

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CAMPUS SÃO CARLOS**

**Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Departamento de Física**

**Maycon Vinícius Rodrigues Rocha**

**Influência da geometria de anéis para geração de campos magnéticos  
inomogêneos em dispositivos supercondutores**

**Trabalho de Conclusão de Curso 2 (TCC2)  
Bacharelado em Física**

**Orientador: Prof. Dr. Maycon Motta**

**SÃO CARLOS  
2023**

MAYCON VINÍCIUS RODRIGUES ROCHA

Influência da geometria de anéis para geração de campos magnéticos  
inomogêneos em dispositivos supercondutores

**Trabalho de Conclusão de Curso submetido  
à Universidade Federal de São Carlos, como  
requisito necessário para obtenção do grau  
de Bacharel em Física.**

**Orientador: Prof. Dr. Maycon Motta**

---

Maycon V. R. Rocha

**Aluno**

---

Prof. Dr. Maycon Motta

**Orientador**

São Carlos, março de 2023

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus mais sinceros agradecimentos às pessoas e instituições que me apoiaram durante a realização deste projeto. Sem o apoio deles, não teria sido possível alcançar este marco tão importante na minha vida.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador, Maycon Motta, pela sua orientação, incentivo e apoio constantes ao longo deste projeto e também durante todo tempo que fiz parte do Grupo de Supercondutividade e Magnetismo. Suas valiosas orientações e sugestões foram fundamentais para a conclusão deste trabalho. Também gostaria de agradecer ao meu co-orientador nos projetos de iniciação científica, Davi Chaves, que teve importante contribuição para o meu projeto, oferecendo sugestões, conselhos e instruções valiosas que me permitiram avançar em minha pesquisa.

Gostaria de agradecer aos meus pais, Carlos e Luciana, aos meus irmãos Matheus e Myguel, e as minhas avós Lurdeci e Luzia, por seu amor, apoio e encorajamento constantes. Sem o amor e a orientação deles, eu jamais teria chegado tão longe. Agradeço também aos meus fiéis amigos Cassiel, Guilherme, Victor e Washington, que sempre me apoiaram e me encorajaram a seguir em frente, mesmo nos momentos mais difíceis. A amizade e apoio de vocês foram inestimáveis.

Por fim, gostaria de agradecer à república em que morei, Irmãos Metralha, pela hospitalidade, amizade e companheirismo durante os anos em que estive lá. Agradeço também à Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) por me proporcionar a oportunidade de estudar e crescer academicamente.

*“Nada é tão nosso quanto os nossos sonhos”*  
Friedrich Nietzsche

**RESUMO:** Materiais condutores possuem a propriedade de transportar correntes elétricas de maneira muito eficaz devido à sua baixa resistividade. Uma distribuição de corrente elétrica em um condutor induz um campo magnético ao seu redor, que pode ser descrito pela Lei de Ampère-Maxwell. Em contrapartida, um material supercondutor realiza o transporte de corrente de maneira ainda mais eficiente, pois não apresenta resistência à passagem de corrente elétrica. Em especial, um supercondutor do tipo II é aquele que admite penetração de fluxo magnético em seu interior através de quanta de fluxo magnético circundados por supercorrentes, chamados de vórtices, preservando o estado supercondutor. A organização dos vórtices na amostra depende de variados fatores como a geometria e os defeitos presentes na amostra. A relação macroscópica entre a distribuição da densidade de fluxo magnético no interior do material e sua densidade de corrente crítica pode ser descrita pelos chamados modelos de estado crítico. Uma estratégia comumente utilizada para o aumento da densidade de corrente crítica de supercondutores consiste em incluir redes de defeitos artificiais que ancoram vórtices. Entretanto, estudos recentes mostram que o mesmo resultado pode ser obtido resfriando o supercondutor sob campos magnéticos inhomogêneos.

Motivados por isso, neste trabalho investigamos campos magnéticos gerados por correntes de transporte em filmes finos, condutores e supercondutores, variando suas geometrias. A primeira parte do trabalho foi teórica, contendo simulações de filmes finos na presença de campo aplicado e corrente de transporte. Para isso, utilizou-se a chamada formulação  $\mathbf{TA}$  para tratar da geometria de filme fino para ambos os casos. Para os supercondutores considerou-se também a devida relação constitutiva  $\mathbf{E} - \mathbf{J}$  e o bem conhecido modelo de estado crítico de Bean. As simulações apresentaram alta concordância com o esperado pelos resultados analíticos e nos possibilitaram concluir que, nas proximidades da fita, campos gerados por correntes moderadas transportadas por supercondutores são mais intensos do que os gerados por condutores. Além disso, levando em conta informações acerca de filmes finos supercondutores típicos preparados e estudados no grupo de pesquisas, verificamos que fitas supercondutoras mais largas geram campos mais intensos na sua vizinhança do que fitas mais espessas. Na segunda parte, para validar parte das simulações, fitas de alumínio com diferentes larguras foram fabricadas e investigadas. Utilizando a técnica experimental de Imageamento Magneto-ótico, as distribuições da densidade de fluxo magnético dessas fitas foram comparadas com os resultados teóricos, mostrando que é possível utilizar as técnicas de simulação empregadas para descrever situações realistas.

**Palavras-chave:** filmes finos, campos magnéticos inhomogêneos, supercondutividade.

# Lista de Figuras

1	Dispositivo utilizado no trabalho de Chaves <i>et al.</i> No centro, existe um filme fino quadrado supercondutor que é circundado por um anel quadrado também supercondutor. Uma corrente elétrica flui pelo anel quadrado gerando um campo magnético inhomogêneo na região do filme fino. . . . .	9
2	Representação do sistema de coordenadas utilizada para o cálculo da Lei de Biot-Savart.	11
3	Representação do paralelogramo infinito e sua seção transversal e do sistema de coordenadas correspondente. . . . .	12
4	Perfis das componentes de $B$ e de seu módulo nas posições destacadas pelas retas tracejadas em azul claro na representação do condutor em (a). (b) e (c) mostram, respectivamente, os perfis das componentes $B_x$ (em $x = 0$ ) e $B_y$ (em $y = y_0$ ). No inset em (b) é mostrado o decaimento que a componente $B_x$ possui; (d) e (e) são os perfis do módulo de $B$ em função de $y$ e $x$ , respectivamente. . . . .	13
5	Comparação da resistividade em função da temperatura para um metal puro (ideal), um metal contendo impurezas e um supercondutor. . . . .	14
6	Representação esquemática do efeito Meissner. (a) Material no estado Normal exposto a um campo magnético. (b) Abaixo da temperatura crítica, as linhas de campo são expulsas do interior do supercondutor pelo surgimento de correntes de blindagem em sua superfície. . . . .	15
7	(a) Magnetização no interior de um supercondutor do tipo I em função do campo magnético aplicado; (b) diagrama de fases $H \times T$ para um supercondutor do tipo I. . . . .	15
8	(a) Magnetização em função do campo aplicado no interior desse supercondutor. O quadrado cinza representa uma amostra supercondutora. Os pontos azuis representam os vórtices; (b) Diagrama de fases $H \times T$ para um supercondutor do tipo II. . . . .	16
9	Figura esquemática da geometria de um objeto tridimensional no interior do qual estudaremos as distribuições de $B$ e $J$ segundo o modelo de Bean. . . . .	16
10	Perfis de fluxo magnético segundo o modelo de Bean para a geometria tridimensional. Em (a) e (b), o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d), o campo passa a ser diminuído a partir do valor máximo. . . . .	17
11	Perfis da densidade de corrente segundo o modelo de Bean geometria tridimensional. Em (a) e (b), o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d), o campo passa a diminuir após ter atingido seu máximo. . . . .	18
12	Perfil da componente $y$ da densidade de fluxo magnético (a) e da componente $z$ da densidade de corrente (b), normalizados pelos campo característico $B_s$ e densidade de corrente crítica $J_c$ , respectivamente. Os perfis foram tomados ao aplicar-se uma corrente de transporte, $I_T$ , no objeto de geometria tridimensional a partir de $I_T = 0$ até $I_T = I_C$ . . . . .	18
13	Perfis de $B_y/B_s$ (a) e $J_z/J_c$ (b) ao aplicar-se uma corrente externa no objeto de geometria tridimensional já totalmente penetrado por um campo magnético externo, na mesma situação da Figura 10(d). A corrente de transporte aumenta gradualmente a partir de 0 até $I_C$ . . . . .	19
14	Representação esquemática da distribuição de um campo magnético aplicado ao redor de um filme fino supercondutor. . . . .	19

15	Perfis de fluxo magnético segundo o modelo de Bean para um supercondutor com geometria de filme fino. Em (a) e (b) o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d) o campo passa a diminuir após ter atingido seu máximo. . . . .	20
16	Perfis da densidade de corrente segundo o modelo de Bean para um supercondutor com geometria de filme fino. Em (a) e (b) o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d) o campo passa a diminuir após ter atingido seu máximo. . . . .	21
17	Perfil da componente $y$ da densidade de fluxo magnético (a) e da componente $z$ da densidade de corrente (b), normalizados pelos campo característico $B_f$ e densidade de corrente crítica $J_c$ , respectivamente. Os perfis foram tomados ao aplicar-se uma corrente de transporte, $I_T$ , no objeto de geometria de filme fino a partir de $I_T = 0$ até $I_T = I_C$ . . . . .	21
18	Perfis de $B_y/B_f$ (a) e $J_z/J_c$ (b) ao aplicar-se uma corrente externa no filme fino já totalmente penetrado por um campo magnético externo, na mesma situação da Figura 15(d). A corrente de transporte aumenta gradualmente a partir de 0 até $I_C$ . . . . .	21
19	Representação esquemática das variáveis de estado para um filme fino transportando uma corrente na direção $z$ . As originais, $\mathbf{J}$ e $\mathbf{B}$ , na esquerda e as novas, $\mathbf{T}$ e $\mathbf{A}$ , na direita. . . . .	23
20	Representação esquemática das considerações feitas no modelo. A formulação $\mathbf{A}$ se aplica em todo espaço. A formulação $\mathbf{T}$ se aplica apenas no material, que é aproximado como uma fita de seção transversal unidimensional, fazendo com que as componentes $T_x$ sejam iguais a zero. . . . .	23
21	Representação esquemática da câmara de deposição por evaporação térmica convencional. . . . .	26
22	(a) Representação esquemática de uma estação típica de MOI. A amostra é montada sobre um dedo-frio que possibilita o controle da temperatura do material durante o experimento. (b) Representação do procedimento de calibração pixel a pixel para análise MOI quantitativa. . . . .	26
23	(a) e (b) Perfis de $ \mathbf{B} $ em função de $x$ em diferentes posições ao passar uma corrente de 50 mA ao longo da fita. (c) Situação igual a anterior, porém foi tomado o perfil de $ \mathbf{B} $ em função de $y$ . O inset superior mostra o decaimento de $ \mathbf{B} $ no exterior do filme. As linhas amarela e azul indicam a direção da obtenção dos perfis representados nos painéis (a), (b) e (c), respectivamente. Linhas contínuas são os resultados obtidos por simulação, as tracejadas são os resultados analíticos. (d) Representação esquemática do filme. . . . .	28
24	Perfis de $ \mathbf{B} $ em função de $x$ tomados numa altura fixa a $5 \mu\text{m}$ acima da superfície de cada fita, isto é, $y_0 = b + 5 \mu\text{m}$ . As medidas foram tomadas para diferentes larguras e espessuras mantendo uma densidade de corrente constante. A fita de referência é mostrada em azul. Fitas com mesma área de seção transversal são representadas pela mesma cor. . . . .	29
25	Perfis de $B_y(x)$ e $J_z(x)$ para uma fita supercondutora de 1 mm de largura. Um campo magnético externo, $H_{app}$ , foi aplicado perpendicularmente na amostra. . . . .	30
26	Perfis de fluxo magnético (a) e densidade de corrente (b) quando aplicado uma corrente de transporte a partir de zero e aumentando gradualmente até valores próximos da corrente crítica, definida como 60 mA para essa fita supercondutora. . . . .	31

27	Uma corrente de transporte é aplicado, a partir de zero, em um supercondutor totalmente penetrado por fluxo magnético em um campo magnético externo de $-2$ Oe. (a) A distribuição da componente $y$ de fluxo magnético. (b) A respectiva distribuição de densidade de corrente. . . . .	31
28	Perfis de $B_y$ (a) e $J_z$ (b) gerados por um anel supercondutor no qual é aplicada uma corrente de transporte de 50 mA. . . . .	32
29	Perfis de $B_y$ (a) e de $J_z$ (b), para condutores (curvas contínuas) e supercondutores (curvas tracejadas), transportando correntes de 30 mA e 60 mA. No caso em que $I_T = I_c$ , as curvas dos materiais condutor e supercondutor se sobrepõem. . . . .	33
30	(a) Representação das fitas simuladas com os círculos verdes representando proporcionalmente as linhas de corrente em cada caso. Os perfis a seguir estarão representados pela respectiva cor de cada fita em (a). Nos painéis (b), (c) e (d) estão os perfis de $B_y$ (à esquerda) e de $J_z$ (à direita) em diferentes condições. Para o painel (b), uma corrente fixa $I_T = 20$ mA foi aplicada, no inset temos um zoom nas proximidades da borda da fita. Já para em (c), além de uma corrente fixa de 20 mA também foi aplicado um campo magnético de 0.5 Oe. Em (d), o valor da corrente crítica de cada fita foi aplicada com $H_{app} = 0$ Oe. Nesse caso, as curvas roxa e vermelha estão sobrepostas nos perfis de $J_z$ . . . . .	34
31	Fitas de alumínio obtidas pela técnica de evaporação térmica. . . . .	36
32	Representação visual da qualidade de ajuste das amostras de 0,9 mm (a) e 3,2 mm (b). . . . .	36
33	Na esquerda, as imagens em tons de cinza, são apresentadas imagens da distribuição de fluxo magnético obtidas por MOI para diferentes valores de corrente aplicada nas fitas de 0,9 mm. Os gráficos logo à direita representam os perfis de $B_y$ na região delimitada pela faixa azul nas imagens de MOI para as respectivas correntes aplicadas. Em azul, são mostrados os resultados de simulação para uma fita de largura equivalente. Em laranja, os dados experimentais. . . . .	37
34	Na esquerda, as imagens em tom de cinza, são apresentadas imagens da distribuição de fluxo magnético obtidas por MOI para diferentes valores de corrente aplicada nas fitas de 3,2 mm. Os gráficos logo à direita representam os perfis de $B_y$ na região delimitada pela faixa azul nas imagens de MOI para as respectivas correntes aplicadas. Em azul, são mostrados os resultados de simulação para uma fita de largura equivalente. Em laranja, os dados experimentais. . . . .	38

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Fundamentos Teóricos</b>	<b>10</b>
2.1	Propriedades de um material condutor . . . . .	10
2.2	Campo magnético gerado por uma barra infinita . . . . .	11
2.3	Propriedades de um material supercondutor . . . . .	13
2.3.1	Supercondutores tipo I e II . . . . .	15
2.3.2	Modelos de estado crítico e o modelo de Bean . . . . .	16
2.4	Geometria de filme fino . . . . .	19
2.5	Aproximações para simulações de filmes finos supercondutores . . . . .	22
2.5.1	Formulação TA . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Objetivos</b>	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>Materiais e métodos</b>	<b>24</b>
4.1	Simulações . . . . .	24
4.2	Experimental . . . . .	25
4.2.1	Deposições por evaporação térmica . . . . .	25
4.2.2	Imageamento Magneto-ótico (MOI) e análise quantitativa . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>27</b>
5.1	Simulações . . . . .	27
5.1.1	Fitas condutoras . . . . .	28
5.1.2	Fitas Supercondutoras . . . . .	29
5.1.3	Anel Supercondutor . . . . .	31
5.1.4	Campo útil: o campo gerado em uma hipotética região amostral . . . . .	32
5.2	Filmes depositados . . . . .	35
5.3	Calibração . . . . .	35
5.4	Campos gerado pela fita de 0,9 mm . . . . .	36
5.5	Campos gerado pela fita de 3,2 mm . . . . .	37
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>38</b>

# 1 Introdução

Fenômenos eletromagnéticos são observados na natureza desde a antiguidade. Tales de Mileto, que viveu durante os anos 640-550 a.C., fez diversas observações sobre eletrização, através de experimentos envolvendo fricção. Tales também estudou a magnetização, realizando experimentos que exploravam as propriedades de atração e repulsão entre pedaços de óxido de ferro, hoje conhecido como magnetita [1]. Até o século XVIII, muito se avançou nos estudos e observações das propriedades elétricas dos materiais, mas o mesmo progresso não foi alcançado no estudo das propriedades magnéticas, que até então era considerada uma área de conhecimento distinta.

Em 1820, o físico dinamarquês Hans Christian Oersted fez uma importante descoberta, inspirando a formação do campo de estudos do eletromagnetismo. Oersted notou que a agulha de uma bússola era desviada do norte magnético quando estava nas proximidades de um fio conduzindo corrente elétrica. A partir dessa observação, Oersted se convenceu que campos magnéticos se propagam para todo espaço a partir de um fio transportando uma corrente elétrica, mostrando que existe uma relação entre a eletricidade e o magnetismo [2]. Seus resultados incentivaram a comunidade científica da época a estudar melhor esse fenômeno, levando a diversos resultados importantes, culminando na consolidação do eletromagnetismo com as equações de Maxwell.

Campos magnéticos gerados pelo transporte de correntes elétricas se manifestam de formas diferentes quando alteramos propriedades como a geometria do condutor e intensidade da corrente aplicada, tornando-os úteis para aplicações experimentais. Como exemplo, no artigo que motivou este trabalho, Chaves *et al.* [3] realizaram um estudo visando aumentar a densidade de corrente crítica efetiva de um filme fino supercondutor quadrado através da aplicação de um campo magnético inhomôgeneo gerado por um anel de corrente quadrado, localizado ao redor do filme, como mostrado na Figura 1.

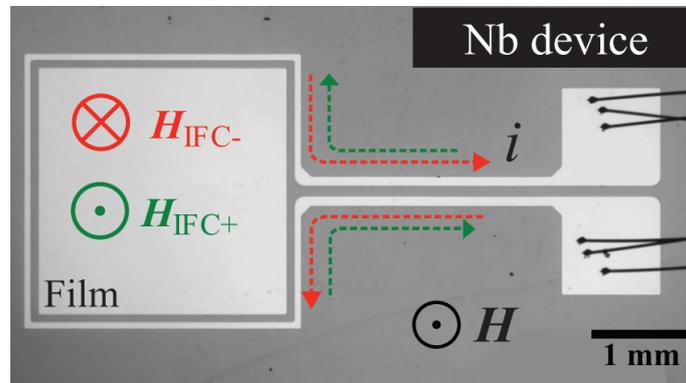


Figura 1: Dispositivo utilizado no trabalho de Chaves *et al.* [3]. No centro, existe um filme fino quadrado supercondutor que é circundado por um anel quadrado também supercondutor. Uma corrente elétrica flui pelo anel quadrado gerando um campo magnético inhomôgeneo na região do filme fino.

Os cálculos do campo magnético gerado pelo anel na Ref.[3] consideravam uma espira unidimensional, desprezando a natureza tridimensional do anel de corrente. Além disso, a intensidade do campo magnético gerado em seu entorno era bastante limitada. Para uma corrente aplicada de 60 mA, o anel deixava o estado supercondutor. Por isso, foi utilizada no anel uma corrente de 50 mA, capaz de gerar um campo inhomôgeneo com aproximadamente 1,5 Oe na parte central da borda do filme supercondutor quadrado. Nesse caso, a concordância entre os cálculos unidimensionais e os dados experimentais se mostraram razoáveis. Porém, em casos onde é necessário gerar campos mais intenso, que é de interesse como continuação do trabalho da Ref. [3], é necessário a aplicação de uma corrente maior. Uma forma de fazer isso mantendo o estado supercondutor é aumentando a largura e espessura do anel, que nos leva a um problema tridimensional e não mais unidimensional. Neste trabalho, nos aprofundamos nos campos magnéticos gerados por espiras mais fiéis às geome-

trias que podem ser usadas em dispositivos como o da Figura 1. Em outras palavras, consideramos como o campo magnético gerado varia com a largura e espessura dos materiais. Para chegarmos até esse ponto, exploramos também diferentes geometrias e diferentes materiais: condutores comuns e supercondutores. Medidas experimentais de Imageamento Magneto-ótico (MOI) dos perfis de campos gerados para a geometria de fita, variando a sua largura, foram obtidas e comparadas com os resultados obtidos por simulações numéricas realizadas usando o COMSOL Multiphysics.

## 2 Fundamentos Teóricos

Nesta seção, introduziremos os conceitos relacionados às propriedades elétricas e magnéticas de materiais condutores e supercondutores. Também discutiremos técnicas numéricas de resolução de equações diferenciais parciais (EDP).

### 2.1 Propriedades de um material condutor

Materiais condutores são aqueles que possuem uma baixa resistividade elétrica  $\rho$  ( $\approx 10^{-6}$   $\Omega\text{cm}$ ). Devido a isso, correntes elétricas podem fluir facilmente por tais materiais. Alguns exemplos de condutores incluem cobre, alumínio, ouro e prata [4].

Quando um campo elétrico  $\mathbf{E}$  (ou uma diferença de potencial  $\mathbf{V}$ ) é aplicado em um material condutor, uma corrente elétrica flui, ocasionando o surgimento de um campo magnético  $\mathbf{H}$  devido ao movimento das cargas. Quando o campo  $\mathbf{H}$  interage com a matéria, ele induz uma magnetização,  $\mathbf{M}$ , sobre o material, de modo que a contribuição total de  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{M}$  produzem a densidade de fluxo magnético, definida como  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ . Também é possível definir uma densidade de corrente  $\mathbf{J}$ , dada pela quantidade de carga por unidade de tempo que flui através de uma unidade de área da seção transversal do material. A direção de  $\mathbf{J}$  é determinada pelo sentido da corrente. Em geral, condutores metálicos obedecem a Lei de Ohm, dada pela Equação (1), que estabelece que  $\mathbf{J}$  é proporcional a  $\mathbf{E}$  por um fator  $\sigma$  que define a condutividade do material, ou então, o inverso da resistividade ( $\sigma = 1/\rho$ ) [4].

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E} \quad (1)$$

A resistividade é relacionada à energia perdida durante o movimento minimamente organizado dos elétrons devido a uma diferença de potencial aplicada no material (uma corrente elétrica). Essa dissipação ocorre principalmente devido às imperfeições na estrutura cristalina, a presença de impurezas no material ou vibrações térmicas, que atuam como centro espalhadores dos elétrons [5]. A Equação (1) é uma relação constitutiva válida para condutores. Para supercondutores, por exemplo, é necessário estabelecer uma outra relação entre  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{E}$  para descrever corretamente as propriedades dos materiais, como será mostrada na seção 2.5.

As equações de Maxwell são um conjunto de quatro EDP que, juntamente com a força de Lorentz, são capazes de descrever toda eletrodinâmica clássica [4]. A forma diferencial dessas expressões é apresentada a seguir:

Lei de Gauss	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_q}{\epsilon_0}$	(2)
--------------	---	-----

Lei de Gauss para o magnetismo	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	(3)
--------------------------------	-------------------------------	-----

Lei Faraday	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(4)
-------------	--	-----

Lei de Ampère-Maxwell	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$	(5)
-----------------------	--	-----

Força de Lorentz	$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$	(6)
------------------	---	-----

onde  $\rho_q$  é a densidade de carga total;  $\epsilon_0$  a permissividade elétrica do vácuo;  $\mu_0$  a permeabilidade magnética do vácuo;  $q$  é a carga elétrica e  $\mathbf{v}$  sua velocidade.

Uma outra expressão de interesse para este trabalho é a Lei de Biot-Savart, apresentada na Equação (7), que foi desenvolvida inicialmente de forma empírica, mas pode ser derivada das equações de Maxwell [4]. Com essa expressão, é possível calcular campos magnéticos de qualquer material que transporte corrente elétrica, desde que seja conhecido como  $\mathbf{J}$  se distribui ao longo do volume do material.

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}') = \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \times (\mathbf{r}' - \mathbf{r})}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} dV \quad (7)$$

Na Equação (7),  $\mathbf{r}'$  é o ponto do espaço no qual se deseja calcular  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{r}$  é um vetor que liga a origem do sistema de coordenadas aos pontos que compõem o volume do material que transporta  $\mathbf{J}$ . Os limites de integração são definidos pelo volume do corpo. Na Figura 2 temos um representação esquemática desses vetores.

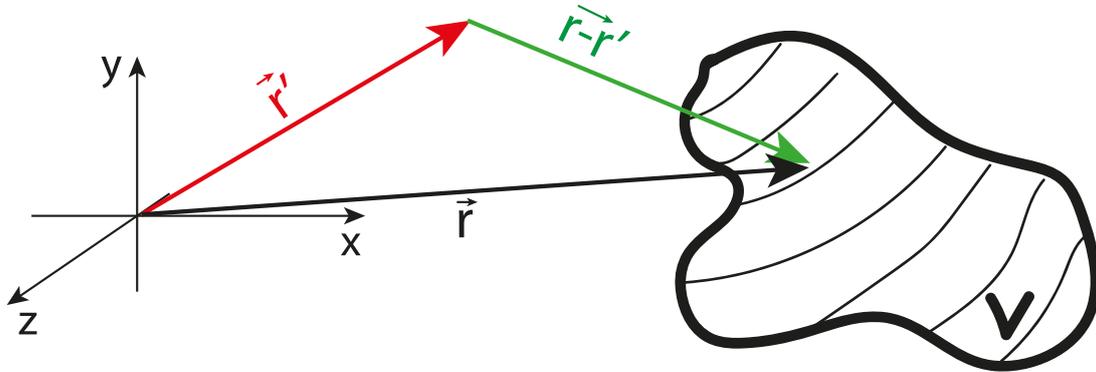


Figura 2: Representação do sistema de coordenadas utilizada para o cálculo da Lei de Biot-Savart.

## 2.2 Campo magnético gerado por uma barra infinita

Uma das geometrias de interesse neste trabalho é uma fita fina infinitamente longa. Para esse cálculo, partimos da Lei de Biot-Savart, considerando o caso mais geral de um objeto cuja seção transversal é um retângulo de largura  $2a$  e espessura  $2b$  carregando uma densidade de corrente como representado na Figura 3. A origem do sistema de coordenadas se encontra no centro da seção transversal do paralelogramo infinitamente longo que define o retângulo.

Consideraremos ainda que a densidade de corrente tem apenas componente na direção  $\hat{z}$  e é constante:  $\mathbf{J} = (0, 0, J_0)$ . Dessa forma, a expressão para  $\mathbf{B}$  segundo a Equação (7) é:

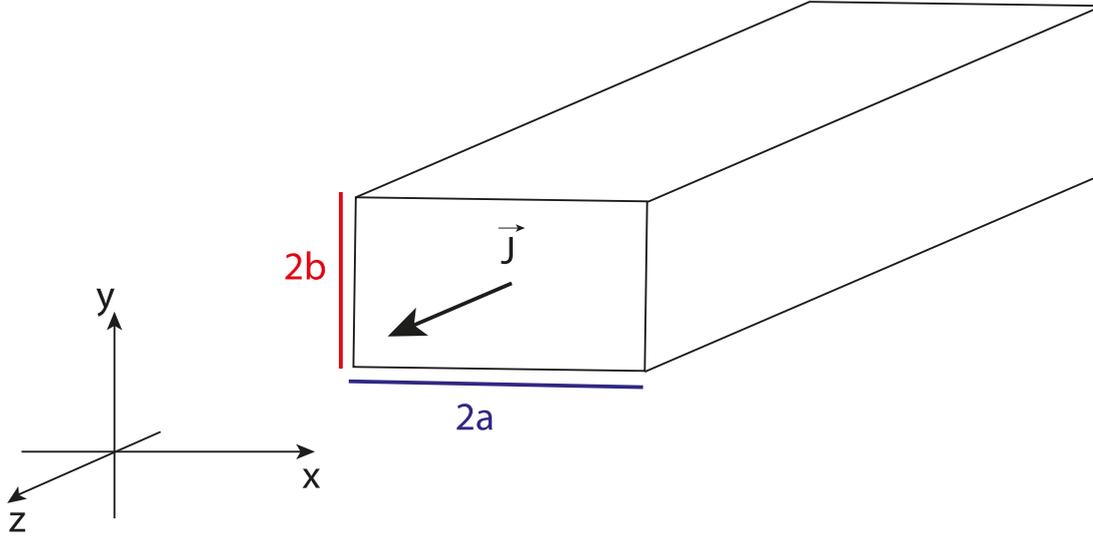


Figura 3: Representação do paralelogramo infinito e sua seção transversal e do sistema de coordenadas correspondente.

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{(0, 0, J_0) \times (x - x_0, y - y_0, z)}{|x - x_0, y - y_0, z|^3} dx dy dz \quad (8)$$

Após efetuar o produto vetorial, obtemos que a componente  $\hat{z}$  de  $\mathbf{B}$  é zero, restando apenas as componentes  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  que, quando calculadas, resultam em:

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\mu_0 J_0} B_x &= (x_0 + a) \ln \left[ \frac{(x_0 + a)^2 + (y_0 - b)^2}{(x_0 + a)^2 + (y_0 + b)^2} \right] - (x_0 - a) \ln \left[ \frac{(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2}{(x_0 - a)^2 + (y_0 + b)^2} \right] \\ &+ 2 \left[ |y_0 + b| \left( \tan^{-1} \left( \frac{x_0 - a}{|y_0 + b|} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_0 + a}{|y_0 + b|} \right) \right) \right] \\ &- 2 \left[ |y_0 - b| \left( \tan^{-1} \left( \frac{x_0 - a}{|y_0 - b|} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_0 + a}{|y_0 - b|} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} -\frac{4\pi}{\mu_0 J_0} B_y &= (y_0 + b) \ln \left[ \frac{(y_0 + b)^2 + (x_0 - a)^2}{(y_0 + b)^2 + (x_0 + a)^2} \right] - (y_0 - b) \ln \left[ \frac{(y_0 - b)^2 + (x_0 - a)^2}{(y_0 - b)^2 + (x_0 + a)^2} \right] \\ &+ 2 \left[ |x_0 + a| \left( \tan^{-1} \left( \frac{y_0 - b}{|x_0 + a|} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{y_0 + b}{|x_0 + a|} \right) \right) \right] \\ &- 2 \left[ |x_0 - a| \left( \tan^{-1} \left( \frac{y_0 - b}{|x_0 - a|} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{y_0 + b}{|x_0 - a|} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

A fim de visualizar qualitativamente a distribuição espacial das componentes acima, foram analisados perfis de distribuição da componente  $B_x$  em função de  $y$  quando  $x = 0$ , da componente  $B_y$  em função de  $x$  tomados a uma altura de  $5 \mu\text{m}$  da superfície da amostra<sup>1</sup> ( $y_0 = b + 5 \mu\text{m}$ ), de  $|\mathbf{B}|$  em função de  $y$  quando  $x = 0$  e de  $|\mathbf{B}|$  em função de  $x$  quando  $y = y_0$ . Nesse caso, foram considerados que  $2a = 1 \text{ mm}$ ,  $2b = 80 \text{ nm}$  e  $J_0 = 5 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ . Essas curvas estão representadas na Figura 4, ressaltando que a distribuição de  $\mathbf{J}$  no condutor será constante [4] e igual a  $J_0$ .

<sup>1</sup>Esse valor de  $5 \mu\text{m}$  foi escolhido por ser um valor típico da distância entre o filme indicador usado na técnica de MOI e o filme supercondutor para o qual se obtém a distribuição de  $\mathbf{B}$  experimentalmente [6]. Mais detalhes da técnica serão mostrados na Seção 4.2.2

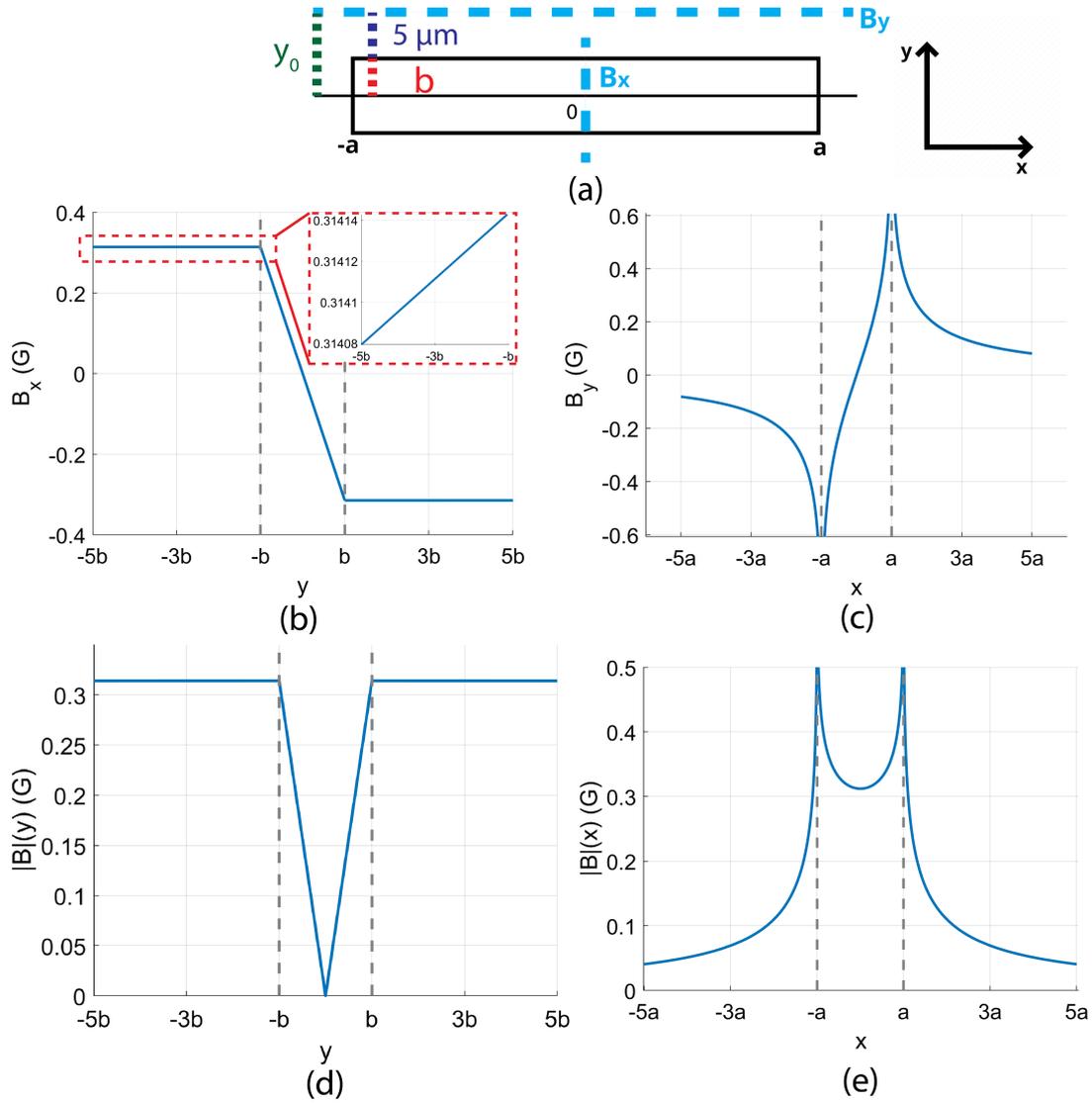


Figura 4: Perfis das componentes de  $B$  e de seu módulo nas posições destacadas pelas retas tracejadas em azul claro na representação do condutor em (a). (b) e (c) mostram, respectivamente, os perfis das componentes  $B_x$  (em  $x = 0$ ) e  $B_y$  (em  $y = y_0$ ). No inset em (b) é mostrado o decaimento que a componente  $B_x$  possui; (d) e (e) são os perfis do módulo de  $\mathbf{B}$  em função de  $y$  e  $x$ , respectivamente.

Uma outra geometria de interesse é a de anéis condutores, circulares e quadrados. Entretanto, essas distribuições de corrente possuem soluções analiticamente mais complicadas do que o exemplo tratado nesta seção, pois a densidade de corrente deixa de ser constante ao longo do material devido a efeitos de aglomeração de corrente [7]. Por conta disso, o estudo dessas geometrias será feito posteriormente por meio de métodos computacionais.

### 2.3 Propriedades de um material supercondutor

Em 1908, o físico holandês Heike Kamerlingh Onnes conseguiu liquefazer o hélio, que possui uma temperatura de ebulição de 4,22 K, enquanto trabalhava com técnicas de refrigeração. Em 1911, enquanto estudava as propriedades do mercúrio em baixas temperaturas, Onnes percebeu que sua resistividade tendia abruptamente a zero quando resfriado a temperaturas próximas de 4,2 K. Assim, foi descoberto um novo estado não-dissipativo, nomeado mais tarde como estado supercondutor [8]. A supercondutividade é um fenômeno quântico que se manifesta macroscopicamente e é observado em diversos materiais, ocorrendo abaixo de temperaturas de transição características, chamadas de temperatura crítica ( $T_c$ ).

Quando abaixo de  $T_c$ , o material supercondutor apresenta duas características fundamentais: a resistividade nula e o diamagnetismo perfeito. No caso dos condutores normais, quando resfriados, sua resistividade diminui, pois as vibrações térmicas da rede cristalina diminuem, reduzindo assim o espalhamento dos elétrons. Entretanto, o metal não atinge resistividade zero quando a temperatura tende a 0 K já que, devido à impurezas em sua estrutura cristalina, existe ainda uma resistividade residual ( $\rho_0$ ) próximo ao zero absoluto. A Figura 5 compara de forma esquemática o comportamento da resistividade em um metal ideal (puro) e um metal real (impuro).

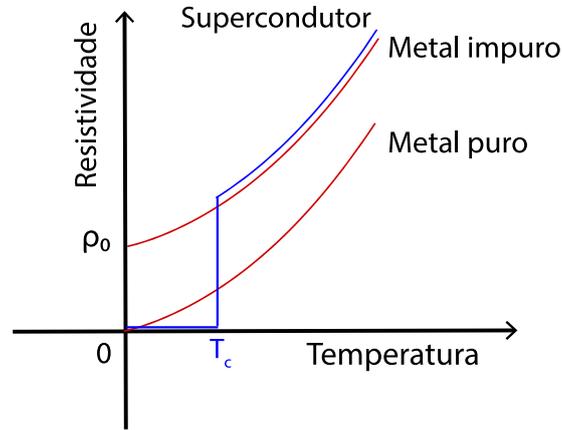


Figura 5: Comparação da resistividade em função da temperatura para um metal puro (ideal), um metal contendo impurezas e um supercondutor.

Já um material supercondutor apresenta resistividade nula abaixo da temperatura crítica, mesmo com impurezas presentes no material. Assim, o gráfico da resistividade em função da temperatura se comporta como o mostrado na Figura 5, no qual pode-se ver uma queda abrupta da resistividade abaixo de  $T_c$ .

Simultaneamente à condutividade perfeita, uma segunda característica fundamental do estado supercondutor foi observada pelos físicos alemães Walther Meissner e Robert Ochsenfeld em 1933 [9]. Eles notaram que  $\mathbf{B}$  no interior do supercondutor é zero, quando isso ocorre, dizemos que o supercondutor está no estado Meissner e o material se comporta como um diamagneto perfeito. A entrada de fluxo no material é prevenida, pois o supercondutor responde ao campo aplicado gerando correntes de blindagem contidas próximas à sua superfície, criando uma magnetização que se opõe ao campo magnético aplicado. Na Figura 6, pode-se ver a representação do efeito Meissner, na qual para  $T > T_c$  o fluxo magnético penetra no material e, para  $T < T_c$  o fluxo é impedido de penetrar o supercondutor devido ao surgimento de uma densidade de corrente de blindagem superficial.

As primeiras tentativas de explicação da supercondutividade foram fenomenológicas. As equações de London, desenvolvidas pelos irmãos Fritz e Heinz London em 1935, descrevem o efeito Meissner [10]. Posteriormente, em 1950, avanços significativos vieram a partir da teoria de Ginzburg-Landau, desenvolvida por Vitaly Ginzburg e Lev Landau, que se basearam em teorias de transição de fase para explicar a supercondutividade [11]. Com essa teoria não só é possível recuperar os resultados dos irmãos London como também distinguir de forma mais detalhada os supercondutores do tipo I e II (descritos a seguir) a partir do parâmetro de Ginzburg-Landau  $\kappa$ , dado pela razão entre a profundidade de penetração  $\lambda$  e do comprimento de coerência  $\xi$  [10].

A primeira descrição microscópica bem sucedida para a supercondutividade só ocorreu em 1957, com a teoria BCS, nomeada assim por conta dos físicos responsáveis por desenvolvê-la: John Bardeen, Leon Cooper e John Robert Schrieffer. Essa descrição se baseia no fato de que dois elétrons podem se comportar como um estado ligado na presença de um potencial atrativo. Conhecidos como pares de Cooper, esses pares de elétrons são os portadores de carga fundamental em um material no estado supercondutor, sendo atraídos uns aos outros por interações com a rede cristalina do material [10]. Em 1986, uma nova classe de materiais supercondutores com elevadas temperaturas críticas foi

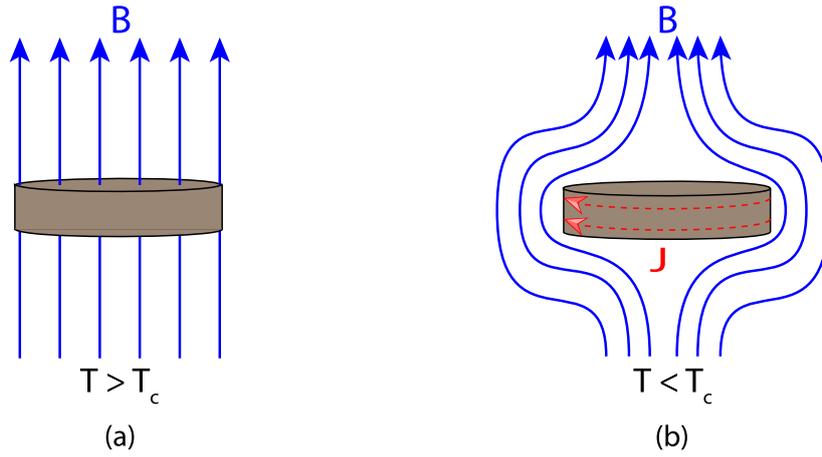


Figura 6: Representação esquemática do efeito Meissner. (a) Material no estado Normal exposto a um campo magnético. (b) Abaixo da temperatura crítica, as linhas de campo são expulsas do interior do supercondutor pelo surgimento de correntes de blindagem em sua superfície.

descoberta. Nesses materiais, o mecanismo de acoplamento eletrônico não pode ser explicado pela teoria BCS, sendo este um dos grandes problemas em aberto na física de matéria condensada [12].

### 2.3.1 Supercondutores tipo I e II

Baseando-se na teoria de Ginzburg-Landau, materiais supercondutores serão do tipo I quando  $\kappa < 1/\sqrt{2}$ . Em relação à sua interação com um campo magnético externo, esse tipo de material permanece supercondutor e no estado Meissner até que o campo aplicado atinja um valor crítico ( $H_c$ ), que é único. Nesse momento, o supercondutor tipo I sofre uma transição de fase, voltando ao estado Normal, conforme representado na curva de magnetização em função do campo aplicado presente na Figura 7(a). O diagrama de fases  $H \times T$  na Figura 7(b) mostra como  $H_c$  evolui em função da temperatura, ressaltando as diferentes interações do supercondutor com o campo aplicado nos estados Meissner e Normal.

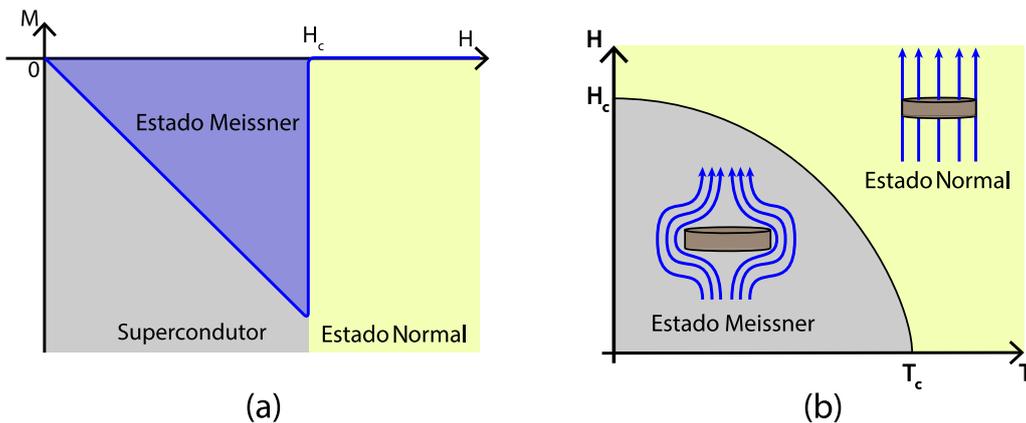


Figura 7: (a) Magnetização no interior de um supercondutor do tipo I em função do campo magnético aplicado; (b) diagrama de fases  $H \times T$  para um supercondutor do tipo I.

Supercondutores do tipo II possuem  $\kappa > 1/\sqrt{2}$ . Nesses materiais, é possível ocorrer a penetração de fluxo magnético preservando-se o estado supercondutor. Os materiais tipo II se caracterizam pela existência de dois campos críticos: o inferior,  $H_{c1}$ , e o superior,  $H_{c2}$ . Para campos magnéticos aplicados até  $H_{c1}$ , o material apresenta o efeito Meissner. Se  $H_{c1} < H < H_{c2}$ , o supercondutor estará no estado Misto, permitindo a penetração de fluxo magnético quantizado na forma de vórtices. Para valores de campo aplicado acima de  $H_{c2}$ , o material será encontrado no estado Normal. Assim, não

há mais uma transição abrupta entre os estados Meissner e o Normal, mas uma transição gradual com o campo magnético, resultante da penetração gradual de linhas de fluxo magnético quantizado (vórtices), como representado no diagrama de fases  $H \times T$  e na curva de magnetização pelo campo aplicado na Figura 8.

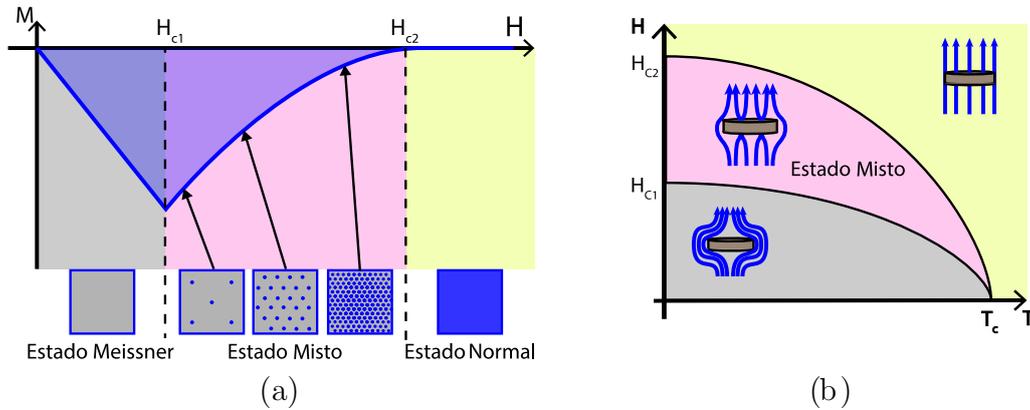


Figura 8: (a) Magnetização em função do campo aplicado no interior desse supercondutor. O quadrado cinza representa uma amostra supercondutora. Os pontos azuis representam os vórtices; (b) Diagrama de fases  $H \times T$  para um supercondutor do tipo II.

### 2.3.2 Modelos de estado crítico e o modelo de Bean

Os modelos de estado crítico permitem descrever macroscopicamente a penetração de fluxo magnético em supercondutores tipo II. A principal hipótese desses modelos é que a corrente sempre flui no supercondutor com seu valor crítico,  $J_c$ . Em outras palavras, a corrente sempre flui pelo material com o máximo valor capaz de preservar o estado supercondutor. Então, diferentes modelos de estado crítico estabelecem diferentes relações entre  $\mathbf{B}$  e  $J_c$  e, em conjunto com as equações de Maxwell, são capazes de descrever a penetração de fluxo e distribuição de correntes no material.

Neste trabalho, consideramos o modelo de Bean [10], que assume que  $J_c$  não depende de  $\mathbf{B}$  e, apesar de sua simplicidade, é capaz de descrever com elevada confiança diversas situações experimentalmente encontradas. Para exemplificar os padrões de penetração de fluxo obtidos a partir do modelo, consideremos um material com geometria tridimensional como a de uma placa cortada do centro de um paralelepípedo, como ilustra a Figura 9. Nesse caso,  $2a$  é a largura da placa e seu comprimento é muito longo se comparado à largura.

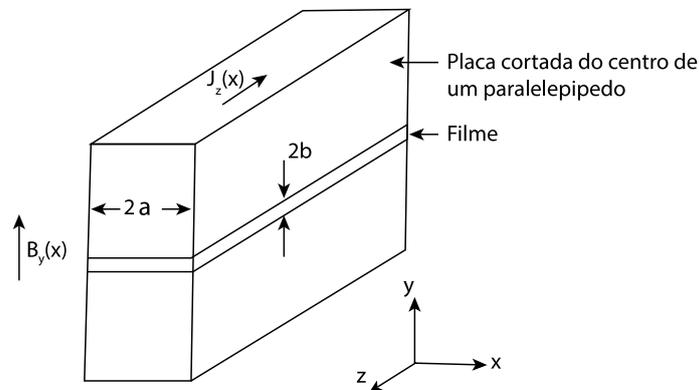


Figura 9: Figura esquemática da geometria de um objeto tridimensional no interior do qual estudaremos as distribuições de  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{J}$  segundo o modelo de Bean.

A Figura 10 mostra diferentes configurações do perfil da densidade de fluxo magnético no interior de um supercondutor tipo II de acordo com o modelo de Bean para a geometria tridimensional.

$B_s$  é o chamado campo característico, que representa o valor de campo aplicado no qual fluxo penetra até o centro do paralelepípedo e é dado por  $B_s = \mu_0 a J_c$ . No painel (a) temos o caso de uma amostra que se encontra no estado supercondutor e estava previamente livre de fluxo magnético. O campo é progressivamente aumentado a partir do zero. Podemos inicialmente observar a região central onde não há fluxo penetrado, para a qual  $B_y = 0$ . Na Figura 10(b), o campo é aumentado até que o fluxo penetrado atinja o centro do material, onde a densidade de fluxo é mínima. Então, o campo aplicado é diminuído, de modo que  $B_y$  no interior da amostra também começa a diminuir, conforme representado no painel (c). As bordas da amostra sentem essa inversão primeiro, enquanto o fluxo magnético no centro do material permanece aprisionado naquela região, como representado pelo tracejado em azul. Na Figura 10(d), o campo aplicado foi reduzido o suficiente para que toda densidade de fluxo aprisionada no interior da amostra tenha sentido o efeito do campo externo, convertendo a região de mínimo em uma de máximo no centro da amostra.

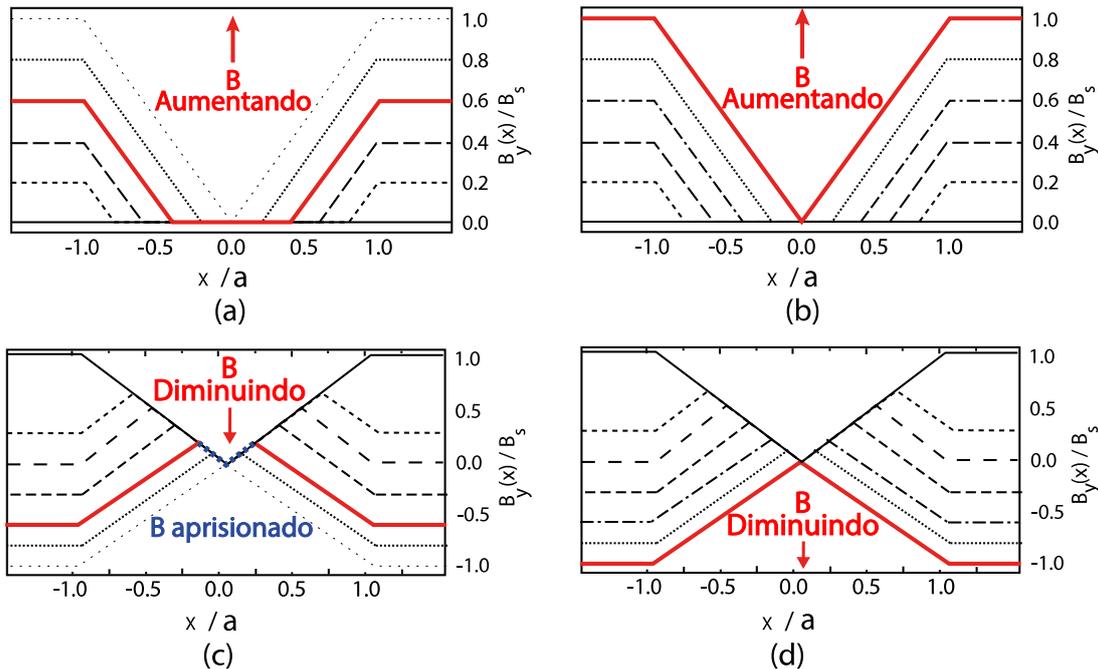


Figura 10: Perfis de fluxo magnético segundo o modelo de Bean para a geometria tridimensional. Em (a) e (b), o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d), o campo passa a ser diminuído a partir do valor máximo.

A variação da densidade de corrente perpendicular à largura no interior de um supercondutor com geometria tridimensional segundo o modelo de Bean é descrita na Figura 11. Os perfis de  $J_z(x)$  são representados para as mesmas configurações de campo magnético aplicado descritas na Figura 10. Podemos ver que a corrente é igual a  $J_c$  nas regiões onde há fluxo penetrado, formando platôs como representado no painel (a). Quando ocorre total penetração, a corrente se espalha de forma anti-simétrica a partir do centro do material como mostrado nos painéis (b) e (d). O sinal da corrente é definido pela inclinação do perfil do fluxo magnético penetrado, conforme a Equação (5). Enquanto o campo magnético aplicado é diminuído, porém ainda há fluxo aprisionado no centro da amostra, temos a situação do painel (c), na qual há sucessivas inversões no sentido da corrente observadas a partir do centro da amostra.

Outro caso de interesse é aquele no qual uma corrente de transporte percorre o material gerando um campo magnético. Tomemos, então, o caso em que uma corrente de transporte,  $I_T$ , é aumentada gradualmente de 0 A até atingir a corrente crítica do supercondutor,  $I_c$ . A Figura 12(a) mostra o perfil da densidade de fluxo magnético no interior do supercondutor nessa situação. O painel (b) mostra o perfil da densidade de corrente correspondente. Podemos observar que a corrente flui apenas onde há campo penetrado de forma semelhante ao caso no qual havia campo externo aplicado.

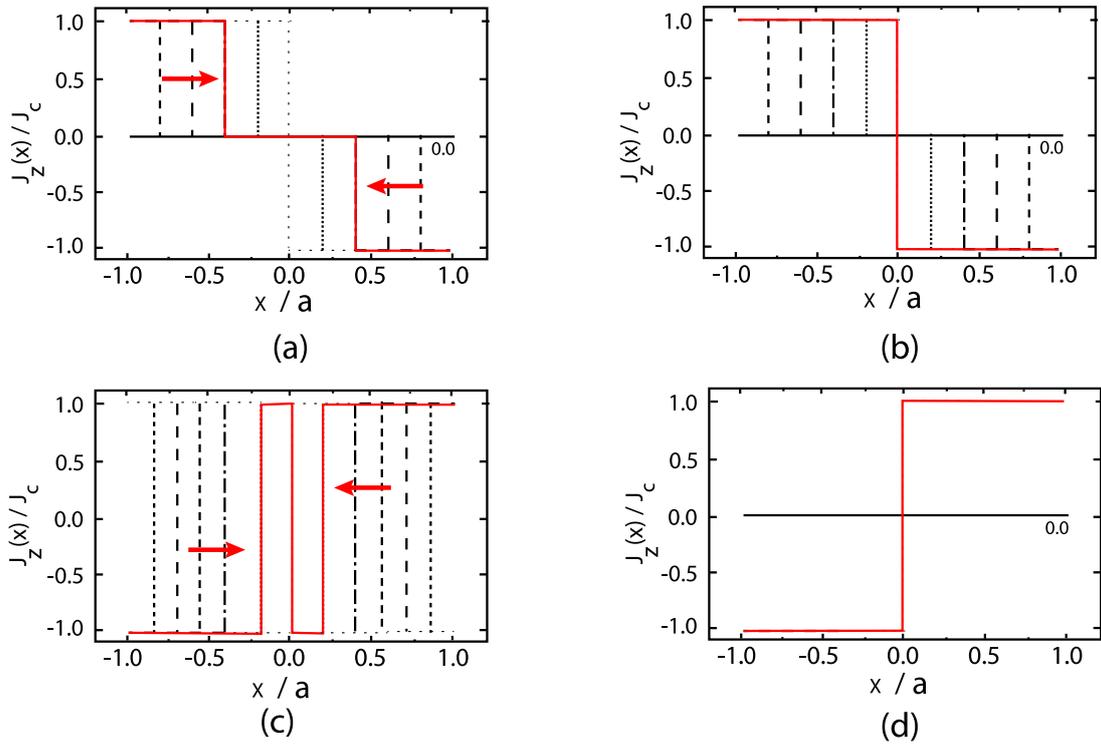


Figura 11: Perfis da densidade de corrente segundo o modelo de Bean geometria tridimensional. Em (a) e (b), o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d), o campo passa a diminuir após ter atingido seu máximo.

Por fim, um outro caso de interesse, é aquele no qual temos campo externo e corrente de transporte aplicados simultaneamente. Essa é a situação encontrada nos experimentos conduzidos na Ref. [3]. A Figura 13 mostra os perfis de  $B_y(x)$  [painel (a)] e  $J_z(x)$  [painel (b)] quando uma corrente é aplicada gradualmente em uma amostra previamente totalmente penetrada por fluxo magnético. Vemos que a tendência é que o perfil de  $B_y$  transforme-se daquele representado na Figura 10(d) naquele da Figura 12(a), no qual o módulo da densidade de fluxo decai linearmente das bordas ao centro do supercondutor. Nesse caso, a densidade de corrente fluindo pelo supercondutor é resultado tanto da resposta ao campo magnético aplicado quanto da corrente de transporte.

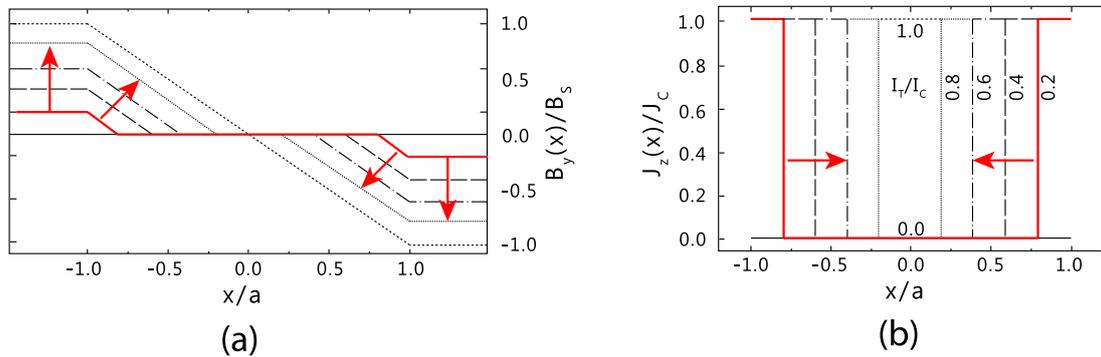


Figura 12: Perfil da componente  $y$  da densidade de fluxo magnético (a) e da componente  $z$  da densidade de corrente (b), normalizados pelos campo característico  $B_s$  e densidade de corrente crítica  $J_c$ , respectivamente. Os perfis foram tomados ao aplicar-se uma corrente de transporte,  $I_T$ , no objeto de geometria tridimensional a partir de  $I_T = 0$  até  $I_T = I_C$ .

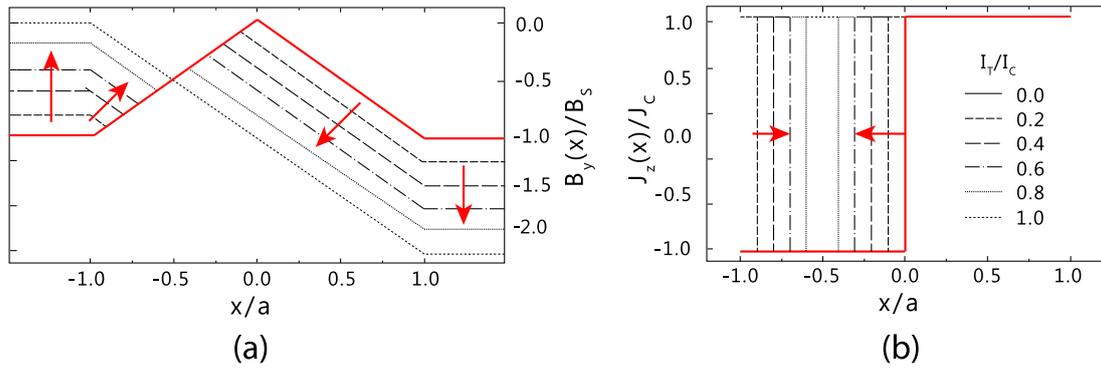


Figura 13: Perfis de  $B_y/B_s$  (a) e  $J_z/J_c$  (b) ao aplicar-se uma corrente externa no objeto de geometria tridimensional já totalmente penetrado por um campo magnético externo, na mesma situação da Figura 10(d). A corrente de transporte aumenta gradualmente a partir de 0 até  $I_c$ .

## 2.4 Geometria de filme fino

Para supercondutores com geometria de filme fino, a aplicação de um campo magnético perpendicular ao filme sempre resultará em uma componente paralela ao plano do filme, como mostra a Figura 14. Tal distribuição de campo é uma consequência do forte fator de desmagnetização associado à essa geometria. Quando esses aspectos são considerados, o modelo de Bean revela novos padrões de distribuição de fluxo magnético e correntes no interior do supercondutor.

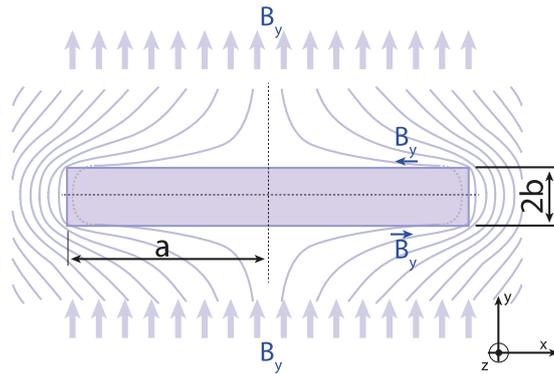


Figura 14: Representação esquemática da distribuição de um campo magnético aplicado ao redor de um filme fino supercondutor. Adaptado de [13].

Vamos inicialmente assumir que a amostra seja infinitamente longa no eixo  $z$ , com espessura  $2b \ll a^2$ . Ainda, um campo magnético aplicado é aumentado a partir de zero e o material está no estado supercondutor. Dessa forma, pode-se escrever as seguintes expressões para a densidade de fluxo magnético perpendicular  $B_y$  no interior da amostra [14]:

$$B_y(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } |x| < a' \\ B_f \operatorname{atanh}\left(\frac{a'}{|x|} \sqrt{\frac{x^2 - w^2}{a'^2 - w^2}}\right) & \text{se } w < |x| < a' \\ B_f \operatorname{atanh}\left(\frac{|x|}{a'} \sqrt{\frac{a'^2 - w^2}{x^2 - w^2}}\right) & \text{se } |x| > w \end{cases} \quad (11)$$

onde  $a'$  é a profundidade da frente de fluxo que penetra a amostra a partir das bordas e  $B_f$  o campo característico para uma longa tira supercondutora, definidos por:

<sup>2</sup>No caso da supercondutividade, um filme fino é considerado para geometrias nas quais  $2b < \lambda$ , onde  $\lambda$  é a profundidade de penetração [13].

$$w = \frac{a'}{\cosh\left(\frac{B}{B_f}\right)}, \quad B_f = \mu_0 \frac{J_c d}{\pi} \quad (12)$$

A partir das Equações (11) e (5) obtém-se também expressões para  $J_z(x)$ :

$$J_z(x) = \begin{cases} J_c \frac{x}{|x|} & \text{se } w < |x| < a' \\ \frac{2J_c}{\pi} \operatorname{atanh}\left(\frac{x}{a'} \sqrt{\frac{a'^2 - w^2}{w^2 - x^2}}\right) & \text{se } |x| < w \end{cases} \quad (13)$$

Nessa nova geometria, os perfis de  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{J}$  passam a se comportar como mostrado nas Figuras 15 e 16, respectivamente, onde há apenas campo aplicado. Vemos que o comportamento das curvas é análogo ao discutido para as Figuras 10 e 11. Entretanto, existe uma grande diferença no formato das curvas de  $B_y$ . Os platôs dão lugar a pontos de máximos e mínimos de  $B_y$  localizados nas bordas da amostra e a densidade de fluxo deixa de se comportar linearmente em relação ao centro do filme. Isso ocorre pela maior concentração de fluxo magnético nas bordas do filme supercondutor devido aos efeitos de desmagnetização. Os perfis de  $J_z(x)$ , presentes na Figura 16, ainda apresentam platôs nas regiões onde há fluxo penetrado na amostra, satisfazendo a hipótese inicial do modelo de Bean. Contudo, diferentemente do caso tridimensional, a corrente decai lentamente na região Meissner e são nulas apenas no centro da amostra.

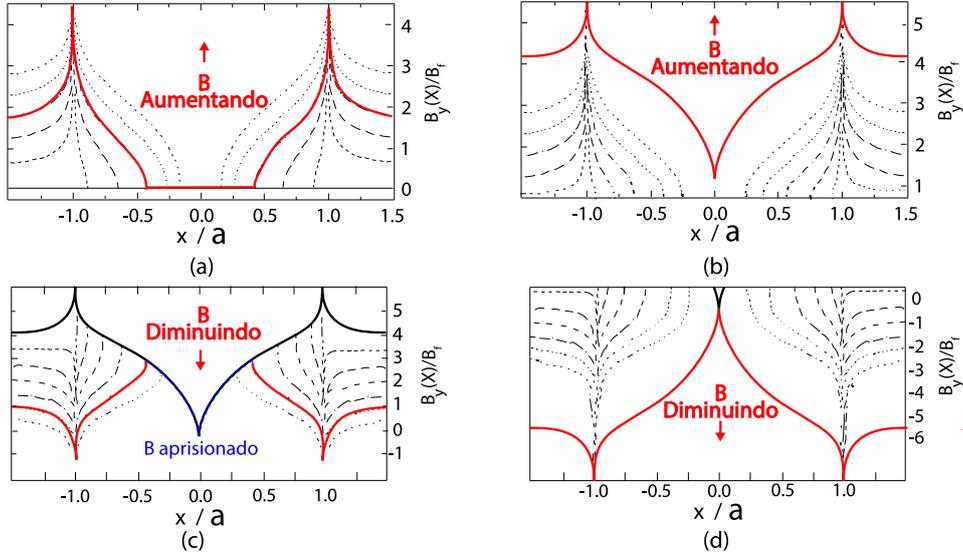


Figura 15: Perfis de fluxo magnético segundo o modelo de Bean para um supercondutor com geometria de filme fino. Em (a) e (b) o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d) o campo passa a diminuir após ter atingido seu máximo.

Os perfis de  $B_y$  e  $J_z$  para os casos onde é aplicada apenas uma corrente de transporte e quando são aplicados campo e corrente simultaneamente estão presentes nas Figuras 17 e 18, respectivamente. Neles vemos que as curvas são semelhantes às já vistas nas Figuras 12 e 13, entretanto com as alterações já discutidas no caso anterior.

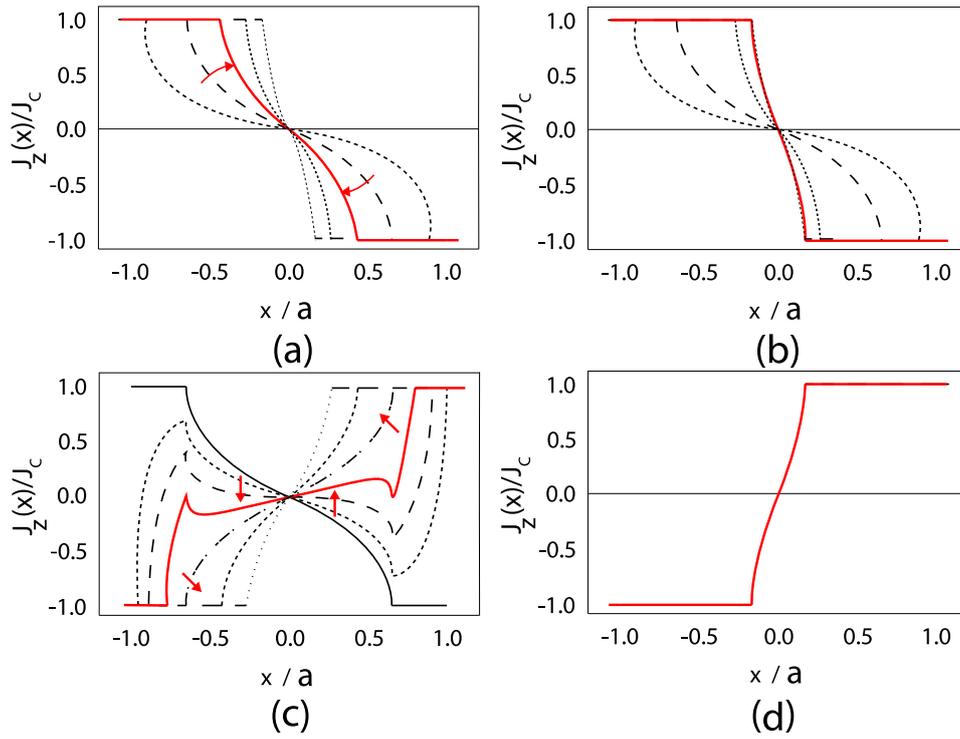


Figura 16: Perfis da densidade de corrente segundo o modelo de Bean para um supercondutor com geometria de filme fino. Em (a) e (b) o campo aplicado é gradualmente aumentado; em (c) e (d) o campo passa a diminuir após ter atingido seu máximo.

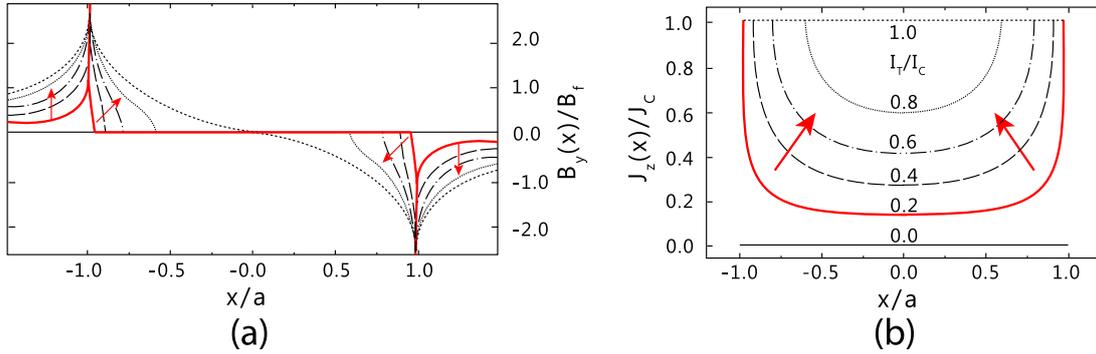


Figura 17: Perfil da componente  $y$  da densidade de fluxo magnético (a) e da componente  $z$  da densidade de corrente (b), normalizados pelos campo característico  $B_f$  e densidade de corrente crítica  $J_c$ , respectivamente. Os perfis foram tomados ao aplicar-se uma corrente de transporte,  $I_T$ , no objeto de geometria de filme fino a partir de  $I_T = 0$  até  $I_T = I_c$ .

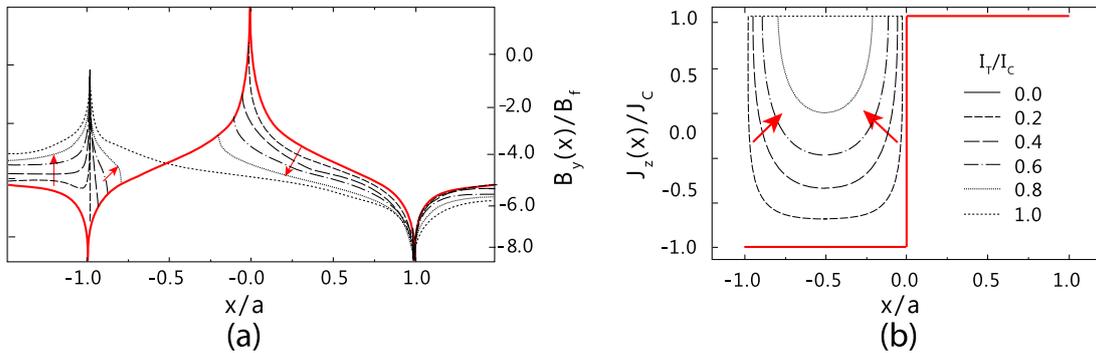


Figura 18: Perfis de  $B_y/B_f$  (a) e  $J_z/J_c$  (b) ao aplicar-se uma corrente externa no filme fino já totalmente penetrado por um campo magnético externo, na mesma situação da Figura 15(d). A corrente de transporte aumenta gradualmente a partir de 0 até  $I_c$

## 2.5 Aproximações para simulações de filmes finos supercondutores

É possível simular numericamente o comportamento de materiais supercondutores resolvendo as equações de Ginzburg-Landau. Entretanto, essa abordagem, além de trabalhosa, requer um significativo esforço computacional para simular um objeto macroscópico, o que inviabiliza sua utilização para as geometrias de interesse deste trabalho. Uma abordagem alternativa para descrever um supercondutor é utilizar uma relação empírica entre  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{J}$ , assim como no caso da Lei de Ohm. Em geral, para supercondutores, a relação mais utilizada é da forma [15]:

$$\mathbf{E} = \frac{E_c}{J_c(\mathbf{B})} \left| \frac{\mathbf{J}}{J_c(\mathbf{B})} \right|^{n(\mathbf{B})-1} \mathbf{J} = \rho_{SC} \mathbf{J} \quad (14)$$

onde  $E_c$  e  $n(\mathbf{B})$  são características obtidas empiricamente para diferentes materiais e  $\rho_{SC}$  é definido como a resistividade do supercondutor. Neste trabalho será utilizado o modelo de Bean para realizar as simulações, isto é,  $J_c(\mathbf{B}) = J_c$ .

Então, substituir a Equação (14) nas equações de Maxwell permite simular um problema envolvendo um supercondutor. Contudo, dessa forma, o tempo de processamento ainda é relativamente grande, principalmente para filmes finos onde a razão entre a largura e o comprimento é elevada.

### 2.5.1 Formulação TA

Uma forma de otimizar o tempo de processamento é alterar as variáveis de estado trabalhadas na EDP, que são  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{J}$  nas equações de Maxwell. Existem diversas formulações que trabalham com diferentes variáveis de estado. A que melhor se aplica para a geometria a ser estudada aqui é a formulação  $\mathbf{TA}$ , onde definimos  $\mathbf{B}$  em função de um potencial vetor magnético  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{J}$  em função de um potencial vetor de corrente  $\mathbf{T}$  [15]:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (15)$$

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{T} \quad (16)$$

Nessa formulação, considera-se que a espessura da fita é desprezível, de modo que o que existe de fato na fita é uma densidade de corrente superficial externa  $\mathbf{J}_e$  com dimensão de A/m. Para que essa densidade de corrente superficial seja compatível com a formulação  $\mathbf{A}$ , ela é definida como  $\mathbf{J}_e = \mathbf{J}\delta$ , com  $\delta$  sendo a espessura do material. Dessa forma, uma representação esquemática das novas equações de estado é mostrado na Figura 19.

A formulação  $\mathbf{A}$  é aplicável na região externa da fita (o vácuo que a envolve, por exemplo), enquanto a formulação  $\mathbf{T}$  é aplicada apenas no material [15], como ilustra a Figura 20.

Para o caso da fita fina de comprimento infinito, quando consideramos uma densidade de corrente constante ao longo de seu comprimento, temos  $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$  e  $\mathbf{T} = (0, T_y, 0)$ . Vale notar ainda que nessa situação,  $\mathbf{T}$  sempre aponta na direção do vetor normal à superfície, o que permite escrever  $\mathbf{T} = T\hat{\mathbf{n}}$ , onde  $\hat{\mathbf{n}} = (n_x, n_y, n_z)$ . Agora, utilizando a formulação  $\mathbf{T}$ , podemos calcular as componentes de  $\mathbf{J}$  tomando o rotacional de  $\mathbf{T}$ :

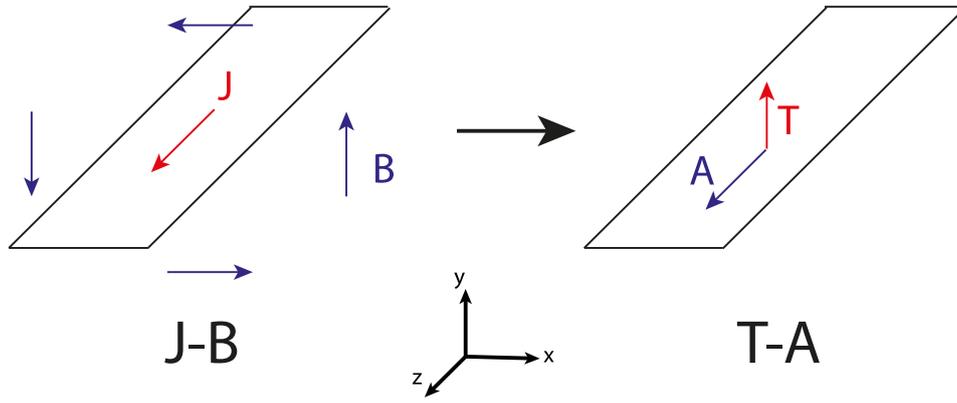


Figura 19: Representação esquemática das variáveis de estado para um filme fino transportando uma corrente na direção  $z$ . As originais,  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{B}$ , na esquerda e as novas,  $\mathbf{T}$  e  $\mathbf{A}$ , na direita.

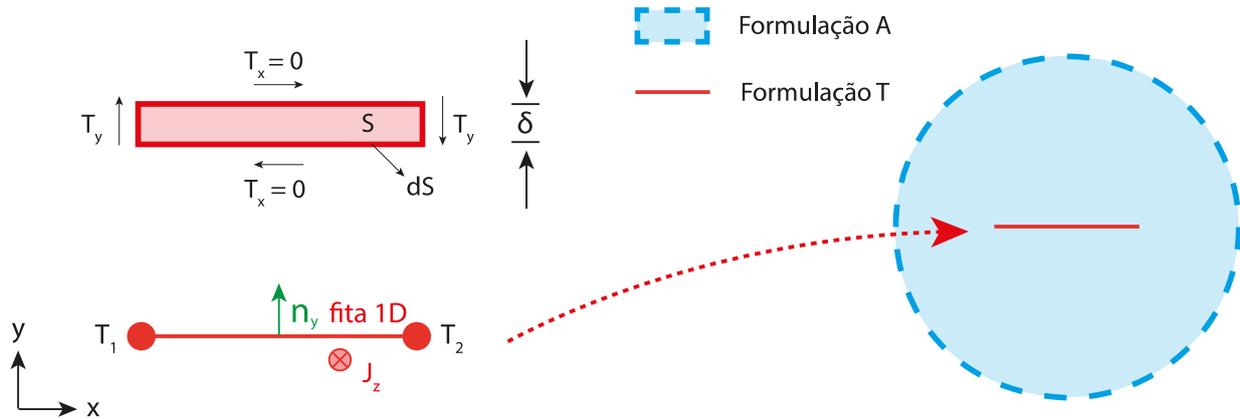


Figura 20: Representação esquemática das considerações feitas no modelo. A formulação  $\mathbf{A}$  se aplica em todo espaço. A formulação  $\mathbf{T}$  se aplica apenas no material, que é aproximado como uma fita de seção transversal unidimensional, fazendo com que as componentes  $T_x$  sejam iguais a zero.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_x \\ \mathbf{J}_y \\ \mathbf{J}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(Tn_z)}{\partial y} - \frac{\partial(Tn_y)}{\partial z} \\ \frac{\partial(Tn_x)}{\partial z} - \frac{\partial(Tn_z)}{\partial x} \\ \frac{\partial(Tn_y)}{\partial x} - \frac{\partial(Tn_x)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial(Tn_y)}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Aplicando a Lei de Faraday, Equação (4) no domínio do supercondutor, obtemos a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial(E_z)}{\partial y} - \frac{\partial(E_y)}{\partial z} \\ \frac{\partial(E_x)}{\partial z} - \frac{\partial(E_z)}{\partial x} \\ \frac{\partial(E_y)}{\partial x} - \frac{\partial(E_x)}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{n}} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(B_x)}{\partial t} \\ \frac{\partial(B_y)}{\partial t} \\ \frac{\partial(B_z)}{\partial t} \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (18)$$

No caso da fita em questão,  $\hat{\mathbf{n}} = (0, n_y, 0)$ . Com isso, a Equação (18) se reduz a:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = - \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (19)$$

De acordo com a Equação (14),  $\mathbf{E}$  é proporcional a  $\mathbf{J}$ , que possui apenas componente na direção  $z$ . Portanto, o primeiro termo do lado esquerdo da Equação (19) vale zero, o que implica em:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (20)$$

Assim, combinando as Equações (14), (17) e (20), é possível resolver a evolução temporal de  $B_y$ . Com esses resultados, a Lei de Ampère é aplicada em todo o domínio restante, da seguinte forma:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu_0 \mu_r \mathbf{J} \quad (21)$$

onde  $\mu_r$  é a permeabilidade magnética relativa do meio.

A corrente de transporte  $I_T$  que flui no supercondutor é aplicada nos terminais da fita. Podemos representá-la por uma integral da densidade de corrente sobre a seção transversal do condutor

$$I_T = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_S (\nabla \times \mathbf{T}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\partial S} \mathbf{T} \cdot d\mathbf{l} = (T_1 - T_2)\delta \quad (22)$$

onde  $T_1$  e  $T_2$  são os potenciais do vetor de corrente nos respectivos pontos de borda como ilustrado na Figura 20.

### 3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal estudar as diferentes distribuições de campo magnético geradas a partir do transporte de corrente em materiais condutores e supercondutores de diferentes geometrias, em especial a de filmes finos em formatos de longas tiras e anéis circulares.

## 4 Materiais e métodos

Este trabalho pode ser dividido em duas partes: a primeira é uma coleta de dados a partir de simulações, investigando como as geometrias e correntes aplicadas modificam os campos magnéticos gerados para experimentos com filmes finos supercondutores; a segunda parte é experimental, verificando a compatibilidade dos resultados obtidos no laboratório com aqueles oriundos das simulações.

### 4.1 Simulações

Resolver analiticamente as equações de Biot-Savart para obter o campo magnético em todo o espaço não é trivial quando se trabalha com objetos 2D e 3D. Ao invés de trabalhar com equações integrais, uma abordagem alternativa para esse problema é partir das formas diferenciais das equações de Maxwell. Dessa maneira, é possível empregar o método dos elementos finitos (FEM), um método popular para resolver numericamente equações diferenciais parciais. O FEM divide o domínio do sistema em vários subdomínios, mais simples de se resolver, chamados de elementos finitos. Tais subdomínios constituem uma malha que será utilizada para descrever o problema. Essa divisão em subdomínios é vantajosa, pois permite também trabalhar com geometrias complexas e definir diferentes propriedades para diferentes materiais que compõem o sistema [16]. Para trabalhar com um número grande de subdomínios, o FEM é implementado em algoritmos que são tratados computacionalmente.

O software utilizado neste trabalho é o COMSOL Multiphysics. Nele, foi implementada a formulação  $\mathbf{TA}$  para as simulações. A formulação  $\mathbf{A}$  é nativa no módulo de campos magnéticos no COMSOL. Já a formulação  $\mathbf{T}$  teve de ser implementada manualmente. Para isso, utiliza-se a interface de equações diferenciais parciais, onde a Equação (20) é aplicada, juntamente com as Equações (14), (17) e (22).

Feito isso, basta definir a geometria e a malha do problema. Para o caso das fitas infinitas, será utilizado o módulo de criação 2D devido a maior economia de processamento em comparação ao módulo 3D. As fitas supercondutoras serão simuladas com espessura de 80 nm e larguras de 1, 2 e 4 milímetros. Para os materiais condutores, outro caso considerado será fixar uma largura de 1 milímetro e variar a espessura em tamanhos de 80, 160 e 320 nanômetros, em todos os casos mantendo uma densidade de corrente constante de  $5 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>. Para as fitas condutoras, o material utilizado será o alumínio, já para as supercondutoras, um material genérico será considerado com  $E_c = 10^{-4}$  V/m;  $n(\mathbf{B}) = 25$  e  $I_c = 60$  mA. Em ambos os casos, a fita será envolta de vácuo perfeito ( $\mu_r = 1$ ). Com as simulações prontas, serão tomados os perfis de  $\mathbf{B}$  a uma altura de 5  $\mu\text{m}$  da superfície do material. Essa distância é a altura típica na qual medidas de fluxo magnético usando MOI serão realizadas [6], possibilitando a comparação entre os resultados teóricos e experimentais.

## 4.2 Experimental

Dois técnicas experimentais foram fundamentais para a realização deste trabalho. A deposição das amostras de filmes finos utilizada e a técnica de MOI são descritas a seguir.

### 4.2.1 Deposições por evaporação térmica

O método utilizado para as deposições de filmes finos realizados neste trabalho foi o de evaporação térmica convencional. Ele envolve a passagem de corrente elétrica através de dois eletrodos dentro de uma câmara em alto vácuo. Os eletrodos são ligados a um recipiente, geralmente feito de tungstênio, que recebe o nome de cadinho e onde o material a ser depositado é inicialmente posicionado. O cadinho tem formas variadas, dependendo do material com o qual se está trabalhando. O calor gerado pela passagem de corrente, devido ao efeito Joule, aquece o material até sua temperatura de evaporação. O material vaporizado, então, alcança o substrato, onde será adsorvido para formar o filme. O porta-substrato é posicionado a uma determinada altura onde possa se considerar que a frente de vapor do material seja aproximadamente plana, para que a deposição seja uniforme. O controle da espessura e a taxa de deposição do filme podem ser determinados usando um dispositivo composto por uma microbalança de quartzo (QCM) [17]. A Figura 21 mostra um diagrama simples que ilustra a técnica de evaporação térmica.

A partir dessa técnica foram depositados filmes finos de alumínio com larguras nominais de 1 e 3 mm sobre substratos de silício. Para definir os contornos de cada fita, foram construídas máscaras sobre o substrato utilizando fita adesiva (Fita Mágica, fabricante 3M), deixando expostas apenas as regiões que desejava-se cobrir com alumínio. Para a deposição, utilizou-se uma massa de 0,1329 g de alumínio. Considerando que todo material foi evaporado e as dimensões da câmara de evaporação, também estimamos a espessura dos filmes depositados como aproximadamente 80 nm [18]. Os contatos necessários para a aplicação de corrente através dos filmes foram soldados em um suporte externo, conectado à fonte de corrente. Por sua vez, os filmes finos são conectados a esses contatos utilizando fios de cobre fixados diretamente sobre sua superfície utilizando cola prata.

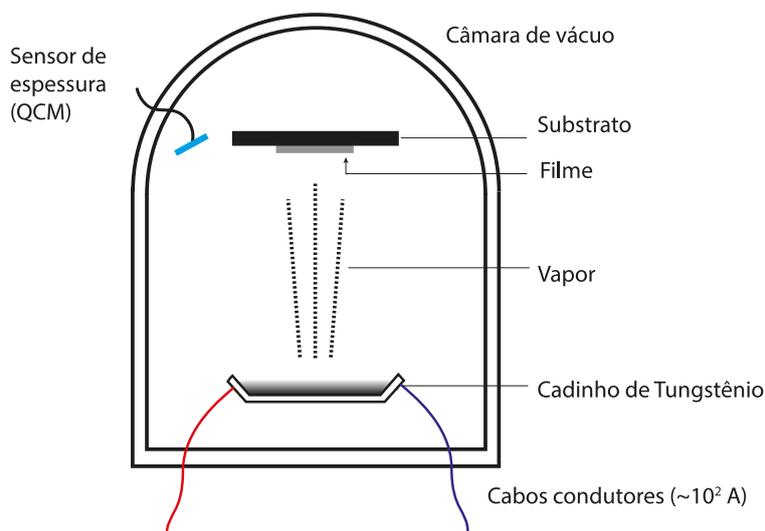


Figura 21: Representação esquemática da câmara de deposição por evaporação térmica convencional.

#### 4.2.2 Imageamento Magneto-ótico (MOI) e análise quantitativa

O MOI é uma técnica de caracterização magnética que se baseia no efeito Faraday. Esse efeito descreve a rotação do ângulo de polarização da luz ao atravessar um material dito Faraday ativo na presença de um campo magnético. O ângulo de rotação é proporcional à intensidade e sentido do campo magnético aplicado, distância percorrida pela luz no meio e suas propriedades magneto-óticas, que se caracterizam por uma quantidade conhecida como constante de Verdet [11]. No caso das medidas de MOI de materiais supercondutores, faz-se uso de uma camada magneto-ótica (MO) de  $Y_{3-x}Bi_xFe_5O_{12}$  posicionada em contato direto com a superfície do material de estudo para proporcionar uma melhor resolução nas imagens obtidas, devido à baixa constante de Verdet dos supercondutores.

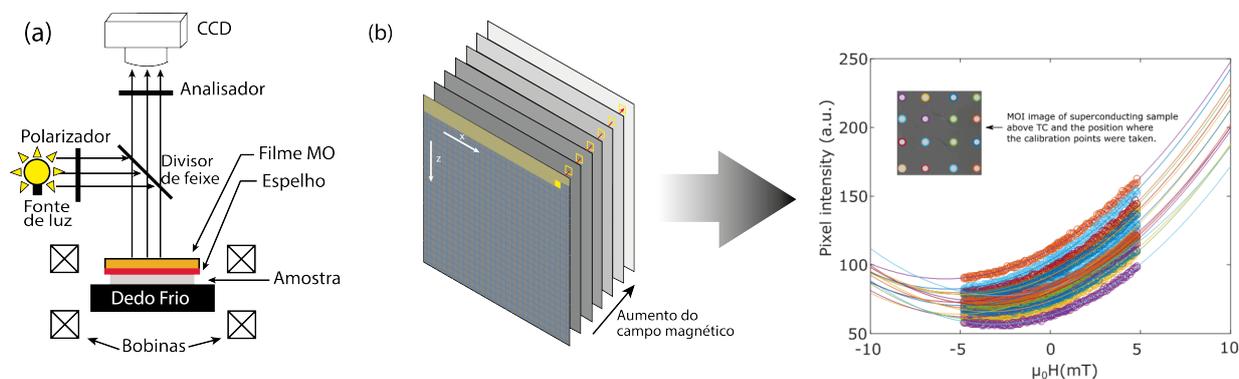


Figura 22: (a) Representação esquemática de uma estação típica de MOI. A amostra é montada sobre um dedo-frio que possibilita o controle da temperatura do material durante o experimento. (b) Representação do procedimento de calibração pixel a pixel para análise MOI quantitativa. Imagem retirada de [19].

A imagem MO é obtida pelo processo representado na Figura 22(a). A luz é polarizada e, em seguida, refletida por um divisor de feixes para a camada MO. Ao passar pela camada MO, a polarização é rotacionada onde há campo magnético aplicado. O feixe é refletido por um espelho acima da amostra, passando novamente pela camada MO, sendo novamente rotacionando, e então incidindo sobre um analisador, defasado de  $90^\circ$  em relação à polarização inicial. Finalmente, os dados são coletados pelo detector CCD e geram uma imagem em níveis de cinza baseada nas intensidades obtidas. Quando existe um campo magnético na direção da trajetória da luz, o ângulo de polarização

da luz é defasado devido ao efeito Faraday, de modo que a intensidade lida nesse caso será gradualmente diferente dependendo da intensidade do campo. Essa diferença permite visualizar os padrões de penetração de fluxo magnético no material analisado.

Neste trabalho, os campos magnéticos gerados no exterior dos filmes finos condutores quando há uma corrente aplicada foram medidos utilizando essa técnica. Também foram tomadas medidas do campo gerado pelas bobinas na ausência de corrente nas fitas. Essas medidas são essenciais, pois com elas é feito o processo de calibração que possibilitará a obtenção de dados quantitativos sobre a distribuição de fluxo magnético no material, pois até então teremos apenas valores de intensidade da luz. Esse processo consiste em obter uma curva de ajuste para a densidade de fluxo magnético em função da intensidade, que se relacionam pela expressão [20]:

$$B_y = B_k \tan \left( \sin^{-1} \left( \frac{1}{CM_s} \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{I(x, z) - I_1(x, z)}{I'(x, z)}} + \Delta\alpha \right) \right) \right) \quad (23)$$

onde  $B_k$  e  $C$  são constantes que dependem das propriedades da camada MO,  $M_s$  é sua magnetização,  $\Delta\alpha$  o desvio angular entre o polarizador e o analisador,  $I$  é a intensidade medida,  $I_1$  é a intensidade coletada em uma imagem de background e  $I'$  é a intensidade da luz refletida pelo espelho após passar pela camada MO.

A Equação (23) pode apresentar desafios práticos, entretanto, para pequenas variações de intensidade, a relação entre  $B_y$  e  $I(x, z)$  pode ser aproximada por uma função parabólica [19]. Essa simplificação se baseia na observação do comportamento de curvas de calibração típicas. Dessa forma, os dados experimentais da intensidade se relacionam com o fluxo magnético como

$$I(x, z, B_y) = a(x, z)B_y^2 + b(x, z)B_y + c(x, z) \quad (24)$$

No final do processo, teremos uma curva de ajuste na forma da Equação (24) para cada pixel da imagem, como ilustrado na Figura 22(b). Como essa é uma equação quadrática, pode-se invertê-la para obter  $B_y$  em função da intensidade medida. Em outras palavras, uma medida de calibração da camada MO para cada pixel deve ser obtida sem influência da amostra estudada para se obter as constantes  $a(x, z)$ ,  $b(x, z)$  e  $c(x, z)$  pelo ajuste de uma parábola. Dessa forma, nas medidas realizadas sob influência da amostra, o mapa de  $B_y$  é obtido tomando a intensidade de luz e invertendo a parábola.

## 5 Resultados

A seguir serão apresentados os resultados obtidos, que se dividem em duas partes: a primeira teórica, na qual resultados numéricos oriundos das simulações em COMSOL foram comparados com os resultados esperados analiticamente; na segunda parte serão apresentados os resultados experimentais obtidos para os filmes condutores, incluindo a conversão em densidade de fluxo magnético das imagens de intensidade obtidas pela técnica de MOI.

### 5.1 Simulações

Utilizamos simulações computacionais para investigar o caso de fitas de espessuras  $2b = 80$  nm (seguindo a espessura dos filmes depositados), larguras variáveis e comprimento muito maior que as demais dimensões. Para o caso dos perfis de campo tomados no interior da fita condutora, a espessura da amostra é considerada na modelagem do material. Já para os perfis tomados acima da superfície do condutor e para o caso do supercondutor, uma aproximação 1D na espessura é considerada para

adequar o modelo à formulação  $\mathbf{TA}$ . Nesse caso, a informação da espessura do material está contida na Equação (21), através da relação  $\mathbf{J}_e = \mathbf{J}\delta$ , empregada na resolução numérica do problema. Em todas simulações o material está envolto em vácuo perfeito.

### 5.1.1 Fitas condutoras

Em um primeiro momento, foram realizadas simulações nas quais uma corrente de 50 mA flui por uma fita de largura  $2a = 1$  mm. Nessa situação, foram verificados os perfis de  $|\mathbf{B}|$  em função de  $x$  em diferentes alturas  $y_0$ , como mostram a Figuras 23(a) e (b). Os perfis de  $B_x$  em função de  $y$  também foram obtidos e estão representados na Figura 23(c). No painel (d) está uma representação esquemática do filme. Os perfis resultantes das simulações mostram ótima concordância com o que foi obtido analiticamente, mostrado como linhas pontilhadas na Figura 23 junto às curvas de simulação e também nas Figuras 4(d) e (e), atestando o bom grau de confiança dos resultados.

Outro estudo realizado verificou os perfis de campo magnético obtidos quando uma corrente elétrica flui por diferentes fitas condutoras de variadas seções transversais, porém mantendo a densidade de corrente constante. Para isso, foram simuladas situações nas quais manteve-se a espessura da fita fixa e dobrou-se a largura e vice-versa, partindo da configuração de referência de uma fita com seção transversal de 1 mm de largura e 80 nm de espessura. Dessa forma, obteve-se os perfis de densidade de fluxo magnético mostrados na Figura 24.

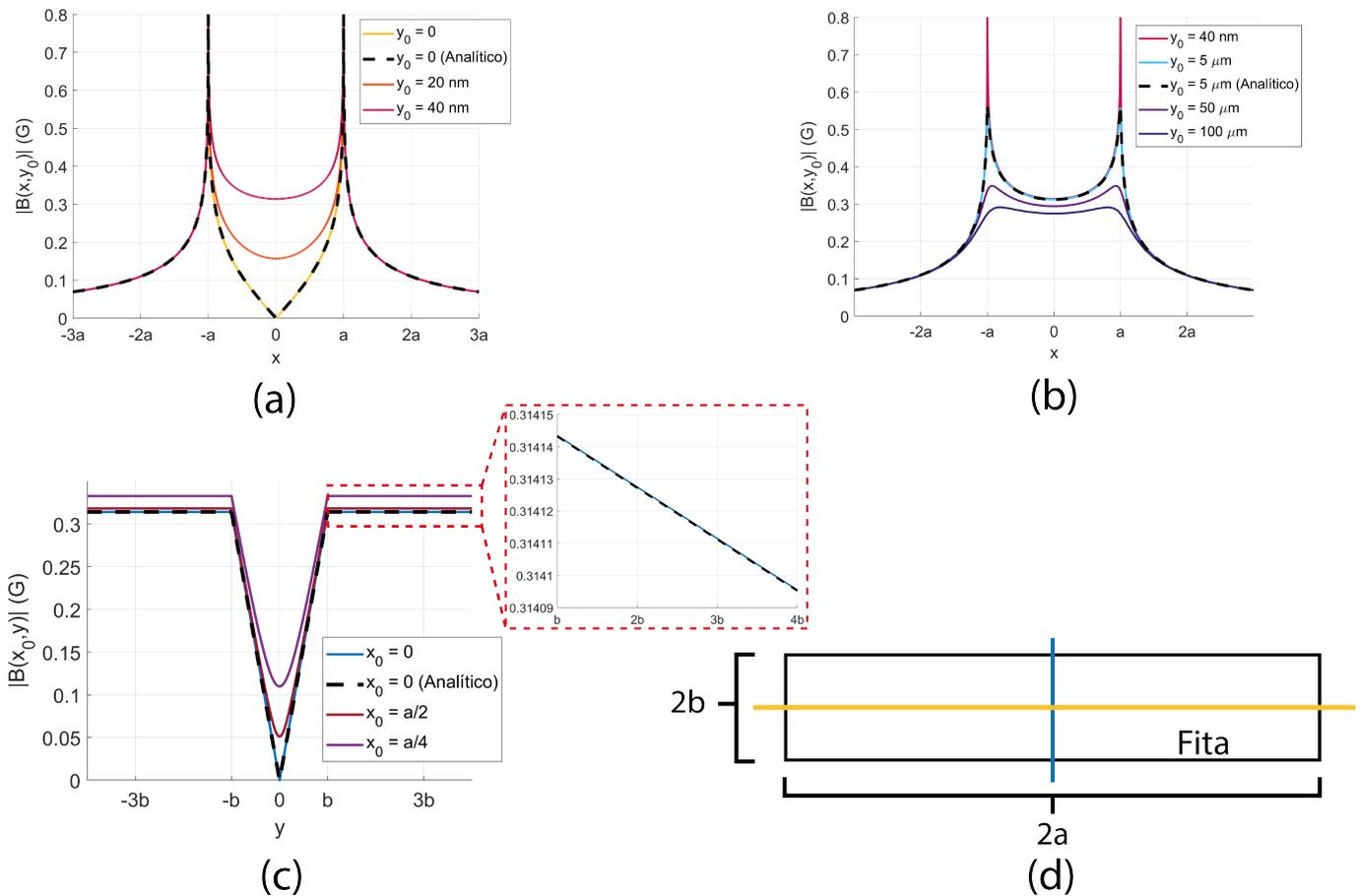


Figura 23: (a) e (b) Perfis de  $|\mathbf{B}|$  em função de  $x$  em diferentes posições ao passar uma corrente de 50 mA ao longo da fita. (c) Situação igual a anterior, porém foi tomado o perfil de  $|\mathbf{B}|$  em função de  $y$ . O inset superior mostra o decaimento de  $|\mathbf{B}|$  no exterior do filme. As linhas amarela e azul indicam a direção da obtenção dos perfis representados nos painéis (a), (b) e (c), respectivamente. Linhas contínuas são os resultados obtidos por simulação, as tracejadas são os resultados analíticos. (d) Representação esquemática do filme.

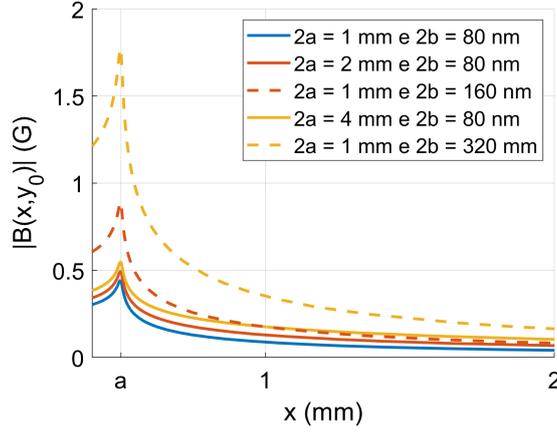


Figura 24: Perfis de  $|\mathbf{B}|$  em função de  $x$  tomados numa altura fixa a  $5 \mu\text{m}$  acima da superfície de cada fita, isto é,  $y_0 = b + 5 \mu\text{m}$ . As medidas foram tomadas para diferentes larguras e espessuras mantendo uma densidade de corrente constante. A fita de referência é mostrada em azul. Fitas com mesma área de seção transversal são representadas pela mesma cor.

Na Figura 24 curvas de mesma cor possuem mesma área de seção transversal. Curvas tracejadas indicam que a seção transversal foi aumentada dobrando a espessura a partir da fita de referência, enquanto a largura foi mantida constante. Curvas contínuas foram tomadas dobrando a largura, mantendo a espessura constante. Os resultados mostram que as fitas que tiveram sua seção transversal dobrada pelo aumento da espessura apresentam uma densidade de fluxo magnético mais intensa, enquanto aquelas que tiveram a largura aumentada apresentam uma variação menor em comparação ao caso de referência. Isso pode ser compreendido sabendo que ao aumentar-se a área da seção transversal, para que a densidade de corrente se mantenha constante, a corrente aplicada também aumenta. Dessa forma, para o caso no qual a largura aumenta, a corrente se distribui mais ao longo da largura do filme, fazendo com que o campo na parte externa da fita não seja muito mais intenso do que a fita de referência. Já no caso do aumento da espessura, podemos imaginar que há dois filmes sobrepostos, amplificando a intensidade do campo magnético nas bordas do material.

### 5.1.2 Fitas Supercondutoras

Para realizar estudos de materiais supercondutores a partir das simulações, é necessário primeiro validar os resultados obtidos comparando-os com resultados bem conhecidos. Para isso, verificaram-se os perfis  $B_y$  e  $J_z$  de uma fita supercondutora, na presença apenas de um campo magnético externo, apenas de uma corrente de transporte e de ambos simultaneamente. Os resultados foram comparados com os perfis esperados pelo modelo de Bean para filmes finos supercondutores.

Para as simulações do supercondutor, foi considerada a mesma fita de largura de 1 mm utilizada no caso condutor. O campo  $\mathbf{H}$  aplicado ( $\mathbf{H} = H_{app}\hat{\mathbf{y}}$ ) aumenta de 0 a 2 Oe e então diminui até  $-2$  Oe. Na Figura 25 são apresentados os perfis de  $B_y(x)$  e  $J_z(x)$  para o caso onde existe apenas o campo magnético externo aplicado. Em todos os casos, os perfis de  $B_y$  são tomados numa altura fixa de  $5 \mu\text{m}$  a partir da superfície da amostra, isto é,  $y_0 = b + 5 \mu\text{m}$ . Podemos ver de forma qualitativa que as curvas coincidem com as esperadas pelo modelo de Bean, conforme as Figuras 15 e 16.

A seguir, na Figura 26, temos o caso no qual apenas uma corrente de transporte,  $I_T$ , foi aplicada na amostra na direção  $-\mathbf{z}$ . As curvas novamente concordam com as esperadas pelo modelo de Bean, como já discutido na Figura 17. Ainda, embora o comportamento no interior do material supercondutor seja totalmente diferente daquele observado no material condutor, o perfil de  $B_y$  no exterior da amostra não apresenta uma diferença significativa. Essa região externa será explorada posteriormente na Seção 5.1.4.

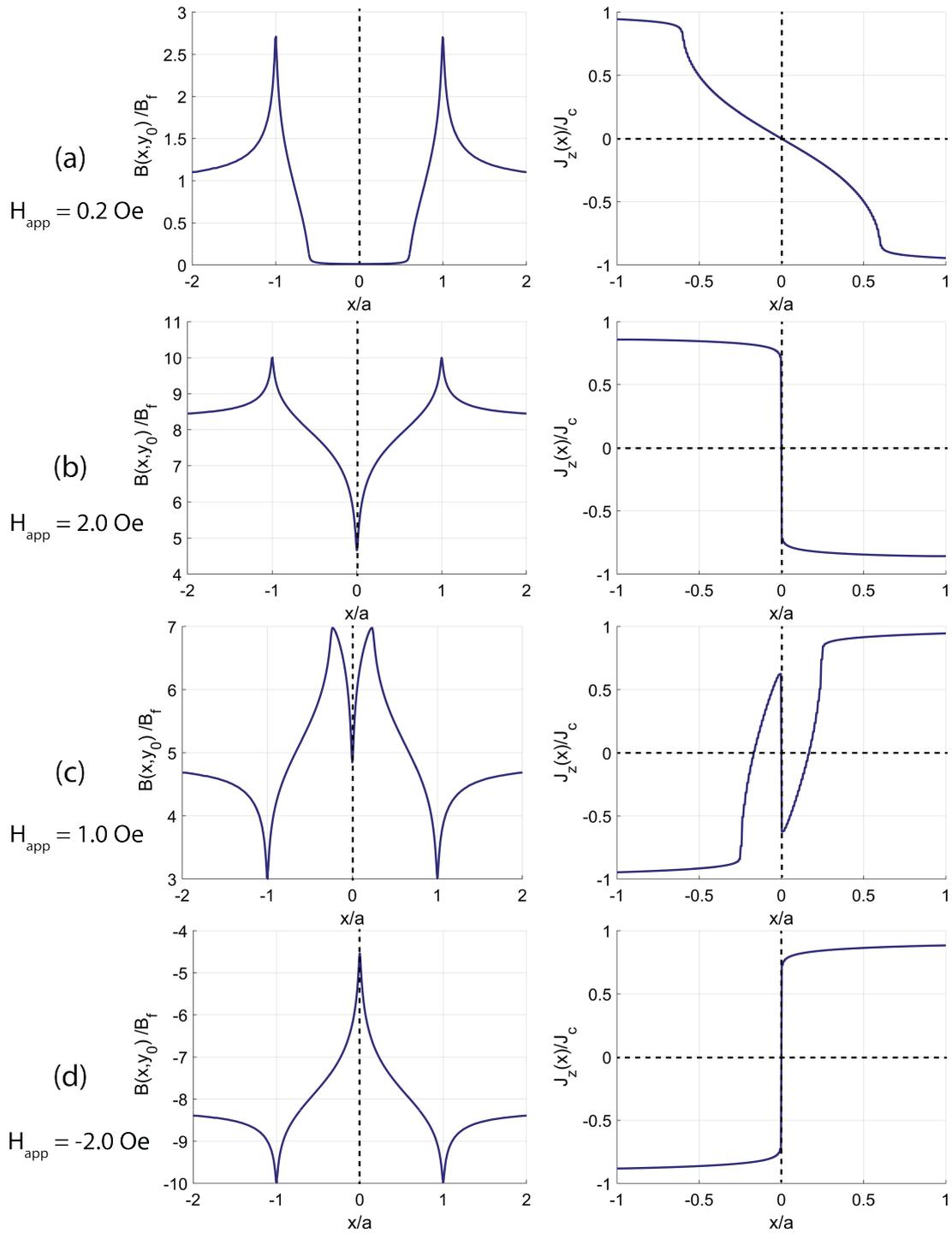


Figura 25: Perfis de  $B_y(x)$  e  $J_z(x)$  para uma fita supercondutora de 1 mm de largura. Um campo magnético externo,  $H_{app}$ , foi aplicado perpendicularmente na amostra.

Na Figura 27, antes que haja corrente aplicada, um campo magnético aplicado no supercondutor resulta no estado representado na Figura 25(d), que aqui está indicado pela curva em laranja. Podemos observar que a aplicação de corrente distorce gradualmente o campo aprisionado no interior do supercondutor, como descrito pelo modelo de Bean, reproduzindo o comportamento visto na Figura 18. Dessa forma, as simulações empregadas preveem de forma acurada o comportamento esperado para os materiais supercondutores e podem ser utilizadas para fazer estudos quantitativos dos campos magnéticos gerados por tais materiais.

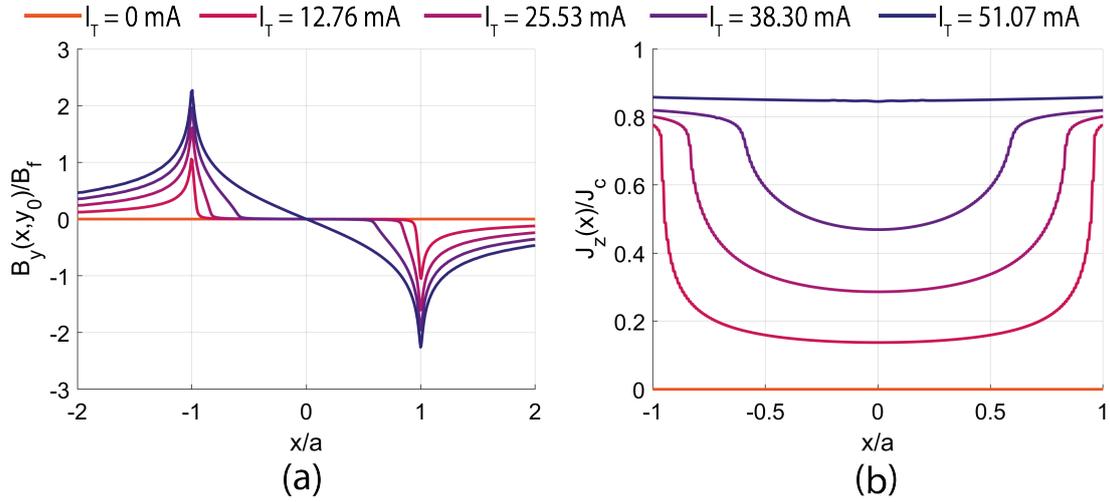


Figura 26: Perfis de fluxo magnético (a) e densidade de corrente (b) quando aplicado uma corrente de transporte a partir de zero e aumentando gradualmente até valores próximos da corrente crítica, definida como 60 mA para essa fita supercondutora.

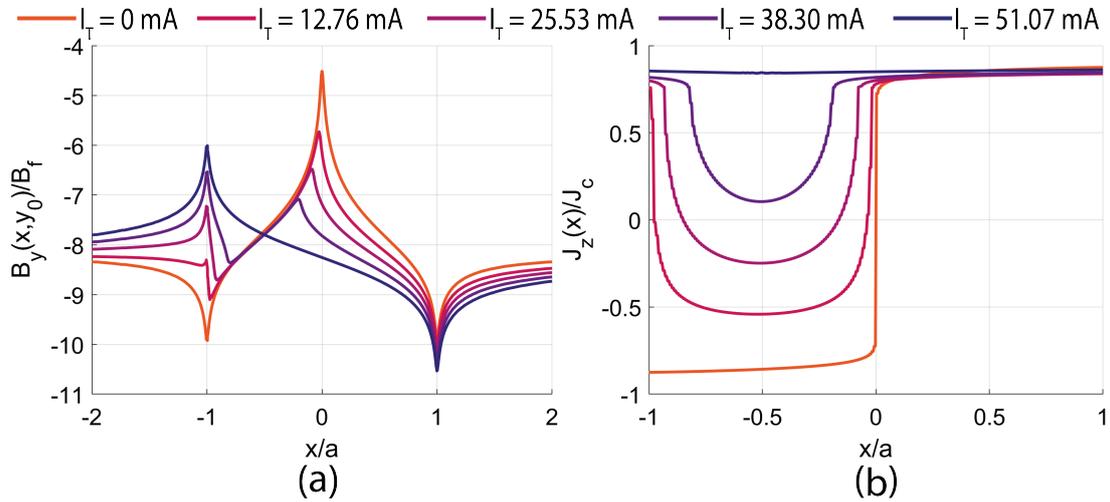


Figura 27: Uma corrente de transporte é aplicado, a partir de zero, em um supercondutor totalmente penetrado por fluxo magnético em um campo magnético externo de  $-2$  Oe. (a) A distribuição da componente  $y$  de fluxo magnético. (b) A respectiva distribuição de densidade de corrente.

### 5.1.3 Anel Supercondutor

A formulação **TA** também pode ser empregada para investigar a geometria de um anel circular. Para isso, é necessário reescrever as equações da formulação em coordenadas cilíndricas [15]. Para mostrar esses resultados, vamos considerar um filme fino supercondutor com geometria de anel circular, com espessura de 80 nm, raio interno de 1 mm e raio externo de 2 mm, corrente crítica de 60 mA, pelo qual flui uma corrente de 50 mA. Tal anel compartilha as dimensões e propriedades materiais da fita supercondutora de referência descrita na Seção 5.1.2.

A Figura 28 apresenta os resultados obtidos para o anel circular supercondutor. Podemos observar que os perfis são semelhantes ao caso da fita, a menos de uma distribuição de corrente mais densa próxima ao raio interno, implicando em uma maior densidade de fluxo magnético no interior do anel quando comparada ao seu exterior. Esse fato está associado a efeitos de aglomeração de linhas de corrente [7], que podem representar um problema para supercondutores, fazendo com que atinjam localmente uma densidade de corrente crítica para correntes aplicadas que não seriam suficientes para destruir o estado supercondutor caso a geometria do material assemelha-se a uma fita, ou seja, não houvessem curvas. Por outro lado, esse mesmo efeito pode ser explorado para gerar

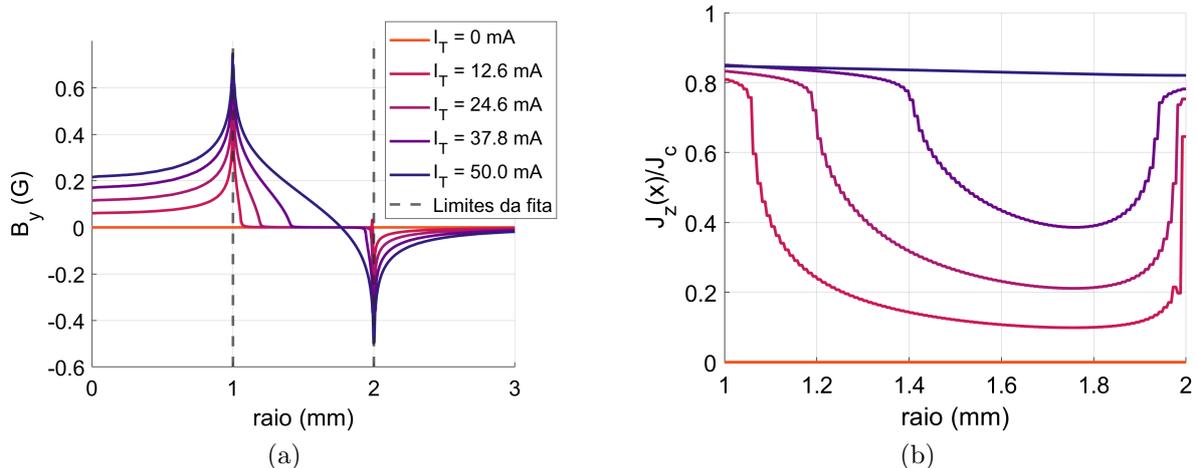


Figura 28: Perfis de  $B_y$  (a) e  $J_z$  (b) gerados por um anel supercondutor no qual é aplicada uma corrente de transporte de 50 mA.

campos magnéticos mais intensos por anéis supercondutores em aplicações práticas.

#### 5.1.4 Campo útil: o campo gerado em uma hipotética região amostral

Vimos até então uma visão geral dos perfis de densidade de fluxo magnético gerados por fitas condutoras e supercondutoras, validando as simulações realizadas. Vamos agora focar nossa atenção para a região externa às fitas que carregam corrente para estudarmos o que chamaremos de campo útil. Tal região representa posições típicas nas quais amostras que devem interagir com um campo magnético estariam posicionadas em dispositivos supercondutores. Por exemplo, podemos considerar as posições do anel gerador de corrente e do filme supercondutor apresentados na Figura 1. Para isso, exploraremos como o campo útil evolui com a variação da largura e espessura da fita e com a corrente aplicada.

Inicialmente, foi realizada uma comparação entre condutores e supercondutores quando varia-se a corrente aplicada. Para essas simulações, foram consideradas fitas em que  $2a = 1$  mm,  $2b = 80$  nm e, no caso do supercondutor, uma corrente crítica de 60 mA. A Figura 29 apresenta as curvas obtidas para os perfis de  $B_y$  e  $J_z$  para o condutor (CN) e o supercondutor (SC) para dois valores de corrente aplicados: 30 mA ( $I_c/2$ ) e 60 mA ( $I_c$ ). Nesse caso, o eixo das abcissas em  $B_y$  é, excepcionalmente, identificado como  $x^*$ , que representa a posição externa à borda das diferentes fitas.

A Figura 29(a) mostra que, para  $I_T = I_c$ , as curvas geradas pelo condutor e pelo supercondutor são indistinguíveis. Isso acontece porque o material supercondutor já está totalmente penetrado por fluxo magnético, resultando em uma distribuição da densidade de corrente igual a do condutor, gerando assim um perfil de  $B_y$  idêntico. Entretanto, quando temos uma corrente aplicada menor que  $I_c$ , observamos que as curvas CN e SC passam a ser distinguíveis, de modo que a curva de  $B_y$  gerada pelo supercondutor é mais intensa nas proximidades da borda da fita do que aquela gerada pelo condutor. Isso é explicado novamente pela distribuição da densidade de corrente em cada caso. Nessa situação, o supercondutor não está totalmente penetrado por fluxo magnético e, por conta disso, a distribuição de  $J_z$  é maior nas bordas do material quando comparada com a distribuição no condutor, para qual  $J$  é constante, como podemos ver no painel (b). Portanto, o material supercondutor se mostra apto a gerar uma densidade de fluxo maior, quando variada apenas a corrente aplicada, pois sempre apresentará um campo maior ou igual nas proximidades da fita quando comparado com o condutor. Um outro ponto a ser considerado ao utilizar condutores é a dissipação de energia na forma de calor devido ao efeito Joule. Em situações como a da Ref. [3], onde o anel circunda o supercondutor que necessita estar em baixas temperaturas, esse processo é prejudicial para o funcionamento do

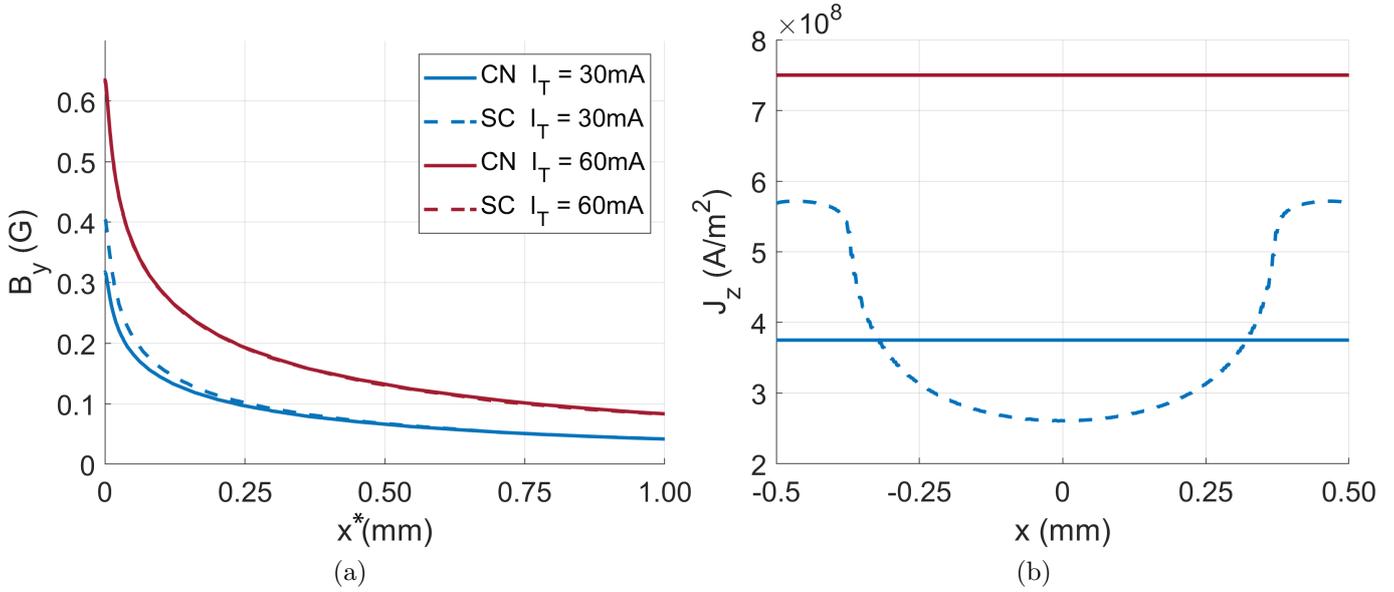


Figura 29: Perfis de  $B_y$  (a) e de  $J_z$  (b), para condutores (curvas contínuas) e supercondutores (curvas tracejadas), transportando correntes de 30 mA e 60 mA. No caso em que  $I_T = I_c$ , as curvas dos materiais condutor e supercondutor se sobrepõem.

dispositivo, pois afeta o estado supercondutor do filme, podendo elevar a temperatura localmente a valores acima da temperatura crítica supercondutora. Devido a isso, os próximos resultados serão apresentados apenas para fitas supercondutoras.

Embora o supercondutor tenha se mostrado uma opção melhor para se obter uma densidade de fluxo magnético maior nas bordas da fita, os valores de  $B_y$  ficam limitados à sua corrente crítica. Exploraremos agora como alterações da geometria do filme fino supercondutor nos permitem variar as distribuições de  $B_y$  geradas. Ao alterar a largura e espessura do filme é necessário cuidado, pois a corrente crítica do supercondutor depende desses parâmetros, em especial da espessura. Para o chumbo, material comumente usado no Grupo de Supercondutividade e Magnetismo nas espessuras de interesse ( $\sim 100$  nm), a densidade de corrente crítica é constante para variações na largura, mas diminui em aproximadamente quatro vezes quando a espessura é dobrada [21]. Esse fato será utilizado para realizar as próximas simulações. Então, se considerarmos a fita supercondutora do caso anterior, representada pela fita vermelha na Figura 30(a), ao dobrar sua largura como na fita roxa, a corrente crítica será de 120 mA e, se dobrarmos sua espessura mantendo a largura constante, fita azul, o valor de  $I_c$  diminui para 30 mA. Esses aumentos e diminuições da corrente crítica são representados de forma qualitativa pelas linhas de corrente na cor verde no interior das fitas. Na Figura 30(b), (c) e (d) são mostradas as curvas de distribuição de densidade de fluxo magnético (à esquerda) e de densidade de corrente (à direita) para essas três fitas, variando tanto a corrente de transporte quanto o campo magnético aplicado.

No *inset* da Figura 30(b), em que se aplica uma corrente idêntica de 20 mA para cada fita, podemos observar que, para curtíssimas distâncias (até  $x^* \approx 0.01$  mm), a fita de referência produz um campo mais intenso, seguida daquela com maior largura e, por último, aquela com a espessura dobrada. Para  $x^* > 0.01$  mm, há um cruzamento entre as duas últimas fitas, com um campo maior sendo apresentado pela fita mais espessa, que para distâncias maiores ( $x^* > 0,5$  mm) se assemelha à fita padrão, como mostrado no painel principal de (b). Ao ser aplicado um campo magnético externo de 0 Oe até 0.5 Oe nas fitas transportando essa mesma corrente (20 mA), obtemos as curvas presentes no painel (c). Nas curvas de  $B_y$  vemos que, diferentemente do caso anterior, a fita em que a largura foi dobrada é a que produz um campo mais intenso, seguida pela fita referência e então a com maior espessura. Quando se aumenta o valor de  $I_T$  até o valor de  $I_c$  de cada amostra na Figura 30(d), como

discutido anteriormente, é possível verificar que aquela em que se aumentou a largura apresenta um valor de  $B_y$  maior, seguida da fita padrão, que possui o campo gerado duas vezes maior do que a fita de maior espessura.

Esses comportamentos podem ser compreendidos considerando as distribuições da densidade

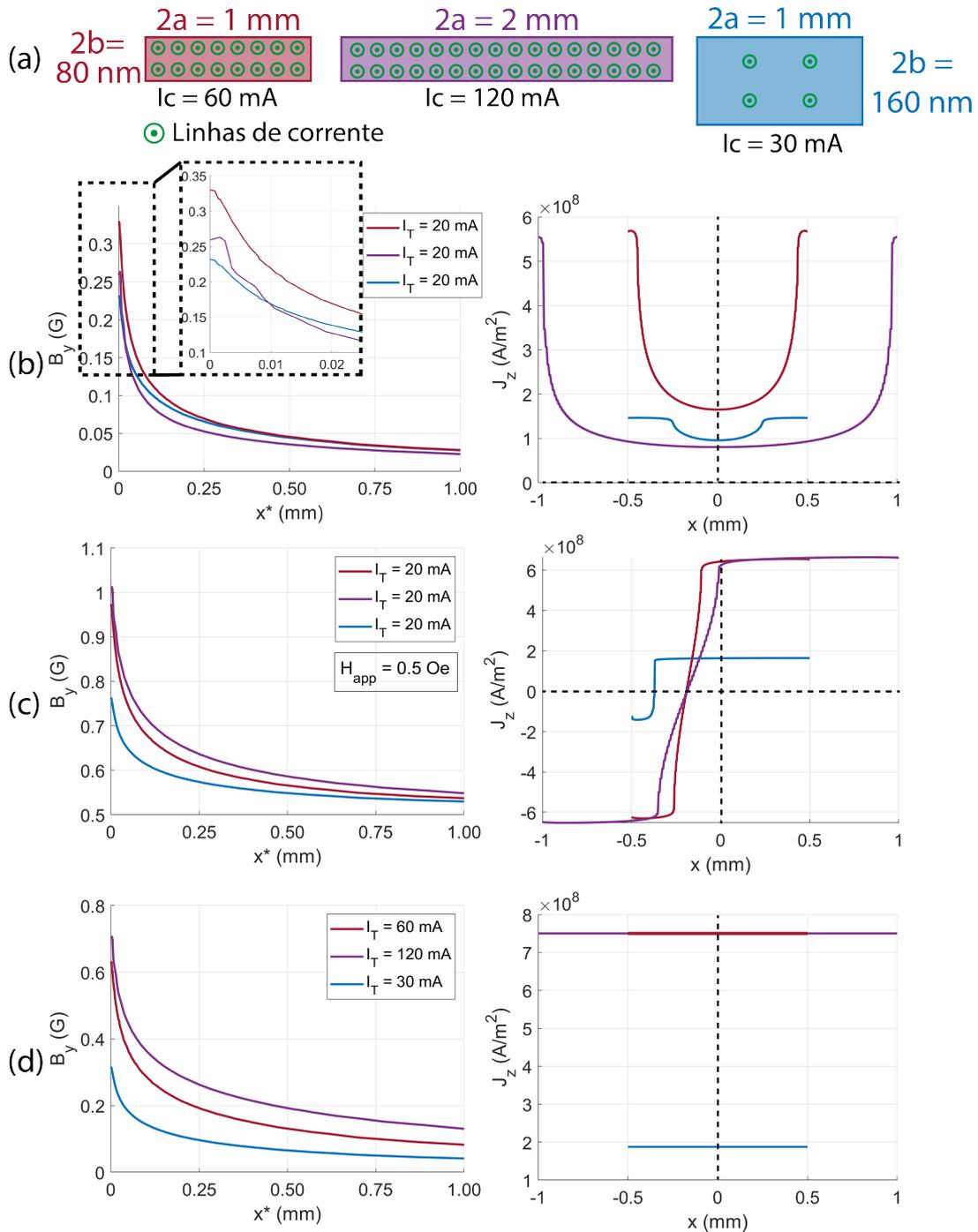


Figura 30: (a) Representação das fitas simuladas com os círculos verdes representando proporcionalmente as linhas de corrente em cada caso. Os perfis a seguir estarão representados pela respectiva cor de cada fita em (a). Nos painéis (b), (c) e (d) estão os perfis de  $B_y$  (à esquerda) e de  $J_z$  (à direita) em diferentes condições. Para o painel (b), uma corrente fixa  $I_T = 20\text{ mA}$  foi aplicada, no inset temos um zoom nas proximidades da borda da fita. Já para em (c), além de uma corrente fixa de  $20\text{ mA}$  também foi aplicado um campo magnético de  $0.5\text{ Oe}$ . Em (d), o valor da corrente crítica de cada fita foi aplicada com  $H_{app} = 0\text{ Oe}$ . Nesse caso, as curvas roxa e vermelha estão sobrepostas nos perfis de  $J_z$ .

de corrente (coluna à direita) para cada caso de corrente aplicada e campo discutidos anteriormente. Como a densidade de corrente da fita de referência é mais intensa para  $I_T = 20$  mA e ocupa uma área maior próxima às bordas, o campo  $B_y$  gerado é mais intenso. Para a fita mais larga, a corrente é identicamente intensa na borda, levando a uma intensidade do campo gerado maior do que a fita com o dobro da espessura para pequenas distâncias. No entanto, para maiores distâncias, a contribuição da borda mais distante fica menos importante, devido à maior distância até o ponto de interesse nas vizinhanças do espécime, fazendo com que o campo gerado pela fita mais espessa seja maior, se assemelhando à fita padrão. Quando aplicamos um campo magnético, além da corrente de transporte surgem também correntes de blindagem que alteram as distribuições de  $J_z$ , fazendo com que o interior passe a ser preenchido por mais corrente a partir de uma das bordas (a depender se o campo magnético aplicado está crescendo ou diminuindo), como já visto na Figura 27(b), levando inclusive à inversão do sinal de  $J_z$ . No caso em que  $I_T = I_c$  e  $H_{app} = 0$  Oe, o fato da fita mais larga transportar uma corrente mais intensa resulta em um maior valor de  $B_y$  para as distâncias de interesse. Entretanto, apesar de transportar o dobro de corrente da fita padrão, a distribuição espacial das correntes faz com que o valor do campo não seja duas vezes maior que aquele gerado pela fita padrão, já que o campo decai com a distância até o elemento de corrente. Essa situação, porém, ocorre no caso da fita mais espessa, que gera um campo duas vezes menor do que a fita padrão.

Assim, concluímos que para gerar um campo  $B_y$  com maior intensidade, a melhor opção é aumentar a largura das fitas supercondutoras, desde que se aplique um campo magnético exterior ou então correntes de transportes próximas às correntes críticas, já que para correntes menores e sem um campo magnético aplicado, os fios de menor largura podem gerar uma densidade de fluxo magnético igual e até maior que a gerada pela fita mais larga, como mostrado na Figura 30(b). Além disso, variar a espessura não é uma opção efetiva dentro das condições de espessura e de densidade de corrente crítica consideradas, visto que a corrente crítica diminui com o aumento da espessura, produzindo campos magnéticos menos intensos.

## 5.2 Filmes depositados

A Figura 31 apresenta a microscopia ótica de duas fitas de alumínio de aproximadamente 80 nm de espessura depositadas por evaporação térmica, conforme descrito na Seção 4.2.1. Na imagem, aparecem os contatos elétricos feitos com cola prata, unindo os filmes finos aos fios de cobre responsáveis por conduzir a corrente da fonte ao material. Também é possível verificar que a largura final das fitas desviou ligeiramente do esperado, pois a máscara que definiu o contorno das fitas foi posicionada manualmente sobre o substrato. À esquerda, a fita de largura nominal de 1 mm apresentou largura de  $(0,9 \pm 0,1)$  mm. Já a fita de  $(3,2 \pm 0,1)$  mm, à direita, possuía largura nominal de 3 mm.

## 5.3 Calibração

A técnica de MOI foi utilizado para averiguar o campo magnético gerado pelas fitas de alumínio. Para possibilitar uma análise quantitativa, fez-se necessário primeiro realizar a calibração dos valores de intensidade obtidos em cada montagem experimental. Dessa forma, após a montagem da amostra sob o caminho ótico da estação de MOI, a primeira etapa de medidas constituiu-se pela aferição dos padrões de intensidade capturados quando as amostras eram submetidas a diferentes campos magnéticos aplicados, sem que houvesse corrente aplicada. A partir desses resultados, a Equação (24) foi utilizada para ajustar os dados experimentais e realizar o processo de calibração pixel a pixel. Na Figura 32 temos uma representação visual da qualidade desses ajustes. As áreas delimitadas pelo retângulo tracejado azul representam a localização das fitas condutoras de alumínio.

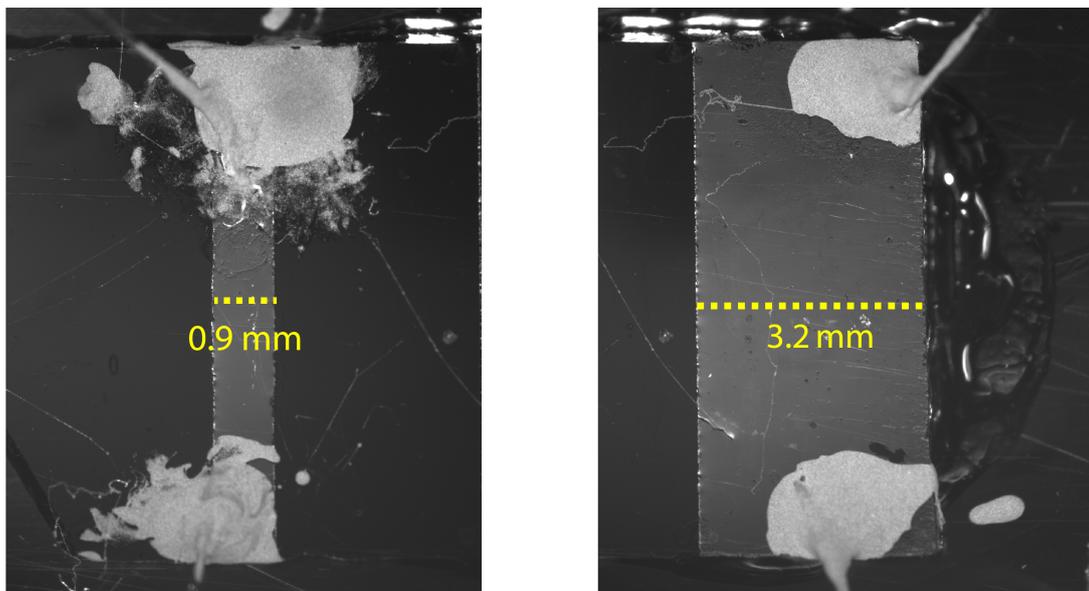


Figura 31: Fitas de alumínio obtidas pela técnica de evaporação térmica.

Já as linhas contínuas roxas delimitam a região onde se encontra a camada MO, que permite a visualização dos diferentes padrões de fluxo magnético. Em geral, os ajustes apresentam um alto fator  $R^2$  e podem ser considerados bons, com exceção de regiões próximas às bordas da camada MO onde ocorrem defeitos devido à clivagem do indicador MO. As representações da Figura 32 permitem escolher boas regiões para a análise do fluxo magnético oriundo de uma corrente de transporte que passa pelas fitas de alumínio, evitando regiões que contenham defeitos significativos da camada MO.

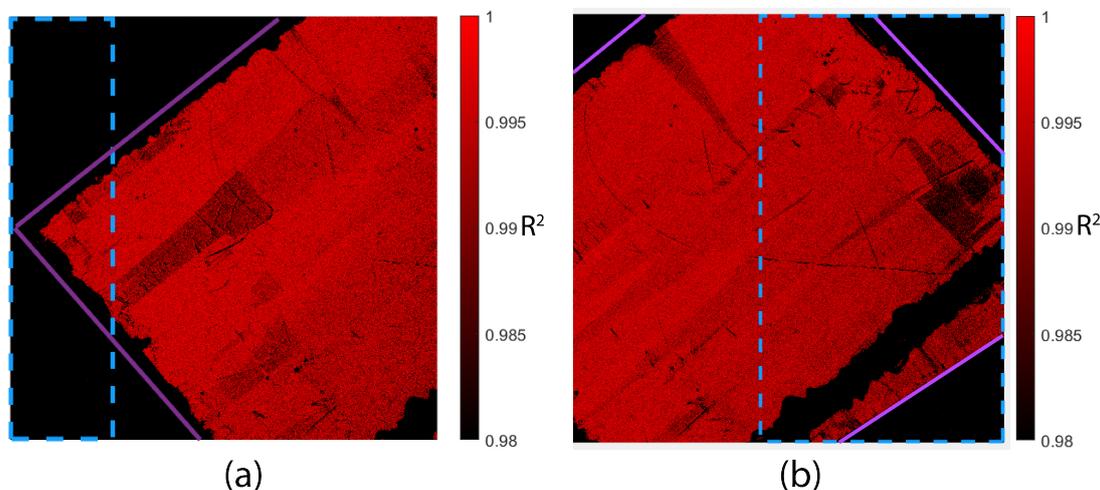


Figura 32: Representação visual da qualidade de ajuste das amostras de 0,9 mm (a) e 3,2 mm (b).

#### 5.4 Campos gerado pela fita de 0,9 mm

Após a calibração, foram aplicadas correntes progressivamente mais altas pela fita de 0,9 mm, em passos de 50 mA até atingir 200 mA. A cada passo, uma imagem MO foi obtida e convertida em densidade de fluxo magnético com os coeficientes obtidos na calibração. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 33. A distribuição de pontos experimentais revela que as medidas de densidade de fluxo obtidas para a fita com os valores de corrente utilizados são muito próximas da resolução do experimento. Contudo, a comparação sucessiva com a evolução de  $B_y(x)$  obtido a partir das simulações indica que o comportamento observado experimentalmente está de acordo

com as previsões. Uma alternativa para melhorar a razão entre sinal e ruído nas medidas seria a obtenção de campos de maior intensidade gerados por correntes mais altas. Tais correntes, porém, possivelmente extrapolariam os limites típicos de correntes críticas de filmes supercondutores com as dimensões investigadas neste trabalho, tornando os resultados de pouco apelo prático. Além disso, outro problema associado ao aumento da corrente é o surgimento de domínios magnéticos na camada MO, que se tornam aparentes na Figura 33 na forma de pontas triangulares mais escuras. Esses domínios são artefatos experimentais e não atrapalham a análise dos resultados, desde que eles não se sobreponham à região de interesse, o que só acontece no caso da corrente de 200 mA na Figura 33, onde podemos ver um salto abrupto na curva dos dados experimentais.

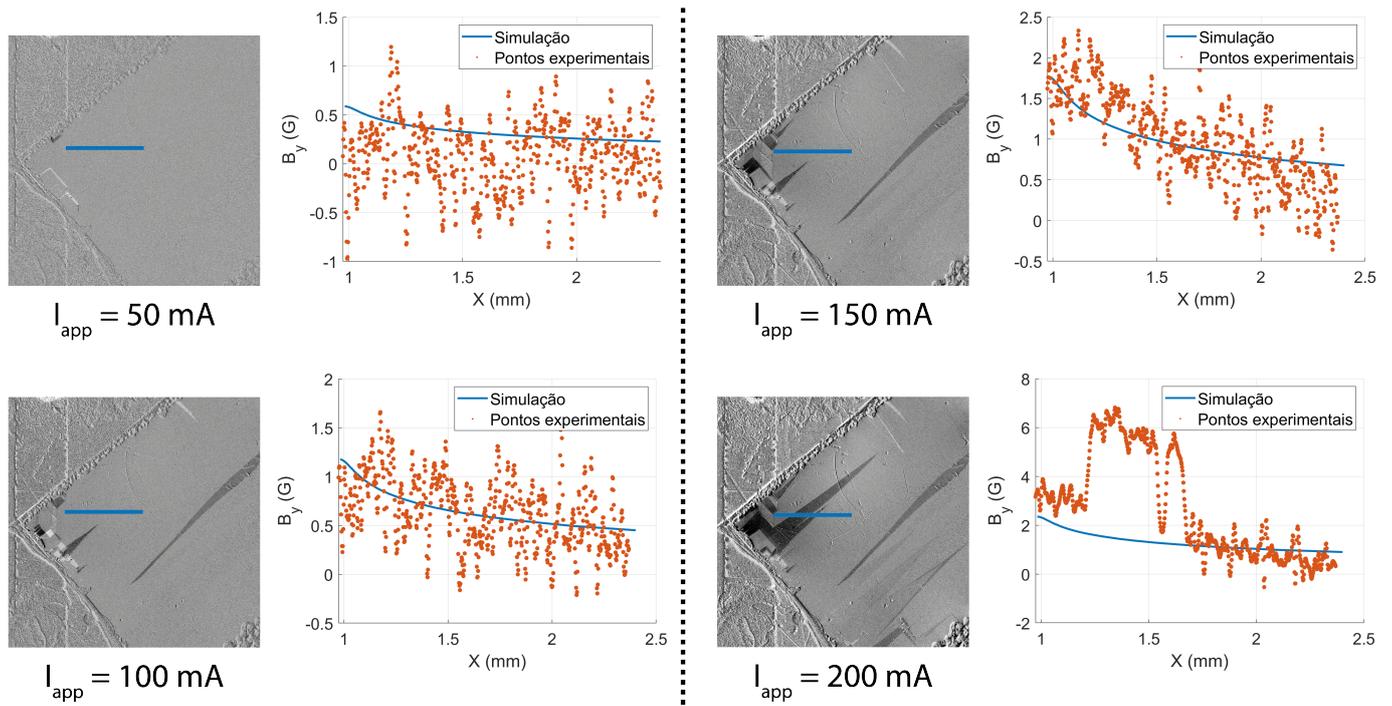


Figura 33: Na esquerda, as imagens em tons de cinza, são apresentadas imagens da distribuição de fluxo magnético obtidas por MOI para diferentes valores de corrente aplicada nas fitas de 0,9 mm. Os gráficos logo à direita representam os perfis de  $B_y$  na região delimitada pela faixa azul nas imagens de MOI para as respectivas correntes aplicadas. Em azul, são mostrados os resultados de simulação para uma fita de largura equivalente. Em laranja, os dados experimentais.

## 5.5 Campos gerado pela fita de 3,2 mm

O mesmo procedimento foi utilizado para investigar o comportamento do campo magnético gerado pela fita de 3,2 mm. Dessa vez, a corrente aplicada foi aumentada em passos de 50 mA até 250 mA. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 34. Nesse caso, torna-se muito difícil traçar um paralelo entre o comportamento experimental e as simulações. Isso acontece, pois o campo útil gerado pela fita mais larga é inferior àquele gerado pela fita com menor largura para uma mesma corrente aplicada. Todavia, imaginando um material supercondutor com determinada densidade de corrente crítica, é possível transportar mais corrente por uma fita mais larga. Essa alternativa foi explorada neste trabalho, mas, após 250 mA, domínios na camada MO impediam a análise dos perfis de fluxo magnético.

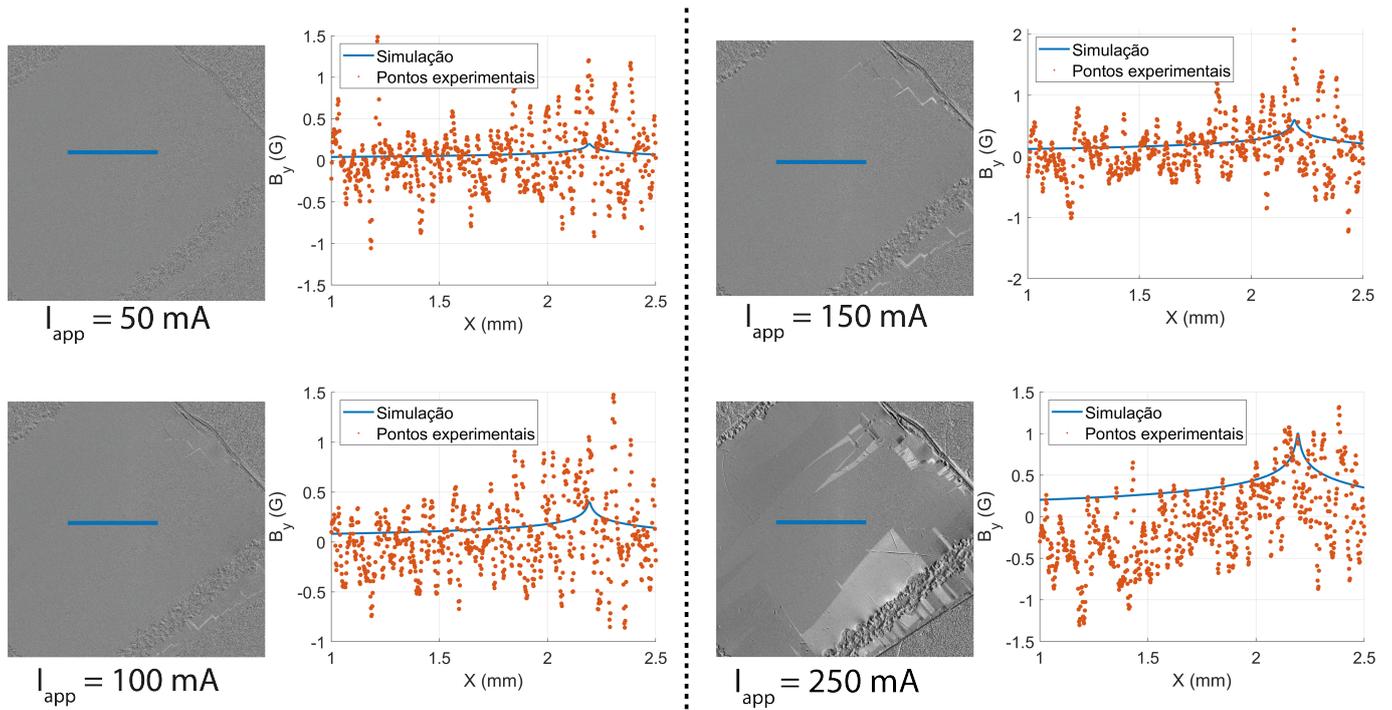


Figura 34: Na esquerda, as imagens em tom de cinza, são apresentadas imagens da distribuição de fluxo magnético obtidas por MOI para diferentes valores de corrente aplicada nas fitas de 3,2 mm. Os gráficos logo à direita representam os perfis de  $B_y$  na região delimitada pela faixa azul nas imagens de MOI para as respectivas correntes aplicadas. Em azul, são mostrados os resultados de simulação para uma fita de largura equivalente. Em laranja, os dados experimentais.

## 6 Conclusões

Os resultados obtidos revelam que a formulação  $TA$  pode ser utilizada com sucesso para simular o comportamento de filmes finos suficientemente longos ou então com geometria de anel. Essa formulação não só é uma boa aproximação para condutores, mas também para supercondutores, que é o seu trunfo, pois o esforço de processamento necessário é muito pequeno e recupera bem o comportamento esperado pelos modelos de estado crítico. Os resultados mostram que variações na espessura preservando as dimensões típicas de filmes finos não aumentam o campo útil gerado na sua vizinhança. Por outro lado, a largura das fitas condutoras de corrente é um parâmetro de controle prático que pode ser utilizado para intensificar os campos magnéticos gerados pelas fitas supercondutoras. Um outro resultado importante é que o campo magnético útil gerado por filmes finos supercondutores nas proximidades de sua borda são mais intensos do que os gerados por materiais condutores. Dessa forma, as técnicas empregadas neste trabalho representam um avanço em relação à metodologia utilizada na Ref. [3] para a estimativa do campo gerado pela espira de corrente do dispositivo superconductor. Assim, será possível empregar as simulações supercondutoras baseadas no método de elementos finitos para prever com maior acurácia os campos gerados por anéis de correntes com diferentes geometrias e ajudar a projetar dispositivos supercondutores mais eficientes.

Na parte experimental, foi possível observar satisfatoriamente de forma quantitativa que os perfis de  $B_y$  se comportam como o previsto pelas simulações no caso da fita condutora de 0,9 mm. Tal fita se mostrou ideal para as análises, pois permitiu a geração de um campo magnético de maior intensidade. Em outras palavras, uma maior densidade de corrente oriunda de sua menor largura permitiu que os campos gerados fossem mais intensos. Outro ponto importante é que, nas condições experimentais usuais, além da corrente aplicada, existe também um campo gerado por uma bobina externa, o que afeta diretamente a distribuição da densidade de corrente em um filme superconductor. Novamente, as técnicas de simulação implementadas representam um avanço na descrição do pro-

blema, pois tornam possível modelar os campos gerados na situação em que correntes de transporte e um campo magnético externo são aplicados simultaneamente no dispositivo. Além disso, apesar de essa possibilidade não ter sido explorada, a formulação empregada permite considerar comportamentos supercondutores que vão além das condições do Modelo de Bean, como a inclusão de dependências de  $J_c$  com  $\mathbf{B}$ , além da própria espessura do filme em diferentes condições consideradas neste trabalho.

## Referências

- [1] D. A. V. Tonidandel, A. E. A. d. Araújo, and W. d. C. Boaventura, “História da eletricidade e do magnetismo: da antiguidade à idade média,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 40, 2018.
- [2] K. Meyer, “Faraday and Ørsted,” *Nature*, vol. 128, no. 3226, pp. 337–339, 1931.
- [3] D. A. D. Chaves, I. de Araújo, D. d. Carmo, F. Colauto, A. de Oliveira, A. M. H. De Andrade, T. H. Johansen, A. Silhanek, W. A. Ortiz, and M. Motta, “Enhancing the effective critical current density in a nb superconducting thin film by cooling in an inhomogeneous magnetic field,” *Applied Physics Letters*, vol. 119, no. 2, p. 022602, 2021.
- [4] D. J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*. American Association of Physics Teachers, 3 ed., 2005.
- [5] C. Kittel and P. McEuen, *Kittel’s Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, 8 ed., 2018.
- [6] G. Shaw, J. Brisbois, L. Pinheiro, J. Müller, S. Blanco Alvarez, T. Devillers, N. Dempsey, J. Scheerder, J. Van de Vondel, S. Melinte, *et al.*, “Quantitative magneto-optical investigation of superconductor/ferromagnet hybrid structures,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 89, no. 2, p. 023705, 2018.
- [7] J. R. Clem and K. K. Berggren, “Geometry-dependent critical currents in superconducting nanocircuits,” *Physical Review B*, vol. 84, no. 17, p. 174510, 2011.
- [8] D. Van Delft and P. Kes, “The discovery of superconductivity,” *Physics Today*, vol. 63, no. 9, pp. 38–43, 2010.
- [9] D. Goodstein and J. Goodstein, “Richard Feynman and the history of superconductivity,” *Physics in Perspective*, vol. 2, no. 1, pp. 30–47, 2000.
- [10] C. P. Poole, H. A. Farach, and R. J. Creswick, *Superconductivity*. Academic Press, 2013.
- [11] M. Motta, “Flux avalanches in patterned superconducting thin films: ac susceptibility, morphology and related studies,” *Tese de Doutorado. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)*, 2013.
- [12] A. Mann, “Still in suspense,” *Nature*, vol. 475, no. 7356, p. 280, 2011.
- [13] E. Brandt, “Superconductors and vortices at radio frequency magnetic fields,” in *The fourth international workshop on thin films and new ideas for pushing the limits of RF superconductivity, Padua, Italy*, 2010.
- [14] E. Zeldov, J. R. Clem, M. McElfresh, and M. Darwin, “Magnetization and transport currents in thin superconducting films,” *Phys. Rev. B*, vol. 49, pp. 9802–9822, Apr 1994.
- [15] F. Huber, W. Song, M. Zhang, and F. Grilli, “The ta formulation: an efficient approach to model the macroscopic electromagnetic behaviour of hts coated conductor applications,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 35, no. 4, p. 043003, 2022.
- [16] D. W. Pepper and J. C. Heinrich, *The finite element method: basic concepts and applications with MATLAB, MAPLE, and COMSOL*. CRC press, 2017.
- [17] S. C. Lofgran, “Thin film deposition & vacuum technology,” *Senior Thesis Department of Physics Brigham Young University*, 2013.

- [18] K. J. Lesker, “Materials calculators.” <https://www.lesker.com/materials-calculators.cfm>, Feb. 2023.
- [19] L. B. L. G. Pinheiro, “Quantitative magneto-optical imaging in bi-layered and in nanoscaled wedge-shaped superconducting thin films,” *Tese de Doutorado. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)*., 2019.
- [20] C. Jooss, J. Albrecht, H. Kuhn, S. Leonhardt, and H. Kronmüller, “Magneto-optical studies of current distributions in high- $t_c$  superconductors,” *Reports on progress in Physics*, vol. 65, no. 5, p. 651, 2002.
- [21] L. Pinheiro, L. Jiang, E. Abbey, D. A. Chaves, A. Chiquito, T. Johansen, J. Van de Vondel, C. Xue, Y.-H. Zhou, A. Silhanek, *et al.*, “Magnetic flux penetration in nanoscale wedge-shaped superconducting thin films,” *Physical Review B*, vol. 106, no. 22, p. 224520, 2022.