

Universidade Federal de São Carlos – UFSCar

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Departamento de Física

Ciro Micheletti Diniz

**DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA
TERMODINÂMICA AO *RESETTING* DE
COMPUTADORES QUÂNTICOS**

São Carlos

2022

Ciro Micheletti Diniz

**DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA
TERMODINÂMICA AO *RESETTING* DE
COMPUTADORES QUÂNTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Física para obtenção do título
de Mestre em Física

Orientador: Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas

São Carlos

2022

Ciro Micheletti Diniz

DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA TERMODINÂMICA AO *RESETTING* DE COMPUTADORES QUÂNTICOS / *Ciro Micheletti Diniz*. – São Carlos, 2022–

Orientador: Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas

Tese Final de Mestrado – Universidade Federal de São Carlos – UFSCar
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Departamento de Física, 2022.

1. Cadeias de qubits. 2. Computação quânticas. I. Celso Jorge Villas-Bôas. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Departamento de Física. IV. DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA TERMODINÂMICA AO *RESETTING* DE COMPUTADORES QUÂNTICOS

Ciro Micheletti Diniz

**DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA
TERMODINÂMICA AO *RESETTING* DE
COMPUTADORES QUÂNTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Física para obtenção do título
de Mestre em Física

Trabalho aprovado. São Carlos, 2019:

Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas
Orientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

São Carlos
2022

*Este trabalho é dedicado aos que permitiram e fizeram parte
da conclusão de mais uma etapa da minha vida:
às pessoas da minha família e à Mancha.*

Agradecimentos

Primeiramente, quero agradecer a Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), pela continuação na minha formação que culminou neste trabalho de encerramento do meu mestrado e também a agência de fomento CNPq pela ajuda financeira.

Agradeço também aos meus Professores Celso Jorge Villas-Bôas e Marcio Daldin Teodoro pelo suporte, pela paciência e pelos ensinamentos.

Sou grato ao Gabriel Pedro Lima Moysés Fernandes, vulgo Ninho, por estar nessa jornada de dois anos na esfera acadêmica e também por fazer parte de um grupo mais seleto de amigos, que fizeram com que fosse possível deixar de lembrar o período ruim pelo qual todos estamos passando. Também sou grato aos meu outro amigo Alexandre César Ricardo pelo apoio e pelas discussões que tivemos durante as disciplinas e os projetos de pesquisa.

Também agradeço aos professores Wilson Aires Ortiz e Leonardo Kleber Castelano por compartilharem seus conhecimentos durante este curso de mestrado. Quero cumprimentar também ao Leonardo Jose Dalla Costa e Mateus Antônio Fernandes Biscassi pela ajuda quando precisei com detalhes burocráticos durante o mestrado.

Por fim, e o mais importante, agradeço a minha Mãe, meu irmão, meu Pai, minha Avó, meu Avô e minha Tia Zé pelo simples fato de existirem.

*"There should be no obstacles to accessing knowledge."
Alexandra Elbakyan*

Resumo

Enquanto a área da termodinâmica é há séculos conhecida e estudada, a área da computação, mais especificamente da computação quântica, é recente e são muitas as pesquisas feitas atualmente para se compreender e desenvolver tal área. Apesar da diferença de idade e de conceitos que esses ramos da física têm, os dois são entendidos e expressos por funções e princípios fundamentais, tais como energia, entropia, informação, calor, conceitos de dissipação e conservação, entre muitos outros. Com o avanço e desenvolvimento das áreas o entendimento que temos sobre tais assuntos está sempre se atualizando.

Somente no último século, por exemplo, passamos a relacionar entropia com informação no escopo da computação. Também neste último século que foi desenvolvido por R. Landauer um princípio que relacionava, também na área da computação, informação com calor, este que sempre foi fortemente ligado a área da termodinâmica. Assim, foi possível notar que haviam intersecções entre as áreas da computação e da termodinâmica. Com o passar do tempo, surgiu a computação quântica, que apesar de nova, é uma área que está crescendo rapidamente, principalmente devido ao seu apelo tecnológico.

Neste trabalho, estamos focados na ligação que estes ramos possuem, e assim como o princípio de Landauer, focamos nossos estudos em funções que conectam as duas áreas, usando definições apropriadas para sistemas quânticos, a fim de aumentar a compreensão que temos sobre a termodinâmica quântica. Através das análises dos resultados obtidos, fomos capazes de observar comportamentos novos e alguns até contraintuitivos sobre as dinâmicas das funções que foram estudadas. Um desses comportamentos nos proporcionou desenvolver um protocolo de reinicialização de sistemas quânticos, ferramenta esta que é muito utilizada na computação.

Palavras-chaves: Mecânica quântica, Termodinâmica, Cadeias de qubits, Computação quânticas.

Abstract

Thermodynamic has been known and studied for centuries, whereas the field of computing, more specifically quantum computing, is new and currently a lot of research has being done to understand and develop this field of physics. Despite the difference in age these branches have, they are understood and expressed by fundamental functions and principles, such as energy, entropy, information, heat, concepts of dissipation and conservation, among many others examples, and the advancement and development of areas allow us to be always updated.

Just in the last century, for example, we started, in the scope of computing, to relate entropy with information. Also in this last century it was developed by R. Landauer a principle that relates information with heat flux, this last one has always been strongly linked to the area of thermodynamics, and thus it made clear to us the intersection between the two areas. As time goes by, quantum computing arises and it is growing rapidly, mainly due to its technological appeal.

In this work, we are focused on the connection between these branches and just as Landauer's principle we focus our studies on functions that connect the two areas, using appropriate definitions for quantum systems, in order to increase our understanding of quantum thermodynamics. Through the analysis of the results obtained, we were able to observe new and some even counterintuitive behaviors. One of these ones noticed allowed us to develop a reset protocol for quantum systems, a tool widely used in quantum computing.

Keywords: Quantum mechanics, Thermodynamics, Qubit's chains, Quantum computing.

Lista de ilustrações

- Figura 1 – Representação do experimento do ‘Demônio de Maxwell’. Os círculos azuis representam partículas lentas, enquanto os vermelhos representam partículas rápidas, estas são permitidas pelo demônio a atravessarem de um lado para o outro da caixa. Retirado de (PESHIN, 2021). 23
- Figura 2 – O motor de Szilárd. Inicialmente **(a)** há uma única partícula na caixa, **(b)** o ‘demônio’ teria conhecimento sobre a posição desta partícula em cada instante e quando esta estivesse a direita, ele introduziria uma parede móvel que dividiria a caixa. **(c)** Após a introdução da parede, é acoplado um peso a parede e então **(d)** a partícula, por expansão livre, empurra a parede até o final da caixa, realizando trabalho e retornando para a situação inicial. Obtido de (MARUYAMA; NORI; VEDRAL, 2009). 24
- Figura 3 – No lado esquerdo, temos o sistema quântico inicial composto por um sistema principal e um reservatório, os quais não estão correlacionados. O sistema principal tem uma dimensão no espaço de Hilbert dada por d_S e é descrito pela matriz densidade ρ_S , enquanto o reservatório térmico tem uma dimensão no espaço de Hilbert dada por d_R , um hamiltoniano H_R e inicialmente uma matriz densidade $\rho_R \sim e^{-\beta H_R}$. Após uma evolução unitária U , o sistema possuirá uma matriz densidade ρ'_S e o reservatório evoluirá para ρ'_R . Todo o sistema (sistema principal e reservatório) é descrito após a evolução unitária pela matriz densidade ρ'_{SR} . A redução da entropia do sistema é definida como $\Delta S = S(\rho_S) - S(\rho'_S)$, a variação da entropia do reservatório é definida como $\Delta = S(\rho'_R) - S(\rho_R)$ e a variação de calor do reservatório é definida como $\Delta Q = tr[H_R \rho'_R] - tr[H_R \rho_R]$. Figura adaptada da Ref. (REEB; WOLF, 2014). 30
- Figura 4 – Topologias para as cadeias de qubits estudadas em nosso trabalho. a) Cadeia linear aberta com qubit principal no início da cadeia. b) Cadeia linear aberta com qubit principal no meio da cadeia. c) Cadeia linear fechada (cadeia circular). d) Configuração central, na qual o qubit principal é acoplado a N outros qubits. O índice M indica o qubit principal e o índice Q_i indica o i -ésimo qubit do reservatório. 35
- Figura 5 – As mesmas topologias apresentadas na Figura 4, mas agora com o acréscimo de um modo de cavidade - representado pelos círculos amarelos com o índice \mathbf{f} - acoplado ao último qubit do reservatório em cada uma das configurações. 36

Figura 6 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear com o qubit principal no começo da cadeia. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Como vemos, o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal. 40

Figura 7 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Novamente, o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal. 41

Figura 8 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia circular. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Mais uma vez, o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal. 41

Figura 9 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia central. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Aqui o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal, mas uma diferença importante aparece: a taxa de troca de energia entre o qubit principal e o reservatório é alterada e depende do número de qubits do reservatório. 42

Figura 10 – Estudo sobre o tempo até a primeira variação máxima das funções entropia e calor. a) Variação do calor no reservatório para a cadeia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia em função do tempo gt . O sistema está no estado $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$ e o reservatório no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k\langle g|$. A caixa do painel a) mostra a dinâmica para os diferentes reservatórios no tempo em que a primeira variação máxima ocorre. b) O tempo gt_{min} do primeiro mínimo da variação da entropia do sistema como função do número N de qubits no reservatório para diferentes topologias (ver legenda). Em ambos os painéis, o sistema está inicialmente no estado $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k\langle g|$, com N sendo o número de qubits do reservatório. 43

Figura 11 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = (1/\sqrt{2})\left(\otimes_{k=1}^{N/2}(g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_k^{N/2}(e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$ 44

Figura 12 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = (1/\sqrt{2})\left(\otimes_k^{N/2}(g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_{k=1}^{N/2}(e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$ 45

Figura 13 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear fechada. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = (1/\sqrt{2})\left(\otimes_{k=1}^{N/2}(g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_k^{N/2}(e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$ 45

Figura 14 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a configuração central. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = (1/\sqrt{2})\left(\otimes_{k=1}^{N/2}(g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_k^{N/2}(e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$ 46

Figura 15 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm}\left(p_g|g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e|e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res}\right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2}\right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$ 47

Figura 16 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm}\left(p_g|g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e|e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res}\right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2}\right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$ 48

Figura 17 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia fechada. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm}\left(p_g|g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e|e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res}\right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2}\right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$ 49

- Figura 18 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a configuração central. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm}\left(p_g|g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e|e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res}\right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2}\right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$ 49
- Figura 19 – Estudo sobre o princípio de Landauer. A variação da entropia do sistema, ΔS_S (linhas tracejadas azuis), a variação de calor no reservatório, ΔQ_R (linhas sólidas vermelhas), e a temperatura do reservatório vezes sua variação de calor, $\beta\Delta Q_R$ (linhas pontilhadas pretas), como funções do tempo adimensional gt . O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = 0.5|g\rangle\langle g| + 0.5|e\rangle\langle e|$, o qubit do reservatório está no estado: **a)** $\rho_R = 0.1|g\rangle\langle g| + 0.9|e\rangle\langle e|$ e **b)** $\rho_R = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$ 53
- Figura 20 – Protocolo de reinicialização. A população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt . O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = |e\rangle\langle e|$, o qubit do reservatório está no estado $\rho_R = |g\rangle\langle g|$ e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = |0\rangle\langle 0|$, que representa o estado fundamental do campo EM. No painel **a)** fixamos a constante de acoplamento entre o reservatório em $\lambda = 1g$ e no painel **b)** em $\lambda = 5g$ para diferentes taxas de dissipação - ver legenda. 57
- Figura 21 – A dinâmica da população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt para os valores otimizados de λ e κ - ver legenda. O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = |e\rangle\langle e|$, o qubit do reservatório está no estado $\rho_R = |g\rangle\langle g|$ e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = |0\rangle\langle 0|$, que representa o estado fundamental do campo EM. 58
- Figura 22 – Protocolo de reinicialização desenvolvido por pesquisadores da *IBM* (EGGER et al., 2018). Qubit de dois níveis, $|E\rangle$ e $|G\rangle$ sendo, respectivamente, estado excitado e estado fundamental, com frequência de transição δ_q . O nível auxiliar **f** está acoplado a uma cavidade, que possui uma taxa de dissipação κ 59

Figura 23 – Protocolo de reinicialização desenvolvido em (EGGER et al., 2018). A população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt . O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = E\rangle\langle E $ (seguindo as definições do esquema na Fig. 22) e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = 0\rangle\langle 0 $, que representa o estado fundamental do campo EM. No painel a fixamos a constante de acoplamento entre o reservatório em $\lambda = 1g$ e no painel b em $\lambda = 5g$ para diferentes taxas de dissipação - ver legenda.	60
Figura 24 – Protocolo de reinicialização <i>IBM</i> . A dinâmica da população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt para os valores otimizados de λ e κ - ver legenda. O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = E\rangle\langle E $ (seguindo as definições do esquema na Fig. 22) e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = 0\rangle\langle 0 $, que representa o estado fundamental do campo EM.	61
Figura 25 – Estudo sobre o tempo até a primeira variação máxima da função calor. Variação do calor no reservatório para a cadeia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. O sistema está no estado $\rho_M = 0.9 g\rangle\langle g + 0.1 e\rangle\langle e $ e o reservatório no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N g\rangle_k\langle g $, com N indicado no subíndice - ver legenda. A caixa mostra a dinâmica para os diferentes reservatórios no tempo em que a primeira variação máxima ocorre.	69
Figura 26 – Estudo sobre o tempo até a primeira variação máxima da função calor. Variação do calor no reservatório para a cadeia linear fechada. O sistema está no estado $\rho_M = 0.9 g\rangle\langle g + 0.1 e\rangle\langle e $ e o reservatório no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N g\rangle_k\langle g $, com N indicado no subíndice - ver legenda. A caixa mostra a dinâmica para os diferentes reservatórios no tempo em que a primeira variação máxima ocorre.	70

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
2	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	27
2.1	Objetivos.	28
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	29
3.1	O formalismo clássico.	29
3.2	O formalismo quântico.	30
4	MODELOS ESTUDADOS	33
4.1	O caso ideal	33
4.2	O caso dissipativo	34
4.3	Métodos	35
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES: RESERVATÓRIOS FINITOS E DINÂMICAS SEM DISSIPAÇÃO	39
5.1	O caso ideal.	39
5.2	O efeito das correlações	44
5.2.1	Correlações entre os qubits do reservatório	44
5.2.2	Correlações entre todos os componentes de uma cadeia	46
6	UMA ANÁLISE SOBRE O PRINCÍPIO DE LANDAUER	51
7	APLICAÇÃO: PROTOCOLO DE REINICIALIZAÇÃO DE UM QUBIT.	55
8	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	63
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICE A – GRÁFICOS SOBRE OS PRIMEIROS MÁXIMOS DA DINÂMICA DO CALOR.	69
	APÊNDICE B – DERIVAÇÃO DOS HAMILTONIANOS NA REPRESENTAÇÃO DE INTERAÇÃO.	71

1 Introdução

O princípio de Landauer foi desenvolvido pelo físico alemão Rolf Landauer em 1961 enquanto este estudava processos irreversíveis em computação (LANDAUER, 1961). Embora este princípio não tenha sido desenvolvido para explicar fenômenos térmicos, ele é capaz de explicar um paradoxo criado por J. C. Maxwell, demônio de Maxwell (LEFF, 1990; SHENKER, 2004).

O demônio de Maxwell (MAXWELL, 2009) é um experimento mental que consiste em uma caixa dividida ao meio. As metades estão em equilíbrio entre si, mas em cada uma delas existem partículas lentas e rápidas, representadas pelas esferas azuis e vermelhas, respectivamente, na Fig. 1. Além disso, na parede que divide a caixa ao meio, existe um porta que é controlada por um ‘ser diminuto’¹, como foi nomeado por Maxwell, quem tem a capacidade de saber o tipo de molécula que se aproxima dessa porta, ou seja, ele é capaz de saber se a molécula é rápida ou lenta, e que abre essa porta para a passagem de moléculas se estas forem rápidas.

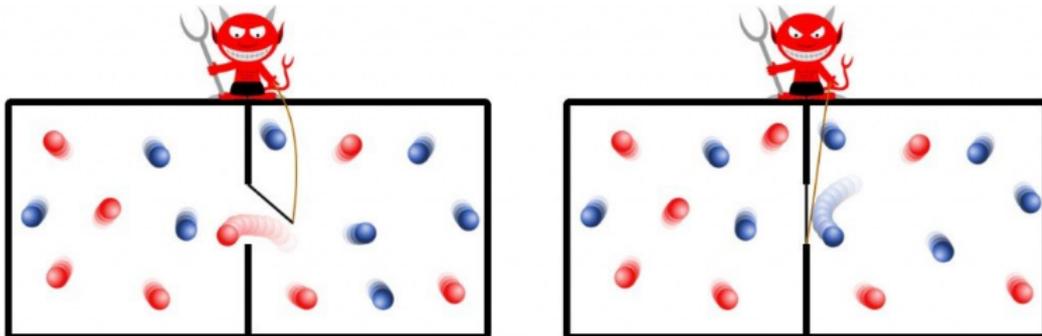


Figura 1 – Representação do experimento do ‘Demônio de Maxwell’. Os círculos azuis representam partículas lentas, enquanto os vermelhos representam partículas rápidas, estas são permitidas pelo demônio a atravessarem de um lado para o outro da caixa. Retirado de (PESHIN, 2021).

Ao elaborar o experimento descrito acima, Maxwell pensava ter criado um método que iria contra o enunciado da segunda lei da termodinâmica, pois, em tese, ao longo de todo o experimento a entropia diminuía, uma vez que inicialmente, o sistema todo estava em equilíbrio termodinâmico. Então se houvesse uma evolução do sistema a entropia final seria sempre menor que a inicial, já que o estado de equilíbrio é o estado de maior entropia.

Em 1929, Leó Szilárd idealizou um método que permitiria, teoricamente, converter informação em trabalho, seguindo um processo semelhante ao pensado por Maxwell (SZILARD, 1964). No processo pensado por Szilárd, o sistema possuía o mesmo conceito

¹ Lord Kelvin foi quem introduziu o termo ‘demônio’ e muitos cientistas optaram por adotar o termo. Neste trabalho também optaremos por este termo, por ser mais comum.

que o experimento de Maxwell, que era conhecer as informações do seu sistema. No motor de Szilárd, mostrado na Fig. 2, havia inicialmente uma única molécula dentro do recipiente e em seguida era colocada uma parede, que dividia o recipiente ao meio, na qual estava acoplado um peso. Esta parede era introduzida por um demônio que tinha o conhecimento de onde a partícula se encontrava, se estava a direita ou a esquerda do recipiente. Sabendo disso, ele inseria a parede no recipiente quando a partícula estivesse a direita e assim esta partícula empurraria a parede para a esquerda por expansão livre, já que não haveria mais nada dentro do recipiente, e esse deslocamento da parede realizaria trabalho. Ou seja, a informação, que no experimento de Maxwell seria a respeito da velocidade da partícula, seria agora sobre a posição da mesma, e sabendo essa informação seria possível realizar trabalho. Em 2010, um grupo de pesquisadores realizou um experimento baseado no motor de Szilárd e comprovou sua hipótese, ou seja, que é possível converter informações em trabalho (TOYABE et al., 2010).

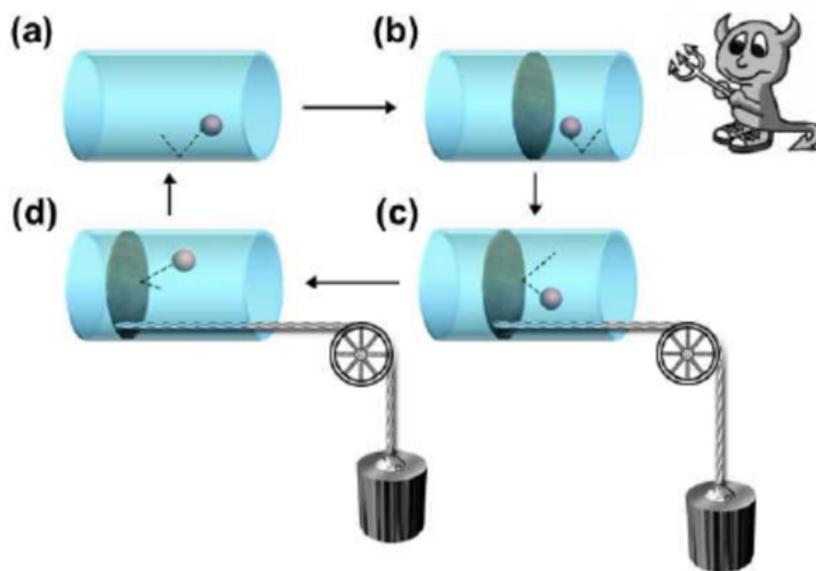


Figura 2 – O motor de Szilárd. Inicialmente (a) há uma única partícula na caixa, (b) o ‘demônio’ teria conhecimento sobre a posição desta partícula em cada instante e quando esta estivesse a direita, ele introduziria uma parede móvel que dividiria a caixa. (c) Após a introdução da parede, é acoplado um peso a parede e então (d) a partícula, por expansão livre, empurra a parede até o final da caixa, realizando trabalho e retornando para a situação inicial. Obtido de (MARUYAMA; NORI; VEDRAL, 2009).

Landauer, durante sua vida, dedicou seu tempo a fenômenos relacionados à computação clássica, desde estudos sobre resultados mais práticos, como processos computacionais (LANDAUER, 1991), até reflexões a respeito de conceitos fundamentais como a natureza da informação (LANDAUER, 1996), e em 1961 desenvolveu o princípio que ganharia o seu nome (LANDAUER, 1961), que posteriormente seria relacionado ao demônio de Maxwell.

Este princípio, em sua primeira formulação, foi elaborado considerando fenômenos

irreversíveis, como apagamento de informação, e afirmava que ao se apagar um bit de informação, ocorreria uma diminuição natural da ordem de $k \ln 2$ na função de entropia, sendo k a constante de Boltzmann. Essa diminuição seria compensada pelo calor liberado pelo sistema à sua vizinhança, de forma que o calor recebido pelo reservatório seria sempre igual ou maior que a temperatura que o sistema se encontra vezes o módulo da diminuição da entropia do sistema. Matematicamente,

$$\Delta Q_R \geq T \Delta S_S, \quad (1.1)$$

onde T é a temperatura do sistema e o subíndice $S(R)$ indica as grandezas do sistema (reservatório).

Usando este novo resultado, Charles Bennett foi capaz de explicar o experimento projetado por Maxwell há mais de um século. A interpretação dada por Bennett foi que o ‘demônio’, ao medir a velocidade da molécula para saber se ela era rápida ou não, e assim decidir se abriria ou não a porta, modifica o sistema, já que a própria medição é um processo irreversível. Desta forma, de acordo com o princípio de Landauer, sempre que o demônio realiza uma medição, ele adiciona uma quantidade de entropia no sistema equivalente a $k \ln 2$, de modo que uma variação negativa da entropia quando uma molécula passasse pela porta seria compensado pelo aumento da entropia devido a cada medição realizada anteriormente pelo demônio (BENNETT, 1982). Então, a ideia que Bennett teve, de incluir o ‘demônio’ nas análises e recalculas as variações, foi decisiva para solucionar o problema.

Porém foi Léon Brillouin que chegou primeiro a solução correta do paradoxo de Maxwell, quando ele provou exatamente que a diminuição da entropia devido à seleção de uma molécula seria superada pela entropia gerada no processo de seleção das moléculas rápidas e lentas (BRILLOUIN, 1951). O fato de Bennett explicar esse resultado utilizando o princípio de Landauer proporcionou uma reflexão sobre a abrangência desse princípio, que apesar de ter sido elaborado para a ciência da computação, era capaz de explicar um problema que lidava com fundamentos da termodinâmica.

Passado mais de meio século da descoberta de Landauer em 1961, em 2014, David Reeb e Michael Wolf demonstraram a versão quântica do princípio de Landauer (REEB; WOLF, 2014), um trabalho no qual eles derivaram a versão quântica da Eq. (1.1). Mais recentemente, foi demonstrada a vantagem das simulações usando sistemas quânticos frente aos clássicos (KING et al., 2021), portanto estudar aspectos do princípio de Landauer em sistemas quânticos pode ser importante para se conhecer os limites tecnológicos que se podem alcançar. Em particular, para usar sistemas quânticos na realização de cálculos e simulações quânticas, deve-se ser capaz de reiniciar os sistemas e simuladores e para isso alguma quantidade de energia (calor) deve ser empregada, assim o estudo sobre o apagamento de informações de qubits é outro dos objetivos do presente trabalho.

2 Motivação e Objetivos

O princípio de Landauer para sistemas quânticos é importante para o desenvolvimento de novas tecnologias quânticas, uma vez que relaciona a entropia à função calor e, consequentemente, relaciona a informação contida em um sistema com as trocas energéticas que nele ocorrem. Por exemplo, as tecnologias quânticas de segunda geração lidam com a manipulação de informações quânticas, como fazem os computadores quânticos. Em particular, a reinicialização de qubits, conhecido na literatura através dos *resetting protocols*, é uma tarefa importante, pois é necessário executá-la rapidamente para permitir um reprocessamento rápido de informações. Quanto mais rápido for esse apagamento, mais cálculos podem ser feitos e é essa nova perspectiva que os estudos mais recentes dessa área abordam, como em (MAGNARD et al., 2018) e (EGGER et al., 2018). Este último é um estudo experimental que usa um nível auxiliar para reinicializar um qubit utilizando o protocolo desenvolvido por pesquisadores da *IBM*, que é, de modo geral, simples de ser implementado, pois necessita apenas do acoplamento de um nível auxiliar a um modo de campo eletromagnético. Em geral, os protocolos de apagamento lidam com taxas de dissipação para levar o sistema de volta aos seus estados iniciais previamente definidos.

Desde 1985, quando David Deutsch demonstrou que seria possível existir um computador quântico universal (QUANTUM... , 1985) e com a recente demonstração da superioridade de tecnologias quânticas frente às clássicas como citado em (ARUTE et al., 2019), muitas pesquisas estão sendo feitas em busca da viabilização de computadores quânticos e também de todos os processos inerentes a um computador. Com isso novos sistemas e conceitos têm sido estudados, o que gerou uma ampliação nos meios de se realizar computação. Dentre as maneiras de se elaborar um computador quântico estão a utilização de qubits supercondutores (JAVADI-ABHARI; NATION; GAMBETTA, 2019; SHNIRMAN; SCHÖN; HERMON, 1997; AVERIN, 1998; KJAERGAARD et al., 2020), armadilha de íons aprisionados (CIRAC; ZOLLER, 2000; BRUZEWICZ et al., 2019), sistemas com pontos quânticos (LOSS; DIVINCENZO, 1998) e spins eletrônicos (PLA et al., 2012), para citar alguns dos métodos conhecidos. Além dos diferentes sistemas possíveis de serem utilizados para se produzir um computador quântico, ainda existem diferentes métodos de programação, isto é, como os cálculos e simulações serão executados no computador. Existem dois métodos de programação, um deles é através da computação quântica adiabática (ALBASH; LIDAR, 2018) e o outro é por meio de portas lógicas (HIDARY, 2019), que ainda pode utilizar variáveis discretas (NIELSEN; CHUANG, 2009) ou variáveis contínuas (BRAUNSTEIN; LOOCK, 2005), e já foi demonstrado que estes dois modelos são semelhantes, ou seja, apesar de utilizarem processos diferentes, o resultado obtido independe do modelo de programação (AHARONOV et al., 2008; MIZEL; LIDAR;

MITCHELL, 2007).

2.1 Objetivos.

Diante do exposto acima selecionamos alguns objetivos que nos ajudarão a entender melhor como funções características do princípio de Landauer se comportam em dinâmicas envolvendo sistemas quânticos finitos. Para isso decidimos estudar:

1. A dinâmica das grandezas físicas que compõe o princípio de Landauer em cadeias finitas de qubits, onde os qubits são acoplados de forma ressonante apenas com seus primeiros vizinhos. Um dos qubits da cadeia será denominado como o qubit principal, enquanto os outros serão considerados como um reservatório finito para o primeiro. Estudaremos como a dinâmica do qubit principal se comporta quando acoplada a diferentes tipos de reservatórios finitos. Para tanto, consideraremos três diferentes topologias e diferentes números de qubits no reservatório: i) cadeia linear aberta; ii) cadeia linear fechada; e iii) cadeia central. Queremos comparar os resultados para essas topologias e diferentes números de qubits no reservatório para investigar como ocorre a transferência de informação e energia ao longo da cadeia de qubits.
2. A influência das correlações nas dinâmicas para as variações da entropia e do calor. Mantendo os estudos com diferentes topologias, analisaremos dois casos. Primeiro, consideraremos correlações quânticas entre os qubits do reservatório - lembre-se de que as cadeias serão compostas por um qubit principal (sistema) mais N qubits (reservatório). Em segundo lugar, todos os qubits serão correlacionados. Embora o princípio de Landauer para estados correlacionados ainda não tenha sido demonstrado, vamos estudar numericamente como as grandezas físicas que o caracterizam têm suas dinâmicas alteradas com a presença de correlações.
3. Protocolos de reinicialização de um sistema. Uma vez que investigaremos a dinâmica da entropia devido ao princípio de Landauer, nos parece ser um passo lógico, elaborar e comparar maneiras de reinicializar os sistemas que estudamos - tal como desenvolvido em (EGGER et al., 2018), onde foram utilizados um qubit e um nível auxiliar - e, assim, tentaremos aqui encontrar uma maneira mais rápida ou mais econômica, no sentido de custo energético, para se redefinir o estado de um sistema quântico. Assim, nosso último objetivo, passa a ser o estudo dos processo de reinicialização do sistema, que será uma aplicação referente ao que foi estudado nos objetivos anteriores desse trabalho.

3 Fundamentação teórica

Nesta seção, primeiramente introduziremos o princípio clássico de Landauer, que fornece a variação de entropia necessária para apagar um bit de informação. Em seguida, apresentaremos a derivação do princípio de Landauer para sistemas quânticos, em particular para um determinado sistema quântico rodeado por um reservatório com dimensão finita.

3.1 O formalismo clássico.

O princípio de Landauer conecta a variação da entropia de um sistema com o fluxo de calor para o reservatório, como discutiremos a seguir. Em 1961, R. Landauer analisou um conjunto estatístico de bits, isto é, um estado de mistura de bits nos estados 0 ou 1, e aplicou uma operação irreversível que leva cada bit ao estado final 1. Duas observações devem ser feitas: Primeiro, como o conjunto está em uma mistura estatística, isso significa que cada bit tem a mesma probabilidade de estar no estado 0 ou 1. Isso também significa que é impossível saber o estado de qualquer bit. A segunda observação é sobre a operação lógica usada: Seu caráter irreversível vem do fato de que não é possível criar uma operação reversível para levar o bit do estado final 1 ao seu estado inicial, uma vez que não conhecemos este estado.

Começando com a definição de entropia $S = k \ln \Omega$, com Ω sendo o número de microestados acessíveis do sistema e k a constante de Boltzmann, e visto que cada bit tem dois microestados acessíveis (0 ou 1), temos que, para N bits, a entropia inicial do sistema é $S_i = Nk \ln 2$. Depois de fazer a operação de apagamento, cada bit no conjunto terá apenas um estado acessível, o estado 1, então a entropia final será $S_f = k \ln(1^N) = 0$, o que é esperado, já que sabemos que o estado de qualquer qubit será 1, o que significa que não há informações que possam ser extraídas do sistema.

A variação de entropia devido à operação de apagamento é $\Delta S = S_f - S_i = -k \ln 2$ por bit. Landauer então percebeu que todo o sistema (conjunto de bits e seu reservatório) não pode perder entropia, então ele concluiu que a diminuição da entropia deveria aparecer como calor no reservatório, de modo que o calor cedido ao reservatório tivesse um mínimo de $kT \ln 2$, sendo T a temperatura do conjunto térmico inicial de bits.

Desde a descoberta de Landauer, a mecânica quântica e a ciência da computação avançaram muito, mas apenas recentemente dois físicos foram capazes de demonstrar a versão quântica do princípio de Landauer. Em 2014, David Reeb e Michael M. Wolf mostraram o resultado $\beta \Delta Q \geq \Delta S$ também para sistemas quânticos (REEB; WOLF, 2014), que será derivado na próxima seção.

3.2 O formalismo quântico.

A seguir, seguiremos a demonstração da versão quântica do princípio de Landauer dada por (REEB; WOLF, 2014), usando os parâmetros e as definições do esquema da Fig. 3.

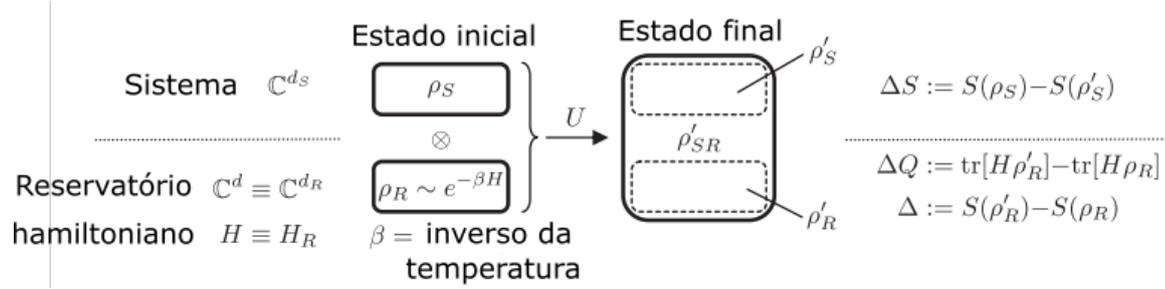


Figura 3 – No lado esquerdo, temos o sistema quântico inicial composto por um sistema principal e um reservatório, os quais não estão correlacionados. O sistema principal tem uma dimensão no espaço de Hilbert dada por d_S e é descrito pela matriz densidade ρ_S , enquanto o reservatório térmico tem uma dimensão no espaço de Hilbert dada por d_R , um hamiltoniano H_R e inicialmente uma matriz densidade $\rho_R \sim e^{-\beta H_R}$. Após uma evolução unitária U , o sistema possuirá uma matriz densidade ρ'_S e o reservatório evoluirá para ρ'_R . Todo o sistema (sistema principal e reservatório) é descrito após a evolução unitária pela matriz densidade ρ'_{SR} . A redução da entropia do sistema é definida como $\Delta S = S(\rho_S) - S(\rho'_S)$, a variação da entropia do reservatório é definida como $\Delta = S(\rho'_R) - S(\rho_R)$ e a variação de calor do reservatório é definida como $\Delta Q = \text{tr}[H_R \rho'_R] - \text{tr}[H_R \rho_R]$. Figura adaptada da Ref. (REEB; WOLF, 2014).

Analisando a Fig. 3, percebe-se que existe um estado inicial sem correlações entre o sistema e o reservatório. Por enquanto, consideramos um reservatório que está inicialmente no estado térmico definido pela matriz densidade $\rho_R = (e^{-\beta H_R})/Z$, onde $Z = \text{tr}[e^{-\beta H_R}]$ é a função de partição do reservatório. A seguir, permitimos que o sistema e o reservatório evoluam sob a evolução unitária U , de modo que o estado final do sistema-reservatório se torne $\rho'_{SR} = U \rho_{SR} U^\dagger$. Então, usando a definição de variação da entropia do sistema, ΔS , podemos derivar o resultado $\beta \Delta Q \geq \Delta S$ como segue:

Demonstração:

$$\begin{aligned} \Delta S &= S(\rho_S) - S(\rho'_S) \\ &= S(\rho_S) - S(\rho'_S) + \left(S(\rho'_S) - S(\rho_S) + S(\rho'_R) - S(\rho_R) \right) - \left(S(\rho'_S) - S(\rho_S) + S(\rho'_R) - S(\rho_R) \right) \\ &= S(\rho'_R) - S(\rho_R) - \left(S(\rho'_S) + S(\rho'_R) - S(\rho_S) - S(\rho_R) \right). \end{aligned}$$

Usando as relações $\rho_S \otimes \rho_R = \rho_{SR}$ e $\rho'_{SR} = U \rho_{SR} U^\dagger$, nós temos:

$$\Delta S = S(\rho'_R) - S(\rho_R) - \left(S(\rho'_S) + S(\rho'_R) - S(\rho'_{RS}) \right).$$

O termo $S(\rho'_S) + S(\rho'_R) - S(\rho'_{RS}) = I(S' : R')$ é a *informação mútua* entre os estados finais de S' e R' , então:

$$\Delta S = S(\rho'_R) - S(\rho_R) - I(S' : R'). \quad (3.1)$$

Agora, olhando apenas o termo $-S(\rho_R)$, e fazendo uso de $S = -tr(\rho \ln \rho)$, nós temos:

$$\begin{aligned} -S(\rho_R) &= tr \left(\rho_R \ln \left(\frac{e^{-\beta H_R}}{tr[e^{-\beta H_R}]} \right) \right) = tr \left(\rho_R \left[-\beta H_R - \mathcal{I} \ln \left(tr \left(e^{-\beta H_R} \right) \right) \right] \right) \\ &= -\beta tr(H_R \rho_R) - \ln \left(tr \left[e^{-\beta H_R} \right] \right) tr(\rho_R \mathcal{I}), \end{aligned} \quad (3.2)$$

sendo \mathcal{I} a matriz identidade de dimensão apropriada. Usando o resultado da Eq. (3.2) na Eq. (3.1), nós obtemos:

$$\begin{aligned} \Delta S &= S(\rho'_R) - \beta tr(H_R \rho_R) - \ln \left(tr \left[e^{-\beta H_R} \right] \right) - I(S' : R') \\ &= S(\rho'_R) - \beta tr(H_R \rho_R) - \ln \left(tr \left[e^{-\beta H_R} \right] \right) + \left(\beta tr(H_R \rho'_R) - \beta tr(H_R \rho_R) \right) - I(S' : R') \\ &= S(\rho'_R) + \beta tr \left(H_R (\rho'_R - \rho_R) \right) - \ln \left(tr \left[e^{-\beta H_R} \right] \right) - \beta tr(H_R \rho'_R) - I(S' : R') \\ &= -tr(\rho'_R \ln \rho'_R) + \beta \Delta Q - \ln \left(tr \left[e^{-\beta H_R} \right] \right) \cdot tr(\rho'_R \mathcal{I}) + tr \left(\ln \left(e^{-\beta H_R} \right) \rho'_R \right) - I(S' : R') \\ &= \beta \Delta Q - I(S' : R') - tr(\rho'_R \ln \rho'_R) + tr \left(\rho'_R \ln \left[\frac{e^{-\beta H_R}}{tr[e^{-\beta H_R}]} \right] \right) \\ &= \beta \Delta Q - I(S' : R') - tr(\rho'_R \ln \rho'_R) + tr(\rho'_R \ln \rho_R). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Os dois últimos termos na Eq. (3.3) são nomeados como a *entropia relativa*, $D(A||B)$, tal que:

$$\Delta S = \beta \Delta Q - I(S' : R') - D(\rho'_R || \rho_R).$$

Finalmente temos então:

$$\beta \Delta Q = \Delta S + I(S' : R') + D(\rho'_R || \rho_R). \quad (3.4)$$

A informação mútua, $I(A : B)$, e a entropia relativa, $D(C||D)$, são sempre maiores ou iguais a zero para qualquer combinação de estados, de modo que a relação $\beta\Delta Q \geq \Delta S$ fica comprovada pra sistemas quânticos finitos inicialmente sem correlações entre o sistema principal e o reservatório térmico, concluindo a demonstração.

Mostramos, seguindo (REEB; WOLF, 2014), a ‘versão quântica’ do princípio de Landauer. Se olharmos para a Eq. (3.4) podemos ver a relação de igualdade, sabendo exatamente qual será o calor liberado pelo sistema, o que significa que podemos saber o custo energético para fazer algum cálculo ou reinicializar o sistema utilizando um sistema quântico que satisfaça as condições citadas acima. Mas, infelizmente, o resultado depende da informação mútua e da entropia relativa, que não são fáceis de se medir. Então novamente seguindo (REEB; WOLF, 2014), é possível derivar o princípio apenas em função da variação da entropia do sistema e da dimensão do reservatório, que são quantidades e parâmetros mais fáceis de se medir experimentalmente. No entanto, há um custo a se pagar por isso, que é o surgimento de uma desigualdade. O novo resultado para o princípio de Landauer provado na Ref. (REEB; WOLF, 2014) é então

$$\beta\Delta Q \geq \Delta S + \frac{2(\Delta S)^2}{\ln^2(d-1) + 4}, \quad (3.5)$$

onde d é a dimensão do espaço de Hilbert do reservatório. A demonstração completa da Eq. (3.5) pode ser encontrada de forma detalhada nas referências (REEB; WOLF, 2014) e (REEB; WOLF, 2015), referências estas que se complementam na demonstração e trazem uma discussão mais ampla sobre a física matemática aplicada no cálculo, bem como reflexões sobre os limites e as implicações que certas condições consideradas inicialmente acarretam.

4 Modelos estudados

Nesta seção, descreveremos o sistema físico que investigamos e como podemos resolver sua dinâmica. Inicialmente, estudaremos o caso ideal, no qual tratamos de um sistema fechado, composto por um qubit principal acoplado a N outros qubits, que funcionam como reservatório para o principal. As propriedades do conjunto sistema mais reservatório são obtidas resolvendo a equação de Schrödinger. Em seguida, investigamos o processo de reinicialização de um computador quântico. Para tanto, devemos considerar um sistema auxiliar para extrair energia do qubit principal. Isso pode ser facilmente descrito considerando sistemas quânticos abertos, introduzindo a equação mestra para lidar com a dissipação do sistema auxiliar.

4.1 O caso ideal

Uma vez que temos uma maneira simples de relacionar o calor e a entropia, dada pela Eq. (3.5), podemos estudar a dinâmica dessas quantidades para entender melhor o princípio de Landauer. Começamos analisando tais funções para diferentes estados iniciais do sistema e dos reservatórios com diferentes topologias, ou seja, serão alterados os formatos e os tamanhos dos reservatórios em cada caso.

Vamos começar mostrando os casos que estudaremos aqui. Vamos considerar uma cadeia composta por um qubit principal, que nesse trabalho será considerado como sendo o nosso sistema, mais N qubits, que funcionam como reservatório, descrito inicialmente pelo estado térmico $\rho_R = \otimes_{k=1}^N \rho_k$, com $\rho_k = (P_g|g\rangle_k\langle g| + P_e|e\rangle_k\langle e|)$, sendo P_g (P_e) a população do estado de fundamental (excitado) do k -ésimo qubit do reservatório. Os qubits são acoplados em ressonância apenas com os primeiros vizinhos e, por hora, consideramos que não há correlação entre quaisquer qubits. Estudamos quatro cadeias topológicas diferentes, que são:

- a) Cadeia linear com o qubit principal fixado no início;
- b) Cadeia linear com qubit principal no meio da cadeia;
- c) Cadeia linear fechada (circular), onde o último qubit é acoplado ao primeiro (que definiremos, sem perda de generalidade, como sendo o qubit principal);
- d) Cadeia central, onde cada qubit do reservatório é acoplado apenas ao qubit principal.

As cadeias lineares, apesar das diferentes condições de contorno, obedecem ao

seguinte hamiltoniano (consideraremos $\hbar = 1$ ao longo deste trabalho, por simplicidade)

$$\mathbf{H}_L = \left(\sum_{i=1}^N g \sigma_+^i \sigma_-^{i+1} \right) + h.c., \quad (4.1)$$

onde g é a força de acoplamento entre os qubits em ressonância e σ_+^i (σ_-^i) é o operador de levantamento (abaixamento) de Pauli para o i -ésimo qubit. O hamiltoniano da cadeia circular possui o termo adicional $g \sigma_+^{N+1} \sigma_-^1 + h.c.$, que descreve a interação entre o último e o primeiro qubits.

Finalmente, o hamiltoniano da cadeia central é escrito como

$$\mathbf{H}_C = g \sigma_+^M \left(\sum_{i \neq M}^{N+1} \sigma_-^i \right) + h.c., \quad (4.2)$$

aqui o superíndice M refere-se ao qubit principal (M de ‘main’, isto é, principal em inglês). Vale ressaltar que ambos os Hamiltonianos estão na representação de interação.

O estado inicial de todo o sistema (qubit principal mais os qubits do reservatório) é descrito por $\rho = \rho_M \otimes \rho_R$, onde ρ_M é a matriz densidade do sistema e ρ_R a matriz densidade do reservatório, conforme definido acima. Para calcular a entropia do qubit principal, empregamos as seguintes definições:

$$\rho_A = \text{tr}_B[\rho_{AB}], \quad (4.3a)$$

$$S(\rho) = -\text{tr}(\rho \ln(\rho)). \quad (4.3b)$$

As três condições de contorno aplicadas no caso linear são: (a) cadeia linear com o qubit principal no início da cadeia, (b) o qubit principal no meio da cadeia linear aberta e (c) uma cadeia linear fechada, que tem o último qubit acoplado ao primeiro. A última configuração (d) refere-se à topologia central, onde o qubit principal é diretamente acoplado a N outros qubits individuais. Na Fig. 4 ilustramos esquematicamente todas essas configurações.

4.2 O caso dissipativo

Nesta seção, descrevemos o caso dissipativo, onde consideramos um sistema auxiliar (um modo de uma cavidade dissipativa) acoplado ao reservatório, que será usado para apagar a informação do qubit principal.

Os hamiltonianos que governam os casos dissipativos possuem um termo adicional aos demais hamiltonianos apresentados anteriormente para cada caso, que surge devido a

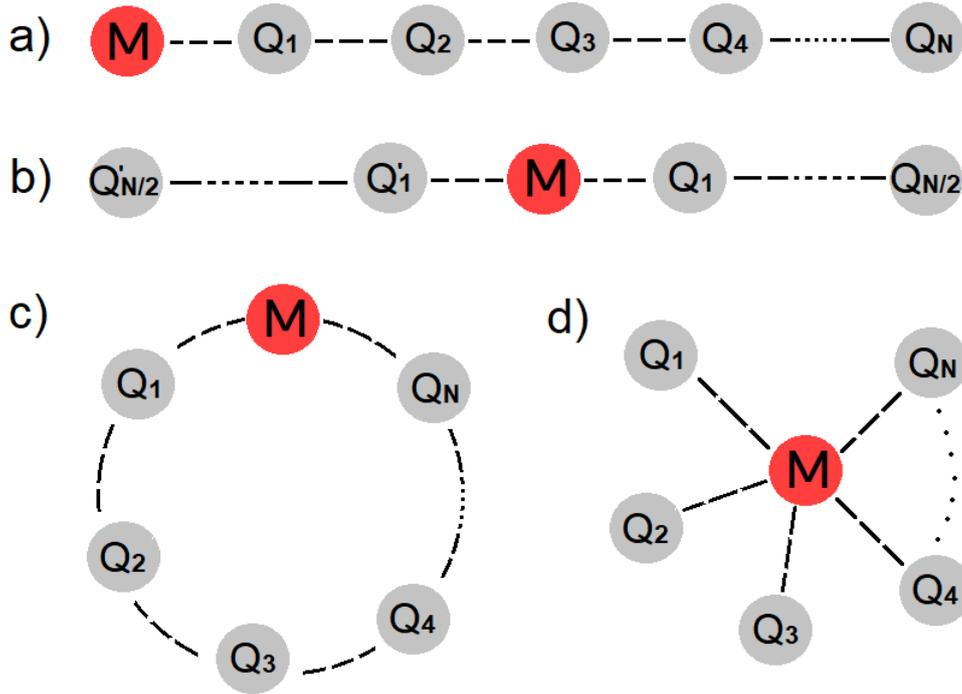


Figura 4 – Topologias para as cadeias de qubits estudadas em nosso trabalho. a) Cadeia linear aberta com qubit principal no início da cadeia. b) Cadeia linear aberta com qubit principal no meio da cadeia. c) Cadeia linear fechada (cadeia circular). d) Configuração central, na qual o qubit principal é acoplado a N outros qubits. O índice M indica o qubit principal e o índice Q_i indica o i -ésimo qubit do reservatório.

interação entre o modo dissipativo de uma cavidade e o i -ésimo qubit de cada cadeia. Este termo adicional é dado por

$$H_{int} = \lambda \sigma_+^i \otimes a + h.c., \quad (4.4)$$

sendo a (a^\dagger) o operador de aniquilação (criação) para o modo de cavidade e λ a constante de acoplamento entre o i -ésimo qubit e a cavidade. Na Fig. 5 mostramos os quatro casos já citados, mas agora com o acréscimo do acoplamento do modo cavidade (neste trabalho considera-se que o último qubit do reservatório está acoplado ao modo cavidade, conforme ilustrado na Fig. 5. É preciso ressaltar ainda que, no caso da cadeia central, para um apagamento mais rápido da informação, todos os qubits do reservatório são acoplados a um modo do campo eletromagnético (EM).

4.3 Métodos

Para estudar os três primeiros objetivos deste trabalho, tratamos os casos sem dissipação, uma vez que a energia de todo o sistema é conservada. Para isso, resolvemos a equação de Schrödinger dependente do tempo dada por:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle, \quad (4.5)$$

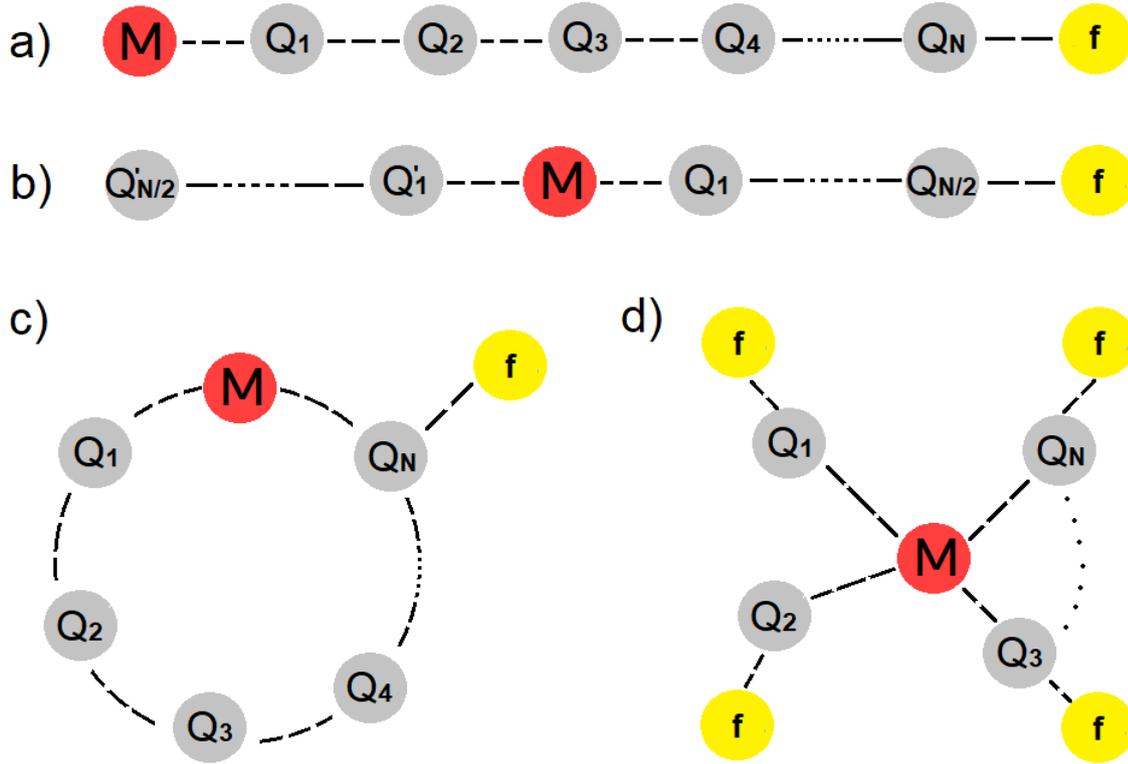


Figura 5 – As mesmas topologias apresentadas na Figura 4, mas agora com o acréscimo de um modo de cavidade - representado pelos círculos amarelos com o índice f - acoplado ao último qubit do reservatório em cada uma das configurações.

onde o hamiltoniano H refere-se a cada um dos casos citados acima, referentes ao sistema completo, isto é, qubit principal mais reservatório, e $|\Psi(t)\rangle$ é o vetor de estado também referente a todo o conjunto. Para o nosso estudo numérico, começamos escrevendo a representação matricial para os hamiltonianos e, em seguida, as rotinas computacionais usadas para resolver as equações diferenciais via integração. Portanto, na próxima seção serão apresentados os resultados a respeito dos casos ideais.

Para os casos em que há efeitos dissipativos, resolveremos a seguinte equação mestra:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + L(\rho), \quad (4.6)$$

com $L(\rho) = \frac{\kappa}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a)$, onde ρ é a matriz de densidade de todo o sistema e κ é a taxa de dissipação do modo da cavidade. A Eq. (4.6) pode ser derivada formalmente levando-se em conta a interação entre o modo da cavidade e um conjunto gigantesco de osciladores harmônicos (reservatório infinito), levando-se em consideração que o acoplamento entre o modo e o reservatório é muito fraco e que não há efeitos de memória (isto é, que o sistema é Markoviano). Além disso, esta equação mestra é válida apenas para acoplamentos fracos qubit-cavidade e qubit-qubit (quando comparados com a energia livre dos qubits e do modo cavidade), que é o nosso caso. Para estudar o papel dos efeitos das correlações no princípio de Landauer, consideraremos dois casos, a) apenas os N qubits

(nosso reservatório) correlacionados e b) todos os qubits (qubit principal e os qubits do reservatório) correlacionados. Para isso, vamos considerar os estados desta dinâmica como um estado semelhante ao de dois qubits correlacionados, dados por

$$|\Psi\rangle = N(p_1|g_1\rangle \otimes |e_2\rangle + p_2|g_2\rangle \otimes |e_1\rangle), \quad (4.7)$$

onde a normalização $Norm$ é definida como $Norm = \left(\sqrt{p_1^2 + p_2^2}\right)^{-1}$, e g_i (e_i) é o estado fundamental (excitado) do i -ésimo qubit, com $i = 1, 2$. Para obter os resultados, como dito anteriormente, será feito um estudo numérico onde resolveremos as Eq.'s (4.5) e (4.6) pelo software Python, utilizando um pacote de operações e métodos voltados para problemas de óptica quântica chamado QuTip ([JOHANSSON; NATION; NORI, 2012](#); [JOHANSSON; NATION; NORI, 2013](#)).

5 Resultados e Discussões: Reservatórios Finitos e Dinâmicas sem Dissipação

Agora que já foram apresentados os objetivos do nosso estudo, bem como a teoria e o método que usaremos neste trabalho, podemos iniciar a apresentação dos resultados obtidos. Nosso objetivo ao longo destes dois anos foi analisar como a informação era transferida ao longo de uma cadeia finita ou infinita e para isso consideramos diversas situações, como diferentes topologias de reservatório, bem como diferentes estados iniciais, justamente a fim de descobrir como essas mudanças influenciariam na dinâmica das cadeias. Por fim, fomos capazes de encontrar certos padrões, conforme será citado neste capítulo, que nos ajudaram a desenvolver uma aplicação do nosso estudo, que é um protocolo de apagamento de informação que será mostrado e discutido no final do trabalho. Por isso, além de apresentar os resultados obtidos referentes à dissipação de informação, vamos explicar quais foram os padrões que observamos, que são focados na máxima variação de informação no sistema e que serão relacionados no final do trabalho com a aplicação aqui desenvolvida.

5.1 O caso ideal.

Começaremos tratando o primeiro objetivo do trabalho, que consiste basicamente em analisar as duas funções que compõe o princípio de Landauer para sistemas quânticos, que são a entropia do sistema e o calor do reservatório, partindo do caso ideal - quando a energia total do sistema é conservada. Para isso, foram estudadas várias configurações e vários estados iniciais, e serão apresentados aqui os resultados que sintetizam as informações obtidas dessas inúmeras análises.

Nas Figs. 6 a 9 apresentamos os gráficos do calor e da entropia em função do tempo (gt) para $N = 2$ e $N = 4$ para as diferentes topologias estudadas. Podemos ver que estamos realmente lidando com um sistema fechado - ressaltando que nesse caso, sistema se refere ao qubit principal mais o reservatório - pois quando olhamos para as curvas da variação do calor (linhas contínuas) vemos que o máximo que ela atinge é a energia que o sistema principal possuía inicialmente, uma vez que fixamos o reservatório no estado fundamental (quando o reservatório não está no seu estado fundamental, o valor máximo para as suas variações de calor está sujeito a diferença de energia entre os estados do sistema e do reservatório). Isso se justifica pelo fato de que, por estarmos em um regime sem dissipações, toda a energia do sistema vai para o reservatório, e, ocasionalmente, ela retornará para o sistema, com esse ciclo se repetindo infinitas vezes por ser tratar de um

caso ideal. Um comportamento semelhante e igualmente justificado ocorre quando olhamos para as curvas da entropia (linhas tracejadas). Vemos também, em uma análise qualitativa para cada topologia, que a dinâmica dessas duas funções não depende do estado inicial dos qubits, em outras palavras, fixadas uma topologia e a dimensão do reservatório, os pontos de máximo e mínimo das funções variam pois dependem do estado inicial dos qubits, porém a dinâmica das funções não é alterada, isto é, o tempo necessário para a dinâmica atingir esses valores extremos é o mesmo. De forma mais simples, imagine que as curvas dessas funções fossem imagens com diversas ‘escalas’ ou com ‘tamanhos’ diferentes, essas escalas estariam relacionadas com os estados iniciais dos qubits, porém as imagens seriam semelhantes (esse comportamento parece ocorrer nas Figs. 6, 7 e 8).

Outro resultado a ser investigado mais detalhadamente é a impressão de que os primeiros máximos, ou seja, a variação máxima, para ambos os tipos de linhas, ocorrem ao mesmo tempo para as topologias das Figs. 6, 7 e 8, que são, respectivamente, referentes às topologias linear aberta com o qubit principal no início da cadeia, linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia e a circular, independentemente do estado inicial dos qubits. Nos gráficos para a cadeia central, Fig. 9, vemos que os picos acontecem mais cedo para N 's maiores, então inferimos que o tempo do primeiro pico depende apenas do número de primeiros vizinhos ligados ao qubit principal, ou seja, quanto maior o número de primeiros vizinhos, mais rápido a energia e a informação fluem para fora do qubit principal.

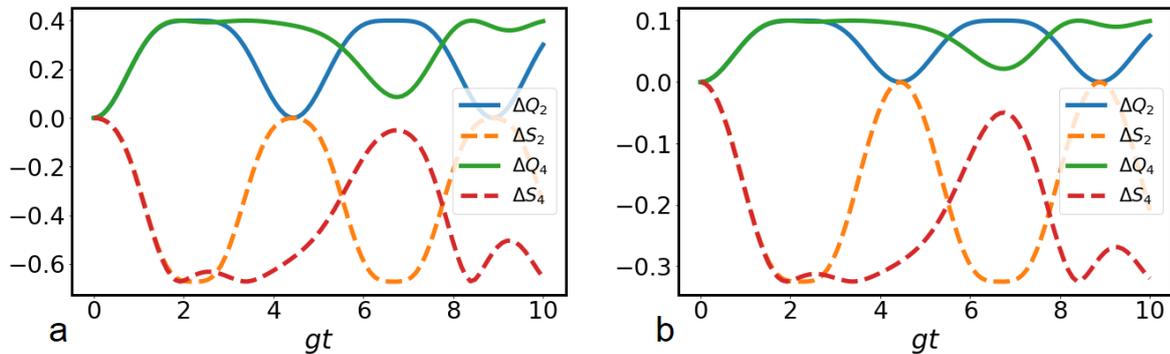


Figura 6 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear com o qubit principal no começo da cadeia. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Como vemos, o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal.

Para analisarmos melhor essa impressão citada no parágrafo anterior, elaboramos a Fig. 10. No primeiro painel da figura temos as dinâmicas da variação do calor para diferentes tamanhos de reservatório usando a topologia mais simples, conforme detalhado

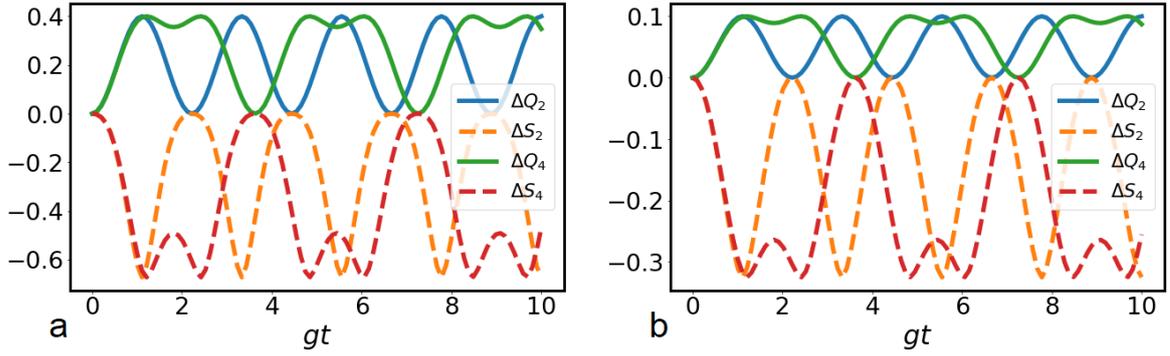


Figura 7 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Novamente, o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal.

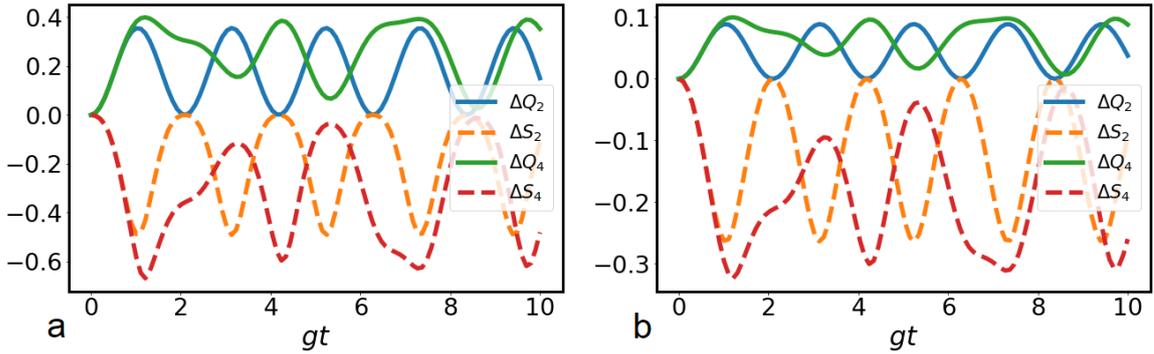


Figura 8 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia circular. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Mais uma vez, o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal.

na legenda. Na caixa da figura é possível ver o comportamento que já havíamos notado, no qual podemos ver que o caso com apenas um qubit no reservatório é o que atinge o primeiro máximo mais rapidamente. Já nas configurações com três e quatro qubits no reservatório, esse ponto de máximo ocorre no mesmo tempo e que na configuração com dois qubits no reservatório, embora pareça seguir esse comportamento, ela na verdade atinge a sua variação máxima um pouco depois dos casos citados anteriormente (comportamentos semelhantes foram também analisados e verificados para as demais topologias e podem ser vistos no Apêndice A). Isso nos motivou a elaborar o gráfico do painel seguinte, no qual

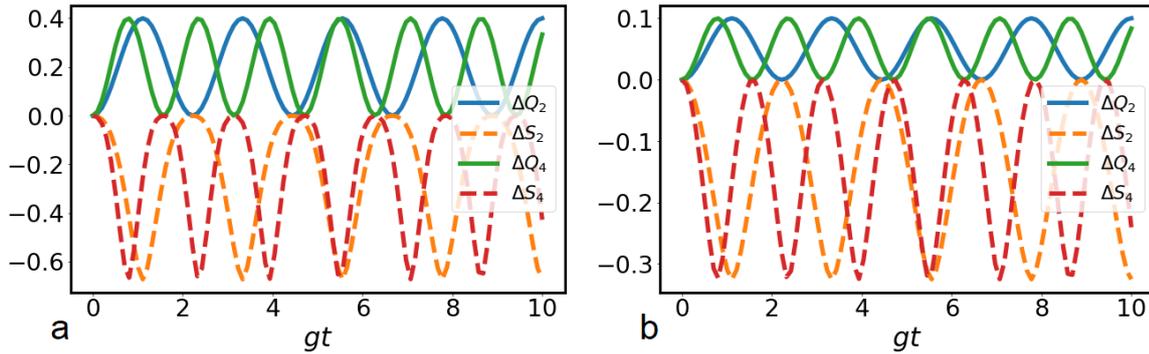


Figura 9 – ΔS_N (linha tracejada) indica a variação da entropia do sistema e ΔQ_N (linha contínua) indica a variação do calor no reservatório como funções do tempo adimensional gt para a topologia central. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice (ver legenda). Os estados iniciais do qubit principal são, da esquerda para direita: a) $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. b) $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$. Aqui o comportamento qualitativo da entropia e do calor independem do estado inicial do qubit principal, mas uma diferença importante aparece: a taxa de troca de energia entre o qubit principal e o reservatório é alterada e depende do número de qubits do reservatório.

plotamos o tempo em que ocorre o primeiro extremo das variações da entropia do sistema e do calor do reservatório em função do número de qubits no reservatório para cada uma das topologias - ver descrição da figura para mais detalhes.

Olhando para a Fig 10 b) podemos notar que para as duas topologias lineares e a topologia circular, a partir de um certo N , o tempo adimensional gt_{min} passa a ser o mesmo independentemente do tamanho do reservatório, o que nos levou a acreditar que o tempo até o extremo só dependia do número de primeiros vizinhos, e a curva obtida para a configuração central comprova nossa hipótese, uma vez que nesta topologia este tempo vai diminuindo conforme o número de qubits N no reservatório vai aumentando. Outro fato observado no gráfico que corrobora a dependência apenas com os primeiros vizinhos é o fato dos pontos da cadeia circular serem os mesmos em todos os casos que a configuração linear com o qubit principal no meio da cadeia - com exceção do caso para $N = 2$, que apesar dos tempos serem diferentes ainda são próximos - o que mostra que o que influencia na dinâmica é o número de primeiros vizinhos e não o arranjo dos qubits do reservatório. Uma segunda observação que merece destaque é o fato de que em todas as topologias, excluindo a configuração central, o menor tempo foi obtido com o menor reservatório possível, o que é uma vantagem do ponto de vista experimental por se tratarem das configurações mais simples de serem implementadas.

Pôde-se notar que, embora não esteja diretamente ligado ao objetivo que aqui estudamos, usamos uma parte considerável do texto desenvolvido neste começo de capítulo com o intuito de estudar o comportamento das funções entropia e calor até atingirem a

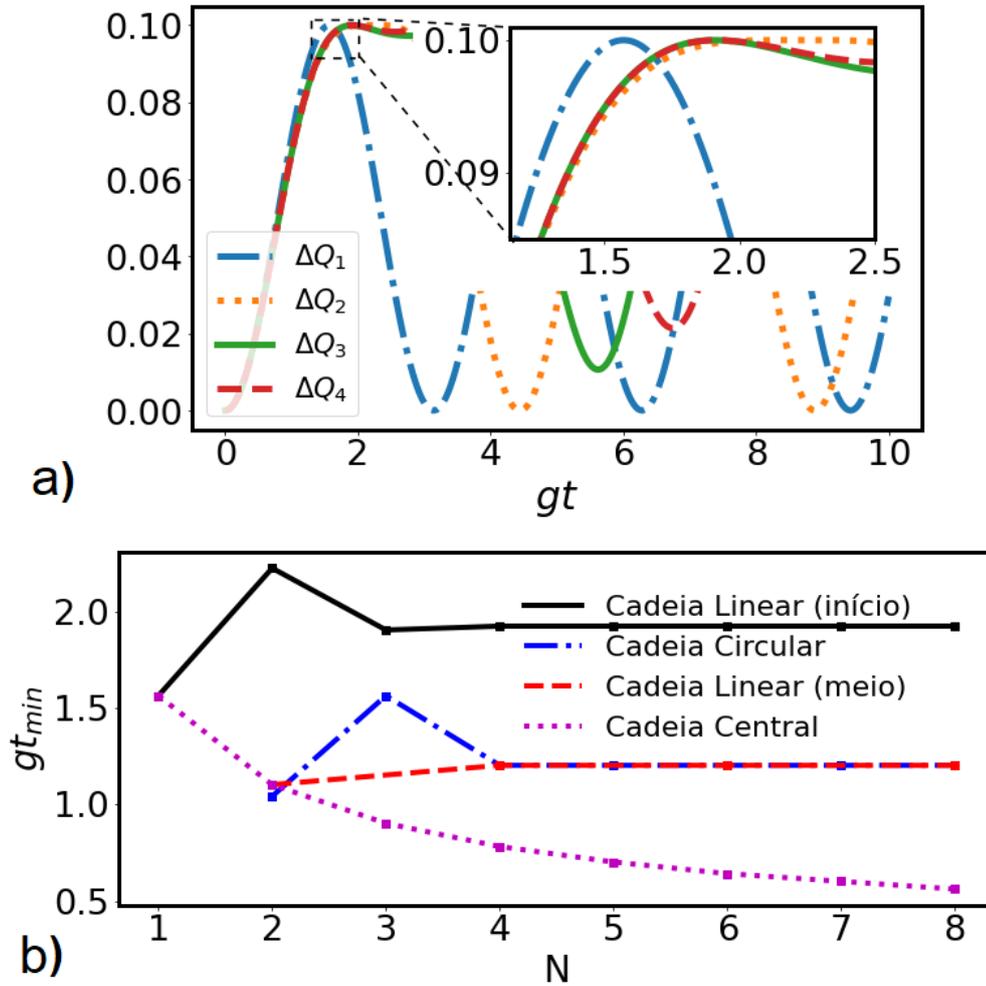


Figura 10 – Estudo sobre o tempo até a primeira variação máxima das funções entropia e calor. a) Variação do calor no reservatório para a cadeia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia em função do tempo gt . O sistema está no estado $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$ e o reservatório no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$. A caixa do painel a) mostra a dinâmica para os diferentes reservatórios no tempo em que a primeira variação máxima ocorre. b) O tempo gt_{min} do primeiro mínimo da variação da entropia do sistema como função do número N de qubits no reservatório para diferentes topologias (ver legenda). Em ambos os painéis, o sistema está inicialmente no estado $\rho_M = 0.6|g\rangle\langle g| + 0.4|e\rangle\langle e|$. Todos os qubits do reservatório estão no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N sendo o número de qubits do reservatório.

sua máxima variação. A motivação para tal fato ficará clara ao longo do trabalho quando formos tratar detalhadamente a aplicação desenvolvida, porém como estamos interessados na dinâmica das variações, esse resultado por si só já é digno de ser apresentado, pois contém informações que são contraintuitivas - como o fato de que, na topologia linear com o qubit principal no início da cadeia, o tempo até o primeiro extremos das funções é maior para dois qubits no reservatório do que para um ou três.

5.2 O efeito das correlações

Iniciaremos agora o estudo com sistemas correlacionados. Para isso, vamos considerar dois casos, como já anunciado no objetivo 2 da subseção 2.1, que são, primeiro, cadeias de qubits nas quais os qubits do reservatório estão correlacionados, e na sequência, o segundo caso, onde todos os qubits estando correlacionados.

5.2.1 Correlações entre os qubits do reservatório

Começando então com o primeiro caso, para estudar a mudança de comportamento acarretada pelas correlações no reservatório, utilizaremos uma metodologia similar àquela do começo do capítulo, quando apresentamos os primeiros resultados. Iremos estudar a dinâmica das funções ΔS e ΔQ , que são, respectivamente, a variação de entropia do sistema e a variação do calor no reservatório, para as quatro topologias que já nos são familiares e com reservatórios de dimensões diferentes. A fim de comparar os resultados, vamos manter sempre que possível, o mesmo estado inicial tanto do sistema quanto do reservatório. Por uma questão didática, faremos uma análise a respeito dos resultados analisando todos os gráficos juntos a fim de comparação, pois acreditamos que dessa maneira a mensagem será passada de forma mais clara.

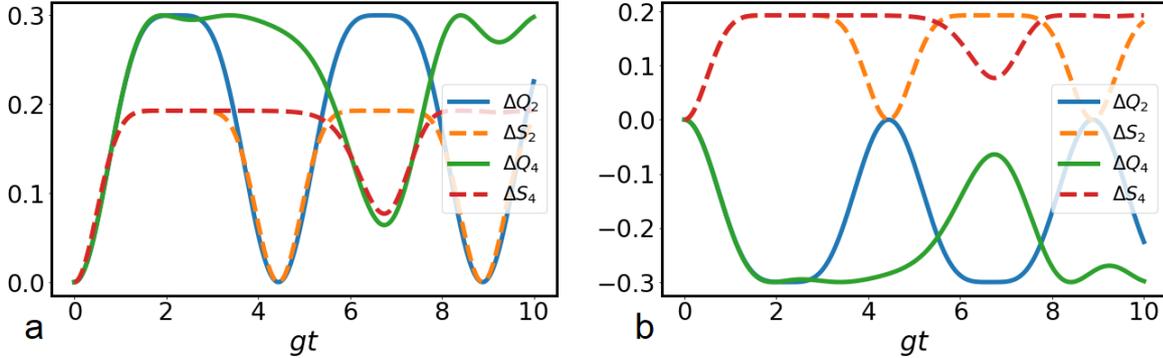


Figura 11 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = (1/\sqrt{2}) \left(\otimes_{k=1}^{N/2} (g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_k^{N/2} (e_{2k-1} \otimes g_{2k}) \right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$.

Nas Figs. 11 a 14 apresentamos os gráficos do calor e da entropia em função do tempo (gt) para $N = 2$ e $N = 4$ para as diferentes topologias estudadas. Se nos concentrarmos nas curvas para o calor - contínuas - veremos que não parece existir, em um primeiro momento, um padrão para os valores possíveis que a variação do calor pode alcançar, principalmente se excluirmos a primeira topologia da análise. É possível perceber que as variações máximas para os reservatórios com apenas dois qubits é maior do que para os reservatórios com 4 qubits (excluindo-se a Fig. 11 dessa análise). Isso vai contra

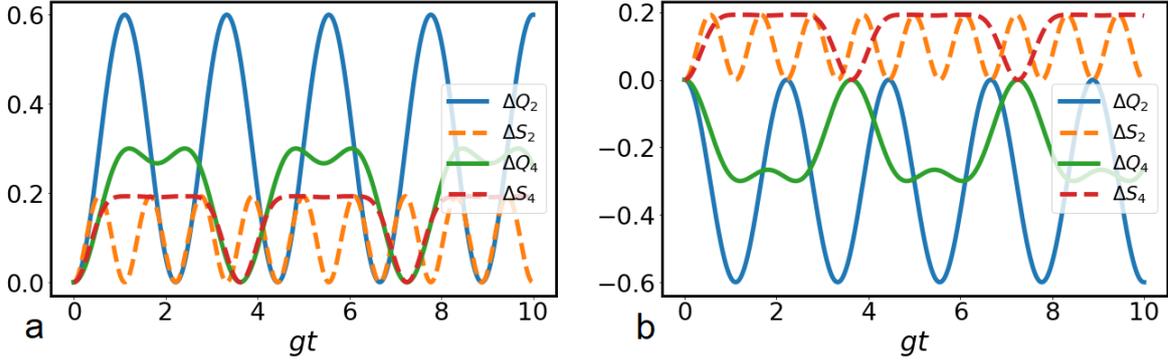


Figura 12 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = \left(1/\sqrt{2}\right) \left(\otimes_k^{N/2} (g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_{k=1}^{N/2} (e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$.

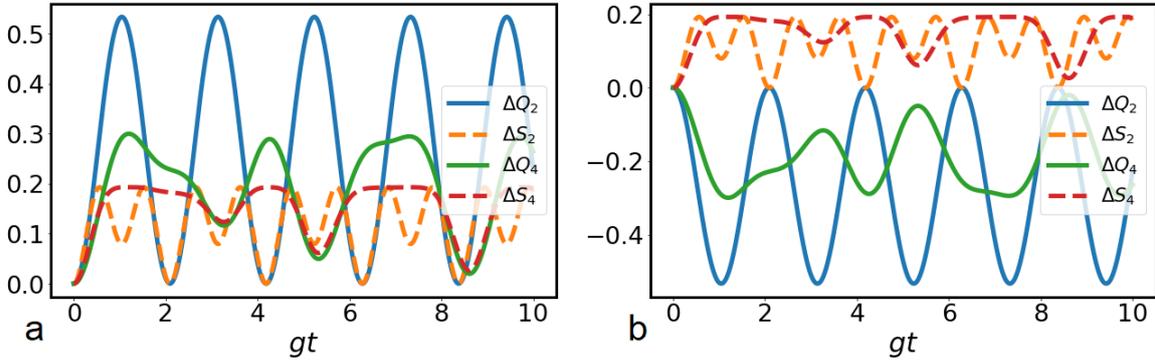


Figura 13 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear fechada. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = \left(1/\sqrt{2}\right) \left(\otimes_{k=1}^{N/2} (g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_k^{N/2} (e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$.

ao que tínhamos nos casos anteriores, nos quais não haviam correlações, onde pensávamos que esses valores extremos para as variações do calor eram definidos diretamente pelos estados iniciais dos qubits. Porém, com um olhar mais cuidadoso sobre a Fig. 8 - que diz respeito à topologia circular - é possível notar nos dois painéis que já existia uma diferença entre os máximos dos diferentes reservatórios para as duas condições iniciais, ou seja, há uma influência, mesmo que em uma escala menor, da topologia e da dimensão escolhidas. Agora, nos casos com correlação, a existência de tal influência se tornou mais evidente. Isso nos mostra, então, que teríamos que considerar também, além dos estados iniciais dos componentes da cadeia, a topologia com a qual estamos trabalhando, o que colocaria um grau de dificuldade a mais em uma análise teórica, pois teríamos que resolver de fato a dinâmica para todo o sistema, já que no caso com correlações a expectativa que alguém

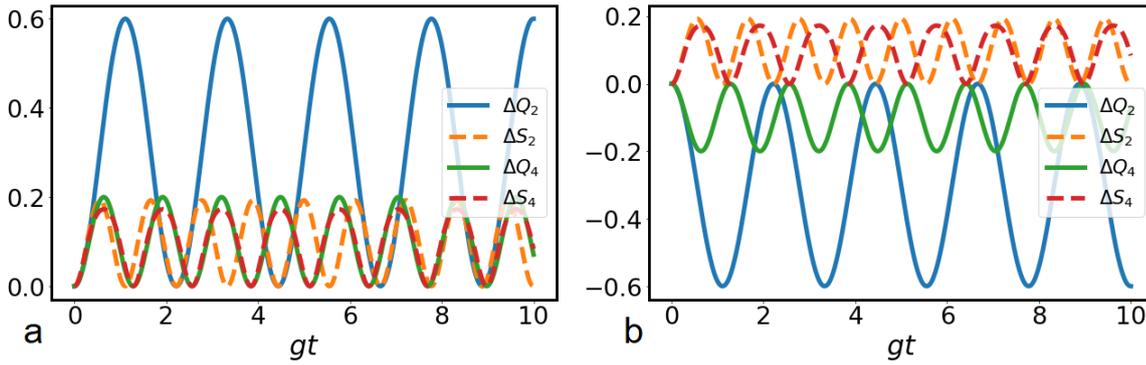


Figura 14 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a configuração central. O estado do reservatório é dado por $|\Psi\rangle_R = (1/\sqrt{2})\left(\otimes_{k=1}^{N/2}(g_{2k-1} \otimes e_{2k}) + \otimes_k^{N/2}(e_{2k-1} \otimes g_{2k})\right)$, sendo $N = 2, 4$ - ver legenda. Os estados iniciais do qubit principal são: a) $\rho_M = 0.2|g\rangle\langle g| + 0.8|e\rangle\langle e|$ e b) $\rho_M = 0.8|g\rangle\langle g| + 0.2|e\rangle\langle e|$.

poderia ter sobre como se daria a dinâmica é facilmente quebrada, vide os resultados anteriores para a variação do calor no reservatório. Este comportamento foi verificado principalmente quando trabalhamos com reservatórios que possuem dois qubits, então trataremos do estudo dessa situação em trabalhos futuros para tentar entender melhor a dinâmica desse caso específico.

5.2.2 Correlações entre todos os componentes de uma cadeia

Agora vamos iniciar os estudos considerando correlações entre o sistema e o reservatório. Como verificamos anteriormente, as dinâmicas das funções analisadas são influenciadas pelas topologias de cada reservatório, e isso ficou evidenciado nos casos em que o estado do reservatório era um estado de qubits correlacionados, por isso esperamos que esse comportamento seja válido nesta subseção já que também lidamos com correlações. Sendo assim, tentaremos aqui encontrar semelhanças ou diferenças com o caso anterior, na tentativa de entender melhor como o papel das correlações na evolução do sistema, bem como a sua importância. Neste sentido, procederemos como anteriormente, apresentando os resultados e em seguida buscaremos explicá-los comparando-os e analisando-os juntos. É importante citar que, para construir os gráficos seguintes, escolhemos os estados iniciais de modo que a energia do qubit principal fosse próxima àquelas dos casos anteriores, a fim de facilitar a comparação entre os casos com correlações.

Nas Figs. 15 a 18 apresentamos os gráficos do calor e da entropia em função do tempo (gt) para $N = 2$ e $N = 4$ para as diferentes topologias estudadas. Nos casos dessa seção, é possível notar comportamentos já observados em casos anteriores, por exemplo, nota-se que a variação de calor do reservatório volta a depender principalmente da população do estado excitado do qubit principal. Como pode ser observado nas figuras,

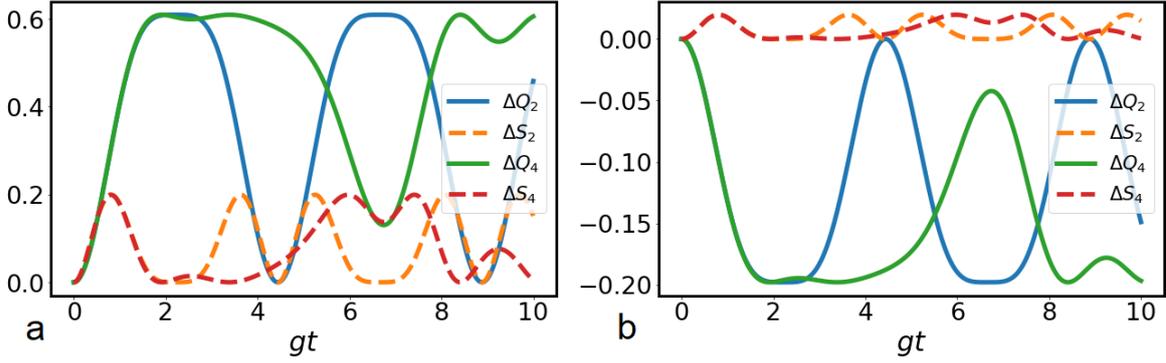


Figura 15 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm} \left(p_g |g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e |e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res} \right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2} \right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$.

a variação do calor (linhas contínuas) fica limitada pela energia contida no estado excitado do conjunto - uma vez que definimos a energia do estado fundamental como sendo zero. Isso é contrário ao comportamento que tínhamos para o calor do reservatório no caso anterior que envolvia correlações somente no reservatório, onde essa variação parecia ser influenciada pela topologia usada, mas entra em concordância com os casos sem correlações nos quais a variação dessa função dependia da diferença entre as energias iniciais do sistema e do reservatório.

Agora, analisando a variação da entropia do sistema (linhas tracejadas), temos que ela apresenta um comportamento não visto nos casos anteriores, que é a forte dependência com a topologia e com a dimensão dos reservatórios. Se olharmos nas Figs. 16, 17 e 18, podemos notar de forma mais evidente que, em cada um desses gráficos, independente do estado inicial, a variação da entropia muda muito a depender da dimensão do reservatório, ou seja, quantos qubits compõe o reservatório. Este comportamento é similar ao da variação do calor no reservatório quando havia a presença de correlações somente no reservatório. Acreditamos que isso deve-se ao fato de que o sistema agora possui correlação, de forma que isso interfira drasticamente na evolução de suas funções, como visto para a entropia, ou seja, vemos que as correlações aumentam a influência da topologia sobre a parte da cadeia que possui correlação. Nos casos sem correlações vimos que a dinâmica era fortemente dependente dos os estados iniciais dos qubits, pois davam a diferença de energia entre o

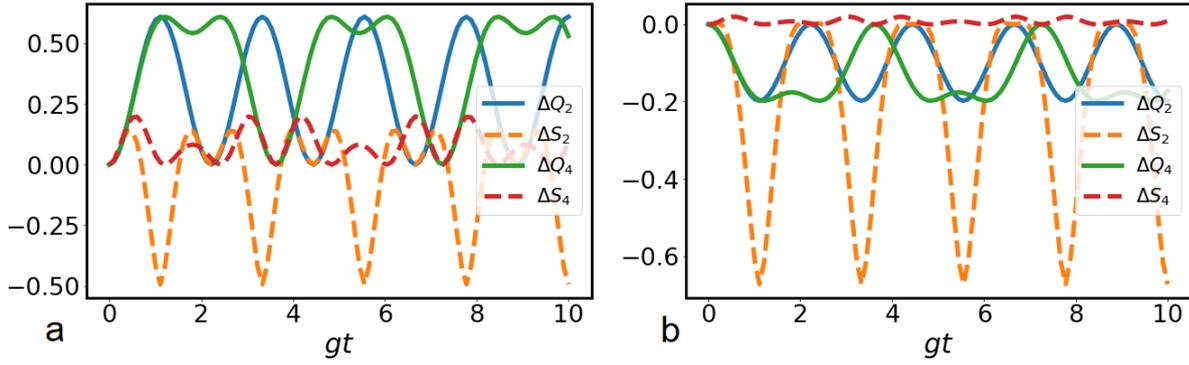


Figura 16 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm} \left(p_g |g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e |e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res} \right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2} \right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$.

sistema e o reservatório. Por outro lado, para os dois casos com correlação, vimos que isso resultou em uma influência maior da topologia, isto é, do formato e da dimensão do reservatório, sobre a dinâmica do conjunto.

Para finalizar este capítulo e encerrar o dois primeiros objetivos propostos neste trabalho, vamos recapitular as conclusões que chegamos após uma análise dos resultados mostrados. De início, nos voltamos a pensar sobre o melhor jeito de se estudar cadeias de qubits - nas quais um desses qubits representaria o nosso sistema de interesse e os demais seriam considerados como um reservatório para esse sistema - e para fazer isso decidimos variar o formato e o tamanho das cadeias, para que fosse possível ter uma visão mais ampla de como isso influenciaria os resultados. Também decidimos variar os estados iniciais dos qubits para que fosse possível comparar cada caso, a fim de se observar padrões que nos proporcionassem um melhor entendimento do que esperar em cada situação.

Iniciamos então nossos estudos com os casos mais simples de serem desenvolvidos, que eram cadeias de qubits não correlacionados e com estados iniciais que já nos são comuns. A primeira coisa que observamos foi que as variações da entropia do sistema e do calor no reservatório dependiam principalmente da diferença de energia entre o sistema e o reservatório e que o formato da cadeia só apresentava uma alteração quantitativa dessas funções quando estávamos lidando com a topologia linear fechada, Fig. 8, onde os

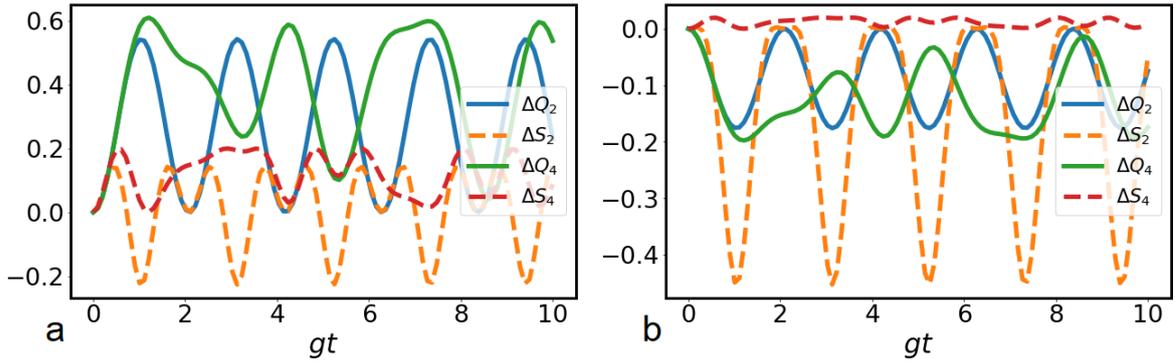


Figura 17 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a topologia fechada. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm}\left(p_g|g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e|e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res}\right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2}\right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$.

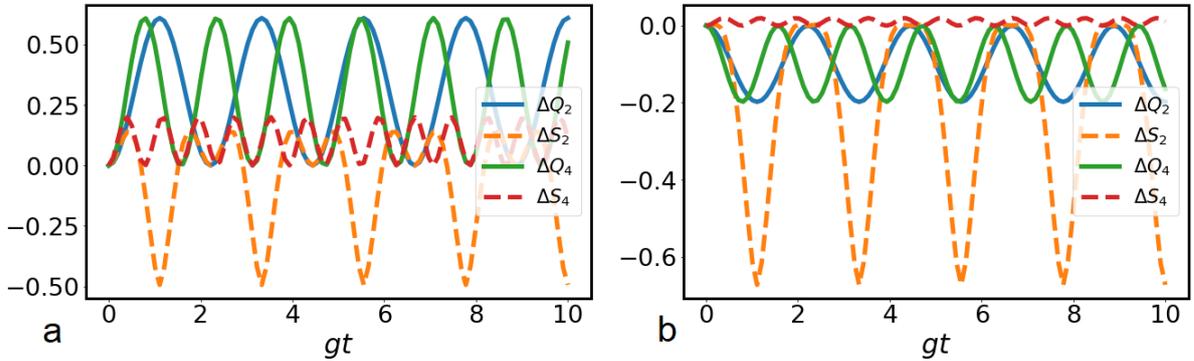


Figura 18 – A variação de calor do reservatório ΔQ (linha contínua) e a variação de entropia do sistema ΔS (linha tracejada) como funções do tempo adimensional gt para a configuração central. O vetor de estado inicial é dado por $|\Psi\rangle = \text{Norm}\left(p_g|g\rangle_{sis} \otimes |e\rangle_{res} + p_e|e\rangle_{sis} \otimes |g\rangle_{res}\right)$, com $\text{Norm} = \left(\sqrt{p_g^2 + p_e^2}\right)^{-1}$, onde temos que p_g e p_e são, respectivamente, as amplitudes de probabilidades (aqui assumidas reais por simplicidade) relacionadas à população do estado fundamental ($|g\rangle_{sis}$) e do estado excitado ($|e\rangle_{sis}$) do qubit principal. Os estados referentes ao reservatório são dados por $|g\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k$ e $|e\rangle_{res} = \otimes_{k=1}^N |e\rangle_k$, com $N = 2, 4$ - ver legenda. As populações dos estados do qubit principal são: a) $p_g = 0.33$ e $p_e = 0.67$ e b) $p_g = 0.55$ e $p_e = 0.35$.

máximos das variações eram ligeiramente diferentes quando mudávamos a dimensão do nosso reservatório. Outro resultado importante que observamos e que motivou a aplicação que será tratada mais a frente, foi em relação ao tempo necessário para as variações atingirem seus primeiros extremos globais. Foi realizado um gráfico específico para analisar esse comportamento, Fig. 10 b), onde foi possível constatar alguns resultados inesperados. Dentre eles, notamos que, com exceção da configuração central, o tempo até esse primeiro ponto de extremo das funções era o mesmo a partir de um certo N (que é o número de qubits do reservatório). Notamos que esse tempo dependia do número de primeiros vizinhos, fato comprovado pela curva referente à configuração central, e que, quanto maior o número de primeiros vizinhos, menor era o tempo decorrido até a dinâmica alcançar seu primeiro extremo global. Notamos ainda que, para um número fixo de primeiros vizinhos, a melhor configuração era aquela com menos qubits, por exemplo, ainda olhando para a Fig. 10 b), quando temos a topologia linear aberta com o qubit principal no início da cadeia, o melhor tempo nessa situação é para o menor reservatório possível, que contém apenas um qubit. Por outro lado, para a topologia circular, o menor tempo ocorria para dois qubits no reservatório, que novamente era o menor possível para esta topologia (este último comportamento também se repete para a topologia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia).

Em seguida, passamos ao estudo de casos em que haviam correlações, ou entre os qubits que formavam o reservatório, ou entre o reservatório e o sistema de interesse. Começamos tratando de correlações apenas no reservatório. Constatamos que, principalmente para a variação de calor do reservatório, os comportamentos observados para os casos anteriores não eram mais verificados em toda situação, e ainda foi possível ver que agora a topologia do reservatório, bem como a sua dimensão, tinham uma influência maior na dinâmica das funções, principalmente na variação calor do reservatório. Quando passamos ao estudo de correlações entre o sistema principal e o reservatório, vimos que a função que mais tinha sua dinâmica alterada era a variação da entropia do sistema, pois parecia depender mais fortemente da topologia e da dimensão do reservatório. Assim, percebemos que as correlações influenciavam de maneira mais evidente a parte da cadeia que possuía correlações. Em outras palavras, quando há algum tipo de correlação na cadeia - qubit principal mais reservatório - é notada, de forma geral, uma diferença para quando tais correlações não estão presentes. Porém esta diferença se tornou mais clara em duas situações, a primeira delas foi na dinâmica da variação de calor do reservatório quando haviam correlações somente entre os qubits do reservatório, e, a segunda foi na dinâmica para a variação da entropia do sistema quando este estava correlacionado com o reservatório. Isto nos mostra que as correlações fazem com que a topologia passe a ter um papel mais importante na dinâmica de tais funções e na forma como elas evoluem. Com esta última discussão e explicação dos resultados, chegamos ao fim deste capítulo concluindo os nossos dois objetivos iniciais.

6 Uma análise sobre o princípio de Landauer

Quando proposto inicialmente, o princípio de Landauer afirmava que, quando um sistema S estivesse em contato com um reservatório térmico R com uma temperatura T , então, uma certa quantidade de calor seria passada ao reservatório, caso fosse apagada alguma informação no sistema (LANDAUER, 1961). Como vimos também, em uma versão similar para sistemas quânticos, mostrou-se novamente que na presença de um sistema interagindo - inicialmente descorrelacionado - com um reservatório térmico em uma dada temperatura β , também há a transferência de calor para o reservatório quando o sistema tem sua entropia diminuída (REEB; WOLF, 2014). É possível notar certas equivalências nos dois casos, primeiro, notamos que esse princípio só faz sentido quando há o apagamento de informação no sistema, ou seja, quando o sistema tem sua entropia diminuída ao longo do processo. Em segundo lugar, vemos que ambos os formalismos necessitam de um reservatório térmico para que fosse demonstrado o princípio. Embora sejam utilizadas definições diferentes para os estados e as temperaturas de sistemas clássicos e quânticos, temos sempre que o reservatório tem sua temperatura inalterada ao longo da dinâmica. Ainda segundo (REEB; WOLF, 2014), foi mostrado que, em casos envolvendo correlações, é possível respeitar o princípio de Landauer se ‘reinterpretarmos’ o que seria o apagamento de informação. Para lidar com casos envolvendo correlações, foi considerado que havia uma memória M que estava inicialmente correlacionada com o sistema, além do reservatório - ainda considerado térmico e descorrelacionado dos outros componentes. Neste caso, o princípio de Landauer foi verificado considerando-se a variação da entropia condicional entre o sistema S e a memória M , de modo que foi mostrado que

$$\beta\Delta Q \geq \Delta S_{cond}(S|M) = S(S|M) - S(S'|M'), \quad (6.1)$$

sendo a entropia condicional $S(A|B)$ (de A condicionado a B) em um sistema bipartido, descrito pela matriz densidade ρ_{AB} , definida por

$$S(A|B) = S(A|B)_{\rho_{AB}} = S(\rho_{AB}) - S(\rho_B). \quad (6.2)$$

Duas menções merecem destaque, a primeira é que novamente há a necessidade de um reservatório térmico e descorrelacionado dos demais componentes em análise (sistema e memória), e a segunda é a ‘substituição’ da variação da entropia do sistema pela variação da entropia condicional, ou seja, há uma alteração importante em relação à versão clássica do princípio, pois mostra que é preciso interpretar o conjunto físico que está sendo analisado para que possam ser corretamente identificadas quais são as grandezas que asseguram a validade do princípio de Landauer.

Também é importante citar que no mesmo artigo foram mostradas situações em que o princípio de Landauer não era mais assegurado. Em uma situação onde se pretende

analisar o apagamento de informações que se tem *sobre* o sistema, não estaríamos mais interessados na entropia do sistema ou na entropia condicional entre o sistema e a memória, mas sim na variação da informação mútua, conforme definida na seção 3, entre o sistema e a memória, já que a informação que se tem *sobre* o sistema - devido às correlações entre o sistema e a memória - é quantificada por esta função. No artigo, foram capazes de mostrar que, se existirem casos nos quais há a variação da informação mútua sem que haja troca de calor com o reservatório, o princípio de Landauer seria violado.

Diante disso, para que possamos fazer uma análise sobre o princípio de Landauer utilizando as cadeias de qubits apresentados neste trabalho na seção 4, precisamos ter cuidado com o procedimento realizado para que se tenha sentido um estudo e uma análise sobre tal princípio. Embora as únicas componentes sejam o sistema e o reservatório, de modo que o apagamento de informação seja dado simplesmente pela variação da entropia do sistema, não estamos trabalhando com reservatórios com temperaturas fixas, visto que os estados dos demais qubits da cadeia podem variar ao longo da dinâmica, e esse é um fato que temos que nos atentar.

Para lidar com esta situação, tentaremos obter uma dinâmica - no âmbito de princípio de Landauer - semelhante à de um sistema interagindo com um reservatório térmico ideal. Para isso, vamos considerar a evolução do conjunto até o seu primeiro extremo, pois a partir deste tempo o sistema e o reservatório estariam em equilíbrio e não haveria mais dinâmica, uma vez que o estado do sistema passaria a ter a mesma energia que o reservatório e ainda vamos considerar que a temperatura β do reservatório (representado nesta análise por um único qubit) está fixa em seu valor inicial. Um exercício mental que pode ser feito, que corrobora com as condições apreciadas aqui, é imaginar como seria a dinâmica entre um sistema em contato com um reservatório térmico ideal. Nesta situação, o sistema iria evoluir até entrar em equilíbrio com o reservatório, ou seja, no final da dinâmica teriam a mesma energia. Assim, não só a variação de entropia do sistema dependeria apenas dos estados iniciais e finais do próprio sistema, como também a variação do calor que apareceria na vizinhança do sistema, pois a única mudança que temos é nos estados do sistema. Ainda, por tratarmos de um reservatório ideal, a sua temperatura permaneceria inalterada. Nos resultados seguintes, verificamos que o método utilizado nas análises baseado nas condições que elencamos anteriormente asseguram resultados consistentes com a situação ideal, exemplificada no exercício mental proposto.

Na Fig. 19 estudamos as dinâmicas para as duas funções constituintes do princípio de Landauer e também a variação do calor do reservatório - para simplificar a interpretação dos resultados, iniciamos com o sistema no estado de maior entropia, assim ao longo da dinâmica sempre teríamos o apagamento de informação, que é uma obrigatoriedade para que possamos começar a discutir sobre o princípio de Landauer. É possível notar através das curvas para a variação do calor (linhas pontilhadas pretas) que o sistema está

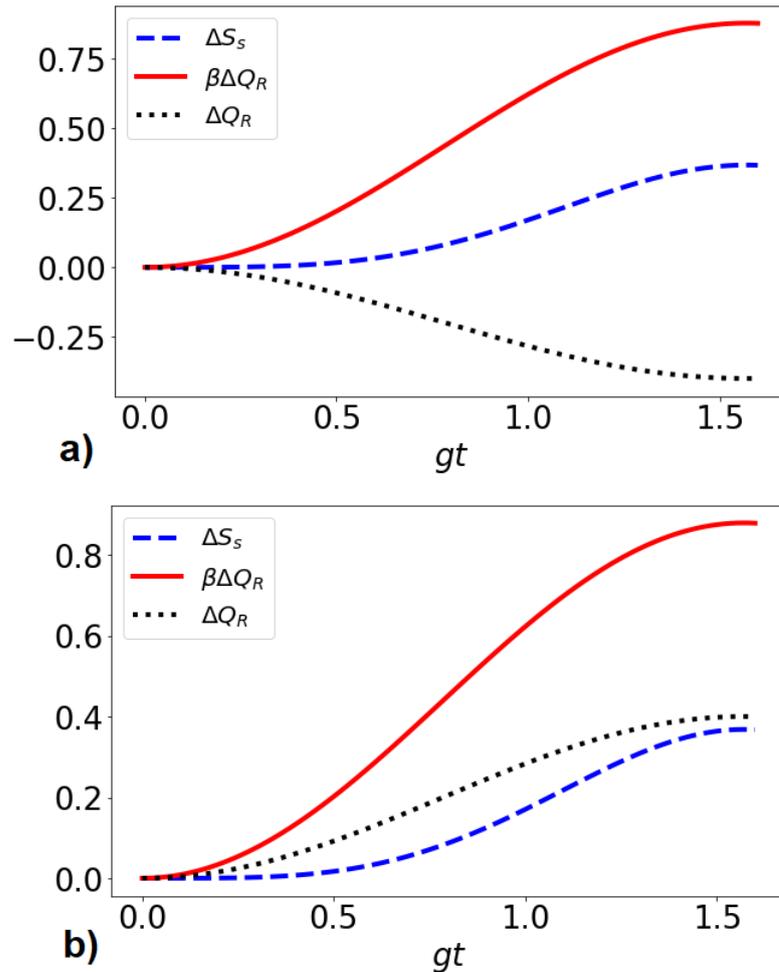


Figura 19 – Estudo sobre o princípio de Landauer. A variação da entropia do sistema, ΔS_S (linhas tracejadas azuis), a variação de calor no reservatório, ΔQ_R (linhas sólidas vermelhas), e a temperatura do reservatório vezes sua variação de calor, $\beta \Delta Q_R$ (linhas pontilhadas pretas), como funções do tempo adimensional gt . O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = 0.5|g\rangle\langle g| + 0.5|e\rangle\langle e|$, o qubit do reservatório está no estado: **a)** $\rho_R = 0.1|g\rangle\langle g| + 0.9|e\rangle\langle e|$ e **b)** $\rho_R = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$.

evoluindo conforme o esperado, ou seja, o sistema está partindo do seu estado inicial e evoluindo até atingir a mesma energia que o reservatório tinha inicialmente, ou seja, o mesmo estado que o reservatório possuía. Também notamos que o princípio de Landauer, dentro destas considerações que aqui fizemos, é verificado tanto na situação em que o sistema perde calor para o reservatório, painel **b)**, como era esperado, quanto na situação inversa, na qual o reservatório perde calor para o sistema, painel **a)**. Isso deve-se a presença da temperatura β , pois, embora a variação do calor seja negativa, nessa situação em que temos um reservatório com população invertida, isto é, a população do estado fundamental é menor do que a população do estado excitado, a temperatura β assume valores efetivos negativos, fazendo com o princípio de Landauer ainda seja válido. Ainda considerando não haver correlações, análises semelhantes foram feitas considerando diferentes topologias e

diferentes dimensões para o reservatório e as conclusões que chegamos foram as mesmas do caso ilustrado na Fig. 19, com o princípio de Landauer sendo verificado. O estudo dos casos envolvendo correlações será efetuado em trabalhos futuros, por se tratar de um problema mais complexo, no qual as condições que elaboramos possivelmente não fossem capazes de lidar com este tipo de situação. Como exemplificação disto, suponha por um instante que o reservatório fosse composto por qubits correlacionados entre si, nesta situação o estado do sistema nunca seria semelhante ao do reservatório. Diante disso, acreditamos que o princípio de Landauer possivelmente possa não ser assegurado em casos semelhantes e estudaremos isso no futuro.

7 Aplicação: Protocolo de Reinicialização de um Qubit.

Neste capítulo, será desenvolvido e explicado um protocolo de reinicialização de sistema quânticos. Protocolos de reinicialização, como o próprio nome sugere, foram criados para levar um determinado sistema, que se encontra em um estado qualquer, para um estado específico, em geral o seu estado fundamental. A necessidade de protocolos desse tipo é inerente a qualquer computador, seja ele clássico ou quântico. O computador foi criado para que fosse possível executar vários cálculos de um jeito simples e rápido. Tomemos como exemplo de computador uma calculadora. Ela é capaz de realizar uma multiplicação entre dois números ou uma divisão com várias casas decimais em frações de segundo, porém não seria vantajoso realizar um cálculo utilizando a calculadora se só fosse possível realizar uma única conta, pois teríamos que nos desfazer dessa calculadora, já que ela não teria mais uso. Para resolver esse problema, foi criado um método que nos permite reutilizar a calculadora, ou seja, criou-se um jeito para se realizar novos cálculos, que hoje conhecemos popularmente como ‘zerar’ a calculadora. Após fazer uma conta, ‘zeramos’ o resultado para que possamos efetuar uma nova conta.

Os protocolos de reinicialização - ou processos de reinicialização, como também são conhecidos - têm a mesma finalidade que a função ‘zerar’ de uma calculadora. Não adiantaria desenvolver um computador que fosse capaz de realizar um cálculo rapidamente e, em seguida, demandasse muito tempo para ser reinicializado. Por conta disso, surgiu uma linha de pesquisa muito importante dentro da computação quântica, que lida com protocolos de reinicialização eficiente de qubits (NAVASCUÉS, 2018; MAGNARD et al., 2018; EGGER et al., 2018; REED et al., 2010; BASILEWITSCH et al., 2019; GOVIA; WILHELM, 2015; RISTÈ et al., 2012; GONG et al., 2020; TUORILA et al., 2017; ZHOU et al., 2021). Protocolos de *reset* - que do inglês significa redefinir - levam o sistema principal para um estado que foi previamente definido. Voltando para o exemplo da calculadora, antes de efetuarmos um novo cálculo, precisamos ‘zerar’ a calculadora. Em um computador o processo é semelhante, programamos o computador pra realizar um cálculo, ele então realiza as operações predefinidas e apresenta o resultado. O resultado é mostrado como um estado qualquer do sistema - no escopo deste trabalho estamos falando de computadores quânticos, ou seja, o sistema em um computador quântico é composto por qubits e os resultados dos cálculos são combinações dos estados destes qubits - assim, para *resetar* o sistema, levamos este estado final que os qubits se encontram - que é um estado genérico do sistema - para o estado que eles foram definidos inicialmente. Isso justifica o que foi dito anteriormente, que os protocolos de reinicialização são partes inerentes do funcionamento

dos computadores, e como eles são necessários para que possamos realizar um novo cálculo, quanto mais rápido for esse processo e menos dispendioso, do ponto de vista energético, melhor será o computador. Isso faz com que muitas pesquisas sejam feitas em buscas de novos e melhores protocolos de reinicialização, já visando o avanço de novas tecnologias quânticas.

Enquanto estudávamos as variações da entropia do sistema e do calor do reservatório no início capítulo anterior, encontramos um resultado interessante, que depois investigamos mais a fundo, a respeito do tempo decorrido até o primeiro extremo global dessas duas funções. Aquele estudo gerou a aplicação que será desenvolvida aqui neste capítulo, que é um novo protocolo de reinicialização de sistemas quânticos. Como dito anteriormente, quanto mais rápido for tal processo, mais cálculos podem ser feitos em um computador, por isso que o fato da topologia mais simples ser a mais rápida nos chamou a atenção e culminou no protocolo que apresentaremos. Na Fig. 10 b), temos o tempo para o primeiro extremo global para as topologias quando não há correlações, que vimos valer tanto para a variação do calor no reservatório quanto da variação da entropia do sistema. Claramente, do ponto de vista do tempo, a cadeia central leva vantagem frente às demais, porém, quando consideramos a facilidade de uma possível implementação ela fica para trás, de modo que, no cômputo geral, acreditamos que a melhor topologia para ser usada na elaboração do protocolo é a linear aberta com um único qubit no reservatório.

Uma vez definida a topologia que usaremos aqui, explicaremos como o *reset* será efetuado. Para apagar a informação do sistema, precisamos que o qubit principal esteja um estado que seja conhecido, isto é, precisamos conhecer o estado que o qubit principal, o nosso sistema, se encontra inicialmente, pois assim sabemos qual estado ele deve estar quando o protocolo de reinicialização acabar de ser efetuado. O fato do sistema estar em estado inicial definido significa que ele tem uma energia inicial definida, assim, após a evolução da sua dinâmica em uma determinada interação para realizar um cálculo qualquer, o sistema se encontrará em um estado genérico e arbitrário e que muitas vezes será diferente do estado inicial, ou seja, terá uma outra energia, e assim uma variação na sua energia e possivelmente na sua entropia. Portanto, para realizar o *reset*, precisamos de um meio de dissipar - ou fornecer - a energia do sistema, chamaremos aqui este meio de canal dissipativo. Para realizar essa tarefa de dissipar a energia, acoplamos um modo bosônico dissipativo do campo eletromagnético (EM) ao qubit inicialmente identificado como reservatório do sistema. Para que se tenha uma ideia melhor de como será o modelo que estudaremos daqui em diante, olhe novamente a Fig. 5 a), onde escolhemos $N = 1$, por razões já citadas. Tal modelo é descrito pelo hamiltoniano,

$$H_{RP} = g(\sigma_M^+ \sigma_R^- + \sigma_M^- \sigma_R^+) + \lambda(\sigma_R^- a + \sigma_R^+ a^\dagger), \quad (7.1)$$

onde λ é a constante de acoplamento entre o reservatório e o modo dissipativo, g é a constante de acoplamento entre o sistema M e o reservatório R , a (a^\dagger) é o operador de

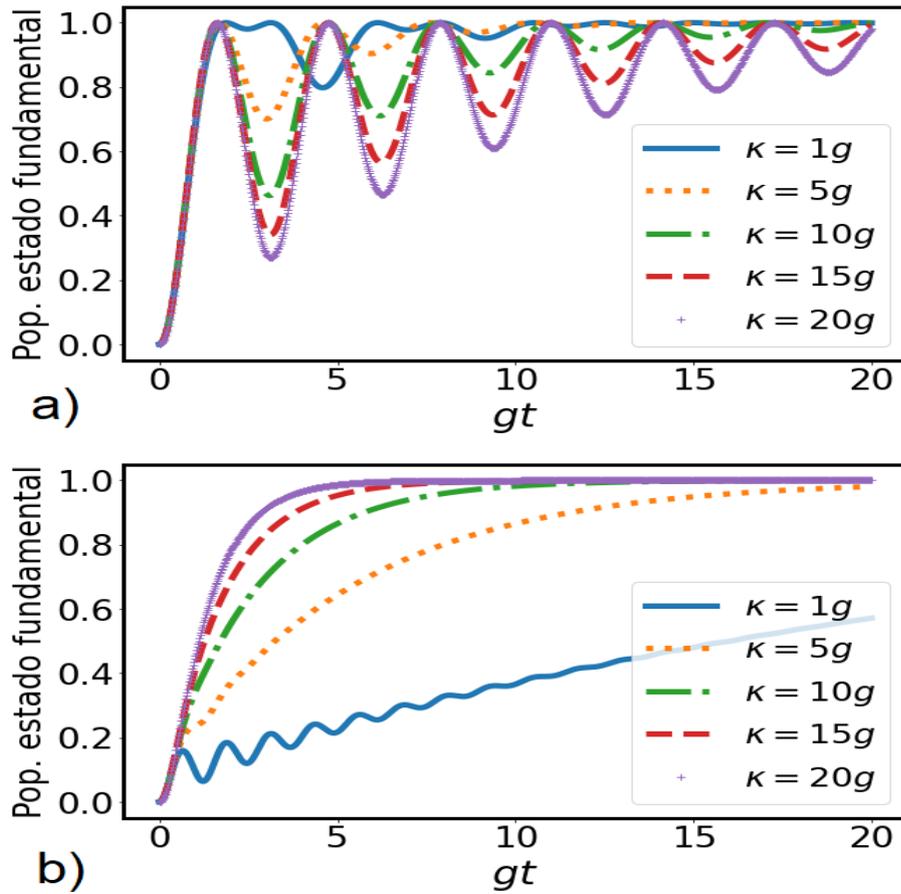


Figura 20 – Protocolo de reinicialização. A população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt . O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = |e\rangle\langle e|$, o qubit do reservatório está no estado $\rho_R = |g\rangle\langle g|$ e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = |0\rangle\langle 0|$, que representa o estado fundamental do campo EM. No painel a) fixamos a constante de acoplamento entre o reservatório em $\lambda = 1g$ e no painel b) em $\lambda = 5g$ para diferentes taxas de dissipação - ver legenda.

aniquilação (criação) do campo EM e $\sigma_k^{+(-)}$ é o operador de levantamento (abaixamento) na base de Fock para o k -ésimo qubit, sendo $k = M, R$. Ainda, temos que a equação mestra que rege a dinâmica do modelo e que foi resolvida numericamente para a obtenção dos resultados é

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H_{RP}, \rho] + L_F(\rho), \quad (7.2)$$

com ρ a matriz densidade que descreve o modelo (sistema + reservatório + campo) e $L_F(\rho) = \frac{\kappa}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a)$ o Liouvilliano referente ao decaimento do modo bosônico que possui uma taxa de dissipação κ (só estamos considerando efeitos dissipativos no campo, por simplicidade). Para melhor entendermos como é a dinâmica desse sistema, vamos fazer algumas simulações variando os parâmetros existentes no hamiltoniano, a exemplo do que fizemos nos estudos anteriores.

Na Fig. 20, foi realizada uma análise sobre a dinâmica da população do estado

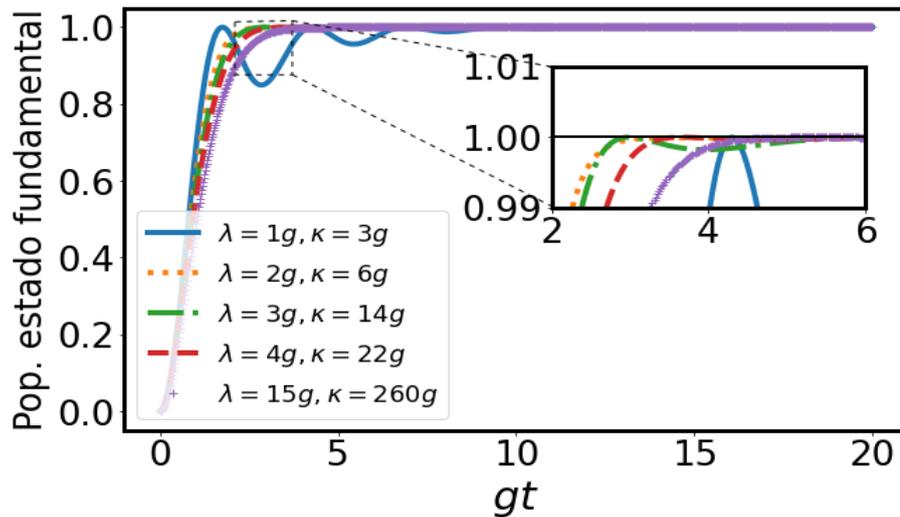


Figura 21 – A dinâmica da população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt para os valores otimizados de λ e κ - ver legenda. O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = |e\rangle\langle e|$, o qubit do reservatório está no estado $\rho_R = |g\rangle\langle g|$ e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = |0\rangle\langle 0|$, que representa o estado fundamental do campo EM.

fundamental do sistema, estado este que escolhemos para ser o estado de reinicialização, isto é, o estado que o sistema se encontrará após o processo de *reset* ser finalizado. Apesar de já ter sido verificada a independência dos estados inicial e final no tempo até o *reset*, definimos por simplicidade o estado inicial do sistema para ser o seu estado excitado. Já para o modo e o reservatório, escolhemos os seus respectivos estados fundamentais como seus estados iniciais, por estarem de acordo com o estado escolhido para ser o estado de reinicialização. Analisando agora os resultados obtidos, é possível notar que a variação, embora que pequena, da constante de acoplamento λ ou da taxa de dissipação κ afeta de forma marcante a dinâmica. Para o primeiro caso, Fig. 20 a), onde temos $\lambda = 1g$, vemos que, para altas taxas de dissipação, a população do estado fundamental oscila bastante antes de alcançar seu máximo e estabilizar, o que a princípio parece contra intuitivo, pois com altas taxas de dissipação menos oscilação existiria pelo fato da energia se dissipar mais rapidamente, porém isto não é observado no gráfico. Por outro lado, na Fig. 20 b), temos que $\lambda = 5g$, e nessa situação a estabilização da dinâmica no valor máximo para a população do estado fundamental do sistema ocorre com $\kappa = 20g$, que foi a maior taxa de dissipação testada de acordo com a legenda da figura. Então notamos que, para cada valor fixo de g , existe um conjunto de valores para λ e κ que levam a uma reinicialização mais rápida, ou seja, existe um processo de otimização que precisamos fazer a fim de encontrar os melhores valores. Diante disso, elaboramos um novo gráfico visando encontrar uma relação entre as constantes que compõem o Hamiltoniano da Eq. (7.1).

Na Fig. 21, mantivemos os estados iniciais para todos os componentes do protocolo

como definidos anteriormente e mostramos as dinâmicas com o melhor valor para a taxa de dissipação κ , dada uma constante de acoplamento λ fixa. Para encontrar tais valores, plotamos as dinâmicas para um λ fixo usando diferentes decaimentos κ e selecionamos os valores que faziam com que mais rápido fosse atingido e estabilizado o máximo da população do estado fundamental. Então juntamos os resultados obtidos em cada caso, isto é, para cada λ , e elaboramos esta figura, já com o processo de otimização realizado, de modo que fosse possível discutirmos sobre a relação entre os valores λ e κ . Na caixa da figura vemos que as curvas pra $\lambda = 1g$ e $\lambda = 15g$ alcançam o seu máximo após as demais. Já para as demais curvas, temos que para $\lambda = 4g$ o seu máximo é alcançado após as outras duas e para $\lambda = 3g$, embora seu máximo ocorra antes que o da curva para $\lambda = 2g$, a sua curva não estabiliza, tendo uma oscilação logo na sequência, de modo que, a curva para $\kappa = 3\lambda = 6g$ (pontilhada amarela) mostra o conjuntos dos parâmetros que otimizam a reinicialização no nosso protocolo.

Um protocolo de reinicialização, estudado em (EGGER et al., 2018), possui uma metologia semelhante, mas um arranjo diferente de componentes. Neste trabalho desenvolvido por pesquisadores da *IBM*, foi utilizado como canal dissipativo um cavidade com um modo do campo EM, semelhante ao que nós elaboramos, porém o reservatório, que no nosso caso era um qubit auxiliar, no modelo deles era um nível auxiliar ao qubit que funcionava como o sistema principal. Neste protocolo era utilizado um pulso eletromagnético que transmitia a população do estado excitado para o nível auxiliar, que por sua vez estava ligado a uma cavidade dissipativa e assim tinha sua energia dissipada. A Fig. 22 mostra esquematicamente o modelo citado - para mais informações veja (EGGER et al., 2018; PECHAL et al., 2014).

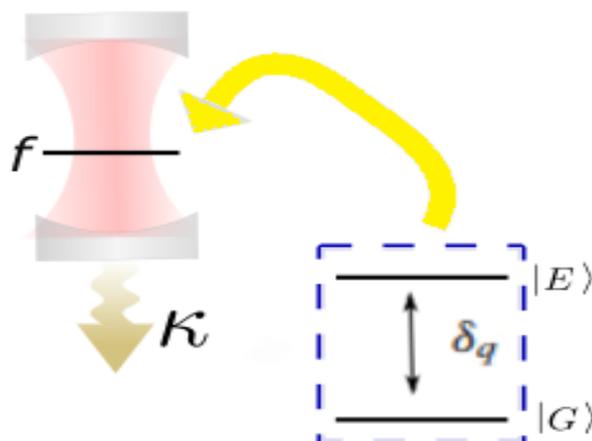


Figura 22 – Protocolo de reinicialização desenvolvido por pesquisadores da *IBM* (EGGER et al., 2018). Qubit de dois níveis, $|E\rangle$ e $|G\rangle$ sendo, respectivamente, estado excitado e estado fundamental, com frequência de transição δ_q . O nível auxiliar f está acoplado a uma cavidade, que possui uma taxa de dissipação κ .

Para este modelo, o hamiltoniano que descreve o sistema como um todo é dado, na

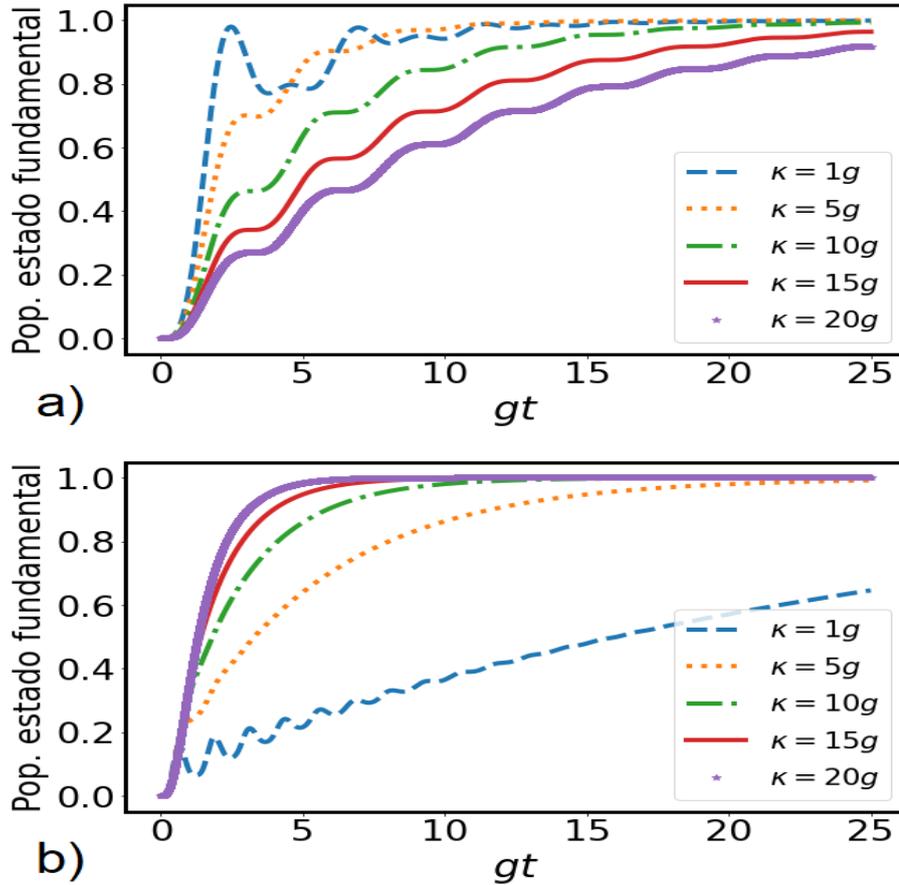


Figura 23 – Protocolo de reinicialização desenvolvido em (EGGER et al., 2018). A população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt . O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = |E\rangle\langle E|$ (segundo as definições do esquema na Fig. 22) e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = |0\rangle\langle 0|$, que representa o estado fundamental do campo EM. No painel **a** fixamos a constante de acoplamento entre o reservatório em $\lambda = 1g$ e no painel **b** em $\lambda = 5g$ para diferentes taxas de dissipação - ver legenda.

representação de interação, por

$$H_{IBM} = \tilde{\lambda}(a\sigma_{20} + a^\dagger\sigma_{20}) + \tilde{g}(\sigma_{12} + \sigma_{21}), \quad (7.3)$$

onde $\sigma_{ij} \equiv |i\rangle\langle j|$ são os operadores de transição do nível j para o nível i , com $i, j = 0$ (fundamental), $i, j = 1$ (excitado) e $i, j = 2$ (auxiliar), $\tilde{\lambda}$ a constante de acoplamento entre o modo dissipativo e o nível auxiliar e \tilde{g} a frequência de transição entre o qubit e o seu nível auxiliar. Os operadores a e a^\dagger já foram definidos anteriormente e a equação mestra que rege a dinâmica é semelhante à da Eq. (7.2), apenas alterando-se o hamiltoniano. A fim de comparar os dois modelos, resolvemos numericamente a dinâmica agora para o protocolo da *IBM* considerando $\tilde{g} = g$ e $\tilde{\lambda} = \lambda$, mantendo os mesmos valores usados no caso anterior.

Na Fig. 23, em uma análise simples, é possível perceber a semelhança entre os dois protocolos, visto que para cada um dos painéis - que são para diferentes valores de λ - existe um κ que faz com o processo seja mais rápido, assim como no caso anterior, ou seja, também é necessário otimizar os parâmetros para obter um protocolo de reinicialização mais eficiente. No painel **a** da figura ($\lambda = 1g$), vemos que o sistema é reinicializado mais rapidamente quando temos os valores mais baixos de κ , em oposição ao que ocorre no painel **b** ($\lambda = 5g$), onde vemos que, quanto maior a dissipação, mais rápido é realizado o processo. A fim de novamente encontrar a melhor situação, procedemos como no caso anterior e encontramos a melhor combinação entre λ e κ , e então elaboramos uma figura que compilava os resultados. Na Fig. 24 apresentamos a dinâmica da população do estado fundamental do sistema, para um dado acoplamento λ entre nível auxiliar-cavidade, e a dissipação κ que torna o *reset* mais rápido. Nesta figura, é possível notar, desta vez de forma mais imediata, que a curva que otimiza numericamente o protocolo de reinicialização desenvolvido em (EGGER et al., 2018) é a pontilhada amarela, que considera $\lambda = 2g$ e $\kappa = 6g$.

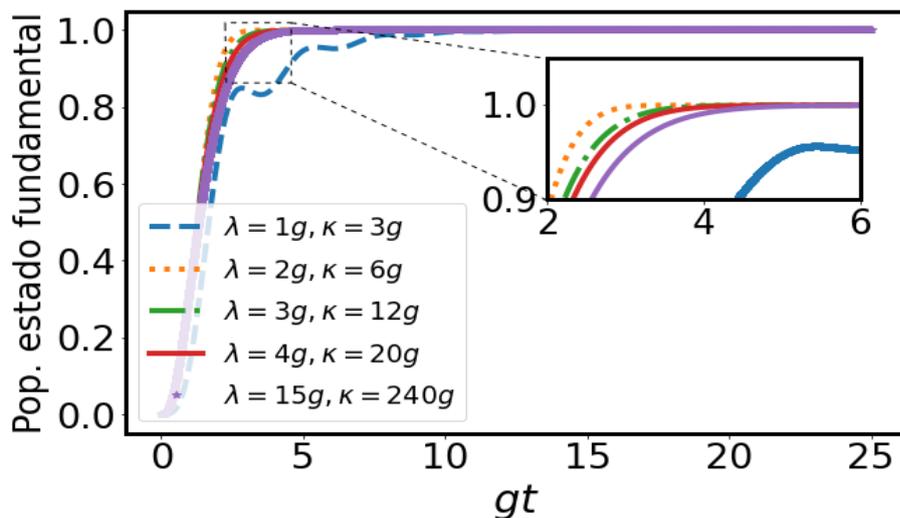


Figura 24 – Protocolo de reinicialização *IBM*. A dinâmica da população do estado fundamental do sistema em função do tempo adimensional gt para os valores otimizados de λ e κ - ver legenda. O sistema está inicialmente no estado dado por $\rho_M = |E\rangle\langle E|$ (segundo as definições do esquema na Fig. 22) e o modo da cavidade com dissipação κ se encontra inicialmente no estado $\rho_F = |0\rangle\langle 0|$, que representa o estado fundamental do campo EM.

Como o último objetivo deste trabalho era desenvolver a aplicação de um protocolo de *reset* a partir do que havíamos estudado, nos parece natural comparar o resultado obtido no nosso protocolo com os resultados de um já conhecido na literatura, de forma que não podemos deixar de citar que os melhores parâmetros eram os mesmos nos dois casos, de forma matemática, $\kappa = 3\lambda = 6g$. Poderíamos entrar em uma discussão mais quantitativa sobre o tempo decorrido em cada uma das situações, buscando uma precisão maior no tempo e comparando diretamente a melhor situação para o nosso modelo com o

melhor arranjo para o modelo desenvolvido pelos pesquisadores da *IBM*, porém, do ponto de vista prático experimental, essa discussão não seria tão relevante, dada a pequena diferença entre os tempos necessários para obter *reset* em cada um dos protocolos. Assim, a mensagem principal que queríamos mostrar com esse desenvolvimento é, primeiramente, que através dos nossos estudos iniciais, conseguimos desenvolver um protocolo de reinicialização eficiente para sistemas quânticos, mesmo quando comparado com os que já estão em uso, e em segundo lugar que, para cada protocolo, para que seja possível aproveitá-lo ao máximo, é preciso pensar não só no modelo utilizado e nos componentes, isto é, dois qubits e uma cavidade ou um qubit com um nível auxiliar e uma cavidade, como também na relação entre os parâmetros presentes na dinâmica dos sistemas que otimiza o protocolo desenvolvido. Com isso, finalizamos todos os objetivos que esse trabalho se propôs a estudar e concluímos a apresentação dos resultados obtidos.

8 Conclusões e Perspectivas

Iniciamos este trabalho citando um problema famoso na história da termodinâmica, que é o demônio de Maxwell, para mostrar que função entropia é muito particular e que o seu entendimento não é algo simples ou trivial. Ainda na área da termodinâmicas, temos a segunda lei que relaciona a variação da entropia com a variação do calor. Já na área recente da informação e da ciência da computação, relacionamos a entropia com a quantidade de informação de um sistema, seja usando definições para sistemas quânticos ou clássicos, e aqui vimos que o princípio elaborado por R. Landauer relacionava a perda de informação com calor, ou seja, havia uma relação direta entre termodinâmica e ciência de informação, e essa relação era devido a duas funções muito comuns na física, que eram o calor e a entropia. Ainda seguindo o princípio de Landauer, demonstramos o que conhecemos como a sua versão quântica seguindo (REEB; WOLF, 2014), e agora podíamos desenvolver uma relação direta entre termodinâmica e computação quântica.

Assim, passamos a análise sobre as funções que relacionavam as duas áreas e para fazer isso estudamos suas dinâmicas em diferentes contextos e situações. Iniciamos mostrando e descrevendo as topologias que usaríamos ao longo do trabalho e estudando o caso mais simples, cadeias sem correlação e com temperaturas positivas, caso este em que verificamos um comportamento já esperado para as funções, que era a forte dependência com o estado inicial dos qubits da cadeia, mas também verificamos um comportamento, a princípio inesperado, para os primeiros extremos globais das duas funções que estudávamos. Em um estudo mais específico sobre o tema, vimos comportamentos esperados, como a queda do tempo decorrido até este primeiro extremo conforme aumentava o número de primeiros vizinhos - comportamento comprovado devido à topologia central - e também observamos comportamentos que iam contra o nosso instinto, como a vantagem no quesito tempo que, em uma mesma topologia (excluindo-se a central), os reservatórios menores tinham frente aos demais. Claro que quantitativamente, como estudamos as variações de calor e entropia, os valores de máximos e mínimos alteravam quando mudávamos os estados iniciais, porém qualitativamente a dinâmica não era alterada, em outras palavras, não importava em qual estado os qubits estavam inicialmente, no tempo marcado as variações das funções alcançariam seus primeiros extremos, ou seja, a dinâmica não era alterada, e esse fato foi importante para posteriormente desenvolvermos o nosso protocolo de reinicialização.

Nos estudos envolvendo correlações, o principal fato que notamos foi que as correlações alteram a dinâmica da cadeia como um todo, porém influenciam mais fortemente na parte da cadeia que possuía correlação, além do que elas mostram de forma mais evidente a diferença nas dinâmicas em cada topologia, bem como a diferença quando analisamos

as cadeias com diferentes dimensões, seja em um primeiro momento, quando consideramos correlações só entre os qubits do reservatório ou, em seguida, quando consideramos correlações entre o qubit principal e o reservatório. Como exemplo disso, para cada caso temos, respectivamente, a diferença entre as curvas para a variação de calor do reservatório e a diferença entre as curvas para a variação da entropia do sistema, diferenças estas observadas quando tínhamos reservatórios com dimensões diferentes, mesmo quando os estados iniciais e o formato da cadeia eram iguais. Esse comportamento não foi observado em nenhum caso no qual não haviam correlações.

Com a primeira parte dos nossos objetivos concluídos, que era analisar as dinâmicas para as funções do calor do reservatório e da entropia do sistema, por serem funções ligadas ao princípio de Landauer e que portanto ligavam a área da termodinâmica com a da computação quântica, passamos então para a apresentação do protocolo de reinicialização, que foi elaborado graças a um estudo mais detalhado do primeiro caso que analisamos. No protocolo aqui desenvolvido, utilizamos dois qubits (sistema + reservatório) e uma cavidade dissipativa. Para realizar esse processo, definimos que o qubit principal (sistema) sofreria o *reset* quando atingisse seu estado fundamental e assim definimos que o reservatório e a cavidade estariam em seus respectivos estados fundamentais. Quando estudamos a dinâmica da população do estado fundamental do sistema, verificamos que, a depender da combinação de valores para os parâmetros presentes no hamiltoniano que descrevia o protocolo, o processo de reinicialização era mais rápido ou mais lento, então, buscamos pela melhor combinação que otimizava o tempo do *reset*. Quando comparamos o nosso modelo com o desenvolvido por pesquisadores da *IBM*, considerando as mesmas condições, vimos com as nossas análises numéricas que os parâmetros otimizados eram os mesmos nos dois casos e que, portanto, que o protocolo desenvolvido aqui era tão eficiente quanto os já conhecidos na literatura. Assim concluímos o nosso trabalho.

Referências

AHARONOV, D. et al. Adiabatic quantum computation is equivalent to standard quantum computation. *SIAM Review*, Society for Industrial & Applied Mathematics (SIAM), v. 50, n. 4, p. 755–787, jan. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/080734479>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

ALBASH, T.; LIDAR, D. A. Adiabatic quantum computation. *Reviews of Modern Physics*, American Physical Society (APS), v. 90, n. 1, jan. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/revmodphys.90.015002>>. Citado na página 27.

ARUTE, F. et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 574, n. 7779, p. 505–510, out. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5>>. Citado na página 27.

AVERIN, D. Adiabatic quantum computation with cooper pairs. *Solid State Communications*, Elsevier BV, v. 105, n. 10, p. 659–664, mar. 1998. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/s0038-1098\(97\)10001-1](https://doi.org/10.1016/s0038-1098(97)10001-1)>. Citado na página 27.

BASILEWITSCH, D. et al. Reservoir engineering using quantum optimal control for qubit reset. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 21, n. 9, p. 093054, set. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1367-2630/ab41ad>>. Citado na página 55.

BENNETT, C. H. The thermodynamics of computation—a review. *International Journal of Theoretical Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 21, n. 12, p. 905–940, dez. 1982. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/bf02084158>>. Citado na página 25.

BRAUNSTEIN, S. L.; LOOCK, P. van. Quantum information with continuous variables. *Reviews of Modern Physics*, American Physical Society (APS), v. 77, n. 2, p. 513–577, jun. 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/revmodphys.77.513>>. Citado na página 27.

BRILLOUIN, L. Maxwells demon cannot operate: Information and entropy. i. *Journal of Applied Physics*, AIP Publishing, v. 22, n. 3, p. 334–337, mar. 1951. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1699951>>. Citado na página 25.

BRUZEWICZ, C. D. et al. Trapped-ion quantum computing: Progress and challenges. *Applied Physics Reviews*, AIP Publishing, v. 6, n. 2, p. 021314, jun. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.5088164>>. Citado na página 27.

CIRAC, J. I.; ZOLLER, P. A scalable quantum computer with ions in an array of microtraps. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 404, n. 6778, p. 579–581, abr. 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/35007021>>. Citado na página 27.

EGGER, D. et al. Pulsed reset protocol for fixed-frequency superconducting qubits. *Physical Review Applied*, American Physical Society (APS), v. 10, n. 4, out. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevapplied.10.044030>>. Citado 8 vezes nas páginas 19, 20, 27, 28, 55, 59, 60 e 61.

GONG, M. et al. Verification of a resetting protocol for an uncontrolled superconducting qubit. *npj Quantum Information*, Springer Science and Business Media LLC, v. 6, n. 1, dez. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41534-020-00329-3>>. Citado na página 55.

GOVIA, L. C.; WILHELM, F. K. Unitary-feedback-improved qubit initialization in the dispersive regime. *Physical Review Applied*, American Physical Society (APS), v. 4, n. 5, nov. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevapplied.4.054001>>. Citado na página 55.

HIDARY, J. *Quantum computing : an applied approach*. Cham: Springer, 2019. ISBN 3030239217. Citado na página 27.

JAVADI-ABHARI, A.; NATION, P.; GAMBETTA, J. *Qiskit – Write once, target multiple architectures*. 2019. <<<https://www.ibm.com/blogs/research/2019/11/qiskit-for-multiple-architectures/>>>. Citado na página 27.

JOHANSSON, J.; NATION, P.; NORI, F. Qutip: An open-source python framework for the dynamics of open quantum systems. *Computer Physics Communications*, v. 183, n. 8, p. 1760–1772, 2012. ISSN 0010-4655. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465512000835>>. Citado na página 37.

JOHANSSON, J.; NATION, P.; NORI, F. Qutip 2: A python framework for the dynamics of open quantum systems. *Computer Physics Communications*, v. 184, n. 4, p. 1234–1240, 2013. ISSN 0010-4655. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465512003955>>. Citado na página 37.

KING, A. D. et al. Scaling advantage over path-integral monte carlo in quantum simulation of geometrically frustrated magnets. *Nature Communications*, Springer Science and Business Media LLC, v. 12, n. 1, fev. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41467-021-20901-5>>. Citado na página 25.

KJAERGAARD, M. et al. Superconducting qubits: Current state of play. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, Annual Reviews, v. 11, n. 1, p. 369–395, mar. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605>>. Citado na página 27.

LANDAUER, R. Irreversibility and heat generation in the computing process. *IBM Journal of Research and Development*, IBM, v. 5, n. 3, p. 183–191, jul. 1961. Disponível em: <<https://doi.org/10.1147/rd.53.0183>>. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 51.

LANDAUER, R. Information is physical. *Physics Today*, AIP Publishing, v. 44, n. 5, p. 23–29, maio 1991. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.881299>>. Citado na página 24.

LANDAUER, R. The physical nature of information. *Physics Letters A*, Elsevier BV, v. 217, n. 4-5, p. 188–193, jul. 1996. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0375-9601\(96\)00453-7](https://doi.org/10.1016/0375-9601(96)00453-7)>. Citado na página 24.

LEFF, H. *Maxwell's demon : entropy, information, computing*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1990. ISBN 0691605467. Citado na página 23.

- LOSS, D.; DIVINCENZO, D. P. Quantum computation with quantum dots. *Physical Review A*, American Physical Society (APS), v. 57, n. 1, p. 120–126, jan. 1998. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physreva.57.120>>. Citado na página 27.
- MAGNARD, P. et al. Fast and unconditional all-microwave reset of a superconducting qubit. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 121, n. 6, ago. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.121.060502>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 55.
- MARUYAMA, K.; NORI, F.; VEDRAL, V. Colloquium: The physics of maxwell’s demon and information. *Reviews of Modern Physics*, American Physical Society (APS), v. 81, n. 1, p. 1–23, jan. 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/revmodphys.81.1>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 24.
- MAXWELL, J. C. *Theory of Heat*. Cambridge University Press, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/cbo9781139057943>>. Citado na página 23.
- MIZEL, A.; LIDAR, D. A.; MITCHELL, M. Simple proof of equivalence between adiabatic quantum computation and the circuit model. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 99, n. 7, ago. 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.99.070502>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- NAVASCUÉS, M. Resetting uncontrolled quantum systems. *Physical Review X*, American Physical Society (APS), v. 8, n. 3, jul. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevx.8.031008>>. Citado na página 55.
- NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/cbo9780511976667>>. Citado na página 27.
- PECHAL, M. et al. Microwave-controlled generation of shaped single photons in circuit quantum electrodynamics. *Physical Review X*, American Physical Society (APS), v. 4, n. 4, out. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevx.4.041010>>. Citado na página 59.
- PESHIN, A. *What Is Maxwell’s Demon?* 2021. <<<https://www.scienceabc.com/nature/universe/what-is-maxwells-demon.html>>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 23.
- PLA, J. J. et al. A single-atom electron spin qubit in silicon. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 489, n. 7417, p. 541–545, set. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/nature11449>>. Citado na página 27.
- QUANTUM theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society, v. 400, n. 1818, p. 97–117, jul. 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rspa.1985.0070>>. Citado na página 27.
- REEB, D.; WOLF, M. M. An improved landauer principle with finite-size corrections. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 16, n. 10, p. 103011, out. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/10/103011>>. Citado 7 vezes nas páginas 15, 25, 29, 30, 32, 51 e 63.

- REEB, D.; WOLF, M. M. Tight bound on relative entropy by entropy difference. *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*, v. 61, n. 3, p. 1458–1473, mar. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/tit.2014.2387822>>. Citado na página 32.
- REED, M. D. et al. Fast reset and suppressing spontaneous emission of a superconducting qubit. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing, v. 96, n. 20, p. 203110, maio 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.3435463>>. Citado na página 55.
- RISTÈ, D. et al. Initialization by measurement of a superconducting quantum bit circuit. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 109, n. 5, ago. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.109.050507>>. Citado na página 55.
- SAKURAI, J. J.; NAPOLITANO, J. *Modern Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/9781108499996>>. Citado na página 71.
- SCULLY, M. O.; ZUBAIRY, M. S. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/cbo9780511813993>>. Citado na página 71.
- SHENKER, O. R. Maxwells demon 2: Entropy, classical and quantum information, computing. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, Elsevier BV, v. 35, n. 3, p. 537–540, set. 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.shpsb.2004.04.001>>. Citado na página 23.
- SHNIRMAN, A.; SCHÖN, G.; HERMON, Z. Quantum manipulations of small josephson junctions. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 79, n. 12, p. 2371–2374, set. 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.79.2371>>. Citado na página 27.
- SZILARD, L. On the decrease of entropy in a thermodynamic system by the intervention of intelligent beings. *Behavioral Science*, Wiley, v. 9, n. 4, p. 301–310, 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/bs.3830090402>>. Citado na página 23.
- TOYABE, S. et al. Experimental demonstration of information-to-energy conversion and validation of the generalized jarzynski equality. *Nature Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 6, n. 12, p. 988–992, nov. 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/nphys1821>>. Citado na página 24.
- TUORILA, J. et al. Efficient protocol for qubit initialization with a tunable environment. *npj Quantum Information*, Springer Science and Business Media LLC, v. 3, n. 1, jul. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41534-017-0027-1>>. Citado na página 55.
- ZHOU, Y. et al. Rapid and unconditional parametric reset protocol for tunable superconducting qubits. *Nature Communications*, Springer Science and Business Media LLC, v. 12, n. 1, out. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41467-021-26205-y>>. Citado na página 55.

APÊNDICE A – Gráficos sobre os primeiros máximos da dinâmica do calor.

Nas Figs. 25 e 26 estudamos o tempo decorrido até o primeiro extremo da variação da função calor do reservatório. É possível notar nas imagens o comportamentos observados na Fig. 10 b). Como verificado, na caixa da Fig. 25, referente à topologia linear aberta com o sistema no meio da cadeia, vemos que a curva para o reservatório com dois qubits alcança seu pico antes das demais e que as curvas para os reservatório com quatro e seis qubits têm o seu primeiro extremo ao mesmo instante. Olhando agora na Fig. 26, referente à topologia linear fechada, vemos que o reservatório com dois qubits, embora sua variação seja menor que as demais, ela ocorre antes que as curvas para os reservatórios com quatro e cinco qubits - que chegam na sua variação máximo ao mesmo tempo - em oposição a curva para três qubits no reservatório, que tem seu pico em um tempo posterior a estas. Não apresentamos aqui um gráfico semelhante para a configuração central, pois ela não apresenta um comportamento semelhante às anteriores, com o tempo até o primeiro extremo de suas funções decaindo conforme aumentássemos a dimensão do reservatório, como antecipado pela Fig. 10 b).

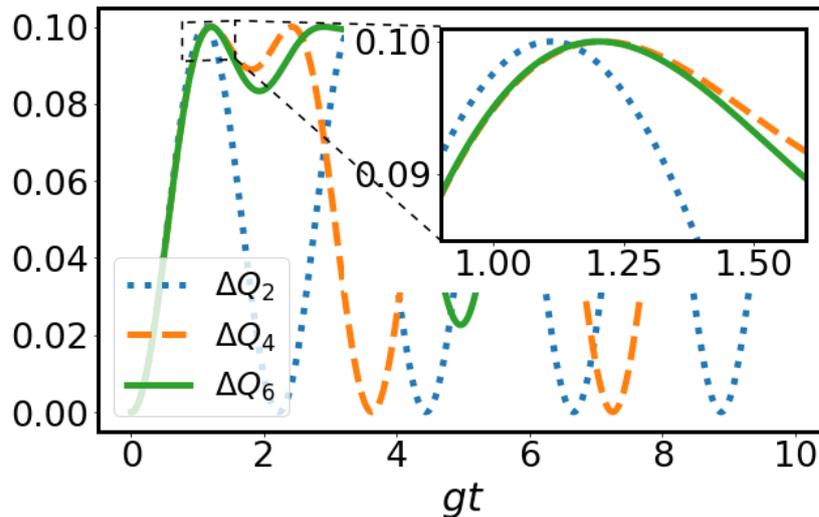


Figura 25 – Estudo sobre o tempo até a primeira variação máxima da função calor. Variação do calor no reservatório para a cadeia linear aberta com o qubit principal no meio da cadeia. O sistema está no estado $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$ e o reservatório no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k\langle g|$, com N indicado no subíndice - ver legenda. A caixa mostra a dinâmica para os diferentes reservatórios no tempo em que a primeira variação máxima ocorre.

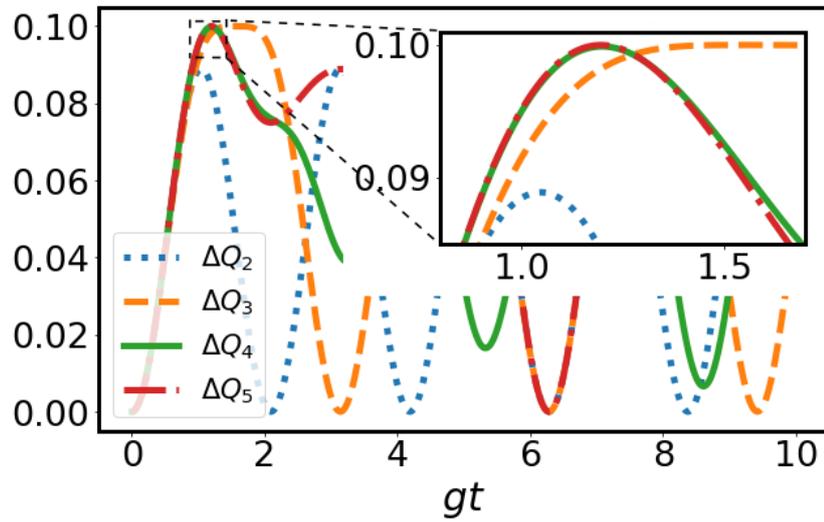


Figura 26 – Estudo sobre o tempo até a primeira variação máxima da função calor. Variação do calor no reservatório para a cadeia linear fechada. O sistema está no estado $\rho_M = 0.9|g\rangle\langle g| + 0.1|e\rangle\langle e|$ e o reservatório no estado $\rho_R = \otimes_{k=1}^N |g\rangle_k \langle g|$, com N indicado no subíndice - ver legenda. A caixa mostra a dinâmica para os diferentes reservatórios no tempo em que a primeira variação máxima ocorre.

APÊNDICE B – Derivação dos hamiltonianos na representação de interação.

Iremos derivar o hamiltoniano que rege a dinâmica entre um qubit e um campo quântico. A interação entre um campo quântico e um átomo de dois níveis é descrita por (SCULLY; ZUBAIRY, 1997)

$$H = \frac{\omega_0}{2}\sigma_z + \omega_a\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) + g(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-), \quad (\text{B.1})$$

onde aqui fazemos $\hbar = 1$, $g \in \mathcal{R}$ e realocamos o zero de energia do hamiltoniano para o átomo livre. Para obtermos o hamiltoniano na representação de interação, temos que

$$H_{int} = U^\dagger H U - H_0; \quad (\text{B.2a})$$

$$H_0 = \frac{\omega_0}{2}\sigma_z + \omega_a\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right); \quad (\text{B.2b})$$

$$U = e^{-iH_0 t}. \quad (\text{B.2c})$$

Usando o lema Baker-Campbell-Hausdorff (SAKURAI; NAPOLITANO, 2017), sendo A e B duas matrizes, temos que

$$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!}[A, [A, B]] + \frac{1}{3!}[A, [A, [A, B]]] + \dots \quad (\text{B.3})$$

Para encontrarmos então H_{int} , fazemos $A = iH_0 t$ e $B = H$ e consideramos a relação de comutadores seguintes

$$[\sigma_z, \sigma_+] = 2\sigma_+;$$

$$[\sigma_z, \sigma_-] = -2\sigma_-;$$

$$[a^\dagger a, a^\dagger] = a^\dagger;$$

$$[a^\dagger a, a] = -a,$$

assim, compilando as informações temos que o hamiltoniano na representação de interação é dado por:

$$H_{int} = (H - H_0) + [iH_0 t, H] + \frac{1}{2!}[iH_0 t, [iH_0 t, H]] + \dots \quad (\text{B.5})$$

Resolvendo cada um desses termos, considerando os comutadores apresentados anteriormente, obtemos

$$H - H_0 = g(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-); \quad (\text{B.6a})$$

$$[iH_0t, H] = igt(\omega_0 - \omega_a)(a\sigma_+ - a^\dagger\sigma_-); \quad (\text{B.6b})$$

$$\frac{1}{2!}[iH_0t, [iH_0t, H]] = \frac{gi^2t^2}{2!}(\omega_0 - \omega_a)^2(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-); \quad (\text{B.6c})$$

$$\frac{1}{3!}[iH_0t, [iH_0t, [iH_0t, H]]] = \frac{gi^3t^3}{3!}(\omega_0 - \omega_a)^3(a\sigma_+ - a^\dagger\sigma_-), \quad (\text{B.6d})$$

e assim sucessivamente. Reagrupando os termos e escrevendo de forma conveniente obtemos

$$H_{int} = g \left(a\sigma_+ \left(\frac{i^0t^0}{0!}(\omega_0 - \omega_a)^0 + \frac{i^1t^1}{1!}(\omega_0 - \omega_a)^1 + \frac{i^2t^2}{2!}(\omega_0 - \omega_a)^2 + \frac{i^3t^3}{3!}(\omega_0 - \omega_a)^3 + \dots \right) + a^\dagger\sigma_- \left(\frac{(-i)^0t^0}{0!}(\omega_0 - \omega_a)^0 + \frac{(-i)^1t^1}{1!}(\omega_0 - \omega_a)^1 + \frac{(-i)^2t^2}{2!}(\omega_0 - \omega_a)^2 + \frac{(-i)^3t^3}{3!}(\omega_0 - \omega_a)^3 + \dots \right) \right),$$

de onde finalmente obtemos

$$H_{int} = g \left(a\sigma_+ e^{-i(\omega_0 - \omega_a)t} + a^\dagger\sigma_- e^{i(\omega_0 - \omega_a)t} \right). \quad (\text{B.7})$$

Se considerarmos que a frequência do campo é ressonante com a do átomo, como foi dito no capítulo 4, temos então que $\omega_0 = \omega_a$, o que implica na independência temporal. Se, no início da nossa demonstração, tivéssemos considerado o acoplamento entre dois qubits em ressonância ao invés do acoplamento qubit-campo, a demonstração seria semelhante de modo que bastaria substituir os operadores do campo EM pelos respectivos operadores do segundo qubit, isto é, $a \rightarrow \sigma_-^{(2)}$ e $a^\dagger \rightarrow \sigma_+^{(2)}$, sendo que superíndice 2 representa os operadores do segundo qubit, o que resulta no hamiltoniano

$$\tilde{H}_{int} = g \left(\sigma_+\sigma_-^{(2)} + \sigma_-\sigma_+^{(2)} \right), \quad (\text{B.8})$$

onde $\sigma_+^{(2)}$ ($\sigma_-^{(2)}$) é o operador de levantamento (abaixamento) do segundo qubit - essa substituição direta entre os operadores do campo por os do segundo qubit se justifica pelo fato dos operadores de cada qubit comutarem entre si, ou seja, $[\sigma_+, \sigma_+^{(2)}] = [\sigma_-, \sigma_-^{(2)}] = [\sigma_+, \sigma_-^{(2)}] = 0$. Na descrição dos modelos também foi dito que só haveria interação entre os primeiros vizinhos, de forma que a extensão da Eq. (B.8) para N qubits em ressonância é direta.