

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO

Mateus Santana

**Otimização na reprogramação de transporte
aéreo de passageiros para unidades marítimas
por meio de heurísticas MIP**

São Carlos - SP

2021

Mateus Santana

**Otimização na reprogramação de transporte aéreo de
passageiros para unidades marítimas por meio de
heurísticas MIP**

Texto de Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

São Carlos - SP

2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Mateus Santana, realizada em 26/11/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto (UFSCar)

Profa. Dra. Vitória Maria Miranda Pureza (UFSCar)

Prof. Dr. Jonathan Justen de La Vega Martinez (SimpliRoute)

Prof. Dr. Rafael Martinelli Pinto (PUC/RJ)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Agradecimentos

Como qualquer etapa na vida, a pós-graduação e todas as experiências que a mudança de cidade me proporcionou foram cheias de altos e baixos. Por sorte, em nenhum desses momentos eu estive sozinho. Para aqueles que me acompanharam nessa caminhada, gostaria de expressar minha imensa gratidão a vocês.

Primeiramente, agradeço aos meus pais, Lourival Luiz de Santana e Silvia Francisca Dourado de Santana, que me apoiaram em todos os passos da minha carreira e me possibilitaram concluir esse e tantos outros desafios na minha vida. Ao meu irmão e cunhada, Marcelo Santana e Luana Messias, obrigado por todas as conversas e por terem possibilitado eu sempre ter um pedacinho da minha família próximo a mim em São Carlos.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto, que me aceitou como orientando, acreditou em meu potencial e me auxiliou por diversas vezes nessa jornada, seja durante dificuldades acadêmicas, seja sendo compreensível nos momentos difíceis que enfrentei nesse período.

Agradeço aos meus colegas do Grupo de Pesquisa Operacional da UFSCar (GPO), Aldair Alvarez, Aura Jalal, Cesar Cruz, Jonathan De La Vega, Lais Salles, Lara Marins, Mateus Martin, Thiago Vieira e Prof^a. Dr^a. Vitoria Pureza, pelos momentos de descontração no laboratório e por toda a ajuda que me proporcionaram quando ingressei nesse complexo mundo da Pesquisa Operacional. Particularmente, agradeço ao Jonathan De La Vega por ter me auxiliado de maneira tão próxima e detalhada na minha pesquisa; e à Lais Monique Salles e Lara Marins pelo companheirismo nesses anos, amigas com as quais tive o privilégio de ingressar e dividir esses anos juntos na pós-graduação.

Às amigas que fiz em São Carlos, agradeço com muito carinho por terem feito esses anos tão únicos, tornando toda essa experiência muito mais prazerosa nos momentos bons e muito mais leve nos difíceis. Em especial, agradeço aos amigos Kamila Jessie, Eduardo Bonfá, Daniel Machado, Lais Monique Salles, Lara Marins, Glenda Vieira e Sérgio Ramos, pessoas de quem mais me aproximei e que tenho muito orgulho em dizer que, mesmo com pandemia e sem poder vê-las presencialmente por vários meses, a amizade nunca se enfraqueceu. À República Atacama, agradeço pelo período de convivência que tivemos; embora curto, foi a primeira vez que de fato me senti em casa nessa cidade.

Às amigas que trouxe comigo de Maringá, agradeço por terem me apoiado e me acolhido durante toda essa jornada. Sou muito privilegiado por ter criado laços

durante a minha graduação com pessoas tão importantes e que mesmo com a distância mantiveram-se tão próximas a mim. Obrigado Beatriz Murase, Bianca Valente, Ingridy Gerônimo e, à nossa estrelinha que de lá do céu nos acompanha, Bruna Borgonhoni (*in memoriam*).

Agradeço à empresa de óleo e gás que, em parceria com o GPO, possibilitou o desenvolvimento deste e de diversos outros trabalhos científicos pelo grupo. Igualmente, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), agradeço o apoio financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

Resumo

No transporte aéreo de passageiros, frequentemente ocorrem eventos que inviabilizam o cumprimento da programação de voos prevista para um determinado período. Nessas situações, emerge o Problema de Recuperação de Aeronaves (ou ARP - *Aircraft Recovery Problem*), que envolve reprogramar voos e realocar aeronaves a esses voos com vistas à redução de atrasos, cancelamentos e outros tipos de ônus com o mínimo custo. Neste trabalho, tratou-se de um ARP em uma empresa de produção de óleo e gás com operação *offshore* que realiza, diariamente, via helicópteros, o transporte dos seus colaboradores e funcionários de aeroportos para unidades marítimas, e vice-versa. Para tanto, buscou-se: (i) desenvolver modelos de programação inteira mista (*Mixed Integer Programming* - MIP) para representar o problema, considerando tanto os diferentes objetivos de otimização buscados pela empresa (isto é, a minimização dos atrasos dos voos num dia, das necessidades de transferências de voos para o dia seguinte devido à eventos inesperados e a designação de helicópteros a voos distintos dos já alocados na programação) quanto de diversas restrições práticas da empresa; (ii) elaborar heurísticas MIP do tipo *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize* que, quando combinadas a um modelo formulado em (i), forneçam resultados de boa qualidade usando pouco tempo computacional. Quanto aos modelos, foram elaboradas cinco formulações cujas validações e comparações de desempenhos foram realizadas utilizando-se instâncias reais e simuladas fornecidas pela empresa, selecionando-se a formulação que forneceu a melhor solução dentro do tempo limite de uma hora. Em relação às heurísticas MIP, foram testadas diferentes configurações para identificar quais possibilitariam fornecer soluções de melhores qualidade, utilizando-se as mesmas instâncias. Para resolução dos modelos e das heurísticas, empregou-se um *solver* comercial de otimização para a reprogramação dos voos dos helicópteros. Foram obtidas soluções ótimas para uma parte das instâncias testadas do problema e, para as que não puderam ser resolvidas otimamente, foram identificadas as configurações para as heurísticas que, dentre as testadas, apresentaram o melhor desempenho em termos de qualidade de solução e tempo computacional. Assim, os resultados obtidos demonstram o bom potencial das abordagens propostas neste trabalho para tratar o ARP avaliado.

Palavras-chave: Problema de recuperação de aeronaves, Programação inteira mista, Reprogramação de voos de helicópteros, heurísticas MIP, Transporte aéreo de passageiros, Indústria de óleo e gás.

Abstract

In air passenger transport, events often occur that make it impossible to comply with the flight schedule planned for a certain period. In these situations, the Aircraft Recovery Problem (ARP) emerges, which involves rescheduling flights and reallocating aircraft to those flights. In this work, we treated an ARP in an oil and gas production company with an offshore operation that carries out, daily, via helicopters, the transportation of its employees and airport employees to maritime units, and vice versa . Therefore, we sought to: (i) develop Mixed Integer Programming (MIP) models to represent the problem, considering both the different optimization objectives pursued by the company (that is, minimizing flight delays in one day, the need for flight transfers to the next day due to unexpected events and the designation of helicopters for flights other than those already allocated in the schedule) and various practical restrictions of the company; (ii) develop MIP heuristics of the type Relax-and-fix and Fix-and-optimize that, when combined with a model formulated in (i), provide good quality results using little computational time. As for the models, five formulations were elaborated, and their validations and performance comparisons were performed using real and simulated instances provided by the company, selecting the formulation that provided the best solution within the time limit of one hour. In relation to MIP heuristics, different configurations were tested, using the same instances, to identify which would make it possible to provide better quality solutions. To solve the models and heuristics, a commercial optimization solver was used for the rescheduling of helicopter flights. Optimum solutions were obtained for part of the tested instances of the problem and, for those that could not be solved optimally, the settings for the heuristics were identified, which, among the tested ones, provided the best solutions comparatively. Thus, the results obtained demonstrate the notorious potential of the approaches proposed in this work to solve the evaluated ARP.

Keywords: Aircraft Recovery Problem, Mixed Integer Programming, Helicopter Flight Rescheduling, MIP Heuristic, Passenger Air Transport, Oil and Gas Industry

Lista de ilustrações

Figura 1 – Subdivisões do método Modelagem	19
Figura 2 – Processo de gestão de interrupções aéreas	24
Figura 3 – Ilustração das etapas da <i>Relax-and-fix</i>	28
Figura 4 – Etapas da RSL	31
Figura 5 – Características dos problemas investigadas nos artigos da RSL	32
Figura 6 – Protocolo da RSL	33
Figura 7 – Resultados da RSL	34
Figura 8 – Quantidade de artigos resultantes da RSL publicados ao longo dos anos	35
Figura 9 – Visão geral das características dos ARP tratados na literatura	46
Figura 10 – Mapa dos aeroportos e UMs da empresa estudada com representação de um voo i	51
Figura 11 – Programação de voos inicial para determinado dia d	52
Figura 12 – Reprogramação de voos para determinado dia d após recuperação dos voos do dia $d - 1$	53
Figura 13 – Ilustração esquemática do modelo M1 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação	63
Figura 14 – Ilustração de parâmetros e variáveis na programação de voos recuperada para o dia d	63
Figura 15 – Ilustração esquemática do modelo M2 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação	69
Figura 16 – Ilustração esquemática do modelo M3 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação	74
Figura 17 – Ilustração esquemática do modelo M4 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação	78
Figura 18 – Ilustração esquemática do modelo M5 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação	83
Figura 19 – Resultados comparativos entre valores da FO de cada modelo	88
Figura 20 – Resultados comparativos entre RL de cada modelo	89
Figura 21 – Algoritmo da <i>Relax-and-fix</i> implementada	95
Figura 22 – Ilustração das etapas da <i>Relax-and-fix</i> para $T = 3$	96
Figura 23 – Ilustração do particionamento ARP-Ex	97
Figura 24 – Ilustração das etapas da <i>Relax-and-fix</i> com $\Gamma = \{X1_{i,j,h}\}$	98
Figura 25 – Ilustração das etapas da <i>Relax-and-fix</i> com $\Gamma = \{Y1_{i,h}\}$	99
Figura 26 – Ilustração das etapas da <i>Relax-and-fix</i> com $\Gamma = \{Z_{i,j}\}$	100
Figura 27 – Comparação do tempo computacional médio da heurística por Γ	104
Figura 28 – Comparação de desempenho médio da heurística por Γ	105

Figura 29 – Comparação do tempo computacional médio da heurística por T . . .	106
Figura 30 – Comparação da qualidade da solução média da heurística por T . . .	107
Figura 31 – Valores de $\Delta_{\%}^I$ para cada par $(\Gamma; T)$	108
Figura 32 – Algoritmo da <i>Fix-and-optimize</i> implementada	111
Figura 33 – Ilustração de ordenação dos voos reprogramados em $(\bar{x}_{RandF}, \bar{y}_{RandF})$ segundo Ω_i e da formação das partições para $T' = 2$ e $T' = 3$	113
Figura 34 – Ilustração das etapas da <i>Fix-and-optimize</i> com $\Gamma = \{X1_{i,j,h}\}$	114
Figura 35 – Ilustração das etapas da <i>Fix-and-optimize</i> com $\Gamma = \{Y1_{i,h}\}$	116
Figura 36 – Ilustração das etapas da <i>Fix-and-optimize</i> com $\Gamma = \{Z_{i,j}\}$	117
Figura 37 – Comparação gráfica das soluções de M1 e das heurísticas MIP com $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$ em relação ao limitante inferior de M1 após 90 minutos de execução do <i>solver</i>	123
Figura 38 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ em relação a Γ'	123
Figura 39 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ em relação a T'	125
Figura 40 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ por T'	126
Figura 41 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ em relação a T'	126

Lista de tabelas

Tabela 1 – Periódicos nos quais os artigos da RSL foram publicados	35
Tabela 2 – Características descritivas das 9 instâncias	87
Tabela 3 – Resultados comparativos entre modelos	88
Tabela 4 – Resultados comparativos entre valores da RL de cada modelo	89
Tabela 5 – Resultados práticos comparativos de cada modelo	90
Tabela 6 – Representações adicionais para descrição da estratégia heurística da <i>Relax-and-fix</i>	93
Tabela 7 – Valores de $\Delta_{\%}^I$ para cada par $(\Gamma; T)$	101
Tabela 8 – Tempo computacional da <i>Relax-and-fix</i> para cada par $(\Gamma; T)$	102
Tabela 9 – Resultados práticos comparativos entre M1 e <i>Relax-and-fix</i> considerando o par $(\Gamma; T)$ cujo experimento forneceu melhor resultado para cada instância	103
Tabela 10 – Valores médios de $\Delta_{\%}^I$ e do tempo computacional da heurística para cada T , por instância	106
Tabela 11 – Valores médios de $\Delta_{\%}^I$ para cada par $(\Gamma; T)$	107
Tabela 12 – Representações adicionais para descrição da estratégia heurística da <i>Fix-and-optimize</i>	109
Tabela 13 – Resultados do modelo M1 após 90 min de execução	118
Tabela 14 – Valores de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$ para cada par $(\Gamma'; T')$, tal que $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$	119
Tabela 15 – Valores de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$ para cada par $(\Gamma'; T')$, tal que $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$	120
Tabela 16 – Variação média total $\Delta_{\%}^{II}$ por instância, por $(\Gamma; T)$	121
Tabela 17 – Resultados práticos comparativos entre M1, <i>Relax-and-fix</i> com $(\Gamma; T) = (T1; 4)$ e <i>Fix-and-optimize</i> com $(\Gamma'; T')$ iguais aos valores cujo experimento forneceu melhor resultado para cada instância	122
Tabela 18 – Comparação das soluções de M1 e das heurísticas MIP com $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$ em relação ao limitante inferior de M1 após 90 minutos de execução do <i>solver</i>	122
Tabela 19 – Variação média de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$ por Γ'	123
Tabela 20 – Variação média de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$ por T'	124
Tabela 21 – Variação média de $\Delta_{\%}^{II}$ por par $(\Gamma'; T')$	125
Tabela 22 – Comparação da relaxação linear do modelo M1 com e sem as restrições 4.8	127
Tabela 23 – Comparação dos melhores resultados das Heurísticas MIP com os resultados de Vieira et al. (2021)	128

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Caracterização do tema	15
1.2	Objetivos	17
1.2.1	Objetivo geral	17
1.2.2	Objetivos específicos	17
1.3	Justificativas	18
1.4	Método de pesquisa	19
1.5	Organização do trabalho	21
2	REVISÃO DA LITERATURA	23
2.1	Pesquisa Operacional na gestão de interrupções no setor aéreo	23
2.2	Heurísticas baseadas em programação matemática (heurísticas MIP)	25
2.3	Revisão Sistemática da Literatura	30
2.3.1	Características descritivas dos artigos	34
2.3.2	Análise do conteúdo dos artigos	36
3	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	51
3.1	Ilustração do Problema	52
4	MODELAGEM MATEMÁTICA	59
4.1	Modelo 1 - Designação e precedência com variáveis de fluxo	59
4.2	Modelo 2 - Eventos com variáveis de fluxo	68
4.3	Modelo 3 - Designação com variáveis de posição	72
4.4	Modelo 4 - Designação e precedência com variáveis de posição e <i>Slots</i>	77
4.5	Modelo 5 - Eventos com variáveis de designação	81
4.6	Experimentos computacionais com modelos	87
5	HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i>	93
5.1	Descrição da estratégia heurística	93
5.2	Resultados do método heurístico	100
6	HEURÍSTICA <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	109
6.1	Descrição da estratégia heurística	109
6.2	Resultados do método heurístico	117
6.3	Comparação com Vieira et al. (2021)	127

7	CONCLUSÕES	131
8	FIGURAS PARA A APRESENTAÇÃO DA DEFESA	135
	REFERÊNCIAS	137
	APÊNDICE A – RESULTADOS DESAGREGADOS POR INSTÂNCIA- MODELO	146
	APÊNDICE B – RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS COM <i>RELAX- AND-FIX</i>	147
	APÊNDICE C – RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS COM <i>FIX- AND-OPTIMIZE</i>	151

1 Introdução

Neste capítulo, o problema abordado neste trabalho é contextualizado e brevemente apresentado, bem como os objetivos definidos, os métodos utilizados para tratá-lo e as motivações do estudo.

1.1 Caracterização do tema

Um operador aéreo pode ser entendido como uma pessoa jurídica que realiza o transporte de pessoas ou de cargas entre dois aeródromos (i.e., área destinada a pouso, decolagem e movimentação de aeronaves) diferentes (IAC 1223, 2000). Segundo Clausen et al. (2010), quando há uma interrupção nas operações de um operador aéreo, de forma que o mesmo deixe de realizar um ou mais voos previstos, pode ocorrer o comprometimento da execução dos voos planejados seguintes e, assim, prejudicar os itinerários dos passageiros. Como forma de minimizar tais impactos negativos, é importante que os operadores estejam preparados para tais imprevistos e possuam assim um plano eficiente de gestão das interrupções.

As perturbações em planejamentos de voos podem gerar impactos consideráveis nas companhias aéreas. Em 2018, por exemplo, nos Estados Unidos, os custos decorrentes de tais atrasos chegaram a bilhões de dólares: segundo a Federal Aviation Administration (FAA), estima-se um montante de US\$ 28 bilhões (AIRLINES FOR AMERICA, 2018). Na Europa, de acordo com relatório da European Organization for the Safety of Air Navigation (EUROCONTROL), o número de voos por dia cresceu 3,4% entre fevereiro de 2017 e fevereiro de 2018. No mesmo estudo, a porcentagem de voos atrasados nos aeroportos de partida aumentou. Os atrasos em solo maiores que 60 minutos, por exemplo, aumentaram de 2,9% para 4,2% em comparação com fevereiro de 2017. O atraso médio por voo aumentou em 3,1 min para atingir 12,6 min, principalmente devido às más condições atmosféricas (KAMMOUN; REZG, 2018).

A gestão de interrupções nas operações aéreas é chamada na literatura internacional de *Airline Disruption Management*, ou ADM. Kohl et al. (2007) abordaram a ADM de forma detalhada, fornecendo uma descrição robusta do processo de planejamento e uma visão geral dos diversos aspectos da ADM. Segundo o autor, quando há uma interrupção do planejamento dos voos, uma das grandes dificuldades é justamente definir quais os objetivos da recuperação, embora geralmente eles recaiam em três: atender o acordado com o cliente a tempo com o nível de serviço solicitado, minimizar os custos reais e retornar o mais próximo possível do plano inicial de forma ágil.

Na Engenharia de Produção, diversas operações cotidianas relacionadas à recuperação de voos tem sido solucionadas com base em conhecimentos fundamentados da Pesquisa Operacional. Conforme explicam [Belobaba, Odoni e Barnhart \(2015\)](#), quando eventos indesejáveis ocorrem, toda a programação ainda não realizada é perdida e um conjunto de problemas emerge: o *Airline Recovery Problem*, o qual é composto por outros três subproblemas: o *Crew Recovery Problem* (CRP, que trata essencialmente da recuperação da escala da tripulação), o *Passenger Recovery Problem* (PRP, que aborda a recuperação de itinerários de passageiros) e o *Aircraft Recovery Problem* (ARP, que objetiva determinar novos horários de decolagem dos voos, bem como possíveis cancelamentos destes, e revisar rotas para diferentes aeronaves). O ARP em específico possui uma característica peculiar: ele geralmente é o primeiro subproblema a ser resolvido quando busca-se tratar o *Airline Recovery Problem* de forma sequencial ([BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2015](#)).

Outro ponto relevante a se ressaltar em relação ao ARP consiste no fato de que esse problema tem sido estudado na literatura em contextos predominantemente relacionados à aviação comercial. Esta é definida pela Agência Nacional de Aviação Comercial (ANAC) como um conjunto que inclui as técnicas e as ciências necessárias para, dentre outras atividades, a operação segura de aeronaves destinadas ao transporte pago de carga e/ou passageiros ([ANAC, 2013](#)), geralmente operado por companhias aéreas, as quais são proprietárias ou arrendatárias das aeronaves utilizadas. Todavia, os conhecimentos gerados a partir dos estudos realizados em tais contextos, como técnicas de modelagem e métodos de solução, podem ser extrapolados para outros da atividade da aviação, como a aviação corporativa, definida como:

"Subcategoria da aviação geral que consiste na exploração ou utilização não comercial de aeronaves por parte de uma empresa para o transporte de passageiros ou mercadorias como meio de realização de negócios dessa empresa, para cujo fim se contrata pilotos profissionais."([ANAC, 2013](#))

Um dos segmentos que realizam atividades de aviação corporativa nas suas operações diárias é o setor de óleo e gás, o qual comumente realiza diversas operações *offshore*, ou seja, no mar. Tais operações exigem o transporte de passageiros, que ocorre predominantemente via modais aéreos por questões relacionadas à velocidade de deslocamento, à flexibilidade e ao conforto oferecidos aos passageiros ([BRITAIN; DOUGLAS, 2009](#)). Contudo, embora existam trabalhos relacionados à otimização de transporte aéreo de passageiros em empresas de óleo e gás, o ARP, especificamente nesse cenário, ainda não tem sido muito explorado, configurando um território fértil para pesquisa, conforme é melhor explanado no [Capítulo 2](#).

Assim, neste trabalho, pretende-se desenvolver e aplicar métodos e conceitos de Pesquisa Operacional, mais especificamente no que tange à programação matemática e

métodos de solução, que melhor representem e resolvam o problema de reprogramação de voos em um contexto de transporte aéreo *offshore* de uma empresa de óleo e gás, considerando os critérios e objetivos de otimização da empresa. Para tanto, tenciona-se utilizar *softwares* de otimização e heurísticas baseadas em programação matemática (denominadas "*MIP heuristics*" ou heurísticas MIP), como a *Relax-and-fix* e a *Fix-and-optimize*.

1.2 Objetivos

A partir do contexto supracitado, os objetivos deste trabalho puderam ser segmentados em suas componentes geral e específicas.

1.2.1 Objetivo geral

Como objetivo geral, buscou-se desenvolver modelos matemáticos de apoio a decisões operacionais para o problema de reprogramação de voos de helicópteros para o transporte de colaboradores entre um aeroporto terrestre e seus respectivos locais de trabalho *offshore* de uma empresa petrolífera, bem como pesquisar heurísticas MIP para resolvê-lo.

1.2.2 Objetivos específicos

Como objetivos específicos deste trabalho, estabeleceram-se os seguintes:

- Desenvolver alguns modelos matemáticos de programação inteira mista (MIP - *Mixed Integer Programming*) que representem o problema para, posteriormente, selecionar o mais adequado e efetivo à situação;
- Aplicar o melhor modelo MIP desenvolvido em situações reais de recuperações de voos para avaliar tanto o desempenho computacional quanto a qualidade das soluções conferidas;
- Desenvolver e aplicar heurísticas MIP baseadas no modelo selecionado para obter boas soluções em tempos computacionais aceitáveis;
- Avaliar os desempenhos dos modelos matemáticos e dos métodos heurísticos elaborados comparando-os com os resultados fornecidos pelos métodos atualmente utilizados pela empresa.

1.3 Justificativas

O petróleo e o gás são as principais fontes de energia primária do mundo, e tal cenário não mudará pelo menos nos próximos vinte anos, mesmo com crescentes restrições ambientais e posicionamentos contrários pela sociedade. Estima-se que tais recursos comporão cerca de 52,5% da matriz energética mundial no ano de 2035, de forma que o petróleo corresponderia por 28,3% e o gás, por 24,2%, ou seja, mais da metade. Embora o crescimento da demanda até esse período não seja expressivo (cerca de 12%), em números absolutos tal valor torna-se significativo: em 2016, a demanda era de 95,5 milhões de barris de petróleo, enquanto em 2035, espera-se que seja em torno de 107 milhões de barris, segundo a International Energy Agency (IEA) (IEA, 2017; MENDES; TEIXEIRA; ROCIO, 2018).

No que tange ao Brasil, a IEA prevê um papel significativo. Quanto à sua importância para o cenário mundial, em 2035, o país estaria produzindo cerca de 4,6 milhões de barris/dia de petróleo, o que significaria cerca de 50% da produção do petróleo *offshore* do mundo. Já a níveis locais, nos últimos anos, o setor de petróleo e gás saltou de apenas 3,5% em 2000 para 10% em 2017 na contribuição na formação bruta de capital fixo do país (IEA, 2017; MENDES et al., 2017; MENDES; TEIXEIRA; ROCIO, 2018).

Para a realização das operações *offshore*, uma das atividades-chave é o transporte dos colaboradores para as unidades marítimas (UMs), o qual predominantemente ocorre via modal aéreo. No caso da empresa estudada nesta dissertação, com o aumento da demanda por óleo e gás, esse transporte tende a crescer tanto em quantidade de viagens quanto em complexidade, visto que a distância média entre as UMs e a costa tende a aumentar. Contudo, embora tal modal seja o mais eficiente em termos de segurança e velocidade, também é o mais custoso (HERMETO; FERREIRA; BAHIENSE, 2014).

Em consonância com esse quadro, o transporte aéreo de passageiros configura uma situação significativamente complexa para a empresa estudada, como pode-se observar pelo fato dela ser considerada a quarta maior em número de voos no Brasil, mesmo não sendo esse seu segmento de atuação, e um típico problema de reprogramação de voos na sua rotina pode conter dezenas de UMs, voos a serem recuperados e helicópteros disponíveis para alocação (HERMETO; HERMETO; HAWSON, 2019). Além disso, dado que diversas outras empresas de óleo e gás pelo mundo também possuem operações *offshore*, como no Mar Norte, Golfo do México, Oeste da África e Austrália, por exemplo, estratégias desenvolvidas para o cenário aqui estudado podem ser extrapoladas ou ao menos servir de base para a resolução de problemas semelhantes em outras empresas.

Diante do cenário de expansão das operações de transporte aéreo realizados pelas empresas de óleo e gás e do alto custo e importância de tais operações para as atividades

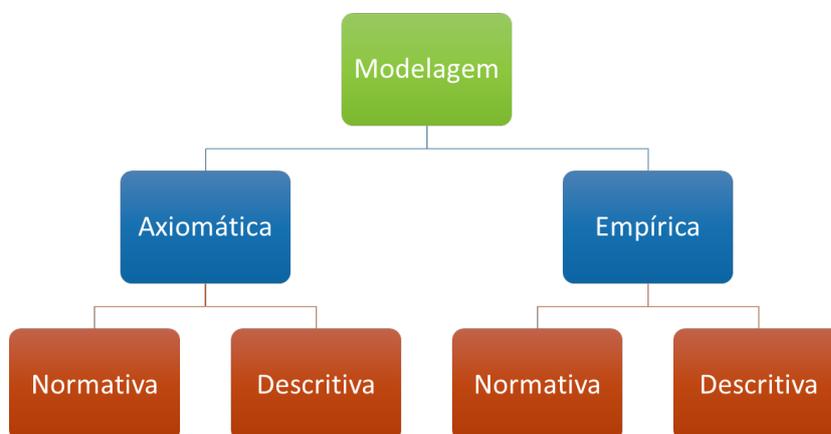
das empresas petrolíferas, torna-se importante desenvolver abordagens e métodos de apoio à tomada de decisão ágeis e que sejam adequados (mas não exclusivos) à dinâmica de trabalho do ambiente aos quais serão inseridos. Particularmente, a elaboração de modelos e de métodos heurísticos pode se tornar interessantes e atender a tais requisitos. Paralelamente, do ponto de vista da literatura, é notável que ainda há lacunas a serem preenchidas e para as quais o problema aqui tratado pode contribuir, lacunas estas relacionadas, em especial, à complexidade do ARP e aos seus respectivos métodos de solução, conforme melhor detalhado no Capítulo 2.

Assim, neste trabalho, pretende-se desenvolver modelos de otimização matemática que sejam capazes de abranger as numerosas características do problema de reprogramação de voos de uma empresa de óleo e gás no Brasil, considerando suas diversas restrições práticas e seus diversos critérios a serem otimizados, bem como heurísticas construtivas e de melhoria para, em combinação com os modelos, forneçam boas soluções em tempos aceitáveis na prática para esse problema.

1.4 Método de pesquisa

Levando-se em conta a natureza do problema de pesquisa, o método de pesquisa mais apropriado para investigá-lo é a modelagem, a qual se fundamenta no pressuposto de que é possível construir modelos que representem total ou parcialmente o comportamento dos processos operacionais de ambientes reais estudados e que capturem os problemas de tomada de decisão envolvidos nesses processos (BERTRAND; FRANSOO, 2009; MORABITO; PUREZA, 2018). Ainda, o método de modelagem se subdivide em outras classificações de acordo com a abordagem utilizada, conforme ilustrado pela Figura 1.

Figura 1 – Subdivisões do método Modelagem



Fonte: Adaptado de Bertrand e Fransoo (2009).

No caso da pesquisa dessa dissertação, pretende-se utilizar a abordagem em-

pírica, pois objetiva-se criar modelos adequados às relações causais de um problema real estudado, e normativa, pois tenciona-se desenvolver estratégias e/ou ações para melhorar a situação corrente. Contudo, a pesquisa também possuiu características axiomáticas normativas, pois também foi orientada por modelos idealizados a partir da literatura que descrevem o ARP e suas variantes e buscou-se obter *insights* sobre sua estrutura e comportamento. Assim, as etapas do trabalho, seguindo modelo proposto por [Morabito e Pureza \(2018\)](#), são:

- 1. Definir o problema de interesse e coletar informações e dados:** Primeiramente, ressalta-se que o projeto de pesquisa dessa dissertação é parte de um projeto maior entre a UFSCar e uma empresa do ramo petrolífero, cujas informações foram disponibilizadas por meio de reuniões entre os pesquisadores envolvidos no projeto, incluindo pesquisadores da empresa do ramo petrolífero. Nesse projeto maior, o problema de interesse é um problema do planejamento de transporte aéreo de passageiros para UMs, tratado de forma genérica na literatura como *Aircraft Recovery Problem*, ou ARP. No caso do projeto de pesquisa deste Mestrado, seu escopo envolve a simplificação do ARP tratado (objeto da pesquisa), considerando-se apenas um aeroporto (enquanto o projeto maior engloba múltiplos aeroportos) e a avaliação da eficácia do uso de heurísticas MIP como método de solução;
- 2. Formular modelos matemáticos para representar apropriadamente o problema:** Nessa etapa, buscou-se formular modelos matemáticos para representar o problema que compreendessem os pontos levantados na etapa anterior. Aqui, houve uma ampla participação dos pesquisadores da empresa petrolífera a fim de que os modelos compreendessem as nuances práticas e técnicas do problema e da rotina da empresa;
- 3. Solução dos modelos matemáticos:** Essa etapa foi dividida em dois passos. O primeiro consistiu na implementação dos modelos, buscando-se uma solução comprovadamente ótima, e para a qual utilizou-se o sistema de modelagem GAMS 24.1.3 e um de seus *solvers* de otimização de propósito geral para resolver os modelos (CPLEX 12.5), o qual, por sua vez, baseado no método *Branch-and-cut*. O segundo passo compreendeu o desenvolvimento de heurísticas para as formulações propostas, visto que esperava-se que o tempo de resolução dos modelos com o uso dos métodos exatos embutidos nos *solvers* de otimização de propósito geral fosse demasiadamente alto para a maior parte dos exemplares reais do problema. Nesse contexto, foram elaboradas e implementadas heurísticas *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize* para melhorarem a qualidade das soluções obtidas pelo modelo dentro de certos limites de tempo;

4. **Validação dos modelos:** Analisou-se e discutiu-se os resultados junto aos pesquisadores da universidade e da empresa após resolução das instâncias reais e simuladas do problema. Aqui, visou-se obter *insights* úteis na prática da tomada de decisões deste problema e na teoria para estender para outras situações e problemas correlatos, além de possíveis pontos de correções e de melhorias nos modelos e heurísticas;
5. **Implementação da solução:** Nesta última etapa, buscou-se enfatizar a conversão dos resultados dos métodos de solução em decisões práticas, objetivando implementar tais resultados dentro do contexto real da empresa. Ressalta-se, porém, que o escopo desse projeto de mestrado limita-se ao princípio dessa etapa, visto que o resultado final do projeto da UFSCar com a empresa será uma abordagem de otimização cabível a ser integrada aos sistemas da empresa, não compreendendo assim atividades como a implantação no ambiente real ou a integração propriamente dita com os sistemas da empresa.

1.5 Organização do trabalho

Esta dissertação está dividida da seguinte forma: no Capítulo 1, o problema é brevemente contextualizado, bem como são apresentados os objetivos deste trabalho e suas justificativas; no Capítulo 2, fornece-se um referencial teórico acerca da Pesquisa Operacional na aviação civil e das heurísticas MIP, além de se discorrer sobre uma Revisão Sistemática da Literatura realizada para identificar a lacuna a ser preenchida por meio desta pesquisa; no Capítulo 3, o ARP investigado neste trabalho é detalhadamente descrito e contextualizado; no Capítulo 4, as formulações elaboradas ao longo desta pesquisa e a respectiva comparação entre elas são apresentadas e confrontadas, além de selecionar aquela que forneceu os melhores resultados; nos Capítulos 5 e 6, são apresentadas as adaptações das heurísticas construtivas *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*, respectivamente, para combiná-las com o modelo selecionado, bem como suas implementações e, principalmente, os resultados obtidos por meio destas; e, por fim, no Capítulo 7, são sumarizadas as conclusões desta pesquisa e as perspectivas de pesquisas futuras.

2 Revisão da Literatura

Neste capítulo, são apresentados alguns conceitos básicos sobre a gestão de interrupções no transporte aéreo, bem como literaturas relacionadas e, por fim, quais as lacunas da literatura identificadas supridas por esta pesquisa.

2.1 Pesquisa Operacional na gestão de interrupções no setor aéreo

Um dos mais importantes elementos quando se trata de transporte aéreo é denominado operador aéreo, o qual pode ser entendido como uma pessoa jurídica que realiza o transporte de pessoas ou de cargas, por meio de pagamentos, entre dois aeródromos diferentes, e podem ser categorizados como regulares ou não regulares. Os operadores regulares são aqueles que possuem Horário de Transporte (HOTRAN), ou seja, possuem uma aprovação da ANAC que formaliza as concessões para a exploração de linhas aéreas internacionais e domésticas de passageiros e/ou cargas e da rede postal pelas empresas de transporte aéreo, com os respectivos horários, números de voos, frequências, tipos de aeronaves e assentos disponíveis. Já os operadores não regulares são aqueles que não possuem HOTRAN aprovado, como táxis aéreos e aviação particular. No caso do problema desta pesquisa, o operador aéreo é classificado como não regular (IAC 1223, 2000; DIAS; SUBRAMANIAN; CABRAL, 2017).

Quando há uma interrupção nas operações de um operador aéreo, de forma que o mesmo deixe de realizar um ou mais voos previstos, pode ocorrer o comprometimento da execução dos voos planejados seguintes e, assim, prejudicar os itinerários dos passageiros. Como forma de minimizar tais impactos negativos, é importante que os operadores estejam preparados para tais imprevistos e possuam assim um plano eficiente de gestão das interrupções (CLAUSEN et al., 2010).

A gestão de interrupções é chamada na literatura internacional de *Airline Disruption Management*, ou ADM. Kohl et al. (2007) abordaram a ADM de forma detalhada, fornecendo uma descrição robusta do processo de planejamento e uma visão geral dos seus diversos aspectos. Segundo o autor, quando há uma interrupção do planejamento dos voos, uma das grandes dificuldades é justamente definir quais os objetivos da recuperação. Porém, geralmente eles recaem em três:

- Atender o acordado com o cliente (ou seja, levar tanto cargas quanto passageiros e suas bagagens, até o destino) a tempo com o nível de serviço solicitado;
- Minimizar os custos reais, incluindo custos excessivos com a equipe, custos de

compensação, hotel e acomodação para passageiros;

- Voltar o mais próximo possível do plano inicial o mais rapidamente possível.

Para [Kohl et al. \(2007\)](#), os dois primeiros objetivos são relativamente fáceis de serem justificados e quantificados, bem como, a princípio, de serem medidos nas mesmas unidades. Embora haja certa subjetividade envolvida na quantificação dos custos dos atrasos de um determinado passageiro, claramente há um *trade-off* entre cumprir o prometido ao cliente e manter os custos baixos. O terceiro objetivo é mais difícil de se quantificar e a justificativa para estabelecê-lo também é discutível.

O processo de gestão de interrupções no setor aéreo é mais um processo contínuo do que um problema único que pode ser abstraído conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2 – Processo de gestão de interrupções aéreas



Fonte: Adaptado de [Kohl et al. \(2007\)](#).

Nesse processo, a Pesquisa Operacional (PO) emerge auxiliando as tomadas de decisões considerando suas complexas características em um (geralmente) curto espaço de tempo. Aliás, de forma mais ampla, além de problemas relacionados à interrupções no transporte aéreo, técnicas de PO tem sido aplicadas a diversas outras operações do setor aéreo, na resolução de problemas como ([BELOBABA; ODoni; BARNHART, 2015](#)):

- *Schedule Design Problem* (SDP): determinação da melhor programação de voos a serem realizados por uma determinada companhia aérea. Cada voo possui os seus aeroportos de origem e destino, horário de saída e tempo de voo;
- *Fleet Assignment Problem* (FAP): determinação de quais aeronaves de diferentes tipos devem ser operadas em cada voo dado o número de assentos disponíveis e a demanda por passageiros;
- *Maintenance Routing Problem* (MRP): sequenciamento das aeronaves permitindo que cumpram as manutenções preventivas e estejam disponíveis para operação nos voos seguintes;

- *Crew Scheduling Problem* (CSP): definição das escalas de trabalho da tripulação, ou seja, pilotos, comissários e copilotos, conciliando tanto as tarefas de voos quanto os tempos limites para trabalho e descanso.

Em relação à ADM, quando eventos indesejáveis ocorrem, toda a programação realizada resolvendo os problemas supracitados é perdida e um novo conjunto de problemas emerge para a PO resolver: o *Airline Recovery Problem*, que é composto por outros três subproblemas: o *Crew Recovery Problem* (CRP), que trata da recuperação da escala da tripulação; o *Passenger Recovery Problem* (PRP), que se refere à recuperação do itinerário dos passageiros, os quais, devido a cancelamentos de voo ou conexões perdidas causadas por atrasos de voo, devem ser reacomodados em um itinerário diferente do planejado; e o *Aircraft Recovery Problem* (ARP), que trata da recuperação das aeronaves, ou seja, determinar novos horários de decolagem dos voos, bem como possíveis cancelamentos destes, e revisar rotas para diferentes aeronaves. Tais problemas são encontrados na literatura sendo estudados tanto de forma isolada quanto integrada (BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2015).

Para o escopo deste trabalho, concentraram-se os esforços exclusivamente no ARP e na exploração de um método de solução específico (heurísticas do tipo *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*) para solucioná-lo.

Assim, na seção 2.2, um breve referencial teórico sobre heurísticas baseadas em programação matemática é apresentado, com enfoque nas heurísticas *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*. Por fim, para compreensão do estado da arte acerca do ARP, realizou-se uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), cujas etapas e resultados encontram-se na Seção 2.3.

2.2 Heurísticas baseadas em programação matemática (heurísticas MIP)

As heurísticas baseadas em programação matemática, também chamadas de heurísticas MIP ou heurísticas primais, são heurísticas utilizadas quando objetiva-se encontrar boas soluções inteiras factíveis (caso existam) para uma formulação, sendo úteis quando algoritmos exatos típicos, como o *Branch-and-cut*, levam muito tempo para encontrar uma solução factível. Tais heurísticas podem ser implementadas, no geral, em qualquer nó da árvore *Branch-and-cut* (WOLSEY, 1998; POCHET; WOLSEY, 2006).

Pochet e Wolsey (2006) dividem as heurísticas MIP em heurísticas construtivas e de melhoria. As heurísticas construtivas são aquelas que buscam por uma solução factível a partir do zero, ou seja, sem soluções prévias, como as heurísticas *LP-driven*, *LP-and-fix*, *Cut-and-fix* e *Relax-and-fix*. Já as heurísticas de melhoria são aquelas que buscam

melhorar uma dada solução factível inicial, como as heurísticas *IP-driven*, *Relaxation Induced Neighborhood Search (RINS)*, *Local Branching (LB)* e *Exchange (EXCH)* ou *Fix-and-optimize*. Uma breve descrição de cada uma é dada a seguir e, para isso, é utilizada a notação empregada por Pochet e Wolsey (2006), na qual:

- LP = programação linear (*Linear programming*);
- IP = programação inteira (*Integer programming*);
- $(x, y) : x \in \mathbb{R}^n, y \in \{0, 1\}^p$ = conjunto de variáveis em que n e p representam as dimensões dos vetores de variáveis, respectivamente, reais e inteiras;
- (\hat{x}, \hat{y}) = Solução ótima de um LP;
- (\bar{x}, \bar{y}) = Solução incumbente, i.e., a melhor solução factível conhecida;

As heurísticas *LP-driven* e *IP-driven* compõem uma classe denominada de *diving*, e são estratégias para efetuar buscas em profundidade na árvore do *Branch-and-cut*. Para cada nó da árvore, todas as variáveis y que assumem os valores 0 ou 1 na solução do LP são fixadas nos seus respectivos valores, e, em seguida, busca-se criar uma ramificação fixando uma das variáveis y , que é fracionária, a um valor inteiro.

Para ilustração, considere o seguinte MIP:

$$\min\{cx + fy : Ax + By \geq b, x \in \mathbb{R}_+^n, y \in \{0, 1\}^p\}$$

Na heurística *LP-driven*, a partir da última solução (\hat{x}, \hat{y}) do LP, fixa-se a variável mais próxima do inteiro, ou seja: seja $F = \{j : \hat{y}_j \notin \mathbb{Z}^1\}$, encontra-se $g_k = \min_{j \in F} g_j$, em que $g_j = \min[\hat{y}_j, 1 - \hat{y}_j]$ para $j \in F$, e define-se $y_k = 0$ se $\hat{y}_k \leq 0,5$ e $y_k = 1$ caso contrário. Já na heurística *IP-driven*, utiliza-se a solução incumbente (\bar{x}, \bar{y}) . Definida a variável y_k a ser fixada, a direção da ramificação é definida fazendo $y_k = \bar{y}_k$, ou seja, igualando seu valor ao da solução incumbente.

A heurística *LP-and-fix* consiste em resolver a relaxação linear do problema inteiro e fixar quaisquer variáveis (\hat{x}, \hat{y}) cujos valores encontrados forem inteiros, resolvendo o MIP restrito resultante. Dessa forma, tem-se que, para um determinado conjunto $Q = \{1, \dots, p\}$ de índices das y variáveis, o problema resultante MIP^{LP-FIX} pode ser denotado como:

$$\min\{cx + fy : Ax + By \geq b, x \in \mathbb{R}_+^n, y \in \{0, 1\}^p, y_j = \hat{y}_j, \forall j \in Q, \hat{y}_j \in \{0, 1\}\}$$

Ou o problema será infactível, de forma que a heurística terá falhado, ou ela fornecerá uma solução heurística *LP-and-fix*. No geral, essa heurística fornece bons resultados quando uma formulação apertada é utilizada, e quando as soluções do LP

correspondente tem poucas variáveis y fracionárias. No caso da variante *Cut-and-fix*, o procedimento heurístico é o mesmo, mas, agora, aplicado a uma formulação que tenha sido previamente apertada por meio de cortes ou de uma formulação estendida.

Na heurística *Relax-and-fix*, supõe-se que as variáveis binárias y podem ser particionadas em R conjuntos distintos Q^1, \dots, Q^R de importância decrescente. Então, resolve-se sequencialmente os R MIPs, denotados por MIP^r com $1 \leq r \leq R$, a fim de encontrar uma solução heurística para o MIP original. Assim, na primeira rodada, impõe-se a integralidade das variáveis de decisão do problema selecionadas em Q^1 e relaxa-se a integralidade das variáveis restantes em Q . Tem-se, assim, a seguinte formulação para MIP^1 :

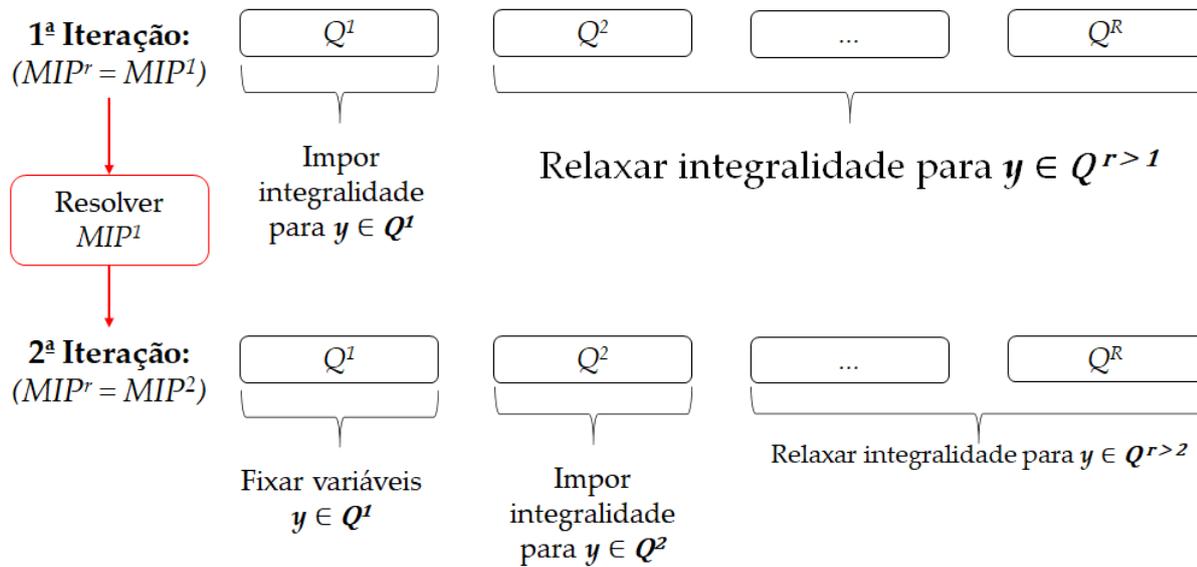
$$\begin{aligned} \min \{ & cx + fy : Ax + By \geq b \\ & x \in \mathbb{R}_+ \\ & y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in Q^1 \\ & y_j \in [0, 1], \forall j \in Q \setminus Q^1 \} \end{aligned}$$

Tomando (x^1, y^1) como a solução ótima do MIP^1 , fixa-se as variáveis em Q^1 conforme seus valores em y^1 , e avança-se para o MIP^2 subsequente, e, assim, sucessivamente. Nos MIP^r subsequentes ($2 \leq r \leq R$), adicionalmente fixa-se os valores das y variáveis com índice Q^{r-1} nos seus valores ótimos a partir de MIP^{r-1} , e impõe-se as restrições de integralidade às variáveis em Q^r . Dessa forma, tem-se a seguinte formulação geral:

$$\begin{aligned} \min \{ & cx + fy : \\ & Ax + By \geq b \\ & x \in \mathbb{R}_+ \\ & y_j = y_j^{r-1} \in \{0, 1\}, \forall j \in Q^1 \cup \dots \cup Q^{r-1} \\ & y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in Q^r \\ & y_j \in [0, 1], \forall j \in Q \setminus (Q^1 \cup \dots \cup Q^r) \}. \end{aligned}$$

Quanto às soluções obtidas, fazendo-se (x^r, y^r) como a solução ótima do MIP^r para $2 \leq r \leq R$, ou o MIP^r será infactível para algum valor de $r \in \{1, \dots, R\}$, e a heurística terá falhado, ou (x^R, y^R) será uma solução heurística para o MIP original. A Figura 3 elucidada tais passos desta heurística.

No que se refere às heurísticas de melhoria, uma das que se destacam é a *Relaxation Induced Neighborhood Search* (RINS), proposta por [Danna, Rothberg e Pape \(2005\)](#),

Figura 3 – Ilustração das etapas da *Relax-and-fix*

Fonte: Adaptado de Pochet e Wolsey (2006).

cuja ideia consiste em explorar a vizinhança entre a solução do LP (\hat{x}, \hat{y}) e a solução incumbente (\bar{x}, \bar{y}) . Se uma variável y_j possui o mesmo valor em ambas soluções, ela é fixada, resolvendo-se, assim, o seguinte MIP^{RINS} :

$$\begin{aligned} \min \{ cx + fy : Ax + By \geq b \\ x \in \mathbb{R}_+ \\ y \in \{0, 1\}^p \\ y_j = \bar{y}_j, \forall j \in Q, \bar{y}_j = \hat{y}_j \} \end{aligned}$$

Nessa situação, ou o MIP^{RINS} será infactível, ou não encontrará uma solução factível no tempo imposto como limite, portanto, a heurística terá falhado; ou, caso contrário, a melhor solução encontrada é uma busca em vizinhança induzida por relaxamento ou uma solução heurística da RINS.

Outra heurística de destaque é a *Local Branching*, proposta por Fischetti e Lodi (2003), na qual a vizinhança é construída baseando-se somente na solução inteira. Um parâmetro inteiro k é escolhido, e a vizinhança consiste nos y vetores que não diferem

de \bar{y} em mais do que k coordenadas. Assim, a formulação geral MIP^{LB} é:

$$\begin{aligned} \min \{ & cx + fy : Ax + By \geq b \\ & x \in \mathbb{R}_+ \\ & y \in \{0, 1\}^p \\ & \sum_{j \in Q : \bar{y}_j = 0} y_j + \sum_{j \in Q : \bar{y}_j = 1} (1 - y_j) \leq k \}. \end{aligned}$$

Ou o MIP^{LB} será infactível ou não encontrará uma solução factível no tempo alocado, de forma que a heurística terá falhado; ou, caso contrário, a melhor solução encontrada será uma solução de ramificação local.

Por fim, tem-se a heurística *Exchange* (EXCH), também chamada de *Fix-and-optimize*, a qual pode ser vista como uma versão de melhoria da heurística *Relax-and-fix*. Nela, partindo-se da solução incumbente (\bar{x}, \bar{y}) , mantém-se a decomposição das variáveis inteiras no conjunto Q^r , $1 \leq r \leq R$. A cada etapa r , todas as variáveis inteiras são fixadas conforme seus valores na solução incumbente encontradas até então, exceto pelas variáveis no conjunto Q^r as quais estão restritas aos seus valores inteiros. O problema MIP^{EXCH} , solucionado na etapa r , pode ser definido por:

$$\begin{aligned} \min \{ & cx + fy : Ax + By \geq b \\ & x \in \mathbb{R}_+ \\ & y_j = \bar{y}_j, \forall j \in Q \setminus Q^r, y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in Q^r \}. \end{aligned}$$

Então, se uma solução melhor for encontrada, tal procedimento de troca pode ser repetido. Ressalta-se que as r etapas são independentes entre si, e quaisquer etapas subsequentes podem ser executadas em qualquer ordem.

Finalmente, existe uma gama de trabalhos com aplicações práticas dessas heurísticas. No que se refere especificamente às heurísticas *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*, métodos aplicados neste trabalho, nota-se suas amplas utilizações em problemas de *lot-sizing* e *scheduling*, havendo também algumas poucas aplicações em problemas de roteirização, conforme outros trabalhos do mesmo grupo de pesquisa da UFSCar do qual esta pesquisa é proveniente (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009; TOSO; MORABITO; CLARK, 2009; FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2010; RODRIGUES et al., 2016; MIRANDA; MORABITO; FERREIRA, 2018; JUNQUEIRA; MORABITO, 2019); contudo, pouco se investigou em termos de reprogramação de tarefas (*rescheduling*). Assim, a Seção 2.3 a seguir apresenta o ARP trabalhado nesta pesquisa com mais detalhes e, conforme será exposto, não se encontrou trabalho na literatura, até o presente

momento, em que se utilizaram tais heurísticas na resolução especificamente de um ARP, configurando-se, assim, um campo de pesquisa ainda inexplorado.

2.3 Revisão Sistemática da Literatura

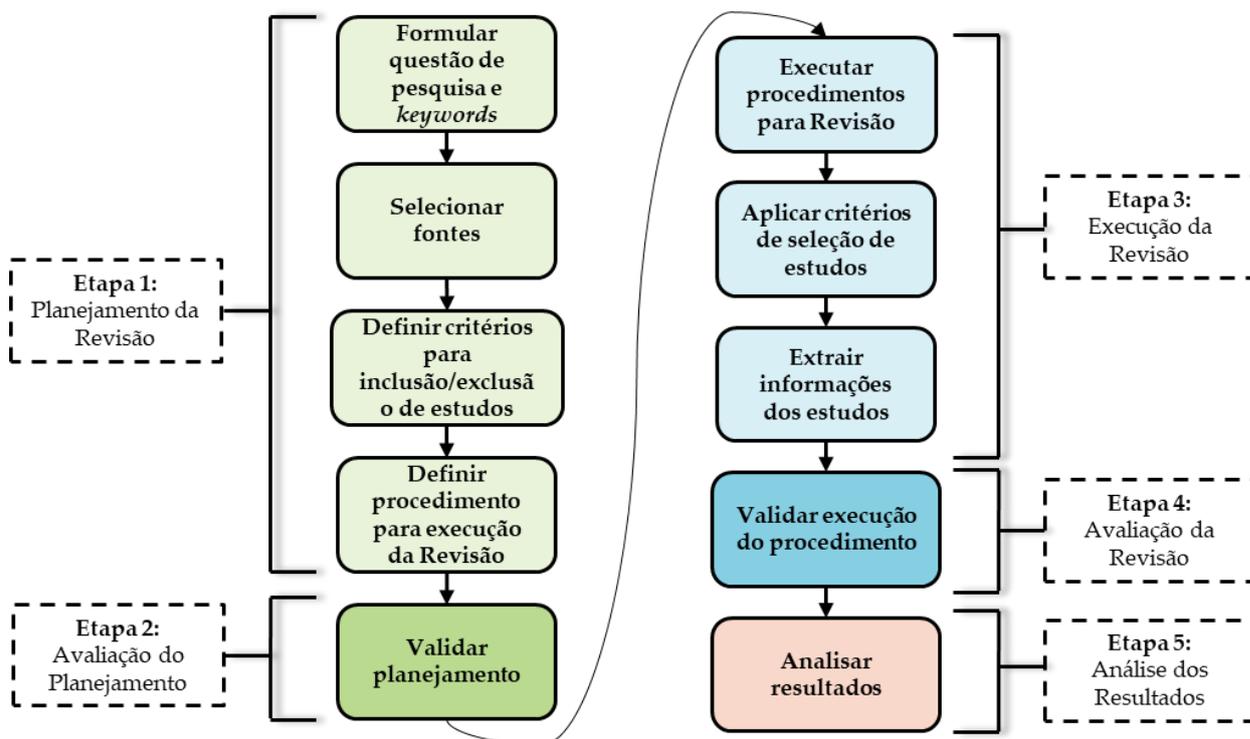
A RSL consiste em um eficaz método de pesquisa para identificar lacunas na literatura. Segundo [Sampaio e Mancini \(2007\)](#):

[...] assim como outros tipos de estudo de revisão, é uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema. Esse tipo de investigação disponibiliza um resumo das evidências relacionadas a uma estratégia de intervenção específica, mediante a aplicação de métodos explícitos e sistematizados de busca, apreciação crítica e síntese da informação selecionada. As revisões sistemáticas são particularmente úteis para integrar as informações de um conjunto de estudos realizados separadamente [...].

Para este trabalho, a RSL foi conduzida utilizando o método proposto por [Biolchini et al. \(2005\)](#), ilustrado na Figura 4. Após a etapa de Planejamento da Revisão, o resultado é o protocolo de pesquisa, o qual descreve as particularidades de como a RSL foi realizada para responder à questão de pesquisa proposta. Para sua construção, também foram utilizados *insights* obtidos a partir da leitura de outras revisões da literatura relacionadas ao tema, como [Clausen et al. \(2010\)](#), [Visentini et al. \(2014\)](#) e [Uhlmann e Frazzon \(2018\)](#).

A fim de buscar as características que diferenciam o ARP proposto nessa dissertação dos problemas já estudados pela literatura, foram elencadas as principais características dos problemas tratados por cada artigo a fim de identificá-las e, posteriormente, compará-las com o ARP deste trabalho. As características elencadas, bem como suas descrições, encontram-se na Figura 5, enquanto o Protocolo de pesquisa da RSL segue na Figura 6.

Figura 4 – Etapas da RSL



Fonte: Adaptado de [Biolchini et al. \(2005\)](#).

Figura 5 – Características dos problemas investigadas nos artigos da RSL

Grupo	Característica do problema	Descrição
Aspectos Quais os aspectos do problema tratado pelo artigo?	Homogeneidade da frota	A frota de aeronaves é homogênea ou heterogênea?
	Janela de tempo do aeroporto	O(s) aeroporto(s) possui(em) limitação de tempo de operação?
	Janela de tempo das aeronaves	As aeronaves possuem limitação de tempo de operação?
	Utilização de dados reais	O método de solução é aplicado em situações utilizando dados reais?
Objetivos Quais objetivos a Função Objetivo (FO) do problema busca minimizar ou maximizar?	Atrasos	A FO busca minimizar os atrasos dos voos que devem ser recuperados?
	Trocas	A FO busca minimizar a troca de aeronaves previamente alocadas aos voos interrompidos?
	Cancelamentos	A FO busca minimizar os cancelamentos dos voos?
Métodos de solução Quais os métodos de solução empregados pelos autores?	Heurístico	O método é uma heurística ou metaheurística?
	Exato	O método utiliza algum solver ou explicita qual método de solução exato é aplicado?

Fonte: Autoria própria.

Figura 6 – Protocolo da RSL

Pergunta de Pesquisa	
Pergunta:	Quais são as características dos problemas de ARP estudados na literatura?
Palavras-chave:	Flight Rescheduling; Aircraft Rescheduling; Airplane Rescheduling; Helicopter Rescheduling; Airport Disruption Management; Aircraft Routing and Rescheduling Problem; Helicopter Routing Problem; Flight Rescheduling Problem; Aircraft Recovery Problem; Oil Platform Transport Problem; Rescheduling Airline;
Anos de publicação:	Sem filtros.
Seleção das Fontes	
Seleção da Fonte:	Compendex, Scopus, Web of Science.
Definição da <i>string</i>:	
– Compendex:	(((((flight AND rescheduling) WN KY) OR ((aircraft AND rescheduling) WN KY)) OR ((airplane AND rescheduling) WN KY)) OR ((helicopter AND rescheduling) WN KY)) OR ("airport disruption management") WN KY)) OR ("Aircraft routing and rescheduling problem") WN KY)) OR ("Helicopter Routing Problem") WN KY)) OR ("Flight Rescheduling Problem") WN KY)) OR ("Aircraft Recovery Problem") WN KY)) OR ("Oil Platform Transport Problem") WN KY)) OR ((rescheduling AND airline) WN KY));
– Scopus:	TITLE-ABS-KEY (flight AND rescheduling) OR TITLE-ABS-KEY (aircraft AND rescheduling) OR TITLE-ABS-KEY (airplane AND rescheduling) OR TITLE-ABS-KEY (helicopter AND rescheduling) OR TITLE-ABS-KEY ("airport disruption management") OR TITLE-ABS-KEY ("Aircraft routing and rescheduling problem") OR TITLE-ABS-KEY ("Helicopter Routing Problem") OR TITLE-ABS-KEY ("Flight Rescheduling Problem") OR TITLE-ABS-KEY ("Aircraft Recovery Problem") OR TITLE-ABS-KEY ("Oil Platform Transport Problem") OR TITLE-ABS-KEY (rescheduling AND airline);
– Web of Science:	TS=(flight AND rescheduling) OR TS=(aircraft AND rescheduling) OR TS=(airplane AND rescheduling) OR TS=(helicopter AND rescheduling) OR TS=("airport disruption management") OR TS=("Aircraft routing and rescheduling problem") OR TS=("Helicopter Routing Problem") OR TS=("Flight Rescheduling Problem") OR TS=("Aircraft Recovery Problem") OR TS=("Oil Platform Transport Problem") OR TS=(rescheduling AND airline);
Seleção dos Estudos	
Crítérios de Inclusão e Exclusão de Estudos:	
–	O texto deve ser integralmente em inglês, e não somente título/resumo/palavras-chave;
–	O trabalho deve ser um artigo de Periódico;
–	O trabalho deve possuir o ARP como uma de suas principais decisões.
Informações a serem coletadas (Critério de Classificação):	
–	Informações descritivas dos artigos: ano, autores e meio de publicação;
–	Decisões, objetivos das funções objetivos e aspectos considerados pelos modelos.
Procedimento para classificação do estudo:	
1.	Aplicar <i>string</i> especificada nos mecanismos de busca da base de dados;
2.	Aplicar filtros de idioma e tipo de trabalho;
3.	Para cada texto, repetir os passos a seguir, até finalizar todos os artigos retornados pela base de dados:
3.1.	Verificar se o artigo é de periódico;
3.2.	Verificar nos dados fornecidos pela base de dados (título e resumo) se o artigo trata de recuperação de voos;
3.3.	Verificar por meio da leitura completa se o artigo trata de recuperação de voos;
4.	Caso os itens 3.1, 3.2 e 3.3 sejam positivos, incluir o artigo na Revisão;
5.	Caso haja alguma negativa nos itens 3.1, 3.2 ou 3.3, não incluí-lo e retornar ao passo 3;
6.	Para cada artigo, localizar as informações descritas na Figura 4.

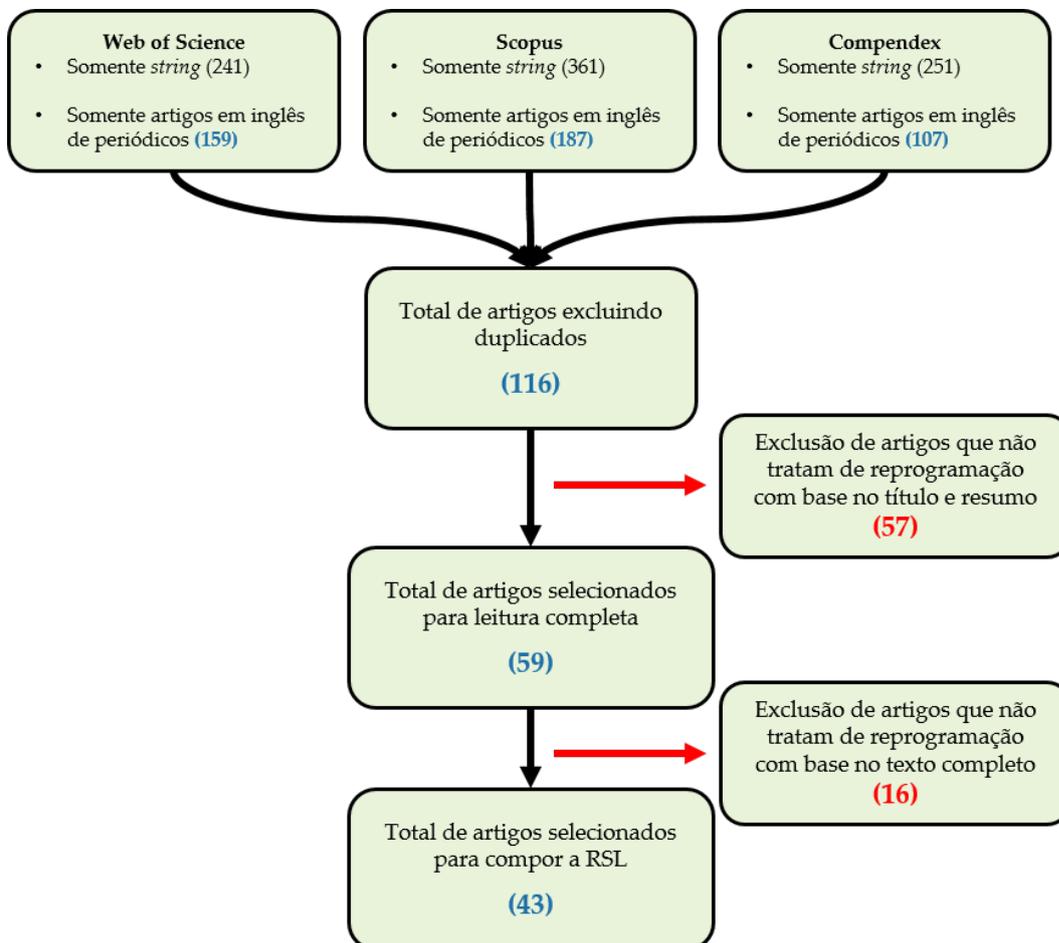
Fonte: Autoria própria.

Após a validação do protocolo com os pesquisadores do grupo, foram seguidas as etapas 3, 4 e 5 conforme Figura 4. As informações extraídas foram compiladas, avaliadas e comparadas em relação ao ARP tratado nesse projeto, e os resultados encontram-se nas subseções 2.3.1 e 2.3.2.

2.3.1 Características descritivas dos artigos

Após aplicação do protocolo, diversos artigos foram eliminados dos resultantes da mera aplicação da *string* nas bases de dados, finalizando a RSL com 43 artigos, conforme Figura 7.

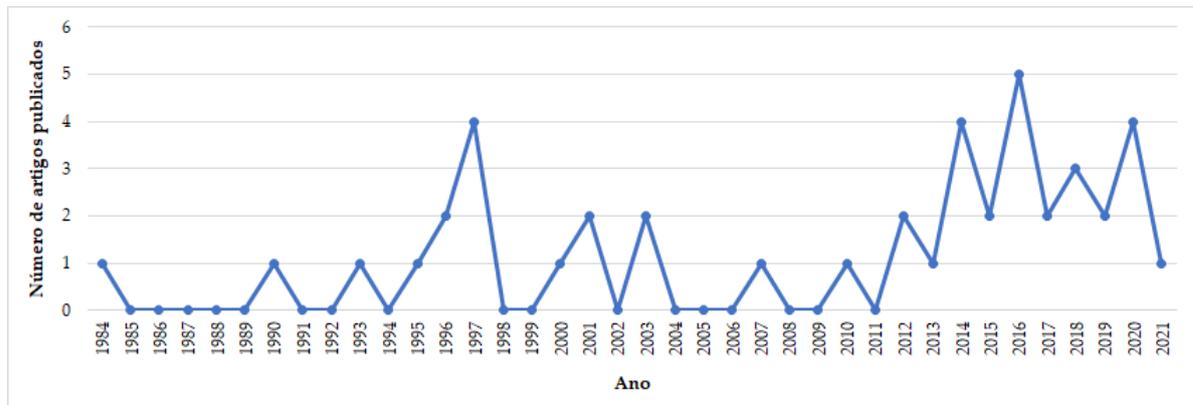
Figura 7 – Resultados da RSL



Fonte: Autoria própria.

Em posse dos artigos resultantes do protocolo da RSL, observou-se a distribuição das suas publicações ao longo dos anos, disposta na Figura 8. Como se nota, houve dois momentos de crescimento: o primeiro entre 1995 e 1997, e o segundo a partir de 2012.

Figura 8 – Quantidade de artigos resultantes da RSL publicados ao longo dos anos



Fonte: Autoria própria.

Em relação aos periódicos em que os artigos sobre o tema foram publicados, conforme relatado na Tabela 1, há uma homogeneidade de títulos, havendo poucos contendo com algumas publicações a mais que o restante. Porém, em termos gerais, nota-se a inexistência de predominância de algum periódico em específico.

Tabela 1 – Periódicos nos quais os artigos da RSL foram publicados

Periódico	Nº de publicações
Computers & Operations Research	4
Transportation Science	4
Transportation Research Part B-Methodological	3
Transportation Research Part E-Logistics And Transportation Review	3
Computers & Industrial Engineering	2
European Journal of Operational Research	2
IEEE Access	2
IIE Transactions	2
Mathematical Problems In Engineering	2
Transportation Planning and Technology	2
Annals Of Operations Research	1
Discrete Dynamics In Nature And Society	1
European Journal of Operational Research	1
Expert Systems With Applications	1
IET Intelligent Transport Systems	1
International Journal Of Advanced Trends In Computer Science And Engineering	1
International Journal Of Production Research	1
Journal Of Air Transport Management	1
Journal of Combinatorial Optimization	1
Journal Of Industrial And Management Optimization	1
Journal Of The Operational Research Society	1
Journal of Transportation Engineering	1
Kybernetes	1
Operations Research	1
Studies In Informatics And Control	1
Sustainability	1
Transportation Research Part A	1

Fonte: Autoria própria.

2.3.2 Análise do conteúdo dos artigos

Após levantamento quantitativo, os artigos foram revisados e suas principais características, abordagens e contribuições para literatura foram ressaltadas.

Conforme já mencionado e detalhado anteriormente, o trabalho seminal sobre ARP é atribuído a [Teodorović e Guberinić \(1984\)](#). [Teodorović e Stojković \(1990\)](#) estenderam o modelo anterior, minimizando a soma ponderada de cancelamentos e atrasos de voos e incluindo restrições de janelas de tempo aos aeroportos. Para resolver o modelo, eles propuseram uma heurística baseada em programação dinâmica que foi usada para resolver uma instância com 80 voos e uma frota homogênea de 14 aeronaves. Em um trabalho subsequente, os autores incluíram restrições relacionadas à tripulação, como horário de trabalho, número máximo de decolagens e pousos e pausas obrigatórias ([TEODOROVIĆ; STOJKOVIĆ, 1995](#)).

[Jarrah et al. \(1993\)](#) apresentaram duas formulações baseadas em fluxo nas quais os atrasos e cancelamentos dos voos são otimizados independentemente. Nos modelos, a troca de aeronaves e o uso de aeronaves reservas, possibilidades de otimização novas para à época, são permitidos. O algoritmo de Busacker-Gowen ([BUSACKER; GOWEN, 1961](#)) foi usado para tratar três cenários reais de aeroportos nos EUA, fornecendo soluções com atrasos mais curtos do que os praticados na prática. Os modelos foram posteriormente integrados ao sistema de suporte à decisão da United Airlines ([RAKSHIT; KRISHNAMURTHY; YU, 1996](#)).

[Mathaisel \(1996\)](#) descreveu um sistema real de apoio à tomada de decisão em um setor de controle de operações aéreas que incorpora modelos de otimização baseados em fluxo e, como método de solução, utiliza-se o algoritmo Out-of-Kilter. A frota do problema é considerada como homogênea e cancelamentos são permitidos, embora indesejáveis.

[Cao e Kanafani \(1997a\)](#), [Cao e Kanafani \(1997b\)](#) propuseram um modelo de programação quadrática 0-1 para minimizar os atrasos e cancelamentos dos voos, o qual pode ser estendido para tratar problemas que consideram "ferry flights", i.e., voos para reposicionar uma aeronave que não contenha passageiros para outro local, onde possa ser utilizada ([BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2015](#)). O algoritmo *active-set* proposto por [Coleman e Hulbert \(1989\)](#) foi aplicado para resolver instâncias geradas aleatoriamente com 20 a 50 aeroportos, 30 a 150 aeronaves, 5 a 12 aeronaves reservas e 65 a 504 voos. Posteriormente, [Lin e Wang \(2018\)](#) propuseram uma heurística baseada em busca rápida e variável em vizinhança (*Fast Variable Neighbourhood Search*, ou FVNS), constituída de dois estágios: um estágio de inicialização e outro, de melhoria. No primeiro, busca-se uma solução factível a partir do plano inicial de voos. No segundo, trocas de aeronaves são realizadas sucessivamente, de forma gulosa, buscando-se por

melhores soluções até um número finito iterações. O método foi aplicado nas mesmas instâncias que Cao e Kanafani (1997a), Cao e Kanafani (1997b), sendo obtidas soluções com menores atraso total e tempo computacional em relação a eles.

Yan e Yang (1996) apresentaram um modelo básico de ARP que pode ser estendido de acordo com a estratégia utilizada pelos tomadores de decisões para recuperar os voos: cancelamento de voo, cancelamento de voo junto com *ferry flights*, cancelamento e o atraso de voos ou todos os três. Os modelos são resolvidos com relaxação Lagrangiana e um algoritmo de otimização do subgradiente. A abordagem foi testada com instâncias da vida real, encontrando soluções dentro de 1 % de diferença. Posteriormente, Yan e Tu (1997) estenderam os modelos para o caso de frota heterogênea.

Argüello, Bard e Yu (1997) trataram de um problema que engloba diversas características realistas simultaneamente, como: *Turnaround time* (i.e., intervalo de tempo mínimo entre uma aterrissagem e uma decolagem de dois voos diferentes realizados por uma mesma aeronave), janelas de tempo de fechamento para o aeroporto, balanceamento de aeronaves (i.e., o número de aeronaves em determinado aeroporto ao término do período considerado deve ser igual ao do início) e as programações de manutenções obrigatórias. Os autores também propõem um algoritmo GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*), testado em instâncias reais com até 16 aeronaves e 42 voos. Posteriormente, Thengvall, Bard e Yu (2000) apresentaram formulações baseadas nos modelos de Yan e Yang (1996) e Yan e Tu (1997), objetivando reprogramar as aeronaves de forma a minimizar o desvio da programação original. Arcos de proteção e voos diretos ("*through-flights*") foram utilizados para incentivar a roteirização de uma linha de voos para cada aeronave empregada. A abordagem da solução é aplicada às instâncias de Argüello, Bard e Yu (1997) e consiste em resolver a relaxação linear do modelo com um *solver* de propósito geral; as soluções resultantes são posteriormente processadas por heurísticas até que a factibilidade seja alcançada. Posteriormente, os autores expandem os modelos para considerar o fechamento de *hubs* Thengvall, Yu e Bard (2001), Thengvall, Bard e Yu (2003). Também como continuidade do trabalho de Argüello, Bard e Yu (1997), Bard, Yu e Arguello (2001) transformaram o problema em uma rede temporal, a qual foi empregada como base para um modelo matemático que capturasse custos de atraso e cancelamento de cada voo. Aqui, os autores utilizaram a ideia de particionar o tempo contínuo em intervalos discretos, testando-o em um exemplar real com 162 voos, 27 aeronaves e uma rede com 30 aeroportos. Tal estratégia ainda foi estendida por Eggenberg, Salani e Bierlaire (2010) em um modelo denominado "*constraint-specific recovery network*."

Luo e Yu (1997) buscaram minimizar os efeitos do *Ground Delay Program* (GDP), uma das estratégias utilizadas pela Federal Aviation Administration (FAA) para uso mais eficiente do espaço aéreo e das diferentes capacidades dos aeroportos. Tal estratégia

consiste em reduzir temporariamente a quantidade de aterrissagens permitidas durante determinado período para determinados aeroportos, levando os controladores a terem de reprogramar suas programações prévias. O problema foi formulado com um modelo de programação inteira fortalecido com desigualdades válidas a fim de melhorar seu limitante inferior, buscando minimizar tanto o atraso máximo permitido quanto o número de voos que sofreram atrasos. Posteriormente, [Brunner \(2014\)](#) expandiu a abordagem de solução do GDP, desenvolvendo três modelos de programação inteira mista, incluindo também restrições relacionadas ao itinerário dos passageiros e às conexões entre voos das tripulações. No primeiro modelo, os autores buscam apenas minimizar custos operacionais decorrentes de atrasos, cancelamentos e conexões e itinerários perdidos. No segundo, os autores objetivam minimizar também o atraso máximo dos voos. E, por fim, são incluídos termos na função objetivo, variáveis e restrições no modelo buscando minimizar voos que ultrapassem certo limite de atraso (geralmente 15 minutos). Os modelos foram solucionados utilizando *solvers* de propósito geral, e os resultados obtidos a partir de cada modelo foram comparados com as soluções fornecidas pela empresa e por [Luo e Yu \(1997\)](#), de forma que o modelo com mais extensões apresentou o melhor desempenho.

Em [Rosenberger, Johnson e Nemhauser \(2003\)](#), um ARP foi modelado como um *set packing problem* considerando restrições de capacidade. Antes de resolver o modelo, uma heurística de pré-processamento determina quais aeronaves devem ser submetidas à reprogramação e roteirização. Foram apresentados testes que incluem instâncias da vida real com 32 a 96 aeronaves e 139 a 407 voos.

[Filar et al. \(2007\)](#) buscaram solucionar o problema a partir de um ponto de vista de "bem comum". Eles partiram da premissa de que, com uma escolha criteriosa de intervenções (por exemplo, propagação de atrasos e cancelamentos de voos), é possível minimizar os efeitos prejudiciais de interrupções na programação sofrido por todos os *stakeholders*: passageiros, companhias aéreas, empresas aeroportuárias e agências reguladoras de tráfego aéreo. Dentre as suas características, destaca-se o uso da estratégia de discretização do tempo, como [Bard, Yu e Arguello \(2001\)](#), e a sua adaptabilidade para diferentes situações. Uma dessas situações é o início do dia, quando é mais fácil modificar a programação; e outra consiste nos casos de emergência, quando inclusive já há aviões no ar cujos horários de aterrissagem subitamente precisam ser modificados. O modelo foi testado em instâncias reais do aeroporto de Sydney, com até 517 voos.

[D'Ariano, Pistelli e Pacciarelli \(2012\)](#) modelaram o ARP como um problema de *job-shop scheduling*, no qual um *job* (ou, no caso do ARP, uma aeronave) deve realizar uma sequência prescrita de operações em máquinas específicas (ou, no caso do ARP, os recursos do aeroporto) incluindo restrições adicionais do mundo real. Dois métodos

de solução foram empregados e comparados. O primeiro combina a utilização de um conjunto de heurísticas para determinar uma solução factível boa, que serve de ponto de partida para uma então rotina do *Branch-and-bound*. O segundo utiliza uma Busca Tabu, perturbando-se as rotas pré-definidas para cada aeronave e buscando encontrar alguma melhor nas vizinhanças. Utilizando dados reais do aeroporto Roma Fiumicino (FCO), em Roma, Itália, observou-se que a Busca Tabu obteve um melhor desempenho.

Gao et al. (2012) trataram de um ARP cujos voos possuem características que lhes atribuem prioridades, como classe dos passageiros e status do voo. Dependendo da prioridade, diferentes custos relacionados a atrasos e cancelamentos são aplicados. Para resolução, os autores desenvolveram um algoritmo polinomial cuja solução é comprovada, ao longo do artigo, como ótima, testando-o em uma instância com 8 voos e 2 aeroportos.

Akturk, Atamturk e Gurel (2014) e Arkan, Gürel e Aktürk (2016) foram os primeiros a incluir velocidade de cruzeiro nas decisões em um modelo matemático. Embora o aumento da velocidade de cruzeiro diminua o tempo de viagem, contribuindo para reduzir os atrasos, esse aumento também aumenta o consumo de combustível em uma tendência não linear. O *trade-off* entre velocidade e consumo é significativo e deve ser considerado quando se deseja minimizar os custos econômicos decorrentes da reprogramação e as emissões de CO₂. Os autores propõem um modelo quadrático cônico inteiro misto e concluem que permitir a velocidade de cruzeiro fornece melhores resultados em termos de custo e atraso.

Jozefowicz, Mancel e Mora-Camino (2013), Sinclair, Cordeau e Laporte (2014), Sinclair, Cordeau e Laporte (2016), Zhang et al. (2016) desenvolveram diferentes abordagens para tratar um mesmo ARP, no contexto do desafio ROADEF 2009. O desafio ROADEF foi proposto pela organização francesa Association Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF). Ele busca aproximar tanto o setor privado às recentes descobertas no campo da Pesquisa Operacional e Análise de Decisão quanto os pesquisadores a problemas complexos enfrentados pela indústria. Em 2009, o desafio proposto colocava os participantes no papel de uma empresa aérea que, após sofrer algum incidente que perturbasse a programação inicial de voos, deveria desenvolver uma forma de reprogramá-los buscando minimizar os custos financeiros consequentes, tanto relacionados às aeronaves, como combustíveis e taxas por uso do aeroporto, quanto aos passageiros, como a insatisfação destes por atrasos ou cancelamentos, ou seja, o problema integrava decisões relacionadas ao PRP integradas ao ARP, envolvendo instâncias de 608 a 2178 voos, 85 a 618 aeronaves e 35 a 168 aeroportos (ARTIGUES et al., 2012).

Nessa conjuntura, diversas abordagens foram propostas tanto durante o desafio quanto posteriormente, aproveitando-se do contexto e das instâncias geradas. Joze-

fowiez, Mancel e Mora-Camino (2013) desenvolveram uma heurística de três fases. Primeiramente, a heurística busca um novo plano factível, independente dos passageiros. Em seguida, ela busca alocar os passageiros de voos cancelados na etapa anterior a voos então alocados a horários posteriores aos seus de fato, permitindo separação ou combinação de grupos de passageiros (*splitting* ou *merging*, respectivamente). Por último, caso nem todos os passageiros tenham sido alocados, a heurística busca criar novas rotas de voos adicionais para alocá-los. Tal abordagem não levou mais de 4 minutos, mesmo para as maiores instâncias. Sinclair, Cordeau e Laporte (2014) aprimoraram uma heurística de Busca em Vizinhança em Larga Escala (*Large Neighbourhood Search*, ou LNS) desenvolvida pelos vencedores do desafio Bisailon et al. (2011), também de três fases. Na primeira fase, construtiva, a heurística busca encontrar uma solução factível atrasando ou cancelando voos. Na segunda fase, denominada "fase de reparo", busca-se alterar os voos para horários menos congestionados nos aeroportos, bem como realocar tanto os voos cancelados para novas aeronaves ainda não utilizadas quanto os passageiros com voos cancelados. Por fim, na fase final, de melhoria, a heurística testa por novas soluções na vizinhança, propagando atrasos de forma a permitir a alocação de novos passageiros. A heurística forneceu boas soluções dentro do limite de tempo do desafio de 10 minutos. Posteriormente, os autores incluíram uma heurística de pós-otimização baseada em geração de colunas, obtendo melhorias significativas nos resultados em tempos computacionais razoáveis (SINCLAIR; CORDEAU; LAPORTE, 2016). Por fim, Zhang et al. (2016) elaboraram uma matheurística sequencial de três estágios, para resolução das instâncias do desafio. No primeiro estágio, resolve-se o ARP puro, desconsiderando quaisquer restrições relacionadas ao PRP. No segundo, as rotas dos voos são fixadas e seus horários são reprogramados buscando alocar o máximo de passageiros possível. Finalmente, caso haja passageiros ainda sem voos alocados, novas rotas são exploradas buscando acomodá-los. Os autores desenvolveram diferentes modelos para cada etapa, cada qual procedido também por algoritmos heurísticos de melhoria. Quanto aos resultados, dentre os trabalhos que tratam das instâncias do ROADEF 2009, o trabalho de Zhang et al. (2016) foi o que forneceu os melhores resultados.

Outro trabalho sobre ARP desenvolvido pelos últimos foi em Zhang, Lau e Yu (2015), no qual os autores desenvolveram uma heurística de dois estágios para tratar do ARP integrado ao CRP, integração incomum na literatura, visto que geralmente observa-se o tratamento para ambos separadamente ou integrados ao PRP. Nesse trabalho, além das restrições comuns ao ARP, também são consideradas restrições como: horas de voo máximas permitidas por tripulação; máximo de horas que a tripulação pode ficar longe de seu aeroporto de origem; máximo número de aterrissagens por tripulação; e descanso mínimo entre voos. Como abordagem, os autores desenvolveram um algoritmo que, inicialmente, busca resolver o ARP exclusivamente e, no segundo

estágio, busca atender às restrições da tripulação previamente mencionadas. O método foi testado em 12 cenários simulados variando o número de voos, o tamanho do atraso por voo, o atraso máximo permitido e as janelas de tempo do aeroporto. Em todas as instâncias, o algoritmo reprogramou os voos em até 72s sem nenhum cancelamento.

Kammoun, Rezg e Achour (2014) introduziram uma nova abordagem para resolução do ARP, com base na teoria de controle de sistemas por eventos discretos, modelando um sistema de tráfego aéreo como uma rede de Petri temporal. A principal vantagem desse método, comparada com a programação matemática, é a possibilidade de modelar a posição de cada aeronave em uma suposta rede de tráfego aéreo a cada instante. Os autores expandiram a abordagem para lidar com sua complexidade inerente, aproveitando os diagramas de decisão binária para modelar a rede. Subsequentemente, os autores introduziram modificações buscando reduzir o alto custo de memória computacional exigido pelo método e um algoritmo genético foi introduzido para otimizar as redes de Petri temporais (KAMMOUN et al., 2016; KAMMOUN; REZG, 2018; KAMMOUN; REZG, 2019). Posteriormente, em Kammoun, Turki e Rezg (2020), os autores mantiveram o uso do algoritmo genético como método de solução, porém, em vez do uso de rede de Petri temporal, os autores formularam o problema matematicamente. Além disso, dois dos objetivos de otimização considerados em Kammoun, Turki e Rezg (2020) merecem destaque. Primeiramente, assim como Akturk, Atamturk e Gurel (2014) e Arıkan, Gürel e Aktürk (2016), os autores consideraram a velocidade de cruzeiro das aeronaves, ponderando-as ao objetivar minimizar as emissões de CO_2 decorrente dos voos. E, em relação à minimização dos atrasos, foram considerados dois tipos de atrasos: o atraso na partida e o atraso na chegada, os quais poderiam possuir valores diferentes entre si para um mesmo voo uma vez que a velocidade das aeronaves não era constante.

Zhu, Zhu e Gao (2015) foram os pioneiros a considerar variáveis estocásticas em seu modelo para tratar o ARP. O problema parte da ideia de que, quando a reprogramação se dá pela inviabilização temporária de uma aeronave, como uma falha mecânica, as empresas geralmente geram seus novos programas com uma estimativa de quando tal aeronave estará disponível novamente, instante a partir do qual a programação volta a ser seguida conforme inicialmente. Contudo, frequentemente, a duração do conserto da aeronave é maior do que o esperado, de forma que mais voos acabam tendo de ser reprogramados e, conseqüentemente, possivelmente atrasados ou cancelados. O modelo dos autores trata, portanto, tal duração como uma variável aleatória, com um modelo estocástico de dois estágios. O primeiro determina a sequência dos voos para cada aeronave considerando um custo de recurso, i.e., o custo incorrido caso o cenário não se realize. O segundo é o estágio de recurso, que determina o horário de cada voo, mas mantendo-se a sequência. Para resolução, os autores elaboraram um algoritmo a partir da heurística *Greedy Simulated Annealing*, baseado em Gao, Tang e Zhu (2010), e testes foram realizados instâncias reais com até 23 voos e 6 aeronaves, obtendo-se

soluções satisfatórias, segundo os autores, em até 5 minutos.

Hu et al. (2016) modelaram um ARP integrado ao PRP, utilizando um modelo de programação inteira baseado em *set partitioning*, o qual busca alocar recursos limitados (aeronave) em atividades (voos). Para resolvê-lo, uma heurística GRASP de duas fases foi desenvolvida: na primeira, busca-se construir uma solução inicial por meio de uma função gulosa aleatória adaptativa; na segunda, executa-se um procedimento de busca local na solução construída visando encontrar uma melhoria. O método é testado, primeiramente, em um *toy problem*, com apenas 5 voos, para ilustração; e, subsequentemente, em instâncias simuladas baseadas em dados reais de uma empresa aérea chinesa, considerando uma frota variando de 5 a 87 aeronaves, 22 a 340 voos e até 95 aeroportos. Ao comparar as soluções obtidas pelos autores com as soluções obtidas pela heurística *modus operandi* da empresa aérea, a primeira proveu uma melhora significativa em parâmetros como o número de voos cancelados e passageiros ressarcidos, bem como no custo total da recuperação.

Posteriormente, os autores trataram um ARP puro, dessa vez multiobjetivo (HU et al., 2017), ineditismo à época visto que, quando os trabalhos acerca do tema tratavam de um problema com mais de um objetivo, buscava-se reduzi-lo a um único objetivo com uma soma ponderada linear. Para a modelagem, os autores basearam-se em modelos de *set partitioning*. Para instâncias pequenas, os autores desenvolveram um algoritmo exato, denominado *Binary Search - Minimum Cost Flow*, e para instâncias maiores, eles elaboraram uma metaheurística combinando o método de ϵ -restrições com heurísticas de busca em vizinhança. Instâncias simuladas pequenas, com 5 aeronaves e 24 voos, e grandes, com 104 aeronaves e 410 voos, foram testadas, obtendo-se soluções satisfatórias em menos de 1 minuto.

Zhang (2017) abordou o ARP buscando minimizar o número de rotas das aeronaves, visando alocar os voos ao menor número possível de aeronaves. Para tal, desenvolveram um método que gera possíveis rotas a partir do conjunto de voos a serem recuperados, utilizando uma busca em profundidade, e posteriormente executam uma heurística de dois estágios. No primeiro, as rotas com poucos voos são excluídas. No segundo, as rotas restantes entram como um conjunto para a solução de um modelo que objetiva alocá-las às aeronaves. Duas instâncias pequenas (59 e 95 voos) e três grandes (417, 586 e 638 voos), ambas simuladas, foram testadas, obtendo-se resultados satisfatórios em até 150 segundos.

Liang et al. (2018) trataram um ARP que considerava simultaneamente restrições de capacidade de aeroporto (i.e., quantidade máxima de decolagens e aterrissagens simultâneas) de forma explícita e horários flexíveis de manutenção das aeronaves (e não fixos, como geralmente são considerados). Os autores desenvolveram uma heurística baseada em geração de colunas, composta por duas etapas. Um problema mestre, em

que um problema de seleção de rotas é resolvido e seus resultados servem de *input* para os subproblemas subsequentes. Nestes subproblemas, novas rotas são geradas e, caso sejam melhores que as rotas geradas inicialmente, elas são alimentadas ao problema mestre, e, assim, iterativamente, até que não se encontre rotas melhores ou o tempo limite seja atingido. O método foi testado em instâncias reais e simuladas, contendo de 59 a 638 voos, 16 a 44 aeronaves e 12 a 32 aeroportos, obtendo soluções ótimas para as instâncias menores e, para as maiores, com *gap* de 37%, um valor satisfatório segundo a empresa avaliada, com tempos computacionais menores que 6 minutos.

Erkan, Erkip e Şafak (2019) propuseram um modelo matemático genérico para resolver um ARP sob um ambiente de decisões colaborativo. Nele, o modelo proposto possui a menor quantidade de restrições essenciais e permite que os *stakeholders* expandam-no e usem-no para diferentes propósitos, adicionando novas restrições ou usando diferentes funções objetivas de acordo com seus propósitos. Para validação, os autores definiram um caso-base, com objetivos de otimização considerados comuns a quaisquer *stakeholder*, utilizando dados reais de 6h de funcionamento do aeroporto de Mineápolis, EUA. Utilizando um *solver* de propósito geral com tempo limite de 20 minutos, foram obtidas soluções melhores comparativamente à reprogramação realizada pelo aeroporto em relação ao mesmo período.

Chen, Chou e Chou (2020) propuseram duas formulações: uma para a programação de voos e outra para a reprogramação de voos, ambas combinadas com objetivos e restrições relacionadas ao CRP. Semelhantemente a Luo e Yu (1997) e diferentemente da maioria dos outros trabalhos, Chen, Chou e Chou (2020) não buscaram minimizar o atraso total dos voos. A otimização da nova programação de voos, no tocante aos atrasos, se deu pela minimização tanto do atraso máximo permitido quanto do número de voos atrasados, objetivos estes considerados também por, respectivamente, Luo e Yu (1997) e Hu et al. (2017). Para solução dos modelos, os autores utilizaram a heurística NGS-II (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II*, uma variação do Algoritmo Genético) proposta por Deb et al. (2002), combinada com estratégias de reparo e operadores genéticos customizados. O modelo de reprogramação associado à heurística foi validado utilizando-se dois cenários simulados baseados em dados reais, com, respectivamente, 60 e 68 voos, 6 e 9 aeroportos e ambos com 7 aeronaves. O método de solução proposto pelos autores reduziu o número total de voos atrasados de 14 para 10 e de 21 para 19, em cada cenário, em comparação com a reprogramação original gerada pelos controladores de voo. Porém, o atraso máximo dos voos permaneceu igual ou pior que o atraso máximo na reprogramação original.

Shao et al. (2020) desenvolveram um modelo multiobjetivo que fornece uma nova programação de voos buscando minimizar o atraso total dos voos e a soma das probabilidades de seis riscos operacionais, os quais estão relacionados a: controle do

espaço aéreo, colisões de voos, serviço de solo (*ground service*), estacionamento de aeronaves, controle de solo (*ground control*) e conflitos de taxiamento. Uma vez que tais riscos são resultantes, cada um, de diferentes fatores operacionais, seus valores de probabilidade funcionam como limitantes para tais fatores. Para resolver o modelo, os autores utilizaram o algoritmo Multi-Start com seleção inteligente de vizinhança (*Multi-Start Algorithm with Intelligent Neighborhood Selection*, ou MSINS), proposto por [Molina et al. \(2018\)](#). O método foi testado em instâncias simuladas baseadas em dados reais, com 215 voos e 2 aeroportos, e as soluções foram comparadas com o método atualmente utilizado pela operação. O método proposto pelos autores conseguiu reduzir o atraso total dos voos em até 55,79% e os riscos em até 4,71% do valor proposto pelo método atual da operação.

[Vink et al. \(2020\)](#) modelaram o ARP dinamicamente, com o intuito de desenvolverem um *framework* que possibilitasse aos operadores aéreos resolverem as perturbações no planejamento conforme elas fossem ocorrendo ao longo do dia. Para isso, os autores desenvolveram uma heurística de pré-seleção de aeronaves. Tal heurística fornece um conjunto de aeronaves, dentre a frota total disponível, que seria mais vantajoso ser utilizado na reprogramação dos voos. Em seguida, o conjunto é fornecido como *input* para um modelo MIP baseado em redes espaço-tempo paralelas, o qual, enfim, fornece uma nova programação dos voos. O método combinado foi avaliado em 10 cenários simulados com base em dados reais de uma companhia aérea dos EUA, compostos por 600 voos, 70 aeroportos e 100 aeronaves. Para esses cenários, foram encontradas soluções em menos de 1 minuto variando entre 6% a 19% aquém da solução ótima.

O trabalho publicado mais recente sobre o tema encontrado a partir do protocolo da RSL é o de [Vieira et al. \(2021\)](#). Nele, os autores propuseram duas formulações para o ARP: uma baseada em rede, outra baseada em eventos. No problema tratado pelos autores, diversas características inéditas até então foram consideradas: a incorporação simultânea de voos com diferentes prioridades de reprogramação junto à possibilidade de utilizar helicópteros sobressalentes; a precedência obrigatória de voos; a existência de uma única pista para decolagem e pouso no aeroporto; os chamados "voos de comitiva", nos quais, após o pouso da aeronave no heliporto destino, ocupam-no até o final do dia; regras operacionais rígidas relacionadas aos horários diários de voos; e limitações no número e tipo de helicópteros disponíveis para alguns voos. Além disso, os autores também propuseram heurísticas de construção e de melhoria para resolver o problema. Para validação, foram utilizados exemplares tanto reais quanto simulados baseados em cenários reais, variando entre 9 a 45 voos e 6 a 13 helicópteros. Por fim, os tempos de solução variaram entre 0,02s e 2,18min.

Como pode-se notar, em contraste com a simplicidade do modelo de [Teodorović e Guberinić \(1984\)](#), atualmente os trabalhos centrados no ARP envolvem formulações

com um número bem maior de restrições, além de considerar mais particularidades dos problemas reais. Para ilustrar a evolução dos estudos acerca do ARP, tome-se como exemplo duas formulações: a formulação de [Teodorović e Guberinić \(1984\)](#), dado como o primeiro trabalho sobre o tema; e a formulação baseada em fluxo de [Vieira et al. \(2021\)](#), trabalho mais recente publicado sobre o tema.

Comparando-se ambas em relação aos aspectos dos problemas, enquanto em [Teodorović e Guberinić \(1984\)](#) a frota é homogênea e apenas o aeroporto possui limitações de janela de tempo, em [Vieira et al. \(2021\)](#) a frota é heterogênea e tanto o aeroporto quanto as aeronaves possuem limitações de janelas de tempo. Quanto aos objetivos de otimização, enquanto [Teodorović e Guberinić \(1984\)](#) buscaram minimizar os atrasos dos voos ponderados pela quantidade de passageiros, [Vieira et al. \(2021\)](#) buscaram minimizar os atrasos dos voos, as trocas de aeronaves, os cancelamentos dos voos e uso de aeronaves reservas, simultaneamente. Outrossim, convém ressaltar que, na formulação mais recente, os atrasos, cancelamentos e aeronaves ainda se subdividem de acordo com o tamanho do atraso, tipo de voo cancelado e tipo de aeronave reserva utilizada, respectivamente. Finalmente, o ARP em [Vieira et al. \(2021\)](#) envolve ainda uma gama de restrições inéditas a outros ARP, conforme mencionado anteriormente nesta seção. Dessa forma, pode-se notar a diversidade de elementos realistas do problema englobados pela formulações mais atuais, incluindo as deste trabalho, evidenciando a evolução da literatura acerca do tema ao longo dos anos.

A Figura 9 resume os artigos supracitados de acordo com algumas características principais. No tocante aos aspectos do problema, o primeiro destaque se dá quanto à heterogeneidade da frota, dada a concentração de estudos considerando frotas homogêneas (56%), pois, embora essa consideração facilite a modelagem do problema e a construção de métodos de solução, essa não é a realidade da maioria dos operadores aéreos ([BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2015](#)). Quanto às janelas de tempo, observa-se que a maioria dos autores consideram a janela de tempo dos aeroportos (67%), porém uma pequena parcela tem restrições relacionadas à janela de tempo das aeronaves (14%), e apenas três autores (9%) tratam o problema considerando ambas janelas de tempo simultaneamente. Já o uso de dados reais para testes é comum, com a maioria dos trabalhos apresentando tal aspecto (74%).

Convém ressaltar que a janela de tempo das aeronaves é uma característica comum a problemas reais, especialmente quando considerando um horizonte de tempo de reprogramação maior, como uma semana. Devido a questões como contratos de trabalho ou manutenções preventivas após determinado número de horas em operação, as aeronaves devem interromper suas operações momentaneamente, estando indisponíveis, nesse período, para a realização de novos voos ([BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2015](#)). Dessa forma, convém explorar formulações e métodos que incor-

Figura 9 – Visão geral das características dos ARP tratados na literatura

	Aspectos						Objetivos		Métodos de solução	
	HF ¹	JTAP ²	JTH ³	DR ⁴	A ⁵	T ⁶	C ⁷	Outro	Heurístico	Exato
Teodorović e Guberinic (1984)	Hom ⁸	-	-	-	✓	-	-	-	Heurístico	<i>Branch-and-bound</i>
Teodorović e Stojković (1990)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	-	Heurística	-
Jarrah et al. (1993)	Hom	✓	-	-	✓	✓	✓	-	-	Algoritmo Busacker-Gowen
Teodorović e Stojković (1995)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	-	Heurística	-
Mathaisel (1996)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	-	-	Algoritmo Out-of-Kilter
Yan e Yang (1996)	Hom	✓	-	-	✓	✓	✓	Uso de aeronaves reservas	Relaxação Lagrangiana	Simplex
Arguello (1997)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	-	GRASP	-
Cao e Kanafani (1997a), Cao e Kanafani (1997b)	Hom	✓	-	-	✓	✓	✓	-	Algoritmo Active Set	-
Luo e Yu (1997)	Hom	-	-	-	✓	-	-	Atraso máximo; N° de voos atrasados	Heurística	SPG ¹⁰
Yan e Tu (1997)	Het ⁹	✓	-	-	✓	✓	✓	-	Relaxação Lagrangiana	Simplex
Thengvall, Bard e Yu (2000)	Het	-	-	-	✓	✓	✓	-	Heurística	SPG
Bard, Yu e Arguello (2001)	Hom	✓	-	-	✓	✓	✓	-	-	SPG
Thengvall, Yu e Bard (2001)	Het	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	SPG
Rosenberger, Johnson e Nemhauser (2003)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	CRP ¹¹ ; PRP ¹²	Heurística	SPG
Thengvall, Bard e Yu (2003)	Het	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-
Filar et al. (2007)	Het	✓	-	-	✓	-	✓	-	-	SPG
Eggenberg, Salani e Bierlaire (2010)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	-	Heurística	Geração de Colunas
D'Arano, Pistelli e Paccarelli (2012)	Het	-	-	-	✓	-	-	-	Busca Tabu	<i>Branch-and-bound</i>
Gao et al. (2012)	Hom	✓	-	-	✓	-	-	-	-	Algoritmo dedicado
Jozefowicz, Mancel e Mora-Camino (2013)	Het	✓	✓	✓	✓	-	✓	Custos \$; PRP; Balanceamento de aeronaves	Heurística	SPG
Akturk, Atamturk e Günel (2014)	Ambos	-	-	-	✓	✓	-	-	-	SPG
Brunner (2014)	Hom	-	-	-	✓	-	✓	CRP; PRP	-	SPG
Kammoun, Rezg e Achour (2014)	Hom	✓	-	-	✓	-	-	-	-	Algoritmo dedicado
Sindair, Cordeau e Laporte (2014)	Het	✓	✓	✓	✓	-	✓	Custos \$; PRP; Balanceamento de aeronaves	LNS	-
Zhang, Lau e Yu (2015)	Het	✓	-	-	✓	-	✓	CRP	Heurística	SPG
Zhu, Zhu e Gao (2015)	Hom	✓	-	-	✓	-	✓	Modelo estocástico; Custo de recurso	Heurística	SPG
Arkan, Günel e Akturk (2016)	Het	-	-	-	✓	✓	✓	Custos \$; PRP	-	SPG
Hu et al. (2016)	Het	✓	-	-	✓	-	✓	PRP	Heurística	-
Kammoun et al. (2016)	Hom	✓	-	-	✓	-	-	-	-	Algoritmo dedicado
Sindair, Cordeau e Laporte (2016)	Het	✓	✓	✓	✓	-	✓	Custos \$; PRP; Balanceamento de aeronaves	Heurística	-
Zhang et al. (2016)	Het	-	✓	✓	✓	-	✓	PRP	Matheurística	SPG
Hu et al. (2017)	Het	✓	-	-	✓	✓	✓	Atraso máximo	Heurística	BSMCF
Zhang (2017)	Het	✓	-	-	✓	✓	✓	N° de rotas; Balanceamento de aeronaves	Heurística	SPG
Kammoun e Rezg (2018)	Hom	✓	-	-	✓	-	-	-	Algoritmo Genético	-
Liang et al. (2018)	Hom	-	✓	✓	✓	✓	✓	Troca de horários de manutenção	Heurística	-
Lin e Wang (2018)	Hom	✓	-	-	✓	-	-	-	FVNS	-
Erkan, Erkip e Safak (2019)	Hom	✓	-	-	✓	-	-	-	-	SPG
Kammoun e Rezg (2019)	Hom	-	-	-	✓	-	-	-	Algoritmo Genético	-
Chen, Chou e Chou (2020)	Hom	-	-	-	✓	-	-	CRP; N° de voos atrasados; Atraso máximo	Algoritmo Genético	-
Kammoun, Turki e Rezg (2020)	Hom	-	-	-	✓	-	✓	Custo \$; Consumo de combustível; Emissões de CO2	Algoritmo Genético	-
Shao et al. (2020)	Het	✓	-	-	✓	-	-	Probabilidades de riscos	MSINS	-
Yank et al. (2020)	Het	✓	-	-	✓	✓	✓	Custo \$; Troca das rotas das aeronaves	Heurística	SPG
Veira et al. (2021)	Het	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Uso de aeronaves reservas	Heurística	SPG

¹ Heterogeneidade da frota; ² Janela de tempo do aeroporto; ³ Janela de tempo da aeronave; ⁴ Testes com dados reais; ⁵ Minimização do atraso total; ⁶ Minimização da troca de aeronaves;
⁷ Minimização dos voos cancelados; ⁸ Homogênea; ⁹ Heterogênea; ¹⁰ Solver de otimização de propósito geral; ¹¹ Custos relacionados ao *Cost Recovery Problem* (para mais informações, ver Belobaba, Odoni e Barnhart (2015));
¹² Custos relacionados ao *Passenger Recovery Problem* (para mais informações, ver Belobaba, Odoni e Barnhart (2015)).

porém essa característica a fim de torná-los mais próximos de uma situação cotidiana real.

No que se refere aos objetivos de otimização de cada problema, observou-se que quase todos os artigos da RSL buscam minimizar os atrasos dos voos a serem reprogramados, com exceção de [Luo e Yu \(1997\)](#) e [Chen, Chou e Chou \(2020\)](#), os quais buscaram minimizar o valor do atraso máximo permitido e o de número de voos atrasados. Em relação ao cancelamento dos voos, a maioria dos trabalhos também busca minimizá-los (70%), ou seja, os cancelamentos são permitidos, embora indesejáveis. Adicionalmente, além desses trabalhos, na RSL foram identificados ARPs cujos cancelamentos não são permitidos, de forma que eles são modelados como restrições rígidas do problema, como ([KAMMOUN; REZG, 2018](#)) e ([ERKAN; ERKIP; ŞAFK, 2019](#)). Também, quanto à minimização de troca de aeronaves, observou-se que poucos trabalhos (33%) buscaram minimizar tal decisão, embora essa seja uma das principais estratégias para resolver o ARP na prática segundo [Belobaba, Odoni e Barnhart \(2015\)](#), caracterizando, assim, mais um aspecto realístico do problema, que, embora seja comum, raramente é considerado na literatura. Sob tal perspectiva, embora cerca de 30% dos trabalhos considerem os três objetivos simultaneamente, ainda é uma porcentagem pequena.

Já em relação aos métodos de solução, percebe-se uma preferência ligeiramente maior pelo uso de métodos heurísticos (67%) do que exatos (60%), de forma que a maioria utilizou ambos no mesmo trabalho, seja de forma combinada ([ZHANG, 2017](#)), sequencial ([D'ARIANO; PISTELLI; PACCIARELLI, 2012](#)) ou alternada dependente do tamanho da instância ([HU et al., 2017](#)). Quanto às heurísticas, a maioria visou desenvolver uma heurística própria, geralmente de dois ou mais estágios, com exceção a [Arguello \(1997\)](#), [D'Ariano, Pistelli e Pacciarelli \(2012\)](#), [Sinclair, Cordeau e Laporte \(2014\)](#), [Lin e Wang \(2018\)](#), [Kammoun e Rezg \(2018\)](#), [Kammoun e Rezg \(2019\)](#), [Kammoun, Turki e Rezg \(2020\)](#), [Chen, Chou e Chou \(2020\)](#), que elaboraram heurísticas a partir de outras clássicas da literatura. Por outro lado, no que tange aos métodos exatos, destaca-se o frequente uso de métodos baseados em modelos e então resolvidos via *solvers* de propósito geral.

Outrossim, comparando as características dos artigos de forma holística, aqueles que possuem mais semelhanças com esta pesquisa, além de [Vieira et al. \(2021\)](#) que tratam do mesmo ARP desta pesquisa, são os trabalhos de [Jozefowicz, Mancel e Mora-Camino \(2013\)](#), [Sinclair, Cordeau e Laporte \(2014\)](#), [Sinclair, Cordeau e Laporte \(2016\)](#) e [Liang et al. \(2018\)](#). Os três primeiros consideram as instâncias do desafio ROADEF 2009, portanto, em termos de aspectos do problema e objetivos de otimização, são idênticos entre si. Logo, duas particularidades os diferenciam do ARP desta pesquisa. Primeiramente, nos três artigos, os autores não buscam minimizar as trocas de aeronaves previamente designadas aos voos antes da reprogramação, ao contrário deste trabalho.

Em segundo lugar, nos três artigos, os autores também buscam minimizar objetivos que esta pesquisa não trata, sendo eles: os custos financeiros incorridos pelas decisões de atrasos, o balanceamento de aeronaves e decisões relacionadas ao PRP. Quanto aos custos financeiros, o ARP deste trabalho não os consideram pois, conforme relatado pela empresa, a satisfação dos colaboradores e o atendimento à legislação trabalhista em termos de carga horária de trabalho é prioritário. Quanto ao balanceamento de aeronaves, tal restrição não se aplica neste trabalho pois os trajetos dos voos tem início e fim invariavelmente no mesmo aeroporto (visto que só há 1 aeroporto). E, quanto às decisões relacionadas ao PRP, é interessante ressaltar que, neste problema, os passageiros já estão previamente alocados aos voos, sendo indissociáveis. Logo, não há decisões como, por exemplo: separação ou combinação de grupos de passageiros (*splitting* e *merging*, respectivamente); diferentes penalidades para os atrasos e/ou cancelamentos dependendo da identificação do passageiro; ou preocupações conflitantes entre itinerários de passageiros e rotas de aeronaves.

Em relação a [Liang et al. \(2018\)](#), embora os autores objetivem minimizar as trocas de aeronaves, outras particularidades diferem o ARP tratado do problema desta trabalhado nesta pesquisa. Quanto ao aeroporto, não há restrições que limitem seu uso com base no tempo, enquanto, neste trabalho, o aeroporto possui limitações de janela de tempo. Quanto às aeronaves, a frota considerada pelos autores é homogênea, enquanto, nesta pesquisa, a frota é heterogênea. Adicionalmente, quanto aos objetivos de otimização, embora muito similares ao deste trabalho, os autores também buscam, simultaneamente, minimizar as trocas de horários de manutenção programados. Estes últimos são determinados períodos de tempo fixos, específicos para cada aeronave, em que estas devem, obrigatoriamente, permanecer no aeroporto, sem poderem realizar novos voos. Assim, não há restrição semelhante no ARP desta dissertação, visto que os helicópteros possuem toda a janela de tempo disponível para realizarem os voos que a eles forem designados.

Finalmente, embora existam diversos trabalhos que tratam de problemas de otimização em transporte aéreo em empresas de gás e óleo no mundo, como no Mar Norte ([SIERKSMA; TISSEN, 1998](#); [QIAN; GRIBKOVSKAIA; SR, 2011](#); [QIAN et al., 2012](#); [QIAN et al., 2015](#)), Nigéria ([TIMLIN; PULLEYBLANK, 1992](#)), México ([ROMERO; SHEREMETOV; SORIANO, 2007](#); [CABALLERO-MORALES; MARTINEZ-FLORES, 2020](#)), Golfo Pérsico ([ABBASI-POOYA; KASHAN, 2017](#)), e Brasil ([GALVÃO; GUIMARÃES, 1990](#); [MORENO; ARAGÃO; UCHOA, 2006](#); [MENEZES et al., 2010](#); [HERMETO; FERREIRA; BAHIENSE, 2014](#); [ROSA et al., 2016](#); [BASTOS; FLECK; MARTINELLI, 2020](#)), a maioria trata de problemas de roteamento de aeronaves e alocação de passageiros, conforme mencionado por [Bastos, Fleck e Martinelli \(2020\)](#), não sendo encontrado na literatura, até o presente momento, um trabalho que trate do ARP em tal contexto.

Em outras palavras, o presente trabalho estuda um problema real com características gerais dos ARPs, mas também com algumas características particulares adicionais que o diferenciam dos problemas tratados na literatura. A discussão detalhada destas características está apresentada no próximo capítulo, que incluem: frota heterogênea; janelas de tempo do aeroporto e das aeronaves consideradas simultaneamente; limitações de apenas uma decolagem ou aterrissagem simultaneamente por aeroporto; voos com diferentes prioridades de reprogramação; precedência obrigatória entre determinados voos; compatibilidade entre aeroportos e helicópteros; número máximo de voos por helicóptero; entre outras características; além dos objetivos simultâneos de minimização de atrasos, cancelamentos de voos e trocas e uso de aeronaves.

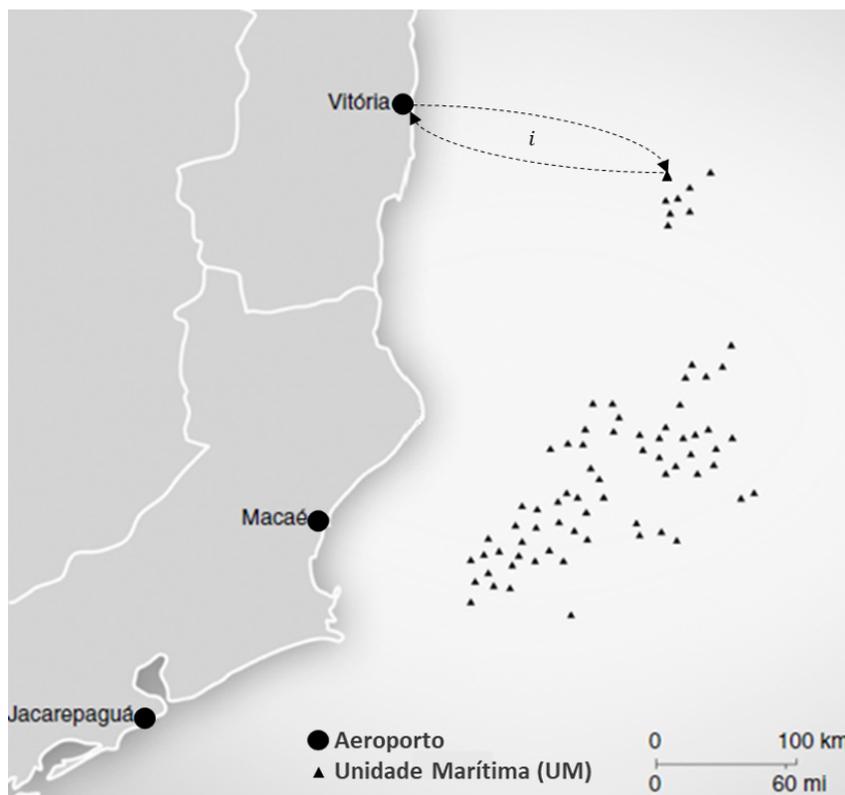
Também convém ressaltar que outros trabalhos do mesmo grupo de pesquisa na UFSCar também trataram recentemente do mesmo problema desta dissertação, ou de problemas com algumas singularidades que os diferenciam um pouco do presente problema, mas com outros enfoques de abordagens de solução, como, por exemplo, ??) e [Vieira et al. \(2021\)](#). [De La Vega et al. \(2021\)](#) utilizam, primeiramente, uma formulação baseada em fluxo, e depois modelam o problema por uma segunda formulação discreta, em que o horizonte de tempo é representado por múltiplos períodos discretos. Métodos combinando as duas formulações são investigados. [Vieira et al. \(2021\)](#) utilizam uma formulação diferente baseada em eventos e propõem heurísticas de construção e de melhoria para resolver o problema. Já nesta dissertação, foram exploradas cinco formulações ao todo: duas delas baseadas em variáveis de designação e precedência, sendo que uma utiliza variáveis de fluxo, semelhante a [De La Vega et al. \(2021\)](#), e a outra, não; uma baseada em variáveis de designação apenas, sem utilizar variáveis de precedência; e outras duas baseadas em eventos, com uma delas utilizando também variáveis de fluxo, como em [Vieira et al. \(2021\)](#), e outra, não. Além disso, o modelo que conferiu as melhores soluções para as instâncias testadas foi estendido por meio de heurísticas MIP, abordagem não tratada nestes outros estudos do grupo do projeto.

Portanto, com base na RSL realizada e na discussão acima, infere-se que, até então, não foram constatados trabalhos na literatura que tratem o problema com as mesmas particularidades que o desta dissertação de forma combinada. Ademais, como métodos de solução, conforme previamente mencionado, não foram encontrados artigos que utilizam heurísticas MIP para tratar o ARP. Dessa maneira, identifica-se uma lacuna da literatura a ser preenchida e esta pesquisa pretende contribuir para isso.

3 Descrição do problema

Nesta seção, o problema objeto deste estudo é apresentado e suas características são melhor detalhadas. Este problema tratado reflete a realidade de uma empresa que, diariamente, deve realizar voos transportando um grupo de colaboradores e funcionários de cada aeroporto na costa marítima para as suas UMs, e, em seguida, retornarem trazendo outro grupo de colaboradores e funcionários das UMs para o aeroporto, por meio de helicópteros. O mapa na Figura 10 ilustra parte dos aeroportos e das UMs da empresa em que ocorrem as operações de transporte aéreo aqui estudadas, além de um típico voo i .

Figura 10 – Mapa dos aeroportos e UMs da empresa estudada com representação de um voo i



Fonte: Adaptado de [Menezes et al. \(2010\)](#).

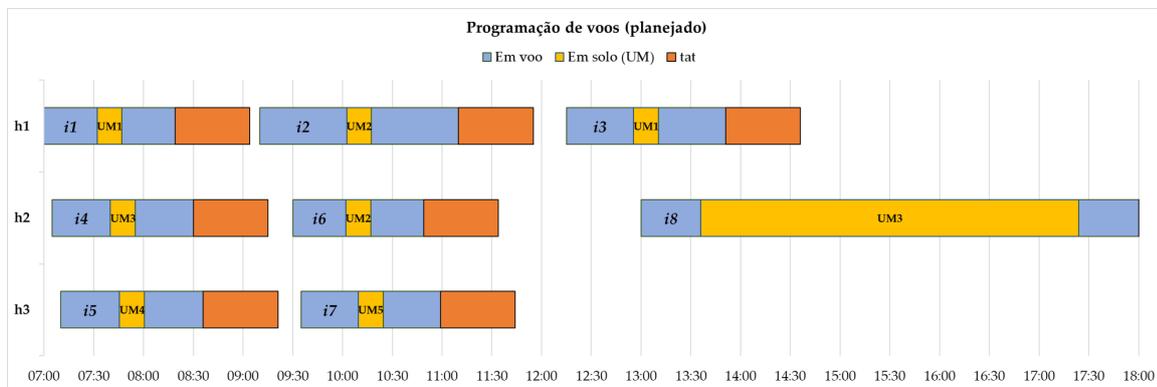
Tal transporte é organizado conforme programação realizada no início de cada semana, programação esta que deve ocorrer normalmente a menos que haja algum evento inesperado, como condições climáticas ruins no aeroporto ou nas UMs, atrasos dos passageiros no embarque ou desembarque, variações nos tempos de viagem e em solo, falhas em helicópteros, suprimento de combustível indisponível, problemas com o controle de tráfego aéreo, entre outros. Estes eventos são frequentes no dia-a-

dia, e podem causar atrasos nos horários de partida dos voos, alterações na alocação dos helicópteros aos voos e até mesmo o reagendamento de voos para o dia seguinte (denominados de "voos transferidos"). Essas alterações demandam uma revisão da programação de voos previamente estabelecida, configurando-se assim o *Aircraft Recovery Problem*. No caso dos voos transferidos, a programação de voos do dia d deve ser revisada para incluir tanto os voos transferidos de dias anteriores a d , quanto os voos previamente agendados para o dia d (denotados como "voos de tabela"). A fim de melhor ilustrar este problema, na seção a seguir é descrito um ARP-exemplo, o qual, ao longo desta dissertação, é referenciado em outros momentos para elucidar as formulações matemáticas e as heurísticas MIP.

3.1 Ilustração do Problema

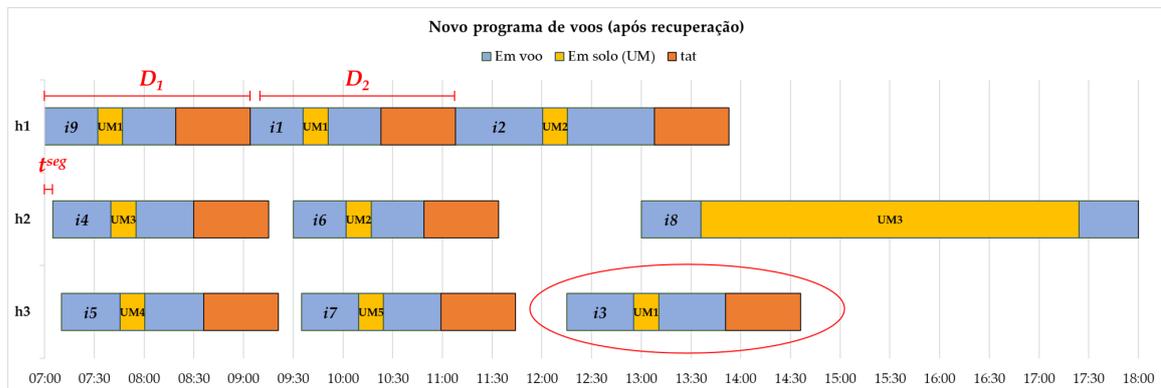
Suponha o ARP descrito a seguir, denominado de "ARP-Ex". Para este problema ilustrativo, considere a Figura 11, representando a programação dos voos de determinado dia d , realizada no início daquela semana fictícia; e a Figura 12, representando a reprogramação de voos após a inclusão de um voo transferido (i_9) do dia anterior $d - 1$.

Figura 11 – Programação de voos inicial para determinado dia d



Fonte: Autoria própria.

Figura 12 – Reprogramação de voos para determinado dia d após recuperação dos voos do dia $d - 1$



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 11, tem-se um gráfico de Gantt representando um planejamento hipotético simples, estruturado no início daquela semana, de um determinado dia d . Esse planejamento consiste em sete voos de tabela (i_1 a i_7) e um voo de comitiva (i_8) (tipo especial de voo correspondente a certas visitas que, geralmente, duram até o final do dia). Para cada voo, o gráfico indica: os horários de partida programados correspondentes, no eixo horizontal; os tempos de viagem do aeroporto às UMs (um_1 a um_5), representado pelo intervalo azul inicial; os períodos de visita nas unidades, representado pelo intervalo amarelo; e o tempo de viagem de volta ao aeroporto, indicado pelos intervalos azuis logo após os intervalos amarelos. Três helicópteros (h_1 , h_2 e h_3) são usados para realizar esses voos: h_1 , para os voos i_1, i_2, i_3 ; h_2 para i_4, i_6, i_8 ; e h_3 para i_5, i_7 . Na ausência de eventos inesperados, os voos de tabela i_1 a i_8 seguiriam estritamente a programação ilustrada na Figura 11.

Contudo, supondo a ocorrência de tais eventos inesperados, parte dos voos de tabela do dia anterior $d - 1$ poderia ter sido transferida para o dia d . Assim, a Figura 12 ilustra essa situação, na qual um voo transferido do dia anterior, aqui denominado de voo i_9 , é reprogramado para o dia atual d . Conforme pode-se notar, após a construção desta nova programação, h_1 é designado aos voos i_9, i_1, i_2 ; h_2 mantém-se nos voos i_4, i_6, i_8 e h_3 , aos voos i_5, i_7, i_3 . Também observa-se, na Figura 12, que há dois atrasos nos horários de partida dos voos i_1, i_2 , denotados por $D_1, D_2 > 0$, respectivamente, consequências da recuperação do voo i_9 , e que o voo i_3 foi redesignado do helicóptero h_1 para h_3 . Assim, dependendo do número de voos transferidos de dias anteriores, a reprogramação pode incidir em atrasos adicionais de outros voos (como em i_1, i_2), transferências de outros helicópteros (como em i_3), ou mesmo na transferência de alguns desses voos para o dia seguinte (como ocorreu com i_9 , no dia $d - 1$). Do mesmo modo, também estão representados: o *turnaround time* (ou “tat”), que é o intervalo de tempo obrigatório ao término de cada voo, correspondente ao tempo de preparação do helicóptero para realizar o próximo voo a ele designado; e o t^{seg} , intervalo de

tempo mínimo entre a decolagem de dois voos consecutivos realizados por helicópteros diferentes no aeroporto.

Portanto, além de envolver a reprogramação dos voos de tabela, comitiva e transferidos do dia anterior, o ARP tratado nesta pesquisa também envolve a minimização das diversas consequências negativas resultantes desse processo, caracterizada pela minimização da soma ponderada de diferentes penalidades definidas pelos operadores da empresa e associadas a:

- **Atrasos:** Voos de tabela e de comitiva devem ser reprogramados o mais próximo possível de seus horários inicialmente definidos. Um voo de tabela ou comitiva que ocorra em até 15 minutos além de seu horário de partida programado ($D_i \leq 15$, D_i em minutos) não é considerado atrasado, sendo levemente indesejável (denominado de "Atraso do tipo I"); porém, entre 15 minutos e 4 horas ($15 < D_i \leq 240$), o voo é considerado atrasado e é moderadamente indesejável (denominado "Atraso do tipo II"); por fim, decorridas 4 horas após seu horário inicial ($D_i > 240$), o voo é cancelado do dia corrente e, portanto, transferido para o dia seguinte do aeroporto, o que é bem indesejável. Voos de transferência do dia anterior, embora não tenham horário pré-determinado, devem ser reprogramados para o horário mais cedo possível no dia corrente;
- **Transferências:** Caso seja necessário cancelar voos do dia atual e transferi-los para o dia seguinte após o processo de reprogramação, há prioridades que devem ser consideradas nesse cancelamento: cancelar voos de tabela para o dia seguinte é levemente indesejado; cancelar voos já transferidos do dia anterior com 1 dia de atraso é moderadamente indesejável; voos já transferidos do dia anterior com 2 ou mais dias de atraso é altamente indesejável; e, por fim, cancelar e transferir voos de comitiva são gravemente indesejáveis;
- **Uso de helicópteros:** Os voos do aeroporto devem ser reprogramados usando o menor número possível de helicópteros;
- **Troca de helicópteros:** É preferível que cada voo do aeroporto seja reprogramado sem alterar o helicóptero previamente designado a ele.

Nesse processo, as seguintes características devem ser levadas em consideração no tocante ao aeroporto, às UMs, aos voos e aos helicópteros:

- **Aeroporto:**
 - O aeroporto possui uma pista única, de forma que apenas um helicóptero pode decolar por vez;

- O tempo entre duas decolagens consecutivas na pista do aeroporto não deve ser menor que um determinado intervalo de tempo, indicado na Figura 12 como t^{seg} ;
- A decolagem e a aterrissagem de cada helicóptero devem ocorrer com luz do sol, de forma que o aeroporto possui, assim, uma janela de tempo que deve ser respeitada;
- Após o pouso no aeroporto, o helicóptero é submetido a um procedimento de inspeção, correspondente ao tempo total de preparação do helicóptero para realizar o próximo voo, determinando assim que haja um intervalo mínimo de tempo entre uma aterrissagem e uma decolagem consecutivas para um mesmo helicóptero, o qual, como citado anteriormente, é denominado *turnaround time*, ou *tat*, conforme ilustrado nos intervalos alaranjados dos gráficos de Gantt nas Figuras 11 e 12;

- **Unidades Marítimas (UMs):**

- A localização de uma UM de um voo é fixa e conhecida a priori;
- Cada unidade marítima possui uma única pista para pouso e decolagem e, portanto, apenas um helicóptero pode estar no solo dessa unidade por vez;
- Devido às operações de embarque e desembarque na unidade, o intervalo de tempo entre o pouso e a decolagem de um helicóptero não deve ser menor que um determinado intervalo de tempo, identificado nas Figuras 11 e 12 pelos intervalos amarelos, durante o qual outros helicópteros não podem pousar na UM. Logo, a operação de reprogramação dos voos deve garantir que o intervalo de tempo entre as decolagens de dois voos consecutivos partindo do aeroporto com destino a mesma unidade marítima respeite esse intervalo;

- **Voos:**

- Cada voo i é definido pelo destino da unidade marítima um e pelo horário de partida do aeroporto no dia atual, sendo representado pela sequência simples: aeroporto - unidade marítima - aeroporto, conforme ilustrado na Figura 10; além disso, cada voo tem um conjunto de passageiros pré-alocado a ele;
- Pode haver mais de um voo para cada unidade marítima em um determinado dia, como na Figura 12, em que há três voos para a um_1 , por exemplo;
- Os tempos de viagem de um voo são assumidos determinísticos e dependem apenas do destino (i.e., da UM de destino);

- Um voo de tabela não deve sair do aeroporto antes da hora de partida original, motivo pelo qual, na Figura 12, o voo i_8 não é adiantado na reprogramação, mesmo que o helicóptero h_2 esteja disponível para tal. Logo, a reprogramação de voos de tabela só pode adiar seus horários de partida, mas nunca antecipá-los;
- Conforme discutido no início desta seção, há um limite de tolerância para os atrasos dos voos de tabela e de comitiva: um voo de tabela pode atrasar, no máximo, até quatro horas; caso seja necessário ultrapassar esse limite, o voo é transferido para o dia seguinte e reagendado juntamente com outros voos de transferência e com os voos de tabela do dia seguinte.
- Voos de transferência de dias anteriores e do dia corrente indo para uma mesma UM devem ser programados de modo a respeitar a sua ordem de precedência, ou seja, a aterrissagem de um voo de transferência do dia anterior em uma dada UM não pode ocorrer depois da aterrissagem de um voo de tabela indo para a mesma UM, como se observa na Figura 12: o voo i_9 , por ser de transferência com destino à um_1 , teve de ser reprogramado antes dos voos i_1 e i_3 , ainda que isso gerasse atrasos nos voos i_1 e i_2 , ilustrados, respectivamente, por D_1 e D_2 , e a realocação do voo i_3 para o helicóptero h_3 ;
- Conforme mencionado anteriormente, há também um subconjunto de voos prioritários chamados voos da comitiva, os quais são, geralmente, visitas por gerentes e representantes de agências regulamentadoras e de fiscalização ambiental e segurança. Os helicópteros destes voos permanecem nas UMs por mais tempo do que os voos da tabela e, durante o período que estão em uma UM, impossibilitam que outros voos aterrissem nela. Além disso, os helicópteros utilizados para tais voos também permanecem na UM, de forma que eles ficam indisponíveis para a realização de novos voos. Em geral, as permanências desses voos nas UMs são longas, durando até o final do dia, conforme ilustrado pelo voo i_8 nas Figuras 11 e 12;

- **Helicópteros:**

- Existem helicópteros de diferentes tipos de acordo com suas prioridades de uso: normal, que são helicópteros que devem ser usados preferencialmente; *pool*, que são helicópteros reservas, os quais devem ser usados em segundo lugar, preferencialmente; e *spot*, um segundo tipo de helicópteros reservas cujo uso deve ser evitado devido ao seu alto custo;
- Além da disponibilidade, a frota de helicópteros é heterogênea por diferirem tanto em termos de capacidade quanto em termos de compatibilidade com as UMs. Em relação à capacidade, nem todos os helicópteros podem realizar

todos os voos por conta do número de passageiros que podem transportar (cada voo tem um número de passageiros previamente alocados a ele). Em relação à compatibilidade, certos voos para determinadas UMs não podem ser realizados por determinados helicópteros ou por estes não poderem viajar distâncias tão longas ou por não serem compatíveis com o tamanho dos heliportos destas UMs.

Assim, para resolver este problema, inicialmente, foram desenvolvidos cinco modelos matemáticos de programação inteira mista que o representassem, considerando seus objetivos de otimização e suas diversas restrições práticas. No Capítulo 4, tais modelos são descritos.

4 Modelagem matemática

Para modelar o problema definido no capítulo anterior, foram elaboradas e avaliadas diferentes formulações (denominadas de M1, M2, M3, M4 e M5) a fim de se optar por aquela que fornecesse os melhores resultados dentre elas, e também por aquela a ser utilizada nas MIP heurísticas do próximo capítulo. A primeira formulação (M1) foi baseada em [De La Vega et al. \(2021\)](#), utilizando variáveis de designação, precedência e fluxo. A segunda (M2) e a quinta (M5) formulações foram baseadas em [Vieira et al. \(2021\)](#), ambas baseadas em eventos, porém em M2 utilizam-se variáveis de fluxo enquanto que em M5, apenas de designação de recursos a eventos. Por fim, a terceira (M3) e a quarta (M4) formulações foram baseadas em [Unlu e Mason \(2010\)](#), utilizando variáveis de designação e precedência, mas sem as de fluxo (M3), e utilizando somente variáveis de designação (M4). A seguir, essas formulações são apresentadas e detalhadas, utilizando-se dos dados do ARP-Ex, apresentado no Capítulo 3, para ilustração.

Ressalta-se que há diversos elementos das formulações, como conjuntos, parâmetros e variáveis, que estão presentes em mais de uma formulação, porém mantendo-se sempre o mesmo significado atribuído àquela notação. Assim, a variável $Z_{i,j}$, por exemplo, mantém seu mesmo significado em todos os modelos em que ela surge; já as variáveis X e Y , por possuírem diferentes propósitos a cada formulação, são denominadas como $X1, X2, X3, X4, X5$ e $Y1, Y2, Y4, Y5$, de acordo com o título do modelo a que pertencem.

4.1 Modelo 1 - Designação e precedência com variáveis de fluxo

A primeira formulação, denominada de modelo M1, foi baseada em variáveis de fluxo, semelhante à proposta por [De La Vega et al. \(2021\)](#). Comparativamente, o trabalho de [De La Vega et al. \(2021\)](#) difere do presente trabalho por tratar de um ARP com algumas restrições diferentes das incorporadas no ARP desta dissertação, como helicópteros com diferentes jornadas de trabalho entre si, presença de voos obrigatórios e de paradas mandatórias da tripulação dos helicópteros para almoço. Além disso, os autores utilizaram uma formulação diferente da deste trabalho, discretizando o horizonte de tempo em períodos múltiplos discretos e explorando um modelo em tempo discreto para resolver o problema original de forma aproximada.

Considere a seguinte notação para os conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo:

- **Conjuntos**

- I = Conjunto de voos;
- I_C = Conjunto de voos de comitiva;
- I_2 = Conjunto de voos de transferência com 2 ou mais dias de atraso;
- I_1 = Conjunto de voos de transferência com 1 dia de atraso;
- $I_{transf} = I_2 \cup I_1$ = Conjunto com todos os voos de transferência;
- I_0 = Conjunto de voos de tabela;
- UM = Conjunto de unidades marítimas
- I_{um}^U = Conjunto de voos com destino para a unidade marítima $um \in UM$;
- H = Conjunto de helicópteros;
- H_S = Conjunto de helicópteros do tipo *spot*;
- H_P = Conjunto de helicópteros do tipo *pool*;
- H_N = Conjunto de helicópteros do tipo normal.

- **Parâmetros**

- twa = Início da janela de tempo do aeroporto;
- twb = Término da janela de tempo do aeroporto;
- r_i = Instante inicialmente programado para partida do voo i ;
* Se $i \in I_{transf}$, $r_i = twa$;
- t^{seg} = Intervalo de tempo mínimo entre duas decolagens seguidas de helicópteros diferentes do aeroporto;
- tf_i = Tempo de voo do voo i , incluindo o tempo de permanência na unidade marítima.
- t_{um} = Tempo de permanência na unidade marítima $um \in UM$;
- tat = *Turnaround time*, ou intervalo de tempo mínimo entre dois voos consecutivos realizados por um mesmo helicóptero;
- d^I = Limite de tempo a partir do qual um voo de tabela (I_0) ou de comitiva (I_C) é considerado atrasado. Abaixo deste valor, o voo não é considerado como atrasado;
- d^{II} = Limite do maior atraso aceitável por voo de tabela (I_0) ou de comitiva (I_C);
- $a_{i,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ foi inicialmente alocado ao voo } i, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

- $c_{i,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ é compatível com o voo } i, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- n^{max} = número máximo de voos que cada helicóptero consegue realizar por dia. Embora tal limitação não exista por via de regra, na prática, os helicópteros só conseguem realizar uma certa quantidade total de voos diariamente;

• **Variáveis**

- $X1_{i,j,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ realiza o voo } j \text{ imediatamente após realizar o voo } i, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- $Y1_{i,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ é alocado ao voo } i, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- $Z_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se a partida do voo } i \text{ precede a partida do voo } j, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- $V_h = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ é designado a pelo menos 1 voo,} \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- DT_i = Instante de partida do voo i ;
- AT_i = Instante de chegada do voo i ;
- D_i = Atraso do voo i ;
- $B_i^I = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 < D_i \leq d^I, \text{ i.e., o voo } i \text{ parte após } r_i, \text{ mas não está atrasado;} \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- $B_i^{II} = \begin{cases} 1, & \text{se } d^I < D_i \leq d^{II}, \text{ i.e., o voo } i \text{ está atrasado, mas num tempo aceitável;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

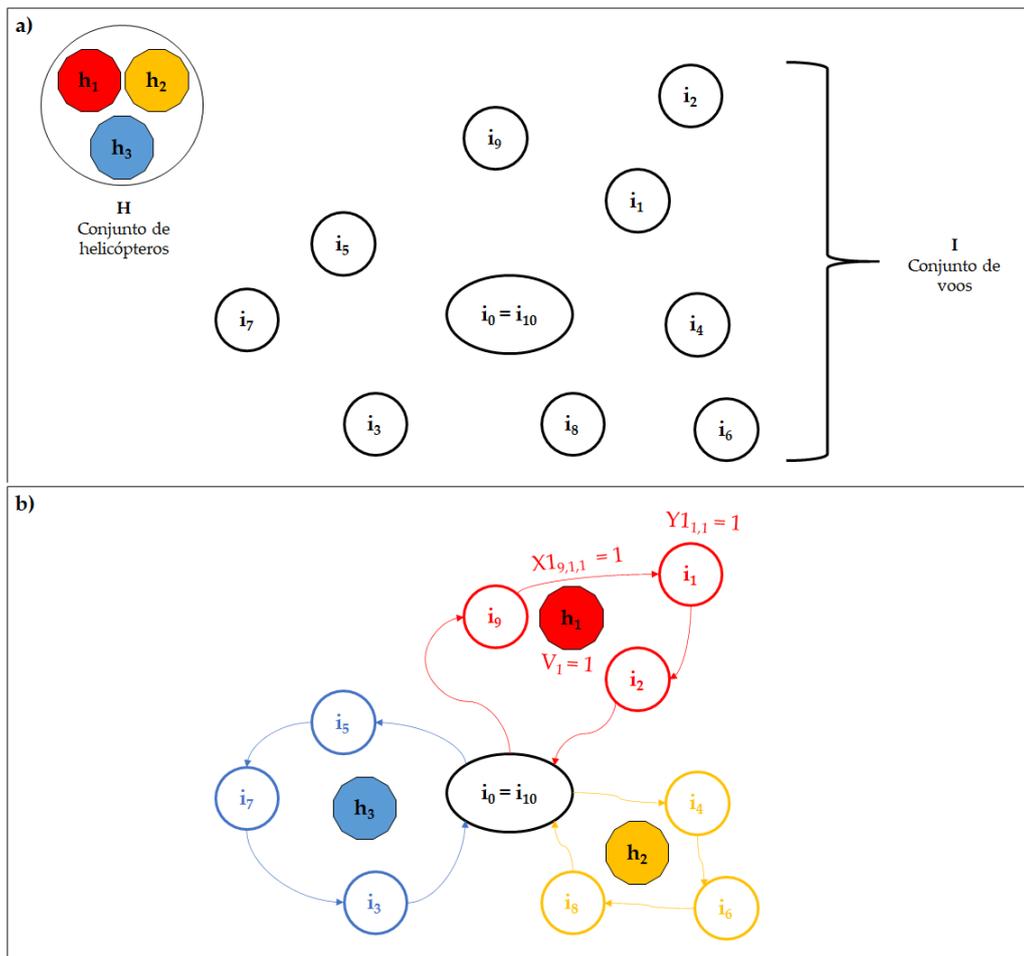
Para melhor elucidação, considere as Figuras 13 e 14, ambas referentes ao ARP-Ex. Sejam I e H os conjuntos de voos a serem reprogramados e de helicópteros disponíveis, respectivamente. O conjunto I ainda é particionado nos subconjuntos I_C , I_2 , I_1 e I_0 , dependendo se o voo é de comitiva, transferência com 2 dias ou mais de atraso, transferência de 1 dia de atraso ou de tabela, respectivamente, assim como o conjunto H nos subconjuntos H_S , H_P e H_N , de acordo com o tipo de helicóptero: *spot*, *pool* e *normal*. No conjunto I , ainda são considerados os voos fictícios i_0 e i_{n+1} , em que $n = |I|$ representa o número total de voos, de forma que qualquer sequência de voos de qualquer helicóptero inicia-se em i_0 e finaliza em i_{n+1} . O problema é representado por meio do grafo orientado e completo $G = (I^+; A)$, em que I^+ é o conjunto de nós do grafo e A é o conjunto de arcos do mesmo. Aqui, $I^+ = \{0; I; n + 1\}$ e $A = \{(i, j) : i \in \{0\} \cup I; j \in I \cup \{n + 1\}; i \neq j\}$.

Na Figura 13, tem-se a sequência de voos atribuídas a cada helicóptero. Tomando o helicóptero h_1 , por exemplo, observa-se que sua sequência é dada pelos voos $i_0, i_9, i_1, i_2, i_{10}$. Cada voo i alocado a um helicóptero h é dado pela variável $Y1_{i,h}$, como o voo i_1 , em destaque na figura. Cada arco ligando dois voos é definido pela variável $X1_{i,j,h}$, indicando qual voo j é realizado pelo helicóptero h imediatamente após determinado voo i (na Figura 13, o arco entre os voos i_9 e i_1 , realizados pelo helicóptero h_1 , está em destaque). Por fim, se ao menos um voo é realizado por um helicóptero h , a variável referente V_h assume o valor 1, conforme ilustrado na figura para o helicóptero h_1 . Observe que, como h_1 realiza três voos, tem-se que $V_1 = 1$.

O restante das variáveis e parâmetros estão exemplificadas na Figura 14. O atraso do voo i_1 , no exemplo, é de 124 minutos, de forma que $D_1 = 124$ e implicando que $B_i^I = 0, B_i^{II} = 1$. Entre duas decolagens consecutivas no aeroporto, como i_9 e i_4 , observa-se que o intervalo t^{seg} foi respeitado. A janela de tempo do exemplo inicia-se às 07:00 (twa) e finaliza às 18:00 (twb). O horário de partida (DT_6) e de chegada (AT_6) do voo i_6 no aeroporto, bem como o tempo de voo (tf_6) e o tempo de permanência na unidade marítima (t_{um}) é ilustrado. Por fim, a variável $Z_{i,j}$ é demonstrada considerando os voos i_1, i_2 : como o voo i_1 decola antes do voo i_2 , tem-se que $Z_{1,2} = 1$.

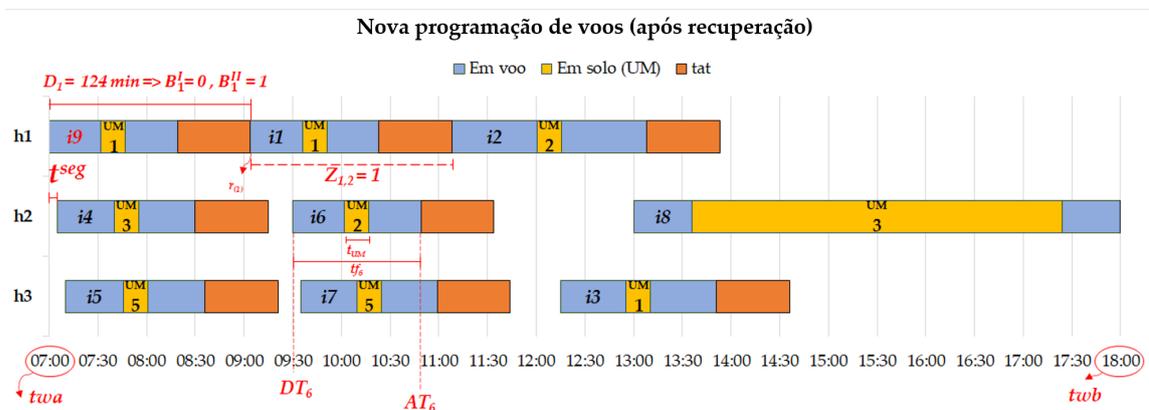
Ainda, cabe uma ressalva quanto aos voos de transferência de dias anteriores (I_{transf}): como apresentado no Capítulo 3, na prática, eles não possuem horários de partida definidos no início da reprogramação (ou seja, não há um valor atribuído a r_i para tais voos). Porém, uma vez que os mesmos devem ser reprogramados o mais cedo possível, assumiu-se que seus respectivos valores de r_i eram iguais ao da janela de tempo de abertura do aeroporto (twa). Dessa forma, devido à penalidade w_{11} presente nas Funções Objetivo em todos os modelos, isto é, nas Equações (4.1), (4.33), (4.57), (4.82) e (4.109), estes são incentivados a reprogramá-los próximos ao início do dia. A seguir, o modelo é detalhado.

Figura 13 – Ilustração esquemática do modelo M1 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação



Fonte: Autoria própria.

Figura 14 – Ilustração de parâmetros e variáveis na programação de voos recuperada para o dia d



Fonte: Autoria própria.

O modelo M1 é definido pelo seguinte MIP:

Penalidades

A função objetivo do modelo M1 a ser minimizada é dada em (4.1).

$$\begin{aligned}
 F = & w_1(|I_C| - \sum_{i \in I_C} \sum_{h \in H_i} Y1_{i,h}) + w_2(|I_2| - \sum_{i \in I_2} \sum_{h \in H} Y1_{i,h}) + w_3(|I_1| - \sum_{i \in I_1} \sum_{h \in H} Y1_{i,h}) \\
 & + w_4(|I_0| - \sum_{i \in I_0} \sum_{h \in H} Y1_{i,h}) + w_5 \sum_{h \in H_s} V_h + w_6 \sum_{h \in H_p} V_h + w_7 \sum_{h \in H_n} V_h \\
 & + w_8 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^{II} + w_9 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^I + w_{10} \sum_{i \in I_0 \cup I_C} \sum_{h \in H, h \neq a_i} Y1_{i,h} + w_{11} \sum_{i \in I} D_i \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

A seguir, encontram-se os respectivos significados de cada parcela correspondente em (4.1), de acordo com a penalidade w que a acompanha:

- w_1 : transferência de um voo de comitiva para o dia seguinte;
- w_2 : transferência de um voo com dois dias de atraso para o dia seguinte;
- w_3 : transferência de um voo com 1 dia de atraso para o dia seguinte;
- w_4 : transferência de um voo de tabela para o dia seguinte;
- w_5 : uso de um helicóptero da frota tipo *spot*;
- w_6 : uso de um helicóptero da frota tipo *pool*;
- w_7 : uso de um helicóptero da frota tipo normal;
- w_8 : um atraso do tipo II;
- w_9 : um atraso do tipo I;
- w_{10} : uma troca de aeronave;
- w_{11} : por unidade de tempo de atraso.

As restrições do modelo M1 são detalhadas a seguir:

$$\sum_{j \in \{0\} \cup I} X1_{j,i,h} = \sum_{j \in I \cup \{n+1\}} X1_{i,j,h}, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in I} \sum_{h \in H} X1_{0,j,h} = \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} X1_{i,(n+1),h} \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in I} X1_{0,j,h} = V_h, \forall h \in H \quad (4.4)$$

As restrições (4.2) a (4.4) são referentes ao fluxo. As restrições (4.2) tratam da conservação do fluxo. As restrições (4.3) impõem que o total de arcos partindo do nó fictício inicial i_0 deva ser igual ao de arcos chegando ao nó fictício final j_{n+1} . Por fim, as restrições (4.4) ditam que o valor de V^h deva ser igual ao total de arcos partindo do nó fictício inicial i_0 pelo helicóptero h .

$$\sum_{j \in I \cup \{n+1\}} X1_{i,j,h} = Y1_{i,h}, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.5)$$

$$\sum_{h \in H} Y1_{i,h} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.6)$$

$$Y1_{i,h} \leq V_h, \forall h \in H, \forall i \in I \quad (4.7)$$

$$\sum_{i \in I} Y1_{i,h} \leq n^{\max} V_h, \forall h \in H \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in I} Y1_{i,h} \geq V_h, \forall h \in H \quad (4.9)$$

$$Y1_{i,h} + Y1_{j,h} - twb(1 - Z_{i,j}) \leq 1, \forall i \in I_C, \forall j \in I/I_C, \forall h \in H \quad (4.10)$$

As restrições (4.5) a (4.10) referem-se à designação dos voos. As restrições (4.5) relacionam as variáveis $X1_{i,j,h}$ e $Y1_{i,h}$, de forma que, caso um voo i seja designado a alguma aeronave h , esse voo obrigatoriamente deve preceder um, e somente um, voo j , podendo j ser o nó final $n + 1$. As restrições (4.6) definem que no máximo um voo i pode ser alocado a cada helicóptero h . As restrições (4.7) e (4.9) ativam a variável V^h , necessária para contabilização do uso de helicópteros de acordo com o tipo da frota a que pertencem (H_N, H_P, H_S), conforme penalidades w_5 a w_7 . As restrições (4.8) limitam o número total de voos realizados por um helicóptero h a, no máximo, até o valor do parâmetro n^{\max} . Nesse sentido, convém ressaltar que, embora esta limitação não exista na prática, as restrições (4.8) melhoram a eficiência do *solver*, sem perda de generalidade. As restrições (4.10) garantem que, caso um voo de comitiva i seja alocado a um helicóptero h , nenhum outro voo j posterior a i seja alocado ao mesmo helicóptero h , dado que este estará em pouso na Unidade Marítima do referido voo de comitiva i .

$$DT_j \geq AT_i + tat \sum_{h \in H} X1_{i,j,h} - twb(1 - \sum_{h \in H} X1_{i,j,h}), \forall i, j \in I \quad (4.11)$$

$$AT_i = DT_i + tf_i \sum_{h \in H} Y1_{i,h}, \forall i \in I \quad (4.12)$$

$$r_i \sum_{h \in H} Y_{1_{i,h}} \leq DT_i, \forall i \in I \quad (4.13)$$

$$DT_i \leq r_i \sum_{h \in H} Y_{1_{i,h}} + D_i, \forall i \in I \quad (4.14)$$

$$AT_i \leq twb \sum_{h \in H} Y_{1_{i,h}}, \forall i \in I \quad (4.15)$$

As restrições (4.11) a (4.15) são restrições temporais. As restrições (4.11) determinam a sequência cronológica dos voos nos helicópteros, enquanto as restrições (4.12) e (4.14) são necessárias para determinar os valores de AT_i e D_i , respectivamente. Por fim, as restrições (4.13) (4.15) impõem limites para os horários de partidas dos voos: as primeiras determinam que os voos não podem partir antes do instante previamente programado (r_i), enquanto as seguintes impõem a janela de tempo de fechamento do aeroporto (twb).

$$B_i^I + B_i^{II} \leq 1, \forall i \in I_0 \cup I_C \quad (4.16)$$

$$D_i \leq d_I B_i^I + d_{II} B_i^{II}, \forall i \in I_0 \cup I_C \quad (4.17)$$

As restrições (4.16) e (4.17) relacionam-se à contabilização dos atrasos de cada voo. As restrições (4.16) determinam se, caso um voo de tabela ou de comitiva parta após seu horário previamente programado, ele será penalizado conforme o atraso tipo I ou tipo II (B_i^I e B_i^{II} , respectivamente), enquanto (4.17) calculo o valor desse atraso.

$$DT_j - DT_i \leq twb(Z_{i,j} + 2 - \sum_{h \in H} Y_{1_{i,h}} - \sum_{h \in H} Y_{1_{j,h}}), \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.18)$$

$$Z_{i,j} + Z_{j,i} \leq 1, \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.19)$$

$$Z_{i,j} + Z_{j,i} \geq \sum_{h \in H} Y_{1_{i,h}} + \sum_{h \in H} Y_{1_{j,h}} - 1, \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in I, j \neq i} Z_{i,j} \leq |I| \sum_{h \in H} Y_{1_{i,h}}, \forall i \in I \quad (4.21)$$

As restrições (4.18) até (4.19) relacionam-se à ativação da variável $Z_{i,j}$, responsável por indicar a precedência entre dois voos i e j ($i \neq j$). Tal variável é essencial para incorporar as restrições práticas (4.22) e (4.23) a seguir.

$$DT_j - DT_i \geq t^{seg} Z_{i,j} - twb(1 - Z_{i,j}), \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.22)$$

$$DT_j - DT_i \geq t_{um} Z_{i,j} - twb(1 - Z_{i,j}), \forall i, j \in I, i \neq j, \forall um \in UM \quad (4.23)$$

As restrições (4.22) garantem que haja o intervalo mínimo de t^{seg} minutos entre duas decolagens consecutivas no aeroporto, enquanto, similarmente, (4.23) evitam que haja aterrissagens em UMs ocupadas com helicópteros em seus heliportos. Por fim, as restrições (4.24) a (4.32) determinam o domínio das variáveis.

$$X1_{i,j,h} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in I, \forall h \in H \quad (4.24)$$

$$Y1_{i,h} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.25)$$

$$Z_{i,j} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in I \quad (4.26)$$

$$V_h \in \{0, 1\}, \forall h \in H \quad (4.27)$$

$$DT_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.28)$$

$$AT_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.29)$$

$$D_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.30)$$

$$B_i^I \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.31)$$

$$B_i^{II} \in \{0, 1\} \forall i \in I \quad (4.32)$$

A fim de atender algumas restrições práticas, certas fixações de variáveis são impostas, conforme a lista abaixo, a fim de reduzir o tamanho do problema já no pré-processamento. As fixações (i) impõem que voos de tabela ou de comitiva não ocorram antes de voos de transferência desde que possuam como destino a mesma unidade marítima. As fixações (ii) evitam que ocorram quaisquer voos posteriores para uma UM que receba um voo de comitiva. Finalmente, as fixações (iii) a (v) garantem que os voos não sejam alocados a helicópteros que não possam realizá-los.

$$(i) Z_{i,j} = 0, \text{ se } i = I_0 \cup I_C \cap I_{um}^U \text{ e } j = I_{transf} \cap I_{um}^U, \forall um \in UM$$

$$(ii) Z_{i,j} = 0, \text{ se } i = I_C \cap I_{um}^U \text{ e } j = I/I_C \cap I_{um}^U, \forall um \in UM$$

$$(iii) Y1_{i,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$$

$$(iv) X1_{i,j,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i, j \in I, \forall h \in H$$

$$(v) X1_{i,j,h} = 0, \text{ se } c_{j,h} = 0, \forall i, j \in I, \forall h \in H$$

4.2 Modelo 2 - Eventos com variáveis de fluxo

A segunda formulação, denominada de Modelo M2, foi baseada em eventos utilizando variáveis baseadas em fluxo, semelhante à proposta por [Vieira et al. \(2021\)](#). Tal trabalho, convém ressaltar, trata do mesmo ARP que esta dissertação, porém distingue-se por utilizar uma abordagem heurística que, embora também combine heurísticas construtivas e de melhorias, não pertence ao conjunto das heurísticas MIP.

Considere as seguintes notações para o conjunto e para as variáveis adicionais do modelo M2:

- **Conjunto**

- E = Conjunto de eventos de decolagens.

- **Variáveis**

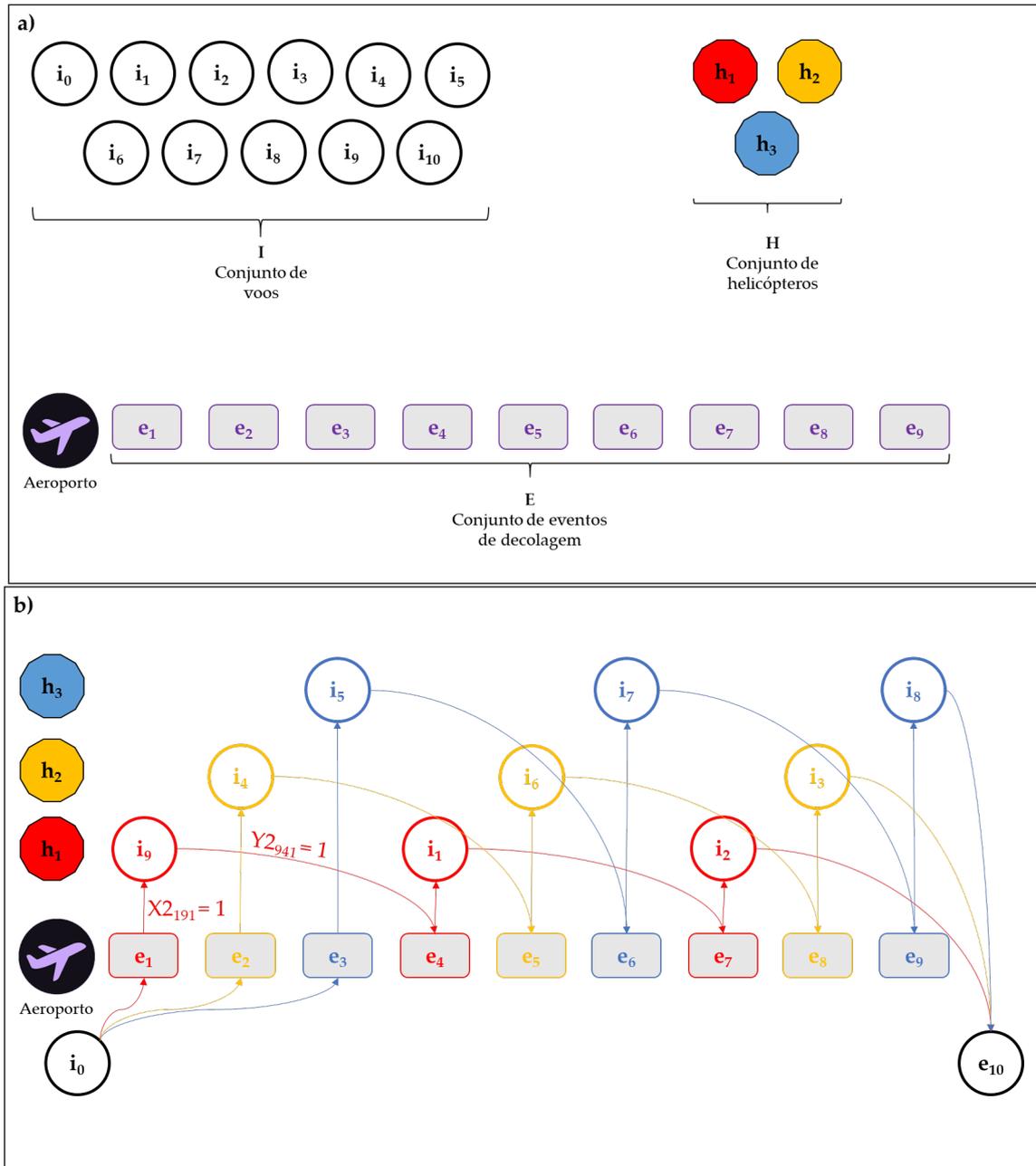
- $X_{2_{e,i,h}} = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ realiza o voo } i \text{ partindo do evento de decolagem } e, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

- $Y_{2_{i,e,h}} = \begin{cases} 1, & \text{se o helicóptero } h \text{ utiliza o evento de decolagem } e \text{ imediatamente após o voo } i \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

- W_e = Instante de partida do evento e .

Para melhor ilustração deste modelo M2, considere a Figura 15, também refere-se ao ARP-Ex. Considere os mesmos conjuntos do modelo M1, acrescido, agora, do conjunto E , que consiste nos eventos ordenados de decolagem do aeroporto, de forma que a primeira decolagem é dada por e_1 , a segunda por e_2 , e assim sucessivamente. A cada voo i designado a um helicóptero h , deve-se associar um evento e de decolagem do aeroporto (dado pela variável $Y_{2_{i,e,h}}$), e vice-versa (dado, agora, pela variável $X_{2_{e,i,h}}$), formando, assim, sequências de voos para cada helicóptero, os quais devem, obrigatoriamente, iniciar no voo artificial i_0 e finalizar no evento artificial e_{n+1} , sendo $n = |E| = |I|$. A Figura 15 ilustra essa representação e, logo a seguir, o modelo é detalhado.

Figura 15 – Ilustração esquemática do modelo M2 para a recuperação dos voos no dia *d*: a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação



Fonte: Autoria própria.

O modelo M2 é definido pelo seguinte MIP. A função objetivo do modelo M2 é dada em (4.33), e os valores das penalidades de cada parcela e seus respectivos significados são os mesmos que os utilizados no modelo M1.

$$\begin{aligned}
F = & w_1(|I_C| - \sum_{e \in E} \sum_{i \in I_C} \sum_{h \in H} X_{2e,i,h}) + w_2(|I_2| - \sum_{e \in E} \sum_{i \in I_2} \sum_{h \in H} X_{2e,i,h}) + w_3(|I_1| - \sum_{e \in E} \sum_{i \in I_1} \sum_{h \in H} X_{2e,i,h}) \\
& + w_4(|I_0| - \sum_{e \in E} \sum_{i \in I_0} \sum_{h \in H} X_{2e,i,h}) + w_5 \sum_{e \in E} \sum_{h \in H_s} Y_{20,e,h} + w_6 \sum_{e \in E} \sum_{h \in H_p} Y_{20,e,h} + w_7 \sum_{e \in E} \sum_{h \in H_n} Y_{20,e,h} \\
& + w_8 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^{II} + w_9 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^I + w_{10} \sum_{e \in E} \sum_{i \in I_0 \cup I_C} \sum_{h \in H, h_i \neq a_i} X_{2e,i,h} + w_{11} \sum_{i \in I} D_i \quad (4.33)
\end{aligned}$$

As restrições do modelo M2 são detalhadas a seguir.

$$\sum_{e \in E} \sum_{h \in H} X_{2e,i,h} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.34)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} X_{2e,i,h} \leq 1, \forall e \in E \quad (4.35)$$

$$\sum_{e \in E} X_{2e,i,h} = \sum_{g \in EU\{n+1\}} Y_{2i,g,h}, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.36)$$

$$\sum_{i \in IU\{0\}} Y_{2i,e,h} = \sum_{j \in I} X_{2e,j,h}, \forall e \in E, \forall h \in H \quad (4.37)$$

$$\sum_{e \in E} Y_{20,e,h} \leq 1, \forall h \in H \quad (4.38)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{e \in E} Y_{2i,e,h} \leq n^{\max}, \forall h \in H \quad (4.39)$$

As restrições (4.34) até (4.39) são restrições referentes ao fluxo. As restrições (4.34) determinam que, no máximo, somente um voo i de um helicóptero h pode ser alocado para cada evento de decolagem e , enquanto, semelhantemente, as restrições (4.35) determinam que somente um evento e de um helicóptero h , no máximo, pode ser alocado para cada voo i . As restrições (4.36) implicam que, se um voo i for alocado, então um evento predecessor e e um evento sucessor g (podendo ser este o evento artificial final e_{n+1}) devem ser alocados a ele. Paralelamente, as restrições (4.37) implicam que, se um evento e for alocado, então um voo predecessor imediato i (podendo ser o voo artificial inicial i_0) e um voo sucessor imediato j devem ser alocados a ele. Em relação à designação aos helicópteros, tem-se que as restrições (4.38) determinam que, se um evento e é alocado ao voo artificial inicial i_0 , um e apenas um helicóptero h deve ser alocado ao mesmo, enquanto as restrições (4.39) limitam o número máximo de voos

que podem ser alocados a cada helicóptero a um número menor ou igual ao parâmetro de n^{max} .

$$W_e \geq W_{(e-1)} + t^{seg} \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} X2_{e,i,h}, \forall e \in E \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} W_g &\geq W_e + t f_i + t a t - t w b (2 - X2_{e,i,h} - Y2_{i,g,h}), \\ &\forall e \in E, \forall g \in E, g > e, \forall i \in I, \forall h \in H \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} W_{\{n+1\}} &\geq W_e + t f_i - t w b (2 - X2_{e,i,h} - Y2_{i,\{n+1\},h}), \\ &\forall e \in E, \forall i \in I, \forall h \in H \end{aligned} \quad (4.42)$$

No que tange às decolagens, as restrições (4.40) e (4.41) evitam sobreposições no aeroporto e nas UMs, respectivamente. As restrições (4.42) são necessárias para evitar que o último voo programado considere o $t a t$, visto que, por ser o último voo, não é necessário que haja tempo de preparação para um próximo voo ao seu término.

$$r_i \sum_{h \in H} X2_{e,i,h} \leq W_e, \forall e \in E, \forall i \in I \quad (4.43)$$

$$W_e \leq r_i \sum_{h \in H} X2_{e,i,h} + D_i + t w b (1 - \sum_{h \in H} X2_{e,i,h}), \forall e \in E, \forall i \in I \quad (4.44)$$

$$W_e \leq t w b, \forall e \in E \cup \{n+1\} \quad (4.45)$$

$$B_i^I + B_i^{II} \leq \sum_{e \in E} \sum_{h \in H} X2_{e,i,h}, \forall i \in I_C \cup I_0 \quad (4.46)$$

$$D_i \leq d_I B_i^I + d_i^{II} B_i^{II}, \forall i \in I_C \cup I_0 \quad (4.47)$$

As restrições (4.43) a (4.47) são as já conhecidas restrições temporais e de atraso: (4.43) implicam que nenhum evento pode ter seu horário de decolagem anterior ao horário previamente planejado de seu respectivo voo i e (4.45) impõem a janela de tempo de fechamento do aeroporto. Quanto aos atrasos, as restrições (4.44) e (4.47) calculam o atraso do voo i e as restrições (4.46) definem o tipo de atraso.

$$\sum_{h \in H} \sum_{g=1}^{e-1} X2_{g,j,h} \leq 1 - \sum_{h \in H} X2_{e,i,h}, \quad (4.48)$$

$$\forall um \in UM, \forall i \in I_{transf} \cap I_{um}^U, \forall j \in I_0 \cup I_C \cap I_{um}^U, \forall e \in E$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{g=e+1}^{|E|} X2_{g,j,h} \leq 1 - \sum_{h \in H} X2_{e,i,h}, \quad (4.49)$$

$$\forall um \in UM, \forall i \in I_C \cap I_{um}^U, \forall j \in I_0 \setminus I_C \cap I_{um}^U, \forall e \in E$$

$$\sum_{j \in I, j \neq i} \sum_{g=e+1}^{|E|} X2_{g,j,h} \leq 1 - X2_{e,i,h}, \forall i \in I_C, \forall e \in E, \forall h \in H \quad (4.50)$$

As restrições (4.48) a (4.50) referem-se à precedência dos voos. As restrições (4.48) implicam que voos de tabela e comitiva não podem ocorrer antes de voos de transferência com destino à mesma unidade marítima um . As restrições (4.49) bloqueiam os voos para determinada unidade marítima um após um voo de comitiva para tal e, por último, as restrições (4.50) impedem que voos sejam designados para determinado helicóptero h posteriormente a um voo de comitiva designado para o mesmo. As restrições (4.51) a (4.56) determinam o domínio de cada variável.

$$X2_{e,i,h} \in \{0, 1\}, \forall e \in E, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.51)$$

$$Y2_{i,e,h} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall e \in E, \forall h \in H \quad (4.52)$$

$$W_e \in \mathbb{R}_+, \forall e \in E \quad (4.53)$$

$$D_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.54)$$

$$B_i^I \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.55)$$

$$B_i^{II} \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.56)$$

Para evitar que voos sejam alocados a helicópteros que não possam realizá-los, as fixações (i) e (ii) a seguir devem ocorrer.

$$(i) X2_{e,i,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$$

$$(ii) Y2_{i,e,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$$

4.3 Modelo 3 - Designação com variáveis de posição

Nesta formulação, o ARP deste trabalho foi modelado como um problema de programação (*scheduling*) de tarefas, ou seja, de designação de tarefas a máquinas e definição da sequência de processamento de tais tarefas, bem como de seus instantes de início e término de processamento (ARENALES et al., 2015). O Modelo M3 foi, assim, adaptado de Unlu e Mason (2010), seguindo o paradigma de variáveis de designação e posicionais. Nesse paradigma, as variáveis de decisão são definidas com base na ideia

de que cada máquina possui um número fixo de posições nas quais as tarefas podem ser atribuídas. Tais posições especificam a posição relativa de uma tarefa em relação às outras tarefas processadas na mesma máquina e, por consequência, especificam a sequência de trabalhos na máquina.

Considere a seguinte notação para o conjunto e para a variável adicional do modelo M3:

- **Conjunto**

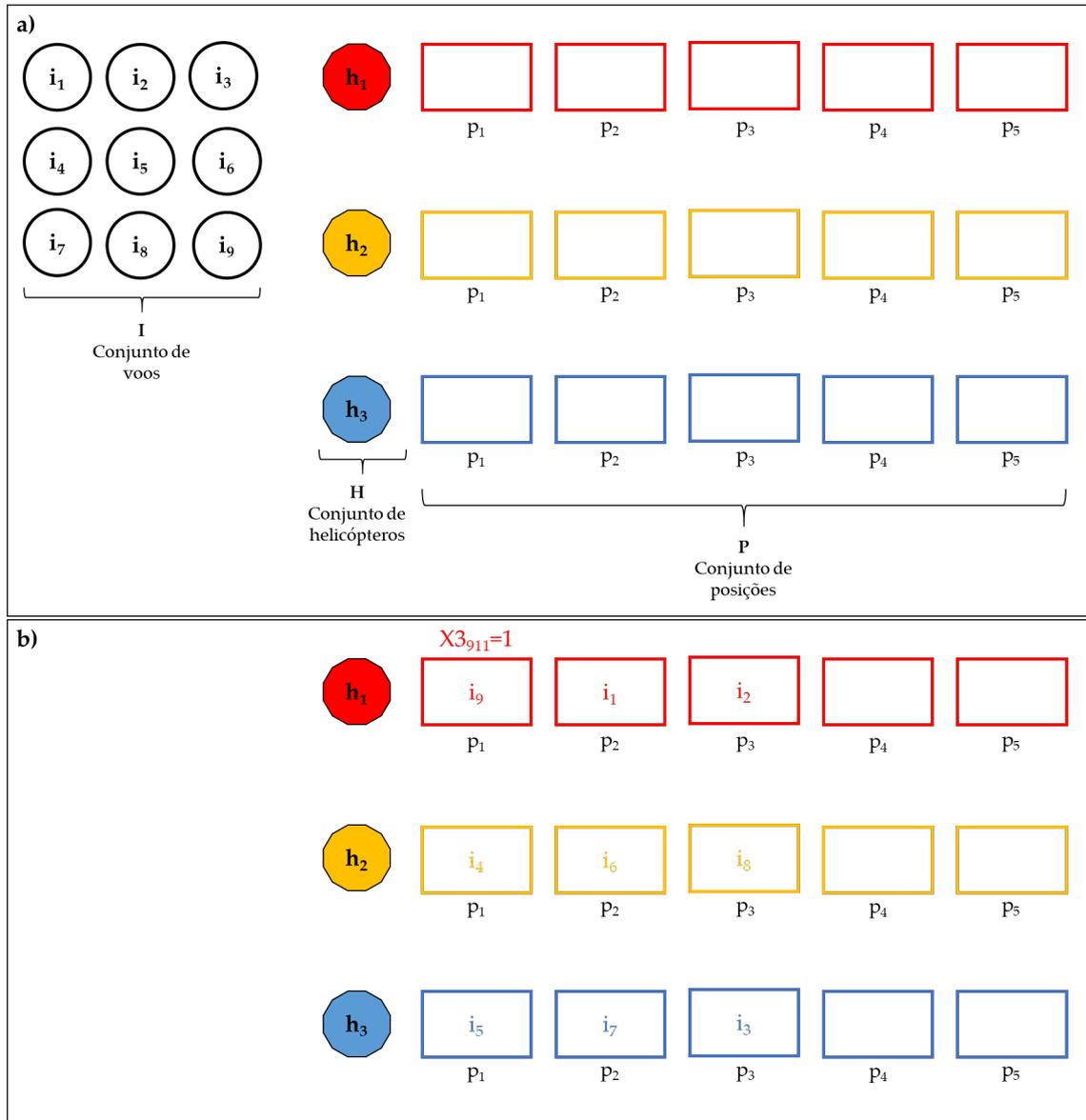
- P = Conjunto de posições dos voos nos helicópteros.

- **Variável**

- $X_{3,i,p,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado na posição } p \text{ do helicóptero } h, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Considere, agora, a Figura 16, também referente ao ARP-Ex. Considere, também, novamente, os mesmos conjuntos do modelo M1, acrescido, agora, do conjunto P , que consiste nas posições ordenadas de voos realizados por cada helicóptero h , de forma que o primeiro voo realizado por ele no dia preenche a posição p_1 , o segundo, p_2 , e assim sucessivamente. O problema consiste em atribuir cada voo $i \in I$ a uma posição $p \in P$ de um helicóptero $h \in H$. Tal atribuição é representada pela variável $X_{3,i,p,h}$, conforme exemplificado na Figura 16, em que o voo i_9 foi alocado à posição p_1 do helicóptero h_1 (ou seja, $X_{3,9,1,1} = 1$).

Figura 16 – Ilustração esquemática do modelo M3 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação



Fonte: Autoria própria.

O modelo M3 é detalhado a seguir. A função objetivo do modelo M3 é dada em (4.57) e, logo em seguida, são detalhadas suas restrições. Os pesos e seus respectivos significados na em (4.57) são os mesmos dos utilizados no modelo M1.

$$\begin{aligned}
 F = & w_1(|I_C| - \sum_{i \in I_C} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{3i,p,h}) + w_2(|I_2| - \sum_{i \in I_2} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{3i,p,h}) + w_3(|I_1| - \sum_{i \in I_1} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{3i,p,h}) \\
 & + w_4(|I_0| - \sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{3i,p,h}) + w_5 \sum_i \sum_{s \in H_s} X_{3i,1,h} + w_6 \sum_i \sum_{s \in H_p} X_{3i,1,h} + w_7 \sum_i \sum_{s \in H_n} X_{3i,1,h} \\
 & + w_8 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^{II} + w_9 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^I + w_{10} \sum_{i \in I_0 \cup I_C} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H, h_i \neq a_i} X_{3i,p,h} + w_{11} \sum_{i \in I} D_i \quad (4.57)
 \end{aligned}$$

$$\sum_p \sum_h X3_{i,p,h} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.58)$$

$$\sum_i X3_{i,p,h} \leq 1, \forall p \in P, \forall h \in H \quad (4.59)$$

$$\sum_i X3_{i,p,h} \geq \sum_j X3_{j,p+1,h}, \forall p = 1, \dots, |P|-1, \forall h \in H \quad (4.60)$$

$$\sum_{p'=p+1}^{|P|} X3_{j,p',h} \leq 1 - X3_{i,p,h}, \forall i \in I_C, \forall j \in I, \forall p = 1, \dots, |P|-1, \forall h \in H \quad (4.61)$$

As restrições (4.58) a (4.61) referem-se à designação dos voos e das posições. As restrições (4.58) ditam que cada voo i só pode ser alocado a uma única posição p do helicóptero h e, de forma análoga, as restrições (4.59) ditam que cada posição p do helicóptero h só pode ser alocada a um único voo i . As restrições (4.60) implicam que cada posição $p + 1$ de um helicóptero h só pode ser ocupada se a posição p do mesmo h já tiver sido previamente ocupada, além de evitar simetria. Por fim, as restrições (4.61) referem-se aos voos de comitiva, os quais ocupam os helicópteros aos quais foram designados do início do voo até o término do dia.

$$DT_j \geq AT_i + tat - twb(2 - X3_{i,p,h} - X3_{j,p+1,h}), \quad (4.62)$$

$$\forall i, j \in I, \forall h \in H, \forall p = 1, \dots, |P|-1$$

$$AT_i = DT_i + tf_i \sum_p \sum_h X3_{i,p,h}, \forall i \in I \quad (4.63)$$

$$AT_i \leq twb \sum_p \sum_h X3_{i,p,h}, \forall i \in I \quad (4.64)$$

$$r_i \sum_p \sum_h X3_{i,p,h} \leq DT_i, \forall i \in I \quad (4.65)$$

As restrições temporais são dadas por (4.62) a (4.65). As restrições (4.11) determinam a sequência cronológica dos voos nos helicópteros. As restrições (4.63) calculam o valor e AT_i para cada voo alocado. As restrições (4.64) impõem a janela de tempo de fechamento do aeroporto, e as restrições (4.65) limitam que os voos não podem partir antes do instante previamente programado.

$$DT_j - DT_i \leq twb(Z_{i,j} + 2 - \sum_p \sum_h X3_{i,p,h} - \sum_p \sum_h X3_{j,p,h}), \quad (4.66)$$

$$\forall i, j \in I, i \neq j$$

$$Z_{i,j} + Z_{j,i} \leq 1, \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.67)$$

$$Z_{i,j} + Z_{j,i} \geq \sum_p \sum_h X_{3_{i,p,h}} + \sum_p \sum_h X_{3_{j,p,h}} - 1, \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.68)$$

$$\sum_j Z_{i,j} \leq |I| \sum_p \sum_h X_{3_{i,p,h}}, \forall i \in I \quad (4.69)$$

As restrições (4.66) a (4.69) ativam a variável $Z_{i,j}$, necessária para imposição de precedência obrigatória entre determinados voos.

$$B_i^I + B_i^{II} \leq 1, \forall i \in I_0 \cup I_C \quad (4.70)$$

$$D_i \leq d_I B_i^I + d_i^{II} B_i^{II} \quad (4.71)$$

$$DT_i \leq D_i + r_i \sum_p \sum_h X_{3_{i,p,h}}, \forall i \in I \quad (4.72)$$

As restrições (4.70) a (4.72) calculam e definem qual o tipo de atraso que será penalizado.

$$DT_j - DT_i \geq t_{um} Z_{i,j} - twb(1 - Z_{i,j}), \forall i, j \in I, \forall um \in UM, i \neq j \quad (4.73)$$

$$DT_j - DT_i \geq t^{seg} Z_{i,j} - twb(1 - Z_{i,j}), \forall i, j \in I, i \neq j \quad (4.74)$$

As restrições (4.73) evitam sobreposições de voos nas UMs enquanto estas estiverem ocupadas, e as restrições (4.74) garantem o respeito ao intervalo t^{seg} no aeroporto. Os domínios das variáveis são dados nas restrições (4.75) a (4.81).

$$X_{3_{i,p,h}} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall p \in P, \forall h \in H \quad (4.75)$$

$$Z_{i,j} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in I \quad (4.76)$$

$$DT_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.77)$$

$$AT_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.78)$$

$$D_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.79)$$

$$B_i^I \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.80)$$

$$B_i^{II} \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.81)$$

Assim como no modelo M1, a fim de atender algumas restrições práticas, certas fixações de variáveis são impostas, conforme a lista abaixo. As fixações (i) impõem que nem voos de tabela nem voos de comitiva ocorram antes de voos de transferência quando possuem como destino a mesma unidade marítima. As restrições (ii) evitam que ocorram quaisquer voos posteriores para uma UM que receba um voo de comitiva. Finalmente, as fixações (iii) garantem que os voos não sejam alocados a helicópteros que não possam realizá-los.

$$(i) Z_{i,j} = 0, \text{ se } i = I_0 \cup I_C \cap I_{um}^U \text{ e } j = I_{transf} \cap I_{um}^U, \forall um \in UM$$

$$(ii) Z_{i,j} = 0, \text{ se } i = I_C \cap I_{um}^U \text{ e } j = I/I_C \cap I_{um}^U, \forall um \in UM$$

$$(iii) X_{3,i,p,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$$

4.4 Modelo 4 - Designação e precedência com variáveis de posição e Slots

Assim como no modelo M3, esta formulação foi baseada no trabalho de [Unlu e Mason \(2010\)](#), seguindo o paradigma de variáveis de designação e posicionais, similarmente ao modelo M3. Contudo, enquanto no modelo M3 utilizou-se a variável $Z_{i,j}$ para indicar a precedência entre os voos no aeroporto, no modelo M4 tal variável não se encontra, de forma que a precedência é indicada de acordo com a ordem de decolagem dos voos, modelada como um conjunto de posições S no aeroporto.

Considere a seguinte notação para o conjunto e para as variáveis adicionais do modelo M4:

- **Conjunto**

- $S =$ Conjunto de posições dos voos no aeroporto ("slots").

- **Variáveis**

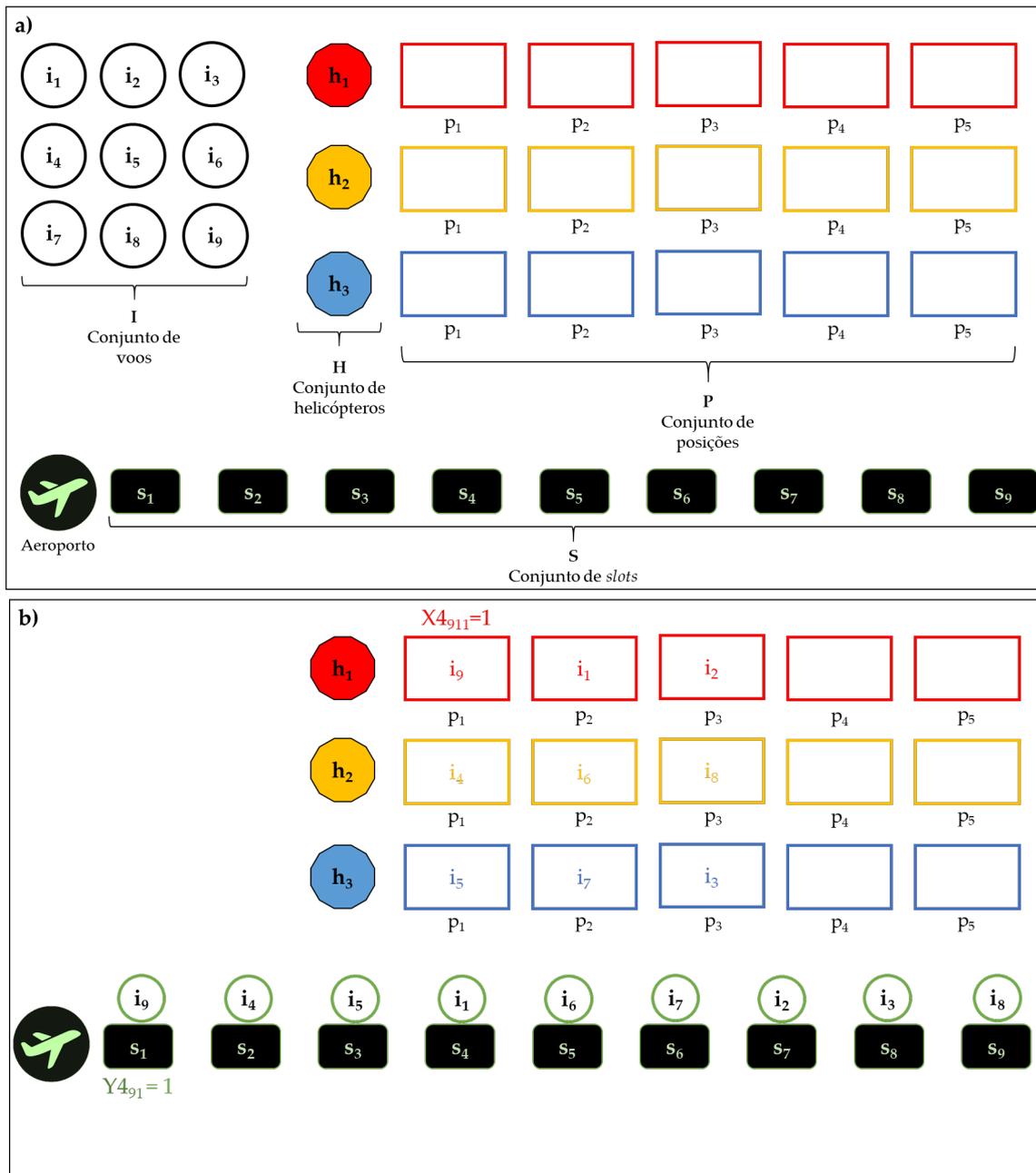
- $X_{4,i,p,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado na posição } p \text{ do helicóptero } h, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

- $Y_{4,i,s} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado ao slot } s, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Assim, considere a Figura 17, também referente ao ARP-Ex, bem como os mesmos conjuntos do modelo M3, incluindo, agora, o conjunto S , definido como as posições (ou "slots") relativas dos voos no aeroporto. O problema consiste, novamente, em atribuir

cada voo $i \in I$ a uma posição $p \in P$ de um helicóptero $h \in H$, conforme o modelo M3. Porém, nesse caso, simultaneamente, cada voo alocado a um helicóptero também deve ser alocado a um *slot* $s \in S$ no aeroporto, indicando a ordem que tal voo partirá em relação aos outros voos atribuídos, alocação essa representada pela variável $Y_{4,i,s}$ (na Figura 17, tem-se o exemplo do voo $i = 9$ sendo o primeiro a partir, ou seja, $s = 1$ e $Y_{4,9,1} = 1$).

Figura 17 – Ilustração esquemática do modelo M4 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação



Fonte: Autoria própria.

A seguir, o modelo M4 é detalhado. A função objetivo do modelo M4 é dada em (4.82) e, logo em seguida, são detalhadas suas restrições. Os pesos e seus respectivos

significados em (4.82) são os mesmos dos utilizados no modelo M1.

$$\begin{aligned}
F = & w_1(|I_C| - \sum_{i \in I_C} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{i,p,h}) + w_2(|I_2| - \sum_{i \in I_2} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{i,p,h}) + w_3(|I_1| - \sum_{i \in I_1} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{i,p,h}) \\
& + w_4(|I_0| - \sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{i,p,h}) + w_5 \sum_{i \in I} \sum_{h \in H_s} X_{i,1,h} + w_6 \sum_{i \in I} \sum_{h \in H_p} X_{i,1,h} + w_7 \sum_{i \in I} \sum_{h \in H_n} X_{i,1,h} \\
& + w_8 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^{II} + w_9 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^I + w_{10} \sum_{i \in I_0 \cup I_C} \sum_{p \in P} \sum_{h \in H, h_i \neq a_i} X_{i,p,h} + w_{11} \sum_{i \in I} D_i \quad (4.82)
\end{aligned}$$

$$\sum_p \sum_h X_{i,p,h} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.83)$$

$$\sum_i X_{i,p,h} \leq 1, \forall p \in P, \forall h \in H \quad (4.84)$$

$$\sum_i X_{i,p,h} \geq \sum_j X_{j,p+1,h}, \forall p = 1, \dots, |P|-1, \forall h \in H \quad (4.85)$$

$$\sum_i Y_{i,s} \leq 1, \forall s \in S \quad (4.86)$$

$$\sum_s Y_{i,s} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.87)$$

$$\sum_i Y_{i,s} \geq \sum_j Y_{j,s+1} \forall s = 1, \dots, |S|-1, \forall h \in H \quad (4.88)$$

$$\sum_s Y_{i,s} = \sum_p \sum_h X_{i,p,h}, \forall i \in I \quad (4.89)$$

$$\sum_{p'=p}^{|p|} X_{j,p',h} \leq 1 - X_{i,p,h}, \forall i \in I_C, \forall j \in I, \forall p = 1, \dots, |P|, \forall h \in H \quad (4.90)$$

As restrições (4.83) até (4.90) referem-se à designação dos voos e dos slots. As restrições (4.83) e (4.84) determinam que, respectivamente, cada voo i só pode ser alocado a uma única posição p do helicóptero h e cada posição p do helicóptero h só pode ser ocupada por um único voo i . As restrições (4.85) determinam que a posição $p + 1$ do helicóptero h só pode ser ocupada se a posição p do mesmo h já tiver sido ocupada previamente. As restrições (4.86) a (4.88) são semelhantes às anteriores, porém estabelecem a relação entre os voos i e os slots s no aeroporto. As restrições (4.89)

relacionam as variáveis $X4_{i,p,h}$ e $Y4_{i,s}$. Por fim, as restrições (4.90) impõem que voos de comitiva bloqueiem os helicópteros até o fim do dia.

$$DT_j \geq AT_i + tat - twb(2 - X4_{i,p,h} - X4_{j,p+1,h}), \quad (4.91)$$

$$\forall i, j \in I, \forall h \in H, \forall p = 1, \dots, |P| - 1$$

$$AT_i = DT_i + tf_i \sum_p \sum_h X4_{i,p,h}, \forall i \in I \quad (4.92)$$

$$AT_i \leq twb \sum_p \sum_h X4_{i,p,h}, \forall i \in I \quad (4.93)$$

$$r_i \sum_p \sum_h X4_{i,p,h} \leq DT_i, \forall i \in I \quad (4.94)$$

As restrições (4.91) a (4.94) são temporais e referem-se aos horários de partida e chegada dos voos. As restrições (4.91) determinam a sequência cronológica dos voos nos helicópteros. As restrições (4.92) determinam o valor de AT_i , enquanto as restrições (4.93) impõem a janela de tempo de fechamento do aeroporto. Por fim, as restrições (4.94) impossibilitam o adiantamento de voos.

$$B_i^I + B_i^{II} \leq 1, \forall i \in I_0 \cup I_C \quad (4.95)$$

$$D_i \leq d_I B_i^I + d_i^{II} B_i^{II} \quad (4.96)$$

$$DT_i \leq D_I + r_i \sum_p \sum_h X4_{i,p,h}, \forall i \in I \quad (4.97)$$

As restrições (4.95) a (4.97) são referentes aos atrasos dos voos. As restrições (4.95) e (4.96) determinam qual será o tipo de atraso de um voo i caso ele atrase, enquanto as restrições (4.97) calculam o valor de seu atraso total.

$$\sum_{s'=1}^{s-1} Y4_{j,s'} \leq 1 - Y4_{i,s} \quad (4.98)$$

$$\forall i \in I_{transf} \cup I_{um}^U, \forall j \in I_0 \cup I_C \cap I_{um}^U, \forall um \in UM, s = 2, \dots, |S|$$

As restrições (4.98) garantem que a precedência obrigatória entre voos que vão para uma mesma unidade marítima seja respeitada. Ou seja, voos de tabela ou comitiva

não podem ocorrer antes de voos de transferência, desde que destinados a mesma unidade marítima.

$$DT_j \geq DT_i + t^{seg} - twb(2 - Y4_{i,s} - Y4_{j,s+1}), \forall i, j \in I, \forall s = 1, \dots, |S|-1 \quad (4.99)$$

$$DT_j - DT_i \geq t_{um} - twb(2 - Y4_{i,s} - Y4_{j,s'}), \quad (4.100)$$

$$\forall i, j \in I \cup I_{um}^U, \forall um \in UM, \forall s = 1, \dots, |S|-1, s' > s$$

$$\sum_{s'=s+1}^{|S|} Y4_{j,s'} \leq 1 - Y4_{i,s} \quad (4.101)$$

$$\forall i \in I_C \cup I_{um}^U, \forall j \in I/I_C \cup I_{um}^U, \forall um \in UM, \forall s = 1, \dots, |S|-1$$

As restrições (4.99) e (4.100) impedem que haja sobreposição de voos tanto no aeroporto (4.99), garantindo que os voos só decolem com pelo menos t^{seg} minutos de intervalo, quanto nas UMs (4.100). Já as restrições (4.101) bloqueiam a unidade marítima após o início de um voo de comitiva até o fim do dia. Por fim, tem-se as restrições (4.102) a (4.108) indicando o domínio de cada variável de decisão.

$$X4_{i,p,h} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall p \in P, \forall h \in H \quad (4.102)$$

$$Y4_{i,s} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall s \in S \quad (4.103)$$

$$DT_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.104)$$

$$AT_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.105)$$

$$D_i \in \mathbb{R}_+, \forall i \in I \quad (4.106)$$

$$B_i^I \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.107)$$

$$B_i^{II} \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.108)$$

A variável $X4_{i,p,h}$ ainda sofre fixação de seus valores sob determinadas condições a fim de garantir que os voos sejam realizados apenas com helicópteros que sejam compatíveis com eles, conforme as fixações (i):

$$(i) X4_{i,p,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$$

4.5 Modelo 5 - Eventos com variáveis de designação

A quinta formulação, denominada de modelo M5 e similarmente ao modelo M2, também foi baseada em eventos, semelhante à proposta por [Vieira et al. \(2021\)](#). Todavia,

nesta formulação, em substituição às variáveis baseadas em fluxo e em precedência, tem-se variáveis baseadas apenas em designação, conforme ilustra a Figura 18, a qual também reflete a solução ilustrada na Figura 12.

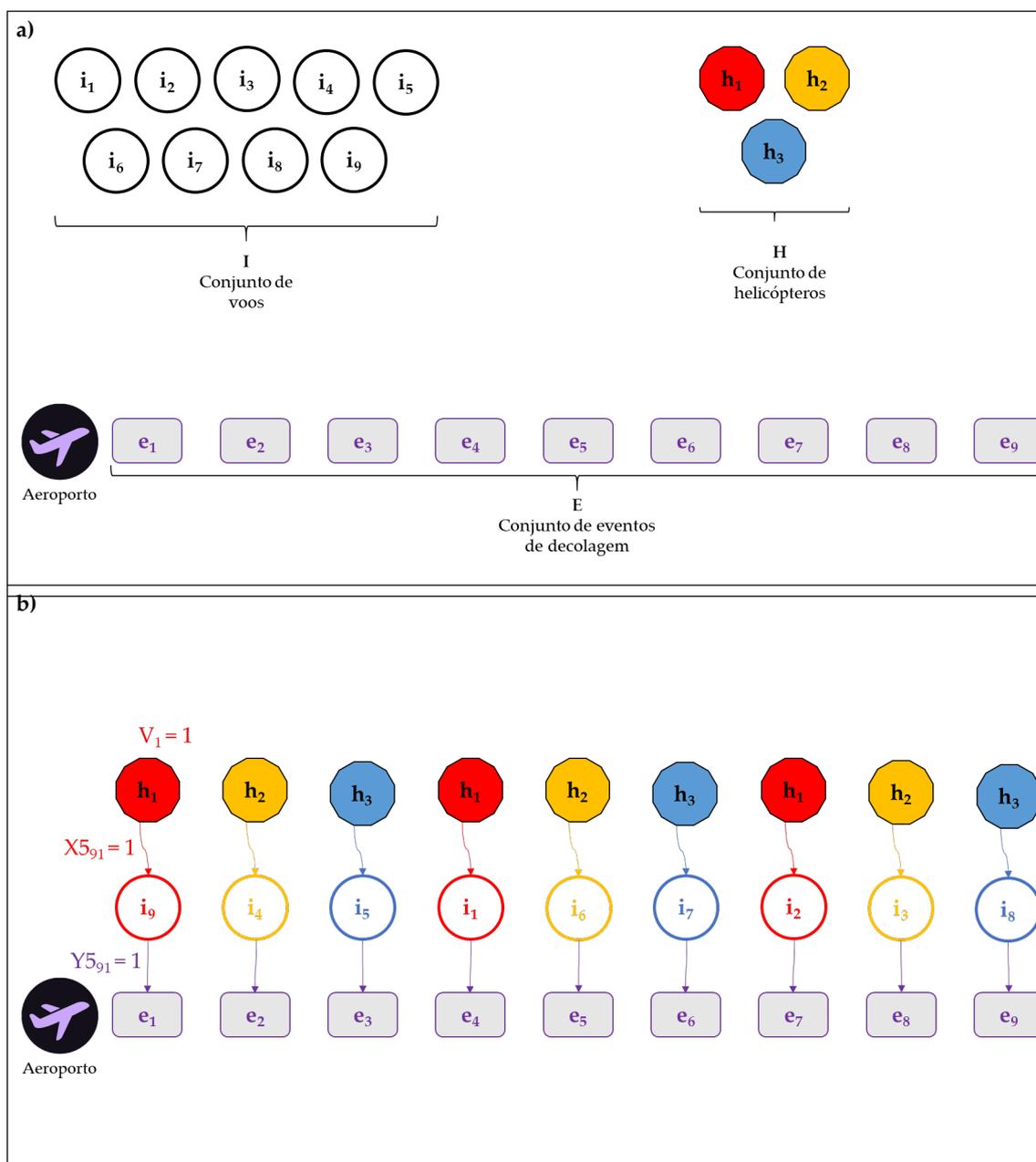
Considere a seguinte notação para as variáveis adicionais do modelo M5:

- **Variáveis**

$$\begin{aligned} \cdot X_{5,i,h} &= \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado para o helicóptero } h, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \\ \cdot Y_{5,i,e} &= \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado ao evento } e, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \end{aligned}$$

Para esta formulação, considere os mesmos conjuntos do modelo M2. Aqui, para cada voo i , deve ser designado, simultaneamente, tanto um helicóptero h , por meio da variável $X_{5,i,h}$, quanto um evento de decolagem e , pela variável $Y_{5,i,e}$, de forma que a sequência dos voos no aeroporto é dada pela ordenação representada pelo conjunto E . Por exemplo, na Figura 18, como o primeiro voo a decolar na reprogramação é o voo i_9 , tem-se que $Y_{5,9,1} = 1$. Além disso, dado que ele foi alocado ao helicóptero h_1 , tem-se que $X_{5,9,1} = 1$. Por fim, como ao menos 1 voo foi alocado ao h_1 , tem-se que $V_1 = 1$.

Figura 18 – Ilustração esquemática do modelo M5 para a recuperação dos voos no dia d : a) no início da reprogramação; b) ao término da reprogramação



Fonte: Autoria própria.

A seguir, o modelo M5 é detalhado. A função objetivo do modelo M5 é dada em (4.109) e, adiante, são detalhadas suas restrições. Os pesos e seus respectivos significados na FO (4.109) são os mesmos dos utilizados no modelo M1.

$$\begin{aligned}
F = & w_1(|I_C| - \sum_{i \in I_C} \sum_{h \in H} X5_{i,h}) + w_2(|I_2| - \sum_{i \in I_2} \sum_{h \in H} X5_{i,h}) + w_3(|I_1| - \sum_{i \in I_1} \sum_{h \in H} X5_{i,h}) \\
& + w_4(|I_0| - \sum_{i \in I_0} \sum_{h \in H} X5_{i,h}) + w_5 \sum_{h \in H_s} V^h + w_6 \sum_{h \in H_p} V^h + w_7 \sum_{h \in H_n} V^h \\
& + w_8 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^{II} + w_9 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^I + w_{10} \sum_{i \in I_0 \cup I_C} \sum_{h \in H, h_i \neq a_i} X5_{i,h} + w_{11} \sum_{i \in I} D_i \quad (4.109)
\end{aligned}$$

$$\sum_i Y5_{i,e} \leq 1, \forall e \in E \quad (4.110)$$

$$\sum_e Y5_{i,e} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.111)$$

$$\sum_j Y5_{j,e+1} \leq \sum_i Y_{i,e}, \forall e \in 1, \dots, |E|-1 \quad (4.112)$$

$$\sum_p \sum_h X5_{i,h} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.113)$$

$$\sum_h X5_{i,h} = \sum_e Y5_{i,e}, \forall i \in I \quad (4.114)$$

$$\begin{aligned}
2 - X5_{i,h} - Y5_{i,e} & \geq X5_{j,h} + Y5_{j,e'} - 1, \\
\forall i \in I_C, \forall j \in I \setminus I_C, \forall h \in H, \forall e = 1, \dots, |E|-1, e' > e \quad (4.115)
\end{aligned}$$

$$\sum_i X5_{i,h} \leq n^{max}, \forall h \in H \quad (4.116)$$

$$X5_{i,h} \leq V^h, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.117)$$

As restrições (4.110) a (4.117) referem-se às designações de voos e de eventos. As restrições (4.110) e (4.111) impõem, respectivamente, que somente um voo no máximo pode ser alocado para cada evento e e somente um evento no máximo pode ser alocado para cada voo i . As restrições (4.112) determinam que um voo só pode ser alocado ao evento $e + 1$ se o evento e já tiver sido ocupado previamente. As restrições (4.113) e (4.114) determinam, respectivamente, que cada voo i só pode ser alocado a um único helicóptero h , assim como cada voo i alocado a um helicóptero h deve também estar alocado a um evento e . As restrições (4.115) referem-se aos voos de comitiva, os quais bloqueiam o helicóptero h que estiver utilizando-o da partida do voo até o final do dia. Por fim, as restrições (4.116) limitam o número máximo de voos diários por helicóptero

até, no máximo, o valor de n^{max} e as restrições (4.117) contabilizam se o helicóptero h foi utilizado ou não.

$$DT_j \geq AT_i + tat - twb(4 - Y_{5_{i,e}} - Y_{j,e'} - X_{5_{i,h}} - X_{5_{j,h}}),$$

$$\forall i, j \in I, \forall h \in H, \forall e, e' \in E, e' > e \quad (4.118)$$

$$AT_i = DT_i + tf_i \sum_p \sum_h X_{5_{i,h}}, \forall i \in I \quad (4.119)$$

$$AT_i \leq twb \sum_h X_{5_{i,h}}, \forall i \in I \quad (4.120)$$

$$r_i \sum_h X_{5_{i,h}} \leq DT_i, \forall i \in I \quad (4.121)$$

As restrições temporais são dadas por (4.118) a (4.121), de modo que: as restrições (4.118) determinam a sequência cronológica dos voos nos helicópteros; as restrições (4.119) calculam os valores de cada AT_i dos voos programados; as restrições (4.120) impõem a janela de tempo de fechamento do aeroporto; e as restrições (4.121) impõem que os voos não podem partir antes do instante previamente programado.

$$B_i^I + B_i^{II} \leq 1, \forall i \in I_0 \cup I_C \quad (4.122)$$

$$D_i \leq d_I B_i^I + d_i^{II} B_i^{II} \quad (4.123)$$

$$DT_i \leq D_i + r_i \sum_h X_{5_{i,h}}, \forall i \in I \quad (4.124)$$

As restrições (4.122) a (4.124) referem-se à contabilização dos atrasos. As restrições (4.122) penalizam os atrasos de acordo com seu tipo. As restrições (4.123) calculam o tipo de atraso e, por fim, as restrições (4.124) determinam o valor do atraso linear.

$$\sum_{e'=1}^{e-1} Y_{5_{j,e'}} \leq 1 - Y_{5_{i,e}} \quad (4.125)$$

$$\forall i \in I_{transf} \cap I_{um}^U, \forall j \in I_0 \cup I_C \cap I_{um}^U, \forall um \in UM, e = 2, \dots, |E|$$

As restrições (4.125) definem que voos de transferência devem ser reprogramados antes de voos de tabela ou comitiva que possuam como destino a mesma unidade marítima.

$$DT_j \geq DT_i + t^{seg} - twb(2 - Y5_{i,e} - Y5_{j,e+1}),$$

$$\forall i, j \in I, i \neq j, \forall e = 1, \dots, |E|-1 \quad (4.126)$$

$$\sum_{e'=e+1}^{|E|} Y5_{j,e'} \leq 1 - Y5_{i,e},$$

$$\forall i \in I_C \cup I_{um}^U, \forall j \in I \setminus I_C \cup I_{um}^U, um \in UM, e = 1, \dots, |E|-1 \quad (4.127)$$

$$DT_j - DT_i \geq t_{um} - twb(2 - Y5_{i,e} - Y5_{j,e'}),$$

$$\forall i, j \in I \cup I_{um}^U, \forall um \in UM, \forall e = 1, \dots, |E|-1, e' > e \quad (4.128)$$

As restrições (4.126) garantem o intervalo mínimo de t^{seg} entre dois voos consecutivos no aeroporto. Quanto às UMs, as restrições (4.127) impedem que voos sejam reprogramados para uma unidade marítima a partir do momento que esta esteja recebendo um voo de comitiva, enquanto as restrições (4.128) impedem que haja sobreposição nos heliportos das UMs, respeitando-se o intervalo mínimo de t_{um} entre dois voos consecutivos para a mesma unidade marítima. Por fim, as restrições (4.129) a (4.136) determinam o domínio das variáveis do modelo M5.

$$X5_{i,h} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall h \in H \quad (4.129)$$

$$Y5_{i,e} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall e \in E \quad (4.130)$$

$$V_h \in \{0, 1\}, \forall h \in H \quad (4.131)$$

$$DT_i \in \mathbb{Z}_+, \forall i \in I \quad (4.132)$$

$$AT_i \in \mathbb{Z}_+, \forall i \in I \quad (4.133)$$

$$D_i \in \mathbb{Z}_+, \forall i \in I \quad (4.134)$$

$$B_i^I \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.135)$$

$$B_i^{II} \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4.136)$$

Para evitar que voos sejam alocados a helicópteros que não possam realizá-los, as fixações (i) a seguir devem ocorrer.

$$(i) X5_{i,h} = 0, \text{ se } c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$$

4.6 Experimentos computacionais com modelos

Todos os modelos M1-M5 da seção anterior foram testados com o intuito de avaliar, comparativamente, o desempenho de cada um, tanto em termos de tempo computacional, quanto, principalmente, da qualidade das soluções fornecidas. Os modelos foram implementados na linguagem GAMS e solucionados utilizando-se o *solver* IBM CPLEX 12.5.1.0 em suas configurações padrões, em um PC Windows com um processador Intel Core i7-4790 3.6 GHz e 16 GB de memória RAM, com limite de tempo de 3600s. Assim, os experimentos computacionais foram conduzidos utilizando instâncias reais (denominadas: i09, i10, i12, i25, i37, i38, i45) e simuladas (denominadas: i15, i30) fornecidas pela própria empresa, de diferentes dias em que a reprogramação se tornou necessária ao início do dia, variando de 9 até 45 voos.

Os valores das penalidades de cada parcela nas Funções Objetivo dos modelos M1 (4.1), M2 (4.33), M3 (4.57), M4 (4.82) e M5 (4.109) foram sugeridos e calibrados com auxílio dos funcionários da empresa: $w_1 = 320$; $w_2 = 240$; $w_3 = 160$; $w_4 = 80$; $w_5 = 30$; $w_6 = 25$; $w_7 = 20$; $w_8 = 10$; $w_9 = 1$; $w_{10} = 0.5$; $w_{11} = 0.001$. Note que os valores das penalidades são os mesmos para todos os modelos.

Quanto aos parâmetros dos modelos, adotaram-se os seguintes valores, em conformidade com o *modus operandi* da empresa: $twa = 07:00$; $twb = 18:00$; $t^{seg} = 5 \text{ min}$; $tat = 45 \text{ min}$; $d^I = 15 \text{ min}$; $d^{II} = 4 \text{ h}$; $n^{max} = 5$. Para melhor percepção da complexidade de cada instância, na Tabela 2 estão descritas suas características em termos do número de: voos totais ($|I|$); voos por tipo ($|I_C|, |I_2|, |I_1|, |I_0|$); UMs ($|UM|$); e helicópteros disponíveis por tipo ($|H_S|, |H_P|, |H_N|$).

Tabela 2 – Características descritivas das 9 instâncias

Instância	$ I $	$ I_C $	$ I_2 $	$ I_1 $	$ I_0 $	$ UM $	$ H_S $	$ H_P $	$ H_N $
i09	9	0	1	1	7	7	0	1	2
i10	10	0	1	1	8	7	0	1	2
i12	12	0	0	1	11	9	0	0	3
i15	15	1	1	2	11	11	2	2	3
i25	25	0	0	5	20	20	0	0	12
i30	30	1	1	16	12	20	2	2	7
i37	37	0	0	7	30	17	0	0	11
i38	38	0	3	20	15	23	0	0	11
i45	45	0	3	20	22	26	0	0	11

Fonte: Autoria própria.

Assim, após a solução de cada instância em cada modelo, os resultados retratados na Tabela 3 foram obtidos. Nela, para cada par instância-modelo, tem-se: os valores obtidos na função objetivo (colunas "FO"); o *Gap*, que, no caso de um problema de minimização, é a relação dada entre o valor da FO e o limitante inferior (LB - *Lower bound*) conforme Equação (4.137) (coluna "Gap"); e o tempo do experimento, que, nos

casos menores que 1 hora, indica o tempo levado para atingir a solução ótima (coluna "Tempo (s)"). Além disso, para melhor visualização, os valores das colunas "FO" de cada modelo foram dispostos no gráfico da Figura 19.

$$Gap = \frac{FO - LB}{LB} \quad (4.137)$$

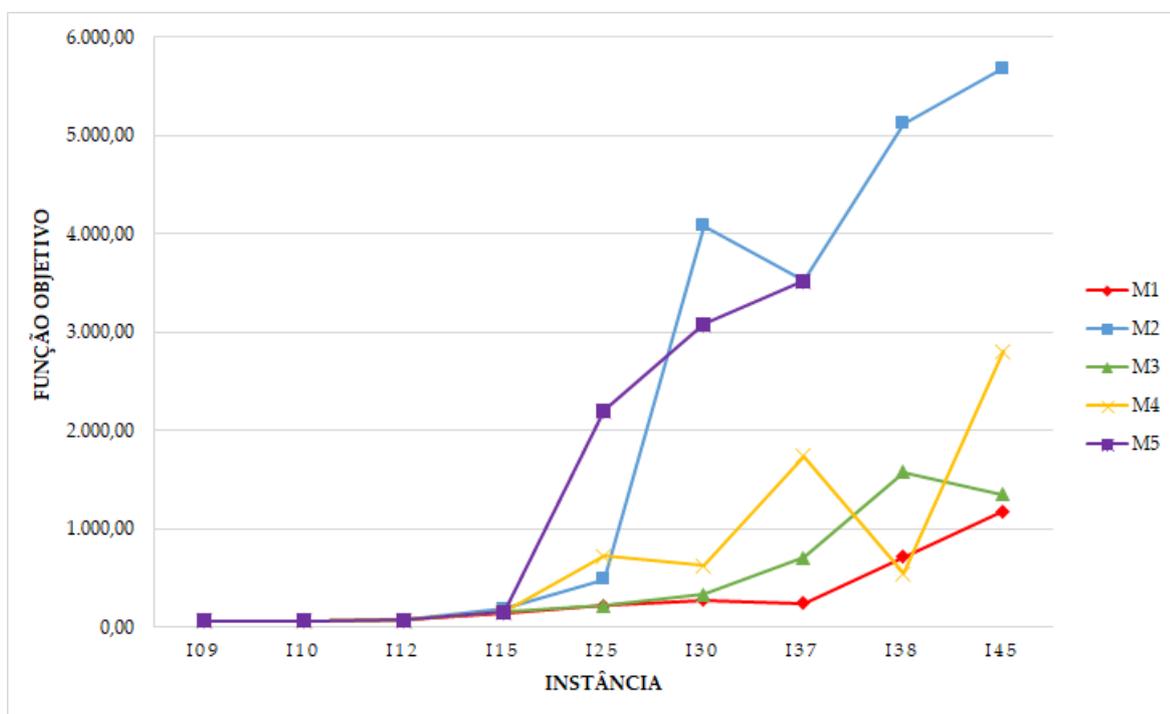
Tabela 3 – Resultados comparativos entre modelos

Instância	M1			M2			M3			M4			M5		
	FO	Gap	Tempo (s)	FO	Gap	Tempo (s)	FO	Gap	Tempo (s)	FO	Gap	Tempo (s)	FO	Gap	Tempo (s)
i09	67,03	0%	0	67,03	0%	15	67,03	0%	2	67,03	0%	14	67,03	0%	19
i10	66,64	0%	0	66,64	0%	293	66,64	0%	2	66,64	0%	18	66,64	0%	62
i12	71,19	0%	1	71,19	0%	645	71,19	0%	4	71,19	0%	81	71,19	0%	763
i15	143,84	51%	3.600	182,56	100%	3.600	152,32	71%	3.600	162,40	73%	3.600	152,33	59%	3.600
i25	215,99	45%	3.600	486,72	67%	3.600	216,10	67%	3.600	723,31	92%	3.600	2.200,50	98%	3.600
i30	277,44	55%	3.600	4.080,00	100%	3.600	334,99	80%	3.600	627,87	90%	3.600	3.080,96	99%	3.600
i37	240,20	31%	3.600	3.520,00	100%	3.600	705,70	88%	3.600	1.735,55	95%	3.600	3.520,00	99%	3.600
i38	716,41	78%	3.600	5.120,00	100%	3.600	1.576,78	95%	3.600	547,338	72%	3.600	ND	ND	3.600
i45	1.181,57	84%	3.600	5.680,00	100%	3.600	1.344,76	93%	3.600	2.804,97	97%	3.600	ND	ND	3.600

* Não disponível até o tempo limite estabelecido.

Fonte: Autoria própria.

Figura 19 – Resultados comparativos entre valores da FO de cada modelo



Fonte: Autoria própria.

Também para comparação entre os modelos, utilizaram-se os valores obtidos pela relaxação linear (RL) de cada modelo, em cada instância, esperando-se que, aqueles que obtivessem os maiores valores (dado que é um problema de minimização), prova-

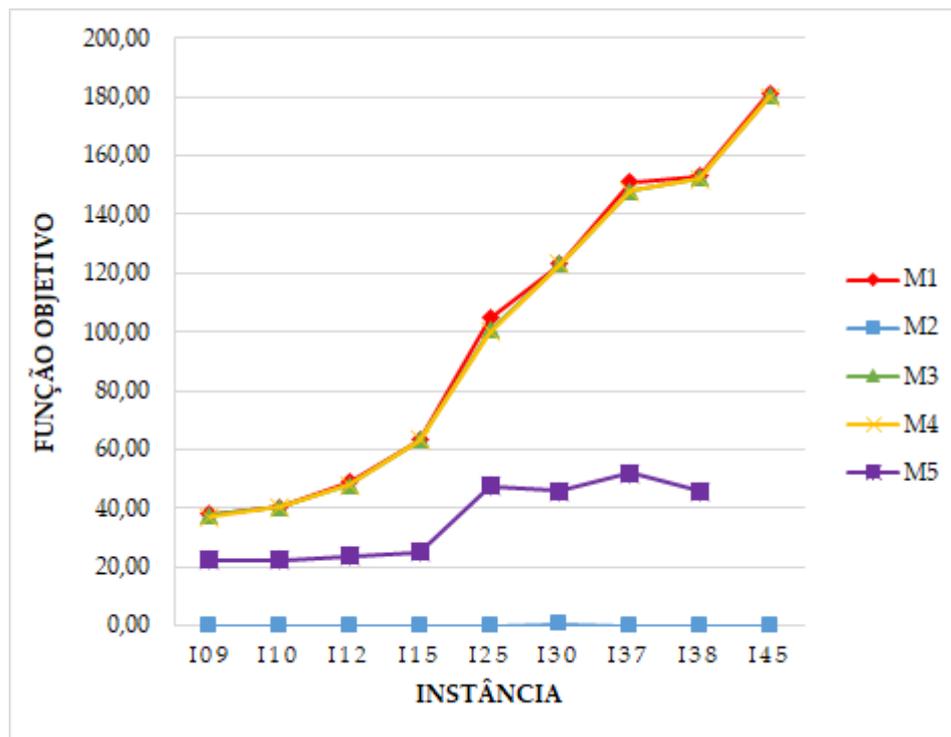
velmente também seriam aqueles que forneceriam as melhores soluções em um mesmo intervalo de tempo limite. Assim, os resultados obtidos pela RL de cada modelo e em cada instância encontram-se na Tabela 4 e estão graficamente dispostos na Figura 20.

Tabela 4 – Resultados comparativos entre valores da RL de cada modelo

Instância	M1		M2		M3		M4		M5	
	FO	Tempo (s)	FO	Tempo (s)	FO	Tempo (s)	FO	Tempo (s)	FO	Tempo (s)
i09	37,84	0	0,00	0	37,64	0	37,00	0	22,22	0
i10	40,50	0	0,00	0	40,50	0	40,50	0	22,25	0
i12	48,97	0	0,00	0	48,00	0	48,00	0	23,58	0
i15	63,00	0	0,00	1	63,00	0	63,00	0	25,00	5
i25	104,64	0	0,00	11	100,64	1	100,00	1	47,42	30
i30	123,21	0	0,50	60	123,21	1	123,00	3	45,68	85
i37	151,10	0	0,00	38	148,00	1	148,00	6	51,85	210
i38	153,04	0	0,00	144	152,21	1	152,00	6	45,65	210
i45	181,21	1	0,00	486	180,21	1	180,00	14	ND	ND

Fonte: Autoria própria.

Figura 20 – Resultados comparativos entre RL de cada modelo



Fonte: Autoria própria.

Por fim, os resultados obtidos pela FO na Tabela 3 foram traduzidos em resultados práticos na Tabela 5 de forma agregada e, no Apêndice A, especificados por cada penalidade. Dessa forma, para cada par instância-modelo, foram contabilizados: o número total de voos que não puderam ser alocados na reprogramação e tiveram de ser transferidos para o dia seguinte (colunas "# Voos não reprogramados"); o número total de helicópteros utilizados para alocar os voos reprogramados (colunas "# Helicópteros utilizados"); o número total de trocas de helicópteros previamente alocados aos voos de

tabela e de comitiva realizadas para aloca-los (colunas "# Trocas de helicópteros"); e a somatória dos atrasos que tenham incorrido na alocação de cada voo reprogramado (colunas "Atraso total (min)").

Tabela 5 – Resultados práticos comparativos de cada modelo

Instância	# Voos não reprogramados					# Helicópteros utilizados					# Trocas de helicópteros					Atraso total (min)				
	M1	M2	M3	M4	M5	M1	M2	M3	M4	M5	M1	M2	M3	M4	M5	M1	M2	M3	M4	M5
i09	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	34	34	34	34	34
i10	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1	144	144	144	144	144
i12	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	186	186	186	186	186
i15	0	0	0	0	0	5	6	5	5	5	3	3	2	2	2	1336	1057	1316	1396	1330
i25	0	3	0	7	22	10	10	10	7	2	4	15	4	5	1	994	1216	1098	810	0
i30	0	30	1	2	24	8	0	9	9	2	6	0	3	5	0	4438	0	2493	4374	962
i37	0	37	5	19	37	10	0	10	9	0	4	0	6	7	0	1200	0	700	2053	0
i38	6	38	10	3	ND	9	0	9	11	ND	3	0	2	4	ND	3906	0	2781	5338	ND
i45	7	45	13	25	ND	11	0	11	11	ND	4	0	2	2	ND	3566	0	2757	3966	ND

Fonte: Autoria própria.

Como pode-se observar, os cinco modelos alcançaram a solução ótima em menos de 1 hora para as instâncias i09, i10 e i12. Avaliando-se o tempo de processamento que cada modelo leva para solucionar as instâncias menores (i09, i10 e i12), o modelo M1 se destaca; em seguida, por uma pequena diferença de segundos, o modelo M3 se destaca; em seguida, com diferenças de tempo mais consideráveis, o modelo M4 apresenta resultados mais satisfatórios; e, por último, os modelos M2 e M5. Nas instâncias maiores (isto é, a partir de 15 voos), verifica-se que nenhum modelo atingiu a solução ótima no tempo limite de 1 hora, de forma que a avaliação comparativa fundamentou-se nos seus respectivos valores das FOs e dos *Gaps*.

Assim, nota-se que o modelo M1 apresenta os melhores valores para tais instâncias, com exceção da instância i38, em que M4 apresentou o primeiro melhor valor de FO. Em seguida, o modelo M3 apresentou, no geral, a segunda melhor performance, dado que para três instâncias (i30, i37 e i45) ele forneceu o segundo melhor resultado e, para as outras três (i15, i25, i38), forneceu o terceiro melhor resultado. Convém ressaltar que os modelos M1 e M3 são ambos baseados na estratégia de uso de variáveis de designação e precedência, sugerindo que tal paradigma seja mais interessante para modelar esse problema. Já o modelo M4, no qual substituíram-se as variáveis de precedência pelas variáveis representando os *slots* de decolagem do aeroporto, apresentou valores intermediários, na maioria das vezes alcançando o terceiro melhor resultado. Por fim, os modelos M2 e M5, ambos com estratégias fundamentadas em variáveis representando eventos, revelaram-se como os menos eficazes, alcançando os maiores valores de FO e *Gap* para a maioria das instâncias dentro do tempo limite.

O gráfico na Figura 19 ilustra melhor essa diferença entre os valores das FO de cada modelo. As linhas correspondentes aos modelos M1, M3 e M4 encontram-se próximas ao eixo das abscissas. A linha correspondente a M1 apresentando os menores valores na maioria das instâncias. Já em relação aos modelos M2 e M5, observa-se que,

das instâncias com 30 voos em diante, os valores apresentados são significativamente elevados e distantes dos outros modelos.

A RL de cada modelo em parte justifica esse resultado, conforme Tabela 4. Em todas as instâncias, o modelo M1 obteve o maior valor da RL, seguido pelos modelos M3, M4, M5 e M2, embora pode-se observar que a diferença entre as RL dos modelos M1, M3 e M4 em algumas instâncias foi exígua ou mesmo inexistente (i10 e i15). Também, em todas as instâncias, os modelos M2 e M5 mostraram-se fracos em termos de RL, com M2 apresentando os menores valores, ainda que, na instância i45, o modelo M5 não tenha conseguido fornecer um resultado para a RL dentro do tempo limite de 1 hora. Analogamente à análise anterior, a Figura 20 evidencia melhor a diferença de tais resultados: as linhas dos modelos M1, M3 e M4 caminham muito próximas, havendo uma ínfima diferença para o modelo M1 acima do restante; o modelo M5 está consideravelmente abaixo dos primeiros e, por fim, o modelo M2 mantém-se o mais distante de todos.

Finalmente, os resultados da Tabela 5 traduzem a eficácia de cada modelo em termos práticos. Os modelos M1, M3 e M4 apresentaram a menor quantidade de voos não reprogramados, objetivo este prioritário para a empresa, enquanto os modelos M5 e M2 foram os menos capazes de reprogramar os voos dentro do intervalo de tempo imposto, respectivamente. Observando-se as colunas restantes, pode-se notar que os valores de M1, M3 e M4 são maiores, o que, a princípio, conotaria um resultado negativo. Todavia, ressalta-se que tais resultados são proporcionais ao número de voos devidamente reprogramados, de forma que é preferível utilizar-se mais helicópteros, realizar mais trocas de helicópteros e incidir em mais atrasos do que não conseguir alocar um voo na nova programação.

Em síntese, com base nas soluções fornecidas para cada instância dentro do tempo limite, juntamente com as soluções obtidas por meio da RL, pode-se concluir que o modelo M1 foi o que apresentou o melhor desempenho, justificando-se, assim, sua escolha como formulação para integração com as heurísticas *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*, cujo detalhamento da primeira, sua aplicação a este problema e os resultados obtidos até o momento são detalhados nos Capítulos 5 e 6.

5 Heurística *Relax-and-fix*

Conforme apontado nas Seções 2.2 e 2.3, a heurística MIP *Relax-and-fix* é comumente empregada na literatura em problemas de *lot-sizing*, havendo também alguns poucos trabalhos de sua aplicação em problemas de roteirização e *scheduling*. Além disso, não se foram encontrados trabalhos, até o momento, que empregam-na em um contexto de reprogramação de voos. Isso motivou sua investigação no contexto do problema desta pesquisa. Assim, na Seção 5.1, a estratégia adotada para empregar a heurística como método de solução é descrita e, na Seção 5.2, os resultados dessa estratégia são apresentados e discutidos.

5.1 Descrição da estratégia heurística

Para esta seção, além das notações matemáticas já apresentadas no capítulo anterior, também utilizaram-se outras que, para melhor leitura, estão apresentadas na Tabela 6.

Em primeiro lugar, antes dos experimentos iniciarem-se, as variáveis que iriam ser manipuladas deveriam ser selecionadas, compondo, assim, a cada experimento, um conjunto Γ . Para tanto, uma vez que o modelo M1 foi o eleito para combinar com a heurística *Relax-and-fix*, havia, como opções, as variáveis $X1_{i,j,h}$, $Y1_{i,h}$ e $Z_{i,j}$. Assim, os experimentos foram realizados verificando-se os resultados obtidos ao implementar a lógica da heurística ao manipular cada variável tanto separadamente quanto de forma combinada. Em outras palavras, fazendo-se $\Gamma = \{X1_{i,j,h}\}, \{Y1_{i,h}\}, \{Z_{i,j}\}, \{X1_{i,j,h}, Y1_{i,h}\},$

Tabela 6 – Representações adicionais para descrição da estratégia heurística da *Relax-and-fix*

Notação	Descrição
Γ	Variáveis ou combinação de variáveis selecionadas para serem manipuladas em determinado experimento
T	Número total de partições de voos em determinado experimento
t	Índice indicador da partição de determinado experimento ($t \leq T$)
Partição _{t}	Denominação da partição de índice t
nv_t	Número de voos em uma dada partição t , calculado seguindo Equação (5.1)
MIP^t	MIP cujas variáveis em Γ possuem índice $i \in$ Partição _{t}
$\Delta_{\%}^I$	Variação percentual entre o resultado fornecido utilizando exclusivamente o modelo M1 e o <i>solver</i> e o resultado fornecido pela heurística, calculada conforme Equação (5.2)

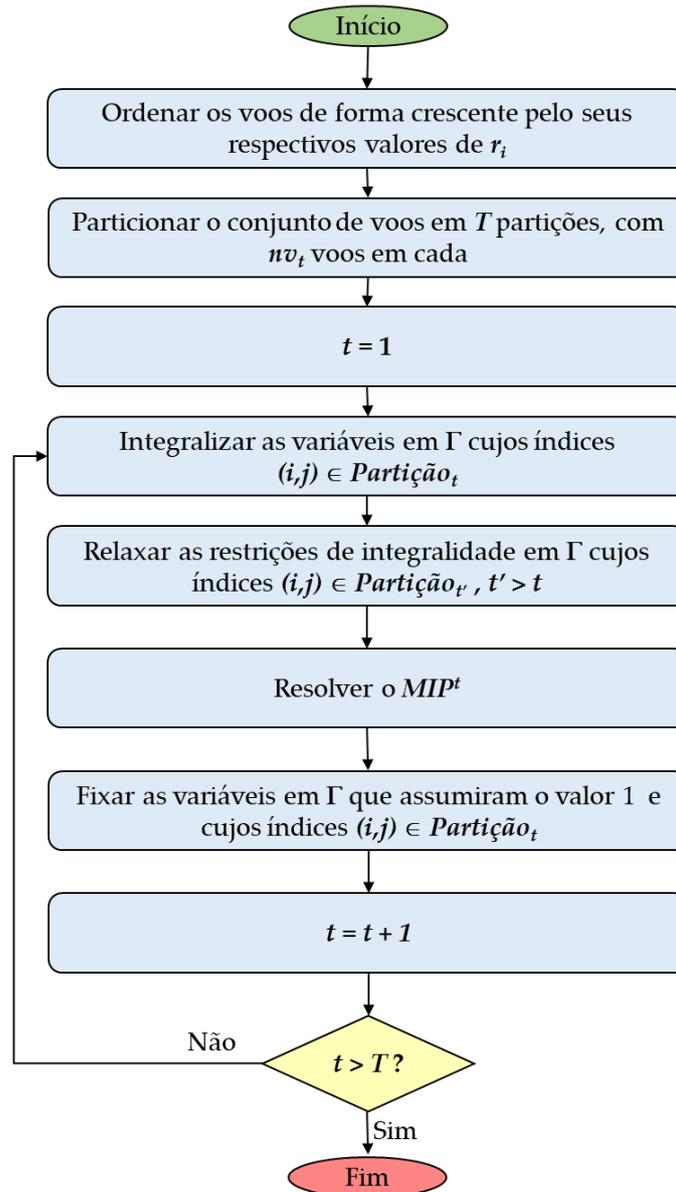
Fonte: Autoria própria.

$\{X1_{i,j,h}, Z_{i,j}\}$, $\{Y1_{i,h}, Z_{i,j}\}$, $\{X1_{i,j,h}, Y1_{i,h}, Z_{i,j}\}$). Por fim, para cada variável ou combinação de variáveis, o conjunto de voos foi particionado em 2, 3, 4 e 5 partições.

Seguindo com a descrição da estratégia, a Figura 21 resume os passos da *Relax-and-fix* implementada neste trabalho. Assim como explicado na Seção 2.2, essa heurística parte do princípio de que um dado conjunto de variáveis binárias (Γ) pode ser particionado em conjuntos distintos de importância decrescente. No caso deste problema, a importância das variáveis a serem particionadas fundamentou-se no r_i de cada voo, de forma que, quanto mais cedo o voo i estivesse inicialmente programado para decolar (i.e., quanto menor o valor de r_i), maior a sua importância nesta heurística. Isso porque os objetivos de otimização deste problema, conforme supracitado, consistem na minimização do atraso, dos cancelamentos (os quais são consequências do tamanho do atraso de cada voo) e das trocas de aeronave (as quais, embora permitidas, são menos desfavoráveis que atrasos maiores ou iguais a 15 minutos). Ou seja, todos os objetivos estão diretamente relacionados à minimização do atraso. Ainda, tal atraso é dado pela diferença entre a variável de decisão correspondente ao horário de partida reprogramado do voo i (DT_i para os modelos M1, M3, M4 e M5; W_e para M2) e o parâmetro (r_i) correspondente ao horário de partida inicial de cada voo i . Logo, quanto mais cedo o voo i estivesse inicialmente programado para decolar (i.e., quanto menor o valor de r_i), maior a sua importância nesta heurística. Portanto, o primeiro passo consistiu em ordenar os voos pelo seus r_i .

Aqui, cabe uma ressalva quanto aos voos de transferência de dias anteriores: na prática, eles não possuem horários de partida definidos no início da reprogramação (ou seja, não há um valor atribuído a r_i para tais voos). Porém, uma vez que os mesmos devem ser reprogramados o mais cedo possível, assumiu-se que seus respectivos valores de r_i eram iguais ao da janela de tempo de abertura do aeroporto (twa). Dessa forma, devido à penalidade w_{11} presente em todos os modelos, estes são incentivados a reprogramá-los próximos ao início do dia.

Após a ordenação, os voos do conjunto I foram particionados em T subconjuntos menores, denominados “Partição t ” ($t = \{1, 2, \dots, T\}$). Os tamanhos destas variaram ao longo dos experimentos conforme o valor de T , uma vez que buscou-se manter os números de voos por partição (nomeadamente, nv_t) constantes, próximo ao valor da equação (5.1). Nos casos em que nv_t não fosse inteiro, seu valor foi aproximado para o menor inteiro mais próximo e os valores restantes foram adicionados a cada partição em uma unidade, partindo-se da última partição. A Figura 22 exemplifica os processos de ordenação dos voos com base no parâmetro r_i , considerando, novamente, o exemplo ARP-Ex, no qual $|I| = 9$, enquanto a Figura 23 elucida como tal exemplo ilustrativo seria

Figura 21 – Algoritmo da *Relax-and-fix* implementada

Fonte: Autoria própria.

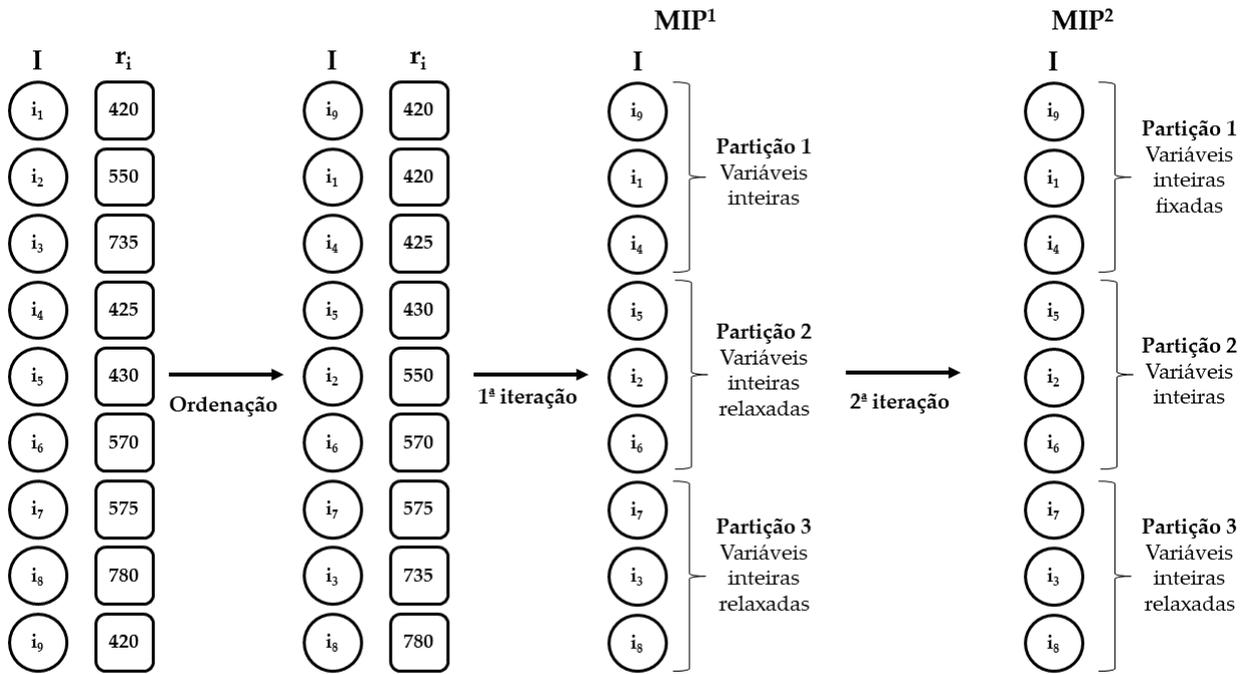
particionado em $T = 2, 3, 4$ e 5 partições.

$$nv_t \simeq \frac{|I|}{T} \quad (5.1)$$

Finalizado o particionamento, as iterações iniciaram-se. Primeiramente, na primeira iteração, impôs-se a integralidade das variáveis binárias Γ , em que $i \in \text{Partição}_1$, enquanto as variáveis pertencentes à Γ e correspondentes às demais partições tiveram sua condição de integralidade relaxada. A seguir, resolveu-se o MIP resultante (ilustrado por MIP^1 na Figura 22 e denominado de MIP^t para um MIP genérico), de tamanho menor que o original. Em seguida, fixaram-se as variáveis Γ que foram mantidas inteiras nesta iteração e que assumiram o valor 1 após a solução do MIP^1 . Na sequência,

iniciou-se a segunda iteração, impondo a condição de integralidade à Γ com índice $i \in$ Partição₂, relaxando-se as correspondentes às partições posteriores e solucionando o MIP^2 . E, assim, seguiu-se até o término da última partição T . A Figura 22 exemplifica como as variáveis Γ seriam relaxadas e fixadas a cada iteração t de um MIP^t , naquelas condições.

Figura 22 – Ilustração das etapas da Relax-and-fix para $T = 3$

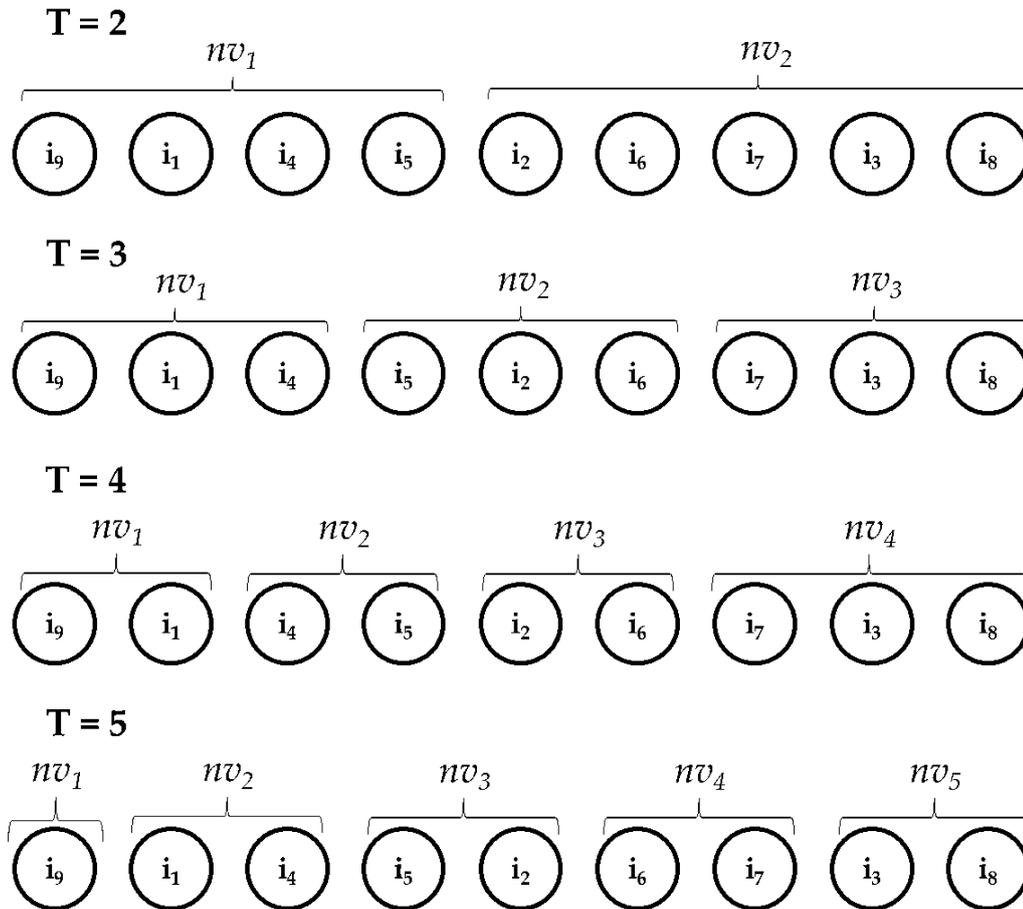


Fonte: Autoria própria.

Para melhor ilustração, as Figuras 24, 25 e 26 adiante, referentes, respectivamente, à $\Gamma = \{X1_{i,j,h}\}$, $\{Y1_{i,h}\}$ e $\{Z_{i,j}\}$, exemplificam como a heurística se comportou para o caso do mesmo ARP ilustrado nos modelos no Capítulo 4. Nessa exemplificação, decompôs-se o conjunto de voos em 3 partições de iguais tamanhos (isto é, $T = 3$ e $nv_1 = nv_2 = nv_3 = 3$). Nelas, podem-se observar particularidades interessantes quanto às variações que ocorrem a cada partição tanto em relação à ordenação dos voos quanto à alocação nos helicópteros.

Primeiramente, em relação à variável $X1_{i,j,h}$, a cada Partição t , a fixação se dá quando dois voos $i, j \in$ Partição _{t} são alocados de maneira consecutiva ao mesmo helicóptero h . Por exemplo, pela Figura 22, observa-se que os voos da Partição 1 são: Partição₁ = $\{i_1, i_4, i_9\}$; e, pela Figura 24, observa-se que os voos i_1 e i_4 atendem à condição para fixação da variável $X1_{9,1,1} = 1$, de forma que tal arco se mantém nas partições seguintes. Situação análoga ocorre com os voos i_5 e i_6 na Partição 2, em que o arco é mantido na Partição 3. Todavia, o mesmo não ocorre com o voo i_4 , que, embora tenha sido reprogramado, ele precede imediatamente o voo i_5 , o qual não faz parte

Figura 23 – Ilustração do particionamento ARP-Ex

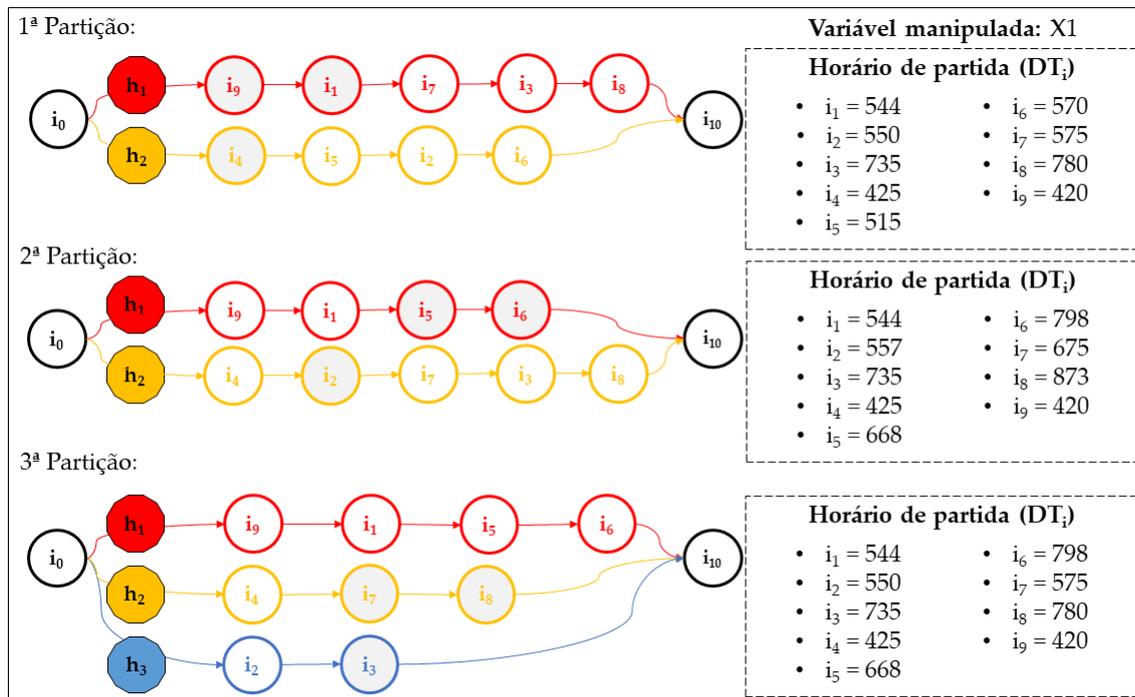


Fonte: Autoria própria.

da Partição 1. Portanto, a variável $X_{14,5,2} = 1$ não é fixada nesta iteração, assim como ocorre com o voo i_2 na Partição 2. Ainda em relação à ordenação dos voos, convém ressaltar que, quando um arco (i, j) é fixado em uma partição, a heurística não permite que outro voo seja alocado entre os dois mesmos voos, tornando a manipulação desta variável, neste quesito, uma estratégia mais restritiva em comparação à manipulação das variáveis $Y_{1,i,h}$ e $Z_{i,j}$.

Já no tocante aos helicópteros, percebe-se que, quando dois voos i, j atendem às condições supracitadas e, portanto, são fixados, a designação dos helicópteros a tal par de voos perdura até o final da heurística. Ou seja, ao avançar nas partições, a heurística não permite que os voos fixados sejam alterados para outros helicópteros disponíveis.

Uma peculiaridade importante do modelo M1 e que influencia na estratégia da heurística concerne-se à existência dos voos fictícios i_0 e i_{n+1} , especialmente na manipulação da variável $X_{1,i,j,h}$. Para demonstração, considere os voos i_9, i_4 , na Partição 1, os quais estão precedidos pelo voo fictício i_0 , visto que ambos são os primeiros voos a serem realizados por cada helicóptero. Embora a Figura 24 não ilustre esta situação, suponha que uma solução melhor existisse nas partições seguintes alocando-se o par

Figura 24 – Ilustração das etapas da *Relax-and-fix* com $\Gamma = \{X1_{i,j,h}\}$ 

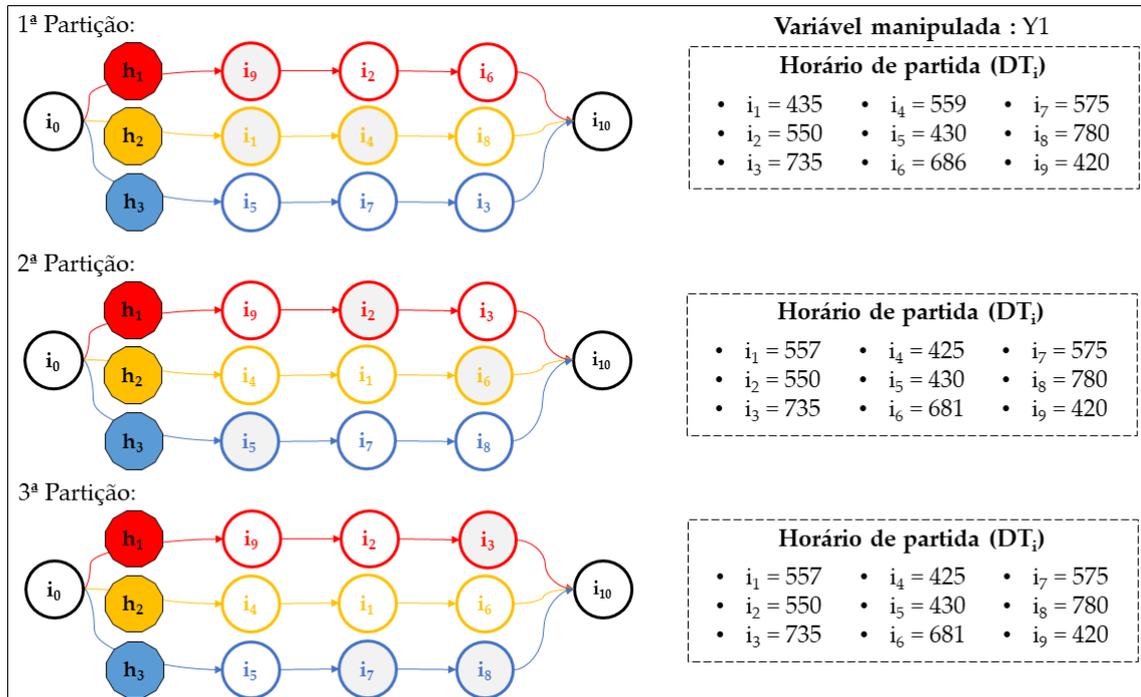
Fonte: Autoria própria.

de voos i_9, i_1 ou o voo i_4 a outro helicóptero, ou em outra sequência (i.e., não fossem os primeiros). Se o voo fictício i_0 fosse fixado aos voos que lhe sucedem imediatamente, essa solução não seria possível de ser atingida pela heurística. Logo, optou-se por não fixar o voo fictício i_0 em quaisquer partições, permitindo, assim, tal flexibilidade à heurística. Lógica semelhante foi utilizada para decidir-se por não fixar os voos que precedem mediante o voo fictício final i_{n+1} .

Quanto à variável $Y_{i,h}$, observa-se que, para que haja sua fixação, basta que o voo i tenha sido alocado a algum helicóptero h . Além disso, após fixado, o voo i ainda pode ser remanejado, nas próximas partições, para decolar em outra ordem, independente de quem são seus voos anteriores e posteriores. Isso pode ser observado na Figura 25, na primeira partição, na qual os voos i_1 e i_4 foram alocados e fixados ao helicóptero h_2 (i.e., $Y_{1,2} = Y_{4,2} = 1$). Contudo, na Partição 2, em seguida, os voos invertem suas ordens de decolagem, inclusive mudando seus respectivos horários de partida, de forma que o voo i_4 passa a ser o primeiro a decolar no helicóptero h_2 e o voo i_1 , o segundo. Portanto, no que toca o aspecto de ordenação dos voos, a manipulação desta variável não oferece nenhuma restrição ao longo das partições, oferecendo maior flexibilidade à heurística.

O mesmo não se pode dizer quanto à designação dos helicópteros, pois, uma vez que um voo i ($i \in \text{Partição}_t$) é designado a um helicóptero h em determinado MIP^t , tal alocação mantém-se até o término da heurística.

Figura 25 – Ilustração das etapas da *Relax-and-fix* com $\Gamma = \{Y1_{i,h}\}$



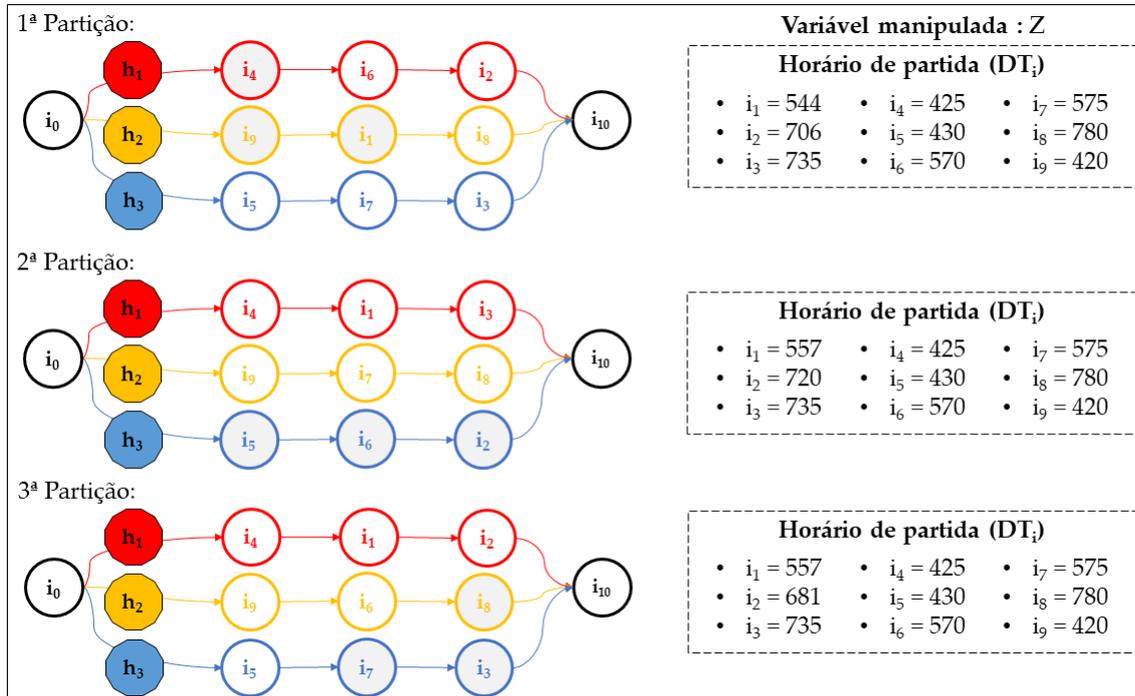
Fonte: Autoria própria.

Referente à variável $Z_{i,j}$, a sua fixação ocorre quando dois voos i, j ($i, j \in \text{Partição}_t$) são devidamente reprogramados durante o MIP^t , desde que i preceda j ($DT_i < DT_j$). Contudo, salienta-se que tal precedência não precisa, necessariamente, ser nem imediata nem no mesmo helicóptero, configurando uma fixação menos restrita no quesito de ordenação dos voos comparando-se à fixação que ocorre durante a manipulação da variável $X_{i,j,h}$. Para ilustração, considere, novamente, os voos i_9 e i_1 , no momento da Partição 1; note que, como $DT_9 < DT_1$, tem-se que $Z_{9,1} = 1$, e como $\{i_9, i_1\} \in \text{Partição}_1$, $Z_{9,1}$ tem seu valor fixado. Com isso em mente, observe, agora, a Partição 2: os voos i_9 mantêm-se precedendo a i_1 , porém tal precedência não ocorre imediatamente, havendo dois voos decolando entre i_9 e i_1 .

Somado a isso, considere, também, os voos i_4 e i_1 , ambos pertencentes à Partição 1, porém alocados a diferentes helicópteros. Mesmo nesse caso, destaca-se que, assim como ocorreu com a variável $Z_{9,1}$, tem-se que o valor de $Z_{4,1}$ é fixado em 1, e a precedência é mantida ao longo das próximas partições.

Ainda em relação aos helicópteros, frisa-se que, como a variável $Z_{i,j}$ não possui índice h referente aos helicópteros, sua fixação não impede que os voos i, j , fixados em determinado MIP^t , sejam realocados para outros helicópteros em $MIP^{t' > t}$. Tal situação ocorre com os voos i_9 e i_1 , que, embora na Partição 1 estivessem alocados à h_2 , nas partições seguintes, o voo i_1 foi alocado a h_1 , mantendo-se somente a precedência de

Figura 26 – Ilustração das etapas da Relax-and-fix com $\Gamma = \{Z_{i,j}\}$



Fonte: Autoria própria.

decolagem.

Por fim, ressalta-se que, ao manipular mais de uma variável simultaneamente, suas restrições são igualmente combinadas. Por exemplo, no caso da manipulação simultânea das variáveis $X1_{i,j,h}$ e $Y1_{i,h}$. Pela primeira variável, os voos $(i, j) \in \text{Partição}_t$ que são alocados imediatamente um após outro após resolução do MIP^t são fixados, bem como o helicóptero a que foram alocados. Porém, agora, por conta da segunda variável, o mesmo ocorre com os voos i que foram devidamente alocados a algum helicóptero h nesse MIP, independente de quem o esteja precedendo.

5.2 Resultados do método heurístico

Na Tabela 7 encontram-se os resultados dos experimentos realizados. Para cada experimento, forneceu-se um tempo computacional limite de 3600s. A primeira coluna (“Instância”) indica o nome da instância a qual os resultados nas linhas à frente se referem; a segunda (“T”) indica o número de partições do experimento; da terceira até a quinta coluna (colunas “ nv_t ”) estão descritos o número de voos daquela instância em cada partição t ; e da oitava à última coluna (colunas “ $\Delta\%$ ”) estão indicadas as variações percentuais para cada variável ou combinação de variáveis manipuladas que compuseram Γ . Tal variação consiste na relação entre o resultado fornecido pela

Tabela 7 – Valores de $\Delta_{\%}^I$ para cada par $(\Gamma; T)$

Instância	T	nv_t					$\Delta_{\%}^I$							
		nv_1	nv_2	nv_3	nv_4	nv_5	X1	Y1	Z	X1,Y1	X1,Z	Y1,Z	X1,Y1,Z	
i09	2	4	5	-	-	-	12%	0%	0%	12%	12%	0%	12%	
	3	3	3	3	-	-	60%	0%	0%	23%	60%	0%	23%	
	4	2	2	2	3	-	60%	0%	0%	14%	60%	0%	14%	
	5	1	2	2	2	2	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
i10	2	5	5	-	-	-	14%	0%	0%	14%	14%	0%	14%	
	3	3	3	4	-	-	0%	0%	0%	13%	14%	0%	13%	
	4	2	2	3	3	-	0%	0%	0%	57%	57%	0%	62%	
	5	2	2	2	2	2	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
i12	2	6	6	-	-	-	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
	3	4	4	4	-	-	0%	0%	0%	1%	0%	0%	1%	
	4	3	3	3	3	-	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
	5	2	2	2	3	3	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
i15	2	7	8	-	-	-	11%	0%	0%	8%	12%	0%	7%	
	3	5	5	5	-	-	5%	1%	0%	18%	17%	0%	17%	
	4	3	4	4	4	-	6%	0%	0%	13%	6%	0%	19%	
	5	3	3	3	3	3	6%	0%	0%	23%	0%	0%	30%	
i25	2	12	13	-	-	-	9%	0%	0%	16%	12%	-4%	16%	
	3	8	8	9	-	-	9%	0%	0%	13%	5%	0%	16%	
	4	6	6	6	7	-	5%	-4%	-5%	20%	5%	0%	10%	
	5	5	5	5	5	5	5%	-4%	0%	34%	5%	0%	26%	
i30	2	15	15	-	-	-	-20%	-21%	-9%	-32%	3%	-5%	-3%	
	3	10	10	10	-	-	8%	-22%	-13%	-41%	-3%	-3%	19%	
	4	7	7	8	8	-	17%	-28%	0%	45%	-3%	-7%	-13%	
	5	6	6	6	6	6	20%	-32%	-9%	-34%	-22%	-21%	48%	
i37	2	18	19	-	-	-	14%	-1%	3%	21%	18%	22%	34%	
	3	12	12	13	-	-	6%	-3%	22%	6%	29%	2%	26%	
	4	9	9	9	10	-	27%	-3%	-1%	17%	28%	0%	9%	
	5	7	7	7	8	8	12%	0%	3%	6%	9%	7%	23%	
i38	2	19	19	-	-	-	-193%	-194%	-103%	-73%	-80%	-103%	-98%	
	3	12	13	13	-	-	-71%	-170%	-71%	-153%	-97%	-74%	-77%	
	4	9	9	10	10	-	-89%	-194%	-10%	-194%	-88%	-79%	-116%	
	5	7	7	8	8	8	-47%	-208%	-31%	-163%	-93%	-78%	-122%	
i45	2	22	23	-	-	-	-45%	-77%	-63%	-131%	-62%	-198%	-93%	
	3	15	15	15	-	-	18%	-86%	30%	-124%	-97%	-197%	-129%	
	4	11	11	11	12	-	34%	-198%	-58%	38%	13%	-116%	-241%	
	5	9	9	9	9	9	4%	-87%	-12%	-123%	-130%	-92%	-134%	
Média	-	-	-	-	-	-3%	-34%	-9%	-18%	-8%	-26%	-16%		

Fonte: Autoria própria.

heurística *Relax-and-fix* (FO_{RandF}) e o resultado obtido pelo *solver* de propósito geral para aquela instância (FO_{exato}) resolvendo apenas o modelo dentro do tempo limite de 1 hora, conforme Equação (5.2). Para resultados mais detalhados, no Apêndice B, além dos valores de $\Delta_{\%}^I$, também encontram-se os valores da FO e do tempo computacional levado pela heurística para resolver cada instância, considerando cada par $(\Gamma; T)$.

$$\Delta_{\%}^I = \frac{FO_{RandF} - FO_{exato}}{FO_{exato}} \quad (5.2)$$

Pela Equação (5.2), se $\Delta_{\%}^I < 0$, a heurística melhorou a solução em comparação com FO_{exato} , naquela específica combinação $(\Gamma; T)$; se $\Delta_{\%}^I > 0$, tal par $(\Gamma; T)$ fez com que

Tabela 8 – Tempo computacional da *Relax-and-fix* para cada par $(\Gamma; T)$

Instância	T	X1	Y1	Z	X1,Y1	X1,Z	Y1,Z	X1,Y1,Z
i09	2	1	1	1	1	1	1	1
	3	1	1	1	2	1	1	1
	4	1	1	1	2	1	1	1
	5	1	1	1	3	1	1	1
i10	2	2	1	1	1	2	1	1
	3	1	1	1	1	1	1	1
	4	3	1	2	2	2	1	2
	5	3	1	2	5	2	1	5
i12	2	1	1	1	1	1	1	1
	3	1	1	2	1	1	1	1
	4	2	2	2	1	3	2	1
	5	5	2	3	1	5	2	2
i15	2	1856	1842	3600	1806	1834	1807	1805
	3	3600	2253	3600	27	2421	1265	703
	4	2295	1824	3600	1818	2717	1832	27
	5	2237	1901	3600	149	2065	1536	35
i25	2	1835	1840	3600	1847	1861	1822	1928
	3	2451	2415	3600	852	2422	2405	300
	4	1928	1848	3600	1156	1502	1811	578
	5	3600	2193	3600	831	2954	1559	804
i30	2	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	3	3600	3600	3600	3600	3600	2400	2430
	4	3600	2783	3600	3600	3600	2714	2741
	5	3600	2941	3600	3005	3600	2470	2813
i37	2	3600	1886	3600	3600	3600	1889	3600
	3	2591	2462	3600	2493	2459	2451	2457
	4	3600	1916	3600	2903	2826	3600	2786
	5	3600	2119	3600	2990	3600	1654	2280
i38	2	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	3	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	4	3600	3600	3600	3600	3600	2806	3600
	5	3600	3600	3600	3600	3600	3023	3600
i45	2	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	3	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	4	3600	3600	3054	3600	3600	3600	3600
	5	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
Média (todas as instâncias)		2123	1840	2385	1753	2041	1729	1603
Média (i15 a i45)		3183	2759	3577	2628	3061	2594	2404

Fonte: Autoria própria.

a heurística encontrasse soluções piores que FO_{exato} dentro do tempo limite; e, ainda, para os casos em que $\Delta_{\%}^I = 0$, a heurística não encontrou solução diferente de FO_{exato} . Ressalta-se que FO_{exato} é o valor da solução fornecida dentro do tempo limite de 1 hora, portanto, sem garantia de otimalidade. Por fim, na Tabela 8, encontram-se os tempos computacionais levados por cada experimento realizado (i.e., por cada par $(\Gamma; T)$).

De maneira geral, nota-se que, para as instâncias maiores (i30, i38 e i45), a heurística frequentemente encontrava soluções melhores que FO_{exato} , em um tempo computacional geralmente igual ou próximo ao levado para atingir FO_{exato} . Já para as instâncias i37 e i25, o número de soluções melhores que FO_{exato} fornecidas pela

Tabela 9 – Resultados práticos comparativos entre M1 e *Relax-and-fix* considerando o par $(\Gamma; T)$ cujo experimento forneceu melhor resultado para cada instância

Instância	Γ	T	# Voos não reprogramados		# Helicópteros utilizados		# Trocas de aeronaves		Atraso total (min)	
			M1	Heurística	M1	Heurística	M1	Heurística	M1	Heurística
i15	Y1	5								
		2								
	Z	4	0	0	5	5	3	3	1336	1336
		5								
	X1, Z	5								
	Y1, Z	5								
i15	Y1	5								
		2								
	Z	4	0	0	5	5	3	3	1336	1336
		5								
	X1, Z	5								
	Y1, Z	5								
i25	Z	4	0	0	10	9	4	6	994	1641
i30	X1, Y1	3	0	0	8	9	6	7	4438	4635
i37	Y1	4	0	0	10	10	4	4	1200	1570
i38	Y1	4	6	0	9	9	3	6	3906	6558
i45	X1, Y1, Z1	4	7	1	11	8	4	6	3566	6482

Fonte: Autoria própria.

heurística diminuiu consideravelmente; por outro lado, o tempo computacional médio para a heurística finalizar sua execução também diminuiu, comumente ficando abaixo de 3600s. Em relação às instâncias com poucos voos (i09, i10 e i12), deve-se ressaltar que, uma vez que FO_{exato} representava a solução ótima dentro do intervalo de 1 hora, não havia como a heurística encontrar soluções melhores; apenas pior ou, no máximo, equivalente. Quanto ao tempo computacional para solução de tais instâncias menores, nota-se que os tempos para gerar FO_{exato} e FO_{RandF} são semelhantes. Por fim, no tocante à instância i15, observa-se que, para nenhum par $(\Gamma; T)$, a heurística superou o valor de FO_{exato} , com tempos computacionais da heurística variando entre menos de 1 minuto até o limite de 3600s.

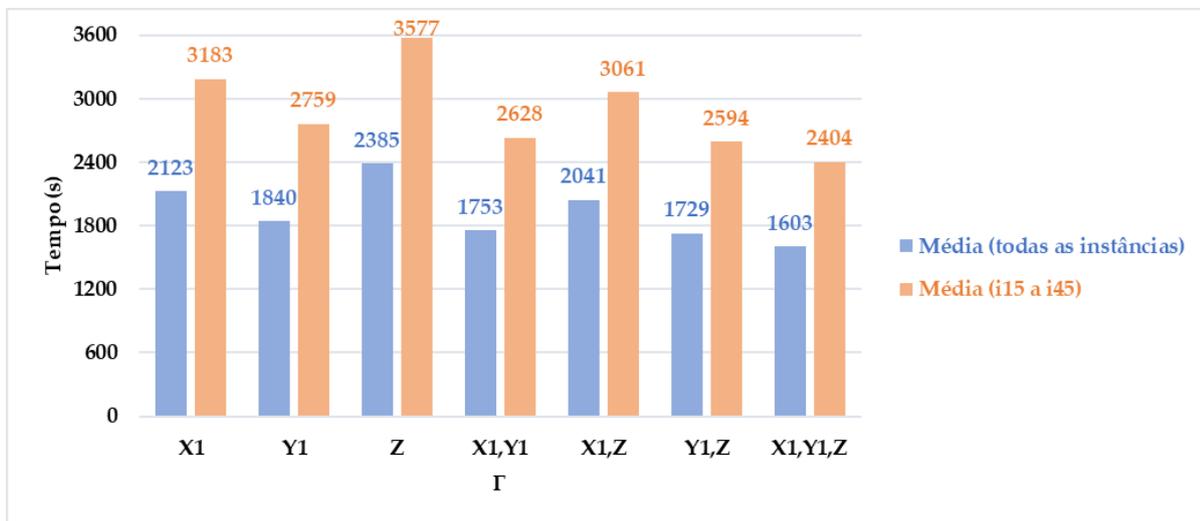
Para demonstrar tal melhora, a Tabela 9 compara os resultados práticos obtidos pelo *solver* apenas (coluna "M1") e o melhor resultado obtido pela heurística (coluna "Heurística") considerando o melhor par $(\Gamma; T)$, para cada instância.

Avaliando-se as Tabelas 7 e 8, também é possível inferir como cada composição de Γ influencia na melhora ou piora dos resultados e do tempo de execução da heurística. Em relação às instâncias i09, i10 e i12, observou-se que, para $\Gamma = \{Y1_{i,h}\}, \{Z_{i,j}\}$ e $\{Y1_{i,h}, Z_{i,j}\}$, a heurística sempre encontrou a solução ótima. Semelhantemente, para as instâncias i15 e i25, a manipulação dessas mesmas variáveis possibilitaram encontrar uma solução melhor ou, pelo menos, igual à FO_{exato} (com exceção à i15 para $T = 3, \Gamma = \{Y1_{i,h}\}$). Por outro lado, inserindo-se a variável $X1_{i,j,h}$, tanto de forma isolada quanto combinada, a heurística frequentemente demonstrou-se menos eficaz, proporcionando resultados piores ou, no máximo, iguais a FO_{exato} . Para a instância i30, para a maioria das configurações $(\Gamma; T)$, a heurística forneceu melhores resultados que FO_{exato} . No caso da i37, a heurística raramente superou FO_{exato} , obtendo melhores resultados ao se

manipular a variável $Y_{1,i,h}$. Em contrapartida, para a instância i38 todas as combinações $(\Gamma; T)$ possibilitaram à heurística melhores resultados. Finalmente, quanto à i45, nota-se, novamente, que a manipulação da variável $X_{1,i,j,h}$ não se mostrou eficaz.

No que tange aos tempos computacionais, para as instâncias i09, i10 e i12, as variáveis manipuladas praticamente não influenciaram nas variações dos tempos da heurística, havendo pouca variação entre os experimentos (no máximo de 4s). No restante das instâncias, avaliando-se as variáveis isoladamente (i.e., $\Gamma = \{X_{1,i,j,h}\}$, $\{Y_{1,i,h}\}$ e $\{Z_{i,j}\}$), nota-se que a manipulação de $Y_{1,i,h}$ possibilita à heurística atingir as soluções num tempo menor do que manipulando as outras variáveis, frequentemente em tempos menores que o levado para atingir FO_{exato} (3600s). Já ao avaliá-las em associação, percebe-se que os tempos computacionais são ainda menores. A Figura 27 e as duas últimas linhas da Tabela 8 exibem os tempos computacionais médios por instância de acordo com Γ , ilustrando tais variações de acordo com a variável ou conjunto de variáveis manipuladas. Nas barras azuis da Figura 27, encontram-se as médias considerando todas as instâncias. Nas alaranjadas, encontram-se as médias considerando apenas as instâncias que FO_{exato} não é necessariamente ótima, ou seja, em que o tempo computacional limite foi atingido tanto por M1 junto ao *solver* quanto pela heurística, em alguma das configurações $(\Gamma; T)$.

Figura 27 – Comparação do tempo computacional médio da heurística por Γ



Fonte: Autoria própria.

Entretanto, o fato da heurística solucionar o problema em menos tempo não necessariamente torna sua configuração em tal situação mais interessante, como ocorre comparando-se os resultados de $\Gamma = \{Y_{1,i,h}\}$ e $\{X_{1,i,j,h}, Y_{1,i,h}, Z_{i,j}\}$ para a instância i25. Um dos possíveis motivos para isso é porque, ao associar variáveis em Γ , o espaço de busca de soluções se reduz, de forma que a busca acaba sendo mais rápida; entretanto, tal redução de espaço pode excluir soluções melhores para o problema. Nesse sentido, convém avaliar conjuntamente tanto o tempo computacional quanto a qualidade da so-

lução gerada. Logo, uma vez que o tempo computacional da *Relax-and-fix* é ligeiramente maior quando $\Gamma = \{Y1_{i,h}\}$ em comparação a quando as variáveis são manipuladas em associação, porém possibilita construir soluções de qualidade, em média, consideravelmente superior, sua manipulação torna-se, no geral, a mais interessante dentre as possibilidades avaliadas.

Portanto, em síntese, pode-se inferir que a manipulação da variável $Y1_{i,h}$ é a que melhor possibilita à heurística encontrar resultados superiores, dado que, tanto sozinha quanto combinada, ela esteve nos melhores resultados, em média, obtidos pela heurística. Além disso, as variáveis $X1_{i,j,h}$ e $Z_{i,j}$ mostraram-se, nessa ordem, escolhas menos eficientes para o desempenho da heurística. Embora a manipulação de ambas variáveis tenham possibilitado à heurística fornecer resultados, em média, melhores que FO_{exato} , a diferença entre seus respectivos valor de $\Delta_{\%}^I$ com o valor de $\Delta_{\%}^I$ de $Y1_{i,h}$ é significativa.

Também, quando $X1_{i,j,h}$ e $Z_{i,j}$ foram manipuladas em combinação à $Y1_{i,h}$, as soluções atingidas eram frequentemente inferiores às atingidas quando $Y1_{i,h}$ era manipulada isoladamente. Isso provavelmente se deve pelo fato das variáveis $X1_{i,j,h}$ e $Z_{i,j}$ reduzirem mais o espaço de soluções a cada fixação. Afinal, quando $X1_{i,j,h}$ é fixada, há tanto a fixação dos voos aos helicópteros, impedindo a alocação desses a outros veículos, quanto a fixação dos voos imediatamente precedidos. E quando $Z_{i,j}$ é fixada, há a fixação da precedência entre os voos, independente se imediata ou não, conforme detalhado anteriormente na Seção 5.1. A última linha da Tabela 7 e a Figura 28 ilustram essa comparação.

Figura 28 – Comparação de desempenho médio da heurística por Γ



Fonte: Autoria própria.

Já quanto à influência de T na qualidade da solução, os resultados diferiram das expectativas. Esperava-se que, quanto maior o número de partições (e , portanto, meno-

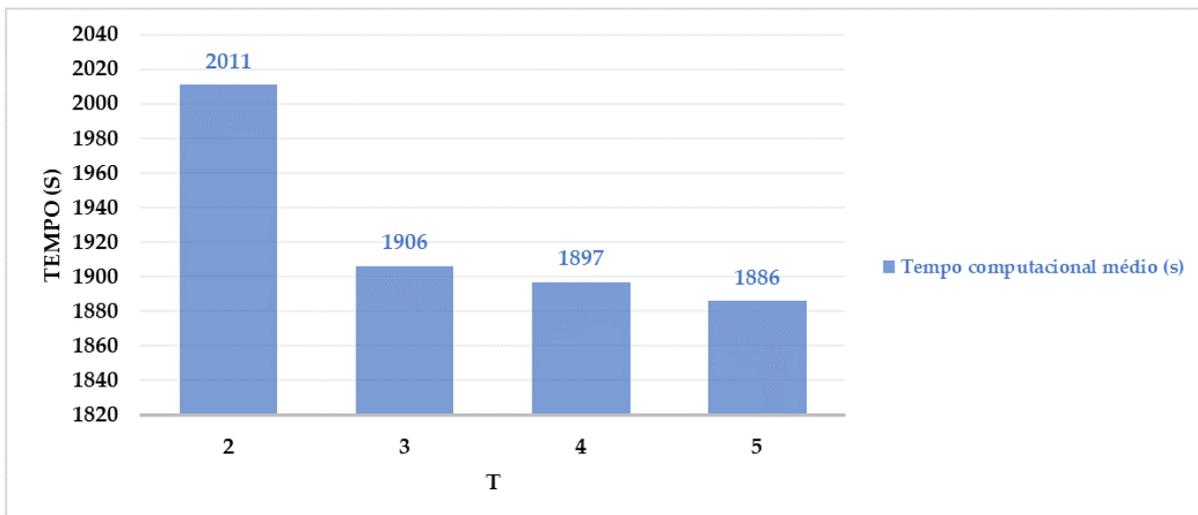
res os tamanhos destas), piores as qualidades das soluções fornecidas pela heurística seriam, afinal, como haveria mais variáveis relaxadas (originalmente inteiras) a cada MIP^t , estes estariam mais distantes do MIP original. Todavia, a Tabela 10 e a Figura 30 ilustram uma situação pouco esperada: embora, de $T = 2$ a $T = 4$, a qualidade da heurística deveras deteriorou-se com o aumento do número de partições, quando $T = 5$, houve uma súbita melhora nos resultados atingidos (em média) pela heurística.

Tabela 10 – Valores médios de $\Delta_{\%}^I$ e do tempo computacional da heurística para cada T , por instância

Instância	2		3		4		5	
	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)						
i09	7%	1	23%	1	21%	1	0%	1
i10	8%	1	6%	1	25%	2	0%	3
i12	0%	1	0%	1	0%	2	0%	3
i15	5%	2079	8%	1981	6%	2016	8%	1646
i25	7%	2105	6%	2064	5%	1775	10%	2220
i30	-12%	3600	-8%	3261	1%	3234	-7%	3147
i37	16%	3111	13%	2645	11%	3033	9%	2835
i38	-121%	3600	-102%	3600	-110%	3487	-106%	3518
i45	-95%	3600	-84%	3600	-75%	3522	-82%	3600
Média	-21%	2011	-15%	1906	-13%	1897	-19%	1886

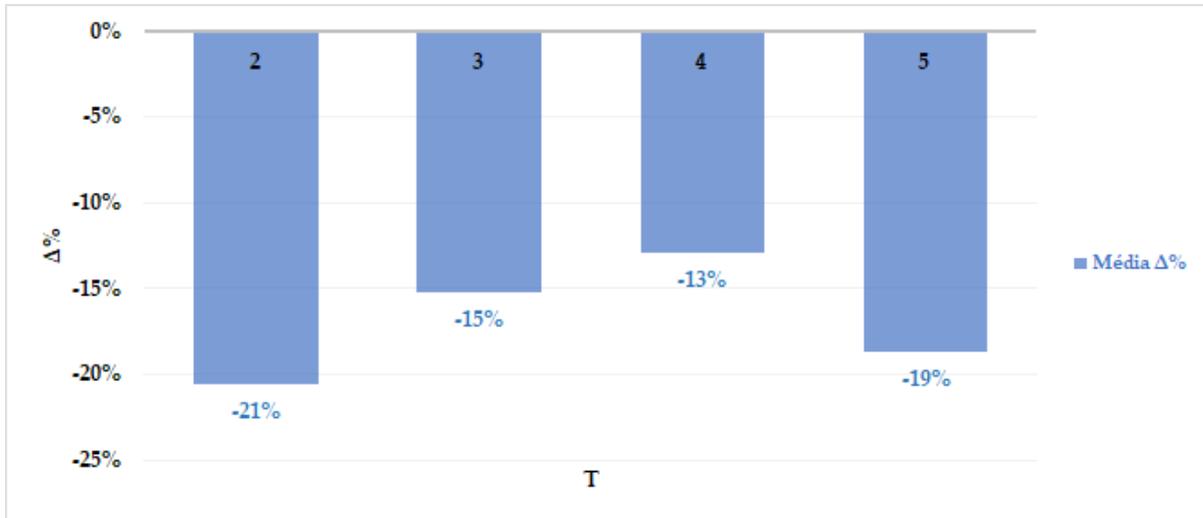
Fonte: Autoria própria.

Figura 29 – Comparação do tempo computacional médio da heurística por T



Fonte: Autoria própria.

Por outro lado, no que se refere à influência de T nos tempos computacionais da heurística, observou-se um resultado dentro das expectativas. Uma vez que, quanto maior o valor de T , maior o número de variáveis inteiras relaxadas e, portanto, mais simples o problema se torna de ser resolvido, esperava-se que o tempo computacional

Figura 30 – Comparação da qualidade da solução média da heurística por T 

Fonte: Autoria própria.

Tabela 11 – Valores médios de $\Delta_{\%}^I$ para cada par ($\Gamma; T$)

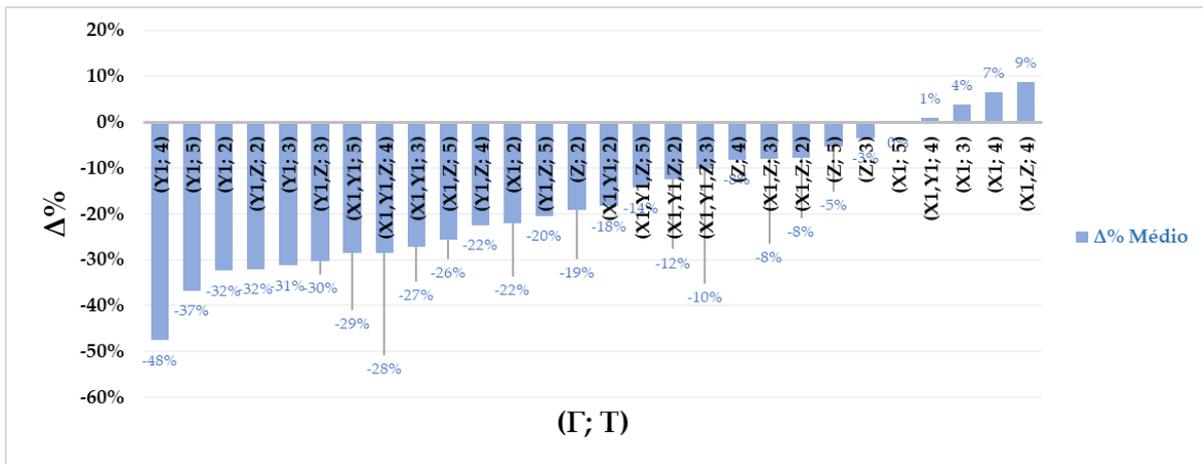
Γ	$\Delta_{\%}^I$			
	2	3	4	5
X1	-22%	4%	7%	0%
Y1	-32%	-31%	-48%	-37%
Z	-19%	-3%	-8%	-5%
X1,Y1	-18%	-27%	1%	-29%
X1,Z	-8%	-8%	9%	-26%
Y1,Z	-32%	-30%	-22%	-20%
X1,Y1,Z	-12%	-10%	-28%	-14%

Fonte: Autoria própria.

fosse menor para maiores valores de T . Isso de fato ocorreu, conforme ilustra a Figura 29 e a Tabela 10.

Por fim, a última análise envolveu cada combinação ($\Gamma; T$), buscando-se identificar quais delas, no geral, possibilitaram à heurística atingir os melhores resultados. Para tanto, construiu-se a Tabela 11, a qual reúne dados da Tabela 7 e apresenta a média do $\Delta_{\%}^I$ obtida em cada instância pela heurística considerando-se cada par ($\Gamma; T$). Para melhor visualização, os dados da Tabela 11 também foram dispostos no gráfico da Figura 31, ordenando-se os pares ($\Gamma; T$) crescentemente de acordo com seus respectivos valores médios de $\Delta_{\%}^I$.

Como pode-se observar, os pares ($\Gamma; T$) que possibilitaram à heurística atingir soluções as quais apresentaram as melhores reduções em comparação com FO_{exato} estão em consonância com os resultados expressos pelas Figuras 28 e 30. De acordo com a influência de Γ , esperava-se que a variável $Y1_{i,h}$ e suas combinações propiciassem à heurística os melhores resultados. Isso de fato ocorreu, conforme pode-se notar pela

Figura 31 – Valores de $\Delta_{\%}^I$ para cada par $(\Gamma; T)$ 

Fonte: Autoria própria.

concentração desta no início da abscissa. De maneira oposta, as variáveis $Z_{i,j}$ e $X_{i,j,h}$ concentraram-se ao final deste eixo, demonstrando desempenho ruim e por vezes até pior que FO_{exato} . Analogamente, quanto à T , observa-se maior aparecimento da combinação com 2 e 5 partições no início da abscissa, e com 3 e 4, ao final desta. Além disso, dado o aparecimento com frequência mais dispersa dos valores de T , ao longo do eixo, em comparação à Γ , pode-se inferir, também, que a influência de Γ no desempenho da heurística é maior que de T .

6 Heurística *Fix-and-optimize*

Conforme apontado nas Seções 2.2 e 2.3, a heurística MIP *Fix-and-optimize* é comumente empregada na literatura em problemas de *lot-sizing* e *scheduling*, havendo também alguns poucos trabalhos de sua aplicação em problemas de roteirização. Também, não foram encontrados trabalhos, até o momento, que empregam-na em um contexto de reprogramação de voos. Isso motivou sua investigação no contexto do problema desta pesquisa. Assim, na Seção 6.1, a estratégia adotada para empregar a heurística como método de solução é descrita e, na Seção 6.2, os resultados dessa estratégia são apresentados e discutidos.

6.1 Descrição da estratégia heurística

Assim como na Seção 5.1, além das notações matemáticas já apresentadas nos capítulos anteriores, também utilizaram-se outras que, para melhor leitura, estão apresentadas na Tabela. 12.

Primeiramente, da mesma forma como ocorreu com a *Relax-and-fix*, antes dos experimentos iniciarem-se, as variáveis que iriam ser manipuladas nessa heurística (ou seja, os elementos do conjunto Γ') deveriam ser selecionadas. Uma vez que a *Fix-and-*

Tabela 12 – Representações adicionais para descrição da estratégia heurística da *Fix-and-optimize*

Notação	Descrição
Γ'	Variáveis selecionadas para serem manipuladas em determinado experimento da <i>Fix-and-optimize</i>
T'	Número total de partições de voos em determinado experimento da <i>Fix-and-optimize</i>
t'	Índice indicador da partição de determinado experimento da <i>Fix-and-optimize</i> ($t' \leq T'$)
Partição $_{t'}$	Denominação da partição de índice t' da <i>Fix-and-optimize</i>
$\Delta_{\%}^{II}$	Variação percentual entre o resultado fornecido utilizando exclusivamente o modelo M1 e o <i>solver</i> e o resultado fornecido pela <i>Fix-and-optimize</i> , calculada conforme Equação (6.8)
$\Delta_{\%}^{III}$	Variação percentual entre o resultado fornecido pela <i>Fix-and-optimize</i> e o resultado fornecido pela <i>Relax-and-fix</i> , calculada conforme Equação (6.9)
$MIP^{t'}$	MIP cujas variáveis manipuladas em Γ' possuem índice $i \in$ Partição $_{t'}$
$nv_{t'}$	Número de voos em uma dada partição t'
Ω_i	Contribuição do voo i à função objetivo da <i>Fix-and-optimize</i> conforme Equação (6.1)

Fonte: Autoria própria.

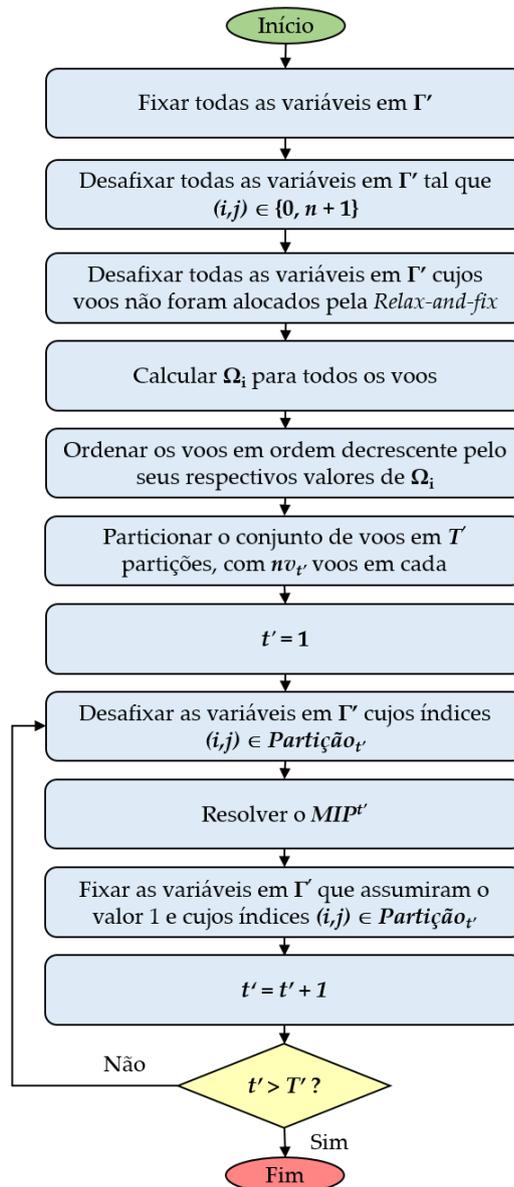
optimize iria ser combinada com o modelo M1, assim como a *Relax-and-fix*, novamente havia como opções as variáveis $X1_{i,j,h}$, $Y1_{i,h}$ e $Z_{i,j}$. Logo, para os experimentos, Γ' poderia ser composto por $\{X1_{i,j,h}\}$, $\{Y1_{i,h}\}$, $\{Z_{i,j}\}$, $\{X1_{i,j,h}, Y1_{i,h}\}$, $\{X1_{i,j,h}, Z_{i,j}\}$, $\{Y1_{i,h}, Z_{i,j}\}$ e $\{X1_{i,j,h}, Y1_{i,h}, Z_{i,j}\}$.

Seguindo com a descrição da estratégia, a Figura 32 resume os passos da *Fix-and-optimize* implementada neste trabalho. Note que a estratégia heurística da *Fix-and-optimize* implementada neste trabalho é muito semelhante à estratégia da *Relax-and-fix* anteriormente implementada (Figura 21), sendo também uma heurística iterativa. Assim como explicado na Seção 2.2, a *Fix-and-optimize* parte de uma solução inicial, denominada $(\bar{x}_{RandF}, \bar{y}_{RandF})$. Nessa solução inicial, todas as variáveis selecionadas para manipulação nessa heurística (i.e., as que compõem Γ') possuem seus valores fixados, e para as restantes, seus valores mantêm-se desafixados. Ressalta-se que, nessa heurística, as variáveis inteiras não são relaxadas, mantendo suas respectivas integralidades.

Em seguida, foi-se necessário definir quais voos e helicópteros (isto é índices i e h) seriam selecionados para que as variáveis $X1_{i,j,h}$, $Y1_{i,h}$, $Z_{i,j}$ correspondentes fossem desafixadas. Pelos mesmos motivos apresentados também na Seção 5.1, apenas os índices referentes aos voos (i) foram avaliados para definições dos critérios de manipulação.

Seguidamente, antes mesmo do particionamento das variáveis, as variáveis em Γ' correspondentes a dois conjuntos de voos foram desafixadas: os voos artificiais (i.e., os voos i_0 e i_{n+1}) e os voos não alocados pela *Relax-and-fix*. No caso dos voos artificiais, para as variáveis $Y1_{i,h}$, $Z_{i,j}$ tal desafixação é indiferente, pois elas sequer são criadas para tais voos. Entretanto, para a variável $X_{i,j,h}$, tal desafixação permite que novos sequenciamentos de voos sejam explorados para cada helicóptero h . Isso porque voos diferentes daqueles alocados pela *Relax-and-fix* podem ser alocados tanto no início do sequenciamento no helicóptero (i.e., alterando-se o voo j em $X1_{0,j,h}$) quanto no final (i.e., alterando-se o voo i em $X1_{i,(n+1),h}$). Já no caso dos voos não reprogramados em $(\bar{x}_{RandF}, \bar{y}_{RandF})$, a decisão de não fixá-los se deu considerando que o objetivo prioritário na reprogramação é alocar o máximo de voos possíveis. Logo, a desafixação de $X1_{i,j,h} = 0$, $Y1_{i,h} = 0$ e/ou $Z_{i,j} = 0$ possibilitaria que a *Fix-and-optimize* buscasse por soluções que alocassem tais voos à nova programação.

Na próxima etapa, iniciou-se o particionamento das variáveis em Γ' , o qual ocorreu de forma similar ao particionamento de Γ na *Relax-and-fix*. Para tanto, inicialmente, foi-se necessário ordenar os voos i para, depois, agrupá-los em conjuntos distintos de importância decrescente. No caso da *Fix-and-optimize*, tal importância se traduziu de acordo com a contribuição do voo (Ω_i) para a função objetivo da *Relax-and-fix*. Isto é, quanto maior o valor de Ω_i de um dado voo i , maior seria sua prioridade para desafixação das variáveis correspondentes em Γ' . Isso porque um maior valor de Ω_i implica em um resultado mais distante do cenário ideal, seja pelo uso indesejável de recursos (ao

Figura 32 – Algoritmo da *Fix-and-optimize* implementada

Fonte: Autoria própria.

alocar o voo i a uma aeronave h do tipo *spot* ou *pool* em vez do tipo normal), seja pelo distanciamento da programação original do voo i naquele dia (reprogramando-o em um horário de partida que gere atrasos, alocando-o a uma aeronave diferente daquela inicialmente designada a ele ou sequer reprogramando-o).

Assim, para cada voo i , o valor de Ω_i é calculado conforme a Equação (6.1). Note que Ω_i é definido como a soma das parcelas Ω_i^I , Ω_i^{II} , Ω_i^{III} , Ω_i^{IV} , Ω_i^V , Ω_i^{VI} . As parcelas Ω_i^I a Ω_i^{IV} são calculadas pelas Equações (6.2) a (6.5). Elas se referem às contribuições pela não reprogramação do voo i pela *Relax-and-fix*, dependendo do tipo deste (w_1, w_2, w_3, w_4). Já a parcela Ω_i^V é calculada conforme Equação (6.6). Ela refere-se às contribuições à FO pelo tipo de aeronave alocada ao voo (w_5, w_6, w_7) e pelo atraso total do

voos (w_{11}), portanto relacionam-se à todos os voos. A parcela Ω_i^{VI} é calculada conforme Equação (6.7). Ela refere-se às contribuições à FO pelo tipo de atraso do voo (w_8, w_9) e pela ocorrência de troca de aeronave designada ao voo (w_{10}), portanto relacionam-se somente aos voos de tabela e de comitiva. Por fim, os voos foram ordenados em ordem decrescente de Ω_i .

$$\Omega_i = \Omega_i^I + \Omega_i^{II} + \Omega_i^{III} + \Omega_i^{IV} + \Omega_i^V + \Omega_i^{VI}, \forall i \in I - \{0, n+1\} \quad (6.1)$$

$$\Omega_i^I = w_1(1 - \sum_h Y1_{i,h}), \forall i \in I_C \quad (6.2)$$

$$\Omega_i^{II} = w_2(1 - \sum_h Y1_{i,h}), \forall i \in I_2 \quad (6.3)$$

$$\Omega_i^{III} = w_3(1 - \sum_h Y1_{i,h}), \forall i \in I_1 \quad (6.4)$$

$$\Omega_i^{IV} = w_4(1 - \sum_h Y1_{i,h}), \forall i \in I_0 \quad (6.5)$$

$$\Omega_i^V = w_5 \sum_{h \in H_s} Y1_{i,h} + w_6 \sum_{h \in H_p} Y1_{i,h} + w_7 \sum_{h \in H_n} Y1_{i,h} + w_{11} D_i, \forall i \in I \quad (6.6)$$

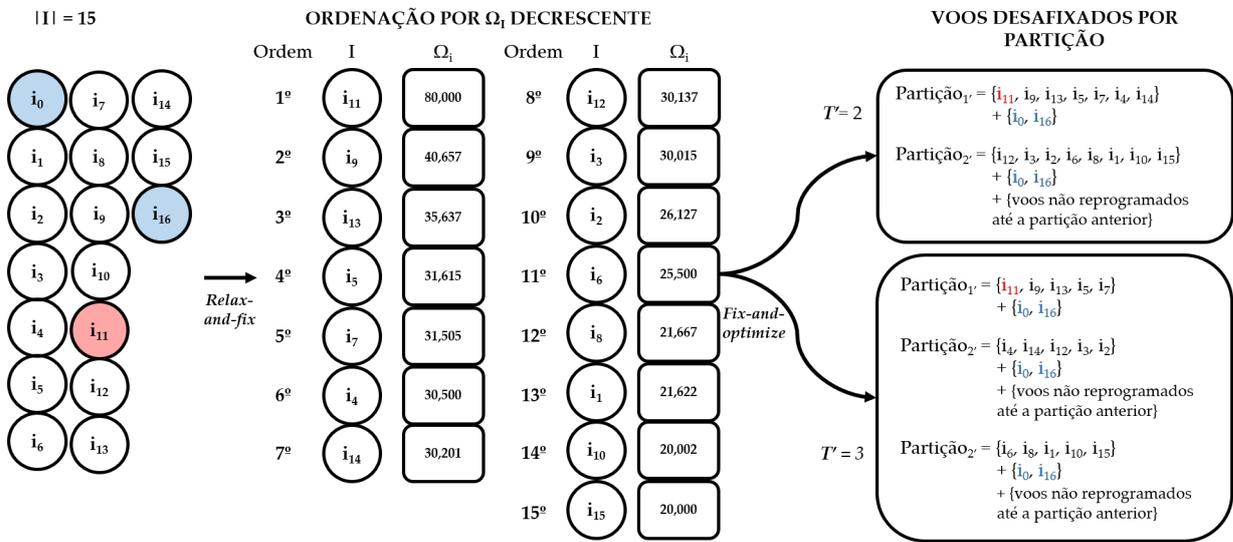
$$\Omega_i^{VI} = w_8 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^{II} + w_9 \sum_{i \in I_0 \cup I_C} B_i^I + w_{10} \sum_{i \in I_0 \cup I_C} \sum_{h \in H, h \neq a_i} Y1_{i,h} \quad (6.7)$$

Após a ordenação, os voos foram particionados em T' subconjuntos menores, denominados "Partição $_{t'}$ " ($t' = 1, 2, \dots, T'$). Assim como na *Relax-and-fix*, o tamanho das partições variaram ao longo dos experimentos conforme o valor de T' , dado que novamente buscou-se manter os números de voos por partição (i.e., $nv_{t'}$) constantes. O cálculo de $nv_{t'}$ ocorreu similarmente a nv_t , conforme Equação (5.1).

A Figura 33 exemplifica tanto a ordenação com base em Ω_i como o particionamento em $T' = 2$ e $T' = 3$ partições, para uma instância fictícia com 15 voos. No exemplo, a solução inicial ilustrada foi construída utilizando-se o modelo M1 combinado com a *Relax-and-fix*. Observe, nessa figura, a aplicação dos passos da *Fix-and-optimize* supracitados. Primeiramente, tem-se os voos em azul (i_0, i_{16}), representando o conjunto dos voos artificiais. Em seguida, tem-se o voo i_{11} , em vermelho, representando o conjunto de voos que a *Relax-and-fix* não conseguiu reprogramar. Por fim, há dois particionamentos representados, conforme os valores de T' impostos.

Em relação aos voos artificiais, note que eles sempre estão desafixados em todas as partições, o que é particularmente importante quando $\Gamma' = X1_{i,j,h}$. Em relação ao voo

Figura 33 – Ilustração de ordenação dos voos reprogramados em $(\bar{x}_{RandF}, \bar{y}_{RandF})$ segundo Ω_i e da formação das partições para $T' = 2$ e $T' = 3$



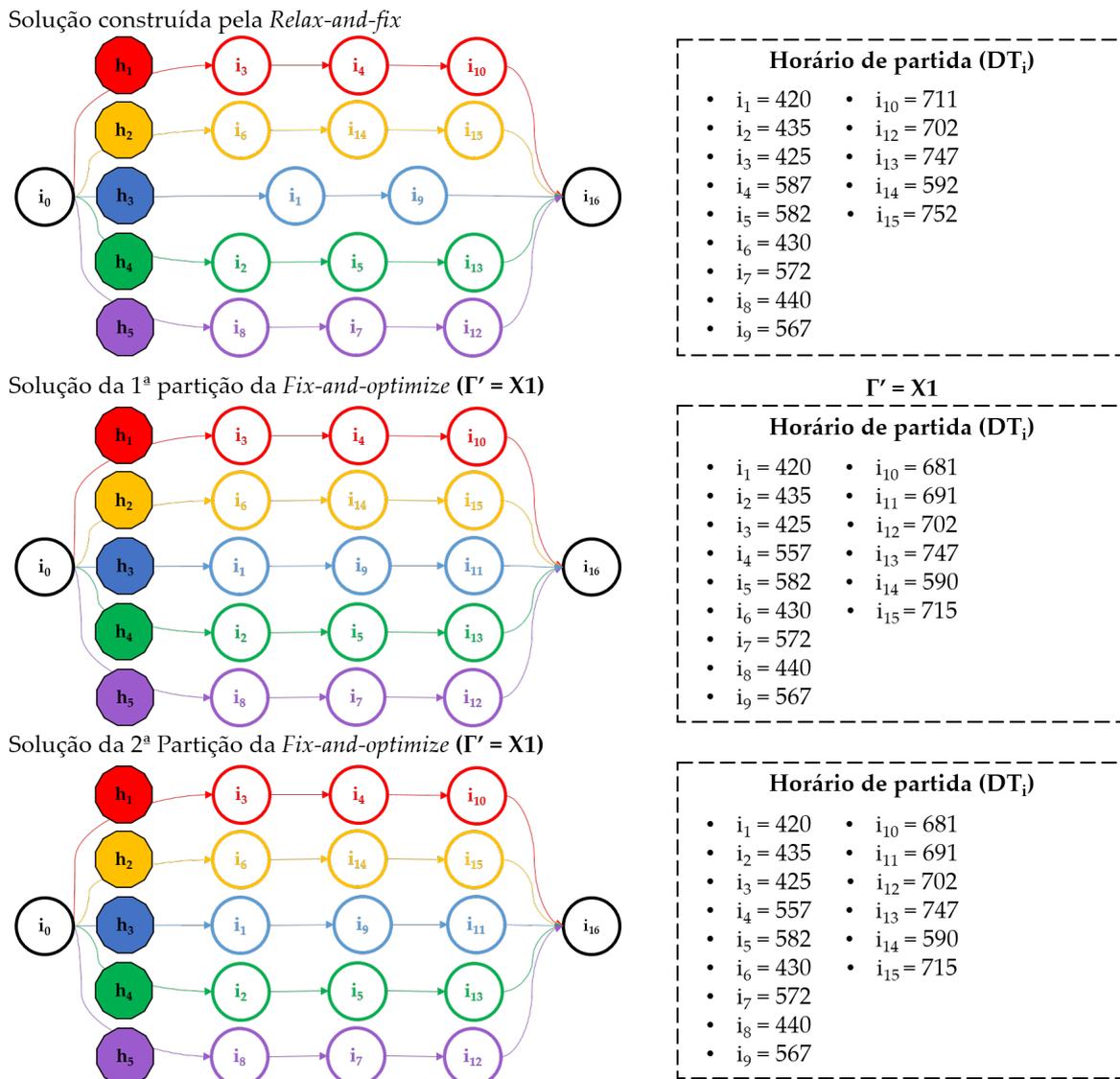
Fonte: Autoria própria.

não reprogramado pela *Relax-and-fix*, perceba que ele é o primeiro voo da ordenação, dada sua alta contribuição para a função objetivo. Logo, ele seria desafixado tanto pelo 3º passo quanto pelo 8º passo da heurística, seguindo o algoritmo da Figura 32. Contudo, se o número de voos que a *Relax-and-fix* não tivesse conseguido reprogramar fosse maior que $nv_{1'}$, o 3º passo garantiria que os voos que não compusessem a Partição $_1$ ' ainda assim fossem desafixados.

Finalizado o particionamento, as iterações iniciaram-se. Primeiramente, na primeira iteração, as variáveis em Γ' tal que $i \in \text{Partição}_1'$ eram desafixadas, enquanto as variáveis pertencentes à Γ' e correspondentes às demais partições mantiveram-se fixadas. Todas as demais variáveis mantinham-se desafixadas e iniciando com seus valores iguais aos da solução construída pela *Relax-and-fix*. Em seguida, o MIP resultante (denominado $MIP^{1'}$) era resolvido, limitado a 30 minutos. Ao final desse tempo ou caso o *solver* provasse a otimalidade desse MIP em específico antes do tempo, a rodada de solução terminava. Então, as variáveis em Γ' que assumiram valor 1 eram fixadas (i.e., se o voo fosse reprogramado com sucesso, a variável manipulada correspondente era fixada) e aquelas deste mesmo subconjunto referentes aos voos que não foram reprogramados mantinham-se desafixadas. Na sequência, iniciou-se a segunda iteração, desafixando as variáveis em Γ' tal que $i \in \text{Partição}_2'$ e mantendo-se as pertencentes às partições restantes ainda fixadas. Já as variáveis não pertencentes à Γ' , embora não fossem fixadas, iniciavam a rodada com os valores assumidos ao término da iteração do MIP anterior (nesse caso, do $MIP^{1'}$). E, assim, seguiu-se até o término da última partição T' .

Para melhor exemplificação, as Figuras 34, 35 e 36 referentes, respectivamente, a $\Gamma' = \{X1_{i,j,h}\}$, $\{Y1_{i,h}\}$ e $\{Z_{i,j}\}$, ilustram como a *Fix-and-optimize* se comportou para o caso do mesmo ARP ilustrado na Figura 33. Nesse exemplo, decompôs-se o conjunto de voos em 2 partições seguindo as regras de cálculo de $nv_{t'}$ (isto é, $T' = 2, nv_{1'} = 7, nv_{2'} = 8$). Nelas, podem-se observar particularidades interessantes quanto às variações que ocorrem a cada partição tanto em relação à ordenação dos voos quanto à alocação nos helicópteros.

Figura 34 – Ilustração das etapas da *Fix-and-optimize* com $\Gamma = \{X1_{i,j,h}\}$



Fonte: Autoria própria.

Primeiramente, em relação à variável $X1_{i,j,h}$, a fixação no início da *Fix-and-optimize* e ao término de cada iteração t' ocorre para todos os pares de voos i, j que estejam alocados com j imediatamente após i , no mesmo helicóptero h . Ou seja, tanto o sequenciamento dos voos em cada helicóptero quanto o helicóptero alocado a cada voo não mudam ao longo das iterações da heurística, a menos que $i, j \in \text{Partição}_{t'}$. Ana-

logamente, a cada Partição t' , a desafixação só se dá quando dois voos $i, j \in \text{Partição}_{t'}$ iniciam a iteração t' estando alocados de maneira consecutiva, no mesmo helicóptero h . Observe que há diversas restrições para que dois voos sejam desafixados, sendo, portanto, uma desafixação difícil de ocorrer comparativamente às manipulações das outras variáveis. Somando isso ao fato de que a fixação inicial de $X1_{i,j,h}$ não permite mudanças no sequenciamento e na alocação dos voos não pertencentes a Partição t' , nota-se que a manipulação da variável $X1_{i,j,h}$ não permite grandes modificações na solução inicial. Isso pode ser observado na Figura 34, na qual nenhum voo foi desafixado na solução de nenhuma das duas partições, embora o horário de partida DT_i de uma parcela dos voos tenha sido melhorado ao término da Partição₁.

Como mencionado na Seção 6.2, a desafixação dos voos artificiais torna-se particularmente interessante ao manipular-se $X1_{i,j,h}$ na *Fix-and-optimize*, como pode ser observado ainda na Figura 34. Note que, ao término da Partição_{1'}, o voo i_{11} , que não havia sido recuperado pela *Relax-and-fix*, foi alocado entre o voo i_9 (pertencente à Partição_{1'}) e o voo artificial i_{16} (i.e., $X1_{9,11,3} = X1_{11,16,3} = 1$). Se os voos artificiais não tivessem sido desafixados, tal alocação não seria possível

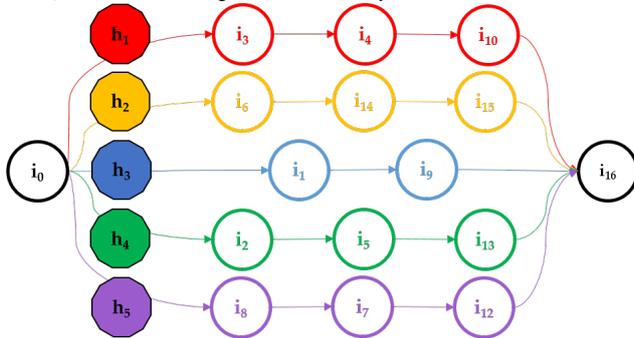
Em relação à variável $Y1_{i,h}$, distingue-se maior liberdade para a *Fix-and-optimize* buscar por melhores soluções a partir da inicial. Isso porque, primeiramente, a fixação tanto no início da *Fix-and-optimize* quanto no término de cada iteração se dá somente entre os voos e os respectivos helicópteros alocados a eles. Adicionalmente, a desafixação dos voos pertencentes a cada Partição t' ocorre para quaisquer voos que tenham sido recuperados na solução inicial, independente da ordem de partida destes. Logo, em dada iteração t' , em relação aos voos pertencentes à Partição t' , a *Fix-and-optimize* é livre para alterar tanto os seus sequenciamentos quanto as suas alocações aos helicópteros h . E, para os voos não pertencentes à Partição t' , a heurística é livre para alterar seus sequenciamentos no aeroporto, desde que mantenha os helicópteros a eles alocados.

Para ilustrar, na Figura 35, observe na solução da Partição_{1'} da *Fix-and-optimize*, os voos $i_9, i_{13}, i_7, i_4, i_{14}$, todos pertencentes a tal partição. Note que tais voos foram realocados de seus respectivos helicópteros inicialmente designados pela *Relax-and-fix* para outras aeronaves. Já os voos i_2, i_5 , por exemplo, uma vez que eles não pertenciam à Partição_{1'}, não foram destinados a outro helicóptero, mantendo-se em h_4 . Contudo, sua ordenação em h_4 foi alterada, conforme pode-se notar pela variação de DT_2 e DT_5 .

No tocante à manipulação da variável $Z_{i,j}$, a *Fix-and-optimize* aparenta ter maior liberdade para exploração de soluções em comparação com a manipulação da variável $X1_{i,j,h}$. Isso porque, no início da *Fix-and-optimize* e ao término de cada partição t' , a fixação de $Z_{i,j}$ força que as precedências de quaisquer dois voos i, j ($DT_i < DT_j$) sejam mantidas. Entretanto, ressalta-se que tais precedências não precisam ser imediatas, diferentemente da precedência fixada por $X1_{i,j,h}$. Analogamente, a cada partição t' ,

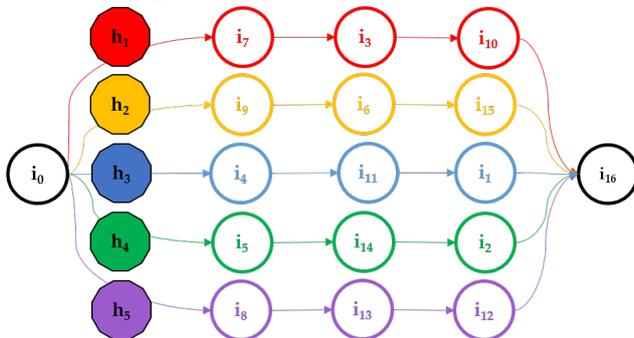
Figura 35 – Ilustração das etapas da *Fix-and-optimize* com $\Gamma = \{Y1_{i,h}\}$

Solução construída pela *Relax-and-fix*



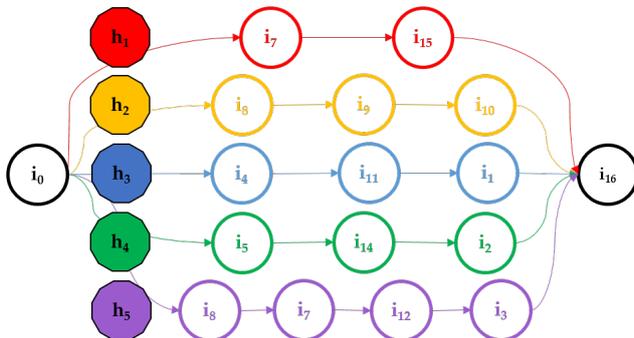
Horário de partida (DT_i)	
• $i_1 = 420$	• $i_{10} = 711$
• $i_2 = 435$	• $i_{12} = 702$
• $i_3 = 425$	• $i_{13} = 747$
• $i_4 = 587$	• $i_{14} = 592$
• $i_5 = 582$	• $i_{15} = 752$
• $i_6 = 430$	
• $i_7 = 572$	
• $i_8 = 440$	
• $i_9 = 567$	

Solução da 1ª partição da *Fix-and-optimize* ($\Gamma' = Y1$)



Horário de partida (DT_i)	
• $i_1 = 684$	• $i_{10} = 697$
• $i_2 = 727$	• $i_{11} = 555$
• $i_3 = 565$	• $i_{12} = 707$
• $i_4 = 420$	• $i_{13} = 580$
• $i_5 = 425$	• $i_{14} = 590$
• $i_6 = 570$	• $i_{15} = 712$
• $i_7 = 435$	
• $i_8 = 440$	
• $i_9 = 445$	

Solução da 2ª Partição da *Fix-and-optimize* ($\Gamma' = Y1$)

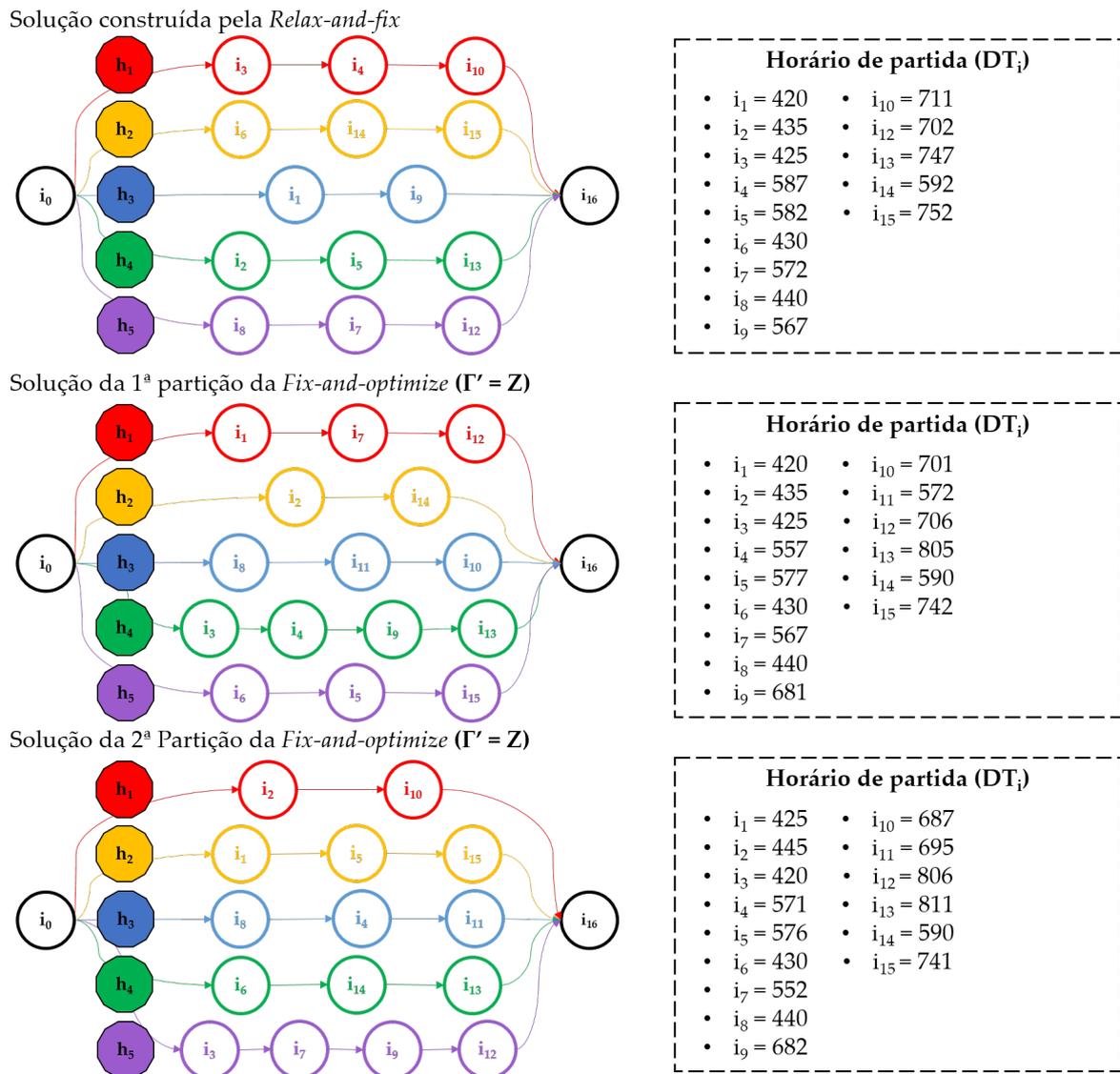


Horário de partida (DT_i)	
• $i_1 = 684$	• $i_{10} = 695$
• $i_2 = 715$	• $i_{11} = 555$
• $i_3 = 839$	• $i_{12} = 707$
• $i_4 = 420$	• $i_{13} = 580$
• $i_5 = 425$	• $i_{14} = 590$
• $i_6 = 430$	• $i_{15} = 600$
• $i_7 = 435$	
• $i_8 = 440$	
• $i_9 = 571$	

Fonte: Autoria própria.

para que dois voos i, j sejam desafixados, basta que ambos pertençam à Partição $_{t'}$ e um preceda o outro. Note que em nenhum momento os voos são fixados aos helicópteros, uma vez que a variável $Z_{i,j}$ não possui o índice h . Dessa forma, para os voos desafixados na Partição $_{t'}$, a heurística é livre, naquela iteração t' , para alterar seus sequenciamentos para quaisquer ordens (dentro das restrições do modelo). E, para todos os voos, a heurística é livre para alocá-los a quaisquer helicópteros (dentro das restrições do modelo).

A título de exemplificação, note, na Figura 36, os voos i_5, i_9 , ambos pertencentes à Partição $_1$, na solução construída pela *Relax-and-fix* e na melhorada ao término da Partição $_1$, da *Fix-and-optimize*. Na solução inicial, i_5 parte antes de i_9 , visto que $DT_5 < DT_9$; já na solução da Partição $_1$, i_5 parte após i_9 , dada a desafixação de $Z_{5,9} = 1$. Por outro lado, avaliando os voos i_{12} e i_{15} , ambos pertencentes Partição $_2$, a decolagem do

Figura 36 – Ilustração das etapas da *Fix-and-optimize* com $\Gamma = \{Z_{i,j}\}$ 

Fonte: Autoria própria.

voo i_{12} precede a do voo i_{15} ao término tanto da *Relax-and-fix* quanto da Partição_{1'}, dado a fixação mantida de $Z_{12,15} = 1$. Ressalta-se, também, que os 4 voos tomados como exemplo foram designados, ao término da Partição_{1'}, a helicópteros diferentes daqueles a eles alocados pela *Relax-and-fix*. Por fim, cabe salientar novamente que, ao manipular mais de uma variável simultaneamente, suas restrições são igualmente combinadas, assim como na *Relax-and-fix*.

6.2 Resultados do método heurístico

Para avaliar a eficácia da *Fix-and-optimize*, forneceu-se a esta um tempo computacional limite de 30 minutos nos experimentos. Portanto, uma vez que, no total, as MIP heurísticas combinadas dispunham de 90 minutos para suas execuções (60 min

para *Relax-and-fix* e 30 min para *Fix-and-optimize*), para compará-las fidedignamente com o desempenho do modelo M1, este foi resolvido novamente com o mesmo *solver* dos experimentos anteriores, porém limitando-o também a 90 min. Os resultados do modelo M1 após 90 min de rodada encontram-se na Tabela 13, sendo o *Gap* calculado, novamente, conforme Equação (4.137). Nela, constam somente os voos que o *solver* não encontrou a solução ótima em menos de 60 min (como ocorre com as instâncias i09, i10 e i12).

Tabela 13 – Resultados do modelo M1 após 90 min de execução

Instância	FO	Gap
i15	143,84	50%
i25	206,66	42%
i30	250,08	50%
i37	239,72	31%
i38	516,96	70%
i45	926,46	80%

Fonte: Autoria própria.

Nas Tabelas 14 e 15 encontram-se os resultados dos experimentos realizados com a *Fix-and-optimize*. Dado que, neste trabalho, a *Fix-and-optimize* é uma heurística de melhoria que parte de uma solução inicial produzida pela *Relax-and-fix*, suspeitou-se que a configuração desta última poderia influenciar significativamente os resultados fornecidos pela primeira. Logo, os experimentos foram realizados partindo-se das soluções construídas pela *Relax-and-fix* em duas configurações, avaliando-se os valores da Tabela 11. Primeiramente, fazendo $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$, configuração esta que forneceu os melhores resultados em média e cujos resultados encontram-se na Tabela 14. E, também, fazendo $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$, na qual a *Relax-and-fix* produziu os piores resultados em média e cujos resultados encontram-se na Tabela 15.

Assim, tanto na Tabela 14 quanto na Tabela 15, a primeira coluna (“Inst.”) indica o nome da instância a qual os resultados nas linhas à frente se referem; e a segunda (“T’”), indica o número de partições do experimento. Convém ressaltar que, uma vez que o cálculo de $nv_{t'}$ é igual ao de nv_t , as partições na *Fix-and-optimize* possuem o mesmo número de voos que na *Relax-and-fix* se $T' = T$. Logo, para valores de $nv_{t'}$, consultar Tabela 7.

Da terceira à nona coluna (colunas “ $\Delta_{\%}^{II}$ ”) estão indicadas as variações percentuais para cada variável ou combinação de variáveis manipuladas que compuseram Γ' , em comparação com as soluções fornecidas pelo modelo M1. Tal variação consiste na relação entre a função objetivo fornecida pela *Fix-and-optimize* (FO_{FandO}) e o resultado obtido pelo *solver* de propósito geral para aquela instância (FO_{exato}) resolvendo apenas o modelo, conforme Equação (6.8). Semelhantemente, da décima à décima sexta coluna (colunas “ $\Delta_{\%}^{III}$ ”) constam as variações análogas a $\Delta_{\%}^{II}$, porém comparando-se FO_{FandO}

Tabela 14 – Valores de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$ para cada par $(\Gamma'; T')$, tal que $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$

Inst.	T'	$\Delta_{\%}^{II}$						$\Delta_{\%}^{III}$							
		X1	Y1	Z	X1,Y1	X1,Z	Y1,Z	X1,Y1,Z	X1	Y1	Z	X1,Y1	X1,Z	Y1,Z	X1,Y1,Z
i09	2	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	4	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	5	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
i10	2	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	4	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	5	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
i12	2	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	4	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
i15	2	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%
	3	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%
	4	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%
	5	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%	-1%	-7%	0%	-1%	0%	0%	0%
i25	2	-5%	-10%	0%	-5%	0%	0%	0%	-5%	-10%	-1%	-5%	-1%	-1%	-1%
	3	0%	-10%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%	-10%	0%	-1%	0%	0%	0%
	4	0%	-10%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%	-10%	0%	-1%	0%	0%	0%
	5	0%	-5%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%	-5%	0%	-1%	0%	0%	0%
i30	2	-14%	-19%	-16%	-14%	-13%	-13%	-13%	-1%	-6%	-3%	-1%	0%	0%	0%
	3	-14%	-19%	-16%	-14%	-13%	-13%	-13%	-1%	-6%	-3%	-1%	0%	0%	0%
	4	-17%	-19%	-16%	-17%	-13%	-13%	-13%	-5%	-6%	-3%	-5%	0%	0%	0%
	5	-14%	-19%	-16%	-14%	-13%	-13%	-13%	-1%	-6%	-3%	-1%	0%	0%	0%
i37	2	-3%	-14%	-5%	-3%	-3%	-4%	-3%	0%	-11%	-2%	0%	0%	-2%	0%
	3	-3%	-13%	-5%	-3%	-3%	-3%	-3%	0%	-11%	-2%	0%	0%	0%	0%
	4	-3%	-14%	-5%	-3%	-3%	-3%	-3%	0%	-11%	-2%	0%	0%	0%	0%
	5	-3%	-13%	-5%	-3%	-3%	-3%	-3%	0%	-11%	-2%	0%	0%	0%	0%
i38	2	-53%	-59%	-56%	-57%	-53%	-53%	-53%	-1%	-13%	-8%	-8%	0%	0%	0%
	3	-53%	-56%	-53%	-53%	-53%	-53%	-53%	-1%	-6%	-1%	-1%	0%	0%	0%
	4	-57%	-56%	-53%	-57%	-53%	-53%	-53%	-8%	-6%	-1%	-8%	0%	0%	0%
	5	-53%	-55%	-53%	-53%	-53%	-53%	-53%	-1%	-5%	-1%	-1%	0%	0%	0%
i45	2	-70%	-64%	-65%	-69%	-64%	-65%	-63%	-30%	-15%	-17%	-28%	-17%	-19%	-14%
	3	-70%	-63%	-66%	-68%	-62%	-65%	-62%	-29%	-13%	-20%	-24%	-12%	-17%	-12%
	4	-68%	-74%	-65%	-68%	-61%	-63%	-61%	-24%	-40%	-18%	-24%	-9%	-14%	-9%
	5	-68%	-73%	-65%	-68%	-61%	-64%	-61%	-24%	-37%	-18%	-24%	-9%	-17%	-9%
$\Delta_{\%}$		-16%	-19%	-16%	-16%	-15%	-15%	-15%	-4%	-8%	-3%	-4%	-1%	-2%	-1%

Fonte: Autoria própria.

à solução fornecida pela *Relax-and-fix* (FO_{RandF}), conforme Equação (6.9). Por fim, em ambas Tabelas, a última linha ($\bar{\Delta}_{\%}$) corresponde à média dos valores da respectiva coluna.

Para resultados mais detalhados, no Apêndice C, além dos valores de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$, também encontram-se os valores da FO e do tempo computacional total levado pelas heurísticas para resolver cada instância, considerando cada par $(\Gamma'; T')$. Tal apêndice refere-se à *Fix-and-optimize* partindo tanto da solução construída tal que $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$ quanto tal que $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$.

$$\Delta_{\%}^{II} = \frac{FO_{FandO} - FO_{exato}}{FO_{exato}} \quad (6.8)$$

$$\Delta_{\%}^{III} = \frac{FO_{FandO} - FO_{RandF}}{FO_{RandF}} \quad (6.9)$$

Tabela 15 – Valores de $\Delta_{\%}^{II}$ e $\Delta_{\%}^{III}$ para cada par $(\Gamma'; T')$, tal que $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$

Inst.	T'	$\Delta_{\%}^{II}$							$\Delta_{\%}^{III}$						
		X1	Y1	Z	X1,Y1	X1,Z	Y1,Z	X1,Y1,Z	X1	Y1	Z	X1,Y1	X1,Z	Y1,Z	X1,Y1,Z
i09	2	1%	0%	147%	1%	149%	147%	149%	-59%	-60%	-1%	-59%	0%	-1%	0%
	3	135%	0%	147%	135%	149%	147%	149%	-5%	-60%	-1%	-5%	0%	-1%	0%
	4	149%	0%	147%	149%	149%	147%	149%	0%	-60%	-1%	0%	0%	-1%	0%
	5	135%	0%	147%	135%	149%	147%	149%	-5%	-60%	-1%	-5%	0%	-1%	0%
i10	2	134%	134%	134%	134%	134%	134%	134%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	134%	134%	134%	134%	134%	134%	134%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	4	134%	134%	134%	134%	134%	134%	134%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	5	134%	134%	134%	134%	134%	134%	134%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
i12	2	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	4	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	5	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
i15	2	-7%	-14%	6%	6%	6%	6%	6%	-12%	-18%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	6%	-14%	6%	6%	6%	6%	6%	0%	-18%	0%	0%	0%	0%	0%
	4	6%	-14%	6%	6%	6%	6%	6%	0%	-18%	0%	0%	0%	0%	0%
	5	6%	-14%	6%	6%	6%	6%	6%	0%	-18%	0%	0%	0%	0%	0%
i25	2	-5%	-10%	9%	-5%	10%	9%	10%	-14%	-18%	-1%	-14%	-1%	-1%	-1%
	3	0%	-9%	10%	0%	10%	10%	10%	-9%	-17%	-1%	-9%	0%	0%	0%
	4	0%	-5%	10%	0%	10%	10%	10%	-9%	-14%	-1%	-9%	0%	0%	0%
	5	10%	0%	10%	10%	10%	10%	10%	-1%	-9%	-1%	-1%	0%	0%	0%
i30	2	-16%	-22%	0%	-11%	7%	1%	7%	-22%	-28%	-7%	-17%	0%	-6%	0%
	3	-2%	-12%	0%	-2%	7%	7%	7%	-8%	-18%	-7%	-8%	0%	0%	0%
	4	7%	-12%	0%	7%	7%	7%	7%	0%	-17%	-7%	0%	0%	0%	0%
	5	7%	-12%	0%	7%	7%	7%	7%	0%	-18%	-7%	0%	0%	0%	0%
i37	2	19%	3%	39%	19%	39%	39%	39%	-14%	-26%	0%	-14%	0%	0%	0%
	3	32%	6%	39%	33%	39%	39%	39%	-5%	-24%	0%	-4%	0%	0%	0%
	4	33%	6%	39%	33%	39%	39%	39%	-4%	-24%	0%	-4%	0%	0%	0%
	5	33%	6%	39%	33%	39%	39%	39%	-4%	-23%	0%	-4%	0%	0%	0%
i38	2	-53%	-39%	-38%	-52%	-26%	-39%	-26%	-37%	-17%	-16%	-35%	0%	-17%	0%
	3	-48%	-51%	-37%	-48%	-26%	-26%	-26%	-29%	-33%	-15%	-29%	0%	0%	0%
	4	-50%	-51%	-27%	-50%	-26%	-26%	-26%	-32%	-33%	-1%	-32%	0%	0%	0%
	5	-45%	-51%	-27%	-45%	-26%	-26%	-26%	-26%	-33%	-1%	-26%	0%	0%	0%
i45	2	-33%	-20%	27%	-36%	-16%	-21%	-16%	-55%	-45%	-14%	-56%	-43%	-46%	-43%
	3	-33%	-7%	14%	-33%	47%	-1%	47%	-54%	-37%	-22%	-54%	0%	-33%	0%
	4	-35%	-38%	12%	-33%	30%	14%	30%	-56%	-58%	-24%	-54%	-12%	-22%	-12%
	5	-27%	-41%	14%	-27%	32%	2%	32%	-50%	-60%	-22%	-50%	-10%	-31%	-10%
$\Delta_{\%}$	21%	3%	35%	22%	38%	35%	38%	-14%	-24%	-4%	-14%	-2%	-4%	-2%	

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 16 encontram-se os valores médios totais de $\Delta_{\%}^{II}$ por instância e por configuração da *Relax-and-fix*. Como esperado, observando-se as Tabelas 14, 15 e 16, fica evidente que a solução inicial fornecida para a *Fix-and-optimize* influencia significativamente na solução final produzida por esta.

Em relação à configuração $(Y1, 4)$ da *Relax-and-fix*, para as instâncias menores (i09, i10 e i12), a *Fix-and-optimize* forneceu sempre soluções iguais à FO_{exato} , dado que a *Relax-and-fix* já havia provido a solução ótima. Para as instâncias i15 a i38, é possível observar, com base em $\Delta_{\%}^{III}$, o aprimoramento da solução pela *Fix-and-optimize* e, com base em $\Delta_{\%}^{II}$, ressalta-se que a solução final das heurísticas sempre é ou igual a FO_{exato} ou melhor. Por fim, para as instâncias com mais voos (i45), nota-se tanto uma melhora expressiva pela *Fix-and-optimize* da solução fornecida pela *Relax-and-fix* quanto uma solução final consideravelmente melhor que FO_{exato} .

Já para $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$, a *Fix-and-optimize* proporcionou para as instâncias i09 e

Tabela 16 – Variação média total $\Delta_{\%}^{II}$ por instância, por $(\Gamma; T)$

Instância	$\Delta_{\%}^{II}$	
	$(Y1; 4)$	$(X1, Z; 4)$
i09	0%	114%
i10	0%	134%
i12	0%	0%
i15	-1%	3%
i25	-2%	5%
i30	-15%	1%
i37	-5%	31%
i38	-54%	-37%
i45	-66%	-4%

Fonte: Autoria própria.

i10 soluções significativamente piores que FO_{exato} . No caso da i09, observa-se, por $\Delta_{\%}^{III}$, que a *Fix-and-optimize* conseguiu melhorar, em certos casos, a solução da *Relax-and-fix* em até 60%. Já na i10, nota-se que não houve aprimoramento da solução, de forma que a solução inicial manteve-se até o fim da *Fix-and-optimize*. Para as instâncias restantes, os resultados foram mistos, havendo configurações $(\Gamma'; T')$ em que o resultado final foi pior, melhor ou igual à FO_{exato} . Entretanto, mesmo para instâncias em que as heurísticas forneceram resultados mais vantajosos que FO_{exato} , tais resultados foram inferiores aos propiciados pelas heurísticas na configuração $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$.

Portanto, pode-se concluir que as heurísticas MIP *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize* combinadas são mais eficazes para a resolução do ARP com as instâncias avaliadas do que resolvendo o modelo M1 exclusivamente com o *solver* de propósito geral. Todavia, nota-se que é necessário que a *Relax-and-fix* esteja em uma figuração de forma a fornecer uma solução inicial relativamente boa para que a *Fix-and-optimize* possa, então, aprimorá-la para resultados superiores ao do *solver* exclusivamente.

Para demonstrar tal melhora, a Tabela 17 compara os resultados práticos obtidos pelo *solver* apenas (coluna "M1") após 90 min de execução; pela *Relax-and-fix* para $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$ (coluna "RandF") limitada a 60 min de execução; e o melhor resultado obtido pela *Fix-and-optimize* considerando o melhor par $(\Gamma'; T')$ (coluna "FandO") limitada a 30 min de execução, para cada instância em que o *solver* não encontrou a solução ótima.

Adicionalmente, para evidenciar a eficácia das heurísticas MIP em comparação com M1, foram comparados os valores das funções objetivo de ambos os métodos com o limitante inferior de M1 após 90 minutos de execução do *solver*. Tal comparação se deu pelo *Gap* conforme Equação (4.137), e os resultados encontram-se na Tabela 18 e no gráfico da Figura 37. Na primeira coluna da Tabela 18, encontram-se os nomes das instâncias; novamente, foram avaliadas apenas aquelas cuja solução ótima não foi encontrada pelo *solver* após 90 minutos. Na segunda coluna ("LB"), tem-se os valores

Tabela 17 – Resultados práticos comparativos entre M1, *Relax-and-fix* com $(\Gamma; T) = (T1; 4)$ e *Fix-and-optimize* com $(\Gamma'; T')$ iguais aos valores cujo experimento forneceu melhor resultado para cada instância

Instância	Γ'	T'	# Voos não reprogramados			# Helicópteros utilizados			# Trocas de aeronaves			Atraso total (min)		
			M1	RandF*	FandO**	M1	RandF	FandO	M1	RandF	FandO	M1	RandF	FandO
i15	Y1	$\frac{2}{3}$	0	0	0	5	5	5	3	3	1	1336	1341	1389
		$\frac{3}{4}$												
		$\frac{4}{5}$												
		2												
		5												
i25	Y1	2	0	0	0	9	9	9	6	1	3	1661	1801	1770
i30	Y1	5	0	0	0	9	9	9	6	16	3	4083	4542	4380
i37	Y1	4	0	0	0	10	10	10	5	14	11	1215	1570	1815
i38	Y1	2	3	0	0	10	11	10	2	7	5	4925	6082	6647
i45	Y1	4	7	1	0	11	11	11	4	11	17	3455	6578	6925

* RandF = *Relax-and-fix*

**FandO = *Fix-and-optimize*

Fonte: Autoria própria.

dos limitantes inferiores. Na terceira e na quarta coluna ("FO" e "Gap", ambas abaixo de "M1"), encontram-se, respectivamente, os valores das funções objetivo de M1 e seus consequentes *Gaps*. Na quinta e na sexta coluna ("FO" e "Gap", ambas abaixo de "Heurística (média)"), tem-se os valores médios das funções objetivo da *Fix-and-optimize* e seus respectivos *Gaps*. E, na sétima e na oitava coluna ("FO" e "Gap", ambas abaixo de "Heurística (mínimo)"), tem-se os valores das funções objetivo da *Fix-and-optimize* nas configurações $(\Gamma'; T')$ em que a heurística encontrou o melhor resultado para dada instância, bem como seus respectivos *Gaps*. Como pode ser observado, principalmente nas instâncias maiores (i38 e i45), o *Gap* da *Fix-and-optimize* para a melhor configuração $(\Gamma'; T')$ encontra-se muito mais próximo do 0% em comparação com o *Gap* de M1 solucionado exclusivamente com o *solver*, notabilizando-se novamente a eficácia das heurísticas MIP combinadas para solucionar as instâncias avaliadas.

Tabela 18 – Comparação das soluções de M1 e das heurísticas MIP com $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$ em relação ao limitante inferior de M1 após 90 minutos de execução do *solver*

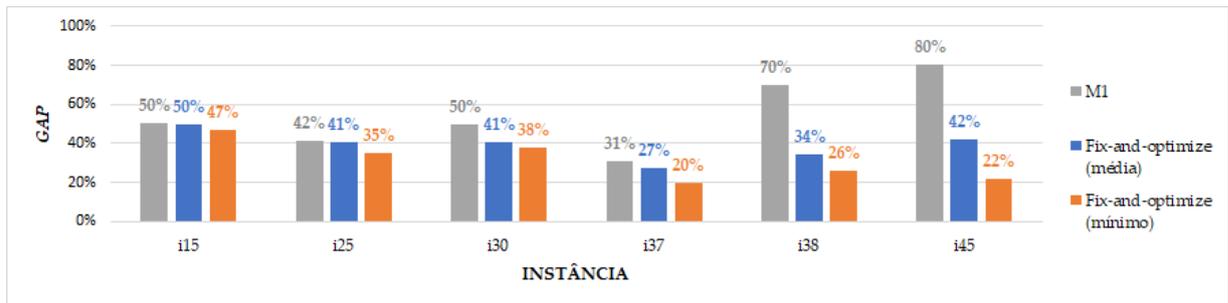
Instância	LB	M1		Heurística (média)		Heurística (mínimo)	
		FO	Gap	FO	Gap	FO	Gap
i15	71,24	143,84	50%	142,07	50%	133,39	47%
i25	120,89	206,66	42%	203,28	41%	185,77	35%
i30	126,09	250,08	50%	212,67	41%	202,88	38%
i37	166,35	239,72	31%	228,56	27%	207,32	20%
i38	156,28	516,93	70%	237,48	34%	211,15	26%
i45	185,23	926,46	80%	318,93	42%	236,93	22%

Fonte: Autoria própria.

Ainda com base nos resultados das tabelas 14 e 15, avaliou-se a influência de Γ' isoladamente no desempenho da *Fix-and-optimize*. Os resultados médio de $\Delta_{II}^{\%}$ para cada variável Γ' e para cada configuração da *Relax-and-fix* $(\Gamma; T)$ encontram-se na Tabela 19 e na Figura 38.

Em relação à variável $Y1_{i,h}$, pelas Tabelas 14 e 15, pode-se notar que, na grande

Figura 37 – Comparação gráfica das soluções de M1 e das heurísticas MIP com $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$ em relação ao limitante inferior de M1 após 90 minutos de execução do *solver*



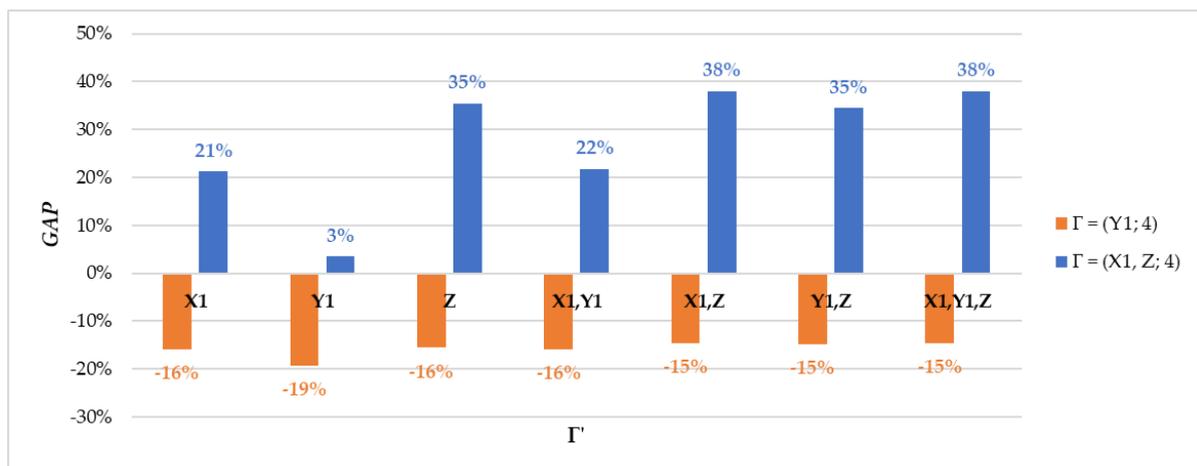
Fonte: Autoria própria.

Tabela 19 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ e $\Delta_{III}^{\%}$ por Γ'

Γ'	$\Gamma' = (Y1; 4)$		$\Gamma' = (X1, Z; 4)$	
	Média $\Delta_{II}^{\%}$	Média $\Delta_{III}^{\%}$	Média $\Delta_{II}^{\%}$	Média $\Delta_{III}^{\%}$
X1	-16%	-4%	21%	-14%
Y1	-19%	-8%	3%	-24%
Z	-16%	-3%	35%	-4%
X1,Y1	-16%	-4%	22%	-14%
X1,Z	-15%	-1%	38%	-2%
Y1,Z	-15%	-2%	35%	-4%
X1,Y1,Z	-15%	-1%	38%	-2%

Fonte: Autoria própria.

Figura 38 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ em relação a Γ'



Fonte: Autoria própria.

maioria dos experimentos para ambas configurações $(\Gamma; T)$, a heurística apresentou melhores soluções em comparação com as outras variáveis em Γ' , exceto em alguns casos nas instâncias i38 e i45. De fato, pela Tabela 19 e Figura 38, para $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$, a maior redução média em relação ao método exato ($\Delta_{II}^{\%}$) foi proporcionada quando $\Gamma' = Y1_{i,h}$. E, para $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$, tal valor de Γ' possibilitou à *Fix-and-optimize*

encontrar as soluções menos inferiores comparativamente a FO_{exato} .

Já em relação às variáveis $X1_{i,j,h}$ e $Z_{i,j}$, embora ambas configuraram desempenho aquém para a *Fix-and-optimize*, verifica-se que $\Gamma' = X1_{i,j,h}$ possibilitou soluções melhores que $\Gamma = Z_{i,j}$, sendo a diferença entre ambas configurações mais significativa para $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$. Convém contemplar que tal resultado difere das expectativas pois, dado que a manipulação da variável $X1_{i,j,h}$ é mais restritiva que a manipulação de $Z_{i,j}$, conforme explanado na Seção 6.1, esperava-se que a manipulação de $Z_{i,j}$ viabilizasse soluções melhores que a de $X1_{i,j,h}$. Logo, uma vez que as variáveis $X1_{i,j,h}$ e $Y1_{i,h}$ possibilitaram melhores soluções, isso pode ser um indício de que, neste problema, a *Fix-and-optimize* pode fornecer melhores soluções particionando-se os helicópteros no lugar dos voos, uma vez que ambas variáveis também estão indexadas em H , diferentemente de $Z_{i,j}$.

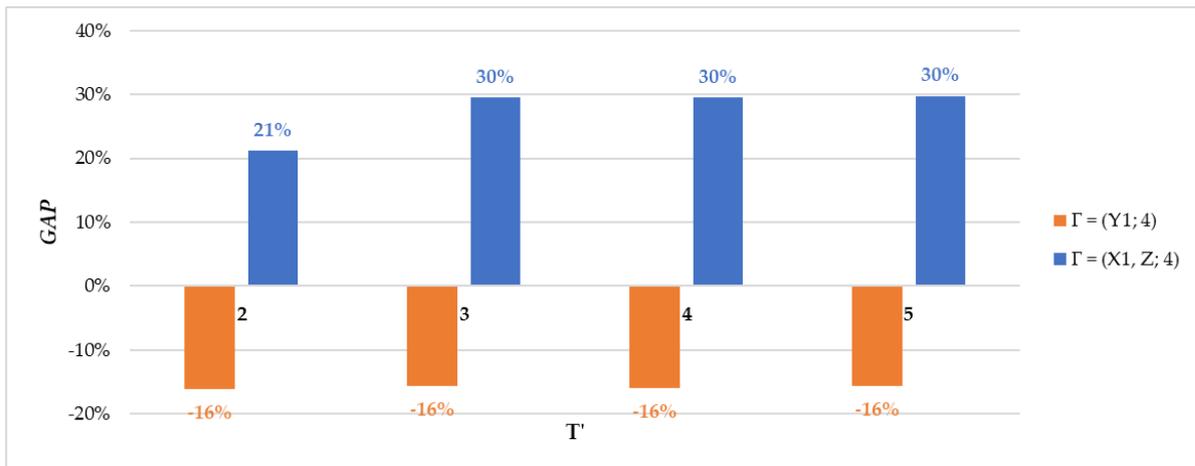
Além disso, avaliando-se a Tabela 19 e a Figura 38, nota-se que há uma variação nas porcentagens médias de $\Delta_{II}^{\%}$ e $\Delta_{III}^{\%}$ muito maiores quando $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$ do que quando $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$. Isso ocorre porque, como a *Relax-and-fix* constrói soluções melhores na configuração $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$, a solução de partida da *Fix-and-optimize*, nesse caso, encontra-se mais próxima da solução ótima, havendo menos espaço de busca para a heurística melhorar a solução inicialmente construída. Logo, as soluções fornecidas ao final para cada configuração Γ' são mais discrepantes entre si quando partem de uma solução inicial ruim. Nesse contexto, quando a *Relax-and-fix* fornece uma boa solução inicial, a escolha de qual variável manipular na *Fix-and-optimize* torna-se menos relevante. Por outro lado, se a solução construída for relativamente ruim, a variável manipulada na *Fix-and-optimize* possui grande impacto na solução final da heurística.

Também foi avaliada a influência de T' nos resultados fornecidos pela *Fix-and-optimize* por meio do $\Delta_{II}^{\%}$ médio, a qual consta na Tabela 20 e na Figura 39. Novamente, é possível observar que, quando a solução inicial concedida à *Fix-and-optimize* é boa, praticamente não há diferença na qualidade das soluções finais produzidas variando-se o número de partições totais. Isso pode ser ilustrado quando $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$, embora, nesse caso, com base em $\Delta_{III}^{\%}$ médio, pode-se inferir que houve uma ínfima vantagem quando $T' = 2$. Todavia, mesmo para $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$, a variação de $\Delta_{II}^{\%}$ médio por T' foi pouco significativa, de forma que $T' = 2$ mostrou-se novamente melhor que os outros valores de T' avaliados.

Tabela 20 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ e $\Delta_{III}^{\%}$ por T'

T'	$\Gamma = (Y1; 4)$		$\Gamma = (X1, Z; 4)$	
	Média $\Delta_{II}^{\%}$	Média $\Delta_{III}^{\%}$	Média $\Delta_{II}^{\%}$	Média $\Delta_{III}^{\%}$
2	-16%	-4%	21%	-13%
3	-16%	-3%	30%	-8%
4	-16%	-3%	30%	-8%
5	-16%	-3%	30%	-8%

Fonte: Autoria própria.

Figura 39 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ em relação a T' 

Fonte: Autoria própria.

Por fim, a última análise envolveu cada combinação $(\Gamma'; T')$, buscando-se identificar quais delas, no geral, possibilitaram à *Fix-and-optimize* atingir os melhores resultados. Para tanto, construiu-se a Tabela 21, a qual reúne dados das Tabelas 14 e 15 e apresenta a média do $\Delta_{II}^{\%}$ obtida em cada instância pela heurística considerando-se cada par $(\Gamma'; T')$. Para melhor visualização, os dados da Tabela 21 também foram dispostos no gráfico da Figura 40 e 41, ordenando-se os pares $(\Gamma'; T')$ crescentemente de acordo com seus respectivos valores médios de $\Delta_{II}^{\%}$.

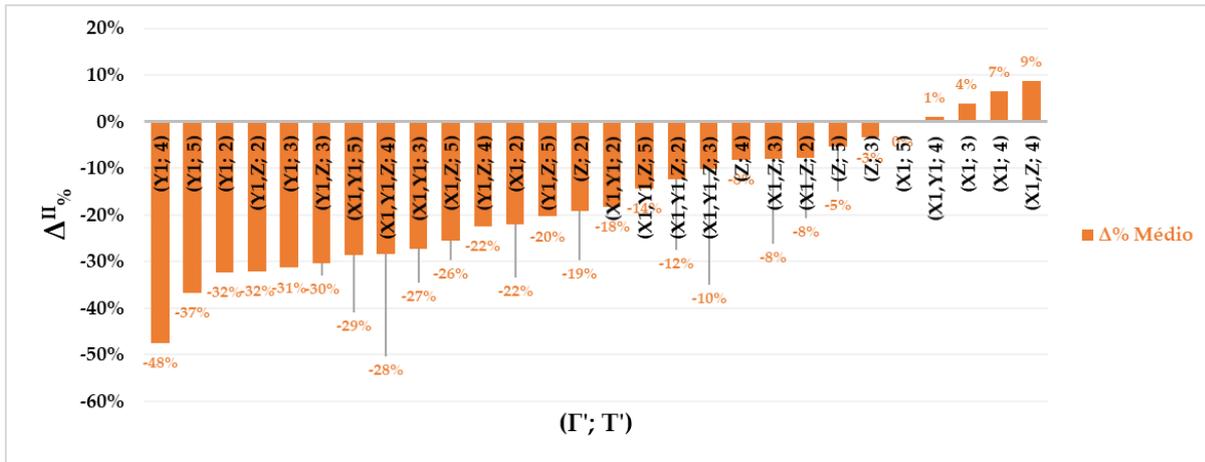
Tabela 21 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ por par $(\Gamma'; T')$

Γ'	$\Delta_{II}^{\%}(\Gamma; T) = (Y1; 4)$				$\Delta_{II}^{\%}(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$			
	2	3	4	5	2	3	4	5
X1	-22%	4%	7%	0%	4%	25%	27%	28%
Y1	-32%	-31%	-48%	-37%	4%	5%	2%	3%
Z	-19%	-3%	-8%	-5%	36%	35%	36%	36%
X1, Y1	-18%	-27%	1%	-29%	6%	25%	27%	28%
X1, Z	-8%	-8%	9%	-26%	34%	41%	39%	39%
Y1, Z	-32%	-30%	-22%	-20%	31%	35%	37%	35%
X1, Y1, Z	-12%	-10%	-28%	-14%	34%	41%	39%	39%

Fonte: Autoria própria.

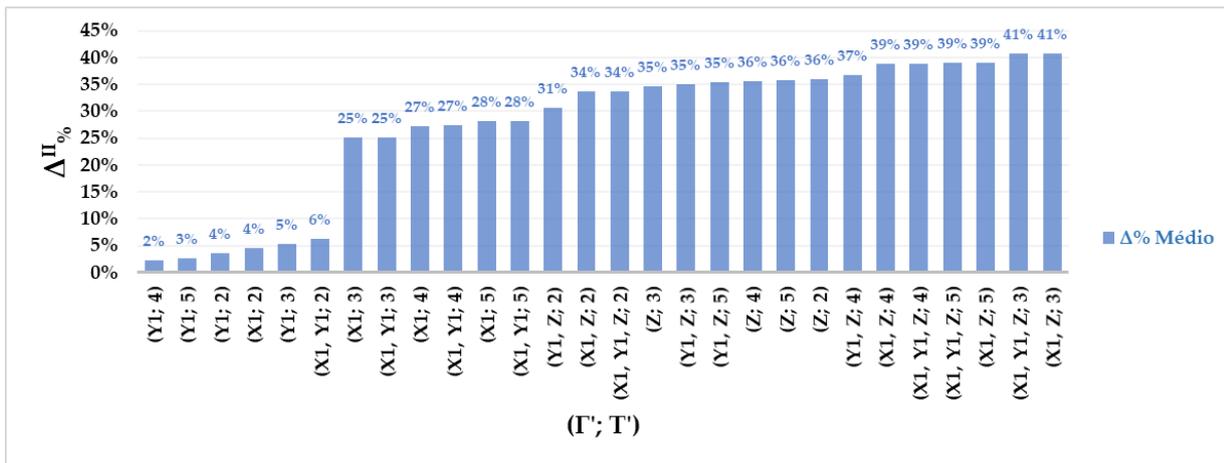
Como pode-se observar, os pares $(\Gamma'; T')$ que possibilitaram à heurística atingir soluções as quais apresentaram as melhores reduções em comparação com FO_{exato} estão em consonância com os resultados expressos pelas Figuras 38 e 39. De acordo com a influência de Γ' , esperava-se que a variável $Y1_{i,h}$ e suas combinações propiciassem à heurística os melhores resultados. Isso de fato ocorreu, conforme pode-se notar pela concentração desta no início da abscissa. De maneira oposta, as variáveis $Z_{i,j}$ e $X_{i,j,h}$ concentraram-se ao final deste eixo, demonstrando desempenho ruim e por vezes até pior que FO_{exato} . Analogamente, quanto à T' , observa-se uma distribuição aleatória de seus valores pela abscissa, dado que nenhum deles foi dominante aos outros. A exceção fica por $T' = 2$, na Figura 41, onde tal valor se concentra entre o início e o meio da

Figura 40 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ por T'



Fonte: Autoria pr\u00f3pria.

Figura 41 – Variação média de $\Delta_{II}^{\%}$ em rela\u00e7\u00e3o a T'



Fonte: Autoria pr\u00f3pria.

abscissa visto que propiciou resultados melhores que os demais, para essa configura\u00e7\u00e3o de *Relax-and-fix*. Al\u00e9m disso, dado o aparecimento com frequ\u00eancia mais dispersa dos valores de T , ao longo do eixo, em compara\u00e7\u00e3o \u00e0 Γ , pode-se inferir, tamb\u00e9m, que a influ\u00eancia de Γ no desempenho da heur\u00edstica \u00e9 maior que de T .

Ainda, tamb\u00e9m foi poss\u00edvel avaliar a influ\u00eancia da *Relax-and-fix* e da *Fix-and-optimize* na solu\u00e7\u00e3o final fornecida pelas heur\u00edsticas MIP combinadas. Para isso, considere dois conjuntos de experimentos advindos das Tabelas 14 e 15. O primeiro conjunto compreende os experimentos realizados manipulando-se a vari\u00e1vel de melhores resultados na *Relax-and-fix* ($Y1_{i,h}$) e as vari\u00e1veis de piores resultados da *Fix-and-optimize* ($X1_{i,j,h}, Y1_{i,h}, Z_{i,j}$), ou seja, os experimentos da coluna "X1, Y1, Z" da Tabela 14. O segundo conjunto compreende os experimentos realizados manipulando-se as vari\u00e1veis

de piores resultados na *Relax-and-fix* ($X_{1,i,j,h}, Z_{i,j}$) e a variável de melhores resultados da *Fix-and-optimize* ($Y_{1,i,h}$), ou seja, os experimentos da coluna "Y1" da Tabela 15. Note que, na grande maioria das combinações (Γ', T'), o primeiro conjunto de experimentos apresenta resultados melhores que o segundo conjunto ou, pelo menos, equivalentes (exceto para as instâncias i15 e i25). Logo, avaliando-se as heurísticas MIP de maneira combinada, é possível inferir que, para este problema, se a solução da *Relax-and-fix* for boa, a solução final das heurísticas MIP combinada, no geral, também será. Porém, se a solução da *Relax-and-fix* for ruim, apenas a *Fix-and-optimize*, no geral, não será suficiente para entregar soluções significativamente boas. Logo, no geral, a *Relax-and-fix* influencia mais no resultado final do que a *Fix-and-optimize*.

6.3 Comparação com [Vieira et al. \(2021\)](#)

A fim de avaliar a eficácia das heurísticas MIP deste trabalho com a literatura, os resultados apresentados na Seção 6.2 foram comparados com os resultados da heurística proposta por [Vieira et al. \(2021\)](#). Isso pode ser feito uma vez que o problema tratado nesta dissertação e em [Vieira et al. \(2021\)](#) são similares, se diferenciando apenas pelo ARP desta dissertação apresentar as restrições (4.8).

Como explicado na Seção 4.1, as restrições (4.8) obrigam que cada helicóptero possa realizar, no máximo, n^{max} voos num mesmo dia. Com isso, esperava-se uma melhora na relaxação linear dos modelos avaliados, o que de fato ocorreu conforme Tabela 22. No caso deste trabalho, os experimentos foram realizados fazendo-se $n^{max} = 5$.

Tabela 22 – Comparação da relaxação linear do modelo M1 com e sem as restrições 4.8

Instância	RL com restrições (4.8)	RL sem restrições (4.8)
i09	37,84	22,64
i10	40,5	22
i12	48,97	23,5
i15	63	25
i25	104,64	47,64
i30	123,21	45,71
i37	151,1	51,5
i38	153,04	45,21
i45	181,21	48,21

Fonte: Autoria própria.

Para a comparação entre ambos os trabalhos, foram utilizadas as mesmas instâncias que as da Tabela 2, dado que elas também foram utilizadas nos experimentos de [Vieira et al. \(2021\)](#). Avaliando-se as soluções da heurística de [Vieira et al. \(2021\)](#), observou-se que, com exceção da instância i38, em nenhuma outra foram alocados mais de 5 voos em um mesmo helicóptero, de forma que as restrições (4.8) seriam indiferentes para os resultados dessas instâncias. Portanto, para tais exemplares, os resultados deste trabalho e de [Vieira et al. \(2021\)](#) são possíveis de serem comparados. Para o caso da

i38, a fim de tornar seus resultados comparáveis entre ambos trabalhos, as heurísticas MIP foram executadas novamente somente para tal instância, excluindo-se as restrições (4.8). As comparações das soluções de ambos métodos dispõem-se na Tabela 23. A solução da instância i38 incluindo-se as restrições (4.8) estão na linha "i38a", e a solução excluindo-se tais restrições encontram-se na linha "i38b".

Na Tabela 23, a primeira coluna "Inst." indica o nome da instância. A segunda ("Método") indica qual o método de solução utilizado para obter os resultados apresentados, de forma que "Heurísticas MIP" referencia este trabalho. A terceira coluna ("FO") indica o valor da Função Objetivo em cada método empregado, sendo que, para este trabalho, foram utilizados os valores de FO para a configuração que forneceu a melhor solução nos experimentos para cada instância. A quarta coluna (" $\delta_{\%}$ ") indica a variação percentual da função objetivo entre os métodos, calculado conforme Eq. (6.10), considerando que $FO_{Vieiraetal2021}$ é o valor da função objetivo do trabalho de [Vieira et al. \(2021\)](#) para a referida instância. A quinta coluna ("Tempo (s)") mostra o tempo computacional demandado pelo método para resolver a referida instância. Da sexta até a décima sexta coluna (" w_1 " até " w_{11} ") constam as contribuições de cada parcela da função objetivo referentes às nomeadas penalidades, após a resolução da instância (por exemplo, na última coluna, constam os atrasos totais multiplicados pelo peso w_{11}).

$$\delta_{\%} = \frac{FO_{Heuristica} - FO_{Vieiraetal2021}}{FO_{Vieiraetal2021}} \quad (6.10)$$

Tabela 23 – Comparação dos melhores resultados das Heurísticas MIP com os resultados de [Vieira et al. \(2021\)](#)

Inst.	Método	FO	$\delta_{\%}$	Tempo (s)	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9	w_{10}	w_{11}
i09	Heurísticas MIP	67,03	0%	2	0	0	0	0	0	25	40	0	2	0,0	0,03
	Vieira et al. (2021)	67,03		0,07	0	0	0	0	0	25	40	0	2	0,0	0,03
i10	Heurísticas MIP	66,64	0%	2	0	0	0	0	0	25	40	0	1	0,5	0,14
	Vieira et al. (2021)	66,65		0,05	0	0	0	0	0	25	40	0	1	0,5	0,15
i12	Heurísticas MIP	71,19	-1%	2	0	0	0	0	0	0	60	10	0	1,0	0,19
	Vieira et al. (2021)	72,18		0,08	0	0	0	0	0	0	60	10	0	2,0	0,18
i15	Heurísticas MIP	133,39	-17%	1864	0	0	0	0	0	50	60	20	0	2,0	1,39
	Vieira et al. (2021)	161,48		0,18	0	0	0	0	30	50	60	20	0	0,5	0,98
i25	Heurísticas MIP	185,77	-11%	3632	0	0	0	0	0	0	180	0	1	3,0	1,77
	Vieira et al. (2021)	208,67		3,76	0	0	0	0	0	0	180	20	2	5,0	1,67
i30	Heurísticas MIP	202,88	0%	3993	0	0	0	0	30	25	140	0	2	1,5	4,38
	Vieira et al. (2021)	201,93		13,79	0	0	0	0	30	50	100	10	4	2,0	5,93
i37	Heurísticas MIP	207,32	-15%	2342	0	0	0	0	0	0	200	0	0	5,5	1,82
	Vieira et al. (2021)	243,77		28,94	0	0	0	0	0	0	200	30	6	6,5	1,27
i38a	Heurísticas MIP	211,15	-2%	5400	0	0	0	0	0	0	200	0	2	2,5	6,65
i38b	Heurísticas MIP	210,54	-2%	5400	0	0	0	0	0	0	200	0	2	2,0	6,54
	Vieira et al. (2021)	214,96		63,74	0	0	0	0	0	0	180	20	6	1,5	7,46
i45	Heurísticas MIP	236,93	-15%	5400	0	0	0	0	0	0	220	0	5	5,0	6,93
	Vieira et al. (2021)	277,41		109,63	0	0	0	0	0	0	220	40	5	5,0	7,41

Fonte: Autoria própria.

Convém citar que, comparando-se a Tabela 2 com a descrição das instâncias em *Vieira et al. (2021)*, há uma divergência entre o número de unidades marítimas nas instâncias i38 e i45, de forma que há 1 unidade marítima a mais em ambas instâncias no trabalho de *Vieira et al. (2021)*. Após contato com os autores, constatou-se que houve um erro na escrita do artigo publicado e que os números corretos de UMs de ambas instâncias e que de fato foram utilizadas nos experimentos de *Vieira et al. (2021)* são os que constam na Tabela 2. Ressalta-se também que tal erro não interfere de maneira alguma nos resultados descritos e discutidos no artigo publicado.

De acordo com a Tabela 23, observa-se que a heurística de *Vieira et al. (2021)* encontra soluções satisfatórias dentro de um curto espaço de tempo, levando, no máximo, menos de 2 minutos de execução e sempre num tempo menor que as heurísticas MIP deste trabalho. Todavia, avaliando-se a qualidade da solução (colunas "FO" e " $\delta\%$ "), pode-se notar que as heurísticas MIP quase sempre obtiveram soluções equivalentes ou melhores que as de *Vieira et al. (2021)*, com exceção apenas de i30, na qual a diferença foi menor do que 1%. Para as instâncias i15, i25, i37 e i45, tal diferença é significativamente grande, superando 10% no valor da FO. Em termos práticos, no geral, isso significa uma melhora principalmente nos atrasos por voo de tabela e de comitiva (isto é, nas penalidades referentes a w_8 e w_9), reduzindo-se os atrasos dos horários de partida maiores que d^{II} (i25, i37, i45) e d^I (i25, i37 e i38) de tais voos. Ainda, para a instância i15, nota-se o uso de um helicóptero a menos para atender à demanda, sem aumentar tais penalidades.

Assim, comparando-se o desempenho de ambas heurísticas, pode-se concluir que, num cenário em que o tempo é escasso e soluções são demandadas num curto espaço de tempo, a heurística de *Vieira et al. (2021)* é mais interessante em comparação às heurísticas MIP. Por outro lado, num cenário em que é possível fornecer um tempo maior para execução do método de solução e/ou em que a importância da qualidade da solução é tamanha em que torna-se aceitável levar mais tempo para resolver o problema, as heurísticas MIP mostram-se mais vantajosas.

Ademais, vale ressaltar que, conforme mencionado, para quase todas as instâncias (exceto i38b), as heurísticas MIP não podiam alocar mais do que n^{max} voos por helicóptero devido às restrições (4.9). Assim, ainda que tais restrições sejam indiferente para a heurística de *Vieira et al. (2021)* em tais instâncias, para as heurísticas MIP elas tornam as alocações mais difíceis. Ao excluí-las, isso possibilitaria às heurísticas MIP fornecer soluções ainda melhores dentro do tempo computacional fornecido, utilizando, por exemplo, menos helicópteros. E, mesmo nesse contexto mais restritivo, as soluções fornecidas pelas heurísticas MIP foram melhores, na maioria das instâncias, comparativamente à de *Vieira et al. (2021)*, evidenciando seu potencial em fornecer soluções de alta qualidade.

Finalmente, em termos de simplicidade de implementação, ressalta-se que a heurística de [Vieira et al. \(2021\)](#) possui diversas etapas para tal, tornando-a relativamente mais complexa de ser implementada em comparação com as heurísticas MIP desenvolvidas neste trabalho, cujos passos resumem-se às Figuras [21](#) e [32](#).

7 Conclusões

A pesquisa relatada neste trabalho buscou encontrar uma abordagem de otimização para o *Aircraft Recovery Problem* em um contexto de uma empresa de óleo e gás, baseando-se em modelos matemáticos e em heurísticas MIP. Para isso, foram avaliadas cinco formulações matemáticas, selecionando-se aquela que apresentou melhor desempenho ao se resolver as instâncias avaliadas para ser combinada com as heurísticas MIP *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*. Em seguida, avaliou-se quais as mais vantajosas configurações de particionamento das variáveis binárias da formulação selecionada para que a *Relax-and-fix* construísse as melhores soluções para as mesmas instâncias, disponibilizando-lhe o mesmo limite de tempo computacional. Por fim, análise semelhante foi realizada para a *Fix-and-optimize* a partir das soluções construídas com a melhor configuração da *Relax-and-fix* dentre as avaliadas.

No tocante ao ineditismo científico, conduziu-se uma Revisão Sistemática da Literatura para avaliar as lacunas na literatura que este trabalho poderia suprir. Como resultado, observou-se que o uso de heurísticas MIP na resolução do ARP ainda não foi verificado pela literatura da área. Além disso, o problema avaliado neste trabalho incorpora simultaneamente diversas características práticas e objetivos de otimização que o tornam único em relação aos outros ARPs da literatura.

Em relação às formulações propostas, foram desenvolvidos cinco modelos matemáticos de programação inteira mista, denominados M1, M2, M3, M4 e M5: uma (M1) utilizando variáveis de designação, precedência e fluxo; duas baseadas em eventos, das quais em uma (M2) utilizam-se variáveis de fluxo e, na outra (M5), apenas de designação de recursos a eventos; e duas utilizando variáveis de designação e precedência, das quais uma (M3) não possui variáveis de fluxo, e, a outra (M5), possui somente variáveis de designação. As formulações foram avaliadas resolvendo-se 9 instâncias (7 reais e 2 simuladas) com um *solver* de propósito geral e comparando: os valores das funções objetivo de cada modelo, o *Gap* e a relaxação linear de cada formulação. Todos foram limitado a 3600s de tempo computacional. Ao término, observou-se que a formulação M1 foi a que apresentou os melhores resultados para todas as instâncias avaliadas dentro do tempo limite.

Em seguida, o modelo M1 foi combinado com a *Relax-and-fix*, e esta foi avaliada em termos de suas configurações de particionamentos de variáveis de decisão binárias. Foram avaliadas tanto quais variáveis utilizar para o particionamento quanto qual o número de partições empregar. As variáveis de M1 analisadas foram $X_{1_{i,j,h}}$, $Y_{1_{i,h}}$ e $Z_{i,j}$, bem como suas combinações. Os número de partições avaliados foram 2, 3, 4 e

5. Novamente, forneceu-se 3600s como tempo computacional limite para a heurística. Assim, no tocante ao particionamento das variáveis, observou-se que o particionamento de $Y1_{i,h}$ sozinha possibilitou à *Relax-and-fix* construir as melhores soluções em média. No que tange ao tempo computacional, a manipulação das variáveis de maneira associada possibilitou encontrar soluções num intervalo de tempo mais curto. Todavia, levando-se em consideração que a manipulação de $Y1_{i,h}$ possibilitou soluções melhores ao custo de uma elevação do tempo computacional relativamente pequena, a manipulação desta manteve-se como mais interessante. Já em relação ao número de partições, as melhores soluções, em média, foram encontradas particionando-se a(s) variável(is) em duas partições, embora o tempo computacional tenha mostrado-se mais curto com o aumento do número de partições. Por fim, observou-se que, no geral, a heurística *Relax-and-fix* forneceu soluções iguais (para as instâncias com poucos voos) ou melhores que M1 dentro do limite de tempo computacional imposto. Também, constatou-se que a configuração que, em média, forneceu as melhores soluções, foi aquela em que se particionou somente a variável $Y1_{i,h}$, com um número total de 4 partições.

Após, análise semelhante foi realizada para a heurística *Fix-and-optimize*. Utilizando-se como solução inicial, para cada instância, a solução construída pela *Relax-and-fix* particionando-se a variável $Y1_{i,h}$ em 4 partições, avaliou-se a qualidade das soluções finais fornecidas pela *Fix-and-optimize* para as mesmas variáveis particionadas ($X1_{i,j,h}$, $Y1_{i,h}$, $Z_{i,j}$ e suas combinações) e para os mesmos números de partições (2, 3, 4 e 5). Foram fornecidos 1800s para a *Fix-and-optimize*, de forma que as heurísticas MIP, ao todo, possuíam 5400s de tempo computacional limite. Logo, as soluções finais foram comparadas com as soluções de M1 limitados, agora, também a 5400s. Apreciando-se os resultados, observou-se grande semelhança com as conclusões obtidas avaliando-se a *Relax-and-fix*. Isso por que o particionamento da variável $Y1_{i,h}$ foi a que possibilitou, em média, o atingimento das melhores soluções, assim como o particionamento em duas partições. Semelhantemente, a configuração que permitiu a *Fix-and-optimize* encontrar as melhores soluções foi, novamente, aquela em que se particionou somente a variável $Y1_{i,h}$, com um número total de 4 partições.

Finalmente, ponderou-se a influência da *Relax-and-fix* e da *Fix-and-optimize* na solução final gerada pela combinação de ambas heurísticas MIP. Assim, identificou-se que a *Relax-and-fix* possui influência maior sobre a qualidade da solução final, de forma que a construção de uma boa solução possibilita soluções muito melhores do que uma boa melhoria de uma solução inicial ruim. Para complementar, quando comparadas as soluções de M1 com as finais das heurísticas MIP combinadas, nota-se que, quando a *Relax-and-fix* constrói soluções ruins, as soluções finais das heurísticas são, em média, piores que as soluções de M1. Do contrário, quando as soluções da heurística construtiva são boas, as soluções finais superam as de M1 na maioria das vezes.

Como sugestões de pesquisas futuras, uma vez que este trabalho é o primeiro a aplicar heurísticas MIP na resolução de um ARP, há diversas oportunidades de pesquisa a serem exploradas. Em relação à validação das formulações e das heurísticas aqui propostas, sugere-se avaliar o desempenho destes utilizando instâncias diferentes das propostas neste trabalho e em maior número, dado que os experimentos foram realizados utilizando uma quantidade limitada de instâncias fornecidas pela empresa. No que tange às formulações, sugere-se avaliar como as heurísticas comportam-se quando combinadas com outros modelos. Nesse sentido, convém ressaltar que, neste trabalho, o modelo selecionado para ser combinado com as heurísticas, dentre os avaliados, foi aquele que forneceu as melhores soluções para as instâncias avaliadas; todavia, não há fundamentos na literatura que preconizam tal correlação. Logo, convém explorar outros arranjos modelo-heurísticas MIP a fim de se averiguar quais fatores influenciam no desempenho de tal combinação.

Em relação às heurísticas, propõe-se avaliar outras formas de particionamento das variáveis do modelo. Para tanto, uma vez que ambas heurísticas MIP aqui utilizadas realizar a ordenação prévia dos índices das variáveis a serem particionadas com base em suas importâncias relativas, sugere-se utilizar diferentes critérios para se determinar tal importância. Ressalta-se que tal ordenação é postulado para a heurísticas *Relax-and-fix*, mas não para a *Fix-and-optimize*. Ou, ainda, utilizar diferentes índices para o particionamento das variáveis, particionando-as por helicópteros em vez de por voos, por exemplo.

Ademais, sugere-se averiguar outros tamanhos de partições além dos aqui estudados. Como mencionado previamente, esperava-se que partições menores possibilitariam às heurísticas atingirem melhores soluções dado que, quanto maior a partição, mais difícil o problema intermediário da iteração (i.e., MIP^t ou $MIP^{t'}$) se torna. Entretanto, isso não ocorreu nem com a *Relax-and-fix* nem com a *Fix-and-optimize*. Assim, propõe-se estudar uma gama maior de tamanhos de partições para identificar qual a correlação, se houver, entre os tamanhos das partições e a qualidade das soluções atingidas pelas heurísticas.

Ainda, conforme relatado na Seção 2.2, existem diversas heurísticas MIP além da *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*. Uma vez que, conforme Revisão Sistemática da Literatura, não foram encontrados trabalhos de ARP que utilizem quaisquer heurísticas MIP, tais outras heurísticas para solução do ARP constituem igualmente um campo ainda inexplorado de pesquisa a ser aproveitado.

Por fim, incentiva-se a investigação do uso dos métodos desenvolvidos nesta pesquisa no dia a dia de uma situação real de reprogramação de voos, a fim de analisar de forma mais abrangente e efetiva as vantagens e desvantagens da utilização destes métodos na prática.

8 Figuras para a apresentação da Defesa

(\bar{x}, \bar{y})

Referências

- ABBASI-POOYA, A.; KASHAN, A. H. New mathematical models and a hybrid grouping evolution strategy algorithm for optimal helicopter routing and crew pickup and delivery. *Computers & Industrial Engineering*, v. 112, p. 35 – 56, 2017. Citado na página 48.
- AIRLINES FOR AMERICA. *U.S. Passenger Carrier Delay Costs*. 2018. Disponível em: <<http://airlines.org/dataset/per-minute-cost-of-delays-to-u-s-airlines/>>. Citado na página 15.
- AKTURK, M. S.; ATAMTURK, A.; GUREL, S. Aircraft rescheduling with cruise speed control. *Operations Research*, v. 62, n. 4, p. 829–845, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 39, 41 e 46.
- ANAC. *Agência Nacional Brasileira de Aviação Civil - ANACpédia*. 2013. Disponível em: <https://www2.anac.gov.br/anacpedia/por_por/tr2669.htm>. Citado na página 16.
- ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. Citado na página 72.
- ARGUELLO, M. F. *Framework for exact solutions and heuristics for approximate solutions to airlines' irregular operations control aircraft routing problem*. Tese (Doutorado) — Department of Mechanical Engineering, University of Texas, Austin, Texas, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- ARGÜELLO, M. F.; BARD, J. F.; YU, G. A grasp for aircraft routing in response to groundings and delays. *Journal of Combinatorial Optimization*, v. 1, n. 3, p. 211–228, Oct 1997. ISSN 1573-2886. Citado na página 37.
- ARIKAN, U.; GÜREL, S.; AKTÜRK, M. S. Integrated aircraft and passenger recovery with cruise time controllability. *Annals of Operations Research*, v. 236, n. 2, p. 295–317, Jan 2016. ISSN 1572-9338. Citado 3 vezes nas páginas 39, 41 e 46.
- ARTIGUES, C. et al. Disruption management for commercial airlines: methods and results for the rodef 2009 challenge. *European Journal of Industrial Engineering*, v. 6, n. 6, p. 669–689, 2012. Citado na página 39.
- BARD, J. F.; YU, G.; ARGUELLO, M. F. Optimizing aircraft routings in response to groundings and delays. *IIE Transactions*, Taylor & Francis, v. 33, n. 10, p. 931–947, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 46.
- BASTOS, Y. B.; FLECK, J. L.; MARTINELLI, R. A stochastic programming approach for offshore flight scheduling. In: *Anais...* Rio de Janeiro: 15th IFAC Workshop on Discrete Event Systems, 2020. Citado na página 48.
- BELOBABA, P.; ODoni, A.; BARNHART, C. *The Global Airline Industry*. 2. ed. Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2015. Citado 7 vezes nas páginas 16, 24, 25, 36, 45, 46 e 47.

BERTRAND, J. W.; FRANSOO, J. C. Modelling and simulation. In: KARLSSON, C. (Ed.). *Researching operations management*. New York-London: Routledge, 2009. cap. 8, p. 265–306. Citado na página 19.

BIOLCHINI, J. et al. *Systematic review in software engineering*. Rio de Janeiro, 2005. 45 p. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.

BISAILLON, S. et al. A large neighbourhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem. *4OR*, Springer, v. 9, n. 2, p. 139–157, 2011. Citado na página 40.

BRITTAIN, D.; DOUGLAS, S. Offshore crew supply—modern marine options challenge helicopters. In: *SPE Offshore Europe Oil and Gas Conference and Exhibition*. Aberdeen, UK: Society of Petroleum Engineers, 2009. p. 1–10. Citado na página 16.

BRUNNER, J. O. Rescheduling of flights during ground delay programs with consideration of passenger and crew connections. *Transportation Research Part E: Logistics & Transportation Review*, v. 72, p. 236 – 252, 2014. ISSN 1366-5545. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.

BUSACKER, R.; GOWEN, P. A procedure for determining a family of minimum-cost flow patterns. *Operations Research Office Technical Report*, v. 15, 1961. Citado na página 36.

CABALLERO-MORALES, S.-O.; MARTINEZ-FLORES, J.-L. Helicopter routing model with non-deterministic failure rate for evacuation of multiple oil platforms. *Computers & Industrial Engineering*, v. 139, p. 105669, 2020. Citado na página 48.

CAO, J.; KANAFANI, A. Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays part i: mathematical formulation. *Transportation Planning and Technology*, Routledge, v. 20, n. 3, p. 183–199, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 46.

CAO, J.; KANAFANI, A. Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays part ii: algorithm and computational experiments. *Transportation Planning and Technology*, Routledge, v. 20, n. 3, p. 201–217, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 46.

CHEN, C.-H.; CHOU, F.-I.; CHOU, J.-H. Multiobjective evolutionary scheduling and rescheduling of integrated aircraft routing and crew pairing problems. *IEEE Access*, v. 8, p. 35018–35030, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 43, 46 e 47.

CLAUSEN, J. et al. Disruption management in the airline industry—concepts, models and methods. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 5, p. 809 – 821, 2010. ISSN 0305-0548. Disruption Management. Citado 3 vezes nas páginas 15, 23 e 30.

COLEMAN, T. F.; HULBERT, L. A. A direct active set algorithm for large sparse quadratic programs with simple bounds. *Mathematical Programming*, Springer, v. 45, n. 1-3, p. 373–406, 1989. Citado na página 36.

DANNA, E.; ROTHBERG, E.; PAPE, C. L. Exploring relaxation induced neighborhoods to improve mip solutions. *Mathematical Programming*, Springer, v. 102, n. 1, p. 71–90, 2005. Citado na página 27.

- D'ARIANO, A.; PISTELLI, M.; PACCIARELLI, D. Aircraft retiming and rerouting in vicinity of airports. *IET Intelligent Transport Systems*, Institution of Engineering and Technology, v. 6, p. 433–443(10), 2012. ISSN 1751-956X. Citado 3 vezes nas páginas 38, 46 e 47.
- DE LA VEGA, J. et al. Model-based solution approach for short-term flight rescheduling problem in aerial passenger transportation to maritime units. *International Transactions in Operational Research*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 59.
- DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002. Citado na página 43.
- DIAS, G. K. G.; SUBRAMANIAN, A.; CABRAL, L. d. A. F. Uma proposta de solução para o aircraft recovery problem de companhias aéreas regulares de pequeno porte. *Transportes*, v. 25, n. 1, p. 102–112, 2017. Citado na página 23.
- EGGENBERG, N.; SALANI, M.; BIERLAIRE, M. Constraint-specific recovery network for solving airline recovery problems. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 6, p. 1014 – 1026, 2010. ISSN 0305-0548. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.
- ERKAN, H.; ERKIP, N. K.; ŞAFAK Özge. Collaborative decision making for air traffic management: A generic mathematical program for the rescheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, v. 137, p. 106016, 2019. ISSN 0360-8352. Citado 3 vezes nas páginas 43, 46 e 47.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009. ISSN 0377-2217. Citado na página 29.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers Operations Research*, v. 37, n. 4, p. 684–691, 2010. ISSN 0305-0548. Citado na página 29.
- FILAR, J. A. et al. A model for adaptive rescheduling of flights in emergencies (marfe). *Journal of Industrial & Management Optimization*, v. 3, n. 2, p. 335–356, 2007. ISSN 1547-5816. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- FISCHETTI, M.; LODI, A. Local branching. *Mathematical programming*, Springer, v. 98, n. 1-3, p. 23–47, 2003. Citado na página 28.
- GALVÃO, R. D.; GUIMARÃES, J. The control of helicopter operations in the brazilian oil industry: Issues in the design and implementation of a computerized system. *European Journal of Operational Research*, v. 49, n. 2, p. 266 – 270, 1990. ISSN 0377-2217. Citado na página 48.
- GAO, M. et al. Flight rescheduling responding to large-area flight delays. *Kybernetes*, v. 41, n. 10, p. 1483–1496, 2012. ISSN 0368492X. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 46.
- GAO, Q.; TANG, X.; ZHU, J. Research on greedy simulated annealing algorithm for irregular flight schedule recovery model. In: LIU, S.; FORREST, J. Y.-L. (Ed.). *Advances in Grey Systems Research*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. p. 503–513. ISBN 978-3-642-13938-3. Citado na página 41.

HERMETO, N. d. S. S.; FERREIRA, V. J. M.; BAHIENSE, L. Logistics network planning for offshore air transport of oil rig crews. *Computers & Industrial Engineering*, v. 75, p. 41 – 54, 2014. ISSN 0360-8352. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 48.

HERMETO, T. S.; HERMETO, N. D. S. S.; HAWSON, P. N. Sao tome aircraft parking area redesign: An international infrastructure regulation study case. In: *Anais...* Amsterdã, Holanda: 23nd ATRS World Conference, 2019. p. 1–16. Citado na página 18.

HU, Y. et al. Multiple objective solution approaches for aircraft rerouting under the disruption of multi-aircraft. *Expert Systems with Applications*, v. 83, p. 283 – 299, 2017. ISSN 0957-4174. Citado 4 vezes nas páginas 42, 43, 46 e 47.

HU, Y. et al. Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a grasp algorithm. *Transportation Research Part E: Logistics & Transportation Review*, v. 87, p. 97 – 112, 2016. ISSN 1366-5545. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 46.

IAC 1223. *Instrução de Aviação Civil – Normas para confecção e aprovação de HOTRAN*. Brasil, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 23.

IEA. *World Energy Outlook 2017*. Paris: OECD/IEA, 2017. Citado na página 18.

JARRAH, A. I. Z. et al. A decision support framework for airline flight cancellations and delays. *Transportation Science*, v. 27, n. 3, p. 266–280, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 46.

JOZEFOWIEZ, N.; MANCEL, C.; MORA-CAMINO, F. A heuristic approach based on shortest path problems for integrated flight, aircraft, and passenger rescheduling under disruptions. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 64, n. 3, p. 384–395, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 39, 40, 46 e 47.

JUNQUEIRA, R. de Ávila R.; MORABITO, R. Modeling and solving a sugarcane harvest front scheduling problem. *International Journal of Production Economics*, v. 213, p. 150–160, 2019. ISSN 0925-5273. Citado na página 29.

KAMMOUN, M. A.; REZG, N. An efficient hybrid approach for resolving the aircraft routing and rescheduling problem. *Journal of Air Transport Management*, v. 71, p. 73 – 87, 2018. ISSN 0969-6997. Citado 4 vezes nas páginas 15, 41, 46 e 47.

KAMMOUN, M. A.; REZG, N. Novel approach for the continuous flight rescheduling problem resolution. *International Journal of Advanced Trends in Computer Science & Engineering*, v. 8, n. 1, p. 107–112, 2019. ISSN 22783091. Citado 3 vezes nas páginas 41, 46 e 47.

KAMMOUN, M. A.; REZG, N.; ACHOUR, Z. New approach for air traffic management based on control theory. *International Journal of Production Research*, Taylor and Francis, v. 52, n. 6, p. 1711–1727, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 46.

KAMMOUN, M. A. et al. State Space Search for Safe Time Petri Nets Based on Binary Decision Diagrams Tools: Application to Air Traffic Flow Management Problem. *Studies in Informatics & Control*, NATL INST R&D INFORMATICS-ICI, v. 25, n. 1, p. 39–50, mar 2016. ISSN 1220-1766. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 46.

- KAMMOUN, M. A.; TURKI, S.; REZG, N. Optimization of flight rescheduling problem under carbon tax. *Sustainability*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 14, p. 5576, 2020. ISSN 2071-1050. Citado 3 vezes nas páginas 41, 46 e 47.
- KOHL, N. et al. Airline disruption management—perspectives, experiences and outlook. *Journal of Air Transport Management*, v. 13, n. 3, p. 149 – 162, 2007. ISSN 0969-6997. Citado 3 vezes nas páginas 15, 23 e 24.
- LIANG, Z. et al. A column generation-based heuristic for aircraft recovery problem with airport capacity constraints and maintenance flexibility. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 113, p. 70 – 90, 2018. ISSN 0191-2615. Citado 4 vezes nas páginas 42, 46, 47 e 48.
- LIN, H.; WANG, Z. Fast variable neighborhood search for flight rescheduling after airport closure. *IEEE Access*, v. 6, p. 50901–50909, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 36, 46 e 47.
- LUO, S.; YU, G. On the airline schedule perturbation problem caused by the ground delay program. *Transportation Science*, v. 31, n. 4, p. 298–311, 1997. Citado 5 vezes nas páginas 37, 38, 43, 46 e 47.
- MATHAISEL, D. F. Decision support for airline system operations control and irregular operations. *Computers & Operations Research*, v. 23, n. 11, p. 1083 – 1098, 1996. ISSN 0305-0548. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 46.
- MENDES, A. P. d. A.; TEIXEIRA, C. A. N.; ROCIO, M. A. R. Petróleo e gás = oil and gas. In: PUGA, F. P.; CASTRO, L. B. d. (Ed.). *Visão 2035 : Brasil, país desenvolvido : agendas setoriais para alcance da meta*. Rio de Janeiro: Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 2018. p. 53–88. Citado na página 18.
- MENDES, A. P. d. A. et al. Panoramas setoriais 2030: petróleo e gás. In: *Panoramas setoriais 2030: desafios e oportunidades para o Brasil*. Rio de Janeiro: Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 2017. p. 93–105. Citado na página 18.
- MENEZES, F. et al. Optimizing helicopter transport of oil rig crews at petrobras. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, v. 40, n. 5, p. 408–416, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 51.
- MIRANDA, P. L.; MORABITO, R.; FERREIRA, D. Optimization model for a production, inventory, distribution and routing problem in small furniture companies. *Top*, Springer, v. 26, n. 1, p. 30–67, 2018. Citado na página 29.
- MOLINA, J. et al. A multi-start algorithm with intelligent neighborhood selection for solving multi-objective humanitarian vehicle routing problems. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 24, n. 2, p. 111–133, 2018. Citado na página 44.
- MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. In: CAUCHICK-MIGUEL, P. A. *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*. 3. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018. cap. 8, p. 167–193. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- MORENO, L.; ARAGÃO, M. P. de; UCHOA, E. *Column Generation Based Heuristic for a Helicopter Routing Problem*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006. 219–230 p. ISBN 978-3-540-34598-5. Citado na página 48.

- POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. *Production planning by mixed integer programming*. EUA: Springer Science and Business Media, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 28.
- QIAN, F. et al. Passenger and pilot risk minimization in offshore helicopter transportation. *Omega*, v. 40, n. 5, p. 584 – 593, 2012. Citado na página 48.
- QIAN, F.; GRIBKOVSKAIA, I.; SR, O. H. Helicopter routing in the norwegian oil industry: Including safety concerns for passenger transport. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, v. 41, n. 4, p. 401–415, 2011. Citado na página 48.
- QIAN, F. et al. Minimization of passenger takeoff and landing risk in offshore helicopter transportation: Models, approaches and analysis. *Omega*, v. 51, p. 93 – 106, 2015. Citado na página 48.
- RAKSHIT, A.; KRISHNAMURTHY, N.; YU, G. System operations advisor: A real-time decision support system for managing airline operations at united airlines. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, v. 26, n. 2, p. 50–58, 1996. Citado na página 36.
- RODRIGUES, V. P. et al. Ship routing with pickup and delivery for a maritime oil transportation system: Mip model and heuristics. *Systems*, v. 4, n. 3, 2016. ISSN 2079-8954. Citado na página 29.
- ROMERO, M.; SHEREMETOV, L.; SORIANO, A. A genetic algorithm for the pickup and delivery problem: An application to the helicopter offshore transportation. In: CASTILLO, O. et al. (Ed.). *Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007. p. 435–444. ISBN 978-3-540-72434-6. Citado na página 48.
- ROSA, R. de A. et al. A mathematical model and a clustering search metaheuristic for planning the helicopter transportation of employees to the production platforms of oil and gas. *Computers & Industrial Engineering*, v. 101, p. 303 – 312, 2016. Citado na página 48.
- ROSENBERGER, J. M.; JOHNSON, E. L.; NEMHAUSER, G. L. Rerouting aircraft for airline recovery. *Transportation Science*, v. 37, n. 4, p. 408–421, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- SAMPAIO, R.; MANCINI, M. Estudos de revisão sistemática: um guia para a síntese criteriosa da evidência científica. *Brazilian Journal of Physical Therapy*, scielo, v. 11, p. 83 – 89, 02 2007. ISSN 1413-3555. Citado na página 30.
- SHAO, Q. et al. Flight recovery method of regional multiairport based on risk control model. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2020, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 46.
- SIERKSMA, G.; TISSEN, G. A. Routing helicopters for crew exchanges on off-shore locations. *Annals of Operation Research*, v. 76, p. 261 – 286, 1998. Citado na página 48.
- SINCLAIR, K.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem. *European Journal of Operational Research*, v. 233, n. 1, p. 234 – 245, 2014. ISSN 0377-2217. Citado 4 vezes nas páginas 39, 40, 46 e 47.

SINCLAIR, K.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. A column generation post-optimization heuristic for the integrated aircraft and passenger recovery problem. *Computers & Operations Research*, v. 65, p. 42 – 52, 2016. ISSN 0305-0548. Citado 4 vezes nas páginas 39, 40, 46 e 47.

TEODOROVIĆ, D.; GUBERINIĆ, S. Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation. *European Journal of Operational Research*, v. 15, n. 2, p. 178 – 182, 1984. ISSN 0377-2217. Citado 4 vezes nas páginas 36, 44, 45 e 46.

TEODOROVIĆ, D.; STOJKOVIĆ, G. Model for operational daily airline scheduling. *Transportation Planning and Technology*, Routledge, v. 14, n. 4, p. 273–285, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 46.

TEODOROVIĆ, D.; STOJKOVIĆ, G. Model to reduce airline schedule disturbances. *Journal of Transportation Engineering*, v. 121, n. 4, p. 324–331, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 46.

THENGVALL, B. G.; BARD, J. F.; YU, G. Balancing user preferences for aircraft schedule recovery during irregular operations. *IIE Transactions*, v. 32, n. 3, p. 181–193, Mar 2000. ISSN 1573-9724. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.

THENGVALL, B. G.; BARD, J. F.; YU, G. A bundle algorithm approach for the aircraft schedule recovery problem during hub closures. *Transportation Science*, v. 37, n. 4, p. 392–407, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.

THENGVALL, B. G.; YU, G.; BARD, J. F. Multiple fleet aircraft schedule recovery following hub closures. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, v. 35, n. 4, p. 289 – 308, 2001. ISSN 0965-8564. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.

TIMLIN, M. T. F.; PULLEYBLANK, W. R. Precedence constrained routing and helicopter scheduling: Heuristic design. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, v. 22, n. 3, p. 100–111, 1992. Citado na página 48.

TOSO, E. A.; MORABITO, R.; CLARK, A. R. Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers Industrial Engineering*, v. 57, n. 3, p. 813–821, 2009. ISSN 0360-8352. Citado na página 29.

UHLMANN, I. R.; FRAZZON, E. M. Production rescheduling review: Opportunities for industrial integration and practical applications. *Journal of Manufacturing Systems*, v. 49, p. 186 – 193, 2018. ISSN 0278-6125. Citado na página 30.

UNLU, Y.; MASON, S. J. Evaluation of mixed integer programming formulations for non-preemptive parallel machine scheduling problems. *Computers & Industrial Engineering*, v. 58, n. 4, p. 785 – 800, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 59, 72 e 77.

VIEIRA, T. et al. Exact and heuristic approaches to reschedule helicopter flights for personnel transportation in the oil industry. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 151, p. 102322, 2021. ISSN 1366-5545. Citado 14 vezes nas páginas 11, 13, 44, 45, 46, 47, 49, 59, 68, 81, 127, 128, 129 e 130.

VINK, J. et al. Dynamic aircraft recovery problem - an operational decision support framework. *Computers & Operations Research*, v. 117, p. 104892, 2020. ISSN 0305-0548. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.

- VISENTINI, M. S. et al. Review of real-time vehicle schedule recovery methods in transportation services. *Journal of Scheduling*, Springer, v. 17, n. 6, p. 541–567, 2014. Citado na página 30.
- WOLSEY, L. A. *Integer programming*. EUA: John Wiley and Sons, 1998. v. 52. Citado na página 25.
- YAN, S.; TU, Y. ping. Multifleet routing and multistop flight scheduling for schedule perturbation. *European Journal of Operational Research*, v. 103, n. 1, p. 155 – 169, 1997. ISSN 0377-2217. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.
- YAN, S.; YANG, D.-H. A decision support framework for handling schedule perturbation. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 30, n. 6, p. 405 – 419, 1996. ISSN 0191-2615. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.
- ZHANG, C. Two-Stage Heuristic Algorithm for Aircraft Recovery Problem. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, v. 2017, p. 12, 2017. ISSN 1026-0226. Citado 3 vezes nas páginas 42, 46 e 47.
- ZHANG, D.; LAU, H. H.; YU, C. A two stage heuristic algorithm for the integrated aircraft and crew schedule recovery problems. *Computers & Industrial Engineering*, v. 87, p. 436 – 453, 2015. ISSN 0360-8352. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 46.
- ZHANG, D. et al. A math-heuristic algorithm for the integrated air service recovery. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 84, p. 211 – 236, 2016. ISSN 0191-2615. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 46.
- ZHU, B.; ZHU, J.-f.; GAO, Q. A stochastic programming approach on aircraft recovery problem. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2015, p. 9, 2015. ISSN 1024-123X. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 46.

APÊNDICE B – Resultados dos experimentos com *Relax-and-fix*

Γ	T	i09			i10			i12		
		FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)
X1	2	76,16	12,0%	1	77,64	14,2%	2	71,19	0,0%	1
X1	3	165,75	59,6%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	1
X1	4	166,79	59,8%	1	66,64	0,0%	3	71,19	0,0%	2
X1	5	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	3	71,19	0,0%	5
Y1	2	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	1
Y1	3	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	1
Y1	4	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	2
Y1	5	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	2
Z	2	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	1
Z	3	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	2
Z	4	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	2	71,19	0,0%	2
Z	5	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	2	71,19	0,0%	3
X1, Y1	2	76,16	12,0%	1	77,64	14,2%	1	71,19	0,0%	1
X1, Y1	3	86,66	22,6%	2	76,70	13,1%	1	71,67	0,7%	1
X1, Y1	4	77,76	13,8%	2	155,83	57,2%	2	71,19	0,0%	1
X1, Y1	5	67,03	0,0%	3	66,64	0,0%	5	71,19	0,0%	1
X1, Z	2	76,16	12,0%	1	77,64	14,2%	2	71,19	0,0%	1
X1, Z	3	165,76	59,6%	1	77,67	14,2%	1	71,19	0,0%	1
X1, Z	4	166,79	59,8%	1	156,27	57,4%	2	71,19	0,0%	3
X1, Z	5	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	2	71,19	0,0%	5
Y1, Z	2	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	1
Y1, Z	3	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	1
Y1, Z	4	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	2
Y1, Z	5	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	1	71,19	0,0%	2
X1, Y1, Z	2	76,16	12,0%	1	77,64	14,2%	1	71,19	0,0%	1
X1, Y1, Z	3	86,66	22,6%	1	76,68	13,1%	1	71,67	0,7%	1
X1, Y1, Z	4	77,66	13,7%	1	176,29	62,2%	2	71,19	0,0%	1
X1, Y1, Z	5	67,03	0,0%	1	66,64	0,0%	5	71,19	0,0%	2

Γ	T	i15			i25			i30		
		FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)
X1	2	162,33	11,4%	1856	236,81	8,8%	1835	230,83	-20,2%	3600
X1	3	152,00	5,4%	3600	237,59	9,1%	2451	300,70	7,7%	3600
X1	4	152,35	5,6%	2295	227,43	5,0%	1928	333,32	16,8%	3600
X1	5	152,32	5,6%	2237	227,44	5,0%	3600	348,18	20,3%	3600
Y1	2	144,36	0,4%	1842	216,48	0,2%	1840	229,63	-20,8%	3600
Y1	3	145,01	0,8%	2253	215,48	-0,2%	2415	226,75	-22,4%	3600
Y1	4	143,84	0,0%	1824	207,30	-4,2%	1848	216,54	-28,1%	2783
Y1	5	143,84	0,0%	1901	207,65	-4,0%	2193	210,85	-31,6%	2941
Z	2	143,84	0,0%	3600	216,08	0,0%	3600	254,85	-8,9%	3600
Z	3	143,88	0,0%	3600	216,06	0,0%	3600	245,90	-12,8%	3600
Z	4	143,84	0,0%	3600	206,64	-4,5%	3600	276,82	-0,2%	3600
Z	5	143,84	0,0%	3600	217,04	0,5%	3600	255,17	-8,7%	3600
X1, Y1	2	155,84	7,7%	1806	256,32	15,7%	1847	210,79	-31,6%	3600
X1, Y1	3	174,68	17,7%	27	248,74	13,2%	852	196,14	-41,5%	3600
X1, Y1	4	164,82	12,7%	1818	270,86	20,3%	1156	502,40	44,8%	3600
X1, Y1	5	186,50	22,9%	149	329,47	34,4%	831	206,64	-34,3%	3005
X1, Z	2	162,88	11,7%	1834	245,84	12,1%	1861	287,17	3,4%	3600
X1, Z	3	174,11	17,4%	2421	228,14	5,3%	2422	269,74	-2,9%	3600
X1, Z	4	152,38	5,6%	2717	228,15	5,3%	1502	268,10	-3,5%	3600
X1, Z	5	143,84	0,0%	2065	228,06	5,3%	2954	227,03	-22,2%	3600
Y1, Z	2	144,36	0,4%	1807	207,08	-4,3%	1822	264,24	-5,0%	3600
Y1, Z	3	143,88	0,0%	1265	215,99	0,0%	2405	268,55	-3,3%	2400
Y1, Z	4	144,36	0,4%	1832	216,06	0,0%	1811	258,91	-7,2%	2714
Y1, Z	5	143,84	0,0%	1536	216,63	0,3%	1559	229,78	-20,7%	2470
X1, Y1, Z	2	153,89	6,5%	1805	256,32	15,7%	1928	269,59	-2,9%	3600
X1, Y1, Z	3	173,32	17,0%	703	258,25	16,4%	300	341,67	18,8%	2430
X1, Y1, Z	4	177,20	18,8%	27	240,50	10,2%	578	245,64	-12,9%	2741
X1, Y1, Z	5	206,21	30,2%	35	290,69	25,7%	804	536,79	48,3%	2813

Γ	T	i37			i38			i45		
		FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	Tempo (s)
X1	2	280,20	14,3%	3600	244,13	-193,5%	3600	812,56	-45,4%	3600
X1	3	256,25	6,3%	2591	420,06	-70,5%	3600	1436,43	17,7%	3600
X1	4	328,63	26,9%	3600	378,97	-89,0%	3600	1778,33	33,6%	3600
X1	5	273,99	12,3%	3600	486,26	-47,3%	3600	1229,04	3,9%	3600
Y1	2	238,99	-0,5%	1886	243,60	-194,1%	3600	669,41	-76,5%	3600
Y1	3	232,57	-3,3%	2462	265,18	-170,2%	3600	633,73	-86,4%	3600
Y1	4	233,57	-2,8%	1916	243,58	-194,1%	3600	396,08	-198,3%	3600
Y1	5	240,08	-0,1%	2119	232,56	-208,1%	3600	633,27	-86,6%	3600
Z	2	247,55	3,0%	3600	353,51	-102,7%	3600	722,69	-63,5%	3600
Z	3	308,60	22,2%	3600	419,88	-70,6%	3600	1696,52	30,4%	3600
Z	4	238,46	-0,7%	3600	650,81	-10,1%	3600	749,84	-57,6%	3054
Z	5	247,20	2,8%	3600	548,02	-30,7%	3600	1050,36	-12,5%	3600
X1, Y1	2	305,09	21,3%	3600	413,30	-73,3%	3600	512,22	-130,7%	3600
X1, Y1	3	256,61	6,4%	2493	283,46	-152,7%	3600	526,57	-124,4%	3600
X1, Y1	4	287,86	16,6%	2903	243,51	-194,2%	3600	1903,92	37,9%	3600
X1, Y1	5	256,76	6,4%	2990	272,00	-163,4%	3600	530,04	-122,9%	3600
X1, Z	2	291,79	17,7%	3600	398,39	-79,8%	3600	730,75	-61,7%	3600
X1, Z	3	339,41	29,2%	2459	363,41	-97,1%	3600	599,00	-97,3%	3600
X1, Z	4	332,66	27,8%	2826	381,76	-87,7%	3600	1360,12	13,1%	3600
X1, Z	5	264,47	9,2%	3600	371,40	-92,9%	3600	513,28	-130,2%	3600
Y1, Z	2	306,05	21,5%	1889	352,52	-103,2%	3600	396,31	-198,1%	3600
Y1, Z	3	243,91	1,5%	2451	411,49	-74,1%	3600	397,68	-197,1%	3600
Y1, Z	4	239,57	-0,3%	3600	400,68	-78,8%	2806	546,96	-116,0%	3600
Y1, Z	5	258,69	7,1%	1654	403,31	-77,6%	3023	613,98	-92,4%	3600
X1, Y1, Z	2	362,55	33,7%	3600	361,89	-98,0%	3600	613,70	-92,5%	3600
X1, Y1, Z	3	326,07	26,3%	2457	404,69	-77,0%	3600	514,91	-129,5%	3600
X1, Y1, Z	4	263,40	8,8%	2786	332,14	-115,7%	3600	346,48	-241,0%	3600
X1, Y1, Z	5	311,21	22,8%	2280	323,15	-121,7%	3600	504,75	-134,1%	3600

APÊNDICE C – Resultados dos experimentos com *Fix-and-optimize*

A seguir, encontram-se os resultados da *Fix-and-optimize* partindo-se da solução inicial construída com a configuração da *Relax-and-fix* $(\Gamma; T) = (Y1; 4)$.

Γ'	T'	i09				i10				i12			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	3	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	4
Z	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Z	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Z	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	4
Z	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	3	71,19	0,0%	0,0%	4
X1, Y1	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Y1	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Y1	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	3	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Y1	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	3	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Z	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Z	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Z	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Z	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	3	71,19	0,0%	0,0%	4
Y1, Z	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1, Z	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1, Z	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
Y1, Z	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	4
X1, Y1, Z	2	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Y1, Z	3	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Y1, Z	4	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	2	71,19	0,0%	0,0%	3
X1, Y1, Z	5	67,03	0,0%	0,0%	2	66,64	0,0%	0,0%	3	71,19	0,0%	0,0%	4

Γ'	T'	i15				i25			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	142,87	-0,7%	-0,7%	1863	196,19	-5,1%	-5,4%	1863
X1	3	142,88	-0,7%	-0,7%	1865	205,72	-0,5%	-0,8%	1833
X1	4	142,88	-0,7%	-0,7%	1866	206,22	-0,2%	-0,5%	1834
X1	5	142,88	-0,7%	-0,7%	1863	206,22	-0,2%	-0,5%	1832
Y1	2	133,39	-7,3%	-7,3%	1886	185,77	-10,1%	-10,4%	3632
Y1	3	133,39	-7,3%	-7,3%	1867	186,18	-9,9%	-10,2%	1859
Y1	4	133,39	-7,3%	-7,3%	1864	186,18	-9,9%	-10,2%	1861
Y1	5	133,39	-7,3%	-7,3%	1864	196,26	-5,0%	-5,3%	1859
Z	2	143,83	0,0%	0,0%	1863	205,72	-0,5%	-0,8%	3633
Z	3	143,83	0,0%	0,0%	1873	206,73	0,0%	-0,3%	3289
Z	4	143,84	0,0%	0,0%	1863	206,72	0,0%	-0,3%	3634
Z	5	143,84	0,0%	0,0%	1864	206,72	0,0%	-0,3%	3640
X1, Y1	2	142,88	-0,7%	-0,7%	1862	196,19	-5,1%	-5,4%	1857
X1, Y1	3	142,88	-0,7%	-0,7%	1862	205,72	-0,5%	-0,8%	1833
X1, Y1	4	142,88	-0,7%	-0,7%	1863	206,22	-0,2%	-0,5%	1832
X1, Y1	5	142,88	-0,7%	-0,7%	1863	206,22	-0,2%	-0,5%	1832
X1, Z	2	143,83	0,0%	0,0%	1862	206,26	-0,2%	-0,5%	1831
X1, Z	3	143,83	0,0%	0,0%	1862	206,78	0,1%	-0,2%	1831
X1, Z	4	143,84	0,0%	0,0%	1863	207,27	0,3%	0,0%	1842
X1, Z	5	143,84	0,0%	0,0%	1863	207,30	0,3%	0,0%	1832
Y1, Z	2	143,83	0,0%	0,0%	1862	205,76	-0,4%	-0,7%	1835
Y1, Z	3	143,83	0,0%	0,0%	1862	207,28	0,3%	0,0%	1831
Y1, Z	4	143,84	0,0%	0,0%	1863	207,27	0,3%	0,0%	1831
Y1, Z	5	143,84	0,0%	0,0%	1863	207,27	0,3%	0,0%	1832
X1, Y1, Z	2	143,83	0,0%	0,0%	1862	206,26	-0,2%	-0,5%	1832
X1, Y1, Z	3	143,83	0,0%	0,0%	1862	206,78	0,1%	-0,2%	1832
X1, Y1, Z	4	143,84	0,0%	0,0%	1863	207,27	0,3%	0,0%	1832
X1, Y1, Z	5	143,84	0,0%	0,0%	1863	207,30	0,3%	0,0%	1832

Γ'	T'	i30				i37			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	214,78	-14,1%	-0,8%	2785	232,43	-3,0%	-0,5%	1888
X1	3	214,57	-14,2%	-0,9%	2781	232,46	-3,0%	-0,5%	1888
X1	4	206,33	-17,5%	-4,7%	2782	232,46	-3,0%	-0,5%	1890
X1	5	215,41	-13,9%	-0,5%	2781	232,46	-3,0%	-0,5%	1887
Y1	2	202,91	-18,9%	-6,3%	4580	207,35	-13,5%	-11,2%	2790
Y1	3	203,01	-18,8%	-6,3%	4141	207,84	-13,3%	-11,0%	2497
Y1	4	203,34	-18,7%	-6,1%	4151	207,32	-13,5%	-11,2%	2342
Y1	5	202,88	-18,9%	-6,3%	3993	207,67	-13,4%	-11,1%	2261
Z	2	210,36	-15,9%	-2,9%	2812	228,01	-4,9%	-2,4%	2108
Z	3	210,36	-15,9%	-2,9%	2790	228,01	-4,9%	-2,4%	1890
Z	4	210,36	-15,9%	-2,9%	2804	228,01	-4,9%	-2,4%	1891
Z	5	210,36	-15,9%	-2,9%	2806	228,01	-4,9%	-2,4%	1891
X1, Y1	2	215,37	-13,9%	-0,5%	2780	232,46	-3,0%	-0,5%	1887
X1, Y1	3	215,30	-13,9%	-0,6%	2779	232,46	-3,0%	-0,5%	1887
X1, Y1	4	206,33	-17,5%	-4,7%	2780	232,46	-3,0%	-0,5%	1887
X1, Y1	5	215,41	-13,9%	-0,5%	2780	232,46	-3,0%	-0,5%	1887
X1, Z	2	216,47	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886
X1, Z	3	216,50	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886
X1, Z	4	216,50	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886
X1, Z	5	216,50	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886
Y1, Z	2	216,43	-13,5%	-0,1%	2779	230,05	-4,0%	-1,5%	1885
Y1, Z	3	216,42	-13,5%	-0,1%	2779	233,54	-2,6%	0,0%	1885
Y1, Z	4	216,45	-13,5%	0,0%	2779	232,53	-3,0%	-0,4%	1885
Y1, Z	5	216,43	-13,5%	-0,1%	2779	233,06	-2,8%	-0,2%	1885
X1, Y1, Z	2	216,47	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1887
X1, Y1, Z	3	216,50	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886
X1, Y1, Z	4	216,50	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886
X1, Y1, Z	5	216,50	-13,4%	0,0%	2779	233,57	-2,6%	0,0%	1886

Γ'	T'	i38				i45			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	241,26	-53,3%	-1,0%	3875	279,00	-69,9%	-29,6%	4712
X1	3	242,11	-53,2%	-0,6%	3724	281,04	-69,7%	-29,0%	3940
X1	4	222,94	-56,9%	-8,5%	3709	299,98	-67,6%	-24,3%	3791
X1	5	242,16	-53,2%	-0,6%	3698	300,94	-67,5%	-24,0%	3775
Y1	2	211,15	-59,2%	-13,3%	5400	336,25	-63,7%	-15,1%	5400
Y1	3	229,78	-55,5%	-5,7%	5400	346,23	-62,6%	-12,6%	5400
Y1	4	229,35	-55,6%	-5,8%	5400	236,93	-74,4%	-40,2%	5400
Y1	5	230,20	-55,5%	-5,5%	5400	248,67	-73,2%	-37,2%	5400
Z	2	225,18	-56,4%	-7,6%	5400	327,96	-64,6%	-17,2%	5400
Z	3	241,34	-53,3%	-0,9%	5400	316,20	-65,9%	-20,2%	5400
Z	4	240,85	-53,4%	-1,1%	5400	324,25	-65,0%	-18,1%	5400
Z	5	241,35	-53,3%	-0,9%	5400	323,78	-65,1%	-18,3%	5400
X1, Y1	2	222,92	-56,9%	-8,5%	3857	285,02	-69,2%	-28,0%	4058
X1, Y1	3	242,11	-53,2%	-0,6%	3703	299,80	-67,6%	-24,3%	4018
X1, Y1	4	222,94	-56,9%	-8,5%	3718	299,98	-67,6%	-24,3%	3779
X1, Y1	5	242,16	-53,2%	-0,6%	3696	300,94	-67,5%	-24,0%	3770
X1, Z	2	243,35	-52,9%	-0,1%	3692	329,78	-64,4%	-16,7%	3768
X1, Z	3	243,58	-52,9%	0,0%	3692	347,98	-62,4%	-12,1%	3766
X1, Z	4	243,58	-52,9%	0,0%	3692	360,05	-61,1%	-9,1%	3766
X1, Z	5	243,58	-52,9%	0,0%	3692	360,05	-61,1%	-9,1%	3766
Y1, Z	2	243,32	-52,9%	-0,1%	3695	322,55	-65,2%	-18,6%	3979
Y1, Z	3	243,35	-52,9%	-0,1%	3691	326,88	-64,7%	-17,5%	3766
Y1, Z	4	243,36	-52,9%	-0,1%	3691	339,08	-63,4%	-14,4%	3764
Y1, Z	5	243,35	-52,9%	-0,1%	3691	330,00	-64,4%	-16,7%	3765
X1, Y1, Z	2	243,35	-52,9%	-0,1%	3692	338,75	-63,4%	-14,5%	3767
X1, Y1, Z	3	243,58	-52,9%	0,0%	3692	347,98	-62,4%	-12,1%	3766
X1, Y1, Z	4	243,58	-52,9%	0,0%	3692	360,05	-61,1%	-9,1%	3766
X1, Y1, Z	5	243,58	-52,9%	0,0%	3692	360,05	-61,1%	-9,1%	3766

A seguir, encontram-se os resultados da *Fix-and-optimize* partindo-se da solução inicial construída com a configuração da *Relax-and-fix* $(\Gamma; T) = (X1, Z; 4)$.

Γ'	T'	i09				i10				i12			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	68,03	-59,2%	1,5%	3	156,24	0,0%	134,4%	4	71,19	0,0%	0,0%	4
X1	3	157,66	-5,5%	135,2%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
X1	4	166,79	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1	5	157,66	-5,5%	135,2%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1	2	67,03	-59,8%	0,0%	3	156,24	0,0%	134,4%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1	3	67,03	-59,8%	0,0%	3	156,24	0,0%	134,4%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1	4	67,03	-59,8%	0,0%	3	156,24	0,0%	134,4%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1	5	67,03	-59,8%	0,0%	3	156,24	0,0%	134,4%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Z	2	165,25	-0,9%	146,5%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Z	3	165,25	-0,9%	146,5%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Z	4	165,25	-0,9%	146,5%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Z	5	165,25	-0,9%	146,5%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Y1	2	68,03	-59,2%	1,5%	2	156,24	0,0%	134,4%	4	71,19	0,0%	0,0%	4
X1, Y1	3	157,66	-5,5%	135,2%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Y1	4	166,79	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Y1	5	157,66	-5,5%	135,2%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Z	2	166,77	0,0%	148,8%	2	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Z	3	166,77	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Z	4	166,79	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Z	5	166,77	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1, Z	2	165,25	-0,9%	146,5%	2	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	4
Y1, Z	3	165,25	-0,9%	146,5%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1, Z	4	165,25	-0,9%	146,5%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
Y1, Z	5	165,27	-0,9%	146,6%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Y1, Z	2	166,77	0,0%	148,8%	2	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	4
X1, Y1, Z	3	166,77	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	4	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Y1, Z	4	166,79	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5
X1, Y1, Z	5	166,77	0,0%	148,8%	3	156,27	0,0%	134,5%	5	71,19	0,0%	0,0%	5

Γ'	T'	i15				i25			
		FO	$\Delta_{\%}^I$	$\Delta_{\%}^{II}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^I$	$\Delta_{\%}^{II}$	Tempo (s)
X1	2	133,64	-12,3%	-7,1%	1926	197,08	-13,6%	-4,6%	2090
X1	3	152,38	0,0%	5,9%	1926	207,55	-9,0%	0,4%	2080
X1	4	152,38	0,0%	5,9%	1926	207,05	-9,2%	0,2%	2080
X1	5	152,38	0,0%	5,9%	1927	226,46	-0,7%	9,6%	2080
Y1	2	124,27	-18,5%	-13,6%	1968	186,24	-18,4%	-9,9%	3880
Y1	3	124,27	-18,5%	-13,6%	1929	188,59	-17,3%	-8,7%	2694
Y1	4	124,27	-18,5%	-13,6%	1928	196,14	-14,0%	-5,1%	2131
Y1	5	124,27	-18,5%	-13,6%	1928	206,94	-9,3%	0,1%	2168
Z	2	152,38	0,0%	5,9%	1927	225,62	-1,1%	9,2%	2089
Z	3	152,38	0,0%	5,9%	1933	226,61	-0,7%	9,7%	2094
Z	4	152,38	0,0%	5,9%	1927	226,65	-0,7%	9,7%	2097
Z	5	152,38	0,0%	5,9%	1928	226,65	-0,7%	9,7%	2102
X1, Y1	2	152,38	0,0%	5,9%	1926	197,08	-13,6%	-4,6%	2095
X1, Y1	3	152,38	0,0%	5,9%	1926	207,55	-9,0%	0,4%	2079
X1, Y1	4	152,38	0,0%	5,9%	1926	207,05	-9,2%	0,2%	2079
X1, Y1	5	152,38	0,0%	5,9%	1926	226,47	-0,7%	9,6%	2079
X1, Z	2	152,38	0,0%	5,9%	1926	226,62	-0,7%	9,7%	2079
X1, Z	3	152,38	0,0%	5,9%	1926	228,15	0,0%	10,4%	2079
X1, Z	4	152,38	0,0%	5,9%	1926	228,15	0,0%	10,4%	2079
X1, Z	5	152,38	0,0%	5,9%	1926	228,15	0,0%	10,4%	2079
Y1, Z	2	152,38	0,0%	5,9%	1926	226,13	-0,9%	9,4%	2079
Y1, Z	3	152,38	0,0%	5,9%	1926	227,65	-0,2%	10,2%	2079
Y1, Z	4	152,38	0,0%	5,9%	1927	228,15	0,0%	10,4%	2079
Y1, Z	5	152,38	0,0%	5,9%	1926	228,15	0,0%	10,4%	2079
X1, Y1, Z	2	152,38	0,0%	5,9%	1926	226,62	-0,7%	9,7%	2079
X1, Y1, Z	3	152,38	0,0%	5,9%	1926	228,15	0,0%	10,4%	2079
X1, Y1, Z	4	152,38	0,0%	5,9%	1926	228,15	0,0%	10,4%	2079
X1, Y1, Z	5	152,38	0,0%	5,9%	1927	228,15	0,0%	10,4%	2079

Γ'	T'	i30				i37			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	209,64	-21,8%	-16,2%	3689	284,86	-14,4%	18,8%	3130
X1	3	245,96	-8,3%	-1,7%	3642	317,51	-4,6%	32,5%	3044
X1	4	267,63	-0,2%	7,0%	3642	318,96	-4,1%	33,1%	3044
X1	5	267,63	-0,2%	7,0%	3643	318,96	-4,1%	33,1%	3042
Y1	2	194,27	-27,5%	-22,3%	5442	247,39	-25,6%	3,2%	4243
Y1	3	220,93	-17,6%	-11,7%	5051	252,96	-24,0%	5,5%	3827
Y1	4	221,22	-17,5%	-11,5%	5079	253,59	-23,8%	5,8%	3646
Y1	5	221,08	-17,5%	-11,6%	4905	254,53	-23,5%	6,2%	3596
Z	2	250,46	-6,6%	0,2%	5442	332,65	0,0%	38,8%	3183
Z	3	249,43	-7,0%	-0,3%	5443	332,11	-0,2%	38,5%	3204
Z	4	250,00	-6,7%	0,0%	5444	332,65	0,0%	38,8%	3330
Z	5	250,48	-6,6%	0,2%	5449	332,65	0,0%	38,8%	3393
X1, Y1	2	221,45	-17,4%	-11,4%	3652	284,86	-14,4%	18,8%	3060
X1, Y1	3	245,96	-8,3%	-1,7%	3642	318,88	-4,1%	33,0%	3041
X1, Y1	4	267,63	-0,2%	7,0%	3642	319,49	-4,0%	33,3%	3041
X1, Y1	5	267,63	-0,2%	7,0%	3643	319,49	-4,0%	33,3%	3041
X1, Z	2	268,08	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3041
X1, Z	3	268,10	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3040
X1, Z	4	268,10	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3040
X1, Z	5	268,10	0,0%	7,2%	3642	332,66	0,0%	38,8%	3040
Y1, Z	2	252,24	-5,9%	0,9%	3650	332,65	0,0%	38,8%	3039
Y1, Z	3	268,07	0,0%	7,2%	3642	332,65	0,0%	38,8%	3039
Y1, Z	4	268,05	0,0%	7,2%	3641	332,65	0,0%	38,8%	3040
Y1, Z	5	268,06	0,0%	7,2%	3641	332,65	0,0%	38,8%	3040
X1, Y1, Z	2	268,08	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3040
X1, Y1, Z	3	268,10	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3040
X1, Y1, Z	4	268,10	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3040
X1, Y1, Z	5	268,10	0,0%	7,2%	3641	332,66	0,0%	38,8%	3040

Γ'	T'	i38				i45			
		FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)	FO	$\Delta_{\%}^{II}$	$\Delta_{\%}^{III}$	Tempo (s)
X1	2	240,65	-37,0%	-53,4%	5334	618,37	-54,5%	-33,3%	5400
X1	3	271,02	-29,0%	-47,6%	3714	620,73	-54,4%	-33,0%	4312
X1	4	258,01	-32,4%	-50,1%	3782	599,59	-55,9%	-35,3%	5360
X1	5	281,95	-26,1%	-45,5%	3701	679,22	-50,1%	-26,7%	4968
Y1	2	315,04	-17,5%	-39,1%	5400	743,11	-45,4%	-19,8%	5400
Y1	3	254,90	-33,2%	-50,7%	5400	861,72	-36,6%	-7,0%	5400
Y1	4	254,48	-33,3%	-50,8%	5400	571,51	-58,0%	-38,3%	5400
Y1	5	254,45	-33,3%	-50,8%	5245	546,91	-59,8%	-41,0%	5400
Z	2	321,75	-15,7%	-37,8%	5400	1175,63	-13,6%	26,9%	5400
Z	3	323,43	-15,3%	-37,4%	5400	1054,18	-22,5%	13,8%	5400
Z	4	377,20	-1,2%	-27,0%	5400	1033,26	-24,0%	11,5%	5400
Z	5	377,19	-1,2%	-27,0%	5400	1056,38	-22,3%	14,0%	5400
X1, Y1	2	249,10	-34,7%	-51,8%	4643	592,04	-56,5%	-36,1%	4840
X1, Y1	3	270,99	-29,0%	-47,6%	3740	620,87	-54,4%	-33,0%	4394
X1, Y1	4	259,68	-32,0%	-49,8%	3721	620,77	-54,4%	-33,0%	4447
X1, Y1	5	281,95	-26,1%	-45,5%	3699	679,22	-50,1%	-26,7%	4215
X1, Z	2	381,75	0,0%	-26,1%	3693	779,30	-42,7%	-15,9%	4123
X1, Z	3	381,76	0,0%	-26,1%	3692	1359,89	0,0%	46,8%	3756
X1, Z	4	381,76	0,0%	-26,1%	3692	1200,31	-11,7%	29,6%	3757
X1, Z	5	381,76	0,0%	-26,1%	3692	1219,48	-10,3%	31,6%	3756
Y1, Z	2	317,50	-16,8%	-38,6%	3703	729,20	-46,4%	-21,3%	5400
Y1, Z	3	381,69	0,0%	-26,2%	3693	917,20	-32,6%	-1,0%	4592
Y1, Z	4	381,72	0,0%	-26,2%	3691	1057,67	-22,2%	14,2%	3766
Y1, Z	5	381,70	0,0%	-26,2%	3692	941,30	-30,8%	1,6%	3758
X1, Y1, Z	2	381,75	0,0%	-26,1%	3692	779,32	-42,7%	-15,9%	3890
X1, Y1, Z	3	381,76	0,0%	-26,1%	3692	1359,89	0,0%	46,8%	3756
X1, Y1, Z	4	381,76	0,0%	-26,1%	3692	1201,25	-11,7%	29,7%	3756
X1, Y1, Z	5	381,76	0,0%	-26,1%	3692	1219,48	-10,3%	31,6%	3757