UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

TATIANA AGENOR MANZINI

O HOMEM QUE CALCULAVA: UMA ABORDAGEM RECREATIVA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E SUAS DRAMATIZAÇÕES EM SALA DE AULA

SÃO CARLOS
2022

TATIANA AGENOR MANZINI

O HOMEM QUE CALCULAVA: UMA ABORDAGEM RECREATIVA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E SUAS DRAMATIZAÇÕES EM SALA DE AULA

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São Carlos.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio

SÃO CARLOS
2022

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA - CCM/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905

Telefone: (16) 33518221 - http://www.ufscar.br

DP-TCC-FA nº 13/2022/CCM/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

TATIANA AGENOR MANZINI

O HOMEM QUE CALCULAVA. UMA ABORDAGEM ALGÉBRICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E SUAS DRAMATIZAÇÕES EM SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 30 de setembro de 2022

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	João Carlos Vieira Sampaio
Membro da Banca 1	Rafael Fernando Barostichi
Membro da Banca 2	Cláudia Buttarello Gentile Moussa

Documento assinado eletronicamente por **Claudia Buttarello Gentile Moussa**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/10/2022, às 12:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Joao Carlos Vieira Sampaio**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/10/2022, às 14:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Rafael Fernando Barostichi**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/10/2022, às 16:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufscar.br/autenticacao, informando o código verificador **0855184** e o código CRC **201F104B**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.036763/2022-41 SEI nº 0855184

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019

Dedico este trabalho a primeiramente a Deus,
aos meus pais, ao meu amor (Pedro) e Andreza,
que foi uma inesquecível e magnífica madrinha.

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho aos meus amados que já se foram, aos que estão presentes e aos que estão por vir.

Agradeço a Deus acima de tudo pela fé em cada dia da minha vida e em especial por todos os dias da minha graduação.

Andreza, minha madrinha, por ser a pioneira nessa jornada acadêmica e também por se fazer tão presente mesmo que ausente.

Pedro, o amor da minha vida, por me apoiar o longo desta jornada, por muitas e muitas vezes me ajudar a descrever o quase indescritível e por sempre acreditar em mim.

A toda minha família por serem essa rede de apoio tão gigantesca e insubstituível.

Amanda, minha psicóloga e Sarah minha melhor amiga.

Sou grata ao professor Sampaio por me fazer ser perseverante.

Agradeço também a todos meus professores e professoras que tive ao longo da minha graduação. Em especial, aqueles que muito me ensinaram para além da sala de aula.

E, sem dúvida, a todas as pessoas que de maneira direta ou indireta me apoiaram e favoreceram a concluir este trabalho, meu eterno carinho e gratidão.

Pela vida, pela primeira escola, por me apoiarem na escolha do curso (antes do primeiro dia), com vocês aprendi que a maturidade não tem idade e que a confiança é conquistada a cada dia,

Obrigada pai e mamãe.

“Abençoados os corações flexíveis, pois nunca serão partidos.”

Albert Camus

RESUMO

A motivação e desdobramento desta monografia é tratar 4 problemas do livro O Homem que Calculava, analisando e caracterizando as concepções que o autor tinha em sua época e que perduram até nos dias de hoje, para o ensino em educação matemática. Tudo isto porque o autor, Malba Tahan, traz em sua literatura muitas críticas explícitas e implícitas, sobre a abordagem "tradicional" de resolução de problemas dentro do ensino de matemática. E para isso, trataremos sobre os absurdos e ironias existentes nesse ensino-aprendizagem, com a finalidade de entender como trabalhar essa abordagem de maneira adequada para a realidade, dentro e fora da sala de aula. E como muitos problemas deste livro podem ser dramatizados e problematizados de diferentes maneiras pelos alunos, a outra motivação é trazer uma coletânea de metodologias para abordagem desse ensino, como por exemplo, contação de história, discussões em sala ou até mesmo resolução de problemas em grupo.

Palavras-chave: Malba Tahan. Álgebra. Homem que Calculava. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The motivation and unfolding of this monograph is to address 4 problems from the book The Man Who Counted, analyzing and characterizing the conceptions that the author had in his time and that persist until today, for teaching in mathematics education. All this because the author, Malba Tahan, brings in his literature many explicit and implicit criticisms about the “traditional” approach to problem solving within the teaching of mathematics. And for that, we will deal with the absurdities and ironies that exist in this teaching-learning, in order to understand how to work this approach in an adequate way for reality, inside and outside the classroom. And as many problems in this book can be dramatized and problematized in different ways by students, the other motivation is to bring a collection of methodologies to approach this teaching, such as storytelling, classroom discussions or even group problem solving.

Keywords: Malba Tahan. Algebra. Man who Counted. Mathematics Teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Considere o seguinte problema matemático: “Uma pessoa tem 10 mil bananas em sua banca de frutas. Quantas dúzias há ao todo?”. Através da leitura do livro O Homem que Calculava (TAHAN, 2021) e suas diferentes percepções sobre o ensino de matemática, podemos entender que um problema tão simples, como exemplificado acima, pode se tornar uma afirmação absurda e fora da realidade dos alunos em sala de aula.

Então, este trabalho foi motivado por uma parte da pesquisa qualitativa do tipo bibliográfica desenvolvida pela autora na disciplina Pesquisa em Educação Matemática. E tem o objetivo de estudar algébrica e metodologicamente a resolução de uma seleta de problemas deste livro e mostrar que algumas metodologias, como a dramatização e a contação de histórias são alternativas possíveis e mais assertivas para o ensino-aprendizagem de matemática para estes problemas. Vale ressaltar que a álgebra é uma disciplina muito importante dentro do campo da matemática, mas que com muita disposição e estudo dos docentes, os alunos podem aprender de uma forma não tradicional e mais divertida em sala de aula.

Para isto, no capítulo 2 trazemos uma breve contextualização histórica sobre o livro O Homem que Calculava e alguns conteúdos e críticas feitos pelo autor sobre o ensino "tradicional” de matemática e que desdobrarão a motivação deste trabalho.

No capítulo 3 abordamos a análise e caracterização de 4 problemas deste livro: *A aventura dos 35 camelos, A dívida de um joalheiro, O problema dos 21 vasos e A lenda do jogo de xadrez*. Também traremos uma abordagem mais técnica para a resolução dos 4 problemas, que podem parecer muito simples em um primeiro contato, mas que se tornam muito robustas ao correlacionar com outros campos da matemática, como por exemplo, a sistematização algébrica.

Seguidamente, no capítulo 4 discorremos algumas possibilidades de metodologias para a introdução e desdobramento dos conteúdos algébricos que envolvem a resolução destes problemas. E falaremos sobre a importância de trabalhar com diferentes metodologias de ensino em sala de aula.

Por fim, nas considerações finais trazemos algumas conclusões e percepções acerca do tema proposto que podem agregar ao campo acadêmico, desde a formação continuada de professores até na construção de novas metodologias de ensino ainda não existentes.

2 O CONTEXTO HISTÓRICO: PERCEPÇÕES E CRÍTICAS AO ENSINO DE MATEMÁTICA

2.1 VIDA E MORTE DE JÚLIO CÉSAR DE MELLO E SOUZA

Em 2013, no Brasil, a data 06 de maio foi instituída como o Dia Nacional da Matemática. Mas não foi por mero acaso da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) a escolha desta data. Muitos anos antes, exatamente 118, nascia Júlio César de Mello e Souza, na cidade do Rio de Janeiro.

Júlio César, ao longo de sua vida, foi professor, educador, pedagogo, arquiteto, pesquisador, conferencista, engenheiro, matemático, escritor e editor. Sendo um dos maiores divulgadores da matemática no Brasil, foi também muito apreciado por seus livros de romance infanto-juvenis.

Ainda aos 23 anos, Júlio César começou a publicar seus contos em jornais através do seu pseudônimo *Slade*. Mais para frente se dedicou e estudou outras personagens para criar novos pseudônimos. E em diversos livros, jornais e revistas, seu nome de registro não se tornou tão famoso quanto seu pseudônimo mais conhecido, Malba Tahan. De acordo com Cavalheiro (1991, p. 02), Júlio César acreditava que ele, como escritor brasileiro, não teria tanto estrelato com seus contos se utilizasse seu próprio nome e foi por este motivo que criou a personagem Malba Tahan, com o pretexto já definido em “inventar um escritor árabe e publicar contos orientais educativos”.

Lorenzato (2013, p.02) nos conta que, em 1933, foi revelada a verdade sobre seus pseudônimos, pois no ano anterior, sua obra mais conhecida tinha se tornado um recorde brasileiro de vendas, que perdurou por mais de 50 anos depois. E complementa que, na época em que ele viveu, a matemática era a matéria que mais causava medo e reprovação entre os alunos pois seu ensino era carregado de fórmulas, estratégias de memorização de resultados, exercícios com extensas resoluções, e em nenhuma metodologia se considerava desenvolver o pensamento espontâneo, crítico e autônomo dos alunos.

Júlio César morreu em 18 de junho de 1974, na cidade de Recife, em Pernambuco.

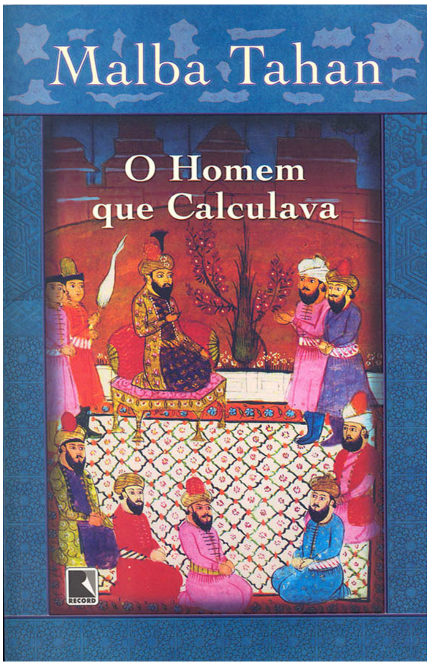
Foi neste momento da história, que Júlio César deixou um legado através de diversas possibilidades para o ensino e aprendizagem em Matemática. Ao todo escreveu mais de 120 livros e com o nome Malba Tahan, escreveu mais de 50, entre eles o mais conhecido, “O Homem que Calculava”. E foi este livro que inspirou e que será a motivação para o respectivo trabalho de conclusão de curso.

Nesta obra, assim como na grande maioria de seus livros publicados, Malba Tahan tornou oportuna a compreensão do conhecimento matemático, contanto problemas matemáticos através de história fantasiosas e atraentes. Trouxe também uma linguagem extremamente divertida e acessível para todos os públicos, desde crianças a acadêmicos.

É importante destacar, antes de prosseguirmos, que muitas vezes enunciaremos expressões como *"ensino tradicional”*, *"metodologias tradicionais"*, ou até mesmo *"aula tradicional”*. Para estes casos, a palavra *"tradicional"* qualifica todos esses modelos onde o estudante exerce um papel passivo, o de absorver conhecimento, (SOUZA; IGLESIAS; PAZIN-FILHO, 2014, p.289)

> É um romance infanto-juvenil, que narra as aventuras e proezas matemáticas do singular calculista persa Beremiz Samir na Bagdá do século XIII. Foi publicado pela primeira vez em 1938. Ambientado na paisagem do mundo islâmico medieval, trata das peripécias matemáticas do protagonista, que resolve e explica, de modo extraordinário, diversos problemas, quebra-cabeças e curiosidades da matemática. Inclui, ainda, histórias pitorescas, como a da origem do jogo de xadrez. É indicado como livro paradidático em vários países. A obra recebeu traduções em 12 línguas. (UENP-CCP, 2018)

Figura 2.1 – Capa do livro: O Homem que Calculava.



Fonte: https://malbatahan.com.br/portfolio/o-homem-que-calculava/[1]

2.2 CONCEITOS UTILIZADOS NA LITERATURA DE MALBA TAHAN E SUAS CONTRIBUIÇÕES

Nos fazendo entender e distinguir as obras didáticas de Malba Tahan, Lacaz e Oliveira (2005, p. 426) caracterizam e destacam alguns aspectos importantes como:

– Senso crítico severo da didática usual de Matemática na primeira metade do século XX;

[1] <https://malbatahan.com.br/portfolio/o-homem-que-calculava/>. Acesso em: 31 ago. 2022.

– Pioneiro no uso da História da Matemática, dos materiais concretos e atividades recreativas como recurso didático;

– Interdisciplinaridade e multiculturalismo também se destacaram como seu legado nos cursos de formação de professores.

Ainda em sua época, Júlio César propôs inovação através da abertura de laboratórios em matemática, metodologias com estudo dirigido e até mesmo a manipulação de materiais concretos em sala de aula para aprendizagem. Mais do que criativo, ele foi um inovador nas concepções ultrapassadas do ensino em Matemática.

Sabemos que segundo Santos e Soares (2015, p.04), quando trabalhamos algumas propostas na formação inicial e continuada de professores, a interdisciplinaridade e a contextualização de conteúdos pode ser muito bem promovida com os textos do livro "O Homem que Calculava". Isto nos comprova que os aspectos destacados acima perduram até nos tempos atuais, e modificaram consideravelmente o formato de ensino contemporâneo.

Cada vez mais o ensino tradicional tem sido questionado, mas ainda existem metodologias primitivas que insistem em vigorar, como a memorização de tabuadas, fórmulas para resolução de problemas e aulas expositivas sendo aplicadas somente em formato "*giz e lousa*".

A contemporaneidade de Júlio César ainda é referência para docentes e futuros docentes que querem romper os modelos usuais de aprendizagem. E podemos observar isto de maneira indireta – mas quase direta – quando começaram a surgir diretrizes curriculares, documentos e conjuntos de ações que proporcionam e afirmam as práticas defendidas por ele muitos anos após seu falecimento. Um exemplo disso são os *Referenciais para formação de Professores do Ministério da Educação*, que traz mais de 20 ações descritas, Educação (1999).

Ainda sobre isto, podemos destacar duas competências descritas nessas Referências e que devem ser garantidas dentro das ações de formação inicial e continuada para professores. A primeira é a análise de diferentes materiais e recursos para utilização didática, e a diversificação de possíveis atividades para a potencialização do seu uso em diferentes situações. E essa competência está interligada à exploração de diferentes materiais concretos e atividades recreativas, caracterizado por Lacaz e Oliveira (2005) anteriormente.

E a segunda competência é o desenvolvimento profissional do docente e a ampliação do seu horizonte cultural, que adote uma atitude de disponibilidade para a atualização, flexibilidade para mudanças, gosto pela leitura e empenho na escrita profissional. E se muito bem observarmos, ambas as competências se somam aos conceitos utilizados e defendidos nas literaturas de Malba Tahan.

Além do mais, esta segunda competência se conecta diretamente ao aspecto também destacado por Lacaz e Oliveira (2005) quando o multiculturalismo é colocado como um legado dentro destes cursos.

Assim como o autor, entendemos que os professores da época – e os de hoje em dia, criam dificuldades para o ensino de matemática, propondo problemas incabíveis para o raciocínio, aprendizado e até mesmo interesse dos alunos. E Lorenzato (2013, p.06) comenta que “Malba Tahan, recomendava, na década de 60, que o professor refletisse sobre para quem, o quê, para quê e como iria ensinar Matemática.”

Abaixo trazemos dois exemplos desses problemas incabíveis que Lorenzato transcreve de Malba Tahan:

> Um descaramento (Instituto de Educação RJ – 1951): De 0,080 metros cúbicos de gelo retiram-se 0,76 decalitros. Quantos hectolitros sobraram? (...) Uma maravilha de pataguice cabalística: uma pessoa caminhou 5 miriâmetros, 8 decâmetros, 3 metros e 17 milímetros em 3 dias. Que distância em metros ela percorreu por dia? (LORENZATO, 2013, p.04).

Em parte do seu livro Didática da matemática, Malba Tahan escreveu: “Ao caro colega que ensina tal matemática, responda com franqueza e lealdade: Algum dia em sua vida você já teve necessidade de aplicação desses conhecimentos? Caso não, por que os ensina?”, Tahan (1961).

Consequentemente, chegamos à conclusão, que as contribuições de Malba Tahan para o ensino de matemática e as propostas para a solução de suas críticas sobre os métodos usuais de ensino matemático quando nos deparamos com sua literatura são verdadeiramente valiosas em nossa realidade.

Então, neste próximo capítulo abordaremos 4 problemas que foram contados no livro O Homem que Calculava, de Malba Tahan. E temos por objetivo caracterizar pedagógica e matematicamente estes problemas, a fim de identificar as concepções algébricas e a contribuição para o ensino de matemática através desse formato metodológico.

3 OS QUATRO PROBLEMAS DO HOMEM QUE CALCULAVA

3.1 CARACTERIZAÇÃO E ANÁLISE PARA O ENSINO

Lacaz e Oliveira (2005, p. 429) nos mostra que podemos identificar, na tabela abaixo, as características curriculares e educativas dos 4 problemas abordados, como: ano escolar e conteúdo curricular.

Tabela 3.1 – Características curriculares.

Capítulo do livro	**Texto**	**Ano escolar**	**Conteúdo**
III	A aventura dos 35 camelos	Ensino Fundamental (6º ao 9 ano)	Conjuntos numéricos; Múltiplos; Divisor de um número; Frações; Representação decimal; Mínimo múltiplo comum.
V	A dívida de um joalheiro	Ensino Fundamental (8º E 9º ano)	Operações fundamentais; Frações e representações decimais; Conjuntos numéricos; Proporções e relações numéricas; Regra de três; Divisão e multiplicidade; Sistemas de medidas.
VIII	O problema dos 21 vasos	Ensino Fundamental (6º e 7º ano)	Operações com números racionais; Representação decimal; Utilização de representações geométricas planas; Grandezas e medidas; Conjuntos numéricos e sistema de medidas.
XVI	A lenda do jogo de xadrez	Ensino Médio	Progressões Geométricas.

Fonte: Elaborado pela autora.

Um dos construtos deste trabalho é evidenciar que é necessário que se tenha grande aporte e conhecimento teórico em matemática pura e aplicada por parte dos docentes, em conjunto com as diferentes disciplinas do ensino, como didática e metodologia. Mas, antes de tudo, destacar que o conhecimento matemático é o ponto de partida para o ensino dos problemas e conteúdos em sala de aula. E ao observarmos a tabela acima como um exemplo, podemos entender que para aplicar diferentes metodologias de ensino, antes, o docente necessita desenvolver a resolução puramente técnica matemática destes problemas e identificar se os conteúdos explicitados na quarta coluna são de fato trazidos ao longo da resolução (vale ressaltar que as resoluções técnicas destes 4 problemas serão trazidas no tópico seguinte).

Dando continuidade para este caso, o domínio dos conteúdos curriculares descritos na tabela são essenciais para que o docente saiba identificar, realmente, se ao longo do desdobramento da resolução de cada problema e atividade será trabalhado o currículo exigido. Ou seja, domínio, objetividade, propósito e motivação são uma linha simples para se alcançar a assertividade do ensino – *simples, mas não óbvia ou fácil*.

Isto porque, sabemos que o óbvio precisa ser constatado, e ao longo de toda a formação acadêmica, os futuros e já docentes em matemática são expostos a realidade que já citamos anteriormente, que a matemática é a disciplina que mais causa temor e reprovação na grande maioria dos alunos. Em reforço disso, (GONZATTO, 2012) já nos dizia que 89% dos estudantes chegam ao final do Ensino Médio sem aprender o esperado em matemática. O que reforça ainda mais o olhar e desdobramentos em estudos científicos para que possamos identificar, entender e propor intervenções para que esses dados e a realidade continuem a mudar.

Na mesma linha de raciocínio, podemos encontrar a importância deste trabalho, em conjunto com muitos outros que já foram e estão sendo feitos neste campo da matemática. E uma delas é poder testemunhar e comprovar que o ensino aprendizagem é uma via de mão dupla, ou seja, a percepção de mundo e fala dos alunos em sala de aula são extremamente pertinentes para seu desenvolvimento. E é com tudo isso que se surgem novas metodologias e intervenções de ensino, seja através do diálogo com os alunos e a independência deles dentro das metodologias recreativas, ou seja o docente podendo identificar com mais detalhes os impasses e erros das disciplinas aprendidas.

Em suma, reforçamos que a apropriação da literatura de Malba Tahan em O Homem que Calculava, nos orienta e possibilita o trabalho para desdobrar e criar estas novas metodologias para o ensino de matemática – sendo de uma maneira assertiva e também recreativa.

3.2 POSSÍVEIS SOLUÇÕES PARA OS 4 PROBLEMAS

De acordo com Segantini (2015, p.32), a resolução de problemas pode ser conceituada como uma prática ou uma ação em nos propomos a dar solução às mais variadas situações, “poderemos conceber a Resolução de Problemas como uma metodologia possível para o processo ensino aprendizagem da Matemática”. Disto isto, podemos afirmar que a resolução de problemas é possível enquanto metodologia. Por outro lado, para que um ensino coerente em matemática ocorra através desta metodologia, o docente precisa ter também muito aporte e conhecimento teórico daquilo que ensina, para só depois fazer a escolha da metodologia mais aplicável para o conteúdo a ser ensinado – neste caso, resolução de problemas. Ou seja, o conteúdo a ser ensinado precisa ter embasamento teórico, objetivo de ensino e sensibilidade para introdução e desenvolvimento do aluno na disciplina. E não distante, Santos e Soares (2015, p.5) complementa, "a escolha do texto (de teor matemático) a ser trabalhado em sala de aula deve ser envolvente, pois o aluno precisa sentir-se a vontade e apresentar gosto pela leitura”.

Para tudo isto, este tópico traz de uma maneira mais técnica, e não tanto metodológica, uma possível resolução para cada um dos problemas propostos.

3.2.1 A aventura dos 35 camelos

No conto descrito no livro, o problema propõe repartir uma herança de 35 camelos entre 3 irmãos. O irmão mais velho deve receber metade da herança, o segundo deve receber um terço e o terceiro um nono. Quantos camelos cada irmão herdou?

Uma possível solução é calcular as partes correspondentes das frações da herança sobre os 35 camelos:

$$\text{Primeiro irmão:} \qquad \frac{1}{2} \cdot 35 = 17,5 \tag{3.1}$$

$$\text{Segundo irmão:} \qquad \frac{1}{3} \cdot 35 = 11,\overline{66}\,[1] \tag{3.2}$$

$$\text{Terceiro irmão:} \qquad \frac{1}{9} \cdot 35 = 3,\overline{88} \tag{3.3}$$

Se observarmos, encontramos um problema para essa solução, pois cada irmão não receberá uma quantia exata de camelos. O primeiro irmão ficaria com 17 camelos e mais meio, o segundo com onze camelos e mais uma dízima de $0,\overline{66}$ de camelo e o terceiro com três camelos e uma dízima de $0,\overline{88}$ de camelo. E sabemos que não é possível fracionar a herança pois, a exemplo do primeiro irmão, precisaríamos cortar o camelo ao meio (*absurdo!*).

Podemos observar também que a soma das frações da herança não corresponde ao todo, pois reescrevendo a soma das partes percebemos que não resulta em 35, como descrito abaixo:

$$17,5 + 11,\overline{66} + 3,\overline{88} = 33,0\overline{55} \tag{3.4}$$

Para entender melhor algebricamente, precisamos calcular o mínimo múltiplo comum (MMC) dos números 2, 3 e 9. No qual, para este caso, resulta-se em 18.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9+6+2}{18} = \frac{17}{18} \tag{3.5}$$

[1] Representação matemática para a casa decimal que se repete na dízima periódica. Neste caso, $11,\overline{66}$ seria equivalente a $11,6666...$

A fração $\frac{17}{18}$ nos mostra que apenas 17 de 18 partes da herança será divida entre os irmãos, restando uma única parte ($\frac{1}{18}$) que não será herdada.

E, ao fazermos a seguinte subtração encontramos essa explicação:

$$1 - \frac{17}{18} = \frac{18 - 17}{18} = \frac{1}{18} \tag{3.6}$$

Já no livro, o autor (em sua personagem) propõe uma outra solução: adicionar um camelo à herança, isto para que o total seja um múltiplo de 18 (*MMC=18*) e favoreça a divisão sem restos.

Algebricamente, para a resolução proposta, ao adicionar 1 camelo ao calculo total da herança, o todo repartido são 36 camelos (ao invés de 35) e a operação segue assim:

$$\text{Primeiro irmão:} \qquad \frac{1}{2} \cdot 36 = 18 \tag{3.7}$$

$$\text{Segundo irmão:} \qquad \frac{1}{3} \cdot 36 = 12 \tag{3.8}$$

$$\text{Terceiro irmão:} \qquad \frac{1}{9} \cdot 36 = 4 \tag{3.9}$$

Agora, a soma das frações da herança correspondem a 18 + 12 + 4 = 34 camelos, que continua não sendo o total de 36 camelos. Mas resolvemos os valores decimais que seriam incoerentes de se repartir entre os irmãos, e se bem observarmos, teremos o resto de 2 camelos do todo da herança.

Neste momento, ao estudarmos os restos de ambas as divisões, podemos entender onde está o lucro de Beremiz. Para a primeira solução, teríamos $\frac{1.35}{18} = 1,9\overline{44}$ camelos. E para a solução de Beremiz obtemos $\frac{1.36}{18} = 2$ camelos.

“No caso do total de 35, como ocorreu no episódio com Beremiz, o desfecho é mais interessante, pois o calculista obtém um pequeno *lucro* com sua habilidade”, (TAHAN, 2021, p. 262). E ao final, Beremiz adquire os 2 camelos, um camelo favorável do resto da divisão e outro do qual inseriu no início para o cálculo.

Disto podemos identificar que o desdobrar da história não se dá pelo cálculo por si só, e sim pelo desfecho inédito, o que faz a concepção e resolução do problema não se tornar apenas algébrico e sim, curioso para o entendimento do leitor.

No capítulo seguinte abordaremos com mais detalhes o quão importante é esta reviravolta para o engajamento e aprendizado dos alunos sobre o lucro de Beremiz.

Figura 3.1 – História em quadrinhos dos 35 camelos.

Fonte: https://www.storyboardthat.com/sv/storyboards/5f0b2381/o-homem-que-calculava[2]

3.2.2 A dívida de um joalheiro

Neste outro conto, um joalheiro promete pagar, por sua hospedaria, 20 dinares se vendesse suas joias por 100 dinares. E pagar 35 dinares se vendesse suas joias por 200. Após alguns dias o joalheiro vende todas suas joias por 140 dinares. Quanto ele deve pagar por sua hospedaria?

No apêndice do livro, o tradutor interpreta que não há proporcionalidade entre os elementos do problema e indica que temos um caso de interpolação.

Agora, abaixo podemos entender algebricamente quais foram os diferentes cálculos que concluíram diferentes respostas para que o pagamento do joalheiro fosse feito.

a) O joalheiro entendeu que a proporcionalidade se daria entre a maior venda (hospedagem de 35 dinares pela venda de 200 dinares de joias) o que resultaria em um pagamento menor, fazendo-o pagar 24,50 dinares pela hospedagem. Podemos entender como ele operou através da seguinte regra de 3:

[2] <https://www.storyboardthat.com/sv/storyboards/5f0b2381/o-homem-que-calculava>. Acesso em: 13 set. 2022.

$$\begin{cases} 200 \rightarrow 35 \\ 140 \rightarrow x \\ 200 \cdot x = 140 \cdot 35 \\ 200 \cdot x = 4900 \\ x = 24,50 \end{cases}$$

b) Já dono do hotel escolheu a proporcionalidade da menor venda pois resultaria em um pagamento de maior valor, de 28 dinares do joalheiro (hospedagem de 20 dinares pela venda de 100 dinares de joias). Abaixo entendemos a operação através da seguinte regra de 3:

$$\begin{cases} 100 \rightarrow 20 \\ 140 \rightarrow x \\ 100 \cdot x = 140 \cdot 20 \\ 100 \cdot x = 2800 \\ x = 28 \end{cases}$$

No livro, Malba Tahan sugere a seguinte solução:

> "[...] se o acréscimo de 100 na venda traria um aumento de 15 na hospedagem, um acréscimo de 40 (que é dois quintos da diferença 100) deve trazer um aumento de 6 (que é dois quintos de 15) a favor do hospedeiro. O pagamento correspondente a 140. e portanto, 26". (UENP-CCP, 2018)

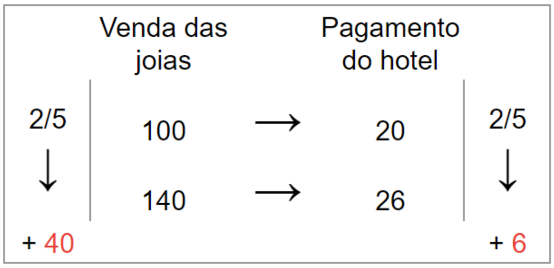
Algebricamente teríamos essa possível representação do cálculo da solução proposta:

$$\begin{cases} \frac{2 \cdot 100}{5} = 40 \text{ (Acréscimo de 40 na venda)} \\ \frac{2 \cdot 15}{5} = 6 \text{ (Acréscimo de 6 no pagamento do hotel)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100 + 40 = 40 \text{ (Total da venda)} \\ 20 + 6 = 26 \text{ (Total do pagamento do hotel)} \end{cases}$$

No diagrama abaixo podemos entender com mais detalhes a solução algébrica do autor:

Figura 3.2 – Diagrama 1: problema do joalheiro.



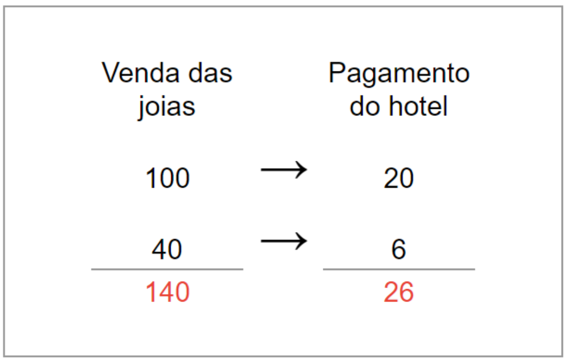
Fonte: Elaborado pela autora.

Também o diagrama pode ser exprimido pela simples regra de 3, a seguir:

$$\begin{cases} 100 \rightarrow 15 \\ 140 \rightarrow x \\ 100 \cdot x = 140 \cdot 15 \\ 100 \cdot x = 600 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ou seja, a variável x representa o valor que deve ser acrescido para o pagamento do hotel, totalizando 26 dinares.

Figura 3.3 – Diagrama 2: problema do joalheiro.



Fonte: Elaborado pela autora.

3.2.3 O problema dos 21 vasos

Neste outro conto, três amigos ganharam uma partida de vinho distribuída em 21 vasos iguais. Sendo 7 vasos cheios, 7 vasos pela metade e 7 vasos vazios. Estes 3 amigos querem dividir os 21 vasos de modo que cada um receba a mesma quantidade de vasos e a mesma porção de vinho, mas com a exigência que estes vasos não podem ser abertos para repartir o vinho contido neles.

Na versão referenciada do livro (TAHAN, 2021), o tradutor traz que o problema pode ser resolvido aritmeticamente.

> Verificamos um problema com as mesmas características da divisão dos vasos, escrito por Alcuíno de Yorque (735-804) em Propositiones ad acuendos iuvenes (Problemas para exercitar os jovens). Nesse problema, os 21 vasos de vinho são substituídos por 30 vasilhas de óleo. (SEGANTINI, 2015, p. 60-61)

Para as possíveis soluções deste problema, devemos primeiramente no atentar com a exigência de que cada um dos três amigos deve receber a mesma quantidade de vasos e a mesma quantia (volume) de vinho. Para isto, sabemos que o calculo de vasos é direto, 21 vasos divididos em 3 pessoas ($21 \div 3$), ou seja, 7 vasos para cada.

Agora, para o cálculo da partilha de vinhos, temos 7 vasos cheios, 7 pela metade e 7 vazios. Vamos assumir que cada vaso cheio possui 1 litro de vinho e cada vaso pela metade possui meio 0,5 litro. Daí temos, como volume de vinho nos 21 vasos:

$$7 \times 1 + 7 \times 0,5 + 7 \times 0 = 10,5 \text{ litros} \tag{3.10}$$

Voltando à exigência, vamos calcular com quantos vasos cheios, meio cheios e vazios cada um receberá sabendo que são 3,5 litros de vinho e 7 vasos para cada um.

Para a solução algébrica, (MELO, 2022) diz que precisamos elaborar um sistema de equações.

Sejam x a **quantidade de vinho** (em litros) de cada um dos vasos cheios, y a quantidade de vinho de cada um dos meio cheios e z a quantidade de vinho de cada um dos vazios.

Designemos por a, b e c as quantidades de vasos cheios, meio cheios e vazios, respectivamente, devidas a um dos amigos, que chamaremos A1. Analogamente, d, e, f são as quantidades devidas ao amigo A2, e g, h e i as quantidades devidas ao amigo A3.

Disto, teremos o seguinte sistema 1 (S1):

$$S1 : \begin{cases} ax + by + cz = 3,5 \text{ (I)} \\ dx + ey + fz = 3,5 \text{ (II)} \\ gx + hy + iz = 3,5 \text{ (III)} \end{cases}$$

a

Mas já sabemos que $x = 1$, $y = 0,5$ e $z = 0$. Assim o sistema S1 toma a forma

$$S1 : \begin{cases} a + 0,5\,b = 3,5 \text{ (I)} \\ d + 0,5\,e = 3,5 \text{ (II)} \\ g + 0,5\,h = 3,5 \text{ (III)} \end{cases}$$

Vale observar que possuímos um outro sistema 2 (S2), deduzido do total de vasos de cada um dos amigos:

$$S2 : \begin{cases} a + b + c = 7 \text{ (total de vasos de A1)} \\ d + e + f = 7 \text{ (total de vasos de A2)} \\ g + h + i = 7 \text{ (total de vasos de A3)} \end{cases}$$

Multiplicamos por 2 os coeficientes do sistema S1 e obtemos

$$S1 : \begin{cases} 2a + b = 7 \text{ (I)} \\ 2d + e = 7 \text{ (II)} \\ 2g + h = 7 \text{ (III)} \end{cases}$$

Os sistemas S1 e S2 tem como incógnitas inteiros não negativos. De $a + b + c = 7$ e $2a + b = 7$, podemos deduzir imediatamente que:

$a = c$,

$b = 7 - 2a$ é um inteiro ímpar

Analogamente deduziremos que $d = f$, e é ímpar, e também $g = i$, e h é ímpar.

Tendo em vista que as incógnitas são números naturais (ou inteiros não negativos) podemos agora rapidamente deduzir as possíveis soluções de S1 e S2.

Vamos dispor as possíveis soluções em quadros da seguinte forma

	vasos cheios	meio cheios	vazios
Amigo A1	a	b	c
Amigo A2	d	e	f
Amigo A3	g	h	i

(3.11)

Atentos aos dados dispostos no quadro (3.11), não podemos deixar de notar que também temos um sistema S3 adicional de equações

$$S3 : \begin{cases} a + d + g = 7 \text{ (total de vasos cheios)} \\ b + e + h = 7 \text{ (total de meio cheios)} \\ c + f + i = 7 \text{ (total de vasos vazios)} \end{cases}$$

Para completar os valores no quadro (3.11), precisamos então nos atentar para os seguintes fatos: (i) a soma dos valores em cada coluna (bem como também em cada linha) é igual a 7 (sistemas S2 e S3); (ii) os valores da coluna central (meio cheios) são ímpares; (iii) a terceira coluna é uma repetição da primeira ($a = c$, $d = f$, $g = i$). Isto observado, temos imediatamente as seguintes soluções na forma de quadros.

	vasos cheios	meio cheios	vazios
Amigo A1	3	1	3
Amigo A2	3	1	3
Amigo A3	1	5	1

(Solução 1)

	vasos cheios	meio cheios	vazios
Amigo A1	3	1	3
Amigo A2	2	3	2
Amigo A3	2	3	2

(Solução 2)

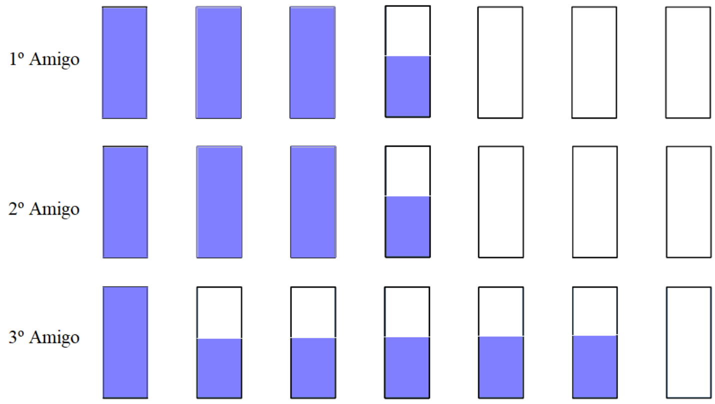
Para a coluna do meio se tivermos $b = 3$, teremos como valores do quadro (3.11) uma permutação dos valores das linhas do quadro (Solução 2). Se tivermos $b = 5$, teremos como valores do quadro (3.11) uma permutação das linhas do quadro (Solução 1).

Para a coluna do meio não podemos admitir $b = 7$, pois então teríamos $a = c = 0$, e também $e = h = 0$ e não teríamos mais como obter soma igual a 7 nas linhas de A2 e A3 no quadro (3.11).

Em suma, todas as possíveis soluções do problema estão dados nos quadros (Solução 1) e (Solução 2), a menos de permutações das linhas de valores dados.

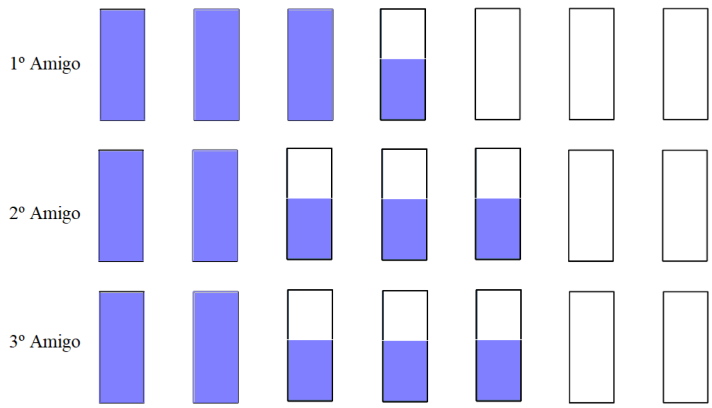
Nas figuras 3.4 e 3.5 ilustramos em imagens as soluções dadas pelos quadros de soluções.

Figura 3.4 – Diagrama 1: partilha dos 21 vasos conforme o quadro (Solução 1).



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 3.5 – Diagrama 2: partilha dos 21 vasos conforme o quadro (Solução 2).



Elaborado pela autora.

Como já observado, outras soluções são obtidas por permutações das linhas dos diagramas 3.4 e 3.5, sendo estas todas as possíveis soluções de partilhas requisitadas pelo problema.

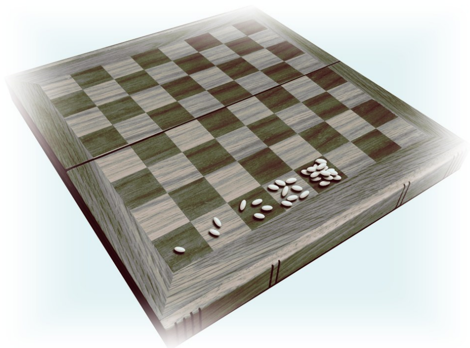
No capítulo seguinte, poderemos entender mais a fundo o quanto a leitura incentivada e explorada em outras disciplinas acadêmicas, além da língua portuguesa, pode favorecer para o desenvolvimento do alunos, e até mesmo, para um excelente desempenho em matemática através da interpretação de texto.

3.2.4 A lenda do jogo de xadrez

"É esse, sem dúvida, um dos problemas mais famosos nos largos domínios da Matemática Recreativa" Tahan (2021, p. 271). Um homem pede ao seu soberano um pagamento com grãos de trigo de modo que o total de grãos esteja relacionado com o tabuleiro de xadrez. Ou seja, um grão pela primeira casa do tabuleiro, dois pela segunda, quatro pela terceira, oito pela quarta, e, assim dobrando sucessivamente, até a sexagésima e última casa do tabuleiro. Quantos grãos o soberano irá pagar ao todo?

No livro o autor propõe a soma dos primeiros 64 termos da progressão geométrica de razão 2, e primeiro termo igual a 1.

Figura 3.6 – Grãos de trigo no tabuleiro de xadrez.



Fonte: Site da revista Questão de Ciência [3]

Intuitivamente, podemos tentar fazer este cálculo com a seguinte soma:

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \cdots \tag{3.12}$$

[3] <https://revistaquestaodeciencia.com.br/artigo/2020/03/29/xadrez-graos-de-trigo-e-progressao-geometrica>. Acesso em: 31 ago. 2022.

Tabela 3.2 – Potências de 2, para expoentes de 1 a 64.

1	2	17	131.072	33	8.589.934.592	49	562.949.953.421.312
2	4	18	262.144	34	17.179.869.184	50	1.125.899.906.842.624
3	8	19	524.288	35	34.359.738.368	51	2.251.799.813.685.248
4	16	20	1.048.576	36	68.719.476.736	52	4.503.599.627.370.496
5	32	21	2.097.152	37	137.438.953.472	53	9.007.199.254.740.992
6	64	22	4.194.304	38	274.877.906.944	54	18.014.398.509.481.984
7	128	23	8.388.608	39	549.755.813.888	55	36.028.797.018.963.968
8	256	24	16.777.216	40	1.099.511.627.776	56	72.057.594.037.927.936
9	512	25	33.554.432	41	2.199.023.255.552	57	144.115.188.075.855.872
10	1.024	26	67.108.864	42	4.398.046.511.104	58	288.230.376.151.711.744
11	2.048	27	134.217.728	43	8.796.093.022.208	59	576.460.752.303.423.488
12	4.096	28	268.435.456	44	17.592.186.044.416	60	1.152.921.504.606.846.976
13	8.192	29	536.870.912	45	35.184.372.088.832	61	2.305.843.009.213.693.952
14	16.384	30	1.073.741.824	46	70.368.744.177.664	62	4.611.686.018.427.387.904
15	32.768	31	2.147.483.648	47	140.737.488.355.328	63	9.223.372.036.854.775.808
16	65.536	32	4.294.967.296	48	281.474.976.710.656	64	18.446.744.073.709.551.616

Mas depois de algumas operações iremos perceber que o cálculo começa a ficar denso demais, com muitas casas para se operar. Se observarmos a Tabela 3.2, podemos ver que a partir da 30ª potência de 2 já teremos 10 casas numéricas, e nem teríamos chegado à metade dos termos desta soma.

Por outro lado, sabemos que a soma é muito simples e temos uma fórmula já demonstrada pela Matemática Elementar:

$$S = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{64} = 2^{65} - 1 \tag{3.13}$$

$$S =^{4} 36.893.488.147.419.103.231 \tag{3.14}$$

O curioso deste caso não perdura apenas em calcular a soma da progressão geométrica, e sim em entender a magnitude deste valor. No capítulo seguinte abordaremos com mais detalhes a riqueza deste problema quando trabalhado como introdução a progressões geométricas em sala de aula.

[3] O Sheets Google perde precisão a partir das casas decimais finais devido ao sistema de ponto flutuante. Por exemplo, no Sheets Google, obtemos 2^{64} = 18.446.744.073.709.600.000.

[4] Os pontos (.) separadores foram utilizados apenas para facilitar a leitura numérica, e não representam a operação de multiplicação.

> O maior avião cargueiro até o presente momento é o “Antonov AN-225 Mriya”[5], de fabricação Russa e o peso máximo de carga que ele suporta é de 250 tons.[...] O número de grãos de arroz equivale a 20.143.844.528 aviões “AN-225” (mais de 20 bilhões de AN-225). (GUNZI, 2016)

[5] Em 27/02/2022 o avião Antonov AN-225 Mriya foi destruído por um ataque russo em um hangar na Ucrânia.

4 METODOLOGIAS

4.1 UM ESTUDO CASO A CASO

Como este trabalho trata-se de um estudo de natureza qualitativa bibliográfica, através de uma gama de referenciais teóricos, aqui, podemos destacar conceitos de representação e prática destas teorias, e as diferentes abordagens do seu ensino. Para isto, já dialogamos a resolução e motivação de uma das obras da matemática recreativa, "O Homem que Calculava" de Malba Tahan.

Neste momento, iremos apresentar as dificuldades encontradas em introduzir e desdobrar a resolução técnica dos problemas do capítulo anterior em sala de aula e mostrar, como proposto na introdução, que algumas metodologias não tradicionais são alternativas possíveis e mais assertivas para o ensino e aprendizagem da matemática para estes problemas.

4.1.1 Percepção cultural além da sala de aula: A aventura dos 35 camelos

Na introdução, nos propomos mostrar que os alunos podem aprender de uma forma não tradicional e mais divertida em sala de aula. E para isto, podemos utilizar alguns exemplos dessa *"diversão"* e assertividade para o ensino aprendizagem de matemática. Segantini (2015, p. 77) já nos dizia que "a forma como os alunos expressaram suas opiniões estão relacionadas a prática com que resolveram o problema", e isto podemos entender explicitamente as diferentes possibilidades de se introduzir e utilizar a metodologia de resolução e discussão de problemas em sala de aula.

Em uma atividade aplicada para a resolução do problema dos 35 camelos em uma sala de aula de Ensino Fundamental II, Segantini (2015, p.75) traz que, "os alunos expressaram suas apropriações considerando que a herança deve ser "igualitária", repartida de modo igual entre os membros da família, mas muitas vezes, em nossa própria cultura isso não acontece"

O que destaca e é relevante para a aplicação deste problemas não apenas com o uso mais técnico em aprender MMC, Frações, números racionais, também é poder desenvolver a percepção multidisciplinar dos alunos.

> O que nos chamou a atenção no decorrer da realização das Oficinas de Resolução de Problemas, ou seja, as nossas apropriações, foi o fato de constatarmos que os problemas selecionados permitiram aos alunos uma superação de alguns (pré)conceitos existentes na sala de aula, ou melhor, os problemas não foram resolvidos apenas por aqueles alunos que se sobressaem em matemática. Naquele momento, houve equidade entre os grupos na busca de ações, para traçar caminhos, utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver os problemas e relacioná-los com situações cotidianas. (SEGANTINI, 2015, p.120-121)

Para este caso então, propomos um sugestivo roteiro para adaptação e aplicabilidade desta atividade:

– Planejamento pedagógico e avaliações diagnósticas no início do curso para que o docente possa identificar o que seus alunos sabem e não sabem a cerca das disciplinas prévias para a resolução destas atividades;

– Adaptação do contexto sociocultural do enunciado da atividade, como por exemplo, trocar o exemplo dos camelos para cavalos, pois é um animal socialmente mais rotineiro do âmbito do Brasil. Entre outras possíveis adaptações que o docente atender pertinente;

– Propor a exploração desta atividade como uma dramatização em formato de grupos de discussão ou grupos teatrais;

  A) Para grupos discussão é importante que os alunos explorem os diferentes formatos e sugestões da resolução mais técnica da atividade;

  B) Para os grupos teatrais é importante que o professor enfoque no contexto social e as diferentes percepções que os alunos podem ter ao propor a divisão da herança.

Essas duas metodologias propostas enfatizam o objetivo que Malba Tahan teve ao construir sua literatura, tornando-a mais recreativa e acessível a todos os leitores.

Mais além, este problema em conjunto as as sugestões propostas podem favorecer o ensino aprendizagem de níveis escolares como a Educação de Jovens e Adultos (EJA), tornando o ambiente sala de aula mais acolhedor e próximo da realidade destes alunos, que por muitas vezes é pouco assistida para a criação de diferentes abordagens.

Diante da diversidade da EJA, é importante analisar os perfis dos estudantes e suas diferenças sociais, que contribuem para a heterogeneidade das turmas. Ademais, a seleção dos conteúdos e das metodologias de ensino utilizadas pelos professores devem ser planejadas a fim de permitir a interação entre alunos de diferentes perfis. Alves et al. (2022, p.2)

4.1.2 Diferentes percepções para um mesmo problema: A dívida de um joalheiro

Para todas as metodologias propostas abaixo deixamos ressaltado que é importante que os alunos explorem e possam ser estimulados para a leitura de diferentes gêneros textuais. Isto porque Jacomino et al. (2015, p.12) comenta que muitos alunos se queixam que não sabem matemática, porém diversas vezes a dificuldade está na leitura e interpretação de texto dos problemas propostos pelos docentes em sala de aula e afirma que o estímulo à leitura é tão importante que deve ser feito em outras disciplinas, e não apenas dentro da língua portuguesa. O próximo problema, dos 21 vasos, irá explorar com um pouco mais de detalhes esse ponto de interdisciplinaridade.

Além disso, ao desenvolver esse problema em sala de aula é possível que ocorra muitas divergências entre as resoluções do alunos, isto porque eles podem se preocupar em resolver a questão com uma mera regra de 3 simples (assim como as personagens do desenho). E após algumas discussões e debates em grupo, ocorrerá a percepção de que não há proporcionalidade entre os valores e que pode haver dois pontos pagamento diferentes.

Então, para este problema propomos um sugestivo roteiro de orientação para o docente e aplicabilidade desta atividade:

– 1. Trabalhar a metodologia de leitura silenciosa individual para o estímulo à leitura em sim, e para que o docente possa identificar e intervir individualmente sobre cada aluno – com o objetivo de entender as diferentes dificuldades do aprendizado;

– 2. Trabalhar metodologia de provocação em discussões, ou seja, que o professor possa intervir ao longo das discussões (individuais ou grupais) para que alunos possam confrontar suas percepções acerca dos diferentes cálculos.

Vale ressaltar que a metodologia de leitura silenciosa muitas vezes se torna usual em sala de aula com o objetivo de se controlar o comportamento eufórico dos alunos e para que o professor não perca o "controle"da turma. Mas por outro lado, esta metodologia modelada com o objetivo de ensino, pode direcionar o professor a identificar e intervir sobre cada aluno acerca de suas dificuldades individuais em resolver os problemas propostos.

4.1.3 Interdisciplinaridade: O problema dos 21 vasos

No problema dos 21 vasos, muitas abordagens metodológicas como tentativa e erro, leitura individual, discussão em grupo e até mesmo dramatização teatral são possíveis para a introdução do ensino das disciplinas que envolvem a resolução deste problema. Mas para este caso, se faz muito mais pertinente discutir e defender o motivo e as vantagens na escolha de cada uma destas metodologias, antes de apenas sugeri-las como uma percepção habitual.

Isto porque, se adotarmos como exemplo esta atividade aplicada com um grupo de alunos para a pesquisa de (SEGANTINI, 2015), podemos observar que os esboços dos desenhos feitos pelos alunos durante a resolução deste problema **transcendeu** o âmbito matemático e esbarrou em questões culturais e individuais (criatividade) dos alunos. O que nos reforça, neste ponto, ainda mais nesta literatura de Malba Tahan, os recursos de ensino sendo a interdisciplinaridade e multiculturalismo também se destacaram como seu legado nos cursos de formação de professores (como já abordado no capítulo 2).

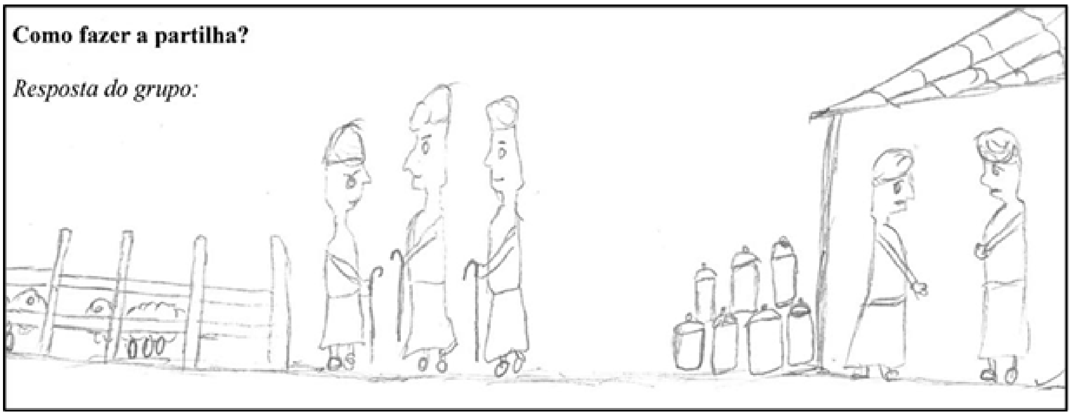
Vale destacar que esse problema traz uma resolução algébrica bem extensa e que a depender da metodologia utilizada, os docentes podem causar desmotivação nos alunos e o desprendimento do objetivo da aula. Então, para este caso propomos algumas metodologias que, sugestivamente, precisam ser acompanhadas e complementadas de maneira sequencial (não sendo concluída em apenas uma aula).

– 1. Dramatização em sala com representação teatral ou leitura com separação em grupos dos alunos para a integração e aproximação das diferentes percepções de interpretação da leitura.

– 2. Metodologia baseada em tentativa e erro, ou seja, baseado na experiência e na elaboração de testes. Isso pode proporcionar os alunos a não resolverem suas contas para obter o resultado final, e sim, estimula a trabalhar com teste práticos – como comumente é feito dentro do campo acadêmico-científico.

> As tentativas efetuadas pelos alunos os ajudaram chegar à solução desejada, haja vista, serem persistentes e não desanimaram em busca do objetivo a alcançar. Os componentes releram o enunciado e descreveram a partilha dos vasos para cada sócio [..] Nele, podemos perceber traços da cultura árabe, tais como as roupas e turbantes, os muçulmanos criadores de carneiros, muito provavelmente, Beremiz e seu amigo, além de alguns vasos de vinho. Seria, então, a emersão de sua imaginação guiada pelo enredo da história que acabara de ouvir. Segantini (2015, p.97)

Figura 4.1 – Desenhos feitos por alunos para o conto dos 21 vasos.



Fonte: (SEGANTINI, 2015, p.95): Figura 45 da referência[1]

Ainda sobre este problema, em estudos feitos por docente em sala de aula, como ainda em (JACOMINO et al., 2015), diversos alunos não notaram que este problema possuía uma segunda solução, assim como propomos na segunda alternativa no capítulo anterior, e neste ponto, após o trabalho desenvolvido com os alunos em sala de aula, sobre este problema, foi possível constatar a importância do hábito da leitura como pré-requisito na interpretação de textos e como consequência, isto favorece a resolução de problemas em matemáticos.

Diante desta problemática podemos conectar a multidisciplinaridade enquanto elemento favorável e surgimento de uma nova metodologia de ensino. E ao observarmos programas multidisciplinares e reformas curriculares do ensino atual para o desenvolvimento de projetos que correlacionem diferentes disciplinas de conhecimento, como neste caso, a língua portuguesa dentro da matemática. "A interdisciplinaridade se torna uma demanda curricular relevante para as instituições formadoras de professores, no que tange à gestão dos programas das licenciaturas,

[1] <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/186648>. Acesso em: 17 set. 2022.

seu planejamento, seus processos de avaliação e sua regulação". (CALADO; PETRUCCI-ROSA, 2019, p.526)

4.1.4 Dificuldade em motivar: Os grãos no tabuleiro de xadrez

Como muitos alunos não se recordavam da disposição de um tabuleiro do jogo de xadrez, a professora regente esboçou seu desenho no quadro. (SEGANTINI, 2015, p.113) nos traz que de acordo com o enunciado, os alunos não demorariam a perceber que a escrita dos numerais não caberia nos espaços projetados, em função da quantidade de algarismos representantes da quantidade de grãos. Procuraram investigar o porquê dos outros grupos não terem cumprido o trato. Justificaram dizendo que as contas estavam ficando grande demais e, então, desistiram de chegar ao fim. Além do propósito em verificar se o problema havia sido entendido, nosso interesse estava no processo de resolução e não, apenas, em uma resposta final.

Somos cientes de que esse problema não despertou o interesse do aluno e seu espírito investigativo; nem aguçou sua imaginação, (SEGANTINI, 2015, p. 117).

Neste último problema, propomos algumas metodologias voltadas para a área de conhecimento lógico-empírico e até tecnologias de informática:

- 1. Metodologia através de software de cálculos para aulas em laboratório de informática. O docente poderá utilizar alguns softwares como GeoGebra para evidenciar as progressões geométricas em gráficos. Ou até mesmo planilhas como Google Sheets ou Excel para ilustrar as sequências e os termos dos cálculos das somas destas progressões.

- 2. Metodologia de comportamento lógico-empírico, ou seja, baseado na experiência e na observação do comportamento dos cálculos. Isso pode proporcionar os alunos a não resolverem suas contas para obter um valor absoluto à solução, e sim, estimula a trabalhar com a generalização de termos. Por exemplo, encontrar algo próximo à formula da soma de uma PG[2].

- 3. História da matemática. A contação de história e a interdisciplinaridade para o ensino de matemática é uma plausível proposta para introduzir o conhecimento dos alunos sobre a origem dessa área do conhecimento. Vale ressaltar que esta metodologia ajuda os docentes a responder os alunos sobre *"como e por quê"* aprender determinados conceitos. Muitas vezes, entender a gênesis de determinados conhecimentos pode instigar os alunos a quererem aprender.

> O que parece ser o início do jogo de Xadrez já traz consigo explicitamente um vínculo matemático enorme: a progressão geométrica. A apresentação desta temática em sala de aula, vinculada à história do jogo, poderia despertar, pelo choque de um valor tão imensurável através de uma expressão

[2] PG: progressão geométrica

> aparentemente simples, o interesse e a atenção dos alunos. (BRAGA; PIROLA, 2020/2021, p.6)

– 4. Manipulação de material com grãos[3] e tabuleiros. No capítulo 2 reforçamos o discurso de Malba Tahan para a manipulação de materiais concretos em sala de aula para aprendizagem que favorece o desenvolvimento visual e tátil. Para este caso, é sugerido que o professor construa com os alunos tabuleiros simples de xadrez em folha A4 e deixe disponível um montante considerável de grãos para que os alunos possam manejar a soma dos grãos.

Ambas as metodologias podem propiciar, e supõem, um despertar e interesse maior nos alunos. Isto porque, para um momento, a mudança de ambiente sala de aula para laboratórios podem animar e recrear os alunos à participação da aula. E, por outro lado, o comportamento lógico-empírico pode encorajar os alunos a se dedicarem ao processo da resolução e não apenas ao objeto final (que é a resposta da soma dos grãos no tabuleiro).

[3] É recomendado que o docente utilize, para substituição dos grãos, pedrinhas, bolinhas lúdicas, ou até mesmo outros marcadores para evitar o manuseio alimentício em sala de aula e evitar o desperdício dos mesmos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que a matemática é a disciplina que mais reprova e que mais causa temor entre os alunos. Aliás, Malba Tahan, em toda sua literatura já trazia estes dados e criticava com fervor as metodologias tradicionais de ensino. E além disso, propunha e recomendava a matemática recreativa como um ensino mais assertivo, que destoa das metodologias convencionais, tudo isso porque é mais benéfico, para o ensino aprendizagem dos alunos, introduzir algumas disciplinas matemáticas, como álgebra, através dessas outros recursos não tradicionais.

Além disso, estudamos e apontamos sobre a bibliografia acerca da literatura de Malba Tahan, trazendo como exemplo alguns problemas do livro "O Homem que Calculava", a fim de responder a questão-foco: *como trabalhar essa abordagem de maneira adequada para a realidade, dentro e fora da sala de aula*. Para isto, pudemos responder à pergunta modelando essas abordagens para a realidade dos alunos, ou seja, propomos e trouxemos uma coletânea de metodologias para a introdução de algumas disciplinas respeitando os estudantes como papel ativo, o de absorver, ensinar e questionar conhecimento. E esta mesma questão pode ser respondida ao tratar os 4 problemas do livro, analisando e caracterizando as concepções que o autor tinha em sua época e que perduram até nos dias de hoje, para o ensino em educação matemática.

Também fomos capazes de entender que o ensino-aprendizagem é uma *"via de mão dupla"*, ou seja, a percepção e fala verbalizada dos alunos são extremamente pertinentes para seu desenvolvimento e é com isso que se surgem novas metodologias e intervenções de ensino. O que significa que através do diálogo com os alunos e a independência deles dentro das metodologias recreativas, o docente pode identificar com mais detalhes e trazer manobras de ensino mais assertivas sobre os impasses e “erros” das disciplinas aprendidas. Mais adiante, o que de fato constatamos é que o conhecimento técnico (mais puramente acadêmico), com o rigor matemático, é muito eficiente e pertinente para o desenvolvimento e registro científico. E pelo mesmo lado, uma das necessidades que aqueles que ensinam, os docentes, é ter domínio e proximidade com este rigor para poder ensinar matemática de forma mais adequada. Junto a isso, assentimos que a capacitação em cursos de formação continuada, programas de ensino e constantes revisões curriculares acadêmicas são maneiras de modificar e sustentar esta necessidade, assim como planejamento pedagógico prévio e avaliações diagnósticas no início do curso para cada classe de discentes.

Em síntese, este trabalho tem potencial para se desdobrar em uma dissertação de mestrado ou dar continuidade em uma pesquisa, agora, com a finalidade de trazer dados quantitativos. Como por exemplo, uma pesquisa de campo para a aplicação destes 4 problemas em sala de aula, seguido de outra pesquisa, agora, com o estudo sobre os professores que possuem diferentes percepções e intervenções ao ensinar seus docentes sobre estes mesmo problemas. Tudo isso para se questionar e identificar se há, verdadeiramente, a possibilidade de criar novas metodologias recreativas para o ensino de matemática através das metodologias propostas no capítulo anterior.

Por fim, assim como Malba Tahan trouxe uma linguagem mais compreensível sobre matemática para qualquer pessoa que o leia, este trabalho ao longo de cada capítulo também se propôs à ser acessível, mesmo que seja por natureza acadêmica um material tão apurado como comumente é.

REFERÊNCIAS

ALVES, S. B. et al. **Singularidades e conteúdos da Educação Física na Educação de Jovens e Adultos**. 2022. 1-13 p. Citado na página 31.

BRAGA, R. H. M.; PIROLA, N. **XADREZ GEOMÉTRICO: UMA METODOLOGIA PARA APRENDIZAGEM DO DESENHO GEOMÉTRICO**. Bauru: [s.n.], 2020/2021. 1-25 p. Acesso em: https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/download/551/207. Citado na página 35.

CALADO, H. C.; PETRUCCI-ROSA, M. I. Formação de professores de física e interdisciplinaridade: episódios de refração de políticas em narrativas de reforma curricular. **Ciência & Educação**, Bauru, p. 523–538, 2019. Citado na página 34.

CAVALHEIRO, M. T. O homem que calculava: vida e obra de malba tahan. **Jornal Leitura**, 1991. Citado na página 12.

EDUCAÇÃO, S. da. **Referenciais para formação de Professores**. Brasília: Imprensa Oficial, 1999. (Secretaria de Educação Fundamental). Citado na página 14.

GONZATTO, M. **Por que 89% dos estudantes chegam ao final do Ensino Médio sem aprender o esperado em matemática?** 2012. Acesso em: https://gauchazh.clicrbs.com.br/geral/noticia/2012/10/por-que-89-dos-estudantes-chegam-ao-final-do-ensino-medio-sem-aprender-o-esperado-em-matematica-3931330.html. Citado na página 17.

GUNZI, A. **Todos os grãos de arroz num tabuleiro de xadrez**. 2016. Acesso em: https://ideiasesquecidas.com/2016/06/24/todos-os-graos-de-arroz-num-tabuleiro-de-xadrez/. Citado na página 29.

JACOMINO, T. M. Z. et al. Língua e linguagem matemática: Apreciação de texto literário. **Supl. Anais da X CNLF**, Rio de Janeiro, p. 1–13, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.

LACAZ, T. M. V. S.; OLIVEIRA, J. C. de F. Pesquisa e uso de metodologias propostas por malba tahan para a melhoria do ensino. **Editora UNESP**, v. 1, p. 424–444, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 16.

LORENZATO, S. Uma especial página da educação matemática brasileira. **Ciências em Foco**, v. 2, n. 1, p. 1–7, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 15.

MELO, A. **Material complementar o homem que calculava 9º ano**. 2022. Acesso em: https://pt.slideshare.net/AdrianaGalhardi/material-complementar-o-homem-que-calculava-9-ano. Citado na página 23.

SANTOS, B. K. F. dos; SOARES, N. das N. Anais da i jornada de estudos em matemática. **I Jornada de estudos em Matemática – JEM**, v. 1, p. 1–14, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 17.

SEGANTINI, C. Problemas recreativos na obra o homem que calculava, de malba tahan, e a resolução de problemas. Espírito Santo, p. 131, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 17, 23, 30, 32, 33 e 34.

SOUZA, C. da S.; IGLESIAS, A. G.; PAZIN-FILHO, A. Estratégias inovadoras para métodos de ensino tradicionais – aspectos gerais. Ribeirão Preto, p. 284–292, 2014. Citado na página 13.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. 1. ed. [S.l.]: Saraiva, 1961. Citado na página 15.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. 106. ed. [S.l.]: Record, 2021. Citado 4 vezes nas páginas 11, 19, 23 e 27.

UENP-CCP, N. **Literatura e Matemática: O Homem que Calculava**. 2018. Acesso em: http://ccp.uenp.edu.br/noticias/2018/1805/n174-030m.htm. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 21.