia
TURMA: Ensino Médio e Fundamental II
NOME: _____ Nº: _____ Série: _____
DATA DE ENTREGA: 25/09
NÚMERO DE AULAS PREVISTAS: 4
PERÍODO DE REALIZAÇÃO: 17 a 25 de setembro
<p>OBJETIVOS DA ATIVIDADE:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Desenvolver a habilidade de trabalhos manuais. 2. Reconhecer a necessidade de reciclagem de reutilização de materiais que podem ser reciclados 3. Reconhecer a importância do desenvolvimento sustentável como prioridade na construção do projeto de vida de cada um frente ao século XXI 4. Retomar o amor pela astronomia que, na infância, provocou grande curiosidade científica.
<p>HABILIDADES E COMPETÊNCIAS:</p> <p>Desenvolver a habilidade de construção manual e o interesse em reutilização de recursos e materiais recicláveis</p>
<p>ATIVIDADES A SEREM TRABALHADAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Assistir vídeos - Pesquisar em livros didáticos - Construir manual de um foguete - Produzir vídeos ou podcasts
<p>RECURSOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Celulares - Computador - Cartolina - Garrafa PET - Boa Vontade
<p>INSTRUMENTOS PARA VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM OU DA ENTREGA DAS ATIVIDADES:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Atividades entregues pelos alunos através de e-mail institucional ou pessoal. - Envio de vídeos e fotos do produto construído. - Atividades entregues na escola via coordenador. - Engajamento do aluno na realização da atividade.

Orientações: LEIA COM ATENÇÃO:

Olá pessoal, tudo bem?

A proposta de nossa eletiva era baseada na construção de um foguete bem elaborado que usasse ar comprimido e água como sistema de impulsão e estudar o que na física chamamos de lançamento oblíquo.

Esse trabalho seria realizado em grupos, mas na atual situação de pandemia, gostaria de propor a vocês a construção de um modelo bem mais simples, impulsionado por um “apertão” em uma garrafa PET, que vocês podem construir sozinhos em suas casas e até envolver seus familiares.

Tenho certeza que vamos, além de aprender, nos divertir muito com os resultados, que serão apresentados através de fotos e/ou vídeos realizados por vocês, mostrando suas experiências.

Importante: Essas fotos e vídeos serão apresentadas no momento de culminância do nosso projeto, assim, se essas fotos ou vídeos incluírem sua imagem, preciso de uma autorização do papai ou da mamãe, ou ainda de um responsável por você, ok? Enviarei a autorização para divulgação da imagem no fim da atividade...

Estão todos comigo? Vamos então embarcar nessa viagem...

2ª parte - Na 1ª parte vimos que o melhor ângulo para o lançamento de um foguete como o nosso é o ângulo de 45°. Assim ele vai o mais longe possível.

Quero agora propor para vocês um desafio ainda maior: vamos construir um foguete com garrafas PET e materiais que vocês têm em casa.

Gostaria muito de receber de vocês um retorno dessa atividade. Vocês podem tirar fotos do processo de construção, podem também gravar vídeos de cada etapa.

Vamos nos divertir um pouco?

Fiz um vídeo para vocês, ensinando a construir esse foguete (é bem fácil) pelo link:

Meu vídeo: <https://youtu.be/LCH7egvOXfQ>

Anexei outro vídeo de um colega, você escolhe o que você achar melhor ok?
<https://www.youtube.com/watch?v=tHPqYmgedr0&list=PLKnH2P3GokuXpclY9ClmVrUhXB8V8aDZz&index=4&t=0s>

Gente, construí esse foguete em 15 minutinhos, espero o retorno e as impressões de vocês.

Para a construção do seu foguete você precisará do material listado a seguir:

1. 2 garrafas PET de 1,5 litro.
2. 1 balão de festa pequeno (bexiga).
3. Tesoura sem ponta.
4. Um pedaço de plástico ou papelão para as aletas e a ponta.
5. Supercola tipo “super-bond”.
6. Fita colante ou isolante.
7. Estilete (muito cuidado no uso).

Elaborado pelo autor

Cada grupo ficou responsável por construir seu próprio foguete e o retorno da atividade, enviada pelos alunos via e-mail institucional, estão na Figura 5.23;

Figura 5.23: Foguetes apresentados pelos alunos de cada grupo

Grupo Branco



Grupo Vermelho



Grupo Azul



Fotos enviadas pelos alunos

5.7.2 – Construção da Base de Lançamento

Para o lançamento do foguete os alunos foram incentivados a construir uma base de lançamentos com tubos de PVC e conexões para água (marrom) além de alguns itens que precisaram ser comprados. Para que essa etapa fosse concluída de maneira mais eficaz e menos custosa possível, foram montados três kits, sendo um kit para cada grupo, que continha todos os itens necessários para a montagem de modo que, se tratando de uma escola pública, os alunos não precisassem gastar com a aquisição desses itens. O custo aproximado de cada kit foi de R\$ 50,00 (cinquenta reais), um preço relativamente baixo, pois a empresa que forneceu os manômetros, cujo contato foi diretamente com o proprietário, decidiu cobrar o preço de custo ao ser informado que os equipamentos seriam para uso escolar. A Figura 5.24 detalha os itens que contém o kit de montagem da base e como esse kit foi disponibilizado para os alunos.

Figura 5.24 – Kit de montagem da base de lançamentos



Montado e fotografado pelo autor

Além dos itens, para a montagem, os alunos receberam um manual de instruções com a montagem detalhada, entendendo que ler e seguir um manual de instruções, de certo modo trouxesse o aprendizado para a prática de interpretação de instruções, exercendo assim o protagonismo. Por esse motivo, nessa etapa não escolhemos o vídeo tutorial e sim o manual de instruções detalhado para a montagem. O aluno representante de cada grupo ficou encarregado de retirar esse kit na escola.

O representante do Grupo Azul, formado por alunos do 3º ano do Ensino Médio, retirou o kit na mesma semana, pois, segundo ele, todos estavam ansiosos e empolgados para concretizar o projeto.

O representante do Grupo Vermelho, formado por alunos do 2º ano do Ensino Médio, demorou 20 dias para retirar o kit, após muita insistência de nossa parte.

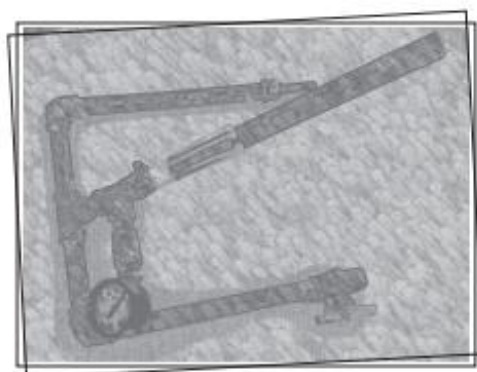
Nenhum dos alunos do Grupo Branco, formado por alunos do 1º ano do Ensino Médio, retirou o kit na escola.

Ao abrirem o kit, os alunos tiveram acesso ao Manual de Instruções que foi diagramado e montado em forma de revista, no formato meio ofício (15x20 cm) em branco e preto, assim como um manual de qualquer equipamento adquirido comercialmente. O manual continha capa, lista de materiais que compunham o kit, e as instruções para montagem com fotos de cada detalhe. A figura 5.25 retrata alguns detalhes do Manual de Montagem da base de lançamentos.

Figura 5.25 – Manual de instruções

Capa

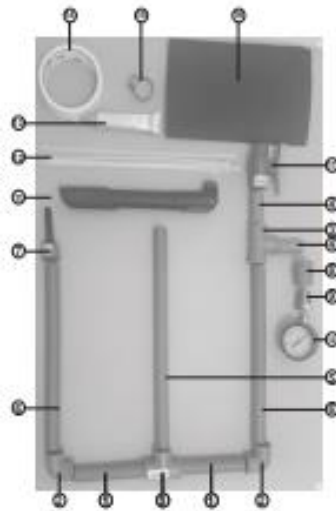
MANUAL DE INSTRUÇÕES DE MONTAGEM



BASE DE LANÇAMENTO FOQUETE PET

Página 1

Olá estudante!
Você está recebendo um kit para montagem de uma base de lançamento do seu foguete PET.
Abaixo segue a lista de materiais necessários para a montagem.
Confira se está tudo certo e boa viagem!



Lista de materiais

- 1- Cano PVC $\phi=20\text{mm}$ - 10cm de comprimento
- 2- Cotovelo PVC $\phi=20\text{mm}$
- 3- Conexão "T" $\phi=20\text{mm}$
- 4 - Cano PVC $\phi=20\text{mm}$ - 5cm de comprimento
- 5 - Cano PVC $\phi=20\text{mm}$ - 30cm de comprimento
- 6 - Cano PVC $\phi=20\text{mm}$ - 25cm de comprimento
- 7 - CAP $\phi=20\text{mm}$ com bico pressurizador
- 8 - Lixa PVC $\phi=20\text{mm}$ - rosca 3/4
- 9 - Redutor PVC 3/4 para 1/4
- 10 - Manômetro
- 11 - Bomba de encher pneu
- 12 - Fitas Hellyman
- 13 - Cola PVC
- 14 - Fita Crepe
- 15 - Abraçadeira
- 16 - Lixa
- 17 - Registro PVC $\phi=20\text{mm}$

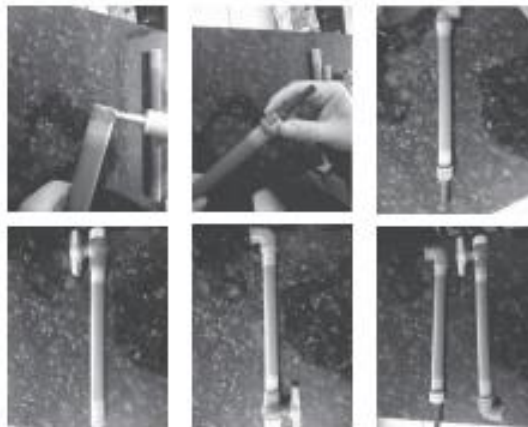
Página 2

ROTEIRO DE MONTAGEM

1º Passo: Lixar todas as partes, internas e externas, que serão coladas.



2º Passo: aplicando uma fina camada de cola e unir os canos de 25cm de comprimento ao CAP, cotovelos e "T's". A cola tem uma secagem rápida, portanto as partes devem ser coladas uma por vez. Observar as posições de cada conexão de acordo com as fotos.



Página 3

3º Passo: Colar os canos de 10cm às peças já montadas e o cano de 5cm aos "Ts" conforme as fotos. Não colar os 3 conjuntos.



4º Passo: Construindo um esquadro de 45º com uma folha de sulfite



5º Passo: Unir (sem colar) os 3 conjuntos do 3º passo para ajustar a inclinação de 45º da haste de lançamento. Após a marcação a colagem pode ser feita.



Página 4

6º Passo: Colar o outro cano de 5cm a luva cola/roscas à lateral da haste de lançamento, rosqueando o redutor e o manômetro.



7º Passo: Dobrar um pedaço de fita crepe de aproximadamente 5cm ao meio, na direção do seu comprimento de modo que as partes colantes fiquem para fora e enrolar na base da haste de lançamento.



8º Passo: Cortar 6 ou 8 fitas Helleman de modo que elas fiquem com 12cm de comprimento colando-as à fita crepe de modo que elas fiquem encaixadas entre a fita e a abraçadeira de metal. Parafusar a abraçadeira fixando todas as fitas Helleman

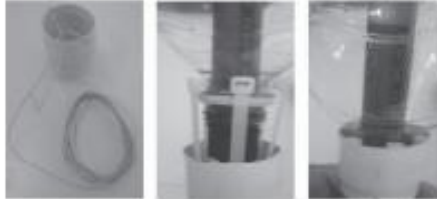


Página 5

9º Passo: Pronto! Sua base de lançamento está pronta! Agora encaixe o foguete na haste de lançamento, de acordo com a foto e verifique se o gatilho encaixa na aba do gargalo da garrafa.



10º Passo: Agora vamos construir o gatilho. Para isso utilize a ponta de um cano de esgoto (branco) de 40mm de diâmetro e 2m de fio ou linha conforme as figuras abaixo:



Página 6



Este manual é parte integrante da Dissertação de Mestrado de apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Área de concentração: Física no Ensino Médio

Orientador: Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia

Idealização: Paulo Sérgio Prado de Oliveira

Diagramação: Claudia Diniz



Formatado pelo autor e diagramado por Claudia Diniz
Acesso pelo link: [1RoY_VxqVP5p5PtWLpputXAIKP5I_YJP](https://repositorio.ufscar.br/handle/2013-2/11000)

As Figuras 5.26 e 5.27 retratam as fotos do lançador construído pelos alunos do grupo Azul:

Figura 5.26 – Base de lançamento



Figura 5.27 – Detalhes do gatilho e do manômetro



Fotos enviadas pelos alunos do grupo azul (3º ano)

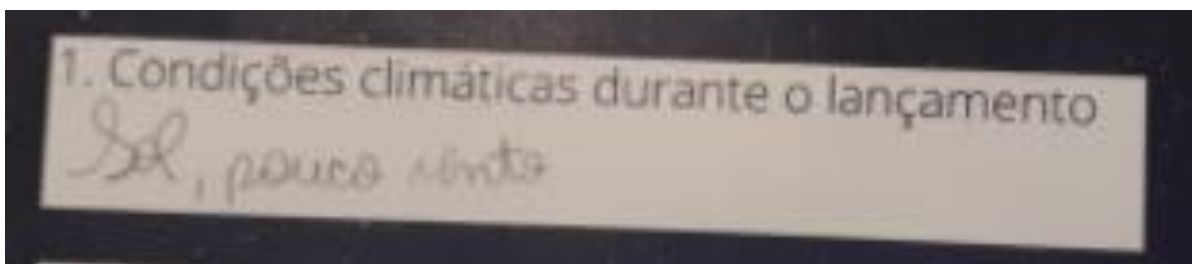
5.7.3 – O Lançamento do Foguete PET

A Portaria nº 1.565 de 18 de junho de 2020, do Ministério da Saúde, Plano São Paulo, que padroniza o comportamento durante a pandemia no Estado de São Paulo, proporcionou certa flexibilidade que possibilitou a realização do lançamento do foguete PET ao ar livre. Foram obedecidas todas as regras de distanciamento e do uso de máscaras.

Em consonância com os alunos do Grupo Azul, que participaram do curso de eletiva, marcamos um dia para fazer o lançamento e o lugar escolhido foi um parque da cidade de Sorocaba que possui uma área extensa, imaginando que o alcance seria relativamente grande.

Esperávamos que fosse um dia de sol e sem ventos fortes, e foi o que aconteceu: céu sem nuvens e um dia sem ventos, portanto nenhuma interferência lateral na trajetória. Este fato foi registrado nas anotações dos alunos, conforme a Figura 5.28. Os alunos receberam a Revista de Aplicação, que pode ser acessada através do *link* [1F1CxGFfwrI_Fplpc73HCER6g1r9J-H27](https://www.revistaaplicacao.org.br/1F1CxGFfwrI_Fplpc73HCER6g1r9J-H27) para anotar os dados coletados no lançamento e realizarem os cálculos dos parâmetros relacionados à composição de movimentos.

Figura 5.28 – Indicação das condições climáticas no momento do lançamento



Fotografado pelo autor

Algumas instruções iniciais foram passadas para os alunos antes do lançamento e outras observações foram feitas por eles durante o lançamento, como segue:

1ª observação: No horário escolhido havia muitos frequentadores no parque, o que representava certo risco;

2ª observação: A bomba fornecida não era adequada então um dos alunos trouxe sua própria bomba;

3ª observação: Como seis alunos estavam presentes e a proposta era de fazer três lançamentos, os alunos decidiram se dividir em duplas e cada dupla poderia fazer um lançamento e anotar os dados.

As Figuras 5.29, 5.30 e 5.31, mostram o momento das instruções iniciais e a bomba fornecida por eles.

Figura 5.29 – detalhe da bomba



Figuras 5.30 – Instruções iniciais



Figuras 5.31 – Instruções iniciais



Fotografadas pelo autor

Como o propelente utilizado para o lançamento foi somente água e ar comprimido, estabelecemos um valor padrão de 500 ml para o volume de água inserido no corpo propulsor do foguete, conforme Figuras 5.32, 5.33 e 5.34 e, antes do lançamento, o primeiro passo foi a pesagem do foguete sem e com o propelente. Os valores encontrados foram de 173g sem propelente e 620g com propelente, conforme a Figura 5.35, que retrata a anotação de cada dupla.

Figura 5.32 – Introdução de água no corpo propulsor do foguete



Figura 5.33 – Introdução de água no corpo propulsor do foguete

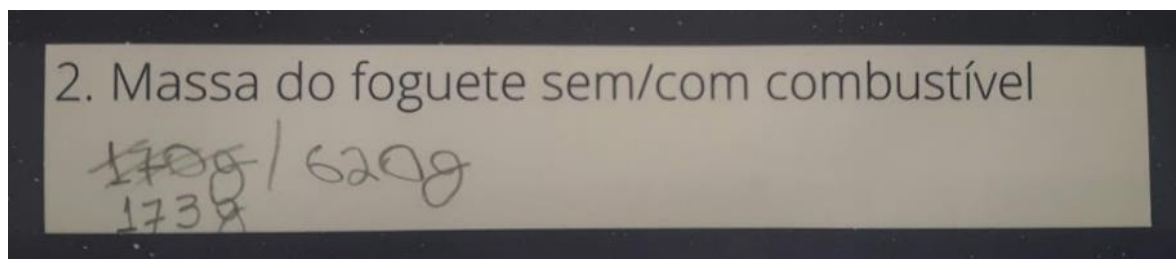


Figura 5.34 – Introdução de água no corpo propulsor do foguete



Fotografadas pelo autor

Figura 5.35 – Anotação das massas do foguete sem e com propelente



Fotografado pelo autor

Para a pesagem do foguete utilizamos uma balança de cozinha comum, conforme a Figura 5.36 e 5.37.

Figura 5.36 – Indicação da massa do foguete PET sem propelente



Fotografadas pelo autor

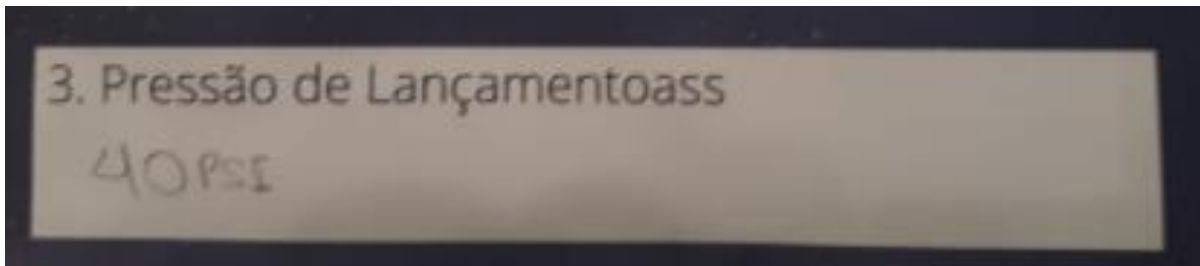
Figura 5.37 – Indicação da massa do foguete PET com propelente



Fotografadas pelo autor

Além da quantidade de água inserida no corpo propulsor do foguete, a pressão de lançamento também foi um valor constante e a pressão utilizada no primeiro lançamento serviu de base para os outros dois lançamentos. O valor para a pressão anotada no primeiro lançamento foi de 40 psi, conforme a Figura 5.38.

Figura 5.38 – Anotação da pressão utilizada no primeiro lançamento



Fotografado pelo autor

Após as anotações dos parâmetros preliminares do lançamento, iniciamos a realização dos três lançamentos para a determinação do alcance horizontal do foguete PET. Conforme proposto pelos alunos cada dupla ficou responsável por um dos lançamentos de modo que um membro da dupla ficou responsável em bombear o ar e ir atrás do foguete e o outro em acionar o gatilho e contar o tempo de voo.

Antes dos lançamentos, com a base posicionada e o foguete PET encaixado na base, verificou-se o ângulo de lançamento utilizando um esquadro de 45°, conforme a Figura 5.39. Um calço foi colocado na base, antes de cada lançamento, para garantir a angulação correta.

Figura 5.39 – Verificação do ângulo de lançamento



Fotografado pelo autor

O vídeo, contendo uma compilação dos lançamentos realizados pelo Grupo Azul, pode ser acessado através do *link*: <https://youtu.be/P2fCCJIu4Tc> e as Figuras 5.40, 5.41 e 5.42 mostram alguns momentos dos lançamentos visualizados através do vídeo que foi editado pelo programa *ApowerEdit*.

Figura 5.40 – Primeiro Lançamento



Filmado pelos alunos e editado pelo autor – disponível em: <https://youtu.be/P2fCCJIu4Tc>

Figura 5.41 – Segundo Lançamento



Filmado pelos alunos e editado pelo autor – disponível em: <https://youtu.be/P2fCCJlu4Tc>

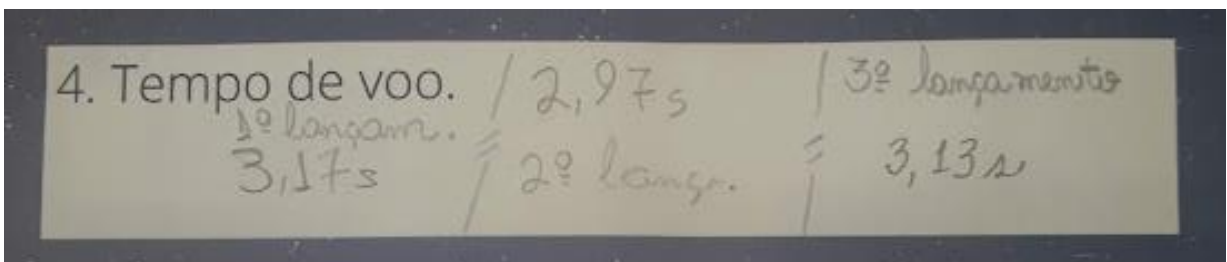
Figura 5.42 – Terceiro Lançamento



Filmado pelos alunos e editado pelo autor – disponível em: <https://youtu.be/P2fCCJlu4Tc>

Após cada lançamento os tempos foram anotados na folha de coleta de dados conforme a Figura 5.43.

Figura 5.43 – Anotação dos tempos de cada lançamento



Fotografado pelo autor

Além da medição do tempo, após os lançamentos, as distâncias alcançadas pelo foguete PET no solo, deveriam ser medidas e a ideia inicial seria utilizar um instrumento batizado de astrolábio horizontal (Figuras 5.44 e 5.45) que utilizaria o recurso da semelhança de triângulos na determinação do alcance horizontal. A figuras 5.46 mostra o esquema para medir longas distâncias que seria utilizado para essa medição.

Figura 5.44 – Quadro para medição

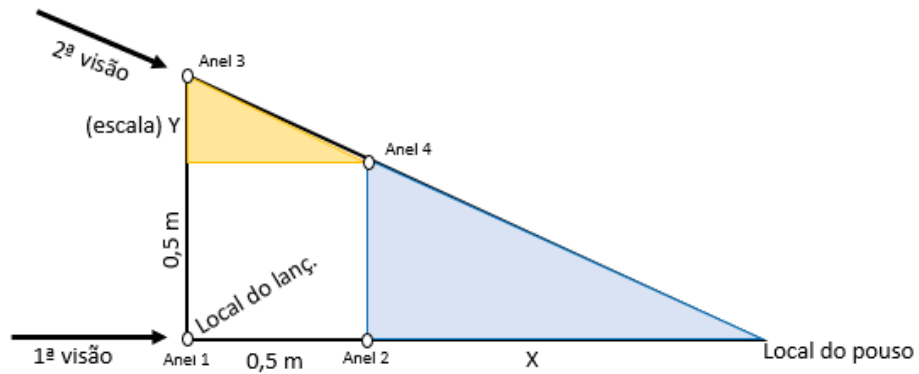


Figura 5.45 – Detalhe do cursor medidor



Construído e fotografado pelo autor

Figura 5.46 – Esquema para medição da distância horizontal atingida pelo foguete PET



Desenho elaborado pelo autor

A ideia para realizar essa medição consistia em que o aluno responsável por ir até o foguete se colocasse em pé no local de pouso. O aluno responsável em fazer a medição, na 1ª visão, deveria alinhar os anéis 1 e 2 com a aluno posicionado no local do pouso, conforme Figura 5.47, 5.48 e 5.49. Sem mover esse alinhamento, numa 2ª visão, movendo o cursor medidor, procurar o alinhamento dos anéis 3 e 4 com o aluno posicionado no local do pouso, conforme Figuras 5.50 e 5.51. Na sequência, utilizando a equação 5.7.1, construída utilizando-se o recurso matemático da semelhança de triângulos, seria possível determinar a distância D , através da equação 5.7.2, do local do lançamento até o local do pouso.

$$\frac{Y}{0,5} = \frac{0,5}{X} \quad (\text{eq. 5.7.1})$$

$$D = 0,5 + X \quad (\text{eq. 5.7.2})$$

Figura 5.47 – Primeiro Alinhamento



Figura 5.48 – Primeiro Alinhamento



Figura 5.49 – Primeiro Alinhamento



Fotografado pelos alunos

Figura 5.50 – Tentativa do Segundo Alinhamento



Figura 5.51 – Tentativa do Segundo Alinhamento



Fotografado pelos alunos

Apesar de todas as tentativas de medição não foi possível utilizar o astrolábio horizontal para determinar o alcance horizontal A do foguete PET. Algumas hipóteses foram levantadas pelos alunos, como segue:

1ª hipótese: O quadro deveria ser construído com 1 m de lado, e não com 0,5 m;
2ª hipótese: Como a distância atingida é muito grande o cursor não atinge um valor bem pequeno que possibilite alinhar os anéis 3 e 4.

Diante dessa situação a medição da distância precisou ser feita por uma trena de três metros, o que resultou em um trabalho enorme até chegar ao local do pouso do 1º lançamento conforme as Figuras 5.52 e 5.53. Uma bandeira foi afixada nesse ponto conforme Figura 5.54, a qual serviu de base para a medição dos outros dois lançamentos, considerando as possíveis diferenças para mais ou para menos.

Figura 5.52 – Medição e marcação da posição do primeiro lançamento



Figura 5.53 – Medição e marcação da posição do primeiro lançamento



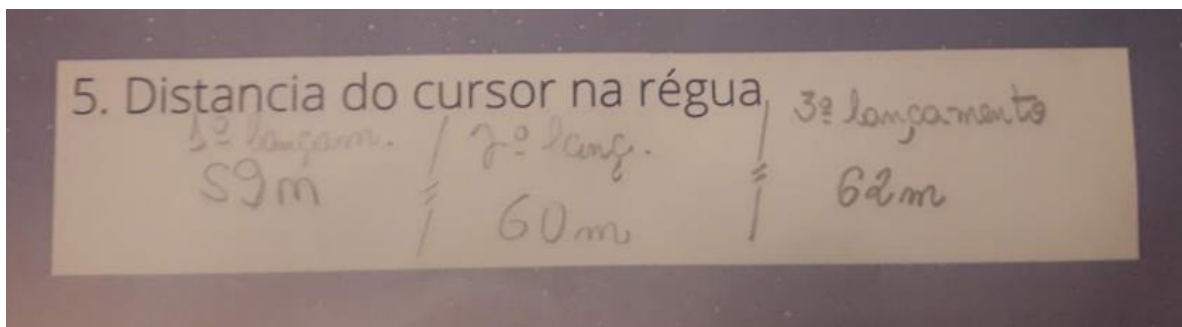
Figura 5.54 – Medição e marcação da posição do primeiro lançamento



Fotografado pelos alunos

Estabelecido um ponto padrão através do 1º lançamento, os outros dois lançamentos foram realizados e as medições foram anotadas na folha de coleta de dados conforme a Figura 5.55.

Figura 5.55 – Anotações das distâncias em cada lançamento



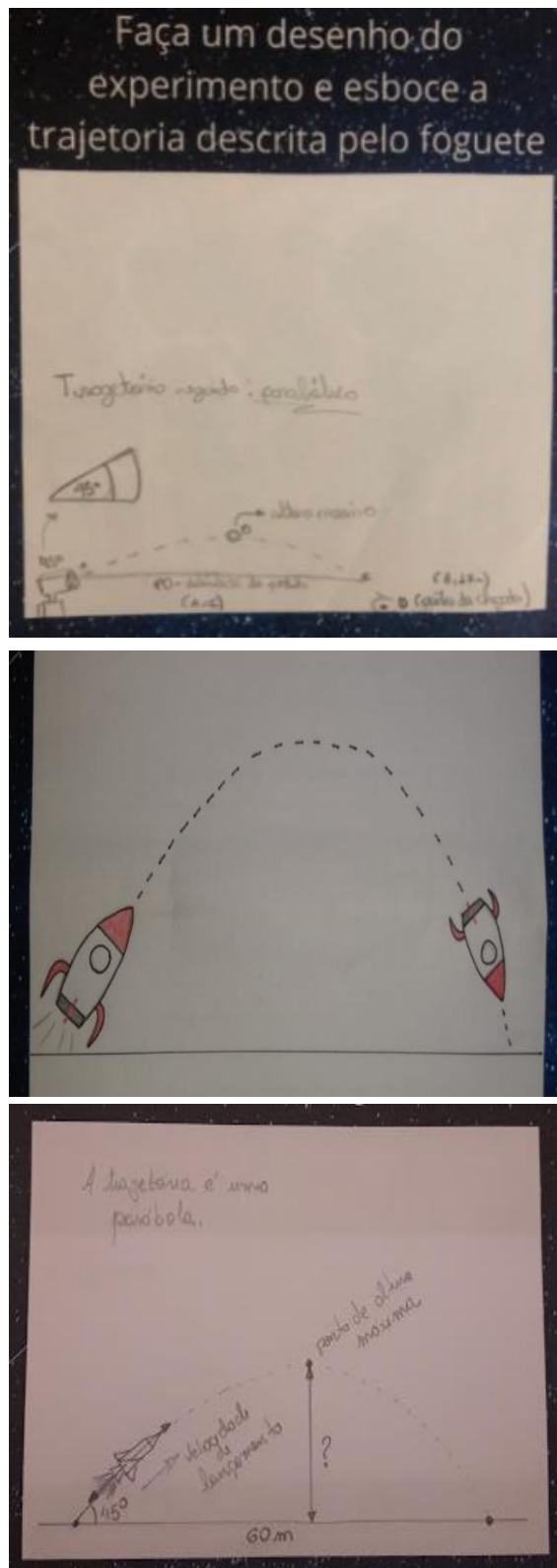
Fotografado pelo autor

5.8 – OBSERVAÇÕES E RESULTADOS

Após os lançamentos e coleta de dados os alunos foram orientados a preencher uma tabela com os dados e calcular os valores médios de cada parâmetro de lançamento.

Além disso, deveriam fazer um desenho do lançamento esboçando a trajetória descrita pelo foguete do ponto de lançamento até o pouso. Os resultados foram enviados por eles e são mostrados nas Figuras 5.56 e 5.57

Figura 5.56 – Desenhos e esboços da trajetória



Fotografados pelos alunos e enviados via WhatsApp

Figura 5.57 – Tabela com os valores coletados no lançamento e seus valores médios

	Massa Inicial (M _i) gramas	Massa Final (M) gramas	Pressão (p) psi	Tempo de voo (Δt) segundos	Alcance Horizontal (A) metros
1º Lançamento Valor 1 (V1)	6,20	1,70	40	3,17	59
2º Lançamento Valor 2 (V2)	6,20	1,70	40	2,97	60
3º Lançamento Valor 3 (V3)	6,20	1,70	40	3,13	60
Valor Médio (V _m)	6,20	1,70	40	3,09	60,3
$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}$					

Fotografado pelos alunos

Após o preenchimento destes formulários, marcamos a última aula *online* para fazer algumas observações em relação ao momento do lançamento e orientá-los nos cálculos finais para que os objetivos desse experimento fossem alcançados. A aula foi gravada (Figura 5.58) e para que os alunos tivessem acesso ilimitado no caso de eventuais dúvidas em relação aos cálculos, a aula foi editada e postada no *youtube* podendo ser acessada através do link <https://youtu.be/9qdBP62kHcs>.

Figura 5.58 – Aula final *online*

The screenshot shows a Microsoft Whiteboard interface with a grid background. A diagram of projectile motion is drawn with a dashed red parabolic path. The vertical axis is labeled 'y' and the horizontal axis is labeled 'x'. The origin is marked with 'O'. The peak of the path is marked with 'P' and the horizontal distance from the origin to the landing point is marked with 'A'. Handwritten equations include $y_p = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2 \cdot g}$ and $A = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\theta)}{g}$. A value $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ is also written. The board is titled 'aula final' and includes a video feed of the instructor, Paulo Sérgio P de Oliveira.

Fotografado pelo autor – Disponível em: <https://youtu.be/9qdBP62kHcs>

A última aula *online* serviu de base para que os alunos se apropriassem de alguns conceitos físicos relacionados à composição de movimentos, além de servir de base para os

cálculos dos parâmetros que fazem parte dos objetivos específicos desse trabalho. Os conceitos serão abordados de maneira mais profunda nos tópicos a seguir.

5.8.1 – Observações Sobre Espaço e Tempo Durante a Aceleração

A edição dos vídeos dos lançamentos possibilitou a determinação dos tempos de aceleração, a confirmação do tempo total de voo e a observação de conceitos relativos ao espaço percorrido no Movimento Uniformemente Acelerado durante o período de aceleração do foguete PET no momento do lançamento.

Durante o vídeo, estabelecemos com a ajuda de um dos alunos, que cada segundo equivale a 20 *frames* ou quadros para o editor *ApowerEdit*, utilizado nas edições, portanto cada quadro dura um tempo de 1/20 segundo que equivale a 5 centésimos de segundo (0,05 s). Analisando o vídeo quadro a quadro, conforme a Figura 5.59, percebemos que o tempo de vazão do propelente do corpo propulsor do foguete tem a duração de três quadros ou 15 centésimos de segundo (0,15 s). A determinação desse tempo foi possível contando a quantidade de quadros entre o momento do lançamento e o fim da ejeção considerado como o momento em que uma nuvem de vapor de água (pluma) aparece no vídeo.

Figura 5.59 – Aceleração quadro a quadro



Filmado pelos alunos e editado pelo autor

A constatação desse tempo de aceleração foi determinante no cálculo do empuxo utilizando a equação 4.6.11, do Capítulo 4.

Utilizando o procedimento citado anteriormente, fizemos a verificação do tempo de voo. Observando que entre o momento do lançamento e do pouso temos 62 quadros, e cada quadro equivale a 0,05 s, concluímos que o tempo de voo foi de 3,1 s, informação irrelevante na

determinação da velocidade inicial e da altura máxima atingida pelo foguete, mas importante para que os alunos tenham ciência de que o tempo contado por eles estava muito próximo do obtido através dos cálculos.

Outro aspecto percebido através da contagem de quadros foi o fato de que, durante o lançamento acelerado, conforme a velocidade aumenta os espaços percorridos são cada vez maiores. Esse efeito é percebido através da Figura 5.60.

Figura 5.60 – Demonstração do aumento das distâncias em função do tempo durante o lançamento, analisado quadro a quadro



Editado pelo autor

A figura 5.61 nos permite perceber que, sendo a propulsão acelerada, a velocidade aumenta com o tempo, fazendo com que distâncias sejam cada vez maiores, então podemos definir que $\Delta S_3 > \Delta S_2 > \Delta S_1$.

5.8.2 – Cálculos e Resultados

Para alcançar os objetivos específicos, a videoaula da Figura 5.44 seguiu o roteiro de, além de introduzir conceitos relacionados ao movimento composto em um lançamento de projéteis, instigar os participantes a calcular os parâmetros relacionados com esse conteúdo da Física no Ensino Médio. Todas as devolutivas foram enviadas pelos alunos foram feitas através do *WhatsApp*.

O primeiro passo foi o cálculo da velocidade de lançamento e altura atingida pelo foguete PET, com a premissa de não depender do tempo, pois entendemos que a contagem do tempo pelo cronômetro poderia ser uma medida imprecisa, mas, comparando a média dos tempos dos três lançamentos e o tempo contado pelo editor de vídeos, percebemos que ficaram bem próximos. Os cálculos foram realizados utilizando-se as equações 4.6.2, para calcular a

velocidade inicial de lançamento v_0 e 4.5.12, para calcular a altura máxima atingida y_p e as devolutivas foram feitas através de fotos conforme Figura 5.61.

Figura 5.61 – Cálculos da velocidade de lançamento e altura atingida

Handwritten calculations showing the derivation of initial velocity v_0 and maximum height y_p . The equations are:

$$v_0 = \sqrt{A \cdot g}$$

$$= \sqrt{60,3 \cdot 9,81}$$

$$v_0 = 24,3 \frac{m}{s}$$

$$y_p = \frac{24,3^2 \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{19,62}$$

$$y_p \approx 15 \text{ m}$$

Handwritten calculations using the trigonometric formula for vertical displacement. The equations are:

$$A = \frac{v_0^2}{9,81} \cdot \text{sen}(2\theta)$$

$$60,3 = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen} 90^\circ}{9,81}$$

$$v_0^2 = 60,3 \cdot 9,81$$

$$v_0 = \sqrt{591,54}$$

$$v_0 = 24,32 \frac{m}{s} \approx 90 \text{ Km/h}$$

$$y_p = \frac{(24,32)^2 \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{19,62}$$

$$y_p \approx 15 \text{ metros}$$

Handwritten calculations showing the derivation of initial velocity v_0 and maximum height y_p . The equations are:

$$A = \frac{v_0^2}{9,81} \cdot \text{sen}(2\theta)$$

$$v_0 = \sqrt{A \cdot g} = \sqrt{60,3 \cdot 9,81}$$

$$v_0 = 24,3 \frac{m}{s}$$

$$y_p = \frac{(24,3)^2 \cdot 0,5}{19,62}$$

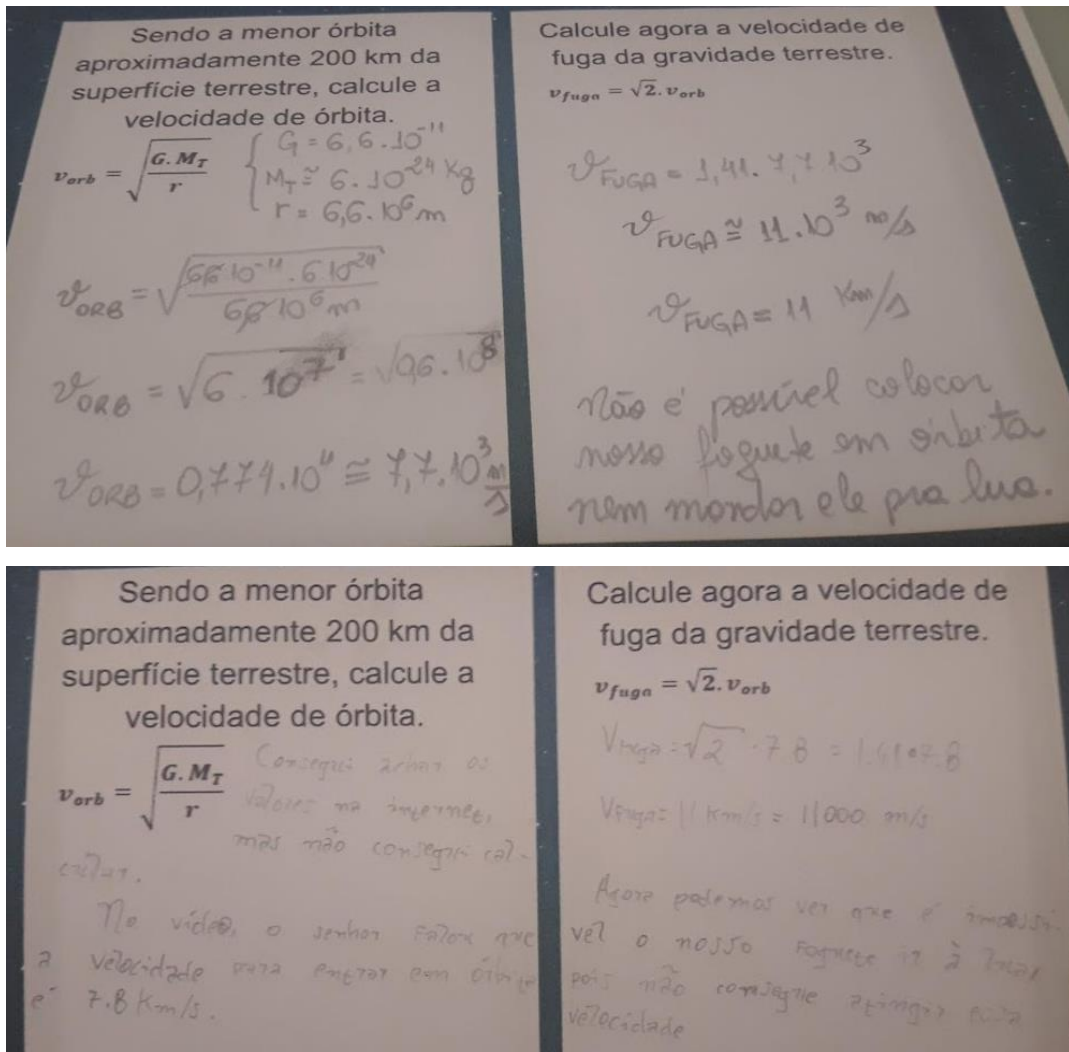
$$y_p = 15,05$$

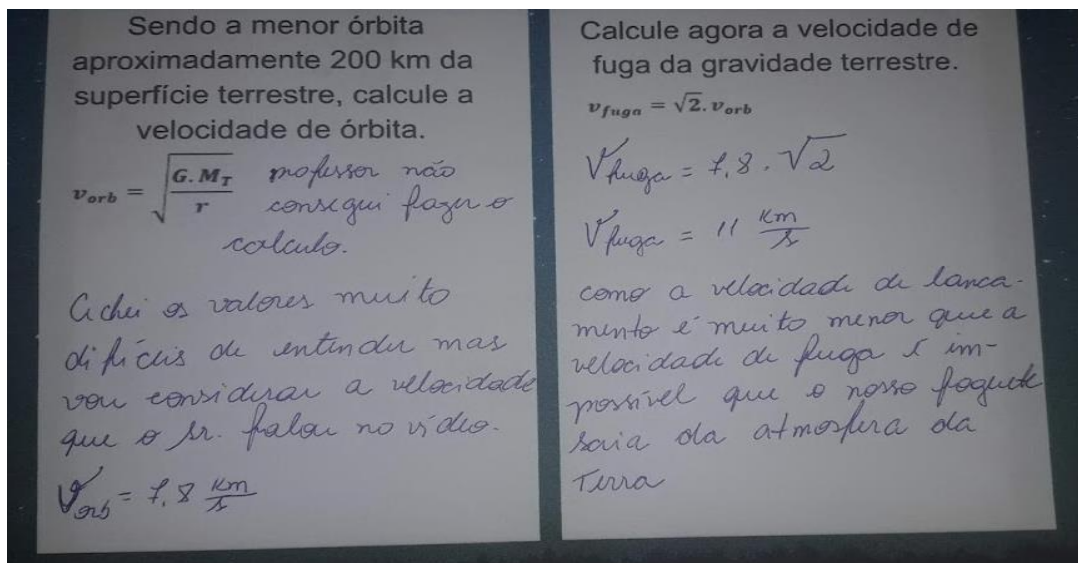
Fotografadas pelos alunos e enviadas via WhatsApp

Observando os resultados percebemos que um dos alunos, mesmo sem ser solicitado, calculou a velocidade de lançamento em km/h obtendo o valor de 90 km/h. Esse procedimento pode ser inserido nas próximas aplicações, pois pode ser útil para a percepção da velocidade pelos alunos, já que é uma unidade de velocidade mais próxima do cotidiano deles.

Na sequência os alunos foram convidados a calcular as velocidades de órbita v_{orb} e de fuga v_{fuga} de um corpo, utilizando as equações 4.8.2 e 4.9.6 e compará-las com a velocidade de lançamento e a altura atingida pelo nosso foguete PET. Esse convite foi feito através de uma pergunta provocadora: “É possível colocar nosso foguete PET em órbita ou mandá-lo para a Lua?” As devolutivas dos alunos são mostradas nas fotos enviadas por eles conforme a Figura 5.62.

Figura 5.62 – Cálculos das velocidades de órbita e fuga e comparação com a velocidade do foguete PET





Fotografadas pelos alunos e enviadas via WhatsApp

O próximo passo, definido através da videoaula, foi o cálculo da velocidade de ejeção de combustível v_{ej} , constituído de água e ar comprimido, que precisou um pouco mais de atenção da parte dos alunos, além do uso de uma calculadora científica, sendo que esse cálculo envolvia a determinação de um logaritmo neperiano (\ln), conceito que faz parte do conteúdo de Matemática do 2º ano do Ensino Médio e determina a dependência exponencial da variação de velocidade Δv com a variação de massa ΔM . As devolutivas dos alunos fazem parte da Figura 5.63 mostradas a seguir.

Figura 5.63 – Cálculo da velocidade de ejeção do combustível (água + ar)

$$v - v_0 = v_{ej} \cdot \ln\left(\frac{M_0}{M}\right)$$

$$24,32 = v_{ej} \cdot \ln\left(\frac{620}{173}\right)$$

$$v_{ej} = \frac{24,32}{1,28}$$

$$v_{ej} = 19 \text{ m/s}$$

$$v - v_0 = v_{ej} \cdot \ln\left(\frac{M_0}{M}\right)$$

$$v_{ej} = \frac{24,3}{\ln\left[\frac{620}{173}\right]}$$

$$= \frac{24,3}{1,276}$$

$$\approx 19 \text{ m/s}$$

$$v - v_0 = v_{ej} \cdot \ln\left(\frac{M_0}{M}\right)$$

$$v_{ej} = \frac{24,3}{\ln\left(\frac{620}{173}\right)} = \frac{24,3}{1,276} = 19,04 \text{ m/s}$$

como podemos ver a água sai do foguete com
essa velocidade

Fotografadas pelos alunos e enviadas via *WhatsApp*

Finalmente, o último passo foi a explanação sobre a equação 4.7.10, conhecida como primeira equação do foguete, idealizada por Konstantin Tsiolkovsky e como é possível determinar a força de empuxo T que empurra o foguete para cima, proveniente da aplicação da Terceira Lei de Newton no foguete PET, através do produto entre velocidade de ejeção de combustível v_{ej} e a taxa de variação de massa em função do tempo, representada por R e definida matematicamente por:

$$R = \frac{\Delta M}{\Delta t} \quad (\text{eq. 5.8.1})$$

Para o cálculo do empuxo, os alunos utilizaram as massas coletadas no dia do lançamento, sem e com propelente, e, por simples diferença, encontraram o valor de 447 g que precisou ser transformado em kg. Também utilizaram o tempo de aceleração contado quadro a

quadro do vídeo editado, conforme Figura 5.60, definido anteriormente como sendo de 15 centésimos. A Figura 5.64 representa os resultados encontrados pelos alunos.

Figura 5.64 – Cálculo da força de empuxo

$$T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

$$|\Delta M| = |173 - 620|$$

$$|\Delta M| = 447 \text{ g}$$

$$\Delta t = 0,15 \text{ s}$$

$$T = 19 \cdot \frac{\frac{447}{1000}}{0,15}$$

$$T = 56,6 \text{ N}$$

$$T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

$$\Delta M = 620 - 173$$

$$\Delta M = 447 \text{ g} - 1000 = 0,447 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 0,15 \text{ s}$$

$$T = 19,04 \cdot \frac{0,447}{0,15}$$

$$T = 56,74 \text{ N}$$

Força de empuxo

$$T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

$$\Delta M = 620 - 173$$

$$\Delta m = \frac{447 \text{ g}}{1000} = 0,447 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 0,15 \text{ s}$$

$$T = 19,04 \cdot \frac{0,447}{0,15}$$

$$T = 56,74 \text{ N}$$

Força de empuxo

Fotografadas pelos alunos e enviadas via WhatsApp

Diante dos, dados coletados, cálculos e resultados, apresentados por cada dupla de alunos do Grupo Azul, podemos extrair algumas conclusões que serão abordadas no próximo capítulo.

Capítulo 6

CONCLUSÃO

A aplicação deste experimento não tinha a menor intenção de provocar uma competição em relação à distância atingida pelo foguete PET, mas estudar conceitos físicos importantes relacionados ao movimento de projéteis. Conforme podemos ver por meio da análise dos resultados registrados na Revista de Aplicação, distribuída aos estudantes por ocasião do lançamento para anotação dos dados e posterior realização dos cálculos, a aplicação do experimento proposto para demonstrar, quantitativamente, conceitos físicos relacionados à composição de movimentos, foi eficaz em instigar os alunos no estudo desse tema, muitas vezes negligenciado nas escolas públicas durante as aulas por falta de propostas experimentais, e identificar pontos de curiosidade e admiração dos estudantes em relação ao lançamento de foguetes PET.

Dessa forma identificamos que, por meio da aplicação dessa atividade, o conteúdo pode ter sido assimilado pelos estudantes, visto que suas respostas foram coerentes com os valores coletados e com as observações feitas no local do lançamento.

A aplicação do experimento, bem como os cálculos realizados, exigiu dos estudantes que trabalhassem com conceitos abstratos, como campo gravitacional, força de empuxo e variação de massa, entre outros. Portanto, recomenda-se que o experimento seja executado em turmas do Ensino Médio que já possuam um certo grau de letramento científico relacionado com os conceitos de velocidade e distância, conhecimentos de unidades de medida do Sistema Internacional de Unidades e conceitos matemáticos como funções, parábolas, ângulos e logaritmos.

Ficou claro também que esse experimento proporcionou a interação e a cooperação entre os participantes. De acordo com relatos dos próprios estudantes foi uma atividade que os motivou a procurar cada vez mais o conhecimento, visto que possibilitou o engajamento no processo ensino-aprendizagem, na socialização e na manutenção do meio ambiente, pois utilizaram materiais recicláveis na construção do foguete PET e materiais de baixo custo na construção da base de lançamentos.

Esses materiais podem ser reutilizados e são acessíveis em seu cotidiano. Frequentemente são utilizados com os mais diversos fins, mas, neste experimento foram utilizados para fins

educacionais. Se considerarmos a crescente utilização de computadores e celulares, recursos necessários para a eventual aplicação de forma remota, acreditamos que os resultados superaram nossas expectativas.

Para muitos estudantes, o estudo da Terceira lei de Newton e da composição de movimentos utilizando o lançamento de um foguete PET, bem como a realização do lançamento ao ar livre, serviram para instigar a curiosidade e motivar para o aprendizado aumentando o interesse dos estudantes no estudo da Física. Além disso, o uso de tecnologias digitais, como computadores e *smartphones*, foi imprescindível na aplicação remota do produto.

Esse interesse foi expresso pelos alunos em um relato do experimento escrito por eles, disposto no Anexo, onde podemos ver o nível de interesse dos estudantes em continuar aprendendo por experimentos e, em um dos casos, uma proposta de fazer um lançamento noturno utilizando como contrapeso um sistema de LED e baterias para iluminar a trajetória descrita pelo foguete.

Considerando a grande quantidade de tecnologias digitais à disposição, é indispensável que os professores sejam capacitados de modo a evoluir em seus métodos educacionais para que o ensinar seja uma prática moderna e que acompanhe a mudança dos alunos em relação ao uso de tecnologias ampliando suas possibilidades em ambientes escolares formais e não formais. O professor do século XXI deve estar sempre atualizado para explorar as potencialidades que essas tecnologias oferecem ao modelo de ensino híbrido.

Dos 21 Alunos que começaram o curso, apenas sete realizaram o lançamento do foguete e somente três devolveram os cálculos e suas impressões sobre o experimento. O trabalho feito com esses alunos visa reforçar o protagonismo esperando que eles sejam multiplicadores do conhecimento, agentes de divulgação e em uma próxima oportunidade de aplicação sejam colocados como monitores para auxiliarem o professor nos trabalhos.

Em vista de tudo o que foi abordado e observado neste trabalho e na aplicação do produto, esperamos que ele seja utilizado para a melhoria do ensino da Terceira lei de Newton e da composição de movimentos, bem como na elucidação de problemáticas do lançamento de foguetes. Também almejamos que seja aliado do professor no ensino de Física em sala de aula e fora dela, e sirva de instrumento motivador para a socialização, cooperação, preservação do meio ambiente e do protagonismo juvenil, além de motivar a realização de outras atividades práticas em ambientes não formais de ensino, com materiais de baixo custo aumentando as possibilidades de experimentação na escola pública.

REFERÊNCIAS

ADABO, G. **Teoria e Experimentação na Física**: os desafios na confirmação das hipóteses. Com *Ciência*, n.156. Campinas, 2014 – Disponível em: <http://comciencia.scielo.br/scielo.php?script=sci>. Acesso em: 30 de outubro de 2021.

ARAÚJO, M.S.T. e ABIB, M.L.V.S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, São Paulo, 2003.

ASSOLINI, Elaine. Professor sem formação específica, problema a ser solucionado. Entrevista concedida a Sandra Capomaccio. *Jornal da USP*. São Paulo. Fevereiro de 2017.

BACICH, L., TANZI NETO, A., TREVISANI, F. M., **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. In: BACICH, L., TANZI NETO, A., TREVISANI, F. M. (Org.). **ENSINO HÍBRIDO: personalização e tecnologia na educação 2ª ed.** Ed. Penso, Porto Alegre, 2015, 270 p.

BASSOLI, Fernanda. Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. **Ciência & Educação**, v. 20, n. 3, Bauru ,2014.

BORGES, A.T. Novos Rumos para o Laboratório Escolar de Ciências. – In: STUART, N. (Org.). *Coleção explorando o ensino – Física: Ensino Médio*. Brasília: Ministério da Educação, 2006, p. 30-45.

BOHRER, M. A Pedagogia Histórico-Crítica e a Avaliação. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná. Paraná, 2017. Acesso em 03/12/2021. Disponível em: <https://reitoria.ifpr.edu.br/wp-content/uploads/2017/03/A-Pedagogia-Hist%C3%B3rico-Cr%C3%ADtica-e-a-Avalia%C3%A7%C3%A3o-Marcos-Bohrer.pdf>

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil. 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm, Acesso em: 24 de outubro de 2021.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 13.415/2017. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm, Acesso em: 11 de outubro de 2021

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. 2018

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, INEP. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=456210>, Acesso em: 11 de outubro de 2021.

COSTA, L. G.; BARROS, M.A. **O Ensino da Física no Brasil: problemas e desafios**. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/21042_8347.pdf. Acesso em: 18 janeiro 2021.

CREMASCO, P.R.P., PEREIRA, R.S.G., LUCAS, L.B., SIPEC I. CIÊNCIA, TECNOLOGIA, SOCIEDADE E AMBIENTE: UM OLHAR A PARTIR DE ALGUMAS PESQUISAS. *arqmudi*. dezembro de 2017, v. 21, N.03, p. 166-177. Disponível em: <https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ArqMudi/article/view/40952>

DOMINGUES, S.G., O ensino-aprendizagem por projetos no ensino médio: estudo crítico de um caso em implantação numa escola pública paulista, Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006, 154 p.

FERREIRA, J. M. **Um Olhar Sobre a Evasão no curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual do Centro-Oeste** “disponível em:” https://www2.unicentro.br/fisica/files/2017/12/TCCfinal_JULIANAMACHADO.pdf?x63480&x63480. Acesso em: 24/09/2020

FIOLHAIS, C., TRINDADE, J., Física no computador: o Computador como uma Ferramenta no Ensino e na Aprendizagem das Ciências Físicas, **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 25, n. 3, setembro, 2003

FORÇA, A.C., LABURÚ, C.E., SILVA, O.H.M., **Atividades Experimentais no Ensino de Física: teorias e práticas**. Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2016.

FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia. Saberes necessários à prática docente*. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

GOULART, Débora; CÁSSIO, Fernando. A farsa do ensino médio self-service. **Le Monde Diplomatique Brasil**, São Paulo, n.175, Ano 14. Fevereiro de 2022. Disponível em: https://diplomatique.org.br/a-farsa-do-ensino-medio-self-service/#_ftn1 Acesso em: 02 de fevereiro de 2022

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J., *Fundamentos da Física: Mecânica – v. I. – LTC*, Rio de Janeiro, 2012.

HEWITT, P.G. **Física Conceitual**. 9ª edição. Rio Grande do Sul. Bookman Companhia Editora, 2002.

HODSON, D. Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio. **Enseñanza de Las Ciencias**. v.12, n.3, p. 299-313, Toronto, 1994

HORN, M. V.; STAKER, H. **Blended**: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação. Porto Alegre: Penso, 2015. 314 p.

HORVATH, J.E., **O ABCD da Astronomia e Astrofísica**. São Paulo: Livraria de Física, 2008.

JARDIM, D.F. et al., **Um estudo acerca da medida da aceleração da gravidade no campus da UFVJM em Teófilo Otoni**. Revista Vozes dos Vales. UFVJM. n. 12. Ano VI. Teófilo Otoni, 2017

KUSSUDA, S. R., Um Estudo Sobre a Evasão em um Curso de Licenciatura em Física: discursos de ex-alunos e professores. Tese (Doutorado e Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, p. 47, 2017

MAGALHÃES, M.G.M., et.al., **Utilizando Tecnologia Computacional na Análise Quantitativa dos Movimentos: uma atividade para alunos do ensino médio** – In: STUDART, N. (Org.). Coleção explorando o ensino – Física: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2006, p. 133-139.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C.F. Possibilidades e Limitações das Simulações Computacionais no Ensino de Física. – In: STUDART, N. (Org.). Coleção explorando o ensino – Física: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2006, p. 46-58

MENDES, M. **Uso de simuladores no ensino de Física**, 2021. Disponível em: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/uso-simuladores-no-ensino-fisica.htm> Acesso em: 30/01/2021

MONTEIRO, M. A. A. **O Uso de Tecnologias Móveis no Ensino de Física: Uma Avaliação de Seu Impacto Sobre a Aprendizagem dos Alunos**. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, Belo Horizonte, v. 16, n. 1, p. 1-15, 2016.

MORAES, L. E.; GEBARA, M. J. F. **La Física Ambiental como estrategia para la enseñanza de la Física**. In: Jesús Angel Meneses Villagrà; Maria José Fontana Gebara. (Org.). Estrategias Didàcticas para la Enseñanza de la Física. 1ed. Burgos. Universidade de Burgos. 2018. v. 1, p. 63-79.

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.A.F.S. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. São Paulo, Editora Moraes. 1982.

MOREIRA, M.A. Teorias de Aprendizagem. São Paulo. EPU. 1999.

MOREIRA, M. A. A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula. Brasília: Universidade de Brasília. 2006

NEVES, M.S.; CABALLERO, C.; MOREIRA, M.A. Repensando o papel do trabalho experimental, na aprendizagem da Física, em sala de aula – Um estudo exploratório. Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, v. 11, n. 3, 2006.

NINOW, V. KAIBER, C. T., O Projeto “Lançamento de Projéteis”: uma perspectiva para o ensino e aprendizagem de matemática, REVEMAT, v. 11, n. 2, p. 300-317, Florianópolis, 2016.

NOVO ENSINO MÉDIO – Perguntas e Respostas, portal.mec.gov.br, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=40361> Acesso em: 11, outubro, 2021.

NUSSENZVEIGH, H. M., Curso de Física Básica – v. 1 – 4ª ed. – Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 2002.

OLIVEIRA, A. B., *Protagonismo juvenil: o programa Aprendiz Comgás no município de Campinas*. Campinas: PUC-Campinas, 2009. Disponível em: <http://tede.bibliotecadigital.puc-campinas.edu.br:8080/jspui/bitstream/tede/624/1/Anselmo%20Batista%20de%20Oliveira.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2020.

OLIVEIRA, M. A. S., Os Aspectos Físicos e Matemáticos do Lançamento do Foguete de Garrafa PET, Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2008.

PARANÁ, D. N. S. et.al. Anglo: ensino médio – livro texto, v.1 – cad. 2 – Anglo. São Paulo, 2002.

PERRENOUD. P., Construir as competências desde a escola. Artes Médicas Sul, Porto Alegre, 1999.

PIETROCOLA, M. **Ensino de Física:** conteúdo, metodologia e epistemologia em uma concepção integradora – Org. Ed. UFSC, Florianópolis, 2006. 236 p.

PINHEIRO, E.C. **Equações de Clohessy-Wiltshire:** modelo linear para variação de massa nas manobras evasivas de veículos espaciais. UNESP, Guaratinguetá, 2018, 103 p.

PONCZEK, R. L., **Deus, ou seja, a Natureza:** Espinosa e os novos paradigmas da Física. EDUFBA, 2009. 352 p.

REIS, T.O., Estudo Experimental da Lei de Faraday da Indução Eletromagnética Utilizando um Smartphone e um Computador. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2018.

RODRIGUES, S. **Por que faltam professores de Física no Brasil**, 14 nov. 2013. Disponível em: <http://blogs.iadb.org/2013/11/14/por-que-faltam-professores-de-fisica-no-brasil/> Acesso em 24/09/2020

RODRIGUES, L. R. et.al., Projeto Interdisciplinar: Foguete a Propulsão de Água e Pressão de Ar. XLI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, setembro 2013.

ROSITO, B. A. **O Ensino de Ciências e a experimentação.** In: MORAES, R.(org). Construtivismo e Ensino de Ciências: Reflexões Epistemológicas e Metodológicas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2003, p. 195-208.

SÃO PAULO. *Currículo Paulista*. São Paulo: SEE, 2019. p. 28. Disponível em: http://www.escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Portals/84/docs/pdf/curriculo_paulista_26_07_2019.pdf. Acesso em: 3 jan. 2021.

SILVA, L.A.; PETRY, Z.J.R.; UGGIONI, N. **Desafios da Educação em Tempos de Pandemia:** como conectar professores desconectados, relato da prática do estado de Santa Catarina. In. PALÚ, J.; SCHÜTZ, J.A.; MAYER, L. (Org.). Desafios da educação em tempos de pandemia, Cruz Alta. Ed. Ilustração. 2020. p.19-36

SERÉ, M.G. et al, **O Papel da Experimentação no Ensino de Física.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física. v. 20, n. 1, p. 30-42, Florianópolis, abril de 2003.

SOUZA, J. A., **Um foguete de garrafa PET.** Física na Escola, v. 8, n. 2, São Carlos, 2007.

SOUZA, C.A., Estudo do Lançamento Oblíquo Utilizando Réplicas de Armas Medievais, dissertação de Mestrado, Tramandaí, 2020.

YATEGASHI, S.F.R. et al., **Novas Tecnologias Digitais: Reflexões sobre mediação, aprendizagem e desenvolvimento.** Ed. CRV, Curitiba, 2017

ZABALA, A. A Prática Educativa: como ensinar. Ed. ArtMed. Porto Alegre. 1998

ZAPAROLLI, D. **Pronto para Decolagem.** Revista Pesquisa FAPESP, ano 22, n.307, p. 69 e 70, São Paulo. 2021

APÊNDICE

ROTEIRO PARA O PROFESSOR

LANÇAMENTO DE FOGUETES PET NO CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO: UM CONVITE PARA O APRENDIZADO DA COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS E DA TERCEIRA LEI DE NEWTON POR UM SISTEMA DE MASSA VARIÁVEL

Resumo

O experimento proposto tem como objetivo auxiliar no estudo da composição de movimentos, bem como na comprovação experimental da Terceira lei de Newton em um sistema de massa variável, utilizando um simulador computacional de lançamento oblíquo e os dados obtidos através do lançamento de um foguete construído com garrafas PET e um lançador fabricado com materiais de baixo custo. Espera-se que os estudantes, através do simulador fornecido pelo aplicativo PhET-Colorado, sejam induzidos a descobrir o melhor ângulo de lançamento que produza o maior alcance horizontal e a observar o comportamento do foguete em vários ângulos de lançamento virtual como 30° , 45° e 60° , a verificar a dependência do alcance horizontal com a velocidade de lançamento, a se apropriarem da interação entre a Física e a Matemática através da observação da trajetória do foguete e a reconhecer, quantitativamente, alguns parâmetros físicos relacionados ao lançamento, tais como: velocidade inicial de lançamento, alcance horizontal, altura máxima atingida, tipos de movimento envolvidos e forças que atuam no foguete durante o lançamento. Com os dados obtidos no lançamento, espera-se que os alunos observem que a variação de massa, no momento do lançamento, é proporcional à velocidade do lançamento do foguete e que a propulsão é resultado da aplicação da Terceira lei de Newton na ejeção do propelente. Com as observações, espera-se ainda que o estudante relacione esse movimento com o sistema de referência cartesiano e conclua que na direção vertical o movimento é acelerado e na direção horizontal o movimento é uniforme. Este experimento permite que o aluno compreenda as relações do lançamento feito por eles com conceitos da Astronomia, como gravidade na Terra e em vários corpos celestes, como outros planetas e Sol, além de calcular as velocidades de órbita e de fuga da atmosfera terrestre, bem como possíveis órbitas de satélites e foguetes.

Palavras-chave: Sistema de Massa Variável, Terceira Lei de Newton, Composição de Movimentos, Foguete PET, Simuladores de Lançamentos.

INTRODUÇÃO

Este roteiro é um minicurso que utiliza o lançamento de foguetes de garrafas PET uma excelente ferramenta no ensino da composição de movimentos e da Terceira lei de Newton destinado a estudantes do Ensino Médio de todos os níveis, que pode ser ministrado no âmbito da proposta de Eletivas de escolas públicas e privadas.

É comum que a Física seja vista como a grande vilã por alunos do Ensino Médio criando uma barreira entre o aluno e a aprendizagem durante toda a vida acadêmica dos estudantes, barreira que se estende até o ensino superior.

Dessa forma, escolhemos utilizar o lançamento de foguetes de garrafa PET, pois, além de ter baixo custo na sua construção, lançado obliquamente, pode ser utilizado na demonstração de praticamente todos os conceitos envolvidos na Composição de Movimentos e da Terceira lei de Newton, de forma empolgante.

Com esse minicurso esperamos que os alunos derrubem a barreira e enxerguem a Física de uma perspectiva mais acessível, facilitando a construção de conhecimentos de forma que protagonizem esse processo.

Todas as atividades propostas visam reaproximar os estudantes da Ciência, possibilitando que os conceitos físicos, levantados durante a aplicação das atividades, sejam aprendidos de maneira significativa, proporcionando a mudança do paradigma descrito acima acerca da Física.

Este trabalho foi desenvolvido para ser aplicado presencialmente ou remotamente e inclui:

- Agendamento de aulas remotas via *GoogleMeet*, que é a plataforma institucional da Secretaria de Estado da Educação, para discussão teórica sobre a Física envolvida nos lançamentos de foguetes PET;
- Uso de Simulador de Movimento de Projéteis na demonstração dos conceitos teóricos tratados em aula;
- Roteiros de atividades práticas, que abordam desde a construção de protótipos para os lançamentos até a determinação da velocidade e da utilização da Terceira lei de Newton na propulsão de foguetes. Cada roteiro contém data de devolutiva, objetivos, habilidades a serem desenvolvidas, lista de materiais e os procedimentos para a construção dos foguetes, trazendo ainda imagens e vídeos de como os protótipos de foguetes podem ser montados;

- Instruções para a preparação de um kit de montagem com as peças necessárias para a construção da base de lançamentos com manual de montagem impresso;
- Um Guia de Experimentação em formato de revista, denominado “Revista de Aplicação”, utilizado para coleta de dados do lançamento e cálculo dos resultados depois do lançamento, que podem ser usados como meios de avaliação do aprendizado dos alunos.

Esperamos que este material seja um aliado para os docentes no processo de construção de uma aprendizagem mais significativa no ensino da Composição de Movimentos e da Terceira lei de Newton utilizando um sistema de massa variável analisado através do lançamento de um foguete de garrafas PET construído e lançado pelos alunos, assuntos que muitas vezes são ensinados de forma unicamente expositiva.

Desejamos também que o uso de ambientes de ensino não formais e métodos não convencionais, como aulas à distância, representem um auxílio na desmistificação da Física quanto Ciência.

Pré-requisitos

O Experimento proposto é destinado a alunos do Ensino Médio, sendo assim recomenda-se que antes da aplicação do experimento, alguns conceitos básicos de Mecânica Clássica já tenham sido trabalhados. Os conceitos que consideramos como pré-requisitos que podem ajudar na compreensão dos conteúdos trabalhados através do lançamento, são:

- Movimento Uniforme;
- Movimento Uniformemente Variado;
- Gravidade.

Além desses conceitos, é importante que os estudantes envolvidos na realização do experimento sejam capazes de desenvolver cálculos matemáticos relacionados às operações básicas, além de terem conhecimentos de gráficos e funções.

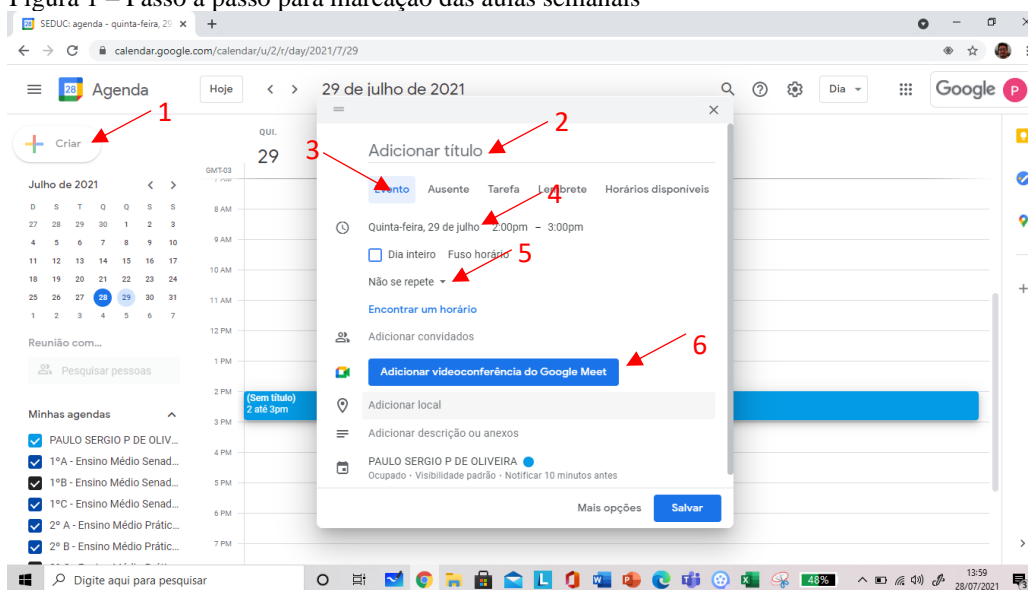
Como os temas mencionados acima são importantes para o desenvolvimento da atividade experimental proposta, garantindo que o estudante consiga acompanhá-la de forma eficiente, antes de iniciar o desenvolvimento das atividades, recomenda-se uma revisão que sane eventuais dúvidas e garanta a eficácia no aprendizado além de permitir que os estudantes façam a ligação, de maneira construtiva, desses temas com as questões levantadas no experimento.

Para que a comunicação entre o professor e os alunos seja rápida, crie um grupo no *WhatsApp* ou outro canal de comunicação instantâneo para comunicados, marcação de aulas, discussões e troca de ideias e, além disso, o professor deve disponibilizar seu e-mail institucional para a devolutiva de atividades e resultados.

O professor pode utilizar vários recursos digitais disponíveis para ministração das aulas, mas, aproveitando a conta do *Google* da instituição de ensino, o ideal é criar um *link* para aulas programadas pelo aplicativo *Google Meet*, disponibilizado pela instituição de ensino. Todas as aulas devem ser gravadas e disponibilizadas, via *e-mail*, *Google Classroom* ou ambiente virtual de aprendizagem propiciado pela escola, para que os alunos possam acessá-las quando tiverem necessidade de tirar dúvidas.

Segue o roteiro para criação do *link* das aulas conforme a Figura 1.

Figura 1 – Passo a passo para marcação das aulas semanais



Passo 1: Clique em “Criar”, uma janela se abrirá;

Passo 2: Adicione um título à sua escolha;

Passo 3: Clique em “Evento”;

Passo 4: Escolha o dia e hora das aulas semanais;

Passo 5: Clique em “Não se repete” e escolha “semanalmente”;

Passo 6: Clique em “Adicionar videoconferência” um *link* será criado.

Agora é só copiar o *link* e enviá-lo para seus alunos via *WhatsApp* ou outro meio de comunicação.

O desenvolvimento da proposta será dividido em 4 aulas, sendo as duas primeiras para as apresentações do programa e desenvolvimento da construção do foguete e da base de lançamento, a terceira ao ar livre e a para o lançamento do foguete PET e a última para a discussão dos resultados.

AULA 1

Parte 1 – Verificação dos Conhecimentos sobre Gravidade e Força Peso

Antes da prática experimental é necessário que seja feita uma aula remota com os estudantes, utilizando o link programado, para a verificação dos conhecimentos dos alunos em relação aos lançamentos e a introdução de alguns conceitos iniciais.

Para isso, *Word* ou *PowerPoint*, compartilhe uma tela com as seguintes questões:

1ª questão – O que você entende por lançamento?

2ª questão – Se pensarmos em um foguete, como ele pode ser lançado?

3ª questão – Considerando os ângulos de lançamento de 30°, 45° e 60°, em qual deles o alcance horizontal é máximo?

4ª questão – Se quiséssemos aumentar o alcance horizontal máximo qual variável deveria ser aumentada no lançamento?

5ª questão – Por que, nos lançamentos vertical e oblíquo, em determinado momento, o foguete para de subir e começa a descer?

Após as trocas de ideias sobre as questões, pode-se compartilhar um vídeo que exhibe alguns conceitos como gravidade, força gravitacional, velocidade de órbita, possíveis órbitas e lançamento de foguetes, conforme o Vídeo 1.

Vídeo 1 – Vídeoaula sobre conceitos básicos de astronomia

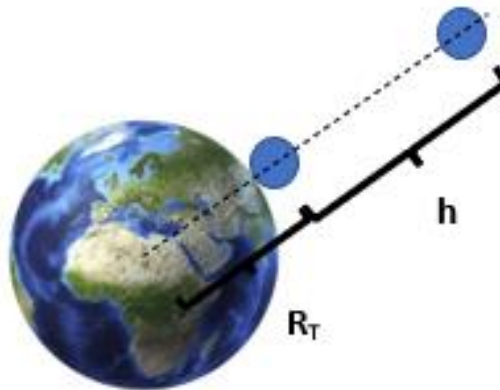


Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=rwG9mlnIH3g>

É importante que os alunos compreendam que a aceleração da gravidade na superfície terrestre é sempre apresentada, nos livros didáticos, com um valor constante de 10m/s^2 , por conveniência, para facilitar os cálculos, mas, um melhor valor médio aproximado para a gravidade é de $9,81\text{m/s}^2$. Além disso, ela sofre alterações dependendo da altitude e da latitude.

Se considerarmos um valor aproximado para a aceleração da gravidade, para qualquer corpo na superfície terrestre como $9,81\text{ m/s}^2$, esse valor sofre uma diminuição se a altura **h**, em relação à superfície terrestre aumentar conforme a Figura 2.

Figura 2: Corpo na superfície terrestre e corpo à altura h



Elaborada pelo autor

Compartilhe com os alunos a Tabela 1 com a variação da aceleração da gravidade em função da altitude para latitude constante de 45°.

Tabela 1: Variação da aceleração da gravidade em função da altitude (latitude de 45°)

Altitude(m)	0	40000	80000	200000
$g(m/s^2)$	9,81	9,69	9,57	9,22

Fonte: WERLANG, 2011 *apud* Souza, 2020 – Adaptado pelo autor

Como a Terra é achatada nos polos, o raio médio nessas regiões é menor do que nos trópicos. Sendo assim, como a gravidade é inversamente proporcional ao quadrado do raio, nessas regiões a gravidade apresenta valores maiores que nos trópicos.

Compartilhe com os alunos a Tabela 2 que apresenta alguns valores para aceleração da gravidade em determinados pontos latitudinais do globo terrestre:

Tabela 2: Variação da aceleração da gravidade em função da latitude

Latitude	0°	30°	60°	90°
$g(m/s^2)$	9,7805	9,7934	9,8193	9,8322

Fonte: LOPES, 2008 – Adaptado pelo autor

Após a apresentação dos aspectos que provocam variação na aceleração da gravidade, pode-se promover uma discussão sobre a questão peso e massa, compartilhando a “tirinha” do personagem Garfield[®] que consta na Figura 3, com ênfase no fato de que, pelo senso comum, existe uma confusão entre os conceitos de massa e peso.

Figura 3 – Tirinha de Garfield sobre força peso



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/probleminha-peso-x-massa/>

Nessa discussão é importante que os alunos cheguem às seguintes conclusões:

1. A massa é um valor constante em todo o Universo e não sofre influência da aceleração da gravidade;
2. O valor da aceleração da gravidade é diferente dependendo do planeta ou satélite natural em que um corpo de massa qualquer está;
3. Em cada ponto do Universo a força de atração gravitacional sofre alteração dependendo do corpo celeste considerado.

Compartilhe com os alunos a Tabela 3 que apresenta valores diferentes da aceleração da gravidade para alguns corpos celestes.

Tabela 3 – Tabela de valores para a aceleração da gravidade em alguns corpos celestes

Corpos Celestes	Aceleração da Gravidade em m/s^2 (aprox..)
Sol	237
Lua	1,7
Mercúrio	3,8
Vênus	8,6
Terra	9,8
Marte	3,7
Júpiter	24,8
Saturno	10,5
Urano	8,5
Netuno	10,8
Plutão	5,9

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/gravidade/> - Adaptado pelo autor

Parte 2 – Uso do Simulador na Composição de Movimentos

Leia o texto: “Vamos considerar um objeto lançado obliquamente para cima sem sofrer qualquer resistência advinda do ar em sua volta. O corpo atinge uma altura máxima ao parar no ponto mais alto da trajetória. O que é responsável pela diminuição de velocidade na subida e o aumento de velocidade na descida logo após a inversão de movimento que ocorre no ponto mais alto da trajetória?”

É comum que os alunos cheguem à conclusão de que a aceleração da gravidade é responsável por isso.

Para a confirmação dessa conclusão pode-se usar um simulador computacional de Movimento de Projéteis, fornecido pelo site PhET-Colorado e idealizado pela Universidade do Colorado, Estados Unidos da América (EUA). Para utilizar o simulador durante a aula pode-se utilizar o seguinte passo a passo:

1º passo. Abra o simulador numa aba do *Google* digitando “*PhET-Colorado*”;

2º passo. Selecione em “Simulações de Física” o simulador “Movimento de Projétil”

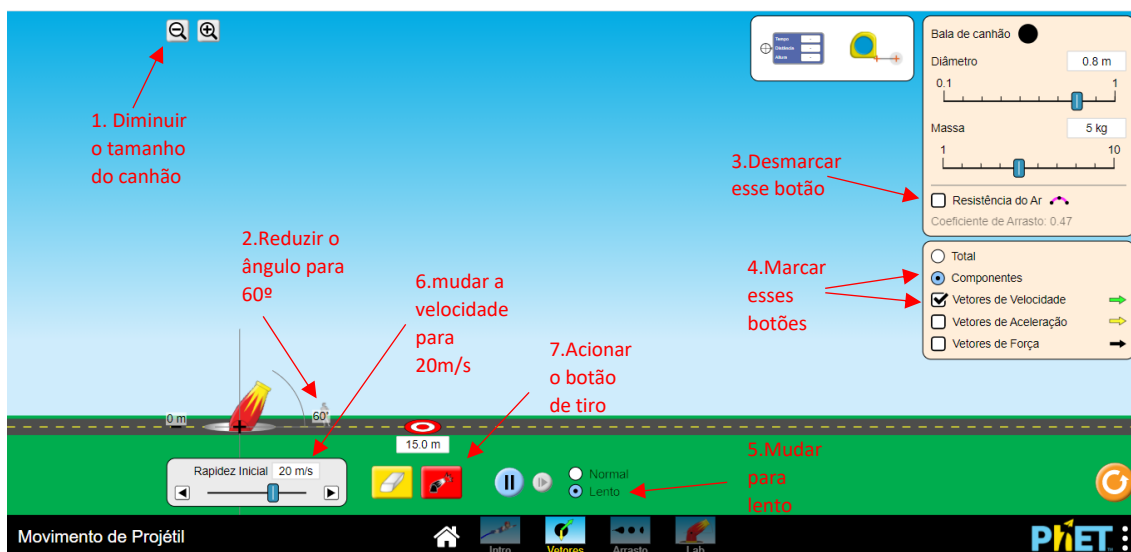
3º passo. Ao executar o simulador uma tela de escolhas aparece conforme a Figura 4. Clique duas vezes em “Vetores”.

Figura 4 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



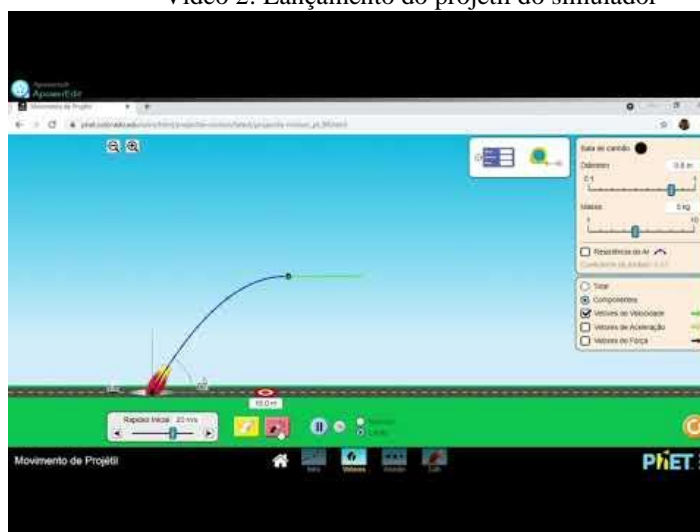
4º passo. Ao escolher “Vetores” a tela para simulações se abrirá. Siga as etapas mostradas na Figura 5.

Figura 5 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



Ao acionar o botão de tiro um projétil será lançado e os vetores velocidade horizontal e vertical mudam de acordo com a posição do projétil na trajetória conforme o vídeo 2 abaixo disponível em <https://youtu.be/ZYdJ6NA5jfM>

Vídeo 2: Lançamento do projétil do simulador



Durante a simulação, o professor deve alertar os alunos de que a trajetória é marcada por vários pontos azuis, mas, ao chegar no ponto de altura máxima vê-se a marcação de um ponto verde. Esse é o momento em que a componente vertical se anula e ocorre a inversão do movimento.

Através da demonstração feita com o simulador percebe-se que, se a velocidade na direção vertical v_y varia seu módulo, conforme o projétil sobe ou desce, dependendo da

aceleração da gravidade, esse movimento é Uniformemente Variado (MUV) e no ponto máximo da trajetória, quando o projétil muda o sentido de movimento de subida para descida, a velocidade do projétil é nula.

Já na direção horizontal a velocidade é constante dando sinais de que é um Movimento Uniforme (UM).

Chegamos à conclusão de que um movimento de projétil é uma combinação de um movimento horizontal com velocidade constante e um movimento vertical com aceleração constante que possui uma propriedade simplificadora: são movimentos independentes, ou seja, um não afeta o outro.

Apresente aos alunos a equação:

$$A = \frac{v_0^2}{9,81} \cdot \text{sen}(2\theta) \quad (1)$$

Mostre para os alunos que, de acordo com essa equação, é possível determinar o alcance máximo quando o seno do ângulo de lançamento tem seu valor máximo que é 1. Isso ocorre quando o ângulo vale 90°. Então, para que o projétil alcance a distância horizontal para uma determinada velocidade qualquer, o lançamento deve ser feito em um ângulo $\theta = 45^\circ$, sendo $2\theta = 90^\circ$.

Proponha aos alunos a realização de uma atividade prática, que deverá ser feita em casa, com o simulador computacional fornecido pelo programa *PhET-Colorado*, denominado “Movimento de Projétil”, para a verificação do melhor ângulo de lançamento através de um roteiro padrão, enviado pelos meios digitais, *site* da escola, *Google Classroom* e/ou *e-mails* dos alunos, que contém os passos para realização da atividade de determinação do melhor ângulo para lançamento, conforme Figura 6.

O roteiro deve conter o e-mail institucional do professor para que as devolutivas dos alunos sejam enviadas. Os resultados serão discutidos na próxima aula.

Figura 6: Roteiro de atividades para determinação do ângulo de lançamento

ROTEIRO – 1ª ATIVIDADE DOMICILIAR - 2º bimestre SEMANA: 29/06 a 03/07	
Objeto do Conhecimento: Astronomia	
Habilidade: Desenvolver a habilidade de utilização de recursos computacionais e simuladores digitais na determinação de parâmetros de lançamentos.	
Objetivo: <ol style="list-style-type: none"> 1. Desenvolver a habilidade de trabalhos manuais. 2. Reconhecer a necessidade de reciclagem de reutilização de materiais que podem ser reciclados 3. Reconhecer a importância do desenvolvimento sustentável como prioridade na construção do projeto de vida de cada um frente ao século XXI 4. Retornar o amor pela astronomia que, na infância, provocou grande curiosidade científica. 	
Quantidade de Aulas: 2	
Componente curricular/ Professor: Eletiva de Astronomia – Prof. Paulo Sérgio	
Aluno / Nº:	TURMA:
Data de Entrega: 05/07	
Envio: O envio das atividades poderá ser feito de diversas maneiras: para o e-mail: paulosergio@prof.educacao.sp.gov.br anexando no site da escola ou entregando o trabalho na escola...	
Orientações: Olá pessoal, tudo bem? A proposta de nossa eletiva era baseada na construção de um foguete bem elaborado que usasse ar comprimido e água como sistema de impulsão e estudar o que na física chamamos de lançamento oblíquo. Esse trabalho seria realizado em grupos, mas na atual situação de pandemia, gostaria de propor à vocês a construção de um modelo bem mais simples, impulsionado por um "apertão" em uma garrafa PET, que você pode construir sozinho em sua casa e até envolver seus familiares. Tenho certeza que vamos, além de aprender, nos divertir muito com os resultados, que serão apresentados através de fotos e/ou vídeos realizados por vocês, mostrando suas experiências. Estão todos comigo? Vamos então embarcar nessa viagem...	

1ª Parte) Determinação do melhor ângulo de Lançamento
 - Essa parte é importante para determina o ângulo com o qual nosso foguete é lançado para que ele atinja o maior alcance horizontal possível.

Veja a ilustração:

Veja que o ângulo α precisa ser o suficiente para que o foguete tenha o maior x possível.

Para isso vamos usar um simulador idealizado pela universidade do Colorado chamado de PHET-colorado

Entre no link:
https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_pt_BR.html

Escolha a opção **Lab**, conforme a figura:

Movimento de Projétil

Intro Vetores Arrasto **Lab**

Agora faça o teste com 3 ângulos diferentes: 30°, 45° e 60° movendo o canhãozinho para escolher o ângulo.

Faça o lançamento clicando no botão e arraste o alvo até o ponto de chegada para saber a distância alcançada:

Botão de lançamento

e veja o comportamento do projétil nos 3 ângulos testados e verifique em qual deles o alcance horizontal é maior.

Anote as medidas em cada lançamento e mande juntamente com a foto.

Na próxima semana vamos construir nosso foguete bem simples, ok?

Aguardo seus dados

Até mais

Prof. Paulo

Obs: Qualquer dúvida entre em contato pelo e mail...

Esse roteiro contém o objeto de conhecimento, as habilidades que serão desenvolvidas, os objetivos, os meios para devolutivas além dos passos para realização da atividade de simulação e um modelo de roteiro pode ser acessado pelo [link](https://drive.google.com/file/d/141y9OmDmuYI0gFBIFxYL2Ocgfs989cUb/view?usp=sharing): <https://drive.google.com/file/d/141y9OmDmuYI0gFBIFxYL2Ocgfs989cUb/view?usp=sharing>

AULA 2

Parte 1 – Discussão dos resultados e altura máxima

No início dessa aula promova a discussão dos resultados obtidos pelos alunos através da atividade proposta na aula anterior. Como o simulador é muito intuitivo, é possível que todos os alunos cheguem à mesma conclusão e confirmem que o melhor ângulo para lançamento é 45°.

Considerando que os alunos se apropriaram desse conhecimento de forma autônoma, retome a equação 1 e mostre que o alcance máximo A é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade inicial, portanto, a relação entre a velocidade de lançamento e o alcance é exponencial, ou seja, se a velocidade é dobrada o alcance é quadruplicado, se a velocidade é triplicada o alcance é nonuplicado e assim por diante.

Demostre essa relação matematicamente para os alunos utilizando a equação 1:

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g} \quad k = \frac{\sin 2\theta}{g} (\text{constante}) \quad A_0 = k \cdot v_0^2$$

$$\text{se } v_1 = 2 \cdot v_0 \quad A_1 = k \cdot (2 \cdot v_0)^2 \quad A_1 = 4 \cdot k \cdot v_0^2 \quad A_1 = 4A_0$$

Novamente pode-se utilizar o mesmo simulador *Phet-Colorado* para confirmar a relação exponencial entre a velocidade de lançamento e a altura atingida. Para utilizar o simulador durante a aula siga o passo a passo:

1º passo. Abra o simulador numa aba do *Google* digitando “*Phet-Colorado*”;

2º passo. Selecione em “Simulações de Física” o simulador “Movimento de Projétil”

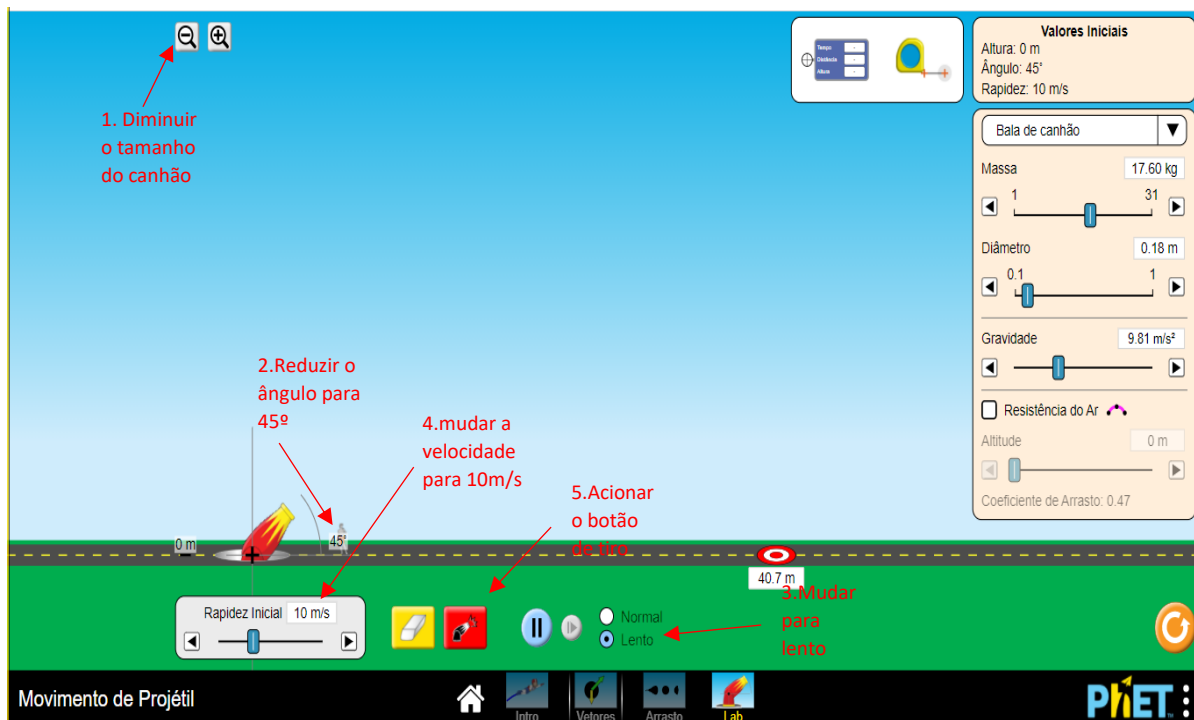
3º passo. Ao executar o simulador uma tela de escolhas aparece conforme a Figura 7. Clique duas vezes em “Lab”.

Figura 7 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



4º passo. Ao escolher “Lab” a tela para simulações se abrirá. Siga as etapas mostradas na Figura 8, para fazer um primeiro lançamento.

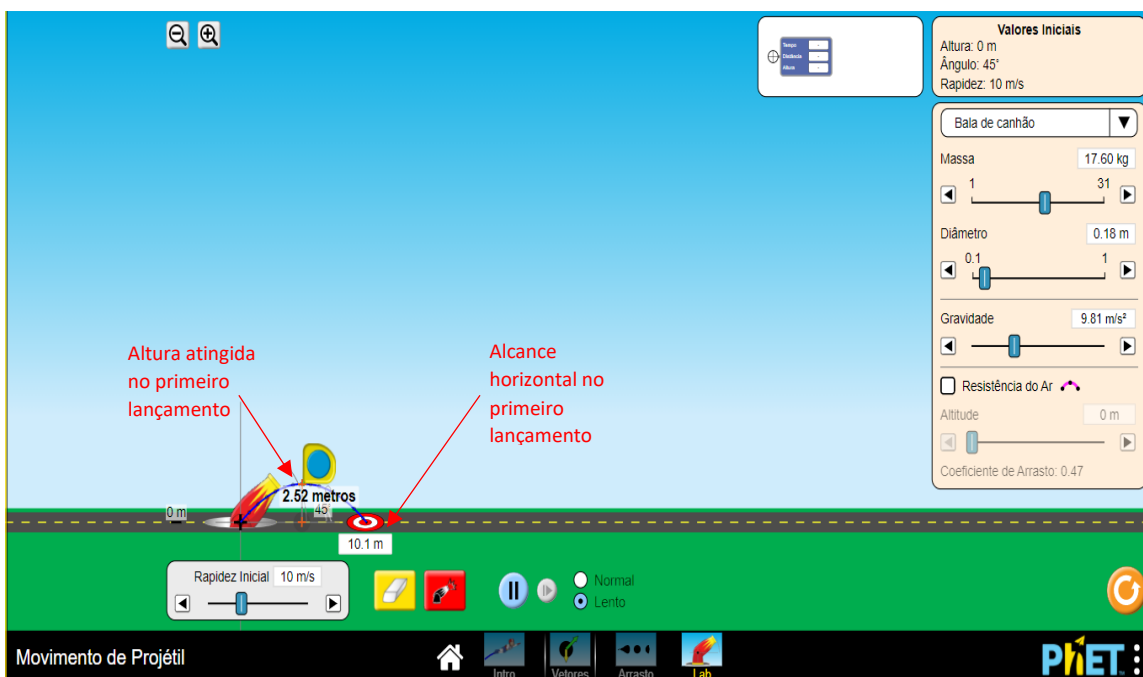
Figura 8 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



Ao acionar o botão de tiro um projétil será lançado marcando a trajetória. Agora posicione o botão de “alvo” sobre o ponto de chegada e note que o valor aproximado do alcance horizontal é de 10 m.

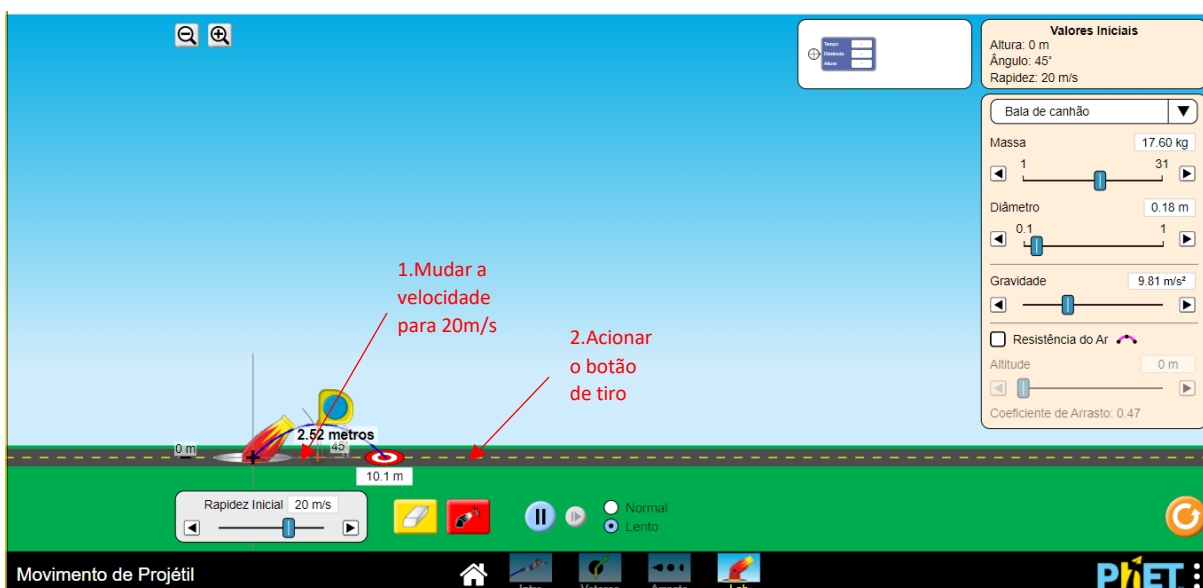
Agora posicione a trena sobre o ponto verde da trajetória e note que o valor da altura atingida é de aproximadamente de 2,52 m, conforme a Figura 9

Figura 9 – Tela do simulador com dados do 1º lançamento



5º passo. Siga as etapas mostradas na Figura 10 para fazer um segundo lançamento sem apagar o anterior.

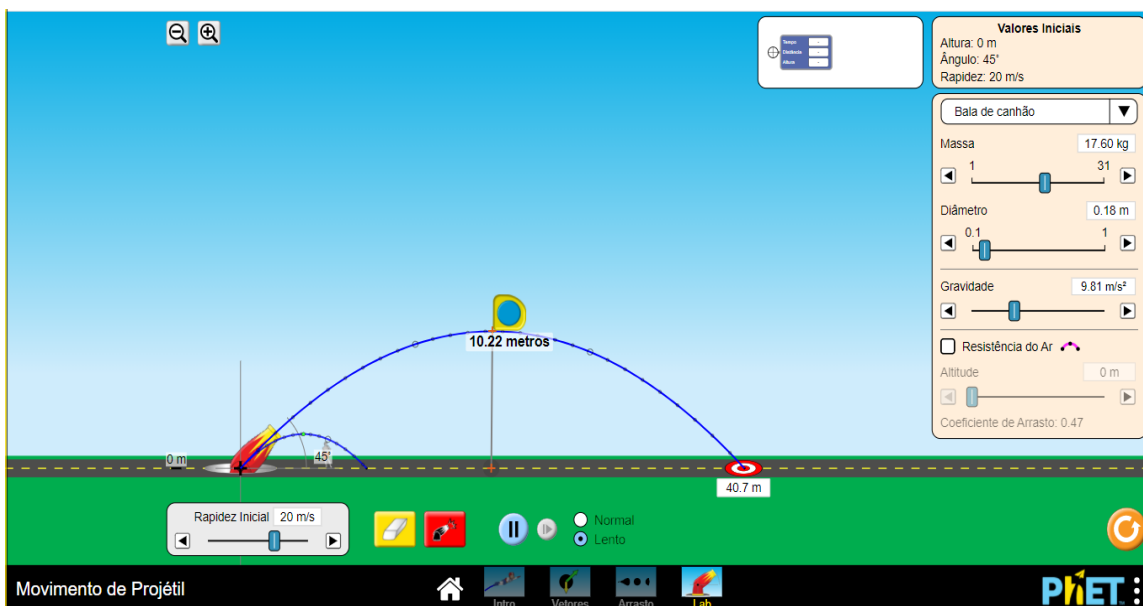
Figura 10 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



Ao acionar o botão de tiro um projétil será lançado marcando a 2ª trajetória. Agora posicione o botão de “alvo” sobre o ponto de chegada e note que o valor aproximado do alcance horizontal é de 40 m.

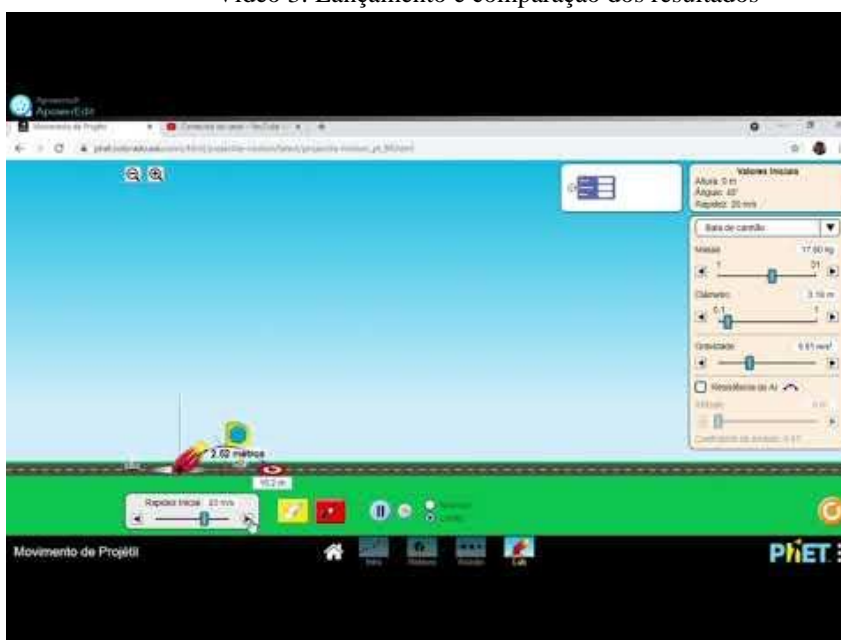
Agora posicione a trena sobre o ponto verde da 2ª trajetória e note que o valor da altura atingida é de aproximadamente de 10,2 m, conforme a Figura 11.

Figura 11 – Tela do simulador com dados do 2º lançamento



O Vídeo 3 abaixo representa uma demonstração dos passos realizados acima e pode ser acessado pelo *link*: <https://youtu.be/Io5QiYqvJI4>

Vídeo 3: Lançamento e comparação dos resultados



Além de demonstrar a relação quadrática entre velocidade de lançamento e o alcance, vimos também, utilizando o simulador, que a altura atingida pelo projétil obedece à mesma relação, já que ao dobrarmos a velocidade de lançamento a altura atingida será quadruplicada.

Sendo assim presente aos alunos a equação que representa o valor da altura máxima $y_{máx}$ em função da velocidade inicial v_0 :

$$y_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{19,62} \quad (2)$$

Parte 2 – Montagem do Foguete e da Base de Lançamentos

Proponha que os alunos se dividam em grupos por série e proponha que cada grupo faça a construção de um foguete e de uma base de lançamento, para a próxima aula, para ser lançado em momento oportuno. Informe aos alunos que esse é o momento de praticar o protagonismo juvenil, pois cada grupo vai determinar os meios de comunicação entre eles para construir o foguete PET.

As orientações para a montagem do foguete podem ser enviadas para os alunos através de um roteiro, conforme modelo da Figura 12, via e-mail institucional. Pode-se produzir um vídeo e enviar aos alunos e/ou utilizar outros vídeos que podem ser encontrados no *YouTube*.

Figura 12 – Roteiro para envio da atividade de construção do foguete PET

NOME DO PROFESSOR: Paulo Sérgio
ELETIVA: Astronomia
TURMA: Ensino Médio
NOME: _____ Nº: _____ Série: _____
DATA DE ENTREGA:
NÚMERO DE AULAS PREVISTAS: 4
PERÍODO DE REALIZAÇÃO:
OBJETIVOS DA ATIVIDADE: <ol style="list-style-type: none"> 1. Desenvolver a habilidade de trabalhos manuais. 2. Reconhecer a necessidade de reciclagem e de reutilização de materiais que podem ser reciclados 3. Reconhecer a importância do desenvolvimento sustentável como prioridade na construção do projeto de vida de cada um frente ao século XXI 4. Retomar o amor pela astronomia que, na infância, provocou grande curiosidade científica.
HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Desenvolver as habilidades manuais na construção de um foguete e despertar o interesse em reutilização de recursos e materiais recicláveis, promovendo uma cultura sustentável.

ATIVIDADES A SEREM TRABALHADAS:

- Assistir vídeos
- Pesquisar em livros didáticos
- Construir de um foguete manualmente
- Produzir vídeos ou podcasts

RECURSOS:

- Celulares
- Computador
- Cartolina
- Garrafa PET
- Boa Vontade

INSTRUMENTOS PARA VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM OU DA ENTREGA DAS ATIVIDADES:

- Atividades entregues pelos alunos através de e-mail institucional ou pessoal
- Envio de vídeos e fotos do produto construído.
- Atividades entregues na escola via coordenador
- Engajamento do aluno na realização da atividade.

Orientações: LEIA COM ATENÇÃO:

Olá pessoal, tudo bem?

A proposta de nossa eletiva era baseada na construção de um foguete bem elaborado que usasse ar comprimido e água como sistema de impulsão e estudar o que na física chamamos de lançamento oblíquo.

Esse trabalho seria realizado em grupos, mas na atual situação de pandemia, gostaria de propor a vocês a construção de um modelo bem mais simples, impulsionado por um “apertão” em uma garrafa PET, que você pode construir sozinho em sua casa e até envolver seus familiares.

Tenho certeza de que vamos, além de aprender, nos divertir muito com os resultados, que serão apresentados através de fotos e/ou vídeos realizados por vocês, mostrando suas experiências.

Importante: Essas fotos e vídeos serão apresentadas em um momento de culminância do nosso projeto, assim, se essas fotos ou vídeos incluírem sua imagem, preciso de uma autorização do papai ou da mamãe, ou ainda de um responsável por você, ok? Enviarei a autorização para divulgação da imagem no fim da atividade...

Estão todos comigo? Vamos então embarcar nessa viagem...

2ª parte - Na 1ª parte vimos que o melhor ângulo para o lançamento de um foguete como o nosso é o ângulo de 45°. Assim ele vai o mais longe possível.

Quero agora propor para vocês um desafio ainda maior: vamos construir um foguete com garrafas PET e materiais que vocês têm em casa.

Gostaria muito de receber de vocês um retorno dessa atividade. Você pode tirar fotos do processo de construção, pode também gravar vídeos de cada etapa.

Vamos nos divertir um pouco?

Fiz um vídeo para vocês, ensinando a construir esse foguete (é bem fácil) pelo link:

Meu vídeo: <https://youtu.be/LCH7egvOXfQ>

Anexei outro vídeo de um colega, você escolhe o que você achar melhor ok?
<https://www.youtube.com/watch?v=tHPqYmgedr0&list=PLKnH2P3GokuXpclY9CImVrUhXB8V8aDZz&index=4&t=0s>

Gente, construí esse foguete em 15 minutinhos, espero o retorno e as impressões de vocês.

Para a construção do seu foguete você precisará do material listado a seguir:

1. 2 garrafas PET de 1,5 litro
2. 1 balão de festa pequeno (bexiga).
3. Tesoura.
4. Um pedaço de plástico ou papelão para as aletas e a ponta.
5. Supercola tipo “super-bond”.
6. Fita colante ou isolante.
7. Estilete (muito cuidado no uso).

O Vídeo 4, abaixo, que pode ser acessado pelo *link* <https://youtu.be/LCH7egvOXfQ> pode ser utilizado como auxílio na construção do foguete de garrafas PET por parte dos alunos:

Vídeo 4: Instruções para a montagem do foguete PET

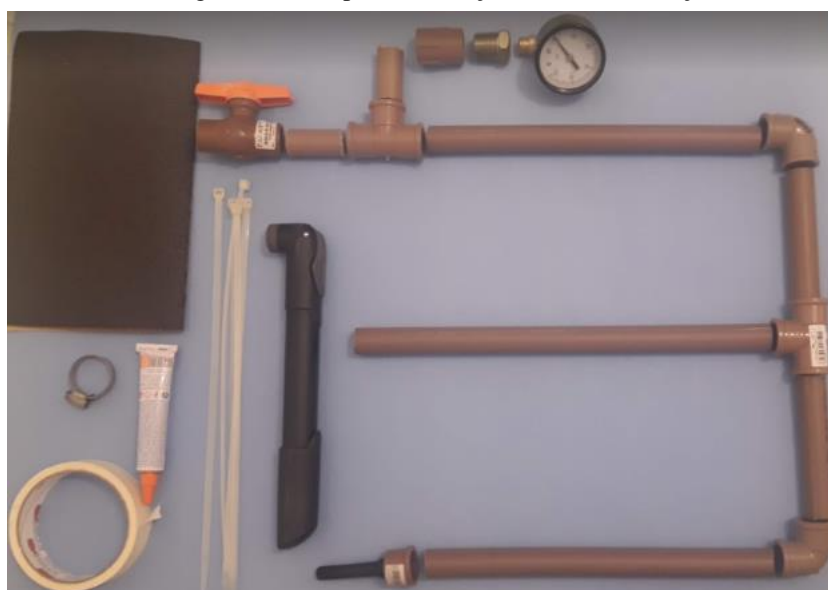


O próximo passo é a construção da base de lançamento. Para esse passo pode-se montar kits que contêm os materiais necessários e um livreto com fotos e instruções detalhadas para sua montagem. A escolha de distribuição de kits se deve ao fato de o trabalho ser feito numa escola pública e algumas peças precisam ser compradas.

Converse com a gestão da escola sobre a possibilidade de um aporte financeiro para a preparação dos kits, pois, como os materiais são de baixo custo o kit completo não deve ultrapassar R\$50,00 e as bases construídas podem ser reaproveitadas em outros lançamentos podendo ficar à disposição da escola.

As fotos do kit completo e da caixa que o contém, a qual será disponibilizada para os alunos, podem ser vistas na Figura 13.


Figura 13 – Kit para construção da Base de Lançamentos



O kit deve conter também o manual de instruções que pode ser acessado através do [link 1RoY_VxqVP5p5PtWLpputXAIKP5I_YJP](https://www.amazon.com.br/dp/B081R0Y_VxqVP5p5PtWLpputXAIKP5I_YJP). As fotos com detalhes do manual de instruções estão na Figura 14.


Figura 14 – Detalhes do Manual de Instruções

MANUAL DE INSTRUÇÕES DE MONTAGEM




BASE DE LANÇAMENTO FOGUETE PET


3º Passo: Colar os canos de 10cm às peças já montadas e o cano de 5cm aos "TV" conforme as fotos. Não colar os 3 conjuntos.



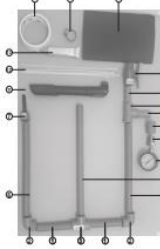
4º Passo: Construindo um esquadro de 45° com uma folha de sulfite



5º Passo: Ujar (sem colar) os 3 conjuntos do 3º passo para ajustar a inclinação de 45° da haste de lançamento. Após a marcação a colagem pode ser feita.




Olá estudante!
Você está recebendo um kit para montagem de uma base de lançamento do seu foguete PET.
Abaixo segue a lista de materiais necessários para a montagem.
Confira se esta tudo certo e boa viagem!




Lista de materiais

- 1- Cano PVC Ø=20mm - 10cm de comprimento
- 2- Cotovelo PVC Ø=20mm
- 3- Conexão "T" Ø=20mm
- 4- Cano PVC Ø=20mm - 5cm de comprimento
- 5- Cano PVC Ø=20mm - 30cm de comprimento
- 6- Cano PVC Ø=20mm - 25cm de comprimento
- 7 - CAP Ø=20mm com bixa pressurizador
- 8- Luva PVC Ø=20mm - rosca 1/4
- 9- Redutor PVC 1/4 para 1/4
- 10- Mandril
- 11- Bomba de encher pneu
- 12- Fitas Helierman
- 13- Cola PVC
- 14- Fita Crepe
- 15- Abraçadeira
- 16- Lixa
- 17- Registo PVC Ø=20mm


6º Passo: Colar o outro cano de 5cm e luva colatinosa à lateral da haste de lançamento, marcando o redutor e o mandril.



7º Passo: Dobrar um pedaço de fita crepe de aproximadamente 5cm ao meio, na direção do seu comprimento de modo que as partes colantes fiquem para fora e enrolar na base da haste de lançamento.




8º Passo: Cortar 6 ou 8 fitas Helierman de modo que elas fiquem com 12cm de comprimento colando-as à fita crepe de modo que elas fiquem encaixadas entre a fita e a abraçadeira de metal. Parafusar a abraçadeira fixando todas as fitas Helierman

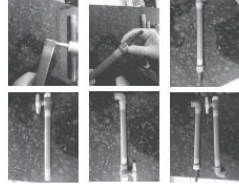


ROTEIRO DE MONTAGEM


1º Passo: Lixar todas as partes, internas e externas, que serão coladas.



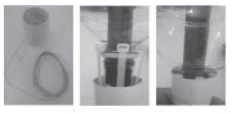
2º Passo: aplicando uma fina camada de cola e unir os canos de 25cm de comprimento ao CAP, cotovelos e "T". A cola tem uma secagem rápida, portanto as partes devem ser coladas uma por vez. Observar as posições de cada conexão de acordo com as fotos.




9º Passo: Pronto! Sua base de lançamento está pronta! Agora encaixe o foguete na haste de lançamento, de acordo com a foto, e verifique se o gatilho encaixa na aba do gargalo da garrafa.




10º Passo: Agora vamos construir o gatilho. Para isso utilize a ponta de um cano de esgoto (branco) de 40mm de diâmetro e 2m de fio ou linha conforme as figuras abaixo:





Este manual é parte integrante da Dissertação de Mestrado de apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROEFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Área de concentração: Física no Ensino Médio
Orientador: Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia
Idealização: Paulo Sérgio Prado de Oliveira
Diagramação: Claudia Diriz



Use o final da aula 2 para informar aos alunos que o kit com o manual de montagem ficará disponível na escola para que seja retirado pelos alunos, que farão a montagem em casa e farão a devolutiva, via e-mail, para o professor. Monte três kits em caixas separadas, uma para cada grupo, e deixe na escola para que sejam retirados.

Marque com os alunos dia, hora e local para realizar os lançamentos. Lembre-se que o foguete pode ir bem longe, então o local precisa ser um parque ou uma praça, com extensa área e de preferência onde não tenha muito trânsito de pedestres.

É possível que a etapa de construção do foguete e da base necessite de mais tempo.

AULA 3

Parte 1 – Lançamento do Foguete e Coleta de Dados

Chegou o grande dia! Nesse momento os grupos de alunos envolvidos com as aulas já devem ter seus foguetes e bases de lançamento prontos, bem como ter enviado as fotos para o e-mail do professor. Mesmo que o lançamento seja uma atividade lúdica, acidentes podem acontecer, mas, podem ser evitados se algumas medidas forem tomadas.

No dia, hora e local marcados para o lançamento, ao se encontrar com os alunos, faça as seguintes orientações iniciais em relação aos lançamentos e principalmente no que se refere à segurança dos alunos e de possíveis transeuntes.

- Mantenham uma distância segura de aproximadamente 1,5m;
- Usem máscara o tempo todo;
- Tomem cuidado ao manusear o foguete, principalmente quando este estiver pressurizado;
- Escolham o local do lançamento, certificando-se que não há trânsito de pessoas e veículos nas imediações;
- Revisem periodicamente os equipamentos, pois é muito comum que a base e o foguete sejam danificados durante os lançamentos;
- Prendam a base ao chão, independentemente da sua massa, e não a segure com as mãos ou os pés, pois isso pode causar dano a alguma das pessoas presentes;
- Acionem o gatilho para liberar o foguete utilizando um cordão de pelo menos 5 metros de comprimento;
- Utilize a válvula (ou registro) para despressurizar o sistema caso o lançamento precise ser abortado.

Proponha que cada grupo realize três lançamentos para que seja feita a média dos resultados que serão utilizados nos cálculos finais. Proponha também que algum aluno do grupo grave vídeos dos lançamentos que serão utilizados no estudo da Terceira lei de Newton e na determinação da aceleração do foguete.

Antes do lançamento distribua aos alunos a Revista de Aplicação, previamente impressa, que será utilizada na coleta de dados e nos cálculos dos parâmetros da composição de movimentos e da Terceira lei de Newton. Os detalhes do arquivo para impressão podem ser vistos na Figura 15 que pode ser acessado utilizando do *link* https://drive.google.com/file/d/1F1CxGFfwrI_Fplpc73HCER6g1r9J-H27/view?usp=sharing

Figura 15 – Detalhes do Manual de Instruções

Revista de Aplicação

ELETIVA DE ASTRONOMIA
FOGUETE PET

GRAVIDADE

ÓRBITAS

VELOCIDADE ORBITAL

VELOCIDADE DE FUGA

PROPULSÃO DE FOGUETES

EMPUXO

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$F = v_{ej} \frac{\Delta M}{\Delta t}$

$v_{fuga} = \sqrt{2} v_{orb}$

$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_{orb}}}$

Olá estudantel chegou a hora do lançamento do foguete de garrafa PET. Durante o lançamento anote os dados abaixo..

- Condições climáticas durante o lançamento
- Massa do foguete sem/com combustível
- Pressão de Lançamento
- Tempo de voo.
- Alcance horizontal do foguete

Faça um desenho do experimento e esboce a trajetória descrita pelo foguete PET

Agora preencha a tabela e calcule as médias de cada parâmetro dos lançamentos

	Massa inicial (M ₀) (g/gramas)	Massa final (M _f) (g/gramas)	Pressão (psi)	Tempo de voo (s)	Alcance horizontal (m)
1º Lançamento (sem PET)					
2º Lançamento (sem PET)					
3º Lançamento (sem PET)					
4º Lançamento (com Manta Deu)					

$v_e = 5.0 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Agora que você conhece o alcance horizontal, calcule a velocidade inicial do foguete PET.

$$A = \frac{v_0^2}{g \sin(2\theta)}$$

É possível colocar nosso foguete em órbita ou mandá-lo para a lua?

Sendo a menor órbita aproximadamente 200 km da superfície terrestre, calcule a velocidade de órbita.

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

Calcule agora a velocidade de fuga da gravidade terrestre.

$$v_{fuga} = \sqrt{2} v_{orb}$$

Calcule agora a velocidade de ejeção do propelente utilizando os dados anteriores.

$$v - v_0 = v_{ej} \ln \left(\frac{M_0}{M} \right)$$

Agora é possível calcular a força de propulsão do foguete denominada de Empuxo

$$T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

Agora escreva um texto relatando quais suas impressões em relação ao experimento e o que você mais gostou de aprender.

Para realizar os lançamentos os alunos devem seguir o seguinte roteiro:

- Conforme a Figura 16, utilizando a balança fornecida pelo professor, meça a massa do foguete vazio e anote os valores na tabela da página 3 da Revista de Aplicação;

Figura 16 – Medição da massa do Foguete sem combustível



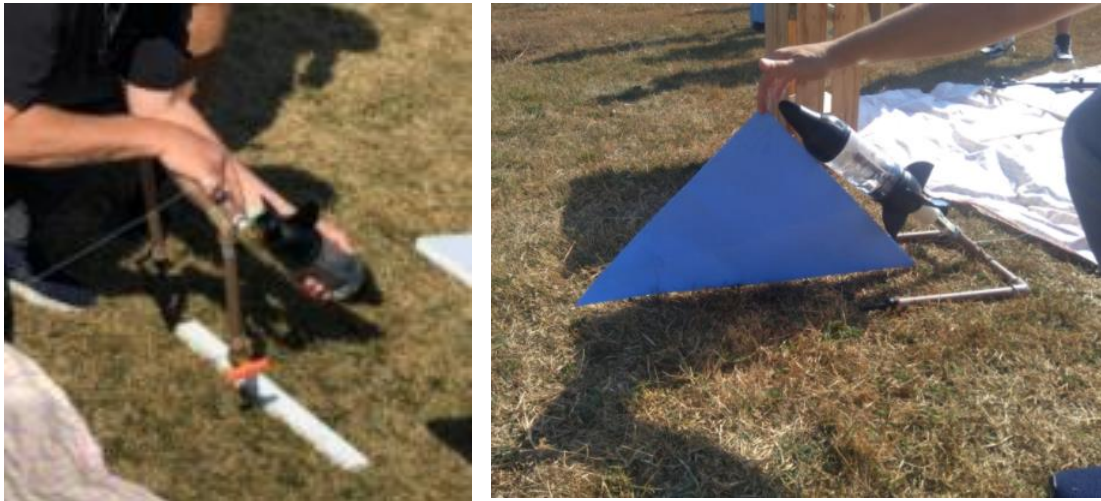
- Use um copo medidor para medir 500 ml de água, insira o líquido no corpo propulsor do foguete, meça sua massa e anote os valores na tabela da página 3 da Revista de Aplicação, conforme Figura 17;

Figura 17 – Introdução da água no corpo propulsor e medição da massa do foguete com combustível



- Introduza o foguete na base de lançamento e verifique se o ângulo 45° e, se for necessário utilize um calço para fazer o ajuste, conforme Figura 18.

Figura 18 – Verificação do ângulo de lançamento



- Verifique se o registro de segurança está fechado e se o gatilho está prendendo o foguete, encaixe a saída da bomba de ar no bico da base de lançamento e pressurize o sistema até atingir a pressão de 40 psi, conforme Figura 19. Essa pressão será utilizada nos três lançamentos e deve ser anotada na tabela da página 3 da Revista de Aplicação.

Figura 19: gatilho encaixado e manômetro indicando pressão de 40 psi.



5. Se houver vazamentos na saída do propelente, ajuste as camadas de fita veda rosca até que os vazamentos sejam sanados. Se não houver vazamentos, a contagem regressiva pode ser feita e o lançamento efetuado. O aluno responsável em puxar o gatilho pode usar seu celular para medir o tempo de voo, já que ele tem mais controle do lançamento. Não esqueça de que os lançamentos devem ser filmados. O Vídeo 5, abaixo, é uma compilação de lançamentos realizados e pode ser acessado pelo [link https://www.youtube.com/watch?v=P2fCCJlu4Tc](https://www.youtube.com/watch?v=P2fCCJlu4Tc)

Vídeo 5: Compilação de lançamentos

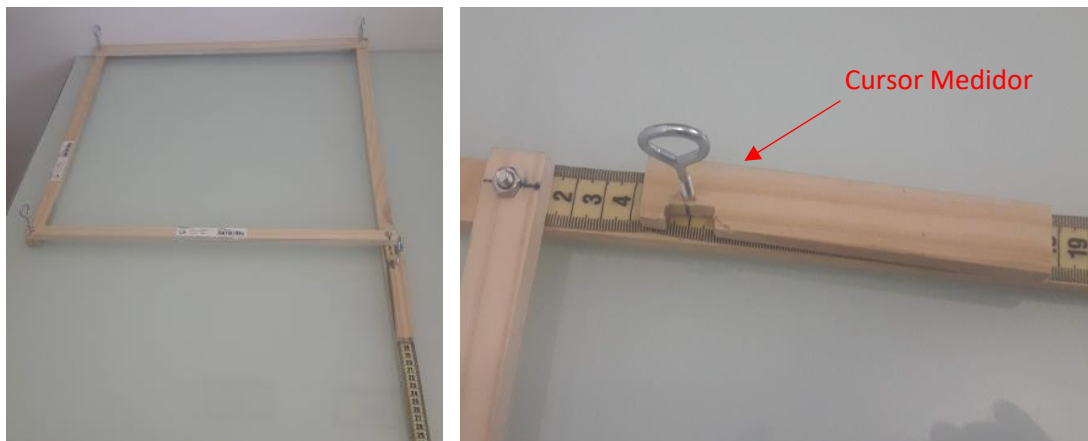


6. Após o lançamento meça o alcance horizontal do foguete, ou seja, distância entre a base de lançamento e o ponto do pouso

Caro Professor, você pode utilizar dois métodos para essa medição.

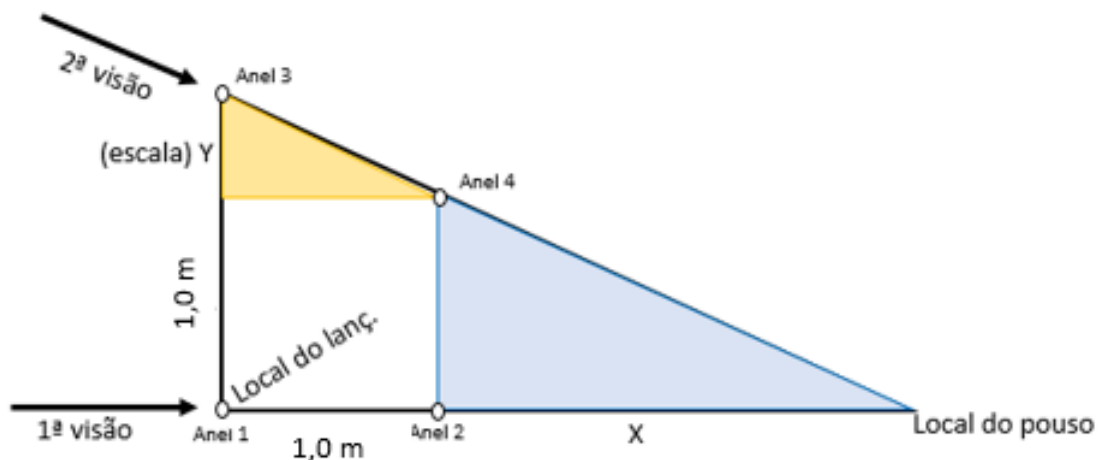
1º método - Utilizar o instrumento que nesse trabalho chamamos de “astrolábio horizontal”, conforme a Figura 20. As instruções para construção do quadro de medição podem ser encontradas no canal “Manual do Mundo” disponível no *YouTube* através do *link*: <https://www.youtube.com/watch?v=gFCfDmZcUH4>

Figura 20 – Quadro para medição e detalhe do cursor medidor



Obs.: Ao utilizar esse método pode-se trabalhar o conceito matemático de semelhança de triângulos que faz parte do conteúdo de geometria, conforme Figura 21.

Figura 21 – Esquema para medição da distância horizontal atingida pelo foguete PET



Elaborada pelo autor

Roteiro para medição:

- a) Um dos alunos do grupo deve ir até o foguete e se colocar em pé no local do pouso;
- b) Outro aluno deve ficar responsável por fazer a medição e, na 1ª visão, deve alinhar os anéis 1 e 2 visualizando através dos anéis o aluno posicionado no local do pouso;
- c) Sem mover esse alinhamento, mantendo a astrolábio na mesma posição, numa 2ª visão, movendo o cursor medidor sobre a escala métrica (Figura 20) procurar o alinhamento dos anéis 3 e 4 com o aluno posicionado no local do pouso, conforme Figuras 22 e 23;

Figura 22 e 23 – Tentativa do 2º Alinhamento



- d) Na sequência, conhecendo-se a medida Y da Figura 21, feita através da escala métrica, e utilizando a equação abaixo construída através do conceito da semelhança de triângulos, é possível determinar a distância X do anel 2 até o local do pouso;

$$\frac{Y}{1,0} = \frac{1,0}{X}$$

- e) Finalmente somando-se o valor X encontrado pela equação acima com 1,0 (medida lateral do astrolábio), determina-se a distância D, do local do lançamento até o local do pouso;
- f) Anotar as medidas encontradas na tabela 3 da Revista de Aplicação.

2º método - Com o auxílio de uma trena de 100 m anotar as medidas na tabela da página 3 da Revista de Aplicação, conforme Figura 24.

Figura 24: Medição do alcance horizontal e anotação dos resultados



Parte 2 – Cálculo dos Valores Médios

Após todos os grupos realizarem seus três lançamentos e terem anotado todos os dados oriente os alunos na realização do cálculo dos valores médios dos dados coletados. Eles podem utilizar o celular, aplicando a fórmula de valores médios que consta da tabela da página 3. A Figura 25 é um exemplo da tabela preenchida e com valores médios calculados.

Figura 25 – Exemplo de preenchimento da tabela com o cálculo dos valores médios

	Massa Inicial (M_i) gramas	Massa Final (M_f) gramas	Pressão (p) psi	Tempo de voo (Δt) segundos	Alcance Horizontal (A) metros
1º Lançamento Valor 1 (V1)	6,20	1,70	40	3,17	59
2º Lançamento Valor 2 (V2)	6,20	1,70	40	3,97	60
3º Lançamento Valor 3 (V3)	6,20	1,70	40	3,13	60,3
Valor Médio (V_m)	6,20	1,70	40	3,09	60,3
$V_m = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3}$					

AULA 4

Parte 1 – Cálculo da Velocidade de Lançamento (v_0) e da Altura Atingida ($y_{máx}$)

Durante a aula 4, ministrada remotamente através do *link* já agendado, proponha que os alunos realizem os cálculos da velocidade de lançamento e da altura atingida através das

equações 1 e 2 que constam do quadro 1 da página 4 da Revista de Aplicação e compartilhem seus resultados durante a aula. Para a quantidade de combustível utilizada e pressão de 40 psi, o alcance horizontal é de aproximadamente 60 m.

Com esses parâmetros, as velocidades de lançamento e a altura atingida devem ficar em torno de 24,3 m/s e 15 m, respectivamente.

Compartilhe novamente o simulador durante a aula para confirmar se esses valores encontrados estão próximos dos valores fornecidos pelo simulador.

Para essa confirmação siga os seguintes passos:

1º passo - Abra o simulador numa aba do *Google* digitando “*PhET-Colorado*”;

2º passo - Selecione em “Simulações de Física” o simulador “Movimento de Projétil”

3º passo. Ao executar o simulador uma tela de escolhas aparece, conforme a Figura 26.

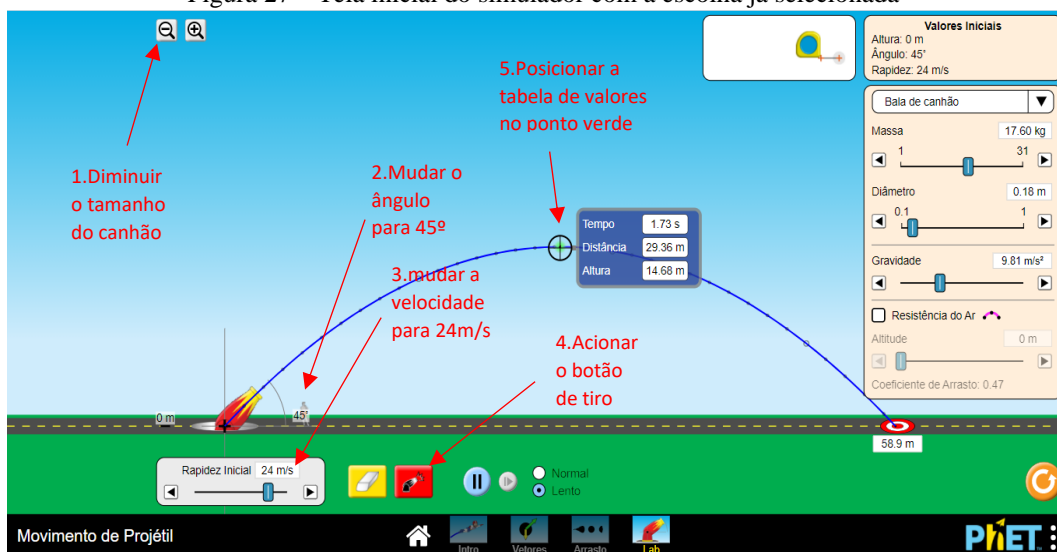
Clique duas vezes em “Lab”.

Figura 26 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



4º passo. Ao escolher “Lab” a tela para simulações se abrirá. Siga as etapas mostradas na Figura 27, para fazer um lançamento.

Figura 27 – Tela inicial do simulador com a escolha já selecionada



Ao acionar o botão de tiro o projétil marca a trajetória e ao colocar o “alvo” da tabela de valores no ponto verde, percebemos que a altura atingida é de 14,68m, bem próxima do valor mostrado pelo simulador. Se considerarmos as diferenças nas condições de lançamento real e virtual, os valores são bem próximos.

Como a parábola é uma figura simétrica, o alcance horizontal é o dobro do mostrado na tabela de valores do simulador e, mais uma vez, percebemos que o valor conseguido no lançamento real é bem próximo do virtual, ou seja, 58,72 m contra 60 m, como queríamos demonstrar.

Convide os alunos para uma reflexão através de uma pergunta provocadora: É possível colocar nosso foguete em órbita ou mandá-lo para a Lua? Para responderem a esse questionamento os alunos devem ser orientados a calcular as velocidades de órbita e de fuga através das equações que constam dos quadros 2 e 3 da página 4, da Revista de Aplicação.

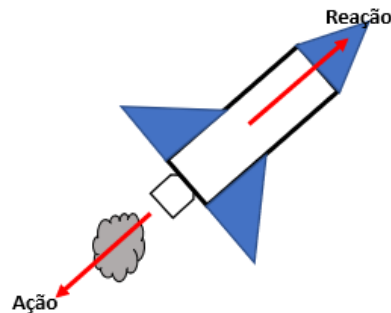
É comum que eles cheguem à conclusão de que não é possível. Se for preciso, calcule com eles essas velocidades.

Parte 2 – Cálculo da Velocidade de Ejeção de Combustível e da força de Empuxo

No processo de lançamento do foguete PET, ao acionar o gatilho, a mistura de ar e água é liberada com altíssima velocidade e o foguete é lançado devido a aplicação da Terceira lei de Newton (ação e reação) no sistema propelente-foguete, conforme a Figura 28. Sem o auxílio de qualquer outro elemento podemos inferir que o ar dentro do foguete empurra a água para fora

com uma força de ação e a água por sua vez responde empurrando o foguete para cima, configurando o princípio da ação e reação de Newton.

Figura 28 – diagrama de forças de ação e reação



A Variação de Velocidade (Δv), se resume a quanta velocidade conseguimos adicionar levando em conta a massa de combustível expelida e a massa do foguete vazio que está sendo empurrado para cima. Por esse motivo, cerca de 92% da massa dos foguetes lançados é de combustível armazenados em três estágios que, quando liberados, proporcionam uma aceleração sobressalente. Uma pequena parte, de 8%, é destinada à capsula de sobrevivência.

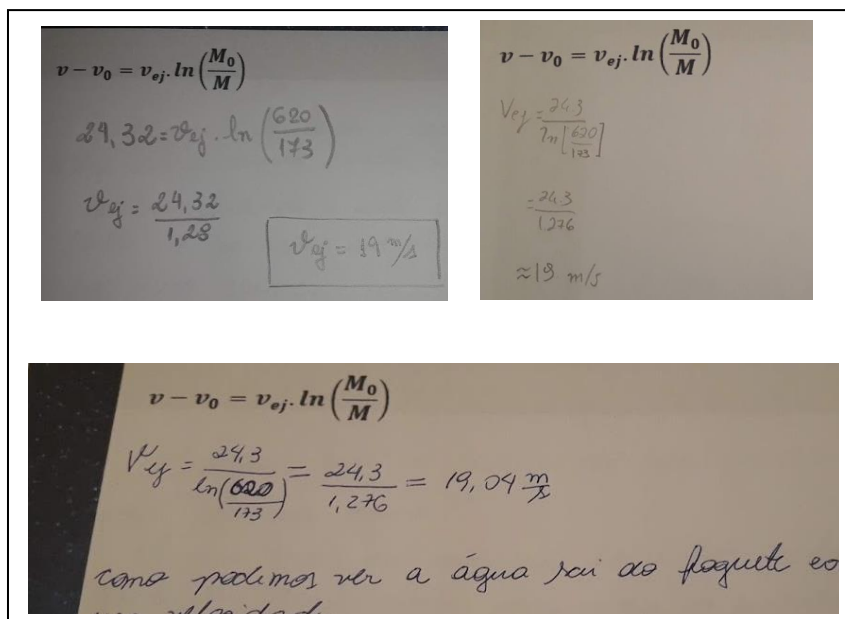
A equação 3 relaciona todos esses parâmetros e sua aplicação real em foguetes e em trajetórias orbitais ficou a cargo do russo Konstantin Tsiolkovsky em 1903, muito antes da corrida espacial.

$$v - v_0 = v_{ej} \cdot \ln \left(\frac{M_0}{M} \right) \quad (3)$$

De posse da velocidade de lançamento do foguete e das massas do foguete vazio e com combustível convide os alunos a calcularem a velocidade de ejeção utilizando o quadro 1 da página 5, da Revista de Aplicação.

Se considerarmos a velocidade de lançamento de 24,3 m/s e a quantidade de massa registrada na tabela da Figura 25, podemos chegar a um valor aproximado de 19 m/s para a velocidade de ejeção, conforme Figura 29.

Figura 29 – Cálculos de velocidade de ejeção de combustível



Mostre para os alunos que é possível estimar o tempo de aceleração se um dos vídeos de lançamento for analisado através de um editor de vídeos. Para isso, baixe gratuitamente o editor *ApowerEdit*, adicione um dos vídeos de lançamentos no editor e mostre para os alunos, compartilhando sua tela, que cada segundo de vídeo nesse editor equivale a 20 *frames* ou quadros e dividindo 1 segundo em 20 partes chegamos ao valor de 5 centésimos de segundo, ou seja, cada *frame* equivale a 0,05s.

Utilizando o mesmo procedimento podemos constatar que o tempo de aceleração do foguete, desde o acionamento do gatilho até o momento em que a água forma uma nuvem de vapor (pluma), mostrando o fim da ejeção de combustível, equivale a 3 *frames* ou 0,15s de tempo, conforme a Figura 30.

Figura 30 – Aceleração quadro a quadro



Utilizando o mesmo editor de vídeos (*Apoweredit*), se analisarmos quadro a quadro podemos verificar que, do momento do lançamento até a formação da pluma que indica o fim do propelente, cada quadro mostra que a distância percorrida pelo foguete aumenta com o tempo indicando o movimento acelerado durante o processo de propulsão, conforme a Figura 31.

Figura 31 – demonstração do aumento das distâncias em função do tempo durante o lançamento, analisado quadro a quadro



Da Figura 28 podemos inferir que, a força de ação para baixo depende da ejeção de combustível enquanto ocorre a perda de massa. A força de reação para cima, que podemos chamar de “Empuxo do Foguete”, depende da massa impulsionada enquanto ocorre o aumento de velocidade. Como as duas forças são iguais e a variação de massa ocorre no mesmo intervalo de tempo do aumento de velocidade podemos escrever a seguinte equação da propulsão do Foguete PET.

Apresente aos alunos equação 4 que relaciona as forças de ação e reação do Foguete:

$$M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t} \quad (4)$$

Como a massa é variável não conseguimos utilizar o primeiro termo da equação, mas é possível calcular a força de empuxo que impulsiona o foguete para cima utilizando o produto entre a velocidade de ejeção de combustível e a taxa de variação de massa de combustível por unidade de tempo.

Agora, chamando a Força de Empuxo de T , peça aos alunos que calculem a força de empuxo que, pelos valores dos exemplos apontados anteriormente na tabela e nos cálculos, terá um valor de aproximadamente $T=57 \text{ N}$, conforme Figura 32.

Figura 32 – Exemplos de Cálculos da Força de Empuxo

The figure displays three examples of calculating thrust force (T) using the formula $T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$.

Example 1 (Top Left):

- Formula: $T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$
- Given: $|\Delta M| = 1173 - 6201$, $|\Delta M| = 447 \text{ g}$, $\Delta t = 0,15 \text{ s}$
- Calculation: $T = 19 \cdot \frac{447}{1000 \cdot 0,15}$
- Result: $T = 56,6 \text{ N}$

Example 2 (Top Right):

- Formula: $T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$
- Given: $\Delta M = 620 - 173$, $\Delta M = 447 \text{ g} - 1000 = 0,447 \text{ kg}$, $\Delta t = 0,15 \text{ s}$
- Calculation: $T = 19,04 \cdot \frac{0,447}{0,15}$
- Result: $T = 56,74 \text{ N}$ (Força de empuxo)

Example 3 (Bottom):

- Formula: $T = M \cdot a = v_{ej} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t}$
- Given: $\Delta M = 620 - 173$, $\Delta M = \frac{447 \text{ g}}{1000} = 0,447 \text{ kg}$, $\Delta t = 0,15 \text{ s}$
- Calculation: $T = 19,04 \cdot \frac{0,447}{0,15}$
- Result: $T = 56,74 \text{ N}$ (Força de empuxo)

Conclusão do Curso

Para finalizar o minicurso de Lançamento de foguetes com ênfase na composição de movimentos e na Terceira lei de Newton, peça que os alunos escrevam um texto relatando suas impressões sobre o experimento, o que mais gostaram, o que foi mais impressionante e sugestões para próximos lançamentos.

Peça que escrevam esse texto no espaço reservado na página 6 da Revista de Aplicação e enviem juntamente com os cálculos realizados acima para o e-mail institucional do professor para que sejam avaliados.

Convide os alunos participantes para que sejam agentes multiplicadores do conhecimento, agindo como monitores de novos participantes, em momentos em que esse curso seja novamente oportunizado e experimentem o protagonismo durante a ministração de novos cursos.

ANEXO

IMPRESSÕES E SUGESTÕES DOS ALUNOS SOBRE O EXPERIMENTO

Agora escreva um texto relatando quais suas impressões em relação ao experimento e o que você mais gostou de aprender.

Gostei muito de fazer o experimento pois o dia estava muito bonito, muito sol.

Foi bem divertido e pude aprender bastante coisa o que mais me chamou a atenção foi duas coisas.

A primeira foi o valor da velocidade de fuga, achei bem grande ser 11200 m/s, não é!

A segunda foi a diminuição de massa de água empurrar o foguete para cima ou seja, a diminuição proporcional o aumento de velocidade.

Professor, meu pai me ajudou nos cálculos e não vejo a hora de atravessar o lago.

Agora escreva um texto relatando quais suas impressões em relação ao experimento e o que você mais gostou de aprender.

É muito interessante de ver a mudança de temperatura
de alguns materiais com a aplicação de corrente elétrica. O maior destaque
foi a mudança de temperatura dos materiais com a aplicação de corrente elétrica
na temperatura de ebulição.
A parte mais legal, por mim foi o sistema de aquecimento
e ver a água sendo aquecida. É bem diferente de aquecer
água, mas, também um aquecimento por resistência elétrica
de aquecer.
Também com a aplicação de corrente elétrica aquecer com um
LED de alta potência. Então, esse o uso de aquecer com
a carga das baterias e a potência LED.

Agora escreva um texto relatando quais suas impressões em relação ao experimento e o que você mais gostou de aprender.

Professor, achei o experimento bem interessante pois aprendi muito.

O que mais me interessou foi o fato de o foguete ser empurrado para cima enquanto a água sai dele. Achei também interessante o fato de que o tempo medido por nós no lançamento ficou quase igual ao tempo contado no vídeo.

O próximo lançamento novamente com mais ar para ver se o foguete atravessa o laço e entra na cauda para ver isso!

Obrigada pelos momentos de aprendizagem! 