



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS



BRENDA VAZ PEREIRA

**HARMONIA ENTRE A OBMEP E A RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

SÃO CARLOS
DEZEMBRO DE 2022

Brenda Vaz Pereira

**HARMONIA ENTRE A OBMEP E A RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação do Professor Doutor José Antonio Salvador.

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e Tecnologias

Orientador:
Prof. Dr. José Antonio Salvador

São Carlos
Dezembro de 2022

Pereira, Brenda Vaz

Harmonia entre a Obmep e a Resolução de Problemas
nos anos finais do ensino fundamental / Brenda Vaz
Pereira -- 2022.
83f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São
Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): José Antonio Salvador
Banca Examinadora: João Carlos Vieira Sampaio,
Luciane de Fátima Rodrigues de Souza, José Antonio
Salvador
Bibliografia

1. Ensino de Matemática. 2. Obmep. 3. Resolução de
problemas. I. Pereira, Brenda Vaz. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Ronildo Santos Prado - CRB/8 7325



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Brenda Vaz Pereira, realizada em 06/12/2022.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Jose Antonio Salvador (UFSCar)

Profa. Dra. Luciane de Fátima Rodrigues de Souza (IFSP)

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

Dedico este trabalho à minha amiga e ex coordenadora pedagógica Andrea Martinez, que agora está junto de Deus, por todo o apoio físico e emocional prestado durante o processo de coleta e aplicação da sequência didática na unidade escolar, aos meus pais, meu irmão e minhas amigas que estiveram ao meu lado por todos esses anos.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me concedido saúde, perseverança e força para finalizar este trabalho. Agradeço ao meu irmão por ter me inspirado a começar este estudo nesta instituição tão respeitada e influente. Agradeço ao meu pai por sempre ter me estimulado a estudar e me ensinado que o conhecimento é algo que não tem como se perder. Agradeço à minha mãe por ter me ensinado a nunca desistir diante das adversidades da vida, a como ser mulher forte e confiante neste mundo atual e sempre confiar em Deus. Agradeço ao meu noivo Erick Thesolin, por estar presente e ao meu lado nos momentos em que as coisas iam bem e quando não iam também. Agradeço às minhas amigas Bruna Verdério, Wildja Lima, Brenda Silvestre e Juliana Correa por terem sido minha família durante esse tempo.

Agradeço ao meu orientador Prof. Salvador por ter insistido e ficado ao meu lado durante todos os anos que estive vinculada ao programa, pela paciência e confiança em mim. Agradeço a todos os alunos que participaram do grupo de estudos e aos familiares que acreditaram no meu trabalho e confiaram a educação e preparação de seus filhos a mim. Agradeço e parablenizo os alunos premiados e participantes, juntamente com suas famílias, pelas conquistas da medalha de bronze e das menções honrosas, assim como a continuidade nos estudos, a perseverança e a dedicação de cada um deles vai me inspirar durante toda a minha vida profissional.

Agradeço à minha psicóloga Vitória Augusti por ter me ajudado a entender o meu papel no mundo e nesse trabalho, por ter me ajudado a desenvolver a confiança que eu precisava em mim. Agradeço de forma escrita à minha querida e saudosa amiga Andrea Martinez por tudo o que representou e representará na minha vida profissional e acadêmica, a ajuda prestada durante todo o ano foi essencial para a conclusão do presente trabalho. Agradeço a toda a equipe gestora e pedagógica da unidade escolar em que o trabalho foi desenvolvido e que durante o ano de 2021 foram essenciais e pacientes durante todo o processo de realização dos encontros do grupo de estudo.

Agradeço aos meus colegas de turma, inicialmente do PROFMAT pela amizade e companheirismo durante os dois anos presenciais que vivemos, trabalhos e provas realizadas, de forma especial, agradeço aos meus queridos amigos Nickson Queiroz e Ingrid Oliveira por todo o auxílio que me deram durante as aulas e, posteriormente, para retornar ao meio docente. E por fim, agradeço à minha equipe de trabalho atual que me recebeu com muito carinho e paciência durante este ano de 2022.

”Nem sempre podemos fazer grandes coisas, mas podemos fazer pequenas coisas com grande amor.” (Madre Teresa de Calcutá)

Resumo

Este trabalho relata uma experiência profissional com alunos dos anos finais do ensino fundamental que fizeram parte de um grupo de estudos, onde foram utilizadas as questões de provas anteriores da OBMEP para o ensino e aprendizagem da matemática, por meio do uso da metodologia de resolução de problemas proposta por POLYA (2006) e ONUCHIC (2012), com encontros remotos, em virtude do período pandêmico de COVID-19 e presenciais. Após o retorno das aulas nas unidades escolares, foi desenvolvido um trabalho conjunto entre docente e alunos do 6º ano ao 9º ano com objetivo de resgatar o ensino de matemática e preparar os estudantes para a realização da OBMEP 2021. Este trabalho contou com um olhar analítico e metódico para o desenvolvimento das atividades desde a elaboração das listas em que as questões selecionadas foram alusivas até as habilidades da BNCC e Currículo Paulista, de acordo com o tempo escolar em que os estudantes estavam matriculados. O trabalho apresenta a melhora no desempenho pessoal e social dos estudantes no ambiente escolar e familiar, tendo em vista que a família foi um agente fundamental no desenvolvimento e constância do projeto e a evolução nos estudos e conquistas pessoais e coletivas do grupo.

Palavras-chave: ensino de matemática, OBMEP, resolução de problemas.

Abstract

This paper reports a professional experience with students from the final years of elementary school who were part of a study group in which questions from previous OBMEP tests were used for the teaching and learning of mathematics, through the use of the problem-solving methodology proposed by POLYA (2006) and ONUCHIC (2012), with remote encounters, due to the pandemic period of COVID-19 and face-to-face. After the return of classes in the school units, a joint work was developed between teachers and students from 6th grade to 9th grade in order to rescue the teaching of mathematics and prepare students for the realization of OBMEP 2021. It had an analytical and methodical view at the development of activities from the elaboration of lists in which the selected questions were allusive to the skills of BNCC and the Paulista Curriculum, according to the school time in which the students were enrolled. This work presents the improvement in the personal and social performances of students in the school and family environments, considering that the family was a fundamental agent in the development and constancy of the project and the evolution in the group's personal and collective studies and achievements.

Keywords: mathematics teaching, OBMEP, problem-solving.

Sumário

1	INTRODUÇÃO-----	14
2	CONTEXTUALIZAÇÃO TEMPORAL-----	14
3	MOTIVAÇÃO, JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA-----	17
4	REFERENCIAL TEÓRICO E DESENVOLVIMENTO-----	20
5	INICIAÇÃO DO GRUPO DE ESTUDOS NA ESCOLA-----	34
5.1	Objetivos gerais e específicos-----	34
5.2	Desenvolvimento do trabalho com os alunos-----	34
5.2.1	Aplicação e análise das questões da primeira fase-----	38
5.2.2	Contemplanção da BNCC e Currículo Paulista nas questões da OBMEP da primeira fase-----	48
5.2.3	Aplicação e análise das questões da segunda fase-----	50
5.2.4	Contemplanção da BNCC e Currículo Paulista nas questões da OBMEP da segunda fase-----	61
6	METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO-----	63
7	CONSIDERAÇÕES GERAIS-----	65
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS-----	67
9	ANEXOS-----	69

Índice de Figuras

Figura 1 - Questão 17 OBMEP nível	38
Figura 2 - Resolução proposta pela OBMEP	41
Figura 3 - Resolução proposta pelo aluno	41
Figura 4 - Questão 03 OBMEP nível 2	42
Figura 5 - Resolução proposta pela OBMEP	44
Figura 6 - Resolução proposta pelo aluno	44
Figura 7 - Questão 02 OBMEP 2019 nível 2	45
Figura 8 - Resolução proposta pela OBMEP para a questão 2 - Nível 2	47
Figura 9 - Resolução proposta pelo aluno	47
Figura 10 - Questão 1 OBMEP nível 1 - Fase 2.....	53
Figura 11 - Resolução proposta pela OBMEP para a questão 1 – Fase 2	56
Figura 12 - Questão 1 OBMEP nível 2 - fase 2.....	57

Índice de Quadros

Quadro 1 - Como resolver um problema.....	26
Quadro 2 - Passos para a resolução de um problema, segundo Onuchic.....	27
Quadro 3 - Competências específicas de matemática para o ensino fundamental BNCC/Currículo Paulista	31
Quadro 4 - Perguntas e respostas sobre a primeira lista de problemas	39
Quadro 5 - Perguntas e respostas sobre a segunda lista de problemas.....	43
Quadro 6 - Perguntas e respostas sobre a terceira lista de problemas.....	46
Quadro 7 - Perguntas e respostas sobre o primeiro problema da fase 2.....	54
Quadro 8 - Perguntas e respostas sobre o segundo problema da fase 2.....	58
Quadro 9 - Passos para resolução de problema segundo o grupo de estudos	60

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Relação das habilidades da área de matemática do Currículo Paulista e BNCC com questões da fase 1 da OBMEP.....	48
Tabela 2 - Relação das habilidades da área de matemática do Currículo Paulista e BNCC com questões da fase 2 da OBMEP.....	61

1 INTRODUÇÃO

Paulo Freire diz que a escolha da pergunta de pesquisa já é em si um ato embebido de subjetividade. A partir disso, indaga-se a respeito do ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental e as possibilidades que existem acerca desse tema tão contemporâneo e importante. Muitas situações ocorrem nessa fase escolar; é o momento em que os indivíduos estão na transição da infância para a adolescência, alguns têm a feição mais desenvolvida e parecem adolescentes, outros ainda aparentam ser crianças.

Nem só de mudanças físicas é composto esse período, observa-se também alterações psíquicas e cognitivas, sendo que a média dos indivíduos é considerada pronta para mergulhar nos ensinamentos mais profundos enquanto outros ainda estão no processo de descobrir a área que mais gostam. A matemática pode ser uma grande aliada durante essa mudança de fase, estimulando a criatividade e autonomia dos alunos, mas para isso, é necessário que os indaguemos da forma mais assertiva possível.

Uma ferramenta que se pode utilizar é a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Realizada todos os anos em escolas públicas e privadas, os alunos são desafiados a resolver problemas de matemática contextualizados e com uma linguagem acessível e lúdica. Uma dificuldade que encontra-se na aplicação dessa prova é a falta de preparo dos alunos, um problema existente não por ausência de interesse, mas sim pela dificuldade de conciliar a preparação específica com as aulas de matemática do ensino regular.

Devido à pandemia do COVID-19, pode-se considerar os últimos três anos como os mais desafiadores da história humana recente. Esse episódio alterou a lógica de funcionamento de diversas esferas da sociedade, incluindo a educação. O ensino remoto surgiu como uma alternativa ao presencial e, com ele, as dificuldades de aprendizagem, falta de planejamento social, estrutura familiar e desigualdades se evidenciaram cada dia mais.

Estudos recentes mostram a grande dificuldade das instituições de ensino em recuperar essa defasagem de aprendizado de crianças e adolescentes. Com o afastamento das atividades presenciais, os alunos tiveram a redução drástica do contato com a comunidade escolar, o que gerou uma grande evasão nos ensinos fundamental e médio.

Diante desse contexto, a docente contratada pela rede estadual de ensino do Estado de São Paulo propôs a criação de um grupo de estudos na escola pública em que atuava de uma cidade do interior do estado, com o objetivo de resgatar o contato dos alunos com a escola e mitigar os problemas de aprendizagem dos alunos do ensino fundamental do 6º ao 9º ano identificados.

A docente contou com a colaboração do corpo docente e da gestão escolar para a implementação do projeto na escola. As provas da OBMEP eram realizadas todos os anos como uma atividade extracurricular pelos alunos e, a partir desse envolvimento voluntário, os professores consideravam a participação positiva.

O apreço por questões contextualizadas sempre existiu por parte da docente, porém, diante da falta de tempo hábil, não havia tido oportunidade de preparar os alunos para realizarem a prova da forma como gostaria.

Tendo em vista o contexto do momento em questão, propôs um projeto com duração de 6 meses corridos com o objetivo de preparar um grupo de alunos, escolhidos aleatoriamente, para realização da prova da OBMEP do ano de 2021. Além do enfoque específico para a prova, existiu também um compromisso em auxiliar os estudantes a desenvolverem uma metodologia de estudo, a fim de aprimorarem a capacidade estratégica e o raciocínio lógico para a construção de suas soluções.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa na qual foi analisado o nível de dificuldade, de facilidade e apreço dos alunos por matemática, sendo que a cada encontro eles foram desafiados a resolver problemas de matemática contextualizados que abrangiam diversos assuntos e conteúdos referentes aos anos finais do ensino fundamental.

O texto conta com um capítulo sobre a contextualização temporal no qual se disserta sobre as condições físicas do ambiente escolar em que o trabalho foi desenvolvido e sobre os contextos histórico e social do momento em questão. Na sequência, fala-se sobre a motivação, justificativa e relevância do tema do trabalho desenvolvido, bem como os objetivos gerais e específicos visados a serem explorados durante a pesquisa. Continua-se com o capítulo no qual se embasa teoricamente a pesquisa, os principais autores e suas produções, trabalhos anteriores com temas semelhantes e detalhamento de como o desenvolvimento do grupo se deu na escola.

Separa-se um capítulo para o esmiuçamento de como as questões foram apresentadas, desenvolvidas e resolvidas com os alunos durante os encontros e como elas foram analisadas e relacionadas às habilidades propostas pela BNCC e incorporadas pelo Currículo Paulista. O capítulo que desfia da metodologia de avaliação, aborda tanto metodologia de pesquisa como a forma com a qual a docente avaliou o desempenho e evolução dos alunos durante a explanação do grupo. Por fim, discorre-se a respeito das considerações gerais sobre o trabalho, possíveis caminhos a serem seguidos no futuro a partir dessa pesquisa e as referências consultadas para a produção e escrita dessa dissertação.

Este trabalho contou com a participação ativa dos pais dos alunos e da comunidade escolar para a realização dos encontros, os quais foram realizados de forma remota e

semipresencial, além da disponibilidade da escola em ceder o espaço físico e os equipamentos digitais para os alunos que encontravam dificuldades de acesso.

A docente já trabalhava em suas aulas regulares com a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino e optou por unir as duas tecnologias para ensinar, recuperar aprendizagens e preparar conteúdos de matemática com os alunos do ensino fundamental. Dessa forma, ao se aplicar a resolução de problemas às questões da OBMEP, é possível ensinar e resgatar conteúdos de matemática a partir de um grupo de estudos preparatório para olimpíada com alunos do ensino fundamental anos finais? Essa é a pergunta que responderemos com esse trabalho.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO TEMPORAL

Em diversas situações, o contexto social e econômico de uma comunidade é de suma relevância e a instituição na qual inúmeras realidades se encontram é a escola. É na construção desse convívio que as pessoas experienciam o primeiro contato social, seja ele bom ou não. O contato social escolar se inicia na infância e vai até a transição da adolescência para a juventude, período no qual ocorrem mudanças físicas, psíquicas e hormonais no corpo do estudante.

É assegurado pela lei nº 9.394 de 20 de dez. de 1996, no território brasileiro, o acesso à educação, a qual deverá ser oferecida pelo estado a todas as crianças, independente de classe social,

[...] Art. 4º O dever do Estado com educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de:
 I - educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, organizada da seguinte forma:
 a) pré-escola;
 b) ensino fundamental;
 c) ensino médio;
 II - educação infantil gratuita às crianças de até 5 (cinco) anos de idade;
 (LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996)

Como uma das instituições sociais, a escola se dá como parte importante da formação do ser humano como cidadão crítico e consciente de seu papel integrador no meio, pois é nesse ambiente em que se desenvolvem as principais habilidades sociais e consciência socioambiental e “sem ser intrinsecamente política, a educação possui um papel político fundamental: trata-se aí da formação para o cultivo e o cuidado futuro para com o mundo comum, o qual, para poder ser transformado, também deve estar sujeito à conservação” (apud CÉSAR; DUARTE, 2010, p. 826).

Existem diversos estudos e pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento e compreensão em todas as fases da vida. Para este trabalho, foca-se na faixa etária a partir dos 11 anos, na qual a criança está iniciando sua vida escolar no ensino fundamental II.

[...] Art. 4º O Ensino Fundamental, com duração de 9 (nove) anos, abrange a população na faixa etária dos 6 (seis) aos 14 (quatorze) anos de idade e se estende, também, a todos os que, na idade própria, não tiveram condições de frequentá-lo, nos termos da Resolução CNE/CEB nº 7/2010. [...] (RESOLUÇÃO Nº 2, DE 9 DE OUTUBRO DE 2018)

Na rede pública de ensino do estado de São Paulo, que é o ambiente no qual este trabalho foi desenvolvido, as escolas estaduais são agrupadas em polos regionais denominados diretorias de ensino. A escola em questão pertence à rede estadual de ensino em uma pequena cidade do interior do estado, pertencente à Diretoria de Ensino da região de São Carlos. A unidade fica localizada em um bairro periférico e atende crianças e adolescentes em situações econômicas

distintas, sendo sua maioria de baixa renda.

No dia 26 do mês de fevereiro do ano de 2020, foi noticiado o primeiro caso confirmado de COVID-19 no Brasil e em meados de março, foi decretado como período de pandemia. A partir dessa data, o ensino remoto foi adotado em todo o país e em todas as esferas e níveis de ensino, desde a educação infantil até a pós graduação, para evitar o aumento da contaminação entre as pessoas.

A rede estadual de ensino de São Paulo adotou o uso de ferramentas desenvolvidas para o emprego das aulas que seriam ofertadas de forma remota, síncronas e assíncronas. Nesse contexto pandêmico evidenciou-se a desigualdade, pois para participar de encontros online era necessário acesso às tecnologias digitais.

O ensino remoto não foi uma opção das instituições, apesar da sociedade caminhar para tal abordagem no futuro. Com o advento da pandemia, a sociedade teve de se adaptar, incluindo a escola e, com isso, ficou determinado o ensino remoto emergencial que, de acordo com Behar (2020):

[...] o ensino é considerado remoto porque os professores e alunos estão impedidos por decreto de frequentarem instituições educacionais para evitar a disseminação do vírus. É emergencial porque, do dia para noite, o planejamento pedagógico para o ano letivo de 2020 teve que ser engavetado. [...]

Esse fato se estendeu até 2021, ano em que as medidas de restrição foram diminuindo com o avanço das campanhas de vacinação entre os professores e funcionários das escolas. Durante o primeiro semestre letivo do mesmo ano, as aulas continuavam remotas e sem obrigatoriedade de comparecimento presencial nas unidades escolares, fato que se modificou a partir do segundo semestre quando foi determinado o retorno pela Resolução 65 da SEDUC, de 26 de jul. de 2021, que dispôs sobre a realização das aulas e atividades presenciais nas instituições de educação básica no segundo semestre do ano letivo de 2021, no contexto da pandemia de COVID-19, nos termos do Decreto Estadual nº 65.384/2020 alterado pelo Decreto Estadual nº 65.849/2021, dando providências correlatas.

O ambiente escolar não é somente para aprendizagem curricular, mas também para o desenvolvimento de habilidades sociais e socioemocionais, interação e conhecimento de culturas populares,

em suma, pela mediação da escola, dá-se a passagem do saber espontâneo ao saber sistematizado, da cultura popular à cultura erudita. Cumpre assinalar, também aqui, que se trata de um movimento dialético, isto é, a ação escolar permite que se acrescentem novas determinações que enriquecem as anteriores e estas, portanto, de forma alguma são excluídas. Assim, o acesso à cultura erudita possibilita a apropriação de novas formas através das quais se pode expressar os próprios conteúdos do saber popular. (SAVIANI, 2000, p. 27)

Levando-se em consideração o contexto histórico, social e ambiental da escola, optou-se por desenvolver um trabalho que envolvesse a escola, a família e a comunidade, com o objetivo de atender às expectativas da unidade escolar sobre a aprendizagem e a preocupação com a defasagem escolar, o desassossego da família sobre o afastamento das atividades escolares por conta da pandemia e a apreensão da comunidade a respeito do trabalho da docente quanto ao resgate do ensino e aprendizagem dos estudantes e utilização das ferramentas digitais que foram ofertadas pela secretaria de educação.

3 MOTIVAÇÃO, JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

O apreço acerca de questões de matemática contextualizadas sempre existiu por parte da docente e cresceu de forma significativa após tomar conhecimento da existência da OBMEP. A docente foi professora contratada da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo a partir de 2015 e notou durante sua trajetória que não havia momento, nem intervalo de tempo nas aulas de matemática do ensino regular para o desenvolvimento de um trabalho com as questões da olimpíada supracitada, tampouco preparação específica para a mesma. Com isso, viu uma oportunidade de poder trabalhar de forma particular e exclusiva na escola pública com a preparação dos alunos do ensino fundamental II para a realização da OBMEP 2021.

Todos os anos as escolas públicas e privadas são convidadas a efetuar a inscrição dos alunos para a participação na OBMEP e de forma geral é feita como mais uma avaliação externa, sem um preparo e estudo próprio. Muitos estudantes são surpreendidos no dia da aplicação pois não têm contato com provas e questões desse tipo e, como forma de incentivo à presença, os professores a recebem como uma atividade extra para a contagem de pontos e notas para o bimestre.

Para a relevância de trabalhar em grupo, foi necessário sensibilizar e estudar com alunos que demonstravam interesse na realização da prova e disposição para aprender a matemática de uma forma mais intensa e contextualizada. O grupo de estudos, foi desenvolvido em um momento atípico do cenário escolar regular, pois as aulas estavam ocorrendo de forma remota e o contato entre professores e alunos era virtual. Na escola em que o grupo foi desenvolvido, as atividades eram disponibilizadas pelos docentes em um repositório para que os alunos acessassem e as enviassem resolvidas aos professores da mesma forma.

A Resolução 45 da SEDUC, de 20, abr. 2020, dispõe sobre a realização e o registro de atividades escolares não presenciais pelas unidades escolares vinculadas ao Sistema de Ensino do Estado de São Paulo, durante o período de restrição das atividades presenciais devido à pandemia de COVID19 e reforça:

[...] a autonomia das unidades escolares vinculadas ao Sistema de Ensino do Estado de São Paulo no cumprimento às incumbências previstas nas normas legais;
a necessidade de se assegurar as condições que favoreçam formas de realização de atividades escolares não presenciais; [...]

As escolas da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo foram incentivadas a reunir e reaproximar os alunos do ambiente escolar, uma vez que os contatos físico e presencial não eram possíveis de serem realizados. Com isso, a docente viu uma oportunidade de desenvolver um trabalho diferenciado e ao mesmo tempo interessante para alunos que se

mostravam engajados e ao mesmo tempo se sentiam afastados do ambiente escolar.

Nosso sistema educacional não estava preparado para uma situação de emergência como a pandemia do COVID-19. Não existia um plano de contingência educacional ou administrativo em caso de isolamento social (COSTA, 2020) e, com isso, o ensino remoto ganhou evidência. Tencionando a aprendizagem que sofreu um atraso durante o período pandêmico, a docente viu uma oportunidade em desenvolver um trabalho que pudesse contribuir com a mitigação e recuperação da defasagem escolar nos anos finais do ensino fundamental.

4 REFERENCIAL TEÓRICO E DESENVOLVIMENTO

Uma ferramenta que pode ser uma grande aliada do ensino de matemática é a OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas, criada no ano de 2005 pelo IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada), a partir de uma divisão da OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática) que existe desde 1970. Antes dessa divisão, as competições e concursos de matemática com alunos do ensino básico eram todas realizadas pela OBM.

Agora, a OBMEP conta com edições anuais que contemplam cerca de 99% das cidades brasileiras e abrangem aproximadamente 17 milhões de estudantes. Um recurso tão potente deve ser mais explorado no ensino básico pelos professores de matemática, considerando que uma das formas disso ser feito é por meio do uso da metodologia de resolução de problemas.

Diante das mudanças da sociedade, podemos observar que o ensino também precisa de algumas adequações para se encaixar na realidade das crianças e dos adolescentes. Com isso, este trabalho disserta sobre uma vivência e experiência de 6 (seis) meses sobre uma estratégia de ensino de matemática a partir das questões da OBMEP.

Como se sabe, a OBMEP tem por objetivos caçar talentos pelo Brasil, estimular e promover o estudo da Matemática e contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros tenha acesso a material didático de qualidade.

Além de procurar e incentivar novos talentos na matemática, a OBMEP também ajuda a impulsionar o ingresso de jovens estudantes em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; fomenta o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; promove e favorece a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; além de estimular a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Uma vez que o ensino público deve seguir um currículo extenso em um curto período, não resta tempo hábil para o preparo dos estudantes de forma que consigam fazer essas provas de forma satisfatória. Perante essa demanda, foi proposta uma intervenção na aprendizagem dos estudantes de uma escola pública do estado de São Paulo a partir da implantação de um grupo de estudos, a fim de fomentar a participação na prova da OBMEP no ano de 2021.

O intuito inicial do grupo de estudos era a preparação dos estudantes para a realização da prova, mas durante seu curso, notou-se que os alunos haviam progredido significativamente em seus estudos no decorrer das atividades rotineiras da escola. Para o desenvolvimento das

atividades do grupo, foi aplicada a técnica de resolução de problemas proposta por Polya (2006), onde é defendida, entre outras, a divisão de problemas complexos em problemas mais simples e menores, de modo a voltar o olhar para cada um deles de forma individual.

Esta dissertação se fundamenta no estudo e pesquisa de George Polya (1887-1985), mais precisamente em seu livro *A Arte de Resolver Problemas*, tradução de Heitor Lisboa de Araújo da editora Interciência em 2006, em que o autor discorre sobre a importância e a necessidade de ensinar matemática através de problemas e não ensinar matemática para resolver problemas.

Em seu trabalho, Polya postula quatro etapas para resolver um problema de modo geral e discute sobre o papel do professor diante dessa forma de ver a matemática através de problemas, onde o docente deixa de ser transmissor e passa a ser mediador.

A Matemática não é um esporte para espectadores; não se pode desfrutar dela nem aprendê-la sem a participação ativa; por isso o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, professores de matemática, especialmente se considerarmos como nosso principal objetivo, o primeiro de nossos objetivos, o de ensinar o estudante a pensar. (PÓLYA, 2006, p. 10)

Ensinar os alunos a pensar é uma tarefa árdua, pois não é assim que aprendemos a fazer. Dessa forma, é necessário desconstruir uma forma de agir tradicional para construir uma nova e diferente, sempre com atenção. As aulas de matemática através da resolução de problemas são cheias de questionamentos por parte do professor para os alunos, com o intuito de estimular o raciocínio e a concepção de estratégias de resolução e até propostas de solução para os problemas.

Como o foco deste trabalho é apresentar a importância e a relevância do ensino da matemática por meio da resolução de problemas e como isso foi aplicado juntamente com a utilização das questões da OBMEP, vamos discorrer sobre algumas das definições de problema pelos autores da área ao longo da história e o que cita a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) sobre o tema. Importante ressaltar que ponderamos problema e situações-problema como sinônimos.

No ambiente da matemática e entre seus professores, a definição de problema não é clara e concisa e existem diversas reflexões, apesar de ser um tema sempre em voga nas falas dos professores de matemática. Sua definição começa com uma visão geral sobre qualquer coisa que precisa ser resolvida, em sua maioria de forma rápida e vai até a analogia com a própria área da matemática por ser vista como uma disciplina difícil e pouco prazerosa de estudar.

Segundo Charnay (1996), que apresenta uma visão generalizada e ampla sobre o tema de modo,

Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade; uma determinada situação que ‘provoca problema’ para um determinado aluno pode ser resolvida

imediatamente por outro (e então não será percebida por este último como sendo um problema). Há então, uma ideia de obstáculo a ser superado. (CHARNAY, 1996, p. 46)

A ideia de precisar ter uma resolução rápida e imediata, nos faz procurar por soluções que sejam práticas. Isso fez, com o decorrer dos anos, que a matemática fosse vista como algo exato e como uma única forma de se resolver um problema. Na realidade da sala de aula vemos que não é bem assim, pois os estudantes têm as suas formas de resolução e que podem resolver o mesmo problema de modos diferentes.

Seguindo esse pensamento de que os alunos possuem diferentes vivências e pensamentos, citamos as pesquisas de Pozo e Echeverría (1998), em que sua colocação sobre problema se concatena a um parecer do aluno de modo variável.

A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (POZO; ECHEVERRÍA, 1998, p. 09)

Posto isso, e seguindo a nossa linha do tempo, a tendência é que as definições acerca de problema evoluam e se aproximem do que conhecemos hoje e assim citamos Dante (2002), que define problema como "qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-lo" (p. 9) e problema matemático como "qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-lo" (p. 10).

Dessa forma, trazemos para o nosso trabalho, como ponto de partida, que um problema está relacionado a certo distanciamento de memorizações, regras e fórmulas como colocado por Costa e Allevato (2010). E assim, o estudante não é condicionado de forma estática a um método limitante a novos conhecimentos, o que faz com que vejam que não existe apenas uma condição correta e exclusiva de solução para os problemas. Podemos perceber que o problema vai ganhando espaço no âmbito educacional e que é necessário que haja uma mudança.

A ideia principal da resolução de problemas é propor um método ao professor para que ao ensinar determinado conteúdo de matemática passe longe do desinteresse dos alunos por aquela temática, já que deve desafiá-los durante sua exploração.

A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI; BOTIN, 2004, p. 1)

Sobre a óptica da resolução de problemas, vamos contextualizar e mostrar sua consolidação nas pesquisas através dos autores pautados na área. Há vários anos existe a

discussão sobre a importância e necessidade da utilização da resolução de problemas nas aulas de matemática do ensino básico pensando na qualidade do ensino e aprendizagem das crianças e adolescentes.

Precisar resolver um problema é uma necessidade muito mais antiga do que podemos imaginar. Existem registros de problemas datados das sociedades antigas egípcias e gregas segundo Onuchic (1999), como o Papiro de Moscou, por exemplo, que é datado cerca de 1850 a.C e mostra 25 (vinte e cinco) problemas matemáticos grafados com escrita hierática. A humanidade sempre precisou lidar com problemas a serem resolvidos, se não resolvidos, pelo menos propostas para obter suas soluções.

As soluções que fazem com que o avanço das ciências e tecnologias aconteçam, que sociedades se organizem e evoluam ocorrem a partir de um problema ou uma necessidade que é detectado por um grupo de indivíduos. No campo da educação, ênfase na educação matemática, não foi diferente, era necessário algo novo e melhor que pudesse acompanhar o desenvolvimento das crianças.

Ainda no que tange a definição de problema, vale pensar na composição deles e, assim citamos Onuchic e Alevatto (2011, p. 81) que definem problema como “tudo aquilo que não se sabe, mas se está interessado em fazer”. É uma definição que vem a calhar no nosso contexto de trabalho e estudo, pois dos dois lados, tanto o docente como os estudantes demonstram essa conveniência para a construção desse conhecimento.

Destarte, a motivação para a iniciação deste trabalho foi pela docente em que uniu o seu apreço e familiaridade com a proposta pedagógica e a pesquisa e utilização da metodologia de resolução de problemas. Com isso, aproximar escola e comunidade foi não somente necessário, como fundamental para que a pesquisa pudesse ser desenvolvida, pois era preciso conhecer a realidade dos alunos e se aproximar tanto deles como de suas famílias.

Com as citações anteriores, pudemos perceber que o modo de definição de problema foi se adequando e a partir dessas mudanças foi construído um pensamento sobre como ensinar por meio de problemas. Tomamos a resolução de problemas como uma metodologia de ensino e não um novo conceito de ensinar.

O pioneiro na pesquisa sobre resolução de problemas foi George Polya (1995) e como resultado desse trabalho houve a publicação do livro *A Arte de Resolver Problemas*. Como é conhecido, ele propõe a divisão dos problemas em quatro partes (quadro 1) e em cada uma delas a análise de cada etapa de forma minuciosa através de questionamentos sobre o tema.

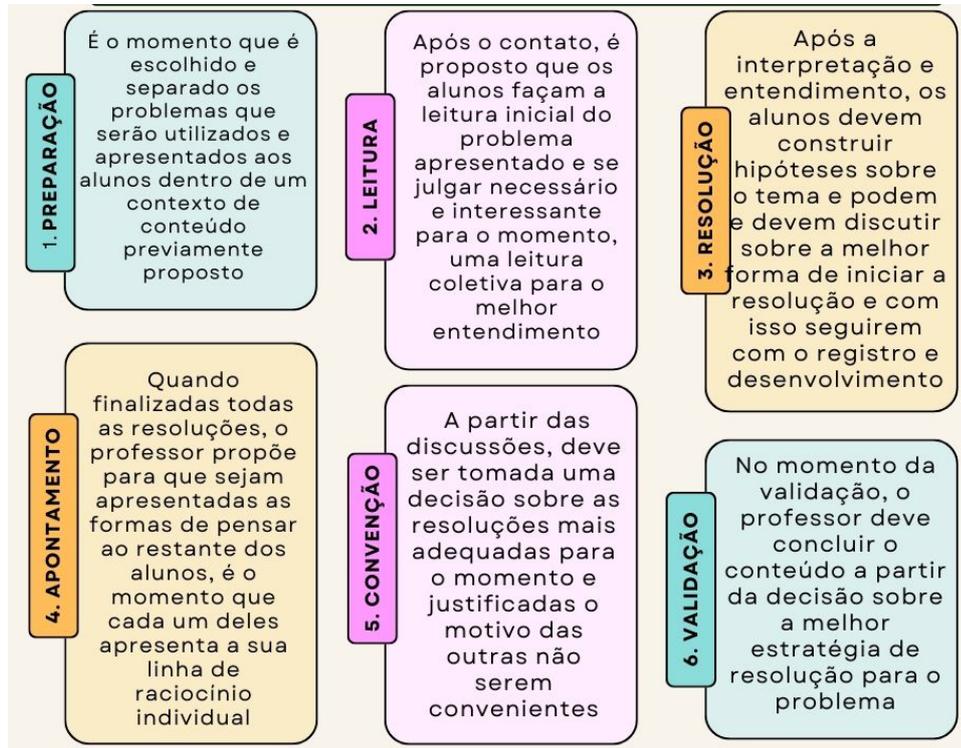
Quadro 1 - Como resolver um problema

Compreensão do Problema	
Primeiro: é preciso compreender o problema	Quais são os dados? São suficientes para satisfazer o que se pede?
Estabelecimento de um Plano	
Segundo: encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução	Pense no que já sabe sobre isso. Resgate na memória o que já estudou ou leu sobre o assunto e o que pode te ajudar. Quais são as informações que são necessárias para estabelecer uma proposta? Já viu algo semelhante a essa situação? Qual foi sua postura diante disso?
Execução do Plano	
Terceiro: Execute seu plano	Inicie seu processo de resolução baseado no que fez até agora. O que você já identificou? O que você já sabe sobre isso? O que você já resolveu? Comece sua resolução.
Retrospecto	
Quarto: Examine a solução obtida	Quando acabar, volte e examine seus passos. Estão corretos? É possível fazer o caminho contrário para chegar ao início? É possível fazer o que você fez por outro caminho?

Fonte: Adaptação da autora.

Posteriormente, Onuchic (1999) postulou uma sequência de passos (quadro 2) para a utilização da resolução de problemas na sala de aula e considerou uma maneira eficaz de benefícios e qualidades para o ensino e aprendizagem das crianças e adolescentes em matemática do ensino básico.

Quadro 2 - Passos para a resolução de um problema, segundo Onuchic:



Fonte: Adaptação da autora.

Assim podemos dizer, de forma geral, que Polya fala com os alunos e Onuchic com os professores. É trivial que essa separação não aconteça na realidade, mas para melhor entendimento e explanação podemos colocar dessa forma. É válido ressaltar a importância da posição que as investigações das pesquisas ocupam no campo da aprendizagem e com isso concluir que, assim como as outras áreas, o ensino de matemática não deve ser pautado unicamente em aplicações técnicas da ciência, mas sim na compreensão, na elaboração de conceitos e na arguição consistente.

Consoante a essas definições e propostas, chegamos a um ponto em que o trabalho em equipe precisa ocorrer, ou seja, docente e estudantes devem estar dispostos a desconstruir uma forma de pensar, de ensinar e de aprender para construir uma nova, livre de amarras e métodos impostos pela história tanto de vida como de trabalho. Para que isso ocorra, é necessário que o docente atue na produção do trabalho levando em consideração o potencial de seus estudantes e seus conhecimentos prévios, de modo a utilizar desses mecanismos a seu favor, para estimular os estudantes a aprender e a desenvolver o raciocínio estratégico.

Como reforço e complementação aos estudos que ganham notoriedade, o documento orientador da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) trata do ensino da matemática como um dos processos e formaliza como um conjunto de práticas que podemos adotar em nosso

trabalho como docentes do sistema de ensino.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p. 266)

E assim, ambas as partes, docentes e alunos, devem ter como objetivo a construção do conhecimento conjunto, que é uma das premissas da resolução de problemas tal qual como a mediação do professor para possibilitar ao estudante o desenvolvimento do seu senso de responsabilidade e consciência de sua atuação.

O estudo e preparação prévios, são fundamentais por parte do docente para que não ocorra divergência nem embates metodológicos e, pensando nisso, Onuchic e Allevato (2004, 2011) propuseram alguns princípios sobre a resolução de problemas para que os mediadores possam ponderar antes de iniciar qualquer processo de produção:

Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos estudantes sobre ideias matemáticas e sobre o dar-lhes sentido;
 Resolução de Problemas desenvolve um poder matemático nos estudantes, ou seja, uma capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão de conteúdos e conceitos matemáticos;
 Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os estudantes são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam;
 Resolução de Problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os estudantes a obter sucesso com a Matemática;
 Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os estudantes desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios;
 A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a dar mais sentido para os estudantes. (Onuchic e Allevato, 2004, p. 223-4)

Em consoante com a produção de Polya e Onuchic, anteriormente citados, Onuchic *et al.* (2014) sugerem uma sequência de passos, que podemos chamar de roteiro de auxílio, aos professores para o preparo de suas aulas, que conta com dez itens:

- (1) Proposição do problema,
- (2) leitura individual,
- (3) leitura em conjunto,
- (4) resolução do problema,
- (5) observar e incentivar,
- (6) registro das resoluções na lousa,
- (7) plenária,
- (8) busca do consenso,
- (9) formalização do conteúdo,
- (10) proposição e resolução de novos problemas. (Idem, Ibidem, p. 45).

Ao unir as propostas, vemos que é necessário que todos os agentes envolvidos nesse caminho, estejam dispostos a se libertar dos planejamentos e construção dos currículos sequenciais existentes nas instituições para um momento específico do período letivo, uma vez que a visão sobre a utilização os problemas pode promover um estudo e aprendizagem maior e mais proveitosos para os alunos.

Para que essa desconstrução ocorra da melhor forma possível, com o foco no ensino e aprendizagem dos estudantes, nos alinhamos aos direcionamentos da BNCC e do Currículo Paulista que contam com competências congruentes do ponto de vista da área de matemática, como já citamos anteriormente. E com isso, para os anos finais do ensino fundamental, vemos que

deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 266)

A partir disso, a BNCC articula entre diversas áreas na intenção de conceder que os alunos, entre vários ângulos, construam “a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (BRASIL, 2018, p. 263).

Falamos dessas áreas e suas divisões em unidades temáticas denominadas Números, Álgebra, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, tanto para o ensino fundamental anos iniciais como para os anos finais, onde em que cada nível as habilidades e competências são exploradas de acordo com a idade dos estudantes.

propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. (BRASIL, 2018, p. 268)

Para cada unidade temática, existem objetos do conhecimentos que serão trabalhados e aprofundados de acordo com o currículo e a idade de aprendizado de cada estudante. Como cada criança e adolescente possui sua particularidade, é de suma importância que o professor tenha essa ciência e consiga administrar sua atenção observando não somente o tempo hábil e o currículo, como as especificidades da sua turma.

Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e

qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2018, p. 298)

Assim, fica firmado o compromisso do ensino fundamental com a construção e melhoria do letramento matemático juntamente com o desenvolvimento de competências e habilidades dentro dessa área:

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 264)

Ao pensar na separação que colocamos entre os direcionamentos para os alunos e para os professores, é explícito no documento da BNCC que o docente deve adotar uma metodologia para a construção e desenvolvimento dos conceitos matemáticos e com isso reforçar a utilização da resolução de problemas em que “os processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático [...]” (BRASIL, 2018, p. 264).

O Currículo Paulista, que tem como documento orientador a BNCC, traz em sua constituição direcionamentos para o desenvolvimento de habilidades e competências referentes à construção do conhecimento matemático, pois possui um

papel relevante na formação dos estudantes. Mas, para além de sua utilidade e de poder ser compreendida como uma linguagem, ela deve ser vista como ciência, com características próprias de pensar e de investigar a realidade, concorrendo para o desenvolvimento de capacidades fundamentais para a análise, compreensão e intervenção em diferentes contextos. (SÃO PAULO, 2019, p 303)

A construção e estruturação do Currículo Paulista foi baseada no documento orientador da BNCC, por esse motivo, as competências específicas para o ensino de matemática de ambos são as mesmas, conforme quadro a seguir:

Quadro 3 - competências específicas de matemática para o ensino fundamental BNCC/Currículo Paulista

- 1) Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
- 2) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
- 3) Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- 4) Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
- 5) Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- 6) Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
- 7) Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
- 8) Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: BNCC, p. 267

O Currículo Paulista também coloca a importância do ensino de matemática por meio da metodologia de resolução de problemas como primordial e incentiva a sua adoção por parte das instituições:

A Resolução de Problemas é uma atividade central no ensino e na aprendizagem de Matemática porque favorece não apenas que os estudantes articulem e refinem seu pensamento, mas também que percebam diferentes perspectivas para enfrentar uma dada situação. (SÃO PAULO, 2019, p. 315)

A partir de todo esse levantamento teórico, foi elaborada uma intervenção pedagógica que pudesse auxiliar na diminuição dos danos causados aos alunos em virtude do afastamento das aulas presenciais imposta pela pandemia de COVID-19.

Com o passar dos anos, foram produzidos diversos trabalhos acerca da OBMEP e resolução de problemas. Tomamos como direcionamento os trabalhos realizados com alunos do ensino público com a utilização da OBMEP e também os que trabalharam com resolução de problemas como metodologia de ensino.

A partir de nossas análises e leituras dessas produções, pudemos concluir que a utilização da resolução de problemas foi benéfica e positiva, pois foi possível observar que os alunos obtiveram um bom desempenho com a aplicação das metodologias integradoras, desenvolvendo autonomia, o protagonismo juvenil, a curiosidade e motivação para aprender, além de avançarem nos níveis de proficiência de um bimestre para o outro” é o que diz JUNQUEIRA (2021) em sua dissertação de mestrado que, a partir de questões da OBMEP, construiu materiais manipuláveis para os alunos desenvolverem soluções durante as aulas e, posteriormente, realizou uma formação com os professores de sua unidade escolar.

Podemos citar as considerações de SILVA (2022) que em seus estudos direcionados à recuperação da aprendizagem de geometria com alunos do 7º ano do ensino fundamental, com resolução de problemas, questões de geometria da OBMEP e a utilização do GeoGebra concluiu que

o objetivo de recuperar a aprendizagem de geometria para esse ano/série foi atingido com a realização do projeto, tendo em vista que este conteúdo foi aplicado de forma convencional em anos anteriores e levaram aproximadamente 18 aulas para a conclusão do tema e com o manuseio do software e da metodologia empregue neste trabalho, utilizamos apenas seis aulas. (SILVA, 2022, p. 90)

Com as contribuições das autoras por meio de suas pesquisas, o auxílio dos trabalhos de Polya (2006), o aprofundamento de Onuchic (1999), a proposta de Onuchic e Alevatto (2004), e como consolidação e utilização dessa metodologia de ensino, no ano de 2021 foi implantado, numa escola estadual de uma pequena cidade do interior do estado de São Paulo, um grupo de estudos que teve como objetivo geral preparar os alunos do ensino fundamental II para a realização da prova da OBMEP daquele ano. Assim, a docente propôs à direção, à coordenação e ao corpo docente da escola a criação desse grupo de estudos com os alunos desse nível de ensino ao qual era vinculada no contexto trabalhista. Aceita a proposta, foram convidados alunos do 6º ano ao 9º ano e foi solicitado aos professores que indicassem alunos que gostariam de participar da olimpíada.

Ao total, foram recebidas 23 (vinte e três) inscrições, sendo que 20 (vinte) estudantes confirmaram a participação. Foi realizada, também, uma reunião com os responsáveis dos estudantes para a explicação do que se tratava o trabalho e a importância da OBMEP. A partir dessa, foi solicitada a assinatura do termo de autorização para a participação dos alunos nas atividades e para a participação do projeto que comporia a pesquisa de dados para a dissertação da professora no futuro.

O trabalho foi dividido em duas partes no que consistiu em sua execução: a primeira foi referente à preparação e estudo para a 1ª fase da OBMEP durante três meses com encontros totalmente online em virtude do contexto de aulas remotas devido à pandemia de COVID-19 e a segunda parte foi dividida em três meses com encontros quinzenais e presenciais, com o objetivo de estudos para a 2ª fase da OBMEP.

Para o desenvolvimento desse projeto, foram utilizados os programas digitais oferecidos pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, assim como as provas da OBMEP dos anos anteriores disponíveis no site. A docente preparou a construção do material utilizado a partir dos problemas da OBMEP disponíveis e os encontros com os alunos que foram feitos, na primeira parte do projeto de forma remota, através do Google Meet, e na segunda parte os encontros foram presenciais de modo que não comprometessem as aulas regulares dos alunos.

Os estudantes inscritos no projeto tiveram acesso às listas de problemas e fizeram simulados das provas. Os encontros foram pautados na utilização da resolução de problemas, a partir das questões selecionadas pela docente e foi desenvolvido em conjunto com os alunos a melhor forma para o estudo preparatório. Ficou acordado que eles receberiam a lista com as questões para o próximo encontro ao final de cada dia. Dessa forma, eles deveriam escolher 3 (três) dos 6 (seis) problemas propostos na lista para resolver em casa e no próximo encontro seria feita uma conversa sobre o problema que eles consideraram mais difícil de solucionar.

Ao todo foram desenvolvidas quatro listas de problemas para a primeira fase e três listas de problemas para a segunda fase. O grupo de estudos iniciou os encontros com 20 (vinte) alunos inscritos com a autorização dos responsáveis, dos quais 8 (oito) foram classificados para a segunda fase, conforme os critérios estabelecidos pela OBMEP que podem ser encontrados no site da olimpíada.

A metodologia utilizada nas duas fases do trabalho foi a resolução de problemas, o que mudou foram as questões, pois na 1ª fase elas são de múltipla escolha com 4 (quatro) alternativas cada uma e na segunda fase são dissertativas que possuem de 3 (três) a 4 (quatro) itens para a resolução. Para a separação das questões e posterior análise dos dados obtidos com o desenvolvimento dos alunos, levou-se em consideração o momento em que os alunos se

encontravam dentro no ano letivo, ou seja, as questões foram selecionadas a partir de conteúdos propostos pelo Currículo Paulista e cruzados com as habilidades e competências propostas pela BNCC.

5 INICIAÇÃO DO GRUPO DE ESTUDOS NA ESCOLA

Embasados pela teoria da metodologia de resolução de problemas, desenvolvemos um projeto para a iniciação do grupo de estudos voltado ao ensino e aprendizagem da matemática. Este capítulo trata dos objetivos gerais e específicos desse grupo, de como se deu essa iniciação e seu desenvolvimento ao decorrer do ano letivo e a forma de análise das questões da OBMEP escolhidas e ofertadas aos alunos.

5.1 Objetivos gerais e específicos

O objetivo geral foi a iniciação do grupo de estudos e o desenvolvimento dos encontros com os alunos para estudo e reflexão para a prova da OBMEP com a utilização da metodologia da resolução de problemas por meio das questões de provas anteriores e como objetivos específicos a melhoria da aprendizagem dos alunos em matemática, recuperação de habilidades e competências de anos anteriores e aprendizagem por meio da resolução de problemas.

Os objetivos específicos eram promover a interação dos estudantes entre eles, a aproximação da família e comunidade com o ambiente escolar, o resgate da integração dos estudantes com a escola, a melhoria da aprendizagem da matemática e o ensino da matemática através da resolução de problemas e com isso contribuir para o desenvolvimento de habilidades e competências específicas para cada faixa etária dos alunos. Como justificativa para a implantação do grupo, foi considerada a necessidade de desenvolver um trabalho voltado para a área de exatas na escola, uma vez que não tinha nada relacionado a esse tema e o compromisso da aproximação e participação da comunidade e a família na escola.

5.2 Desenvolvimento do trabalho com os alunos

A proposta de trabalhar com problemas da OBMEP surgiu mediante uma conversa entre o professor orientador e a docente, que estava vinculada a esta escola pública, em que foi relatado seu apreço pela proposta das questões de matemática de olimpíadas, em específico a OBMEP.

Nessa escola pública, havia uma dificuldade na preparação dos alunos para a realização dessas provas, visto que a quantidade de aulas semanais na rede estadual paulista era voltada para o ensino e aprendizagem proposto pelo Currículo Paulista e as provas das

olimpíadas são compostas por questões que precisam de um estudo particular e direcionado à sua execução.

Dessa forma, elaboramos um projeto para um grupo de estudo, em que os alunos seriam preparados para a realização dessa prova em particular. Com base nisso, essa proposta teve como um dos objetivos específicos, a melhoria da aprendizagem dos alunos participantes e o projeto foi apresentado ao corpo docente e à gestão da escola. Após a aprovação, foi iniciado o processo de convite aos alunos para a participação no grupo de estudos.

Definimos que o público-alvo seria composto de alunos dos anos finais do ensino fundamental II, podendo ser do 6º até o 9º ano. O convite foi feito de forma aberta e também por indicação dos professores da unidade escolar. A conversa foi conduzida pela docente e mediada pela coordenadora do ensino fundamental.

Após os convites realizados e a manifestação de interesse preenchida, realizamos uma reunião com os responsáveis dos estudantes para explicar como seria o funcionamento do grupo de estudos e para pedir autorização, pois o trabalho foi parte integrante do projeto de mestrado da docente.

O objetivo geral do projeto foi a implantação do grupo de estudos voltado para a preparação dos alunos para a realização da prova da OBMEP 2021. Como metodologia educacional, foi utilizado a resolução de problemas, baseada no trabalho de POLYA (1995) e aprofundado por ONUCHIC (2012).

Deste modo, os objetivos específicos foram o ensino de matemática através da resolução de problemas, a revisão de conteúdos matemáticos pela resolução de problemas e a utilização de tecnologias digitais para a execução do trabalho, uma vez que o contexto escolar era pandêmico em virtude da COVID-19.

O grupo inicial foi composto por 20 (vinte) alunos. O trabalho foi dividido em duas partes: preparação para a prova da 1ª fase e preparação para a prova da 2ª fase da OBMEP. Teve início na terceira semana de maio de 2021 de forma online, utilizando o Google Meet, devido às atividades não presenciais em virtude do cenário pandêmico da COVID-19. Todos os alunos do grupo possuíam acesso à internet e a um aparelho (celular ou computador) com conexão para participar dos encontros.

A primeira parte foi dividida em encontros semanais em que os alunos receberam listas de problemas com questões de provas de anos anteriores da OBMEP, previamente selecionados por nós e condizentes com o currículo paulista e a BNCC, com assuntos da matemática que estão presentes no ano letivo de cada série em questão.

As provas da OBMEP são divididas em três níveis: nível 1, que contempla alunos e

conteúdos referentes ao 6º e 7º ano do ensino fundamental; nível 2, que contempla alunos e conteúdos da matemática referentes ao 8º e 9º ano do ensino fundamental; e nível 3, que contempla alunos e conteúdos da matemática referentes aos anos finais do ensino médio.

Para o desenvolvimento das atividades, analisamos as questões das provas de anos anteriores da OBMEP, considerando o período de 2015 ao ano de 2019, uma vez que no ano de 2020 não houve a aplicação da prova, por se tratar do primeiro ano da pandemia.

Em conformidade com as informações do Currículo Paulista (homologado em 01/08/2019) e que já estava em vigor baseado nas diretrizes da BNCC de 2017, selecionamos questões que estavam presentes nas provas dos níveis 1 e 2.

Na escolha das questões foi considerado as relacionadas com os conteúdos referentes aos primeiro e segundo bimestre do ano escolar tendo em vista que os encontros foram realizados entre maio e julho. Foram desenvolvidas ao todo seis atividades, cada uma com seis problemas de questões de provas anteriores da OBMEP. Para essa construção, nos atentamos em colocar também questões que estavam presentes de forma simultânea nas provas de nível 1 e nível 2 do mesmo ano para explorar as visões de diferentes alunos sobre o mesmo assunto.

Com as listas desenvolvidas, os encontros iniciaram e o estudo preparatório para a prova da 1ª fase foi dividido em dois momentos diferentes: primeiro com alunos do 6º e 7º ano, que correspondem ao nível 1 e logo em seguida, com alunos do 8º e 9º ano, que correspondem ao nível 2. Decidimos por fazer separado no primeiro momento, para que o estudo fosse direcionado a cada série e o conteúdo não se perdesse.

Os alunos recebiam as listas através do grupo do *Whatsapp* criado pela docente, por solicitação dos pais para que os alunos tivessem acesso ao material. Toda a comunicação referente às aulas e às atividades foi feita através desse grupo. Apenas a primeira aula foi conjunta e nela a docente explicou aos alunos como seria todo o percurso de estudo e a dinâmica com as listas de problemas.

Foi escolhido dois problemas e eles foram resolvidos em sua grande parte pela docente durante a aula, utilizando a resolução de problemas e assim, direcionou aos alunos como eles poderiam incorporar esse método ao estudo individual. A resolução foi feita através de perguntas e respostas: a docente perguntava aos alunos após a leitura da questão e os alunos respondiam, e a partir da resposta deles ela os orientava ao próximo passo.

Para os encontros seguintes, foi apontado pela docente como os alunos deveriam proceder durante a semana em que não haveria encontro conjunto. Os alunos deveriam escolher três dos seis problemas para resolver em casa sozinhos, utilizando esse método fazendo anotações sobre as principais dificuldades que eles encontrassem e as respostas das questões.

Por influência do trabalho de Polya e Onuchic, e a partir das disposições da BNCC e do Currículo Paulista acerca das habilidades que devem ser devolvidas com os alunos dos anos finais do ensino fundamental, os problemas da OBMEP foram mapeados e selecionados com parcimônia de modo a relacionar as habilidades e a metodologia de ensino de matemática de resolução de problemas, sempre com vistas à melhoria da aprendizagem dos alunos.

A seguir, vamos analisar três questões das listas de problemas utilizadas nos encontros. Essa explanação engloba a pertinência da relação das habilidades e competências entre o Currículo Paulista e a BNCC e a forma como foi conduzida a análise das questões da docente com os alunos.

5.2.1 Aplicação e análise das questões da primeira fase

As questões estão apresentadas por nível, conteúdo e desenvolvimento da análise.

Lista de Problemas 1

Questão 17 OBMEP 2019 – Nível 1

Questão 10 OBMEP 2019 – Nível 2

Conteúdo: Frações

Legenda: (Q17/N1/F1/2019) e (Q10/N2/F1/2019)

Figura 1 - Questão 17 OBMEP nível 1 - 2019

17. Janaína tem três canecas, uma pequena, uma média e uma grande. Com a caneca pequena cheia, ela enche $\frac{3}{5}$ da caneca média. Com a caneca média cheia, ela enche $\frac{5}{8}$ da caneca grande. Janaína enche as canecas pequena e média e despeja tudo na caneca grande. O que vai acontecer com a caneca grande?



A) Ela ficará preenchida em $\frac{7}{8}$ de sua capacidade.
 B) Ela ficará preenchida em $\frac{8}{13}$ de sua capacidade.
 C) Ela ficará preenchida em $\frac{5}{8}$ de sua capacidade.
 D) Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.
 E) Ela vai transbordar.

Fonte: Prova OBMEP 2019 Nível 1.

A docente iniciou o encontro e explicou como seria essa primeira aula e como seriam as próximas. Para a primeira, foi selecionada a questão acima e o encontro conduzido mediante perguntas e respostas, da docente e dos alunos, respectivamente. Vamos utilizar D para se referir à docente e A ao se referir aos alunos, conforme o quadro 4 a seguir.

Quadro 4 - Perguntas e respostas sobre a primeira lista de problemas**P1: Vocês leram e entenderam a questão?**

A: A grande maioria, disse que haviam lido, mas que não entenderam pois tinham muitos dados e ficaram confusos sobre o que fazer.

D: Respondeu aos alunos que eles poderiam seguir alguns caminhos para que o estudo fosse mais efetivo. Fazer anotações dos dados, identificar os números que aparecem no texto e lembrar qual assunto da matemática tinha números parecidos com aqueles. Sempre anotar os pensamentos que tiverem sobre o problema e tentar dividi-los em problemas menores para que fique mais fácil de resolver.

P2: Vocês conseguem identificar o assunto do que se trata a questão?

A: Alguns disseram que era de frações e outros que era de “conta de mais”.

D: A questão se remete ao estudo das frações.

P3: Vocês já resolveram alguma questão parecida?

A: Os alunos responderam que não, apenas questões que tinham desenhos para separar.

P4: Após a leitura e interpretação, o que você faria para resolver o problema?

A: Disseram que fariam a soma das frações que foram apresentadas.

P5: Quais são os dados que o problema traz?

Os alunos responderam primeiro falando os números que aparecem no enunciado, mas não falaram sobre o contexto.

P6: As figuras apresentadas na questão, ou os tamanhos delas, podem ajudar no entendimento e na resolução?

A: Não, são apenas ilustrativas.

P7: Você identificou as frações apresentadas?

A: Sim, mas que não sabiam falar o nome certo.

P8: Quais as operações com as frações que o problema exige?

A: Responderam que era “conta de mais”

P9: Você se lembra de como realizar essas operações?

A: Não, mas não é só somar que funciona.

P10: Você conferiu o passo a passo da sua resolução?

A: Sim, conforme o que sabemos fazer deu certo.

P11: O resultado coincide com alguma das alternativas apresentadas?

A: De forma exata não, então marcamos a que chegou mais perto

P12: Na sua opinião, o que você achou mais difícil nessa questão?

A: Descobrir o que fazer primeiro e como fazer as contas que deveriam ser feitas.

Na pergunta 10, a docente interrompeu as perguntas e voltou ao assunto de operações com frações, pois verificou que os alunos não sabiam como fazer. Foi tratado do conceito de fração, o que é e para que serve e onde podemos encontrar as frações no dia a dia. Depois, foi ensinado e retomado o procedimento e a técnica de soma de frações. Ao finalizar, ela pediu para que os alunos fizessem esse cálculo e conferissem se a resposta daria certo com alguma alternativa apresentada.

Os alunos identificaram que não deu certo, já que não havia nenhuma alternativa que correspondia com o resultado da conta que eles fizeram. Então, a docente voltou a atenção para tudo o que foi conversado e mostrou como a resolução poderia ser feita através do cálculo da soma e depois, mostrou como a resposta poderia ser obtida a partir de um desenho, sugerido pela resolução da OBMEP para essa questão.

A resolução e resposta correta da questão foi dada ao final da conversa que durou aproximadamente 15 minutos. Durante o estudo e as discussões, era reforçada a importância de separar as questões em pequenas partes, assim como recomenda Polya em seu trabalho de resolução de problemas.

Para finalizar e responder qual era a alternativa correta, a docente refez as perguntas aos alunos respondendo a eles qual era a forma esperada de resolução e assim, conduziu o pensamento deles para o desenvolvimento de uma estratégia de solução. A partir disso, ela indicou que eles poderiam utilizar esse caminho para resolver as próximas questões do grupo e também as questões das outras disciplinas e dos outros professores que eles tinham na escola.

A docente também mostrou aos alunos que, na maioria das vezes, pode existir mais de uma forma de resolução das questões e que não é uma única forma que funciona ou que está correta. Cada um pode pensar de uma maneira diferente e chegar no mesmo resultado, desde que observe e analise o contexto de cada uma delas.

Por fim, mostramos aos alunos que a OBMEP disponibiliza em seu site arquivos com as resoluções das questões das provas anteriores e também realizou uma sensibilização com os estudantes sobre o momento ideal de consulta da solução para que a vontade de ver antes de tentar resolver não fosse maior. Por fim, a docente explicou a resolução em forma de desenho, cujo formato favoreceu que os alunos se sentissem mais confortáveis e entendessem de uma maneira mais clara e objetiva.

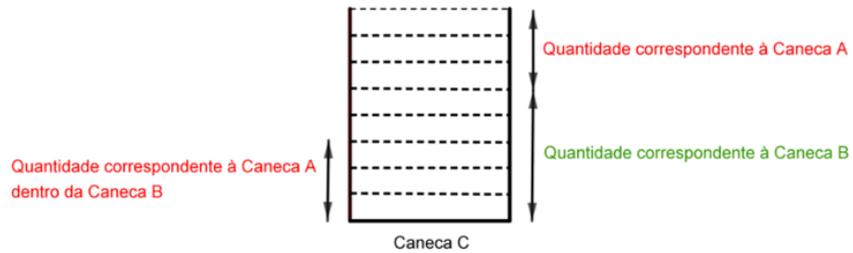
Figura 2 - Resolução proposta pela OBMEP

QUESTÃO 17
ALTERNATIVA D

Ao despejar o conteúdo das canecas A (pequena) e B (média) cheias na Caneca C (grande) será ocupado

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

da capacidade da Caneca C, ou seja, ela ficará totalmente cheia, sem transbordar. De forma ilustrativa, dividindo a Caneca C em 8 partes iguais, a figura a seguir mostra que 5 dessas partes correspondem à capacidade da Caneca B, e as outras 3, à capacidade da Caneca A.



Fonte: Caderno de resoluções OBMEP 2019 Nível 1

Figura 3 - Resolução proposta pelo aluno

17-

$\frac{3}{8}x$ $\frac{5}{8}x$ x

$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$

$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = x$

D - Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.

$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8}$

Fonte: Acervo da autora.

Lista de Problemas 2

Questão 7 OBMEP 2019 – Nível 1

Questão 3 OBMEP 2019 – Nível 2

Conteúdo: Números Primos

Legenda: (Q7/N1/F1/2019) e (Q3/N2/F1/2019)

Figura 4 - Questão 03 OBMEP nível 2

3. As casas da figura abaixo devem ser preenchidas com números primos. Em cada linha ou coluna, o produto dos números deve ser igual ao número indicado pela seta. A coluna indicada por 294 já está preenchida. Qual é o número que deve ser escrito na casa marcada com * ?

A) 2
B) 3
C) 5
D) 7
E) 11

Fonte: Prova OBMEP 2019 Nível 2.

Para a questão da lista 2, como os alunos já tinham tido uma atividade, eles receberam a instrução de escolherem os exercícios para fazer em casa e depois indicarem as dificuldades durante a aula. Assim como foi feito na primeira aula, a docente conduziu as dúvidas por meio de perguntas e respostas. Da mesma forma, vamos utilizar D ao se referir à docente e A ao se referir aos alunos, conforme quadro a seguir:

Quadro 5 - Perguntas e respostas sobre a segunda lista de problemas

P1: Qual a dificuldade que encontraram na questão?

A: Disseram que foi necessário ler várias vezes o texto e os alunos do 6º ano ainda não tinham estudado números primos, portanto não sabiam o que era. Os alunos do nível 2 disseram que a dificuldade foi lembrar o que eram números primos e que foi preciso pesquisar, mas que mesmo assim não haviam conseguido fazer.

P2: Vocês leram e entenderam a questão?

A: Eles disseram que leram e que entenderam que tinham que usar números primos, mas não sabiam de que forma, portanto não conseguiram fazer.

D: A professora respondeu perguntando se eles sabiam o que significava a palavra produto e eles responderam que dentro da matemática não lembravam o sentido.

P3: Vocês já resolveram alguma questão parecida?

A: Os alunos responderam que nas aulas de português eles tinham que fazer algumas vezes “palavras cruzadas”, mas que ali não eram palavras, eram números.

Antes de dar continuidade nas perguntas, a docente lembrou com os alunos o conceito de números primos e como faz para descobrir se um número é primo ou não e também explicou o que significa um produto dentro do contexto da matemática. Colocou um vídeo sobre o Crivo de Erastótenes para que todos assistissem juntos. Depois, continuou com as perguntas.

P4: Após a leitura e interpretação, o que você faria para resolver o problema?

A: Disseram que iriam descobrir se os números eram primos ou não.

D: A docente perguntou se era isso que o texto indicava que tinha que fazer.

P5: Quais são os dados que o problema traz?

A: Os alunos responderam que eles devem preencher os quadradinhos com números primos, existem números grandes que estão indicados no começo de cada linha e coluna vazia.

P6: As figuras apresentadas na questão são importantes para o entendimento e para a resolução?

A: Sim, pois os quadradinhos vazios devem ser preenchidos.

P7: Você precisa preencher todos os quadradinhos vazios?

A: Alguns alunos disseram que sim, outros disseram que somente onde tem o asterisco.

Fonte: Redação da autora.

A partir dessas perguntas, a docente recapitulou o que os alunos responderam e foi perguntando até que parte eles haviam chegado na resolução e se alguém teria conseguido responder a questão e qual a resposta final. Alguns alunos fizeram e chegaram em respostas diferentes, algumas estavam entre as alternativas e outras não estavam. Dessa forma, conduziu a resolução se baseando na proposta apresentada pela OBMEP e reforçando o fato que existem diversas formas de resolver um mesmo problema.

Após a resolução completa da questão, os estudantes conseguiram identificar onde “travaram” no raciocínio e no desenvolvimento da estratégia de resolução. Com esses

comentários, a docente pode questionar e explicar a eles o porquê desse entrave que eles encontraram e mostrou os caminhos que poderiam seguir quando ocorresse algo parecido em outras situações.

Os alunos comentaram que essa questão era interessante e divertida de fazer, pois era uma palavra cruzada com números e contas que eles sabiam fazer mas não sabiam os nomes corretos. Com isso, a docente reforçou a importância de conhecer a nomenclatura oficial dos componentes matemáticos e desenvolveu uma conversa importante sobre a construção da linguagem matemática.

A seguir, temos a resolução proposta pela OBMEP em que fica clara e concisa a forma em que os cálculos devem ser realizados e a conclusão de que os alunos deveriam preencher sim todos os quadradinhos e não apenas onde está indicado pelo asterisco.

Figura 5 - Resolução proposta pela OBMEP

**QUESTÃO 3
ALTERNATIVA A**

Inicialmente, observamos que as decomposições em fatores primos dos números que aparecem no enunciado são:

$462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

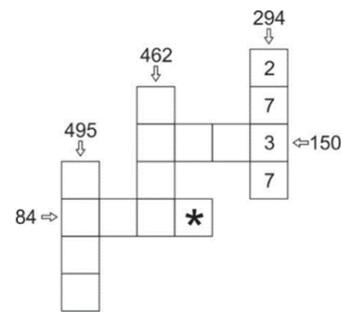
$495 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

Na interseção de 150 com 462, deve aparecer o 2, pois o 3 já está na interseção de 150 com 294.

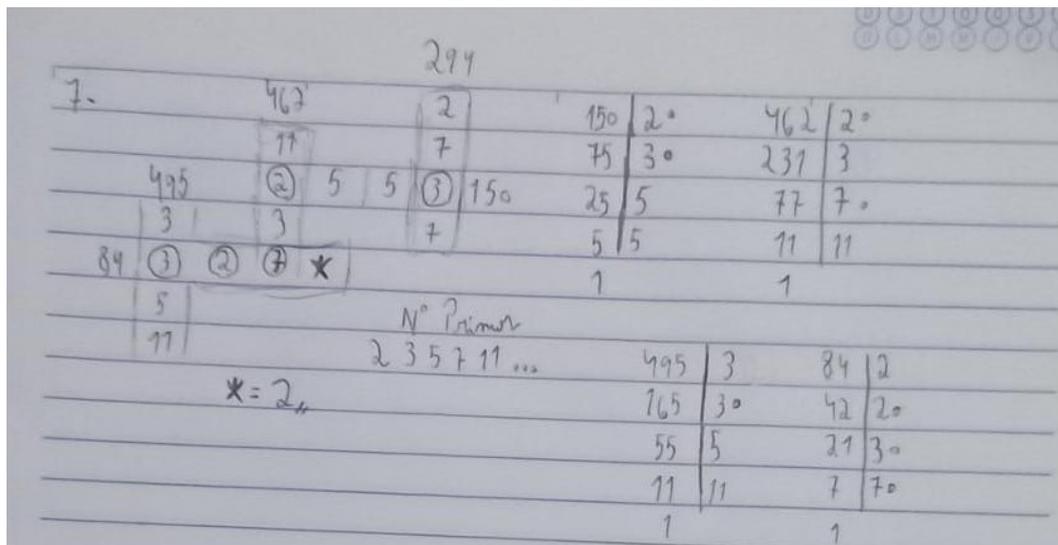
A interseção de 495 com 84 deve ser preenchida com o 3, pois é o único fator primo comum entre esses dois números. Desta forma, sobra o 7 para a interseção de 462 com 84.

Então, como a fatoração do 84 é $3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2$, concluímos que $* = 2$.



Fonte: Caderno de resoluções OBMEP 2019 nível 2.

Figura 6 - Resolução proposta pelo aluno



Fonte: Acervo da autora.

Lista de Problemas 3

Questão 8 OBMEP 2019 – Nível 1

Questão 2 OBMEP 2019 – Nível 2

Conteúdo: Posicionamento numérico

Legenda: (Q8/N1/F1/2019) e (Q2/N2/F1/2019)

Figura 7 - Questão 02 OBMEP 2019 nível 2

2. Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?

A) Ana
B) Beatriz
C) Cláudia
D) Daniela
E) Érica



Fonte: Prova OBMEP 2019 – Nível 2.

Para a apresentação da questão da lista 3, vamos seguir a mesma linha de raciocínio da lista anterior em que a professora fez perguntas aos alunos após a segunda semana de estudos em casa e terceiro encontro preparatório para a prova da primeira fase da OBMEP.

Antes de começar com as perguntas, os alunos mencionaram que essa questão foi “muito legal” de fazer e divertida também, pois eles conseguiram imaginar a situação das amigas chegando uma a uma e conforme o texto se desenvolvia eles anotavam as informações na parte branca da folha e todos conseguiram resolver e chegar na resposta correta.

Outro ponto que vale ser ressaltado é que os alunos usaram o gabarito e a resolução proposta pela OBMEP para verificar a forma de raciocínio e a resposta, se estava correta ou não. Eles citaram que, após a conversa que tivemos sobre sempre “desafiar o cérebro” antes de ver a resposta, foi muito interessante em como “a cabeça deles encontrava uma resposta” para o impasse que se encontravam.

Dessa forma, a docente conduziu a conversa sobre essa questão já sabendo que os alunos conseguiram resolver e responder. Ela queria averiguar quais eram as respostas sobre um problema que já havia sido resolvido por todos da turma e entender como os alunos estavam construindo suas estratégias de resolução, conforme quadro a seguir:

Quadro 6 - Perguntas e respostas sobre a terceira lista de problemas

P1: Vocês leram e entenderam a questão?

A: Foi preciso ler a questão duas vezes, a primeira para entender do que se tratava e a segunda para ir anotando as informações que o texto deu. Foi uma questão legal, pois, parecia uma história que tinha passos a serem seguidos e no final tivemos que ver, a partir das anotações, quem de fato tinha sido a primeira a chegar.

P2: Quais as dificuldades que encontraram no desenvolvimento da questão?

A: Não houve grande dificuldade. O que foi mais trabalhoso foi ler várias vezes e acompanhar com as anotações para ver se estava correta a forma de pensar.

P3: Vocês já resolveram alguma questão parecida?

A: Alguns disseram que sim e outros disseram que não. Os que já tinham visto, viram na internet e que foram apresentadas como quebra cabeça e que não sabiam que se tratava de questões de matemática. Também comentaram que eles gostaram de fazer questões de matemática desse tipo, pois era mais interessante e divertido do que as que têm que fazer conta. Os que não haviam feito antes, concordaram com os colegas e disseram que poderia ter várias questões assim na prova da OBMEP e nas provas da escola.

P4: Qual foi a estratégia que vocês adotaram para resolver as questões?

A: Primeiro foi feita uma leitura para identificar o assunto e quando viram que se tratava de sequência, leram uma segunda vez para que ao ler, fossem anotando os nomes das personagens. Optaram por colocar apenas as letras iniciais dos nomes das meninas, pois economizaram tempo. E depois releeram acompanhando as suas anotações.

P5: Conseguiram identificar a problemática?

A: Sim. Logo na primeira leitura foi possível saber que se tratava de uma ordem de chegada e que essa informação estava sendo passada aos poucos e com uma lógica de representação.

P6: As figuras apresentadas na questão são importantes para o entendimento e para a resolução?

A: Elas mostram que existem cinco meninas, mas se não tivesse o desenho delas, a forma de resolver seria a mesma, então não influencia na resolução nem atrapalha.

Fonte: Redação da autora.

Como os alunos conseguiram resolver a questão, a docente fez menos perguntas e conversou com eles sobre a resolução proposta pela OBMEP para ressaltar alguns pontos como o posicionamento e direção das personagens. Falamos sobre posicionamento, direção e sentido. Os alunos consideraram uma questão fácil de fazer e conseguiram relacionar com a posição dos números.

A seguir, temos a resolução proposta pela OBMEP em que fica clara e concisa a proposta de estratégia para a resolução do problema em que é descrito algo parecido com o que os alunos disseram que fizeram.

Figura 8 - Resolução proposta pela OBMEP para a questão 2 - Nível 2

QUESTÃO 2
ALTERNATIVA C

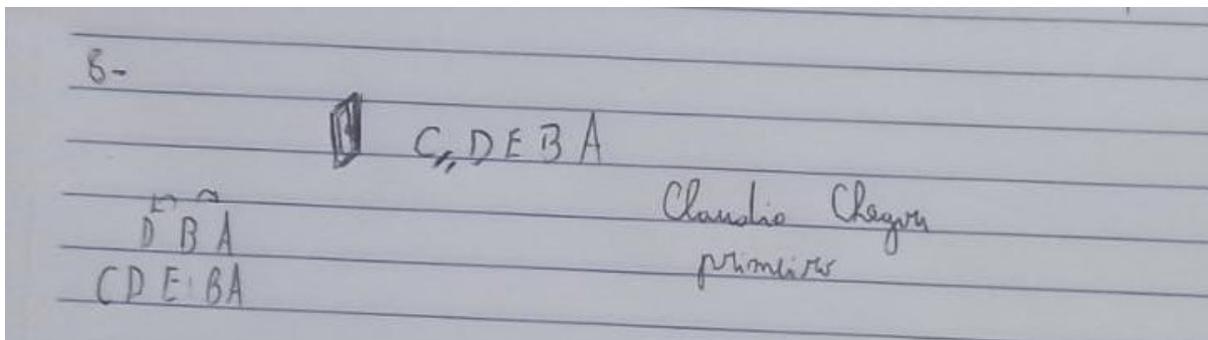
Vamos pensar nas netas como as letras A, B, C, D e E e descrever a ordem em que elas chegaram como uma sequência dessas letras, lida da esquerda para a direita. O enunciado nos diz que nessa sequência

1. o B está à esquerda do A (Beatriz chegou antes de Ana);
2. o B está à direita do D (Beatriz chegou depois de Daniela);
3. o bloco CDE aparece sem letras intermediárias e com as letras nessa ordem (Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem).

As informações 2 e 3 mostram que o B aparece à direita do bloco CDE, e a informação 1 diz que o A está à direita do B. A nossa sequência é, então, CDEBA, e concluímos que a primeira a chegar foi Cláudia.

Fonte: Caderno de resoluções OBMEP 2019 – nível 2.

Figura 9 - Resolução proposta pelo aluno



Fonte: Acervo da autora.

5.2.2 Contemplação da BNCC e Currículo Paulista nas questões da OBMEP da 1ª fase

A seguir, vamos mostrar como conteúdos dos problemas foram relacionados às habilidades propostas pela BNCC e o Currículo Paulista. Os conteúdos do currículo foram distribuídos entre os quatro bimestres do ano letivo para todos os anos da educação básica. Para o desenvolvimento das listas de problemas, foi considerada a relação das habilidades referentes a cada objeto do conhecimento e é a partir dela que vamos analisar e relacioná-las. A seguir, temos uma tabela que lista as habilidades referentes a cada ano escolar, relacionando-as a cada problema da OBMEP da 1ª fase, previamente apresentado e analisado.

Tabela 1 - Relação das habilidades da área de matemática do Currículo Paulista e BNCC com questões da 1ª fase da OBMEP

UNIDADE TEMÁTICA	HABILIDADES	OBJETO DO CONHECIMENTO	ANO ESCOLAR	Nº OBMEP
Números	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.	6º	Q17/N1/F1/2019
	(EF05MA04A) Identificar diferentes escritas nas representações fracionária e decimal com o apoio em representações gráficas, identificando as frações equivalentes.	Comparação e ordenação de números racionais na representação fracionária e decimal utilizando a noção de equivalência.		Q17/N1/F1/2019
	(EF05MA04B) Produzir diferentes escritas nas representações fracionária e decimal com o apoio em representações gráficas, identificando as frações equivalentes.			Q17/N1/F1/2019
	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais; Divisão euclidiana.		Q2/N2/F1/2019 Q3/N2/F1/2019

(EF06MA04B) Ler e interpretar um fluxograma, reconhecendo seus benefícios para a compreensão de um dado contexto.	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. Múltiplos e divisores de um número natural. Números primos e compostos	7º	Q2/N2/F1/2019
(EF06MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, reconhecendo os números primos, múltiplos e divisores.			Q2/N2/F1/2019
(EF06MA10) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.	7º	Q17/N1/F1/2019
(EF07MA05) Ler, interpretar e resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.			Q3/N2/F1/2019
(EF07MA01) Resolver e elaborar situações-problema com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.	Múltiplos e divisores de um número natural	7º	Q2/N2/F1/2019 Q3/N2/F1/2019
(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.			Q2/N2/F1/2019 Q3/N2/F1/2019
(EF07MA03) Ler, comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.	7º	Q3/N2/F1/2019

	reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.			
	(EF07MA08) Ler, compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.		Q17/N1/F1/2019
	(EF07MA05) Ler, interpretar e resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão (porcentagem, razão entre as partes de um todo e probabilidade) e operador.	8º	Q17/N1/F1/2019
Álgebra	(EF08MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	Valor numérico de expressões algébricas.	9º	Q2/N2/F1/2019 Q3/N2/F1/2019
	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.	9º	Q17/N1/F1/2019
	(EF08MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	Valor numérico de expressões algébricas.	8º	Q3/N2/F1/2019

Fonte: Redação da autora.

5.2.3 Aplicação e análise das questões da 2ª fase

Para dar continuidade ao estudo, vamos agora falar sobre a análise das questões que foram objeto de estudo com os alunos durante a segunda etapa de desenvolvimento do grupo, cujo foco foi a preparação para a resolução da 2ª fase da olimpíada.

Como é de conhecimento, a prova da 2ª fase da OBMEP é composta por 6 (seis)

questões dissertativas que varia de 3 (três) a 4 (quatro) itens para resolução. A prova conta com espaço para a resolução de cada item e os candidatos devem utilizá-lo para o desenvolvimento de suas soluções. A aplicação da prova da segunda fase da OBMEP é feita após 4 ou 5 meses da aplicação da primeira fase. Eventualmente no ano de 2021 a aplicação foi feita no mês de novembro por conta da alteração de calendário.

Nesse ano, foi acordado que a aplicação da primeira fase da prova poderia ser realizada entre o dia 28 de junho e o dia 02 de agosto. Optamos por aplicar a prova na escola no dia 02 de agosto devido ao recesso escolar, tendo a concordância dos responsáveis, professores e equipe gestora. Dessa forma, a 2ª fase ocorreu cerca de 3 meses após a 1ª fase aplicada no dia 06 de novembro de 2021.

Em relação ao grupo de estudo, a forma de encontro se alterou por motivo de retorno das aulas presenciais a partir de 02 de agosto. Assim, eles foram realizados de forma quinzenal, presencialmente na escola. Por ser presencial e pelo fato do conhecimento da gestão e de todo o corpo docente, foi solicitado que os alunos participassem dos encontros durante o horário de aula. Com isso, dos vinte alunos que estavam inscritos no começo, foram classificados para a 2ª fase oito estudantes.

Os encontros tinham duração de 1h30 minutos e era discutido com os alunos o formato dessa avaliação e qual a melhor forma que eles poderiam abordar as suas resoluções. A forma de explicação foi semelhante a adotada para a 1ª fase, a diferença é que a prova da 2ª fase é dissertativa e desse modo os alunos deveriam deixar explícita a resolução de cada questão.

Seguindo a metodologia da resolução de problemas tal qual a 1ª fase, para esse momento foi necessário um ajuste na linguagem e no material utilizado. Passamos a contar com as questões da 2ª fase da OBMEP também disponíveis no site e que estavam concomitantemente nas provas do nível 1 e nível 2, pelo fato dos encontros serem quinzenais e também com todos os oito alunos juntos, sem separação.

Assim, seguindo o padrão, desenvolvemos quatro listas de problemas que foram enviadas aos alunos de forma preliminar para que resolvessem em casa e fosse discutido a problemática e a forma de resolução durante os encontros. Ficou sugerido que os alunos fizessem todas as três questões propostas na lista da forma que achassem melhor e de acordo com os seus conhecimentos. A seguir, vamos demonstrar e analisar duas das dez questões propostas ao longo do período de estudo.

Antes de iniciar os encontros com os alunos classificados para a 2ª fase, foi feito um convite para um encontro com todos os alunos do grupo em que corrigimos com eles as provas da 1ª fase do nível 1 e nível 2. Durante a correção, os estudantes puderam ver em quais

momentos tomaram decisões que os levaram à marcação de alternativas incorretas e compreenderam como seria a resolução correta dos problemas e quais os caminhos que eles poderiam ter adotado para resolvê-las. Neste dia também foi comunicado aos alunos os que foram classificados e feito o convite para o estudo preparatório para a 2ª fase e os estudantes que não se classificaram também foram convidados a participar das aulas de forma voluntária.

Assim como foi feito no primeiro encontro para a 1ª fase, o primeiro encontro para a 2ª fase também foi de caráter explicativo e exploratório sobre a prova. Explicamos aos alunos a diferença de questões objetivas e dissertativas, mostramos uma prova de modelo, quais os itens que eram obrigatórios de preenchimento, para que serviam os espaços em branco e também os espaços reservados para a correção.

Identificamos e mostramos aos alunos as questões que eram similares nas provas de nível 1 e nível 2 e como eles poderiam fazer para reconhecer o conteúdo de cada questão. Também foi dito que, em sua maioria, um item depende do outro para ser resolvido, dessa forma, o item poderia ser considerado como o mais fácil e o último item como o mais difícil. E a partir desses comentários, os alunos teceram uma série de “regras próprias” que eles adotariam para resolver as questões durante o período de estudo e no dia da prova também.

Os acordos foram fixados em: i) procurar resolver todos os itens a da prova; ii) não deixar nenhum espaço em branco, anotar pelo menos as informações que foram coletadas no enunciado; iii) ao ler e perceber que uma questão é muito difícil, ir para a próxima sem perder tempo tentando fazer algo que não sabe; iv) se o problema tiver figuras desconhecidas, transformá-lo em figuras conhecidas.

Fizemos uma questão junto com os estudantes, a partir do que eles aprenderam com o estudo para a 1ª fase com uma questão dessa mesma fase sem as alternativas visíveis para que eles praticassem esses combinados. Vamos explicitar como foi feito o estudo preparatório para a 2ª fase a partir das questões da OBMEP do ano de 2016, 2017 e 2018.

Problema 1 – Segunda fase

Questão 1 OBMEP 2018 – Nível 1

Conteúdo: Números e Álgebra

Legenda: (P1/N1/F2/2018)

Figura 10 - Questão 1 OBMEP nível 1 - Fase 2

NÍVEL 1 *Respostas sem justificativa não serão consideradas.*



1. Uma máquina maluca transforma duas frutas em uma fruta, da seguinte maneira:

- Transforma duas maçãs em uma laranja;
- Transforma duas laranjas em uma laranja;
- Transforma uma maçã e uma laranja em uma maçã.

a) Quantas vezes a máquina deve ser usada para transformar três maçãs em uma maçã?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique como usar essa máquina algumas vezes para transformar três maçãs e quatro laranjas em uma maçã.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Começando com 2018 laranjas e 517 maçãs, a máquina foi usada repetidamente até sobrar apenas uma fruta. Explique por que essa fruta só pode ser uma maçã.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
-------	-------------------	-------------------

Para começar o desenvolvimento e explicação da questão, a docente lembrou com os alunos o que eles estudaram no período da 1ª fase, os passos que seguiam e a forma como desenvolviam o raciocínio. A partir desse movimento, vamos seguir com a explicação em formato de diálogo tal qual na primeira parte do estudo.

Quadro 7 - Perguntas e respostas sobre o primeiro problema da 2ª fase

P1: Vocês leram e entenderam a questão inteira?

A: Responderam que ao ler pela primeira vez a questão inteira, conseguiriam responder o item (a) e o item (b), mas que o item (c) estava confuso e demandaria mais tempo e que talvez pudesse ser possível.

P2: Qual seria o primeiro passo que faria para começar sua resolução?

A: Disseram que fariam primeiro o item (a) anotando as informações que o enunciado forneceu, registrando os dados em linguagem matemática, como “ $M + M = L$ ”. E depois contar quantas vezes foi feita a operação. Depois para o item (b), deixariam escrito utilizando a mesma linguagem. E para a letra (c) tentariam fazer algumas contas de “dividir” e outras de “multiplicar” para ver se chegavam a alguma conclusão ou para não deixar o espaço em branco.

P3: Já resolveram alguma questão parecida?

A: Disseram que não, é a primeira vez que fazem algo assim.

P4: Conseguiram identificar o conteúdo matemático da questão?

A: Responderam que o conteúdo era transformação de números e diminuição de números.

P5: Qual a maior dificuldade que encontraram nessa questão?

A: A maior dificuldade foi responder o item (c).

P6: A figura é importante para a resolução?

A: A figura não é necessária, mas dá uma visualização de que duas maçãs é igual a uma laranja.

P7: Qual a estratégia que você adotou para resolver essa questão?

A: Primeiro começar respondendo o item (a), anotar as informações que aparecem no enunciado. Depois responder o item (b), escrevendo em forma de texto explicativo ou então um embaixo do outro utilizando letras iniciais. Para o item (c), começar deixando anotado as informações do enunciado e fazer na tentativa até chegar em uma fruta e quando chegar tentar explicar porque sobrou somente ela.

Fonte: Redação da autora.

Vemos que se trata de uma questão em que a utilização da metodologia da resolução

de problemas foi importante para que os alunos conseguissem fazer metade do caminho sozinhos. Após os questionamentos, a docente pediu para que os alunos tentassem resolver o problema a partir do que foi discutido e com o conhecimento que eles adquiriram ao longo dos encontros do grupo. Dessa forma, faltou apenas o item (c) para ser resolvido pois os alunos não conseguiram solucionar sozinhos.

Destarte, a docente apresentou uma resolução baseada na que foi proposta pela própria OBMEP. Conforme a proposta, podemos ver que aparecem duas sugestões: a primeira através de uma representação por pares ordenados e a segunda a partir de regras de sinal. Como os alunos estavam misturados entre os anos escolares, a docente optou por utilizar o exemplo de números positivos e negativos por entender que a compreensão dos alunos seria melhor a partir desse conteúdo.

Para essa explicação, não foi utilizada a resolução proposta pela OBMEP na íntegra, apenas a ideia para começar o assunto e mostrar aos alunos uma possibilidade de resposta. A proposta da OBMEP, conforme figura abaixo, traz ideia de introduzir ou retomar a regra dos sinais e também de falar sobre a paridade dos números, quando um número é par e quando ele é ímpar. A partir disso, foi possível falar sobre as propriedades dos números pares e números ímpares, produto, adição e subtração de números inteiros e fatores e parcelas.

Após a explicação, os alunos consideraram uma questão interessante e, depois que explicada e relacionada com outros temas, fácil de entender e resolver. A partir desse problema, eles entenderam que é perfeitamente possível “misturar os assuntos da matemática” para construir um problema e que “a matemática é difícil quando olhamos apenas por um lado”.

A seguir, temos a solução para a questão proposta. Vemos que foi proposta duas formas de resolução para o item (c) e ambas foram comentadas com os alunos. O retorno deles foi positivo à segunda forma que utiliza a regra de sinais, pois foi mais fácil para assimilar com outros conteúdos possíveis.

Comentamos sobre as resoluções dos itens (a) e (b), os alunos conseguiram entender, porém preferiram a forma como eles conduziram a solução, pois conseguiram fazer sem o auxílio da resolução proposta pela OBMEP.

Figura 11 - Resolução proposta pela OBMEP para a questão 1 – Fase 2

QUESTÃO 1

a) A máquina deve ser usada duas vezes. Inicialmente temos 3 maçãs; colocamos duas dessas maçãs na máquina, elas são transformadas em uma laranja. Ficamos, então, com uma maçã e uma laranja. A seguir, colocamos a maçã e a laranja na máquina e a máquina transforma-as em uma maçã.

b) Colocando um par de laranjas na máquina, obtemos uma laranja, ou seja, o número de laranjas diminui em uma unidade. Assim, podemos usar a máquina até reduzir as 4 laranjas a uma laranja apenas. Nesse ponto temos três maçãs e uma laranja. Colocando uma maçã e uma laranja ficamos com 3 maçãs. Colocando duas maçãs ficamos com uma maçã e uma laranja. Finalmente, colocando uma maçã e uma laranja, ficamos com uma maçã. Esta solução não é única, existem outras maneiras de colocar as 3 maçãs e as 4 laranjas na máquina e terminar com apenas 1 maçã.

c) Se, em um certo momento, temos M maçãs e L laranjas, denotaremos essa configuração pelo par (M, L) . O efeito de cada transformação é o seguinte:

- $(M, L) \rightarrow (M-2, L+1)$, transforma duas maçãs em uma laranja;
- $(M, L) \rightarrow (M, L-1)$, transforma duas laranjas em uma laranja;
- $(M, L) \rightarrow (M, L-1)$, transforma uma maçã e uma laranja em uma maçã.

Isso significa que, em cada transformação, o número de maçãs ou fica inalterado ou diminui em duas unidades. Em outras palavras, a máquina não altera a paridade do número de maçãs. Assim, se inicialmente temos um número ímpar de maçãs, qualquer que seja a sequência de transformações que fizermos, sempre teremos um número ímpar de maçãs. Portanto, é impossível começar com 517 maçãs e terminar com uma configuração que tenha 0 (zero) maçãs, pois 0 é par.

OBS. Se representarmos uma maçã por -1 e uma laranja por $+1$, vemos que as regras de operação da máquina são as seguintes:

- $(-1) \times (-1) = +1$
- $(+1) \times (+1) = +1$
- $(-1) \times (+1) = -1$

Ou seja, o que a máquina está fazendo em cada operação é o produto dos números que representam as frutas que colocamos. Como não importa a ordem que fazemos a multiplicação, se temos 2018 laranjas e 517 maçãs, o produto total é:

$$(+1) \times (+1) \times \dots \times (+1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1),$$

em que há 2018 fatores $(+1)$ e 517 fatores (-1) . Esse produto é (-1) , que corresponde a uma maçã.

Fonte: Caderno de resoluções OBMEP 2018 Nível 1 – fase 2.

Problema 2 – Segunda fase

Questão 1 OBMEP 2018 – Nível 2

Conteúdo: Números e Álgebra

Legenda: (P1/N2/F2/2018)**Figura 12** - Questão 1 OBMEP nível 2 - fase 2

NÍVEL 2 *Respostas sem justificativa não serão consideradas.*

UNIZ 2018 1ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS OBMEP 2018 Somando novos talentos para o Brasil

1. Joãozinho comprou um álbum em que figurinhas numeradas devem ser coladas em ordem crescente, começando na página 2 e terminando na página 61. Nas páginas pares devem ser coladas 5 figurinhas e, nas ímpares, 6 figurinhas.

a) No total, quantas figurinhas devem ser coladas no álbum?



b) Em qual página deve ser colada a figurinha de número 196?

c) Para completar seu álbum, Joãozinho comprou muitos pacotes de figurinhas. Após colar a última figurinha que faltava, o número de figurinhas repetidas era oito vezes o número de figurinhas coladas. Se o álbum custou 20 reais e cada pacote com 5 figurinhas custou 2 reais, quanto Joãozinho gastou para ter seu álbum completo?

Correção Regional Correção Nacional

Correção Regional Correção Nacional

Correção Regional Correção Nacional

TOTAL Correção Regional Correção Nacional

Fonte: Prova OBMEP nível 2 – fase 2 – 2018.

Para o segundo encontro, a docente já havia direcionado os estudantes sobre os estudos preparatórios para a prova da 2ª fase e explicado como funcionaria esse momento. Foi conduzido com encontros quinzenais presenciais por motivos das aulas terem retornado à modalidade e com o consentimento da gestão, foi realizado em horário de aula. Ao todo foram 4 (quatro) encontros realizados com os 8 (oito) alunos classificados para a segunda fase. Os estudantes deveriam resolver os exercícios em casa de duas formas, através da resolução matemática e também de forma escrita. A seguir, temos a análise de uma questão que os alunos já haviam respondido.

Quadro 8 - Perguntas e respostas sobre o segundo problema da fase 2

P1: Vocês leram e entenderam a questão inteira?

A: Em uma primeira leitura, apenas o item (a) ficou claro o que teria que fazer. Para resolução dos outros itens, será necessário ler mais vezes e fazer outras análises.

P2: Qual seria o primeiro passo que faria para começar sua resolução?

A: Anotar as informações que o enunciado traz e identificar quais são importantes e necessárias para cada um dos itens. Depois fazer testes para construir uma resolução que seja a mais próxima da correta.

P3: Já resolveram alguma questão parecida?

A: Quando estava estudando para a prova da 1ª fase, a professora apresentou um problema que tinha que *adivinhar* qual o número que ia no lugar do asterisco, pode ser considerada como parecida.

P4: Conseguiram identificar o conteúdo matemático da questão?

A: O conteúdo de matemática dessa questão são as operações fundamentais e o manejo com os números naturais.

P5: Qual a maior dificuldade que encontraram nessa questão?

A: Identificar em qual momento utilizar qual operação e também se era necessário fazer uso de mais alguma ferramenta além das operações fundamentais.

P6: A figura é importante para a resolução?

A: A figura do álbum não ajuda nem atrapalha para começar a resolução da questão. Ter acesso à figura faz a memória lembrar de como é um álbum e aí você consegue imaginar a numeração das páginas.

P7: Qual a estratégia que você adotou para resolver essa questão?

A: Lembrar dos passos que a professora mostrou durante o estudo para a 1ª fase e fazer anotações da forma mais organizada possível no espaço identificado na prova, pois é mais fácil de visualizar as informações. Como é um problema da 2ª fase, fazer primeiro o item (a) e depois pensar em como fazer os outros.

Fonte: Redação da autora.

O problema em questão é da prova do nível 2 e o conteúdo é aritmética básica o que fez com que o grupo de estudantes identificasse que eles já haviam estudado, então não houve a

necessidade de ensinar nenhum conceito novo. Assim sendo, os estudantes conseguiram desenvolver a segurança para arriscar nas resoluções. Durante a conversa de correção, pudemos perceber que os alunos se sentiram confortáveis em utilizar a metodologia de resolução de problemas de forma mais natural, eles já haviam entendido que era necessário seguir algumas etapas e que essas eram importantes e faziam sentido dentro do trabalho que estavam desenvolvendo.

Durante a correção, os estudantes conseguiram resolver o item (b) a partir do direcionamento da docente, mas o item (c) não fizeram por completo. Eles sabiam dizer o número de figurinhas que foi comprado, por ser a resposta do item (a) e que tinham que fazer 8 multiplicado por esse valor, todavia esse cálculo poderia estar errado e se continuassem com o valor encontrado os cálculos não davam exatos, por não ser possível ter 2,5 figurinhas por exemplo.

Por conseguinte, a docente concluiu a resolução do item (c) juntamente com os alunos a partir da resolução proposta pela OBMEP. Ela conduziu a conversa com os alunos reforçando de que eles estavam no caminho certo, porém faltou atenção às quantidades, pois faltou uma parte no cálculo que é referente às figurinhas que já estavam coladas no álbum, pois elas também foram compradas.

Com isso, o problema foi resolvido de forma clara e os estudantes conseguiram compreender o momento em que haviam deixado passar a informação. A seguir, temos a resolução proposta pela OBMEP que foi utilizada pela docente para conduzir a conversa com os estudantes:

Figura 13 - Resolução para a questão 1 nível 2 proposta pela OBMEP

QUESTÃO 1

a) As páginas pares do álbum têm os números 2, 4, 6, ..., 60 num total de $60 \div 2 = 30$ páginas e as páginas ímpares têm os números 3, 5, ..., 61. Como existe uma página ímpar ao lado de cada página par, então o número de páginas ímpares também é 30. Portanto, o número total de figurinhas que devem ser coladas no álbum é

$$30 \times 5 + 30 \times 6 = 150 + 180 = 330$$

b) Para cada conjunto de duas páginas, uma par e outra ímpar, como mostrado na ilustração, são coladas $5 + 6 = 11$ figurinhas. Por exemplo, nas páginas 2 e 3, colamos 11 figurinhas, nas páginas 4 e 5 também são coladas 11 figurinhas etc. Assim, dividindo 196 por 11, podemos localizar o conjunto de duas páginas onde deve ser colada a figurinha 196 e a posição dessa figurinha nesse conjunto de páginas. O quociente da divisão de 196 por 11 é 17 e o resto é 9. Assim, a figurinha 196 está no 18º conjunto de páginas, ou seja, nas páginas 36 e 37, e na 9ª posição dentre as 11 figurinhas aí coladas. Como 5 figurinhas devem ser coladas na página par, a figurinha de número 196 deve ser colada na página ímpar, ou seja, na página 37.

c) Joãozinho comprou 330 figurinhas que foram coladas e 8 vezes 330 figurinhas que vieram repetidas. Portanto, ele comprou $9 \times 330 = 2970$ figurinhas, num total de $2970 \div 5 = 594$ pacotes. Como cada pacote custou 2 reais, foram gastos $594 \times 2 = 1188$ reais na compra das figurinhas. Como o álbum custou 20 reais, Joãozinho gastou ao todo $20 + 1188 = 1208$ reais para ter seu álbum completo.

Depois da primeira aula, os estudantes relataram que conforme foram realizando os estudos em casa foram percebendo que os itens (a) dos problemas, eram os mais fáceis e simples de resolver e perguntaram se poderiam desenvolver um padrão de resolução para a prova da 2ª fase. A sugestão do grupo foi a seguinte:

Quadro 9 - Passos para resolução de problema segundo o grupo de estudos

- | | |
|-------|--|
| (I) | Fazer uma leitura inicial para absorver as informações e ir relacionando com os conhecimentos prévios; |
| (II) | Anotar os dados que foram identificados como importantes e organizá-los de forma coerente; |
| (III) | Reconhecer o conteúdo da questão e identificar se sabemos fazer ou não; |
| (IV) | Se souber fazer, começar a resolução, se não souber, pular para a próxima e depois voltar; |
| (V) | Colocar como objetivo resolver todos os itens (a) dos problemas; |
| (VI) | Depois de ter feito todos os itens (a), voltar e fazer os outros conforme for conseguindo resolver. |

Fonte: Redação da autora.

A lista acima foi definida e determinada pelo grupo de estudantes e, a partir dela, adotamos esse critério durante os encontros para que conseguíssemos nos comunicar melhor. Os estudantes relataram que agora que tinham desenvolvido e chegado nesse passo a passo, estavam utilizando desse mecanismo durante as aulas da escola também e que a concentração e o entendimento tinham melhorado de forma considerável.

5.2.4 Contemplação da BNCC e Currículo Paulista nas questões da OBMEP da 2ª fase

Assim como relacionamos as habilidades propostas pela BNCC e o Currículo Paulista à 1ª fase, para a 2ª fase foi feita também uma separação, relacionando cada habilidade a um problema apresentado previamente. As conclusões estão dispostas na tabela a seguir:

Tabela 2 - Relação das habilidades da área de matemática do Currículo Paulista e BNCC com questões da fase 2 da OBMEP

UNIDADE TEMÁTICA	HABILIDADES	OBJETO DO CONHECIMENTO	ANO ESCOLAR	Nº OBMEP
Números	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais; Divisão euclidiana.	6º 7º	P1/N1/F2/2018 P1/N2/F2/2018
	(EF06MA10) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.		P1/N1/F2/2018 P1/N2/F2/2018
	(EF07MA05) Ler, interpretar e resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.			P1/N1/F2/2018 P1/N2/F2/2018
	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais; Divisão euclidiana.		P1/N1/F2/2018 P1/N2/F2/2018
	(EF07MA03) Ler, comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.		P1/N2/F2/2018
Álgebra	(EF08MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	Valor numérico de expressões algébricas.	9º	P1/N1/F2/2018 P1/N2/F2/2018
	(EF08MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	Valor numérico de expressões algébricas.	8º	P1/N1/F2/2018 P1/N2/F2/2018

Fonte: Redação da autora.

Para efeitos de melhor compreensão, deixamos aqui registrado o que significa cada sigla

e porque foram colocadas dessa forma. Como podemos ver, o quadro está composto por unidades temáticas que fazem referência às questões que deixamos esplanadas anteriormente, contudo, essa análise foi feita com todas os problemas das listas entregues aos alunos, observando as habilidades e os objetos de conhecimentos.

A coluna “Nº OBMEP” se refere ao número das questões que indicamos na relação; por exemplo, onde está indicado Q3/2019 significa que a questão indicada é a 3 da prova da OBMEP de 2019, o primeiro problema que explicamos. Sempre que essa sigla aparecer, ela faz referência a habilidade indicada no quadro.

Vale ressaltar que, existem habilidades que são trabalhadas no 6º e no 7º ano, assim como, habilidades que são trabalhadas todos os anos do ensino fundamental. Por este motivo, na tabela, existem habilidades que constam aparecem em dois anos diferentes e os seus objetos do conhecimento são os mesmos, mas trabalham habilidades diferentes.

6 METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO

Neste tópico de metodologia de avaliação, vamos dividi-lo em duas partes: primeiro vamos falar sobre o tipo de avaliação que utilizamos para a coleta de dados e depois como a docente avaliou os alunos durante o processo de desenvolvimento das atividades do grupo de estudo.

No que tange à pesquisa qualitativa, Garnica (2004) evidencia as propriedades da seguinte forma:

- (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (p. 86).

Vale ressaltar que as características propostas pelo autor são passíveis de alterações, no entanto, queremos denotar que as pesquisas qualitativas são aquelas que estão em movimento, tal qual como esta. Optamos por uma pesquisa qualitativa, pelo fato de que o objetivo era identificar a dificuldade de um grupo específico a partir de uma avaliação inicial diagnóstica e direcionar formas de estudo para que esse problema pudesse ser mitigado.

Outra característica bastante relevante sobre a pesquisa qualitativa, é que os resultados estão sujeitos a serem contrários aos que eram esperados. Dessa forma, ao escolher a pergunta orientadora “É possível estudar para a OBMEP através da resolução de problemas e diminuir a defasagem da aprendizagem de alunos do ensino fundamental?” havia a ciência da possibilidade de que a resposta não fosse alcançada..

A avaliação do trabalho foi pautada no desempenho dos estudantes durante a realização das atividades e dos encontros, assim, os alunos estavam comprometidos com a causa e estavam engajados a dispor do tempo para praticar as sequências de passos e também para propor novas formas de pensar e resolver o mesmo problema.

A docente considerou vários aspectos sobre os alunos: (I) condições socioeconômicas; (II) condição familiar; (III) aspectos cognitivos; (IV) interesse e atitude; (V) comprometimento e assiduidade; (VI) pontualidade e esforço para a exatidão. Ao longo do processo, três alunos deixaram de participar por motivos pessoais e familiares e um por interesse e atitude própria. Em relação aos demais, todos cumpriram com os prazos e se esforçaram para concluir a 1ª fase.

Dos 20 (vinte) alunos inscritos, 8 (oito) se classificaram para a 2ª fase. Esse número de classificações é significativamente positivo, dadas as condições em que o trabalho foi

desenvolvido em período pandêmico e aulas remotas, além da desafagem de aprendizagem apresentada pelos estudantes. Dos 8 (oito) alunos classificados, tivemos quatro alunos premiados.

Entre os alunos participantes do projeto, pudemos analisar e identificar um aumento no número de acertos nas questões. Depois do primeiro encontro, a média de acertos dos problemas disponibilizados na lista foi de dois, contados todos os alunos participantes e uma semana antes da realização da prova, a média de acertos entre eles era de cinco problemas, reforçando que os os mesmos estavam misturados, considerando todos os anos finais do ensino fundamental. Os estudantes que não se classificaram para a 2ª fase da olimpíada, foram convidados a participar dos encontros preparatórios e tivemos dois alunos que continuaram conosco.

Os critérios para classificação para a 2ª fase, agora falando sobre a avaliação no trabalho e desenvolvimento do grupo, foram seguidos conforme as orientações da OBMEP

serão classificados para a Segunda Fase os alunos que obtiverem as maiores notas na prova da Primeira Fase, selecionados em ordem decrescente de nota, até que se preencha o total de vagas disponível para cada escola, por cada nível, conforme os critérios descritos neste Regulamento (OBMEP, 2021).

Deste modo, em relação ao grupo de estudo, tivemos 8 (oito) alunos classificados, os outros 12 (doze) não atingiram a pontuação necessária, tendo em vista que outros estudantes da escola fizeram a prova e que essa foi ofertada em caráter optativo. Ao todo, 253 (duzentos e cinquenta e três) alunos participaram, já contabilizando os alunos integrantes do grupo e tivemos 15 (quinze) classificações, sendo 8 (oito), participantes do grupo de estudos. Podemos analisar assim, que a participação dos alunos no grupo de estudos foi positiva do ponto de vista de avanço e classificação para este concurso em questão.

7 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Podemos considerar este trabalho como fechamento de um grande ciclo e o início de uma nova onda que vai contar com altos e baixos durante a sua existência. O grande ciclo podemos referenciar com a desconstrução que a cada dia se faz mediante o trabalho da docente, agora não mais em sala de aula diariamente, mas como produtora de conteúdos e recursos didáticos referentes ao currículo vinculado à BNCC em uma instituição educacional.

A finalização deste trabalho conta com aprendizados passados para os alunos e coletados a partir deles, com a importância da aproximação entre a família e a escola, a relevância da união de gestão e corpo docente para que um trabalho possa ser desenvolvido de forma leve, prática, eficiente e funcional.

Vimos o a potencialização da aprendizagem e o crescimento dos estudantes que participaram do grupo de estudos, não somente nas provas da OBMEP como em suas vidas pessoais. Tivemos um aluno que foi premiado com medalha de bronze e durante o ano de 2021 participou do PIC (Programa de Iniciação Científica Junior) ofertado pelas instituições regionais das aplicações da OBMEP, que no caso da região de São Carlos é a USP – Campus São Carlos. Tivemos 3 (três) alunas que foram premiadas com menção honrosa pela OBMEP e que no ano de 2022 desenvolveram trabalhos de liderança de equipe em outras olimpíadas desenvolvidas no ambiente escolar. Uma das alunas premiadas ingressou e iniciou os estudos do ensino médio no IFSP (Instituto Federal de São Paulo), Campus São Carlos, e continua com as participações em olimpíadas e feiras educacionais.

As outras 2 (duas) alunas com as menções honrosas assumiram papéis de liderança na escola para promoção da participação dos alunos em eventos e olimpíadas educacionais de diversas áreas. Os alunos que não se classificaram, e/ou que não foram premiados, continuaram os estudos incentivando outros alunos da escola a participar de eventos com esse caráter olímpico, o que promoveu no ambiente escolar uma união entre os estudantes e um aumento no engajamento estudantil e no desenvolvimento novas habilidades, tendo o estudo como disparador. No ano de 2022, a escola participou de mais competições escolares e atingiu um engajamento e participação excelentes, entre os alunos e professores.

Podemos afirmar a importância da inclusão de pessoas de baixa renda em programas voltados à educação pública e o acesso a essas ações. Afirmamos que a integração entre o conhecimento produzido nas universidades públicas pode voltar para a educação básica de forma surpreendente e que podemos contribuir com um dos objetivos da OBMEP que é o estímulo e a caça de novos talentos que pode ser feita dentro da escola e pelos próprios

professores, gestores e discentes.

A satisfação da docente em ter realizado o trabalho deixa uma abertura para uma pesquisa voltada à preparação dessas mentes brilhantes que estão escondidas nas escolas. Durante a aplicação e desenvolvimento do grupo, o aluno que se consolidou medalhista foi identificado pela docente e colocado no radar de alunos com altas habilidades. A partir da educação matemática, é possível desenvolver trabalhos que agregam e devolvem à sociedade todo o investimento feito durante a vida e assim, oportunizar transformações de vidas por meio do estudo.

Portanto, a partir deste trabalho, concluímos que a harmonia entre as questões da OBMEP e a metodologia de resolução de problemas pode ser utilizada com louvor como ferramenta para o ensino e a aprendizagem da matemática nos anos finais do ensino fundamental e possivelmente pode ser expandida para o ensino médio também.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em 08 nov. 2022
- BRASIL. Lei n. 9394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as bases e diretrizes da educação nacional. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm. Acesso em 08 nov. 2022
- BRASIL. Resolução Nº 2, de 9 de outubro DE 2018, Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/outubro-2018-pdf-1/98311-rceb002-18/file> Acesso em 08 nov. 2022.
- BEHAR, Patrícia A. Artigo: O Ensino Remoto Emergencial e a Educação a Distância - Coronavírus. [S.l.: s.n.], 2020. Disponível em: <Disponível em: <https://www.ufrgs.br/coronavirus/base/artigo-o-ensino-remoto-emergencial-e-a-educacao-a-distancia/>>. Acesso em: 05 nov. 2022
- CÉSAR, Maria Rita de Assis; DUARTE, André. Hannah Arendt: pensar a crise da educação no mundo. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 36, n. 3, p. 823-837, set./dez. 2010.
- CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C. (org.). Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.
- COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G.. Construindo uma nova metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação nos anos finais do Ensino Fundamental através da resolução de problemas de Geometria. In: X ENEM - X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Anais do X ENEM. Recife/PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. v. Único. p. 1-9.
- COSTA, Renata. Educação remota emergencial x EaD: desafios e oportunidades. 2020. Disponível em: <https://www.linkedin.com/pulse/educa%C3%A7%C3%A3o-remota-emergencial-x-ead-desafios-e-renata-costa/?originalSubdomain=pt>. Acesso em 02/11/2022
- DANTE, Luis Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática, São Paulo: Ática, 2002.
- GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- JUNQUEIRA, Juliana Roberta. Aplicação de metodologias ativas no ensino e aprendizagem de números racionais com questões da OBMEP / Juliana Roberta Junqueira. 2021. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/15209/Disserta%c3%a7%c3%a3o_Juliana_Junqueira.pdf?sequence=1&isAllowed=y acesso em: 08 nov. 2022.
- LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1-5, 2004.
- OBMEP. [OBMEP - Provas e Soluções](#). Acesso em 08 nov. 2022
- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap.12, p.199-220.
- PÓLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para

aprender. In: POZO, Juan Ignacio. A solução de problemas: aprender a resolver, resolver a aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SÃO PAULO. Resolução SEDUC nº 45, de 20 de abril de 2020. Disponível em: <http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/RESOLU%C3%87%C3%83O%20SEDUC%2045.HTM?Time=06/11/2022%2013:52:50> acesso em 08 de nov. 2021

SÃO PAULO. Resolução SEDUC nº 65, de 26 de julho de 2021. Disponível em: [http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/RESOLU%C3%87%C3%83O%20SEDUC%2065%20\(2\).PDF?Time=06/11/2022%2014:20:06](http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/RESOLU%C3%87%C3%83O%20SEDUC%2065%20(2).PDF?Time=06/11/2022%2014:20:06) acesso em 08 de nov. 2022

SÃO PAULO – Secretaria da Educação do Estado. União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista. São Paulo: SEE- SP/UNDIME-SP, 2019.

SILVA, Paula Helena Novaes Moreira da. O USO DAS QUESTÕES DA OBMETP PARA A RECUPERAÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA PÓS-PANDEMIA: ONDE ESTAMOS E PARA ONDE VAMOS? Disponível em:

<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/15593/PPGECE%20-%20Paula%20Helena%20Novaes%20Moreira%20da%20Silva%20-%20Vers%3%a3o%20Final.pdf?sequence=1&isAllowed=y> acesso em: 08 nov. 2022

9 ANEXOS

Os anexos são as atividades que foram montadas e entregues aos alunos durante os encontros do grupo de estudo.

Atividades OBMEP 6º ano e 7º ano referente à semana 1

Olá, pessoal, como vocês estão? O que acharam da nossa primeira aula?

Conforme conversamos, estou enviando para vocês os exercícios.

Aqui vão algumas dicas e lembretes para vocês:

- escolham 3 exercícios para resolverem;
- se quiserem podem fazer todos eles;
- anotem quanto tempo demoraram para fazer;
- anotem qual a dificuldade que vocês tiveram, por exemplo, exercício 1: fácil, médio ou difícil;
- se puderem, separem uma matéria do caderno para as nossas aulas e resolução dos exercícios;
- não precisa copiar as questões no caderno, podem acompanhar pelo celular mesmo.

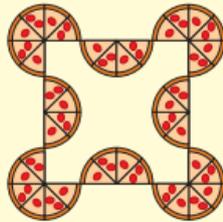
Espero que vocês tenham um bom estudo e uma boa semana (:

Qualquer dúvida ou dificuldade de acesso, podem me mandar uma mensagem.

Abraço da prof! Usem máscara e tenham cuidado ao sair de casa.

2. A figura abaixo foi formada com pizzas de mesmo tamanho, cada uma dividida em oito pedaços iguais. Quantas pizzas inteiras é possível formar com esses pedaços?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7



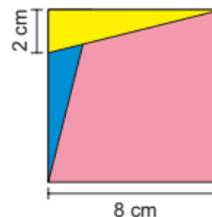
6. Qual das expressões abaixo tem valor **diferente** de $\frac{15}{4}$?

- A) $15 \times \frac{1}{4}$
- B) $\frac{15 + 15 + 15}{4 + 4 + 4}$
- C) $\frac{3}{4} + 3$
- D) $\frac{10}{2} + \frac{5}{2}$
- E) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{2}$



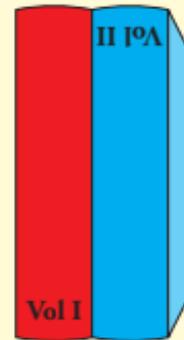
11. O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do quadrilátero rosa?

- A) 36 cm^2
- B) 48 cm^2
- C) 52 cm^2
- D) 56 cm^2
- E) 60 cm^2



16. Dois livros estão em uma prateleira. O Volume I está na posição correta, mas o Volume II está de cabeça para baixo. Cada capa tem espessura de 0,25 centímetros, e cada livro, sem as capas, tem espessura de 5 centímetros. Nessa disposição, qual é a distância entre a última página do Volume I e a última página do Volume II?

- A) 0,5 cm
- B) 5 cm
- C) 6,5 cm
- D) 10,5 cm
- E) 11 cm



17. Janaína tem três canecas, uma pequena, uma média e uma grande. Com a caneca pequena cheia, ela enche $\frac{3}{5}$ da caneca média. Com a caneca média cheia, ela enche $\frac{5}{8}$ da caneca grande. Janaína enche as canecas pequena e média e despeja tudo na caneca grande. O que vai acontecer com a caneca grande?



- A) Ela ficará preenchida em $\frac{7}{8}$ de sua capacidade.
- B) Ela ficará preenchida em $\frac{8}{13}$ de sua capacidade.
- C) Ela ficará preenchida em $\frac{5}{8}$ de sua capacidade.
- D) Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.
- E) Ela vai transbordar.

18. Uma fotografia mostra três pessoas: Armando, Benedita e Carlitos. Nessa foto, Armando está olhando para Benedita, e Benedita está olhando para Carlitos. Armando está de óculos, e Carlitos está sem óculos. Qual das alternativas abaixo é, com certeza, verdadeira?

- A) Há uma pessoa de óculos olhando para uma pessoa sem óculos.
- B) Há apenas uma pessoa sem óculos, e ela está olhando para uma pessoa de óculos.
- C) Há apenas uma pessoa de óculos, e ela está olhando para uma pessoa sem óculos.
- D) Carlitos está sendo olhado por uma pessoa sem óculos.
- E) Carlitos está sendo olhado por uma pessoa de óculos.

Atividades OBMEP 8º ano e 9º ano referente à semana 1

Olá, pessoal, como vocês estão? O que acharam da nossa primeira aula?

Conforme conversamos, estou enviando para vocês os exercícios. Aqui vão algumas dicas e lembretes para vocês:

- escolham 3 exercícios para resolverem;
- se quiserem podem fazer todos eles;
- anotem quanto tempo demoraram para fazer;
- anotem qual a dificuldade que vocês tiveram, por exemplo, exercício 1: fácil, médio ou difícil;
- se puderem, separem uma matéria do caderno para as nossas aulas e resolução dos exercícios;
- não precisa copiar as questões no caderno, podem acompanhar pelo celular mesmo.

Espero que vocês tenham um bom estudo e uma boa semana (:

Qualquer dúvida ou dificuldade de acesso podem me mandar uma mensagem.

Abraço da prof! Usem máscara e tenham cuidado ao sair de casa.

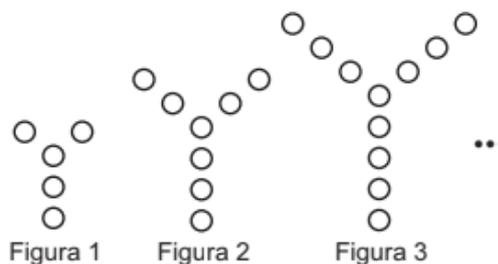
2. Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?

- A) Ana
- B) Beatriz
- C) Cláudia
- D) Daniela
- E) Érica



4. Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma da letra Y. Seguindo este padrão, quantas bolinhas terá a 15ª figura?

- A) 35
- B) 47
- C) 50
- D) 52
- E) 60



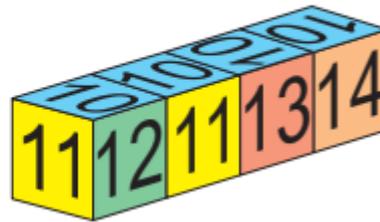
8. Os números a e b são inteiros positivos tais que

$$\frac{a}{11} + \frac{b}{3} = \frac{31}{33}. \text{ Qual é o valor de } a + b ?$$

- A) 5
- B) 7
- C) 14
- D) 20
- E) 31

11. Os quatro dados da figura são idênticos, e há três pares de faces em contato. Qual é o valor da soma dessas faces?

- A) 73
- B) 74
- C) 75
- D) 76
- E) 77



15. Flávia anotou quantas horas estudou no mês de novembro e montou a seguinte tabela:

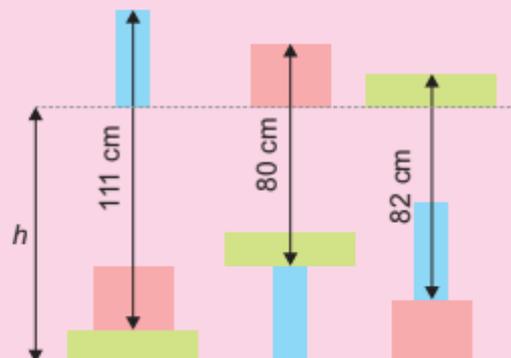
Horas de estudo	3 h	3,5 h	5 h	7 h	9 h
Número de dias	15	7	5	2	1

Se escolhermos cinco dias ao acaso, podemos garantir que Flávia estudou

- A) exatamente 5 horas em pelo menos um desses cinco dias.
- B) no máximo 15 horas nesses cinco dias.
- C) no máximo 33 horas nesses cinco dias.
- D) no mínimo 20 horas nesses cinco dias.
- E) no mínimo 16 horas nesses cinco dias.

17. Na figura, os lados dos retângulos são horizontais ou verticais, e os retângulos de mesma cor são idênticos. Qual é o valor de h ?

- A) 88 cm
- B) 89 cm
- C) 90 cm
- D) 91 cm
- E) 92 cm



Atividades OBMEP 6º ano e 7º ano referente à semana 2

Olá, pessoal, como vocês estão? Conforme conversamos, estou enviando para vocês os exercícios. Aqui vão algumas dicas e lembretes para vocês:

- escolham 3 exercícios para resolverem;
- se quiserem podem fazer todos eles;
- anotem quanto tempo demoraram para fazer;
- anotem qual a dificuldade que vocês tiveram, por exemplo, exercício 1: fácil, médio ou difícil;
- se puderem, separem uma matéria do caderno para as nossas aulas e resolução dos exercícios;
- não precisa copiar as questões no caderno, podem acompanhar pelo celular mesmo.

Espero que vocês tenham um bom estudo e uma boa semana (:

Qualquer dúvida ou dificuldade de acesso podem me mandar uma mensagem.

Abraço da prof! Usem máscara e tenham cuidado ao sair de casa.

1. Na figura vemos a mamadeira de Zezé antes e depois de ele mamar. Quantos mililitros ele mamou?

- A) 125
- B) 130
- C) 145
- D) 160
- E) 175



4. Os edifícios A e B da figura não possuem janelas em suas laterais e têm o mesmo número de janelas na parte de trás. O edifício A tem mais janelas na frente do que atrás; já o edifício B tem mais janelas atrás do que na frente. Qual é o número total de janelas nos dois edifícios?

- A) 21
- B) 23
- C) 44
- D) 46
- E) 48



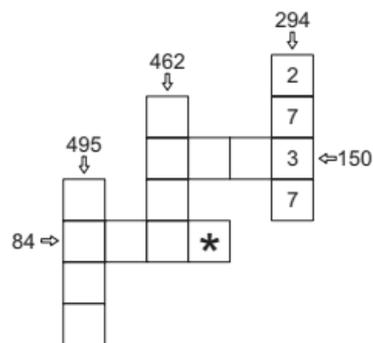
5. A senha de Aurélio é 5149. Ele está tão acostumado com essa senha que a digita sem olhar para o teclado. Certo dia, quando foi digitar sua senha, não percebeu que o teclado estava girado de 180° , ou seja, de cabeça para baixo. Qual foi o número que ele digitou?

- A) 5415
- B) 5961
- C) 5419
- D) 5981
- E) 5369



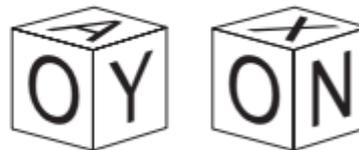
7. As casas da figura abaixo devem ser preenchidas com números primos. Em cada linha ou coluna, o produto dos números deve ser igual ao número indicado pela seta. A coluna indicada por 294 já está preenchida. Qual é o número que deve ser escrito na casa marcada com *?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 7
- E) 11



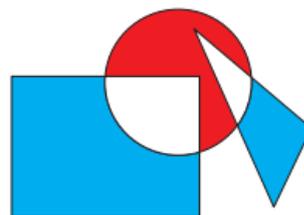
9. A figura mostra duas vistas de um mesmo cubo com as letras A, O, Y, X, N e E em suas faces. Qual é a face oposta à face de letra E?

- A) O
- B) Y
- C) A
- D) X
- E) N



10. Na figura temos um retângulo com área igual a 120 cm^2 , um círculo com área igual a 81 cm^2 e um triângulo com área igual a 29 cm^2 . Qual é a diferença entre a soma das áreas das regiões azuis e a área da região vermelha?

- A) 68 cm^2
- B) 55 cm^2
- C) 35 cm^2
- D) 29 cm^2
- E) 10 cm^2



Atividades OBMEP 8º ano e 9º ano referente à semana 2

Olá, pessoal, como vocês estão? Conforme conversamos, estou enviando para vocês os exercícios. Aqui vão algumas dicas e lembretes para vocês:

- escolham 3 exercícios para resolverem;
- se quiserem podem fazer todos eles;
- anotem quanto tempo demoraram para fazer;
- anotem qual a dificuldade que vocês tiveram, por exemplo, exercício 1: fácil, médio ou difícil;
- se puderem, separem uma matéria do caderno para as nossas aulas e resolução dos exercícios;
- não precisa copiar as questões no caderno, podem acompanhar pelo celular mesmo.

Espero que vocês tenham um bom estudo e uma boa semana (:

Qualquer dúvida ou dificuldade de acesso podem me mandar uma mensagem.

Abraço da prof! Usem máscara e tenham cuidado ao sair de casa.

3. Uma melancia média e duas melancias grandes custam o mesmo que oito melancias pequenas. Uma melancia média e uma pequena custam o mesmo que uma melancia grande. Quantas melancias pequenas podem ser compradas pelo mesmo preço de uma melancia grande?



A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

4. Marcos comprou 21 litros de tinta. Ele usou água para diluir essa tinta até que a quantidade de água acrescentada fosse 30% do total da mistura. Quantos litros de água ele usou?



A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

6. Uma festa de casamento será realizada em um salão que comporta no máximo 200 pessoas. O organizador sabe que, se distribuir 8 convidados por mesa, uma mesa ficará com apenas um convidado. O mesmo irá ocorrer se ele distribuir 6 ou 7 convidados por mesa. Se ele distribuir 9 convidados por mesa, uma mesa ficará com menos do que 9 pessoas. Quantas pessoas ficarão nessa mesa?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) 7



7. Uma loja de roupas ofereceu um desconto de 10% em uma camiseta, mas não conseguiu vendê-la. Na semana seguinte, aplicou um desconto de 20% sobre esse novo preço, e a camiseta foi vendida por R\$ 36,00. Qual era o preço original da camiseta?

- A) R\$ 40,00
- B) R\$ 45,00
- C) R\$ 47,00
- D) R\$ 48,00
- E) R\$ 50,00

18. Ao redor de uma mesa sentaram-se os 17 participantes de um debate. Alguns deles sempre dizem a verdade, e os demais sempre mentem. Todos iniciaram o debate dizendo: "Meus dois vizinhos mentem". No máximo, quantos mentirosos havia entre os participantes?

- A) 10
- B) 11
- C) 12
- D) 15
- E) 17

19. Marco tem dois relógios. Um deles marca as horas corretamente, e o outro atrasa 16 minutos por hora. Num certo dia os dois relógios mostravam 17:00 em seus visores. Depois de alguns dias eles voltaram a mostrar, pela primeira vez, a mesma hora. Qual é essa hora?

- A) 5:00
- B) 11:00
- C) 14:00
- D) 20:00
- E) 21:00



Atividades OBMEP 6º ano e 7º ano referente à semana 3

Olá, pessoal, como vocês estão? Conforme conversamos, estou enviando para vocês os exercícios. Aqui vão algumas dicas e lembretes para vocês:

- escolham 3 exercícios para resolverem;
- se quiserem podem fazer todos eles;
- anotem quanto tempo demoraram para fazer;
- anotem qual a dificuldade que vocês tiveram, por exemplo, exercício 1: fácil, médio ou difícil;
- se puderem, separem uma matéria do caderno para as nossas aulas e resolução dos exercícios;
- não precisa copiar as questões no caderno, podem acompanhar pelo celular mesmo.

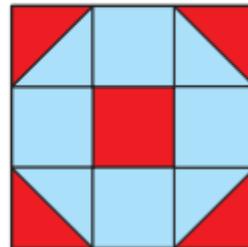
Espero que vocês tenham um bom estudo e uma boa semana (:

Qualquer dúvida ou dificuldade de acesso podem me mandar uma mensagem.

Abraço da prof! Usem máscara e tenham cuidado ao sair de casa.

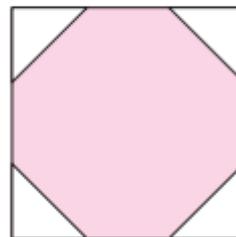
4. O quadrado abaixo está dividido em nove quadradinhos iguais. A área pintada de vermelho mede 6 cm^2 . Quanto mede a área pintada de azul?

- A) 10 cm^2
- B) 12 cm^2
- C) 14 cm^2
- D) 16 cm^2
- E) 18 cm^2



5. A área da figura destacada em rosa é 28 cm^2 , e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Qual é a área do quadrado?

- A) 34 cm^2
- B) 36 cm^2
- C) 38 cm^2
- D) 40 cm^2
- E) 42 cm^2



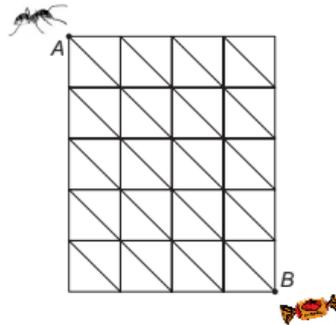
8. Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?

- A) Ana
- B) Beatriz
- C) Cláudia
- D) Daniela
- E) Érica



12. A formiguinha da OBMEP está no ponto A e quer ir até o doce que está no ponto B . Ela anda sobre as linhas da figura e faz um caminho com o menor comprimento possível. Quantos são esses caminhos de menor comprimento?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



14. Qual é a diferença entre a soma dos números ímpares e a soma dos números pares de 1 a 2019?

- A) 1000
- B) 1002
- C) 1008
- D) 1009
- E) 1010

20. Uma folha quadrada de 8 cm de lado foi dobrada três vezes como na figura. A primeira e a segunda dobras ficaram paralelas a uma diagonal da folha, e a terceira dobra ficou perpendicular a essa diagonal. Qual é a área da figura final?



- A) 10 cm^2
- B) 13 cm^2
- C) 19 cm^2
- D) 26 cm^2
- E) 38 cm^2

Atividades OBMEP 8º ano e 9º ano referente à semana 3

Olá, pessoal, como vocês estão? Conforme conversamos, estou enviando para vocês os exercícios. Aqui vão algumas dicas e lembretes para vocês:

- escolham 3 exercícios para resolverem;
- se quiserem podem fazer todos eles;
- anotem quanto tempo demoraram para fazer;
- anotem qual a dificuldade que vocês tiveram, por exemplo, exercício 1: fácil, médio ou difícil;
- se puderem, separem uma matéria do caderno para as nossas aulas e resolução dos exercícios;
- não precisa copiar as questões no caderno, podem acompanhar pelo celular mesmo.

Espero que vocês tenham um bom estudo e uma boa semana (:

Qualquer dúvida ou dificuldade de acesso podem me mandar uma mensagem.

Abraço da prof! Usem máscara e tenham cuidado ao sair de casa.

3. As casas da figura abaixo devem ser preenchidas com números primos. Em cada linha ou coluna, o produto dos números deve ser igual ao número indicado pela seta. A coluna indicada por 294 já está preenchida. Qual é o número que deve ser escrito na casa marcada com * ?

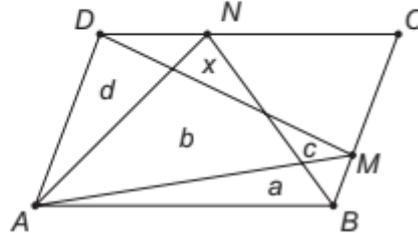
A) 2
 B) 3
 C) 5
 D) 7
 E) 11

9. Um número inteiro positivo é chamado de *tetrapar* quando é divisível quatro vezes consecutivas por 2 e o resultado da última divisão é um número ímpar. Por exemplo, o número 80 é tetrapar, pois $80 \div 2 = 40$, $40 \div 2 = 20$, $20 \div 2 = 10$ e $10 \div 2 = 5$. Quantos são os números tetrapares de três algarismos?

- A) 26
 B) 28
 C) 30
 D) 56
 E) 62

12. No paralelogramo $ABCD$ da figura, os pontos M e N são pontos dos lados BC e CD , respectivamente. As áreas a , b , c e d são conhecidas. Qual é o valor da área x ?

- A) $c + d - a$
 B) $a + c + d - b$
 C) $a + c + d - 2b$
 D) $a + d - b$
 E) $a + c - d$



13. Após a correção de uma prova com quatro questões, verificou-se que 5% dos alunos acertaram apenas uma questão, 40% acertaram duas e 25%, três. Se a média de acertos foi de duas questões por aluno, qual é o percentual de alunos que erraram todas as questões?

- A) 5%
 B) 10%
 C) 20%
 D) 25%
 E) 30%

16. Uma mesa circular tem seis lugares com cadeiras de cores diferentes. De quantos modos três casais de namorados podem ocupar esses seis lugares de forma que os três rapazes fiquem juntos e as três moças também, mas nenhum rapaz fique junto de sua namorada?

- A) 36
 B) 54
 C) 72
 D) 108
 E) 144

20. Cinco bolas numeradas de 1 a 5 estão dentro de cinco caixas tampadas, também numeradas de 1 a 5. Em cada caixa há somente uma bola, e sabe-se que apenas uma caixa está numerada com o mesmo número de sua bola. Qual é o número mínimo de tampas que devemos abrir para descobrir, com certeza, que caixa é essa?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5



AULA DE ALINHAMENTO - OBMEP 2021 6º ANO E 7º ANO - NÍVEL 1

1. Uma máquina maluca transforma duas frutas em uma fruta, da seguinte maneira:

- Transforma duas maçãs em uma laranja;
- Transforma duas laranjas em uma laranja;
- Transforma uma maçã e uma laranja em uma maçã.

a) Quantas vezes a máquina deve ser usada para transformar três maçãs em uma maçã?

b) Explique como usar essa máquina algumas vezes para transformar três maçãs e quatro laranjas em uma maçã.

c) Começando com 2018 laranjas e 517 maçãs, a máquina foi usada repetidamente até sobrar apenas uma fruta. Explique por que essa fruta só pode ser uma maçã.

2. Joãozinho comprou um álbum em que figurinhas numeradas devem ser coladas em ordem crescente, começando na página 2 e terminando na página 61. Nas páginas pares devem ser coladas 5 figurinhas e, nas ímpares, 6 figurinhas.

a) No total, quantas figurinhas devem ser coladas no álbum?

b) Em qual página deve ser colada a figurinha de número 196?

c) Para completar seu álbum, Joãozinho comprou muitos pacotes de figurinhas. Após colar a última figurinha que faltava, o número de figurinhas repetidas era oito vezes o número de figurinhas coladas. Se o álbum custou 20 reais e cada pacote com 5 figurinhas custou 2 reais, quanto Joãozinho gastou para ter seu álbum completo?

3. O sapinho da figura pula de uma pedra para uma pedra vizinha, dando voltas em torno do lago. Por exemplo, se ele pular duas vezes a partir da pedra A, no sentido horário, ele vai parar na pedra C.

a) Partindo da pedra A, em qual pedra o sapinho vai parar após pular 15 vezes no sentido horário?

b) Novamente, partindo de A e começando no sentido horário, o sapinho pula 2018 vezes e sempre muda de sentido cada vez que o número de saltos for um múltiplo de 8. Em qual pedra ele vai parar?

c) Finalmente, partindo de A e começando no sentido horário, o sapinho pula 810 vezes e sempre muda de sentido cada vez que o número de saltos for um múltiplo de 8 ou um múltiplo de 12. Em qual pedra ele vai parar?

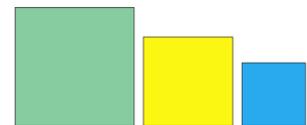
AULA DE ALINHAMENTO - OBMEP 2021

8º ANO E 9º ANO - NÍVEL 2

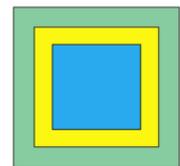
01. Um número inteiro positivo é chamado de interessante quando termina com um algarismo que é igual ao produto de seus demais algarismos. Por exemplo, 326 e 1020 são interessantes, pois $3 \times 2 = 6$ e $1 \times 0 \times 2 = 0$.

- a) Qual deve ser o valor do algarismo A para que o número 14A8 seja interessante?
- b) Quantos números interessantes de quatro algarismos terminam com o algarismo 6?
- c) Quantos números interessantes de cinco algarismos terminam com o algarismo 0?

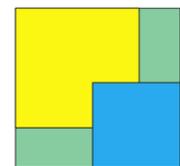
2. Janaína tem três folhas de papel quadradas: uma verde de área 64cm^2 , uma amarela de área 36cm^2 e uma azul de área 18cm^2 .



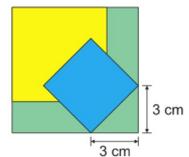
a) Janaína colocou a folha amarela sobre a folha verde, e a folha azul sobre a folha amarela, como na figura abaixo. Dentre as regiões verde, amarela ou azul da figura, qual tem a maior área? Explique sua resposta.



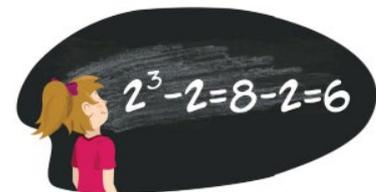
b) Em seguida, Janaína colocou as folhas azul e amarela sobre a verde como na figura abaixo, determinando novas regiões coloridas. Qual é a soma das áreas das regiões verdes e amarela?



c) Finalmente Janaína colocou as folhas como na figura abaixo. Qual é a área da nova região amarela?



3. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.



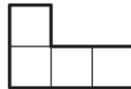
- a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?
- b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?
- c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Atividade 2 – Nível 1 e Nível 2

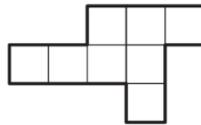
1) Sem usar o algarismo 0, Carolina escreveu todos os números de três algarismos diferentes nos quais o algarismo do meio é maior do que os outros dois. Por exemplo, Carolina escreveu 241, mas não escreveu 570, nem 464, nem 123.

- Quais são os números que Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 3?
- Quantos números Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 7?
- Quantos números Carolina escreveu ao todo?

2. A peça ilustrada abaixo é formada por quatro quadradinhos de 1 cm de lado. Observe que o perímetro desta peça, ou seja, a medida de seu contorno, é 10 cm. Roberto forma figuras juntando duas dessas peças, sem sobreposição, e fazendo coincidir os lados de quadradinhos.



- Roberto formou a figura abaixo. Qual é o perímetro desta figura?



- Ajude Roberto desenhando uma figura com perímetro igual a 12 cm no quadriculado da esquerda e outra com perímetro igual a 18 cm no quadriculado da direita.



Figura com perímetro igual a 12 cm



Figura com perímetro igual a 18 cm

- Explique por que Roberto nunca conseguirá formar uma figura com perímetro igual a 15 cm. (Lembre-se de que Roberto sempre faz coincidir lados de quadradinhos).

Atividade 3 – Nível 1 e Nível 2

1. Na figura, as letras A e B representam os possíveis algarismos que tornam o produto dos números 2A5 e 13B um múltiplo de 36.

- Em todos os possíveis resultados para o produto desses números, o algarismo das unidades é o mesmo. Qual é esse algarismo?
- Quais são os possíveis valores de B?
- Qual é o maior valor possível para esse produto?



2. Fernanda precisa criar uma senha para poder usar o computador da escola. A senha deve ter cinco algarismos distintos de modo que, da esquerda para a direita, o algarismo da 1.a posição seja maior do que 1, o da 2.a posição seja maior do que 2, e assim por diante. Por exemplo, 25476 é uma senha possível, mas 52476 não é, pois o algarismo na segunda posição não é maior do que 2.

- Se a senha de Fernanda começar com 9467, qual deve ser o algarismo da 5.a posição?
- Se Fernanda começar a formar sua senha escolhendo o algarismo 7 para a 5.a posição, quantas são as possibilidades de escolha para a 4.a posição?
- Quantas senhas Fernanda poderá formar?