



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



**MAGNETOPLASMONS NO SISTEMA DE  
ELÉTRONS SUPERFICIAIS SOBRE HÉLIO  
LÍQUIDO CONFINADO EM UM CANAL  
PARABÓLICO**

Antonio Carlos Alonge Ramos

530.41  
R175 ms

Tese apresentada ao Departamento de Física da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Studart  
Co-orientador: Prof. Dr. Oleg G. Balev



São Carlos - SP  
2003

**ATA DA 52ª DEFESA DE TESE DE DOUTORADO  
DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

**DOUTORANDO:** ANTONIO CARLOS ALONGE RAMOS

**DATA:** 15/04/2003

**HORÁRIO:** 14:00h

**LOCAL:** Sala de Seminário "Jorge André Swieca"

**TÍTULO:** *Magnetoplasmons no Sistema de Elétrons Superficiais sobre Hélio Líquido Confinado em um Canal Parabólico.*

**BANCA EXAMINADORA:**

<i>Prof. Dr. Nelson Studart Filho (orientador)</i>	- Presidente	- DF/UFSCar
<i>Dr. Harry Westfahl Jr.</i>	- Membro	- LNLS/ABTLuz
<i>Prof. Dr. Luiz Eduardo M.C. Oliveira</i>	- Membro	- IFGW/UNICAMP
<i>Prof. Dr. Guo-Qiang Hai</i>	- Membro	- IFSC/USP
<i>Dr. Luis Gregório Dias da Silva</i>	- Membro	- DF/UFSCar

Reuniu-se a Banca Examinadora acima descrita, nas formas e termos do artigo 25 do Regimento Interno do Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de São Carlos, para *Exame de Defesa de Tese de Doutorado* sob o título "*Magnetoplasmons no Sistema de Elétrons Superficiais sobre Hélio Líquido Confinado em um Canal Parabólico*" do candidato **Antonio Carlos Alonge Ramos**. A sessão foi aberta pelo Presidente da Banca Examinadora - Prof. Dr. Nelson Studart Filho. Após a explanação do candidato, o presidente passou a palavra aos componentes da Banca Examinadora. Terminada a arguição, a Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta para atribuição dos conceitos, os quais transcreveram:

*Prof. Dr. Nelson Studart Filho*

conceito = A

*Dr. Harry Westfahl Jr*

conceito = A

*Prof. Dr. Luiz Eduardo M.C. Oliveira*

conceito = A

*Prof. Dr. Guo-Qiang Hai*

conceito = A

*Dr. Luis Gregório Dias da Silva*

conceito = A

À minha esposa Fabiana, meu filho Carlos  
Filipe, meu Pai Gerson e minha Mãe  
Dirce.

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer sinceramente a meu orientador, Prof. Nelson Studart, pelo apoio e entusiasmo. Sua atenção e conselhos valiosos tornaram os difíceis anos de doutorado em um período agradável e gratificante.

Sou muito grato também ao Prof. Oleg Balev, pela sua co-orientação. Sua atenção, disponibilidade, empenho e amizade me motivaram a terminar este trabalho.

Agradeço ao grande amigo Sanderson pela sua colaboração neste trabalho. Também não poderia deixar de agradecer ao Prof. Rino pela sua colaboração e amizade. E também aos alunos da pós-graduação: Branício, José Maria, Picinin, Celso e tantos outros, que proporcionaram um ambiente agradável e favorável a condução deste doutorado.

Agradeço à minha esposa, Fabiana e ao meu filho, Carlos Filipe, aos quais dedico este trabalho, pela presença, amor e carinho que me fortaleceu nos momentos mais difíceis.

Agradeço aos meus Pais Gerson e Dirce, e irmãos Rubens, Ana Lúcia, Jair e Elâine pelo seu amor.

A todos os meus irmãos na fé, principalmente ao Sr. Edson e a Sra. Edna pelas orações e apoio muito obrigado.

À FAPESP (Fundação de Amparo à pesquisa do estado de São Paulo) pela bolsa de estudos e aquisição dos computadores.

Agradeço de todo o meu coração a Jesus, meu Senhor e meu Deus, pelo seu amor por mim e pela sua presença e condução deste doutorado. E a Maria Santíssima pela sua intercessão.

## Resumo

Muitos trabalhos experimentais e teóricos têm sido realizados no intuito de se entender os modos coletivos dos sistemas eletrônicos bidimensionais (SE2D) confinados em geometria restrita. Em particular, o sistema de elétrons sobre a superfície de hélio é um sistema muito conveniente para se estudar as propriedades dos magnetoplasmons de borda (MPdB) no regime não-degenerado (baixas densidades). Recentemente, excitações de magnetoplasma em um fio isolado de elétrons sobre filmes de hélio suspenso foram reportadas.

Nesta tese, estudamos as ondas de magnetoplasmons em SE2D não-degenerados (SE2DnD) confinados lateralmente em um canal estreito de largura  $W$  por um potencial auto-consistente, que na aproximação parabólica, é dado por  $V_y = m_0 \Omega^2 y^2 / 2$ , onde  $\Omega$  é a frequência de confinamento e  $m_0$  é a massa do elétron livre no vácuo. Primeiro, mostramos que esta é uma aproximação muito boa para as condições experimentais. Consideramos, para a situação real, um portão metálico a uma distância  $d$  da camada 2D.

Calculamos os modos de magnetoplasmons para campos magnéticos fortes,  $\omega_c / \Omega \gg 1$  e no limite ultra-quântico quando somente o nível de Landau mais baixo (de spin separado) é ocupado, e em particular, quando  $\hbar \omega_c \gg k_B T$ . Para calcularmos o espectro e a estrutura espacial dos magnetoplasmons, empregamos uma abordagem, baseada na aproximação de fases aleatórias (RPA). A extensão para este problema não é trivial porque uma nova escala de comprimento  $\ell_T = \sqrt{2k_B T / m_0 \Omega^2} \gg \ell_0$  é introduzida, onde  $\ell_0$  é o comprimento magnético.

Também incluímos o efeito de dissipação no espectro do magnetoplasmon usando a equação integral para a densidade de carga obtida em uma abordagem do tipo Drude. Proporcionamos uma discussão detalhada de nossas descobertas com as observações experimentais dos picos de condutância elétrica como função dos campos magnéticos para vários valores de campo elétrico aplicado e relacionamos os picos com os modos de magnetoplasmons.

Da comparação entre os cálculos numéricos e os resultados experimentais de Valkering e Heijden, concluímos que: i) para  $q_x^{(n)} = (2\pi/P)n$  fixo, onde  $P$  é o perímetro do canal, a frequência de qualquer magnetoplasmon é proporcional a  $1/B$  em concordância com o experimento e cálculos teóricos feitos por Sokolov e Studart; ii) o modo fundamental não foi observado no experimento, mas sim os modos excitados; iii) apesar

do cálculo auto-consistente do perfil de carga, nosso modelo não é capaz de explicar a dependência do espectro do modo com relação ao potencial eletrostático aplicado como encontrado por Valkering e Heijden.

## Abstract

A lot of experimental and theoretical work have been performed in order to understand the collective modes of two-dimensional electron system (2DES) confined to restricted geometries. In particular, the system of surface electrons on helium has provided a very convenient tool to study edge magnetoplasmon properties at the nondegenerate regime. Recently, magnetoplasma excitations in a single wire of electrons on suspended helium films were reported.

In this thesis, we study the magnetoplasma waves in the nondegenerate 2DES laterally confined in a narrow channel of width  $W$  by a self-consistent potential given, in the parabolic approximation, by  $V_y = m_0 \Omega^2 y^2 / 2$ , where  $\Omega$  is the confinement frequency. First, we have showed that this is a very good approximation for the experimental conditions. We have considered, for the actual situation, a metallic gate away from the 2D layer at distance  $d$ .

We calculate the magnetoplasmon modes for strong magnetic fields,  $\omega_c / \Omega \gg 1$  and in the ultra quantum limit when only the lowest (spin-split) Landau level is occupied, in particular,  $\hbar \omega_c \gg k_B T$ . For evaluation of the spectra and the spatial structure of the magnetoplasmons, we employ an approach, based on the random-phase approximation. The extension for this problem is not trivial because a new length scale  $\ell_T = \sqrt{2k_B T / m_0 \Omega^2} \gg \ell_0$  is introduced, where  $\ell_0$  is the magnetic length.

We also include the effect of dissipation on the magnetoplasmon spectra using the integral equation for the charge density obtained in a Drude-like approach. We provide a detailed discussion of our theoretical findings with the experimental observations of the conductance peaks as a function of the magnetic fields for various values of the holding field and we relate the peaks to the magnetoplasmon modes.

From a comparison between of our numerical calculations and the experimental results from Valkering and Heijden, we conclude that: i) for the fixed  $q_x^{(n)} = (2\pi / P)n$ , where  $P$  is the channel perimeter, the frequency of any magnetoplasmon is  $1/B$  in agreement with experiment and theoretical calculation done by Sokolov and Studart; ii) the fundamental mode was not observed in the experiment, but the upper order modes; iii) despite the self-consistent calculation of the charge profile, our model is unable to explain the dependence of the mode spectra on the holding potential as found by Valkering and Heijden

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Plasmons: Ondas de densidade de carga . . . . .	2
1.2	Gás de elétrons 2D não degenerado . . . . .	6
1.3	Sistemas eletrônicos quasi-unidimensionais não degenerado (SEQ1DnD) . .	9
<b>2</b>	<b>Análise do perfil da superfície do filme de hélio líquido no canal</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Formalismo do campo auto-consistente para o SE2DnD no canal parabólico</b>	<b>26</b>
3.1	Descrição do modelo . . . . .	26
3.2	Densidade de carga e o potencial elétrico . . . . .	27
3.3	Equação integral para os MPs . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Espectro e densidade de carga de MPs no canal parabólico</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>Efeito de dissipação em MPs no canal</b>	<b>45</b>
5.1	Condutividade Hall . . . . .	45
5.2	Efeitos de dissipação . . . . .	46
5.2.1	Comparação dos resultados teóricos com os experimentais . . . . .	50
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Modelamento teórico da célula experimental</b>	<b>62</b>
<b>B</b>	<b>Influência de um portão metálico no arranjo experimental</b>	<b>65</b>



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Plasmons: Ondas de densidade de carga

Considere a resposta de um sistema de elétrons em um fundo uniforme carregado positivamente (modelo *jellium*) a uma carga elétrica externa. O campo de carga-espacial gerado fora do equilíbrio no sistema de elétrons provoca o movimento de um grupo de elétrons de modo a blindar o campo elétrico estático. Como a massa do elétron é finita, aqueles elétrons que se moveram não podem parar em seu estado exato de equilíbrio produzindo outra distribuição fora do equilíbrio na direção oposta. Os elétrons então começam a se mover na direção reversa, além da sua posição de equilíbrio, e assim sucessivamente. Como resultado, os elétrons realizam um movimento oscilatório, com a interação de Coulomb atuando como uma força restauradora. Tal movimento é chamado de *oscilação de plasma*. Este modo coletivo de oscilação de plasma quando quantizado é denominado plasmon [1]. Efeitos da dimensionalidade do sistema, na presença de interfaces e do campo magnético afetam drasticamente as propriedades dos plasmons.

O plasmon no sistema de elétrons tridimensional (SE3D) é um modo longitudinal de oscilação. Em  $q = 0$  a relação de dispersão dos plasmons apresenta um gap dado por [1]

$$\omega_p^{3D} = \left( \frac{4\pi n_s^{3D} e^2}{m_0 \epsilon} \right)^{1/2}, \quad (1.1)$$

em que  $n_s^{3D}$ ,  $e$ , e  $m_0$  são a densidade de elétrons, carga, massa do elétron livre no vácuo

e  $\epsilon$  é a permissividade dielétrica do meio respectivamente. Na presença de um campo magnético, o espectro de plasmon, neste caso o magnetoplasmon (MP), adquire uma componente transversa. Isto ocorre devido à ação do campo magnético que obriga os elétrons a perfazer as órbitas de Landau. Quando  $\vec{q}$  é perpendicular a  $B$  a dispersão dos MPs 3D é dada por

$$\omega_{mp}^{3D}(q, B) = \left\{ [\omega_p^{3D}(q)]^2 + \omega_c^2 \right\}^{1/2}, \quad (1.2)$$

em que  $\omega_p^{3D}(q)$  é a frequência dos plasmon quando  $B = 0$  e  $\omega_c$  é a frequência ciclotrônica, definida por  $\omega_c = |e| B/m_0 c$  e  $e < 0$ .

Quando levamos em conta efeitos de superfície em um sistema 3D, além dos plasmons usuais surgem os plasmons de superfície. Os plasmons de superfície são oscilações de densidade de carga cujas amplitudes localizam-se em uma camada próxima à superfície do sistema. O espectro dos plasmons de superfície foi calculado por Lundqvist [2] e pode ser escrito como

$$\omega_s = \left[ \frac{4\pi n_s^{3D} e^2}{m_0 (\epsilon + 1)} \right]^{1/2}. \quad (1.3)$$

Da mesma forma que no caso de plasmons volumétricos (“bulk”), o campo magnético muda o espectro dos plasmons de superfície [3]. Em contraste ao caso dos plasmons 3D, a direção  $\vec{a} = \vec{B} \times \vec{N}$ , onde  $N$  é o vetor normal à superfície, deve ser considerada. Os portadores de carga com o centro de suas órbitas ciclotrônicas situadas fora da amostra “saltam” ao longo da direção  $\vec{a}$  (ou na direção oposta, dependendo da carga do portador). Isto origina uma mudança nas energias dos portadores e o aparecimento de níveis magnéticos de superfície [4] bem como na dependência da frequência do plasmon de superfície em relação à direção do seu movimento, isto é,  $\omega_s(q, B) \neq \omega_s(-q, B)$ . Para  $\vec{B} = (0, 0, B)$  paralelo à superfície (plano  $x = 0$ ) do sistema, a relação de dispersão dos MPs de superfície na direção  $q = (0, q_y, 0)$  é dada por [3]

$$\omega_s(q_y, B) = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{2 [\omega_p^{3D}(q_y)]^2 + \omega_c^2} - \omega_c \text{sign}(q_y) \right\}. \quad (1.4)$$

O plasmon de superfície é uma onda parcialmente transversal, mesmo quando  $\vec{B} = 0$ .

A relação de dispersão para os plasmons em sistemas eletrônicos bidimensionais (SE2D)

é bem conhecida e tem a forma

$$\omega_p^{2D} = \left( \frac{2\pi n_s^{2D} e^2}{m_0 \epsilon} \right)^{1/2} q^{1/2}, \quad (1.5)$$

onde  $\vec{q} = (q_x, q_y)$  [5-7]. O espectro de plasmons no SE2D difere essencialmente daquele dos plasmons no SE3D. Na ausência de campo magnético, em contraste ao caso 3D, a frequência do plasmon 2D tende a zero no limite de longos comprimentos de onda, i.e.,  $q \rightarrow 0$ . Este fato pode ser entendido do seguinte modo. Podemos considerar flutuações de densidade de carga como planos carregados no caso 3D localizados periodicamente (com período  $2\pi/q$ ) ou linhas carregadas sobre a superfície no caso 2D. O surgimento do campo elétrico, e daí forças (elásticas) restauradoras, conduz às oscilações de plasma que não dependem do período para o primeiro caso e diminui de maneira inversamente proporcional ao período para o segundo caso. Portanto, a frequência do plasma em  $q = 0$  apresenta um gap para o caso 3D, enquanto que para o caso 2D o gap não existe. Na verdade, este fato reflete uma blindagem incompleta em 2D porque o sistema está confinado a duas dimensões, mas a interação de Coulomb é tridimensional, ou seja as linhas de campo “saem” do plano dos elétrons.

Um campo magnético aplicado perpendicularmente ao SE2D altera drasticamente o espectro do plasmon 2D. Em um sistema infinito, o modo de plasmon adquire um gap igual à frequência ciclotrônica  $\omega_c$ , que é dado por

$$\omega_{MP}^{2D}(q, B) = \left\{ [\omega_p^{2D}(q)]^2 + \omega_c^2 \right\}^{1/2}. \quad (1.6)$$

Um outro tipo de MP foi observado no SE2D confinado sobre a superfície de hélio líquido [9, 10], e em heteroestruturas do tipo GaAs-AlGaAs [8]. E diferentemente da frequência do usual MP bidimensional em sistemas infinitos, a frequência desse MP é menor do que  $\omega_c$ , diminui quando  $B$  aumenta e se encontra na faixa de infravermelho distante (FIR), microondas, podendo atingir a rádio-frequência, onde a condição  $\omega\tau > 1$  é violada,  $\tau$  é o tempo de espalhamento. Estes novos modos foram atribuídos a efeitos de tamanho finito e são análogos aos plasmons de superfície encontrados em sistemas 3D. Esses modos foram chamados *magnetoplasmons de borda* (MPdB) por Mast *et al.* [9] e modos de perímetro por Glatti *et al.* [10].

As propriedades do MPdB foram discutidas teoricamente em diversos trabalhos [9–14, 17,18]. Volkov e Mikhailov [13,27] mostraram que o modo fundamental do MPdB é do tipo  $\omega(q_x) \propto q_x \ln(1/q_x)$ , onde  $\omega$  e  $q_x$  são a frequência e o vetor de onda do plasmon na direção- $x$ , respectivamente. Este resultado foi obtido em um modelo simples no qual a densidade de elétrons próxima ao contorno cai a zero abruptamente na direção- $y$ , o contorno possui forma degrau. Tal modelo prevê a existência de um único ramo no espectro do MPdB. Este resultado segue diretamente da suposição de que o acúmulo de carga pode somente ocorrer dentro de uma região infinitesimalmente estreita da borda. Entretanto, para um potencial de confinamento realístico, a densidade de carga varia suavemente na vizinhança da borda [19–21]. Nazin e Shikin [14] mostraram que uma variação suave da densidade de carga conduz ao aparecimento de outros modos acústicos no regime de campo magnético fraco. Estes modos também foram demonstrados por Aleiner e Glazman [17], ao calcular o espectro de excitações de baixa energia de um sistema de elétrons compressível na presença de campo magnético forte. Eles também usaram um perfil de densidade de carga suave na borda e descobriram que além do modo fundamental de MPdB usual, existem também outros modos de MPdB acústicos. Contudo, a dispersão do modo fundamental é igual àquela obtida por Volkov e Mikhailov [13] usando um perfil abrupto, ou seja

$$\omega_0(q_x) \approx \frac{2n_s^{2D} e^2}{m_0 \epsilon \omega_c} q_x \ln\left(\frac{1}{q_x a}\right), \quad (1.7)$$

em que  $a$  é uma largura característica da região de borda. Os modos excitados dos MPdB do tipo acústico foram observados experimentalmente por Elliott *et al.* [22].

O aparecimento de um espectro rico de modos de baixa frequência é uma característica geral do sistema não-homogêneo de elétrons em um campo magnético. Entretanto, os resultados quantitativos já mencionados foram deduzidos somente para a geometria de semiplano em um campo magnético forte [17] e fraco [14]. Portanto estes resultados só podem ser usados quando os contornos estão distantes um do outro (como por exemplo, para a geometria de Corbino que consiste no SE2D preenchendo um disco [9, 10, 24, 25]). Outra importante configuração experimental é um canal 2D de largura finita, por exemplo, uma barra Hall estreita [37]. Neste caso uma descrição quantitativa requer uma nova

análise, visto que a interação entre os modos propagantes em direções opostas ao longo dos dois contornos do canal podem ser não triviais. De fato, para os MPdB na geometria de semiplanos as correntes circulam dentro de uma distância  $1/q_x$  do contorno [13,17]. A presença de um segundo contorno em uma distância muito menor do que  $1/q_x$  afeta a estrutura destas correntes e pode modificar o espectro dos modos. Anteriormente esta geometria foi considerada por Eliasson *et al.* [28] dentro do modelo de bordas abruptas e também por Cataudella e Iadonisi [29].

Como vimos até agora o espectro dos plasmons possui forte dependência com relação à dimensionalidade do sistema. Em vista disso seria interessante estudar os plasmons em sistemas eletrônicos quase unidimensionais (SEQ1D) em que uma quantização lateral provoca o confinamento dos portadores em canais carregados. O interesse se acentuou, devido ao grande desenvolvimento tecnológico na fabricação de heteroestruturas semicondutoras, em que técnicas combinadas de crescimento epitaxial e litografia produziram um SEQ1D considerado degenerado ( $T = 0$ ) tendo em vista as elevadas densidades atingidas, o agora bem conhecido *fio quântico*.

## 1.2 Gás de elétrons 2D não degenerado

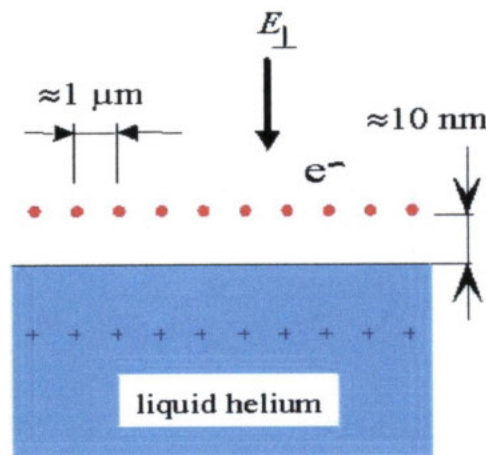


Figura 1.1: Figura ilustrativa de um gás de elétrons na superfície de Hélio líquido sob a ação de um campo elétrico perpendicular à superfície de hélio. O campo é gerado por um capacitor

Os estados de superfície eletrônica são induzidos pelo potencial entre o elétron e a superfície de hélio, que resulta de duas contribuições diferentes: i) uma interação de longo alcance vindo da polarização da superfície de hélio, dada por um potencial imagem atrativo, ii) uma barreira de potencial repulsiva devido ao princípio de exclusão de Pauli que não permite um elétron extra no átomo de hélio. O modelo de potencial para o elétron é dado por

$$V(z) = \begin{cases} -\frac{\Lambda e^2}{z}, & z > 0 \\ V_0, & z \leq 0 \end{cases},$$

$$\Lambda = (\epsilon - 1)/4(\epsilon + 1),$$

sendo que o dielétrico ocupa o meio espaço  $z < 0$ . Para o hélio, temos  $\epsilon = 1.0572$ . A intensidade da barreira de potencial  $V_0 \sim 1$  eV. A barreira de potencial repulsiva  $V_0$  é muito grande em comparação ao fraco potencial imagem atrativo e portanto podemos tomar  $V_0 = \infty$ . Assim na direção- $z$  o elétron comporta-se como um átomo de hidrogênio unidimensional com uma carga nuclear fortemente reduzida  $\Lambda e \simeq 1/144$ . Os níveis de energia deste sistema são facilmente encontrados

$$E_n = -\frac{\Lambda^2}{2n^2} \text{Ry}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

com  $\text{Ry} = \text{Rydberg} = 13.6$  eV. A energia do estado fundamental é  $E_1 = -0.65$  meV =  $-7.5$  K e tem função de onda

$$\Phi_1(z) = \frac{2}{a^{3/2}} z e^{-z/a},$$

com  $a = a_0/\Lambda = 76$  Å é o raio efetivo de Bohr e  $a_0 = 0.529$  Å é o raio de Bohr. A distância média entre os elétrons e a superfície de hélio é  $\langle z \rangle_1 = \frac{3}{2}a = 114$  Å. Para os estados excitados são  $\langle z \rangle_2 = 456$  Å,  $\langle z \rangle_3 = 1026$  Å, ... e a diferença de energia entre o primeiro estado excitado e a energia do estado fundamental é  $E_2 - E_1 = 0.5$  meV =  $5.6$  K. Os experimentos têm que ser realizados em temperaturas mais baixas do que a do hélio líquido (isto é  $T = 4.2$  K) e são tipicamente da ordem  $T = 0.1 - 1$  K. Assim concluímos que o elétron está no nível de energia mais baixo  $n = 1$ .

A existência destes estados de superfície foram preditos teoricamente por Cole e Cohen [30] e independentemente por Shikin [31]. Experimentalmente eles foram observados por

Grimes e Brown em um experimento espectroscópico. Radiação microondas foi aplicada para induzir transições entre diferentes estados eletrônicos. Um campo elétrico é aplicado perpendicular à superfície de hélio que soma como uma componente adicional do potencial imagem:  $V(z) = -\Lambda e^2/z + eE_{\perp}z$ . Deste modo foi possível variar o espectro de energia ou equivalentemente a energia de separação entre os estados eletrônicos.

É bem conhecido que a superfície de hélio carregada com um grande número de elétrons torna-se instável devido a pressão eletrônica. Para uma superfície de hélio tipo “bulk”, com espessura acima de 2 mm do substrato, é estável para densidades eletrônicas até  $n_s^{2D} = 2.4 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$ . Esta instabilidade para densidades mais altas ocorre devido a suavização dos modos ripplônicos [32, 33]. Para um filme fino de hélio de espessura da ordem 100 Å esta instabilidade ocorre somente quando  $n_s^{2D} \sim 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . A estabilização da superfície de hélio com a diminuição da espessura do filme (para espessuras menores do que  $10^4 \text{ Å}$ ) foi predita teoricamente por Gor’kov e Chernikova [35] e foi mais tarde novamente discutida por Ikezi e Platzman [36], e é uma consequência das forças de van der Waals entre a camada de hélio e o substrato que apoia o filme de hélio.

Devido à baixa densidade eletrônica alcançada experimentalmente para filme de hélio tipo “bulk”, a energia de Fermi para este sistema,  $E_F = \hbar^2 \pi n_s^{2D} / m_0$ , é da ordem de  $10^{-2}$  K, sendo muito menor que a energia de Boltzmann  $k_B T$  para temperaturas da ordem de 1 K. Portanto este sistema pode ser tratado como um gás de elétrons não degenerado, ou seja, um sistema clássico descrito pela função de distribuição de Boltzmann como um limite da função de distribuição de Fermi para altas temperaturas. Os elétrons na superfície de hélio são espalhados predominantemente por átomos de vapor de hélio para temperaturas acima de 0.7 K e por ondas capilares (ripplons) sobre a superfície do hélio para temperaturas mais baixas.

Oscilações coletivas no SEQ1D degenerado foram estudadas intensivamente nos últimos anos tanto teoricamente [29, 39–46] como experimentalmente [37, 38]. Das Sarma e colaboradores [40–42] e Hu e O’Connell [43], usando o formalismo dielétrico de muitos corpos na aproximação RPA, determinaram a função dielétrica dependente da frequência e do número de onda para o SEQ1D degenerado e calcularam o espectro de

plasmons no SEQ1D incorporando as diversas multisubbandas advindas da quantização lateral [41, 45]. Plasmons têm sido também investigados dentro de um modelo hidrodinâmico através da solução da equação de movimento e da equação da continuidade no caso de um confinamento lateral parabólico [16, 46] e pela consideração de uma geometria de tira (“strip”) [28, 29].

Aleiner *et al.* [16], usando equações clássicas de movimento, estudaram as excitações de baixa frequência de um SE2D confinado por um potencial parabólico e sujeito a um campo magnético. Eles observaram que, em campos fortes, a dispersão dos modos acústicos concordam qualitativamente com aquele do semiplano (ver Eq. (14) da Ref. [17]). Em campos fracos, a velocidade dos modos acústicos aumenta linearmente com  $B$ , alcançando um máximo que é determinado pelos parâmetros do canal. Então a maior característica dos modos acústicos do MPdB é esta dependência não-monotônica com o campo magnético.

### 1.3 Sistemas eletrônicos quasi-unidimensionais não degenerado (SEQ1DnD)

Uma consequência natural é confinar lateralmente o SE2DnD. Portanto, os portadores de carga estão livres para se moverem apenas em uma dimensão espacial devido ao confinamento lateral constituindo assim um SEQ1DnD. Uma maneira de criar este SEQ1D é usar a finitude do raio de curvatura do hélio líquido em canais paralelos sobre a superfície de um substrato dielétrico de cunhas lineares. Estes canais são preenchidos com hélio líquido devido às forças de capilaridade. Se o substrato está localizado a uma distância  $H$  acima do nível do hélio líquido, o raio de curvatura da superfície é dada por  $R = \alpha/g\sigma H$ . Quando a superfície de hélio sobre o substrato dielétrico é carregado por um filamento aquecido, as forças de polarização do substrato tenderão a concentrar os elétrons ao longo da protuberâncias. Contudo se um campo elétrico externo  $E_{\perp}$  aplicado perpendicularmente à superfície (eixo  $z$ ), os elétrons serão deslocados para o fundo do canal, concentrando-se preferencialmente ao longo do eixo do canal (eixo  $x$ ). Deste modo, os elétrons estarão



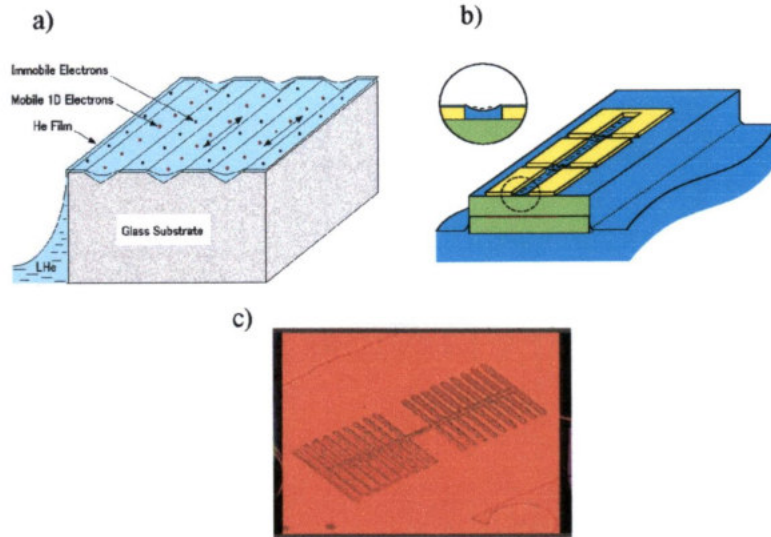


Figura 1.2: Em a) o confinamento de elétrons em canais unidimensionais ocorre devido ao perfil geométrico do substrato (Yayama, Japão) [54]. Em b) um único fio produzido por confinamento eletrostático - “gate voltage”- (Valkering, Eindhoven) [72] [57]. Em c) o arranjo experimental do canal unidimensional onde foi comprovado a existência do fio de Wigner (Lea, Londres) [65].

bastante distantes do substrato porque o tamanho do raio, tipicamente  $R = 10^{-4} - 10^{-3}$  cm, é muito maior do que o tamanho dos defeitos superficiais (da ordem de  $10^{-6} - 10^{-5}$  cm) e a profundidade do líquido abaixo do canal é da ordem de  $R$ . Este potencial lateral pode ser aproximado por um potencial parabólico

$$U = eE_{\perp}z = eE_{\perp}R \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{y^2}{R^2}} \right) \approx \frac{m_0\Omega^2}{2}y^2,$$

para  $y \ll R$ , em que  $R$  é o raio de curvatura do hélio líquido dado por  $\alpha/g\sigma H$ , sendo que  $\alpha$  é a tensão superficial,  $g$  é a gravidade e  $H$  é a distância entre o nível de hélio líquido e o substrato. A frequência de confinamento é dada por  $\Omega = \sqrt{eE_{\perp}/m_0R}$ .

Existem várias realizações de SEQ1D criados com elétrons sobre a superfície de hélio líquido, algumas delas mostradas na Fig. 1.2 e discutidas na Ref. [52]. Marty [47] foi o primeiro a explorar a tensão superficial do hélio líquido em um filme de hélio suspenso entre dois eletrodos para confinar os elétrons em canais unidimensionais. O mesmo princípio foi usado como uma grade óptica para medir a condutividade de um conjunto de canais eletrônicos Q1D [48, 49]. Kirichek *et al.* [50] foram os primeiros a criar um canal isolado usando um substrato formado por duas placas de um polímero dielétrico formando um

ângulo bastante agudo. Eles demonstraram que a condutividade elétrica ao longo do canal exibe uma dependência não-monotônica com o campo elétrico externo.

Muito recentemente, dados sobre a mobilidade dos elétrons em um arranjo Q1D sobre filmes de hélio suspensos [53] e medidas de condutividade [55], bem como a observação de ressonâncias de MPs [57], em sistemas de elétrons na superfície de hélio em canais microfabricados têm sido reportado.

Valkering e Heijden [57] estudaram as excitações do MP Q1D no limite de baixa frequência a 0.6 K. A temperatura foi escolhida de tal maneira que o amortecimento do magnetoplasmon fosse baixo o suficiente para que as ressonâncias fossem observadas. O espectro observado para o MP Q1D possui o mesmo comportamento do MPdB em 2D, isto é, a frequência de ressonância tem uma dependência linear com  $1/B$ . No entanto, os autores ressaltam que o espectro observado é característico de um MP Q1D e não do usual MPdB 2D devido à forte dependência do espectro em relação ao potencial externo aplicado. Este potencial externo advém dos eletrodos dispostos acima e abaixo do SE2DnD. Como pode ser visto na Fig.1.3, o espectro depende fortemente do potencial aplicado, o campo ressonante magnético diminui com o aumento do potencial aplicado.

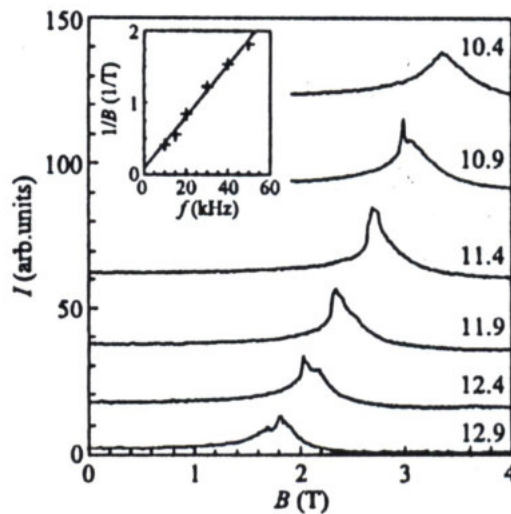


Figura 1.3: Corrente em função do campo magnético para vários valores de potencial elétrico. Os valores apresentados no lado direito da figura correspondem ao potencial elétrico  $V_B$  para cada pico. Em detalhes  $1/B$  em função da frequência. [57]

Recentemente Sokolov e Studart calcularam as excitações de plasma em sistemas eletrônicos quase unidimensionais (Q1D) não degenerados [58, 59] utilizando para isso o formalismo da função dielétrica na aproximação de fases aleatórias (RPA em inglês) e um esquema perturbativo para tratar os elementos de matriz do potencial coulombiano. Esses autores consideraram um potencial de confinamento parabólico  $V(y) = m_0\Omega^2 y^2/2$ , em que  $\Omega = \sqrt{eE_\perp/m_0R}$ , com  $E_\perp$  sendo o campo elétrico aplicado perpendicularmente ao canal e  $R$  o raio de curvatura do perfil do filme de hélio no canal. Para  $\omega/|q_x u_T| \gg 1$ , em que  $u_T = \sqrt{2k_B T/m_0}$  é a velocidade térmica do elétron, obtiveram que o ramo longitudinal tem uma dispersão dada por [58]

$$\omega(q_x) = \frac{2\sqrt{2}e^2\Omega}{\Omega^* \sqrt{m_0 b(1+\epsilon)}} q_x \left[ \ln\left(\frac{1}{q_x \ell_B}\right) \right]^{1/2}, \quad (1.8)$$

em que  $\Omega^* = (\Omega^2 + \omega_c^2)^{1/2}$ ,  $b = (N/L_x)^{-1}$  é a distância média entre os elétrons ao longo da direção  $x$  e  $\ell_B = \sqrt{\hbar/m_0\Omega^*}$  é o comprimento de localização efetivo. De acordo com a Eq. (1.8), a dependência da frequência com relação ao campo magnético,  $\omega \sim 1/B$  quando  $\omega_c/\Omega < 1$ , é semelhante a do MPdB em 2D. Como se observa no detalhe da Fig. 1.3, este resultado também foi obtido experimentalmente por Valkering e Heijden [57]. Entretanto, a dependência da frequência da ressonância com  $E_\perp$  (o campo magnético na ressonância decresce com o aumento de  $E_\perp$ ) é diferente do previsto teoricamente, desde que o aumento de  $E_\perp$  reduziria o comprimento de localização efetivo  $\ell_B$  e portanto, a ressonância deveria ser deslocada para campos magnéticos mais altos, ao contrário do que foi observado. Convém ressaltar que efeitos de dissipação no espectro dos MPs não foram considerados na Ref. [58].

Esta tese pretende investigar em detalhes o espectro dos MPs e sua dissipação em um SE2DnD confinado em um canal parabólico estreito sobre filmes suspensos de hélio líquido [57, 58, 60–65], sob a ação de campos magnéticos fortes, ou seja, quando  $\omega_c \gg \Omega$ .

Na primeira parte desta tese, faremos um tratamento microscópico dos MPs dentro do canal, usando a teoria de campo auto consistente na aproximação RPA. Para isto usamos o formalismo da Ref. [66] desenvolvido para o regime do efeito Hall quântico inteiro. A aplicação do método para o SE2DnD não é trivial, visto que aparece uma nova escala

característica do problema dada pelo comprimento  $\ell_T = \sqrt{2k_B T / m_0 \Omega^2} \gg \ell_0$ , em que  $\ell_0 = \sqrt{\hbar / m_0 \omega_c}$  é o comprimento magnético que define a escala característica do problema anterior.

Na segunda parte desta tese, tratamos microscopicamente os efeitos de dissipação devido a processos de espalhamento (ripplon) na frequência dos MPs (parte real) como no seu amortecimento (parte imaginária). É importante enfatizar também que o amortecimento dos MPdB no SE2DnD em canais largos sobre hélio líquido tem atraído permanente atenção nos últimos 15 anos [67–69].

Nesta tese estudamos os MPs fracamente amortecidos em um canal parabólico tanto para  $q_x \ll \ell_T^{-1}$  quanto para  $\ell_0^{-1} \gg q_x \gtrsim \ell_T^{-1}$ . Incluímos ainda o efeito de blindagem de um eletrodo colocado a uma distância  $d$  abaixo do canal. Para  $q_x \ll \ell_T^{-1}$ , obtivemos que as velocidades de fase dos modos apresentam uma dependência não trivial com  $d/\ell_T$ , mas são independentes de  $q_x$  (comportamento do tipo acústicos) para  $d/\ell_T \ll 1$ . Os modos exibem anti-cruzamentos como função de  $d/\ell_T$  que são mais identificáveis no limite  $d/\ell_T \ll 1$ ,  $n_s$  menores e maiores valores de  $\Omega$ . Mostramos ainda que estes anti-cruzamentos surgem da competição entre as contribuições de advecção, relativa à energia de dispersão dos níveis de Landau, e a interação elétron-elétron.

Quando os efeitos de dissipação são incluídos, observamos que os picos de ressonância mais estreitos correspondem aos três primeiros modos em  $q_x \approx \ell_T^{-1}$ , porque neste ponto ocorre o máximo valor de  $\text{Re}\omega / |\text{Im}\omega|$ . Concluímos que as ressonâncias mostradas na Ref. [57] são produzidas pelo primeiro e segundo modos excitados de MP já que o modo fundamental não contribui para o pico.

Em concordância com o experimento [57], encontramos que a frequência de qualquer modo para  $q_x$  fixo é proporcional a  $B^{-1}$ . Observamos também que o efeito de blindagem, devido a um eletrodo colocado abaixo do canal a distância  $d$ , sobre os MPs é maior sobre o modo fundamental e que sua influência sobre os outros modos pode ser desprezada. Estimamos na interpretação dos resultados experimentais uma frequência de confinamento  $\Omega$  da ordem de  $10^8 \text{ s}^{-1}$  e um tempo de espalhamento de transporte efetivo  $\tau^* \geq 10^{-8} \text{ s}$  é bastante razoável.

Esta tese está organizada da seguinte maneira. No capítulo 2 estudamos o perfil do filme de hélio dentro da célula experimental de Valkering e Heijden [57] e mostramos que o perfil da superfície no filme suspenso nos leva a um confinamento lateral que pode ser muito bem aproximado por um potencial parabólico, na região  $|y| < 10 \mu\text{m}$ . No capítulo 3 desenvolvemos um tratamento microscópico usando a teoria de campo auto-consistente na aproximação RPA para calcularmos o espectro de magnetoplasmons no canal para campos magnéticos fortes, levando em conta efeitos não-locais. No capítulo 4 discutimos em detalhes os resultados obtidos. No capítulo 5 tratamos microscopicamente os efeitos de dissipação localmente devido a processos de espalhamento dos MPs (ripples) no canal e comparamos os nossos resultados com aqueles obtidos no experimento de Valkering e Heijden [57]. No capítulo 6 apresentamos as nossas conclusões.

## Capítulo 2

# Análise do perfil da superfície do filme de hélio líquido no canal

O objetivo deste capítulo é analisar o perfil do filme de hélio líquido suspenso em um canal e mostrar que o confinamento lateral devido ao substrato pode ser muito bem aproximado por um potencial parabólico.

Um diagrama esquemático do filme de hélio suspenso no canal é mostrado na Fig. 2.1. Hélio líquido superfluido flui a partir de um recipiente com nível  $H$  e preenche o canal produzido no substrato por forças capilares. Elétrons são depositados na superfície de hélio por um filamento aquecido e são atraídos para o centro do canal devido à polarização do meio (força imagem) e um campo elétrico aplicado entre dois eletrodos (um capacitor não mostrado na Fig. 2.1).

Em equilíbrio o potencial químico total é constante em todo líquido. Portanto, para filmes de hélio saturado, podemos calcular o perfil do filme de hélio dentro do canal através do potencial químico total por unidade de massa que é dado por [73]

$$\mu = \frac{p}{\sigma} - sT + gz(y) - \frac{\gamma}{\sigma \xi^3(y)}, \quad (2.1)$$

em que  $p$  é a pressão por unidade de massa,  $\sigma = 0.145 \text{ g/cm}^3$  é a densidade do hélio,  $\gamma$  é a constante de van der Waals,  $s$  é a entropia específica do hélio por unidade de massa,  $gz$  é a energia potencial por unidade de massa na altura  $z$  e  $\xi(y)$  é a espessura do filme de

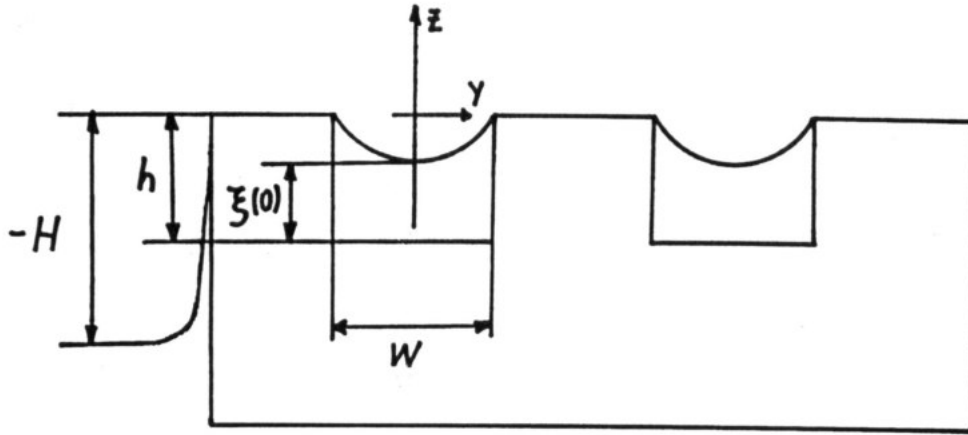


Figura 2.1: Diagrama do filme de hélio suspenso. [72].

hélio, que depende de  $y$  e  $g = 980 \text{ cm/s}^2$  é a aceleração da gravidade.

Olhando a Fig. 2.1, dividimos a célula experimental em duas regiões e consideramos a origem do sistema em  $z = 0$  e  $y = 0$ . A região 1, onde temos o banho de hélio à altura  $-H$ , fora do canal. E a região 2, onde temos o filme de hélio suspenso dentro do canal. Portanto, na região 1, o potencial químico total por unidade de massa é

$$\mu_1 = \frac{p}{\sigma} - sT - gH, \quad (2.2)$$

e na região 2, no centro do canal temos que

$$\mu_2 = \frac{p}{\sigma} - \frac{\alpha}{\sigma R(y)} - sT + gz(y) - \frac{\gamma}{\sigma \xi^3(y)}, \quad (2.3)$$

em que  $\alpha = 0.37 \text{ erg/cm}^2$  é tensão superficial do hélio líquido e  $R(y)$  é o raio de curvatura do canal em  $(y, z(y))$ . Devido à tensão superficial e  $R(y)$  finito, existe uma diferença finita de pressão entre o filme de hélio suspenso e a superfície livre de hélio ("bulk", onde  $1/R(y) = 0$ ) que corresponde ao segundo termo da Eq.(2.3). Como o potencial químico total por unidade de massa é o mesmo em todo líquido, temos que  $\mu_1 = \mu_2$  e fazendo a mudança de variável  $z(y) = \xi(y) - h$  obtemos

$$g[\xi(y) - h + H] = \left( \frac{\alpha}{\sigma R(y)} + \frac{\gamma}{\sigma \xi^3(y)} \right). \quad (2.4)$$

Temos que o raio de curvatura do perfil em  $(y, z(y))$  é dado por [75]

$$\frac{1}{R(y)} = \frac{d^2\xi(y)}{dy^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{d\xi(y)}{dy}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (2.5)$$

Observe que para um pequeno valor de  $\xi(y)$ , a Eq.(2.5) reduz-se à forma usual [74]

$$\frac{1}{R(y)} = \frac{d^2\xi(y)}{dy^2}.$$

Substituindo a Eq.(2.5) na Eq.(2.4) temos

$$\begin{aligned} \frac{d^2\xi(y)}{dy^2} + \left[ -\frac{\sigma g}{\alpha} (\xi(y) - h + H) + \frac{\gamma}{\alpha \xi^3(y)} \right] \\ \times \left[ 1 + \left( \frac{d\xi(y)}{dy} \right)^2 \right]^{3/2} = 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Considerando a origem do sistema de referência no centro do canal e desprezando a interação de van der Waals, Valkering e Heijden propuseram uma equação mais simplificada para o perfil do filme de hélio no canal [72]

$$\xi(y) = h + \sqrt{R^2 - \left(\frac{W}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 - y^2}, \quad (2.7)$$

em que  $R = -\alpha/\sigma g H$  é o raio de curvatura da superfície de hélio,  $W = 300 \mu\text{m}$  é a largura do canal e  $h = 30 \mu\text{m}$  é a altura da placa que suspende o filme.

Na Fig. 2.2 mostramos a célula experimental usada por Valkering e Heijden e a densidade carga eletrônica obtida em seu simples modelo. A célula consiste de duas chapas metálicas sobre um circuito impresso de espessura  $d_s = 1.5 \text{ mm}$ , conectada em seus extremos, que são usadas para suspender o filme de hélio. Elas estão separadas por  $W = 300 \mu\text{m}$ , e têm altura de  $h = 30 \mu\text{m}$  e comprimento total de 9 mm. Cada chapa consiste de três segmentos, que servem como eletrodos de medida, formando um arranjo tipo Sommer-Tanner. Os eletrodos estão aterrados em DC. Uma voltagem de excitação de 50 mV e tipicamente 10 kHz é aplicada ao eletrodo 1 e a corrente induzida sobre o eletrodo 3 é medida. Abaixo da estrutura em uma distância elétrica  $d_s/\epsilon_s \sim 0.3 \text{ mm}$  um eletrodo é montado, onde uma voltagem em DC  $V_b$  de ordem de 10 V é aplicada. Este



potencial  $V_b$  aplicado no fundo do canal determina o campo externo aplicado e a densidade eletrônica no canal. Acima da estrutura um anel de guarda e uma placa no topo da célula são montados aplicando uma voltagem em DC  $V_g$  e  $V_t$  de -3 e -2 V, respectivamente.

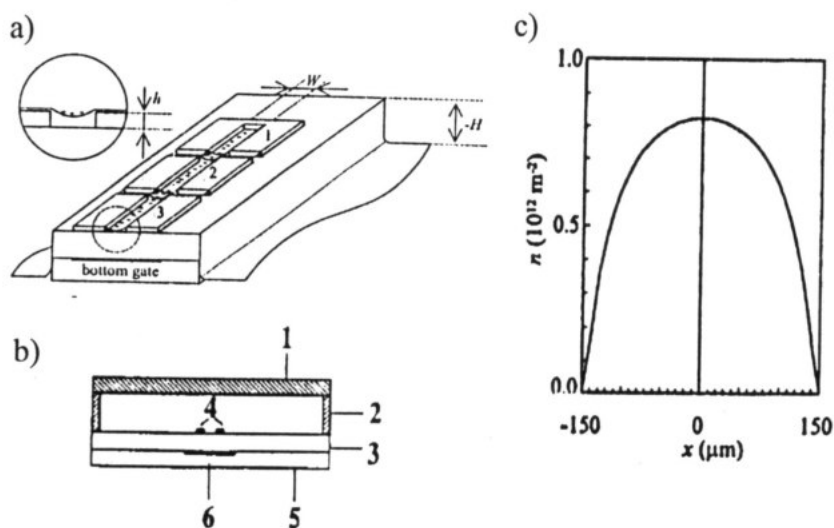


Figura 2.2: a) Desenho esquemático da estrutura com os eletrodos 1, 2 e 3 formando um arranjo tipo Sommer-Tanner (fora de escala). b) A célula experimental com 1: placa de cima, 2: anel de guarda, 3: substrato com 4: placas e 5: placa de baixo e 6: eletrodo com voltagem de entrada. c) Perfil de densidade eletrônica do fio para  $V_t = -2$  V,  $V_g = -3$  V e  $V_b = 10$  V. [57]

Na Fig. 2.3 mostramos o perfil do filme de hélio no canal calculados a partir da Eq.(2.6) com as condições de contorno  $\xi(\pm W/2) = h$ . As curvas contínuas foram obtidas para  $H = 0.1$  mm,  $H = 0.5$  mm e  $H = 1$  mm, de cima para baixo, respectivamente. A curva pontilhada foi obtida desprezando a interação de van der Waals, isto é  $\gamma = 0$ , para  $H = 1$  mm. As curvas tracejadas foram obtidas a partir da Eq.(2.7) para  $R = 2600 \mu\text{m}$  e  $H = 0.1$  mm,  $R = 520 \mu\text{m}$  e  $H = 0.5$  mm,  $R = 260 \mu\text{m}$  e  $H = 1$  mm, de cima para baixo respectivamente. Nossos resultados obtidos pela Eq.(2.6) recobram os resultados obtidos através da Eq.(2.7) quando  $\xi(0) > 1$  mm, onde a interação de van der Waals é desprezível, e quando  $H = 1$  mm sem a interação de van der Waals. Observamos que, para  $H = 1$  mm, levando em conta a interação de van der Waals, o perfil do filme de hélio torna-se plano no centro do canal formando um filme de van der Waals. No centro do canal a espessura do filme é  $\xi(0) \approx 9 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ . Este perfil é representado pela terceira curva

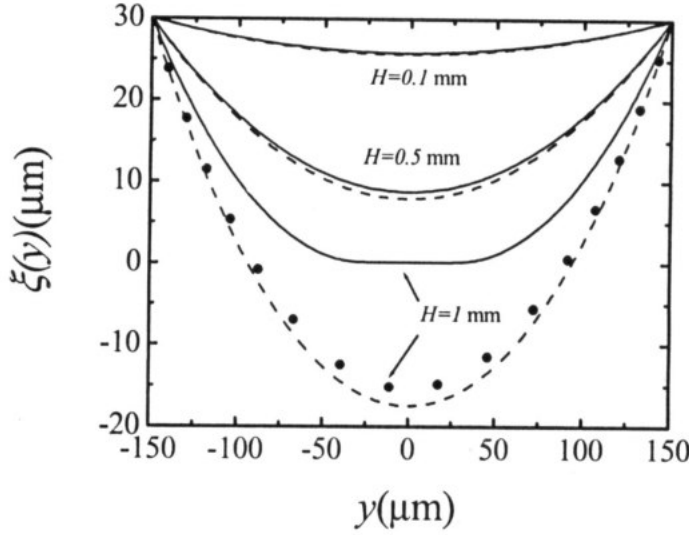


Figura 2.3: Perfil do filme de hélio suspenso dentro do canal, para alguns valores de  $H$ . As curvas tracejadas foram obtidas através da Eq.(2.7), enquanto que as curvas contínuas obtivemos através da Eq.(2.6). A curva pontilhada é também dada pela Eq.(2.6) desprezando a interação de van der Waals.

contínua de cima para baixo. Notamos que o perfil é fortemente dependente da interação de van der Waals entre os átomos de hélio e os átomos do substrato.

Se agora colocarmos elétrons na superfície de hélio, dentro do canal, surge uma pressão eletrônica dada por  $2\pi e^2 n_s^2(y)$  que deve ser acrescentada na Eq.(2.3). Assim, a Eq.(2.6) converte-se em

$$\frac{d^2\xi(y)}{dy^2} + \left[ -\frac{\sigma g}{\alpha} \left( \xi(y) - h + H + \frac{2\pi e^2 n_s^2(y)}{\sigma g} \right) + \frac{\gamma}{\alpha \xi^3(y)} \right] \times \left[ 1 + \left( \frac{d\xi(y)}{dy} \right)^2 \right]^{3/2} = 0. \quad (2.8)$$

A densidade eletrônica no centro do canal é muito bem aproximada por

$$n_s(y) = n_s(0) \exp(-V(y)/k_B T), \quad (2.9)$$

em que  $n_s(0)$  é a densidade eletrônica no centro do canal e  $V(y)$  é a energia potencial dada por

$$V(y) = \int_0^y dy' |e| E_{\perp}^*(y') \frac{dz(y')}{dy'}. \quad (2.10)$$

Como  $z(y') = \xi(y') - h$ , temos que  $d[z(y')] = d[\xi(y')]$ . O campo elétrico  $E_{\perp}^*(y')$  é dado por (usando constante dielétrica do substrato  $\epsilon_s = 5$  [57])

$$E_{\perp}^*(y) = E_{\perp} + \frac{|e|}{6\xi^2(y)}, \quad (2.11)$$

em que  $E_{\perp}$  é o campo elétrico externo aplicado na direção perpendicular à superfície. Para filmes finos a maior contribuição vem do campo produzido pela carga elétrica induzida no substrato que corresponde ao segundo termo  $[(\epsilon_s - 1)/4(\epsilon_s - 1)]e^2/\xi^2(y)$ . Resolvendo a integral da Eq.(2.10) obtemos que a energia potencial é dada por

$$V(y) = |e| \left\{ E_{\perp} [\xi(y) - \xi(0)] + \frac{|e|}{6} \left[ \frac{1}{\xi(0)} - \frac{1}{\xi(y)} \right] \right\}. \quad (2.12)$$

Observamos na Fig. 1.3 que os picos devido às ressonâncias para os campos magnéticos  $B = 3.4$  e  $2$  T surgem quando o potencial  $V_b$  varia de  $10.4$  V para  $12.4$  V, respectivamente. Com as informações dadas pelas Figs. 1.3 e 2.2 podemos estimar o valor do campo elétrico externo para os picos de ressonâncias em  $3.4$  T e  $2$  T. Sabemos do experimento que  $V_t = -2$  V, portanto a diferença de potencial entre  $V_b$  e  $V_t$  é de  $12.4$  V e  $14.4$  V, respectivamente. Da Fig. 2.2(b), vemos que a distância entre a placa de cima e a de baixo  $\approx 0.5$  cm, isso nos dá um campo elétrico externo,  $E_{\perp} \approx 25$  e  $29$  V/cm, respectivamente. Observe que o campo externo pode ser aumentado sem aumentar o número de elétrons dentro do canal. Para mantermos essa condição em nosso cálculo, renormalizamos a densidade eletrônica,  $n_s(0)$ , no centro do canal, a cada iteração auto-consistente usando a equação abaixo

$$n_s(0) = \frac{N_T}{\int_{-W/2}^{W/2} \exp(-V(y)/k_B T) dy}. \quad (2.13)$$

Em nossos cálculos podemos tanto fixar a densidade no centro do canal,  $n_s(0)$ , usando a Eq.(2.9), ou fixar o número total de elétrons no canal,  $N_T$ , usando a Eq.(2.13).

Logo, resolvendo auto-consistentemente as Eqs.(2.8), (2.12), (2.13) e (2.9) e usando a condição de contorno  $\xi(\pm W/2) = h = 30 \mu\text{m}$ , obtemos o perfil do filme de hélio, o potencial e a densidade eletrônica no canal, respectivamente. Os resultados são apresentados nas Figs. 2.4, 2.5 e 2.6.

Na Fig. 2.4 calculamos o perfil do filme de hélio variando o campo elétrico externo,  $E_{\perp}$ , de  $25$  para  $29$  V/cm mantendo o número de elétrons constante em  $N_T \approx 3.4 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$

no canal. As curvas contínua e tracejada representam o perfil para  $E_{\perp} = 25$  e  $29$  V/cm, respectivamente. A curva pontilhada corresponde ao perfil sem elétrons depositados. As curvas contínua, tracejada e pontilhada praticamente coincidem. Isto mostra que a pressão eletrônica   tão pequena, devido   sua baixa densidade, que a forma da superfície é predominantemente governada pela interação de van der Waals entre os átomos de hélio e do substrato como também pela tensão superficial do filme de hélio suspenso. A polarização do substrato pelas cargas elétricas   também muito baixa e não afeta o perfil.

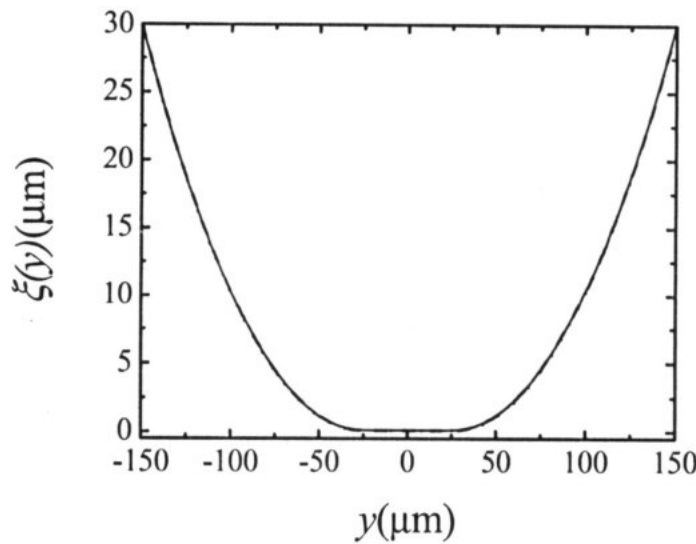


Figura 2.4: Perfil do filme de hélio dentro do canal calculado auto-consistentemente pelas Eqs.(2.8), (2.12), (2.13) e (2.9). As curvas contínua e a tracejada correspondem  $E_{\perp}^{ext} = 25$  e  $29$  V/cm, respectivamente. O número total de elétrons é mantido constante em  $N_T \approx 3.4 \times 10^5$  cm<sup>-1</sup>. A curva pontilhada corresponde ao perfil de hélio sem elétrons.

Na Fig. 2.5, comparamos o potencial calculado auto-consistentemente com o potencial parabólico, dado pela equação  $V = m_0\Omega^2 y^2/2$ , e estimamos a freq ncia de confinamento  $\Omega$ , assim como o comprimento de confinamento  $\ell_T = \sqrt{2k_B T/m_0\Omega^2}$ , já mencionado anteriormente no capítulo 1. A curvas contínua e tracejada representam o potencial calculado auto-consistentemente, para  $E_{\perp} = 25$  e  $29$  V/cm, respectivamente, mantendo fixo o número total de elétrons  $N_T \approx 3.4 \times 10^5$  cm<sup>-1</sup>. A curva pontilhada corresponde ao potencial parabólico para  $\Omega = 10^8$  s<sup>-1</sup>. Aqui a temperatura    $T = 0.6$  K [57]. Segue

que o potencial parabólico calculado para a frequência de confinamento  $\Omega \approx 10^8 \text{ s}^{-1}$  é uma aproximação muito boa para o potencial auto-consistente calculado para os campos externos de 25 V/cm e 29 V/cm na região  $|y| \leq 10 \text{ }\mu\text{m}$ . Logo, a frequência de confinamento não varia quando aumentamos  $E_{\perp}$  de 25 V/cm para 29 V/cm, mantendo o mesmo número de elétrons dentro do canal, o que é contrário ao que foi reportado por Valkering e Heijden. [57].

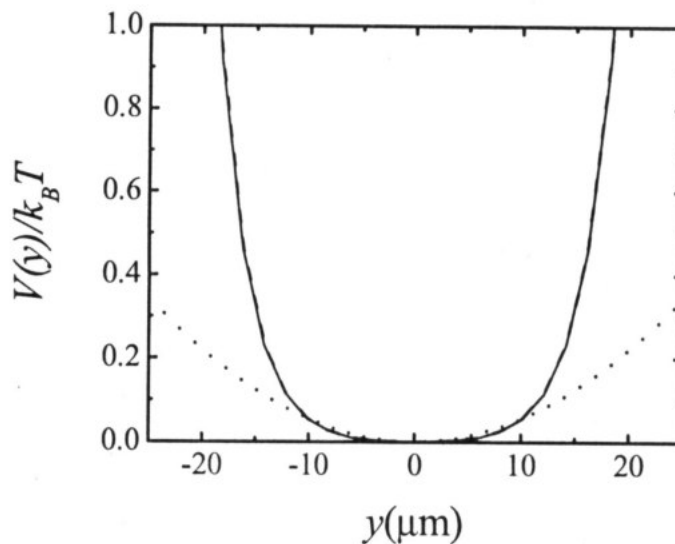


Figura 2.5: As curvas contínua, tracejada representam o potencial calculado auto-consistentemente, para  $E_{\perp}^{ext}=25$  e 29 V/cm, respectivamente. A curva pontilhada corresponde ao potencial parabólico para  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$  obtido através  $V = m_0 \Omega^2 y^2 / 2$ . Aqui a temperatura é  $T = 0.6 \text{ K}$  [57]. Nesta temperatura vemos que tanto a curva contínua como a tracejada praticamente coincidem.

Podemos estimar a frequência de confinamento para o caso sem interação de van der Waals representado pela curva pontilhada da Fig. 2.3, supondo poucos elétrons sobre a superfície do filme, como é o nosso caso. Sabemos que, na aproximação parabólica, o potencial pode ser aproximado por  $V(y) = eE_{\perp} \Delta z$ , e que  $\Delta z = Ay^2$ , em que  $A = 20 \text{ cm}^{-1}$  é uma constante obtida ajustando a curva pontilhada da Fig. 2.3 a um polinômio de segunda ordem. Como consideramos  $V(y) = m_0 \Omega^2 y^2 / 2$ , ao igualarmos as duas equações, obtemos que  $\Omega = \sqrt{2eE_{\perp} A / m_0} \approx 1.3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ , para  $E_{\perp} = 25 \text{ V/cm}$ . Resolvendo a equação diferencial de segunda ordem não-linear sem elétrons, e desprezando o efeito de

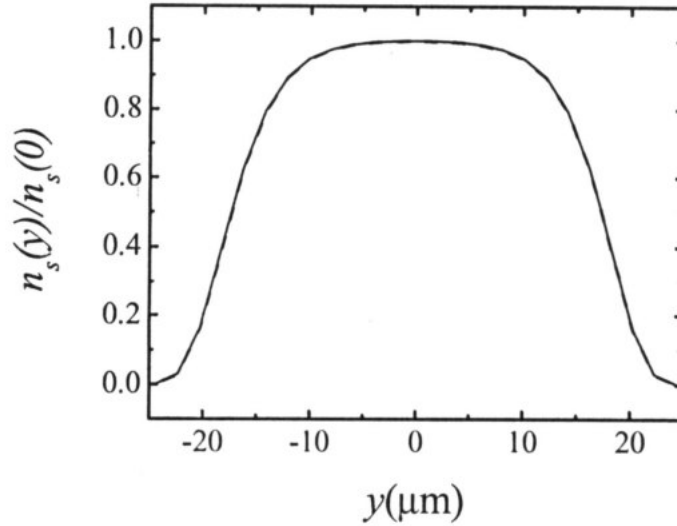


Figura 2.6: As curvas contínua e tracejada representam a densidade de carga calculada auto-consistentemente das Eqs.(2.8), (2.12), (2.13) e (2.9), para  $E_{\perp}^{ext}=25$  e  $29$  V/cm, respectivamente. As curvas contínua e tracejada praticamente coincidem.

van der Waals  $\xi(0) \approx -15.4 \mu\text{m}$ , para  $H = 1$  mm e  $\xi(\pm W/2) = h$ . Vemos, portanto, que desprezar o efeito de van der Waals, como foi feito por Valkering e Heijden [57], não é realístico tendo em vista o resultado obtido para  $\xi(0)$ . Logo, a contribuição de van der Waals é predominante e não pode ser desconsiderada. Por isto supomos que  $\Omega \approx 10^8 \text{ s}^{-1}$  é um valor bastante apropriado.

Na Fig. 2.6 observamos que nenhuma mudança ocorre na densidade de carga mediante a variação do campo elétrico externo.

Na Fig. 2.7 as curvas contínuas representam o potencial auto-consistente calculado para as seguintes alturas do eletrodo inferior  $h = 31, 30$  e  $29 \mu\text{m}$ , com a largura do canal fixa de  $W = 300 \mu\text{m}$ . Na ordem decrescente de  $h$ , a curva cheia mais estreita corresponde a  $h = 31$ , e a mais larga a  $h = 29 \mu\text{m}$ . A curva tracejada corresponde ao potencial parabólico para  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$ . Todos estes valores foram calculados  $E_{\perp} = 25$  V/cm. Observamos na Fig. 2.7 que uma variação na altura das chapas de  $1 \mu\text{m}$  em torno de  $h = 30 \mu\text{m}$  não produz nenhuma essencial mudança na frequência de confinamento.

Observamos que para  $y = 0$  a espessura do filme  $\xi(0) \approx 9 \times 10^{-6} \text{ cm}$  e a sua variação

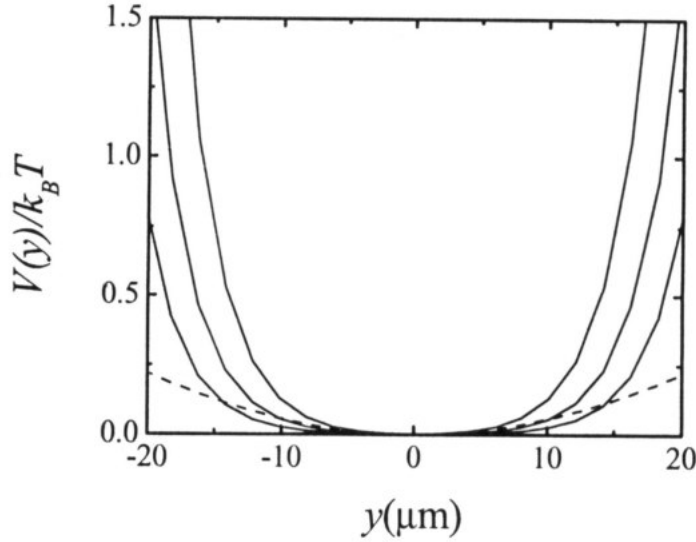


Figura 2.7: As curvas contínuas correspondem ao potencial calculado auto-consistentemente para um canal de  $300 \mu\text{m}$  de largura, para  $h = 31, 30$  e  $29 \mu\text{m}$ , sendo que a curva mais estreita corresponde ao maior valor de  $h$  e a mais larga ao menor valor de  $h$ , para  $N_T \approx 3.4 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$  e  $n_s(0) \approx 10^8 \text{ cm}^{-2}$ . A curva tracejada foi obtida para  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$  usando a equação  $V = m_0 \Omega^2 y^2 / 2$ .

em  $|y| = \ell_T$  é  $\Delta z = y^2 / 2R \approx 10^{-6} \text{ cm}$ , isto é,  $\xi(y)$  é praticamente constante dentro da região SE2DnD onde está localizada;  $R$  é o raio efetivo de curvatura. Logo a suposição, por exemplo, na Eq.(3.8) da constante dielétrica efetiva  $\epsilon$  na forma  $\epsilon = (\epsilon_s + 1) / 2 = 3$  está bem justificada para as condições experimentais de [57] quando  $2q\xi(0) \simeq 2(q_x^2 + (1/\ell_T)^2)^{1/2} \xi(0) = 4.2 \times 10^{-3} \ll 1$  (veja apêndice A).

Conforme vimos neste capítulo o potencial auto-consistente calculado é bem descrito por um potencial parabólico no arranjo experimental de Valkering e van der Heijden [57]. O nosso modelo não leva em conta a repulsão coulombiana entre os elétrons e o confinamento induzido, tanto pelas cargas negativas como pelas voltagens aplicadas acima e abaixo do filme de hélio, nos eletrodos aterrados que se compensam parcialmente. Contudo, especulamos que estas contribuições não afetam nossos resultados, visto que, a interação de van der Waals entre os átomos de hélio e os átomos do substrato é predominante, e também pela baixa densidade eletrônica no canal, que como vimos não afeta o perfil. Este resultado será usado nos capítulos seguintes na determinação do espectro

dos magnetoplasmons no canal, como também os seus efeitos de dissipação, no limite de  $\omega_c \gg \Omega$ .



## Capítulo 3

### Formalismo do campo

### auto-consistente para o SE2DnD no canal parabólico

Neste capítulo vamos desenvolver um formalismo teórico para determinar o espectro de magnetoplasmons do SEQ1DnD dentro de um canal parabólico sobre um filme suspenso de hélio líquido conforme descrito no capítulo 2. A partir da equação para a matriz densidade do sistema calculado dentro da aproximação RPA e da equação de Poisson que fornece a relação entre o potencial elétrico e a densidade de carga obtém-se uma equação integral, cuja solução nos dá o espectro dos magnetoplasmons dentro do canal.

#### 3.1 Descrição do modelo

Mostramos no capítulo 2 que o confinamento parabólico descreve bem o perfil do filme de hélio em um SE2DnD suspenso por dois eletrodos separados de uma largura  $W$ , de altura  $h$  e de comprimento  $L_x = L$ , formando um canal parabólico estreito sobre hélio líquido [57, 58, 61–63]. Sobre o SE2DnD atua um forte campo magnético  $B$  ao longo do eixo  $z$  e o potencial de confinamento parabólico  $V_y = m_0\Omega^2 y^2/2$  é suave na escala de  $\ell_0 = (\hbar/m_0\omega_c)^{1/2}$  tal que  $\Omega \ll \omega_c$ . No gauge de Landau, o potencial vetor é dado por

$\mathbf{A} = (-By, 0, 0)$  tal que o hamiltoniano de um único elétron  $\hat{h}^0$  é dado por

$$\hat{h}^0 = [(\hat{p}_x + eBy/c)^2 + \hat{p}_y^2] / 2m_0 + V_y, \quad (3.1)$$

onde  $\hat{\mathbf{p}}$  é o operador momento. Os autovalores e as autofunções correspondentes a Eq.(3.1) são bem aproximados, com  $y_0 \equiv y_0(k_x) \approx \ell_0^2 k_x$ , por

$$E_\alpha \equiv E_{N_\alpha}(k_x) = (N_\alpha + 1/2) \hbar\omega_c + m_0\Omega^2 y_0^2 / 2 \quad (3.2)$$

e

$$|\alpha\rangle \equiv \psi_\alpha(\vec{r}) = \exp(ik_x x) \Psi_{N_\alpha}(y - y_0) / \sqrt{L}, \quad (3.3)$$

respectivamente. Aqui  $\mathbf{r} = \{x, y\}$ ,  $\alpha \equiv \{N_\alpha, k_{x\alpha}\}$ ,  $\Psi_{N_\alpha}(y)$  é a função do oscilador harmônico, com comprimento característico  $\ell_0$ . O espectro de energia Eq.(3.2) dá a velocidade de grupo do estado  $\{N_\alpha, k_{x\alpha}\}$  do  $N_\alpha$ -ésimo nível de Landau como  $v_{gN_\alpha}(k_{x\alpha}) = \partial E_{N_\alpha}(k_{x\alpha}) / \hbar \partial k_{x\alpha} = m_0 \Omega^2 \ell_0^4 k_{x\alpha} / \hbar$ . Observe que para um SE2DnD, em que  $\hbar\omega_c \gg k_B T$  no filme de hélio suspenso, a separação de spin dos níveis de Landau é  $g_0 \mu_B B = \hbar\omega_c$  onde  $g_0$  é o fator  $g$  de Landé;  $\mu_B$  é o magneton de Bohr. Como consideramos que somente o subnível de Landau de separação de spin mais baixo está essencialmente ocupado, os índices de spin podem ser omitidos.

## 3.2 Densidade de carga e o potencial elétrico

A equação de movimento correspondente para a matriz densidade de um elétron  $\hat{\rho}$  é

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}(t), \hat{\rho}] - \frac{i\hbar}{\tau} (\hat{\rho} - \hat{\rho}^{(0)}), \quad (3.4)$$

em que  $\hat{H}(t) = \hat{h}^0 + V(x, y, t)$  com o potencial auto-consistente  $V(x, y, t) = V(\omega_0, q_x, y) \exp[-i(\omega_0 t - q_x x)] + c.c.$ ,  $\hat{\rho}^{(0)}$  é a matriz densidade para o SE2DnD sem interação, isto é, uma matriz diagonal dada por  $\langle \alpha | \hat{\rho}^{(0)} | \beta \rangle = f_\alpha \delta_{\alpha\beta}$ , em que  $f_\alpha = \exp[-(E_\alpha - \mu(T)) / k_B T]$  é a função de Boltzmann. No lado direito da Eq.(3.4),  $[ , ]$  denota o comutador e o termo infinitesimal fenomenológico  $\propto 1/\tau$  ( $\tau \rightarrow +\infty$ ) define a regra correta para a integração de contorno em torno das singularidades.



Usaremos o formalismo de aproximação do campo autoconsistente na aproximação RPA. Para detalhes, veja a Ref. [1] e as referências ali citadas.

Aplicamos a transformada de Laplace com na variável temporal na Eq.(3.4),  $\widehat{R}(\omega) = \int_0^\infty e^{i\omega t} \widehat{\rho} dt$  e definindo  $R_{\alpha\beta}(\omega) = \langle \alpha | \widehat{R}(\omega) | \beta \rangle$ , procuramos uma solução da Eq.(3.4) em termos de uma série de potências de  $V$ :

$$R_{\alpha\beta}(\omega) = \sum_{N=0}^{\infty} R_{\alpha\beta}^{(N)}(\omega), \quad (3.5)$$

em que  $R_{\alpha\beta}^{(0)}(\omega) = (if_\alpha/\omega) \delta_{\alpha\beta}$ . Como queremos considerar apenas os termos lineares, é suficiente levarmos em conta somente os dois primeiros termos  $N = 0$  and  $N = 1$  no somatório que aparece na Eq.(3.5). Então podemos considerar para  $V(x, y, t)$  somente o termo  $V(\omega_0, q_x, y) \exp[-i(\omega_0 t - q_x x)]$ , que conduz a

$$R_{\alpha\beta}^{(1)}(\omega) = \frac{i(f_\beta - f_\alpha) \langle \alpha | V(\omega_0, q_x, y) e^{iq_x x} | \beta \rangle}{(\omega - \omega_0) [E_\beta - E_\alpha + \hbar\omega + i\hbar/\tau]}. \quad (3.6)$$

Tomando o traço de  $\widehat{\rho}$  com o operador de densidade de carga  $e\delta(\mathbf{r} - \widehat{\mathbf{r}})$ , temos a onda de densidade de carga dada por

$$\delta\rho(t, x, y) \equiv \rho(t, x, y) = \frac{e}{2\pi} \int_{-\infty+i\eta}^{\infty+i\eta} d\omega e^{-i\omega t} \sum_{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}^{(1)}(\omega) \psi_\beta^*(\mathbf{r}) \psi_\alpha(\mathbf{r}), \quad (3.7)$$

em que  $\eta > 0$ . Das Eqs.(3.6) e (3.7) segue que  $\rho(t, x, y) = \rho(t, q_x, y) \exp(iq_x x)$ . Além disso, para  $t/\tau \gg 1$ , como as contribuições relacionadas aos processos transicionais são negligenciáveis, segue que  $\rho(t, x, y) = \rho(\omega_0, q_x, y) \exp(-i\omega_0 t)$ .

Além disso, da equação de Poisson, o potencial elétrico  $\phi(t, q_x, y)$  induzido por  $\rho(t, q_x, y)$  é dado por

$$\phi(t, q_x, y) = \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y - y'|) \rho(t, q_x, y'), \quad (3.8)$$

em que  $K_0(x)$  é a função de Bessel modificada;  $\phi$  e  $\rho$  pertencem ao plano bidimensional. Supomos que o SE2DnD está localizado entre o semiplano do vácuo e o semiplano do substrato, com constante dielétrica  $\epsilon_s$ , tal que  $\epsilon = (\epsilon_s + 1)/2$ . Mais precisamente, é admitido, que a espessura do filme de hélio líquido  $\xi$  entre SE2DnD e o semiplano do substrato é fina o suficiente,  $\xi \ll 1/2\sqrt{q_x^2 + \ell_T^{-2}}$ , para que possa ser desprezada aqui. Entretanto, no limite oposto,  $\xi \gg 1/2\sqrt{q_x^2 + \ell_T^{-2}}$ , o efeito do substrato é desprezado e então  $\epsilon \approx 1$ . Para maiores detalhes veja o apêndice A.

### 3.3 Equação integral para os MPs

Para  $t/\tau \gg 1$  a relação  $\rho(t, q_x, y) = \rho(\omega_0, q_x, y) \exp(-i\omega_0 t)$ , da Eq.(3.8), implica que  $\phi(t, q_x, y) = \phi(\omega_0, q_x, y) \exp(-i\omega_0 t)$ . Na ausência de um potencial externo temos que  $V(\omega_0, q_x, y) = e\phi(\omega_0, q_x, y)$ . Como resultado, das Eqs.(3.6), (3.7) e (3.8), para  $t/\tau \gg 1$ , obtemos que a equação integral para  $\rho(\omega, q_x, y)$  pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \rho(\omega, q_x, y) &= \frac{2e^2}{\epsilon L} \sum_{N_\alpha, N_\beta=0}^{\infty} \sum_{k_{x\alpha}} \frac{f_\beta - f_\alpha}{E_\beta - E_\alpha + \hbar\omega + i\hbar/\tau} \\ &\times \Pi_{N_\alpha N_\beta}(y, k_{x\alpha}, k_{x\beta}) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{y} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \Pi_{N_\alpha N_\beta}(\tilde{y}, k_{x\alpha}, k_{x\beta}) \\ &\times K_0(|q_x||\tilde{y} - y'|) \rho(\omega, q_x, y'), \end{aligned} \quad (3.9)$$

em que

$$\Pi_{N_\alpha N_\beta}(y, k_{x\alpha}, k_{x\beta}) = \Psi_{N_\alpha}(y - y_0(k_{x\alpha})) \Psi_{N_\beta}(y - y_0(k_{x\beta})).$$

Aqui  $k_{x\beta} = k_{x\alpha} - q_x$  e tiramos por simplicidade o subscrito 0 de  $\omega_0$ .

A equação integral (3.9) leva em conta efeitos não-locais para a densidade de corrente  $\propto \int dy' \sigma_{\mu\gamma}(y, y') E_\gamma(y')$ .

Se compararmos os termos proporcionais a  $f_{\beta^*}$ , para um dado  $N_{\beta^*}$ , no lado direito da Eq.(3.9), vemos que as contribuições para a soma sobre  $N_\alpha$  com  $N_\alpha = N_{\beta^*}$  é muito maior do que qualquer outro termo desta soma ou a soma de todos os termos com  $N_\alpha \neq N_{\beta^*}$ . Temos ainda que o parâmetro  $|\omega - q_x v_{gN_{\beta^*}}(k_{x\beta})|/\omega_c \ll 1$ , em que  $v_{gN_{\beta^*}}(k_{x\beta})$  é a velocidade de grupo de qualquer estado ocupado  $\{N_{\beta^*}, k_{x\beta}\}$  do  $N_{\beta^*}$  nível de Landau. Resultados similares seguem para os termos proporcionais a  $f_{\alpha^*}$  na soma sobre  $N_\beta$  no lado direito da Eq.(3.9). Daí, para  $\omega \ll \omega_c$  e  $q_x v_g \ll \omega_c$  os termos com  $N_\alpha \neq N_\beta$  podem ser desprezados. Isto conduz à equação integral

$$\begin{aligned} \rho(\omega, q_x, y) &= \frac{2e^2}{\epsilon L} \sum_{N_\alpha=0}^{\bar{N}} \sum_{k_{x\alpha}} \frac{f_{N_\alpha, k_{x\alpha}-q_x} - f_{N_\alpha, k_{x\alpha}}}{E_{N_\alpha, k_{x\alpha}-q_x} - E_{N_\alpha, k_{x\alpha}} + \hbar\omega + i\hbar/\tau} \\ &\times \Pi_{N_\alpha N_\alpha}(y, k_{x\alpha}, k_{x\alpha} - q_x) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{y} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \Pi_{N_\alpha N_\alpha}(\tilde{y}, k_{x\alpha}, k_{x\alpha} - q_x) \\ &\times K_0(|q_x||\tilde{y} - y'|) \rho(\omega, q_x, y'), \end{aligned} \quad (3.10)$$

em que  $\bar{N}$  denota o mais alto nível de Landau ocupado. Como consideramos o SE2DnD na presença de um campo magnético intenso,  $\hbar\omega_c \gg k_B T$ , e os elétrons ocupam o nível de Landau de separação de spin mais baixo, não há intersecção entre este nível de Landau e o nível de Fermi. Daí, temos que  $\bar{N} = 0$  e da Eq.(3.10) segue que

$$\begin{aligned} \rho(\omega, q_x, y) &= \frac{e^2}{\pi\hbar\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \frac{f_{0,k_x-q_x} - f_{0,k_x}}{\tilde{\omega} - v_{g0}(k_x)q_x} \\ &\times \Pi_{00}(y, k_x, k_x - q_x) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{y} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \Pi_{00}(\tilde{y}, k_x, k_x - q_x) \\ &\times K_0(|q_x||\tilde{y} - y'|) \rho(\omega, q_x, y'), \end{aligned} \quad (3.11)$$

em que  $\tilde{\omega} = \omega + i/\tau$ , e  $v_{g0}(k_x) = m_0\Omega^2\ell_0^4 k_x/\hbar$  é a velocidade de grupo do nível de Landau mais baixo,  $N_\alpha = 0$ . Agora, supondo que  $q_x\ell_0 \ll 1$ , então  $\Pi_{00}(y, k_x, k_x - q_x) \approx \Pi_{00}(y, k_x, k_x)$  em que  $\Pi_{00}(y, k_x, k_x) = \exp(-(y - y_0)^2/\ell_0^2)/\sqrt{\pi}\ell_0$ . Usando esta expressão na Eq.(3.11) temos que

$$\begin{aligned} \rho(\omega, q_x, y) &= \frac{e^2}{\pi^2\hbar\epsilon\ell_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \frac{f_{0,k_x-q_x} - f_{0,k_x}}{\tilde{\omega} - v_{g0}(k_x)q_x} \exp(-(y - y_0)^2/\ell_0^2) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{y} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \exp(-(\tilde{y} - y_0)^2/\ell_0^2) \\ &\times K_0(|q_x||\tilde{y} - y'|) \rho(\omega, q_x, y'), \end{aligned} \quad (3.12)$$

em que  $f_{0,k_x} = f_0 \exp(-\ell_0^4 k_x^2/\ell_T^2)$  e  $f_0 = \exp[-(\hbar\omega_c/2 - \mu(T))/k_B T] = 2\pi\ell_0^2 n_s(0)$  é o fator de Boltzmann e  $n_s(0)$  é a densidade eletrônica 2D no centro do canal. Para  $q_x\ell_0 \ll 1$  segue que

$$f_{0,k_x-q_x} - f_{0,k_x} \approx \frac{2f_0\ell_0^4 k_x q_x}{\ell_T^2} \exp\left(-\frac{\ell_0^4 k_x^2}{\ell_T^2}\right). \quad (3.13)$$

Observe que para  $q_x\ell_0 \ll 1$ , a Eq.(3.13) é válida se  $\ell_0^2/\ell_T^2 \lesssim 1$ .

Usando a Eq.(3.13) na Eq.(3.12) obtemos

$$\begin{aligned} \rho(\omega, q_x, y) &= \frac{4e^2 n_s(0) q_x}{\pi\hbar\epsilon\ell_T^2} \int_{-\infty}^{\infty} dy_0 \frac{y_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{\ell_T^2}\right)}{\tilde{\omega} - v_{g0}(y_0/\ell_0^2)q_x} \exp(-(y - y_0)^2/\ell_0^2) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{y} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \exp(-(\tilde{y} - y_0)^2/\ell_0^2) \\ &\times K_0(|q_x||\tilde{y} - y'|) \rho(\omega, q_x, y'). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Além disso, supondo  $\ell_T/\ell_0 \gg 1$ , então as exponenciais  $\exp(-(x-y_0)^2/\ell_0^2)$  na Eq.(3.14) podem ser aproximadas por  $\sqrt{\pi}\ell_0\delta(x-y_0)$ . Usando este resultado na Eq.(3.14) e depois integrando sobre  $\tilde{y}$  e  $y_0$ , obtemos que

$$(\tilde{\omega} - v_{g0}(y/\ell_0^2)q_x) \rho(\omega, q_x, y) = \frac{e^2 f_0 q_x}{\sqrt{\pi} \hbar \epsilon} \times H_1(y/\ell_T) \psi_0^2(y/\ell_T) \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y-y'|) \rho(\omega, q_x, y'), \quad (3.15)$$

em que  $H_n(x)$  é o polinômio de Hermite. O termo  $v_{g0}(y/\ell_0^2)q_x\rho(\omega, q_x, y)$  representa a contribuição de advecção que está relacionado à circulação dos modos de oscilação de carga ao longo do perímetro de todo o canal, que surge mediante a aplicação do campo magnético perpendicular ao canal. Observe que aqui introduzimos as funções do oscilador harmônico  $\psi_n(y/\ell_T)$  que possui comprimento característico  $\ell_T \gg \ell_0$ , i.e., usamos acima  $\Psi_j(y) \equiv \psi_j(y/\ell_0)$ , com  $j = 0, 1, 2, \dots$

Note que as soluções não triviais da Eq.(3.15) não são nem simétricas,  $\rho_s(\omega, q_x, -y) = \rho_s(\omega, q_x, y)$ , nem anti-simétricas,  $\rho_a(\omega, q_x, -y) = -\rho_a(\omega, q_x, y)$ . Neste sentido, os modos do perfil de densidade de carga determinados pela Eq.(3.15) não devem ser simétricos ou anti-simétricos com relação ao centro do canal em  $y = 0$ . Procuraremos uma solução da Eq.(3.15) na forma

$$\rho(\omega, q_x, y) = H_1(y/\ell_T) \psi_0^2(y/\ell_T) \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n)}(\omega, q_x) H_n(y/\ell_T). \quad (3.16)$$

A eq.(3.16) é a expansão exata de qualquer solução porque os polinômios de Hermite  $H_n(x)$  constituem uma base ortogonal. Note que a forma desta expansão é essencialmente diferente daquela usada na Ref. [70], visto que lá a expansão é feita na borda de um canal largo no regime de efeito Hall quântico inteiro e para temperatura zero. Os termos pares da Eq.(3.16),  $n = 0, 2, \dots$ , dão contribuições puramente anti-simétricas para  $\rho(\omega, q_x, y)$  enquanto que os termos ímpares,  $n = 1, 3, \dots$ , conduzem a contribuições puramente simétricas para  $\rho(\omega, q_x, y)$ . Deste modo a mistura de ambos os termos simétricos e anti-simétricos devem estar presentes na Eq.(3.16) para existir uma solução não trivial. Em particular, precisamos pelo menos dos dois primeiros termos,  $n = 0$  e  $1$ , para obtermos a primeira onda de densidade de carga. Substituindo a Eq.(3.16) na Eq.(3.15),

multiplicando a Eq.(3.15) por  $H_m(y/\ell_T)/H_1(y/\ell_T)$  e integrando sobre  $y$  no intervalo de  $[-\infty, \infty]$ , obtemos a equação

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}\rho^{(m)}(\omega, q_x) - Cq_x [\rho^{(m-1)}(\omega, q_x) + 2(m+1)\rho^{(m+1)}(\omega, q_x)] \\ = \frac{Qq_x}{2^m m!} \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n)}(\omega, q_x) I_{mn}(q_x), \end{aligned} \quad (3.17)$$

em que  $C = m_0\Omega^2\ell_0^2\ell_T/2\hbar$ ,  $Q = f_0e^2/\sqrt{\pi}\hbar\epsilon$  e

$$\begin{aligned} I_{mn}(q_x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dY H_m(Y) \exp(-Y^2) \int_{-\infty}^{\infty} dY' \exp[(-Y')^2] \\ \times K_0(|q_x|\ell_T|Y - Y'|) H_1(Y') H_n(Y'). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Na Eq.(3.18) usamos uma variável adimensional  $Y = y/\ell_T$ . Observe que se  $(m+n)$  é um número par, então  $I_{mn}(q_x) \equiv 0$ .

Para estudar a influência de uma placa metálica, abaixo do substrato, precisamos trocar o propagador da equação de Poisson  $K_0(|q_x|\ell_T|Y - Y'|)$  que aparece Eqs.(3.8)-(3.12), (3.14)-(3.15) e (3.17)-(3.18) pelo propagador

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left( \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 1} \right)^j \{ K_0 \left( |q_x|\ell_T \sqrt{(Y - Y')^2 + 4j^2 (d/\ell_T)^2} \right) \\ - K_0 \left( |q_x|\ell_T \sqrt{(Y - Y')^2 + 4(j+1)^2 (d/\ell_T)^2} \right) \}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

em que  $d$  é a distância entre a placa e o canal. Os detalhes do cálculo deste propagador estão no apêndice B. Supomos que  $\xi$  pode ser desprezado, quando  $\xi \ll 1/2 (q_x^2 + \ell_T^{-2})^{1/2}$ , de modo que neste limite, o SE2DnD está localizado entre o substrato e o semiplano do vácuo. Pequenas correções para as suas constantes dielétricas devido à espessura do filme de hélio saturado são descartadas. Observe que se  $(\epsilon_s - 1) \ll 1$  ou  $\exp(-2d(q_x^2 + \ell_T^{-2})^{1/2}) \ll 1$ , a expressão (3.19) é bem aproximada pelo seu primeiro termo  $j = 0$ , que é  $\{K_0(|q_x|\ell_T|Y - Y'|) - K_0(|q_x|\ell_T\sqrt{(Y - Y')^2 + 4(d/\ell_T)^2})\}$ .

A solução da Eq.(3.17) é o ponto central do nosso trabalho pois leva à obtenção do o espectro dos vários modos de oscilação e respectivas densidades de carga dos MPs propagando-se ao longo do canal.

## Capítulo 4

# Espectro e densidade de carga de MPs no canal parabólico

Com os resultados obtidos da teoria de campo auto-consistente na aproximação RPA do capítulo anterior, agora estudaremos os espectros dos MPs no canal parabólico do SE2DnD. Nesta seção analisamos o caso sem dissipação. Então fazemos  $\tau \rightarrow \infty$  e seja  $\tilde{\omega} = \omega$ . Considerando  $m = 0, 1$  e  $n = 0, 1$  nas Eqs.(3.17), (3.18) obtemos

$$\omega \rho^{(0)}(\omega, q_x) - q_x [2C + QI_{01}(q_x)] \rho^{(1)}(\omega, q_x) = 0, \quad (4.1)$$

$$-q_x \left[ C + \frac{Q}{2} I_{10}(q_x) \right] \rho^{(0)}(\omega, q_x) + \omega \rho^{(1)}(\omega, q_x) = 0, \quad (4.2)$$

em que levamos em conta que  $I_{00}(q_x) \equiv 0$  e  $I_{11}(q_x) \equiv 0$ . Das Eqs.(4.1) e (4.2) segue que a relação de dispersão para os modos fundamentais do MP é dada por

$$\omega_{\pm} = \pm q_x \left\{ 2C^2 + CQ [I_{10}(q_x) + I_{01}(q_x)] + \frac{Q^2}{2} I_{10}(q_x) I_{01}(q_x) \right\}^{1/2}, \quad (4.3)$$

em que  $\omega_+$  ( $\omega_-$ ) é o modo de propagação na direção positiva (negativa) do eixo- $x$ . Na Fig. 4.1 apresentamos a relação de dispersão positiva do MP fundamental dentro do canal como função de  $(q_x \ell_T)^{-1}$ , para  $n_s = 2 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $T = 0.6 \text{ K}$  e  $B = 3.6 \text{ T}$ , estes parâmetros correspondem ao experimento [57]. Estes parâmetros nos dão  $\hbar\omega_c = 0.42 \text{ meV}$ ,  $\omega_c/\Omega \approx 6.3 \times 10^3$ ,  $\ell_T = 42.6 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\ell_T/\ell_0 \approx 3.2 \times 10^3$ ; a frequência característica  $\omega_* = f_0 e^2 / \sqrt{\pi \hbar \epsilon \ell_T} \approx 2.2 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ . No detalhe da Fig. 4.1 mostramos a velocidade de



fase deste modo como função de  $(q_x \ell_T)^{-1}$ , sendo que  $V_c = f_0 e^2 / \sqrt{\pi \epsilon \hbar} \approx 9.4 \times 10^4$  cm/s é a velocidade de fase característica. As curvas sólida, tracejada, pontilhada e a ponto-tracejada tanto na Fig. 4.1 como em seu detalhe correspondem, de cima para baixo, a  $d \rightarrow \infty$ ,  $d = 1.5 \times 10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  e  $10^{-3}$  cm, respectivamente.

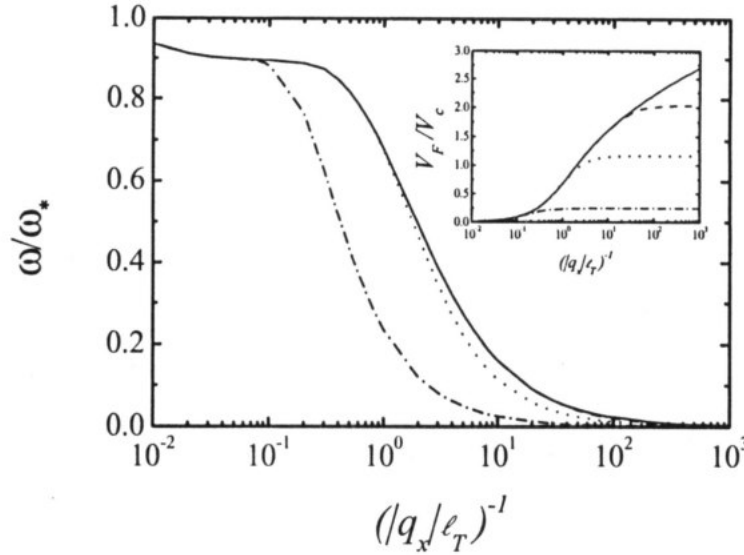


Figura 4.1: Relação de dispersão do modo MP fundamental no canal sem dissipação, obtida da Eq.(4.3). As curvas contínua, tracejada, pontilhada e ponto-tracejada correspondem à geometria com placa para  $d \rightarrow \infty$ ,  $d = 1.5 \times 10^{-1}$ ,  $d = 10^{-2}$  e  $d = 10^{-3}$  cm respectivamente. No detalhe temos a velocidade de fase para as mesmas condições, onde  $V_c = f_0 e^2 / \sqrt{\pi \epsilon \hbar} \approx 9.4 \times 10^4$  cm/s. Aqui  $n_s = 2 \times 10^8$  cm $^{-2}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $\Omega = 10^8$  s $^{-1}$ ,  $T = 0.6$  K e  $B = 3.6$  T que corresponde ao experimento [57]; a frequência característica  $\omega_* = f_0 e^2 / \sqrt{\pi \hbar \epsilon \ell_T} \approx 2.2 \times 10^7$  s $^{-1}$ .

Observamos no detalhe da Fig. 4.1 que a velocidade do modo fundamental do MP na geometria sem placa metálica abaixo do canal,  $d \rightarrow \infty$ , apresenta um caráter não acústico. De fato, para  $q_x \ell_T \ll 1$ , temos que  $I_{10}(q_x) \approx 1.0$ ,  $I_{01}(q_x) \approx 2[\ln(2/q_x \ell_T) - 0.44]$  e da Eq.(4.3) obtemos

$$\omega_{\pm} \approx \pm \frac{f_0 e^2}{\sqrt{\pi \hbar \epsilon}} q_x \left[ \ln \left( \frac{2}{q_x \ell_T} \right) - 0.44 \right]^{1/2}. \quad (4.4)$$

Note que a Eq.(4.4) não apresenta dispersão acústica. Este resultado foi obtido por Aleiner *et al.* quando estudaram os modos de MPs confinados em uma tira finita de carga [16].

Além disso, para  $d$  finito nesta região de comprimento de onda segue, do detalhe da Fig. 4.1, que a velocidade de fase torna-se independente de  $q_x$ , i.e., o MP fundamental adquire uma dispersão do tipo acústica. Mais precisamente, a região de dispersão acústica aparece quando  $2qd \ll 1$ ; aqui  $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ , onde  $q_y$  deve levar em conta o seu valor típico,  $q_y \sim \ell_T^{-1}$ . Além do mais, a Fig. 4.1 confirma que, para  $2qd \gg 1$ , a velocidade de fase, ou a frequência do modo, não sofre influência da placa. É importante ressaltar que a relação de dispersão dada pela Eq.(4.4) é aproximadamente a mesma que a Eq.(4.3) para  $(|q_x \ell_T|)^{-1} \gtrsim 10$ . Entretanto para  $(|q_x \ell_T|)^{-1} \lesssim 1$ , a Eq.(4.4) apresenta bons resultados qualitativos.

Na Fig. 4.2, para os mesmos parâmetros da Fig. 4.1, mostramos a estrutura espacial do modo fundamental do MP usando as Eqs.(4.1)-(4.3) fazendo  $\rho(\omega, q_x, y)/\rho_*$  como função de  $Y = y/\ell_T$  para  $(|q_x \ell_T|)^{-1} = 100$ ; aqui  $\rho_* = 1/\sqrt{\pi} \ell_T$ . A curva contínua (tracejada) na Fig. 4.2 corresponde ao  $\omega_+$  ( $\omega_-$ ) modo fundamental do canal. A Fig. 4.2 apresenta a estrutura eletrônica da densidade de carga relativa aos dois ramos do modo fundamental. Observamos nesta figura que as densidades de carga relativa aos dois ramos apresentam uma simetria quiral.

Além disso, notamos que estas estruturas espaciais não são simétricas e nem anti-simétricas com relação ao centro do canal, mas que constituem um estado de mistura, entre simétrico e anti-simétrico. Este efeito ocorre porque a densidade de carga localizada em uma das bordas do canal sente a presença da densidade de carga localizada na outra borda. Visto que, a largura do canal,  $W$ , é da ordem de  $2\ell_T = 85.2 \mu\text{m}$  e a estrutura espacial de carga tem um alcance de  $1/q_x = 4260 \mu\text{m}$  de cada borda, que é bem maior do que a largura do canal. Este fato foi mencionado no capítulo 1. Isto justifica porque o espectro de frequência dado pela Eq.(4.4) é ligeiramente diferente daqueles obtidos por Volkov *et al.* [13] e Aleiner *et al.* [17] para a geometria de semiplano.

Levando em conta os termos  $n, m = 0, 1, 2, 3, \dots, 9$  das Eqs.(3.17), (3.18), obtemos a relação de dispersão a partir de um polinômio de quinta ordem em  $\omega^2$  que produz 5 modos de MP propagando na direção positiva (negativa) do eixo- $x$ . Destes 10 modos, dois são os modos fundamentais dos MPs com alta precisão para todo  $q_x \ell_T$ . Para simplificar

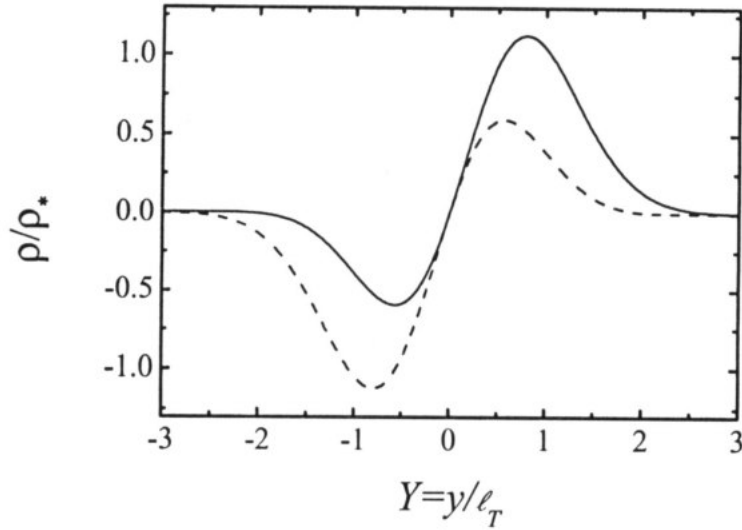


Figura 4.2: Estrutura espacial do modo fundamental calculada das Eqs.(4.1) e (4.2) para  $(|q_x \ell_T)^{-1} = 100$ . Usamos os mesmos parâmetros da Fig. 4.1. A curva contínua (tracejada) corresponde ao modo fundamental do canal, para  $\omega_+$  ( $\omega_-$ ). Observamos que, a densidade de carga no canal, relativa aos dois ramos de frequência, apresentam simetria quiral.

notações, chamamos os modos positivos (negativos) aqueles com  $\omega > 0$  ( $\omega < 0$ ); cada modo positivo tem o seu negativo correspondente com o mesmo valor absoluto de  $\omega$ , para o mesmo  $q_x$  positivo.

Na Fig. 4.3, apresentamos os resultados exatos para os três primeiros modos, para os mesmos parâmetros da Fig. 4.1. As curvas contínuas correspondem aos modos na geometria sem placa, enquanto que as tracejadas, pontilhadas e ponto-tracejadas correspondem aos mesmos modos com o canal na presença de placas a distâncias de  $d = 1.5 \times 10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  and  $10^{-3}$  cm, respectivamente. O primeiro, i.e., o MP fundamental, o segundo e o terceiro modos correspondem à primeira, segunda e terceira curvas contínuas (tracejadas, pontilhadas, ponto-tracejadas), contando de cima para baixo. No detalhe da Fig. 4.3 mostramos a velocidade de fase como função de  $(q_x \ell_T)^{-1}$ , calculadas para as curvas da Fig. 4.3.

Na Fig. 4.3 mostramos os três primeiros modos de MPs, sendo que no detalhe desta figura, notamos que os dois modos excitados, representados pelas curvas contínuas, apresentam comportamento acústico, na região  $q_x \ell_T \lesssim 1$ , onde a velocidade de fase independe

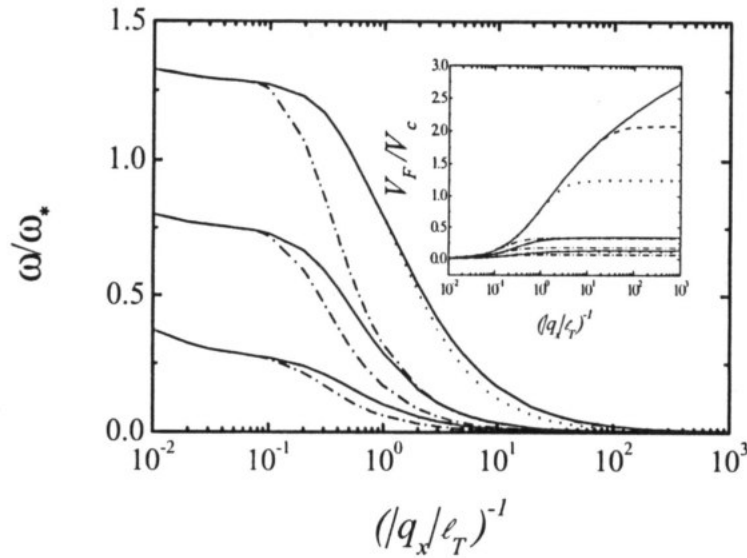


Figura 4.3: Relação de dispersão exata para os três primeiros modos, para as mesmas condições da Fig. 4.1. As curvas contínuas representam os modos na geometria sem placa, enquanto que as curvas tracejadas, pontilhadas e ponto-tracejadas representam os modos na presença de uma placa para  $d = 1.5 \times 10^{-1}$  cm,  $d = 10^{-2}$  cm e  $d = 10^{-3}$  cm, respectivamente. O primeiro, i.e., o MP fundamental, o segundo e o terceiro modos correspondem à primeira, à segunda e à terceira curva contínua (tracejadas, pontilhadas, ponto-tracejadas), contando de cima para baixo. No detalhe da Fig. 4.3 mostramos a velocidade de fase como função de  $(|q_x|\ell_T)^{-1}$ .

de  $q_x$ . Este comportamento acústico dos modos excitados está de acordo com os resultados obtidos por Nazin e Shikin [14], Aleiner e Glazman [17] (para geometria de semiplano) e Aleiner *et al.* [16] (para a geometria de uma tira finita de carga). Estes modos acústicos foram também observados experimentalmente por Elliott *et al.* [22]. Observamos também da Fig. 4.3 que, para  $d = 1.5 \times 10^{-1}$  cm, os espectros dos três primeiros modos não são afetados pela presença da placa. Na verdade, as curvas contínuas e tracejadas praticamente coincidem. Para  $d = 10^{-2}$  cm somente o primeiro modo sente a influência da placa. Agora, para  $d = 10^{-3}$  cm, as frequências dos três modos tornam-se essencialmente menores devido ao efeito da placa, pelo menos em algumas regiões de  $(q_x\ell_T)^{-1}$  na Fig. 4.3. Observamos no detalhe da Fig. 4.3, para  $d = 1.5 \times 10^{-1}$  cm, que a velocidade de fase do modo fundamental é afetada pela presença da placa somente quando  $(q_x\ell_T)^{-1} > 10^2$  e que o segundo e o terceiro modos não são afetados. No detalhe da Fig. 4.3 vemos também

que, a influência da placa sobre os modos acústicos de MP somente diminui a velocidade de fase deles quando  $d$  diminui, ou seja, o efeito da placa não muda qualitativamente a dispersão dos modos acústicos. Este comportamento dos modos acústicos de MP na presença de uma placa está em acordo com Shikin e Nazin [15]. Observe que, das Eqs.(3.17), (3.18), segue que, se  $q_x \ell_T \ll 1$ , as velocidades de fase de todos os modos dos MPs são independentes de  $q_x$  para  $2\sqrt{q_x^2 + \ell_T^{-2}d} \ll 1$ .

Na Fig. 4.4, mostramos a estrutura espacial da densidade de carga exata para os três primeiros modos no canal sem placa metálica para as condições da Fig. 4.3. As curvas na Fig. 4.4 correspondem às três curvas contínuas da Fig. 4.3. As curvas contínua, tracejada e pontilhada na Fig. 4.4 correspondem aos MPs positivos fundamental, primeiro e segundo excitado, respectivamente, e são calculados para  $|q_x| \ell_T = 0.01$ .

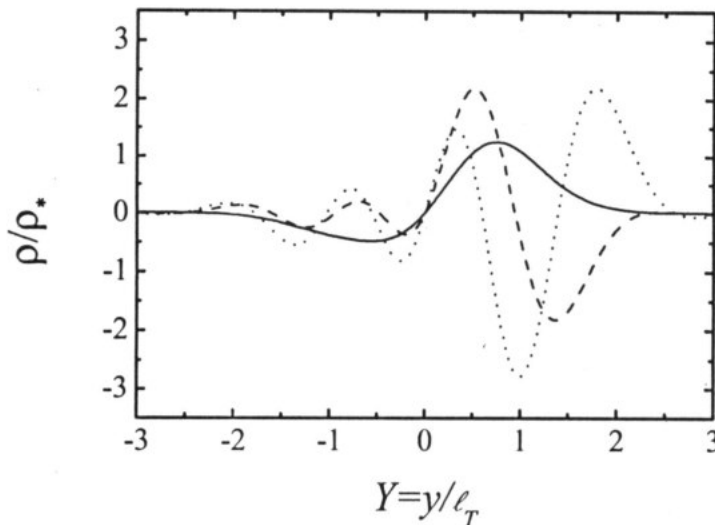


Figura 4.4: A estrutura espacial da densidade de carga eletrônica para os três primeiros modos no canal sem placa metálica para as condições da Fig.4.3. As curvas correspondem às três linhas contínuas da Fig. 4.3. As curvas contínua, tracejada e pontilhada correspondem aos MPs positivos fundamental, primeiro e segundo excitado, respectivamente calculados para  $q_x \ell_T = 0.01$ .

Na Fig. 4.4 vemos que, ao contrário de uma geometria de semiplano [14,17], a estrutura espacial da densidade de carga eletrônica do MP fundamental oscila na direção transversa ao canal, e que os modos acústicos de MP oscilam mais do que aqueles na geometria de

semiplano. Isto ocorre porque no canal, as densidades de carga eletrônica localizadas nas bordas interagem.

Para o modo fundamental, na Fig. 4.5 mostramos o efeito da placa sobre o perfil de densidade de carga; aqui usamos  $|q_x|\ell_T = 0.01$  e os parâmetros são os mesmos da Fig. 4.1. As curvas contínua, tracejada, pontilhada e ponto-tracejada correspondem a  $d = \infty$ ,  $d = 1.5 \times 10^{-1}$  cm,  $10^{-2}$  cm e  $10^{-3}$  cm.

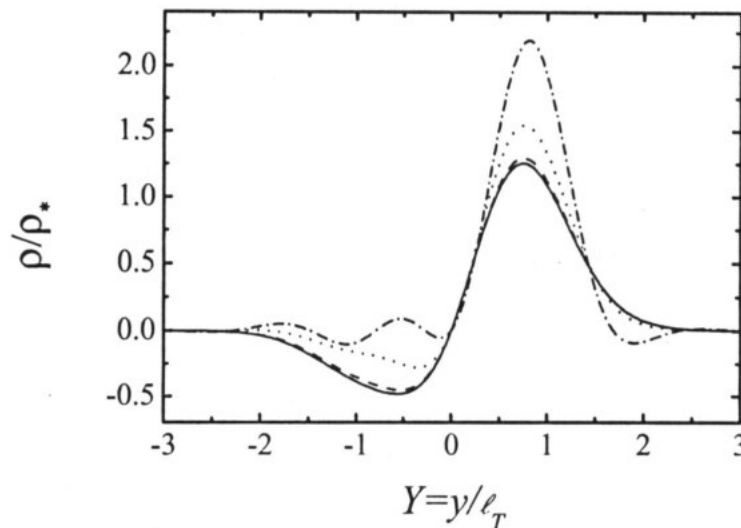


Figura 4.5: Efeito da placa sobre o perfil densidade de carga do modo fundamental;  $q_x\ell_T = 0.01$ . As curvas contínua, tracejada, pontilhada, e ponto-tracejada correspondem a  $d = \infty$ ,  $d = 1.5 \times 10^{-1}$ ,  $d = 10^{-2}$  e  $d = 10^{-3}$  cm. Os parâmetros são os mesmos da Fig. 4.1.

Vemos que o efeito de blindagem de uma placa sobre o modo fundamental é alterar qualitativamente a sua lei de dispersão fazendo com que o modo adquira um caráter acústico, no limite de  $2qd \ll 1$ . Observamos isto mais claramente na Fig. 4.5 pois, à medida que  $d$  diminui, a estrutura espacial da densidade de carga eletrônica oscila mais na direção transversal ao canal, que é uma característica dos modos acústicos.

Na Fig. 4.6 mostramos a velocidade de fase como função de  $d$  em unidades de  $\ell_T$ . Para obtermos os resultados pertinentes a esta figura consideramos os termos  $n, m = 0, 1, 2, \dots, 13$  das Eqs.(3.17), (3.18). Com isso, obtemos a relação de dispersão como um polinômio de sétima ordem em  $\omega^2$  que produz 7 modos positivos de MPs. Apresentamos

na Fig. 4.6 os cinco primeiros modos positivos dados pelas curvas contínua, tracejada, pontilhada, ponto-tracejada e ponto-ponto-tracejada.

Notamos que os anti-cruzamentos apresentados na Fig. 4.6 surgem da competição entre as contribuições de advecção relativa à energia de dispersão dos níveis de Landau e da interação elétron-elétron. Reescrevendo a Eq.(3.15) temos que

$$(\tilde{\omega} - v_{g0}(y/\ell_0^2)q_x) \rho(\omega, q_x, y) = \frac{e^2 f_0 q_x}{\sqrt{\pi} \hbar \epsilon} \\ \times H_1(y/\ell_T) \psi_0^2(y/\ell_T) \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y - y'|) \rho(\omega, q_x, y').$$

O termo de advecção, dado por  $v_{g0}(y/\ell_0^2)q_x\rho(\omega, q_x, y)$ , está relacionado à circulação dos modos de oscilação de carga ao longo do perímetro de todo o canal, que surge mediante a aplicação do campo magnético perpendicular ao canal, ao passo que o lado direito da Eq.(3.15) corresponde à interação elétron-elétron. Para elucidar esta competição, na Fig. 4.7 exibimos as curvas quando as contribuições de advecção são desprezadas, enquanto que no cálculo para obtenção das curvas horizontais, a interação elétron-elétron é que foi desprezada. Os parâmetros usados na Figs. 4.6 e 4.7 são  $n_s = 2 \times 10^7 \text{ cm}^{-2}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $\Omega = 5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $q_x = 3.37 \text{ cm}^{-1}$ ,  $T = 0.6 \text{ K}$  e  $B = 3.6 \text{ T}$ . Aqui  $V_c = f_0 e^2 / \hbar \epsilon \approx 1.68 \times 10^4 \text{ cm/s}$  é a velocidade de fase característica.

Observamos na Fig. 4.6 que as velocidades de fase apresentam anti-cruzamentos em  $d/\ell_T \ll 1$ . As curvas das Figs. 4.6 e 4.7 são independentes de  $q_x$ , se  $q_x \ell_T \ll 1$ . Observamos claramente na Fig. 4.7 que os anti-cruzamentos surgem das contribuições devido à competição entre a dispersão da energia dos níveis de Landau e a interação elétron-elétron.

Na Fig. 4.8 mostramos as mesmas dependências da Fig. 4.6 em uma região alargada  $d/\ell_T \leq 1$ .

Observe que as curvas na Fig. 4.8 são independentes de  $q_x$ , se  $q_x \ell_T \ll 1$ . É visto nas Figs. 4.6 e 4.8 que a velocidade fase de todos os modos de MPs apresentam um caráter não linear como função de  $d/\ell_T$  tanto para  $d/\ell_T \gtrsim 1$  como para  $d/\ell_T \ll 1$ . É essencialmente diferente do resultado teórico da Ref. [71] em que a velocidade de fase do MPdB  $V_{MPdB} \propto d/\ell$ , para  $d/\ell \rightarrow 0$ , na região compressível da largura  $\ell$  da borda de

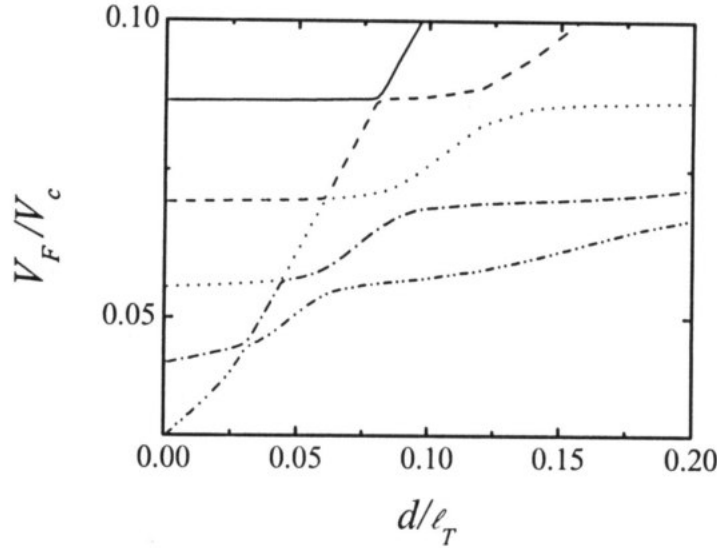


Figura 4.6: A velocidade de fase versus  $d/\ell_T$  para os cinco primeiros modos positivos: as curvas contínua, tracejada, pontilhada, ponto-tracejada e ponto-ponto-tracejada correspondem ao modo fundamental, primeiro excitado, segundo excitado, etc, respectivamente. Aqui  $n_s = 2 \times 10^7 \text{ cm}^{-2}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $q_x = 3.37 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Omega = 5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $T = 0.6 \text{ K}$  e  $B = 3.6 \text{ T}$ ;  $V_c = f_0 e^2 / \hbar \epsilon \approx 1.68 \times 10^4 \text{ cm/s}$  é a velocidade de fase característica.

um sistema eletrônico bidimensional degenerado (SE2DD), por exemplo, no regime Hall quântico.

Para maior clareza da física envolvida nos anti-cruzamentos da Fig. 4.6, mostramos na Fig. 4.9 as estruturas espaciais das densidades de carga eletrônica em  $d/\ell_T = 0.05$  relativas aos três primeiros modos da Fig. 4.8. Na Fig. 4.10 mostramos também as estruturas espaciais relativas aos três primeiros modos da Fig. 4.8 em  $d/\ell_T = 0.1$ .

Vemos da Fig. 4.9 que a estrutura espacial de densidade de carga ao longo da secção transversal do canal é mais oscilante, característica de modo acústico, isto significa que a interação elétron-elétron é fraca e as contribuições de advecção predominam. Principalmente sobre os modos fundamental e primeiro modo excitado onde, em concordância com a Fig. 4.6, a interação elétron-elétron é fraca, para  $d/\ell_T = 0.05$ .

A Fig. 4.10 mostra que os modos estão em média mais localizados na borda do canal, principalmente o modo fundamental (curva contínua), onde nessa região de  $d/\ell_T$  a interação elétron-elétron é mais forte do que as contribuições de advecção. Observamos que



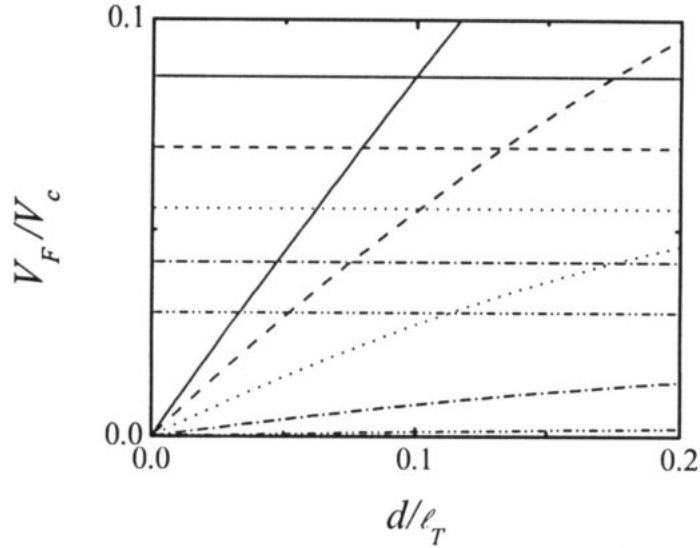


Figura 4.7: Para os mesmos parâmetros da Fig. 4.6, mostramos a velocidade de fase calculada sem interação elétron-elétron, representada pelas linhas horizontais, e sem as contribuições de advecção representada pelas curvas não horizontais.

a estrutura espacial de densidade de carga do modo fundamental muda qualitativamente na região  $0.05 < d/\ell_T < 0.1$ , onde aparece os anti-cruzamentos.

Concluímos destas figuras que a blindagem da placa torna a interação elétron-elétron mais fraca fazendo com que as contribuições de advecção sejam predominantes.

Calculamos neste capítulo o espectro de frequência dos MPs dentro do canal na região de  $10^{-3} < q_x \ell_T < 10^2$ , com e sem a geometria com placa. Vimos que o modo fundamental de MP não apresenta dispersão acústica, ao passo que os modos excitados apresentam. A presença da placa muda qualitativamente o espectro do modo fundamental do MP tornando-o acústico, no limite de  $2qd \ll 1$ . Calculamos a distribuição espacial de carga dos três primeiros modos para  $q_x \ell_T = 0.01$ , bem como a estrutura espacial do modo fundamental do MP para alguns valores de  $d$ . Observamos o surgimento de anti-cruzamentos quando calculamos a velocidade de fase versus  $d$  em unidades de  $\ell_T$ , e que estes anti-cruzamentos surgem devido à competição entre as contribuições de advecção e a interação elétron-elétron.

O amortecimento dos MPs que foi considerado aqui dentro da RPA é somente aquele

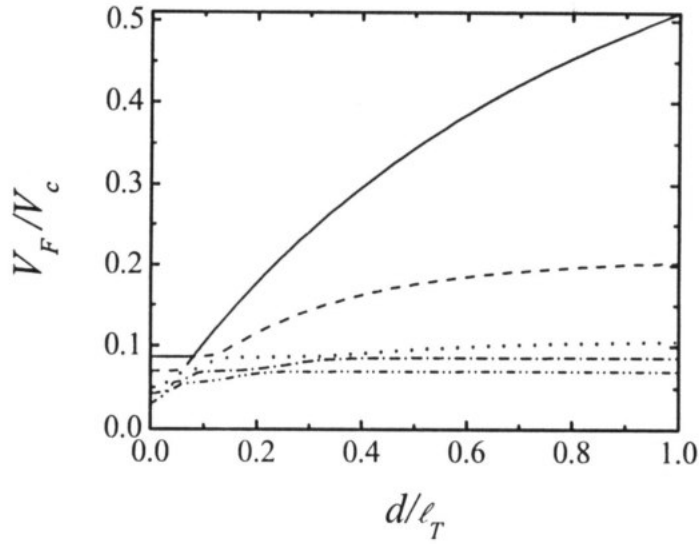


Figura 4.8: As mesmas dependências da Fig. 4.6 em uma região maior de  $d/l_T$ .

devido à interação elétron-elétron (amortecimento de Landau), em que tais modos coletivos decaem no contínuo do elétron-buraco. Contudo, no sistema de elétrons sobre hélio, efeitos dissipativos devem ser incorporados devido à interação dos elétrons com ríplons, átomos de vapor de hélio, rugosidade do substrato.

Portanto, no capítulo 5 tratamos microscopicamente os efeitos de dissipação para este sistema usando o modelo de Drude.

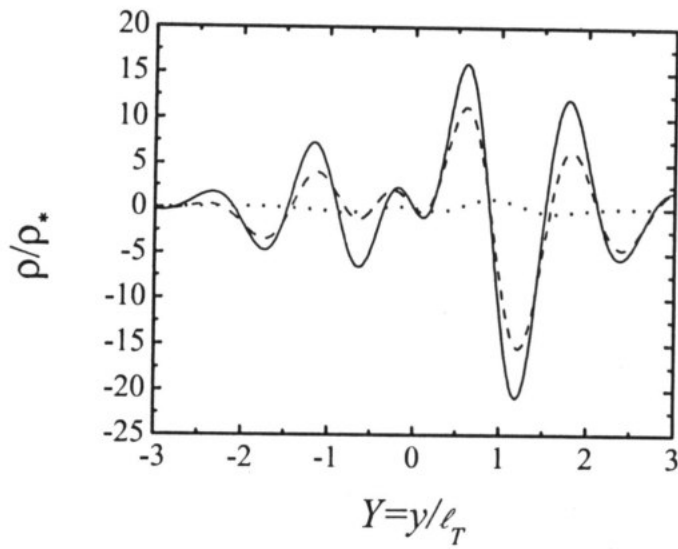


Figura 4.9: Estrutura espacial da densidade de carga eletrônica para os três primeiros modos relativos à Fig. 4.8 em  $d/l_T = 0.05$ . As curvas contínua, tracejada e pontilhada correspondem aos modos fundamental, primeiro e segundo excitado, respectivamente.

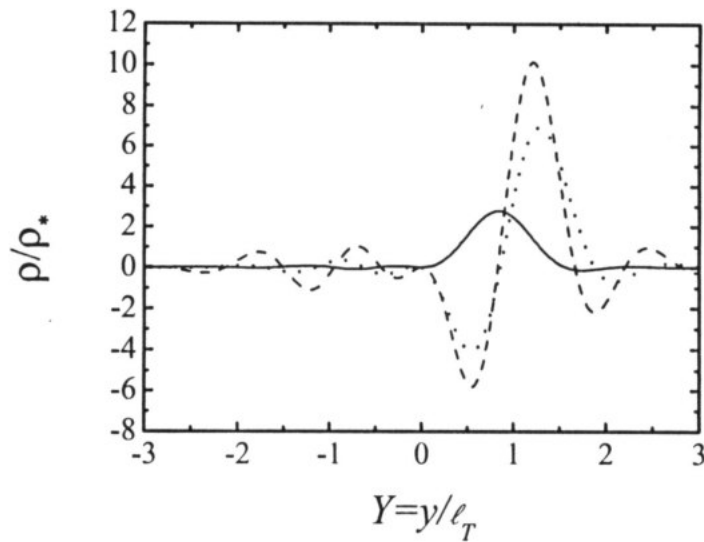


Figura 4.10: Estrutura espacial da densidade de carga eletrônica para os três primeiros modos da Fig. 4.8 em  $d/l_T = 0.1$ . As curvas contínua, tracejada e pontilhada correspondem aos modos fundamental, primeiro e segundo excitado, respectivamente.

## Capítulo 5

# Efeito de dissipação em MPs no canal

Neste capítulo tratamos microscopicamente os efeitos de dissipação dos MPs em um SEQ1DnD dentro de um canal parabólico sobre um filme suspenso de hélio líquido conforme descrito no capítulo 2, através do modelo de Drude. Para tanto, reproduzimos a expressão para o tensor condutividade Hall, calculado sem dissipação a partir do elemento de matriz densidade. Os efeitos de dissipação são obtidos através do modelo de Drude. No final deste capítulo comparamos nossos resultados com resultados experimentais apresentados no capítulo 2.

### 5.1 Condutividade Hall

Para calcular a condutividade Hall (sem dissipação) temos que calcular a densidade de corrente na direção- $x$

$$j_x^H(y) = \sigma_{xy}^0(y) E_y, \quad (5.1)$$

em que  $E_y$  é constante na escala de  $\ell_0$ , logo a densidade de corrente Hall é calculada microscopicamente.

Supomos que, sem espalhamento, a matriz densidade de um elétron  $\widehat{\rho}^{(0)}$  é diagonal, isto é,  $\langle \alpha | \widehat{\rho}^{(0)} | \beta \rangle = f_\alpha \delta_{\alpha\beta}$ , e que  $f_\alpha = \exp[-(E_\alpha - \mu(T))/k_B T]$  é a função de distribuição

de Boltzmann e  $\mu(T)$  é o potencial químico.

A densidade de corrente é definida por

$$j_x^H(y) = \sum_{\alpha, \beta} \widehat{\rho}_{\alpha\beta}^{(0)} \langle \alpha | \widehat{j}_x^H(y) | \beta \rangle, \quad (5.2)$$

em que  $\widehat{j}_x^H(y) = \frac{e}{2} [\widehat{v}_x \delta(y - \widehat{y}) + \delta(y - \widehat{y}) \widehat{v}_x]$  é o operador densidade de corrente e  $\widehat{v}_x = \frac{\widehat{p}_x}{m} - \omega_c y$ . Da Eq.(5.2) obtemos a densidade de corrente Hall ao longo do canal

$$j_x^H(y) = -\frac{e\omega_c}{L} \sum_{\alpha} \left( y - \frac{\hbar k_{x\alpha}}{m_0 \omega_c} \right) f_{\alpha 0} \Psi_{N_{\alpha}}^2 [y - y_{0\alpha}(k_{x\alpha})], \quad (5.3)$$

em que  $y_{0\alpha}(k_{x\alpha}) = \ell_0^2 k_{x\alpha} + eE_y/m_0\omega_c^2$ . Se negligenciarmos o termo, na Eq.(5.3), que não contribui para a integral sobre  $y$ , obtemos o mesmo resultado com  $y$  trocado por  $y_0$  no parênteses. O termo proporcional a  $f(N_{\alpha}, k_{x\alpha})$  também desaparece, quando a média sobre  $y$  é calculada, por causa da propriedade de simetria  $f_{\alpha} = f(N_{\alpha}, k_{x\alpha}) = f(N_{\alpha}, -k_{x\alpha})$ . Então, fazendo a mudança de variável,  $dy_{0\alpha} = (\hbar/m_0\omega_c) dk_{x\alpha}$ , e reescrevendo a Eq.(5.3) temos que

$$j_x^H(y) = -\frac{e^2 E_y}{2\pi\hbar} \sum_{N_{\alpha}=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dy_{0\alpha} f_{\alpha 0} \Psi_{N_{\alpha}}^2 [y - y_{0\alpha}(k_{x\alpha})]. \quad (5.4)$$

A Eq.(5.4) é geral. Portanto, a condutividade Hall é dada por

$$\sigma_{xy}^0(y) = -\frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{N_{\alpha}=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dy_{0\alpha} f_{\alpha 0} \Psi_{N_{\alpha}}^2 [y - y_{0\alpha}(k_{x\alpha})], \quad (5.5)$$

sendo que  $\sigma_{xy}^0(y) = -\sigma_{yx}^0(y)$ . Estamos trabalhando no regime ultra-quântico em que  $N_{\alpha} = 0$ . Logo, resolvendo a Eq.(5.5) obtemos

$$\sigma_{yx}^0(y) = \frac{Q\ell_T}{2} \Psi_0^2(y/\ell_T), \quad (5.6)$$

sendo que  $Q$  e  $\ell_T$  já foram definidos no capítulo 3.

## 5.2 Efeitos de dissipação

Para calcularmos os efeitos de dissipação, usamos o modelo de Drude para obtermos  $\sigma_{xx}(y)$  e  $\sigma_{yy}(y)$ , onde estão os efeitos de dissipação, para  $\omega\tau^* \ll 1$  e  $\omega_c\tau^* \gg 1$ , em que  $\tau^*$

é o tempo de espalhamento. Desse modelo obtemos que  $\sigma_{xx}(y) = \sigma_{yy}(y) = \sigma_{yx}^0(y) / \omega_c \tau^*$ , logo

$$\sigma_{yy}(y) = \frac{Q\epsilon\ell_T}{2\omega_c\tau^*} \psi_0^2(y/\ell_T). \quad (5.7)$$

As componentes da densidade de corrente são dadas por

$$j_x(y) = \sigma_{xx}(y) E_x(y) - \sigma_{yx}^0(y) E_y(y) + v_{g0}(y) \rho(\omega, q_x, y), \quad (5.8)$$

$$j_y(y) = \sigma_{yy}(y) E_y(y) + \sigma_{yx}^0(y) E_x(y). \quad (5.9)$$

Omitimos o fator exponencial  $\exp[-i(\omega t - q_x x)]$  comum a todos os termos das Eqs.(5.8) e (5.9).  $j_\gamma(y)$  e  $E_\gamma(y)$  são dependentes de  $\omega$  e  $q_x$ . O termo  $v_{g0}(y) \rho(\omega, q_x, y)$  representa a contribuição de advecção causada pela distorção da carga  $\rho(\omega, q_x, y)$  localizada na borda do canal para o mais baixo nível de Landau. Aqui  $v_{g0}(y) = Cq_x H_1(y/\ell_T)$ , é a velocidade de grupo, já definida no capítulo 3. Nas Eqs.(5.8) e (5.9) as contribuições para a densidade de corrente  $j_\gamma(y)$  são obtidas microscopicamente quando as componentes do campo elétrico,  $E_x(y)$  e  $E_y(y)$  são suaves na escala de  $\ell_0$ . Esta aproximação é equivalente a negligenciar as contribuições não locais para  $j_\gamma(y)$  que são proporcionais a  $\int dy' \sigma_{\mu\gamma}(y, y') E_\gamma(y')$ . Veremos mais adiante que ao supormos que o regime de fraca dissipação, esta aproximação local é bem razoável, visto que os nossos resultados estão em concordância com os resultados que obtivemos usando a teoria de campo auto-consistente na aproximação RPA, feito no capítulo 3, em que levamos em conta efeitos não-locais.

Da equação da continuidade segue que

$$\begin{aligned} -i(\omega - q_x v_{g0}(y)) \rho(\omega, q_x, y) + iq_x [\sigma_{xx}(y) E_x(\omega, q_x, y) - \sigma_{yx}^0(y) E_y(\omega, q_x, y)] \\ + \frac{\partial}{\partial y} [\sigma_{yy}(y) E_y(\omega, q_x, y) + \sigma_{yx}^0(y) E_x(\omega, q_x, y)] = 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Em termos do potencial  $\phi(\omega, q_x, y)$  as componentes do campo elétrico são  $E_x(\omega, q_x, y) = -iq_x \phi(\omega, q_x, y)$  e  $E_y(\omega, q_x, y) = -(\partial/\partial y) \phi(\omega, q_x, y)$ . Então a Eq.(5.10) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} -i(\omega - q_x v_{g0}(y)) \rho(\omega, q_x, y) + q_x^2 \sigma_{xx}(y) \phi(\omega, q_x, y) \\ - \frac{\partial}{\partial y} [\sigma_{yy}(y) \frac{\partial}{\partial y} \phi(\omega, q_x, y)] - iq_x \phi(\omega, q_x, y) \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{yx}^0(y) = 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Da equação de Poisson obtemos que

$$\phi(\omega, q_x, y) = \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y - y'|) \rho(\omega, q_x, y'). \quad (5.12)$$

Para a Eq.(5.12) vale a discussão feita no capítulo 3 sobre a constante dielétrica. Das Eqs.(5.11) e (5.12) obtemos a equação integral para  $\rho(\omega, q_x, y)$  (conforme a Ref. [70]):

$$\begin{aligned} -i(\omega - q_x v_{g0}(y)) \rho(\omega, q_x, y) + \frac{2}{\epsilon} \left\{ q_x^2 \sigma_{xx}(y) - iq_x \frac{d}{dy} [\sigma_{yx}^0(y)] - \frac{d}{dy} \sigma_{yy}(y) \frac{d}{dy} \right\} \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y - y'|) \rho(\omega, q_x, y') = 0, \end{aligned} \quad (5.13)$$

Substituindo as expressões para os tensores condutividade e para  $v_{g0}(y)$ , a Eq.(5.13) torna-se

$$\begin{aligned} -i[\omega - Cq_x H_1(y/\ell_T)] \rho(\omega, q_x, y) + Q\ell_T \left\{ \frac{q_x^2}{\omega_c \tau^*} \psi_0^2(y/\ell_T) \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{2}iq_x}{\ell_T} \psi_0(y/\ell_T) \psi_1(y/\ell_T) - \frac{1}{\omega_c \tau^*} \frac{d}{dy} \psi_0^2(y/\ell_T) \frac{d}{dy} \right\} \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y - y'|) \rho(\omega, q_x, y') = 0. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Substituindo a Eq.(3.16) na Eq.(5.14) e seguindo os mesmos passos do capítulo 3, obtemos

$$\begin{aligned} -i \left\{ \omega \rho^{(m)} - Cq_x [\rho^{(m-1)} + 2(m+1)\rho^{(m+1)}] \right\} + \frac{Q\ell_T}{2^m m!} \times \\ \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n)} \left\{ \frac{q_x^2}{\omega_c \tau^*} R_{mn}(q_x) + \frac{iq_x}{\ell_T} I_{mn}(q_x) - \frac{G_{mn}(q_x)}{\omega_c \tau^*} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde  $\rho^{(m)} = \rho^{(m)}(\omega, q_x)$ ,

$$\begin{aligned} R_{mn}(q_x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dY \frac{H_m(Y)}{H_1(Y)} \exp(-Y^2) \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dY' K_0(|q_x|\ell_T|Y - Y'|) \exp(-Y'^2) H_1(Y') H_n(Y'). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Além disso,  $G_{mn}(q_x) = g_{mn}^{(34)}(q_x) - g_{mn}^{(12)}(q_x)$ , onde

$$\begin{aligned} g_{mn}^{(12)}(q_x) = \frac{1}{\pi \ell_T^2} \int_{-\infty}^{\infty} dY H_m(Y) \exp(-Y^2) \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dY' \exp(-Y'^2) K_0(|q_x|\ell_T|Y - Y'|) [2H_n(Y') - H_1(Y') H_{n+1}(Y')], \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$g_{mn}^{(34)}(q_x) = \frac{1}{\pi \ell_T^2} \int_{-\infty}^{\infty} dY \frac{H_m(Y)}{H_1(Y)} \exp(-Y^2) \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dY' \exp(-Y'^2) K_0(|q_x| \ell_T |Y - Y'|) [H_1(Y') H_{n+2}(Y') - 4H_{n+1}(Y')]. \quad (5.18)$$

Observe que para  $\tau^* \rightarrow \infty$  a Eq.(5.15) tende à Eq.(3.17). Observe que se  $(m+n)$  é um número ímpar  $R_{mn}(q_x) \equiv G_{mn}(q_x) \equiv 0$ ; para as Eqs.(5.16), (5.18) a integral sobre  $Y$  para  $m$  par deve ser entendida como o valor principal da integral. Para estudar a influência de uma placa metálica, precisamos usar o propagador dado pela Eq.(3.19) no lugar do propagador  $K_0(|q_x| \ell_T |Y - Y'|)$ .

Para obter o primeiro modo temos que levar em conta  $m = 0, 1$  e  $n = 0, 1$ , como no caso sem dissipação. Então fazendo  $m = 0, 1$  e  $n = 0, 1$ , na Eq.(5.15) temos

$$\left[ \omega + \frac{iQ\ell_T}{\omega_c \tau^*} (q_x^2 R_{00} - G_{00}) \right] \rho^{(0)} + [-2q_x C - Qq_x I_{01}] \rho^{(1)} = 0, \quad (5.19)$$

$$\left[ -q_x C - \frac{Qq_x}{2} I_{10} \right] \rho^{(0)} + \left[ \omega + \frac{iQ\ell_T}{2\omega_c \tau^*} (q_x^2 R_{11} - G_{11}) \right] \rho^{(1)} = 0, \quad (5.20)$$

desde que  $I_{00}(q_x)$ ,  $R_{01}(q_x)$ ,  $G_{01}(q_x)$ ,  $R_{10}(q_x)$ ,  $G_{10}(q_x)$  e  $I_{00}(q_x)$  são zero. Das Eqs.(5.19)-(5.20) segue a relação de dispersão

$$\text{Im}\omega = -\frac{Q\ell_T}{4\omega_c \tau^*} [(q_x^2 R_{11} - G_{11}) + 2(q_x^2 R_{00} - G_{00})] \quad (5.21)$$

e

$$\text{Re}\omega = \pm \{ q_x^2 [2C^2 + CQ(I_{10} + I_{01}) + \frac{Q^2}{2} I_{01} I_{10}] \\ - \frac{Q^2 \ell_T^2}{16\omega_c^2 (\tau^*)^2} [(q_x^2 R_{11} - G_{11}) - 2(q_x^2 R_{00} - G_{00})]^2 \}^{1/2}, \quad (5.22)$$

em que  $\pm$  denota os dois modos pertinentes aos dois modos da Eq.(4.3), do caso sem dissipação. Para  $q_x \ell_T \ll 1$ , temos que  $R_{00} \approx 0.785$ ,  $R_{11} \approx I_{01}$ ,  $G_{11} \approx 0$ ,  $G_{00} \approx -3.57/\ell_T^2$  e as Eqs.(5.21), (5.22) conduzem a

$$\text{Im}\omega \approx -\frac{1.8e^2 f_0}{\sqrt{\pi} \hbar \epsilon \omega_c \tau^* \ell_T} \quad (5.23)$$

e

$$\text{Re}\omega \approx \pm \frac{f_0 e^2 q_x}{\sqrt{\pi} \hbar \epsilon} \left[ \ln \left( \frac{2}{|q_x| \ell_T} \right) - 0.44 - \frac{\pi}{\omega_c^2 (\tau^*)^2 \ell_T^2 q_x^2} \right]^{1/2}. \quad (5.24)$$

Note que para  $\tau^* \rightarrow \infty$ ,  $\text{Im}\omega \rightarrow 0$  recuperamos a Eq.(4.4), para o caso sem dissipação.



### 5.2.1 Comparação dos resultados teóricos com os experimentais

Agora compararemos os nossos resultados com dados experimentais obtidos por Valkering e Heijden [57]. Com esse intuito, usamos os parâmetros do experimento nos cálculos do espectro dos MPs no canal levando em conta os efeitos de dissipação. Estudamos os picos, em  $B = 3.4$  T e 2 T, observados por Valkering e Heijden [57]. Para facilitar a comparação dos nossos resultados com os resultados experimentais reproduzimos aqui a Fig. 1.3 do capítulo 1. A Fig. 5.1 corresponde a Fig. 1.3 do capítulo 1.

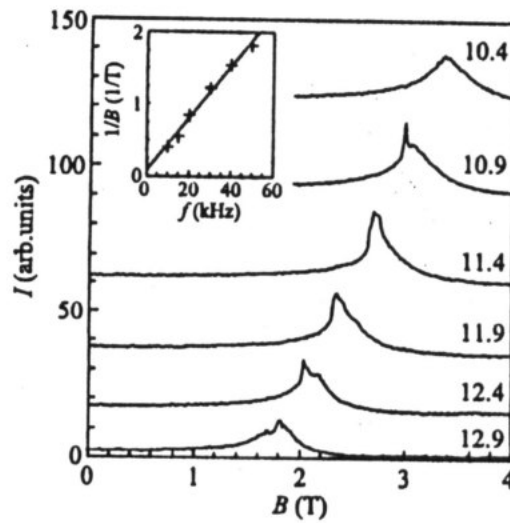


Figura 5.1: Corrente em função do campo magnético para vários valores de potencial elétrico. Os valores apresentados no lado direito da figura correspondem ao potencial elétrico  $V_B$  para cada pico. Em detalhes  $1/B$  em função da frequência. [57]

A célula experimental tem perímetro  $P \approx 1.86$  cm (veja capítulo 2), portanto o mínimo  $q_x \equiv q_x^{(1)} = 2\pi/P \approx 3.37$  cm<sup>-1</sup>, cujo valor de  $\ell_T$  ( $\Omega = 10^8$  s<sup>-1</sup>) conduz a  $1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70$ . Como vimos no capítulo 2, os dados experimentais foram obtidos utilizando uma voltagem AC de excitação com frequência fixa de 10 kHz. Por isso consideramos  $\omega_{AC}/2\pi = 10$  kHz.

Para estudarmos cada pico da Fig. 5.1 precisamos não só estudar o comportamento da frequência com relação  $(q_x\ell_T)^{-1}$ , como também a razão  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  versus  $(q_x\ell_T)^{-1}$ . Este último, representa a qualidade do pico como função de  $(q_x\ell_T)^{-1}$ . Para analisarmos melhor (observe a Fig. 5.1) supomos que um pico devido ao  $j$ -ésimo modo de MP,  $j = 1, 2, \dots$ , para  $q_x^{(n)}$ , na frequência  $\text{Re}\omega_j(q_x^{(n)}) + i\text{Im}\omega_j(q_x^{(n)}) \equiv \omega_j^{(n)} - i\gamma_j^{(n)}$ , possui uma curva na

forma de uma Lorentziana e que é estreita, para  $\omega_j^{(n)}/\gamma_j^{(n)} \gg 1$ ; com  $\gamma_j^{(n)} > 0$ . Logo, a medida de corrente  $I$ , apresentada na Fig. 5.1, possui a forma de uma Lorentziana para  $I(\omega)/I_{max} \approx \gamma_j^{(n)}/\sqrt{(\omega - \omega_j^{(n)})^2 + [\gamma_j^{(n)}]^2}$ , onde  $I_{max}$  é o máximo valor de  $I$  obtido em  $\omega = \omega_j^{(n)}$ . A meia largura na meia altura máxima do pico,  $\gamma_{eff}$ , é determinada como  $\gamma_{eff} = (\omega_+^p - \omega_-^p)/2 = \sqrt{3}\gamma_j^{(n)}$ , onde  $\omega_{\pm}^p = \omega_j^{(n)} \pm \sqrt{3}\gamma_j^{(n)}$  são definidos pela condição  $I(\omega_{\pm}^p) = I_{max}/2$ . Além disso, como  $\omega_j^{(n)} = (\omega_+^p + \omega_-^p)/2$ , segue que  $\omega_j^{(n)}/\gamma_j^{(n)} = \sqrt{3}(\omega_+^p + \omega_-^p)/(\omega_+^p - \omega_-^p)$ . Logo, para  $\omega_j^{(n)}/\gamma_j^{(n)} = \text{Re}\omega/|\text{Im}\omega| \gg 1$  o pico é fracamente amortecido e pode ser observado experimentalmente. Então, sabendo do experimento a frequência de excitação e também o número de onda mínimo, dado pelo perímetro da amostra, podemos dizer se um pico em particular pode ser observado ou não. Isto é o que faremos a seguir.

As curvas das Figs. 5.2-5.5 foram obtidas levando em conta, os termos  $n, m = 0, 1, 2, 3, \dots, 15$  da Eq.(5.15), obtemos a relação de dispersão de um polinômio de ordem 16 sobre  $\omega$  que produz 8 modos de MPs propagantes na direção positiva e 8 na direção negativa do eixo  $x$ . Todos estes modos podem ser divididos em pares, tal que, para cada par de modos, eles possuem o mesmo valor de  $\text{Im}\omega < 0$  e o mesmo valor em módulo de  $\text{Re}\omega$ , porém de sinais opostos. Dois destes 16 modos representam os modos fundamentais dos MPs dentro do canal com alta precisão para todo  $q_x \ell_T$ , levando em conta os efeitos de dissipação.

Primeiro pretendemos interpretar o pico para  $B = 3.4$  T da Fig. 5.1. Na Fig. 5.2 mostramos  $\text{Re}\omega/\omega_{AC}$  como função de  $(q_x \ell_T)^{-1}$ ,  $\omega_{AC}/2\pi = 10$  kHz. Nesta figura as curvas contínua, tracejada e pontilhada correspondem aos modos fundamental, primeiro e segundo excitado, respectivamente (os modos excitados são os modos acústicos). Usamos,  $n_s = 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $T = 0.6$  K,  $B = 3.4$  T,  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $\ell_T = 42.6 \mu\text{m}$ , tal que  $\ell_T/\ell_0 \approx 3 \times 10^3$ , que correspondem aos parâmetros do experimento da Ref. [57]. As curvas contínua, tracejada e pontilhada de cima (de baixo) correspondem a  $\tau^* = 10^{-8}$  s ( $\tau^* = 10^{-9}$  s). As curvas contínuas, tracejadas, e pontilhadas são calculadas a partir do sistema de equações  $16 \times 16$  com grande acurácia.

Na Fig. 5.3, para as condições da Fig. 5.2, apresentamos  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  como função de  $(q_x \ell_T)^{-1}$ . Aqui cada curva corresponde à mesma curva da Fig. 5.2, em particular, o

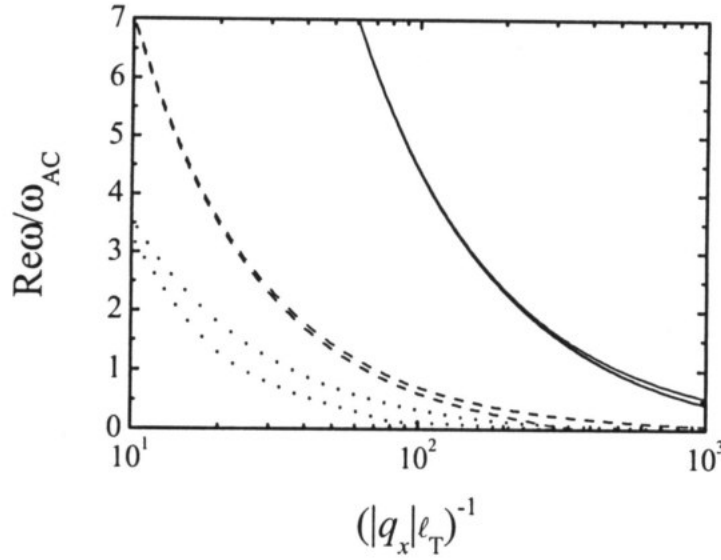


Figura 5.2:  $\text{Re}\omega/\omega_{AC}$  como função de  $(|q_x|\ell_T)^{-1}$  para os três primeiros modos positivos, representados pelas curvas contínua, tracejada e pontilhada. Aqui  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $n_s = 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $T = 0.6 \text{ K}$  and  $B = 3.4 \text{ T}$ , conforme experimento [57]. O conjunto de curvas de cima (de baixo), contínua, tracejada e pontilhada correspondem a  $\tau^* = 10^{-8} \text{ s}$  ( $\tau^* = 10^{-9} \text{ s}$ ).

conjunto de curvas de cima (de baixo), contínua, tracejada e pontilhada correspondem a  $\tau^* = 10^{-8} \text{ s}$  ( $\tau^* = 10^{-9} \text{ s}$ ).

Afim de facilitar a compreensão dos dados, construímos a tabela 5.1, cujos dados são tirados das Figs. 5.2 e 5.3. Na tabela 5.1 adicionamos os valores de frequência e da razão entre  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  para  $\tau^* = 10^{-7} \text{ s}$ . Observamos que o modo fundamental do MP não pode contribuir para o pico em  $B = 3.4 \text{ T}$  apresentado na Fig. 5.1, pois para  $q_x = q_x^{(1)}(1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70)$ , a frequência deste modo,  $\text{Re}\omega/2\pi \approx 60 \text{ kHz}$ , é seis vezes maior do que a frequência de excitação. Como mostra a tabela, o segundo modo do MP pode ser observado se  $\tau^*$  for da ordem de  $10^{-7} - 10^{-8} \text{ s}$ , porque a sua frequência está próxima da frequência de excitação e possui fraco amortecimento principalmente para  $\tau^* = 10^{-7} \text{ s}$ . No entanto para  $\tau^* = 10^{-9} \text{ s}$ , ele não pode ser observado, visto que possui forte amortecimento ( $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega| = 1.48$ ). O terceiro modo do MP, para  $q_x = q_x^{(2)} = 2q_x^{(1)}$  (observe,  $1/q_x^{(2)}\ell_T \approx 35$ ), pode contribuir para o pico apresentado na Fig. 5.1, em  $B = 3.4$

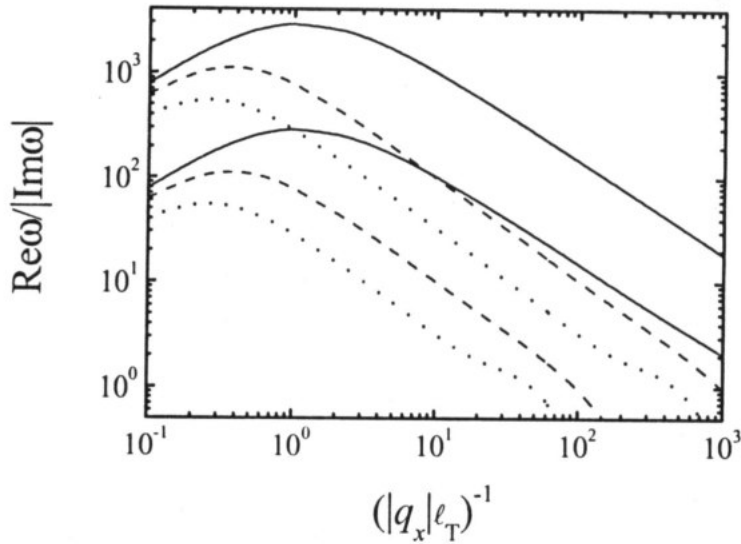


Figura 5.3:  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  versus  $(|q_x|\ell_T)^{-1}$ . Cada curva corresponde à mesma curva da Fig. 5.2; em particular, as curvas de cima (de baixo) contínua, tracejada e pontilhada correspondem a  $\tau^* = 10^{-8}$  s ( $\tau^* = 10^{-9}$  s).

T, se  $\tau^*$  for da ordem de  $10^{-7} - 10^{-8}$  s, pois a sua frequência está próxima da frequência de excitação e possui fraco amortecimento principalmente para  $\tau^* = 10^{-7}$  s. Enquanto que para  $\tau^* = 10^{-9}$  s, ele não pode ser observado por apresentar forte amortecimento ( $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega| = 1.34$ ).

De acordo com resultados experimentais do SE2D sobre hélio, o espalhamento dos elétrons por riplons é tão fraco em temperaturas próximas a 0.5 K que o tempo de espalhamento é cerca de  $\tau^* = 10^{-7}$  s e a mobilidade,  $\mu$ , ao longo da superfície é  $\mu \approx 10^7$   $\text{cm}^2/\text{Vs}$ . [23] Logo, o valor de  $\tau^*$  em torno de  $10^{-7} - 10^{-8}$  s que obtivemos é bem razoável, visto que a temperatura do nosso sistema é 0.6 K.

Agora, pretendemos interpretar o pico para  $B = 2$  T da Fig. 5.1. Vemos na Fig. 5.1 que o pico em  $B = 2$  T é observado depois que o potencial  $V_b$  aplicado ao eletrodo do fundo do canal é aumentado de 10.4 V para 12.4 V. Sabemos do experimento que  $V_t = -2$  V. Portanto a diferença de potencial entre os eletrodos é de 12.4 V e 14.4 V, respectivamente. Da Fig. 2.2 b), vemos que a distância entre a placa de cima e a de baixo  $\approx 0.5$  cm. Isso nos dá um campo elétrico externo,  $E_{\perp}^{ext} \approx 25$  e 29 V/cm, respectivamente. No capítulo 2,

Tabela 5.1: - Apresentamos a frequência e o amortecimento para os três primeiros modos com alguns valores de  $\tau^*$ ; campo magnético  $B=3.4\text{T}$ .

$\tau^*$	$10^{-7}$ s	$10^{-8}$ s	$10^{-9}$ s
1º modo ( $1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70$ )			
$\text{Re}\omega/2\pi$	61.31 kHz	61.30 kHz	61.11 kHz
$\text{Re}\omega/ \text{Im}\omega $	2018	202	20.2
2º modo ( $1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70$ )			
$\text{Re}\omega/2\pi$	10.21 kHz	10.18 kHz	9.23 kHz
$\text{Re}\omega/ \text{Im}\omega $	145.56	14.64	1.48
3º modo ( $1/q_x^{(2)}\ell_T \approx 35$ )			
$\text{Re}\omega/2\pi$	10.55 kHz	10.4 kHz	6.67 kHz
$\text{Re}\omega/ \text{Im}\omega $	96.77	9.63	1.34

vimos que a variação de  $E_{\perp}^{ext}$  de 25 para 29 V/cm, não afeta a frequência de confinamento  $\Omega \approx 10^8 \text{ s}^{-1}$ , conforme a Fig. 2.5 do capítulo 2. Portanto, para interpretarmos o pico em  $B = 2 \text{ T}$  mantemos a mesma frequência de confinamento.

Na Fig. 5.4 mostramos  $\text{Re}\omega/\omega_{AC}$  como função de  $(q_x\ell_T)^{-1}$ , onde  $\omega_{AC}/2\pi = 10 \text{ kHz}$ . Aqui somente  $B = 2 \text{ T}$  é diferente dos parâmetros da Fig. 5.2. As curvas contínua, tracejada e pontilhada de cima (de baixo) correspondem a  $\tau^* = 10^{-8} \text{ s}$  ( $\tau^* = 10^{-9} \text{ s}$ ). Na Fig. 5.5 apresentamos  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  como função de  $(q_x\ell_T)^{-1}$ . Cada curva corresponde a mesma curva da Fig. 5.4.

Construímos a tabela 5.2 a partir dos dados das Figs. 5.4 e 5.5. Na tabela 5.2 adicionamos os valores de  $\text{Re}\omega/2\pi$  e  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  para  $\tau^* = 10^{-7} \text{ s}$ .

Da tabela 5.2, observamos que o modo fundamental do MP não pode contribuir para o pico em  $B = 2 \text{ T}$  apresentado na Fig. 5.1, pois para  $q_x = q_x^{(1)}(1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70)$ , a frequência deste modo,  $\text{Re}\omega/2\pi \approx 100 \text{ kHz}$ , é 10 vezes maior que a frequência de excitação. O segundo modo do MP também não pode contribuir para este pico, porque para  $q_x = q_x^{(1)}(1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70)$ , a frequência deste modo,  $\text{Re}\omega/2\pi \approx 17 \text{ kHz}$ , para  $\tau^*$  da ordem de  $10^{-7} - 10^{-8} \text{ s}$ , é 70% maior que a frequência de excitação, e para  $\tau^* = 10^{-9} \text{ s}$  este modo

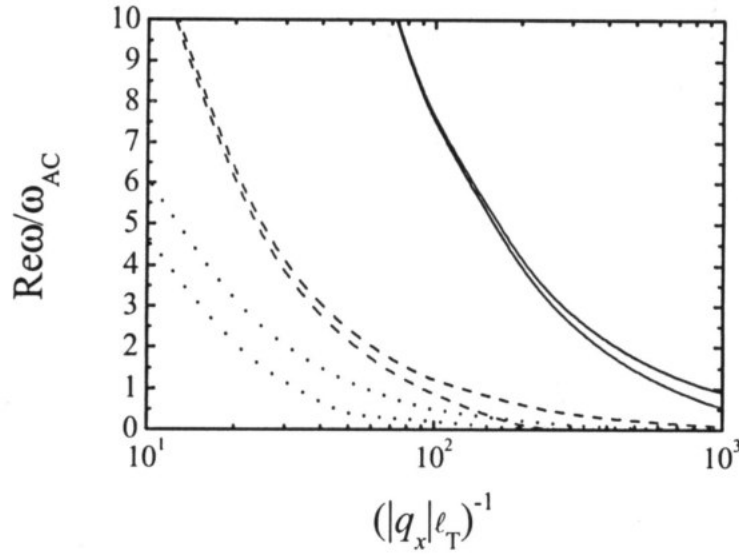


Figura 5.4: Mesmo que a Fig. 5.2 mas para  $B = 2$  T. As curvas de cima (de baixo) contfua, tracejada e pontilhada correspondem  $\tau^* = 10^{-8}$  s ( $\tau^* = 10^{-9}$  s).

Tabela 5.2: - Apresentamos a freqüência e o amortecimento para os três primeiros modos com alguns valores de  $\tau^*$ ; campo magnético  $B=2$  T.

$\tau^*$	$10^{-7}$ s	$10^{-8}$ s	$10^{-9}$ s
1º modo ( $1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70$ )			
$\text{Re}\omega/2\pi$	104.23 kHz	104.22 kHz	103.3 kHz
$\text{Re}\omega/ \text{Im}\omega $	1187	118	12
2º modo ( $1/q_x^{(1)}\ell_T \approx 70$ )			
$\text{Re}\omega/2\pi$	17.37 kHz	17.22 kHz	14.16 kHz
$\text{Re}\omega/ \text{Im}\omega $	85.6	8.7	0.76
3º modo ( $1/q_x^{(2)}\ell_T \approx 35$ )			
$\text{Re}\omega/2\pi$	17.9 kHz	17.5 kHz	9 kHz
$\text{Re}\omega/ \text{Im}\omega $	56.91	5.61	0.77

possui forte amortecimento ( $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega| = 0.76$ ), além de ser 40 % maior que a freqüência de excitação. O terceiro modo de MP não pode contribuir para este pico, porque para  $q_x = q_x^{(2)}(1/q_x^{(2)}\ell_T \approx 35)$ , a freqüência deste modo,  $\text{Re}\omega/2\pi = 17$  kHz, para  $\tau^*$  da ordem

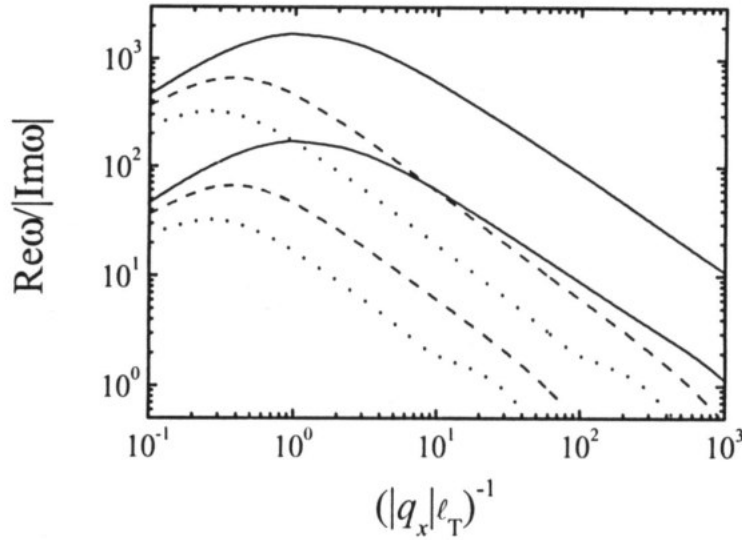


Figura 5.5:  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  versus  $(|q_x|\ell_T)^{-1}$ , para os mesmos parâmetros da Fig. 5.4. Aqui cada curva corresponde à mesma curva da Fig. 5.4.

de  $10^{-7} - 10^{-8}$  s, é 70% maior que a frequência de excitação. E para  $\tau^* = 10^{-9}$  s, este modo tem forte amortecimento ( $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega| = 0.77$ ).

Observamos em nossos cálculos que mantendo o número de elétrons constante no canal, e aumentando a frequência de confinamento  $\Omega$ , o comprimento de confinamento,  $\ell_T$ , diminui e a ressonância é obtida para campo magnético mais alto. Este comportamento da frequência de ressonância com relação a  $\Omega$  e  $B$  foi encontrado por Sokolov e Studart [58]. No entanto, surpreendentemente por Valkering e Heijden [57], observaram justamente o contrário. Portanto nosso modelo não pode prever a observação do pico em 2 T visto que, a frequência de confinamento,  $\Omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$ , foi mantida fixa.

Na Fig. 5.6 levamos em conta os  $n, m = 0, 1, 2, \dots, 13$  termos das Eqs.(5.15)-(5.18) obtemos um sistema  $14 \times 14$ , resolvendo este sistema, obtemos a velocidade de fase versus  $d/\ell_T$ , para  $\tau^* = 10^{-8}$  s. Nesta Fig. 5.6 apresentamos os cinco primeiros modos positivos de MPs. Usamos os mesmos parâmetros da Fig. 4.6. Observamos também na Fig. 5.6, para o caso com dissipação, o surgimento dos anti-cruzamentos apresentados na Fig. 4.6, para o caso sem dissipação.

Na Fig. 5.7 calculamos  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  como função de  $d/\ell_T$ , para os mesmos parâmetros

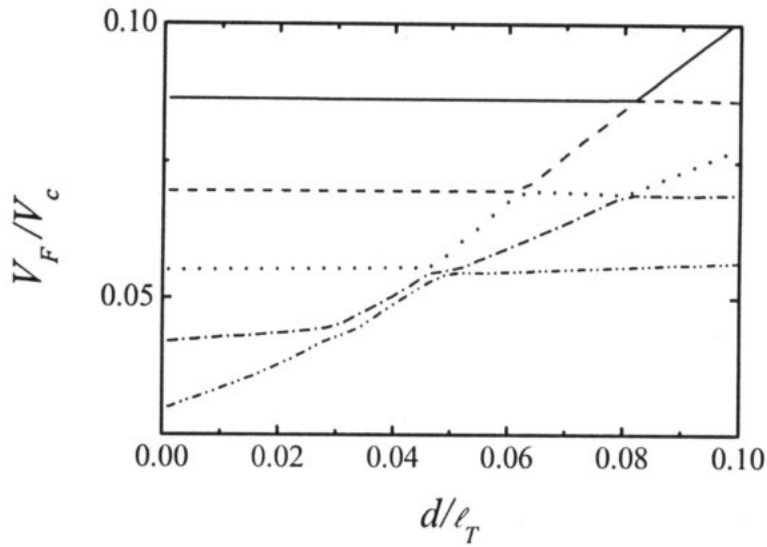


Figura 5.6: Velocidade de fase versus  $d/\ell_T$  para os cinco primeiros modos. Os parâmetros são os mesmos usados na Fig. 4.6.

da Fig. 5.6. As curvas da Fig. 5.7 são relativas a Fig. 5.6. Notamos na Fig. 5.7 que os anti-cruzamentos podem ser observados experimentalmente, visto que  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  possui grandes valores nesta região de  $d/\ell_T$ .

Na Fig. 5.6, observamos os anti-cruzamentos observados na Fig. 4.6 anteriormente, e através da Fig. 5.7 constatamos que estes anti-cruzamentos podem ser observados experimentalmente.

Neste capítulo tratamos os efeitos de dissipação sobre os MPs usando o modelo de Drude. Verificamos que o pico apresentado na Fig. 5.1 para  $B = 3.4$  T é perfeitamente observado principalmente para  $\tau^* = 10^{-7}$  s. E que, o pico para 2 T não é observado pelo nosso modelo, pois a variação do campo elétrico não é suficiente para mudar a frequência de confinamento, conforme capítulo 2. Além disso, o aumento da frequência de confinamento muda a ressonância para campos magnéticos mais altos, e não menores como mostra o experimento [57].

Comprovamos que os modos observados no experimento [57] devem corresponder ao primeiro modo excitado de MPs.



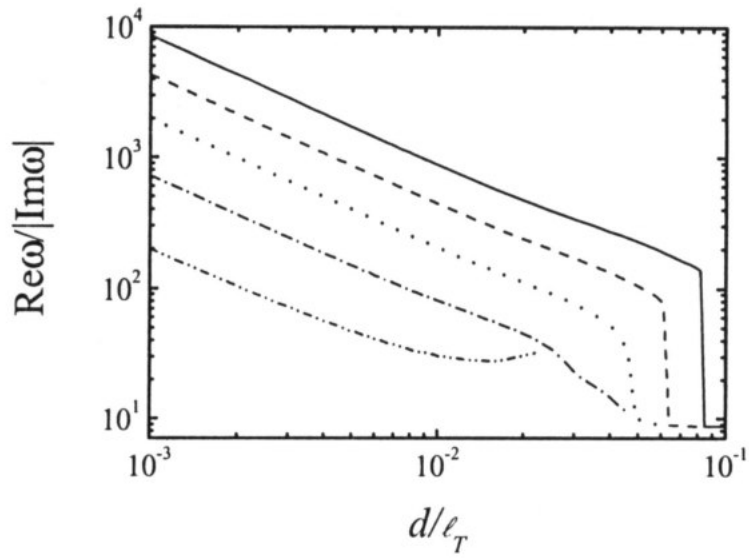


Figura 5.7:  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$  como função de  $d/\ell_T$ , para os mesmos parâmetros da Fig.5.6. As curvas são pertinentes a Fig.5.6.

Mostramos também que os anti-cruzamentos podem ser observados experimentalmente, pois são fracamente amortecidos.

# Capítulo 6

## Conclusões

Nesta tese investigamos o espectro das excitações coletivas do sistema de elétrons na superfície de hélio líquido confinado a uma geometria restrita. No caso analisado, os elétrons superficiais são obrigados a se mover em uma única direção devido ao confinamento lateral modelado por um potencial parabólico auto-consistente dado por  $V_y = m_0\Omega^2 y^2/2$ , onde  $\Omega$  é a frequência de confinamento. Inicialmente, mostramos que esta é uma boa aproximação para as condições experimentais da Ref. [57] na região de  $|y| < 10 \mu\text{m}$ . Consideramos ainda, para descrever melhor o aparato experimental, um portão metálico a uma distância  $d$  da camada bidimensional dos elétrons.

Calculamos o perfil do filme de hélio da célula experimental [57] para demonstrar que o potencial parabólico, obtido auto-consistentemente, descreve bem o confinamento lateral e que a frequência de confinamento  $\Omega$  é da ordem de  $10^8 \text{ s}^{-1}$ . Constatamos que a baixa densidade eletrônica e a variação do campo elétrico externo não mudam o valor da frequência de confinamento. O nosso modelo despreza apenas a repulsão coulombiana entre os elétrons e o potencial induzido, tanto pelas cargas negativas como pelas voltagens aplicadas acima e abaixo do filme de hélio, nos eletrodos aterrados, que se compensam parcialmente. Contudo, especulamos que estas contribuições não afetam nossos resultados, visto que a interação de van der Waals entre os átomos de hélio e os átomos do substrato é predominante, e também pela baixa densidade eletrônica no canal, que, como vimos, não afeta o perfil.

Calculamos os modos de MPs para campos magnéticos intensos,  $\omega_c/\Omega \gg 1$  e no limite ultra quântico quando somente o mais baixo nível de Landau é ocupado, em particular,  $\hbar\omega_c \gg k_B T$ . No cálculo do espectro e da estrutura espacial dos MPs, usamos teoria de campo auto-consistente na aproximação RPA, desenvolvida na Ref. [66]. Como vimos, a extensão não é trivial, porque, como o sistema de elétrons superficiais é não degenerado (a energia de Fermi é muito menor que  $k_B T$  nas condições experimentais), uma nova escala de comprimento  $\ell_T = \sqrt{2k_B T/m\Omega^2} \gg \ell_0$ , é introduzida.

Estudamos o espectro de frequência dos MPs fracamente amortecidos dentro do canal na região de  $10^{-3} < q_x \ell_T < 10^2$ , com e sem a geometria com placa. Vimos que o modo fundamental de MP não apresenta dispersão acústica, ao passo que os modos excitados apresentam. A presença da placa muda qualitativamente o espectro do modo fundamental do MP tornando-o acústico, no limite de  $2qd \ll 1$ . Calculamos a distribuição espacial de carga dos três primeiros modos para  $q_x \ell_T = 0.01$ , bem como a estrutura espacial do modo fundamental do MP para alguns valores de  $d$ . Observamos o surgimento de anti-cruzamentos quando calculamos a velocidade de fase versus  $d$  em unidades de  $\ell_T$ , para  $d/\ell_T \ll 1$  e  $q_x \ll \ell_T^{-1}$ . Estes anti-cruzamentos surgem devido à competição entre as contribuições de advecção e a interação elétron-elétron. Observamos que a blindagem da placa torna a interação elétron-elétron mais fraca fazendo com que as contribuições de advecção sejam predominantes.

Em concordância com a experiência [57], encontramos que a frequência de qualquer modo para  $q_x$  fixo é proporcional a  $B^{-1}$ . Observamos também que o efeito da placa sobre os MPs é maior sobre o modo fundamental e que sua influência sobre os outros modos pode ser desprezada.

Incluimos ainda o efeito da dissipação sobre o espectro dos MPs usando uma abordagem quase-microscópica baseada no modelo de Drude com a incorporação de um tempo de relaxação proveniente dos diversos mecanismos de espalhamento, em especial, devido à interação elétron-ripplon. Quando os efeitos de dissipação são incluídos, observamos que os picos de ressonância mais estreitos correspondem aos três primeiros modos em  $q_x \approx \ell_T^{-1}$ , porque neste ponto ocorre o máximo valor de  $\text{Re}\omega/|\text{Im}\omega|$ . Concluímos que

as ressonâncias mostradas na Ref. [57] são produzidas pelo primeiro e segundo modos excitados de MP já que o modo fundamental não contribui para o pico, porque a sua frequência é maior que a frequência de excitação.

Verificamos que o pico apresentado na Fig. 5.1 para  $B = 3.4$  T é perfeitamente observado principalmente para  $\tau^* \geq 10^{-8}$  s. Mais ainda, o pico para 2 T não deveria ser observado, pois a variação do campo elétrico não é suficiente para mudar a frequência de confinamento, conforme visto no capítulo 2. Além disso, o aumento da frequência de confinamento muda a ressonância para campos magnéticos mais altos, e não menores como mostra o experimento [57]

Mostramos também que os anti-cruzamentos podem ser observados experimentalmente, pois são fracamente amortecidos.

Observe que em nossos estudos acerca da possibilidade de observação dos picos de ressonância [57] o efeito de blindagem da placa sobre os MPs foi levado em conta. No entanto, este efeito é muito pequeno e pode ser ignorado. Deste modo, as Figs. 5.2-5.5 exibem apenas o caso sem blindagem. Podemos salientar, por exemplo, que para as curvas das Figs. 5.2-5.5, o primeiro e o segundo modos excitados de MP não sentem o efeito da placa em  $d = 1.5 \times 10^{-1}$  cm (este valor corresponde bem a geometria da célula [57]). O efeito da placa é mais forte no caso do modo fundamental, porém não afeta as nossas conclusões acima. Aqui as colisões mais efetivas são relacionadas com as transições intra níveis de Landau.

# Apêndice A

## Modelamento teórico da célula experimental

Examinando a célula experimental da Valkering *et al.* [57] introduzimos que para  $z \geq 0$  a constante dielétrica é  $\epsilon_v$ , para  $-\xi < z \leq 0$  a constante dielétrica é  $\epsilon_l$  e para  $z < -\xi$  a constante dielétrica é  $\epsilon_s$ , onde  $\epsilon_v$ ,  $\epsilon_l$  e  $\epsilon_s$  são as constantes dielétricas do vapor de hélio, do hélio líquido e do substrato respectivamente, enquanto que  $\xi$  é a espessura do filme de hélio. Tomando a transformada de Fourier com relação a  $x$ ,  $y$  e  $t$ , da equação de Poisson com densidade de carga dependente do tempo  $\rho(\omega, q_x, q_y, z)$  temos que

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon(z) \frac{\partial}{\partial z} \right) - \epsilon(z) q^2 \right] \phi(\omega, q_x, q_y, z) = -4\pi\rho(\omega, q_x, q_y) \delta(z), \quad (\text{A.1})$$

onde  $q^2 = q_x^2 + q_y^2$ .

Para  $z \geq 0$  onde há vapor de hélio temos que

$$\phi_v(\omega, q_x, q_y, z) = A(\omega, q_x, q_y) e^{-qz}. \quad (\text{A.2})$$

Para  $-\xi < z \leq 0$ , onde há hélio líquido temos que

$$\phi_l(\omega, q_x, q_y, z) = B(\omega, q_x, q_y) e^{-qz} + C(\omega, q_x, q_y) e^{qz}. \quad (\text{A.3})$$

Para  $z < -\xi$ , onde há a região do substrato temos que

$$\phi_s(\omega, q_x, q_y, z) = D(\omega, q_x, q_y) e^{qz}. \quad (\text{A.4})$$

Em  $z = 0$  e  $z = -\xi$  temos duas condições de contorno que são  $\phi_v(\omega, q_x, q_y, +0) = \phi_l(\omega, q_x, q_y, -0)$  e  $\phi_l(\omega, q_x, q_y, -\xi + 0) = \phi_s(\omega, q_x, q_y, -\xi - 0)$ . A terceira condição de contorno vem da integração em  $z$  de  $-0$  a  $+0$  da Eq.(A.4)

$$\begin{aligned} \int_{-0}^{+0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon(z) \frac{\partial}{\partial z} \phi(\omega, q, z) \right) dz - q^2 \int_{-0}^{+0} \epsilon(z) \phi(\omega, q_x, q_y, z) dz \\ = -4\pi\rho(\omega, q_x, q_y) \int_{-0}^{+0} \delta(z) dz, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

resolvendo as integrais temos

$$\left[ \epsilon(z) \frac{\partial}{\partial z} \phi(\omega, q, z) \right]_{-0}^{+0} - q^2 \epsilon(0) \phi(\omega, q, 0) [+0 - (-0)] = -4\pi\rho(\omega, q).$$

A segunda integral dada pela Eq.(A.5)  $\epsilon(0) \simeq 1$ ,  $\phi(\omega, q, 0)$  possui valor finito, portanto podemos tirá-los para fora da integral e o resultado é igual a zero, portanto temos a condição de contorno

$$\left[ \epsilon(z) \frac{\partial}{\partial z} \phi(\omega, q, z) \right]_{-0}^{+0} = -4\pi\rho(\omega, q), \quad (\text{A.6})$$

onde  $\epsilon(+0) = \epsilon_v \approx 1$ ,  $\epsilon(-0) = \epsilon_l \approx 1$ , assim da Eq. (A.6) temos que

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} \phi_v(\omega, q, +0) - \frac{\partial}{\partial z} \phi_l(\omega, q, -0) \right] = -4\pi\rho(\omega, q). \quad (\text{A.7})$$

A quarta condição de contorno vem da integração da equação de Laplace, em  $z$  de  $-\xi - 0$  a  $-\xi + 0$ , visto que em  $z = -\xi$  não temos densidade de carga. A equação de Laplace é dada pela Eq.(A.1) para  $\rho(\omega, q_x, q_y) = 0$ . Portanto temos que

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial z} \Big|_{z=-\xi+0} = \epsilon_s \frac{\partial \phi_s}{\partial z} \Big|_{z=-\xi-0}. \quad (\text{A.8})$$

Das Eqs.(A.2)-(A.4) e das condições de contorno obtemos

$$\phi_v(\omega, q_x, q_y, z) = \frac{2\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{q} \left[ 1 + \left( \frac{1 - \epsilon_s}{1 + \epsilon_s} \right) e^{-2q\xi} \right] e^{-qz}, \quad (\text{A.9})$$

para  $z \geq 0$ ,

$$\phi_l(\omega, q_x, q_y, z) = \frac{2\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{q} e^{-qz} + \frac{2\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{q} \left( \frac{1 - \epsilon_s}{1 + \epsilon_s} \right) e^{-2q\xi} e^{qz}, \quad (\text{A.10})$$

para  $-\xi < z \leq 0$  e

$$\phi_s(\omega, q_x, q_y, z) = \frac{4\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{(1 + \epsilon_s)q} e^{qz}, \quad (\text{A.11})$$

para  $z < -\xi$ .

Em  $z = 0$  temos que

$$\phi(\omega, q_x, q_y, 0) = \frac{2\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{q} \left[ 1 + \left( \frac{1 - \epsilon_s}{1 + \epsilon_s} \right) e^{-2q\xi} \right]. \quad (\text{A.12})$$

Observamos que na Eq.(A.12) para  $2q\xi \ll 1$  torna-se

$$\phi(\omega, q_x, q_y, 0) = \frac{4\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{q(\epsilon_s + 1)}, \quad (\text{A.13})$$

e no limite oposto  $2q\xi \gg 1$  torna-se

$$\phi(\omega, q_x, q_y, 0) = \frac{2\pi\rho(\omega, q_x, q_y)}{q}. \quad (\text{A.14})$$

Tomando a transformada inversa de Fourier em  $y$  nas Eqs.(A.13) e (A.14) temos que

$$\phi(\omega, q_x, y, 0) = \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x||y - y'|) \rho(\omega, q_x, y'), \quad (\text{A.15})$$

onde  $K_0(x)$  é a função modificada de Bessel e que no limite de  $2q\xi \ll 1$ ,  $\epsilon = (\epsilon_s + 1)/2$  e no limite oposto  $2q\xi \gg 1$ ,  $\epsilon = 1$ .

## Apêndice B

# Influência de um portão metálico no arranjo experimental

É interessante estudarmos o efeito de uma placa sobre o espectro de frequência na busca de uma solução do problema levantado por Valkering *et al.* [57]. Para tanto, propuzemos um modelo parecido ao modelo proposto por Balev e Vasilopoulos [70]. O modelo consiste em considerar um portão metálico em  $z = -d$ , no fundo do canal sob os elétrons que estão depositados em  $z = 0$ . Para  $-d < z \leq 0$  a constante dielétrica do substrato é  $\epsilon_s$  ( $\epsilon_s = 5$  na Ref. [57]) e para  $z \geq 0$ ,  $\epsilon = 1$ . Podemos desprezar a espessura do filme de hélio e considerar apenas dois meios como discutimos anteriormente (no limite  $2q\xi \ll 1$ ). Portanto as condições de contorno em  $z = 0$  são  $\phi_{(+0)} = \phi_{(-0)}$  e  $\left[ \frac{\partial \phi_+}{\partial z} \Big|_{+0} - \epsilon_s \frac{\partial \phi_-}{\partial z} \Big|_{-0} \right] = -4\pi\rho$  e em  $z = -d$ ,  $\phi_-(-d) = 0$ .

Para  $z \geq 0$  temos

$$\phi(\omega, q_x, y, z) = A(\omega, q_x, q_y) e^{-qz}, \quad (\text{B.1})$$

onde  $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$  e para  $-d < z \leq 0$ ,

$$\phi(\omega, q_x, y, z) = B(\omega, q_x, q_y) e^{qz} + C(\omega, q_x, q_y) e^{-qz}. \quad (\text{B.2})$$

Usando as três condições de contorno e fazendo  $z = 0$  obtemos que

$$\phi(\omega, q_x, q_y, 0) = \frac{4\pi\rho(1 - e^{-2qd})}{q(\epsilon_s + 1)} \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 1} \right) e^{-2qd} \right]}, \quad (\text{B.3})$$



onde  $\rho = \rho(\omega, q_x, q_y)$ . Usando a expansão geométrica na Eq.(B.3),  $\frac{1}{1+x} = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j x^j$ , temos que

$$\phi(\omega, q_x, q_y, 0) = \frac{4\pi\rho(1 - e^{-2qd})}{q(\epsilon_s + 1)} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left( \left( \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 1} \right) e^{-2qd} \right)^j, \quad (\text{B.4})$$

manipulando a Eq.(B.4) temos que

$$\begin{aligned} \phi(\omega, q_x, q_y, 0) = & \frac{4\pi\rho}{q(\epsilon_s + 1)} \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left( \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 1} \right)^j e^{-2jqd}, \right. \\ & \left. - \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left( \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 1} \right)^j e^{-2(j+1)qd} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

tomando a transformada de Fourier com relação a  $y$  da Eq.(B.5) e mudando de variável para  $Y = y/\ell_T$  obtemos que

$$\begin{aligned} \phi(\omega, q_x, Y) = & \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} dY' \rho(\omega, q_x, Y') \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left( \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 1} \right)^j \times \\ & \left\{ K_0 \left( |q_x| \ell_T \sqrt{(Y - Y')^2 + 4j^2 (d/\ell_T)^2} \right) \right. \\ & \left. - K_0 \left( |q_x| \ell_T \sqrt{(Y - Y')^2 + 4(j+1)^2 (d/\ell_T)^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

onde  $\epsilon = (\epsilon_s + 1)/2$ .

## Referências Bibliográficas

- [1] P. M. Platzmann and P. A. Wolff, *Waves and Interactions in Solid State Plasmas*, in *Solid State Physics*, eds. H. Ehrenreich, F. Seitz, and D. Turnbull, Suppl. 13 (Academic, New York, 1973).
- [2] S. Lundqvist, in: *Theory of the Inhomogeneous Electron Gas*, eds. S. Lundqvist and N. H. March (Plenum Press, New York and London, 1987).
- [3] K. W. Chiu and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **5**, 4707 (1972).
- [4] M. S. Khaikin, *Usp. Fiz. Nauk* **96**, 409, 1968 [*Sov. Phys.-Usp.* **11**, 785].
- [5] R. H. Ritchie, *Phys. Rev.* **106**, 874 (1957).
- [6] F. Stern, *Phys. Rev. Lett.*, **18**, 546 (1967).
- [7] A. V. Chaplik, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **62**, 746 (1972) [*Sov. Phys. JETP* **35**, 395].
- [8] S. J. Allen, H. L. Störmer and J. C. M. Hwang, *Phys. Rev. B* **28**, 4875 (1983).
- [9] D. B. Mast, A. J. Dahm, and A. L. Fetter, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1706 (1985).
- [10] D. C. Glatti, E. Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud, and F. I. B. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1710 (1985).
- [11] A. L. Fetter, *Phys. Rev. B* **32**, 7676 (1985).
- [12] A. L. Fetter, *Phys. Rev. B* **33**, 3717 (1986).

- [13] V. A. Volkov and S. A. Mikhailov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, **94**, 217 (1988). [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1639 (1988)].
- [14] S. S. Nazin and V. B. Shikin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, **94**, 133 (1988). [*Sov. Phys. JETP* **67**, 288 (1988)].
- [15] V. B. Shikin and S. S. Nazin, *Physica B*, **284-288**, 1215 (2000).
- [16] I. L. Aleiner, D. Yue and L.I. Glazman, *Phys. Rev. B* **51**, 13467 (1995).
- [17] I. L. Aleiner and L. I. Glazman, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 2935 (1994).
- [18] X. Xia and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B*, **50**, 11187 (1994).
- [19] L. I. Glazman and I. A. Larkin, *Semicond. Sci. Technol.* **6**, 32 (1991).
- [20] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii and L. I. Glazman, *Phys. Rev. B* **46**, 4026 (1992).
- [21] B. Y. Gelfand and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **49**, 1862 (1994).
- [22] P. L. Elliott, C. I. Pakes, L. Skrbek, and W. F. Vinen, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3713 (1995); P. L. Elliott, S. S. Nazin, C. I. Pakes, L. Skrbek, W. F. Vinen and G. F. Cox, *Phys. Rev. B* **56**, 3447 (1997).
- [23] C. C. Grimes, *Surf. Sci.* **73**, 379 (1978), C. C. Grimes and Gregory Adams, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 145, (1976).
- [24] E. Y. Andrei, D. C. Glatti, F. I. B. Williams, and M. Heiblum, *Surf. Sci.* **196**, 501 (1988).
- [25] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. West, *Phys. Rev. B* **45**, 3894 (1992).
- [26] S. A. Govorkov, M. I. Reznikov, A. P. Senichkin and V. I. Talyanskii, *JETP lett.* **44**, 487 (1986).

- [27] V. A. Volkov and S. A. Mikhailov in: *Modern Problems in Condensed Matter Science* Vol. **27.2**, edited by V. M. Agranovich and A. A. Maradudin, North-Holland, Amsterdam (1991).
- [28] G. Eliasson, J. -W. Wu, P. Hawrylak, and J. J. Quinn, *Solid State Commum.* **60**, 41 (1986).
- [29] V. Cataudella and G. Iadonisi, *Phys. Rev. B* **35**, 7443 (1987).
- [30] M. W. Cole and M. H. Cohen, *Phys. Rev. Lett*, **23**, 1238 (1969).
- [31] V. B. Shikin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, **58**, 1748 (1970). [*Sov. Phys. JETP* **31**, 936 (1971)].
- [32] A. P. Volodin, M. S. Khaikin and V. S. Edel'man, *JETP Lett.*, **26**, 543 (1977).
- [33] M. Wanner and P. Leiderer, *Phys. Rev. Lett*, **42**, 315 (1979).
- [34] C. C. Grimes and T. R. Brown, *Phys. Rev. Lett*, **32**, 280 (1974); C. C. Grimes, T. R. Brown, M. L. Burns and C. L. Zipfel, *Phys. Rev. B*, **13**, 140 (1976).
- [35] L. P. Gor'kov and D. M. Chernikova, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz*, **18**, 119 (1973). [*JETP Lett.*, **18**, 68 (1973)].
- [36] H. Ikezi and P. M. Platzman, *Phys. Rev. B* **23**, 1145 (1981).
- [37] T. Demel, D. Heitmann, P. Grambow, and K. PLoog, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2657 (1991); A. R. Goni, A. Pinczuk, J. S. Weiner, B. S Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *ibid.* **70**, 1151 (1993); I. Grodnesnky, D. Heitmann, K. v. Klitzing, K. Ploog, A. Rudenko, and A. Kamaev, *Phys. Rev. B* **49**, 10778 (1994).
- [38] A. R. Goni, A. Pinczuk, J. S. Weiner, B. S Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1151 (1993);
- [39] Y. C. Lee, S. E. Ulloa, and P. S. Lee, *J. Phys. C* **16**, L995 (1983).
- [40] S. Das Sarma and W. -Y. Lai, *Phys. Rev. B* **32**, 1401 (1985); Qiang Li and S. Das Sarma, *ibid.* **40**, 5860 (1990); Q. P. Li and S. Das Sarma, *ibid.* **43**, 11768 (1991).

- [41] Qiang Li and Das Sarma, *Phys. Rev. B* **41**, 10268 (1990).
- [42] Q. P. Li and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **44**, 6277 (1991).
- [43] G. Y. Hu and R. F. O'Connell, *Phys. Rev. B* **42**, 1290 (1990).
- [44] L. Wendler and V. G. Grigoryan, *Phys. Rev. B* **49**, 1307 (1994).
- [45] W.-M. Que and G. Kirczenow, *Phys. Rev. B* **37**, 7153 (1988).
- [46] V. Shikin, T. Demel, and D. Heitmann, *Surf. Sci.* **229**, 276 (1990); *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **96**, 1406 (1980) [*Sov. Phys. JETP* **69**, 797 (1989)].
- [47] D. Marty, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **19**, 6097 (1986).
- [48] Yu. Kovdrya and V. Nikolaenko, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **18**, 894 (1992).
- [49] H. Yayama and A. Tomokiyo, *Czech. J. Phys.* **46**, 353 (1996).
- [50] O.I. Kirichek, Yu. P. Monarkha, Yu. Z. Kovdrya and V. N. Gigorev, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **19**, 322 (1993).
- [51] Vários aspectos deste sistema são tratados em in *Two-dimensional Electron Systems in Helium and other Substrates*, edited by E. Y. Andrei (Kluwer, Dordrecht, 1997).
- [52] N. Studart and S. S. Sokolov, in *Two-dimensional Electron Systems in Helium and other Substrates*, edited by E. Y. Andrei (Kluwer, Dordrecht, 1997).
- [53] V. A. Nikolaenko, Yu. Z. Kovdrya, H. Yayama, and A. Tomokiyo. *Fiz. Nizk. Temp.* **23**, 642 (1997) [*Low Temp. Phys.* **23**, 482 (1997)].
- [54] H. Yayama, I. B. Berkutov and A. Tomokiyo, *Physica B* **284-288**, 1914 (2000).
- [55] R. J. F. van Haren, G. Acres, P. Fozooni, A. Kristensen, M. J. Lea, P. J. Richardson, A. M. C. Valkering and R. W. van der Heijden, *Physica B* **249-251**, 656 (1998).
- [56] W. T. Sommer and D. J. Tanner, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1345 (1971).

- [57] A. M. C. Valkering and R. W. van der Heijden, *Physica B* **249-251**, 652 (1998).
- [58] S. S. Sokolov and N. Studart, *Phys. Rev. B* **57**, R704 (1998).
- [59] S. S. Sokolov and N. Studart, *J. Phys. Condens. Matter*, **12**, (46) 9563, (2000).
- [60] S. S. Sokolov and N. Studart, *Phys. Rev. B* **51**, 2640 (1995).
- [61] S. S. Sokolov, G. Q. Hai, and N. Studart, *Phys. Rev. B* **51**, 5977 (1995).
- [62] Yu. Z. Kovdrya and Yu. P. Monarkha, *Fiz. Nizk. Temp.* **12**, 1011 (1986) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **12**, 571 (1986)]; Yu. Z. Kovdrya and V. A. Nikolaenko, *ibid*, **18**, 1278 (1992) [*ibidem*, **18**, 894 (1992)].
- [63] Yu. Z. Kovdrya and V. A. Nikolaenko, *Fiz. Nizk. Temp.*, **18**, 1278 (1992) [*J. Low Temp. Phys.*, **18**, 894 (1992)]; O. I. Kirichek, Yu. P. Monarkha, Yu. Z. Kovdrya and V. N. Grigor'ev, *Fiz. Nizk. Temp.* **19**, 458 (1993) [*J. Low Temp. Phys.* **19**, 323 (1993)].
- [64] A. M. C. Valkering, J. Klier and P. Leiderer, *Physica B* **284-288**, 172 (2000).
- [65] P. Glasson, V. Dotsenko, P. Fozooni, M. J. Lea, W. Bailey, G. Papageorgiou, S. E. Andresen and A. Kristensen, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 176802 (2001).
- [66] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **59**, 2807 (1999).
- [67] S. Ito, K. Shirahama and K. Kono, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, 533 (1997).
- [68] Yu. P. Monarkha, S. Ito, K. Shirahama and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2445 (1997).
- [69] Yu. P. Monarkha, K. Shirahama, K. Kono and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* **58**, 3762 (1998).
- [70] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **56**, 13252 (1997).

- [71] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing and K. Eberl, *Phys. Rev. B* **52**, 11277 (1995); G. Ernst, N. B. Zhitenev, R. J. Haug and K. von Klitzing, *Physica E* **1**, 95 (1997).
- [72] A. M. C. Valkering, *Surface Electrons in Restricted Geometry*, PhD-thesis, Eindhoven University of Technology (1998).
- [73] D. R. Tilley and J. Tilley, *Superfluidity and Superconductivity* 3rd edition, IOP Publishing, Bristol (1990).
- [74] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluids Mechanics* 2nd edition, Butterworth Hinemann, Chapter VII, 1997.
- [75] G. A. Korn, T. M. Korn, *Mathematical Handbook For Scientists and Engineers*, McGraw Hill, N. Y., Chapter 17, 1961.

