

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEMEC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA

VINICIUS DE MELLO SANTIAGO MODA

**CONTROLE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO PLANAR EM
SÉRIE COM REDUNDÂNCIA NO ESPAÇO DAS TAREFAS**

SÃO CARLOS
2023

VINICIUS DE MELLO SANTIAGO MODA

**CONTROLE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO PLANAR EM
SÉRIE COM REDUNDÂNCIA NO ESPAÇO DAS TAREFAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao DEMec -
Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de São Carlos, para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes

SÃO CARLOS
2023



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905
Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 18/2023/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

VINICIUS DE MELLO SANTIAGO MODA

CONTROLE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO PLANAR EM SÉRIE COM REDUNDÂNCIA NO ESPAÇO DAS TAREFAS

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 05 de abril de 2023

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	João Vitor de Carvalho Fontes
Membro da Banca 1	Luis Antonio Oliveira Araujo
Membro da Banca 2	Vitor Ramos Franco



Documento assinado eletronicamente por **Joao Vitor de Carvalho Fontes, Docente**, em 05/04/2023, às 11:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vitor Ramos Franco, Docente**, em 05/04/2023, às 11:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luis Antonio Oliveira Araujo, Docente**, em 05/04/2023, às 11:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0997814** e o código CRC **E029FE2C**.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Cinthya, minha noiva e companheira de vida, por me apoiar em todos os momentos, ouvir meus desabafos, reclamações e dividir a vida comigo. Meu amor, eu dedico essa conquista a você. Aos meus cachorros Bento e Maria, que me deram todo o apoio emocional e me acompanharam durante a elaboração desse trabalho.

Aos meus familiares eu agradeço por sempre me incentivarem a estudar e em especial a tia Margarete, tio Artemis e tio Gerson por todo o esforço para que essa graduação fosse possível. Ao tio Artemis eu agradeço por todos as caronas até a federal, e pelos conselhos no caminho.

Aos meus amigos da Equipe Fórmula Route UFSCar eu agradeço pelos momentos de aprendizado, horas de oficina e competição, sem dúvidas esse projeto de extensão foi muito importante para mim durante a graduação e depois dela também.

Aos professores do DEMec, obrigado pelo empenho em formar uma nova geração de engenheiros. Professor João, eu agradeço por aceitar me orientar, por estar sempre disponível para me explicar e apoiar em todas as dúvidas durante o desenvolvimento desse trabalho.

RESUMO

O uso de manipuladores robóticos industriais tem tido expressiva notoriedade nos dias atuais, sendo também a grande aposta para o futuro das indústrias. Seu uso inclui fundição, soldagem e pintura, movimentação de cargas, inspeção de produtos e deslocamento, entre diversos outros. Apesar de já amplamente utilizados, um extenso estudo continua a ser feito de modo que suas tarefas sejam executadas de maneira otimizada. Para otimização do desempenho pode-se utilizar os graus de liberdade, os quais determinam a mobilidade do robô e, quando em excesso, tem como consequência a redundância cinemática. A resolução da redundância é o processo de definir as posições das juntas dentre as infinitas soluções possíveis. São dois os tipos de resolução: local e global. Este trabalho utilizou a resolução local que calcula o gradiente da função custo para todos os instantes de tempo buscando a melhor configuração das juntas. Os resultados obtidos foram comparados com um manipulador não redundante e ambos contaram com um controle PID. O manipulador foi modelado usando o pacote *Simscape Multibody* e funções de apoio foram construídas no MATLAB. Os resultados obtidos mostram que o o manipulador com redundância apresentou menores erros de posição do efetuador final bem como redução significativa nos torques das juntas.

Palavras-chave: Manipulador robótico. Redundância. Controle PID.

ABSTRACT

The use of industrial robotic manipulators has gained significant prominence in modern times, and is also a major bet for the future of industries. Its use includes casting, welding and painting, load handling, product inspection, and displacement, among many others. Despite being widely used already, an extensive study continues to be carried out so that their tasks are executed in an optimized manner. To optimize performance, degrees of freedom can be used, which determine the mobility of the robot and, when in excess, result in kinematic redundancy. Redundancy resolution is the process of defining the joint positions among the infinite possible solutions. There are two types of resolution: local and global. This work used local resolution, which calculates the cost function gradient for all time instances to find the best joint configuration. The results were compared with a non-redundant manipulator, and both had a PID control. The manipulator was modeled using the Simscape Multibody package, and supporting functions were built in MATLAB. The results obtained show that the redundant manipulator had lower final effector position errors as well as significant reduction in joint torques.

Keywords: Robotic manipulator. Redudancy. PID control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Manipulador serial modelo ABB SWIFTI™ CRB 1300.	11
Figura 2 – Diagrama de blocos para sistemas de controle de malha aberta (a) e malha fechada (b).	13
Figura 3 – Modelo CAD de um robô manipulador de cadeia aberta.	16
Figura 4 – Modelo de um manipulador planar em série.	18
Figura 5 – Diagrama esquemático de um sistema de controle para o manipulador não redundante.	26
Figura 6 – Diagrama esquemático de um sistema de controle para o manipulador redundante.	27
Figura 7 – Trajetória do efetuador.	28
Figura 8 – Manipulador serial modelado no <i>Simulink</i>	29
Figura 9 – Modelagem física do robô no <i>Simscape Multibody</i>	30
Figura 10 – Modelagem completa no MATLAB.	31
Figura 11 – Erro entre a posição desejada e alcançada [m] por tempo [s] para o manipulador redundante.	32
Figura 12 – Erro entre a posição desejada e alcançada [m] por tempo [s] para o manipulador não redundante.	33
Figura 13 – Erro entre o ângulo θ desejado e alcançado [rad] por tempo [s] para o manipulador não redundante.	33
Figura 14 – Trajetória percorrida pelo efetuador redundante.	34
Figura 15 – Trajetória percorrida pelo efetuador não redundante.	34
Figura 16 – Torque nas juntas [Nm] por tempo [s] para o manipulador redundante.	35
Figura 17 – Torque nas juntas [Nm] por tempo [s] para o manipulador não redundante.	35
Figura 18 – Posição x do efetuador e das juntas [m] por tempo [s] para o manipulador redundante.	36
Figura 19 – Posição y do efetuador e das juntas [m] por tempo [s] para o manipulador redundante.	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre tipos comuns de técnicas de controle aplicadas em manipuladores redundantes.	14
Tabela 2 – Parâmetros DH para o manipulador.	18
Tabela 3 – Parâmetros do manipulador	28
Tabela 4 – Dados da trajetória do efetuador.	29

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivos	15
2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1 Mobilidade	16
2.2 Redundância em manipuladores robóticos	17
2.2.1 Redundância cinemática no espaço das tarefas	17
2.3 Modelagem matemática para um manipulador planar em série.	17
2.3.1 Modelagem cinemática direta	19
2.3.2 Modelagem cinemática inversa	19
2.3.3 Modelagem cinemática direta diferencial	21
2.3.4 Modelagem cinemática direta diferencial	22
2.3.5 Dinâmica	22
2.3.6 Planejamento de trajetória	23
2.3.7 Resolução da redundância	25
2.4 Controle	26
3 – METODOLOGIA	28
4 – RESULTADOS	32
5 – CONCLUSÃO	37
5.1 Trabalhos futuros	37
REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

A cada ano o uso de manipuladores robóticos industriais aumenta de maneira significativa, sendo utilizado em diversas áreas da indústria, tais como: fundição, pintura, soldagem, montagem, movimentação de cargas, inspeção de produtos e deslocamento. Esses manipuladores são capazes de realizar trabalhos que são limitados pela força humana, além de apresentar vantagens como padronização do produto, agilidade na produção e precisão dimensional, melhoria da segurança do trabalhador, maior flexibilidade no processo de fabricação e redução de custos (Portal da Indústria, 2017); (International Federation of Robotics, 2019).

Os robôs manipuladores são classificados, de acordo com sua estrutura mecânica, como robôs que apresentam base fixa e são compostos por uma sequência de elos rígidos interligados por articulações, conhecidas como juntas. Um manipulador em série apresenta cadeia cinemática aberta, ou seja, existe apenas uma sequência de elos entre a base e o efetuator final, sendo este o elemento responsável por executar a tarefa (SICILIANO et al., 2009), a figura 1 mostra um robô serial de cadeia aberta da empresa ABB utilizado para montagens com carga útil máxima de 11 [kg].

Figura 1 – Manipulador serial modelo ABB SWIFTI™ CRB 1300.



Fonte: ABB (2023)

A mobilidade de um manipulador é determinada pelos graus de liberdade (GDL), definidos pela quantidade de juntas. Os graus de liberdade devem ser devidamente distribuídos ao longo da estrutura mecânica para executar uma determinada tarefa, de modo

que GDL em excesso no manipulador tem a redundância cinemática como consequência direta.

Ghosal (2018) aponta que um problema chave em sistemas redundantes é que, para uma posição e orientação específicas do efetuador, existem infinitas possibilidades para as juntas acionadas. O processo de definir o posicionamento das juntas entre as infinitas possibilidades, enquanto o efetuador final executa uma tarefa, é chamado de resolução da redundância.

Na literatura estão presentes vários estudos em que os pesquisadores propõem diversas estratégias para manipuladores cinematicamente redundantes e uma extensa pesquisa continua a ser feita devido à sua alta flexibilidade e versatilidade na execução de determinadas tarefas complexas. Um dos primeiros usos propostos de redundância foi superar as restrições de movimento do efetuador do robô, devido à presença de limites de junta, além de evitar obstáculos e singularidades presentes no espaço de tarefa do robô (KOUABON et al., 2020);(GHOSAL, 2018).

A pseudo-inversa da matriz jacobiana do manipulador, principal estratégia utilizada desde a década de 80, relaciona as velocidades angulares e lineares do efetuador com as taxas de junta. A revisão de Klein e Huang (1983) indica que esta ferramenta, em conjunto com matrizes de ponderação ,foi utilizada para minimizar a aceleração e torques das juntas.

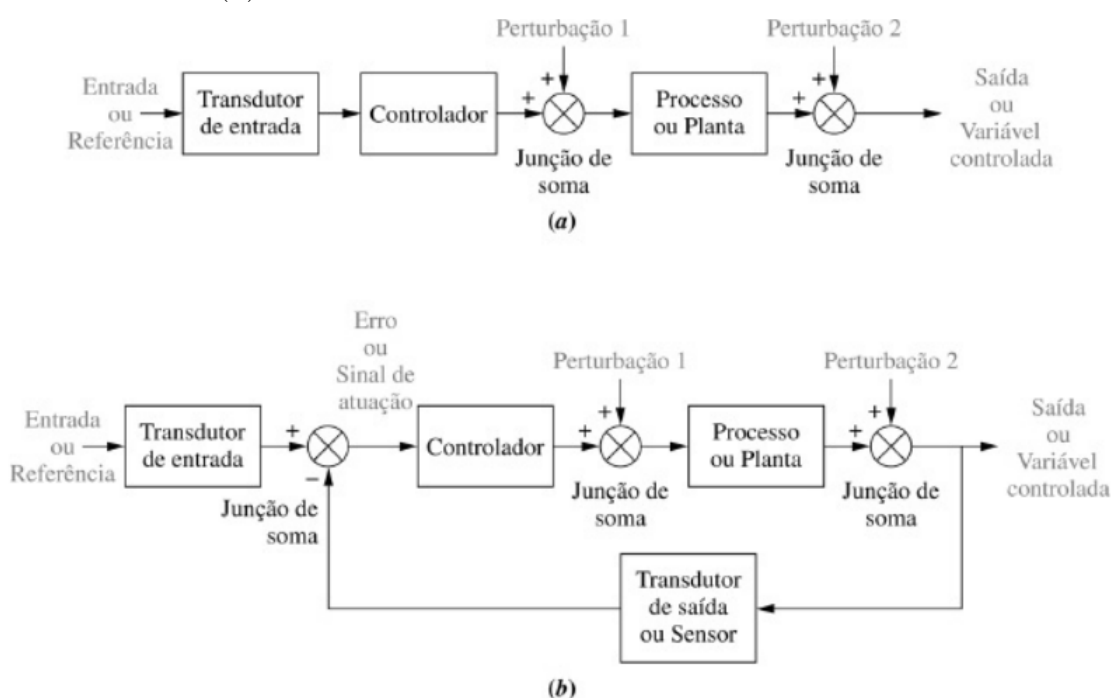
Woolfrey, Lu e Liu (2019) propôs um método de controle para minimizar o torque da junta em um manipulador redundante de 7 graus de liberdade, onde uma força externa atua no efetuador. Deste modo, este trabalho indica o potencial para um manipulador executar certas tarefas além de sua capacidade nominal de carga útil.

O planejamento de trajetória é um dos grandes desafios na robótica. Este consiste em encontrar uma lei de movimento temporal ao longo de um determinado caminho geométrico. As entradas da equação de trajetória são o caminho geométrico, restrições cinemáticas e dinâmicas que resultam em uma sequencia temporal de valores de posição, velocidade e aceleração. Castro (2019) apresenta o planejamento de trajetória no espaço das juntas e e das tarefas bem como suas vantagens e desvantagens.Macfarlane e Croft (2003) descreve o método para encontrar uma equação polinomial que resulta em um perfil quadrático que evita descontinuidades e grandes variações de velocidade e aceleração.

Um sistema de controle é responsável por produzir uma resposta ou saída em relação a uma entrada ou estímulo, onde entrada é a resposta desejada e a saída é a resposta real. Há várias classificações diferentes de sistemas a serem controlados, chamados de plantas, que podem ser baseadas em seu comportamento ou em suas características físicas, bem como na potência dos sinais de entrada, saída e internos com que operam. Existem duas configurações de sistemas de controle: malha aberta e malha fechada. O sistema de malha aberta possui um transdutor de entrada que converte o sinal para o controlador, que por sua vez inicia um processo ou uma planta. O controle de malha

aberta não realiza correções de perturbações adicionadas ao sistema. O sistema com malha fechada corrige a principal desvantagem do sistema de malha aberta, o sinal de saída é convertido e realimenta o sistema de controle, dessa forma o sistema de malha fechada consegue compensar as perturbações encontradas no sistema (NISE; SILVA, 2002). A figura 2 mostra diagramas de blocos para sistemas de controle de malha aberta (a) e para malha fechada (b).

Figura 2 – Diagrama de blocos para sistemas de controle de malha aberta (a) e malha fechada (b).



Fonte: Retirado de Nise e Silva (2002)

Portanto, devido às vantagens adicionais, o planejamento de movimento bem como o controle de manipuladores redundantes são áreas importantes da pesquisa robótica. Vários trabalhos sugerem diferentes soluções para o problema de rastreamento de trajetória em manipuladores redundantes e alguns deles estão listados da tabela 1 juntamente com suas limitações.

Tabela 1 – Comparação entre tipos comuns de técnicas de controle aplicadas em manipuladores redundantes.

Técnica de controle	Baseado em	Limitações
Controle de Torque Computadorizado	Linearização da dinâmica não linear do manipulador para que técnicas de controle linear, como o controle PID, possam ser aplicadas.	A incerteza dos parâmetros do modelo, até certo ponto, está sempre presente. Aplicação limitada a robôs de baixa velocidade.
Controle de modo deslizante	Aplicação da lei de controle descontínuo para confinar a trajetória do sistema na vizinhança apertada de uma superfície deslizante.	Problemático com incertezas inigualáveis. A seleção da superfície deslizante é uma tarefa tediosa. Pode ocorrer trepidação.
Controle baseado em observador de perturbação	Projeto de lei de controle com base em um observador que pode estimar distúrbios ambientais, bem como incertezas do sistema.	A estabilidade não pode ser estritamente garantida sem o uso de um controlador linear. A dinâmica não linear devido ao acoplamento da junta pode apresentar limitações.
Controle de Lógica Fuzzy	Conjunto de regras imprecisas para determinar a lei de controle, decidindo um grau de pertinência a um certo conjunto fuzzy.	A estabilidade não pode ser estritamente garantida.

Fonte: Adaptado de Dhyani, Panda e Jha (2020)

O controle proporcional integral e derivativo (controle PID), utilizado neste trabalho, é uma técnica de controle ainda amplamente utilizada, apesar do rápido avanço da teoria de controle moderna. São vantagens do PID o controlador ser de estrutura simples, relativamente fácil de ajustar os parâmetros e possuir excelente desempenho de controle (BENNETT, 1993);(BAK et al., 2022); (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986).O controle PID possibilita adaptações do sistema retroalimentado proporcionando respostas rápidas, controle de estabilidade e baixo erro em regime permanente. Guo, Xu e Yan (2017) apresenta em seu trabalho uma forma de utilizar controle PID para minimizar o efeito de ruídos em manipuladores, assim como Zhong, Wang e Dou (2021) utilizou um controle PID adaptativo fuzzy para melhorar a robustez em relação as incerteza e perturbações externas.

No estudo de Mandava e Vundavalli (2015) foi utilizado controle PID em um robô manipulador em série, obtendo desempenho satisfatório enquanto atingem as condições de contorno especificadas com requisitos de torque razoáveis em várias juntas.

1.1 Objetivos

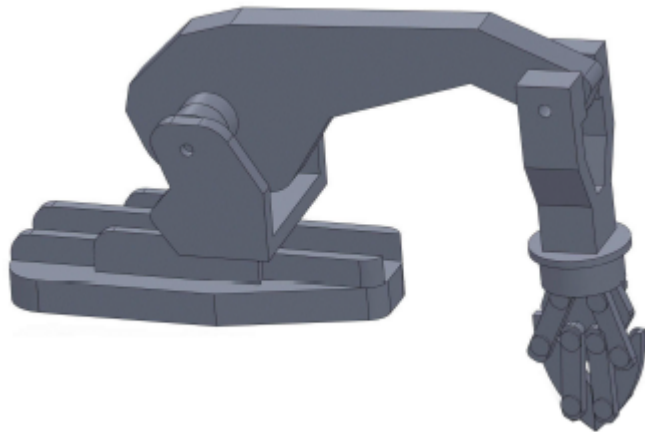
O objetivo geral desse trabalho é estudar o desempenho dinâmico de um manipulador planar serial de três graus de liberdade (GDL), com redundância no espaço das tarefas, através da resolução da redundância pelo métodos local. Para que esse objetivo seja atingido os seguintes objetivos específicos foram propostos:

- Modelar um manipulador robótico planar em série com três graus de liberdade com suas equações cinemáticas e dinâmicas;
- Modelar um manipulador robótico planar em serie através módulo *Simscape Multibody* presente no pacote *Simulink* do *software* MATLAB.
- Implementar a modelagem dinâmica no software MATLAB para que seja possível realizar as simulações necessárias neste trabalho;
- Comparar os resultados de manipulador planar com e sem redundância.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os robôs são classificados em duas categorias, de acordo com a sua construção mecânica, como robôs manipuladores que possuem base fixa e os robôs móveis que possuem bases móveis (SICILIANO et al., 2009). Um robô é formado por uma cadeia de elos rígidos conectados por juntas e, no final de cada cadeia fica posicionado o efetuator final, que é a ferramenta responsável por realizar a tarefa do robô. Siciliano et al. (2009) diz que manipulador serial é definido quando existe apenas um caminho dos elos da base até o manipulador, além disso, esse tipo de robô é classificado como cadeia aberta. A figura 3 representa o desenho CAD de um robô manipulador de cadeia aberta.

Figura 3 – Modelo CAD de um robô manipulador de cadeia aberta.



Fonte: Cocota, Fujita e Silva (2012)

2.1 Mobilidade

A mobilidade é definida a partir do número de graus de liberdade (GDL) de um sistema (NORTON, 2010). Em seu estudo, Grübler e Grübler (1917), relata que para se calcular os GDL deve-se considerar o número de elos e juntas e suas interações. Através da equação 1 onde M , L , J , G são, respectivamente, mobilidade, número de elos, número de juntas e número de elos fixados.

$$M = 3L - 2J - 3G \quad (1)$$

Weihmann (2011) relata que para que robôs seriais não percam sua sustentação, todas as juntas devem ser atuadas, ou seja, a mobilidade é igual o numero de juntas. Portanto, a mobilidade é calculada como a soma dos graus de liberdade de cada junta

como mostrado na equação 2, onde gdl_i são os graus de liberdade do elo i e j é o total de juntas. Este valor é essencial para definir a redundância de um manipulador.

$$m = \sum_{i=1}^j gdl_i \quad (2)$$

2.2 Redundância em manipuladores robóticos

Redundâncias são utilizadas em sistemas que precisam de alta confiabilidade devido a segurança ou necessidade de precisão e, pode ser definida como mecânica, que é o objeto de estudo desse trabalho, ou eletrônica. Na redundância eletrônica os componentes no sistema estão dispostos de forma , ou seja, existem mais que o necessário. A redundância mecânica é subdividida em redundância cinemática e de atuação.

Um manipulador com redundância é capaz de realizar uma serie de tarefas definidas, bem como o manipulador sem redundância, entretanto a redundância permite otimizar a execução da tarefa melhorando o desempenho reduzindo os torques nas juntas e evitando arranjos singulares (KUTLARSKI; POTT; KUIJPER, 2010).

2.2.1 Redundância cinemática no espaço das tarefas

A redundância cinemática depende exclusivamente da tarefa a ser executada pelo manipulador. O espaço das tarefas d é definido pelo número de graus de liberdade exigidos para que a tarefa seja cumprida, isto é, a dimensão d tem que ser menor ou igual a mobilidade m pra que a tarefa possa ser executada. Um manipulador é redundante quando o resultado da equação 3 é maior que zero, indicando o grau de redundância.

$$R = m - d \quad (3)$$

Substituindo a equação 2 na equação 3 obtém-se o grau de redundância para manipuladores seriais, conforme a equação 4

$$R = j - d \quad (4)$$

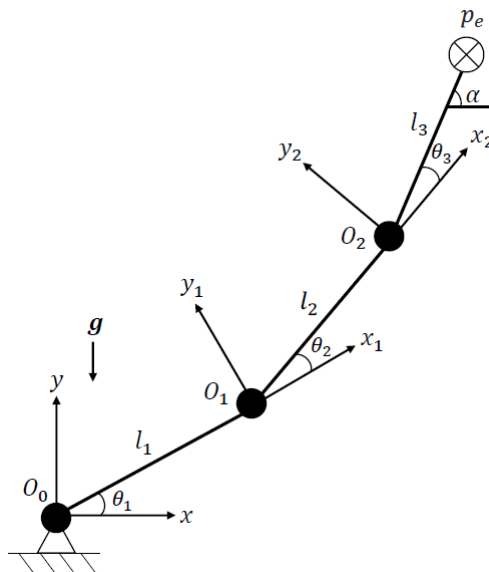
Para este trabalho o manipulador é planar, ou seja, atua no espaço das tarefas de dimensão 2 ($d = 2$) e apresenta três juntas rotativas ($j = 3$) apresentando uma redundância cinemática ($R = 1$).

2.3 Modelagem matemática para um manipulador planar em série.

O manipulador planar em série com redundância cinemática mostrado na figura 4 foi utilizado como base para a modelagem matemática. O manipulador é constituído por elos unidos por três juntas de revolução com ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 , sempre medidos em relação ao elo anterior, e representados pelo vetor $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]$.

Os valores l_1 , l_2 e l_3 representam, respectivamente, os comprimentos dos elos um, dois e três. O ângulo α representa a orientação do efetuador em relação ao sistema de coordenadas fixo (x,y) . O vetor $p_e = [x_e, y_e]$ mostra a posição do efetuador. Além disso o manipulador é livre para se movimentar somente no plano (x,y) limitando seu plano de trabalho por sua estrutura e a gravidade é representada pelo vetor g de sentido contrário ao referencial y .

Figura 4 – Modelo de um manipulador planar em série.



Fonte: Oliveira (2022)

Denavit e Hartenberg (1955) propuseram uma forma de padronizar sistemas de coordenadas de referências, através de parâmetros chamados DH. Estes são largamente utilizados para modelagem de manipuladores robóticos, sendo θ_i o ângulo de rotação ao redor do eixo z_{i-1} deixando o eixo x_{i-1} com o eixo x_1 , d_i é o deslocamento da origem O_{i-1} ao longo de z_{i-1} até o ponto de intersecção dos eixos z_{i-1} e x_1 , a_i é o deslocamento da origem O_i ao longo de x_i até a intersecção dos eixos x_i e z_{i-1} e α_i é o ângulo de rotação ao redor do eixo x_i deixando o eixo z_{i-1} paralelo com o eixo z_i . A tabela 2 abaixo mostra os parâmetros DH para o manipulador da figura 4.

Tabela 2 – Parâmetros DH para o manipulador.

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0	l_1	0
2	θ_2	0	l_2	0
3	θ_3	0	l_3	0

Fonte: Oliveira (2022)

2.3.1 Modelagem cinemática direta

Para determinar a posição do efetuador de acordo com as posições angulares de cada junta é empregado a cinemática direta, por meio da matriz de transformação homogênea A (equação 5), que representa a posição de referência do elo que está sendo analisado em relação ao elo anterior.

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Utilizando a matriz de transformação T (equação 6) para calcular a posição do efetuador em relação ao sistema de referência, onde os elementos R_{ij} , x_e , y_e e z_e representam, respectivamente, as rotações e a posição do efetuador.

$$T_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & x_e \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & y_e \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & z_e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Para o caso de um manipulador planar em série com três juntas de rotação obtém-se a matriz T simplificada é mostrada na equação 7.

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & x_e \\ R_{21} & R_{22} & y_e \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

A posição do efetuador é calculada como mostrado na equação 8 e o ângulo α é calculado a partir da soma dos ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 como mostrado na equação 9.

$$p_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\alpha = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (9)$$

2.3.2 Modelagem cinemática inversa

Para determinar a posição das juntas, na cinemática inversa, utiliza-se a posição do efetuador (p_e) e sua orientação (α). A cinemática inversa é mais complicada quando comparada com a cinemática direta, pois as equações são lineares e muitas vezes não podem ser resolvidas de forma fechada e, dependendo da posição final desejada e da estrutura

física do manipulador, pode não existir solução, além disso, podem existir múltiplas e infinitas soluções.

Com uma trajetória determinada para o efetuador final utiliza-se a cinética inversa para modelar o manipulador. Utilizando a equação 8 e considerando a posição para a junta O_2 obtém-se:

$$p_{O_2} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Somando as 2 equações (x_2 e y_2), elevando ao quadrado e isolando $\cos(\theta_2)$ resultando em:

$$\cos(\theta_2) = \frac{x_2^2 + y_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \quad (11)$$

As variáveis x_2 e y_2 podem ser reescritas em função de x_e, y_e e α .

$$x_2 = x_e - l_3 \cos(\alpha) \quad (12)$$

$$y_2 = y_e - l_3 \sin(\alpha) \quad (13)$$

Determina-se os valores de $\sin(\theta_2)$ e θ_2 através da equação 11.

$$\sin(\theta_2) = \sqrt{1 - \cos^2(\theta_2)} \quad (14)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\theta_2)}{\cos(\theta_2)} \right) \quad (15)$$

A partir da equação 10 e utilizando a identidade trigonométrica $\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)$ resulta em:

$$\cos(\theta_1) = \frac{(l_1 + l_2 \cos(\theta_2))x_2 + (l_2 \sin(\theta_2))y_2}{x_2^2 + y_2^2} \quad (16)$$

$$\cos(\theta_1) = \frac{(l_1 + l_2 \cos(\theta_2))y_2 + (l_2 \sin(\theta_2))x_2}{x_2^2 + y_2^2} \quad (17)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_1)} \right) \quad (18)$$

Isolando θ_3 na equação 9 obtém-se:

$$\theta_3 = \alpha - \theta_2 - \theta_1 \quad (19)$$

Através da matriz Jacobiana (J) é possível relacionar a velocidade do efetuador com a velocidade das juntas. Siciliano et al. (2009) mostra que para um manipulador planar serial com juntas rotativas é escrita como a equação 20.

$$\begin{bmatrix} Jp_i \\ Jo_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (p_e - p_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Onde z_{i-1} é definido como a terceira coluna da matriz de rotação $R_{z_{i-1}}^0$ e $R_{z_0}^0 = I_{3 \times 3}$ como mostrado na equação 21, p_e é o vetor de posição do efetuador que foi apresentado na equação 8 e p_{i-1} é o vetor de posição das juntas.

$$R_{z_i}^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

A matriz Jacobiana de um manipulador planar serial com juntas rotativas é dada por:

$$J_{(6 \times 3)} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\beta) - l_2 \sin(\gamma) - l_3 \sin(\alpha) & -l_2 \sin(\gamma) - l_3 \sin(\alpha) & -l_3 \sin(\alpha) \\ l_1 \cos(\beta) + l_2 \cos(\gamma) + l_3 \cos(\alpha) & l_2 \cos(\gamma) + l_3 \cos(\alpha) & l_3 \cos(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Onde:

- $\alpha = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$ (equação 9).
- $\beta = \theta_1$
- $\gamma = \theta_1 + \theta_2$

Simplificando as linhas nulas obtém-se uma matriz quadrada (3x3) para um manipulador não redundante (equação 23).

$$J_{(3 \times 3)} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\beta) - l_2 \sin(\gamma) - l_3 \sin(\alpha) & -l_2 \sin(\gamma) - l_3 \sin(\alpha) & -l_3 \sin(\alpha) \\ l_1 \cos(\beta) + l_2 \cos(\gamma) + l_3 \cos(\alpha) & l_2 \cos(\gamma) + l_3 \cos(\alpha) & l_3 \cos(\alpha) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

A matriz Jacobiana pra um manipulador redundante relaciona as velocidades das juntas com os graus de liberdade lineares, mostrado na equação 24.

$$J_{(2 \times 3)} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\beta) - l_2 \sin(\gamma) - l_3 \sin(\alpha) & -l_2 \sin(\gamma) - l_3 \sin(\alpha) & -l_3 \sin(\alpha) \\ l_1 \cos(\beta) + l_2 \cos(\gamma) + l_3 \cos(\alpha) & l_2 \cos(\gamma) + l_3 \cos(\alpha) & l_3 \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (24)$$

2.3.3 Modelagem cinemática direta diferencial

Apos definir a matriz Jacobiana é possível utilizar a cinemática direta diferencial para manipuladores não redundantes como mostrado na equação 25.

$$\dot{x} = J\dot{q} \quad (25)$$

Onde \dot{x} é vetor de velocidades do efetuador ($\dot{x} = [\dot{x}_e, \dot{y}_e, \dot{\alpha}]$) e \dot{q} é o vetor de velocidade das juntas de rotação ($\dot{q} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]$). No presente trabalho define-se $\dot{x} = [\dot{x}_e, \dot{y}_e]$.

2.3.4 Modelagem cinemática direta diferencial

A cinemática inversa diferencial de uma manipulador não redundante é definida pela inversa da equação 25 como mostrado abaixo na equação 26.

$$\dot{q} = J^{-1}\dot{x} \quad (26)$$

A equação 26 tem solução apenas quando a matriz Jacobiana é quadrada (com dimensão $n \times n$) e possui determinante diferente de zero ($\det(J) \neq 0$). Ou seja, para um manipulador não redundante. Para um manipulador planar com redundância a matriz Jacobiana tem dimensão 2×3 , não sendo possível calcular a sua inversa. Portanto, deve-se utilizar uma matriz inversa de Moore-Penrose (BARATA; HUSSEIN, 2012), conhecida como matriz pseudo-inversa de J.

Obtêm-se as posições das juntas (q) através da integração das velocidades (\dot{q}), onde $q(0)$ é a posição inicial das juntas no intervalo de tempo, como mostrado na equação 27.

$$q(t) = \int_0^t \dot{q}(\varsigma)d(\varsigma) + q(0) \quad (27)$$

2.3.5 Dinâmica

Utilizando as equações cinemáticas é possível calcular as equações da dinâmica direta e inversa para um manipulador não redundante como mostrado nas equações 28 e 29. Onde $\ddot{x} = [\ddot{x}_e, \ddot{y}_e, \ddot{\alpha}]$ é o vetor de aceleração do efetuador e $\ddot{q} = [\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3]$ é o vetor de aceleração das juntas do manipulador.

$$\ddot{x} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (28)$$

$$\ddot{q} = J^{-1}(\ddot{x} - \dot{J}\dot{q}) \quad (29)$$

Utilizando a formulação de Lagrange para um sistema conservativo, onde $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]$ é o vetor de torque e q e \dot{q} são os vetores de posição e velocidade angular dos elos.

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \tau \quad (30)$$

Onde \mathcal{L} é o termo de Lagrange dado pela diferença entre a energia cinética e energia potencial (equação 31).

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{U} \quad (31)$$

O termo de energia cinética (\mathcal{K}) para um corpo rígido (elos do manipulador) é definido como:

$$\mathcal{K} = \sum_{i=1}^n \mathcal{K}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i x_{ci}^2 + \frac{1}{2} \theta_i^2 I_i \quad (32)$$

Onde m_i é a massa de cada elo, x_{ci} a velocidade do centro de massa, θ_i a velocidade angular e I_i o momento de inércia dos elos. Como os elos são primas retangulares o momento de inércia é calculado como mostrado na equação 33. Onde l_i é o comprimento e b_i a espessura dos elos.

$$I_i = \frac{1}{12} m_i (l_i^2 + b_i^2) \quad (33)$$

A energia potencial de um corpo rígido é calculada através do termo \mathcal{U} como mostrado na equação 34, onde y_{ci} é a altura do centro de massa dos elos e g é a aceleração da gravidade.

$$\mathcal{U} = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n m_i g y_{ci} \quad (34)$$

A partir da equação 30 obtém-se a equação para o calculo dos torques, conforme mostrado na equação 35. Sendo M a matriz de inércia, c o vetor de forças de centrípeta e de Coriolis e g o vetor dos termos gravitacionais.

$$\tau = M\ddot{q} + c + g \quad (35)$$

2.3.6 Planejamento de trajetória

O conjunto de ações, como por exemplo, caminho a ser percorrido, velocidades e acelerações durante esse caminho, necessárias para que um manipulador execute uma tarefa é chamado de planejamento de trajetória. Este planejamento pode ocorrer nos espaços das tarefas ou das juntas.

O planejamento de trajetória no espaço das juntas determina a orientação de cada junta durante a trajetória, ou seja, a posição do efetuador é conhecida somente em pontos determinados do caminho, sendo executado mais rápido e apresentando movimentos mais suaves nas juntas. Castro (2019) diz que a desvantagem é não garantir uma trajetória livre de colisões.

No planejamento de trajetória no espaço das tarefas a posição do efetuador é conhecida para todos os instantes de tempo, ocorrendo um controle absoluto da posição do

efetuador, apresentado uma movimentação mais natural lidando melhor com obstáculos. Porém apresenta as desvantagens de possuir um elevado custo computacional devido a necessidade de calcular a cinemática inversa para cada ponto da trajetória e não apresentar uma movimentação suave nas juntas. Neste trabalho foi utilizado este método utilizando movimentação ponto a ponto.

Um polinômio de quinto grau foi utilizado para calcular a posição e orientação do efetuador. O polinômio pode ser visto na equação 36 e as seguintes condições de contorno foram utilizadas para determinar os coeficientes do polinômio: posições ($p(t_i)$ e $p(t_f)$), velocidades ($\dot{p}(t_i)$ e $\dot{p}(t_f)$) e as acelerações ($\ddot{p}(t_i)$ e $\ddot{p}(t_f)$) iniciais e finais. A fim de se obter uma trajetória suave foram consideradas nulas as velocidades e acelerações iniciais e finais.

$$p(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (36)$$

O polinômio da equação 36 produz um perfil quadrático para o impulso, sem descontinuidades nos pontos finais, e sem grandes variações de velocidade e aceleração (MACFARLANE; CROFT, 2003). A partir de um sistema de equações, aplicando as condições de contorno, é possível determinar os valores dos coeficientes do polinômio e esse sistema é descrito de forma matricial como:

$$p = Da \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} p(t_i) \\ p(t_f) \\ \dot{p}(t_i) \\ \dot{p}(t_f) \\ \ddot{p}(t_i) \\ \ddot{p}(t_f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 & t_i^4 & t_i^5 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_i & 3t_i^2 & 4t_i^3 & 5t_i^4 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_i & 12t_i^2 & 20t_i^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Isolando o termo a da equação 37 e substituindo as condições de contorno $p = [p(t_i), p(t_f), 0, 0, 0, 0]$ obtendo:

$$a = D^{-1}p \quad (39)$$

Portanto, os coeficientes são calculados como:

$$\begin{aligned} a_0 &= p(t_i) \\ a_1 &= a_2 = 0 \\ a_3 &= \frac{10(p(t_f) - p(t_i))}{t_f^3}, a_4 = \frac{-15(p(t_f) - p(t_i))}{t_f^4}, a_5 = \frac{6(p(t_f) - p(t_i))}{t_f^5} \end{aligned} \quad (40)$$

2.3.7 Resolução da redundância

Após determinar a trajetória é preciso determinar as posições das juntas durante a trajetória para que um manipulador redundante execute a tarefa desejada. Por ser mais complicado de ser resolvido, utiliza-se otimização com condições de contorno. Nesse trabalho foi utilizada resolução local ponderada como ferramenta de otimização.

Nedungadi e Kazerouinian (1989) propuseram, em seu trabalho, que a função custo z_1 que deve ser minimizada é definida como a multiplicação do vetor de torque das juntas (τ) ponderado pela inversa da matriz de inércia M do manipulador, como apresentado na equação 41.

$$\begin{aligned} \text{minimizar: } \quad z_1 &= \tau^T M^{-1} \tau \\ \text{condição: } \quad J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} - \ddot{x} &= 0 \end{aligned} \quad (41)$$

Utilizando os multiplicadores de Lagrange (λ) resulta em:

$$Z = \tau^T M^{-1} \tau + \lambda^T (J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} - \ddot{x}) \quad (42)$$

Com as seguintes condições:

$$\frac{\partial Z}{\partial \ddot{q}} = 0 \text{ e } \frac{\partial Z}{\partial \lambda} = 0 \quad (43)$$

Após resolver as derivadas parciais obtêm-se:

$$\frac{\partial Z}{\partial \ddot{q}} = 2(M\ddot{q} + c + g) + J^T \lambda = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} - \ddot{x} = 0 \quad (45)$$

Após isolar \ddot{q} na equação 44 resulta em:

$$\ddot{q} = -0,5M^{-1} (J^T \lambda + 2c + 2g) \quad (46)$$

Substituindo 46 em 45 tem-se:

$$-0,5JM^{-1} (J^T \lambda + 2c + 2g) + \dot{J}\dot{q} - \ddot{x} = 0 \quad (47)$$

Isolando λ da equação 47 têm-se:

$$\lambda = -2 (JM^{-1}J^T)^{-1} (\ddot{x} - \dot{J}\dot{q} + JM^{-1}(c + g)) \quad (48)$$

Substituindo λ na equação 46:

$$\ddot{q} = M^{-1}J^T (JM^{-1}J^T)^{-1} (\ddot{x} - \dot{J}\dot{q}) - (I - M^{-1}J^T (JM^{-1}J^T)^{-1}J) M^{-1}(c + g) \quad (49)$$

O termo $M^{-1}J^T (JM^{-1}J^T)^{-1}$ representa a matriz pseudo-inversa J_M^\dagger da matriz Jacobiana ponderada pela matriz de inércia, sendo possível simplificar como:

$$\ddot{q} = J_M^\dagger(\ddot{x} - \dot{J}\dot{q}) - \left(I - J_M^\dagger J\right) M^{-1}(c + g) \quad (50)$$

2.4 Controle

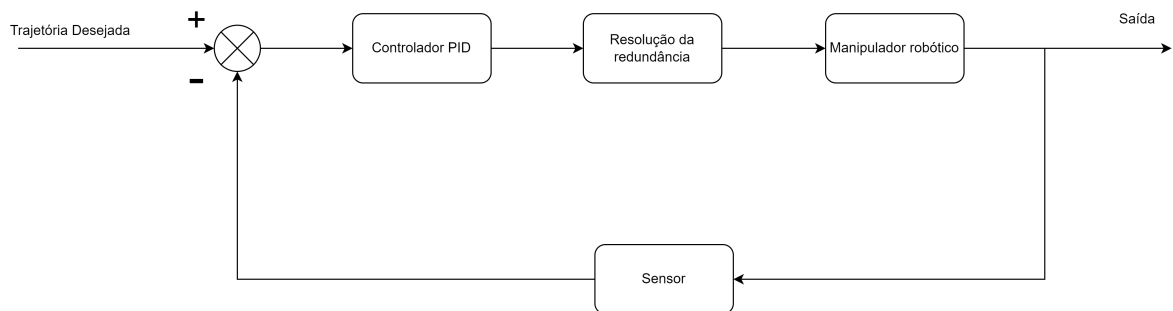
Sistemas de controle são um conjunto de componentes conectados de forma que é possível se auto regular ou regular outros sistemas. O presente trabalho utilizou um controlador PID com o objetivo de tentar garantir que a posição final do efetuador conforme desejado. O controle PID atua de acordo com a manipulação dos ganhos proporcionais (K_p), integrais (K_i) e derivativos (K_d) com base na magnitude do sinal do erro. Utiliza-se PID em sistemas de malha fechada para que através do realimentação seja possível comparar a posição atual com a desejada (erro). A porção proporcional é encontrada multiplicando K_p pelo erro, a parte derivativa é dada pela multiplicação da primeira derivada do erro pelo ganho derivativo (K_d) e a parcela integral é dada pela multiplicação do K_i pela integral do erro no tempo como mostrado na equação 51.

$$\tau = K_p e + K_d \dot{e} + K_i \int_0^t e dt \quad (51)$$

A figura 5 mostra um diagrama esquemático de um sistema de controle para o manipulador não redundante. Onde a entrada do sistema é a trajetória desejada, o controlador PID atua nas juntas do manipulador (planta) que é sensorado para que o resultado da ação de controle seja

O esquema apresentado abaixo (Figura 5) mostra um sistema de controle PID utilizado em cada uma das juntas do manipulador não redundante. O controlador PID atua nas juntas (planta) proporcionalmente ao erro da posição desejada e posição real das juntas, calculado a partir da trajetória desejada e posição atual medida pelo sensor. Este tipo de controle não considera as não linearidades e acoplamentos do sistema, sendo considerados como distúrbios na lógica de controle (FONTES, 2019).

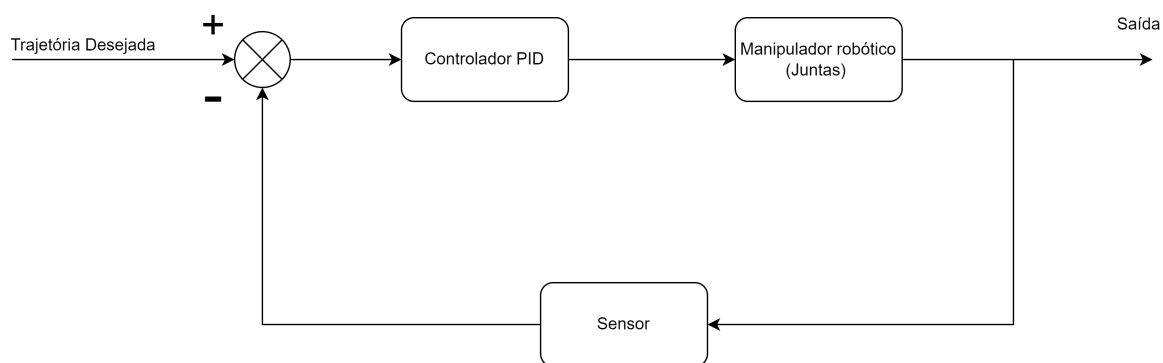
Figura 5 – Diagrama esquemático de um sistema de controle para o manipulador não redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O diagrama representado na Figura 6 o controle PID para um manipulador redundante em que a saída do manipulador robótico é retroalimentada na entrada do controlador (através do cálculo do erro) e na cinemática inversa.

Figura 6 – Diagrama esquemático de um sistema de controle para o manipulador redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

3 METODOLOGIA

A tabela 3 mostra os parâmetros de comprimento (l), espessura (b), massa (m) dos elos para o robô manipulador planar em série com três juntas de revolução mostrado na figura 4.

Tabela 3 – Parâmetros do manipulador

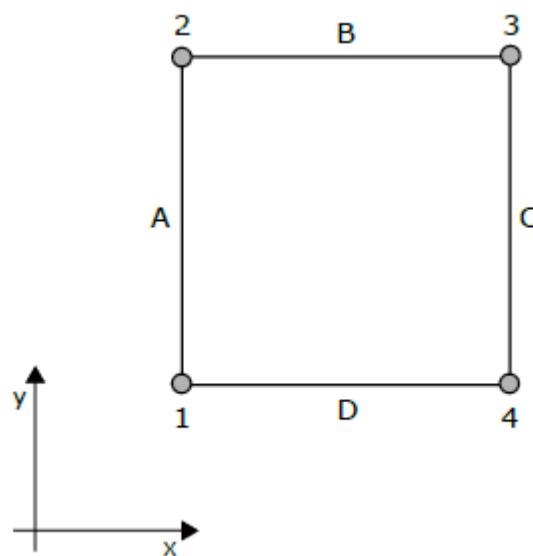
Elo	$l[m]$	$b[m]$	$m[kg]$
1	1	0,10	5
2	1	0,10	2
3	1	0,10	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Através da equação 4 é possível calcular que o manipulador possui um grau de redundância cinemática ($R = 1$), pois apresenta 3 juntas ($j = 3$) e dimensão 2 no espaço das tarefas ($d = 2$).

A trajetória escolhida tem um perfil quadrado com $0,5m$ de lado como representado na figura 7. Os vértices foram numerados de um até quatro e a trajetória dividida em 4 partes, denominadas A, B, C e D. Cada etapa da trajetória tem início em um vértice e fim no vértice seguinte, por exemplo o trecho A inicia no vértice 1 e finaliza no vértice 2. A tabela 4 apresenta mais detalhes da trajetória do efetuador.

Figura 7 – Trajetória do efetuador.



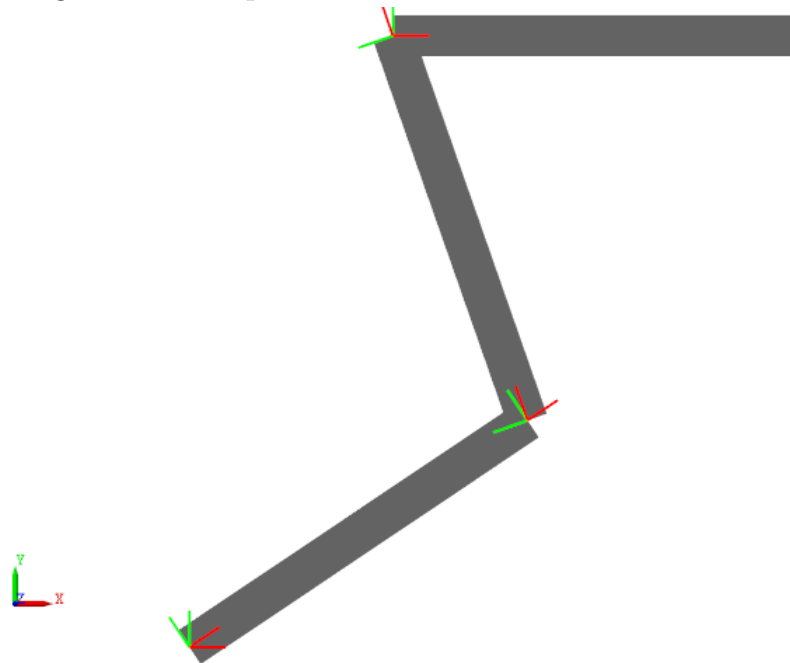
Fonte: Oliveira (2022)

Tabela 4 – Dados da trajetória do efetuador.

Vértice	Posição (x;y) [m]	Trajeto	Comprimento do Trajeto	Tempo do Trajeto [s]
1	(1,50 ; 1,50)	A	0,50	0,50
2	(1,50 ; 2,00)	B	0,50	0,50
3	(2,00 ; 2,00)	C	0,50	0,50
4	(2,00 ; 1,50)	D	0,50	0,50

Fonte: Adaptado de Oliveira (2022).

As juntas e elos do manipulador foram modeladas através do módulo *Simscape Multibody* do pacote *Simulink* do software MATLAB como mostrado na figura 9. A figura 8 mostra a representação do manipulador no *Simulink*.

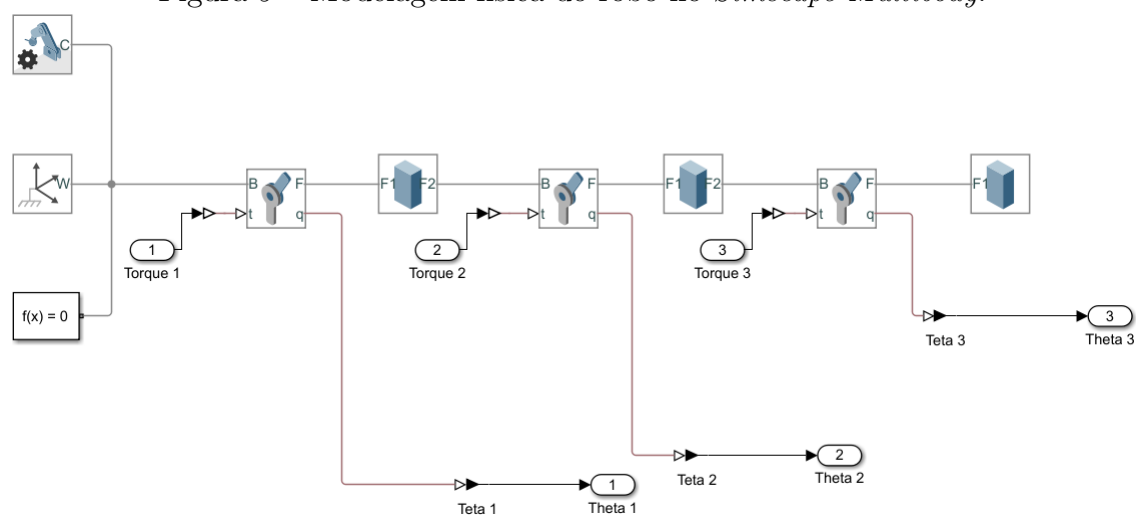
Figura 8 – Manipulador serial modelado no *Simulink*.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Foram utilizados os elementos *Mechanism Configuration*, *World Frame* e *Solver Configuration* para definir os parâmetros de configuração do problema. Para os elos foram utilizados elementos *Brick Solid* onde são definidos as propriedades de geometria e massa. As juntas são representadas por elementos chamados *Revolute Joint* possibilitando a definição de posição inicial do manipulador.

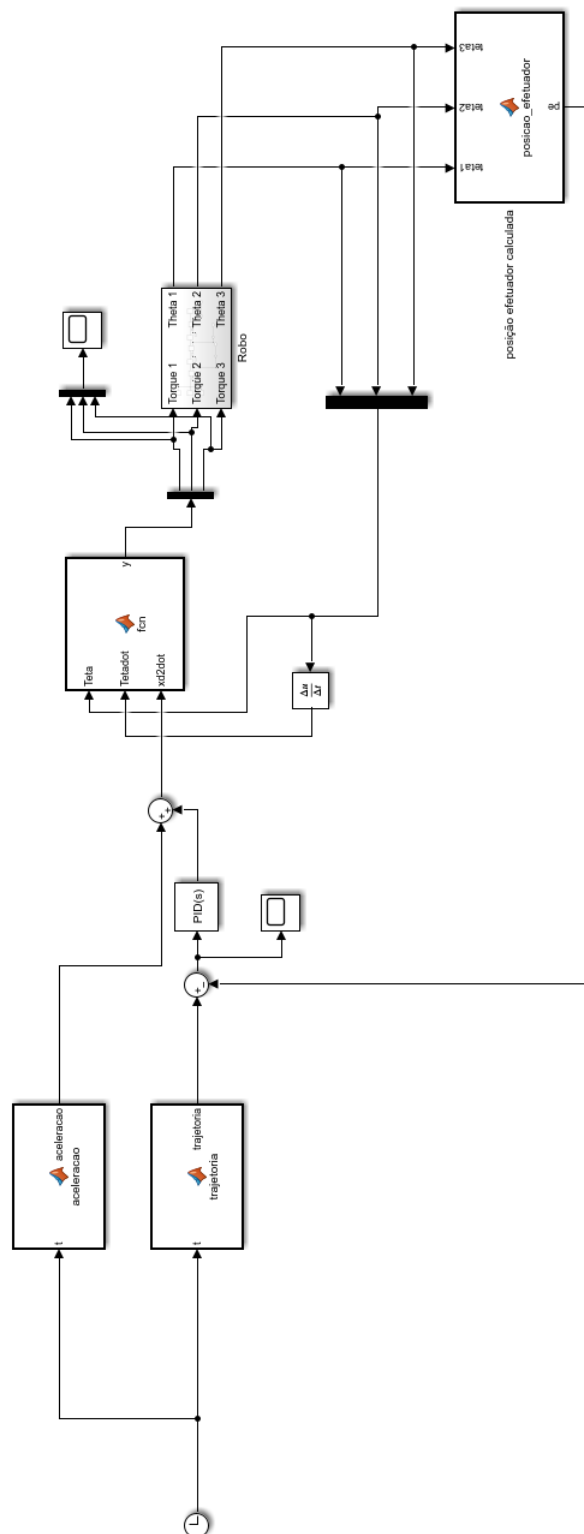
Além disso, utilizou-se blocos de função para calcular as equações necessárias descritas no capítulo 2 como mostrado na figura 10. Os resultados obtidos foram comparados com um manipulador não redundante.

Figura 9 – Modelagem física do robô no *Simscape Multibody*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 10 – Modelagem completa no MATLAB.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

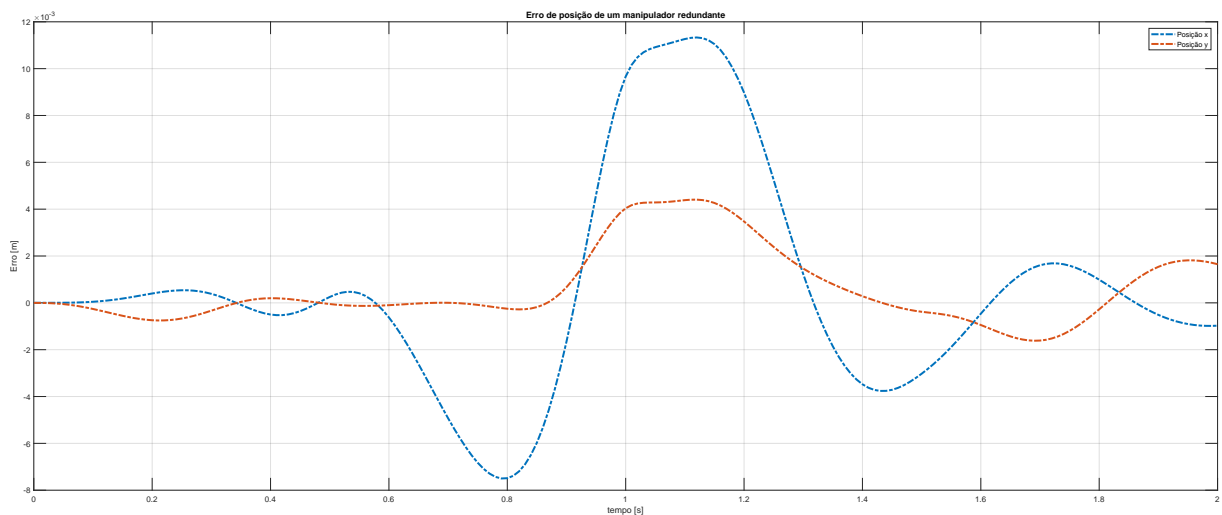
4 RESULTADOS

Com a modelagem completa no MATLAB foi possível simular o funcionamento do robô com um α inicial de 15° . Os resultados obtidos são mostrados nas figuras a seguir (Figura 11, Figura 12, Figura 13).

A Figura 11 ilustra o erro entre a posição desejada e alcançada por tempo para o manipulador redundante. Neste caso, o erro máximo de posição para a coordenada x é de 11 milímetros e para coordenada y o erro máximo é de 4 milímetros. Por sua vez, a Figura 12 apresenta este erro para o caso não redundante, em que foram encontrados diferenças máximas de 28 e 23 milímetros para coordenadas x e y, respectivamente. A Figura 13 mostra o erro entre os ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 desejados e obtidos para o manipulador não redundante. A Figura 12 é resultante da aplicação da cinemática direta nos dados da Figura 13 e foi calculada para possibilitar a comparação dos erros de posicionamento para os casos redundante e não redundante.

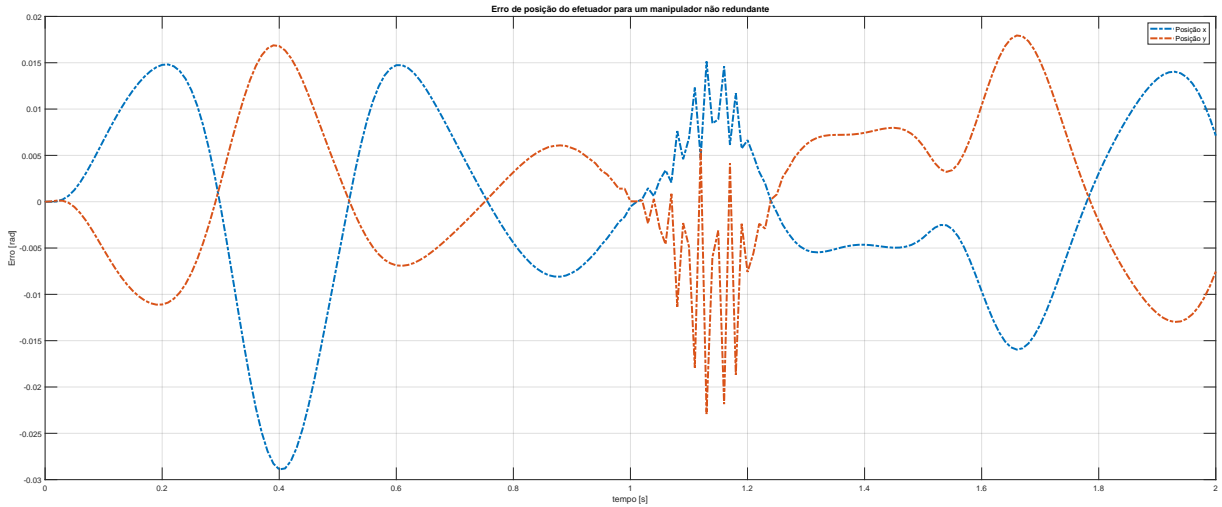
A oscilação observada entre 1 e 1,2 segundos no erro de posicionamento ao longo do tempo para o manipulador não redundante (Figura 12) indica que, possivelmente, o manipulador está próximo de uma posição de singularidade, semelhante ao que Serapião (2017) observou em seu estudo.

Figura 11 – Erro entre a posição desejada e alcançada [m] por tempo [s] para o manipulador redundante.



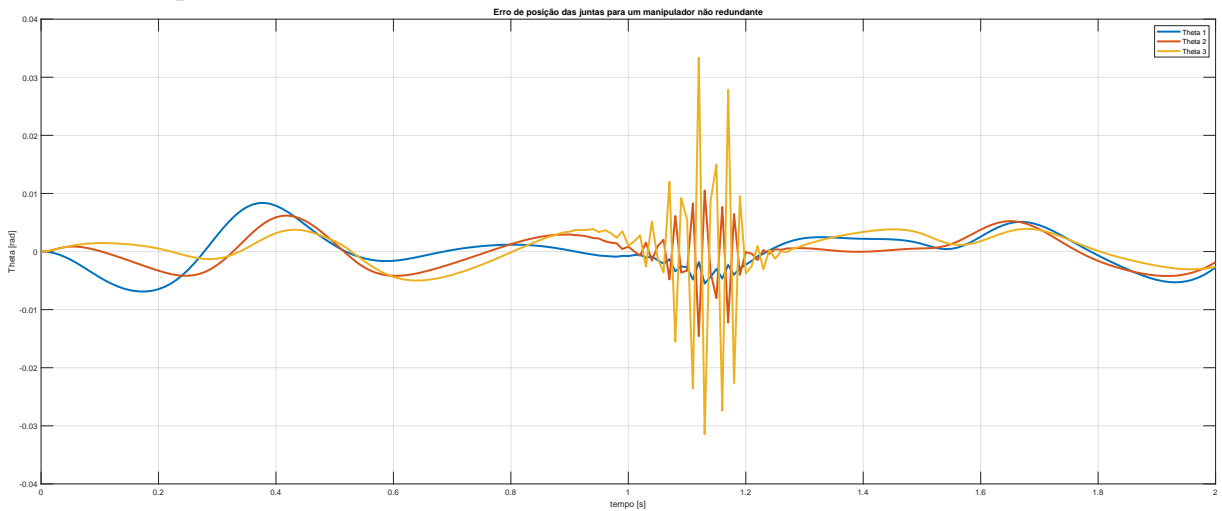
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 12 – Erro entre a posição desejada e alcançada [m] por tempo [s] para o manipulador não redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

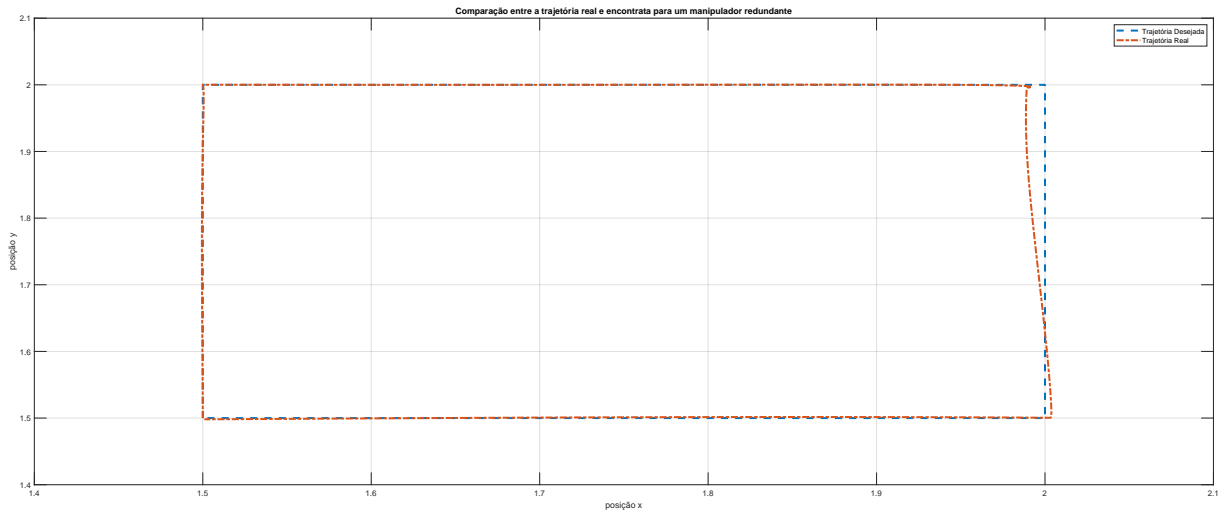
Figura 13 – Erro entre o ângulo θ desejado e alcançado [rad] por tempo [s] para o manipulador não redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

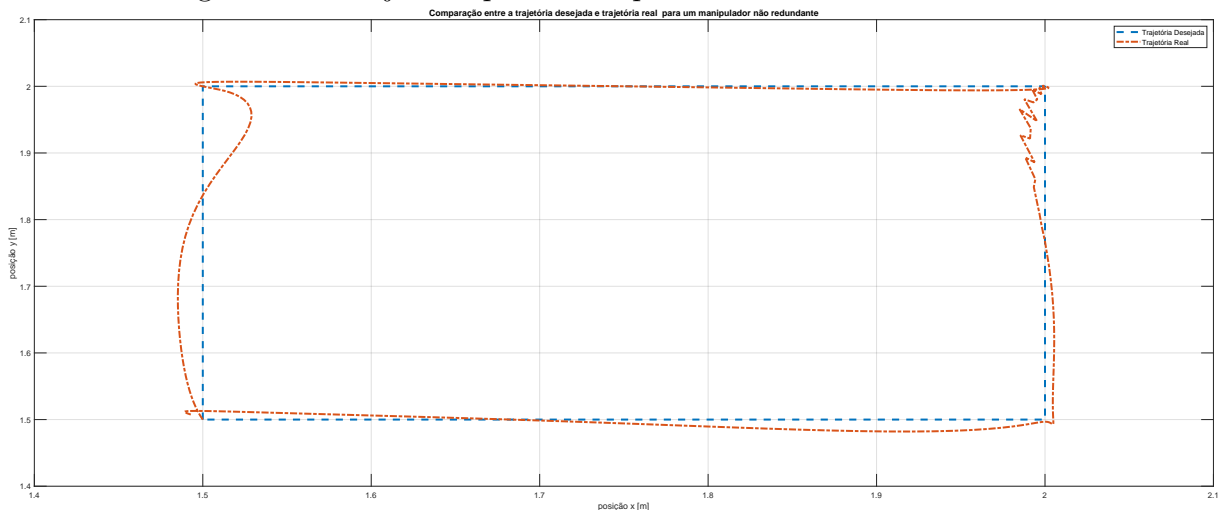
A Figura 14 mostra a trajetória percorrida pelo efetuador redundante enquanto a Figura 15 mostra trajetória do efetuador não redundante. É notável que com efetuador redundante foi possível obter uma trajetória muito mais próxima do que era esperado quando comparado ao não redundante.

Figura 14 – Trajetória percorrida pelo efetuador redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

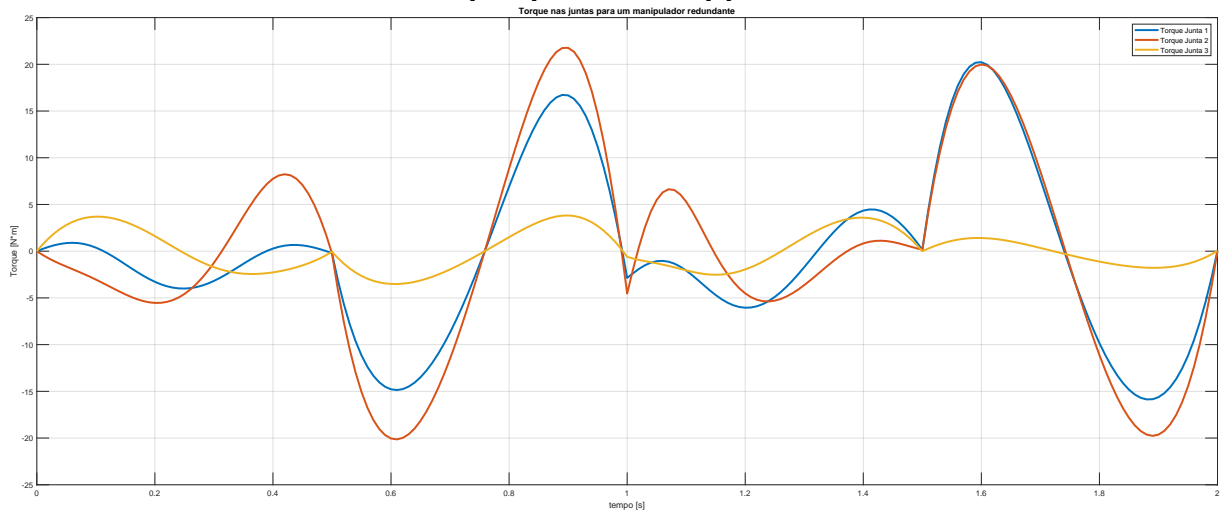
Figura 15 – Trajetória percorrida pelo efetuador não redundante.



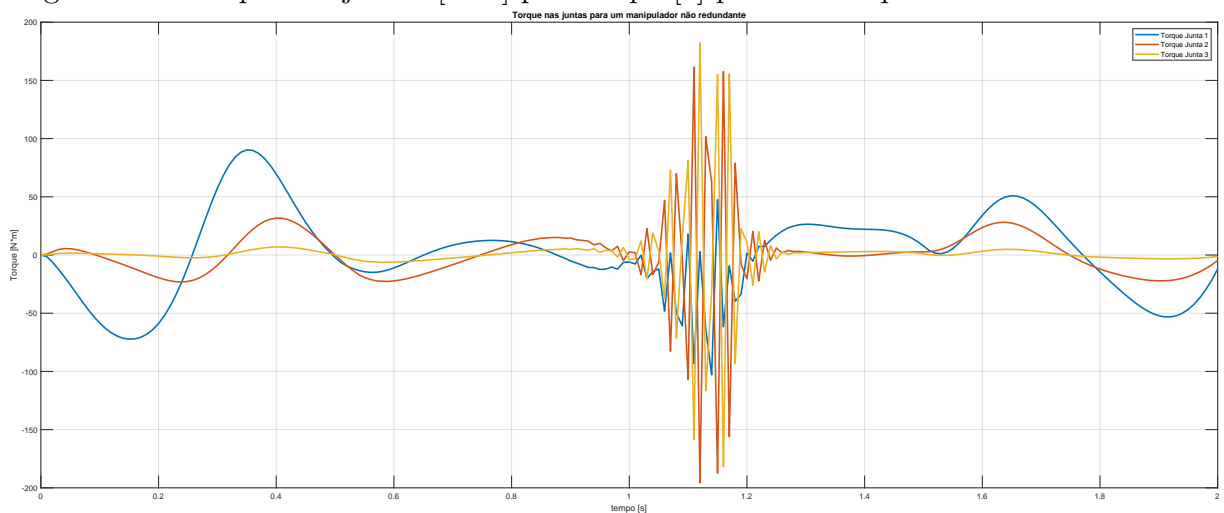
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O torque máximo encontrado para o manipulador redundante foi de aproximadamente $20 [Nm]$ para a junta 1, para a junta 2 o torque máximo é de $21 [Nm]$ e para junta 3 encontrou-se um torque de $3,8 [Nm]$. Para as juntas 1 e 2 nos segundos 1 e 1,5 nota-se uma variação brusca de torque como mostrado na figura 16. O manipulador não redundante apresentou torque máximo de $90 [Nm]$ para junta 1, $195 [Nm]$, em módulo, para junta 2 e $182 [Nm]$ para junta 3, Além disso, para esse manipulador, entre os segundos 1 e 1,2 percebe-se uma grandes e repetidas variações abruptas de torque como mostrado na figura 17. Portanto, assim como esperado, observa-se uma otimização dos torques no manipulador redundante quando comparado ao manipulador não redundante.

A Figura 18 mostra a posição x do efetuador e das juntas por tempo para o manipulador redundante. Por sua vez a Figura 19 apresenta a posição y do efetuador e

Figura 16 – Torque nas juntas $[Nm]$ por tempo $[s]$ para o manipulador redundante.

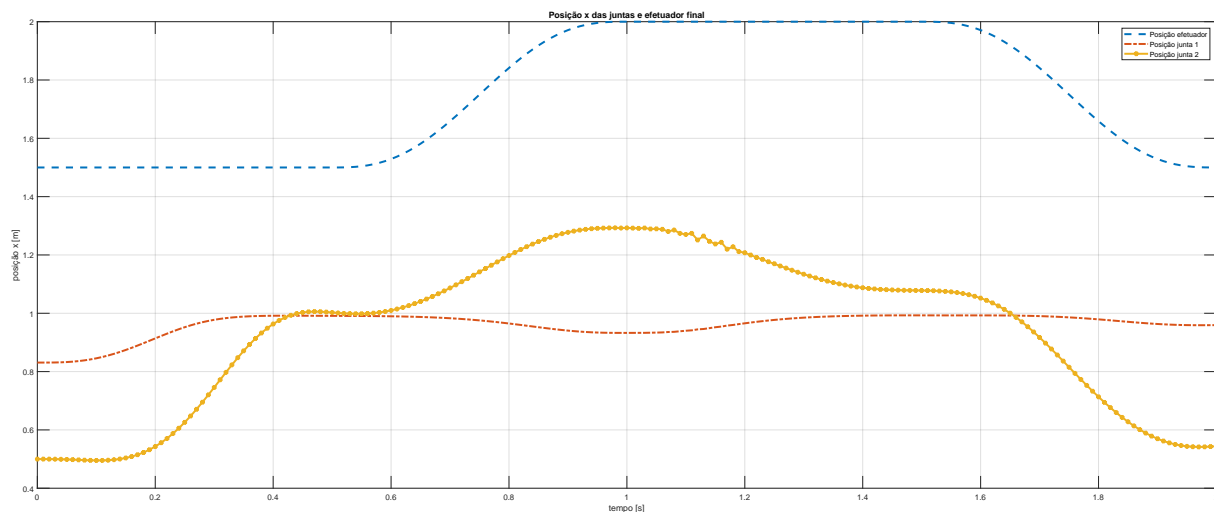
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 17 – Torque nas juntas $[Nm]$ por tempo $[s]$ para o manipulador não redundante.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

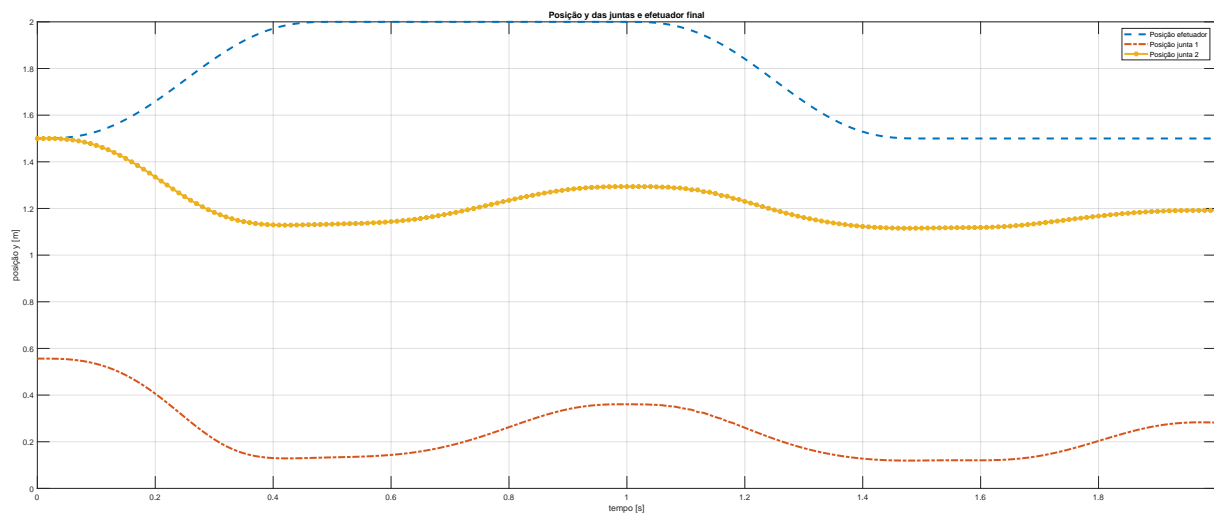
das juntas para o mesmo manipulador. Em ambas as imagens é notável que as juntas continuam em movimento após o efetuador final chegar na posição desejada, este efeito é explicado pelo fato do controle ser aplicado apenas no efetuador final, portanto as juntas continuam em movimento sem alteração do posicionamento do efetuador.

Figura 18 – Posição x do efetuador e das juntas $[m]$ por tempo $[s]$ para o manipulador redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 19 – Posição y do efetuador e das juntas $[m]$ por tempo $[s]$ para o manipulador redundante.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

5 CONCLUSÃO

Durante o desenvolvimento desse trabalho um manipulador planar em série com 3 juntas de rotação foi modelado utilizando o pacote *Simscape Multibody* do módulo *Simulink* no *software* Matlab, a cinemática direta e inversa foi simulada através de blocos de funções no ambiente do *Simulink*. Utilizando esse modelo, foi possível calcular a resolução da redundância cinemática por meio do método local. Além disso, foi construído um sistema de controle utilizando um controlador PID.

Para fins de comparação de resultados foi modelado um manipulador planar em série sem com controle PID diretamente nas juntas. Analisando os resultados obtidos é possível afirmar que o erro de posicionamento foi menor no manipulador com redundância, e também foi possível ver o resultado da otimização dinâmica resultando em torques mais baixos.

5.1 Trabalhos futuros

Durante o desenvolvimento desse projeto percebeu-se as seguintes oportunidades de estudo:

- Estudar formas para evitar posições de singularidade, com objetivo de reduzir o aumento do torque das juntas.
- Investigar métodos de resolução da redundância utilizando inteligência artificial e redes neurais
- Utilizar polinômicos de grau superior a 5 para definição da trajetória.
- Utilizar métodos de controle por aprendizagem e reforço no lugar de controle PID.

REFERÊNCIAS

- ABB. **Swifti™ CRB 1300 Assembly Set**. 2023. <<https://webshop.robotics.abb.com/br/swiftitm-crb-1300-assembly-set.html>>. Acessado em 21 março 2023.
- BAK, J. et al. Hovering control of an underwater robot with tilting thrusters using the decomposition and compensation method based on a redundant actuation model. **Robotics and Autonomous Systems**, Elsevier, v. 150, p. 103995, 2022.
- BARATA, J. C. A.; HUSSEIN, M. S. The moore–penrose pseudoinverse: A tutorial review of the theory. **Brazilian Journal of Physics**, Springer, v. 42, p. 146–165, 2012.
- BENNETT, S. Development of the pid controller. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 13, n. 6, p. 58–62, 1993.
- CASTRO, S. **Trajectory planning for robot manipulators**. 2019. <<https://blogs.mathworks.com/student-lounge/2019/11/06/robot-manipulator-trajectory/>>. Acesso em: 18 de março de 2023.
- COCOTA, J. A. N.; FUJITA, H. S.; SILVA, I. J. da. Um robô manipulador de baixo custo para a educação. In: UNIVERSIDADE DE VIGO. **Tecnologías Aplicadas en la Enseñanza de la Electrónica: TAEE 2012: Actas del X Congreso de Tecnologías Aplicadas en la Enseñanza de la Electrónica, Escuela de Ingeniería Industrial Universidad de Vigo Vigo, España 13 al 15 Junio de 2012**. [S.l.], 2012. p. 49.
- DENAVIT, J.; HARTENBERG, R. S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. American Society of Mechanical Engineers, 1955.
- DHYANI, A.; PANDA, M. K.; JHA, B. Design of an evolving fuzzy-pid controller for optimal trajectory control of a 7-dof redundant manipulator with prioritized sub-tasks. **Expert Systems with Applications**, v. 162, p. 113021, 2020. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417419307389>>.
- FONTES, J. V. d. C. **Controle de um manipulador planar paralelo com redundância cinemática**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019.
- GHOSAL, A. Resolution of redundancy in robots and in a human arm. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 125, p. 126–136, 2018.
- GRÜBLER, M.; GRÜBLER, M. Grundbegriffe und erklärungen. **Getriebelehre: Eine Theorie des Zwanglaufes und der ebenen Mechanismen**, Springer, p. 1–8, 1917.
- GUO, D.; XU, F.; YAN, L. New pseudoinverse-based path-planning scheme with pid characteristic for redundant robot manipulators in the presence of noise. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, IEEE, v. 26, n. 6, p. 2008–2019, 2017.
- International Federation of Robotics. Industrial robots. 2019. Acessado em 09 de março de 2023. Disponível em: <<https://ifr.org/industrial-robots>>.
- KLEIN, C. A.; HUANG, C.-H. Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, IEEE, n. 2, p. 245–250, 1983.

- KOUABON, A. J. et al. A learning framework to inverse kinematics of high dof redundant manipulators. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 153, p. 103978, 2020.
- KUTLARSKI, J.; POTT, A.; KUIJPER, A. Optimization strategies for additional actuators of kinematically redundant parallel kinematic machines. **IEEE**, May 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/robot.2010.5509982>>.
- MACFARLANE, S.; CROFT, E. A. Jerk-bounded manipulator trajectory planning: design for real-time applications. **IEEE Transactions on robotics and automation**, IEEE, v. 19, n. 1, p. 42–52, 2003.
- MANDAVA, R. K.; VUNDAVALLI, P. R. Design of pid controllers for 4-dof planar and spatial manipulators. In: **2015 International Conference on Robotics, Automation, Control and Embedded Systems (RACE)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6.
- NEDUNGADI, A.; KAZEROUINIAN, K. A local solution with global characteristics for the joint torque optimization of a redundant manipulator. In: SPRINGER. **Advanced Robotics: 1989: Proceedings of the 4th International Conference on Advanced Robotics Columbus, Ohio, June 13–15, 1989**. [S.l.], 1989. p. 559–591.
- NISE, N. S.; SILVA, F. R. da. **Engenharia de sistemas de controle**. [S.l.]: LTC, 2002. v. 3.
- NORTON, R. L. **Cinemática e dinâmica dos mecanismos**. [S.l.]: AMGH Editora, 2010.
- OLIVEIRA, G. C. d. Otimização do desempenho dinâmico de um manipulador robótico planar em série com redundância no espaço das tarefas. Universidade Federal de São Carlos, 2022.
- Portal da Indústria. A era dos robôs: tecnologia amplia produtividade, transforma educação e salva vidas. 2017. Acessado em 09 de março de 2023. Disponível em: <<https://noticias.portaldaindustria.com.br/noticias/educacao/a-era-dos-robos-tecnologia-amplia-produtividade-transforma-educacao-e-salva-vidas/>>.
- RIVERA, D. E.; MORARI, M.; SKOGESTAD, S. Internal model control: Pid controller design. **Industrial & engineering chemistry process design and development**, ACS Publications, v. 25, n. 1, p. 252–265, 1986.
- SERAPIÃO, A. de F. Metodologia de controle para mecanismos paralelos na presença de singularidades cinemáticas. 2017.
- SICILIANO, B. et al. **Robotics. Advanced textbooks in control and signal processing**. [S.l.]: Springer London, London, 2009.
- WEIHMANN, L. **Modelagem e Otimização de Forças e Torques Aplicados por Robôs com Redundância Cinemática e de Atuação em Contato com o Meio**. 332 p. PhD Thesis — Universidade Federal de Santa Catarina, 2011.
- WOOLFREY, J.; LU, W.; LIU, D. A control method for joint torque minimization of redundant manipulators handling large external forces. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 96, p. 3–16, 2019.
- ZHONG, G.; WANG, C.; DOU, W. Fuzzy adaptive pid fast terminal sliding mode controller for a redundant manipulator. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 159, p. 107577, 2021. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327020309638>>.