

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE  
CAMPUS DE SOROCABA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

MARIA APARECIDA LUCAS DA SILVA

**AS RELAÇÕES DE SUBSTITUIÇÃO ENTRE CADERNETAS DE POUPANÇA E  
FUNDOS DE INVESTIMENTO**

Sorocaba  
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE  
CAMPUS DE SOROCABA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

MARIA APARECIDA LUCAS DA SILVA

**AS RELAÇÕES DE SUBSTITUIÇÃO ENTRE CADERNETAS DE POUPANÇA E  
FUNDOS DE INVESTIMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia, para obtenção do título de mestre em Economia.

Orientação: Prof. Dra. Maria Aparecida Silva Oliveira

Sorocaba  
2013

Silva, Maria Aparecida Lucas da  
S586r As relações de substituição entre cadernetas de poupança e fundos de  
investimento. / Maria Aparecida Lucas da Silva. -- Sorocaba, 2013.  
159 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, *Campus*  
Sorocaba, 2013

Orientador: Maria Aparecida Silva Oliveira

Banca examinadora: José César Cruz Júnior, Luiz Moraes de Niemeyer  
Neto

Bibliografia

1. Política monetária - Brasil. 2. Investimentos. 3. Análise de desempenho  
I. Título. II. Sorocaba - Universidade Federal de São Carlos.

CDD 332

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do *Campus* de Sorocaba.

**MARIA APARECIDA LUCAS DA SILVA**

**AS RELAÇÕES DE SUBSTITUIÇÃO ENTRE CADERNETAS DE POUPANÇA E  
FUNDOS DE INVESTIMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, para obtenção do título de mestre em Economia. Área de concentração Economia Aplicada. Universidade Federal de São Carlos. Sorocaba, 21 de maio de 2013.

Orientadora

---

Dra. Maria Aparecida Silva Oliveira  
Universidade Federal de São Carlos

Examinador

---

Dr. José César Cruz Júnior  
Universidade Federal de São Carlos

Examinador

---

Dr. Luiz Moraes de Niemeyer Neto  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

*Pour* Helena  
Para Gustavo

## AGRADECIMENTO

Ao Gustavo e à Helena

Aos meus pais Judite e Benedito  
Às minhas irmãs Marlene e Marli

A Carol, Tainara, Gilberto e Paulo  
A Guilherme, João e Marcelo

À Bia Bertasso  
Ao José Montanha

Ao Fernando Santana

À professora Andréa Ferro  
Ao professor Adelson Figueiredo  
Ao professor Alexandre Nunes  
Ao professor Antonio Carlos Diegues Jr.  
Ao professor Eduardo de Castro

À professora Cláudia Hamasaki

Ao professor José César Cruz Júnior

Ao professor Luiz Niemeyer

À Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA)  
À Coordenação e à secretaria do Programa de Pós-Graduação em Economia

À orientadora

A cada um de vocês, agradeço imensamente...

## RESUMO

SILVA, Maria Aparecida Lucas da. *As relações de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento*. Ano. 2013 f. Dissertação (Mestrado em Economia) – Centro de Ciências e Tecnologias para Sustentabilidade, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2013.

O objetivo deste estudo é investigar as relações de substituição entre as Cadernetas de Poupança e os Fundos DI, entre dezembro de 2004 e dezembro de 2012, período marcado pela redução na taxa básica de juros brasileira – taxa SELIC – em mais de 10 pontos percentuais. Esta queda acentuada afetou as rentabilidades dos ativos financeiros, *i.e.*, seus “preços”, definidos aqui em termos de custos de oportunidades em relação à própria taxa SELIC. A hipótese do trabalho é que as relações de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI se alteraram motivadas pelos diferentes níveis de taxa SELIC praticados ao longo do período analisado. Emprega-se a abordagem dual e o modelo não linear de equações aparentemente não relacionadas (sigla em inglês, *INSUR*) para estimar as demandas via a forma funcional *Translog*. As elasticidades de substituição de Morishima são calculadas em sete pontos médios da amostra, visando avaliar a evolução das magnitudes das relações de substituição ao longo do tempo, bem como sua possível assimetria. Os resultados obtidos confirmam a hipótese de que diferentes níveis de taxa SELIC engendram padrões de relações de substituição diversos entre os dois bens monetários analisados. Conclui-se que as diferentes relações de substituição verificadas levaram à ampliação do papel das Cadernetas de Poupança como instrumentos de poupança privada em detrimento dos Fundos DI.

Palavras-chave: Cadernetas de Poupança. Elasticidades de Substituição de Morishima. Fundos DI. *INSUR*. SELIC. *Translog*.

## ABSTRACT

This thesis aims to investigate the relations of substitution between Saving Accounts and DI Funds during the period of December 2004 and December 2012. The Brazilian basic interest rate – SELIC rate – has reduced over 10 percentage points during this period. Such a downward movement affected the returns on financial assets, *i.e.*, their "prices", defined as opportunity costs in relation to the SELIC rate. The hypothesis is that substitution relationship between Saving Accounts and DI Funds have changed over time due to different levels of SELIC rate prevailing during the analyzed period. The dual approach and the nonlinear seemingly unrelated equations model (*INSUR* model) are used to estimate the demands via *Translog* functional form. Morishima elasticities of substitution are calculated in seven points of the sample in order to measure the substitution effect over the time and to evaluate possible asymmetry of elasticities. The results confirm the hypothesis that different levels of SELIC have engendered different patterns of relations of substitution between the analyzed assets. The conclusion is that the anew relations of substitution have expanded the role of Saving Accounts as instrument of private savings over DI Funds.

Key-words: DI Funds. *INSUR*. Morishima Elasticity of Substitution. Saving Accounts. SELIC. *Translog*.

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Taxa de juros SELIC diária - anualizada base 252 dias úteis - % ao ano.....	13
Gráfico 2 - Rentabilidade anual nominal dos Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e Cadernetas de Poupança no período de 1997 a 2004 - em percentual ao ano (% a.a.) .....	26
Gráfico 3 - Saldos em Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e Cadernetas de Poupança no período de 2004 a 2011 - em bilhões de reais (R\$ bilhões) .....	27
Gráfico 4 - Rentabilidade anual nominal dos Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e Cadernetas de Poupança no período de 2005 a 2011 - em percentual ao ano (% a.a.) .....	28
Gráfico 5 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por um mês para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados .....	119
Gráfico 6 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por um mês entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados .....	119
Gráfico 7 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por três meses para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados .....	122
Gráfico 8 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por três meses entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados.....	122
Gráfico 9 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por seis meses para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados .....	124
Gráfico 10 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por seis meses entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2)- meses selecionados.....	124
Gráfico 11 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por doze meses para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados .....	126
Gráfico 12 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por doze meses entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2)- meses selecionados.....	126
Gráfico 13 - Demanda como parcela da renda dos ativos Cadernetas de Poupança e Fundos DI - dez/04 a dez/12 (meses selecionados) - em % .....	130
Gráfico 14 - Demanda como parcela da renda dos ativos Cadernetas de Poupança e Fundos (DI + RF) - dez/04 a dez/12 (meses selecionados) - em % .....	130

## LISTA DE QUADROS

Quadro I - Modelos selecionados de acordo com os critérios: (I) elasticidade própria negativa e (II) precisão das estimativas para análise da elasticidade de substituição calculada nos pontos médios considerando quatro diferentes períodos de retornos acumulados .....	104
Quadro B.I - Número de parâmetros rejeitados ao nível de significância de 10% para as quatro especificações da variável preço e para todas as amostras analisadas nos pontos .....	147
Quadro C.I - Custos de oportunidade dos ativos Cadernetas de Poupança (1), Fundos DI (2) e Fundos RF (3) para os quatro prazos dos retornos indicados - 2004/2012 (meses selecionados) .....	159

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Critério I: Elasticidade própria calculada nos pontos médios analisados para as quatro especificações da variável preço considerando diferentes retornos acumulados (1 mês, 3 meses, 6 meses e 12 meses).....	103
Tabela 2 - Critério II: Precisão da estimativa nos pontos médios analisados para diferentes retornos acumulados calculada como a parcela de demanda estimada dividida pela parcela de demanda real no ponto médio (em %).....	103
Tabela 3 - Elasticidades de Substituição de Morishima entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) e taxas SELIC acumuladas (em % a.a.) para quatro diferentes retornos acumulados - período: dez/04 a dez/12 (meses selecionados) .....	106
Tabela A.1 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por um mês.....	143
Tabela A.2 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por três meses.....	144
Tabela A.3 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por seis meses.....	145
Tabela A.4 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por doze meses .....	146
Tabela B.1 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a nov/06 (25 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/05 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	148
Tabela B.2 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a nov/08 (48 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/06 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	149
Tabela B.3 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a nov/10 (72 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/07 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	150
Tabela B.4 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/05 a dez/09 (50 obs) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/07 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	151
Tabela B.5 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a dez/12 (97 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/08 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	152
Tabela B.6 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/05 a dez/11 (74 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/08 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	153
Tabela B.7 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/06 a dez/10 (50 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/08 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	154
Tabela B.8 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/06 a dez/12 (74 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/09 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	155
Tabela B.9 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/07 a dez/11 (50 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/09 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	156
Tabela B.10 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/08 a dez/12 (50 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/10 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	157

Tabela B.11 - Parâmetros estimados com dados do período entre out/10 a dez/12 (27 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/11 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4).....	158
--	-----

## SUMÁRIO

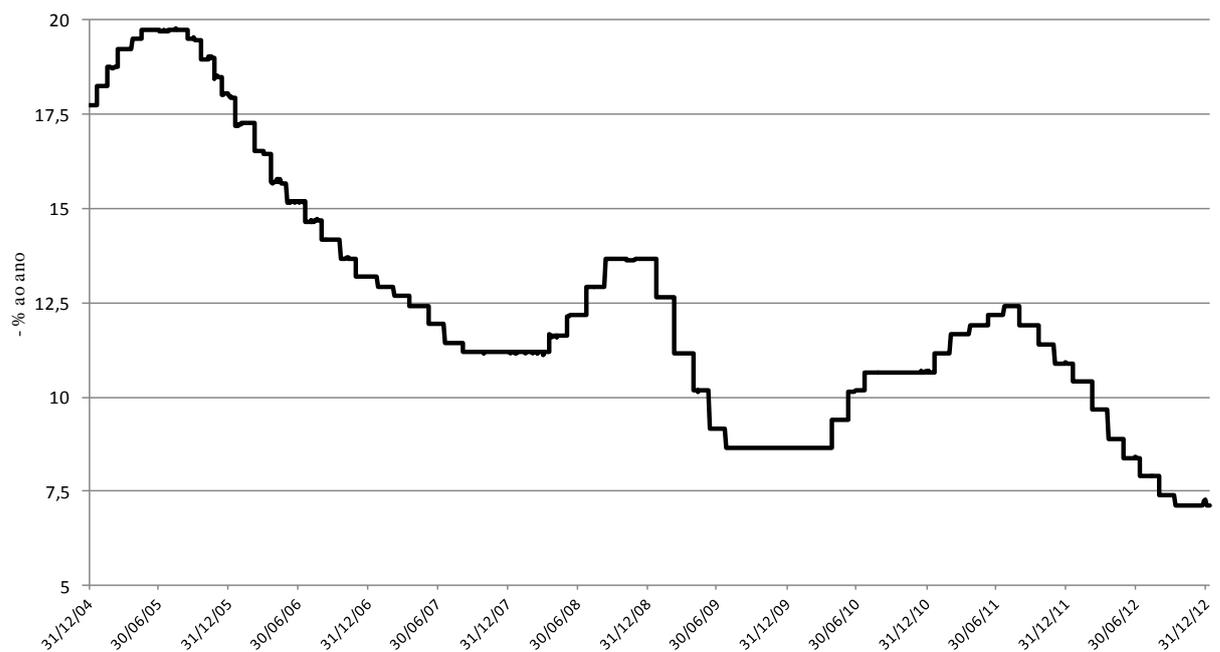
INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO 1 – CADERNETAS DE POUPANÇA E FUNDOS DE INVESTIMENTO: INSTRUMENTOS DE POUPANÇA PRIVADA INDIVIDUAL.....	17
1.1 EVOLUÇÃO RECENTE DAS CADERNETAS DE POUPANÇA E INDÚSTRIA DE FUNDOS DE INVESTIMENTO NO BRASIL.....	26
1.2 O TEMA DA SUBSTITUIÇÃO ENTRE CADERNETAS DE POUPANÇA E FUNDOS DE INVESTIMENTO: UMA VISÃO DE MERCADO .....	32
CAPÍTULO 2 – A TEORIA MICROECONÔMICA E A DEMANDA POR ATIVOS MONETÁRIOS .....	37
2.1 O TEMA DA SUBSTITUIÇÃO ENTRE ATIVOS MONETÁRIOS: OS PRECURSORES CHETTY (1969) e CONTADOR (1974).....	39
2.1.1 O modelo de V.K. Chetty .....	39
2.1.2 Aplicação do Modelo de Chetty ao Brasil: CONTADOR (1974).....	40
2.2 O TEMA DA SUBSTITUIBILIDADE ENTRE ATIVOS MONETÁRIOS PÓS- CHETTY (1969).....	45
2.2.1 A teoria do consumidor e a dualidade no caso dos bens monetários .....	46
2.2.2 A dualidade no estudo da substituíbilidade entre ativos monetários.....	48
2.2.3 As formas funcionais e a demanda por ativos monetários .....	53
2.2.4 A Função Transcendental Logarítmica – <i>Translog</i> .....	59
2.2.5 Definições alternativas do conceito elasticidade de substituição .....	68
CAPÍTULO 3 – O MODELO .....	85
3.1 AS EQUAÇÕES DO MODELO .....	86
3.2 AS VARIÁVEIS DO MODELO.....	90
3.3 O MODELO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES APARENTEMENTE NÃO RELACIONADAS .....	93
3.4 PONTOS DE CÁLCULO DAS ELASTICIDADES DE SUBSTITUIÇÃO .....	98
CAPÍTULO 4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	101
4.1 AS ELASTICIDADES NOS PONTOS MÉDIOS .....	106
4.2 A EVOLUÇÃO DAS ELASTICIDADES DE SUBSTITUIÇÃO .....	117
CONCLUSÃO.....	133
REFERÊNCIAS .....	137
APÊNDICE A – ELASTICIDADES CALCULADAS.....	143
APÊNDICE B – RESULTADOS ESTATÍSTICOS .....	147
ANEXO C – CUSTOS DE OPORTUNIDADE.....	159



## INTRODUÇÃO

Ao longo da segunda metade dos anos 2000, aconteceu um importante movimento de redução na taxa básica de juros da economia brasileira, a taxa SELIC. Diferentemente do que ocorreria em períodos anteriores, retrações foram verificadas durante seguidos meses, apontando para uma tendência que tornava factível um cenário econômico de patamares não tão elevados de taxas de juros. O gráfico 1 ilustra o referido movimento na taxa SELIC.

Gráfico 1 - Taxa de juros SELIC diária - anualizada base 252 dias úteis - % ao ano



Elaboração própria a partir dos dados do Banco Central do Brasil (BCB).

A queda mais acentuada ocorreu entre setembro de 2005 e setembro de 2007, quando passou de 19,7% ao ano para 11,2% ao ano, ou seja, uma redução de 8,5 pontos percentuais. Após períodos de elevações seguidos de rápidas retrações, a taxa SELIC atinge, em fins de dezembro de 2012, 7,1% ao ano. Sendo um dos mais importantes ‘preços’ da economia, este movimento de declínio da ordem de 12,6 pontos percentuais suscitou importantes mudanças na economia brasileira, com especial destaque para os ativos financeiros.

Neste contexto, insere-se o objetivo desta dissertação: verificar por meio da investigação das relações de substituição, expressas via elasticidades de substituição, o modo como a redução das remunerações oferecidas por Cadernetas de Poupança e Fundos DI, impulsionada pela trajetória descendente da taxa SELIC, traduziu-se em termos de movimentos de realocação de recursos entre ambos os ativos, ao longo do período que se estende de dezembro de 2004 a dezembro de 2012.

A escolha do período a ser analisado foi pautada pelo fato de que em janeiro de 2005 entraram em vigor importantes regras de funcionamento para a indústria de fundos de investimento, visando dotá-la de maior higidez e transparência.

Os ativos Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento concentram parte significativa dos recursos da poupança privada. A Caderneta de Poupança é o mais simples e popular ativo de investimento financeiro disponível na economia brasileira. Tem sua regra de remuneração determinada pelo governo, levando em conta, direta ou indiretamente, a taxa SELIC. Desempenha o papel atribuído ao que se denomina ativo livre de risco estando, como tal, associada aos menores retornos disponíveis no mercado.

Os fundos de investimento, por sua vez, assumiram papel de destaque como captadores da poupança privada brasileira após a estabilização econômica promovida pelo Plano Real na segunda metade dos anos 1990, como será apresentado no capítulo 1, a seguir.

Dentre os vários tipos de fundos de investimento, foram selecionados os chamados Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento Financeiro – DI (Fundos DI). Este ativo compartilha com as Cadernetas de Poupança uma estrutura de remuneração fortemente determinada pela trajetória da taxa SELIC, uma vez que devem manter 95% de sua carteira investida em títulos indexados a ela. As características de dinâmicas de rentabilidade e pronta liquidez, associadas aos dois ativos, torna-os bens substitutos.

Contrariamente ao que ocorre com os Fundos DI, cuja remuneração puramente pós-indexada resulta de condições de mercado, a regra de remuneração das Cadernetas de Poupança segue determinação legal estabelecida pelo governo em que se combina um elemento de prefixação (taxa de 0,50% ao mês) com outro de pós-fixação (atrelada à taxa SELIC).

Sendo o ativo livre de risco, a remuneração fixa das Cadernetas de Poupança de 0,50% ao mês, equivalente a 6,17% ao ano, estabelecia “*um piso de rentabilidade para as demais aplicações financeiras*”, em palavras do Banco Central do Brasil<sup>1</sup>.

A intensa redução na taxa básica da economia brasileira, ilustrada no gráfico 1, tornou necessária a eliminação do referido piso de rentabilidade. Na medida em que menores taxas SELIC reduziram a distância entre o retorno livre de risco oferecido pela Caderneta de Poupança e as rentabilidades oferecidas por outros ativos de renda fixa. Destaque-se, além dos Fundos DI, também o título público indexado à taxa SELIC, as Letras Financeiras do Tesouro (LFT), que muitas vezes compõem grande parte do portfólio dos fundos de investimento.

---

<sup>1</sup> BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2001, 2013, p.95.

Essa situação poderia suscitar uma anomalia no mercado, pois as Cadernetas de Poupança - ativo livre de risco - ofereceria taxa de remuneração garantida superior à dos próprios títulos públicos.

Tal quadro pode ser apontado como determinante na urgência, assistida em fins de 2011 e início de 2012, em alterar a regra de remuneração das Cadernetas de Poupança, promovendo a eliminação do referido *piso de rentabilidade*, o qual, na verdade, configurava um piso para a própria taxa básica de juro brasileira.

Voltando-se para o objetivo do trabalho, acredita-se que o estudo das relações de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI pode contribuir para entender o modo como os agentes econômicos responderam à mudança de cenário em que os ativos financeiros ofereciam menores níveis de retorno, implicando em maiores “preços”, definidos em termos de custos de oportunidade.

A hipótese do estudo é que as relações de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI se alteraram motivadas pelos diferentes níveis de taxa SELIC praticados ao longo do período analisado.

Espera-se encontrar um padrão de comportamento para as elasticidades de substituição num ambiente com taxas de juros relativamente mais altas diverso daquele caracterizado por menores taxas de juros. Esta divergência nos padrões seria atribuída, basicamente, ao grau de proximidade das rentabilidades das Cadernetas de Poupança e dos Fundos DI.

Acredita-se que taxas de juros mais altas determinem baixa sensibilidade a mudanças nos preços das Cadernetas de Poupança, resultando em elasticidades de substituição de menor magnitude. Comportamento inverso é esperado para os Fundos DI. Analogamente, ambientes com taxas de retorno relativamente inferiores devem apontar para maior sensibilidade a movimentos nas rentabilidades das Cadernetas de Poupança e baixa sensibilidade a alterações nos preços dos Fundos DI.

O estudo empregará os conceitos da teoria microeconômica neoclássica. Supondo que a função utilidade de um consumidor individual representativo possa ser expressa por uma função do tipo Translogarítmica (*Translog*), aplica-se a abordagem dual para estimar as demandas pelos ativos monetários como parcelas da renda total. E, a partir das demandas estimadas em pontos médios distribuídos ao longo da amostra (meses de novembro dos anos 2005 a 2011), calculam-se as elasticidades de substituição de Morishima em sete pontos de observação.

A elasticidade de Morishima é especialmente indicada para o presente estudo por permitir avaliar se as respostas a variações no preço de um bem diferem daquelas suscitadas

pela mudança no preço do outro bem, ou seja, ela comporta a possibilidade de assimetria nas elasticidades de substituição entre dois bens.

Para consecução do objetivo aqui esboçado, no primeiro capítulo será apresentado um panorama do desenvolvimento dos dois ativos no Brasil. No caso dos fundos de investimento, faz-se uma análise da inserção do crescimento dessa indústria no contexto mundial e de seu paralelo com a indústria de fundos dos EUA, país de fundamental importância na indústria mundial de fundos de investimento. Incluem-se neste capítulo estudos que calcularam a taxa *breakeven* entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI, os quais podem ser considerados semelhantes àqueles realizados pelas autoridades monetárias a fim de estabelecer a regra de remuneração das Cadernetas de Poupança que eliminou o “ piso de rentabilidade ” para os ativos financeiros. O segundo capítulo realiza uma revisão bibliográfica do tema substituíbilidade entre ativos monetários que se julga essencial para nortear as escolhas relacionadas ao objetivo de calcular elasticidades de substituição entre os dois ativos monetários. O terceiro capítulo detalha a metodologia empregada neste estudo. O quarto capítulo apresenta e discute os principais resultados. Por fim, apresentam-se as conclusões.

## **CAPÍTULO 1 – CADERNETAS DE POUPANÇA E FUNDOS DE INVESTIMENTO: INSTRUMENTOS DE POUPANÇA PRIVADA INDIVIDUAL**

O desenvolvimento do Sistema Financeiro Nacional<sup>2</sup> foi profundamente marcado pela convivência com processos inflacionários importantes. Dada a incerteza quanto ao nível de inflação esperada e sua alta variabilidade ao longo do tempo, os ativos financeiros mais populares eram aqueles que proporcionavam algum grau de proteção aos agentes da corrosão do poder de compra causado pela inflação. Portanto, ativos cujas remunerações levassem em conta a evolução da inflação no período, os ativos pós-indexados, eram os mais populares. (CARMO, 1998)

O produto financeiro criado em 1964 pelo governo para se financiar via emissão de títulos públicos como alternativa à emissão de moeda traz em seu próprio nome o espírito da procura por indexação: ORTN – Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional.

Também criada em 1964, a Caderneta de Poupança visava dois objetivos: i) ensejar o hábito de poupar na população; e, ii) propiciar recursos para financiar obras de infraestrutura e habitação popular. A sua forma de remuneração mista, combinando remuneração prefixada e pós-fixada, era uma alternativa para as pessoas se protegerem da inflação.

CARMO (1998) salienta que a evolução histórica da Caderneta de Poupança demonstra o quanto ela se modificou até chegar ao formato atual (isenção tributária, remuneração creditada mensalmente, liquidez etc.). Apesar das várias mudanças, ela conseguiu efetivamente se estabelecer como instrumento de poupança popular, a ponto de responder por 38% dos haveres não-monetários em 1980. Entretanto, com o aprofundamento do problema inflacionário, as Cadernetas de Poupança perderam espaço para outros ativos mais líquidos como, por exemplo, títulos de dívida pública, fundos de investimento, e similares com liquidez diária. A partir dos anos 1990, com o fim do processo de inflação crônica graças ao Plano Real (1994), outro ativo financeiro passou a exercer papel preponderante na captação de recursos financeiros da população: os fundos de investimento.

Fundo de investimento é um condomínio constituído por pessoas físicas e/ou jurídicas que contribuem com a inversão de recursos financeiros para formar o patrimônio do fundo. O montante de recursos assim levantado é investido em títulos ou valores mobiliários com o intuito de obter ganhos financeiros. Os ativos adquiridos pelo fundo de investimento

---

<sup>2</sup> “Os anos de 1964-67 foram marcados pela implementação de um plano de estabilização de preços ortodoxa – o Plano de Ação Econômica do Governo (Paeg) – e de importantes reformas estruturais – do sistema financeiro, da estrutura tributária e do mercado de trabalho.” (GIAMBIAGI *et al.*, 2005, p.70).

pertencem a todos os seus investidores, obedecendo à proporção de recursos que cada um aportou (ou aplicou). Tal alocação é possível porque o patrimônio do fundo é dividido em cotas e cada investidor, legalmente denominado cotista do fundo de investimento, recebe a quantidade de cotas equivalente ao montante de recursos financeiros por ele alocado no fundo. (CVM, 2012)

O fundo de investimento é legalmente uma pessoa jurídica. Possui um regulamento próprio em que são apresentadas suas regras de funcionamento, explicitando quais os ativos por ele negociados, os riscos envolvidos, todas as taxas que poderão ser cobradas, o regime de tributação pertinente etc. Todo investidor deve ter acesso a tal documento e aceitar suas condições para se tornar cotista de um determinado fundo. A Comissão de Valores Mobiliários (CVM) é o órgão governamental responsável pela regulação dessa indústria, existindo ainda um órgão de autorregulação representado pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA).

Comparando os dois ativos, é preciso citar que uma característica distintiva importante entre ambos é que as Cadernetas de Poupança estão contempladas no grupo de ativos-objeto do chamado Fundo Garantidor de Crédito (FGC). O FGC é uma entidade privada e sem fins lucrativos criada, em 1995, pelo Conselho Monetário Nacional (CMN), “destinada a administrar mecanismos de proteção a titulares de créditos contra instituições financeiras”. (FGC, 2013) Caso a instituição financeira depositária venha a sofrer processo de liquidação, os recursos aplicados em Cadernetas de Poupança estão garantidos pelo FGC até o limite de R\$ 70.000,00<sup>3</sup>. Outros ativos financeiros não contam com tal garantia, dentre estes, incluem-se os fundos de investimento.

Analisando o desenvolvimento dos fundos de investimento no Brasil, cumpre dizer que o crescimento da indústria brasileira de fundos de investimento deve ser inserido num contexto mundial propagado a partir dos Estados Unidos da América (EUA) e que se apresentou de maneira mais contundente justamente nos países emergentes.

De acordo com dados do *Investment Company Institute* (ICI)<sup>4</sup> referentes ao tamanho da indústria de fundos em vários países, constata-se que o Brasil apresenta o maior crescimento desta indústria no período entre 2003 e 2011, a impressionante taxa de 480%, passando de US\$ 172 bilhões em 2003 para US\$ 998 bilhões em 2011. Destaca-se ainda o

---

<sup>3</sup> Resolução do Banco Central do Brasil nº 4.222, de 23 de maio de 2013, elevou o limite do FGC para R\$ 250.000,00.

<sup>4</sup> Os dados sobre volumes em dólares da indústria de fundos de investimento referentes aos EUA e aos demais países citados foram retirados dos relatórios *2009 Investment Company Factbook* e *2012 Investment Company Factbook*, disponíveis no site do *Investment Company Institute* (ICI), em [www.ici.org](http://www.ici.org). Os percentuais foram calculados pela autora.

crescimento verificado em países como Chile (291%), África do Sul (263%), Índia (194%) e México (190%). Países desenvolvidos apresentaram taxas bem inferiores, por exemplo, França (20%) e Alemanha (6%). No mesmo período, o crescimento da indústria mundial de fundos de investimento foi de 69%, pouco acima da evolução de 57% ocorrida nos Estados Unidos da América (EUA).

Há que acrescentar que esse crescimento relativamente inferior da indústria dos EUA de modo algum ameaçou seu primeiro posto em termos de participação na indústria mundial, a qual se manteve bastante elevada passando de 57% em 2003 com US\$ 7,4 trilhões, para 49% em 2011 com US\$ 11,6 trilhões. Em relação ao Brasil, cabe salientar que o elevado crescimento de 480% no período de 2003 a 2011 se traduziu em um aumento de três pontos percentuais em sua participação na indústria mundial de fundos de investimento, evoluindo de 1,2% para 4,2%; dados referentes ao mês de dezembro dos anos 2003 e 2011, respectivamente.

Os números relativos à indústria de fundos nos EUA demonstram sua importância mundial. Como será discutido a seguir, seu padrão de funcionamento foi expandido para diversos países, entre os quais se destaca o Brasil. Sendo assim, busca-se apresentar um panorama do desenvolvimento dessa indústria nos EUA que, acredita-se, contribuirá para melhor compreensão da indústria de fundos brasileira.

De acordo com BRAGA e CINTRA (2004), nos EUA a indústria de fundos de investimento ganhou destaque com o processo de “desintermediação financeira” em que as instituições bancárias deixaram de captar e repassar recursos diretamente para fazê-lo via instrumentos inovadores e tecnologicamente mais sofisticados e que ofereciam maior liquidez, em especial, os chamados fundos mútuos do mercado monetário (*Money Market Mutual Funds – MMMFs*), ativos de curto prazo cuja carteira poderia ser formada por títulos financeiros públicos e privados de diferentes características quanto a taxa de retorno oferecida, prazos de vencimento e risco<sup>5</sup>.

Como precursores dos mais sofisticados e complexos fundos de investimento, os *MMMFs*, criados em 1975, possuíam um grau de liquidez tão elevada em comparação com os produtos disponíveis à época que, nas palavras de BRAGA e CINTRA (2004), pode-se dizer que “inventou-se um substituto próximo da moeda e dos depósitos [bancários], as chamadas quase-moedas (*near-monies*)”.

---

<sup>5</sup> Nos EUA, os *MMMFs* desempenhavam um importante papel no sentido de permitirem aos bancos oferecerem taxas de retorno superiores àquelas estabelecidas na regulamentação do setor bancário (*Regulation Q*). (BRAGA e CINTRA, 2004)

Anterior ao surgimento dos *MMMFs*, o seminal trabalho de CHETTY (1969) foi o primeiro a investigar possíveis influências e efeitos do grau de liquidez dos ativos financeiros sobre a eficácia dos instrumentos tradicionais de política monetária, em particular, o controle dos agregados monetários. Preocupação expressa textualmente por EWIS e FISHER (1985), também estudiosos do tema, ao afirmarem que o baixo desempenho dos modelos tradicionais de demanda de moeda para explicar os fenômenos ocorridos durante os anos 1970 e 1980 se devia a não inclusão nos modelos das novas práticas bancárias em que ativos dotados de diferentes graus de “*moneyness*” eram transacionados.

É possível relacionar a preocupação expressa acima com o argumento de BRAGA e CINTRA (2004) de que os EUA experimentaram um movimento de forte ampliação da importância na economia dos chamados investidores institucionais, a saber: fundos de investimento, seguradoras e fundos de previdência. De acordo com estes autores, a associação de quatro fatores pode ser apontada como responsável por tal movimento: (i) a globalização dos mercados associada à (ii) dominância financeira, *i.e.*, a predominância do setor financeiro sobre o setor produtivo na economia; ambos estes fatores associados à (iii) desregulamentação dos mercados financeiros e às (iv) possibilidades trazidas pelo avanço tecnológico, o qual viabilizou o desenvolvimento de produtos financeiros inovadores e cada vez mais complexos e sofisticados.

Em se tratando da indústria de fundos, é interessante observar o significativo crescimento dos *MMMF's* nos EUA que muito provavelmente justifica a sua inclusão em diversos trabalhos sobre o tema da redefinição da moeda para fins de política monetária. Segundo dados da *Investment Company Institute* (ICI), em 1975, os recursos alocados em *MMMF's* somavam US\$ 3,7 bilhões, representando 8% do total da indústria de fundos de investimento. Apenas quatro anos mais tarde, eles representavam 48% do total da indústria, somando US\$ 45,5 bilhões; um crescimento de 1.131% no período. A indústria como um todo cresceu nestes quatro anos 106%.

Durante a década de 1980, alterações no funcionamento do mercado financeiro se somaram a mudanças na política econômica empreendidas por Paul Volcker em 1979 que visavam fortalecer a moeda americana, proporcionando um crescimento da indústria de fundos da ordem de 938%, sendo que os fundos de curto prazo (*MMMF's*) cresceram no mesmo período 840%.

Na década seguinte, o desenvolvimento tecnológico desempenhou papel fundamental na ampliação do papel dos derivativos nos mercados financeiros. (BRAGA e CINTRA, 2004;

VARGA e WENGERT, 2011) Os fundos de investimento foram os principais atores neste processo, por combinarem em suas carteiras papéis de renda fixa, renda variável e derivativos.

De certo modo, pode-se atribuir a perda de dinamismo dos *MMMF's* ocorrida nos anos 1990 ao crescimento dos derivativos que passam a compor a carteira de vários outros tipos de fundos de investimento. Segundo dados do *Investment Company Institute* (ICI), em 1990, os EUA apresentavam um saldo em fundos de investimento igual a US\$ 1.065,2 bilhões, 47% deste valor era composto por *MMMF's*. No ano 2000, essa parcela havia se reduzido para 27% do total da indústria, dado por US\$ 6.964,6 bilhões. Evidenciando que o crescimento dos *MMMF's* fora inferior ao da indústria como um todo: 554% para a indústria *versus* 270% para os *MMMF's*.

BRAGA e CINTRA (2004) defendem que os EUA, dada sua posição hegemônica, exercem o papel de paradigma para o resto do mundo, servindo de modelo a ser replicado em outros países. Tese confirmada para o caso do Brasil em que a organização do sistema bancário pós-período inflacionário foi pautada por conceitos engendrados na indústria de fundos dos EUA de segmentação, segregação e especialização.

Tratando especificamente da indústria de fundos brasileira, por determinação legal, os conglomerados bancários devem constituir uma área ou empresa totalmente segregada das demais áreas para que ela exerça, exclusivamente, as atividades relativas aos fundos de investimento e gestão de outros recursos de terceiros como, por exemplo, os fundos de previdência. Deste modo, pretendeu-se separar de modo definitivo as atividades de gestão relativas a recursos de terceiros daquelas relacionadas à gestão dos recursos do próprio conglomerado bancário, de sua tesouraria. Este é o princípio norteador da chamada “*chinese wall*”, instituída no Brasil em 1997 por resolução do Banco Central. (VARGA e WENGERT, 2011)

Nessa forma de organização, o objetivo é construir um sistema financeiro hígido privilegiando a transparência e regulação, características que demandam a atuação de órgão regulador externo ao mercado. A Comissão de Valores Mobiliários (CVM) é o órgão brasileiro equivalente à americana *Securities Exchange Commission* (SEC), criado em 1976 inicialmente para regular o mercado de capitais, passará posteriormente a regular também o mercado de fundos de investimento.

O nascimento da indústria de fundos brasileira se deu em 1957 com a criação do primeiro fundo de investimento brasileiro: o Fundo de Ações Crescinco. Foi necessário, contudo, esperar até 1970 para que os fundos de investimento ganhassem destaque. Voltados para o mercado acionário, experimentaram forte crescimento até 1971 impulsionado pelo

movimento de alta na bolsa de valores brasileira. A perda de até 90% do valor das ações ocorridas nos anos seguintes lançou os fundos de investimento no “esquecimento”. (VARGA e WENGERT, 2011)

Somente em 1984, o Banco Central do Brasil (BCB) regulamentou duas categorias de fundos de investimento: os Fundos Mútuos de Ações, com um mínimo de 70% da carteira formada por ações; e os Fundos Mútuos de Renda Fixa, com carteira formada por no mínimo 60% de títulos emitidos pelo governo e outros 10%, no mínimo, formado por ações. Fundos destinados a aplicações com prazo inferior a 30 dias, os Fundos de Aplicações de Curto Prazo, foram criados em 1986. (VARGA e WENGERT, 2011)

Na verdade, durante a década de 1980 e até metade dos anos 1990, os fundos de investimento, assim como qualquer outro instrumento financeiro da época, eram voltados para diminuir as perdas causadas pela inflação, o que lhes conferia um caráter exclusivamente de curto prazo, além de servirem primordialmente para o financiamento da dívida pública, dada a obrigatoriedade de manter parcela de 60% em títulos do governo.

Com o fim do processo inflacionário crônico, inicia-se, em 1995, uma reestruturação do setor bancário brasileiro. Neste contexto, inserem-se as ações tomadas no segundo semestre deste ano pelo Banco Central do Brasil (BCB), órgão regulador do setor no momento, visando reformar a indústria de fundos. Para tanto, foram criados os Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e os Fundos de Aplicação em Cotas (FAC) de Fundos de Investimento Financeiro (FACFIF), em substituição aos vários tipos de fundos cuja classificação e nomenclatura eram pautadas pelo período inflacionário.

No ano seguinte, em 1996, os efeitos desta reestruturação da indústria de fundos tomaram forma através de seu forte crescimento, como se vê no trecho a seguir:

O potencial desse setor [indústria de fundos] na captação de poupança traduziu-se no crescimento de 74% em 1996, superando a evolução das tradicionais cadernetas de poupança, que cresceram 13,2%. Esse processo, portanto, diferenciou-se de 1995, quando os fundos de investimento cresceram 43% e as cadernetas de poupança 42%. (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 1996, 2012, p.44)

De acordo com KLAPPER *et al.* (2004), vários fatores influenciam o desenvolvimento da indústria de fundos, entre os quais, destacam-se: o primeiro e mais importante, a saber, o nível de renda e de riqueza dos residentes de um país<sup>6</sup>, a regulação do setor pelo governo, a existência de mercados de capitais e de títulos bem organizados e desenvolvidos, o custo para

---

<sup>6</sup> Pois, como argumentam estes autores, investir em ativos financeiros é um bem de luxo com elasticidade-renda da demanda positiva.

o investidor de aplicar num fundo de investimento deve ser inferior ao custo para esse mesmo investidor de adquirir diretamente os ativos financeiros, o grau de confiança na integridade, eficiência e liquidez dos mercados financeiros.

Vale dizer que o Brasil, em meados de 1990, parecia apresentar situação favorável em vários desses fatores para o crescimento da indústria de fundos de investimento, a começar pelo ganho de renda real proporcionado pelo fim do imposto inflacionário. A evolução da participação da indústria de fundos de investimento no PIB brasileiro de 10,5% em 1995 para 16,2% em 1996 ilustra esse argumento<sup>7</sup>.

A importância dos fundos de investimento como alternativa para o pequeno investidor é enfatizada pelo Banco Central em seu boletim do ano de 1996:

Entre os fatores determinantes desse crescimento, destaca-se o diversificado leque de opções de aplicações financeiras, com variados níveis de risco e rentabilidade, desde os mais conservadores até os mais agressivos. Com isso, os fundos de investimento tornam acessíveis aos investidores o complexo mercado financeiro da economia globalizada, aliando, de forma eficiente, os aspectos de risco e rendimento. (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 1996, 2012, p.45)

Diferenças importantes entre os mercados financeiros do Brasil e dos EUA são inquestionáveis, porém a tese de BRAGA e CINTRA (2004) quanto à replicação do modelo americano no Brasil parece acertada. Além disto, também é acertado o argumento de que o crescimento da indústria de fundos de investimento se insere num contexto de ampliação do papel dos chamados investidores institucionais entre os quais se encaixa esta indústria. Logo, esse fenômeno pode, de certo modo, ser atribuído tanto ao contexto mundial, que seguia o paradigma dos EUA, como também deve ser creditado às condições internas do cenário brasileiro favoráveis ao seu desenvolvimento.

O crescimento acelerado da importância dos derivativos na segunda metade dos anos 1990 também é outro paralelo entre os dois países. No caso brasileiro, surgiram empresas especializadas em gestão de fundos de investimento cujo foco de atuação era montar carteiras de ativos em que produtos derivativos desempenhavam papel primordial. Fundos com este perfil são considerados de alto risco, sendo mais vulneráveis a situações de crise financeira.

Em outubro de 1997, a eclosão da crise da Ásia evidenciou que algumas instituições financeiras representavam uma séria ameaça ao funcionamento do sistema financeiro devido ao uso acentuado de derivativos combinado com a não separação das atividades de gestão dos recursos de terceiros (fundos de investimento e carteiras de investimento de clientes) das

---

<sup>7</sup> Conforme BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 1996.

atividades de gestão de recursos próprios das instituições. O Banco Central instituiu então a chamada “*chinese wall*”, obrigatoriedade legal de separação entre estas duas atividades como meio de coibir a transferência de prejuízos em operações realizadas com recursos próprios da instituição financeira para fundos de investimento, e vice-versa. A desvalorização do real em 1999 representou mais um evento de forte instabilidade no sistema financeiro, levando o Banco Central a emitir nova norma tornando ainda mais rígida a obrigatoriedade de total separação entre essas duas atividades. (VARGA e WENGERT, 2011)

Toda essa preocupação com o uso de derivativos nos fundos de investimento visava proteger o aplicador da possibilidade de a instituição responsável pelo fundo incluir na carteira dos fundos de investimento operações com derivativos que transferissem perdas da instituição para o aplicador do fundo. A obrigatoriedade de informar clara e objetivamente os riscos associados à aplicação em quaisquer fundos de investimento também foi instituída neste contexto. (VARGA e WENGERT, 2011)

A regulação dos fundos de investimento de renda fixa, que até 2002 era realizada pelo Banco Central, passa então para a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), órgão que já regulava os fundos de ações. Cabe lembrar que a indústria de fundos de investimento conta também com órgão autorregulador na figura da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA).

Também no ano de 2002, eclodiu a chamada crise de marcação a mercado. Quando os fundos de investimento foram obrigados, por determinação da CVM, a registrarem os ativos constituintes de suas carteiras pelos preços praticados no mercado, e não pela curva do papel, regra pela qual o preço do ativo é calculado considerando os rendimentos a serem incorporados até a data de seu vencimento. (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2002, 2013)

A obrigatoriedade de “marcar a mercado” visava coibir situações em que algumas instituições apuravam ganhos irreais para alguns de seus fundos de investimento por não levarem em conta o preço efetivo de negociação (preço de mercado) dos ativos que compunham a carteira do fundo de investimento. Ao serem legalmente obrigadas a registrar os ativos pelo preço de mercado, evidenciou-se essa prática. Deste modo, revelou-se que mesmo os ativos de renda fixa poderiam incorrer em desvalorizações caso fossem negociados antes de seu vencimento. Até então, muitos aplicadores/investidores acreditavam que tais ativos estavam associados sempre a retornos positivos. A desconfiança na indústria de fundos gerada por essa situação levou a resgates de 15% do patrimônio total dos fundos de investimento. (VARGA e WENGERT, 2011)

O ano de 2004 foi decisivo para a indústria de fundos de investimento uma vez que várias medidas foram tomadas pelo governo para melhor organizar e fomentar esta indústria, bem como para alongar os prazos dos títulos que formavam as carteiras dos fundos. Neste sentido, uma nova legislação de imposto de renda para os fundos de renda fixa, com alíquotas decrescentes variando de 22,5% até 15%<sup>8</sup>, foi criada como meio de incentivar o alongamento dos prazos tanto dos títulos presentes na carteira do fundo como também os prazos de permanência do aplicador no fundo de investimento. (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2004, 2013)

A Instrução Normativa 409, instituída pela CVM em 18 de agosto de 2004, é de fundamental importância para toda a indústria de fundos de investimento na medida em que estabeleceu várias regras de funcionamento, organização e regulação das atividades relativas aos fundos de investimento que vigoram até os dias atuais ou foram aperfeiçoadas por instruções subsequentes. De acordo com o Boletim Anual 2004 do BCB, o objetivo dessas novas regras era ampliar a transparência e reduzir os riscos inerentes aos fundos de investimento.

Nesse sentido, foi criada classificação dos fundos de investimento levando em conta os tipos de ativos que poderiam compor sua carteira de ativos. As instituições ficaram obrigadas a enquadrarem seus fundos nesta classificação. Os critérios para classificação visavam dotar a indústria de maior transparência e segurança ao cotista além de melhorar as condições de liquidez dos fundos de investimento.

São de especial interesse para o presente estudo os fundos de renda fixa referenciados, classe em que se inserem os fundos de investimento a serem aqui tratados.

Os fundos referenciados devem conter em sua denominação o seu indicador de desempenho e possuir no mínimo 80% dos ativos em títulos públicos federais e/ou privados, cujo emissor pertença à categoria de baixo risco de crédito. Além disso, esses fundos devem ter 95% da carteira vinculada a um indicador de desempenho.<sup>9</sup> (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2004, 2013, p.75)

A partir do exposto acima, pode-se afirmar que as condições para o desenvolvimento da indústria de fundos de investimento estavam postas a partir de primeiro de janeiro de 2005, início efetivo da vigência das várias regulamentações determinadas pela CVM ao longo do segundo semestre de 2004. Motivo pelo qual este trabalho inicia a análise em janeiro de 2005.

---

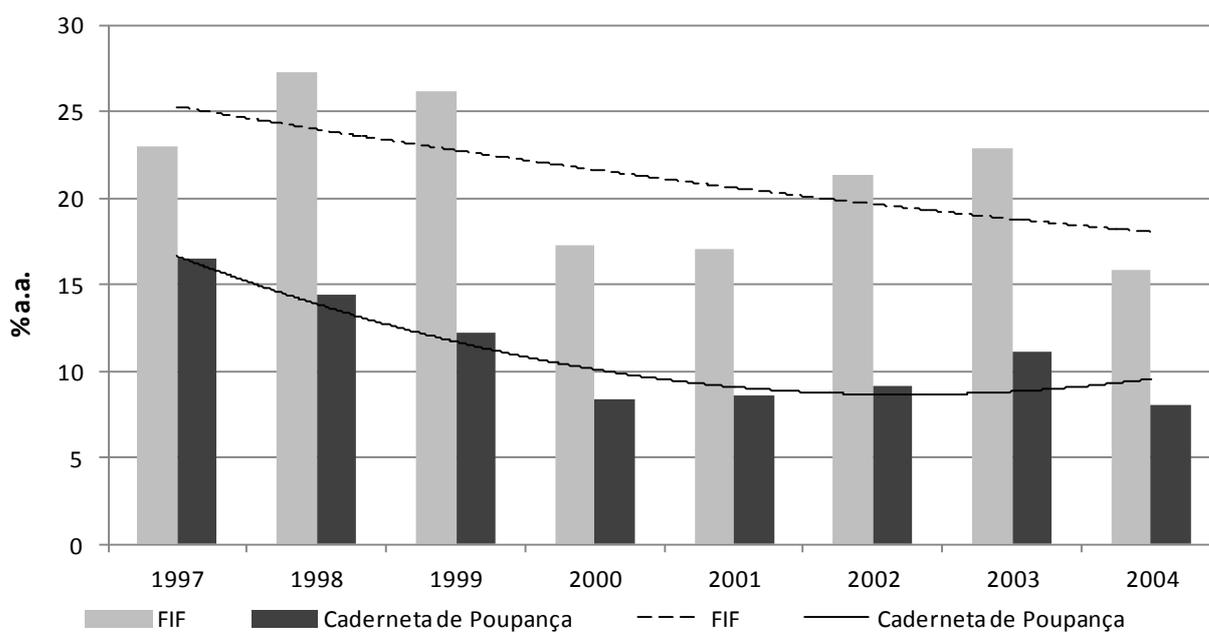
<sup>8</sup> Até então, a alíquota de imposto de renda para aplicações em fundos de renda fixa era de 20%, independentemente de prazos quer dos títulos da carteira quer do período de permanência do aplicador no fundo.

<sup>9</sup> Soma-se a essas duas condições, uma terceira condição que estabelece que os fundos referenciados podem operar com derivativos somente visando realização de *hedge*.

## 1.1 EVOLUÇÃO RECENTE DAS CADERNETAS DE POUPANÇA E INDÚSTRIA DE FUNDOS DE INVESTIMENTO NO BRASIL

O gráfico 2 ilustra a significativa alteração na dinâmica de retornos oferecidos pelos fundos de investimento e pelas cadernetas de poupança à medida que a economia brasileira convivia com menores taxas de juros e menor nível de inflação.

Gráfico 2 - Rentabilidade anual nominal dos Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e Cadernetas de Poupança no período de 1997 a 2004 - em percentual ao ano (% a.a.)



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Boletim do Banco Central - Relatório anual (vários anos)

Os retornos nominais dos ativos financeiros Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento Financeiro (FIF) guardavam uma distância que não ameaçava a expansão da indústria de fundos, como se vê no gráfico 2. Durante o período de 1997 a 2004, a relação entre o retorno oferecido pelas Cadernetas de Poupança e os Fundos de Investimento (FIF) se manteve, em média, por volta de 50%.

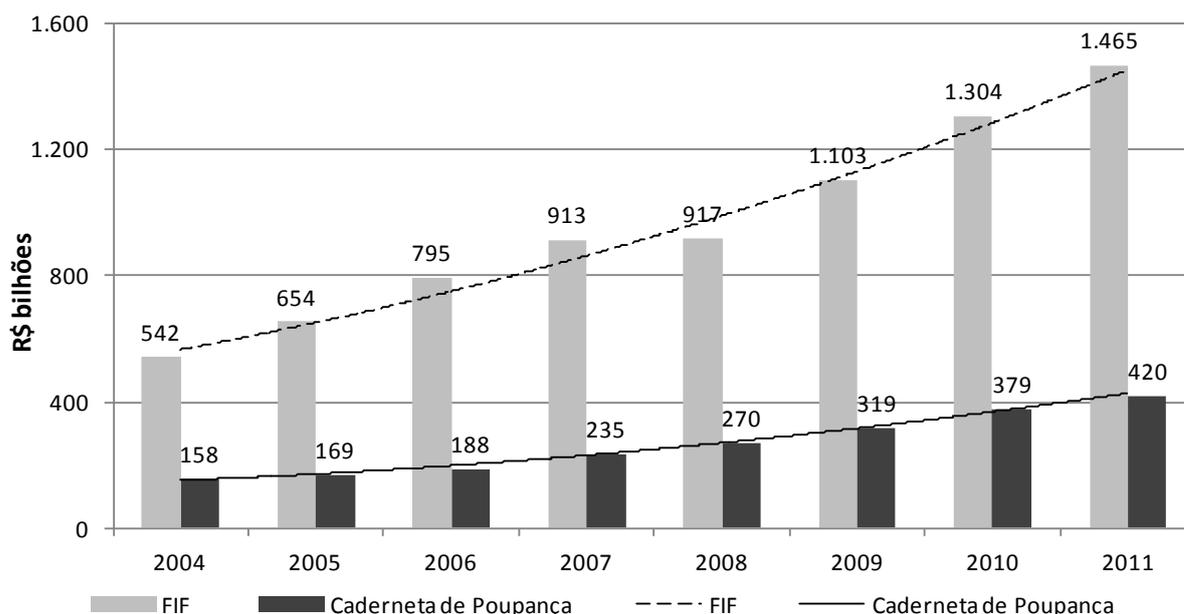
De acordo com dados do Banco Central, durante esse período os fundos de investimento se expandiram fortemente passando de R\$ 112 bilhões em 1997 para R\$ 542 bilhões em 2004, ou seja, seu saldo praticamente quintuplicou no período. Enquanto as Cadernetas de Poupança apresentaram incremento de 63%, saindo de um saldo de R\$ 97 bilhões, em 1997, e chegando a R\$ 158 bilhões, em 2004.

A relação entre o saldo das Cadernetas de Poupança e o patrimônio líquido dos fundos de investimento era da ordem de 87%, em 1997. Em 2004, essa relação havia se reduzido para 29%, patamar que será mantido durante os anos subsequentes.

Durante o período a ser analisado neste trabalho, os fundos de investimento se firmam como principal depositário dos recursos da poupança privada na economia brasileira, como ilustra o gráfico 3, apresentado a seguir.

Vale notar que a taxa média de crescimento do saldo em fundos de investimento de 25% ao ano referente ao período de 1997 a 2004 se reduz dez pontos percentuais no período entre 2004 a 2011. Por outro lado, as Cadernetas de Poupança que haviam crescido a uma taxa anual de apenas 7% ao ano no período inicial, iguala sua taxa média anual de crescimento à dos fundos de investimento no período que vai de 2004 e 2011, ou seja, 15% ao ano. As taxas iguais de crescimento médio anual neste período resultam na manutenção da relação entre os saldos dos dois tipos de recursos citada anteriormente.

Gráfico 3 - Saldos em Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e Cadernetas de Poupança no período de 2004 a 2011 - em bilhões de reais (R\$ bilhões)



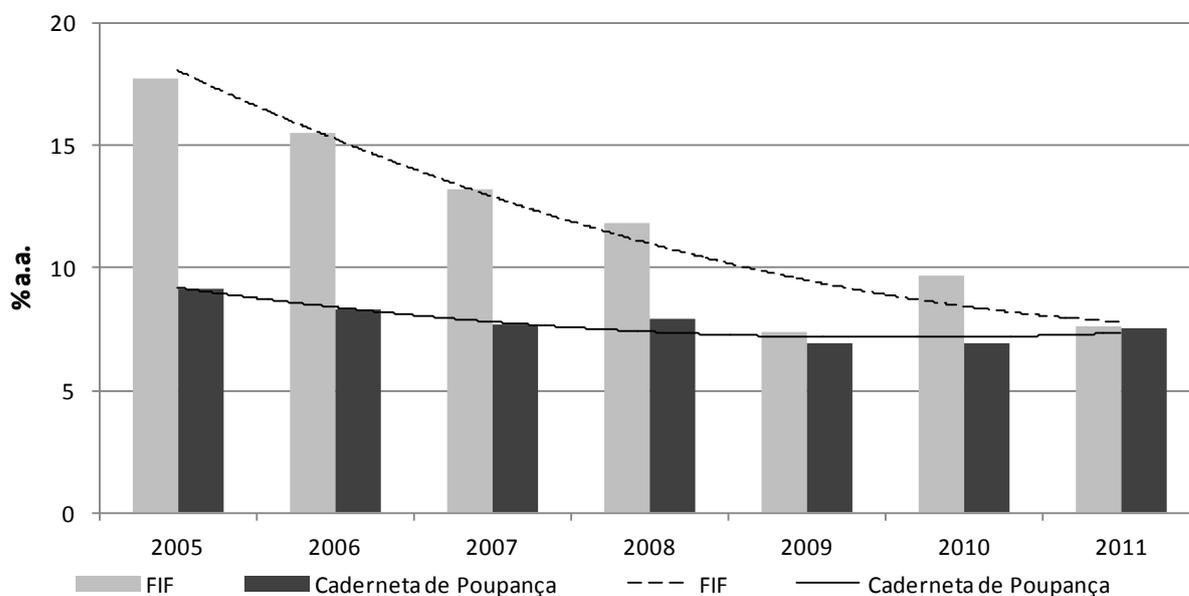
Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Boletim do Banco Central - Relatório anual (vários anos)

A rentabilidade relativa dos dois ativos, apresentada no gráfico 4, aponta para uma forte alteração de tendência ao longo do período que vai de 2005 a 2011, com especial

destaque para os anos de 2009 e 2011 em que a rentabilidade da Caderneta de Poupança praticamente se igualou à dos fundos de investimento financeiro (FIF).

Esta situação, colocada aqui para o conjunto de fundos de renda fixa em geral, configura o principal ponto de investigação neste estudo, na medida em que se buscará avaliar qual o seu efeito sobre o grau de substituibilidade entre as Cadernetas de Poupança e os Fundos de Investimento de Renda Fixa – DI, tipo de fundo mais semelhante às Cadernetas de Poupança em termos de dinâmica de rentabilidade e por apresentar o menor nível de risco entre os fundos de investimento.

Gráfico 4 - Rentabilidade anual nominal dos Fundos de Investimento Financeiro (FIF) e Cadernetas de Poupança no período de 2005 a 2011 - em percentual ao ano (% a.a.)



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Boletim do Banco Central - Relatório anual (vários anos)

O trecho a seguir demonstra que o Banco Central há muito tempo monitorava com atenção os movimentos de migração de recursos entre os ativos Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento impulsionados por alterações em suas rentabilidades relativas:

No que se refere ao último trimestre de 1997, dois fatores acarretaram mudanças na composição dos Fundos de Investimento Financeiro: a exigência imposta pelo Banco Central no que tange à necessidade de autorização expressa do correntista para a transferência automática de recursos em conta corrente para fundos de investimento ou caderneta de poupança; e, **principalmente, a mudança nos patamares de juros ao final de outubro, reduzindo o valor das quotas dos fundos e, ao mesmo tempo, incrementando a rentabilidade da caderneta de poupança, o que produziu migrações significativas para cadernetas de poupança, a qual**

**possui garantia de depósitos (FGC) até o limite de R\$ 20 mil.** [o limite atual (2013) está em R\$ 250.000,00; grifos meus] (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 1997, 2013, p.46-7)

Dado que a fórmula de cálculo da rentabilidade das Cadernetas de Poupança é intrinsecamente relacionada com a taxa básica da economia, a taxa SELIC, o Conselho Monetário Nacional (CMN), órgão responsável por fixar os parâmetros de cálculo que determinam a rentabilidade das Cadernetas de Poupança, e o Banco Central monitoram as transferências entre ativos financeiros ocasionadas por possíveis distorções na rentabilidade das Cadernetas de Poupança e implementam as alterações necessárias para adequar a rentabilidade deste ativo à rentabilidade auferida em outras modalidades de aplicações financeiras em renda fixa, com destaque para fundos de investimento e certificados de depósito bancário (CDB).

Os órgãos governamentais estão cientes dos impactos da rentabilidade das Cadernetas de Poupança sobre os demais ativos, como se vê nos trechos a seguir retirados de relatórios do Banco Central:

Em janeiro de 2001, sob efeito da Resolução 2.809, de 22.12.2000, foi introduzido o mecanismo de alteração automática do fator “b”, componente de cálculo do redutor da Taxa Referencial (TR). Esse mecanismo tem como objetivo proporcionar a gradual convergência das rentabilidades das aplicações financeiras à medida que a meta Selic seja reduzida, minimizando a transferência de recursos entre as modalidades de aplicação financeira decorrente tão somente de arbitragens. **Ademais, a taxa de juros fixa de 6% ao ano para a poupança, estabelecida em lei, por si só, já estabelece um piso de rentabilidade para as demais aplicações financeiras.** (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2001, 2013, p.95, grifos meus)

Alterações dos parâmetros que determinam a rentabilidade das Cadernetas de Poupança foram feitas nos anos de 1997, 1998, 2000, 2001 e 2007<sup>10</sup>. No entanto, em todos os casos, manteve-se a rentabilidade original de 6% ao ano capitalizada mensalmente, ou seja, 0,50% ao mês.

Novos patamares de taxas de juros praticados no Brasil a partir de 2007 tornaram necessária a revisão da forma de remuneração do mais tradicional produto de captação de poupança individual para eliminar o “piso de rentabilidade” representado pela taxa de remuneração fixa da Caderneta de Poupança.

---

<sup>10</sup> Consultar BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual dos anos indicados.

Pode-se afirmar que a situação atingiu um ponto crítico ao fim do ano de 2011, como ilustrado, anteriormente, no gráfico 4. Tornou-se, então, urgente a necessidade de encontrar uma nova fórmula de cálculo para determinar a rentabilidade das Cadernetas de Poupança que não contasse com a taxa fixa de 0,50% ao mês.

As Cadernetas de Poupança exercem um papel de destaque na dinâmica do comportamento relativo entre os ativos financeiros na economia brasileira em função das várias implicações possíveis de seus patamares de rentabilidade. Como discutido inicialmente, elas representam importante fonte de financiamento imobiliário, logo, alterações em seus volumes de captação e/ou rentabilidade podem impactar significativamente contratos de financiamento de imóveis.

Além disso, dada a estreita relação das Cadernetas de Poupança com os fundos de investimento, alterações em seus retornos relativos podem suscitar impactos que ultrapassam os limites do mercado de poupança privada, afetando não somente a oferta de crédito imobiliário como também as próprias condições de liquidez da dívida pública federal, em razão do papel fundamental exercido pelos fundos de investimento como financiadores da dívida pública federal e como provedores de alta liquidez a estes títulos.

De acordo com dados do ANBIMA, os títulos públicos federais respondem por cerca de 40% da carteira dos fundos de renda fixa, patamar mantido entre o período dezembro de 2008 até janeiro de 2013. Este percentual já foi bastante superior: entre 2000 e 2003, títulos públicos federais respondiam por 75% da carteira dos fundos de renda fixa. Ao longo do período de 2004 a 2007, esse percentual foi sendo anualmente reduzido.<sup>11</sup>

Nos primeiros meses do ano de 2012, vários artigos na imprensa discutiam a necessidade do governo alterar a regra de remuneração das Cadernetas de Poupança, indicando até mesmo qual seria patamar crítico para a taxa SELIC:

Outra questão decisiva para o mercado diz respeito à mudança nas regras de correção da caderneta de poupança. Por se tratar de um limitador para a queda da Selic para baixo de 9%, a apresentação de um projeto pelo governo ao Congresso poderá dar fôlego ao mercado. (PINHEIRO, M., 2012, 2013)

---

<sup>11</sup> No relatório Boletim do Banco Central – Relatório Anual, dados de participação de títulos públicos nos fundos de renda fixa apontam percentuais superiores àqueles informados pela ANBIMA. Para os cinco anos para os quais o Banco Central disponibiliza esse dado, tem-se: 61%, em 2006; 56%, em 2008; 49%, em 2009; e 47% para os anos de 2010 e 2011.

Embora fosse negada por representantes do governo<sup>12</sup>, a importante relação entre Cadernetas de Poupança, Fundos de Investimento e Dívida Pública já era discutida no mercado, o que se pode inferir considerando que ela fazia parte da pauta da imprensa:

Por contar com a isenção de IR, em um cenário de taxa de juros mais baixa as aplicações na poupança se tornariam mais competitivas que os fundos DI, que contam com o desconto de IR e a da taxa de administração. Para o governo, a queda da captação nos fundos de investimento também poderia implicar em uma redução na demanda por títulos públicos, elevando o custo da dívida pública. (ROSA, S., 2012, 2013)

Durante os meses de março e abril de 2012, são encontrados na imprensa vários artigos tratando do tema da alteração na regra de remuneração das Cadernetas de Poupança. Discutem-se não só propostas técnicas para uma nova regra como também suas possíveis implicações políticas. Não há como deixar de observar que sendo o produto mais tradicional de captação de poupança privada individual, o governo tinha ciência, embora não admitisse abertamente, da necessidade e do alto risco de adotar uma medida que fosse percebida como prejudicial ao pequeno investidor.

Em 03 de maio de 2012, através da Medida Provisória nº567/2012, convertida na Lei 12.703 de 07 de agosto de 2012, o governo define a tão esperada alteração na regra de remuneração da Caderneta de Poupança, que entra em vigor a partir de 04 de maio de 2012. Mantém a remuneração básica do produto atrelada à Taxa Referencial (TR) e estabelece nova regra para a remuneração adicional, por juros, nos seguintes termos:

- a) 0,5% (cinco décimos por cento) ao mês, enquanto a meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, for superior a 8,5% (oito inteiros e cinco décimos por cento); ou
- b) 70% (setenta por cento) da meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, mensalizada, vigente na data de início do período de rendimento, nos demais casos. (Lei 12.703 de 07 de agosto de 2012, Artigo 1º)

Eliminava-se, assim, um importante entrave à redução da taxa de juros brasileira.

---

<sup>12</sup> Veja, por exemplo, os seguintes artigos SIMÃO, E. e VILLAVÉRDE, J. Para Mantega não é preciso mudar regra de poupança neste momento, **Valor Econômico**, São Paulo, 06 mar.2012. E também, VILLAVÉRDE, J. e SIMÃO, E. Tesouro não vê concorrência entre poupança e títulos públicos, **Valor Econômico**, São Paulo, 08 mar.2012.

## 1.2 O TEMA DA SUBSTITUIÇÃO ENTRE CADERNETAS DE POUPANÇA E FUNDOS DE INVESTIMENTO: UMA VISÃO DE MERCADO

Antes de maio de 2012, abordar o tema da substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento implicava, necessariamente, em calcular a taxa de juro SELIC que tornava a rentabilidade desses ativos equivalente (*taxa break even*).

É neste sentido que serão apresentados trabalho desenvolvido pela Associação Nacional dos Bancos de Investimento (ANBID)<sup>13</sup>, em 2004, e alguns trabalhos realizados pelo economista e professor José Dutra Vieira Sobrinho em diferentes momentos sobre o mesmo tópico. Esses estudos têm caráter eminentemente empírico, sem rigor acadêmico. Sua importância advém do fato de configurarem a possibilidade de avaliar a influência de um componente (a taxa SELIC), comum e fundamental na formação dos “preços” (taxas de retorno/rentabilidade) dos ativos financeiros da economia brasileira, sobre o grau de substituição entre dois deles, a saber: as Cadernetas de Poupança e os Fundos de Investimento Financeiro em Renda Fixa do tipo DI.

A discussão desses trabalhos aqui visa ilustrar o tipo de estudo provavelmente elaborado pelos órgãos governamentais para determinação da taxa de juro SELIC crítica para alteração da regra de remuneração em 8,5% ao ano. Diz-se isso porque tais estudos não foram divulgados.

Inicia-se pela apresentação do estudo elaborado pela ANBID, em 2004, seguida da discussão de aspectos e comentários relevantes encontrados nos trabalhos do professor José Dutra Vieira Sobrinho.

O estudo ANBID (2004) visava estimar a taxa de juros SELIC que, dadas as condições vigentes naquele momento, início dos anos 2000, tornaria os investimentos em Fundos de Investimento DI e Cadernetas de Poupança equivalentes em termos de retornos proporcionados (*taxa breakeven*). A relevância deste estudo reside no fato de estabelecer as linhas gerais do impacto da taxa SELIC na comparação das remunerações dos dois produtos financeiros.

As Cadernetas de Poupança têm sua regra de remuneração, desde 1964, fixada pelo Governo como a combinação entre uma taxa de juro fixa e um índice de correção monetária.<sup>14</sup>

---

<sup>13</sup> A ANBID deu origem mais tarde à Associação de Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA).

<sup>14</sup> Ver CARMO (1998).

À época da elaboração do estudo, a remuneração das Cadernetas de Poupança seguia a regra que, a partir de quatro de maio de 2012, ficou determinada para o contexto em que a taxa de juro SELIC se situe acima de 8,5% ao ano: “(...) os valores depositados são remunerados a uma taxa de juros de 0,5% ao mês, aplicada sobre os valores atualizados pela Taxa Referencial (TR) (CAIXA (2), 2012).

O estudo ANBID (2004) descreve como se obtém a Taxa Referencial (TR):

$$TR = 100 \left\{ \left[ \frac{\left(1 + \frac{TBF}{100}\right)}{R} \right] - 1 \right\} \quad (1.1)$$

Onde,

TBF: Taxa Básica Financeira: calculada como a média das taxas prefixadas de depósitos a prazo registradas via SISBACEN<sup>15</sup>;

R: Redutor: calculado de acordo com a fórmula abaixo para todos os dias do mês:

$$R = \left( A + B \left( \frac{TBF}{100} \right) \right) \quad (1.2)$$

Onde,

A = 1,005, ou seja, é o fator relativo à taxa de juro fixa mensal;

B = Fator de Ponderação determinado em função de faixas de variação estabelecidas a partir da meta para a taxa de juro SELIC estabelecida pelo Banco Central.

O estudo chama a atenção para o fato de que os parâmetros A e B podem ser alterados respeitando a antecedência mínima de 30 dias. Vale citar que em março de 2007, o Banco Central estabeleceu parâmetros “B” diferentes para faixas de taxa SELIC entre 9% e 11% ao ano. (BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2007, 2013, p.65)

São adotadas duas hipóteses para a construção dos cenários a partir de dados para o período de janeiro de 1999 a dezembro de 2003, sendo que, para cada uma delas, calcula-se a taxa SELIC que tornaria ambos os ativos equivalentes em termos de rentabilidades (taxa *break even*): 1) Retornos projetados das aplicações em Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento DI baseados nos retornos históricos dos Fundos e na manutenção de regras de remuneração da Caderneta de Poupança; 2) Projeção de níveis de equilíbrio com base nas séries históricas através de regressões simples para as rentabilidades dos ativos.

No primeiro cenário, apura-se que, para o nível de taxa SELIC de 16,0% ao ano vigente na época (final de 2003 e início de 2004), a rentabilidade média dos fundos DI em relação às Cadernetas de Poupança estava por volta de 145%<sup>16</sup>. Calculam, então, quando a

<sup>15</sup> A taxa TBF guarda relação direta com a taxa básica da economia, a taxa SELIC.

<sup>16</sup> Rentabilidade média mensal dos fundos DI dividida pela rentabilidade das Cadernetas de Poupança, com data de vencimento no primeiro dia do mês, resulta em 1,45 (ou 145%).

relação entre as rentabilidades dos dois ativos atingiria 100%, o que resulta numa taxa SELIC entre 9,0% e 10,0% ao ano.

Vale ressaltar que, com a queda na taxa SELIC, a Constante “A” **ganha peso no cálculo do redutor**. Atualmente fixada em 1,005, ela significa um ‘acréscimo’ constante de 0,5% à ‘taxa de deságio da TBF’, representada por “R”. Ou seja, quanto menor a taxa SELIC e mantida a constante “A” em 0,5%, maior é o deságio da TR em relação à TBF. Por outro lado, com a queda da taxa de juros, a remuneração fixa de 0,5% torna-se mais representativa. (ANBID, 2004, p.5)

Também o fator de ponderação “B”, definido a partir dos níveis de taxa SELIC precisaria ser revisto para baixo caso a taxa atingisse patamares de apenas um dígito. O estudo conclui que, caso a taxa SELIC se reduzisse a patamares inferiores a 10% ao ano, a tendência seria haver ajustes em “A” e “B”.

O segundo cenário é avaliado a partir do comportamento das séries históricas através de regressões simples. Para fundos de investimento DI, adota-se o modelo linear da forma  $y = a + bx$  sem intercepto, pois argumenta o estudo que taxa SELIC nula implicaria em retorno também igual a zero para os fundos de investimento.<sup>17</sup> Logo, o modelo para fundo de investimento assumiria a seguinte forma  $y = bx$ . Para Cadernetas de Poupança, o modelo de regressão assume a forma exponencial  $y = ae^{bx}$ , com intercepto  $a = 0,005$ , referente à remuneração fixa do ativo. Neste cenário, o resultado obtido para a Selic é de 9,9815% ao ano.

O estudo conclui que mantidas as características vigentes quanto às regras para os parâmetros da TR e o comportamento histórico das rentabilidades analisadas verificadas entre janeiro de 1999 e dezembro de 2004, a taxa de juro SELIC *break even* entre Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento DI estaria por volta de 10% ao ano.

Pode-se dizer que a ideia norteadora do primeiro cenário da ANBID foi calcular a taxa SELIC que proporciona às Cadernetas de Poupança rentabilidade superior à rentabilidade líquida de fundos de investimento em renda fixa (descontadas a taxa de administração e o imposto de renda); fundos cuja carteira era formada por ativos que têm a rentabilidade fortemente relacionada à taxa SELIC.

---

<sup>17</sup> Esta é uma hipótese questionável, pois, se os fundos de investimento tiverem sua carteira formada exclusivamente por Letras Financeiras do Tesouro (LFT), as quais remuneram em média a 100% da SELIC, além do imposto de renda já computado pelo estudo, haveria que considerar também o efeito das despesas em que os fundos de investimento incorrem para poder operar, como taxas pagas aos órgãos reguladores (CVM e ANBIMA), taxas pagas aos agentes de custódia (CETIP e outros) além das taxas cobradas pelas instituições financeiras para oferecerem o produto Fundos de Investimento, como taxa de administração, taxa de gestão etc.

Adotando essa mesma ideia, o economista Prof. José Dutra Vieira Sobrinho havia elaborado estudo em 2001, repetido em 2006 e em 2012, em que demonstrava que a regra de remuneração da Caderneta de Poupança, para níveis de taxa de juro SELIC inferiores a 10% ao ano, dotava este ativo de vantagem sobre os seus substitutos mais próximos, os fundos de investimento em renda fixa.

Em seu estudo de 2001, VIEIRA SOBRINHO (2001) empreende ainda uma tentativa de demonstrar que, na verdade, os parâmetros “A” e “B” da fórmula da TR acima eram estabelecidos de modo a atrelar a rentabilidade oferecida pela Caderneta de Poupança à taxa SELIC, via a taxa TBF. Assim sendo, para uma taxa SELIC de 16% ao ano, a relação entre rentabilidade da Caderneta de Poupança e SELIC de 52%; este percentual se elevava à medida que a taxa SELIC se reduzia, chegando a 80%, quando a taxa SELIC se igualasse a 10% ao ano. Cinco anos depois, VIEIRA SOBRINHO (2006) demonstra que, em razão de alterações nas regras de determinação dos parâmetros da fórmula da TR, a relação se estabelecia então com a taxa TBF e não mais com a taxa SELIC, mas a dinâmica de atrelar o rendimento da Caderneta de Poupança à taxa básica da economia brasileira se mantinha, porém, agora, indiretamente.

Por fim, às vésperas da alteração das regras de remuneração do ativo Caderneta de Poupança, VIEIRA SOBRINHO (2012) salienta que

Primeiramente, a sociedade deve se conscientizar de que não haverá possibilidade de a poupança continuar pagando a tradicional taxa de juros de 0,5% ao mês, equivalente a 6,17% ao ano. Seguramente essa taxa será decrescente em função do decréscimo das taxas básicas de juros. Entendo que a taxa de rendimento da poupança deve ser definida em função das taxas de rendimentos proporcionadas pelos seus principais concorrentes. E o principal, é o fundo de investimento em renda fixa. (VIEIRA SOBRINHO, 2012, p.1-2)

VIEIRA SOBRINHO (2012) aponta que a taxa SELIC de 8,75% ao ano determinaria uma rentabilidade para a Caderneta de Poupança em 6,17% ao ano, considerando-se a taxa TR igual a zero. Cumpre ressaltar que nesta situação a relação entre a rentabilidade da Caderneta de Poupança e a Taxa SELIC é da ordem de 70,5%.

Em relação a esse ponto, vale a pena citar que para o período de análise neste trabalho, anos de 2005 a 2012, a relação entre a rentabilidade líquida de imposto de renda à alíquota de 20% dos fundos de investimento financeiro do tipo DI e a taxa SELIC apresentou média igual a 72%.

A partir da magnitude desses dois percentuais da taxa SELIC, é possível inferir estreita relação com o parâmetro de rentabilidade da Caderneta de Poupança igual a 70% da taxa

SELIC imposto em 03 de maio de 2012 através da Medida Provisória nº567/2012, convertida na Lei 12.703 de 07 de agosto de 2012, para a situação em que a taxa SELIC seja igual ou inferior a 8,5% ao ano.

Estabelecida a importância dos ativos Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento no cenário da economia brasileira recente, no capítulo seguinte serão apresentados diversos trabalhos que estudaram a relação entre ativos monetários através da apuração e análise de suas relações de substituição.

Destacam-se inicialmente os trabalhos de CHETTY (1969) e CONTADOR (1974). Estes dois estudos abordaram as questões de liquidez e retorno dos ativos financeiros e suas relações com a eficácia da política monetária. Há que se considerar o fato destes estudiosos terem se debruçado sobre o tema da substituição entre bens monetários numa conjuntura econômica marcada por alteração significativa no tocante à relação dos agentes com os bens monetários.

Nos EUA, começava a tomar forma um cenário de crescimento acelerado da indústria de fundos que culminaria com a proliferação dos chamados *MMMF's*, fundos de curto prazo dotados de alta liquidez. Enquanto no Brasil, em função do processo inflacionário crônico em gestação, os agentes buscavam ativos outros que não a moeda em seu conceito tradicional.

Ambos os trabalhos foram escritos quando a condução da política monetária se baseava no controle dos agregados monetários, no conceito da curva LM tradicional. No entanto, a discussão que os motivou teria hoje outros desdobramentos, pois,

Na primeira metade dos anos 1990, Taylor<sup>[18]</sup> propôs uma regra de política monetária para a taxa de juros nominal, do mercado interbancário, controlado pelos bancos centrais, que gradualmente passou a ser adotada pela maioria dos modelos de curto prazo. Nos países que adotam o regime de câmbio flexível, os bancos centrais administram a política monetária, fixando a taxa de juros do mercado interbancário, e não a quantidade de reservas bancárias, como implicitamente supunha a curva LM. (DELFIN NETTO, 2011, p.27)

CHETTY (1969), CONTADOR (1974) e diversos outros trabalhos a serem apresentados no próximo capítulo discutiram formas de estimar as elasticidades de substituição entre ativos financeiros líquidos. Contribuindo, portanto, para a consecução do objetivo deste trabalho, a saber: investigar se ocorreram alterações nas magnitudes das elasticidades de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento ao longo do tempo e se estariam relacionadas aos diferentes patamares de taxa básica de juros.

---

<sup>18</sup> Para maiores detalhes, consultar TAYLOR, J.B. *Discretion versus policy rules in practice*. **Carnegie-Rochester Conferences Series on Public Policy** 39, p. 195-214, 1993.

## **CAPÍTULO 2 – A TEORIA MICROECONÔMICA E A DEMANDA POR ATIVOS MONETÁRIOS**

A substituição entre ativos financeiros no portfólio de um agente pode ser considerada similar à ideia de substituição entre fatores na tecnologia de produção ou entre bens na cesta de consumo. A motivação para a substituição no portfólio será dada pela capacidade do bem financeiro em fornecer serviços monetários (liquidez, meio de transação, reserva de valor).

Interessado em investigar se os serviços monetários providos pela moeda eram também fornecidos por outros tipos de bens monetários, surgiu o trabalho de CHETTY (1969), primeiro a empregar o arcabouço da teoria neoclássica do consumidor para estudar as relações entre a moeda, em seu conceito usual, e seus candidatos a sucedâneos, usando como instrumento de análise o conceito de elasticidade de substituição. Sua preocupação central era a de que a eficácia da política monetária em controlar o estoque de moeda na economia estaria comprometida se o conceito de moeda não englobasse todos os ativos capazes de desempenhar o papel de moeda.

O artigo seminal de V.K.Chetty despertou o interesse de vários pesquisadores sobre o tema de substituíbilidade entre bens monetários, tornando a discussão ainda mais relevante com a intensificação das inovações, complexidade e sofisticação dos ativos financeiros, iniciadas nos anos 1970 e intensificadas nos anos 1980, proporcionadas em grande medida pelos avanços na área tecnologia da informação. Todas essas transformações, de certo modo, acabaram por ocasionar a adoção da taxa de juro como instrumento primordial de execução da política monetária.

É bem interessante perceber como os desenvolvimentos da teoria econômica foram incorporados à discussão ao longo do tempo, de modo que novas formas funcionais, a teoria da dualidade e definições alternativas do conceito de elasticidade de substituição motivaram pesquisadores a se debruçarem sobre o tema de substituíbilidade entre ativos financeiros utilizando novas ferramentas de análise. Ferramentas úteis inclusive para prover fundamentação teórica para a abordagem microeconômica neoclássica proposta pioneiramente por CHETTY (1969).

Grande parte da revisão bibliográfica neste trabalho se dedica a apresentar esses desenvolvimentos porque, acredita-se, são imprescindíveis para compreender o tema e nortear as escolhas necessárias para consecução do seu objetivo, a saber: analisar a relação de

substituição entre os ativos Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento entre os anos de 2005 e 2012.

O objetivo primordial dos artigos apresentados a seguir era estudar os atributos de liquidez dos diversos ativos monetários disponíveis na economia. Partindo do mais líquido de todos eles, a moeda, os autores buscavam identificar o grau de liquidez dos demais ativos a partir de sua relação de substituição com o ativo líquido por definição. Feito isso, partem para o estudo das relações que se estabelecem entre os outros ativos monetários entre si.

É justamente essa última possibilidade de abordagem que motivou a discussão destes trabalhos aqui. Lembrando que os ativos a serem estudados são, sabidamente, dotados de alto grau de liquidez, os trabalhos teóricos apresentados a seguir servirão de exemplos de como estudar empiricamente dentro do arcabouço da teoria econômica neoclássica as relações de substituição entre ativos monetários outros que não a moeda. Não se pode esquecer, contudo, das importantes implicações para a política monetária brasileira dos retornos auferidos com estes dois ativos apontados anteriormente.

Dado o propósito da inserção desses trabalhos teóricos, cumpre declarar que os resultados a que chegaram cada um deles não serão apresentados. É importante relatar que, embora diferentes estudos analisando um mesmo conjunto de dados para igual período de tempo tenham chegado a relações de substituição diversas entre os mesmos ativos, todos os trabalhos consultados confirmaram a possibilidade de aplicar a teoria econômica neoclássica à investigação do fenômeno da substituição entre ativos monetários. As divergências são creditadas a escolhas relacionadas à forma funcional ou à definição do conceito de elasticidade de substituição, por exemplo.

Inicia-se a discussão teórica do tema de substituíbilidade entre bens monetários com CHETTY (1969), passando pelo importante trabalho de CONTADOR (1974), o qual, baseando-se em V.K. Chetty, sugere meios de verificar empiricamente relações de substituição entre ativos financeiros a partir do cálculo de suas elasticidades de substituição para o caso da economia brasileira.

## 2.1 O TEMA DA SUBSTITUIÇÃO ENTRE ATIVOS MONETÁRIOS: OS PRECURSORES CHETTY (1969) E CONTADOR (1974)

Durante os anos 1960, vários trabalhos<sup>19</sup> analisando a liquidez de certos ativos financeiros, em especial depósitos a prazo, nos Estados Unidos da América (EUA) apontaram para a necessidade de revisar o conceito de moeda, como sendo o ativo financeiro de máximo grau de liquidez da economia. Esta revisão indicava a necessidade de ampliar o conceito do agregado monetário M1 para incluir ativos disponibilizados por instituições financeira que se caracterizavam por apresentarem tal grau de liquidez que os tornavam “*quasi* moeda”<sup>20</sup>. (CHETTY, 1969)

Os estudos buscavam identificar empiricamente se existiam e quais seriam os ativos financeiros quase tão líquidos quanto a moeda através da análise das elasticidades de substituição entre a moeda e outros ativos financeiros. Adicionalmente, calculavam-se também as elasticidades de substituição entre os próprios outros ativos financeiros. Investigava-se a existência de substitutos da moeda no seu conceito tradicional (M1, ou seja, papel moeda em poder do público e depósitos à vista em bancos comerciais), as magnitudes do grau de substituição expressos através de suas elasticidades de substituição e sua possível influência sobre a eficácia da política monetária.

### 2.1.1 O modelo de V.K. Chetty

Baseando-se na teoria do consumidor, CHETTY (1969) propõe um modelo em que o consumidor maximiza sua utilidade ao combinar dois ativos: moeda (M) e depósitos a prazo (T), para qualquer restrição orçamentária.

A função de utilidade do consumidor e a restrição orçamentária assumem as seguintes formas, respectivamente:

$$U = (\beta_1 M^{-\rho} + \beta_2 T^{-\rho})^{-(1/\rho)} \quad (2.1)$$

$$M_0 = M + \frac{T}{1+i} \quad (2.2)$$

Onde:

$M_0$  = montante de recursos a serem alocados nos ativos (M) e (T) no período inicial;

$M$  = recursos alocados em moeda;

<sup>19</sup> Em CHETTY (1969), encontra-se a lista desses trabalhos.

<sup>20</sup> A distinção entre *quasi* moeda e outros ativos financeiros se dá pela facilidade, em termos de custos de transação pecuniários e não pecuniários, em torná-los líquidos. (CHAO et al., 1987)

$T$  = valor dos recursos alocados em depósitos a prazo que será recebido no período seguinte;

$i$  = taxa de juro que incide sobre os depósitos a prazo do período corrente (inicial);

$\frac{T}{1+i}$  = valor presente na data inicial dos depósitos a prazo.

$\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\rho$  são os parâmetros a serem estimados e determinam o grau de substituição entre os ativos financeiros.

A inclinação da restrição orçamentária é dada por  $-(1+i)$  e seu valor absoluto representa a relação de preços dos ativos moeda e depósitos a prazo. O retorno sobre o ativo financeiro exerce aqui o papel do preço na teoria do consumidor, como o retorno esperado da moeda é zero, a relação de preço se reduz a  $-(1+i)$ .

A equação resultante da estimação do modelo, para o estoque ajustado de moeda ( $M_a$ ) encontrada foi  $M_a = (M^{0,971} + 0,957T^{0,971})^{1,03}$ , indicando que os ativos moeda e depósitos a prazo são substitutos perfeitos e justificando a necessidade de ampliar o conceito de agregados monetários para incluir também títulos como ativos líquidos. Corroborando a hipótese de Friedman, para o qual “*T is almost as good as money*”<sup>21</sup>.

### 2.1.2 Aplicação do Modelo de Chetty ao Brasil: CONTADOR (1974)

O objetivo principal de CONTADOR (1974) era discutir o impacto das alterações promovidas no mercado financeiro brasileiro durante a década de 1960, em especial, o surgimento de ativos financeiros líquidos, sobre a eficiência da política monetária<sup>22</sup>. O autor analisou o período de 1968 a 1973<sup>23</sup>.

A ideia central do estudo de Contador é a de que ativos monetários criados naquele período eram tão líquidos que se tornavam substitutos próximos da moeda. Portanto, haveria que levar em conta para fins de decisões de política monetária não só a moeda, mas também estes outros ativos “*quasi moeda*” de modo a preservar a eficiência da política monetária.

<sup>21</sup> CHETTY, 1969, p.278-9.

<sup>22</sup> No âmbito das reformas estruturais e do PAEG (1964-1967), insere-se a criação do instrumento de correção monetária. Este instrumento permitiu ao governo voltar a se financiar via emissão de títulos públicos (ORTN – Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional) e também incluiu a possibilidade de instituições financeiras, bancárias ou não bancárias, emitirem obrigações que em maior ou menor grau eram substitutos da moeda. (GIAMBIAGI *et al.*, 2005)

<sup>23</sup> É interessante observar que o período analisado por Contador sucede o período de implantação do PAEG e das reformas estruturais. O período 1968-73 coincide exatamente com a fase que, posteriormente, ficou conhecida como ‘milagre brasileiro’; caracterizada por política monetária expansiva e por taxa de crescimento anual média de 11,1%, acompanhada de desequilíbrio externo e gradual redução da inflação (no período 1964-67, a inflação média anual foi de 45,5% ao ano, reduzindo-se no período 1968-73 para 19,1% ao ano.) (GIAMBIAGI *et al.*, 2005)

Uma vez que os ativos financeiros são caracterizados por certo grau de liquidez e razoável substituição entre si e com os ativos já existentes, a eficiência da política monetária nos moldes tradicionais pode ficar comprometida e tornar-se crítica com o desenvolvimento da intermediação financeira. (CONTADOR, 1974, p.246)

Ao analisar a elasticidade-renda de demanda de moeda e a elasticidade-inflação-esperada, CONTADOR (1974) constata que o estoque real de moeda havia crescido à taxa média anual inferior (9%) à esperada para a relação entre as elasticidades (12%). De onde infere que estava ocorrendo um movimento de substituição da moeda por outros ativos líquidos.

Dado esse contexto, CONTADOR (1974) se baseia no modelo proposto por CHETTY (1969) para  $n$  ativos visando analisar o fenômeno da expansão de ativos líquidos na economia brasileira e seu impacto sobre a eficácia da política monetária. Tal modelo também lhe permitiria atingir seu segundo objetivo, a saber, testar o grau de substituição entre os ativos não monetários.

Considerando  $F$  como um título financeiro qualquer e  $r$  como o retorno nominal esperado sobre o título e mantendo os demais parâmetros do modelo inicial de Chetty, as funções da utilidade e da restrição orçamentária assumem as seguintes formas, respectivamente:

$$U = (\beta M^{-\rho} + \beta_1 F_1^{-\rho_1} + \beta_2 F_2^{-\rho_2} + \dots)^{-(1/\rho)} \quad (2.3)$$

$$M_0 = M + \frac{F_1}{1+r_1} + \frac{F_2}{1+r_2} + \dots \quad (2.4)$$

$F_i, F_j$  representa o estoque do ativo financeiro  $i$  ou  $j$ , sendo  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

$r_i, r_j$  representa a taxa de retorno sobre o ativo financeiro  $i$  ou  $j$ , sendo  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

$\beta_i$  e  $\rho_i$  são os parâmetros a serem estimados e determinam o grau de substituição entre os ativos financeiros, sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Maximizando a função utilidade sujeita à restrição pela função Lagrange, obtém-se a taxa marginal de substituição entre dois ativos financeiros  $i$  e  $j$  definida por:

$$-\frac{\Delta F_j}{\Delta F_i} = \frac{\partial U / \partial F_i}{\partial U / \partial F_j} = \frac{(1+r_j)}{(1+r_i)} \quad (2.5)$$

A relação entre um ativo qualquer  $i$  e a moeda é assim obtida:

$$\text{Log} F_i = \left(\frac{1}{1+\rho_i}\right) \log\left(\frac{\beta_i \rho_i}{\beta \rho}\right) + \left(\frac{1}{1+\rho_i}\right) \log(1+r_i) + \left(\frac{1+\rho}{1+\rho_i}\right) \log M \quad (2.6)$$

A relação entre dois ativos quaisquer  $i$  e  $j$  é dada por:

$$\text{Log} F_i = \left(\frac{1}{1+\rho_i}\right) \log\left(\frac{\beta_i \rho_i}{\beta_j \rho_j}\right) + \left(\frac{1}{1+\rho_i}\right) \log\left(\frac{1+r_i}{1+r_j}\right) + \left(\frac{1+\rho_j}{1+\rho_i}\right) \log F_j \quad (2.7)$$

Dada certa variação percentual no preço, o autor deseja avaliar os efeitos líquidos de substituição entre os ativos, ou seja, as alterações nas quantidades que permitem manter-se sobre a curva de utilidade original. Calcula, então, a elasticidade de substituição Hicks-Allen entre a moeda e o ativo  $F_i$  de acordo com a função utilidade (2.3) expressa como:

$$\sigma_{M_i F_i} = \frac{1}{(1+\rho) + (\rho_i - \rho) \left[ 1 + \frac{\beta_i \rho_i F_i^{-\rho_i}}{\beta \rho M^{-\rho}} \right]} \quad (2.8)$$

A elasticidade de substituição Hicks-Allen entre os ativos  $F_i$  e  $F_j$ , como:

$$\sigma_{F_i F_j} = \frac{1}{(1+\rho_j) + (\rho_i - \rho_j) \left[ 1 + \frac{\beta_i \rho_i F_i^{-\rho_i}}{\beta_j \rho_j F_j^{-\rho_j}} \right]} \quad (2.9)$$

Pelo efeito-substituição, variações nos retornos esperados dos ativos, mantida constante a renda ( $M_0$ ), determinam nova combinação entre os dois ativos ao longo da curva de utilidade original. Já variações na renda ( $M_0$ ) deslocam a curva de restrição orçamentária e determinam novo ponto de equilíbrio ao longo de uma curva de utilidade diferente da original pelo efeito-renda. A consideração destes dois efeitos é de fundamental importância para a estimação dos modelos e análise empreendida por CONTADOR (1974).

A estimação consistente dos parâmetros requer que as variáveis explicativas sejam exógenas. No entanto, variações no retorno de um ativo provocam variações em sua própria utilidade marginal, bem como na utilidade marginal do outro ativo provocando alteração na relação entre os dois ativos via efeito-substituição.

Feitas essas considerações teóricas, CONTADOR (1974) volta-se para o estudo da economia brasileira. Os dados por ele analisados compreendem o período de janeiro de 1970 a setembro de 1973 para os seguintes ativos financeiros: moeda (conceito M1), depósitos a prazo, depósitos em Cadernetas de Poupança, Letras de Câmbio, Letras Imobiliárias, Obrigações Reajustáveis do Tesouro e Letras do Tesouro Nacional, valor das cotas dos Fundos Mútuos.

Para evitar impor um determinado processo de formação de expectativa dos retornos, o autor optou por usar o modelo ARIMA – *Auto-Regressive-Integrated-Moving Average* – para estimar os retornos esperados dos ativos. Estimou, então, as equações que refletem os processos estocásticos de formação de expectativas dos retornos de todos os ativos, exceto para Cadernetas de Poupança e depósitos a prazo<sup>24</sup>. Para estes dois ativos, adotou como valor

<sup>24</sup> CONTADOR (1974) relata que não pôde realizar o mesmo processo de estimação para estes dois ativos porque não dispunha de séries históricas de seus retornos.

esperado de seus retornos ( $E(i)$ ) a taxa fixada pelo governo ( $\bar{r}$ ) acrescida da inflação esperada  $\left(E\left(\frac{\Delta P}{P}\right)\right)$ , conforme equação a seguir:

$$E(i) = \bar{r} + E\left(\frac{\Delta P}{P}\right) \quad (2.10)$$

As séries de taxas de retorno assim obtidas e estimadas para o mês seguinte são utilizadas como variáveis exógenas nas equações do modelo (2.6) e (2.7).

A principal conclusão do modelo em relação ao conceito de moeda é a de que depósitos a prazo e Cadernetas de Poupança deveriam ser incluídos no conceito de moeda pois apresentaram elasticidade-substituição igual a 8,0 e 5,6, respectivamente. Valores tão elevados que, economicamente, poderiam ser considerados como infinitos.

Embora CONTADOR (1974) não faça menção a isto, é interessante observar que a estimativa para os retornos dos ativos depósitos a prazo e Cadernetas de Poupança foram definidos pelo autor como a taxa fixa estabelecida pelo governo acrescida da expectativa de inflação (para o fator de correção monetária). Portanto, há que considerar a possibilidade de tão alta substituição estar relacionada ao fato destes ativos representarem uma proteção contra a variação de poder de compra da moeda. Este argumento talvez se torne ainda mais forte considerando que a inflação apresentava taxas não desprezíveis durante o período analisado pelo autor.

O objetivo secundário do autor era avaliar o grau de substituição dos demais ativos financeiros avaliados entre si, equação (2.7). Para avaliar a substituição entre os ativos, CONTADOR (1974) se propõe a tratar duas hipóteses da especificação do modelo formal que podem ser pouco realistas: os ajustes na combinação entre os ativos seriam instantâneos; e, homoteticidade do mapa de indiferença.

A constatação de correlação serial na regressão entre moeda e os demais ativos leva Contador a incluir um mecanismo de ajuste ‘*nerloviano*’ para medir quão instantâneos são os ajustes, dada certa variação nos retornos dos ativos, mantida a renda constante. A demora em ajustar a carteira a variações no retorno dos ativos poderia ser relacionada a diversos fatores, tais como: rigidez nos hábitos, custos de transação, custos de informação, etc.

Pela hipótese de homoteticidade, mudanças no nível de renda/riqueza, mantidos constantes os retornos dos ativos, não alterariam a combinação desejada entre os dois ativos, pois suas demandas evoluiriam na mesma proporção da renda. Consequentemente, todos os ativos possuiriam elasticidade-renda unitária.

CONTADOR (1974) se propõe, então, a romper com a função utilidade restrita à forma (2.3) de modo a incluir a renda e o mecanismo de ajustes defasados no tempo. Seu modelo assume a seguinte forma:

$$\text{Log} \left( \frac{F_i}{F_j} \right)_t = \alpha_0 + \alpha_1 \text{Log} \left( \frac{1+r_i}{1+r_j} \right) + \alpha_2 \text{Log} Y_t + \alpha_3 \left( \frac{F_i}{F_j} \right)_{t-1} \quad (2.11)$$

$\alpha_1$  corresponde a uma aproximação histórica da elasticidade de substituição a curto prazo entre os ativos  $i$  e  $j$ ;

$\alpha_2$  define 'o grau de homoteticidade da curva de indiferença;

$\alpha_3$  é o complemento da elasticidade de ajustamento nerloviana.

Se  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ , a forma (2.11) se torna equivalente à equação (2.7) quando  $\rho_i = \rho_j$ , e a expressão para elasticidade entre os dois ativos em (2.10) equivale a  $\alpha_i = \frac{1}{1+\rho_i}$ .

Ao estimar o modelo pela equação (2.11), CONTADOR (1974) verificou que para alguns ativos financeiros as hipóteses de homoteticidade e de ajustes instantâneos se mantiveram; enquanto para outros ativos, não. Desta forma, conclui que tais hipóteses não devem ser impostas arbitrariamente mas sim resultar de testes empíricos. De modo geral, as conclusões se mantêm quanto ao alto grau de substituição entre moeda e Depósitos a Prazo e entre moeda e Cadernetas de Poupança. O autor conclui ainda que a substituição entre Depósitos a Prazo e Cadernetas de Poupança é perfeita, o que justificaria a inclusão dos ativos Cadernetas de Poupança e Depósitos a Prazo no conceito de moeda visando assegurar a eficácia da política monetária.

Mais uma vez, vale ressaltar que esta relação tão forte entre estes três ativos (moeda, Cadernetas de Poupança e Depósitos a Prazo) talvez decorra do modo como foi definido o retorno sobre os dois últimos.

Ao incluir os dois ativos no conceito de moeda e descontar o elevado crescimento do produto verificado no período estudado (janeiro de 1970 a setembro de 1973), CONTADOR (1974) identifica forte pressão inflacionária que acabará mesmo por surgir no ano seguinte<sup>25</sup>.

Nesse sentido, o trabalho de CONTADOR (1974) tem o mérito de identificar, logo no início do ano de 1974, além da inflação em gestação, um importante movimento dos agentes de migração do ativo moeda para ativos líquidos indexados.

Posteriormente aos trabalhos de Chetty e Contador, consolidaram-se na teoria econômica importantes modos de representar a realidade via novas formas funcionais, teoria da dualidade, além do surgimento de definições alternativas para o conceito de elasticidade de

<sup>25</sup> A inflação anual medida pelo IGP dos anos 1970 a 1973 foi de 17,5%, enquanto a inflação no ano de 1974 foi de 34,5%. (GIAMBIAGI *et al.*, 2005, p. 403)

substituição, que motivaram estudiosos a aplicarem os desenvolvimentos teóricos na fundamentação e análise do tema substituibilidade entre ativos monetários, como será visto na próxima seção.

## 2.2 O TEMA DA SUBSTITUIBILIDADE ENTRE ATIVOS MONETÁRIOS PÓS-CHETTY (1969)

O trabalho de CHETTY (1969) foi pioneiro ao tratar do tema da substituibilidade entre ativos monetários a partir da perspectiva da teoria do consumidor. Entretanto, o autor não discorreu sobre as bases teóricas que lhe permitiriam adotar tal procedimento. Tal lacuna será preenchida por BARNETT *et al.* (1992), como apresentado a seguir.

Outra questão de grande importância diz respeito à forma da função de demanda adotada. CHETTY (1969) adotara a forma funcional *CES* – *Constant Elasticity of Substitution*, sendo seguido por CONTADOR (1974). No entanto, como relatam BARNETT *et al.* (1992), embora seja uma alternativa à restrição de elasticidade unitária imposta pela função do tipo Cobb-Douglas, a *CES* possui a limitação intrínseca à sua formulação de considerar constantes as elasticidades de substituição entre quaisquer pares de ativos, associada à vantagem de satisfazer as condições de regularidade de otimização global.

As formas funcionais flexíveis surgem como solução para esse problema uma vez que, dependendo de sua formulação, podem chegar a não impor qualquer tipo de restrição ao formato da função de demanda. Como exemplos de formas flexíveis empregadas no estudo de demanda por ativos financeiros, podem ser citadas as funções flexíveis Transcendental Logarítmica – *Translog* e as funções flexíveis do tipo Fourier. Diferem estas duas formas funcionais, entre outros aspectos, quanto ao atendimento às condições de regularidade para otimização: *Translog*, ótimo local; e Fourier, ótimo global.

A revisão teórica que segue tem por objetivo discorrer sobre como essas e outras questões pertinentes ao tema da substituibilidade entre ativos monetários foram abordadas posteriormente à CHETTY (1969).

### 2.2.1 A teoria do consumidor e a dualidade no caso dos bens monetários

Complementando o trabalho de CHETTY (1969), o artigo “*Consumer Theory and the Demand for Money*” de BARNETT *et al.* (1992) apresenta de modo sistematizado o arcabouço de teoria microeconômica para a economia monetária que fundamenta a aplicação do paradigma do agente econômico racional otimizador à análise das decisões de alocação de bens monetários subjacente aos trabalhos desenvolvidos nessa área, como será visto a seguir.

Considere um consumidor representativo que maximiza sua função utilidade cujos argumentos são os serviços associados ao consumo de três tipos/categorias de bens: bens de consumo, lazer e serviços de ativos monetários. A função utilidade é assim expressa:

$$u = U(c, L, x) \quad (2.12)$$

Onde,

$c$  é o vetor de serviços associados ao consumo de bens;

$L$  é o tempo de lazer; e,

$x$  é um vetor de ativos monetários que fornece serviços de conveniência, liquidez e informação.

Salientam os autores que tal formulação da função utilidade incorporando a moeda entre seus argumentos e não apenas via restrição orçamentária se baseia na equivalência funcional entre estes dois tratamentos para alguns casos específicos, conforme demonstrado por Robert Feenstra<sup>26</sup>.

A função utilidade acima é maximizada sujeita à seguinte restrição orçamentária<sup>27</sup>:

$$q'c + \pi'x + w'L = y \quad (2.13)$$

Onde,

$y$  é a renda total (reflete os gastos em tempo de lazer bem como em bens e serviços);

$q$  é um vetor dos preços de  $c$ ;

$w$  é o preço sombra do lazer;

$\pi$  é um vetor dos custos (*user costs*) ou preços de aluguel dos ativos financeiros.

O  $i$ -ésimo componente de  $\pi$  ( $\pi_i$ ) é definido por BARNETT (1978) como uma medida do custo de oportunidade marginal dos serviços monetários associados ao ativo financeiro  $i$  de acordo com a seguinte fórmula:

$$\pi_i = p^* \left( \frac{R - r_i}{1 + R} \right) \quad (2.14)$$

<sup>26</sup> Ver FEENSTRA, R.C. Functional Equivalence between Liquidity Costs and the Utility of Money. **Journal of Monetary Economics**, v. 17, p.271-291, 1986.

<sup>27</sup> A indicação aspa simples ( $'$ ) denota vetor-linha.

Onde,

$r_i$  é o retorno nominal do  $i$ -ésimo ativo no período;

$R$  é o retorno nominal do ativo tomado como *Benchmark* no período;

$p^*$  é o índice de custo de vida definido para os bens de consumo ( $c$ ).

Duas observações quanto aos componentes da fórmula: primeira, a eliminação de  $p^*$  da equação acima visa avaliar os custos reais e não nominais (*real rather than nominal user costs*); segunda, o ativo escolhido como *Benchmark* deve ser aquele que oferece a maior rentabilidade no período de análise. Duas implicações importantes decorrem da segunda observação: diferentes ativos poderão ser considerados e, por definição, o custo de oportunidade será sempre positivo.

De acordo com DRAKE *et al.* (1999), a aplicação do teorema do envelope permite eliminar a possibilidade de custo de oportunidade negativo:

A problem arises when the return on the benchmark asset is less than any capital certain asset. Following Patterson [1991<sup>28</sup>], we use the envelope approach in which the benchmark rate is set to the highest return of all assets. (DRAKE *et al.*, 1999, p. 511)

Ainda em relação ao ativo *Benchmark*, ele deve possuir unicamente a função de reserva de valor, *i.e.*, de transferência intertemporal de riqueza; não pode estar associado a quaisquer outros serviços monetários tais como liquidez e meio de transação. Por isto, em geral, são escolhidos títulos de longo prazo emitidos pelo governo. (DRAKE *et al.* (1999) e BARNETT *et al.* (1992))

Vários trabalhos empregam a fórmula proposta por BARNETT (1978), excluindo o termo do índice de preços, portanto, em sua versão de custos reais dos ativos financeiros. Citam-se: ZAGAGLIA (2009), JONES *et al.* (2008), DAVIS E GAUGER (1996), GAUGER e SCHROETER (1990) e EWIS E FISHER (1984, 1985), entre outros.

BARNETT *et al.* (1992) se baseiam na teoria da maximização em dois estágios para a análise da demanda por serviços de ativos monetários. Segundo esta teoria, a alocação de gastos é realizada em dois estágios sequenciais. No primeiro estágio (orçamento ou agregação por preços), os consumidores alocam seus gastos entre três categorias amplas de bens: bens de consumo, lazer e serviços monetários. No segundo estágio (descentralização), os gastos são alocados dentro de cada uma das categorias. No que concerne aos ativos monetários, a

---

<sup>28</sup> PATTERSON, K. D. A NonParametric Analysis of Personal Sector Decisions on Consumption, Liquid Assets and Leisure. **Economic Journal**, v.101, p.1103-16, 1991.

decisão no estágio de descentralização é pautada por mudanças nos preços relativos dos ativos monetários, i.e, nas relações  $\left(\frac{\pi_i}{\pi_j}\right)$ ,  $i \neq j$ .

A decomposição da escolha do consumidor em dois estágios, reforçam os três autores, somente é possível se a função de utilidade for fracamente separável nos serviços dos ativos monetários. Isto significa que é imprescindível que a função utilidade possa ser assim expressa:

$$u = U[\mathbf{c}, L, f(x)] \quad (2.15)$$

Onde,  $f(x)$  é uma função de subutilidade monetária.

A condição de separabilidade fraca equivale à seguinte situação:

$$\frac{(\partial U / \partial x_i) / (\partial U / \partial x_j)}{\partial \phi} = 0 \quad (2.16)$$

Para  $i \neq j$ , sendo  $\phi$  qualquer componente de  $\{\mathbf{c}, L\}$ . Esta condição assegura que sob separabilidade fraca a taxa marginal de substituição entre quaisquer dois ativos monetários independe dos valores de  $\mathbf{c}$  e  $L$ .

Assumindo que a condição de separabilidade fraca é atendida, BARNETT *et al.* (1992) colocam o problema do consumidor neoclássico para os termos específicos da demanda por bens monetários:

$$\text{Max } f(x) \text{ sujeito a } \boldsymbol{\pi}' \mathbf{x} = m^* \quad (2.17)$$

Onde  $m^* = m/p^*$  é o montante de gastos em termos reais alocados no primeiro estágio para os ativos monetários. Logo, tem-se que  $\boldsymbol{\pi}$  ( $\pi_i$ ) será dado por:

$$\pi_i = \left(\frac{R - r_i}{1 + R}\right) \quad (2.18)$$

Finda a discussão dos pressupostos teóricos que fundamentam a adoção da teoria do consumidor no estudo da demanda por ativos monetários, cabe discutir a abordagem dual ao tema.

### 2.2.2 A dualidade no estudo da substituíbilidade entre ativos monetários

A grande maioria dos trabalhos consultados sobre o tema demanda de ativos monetários produzidos a partir de meados da década de 1970 utiliza o conceito de dualidade. De acordo com CHAMBERS (1988), a essência da abordagem dual é que a tecnologia (ou no caso da teoria do consumidor, as preferências) restringe o comportamento otimizador dos indivíduos. Logo, seria possível estudar a tecnologia a partir de uma acurada representação do comportamento otimizador do agente.

Nas palavras de BLACKORBY e DIEWERT (1979), a importância da abordagem dual repousa sobre dois fatos: (i) a especificação de uma forma funcional em preços acarreta ou está vinculada (sob as devidas condições de regularidade) à existência de uma forma funcional em quantidades, ambas dotadas das mesmas informações quanto a preferências (ou tecnologia); (ii) a diferenciação da forma funcional em preços produz funções de demanda derivada minimizadora de dispêndio (ou maximizadora de utilidade).

Tecnicamente falando, talvez seja possível afirmar que a maior vantagem da teoria da dualidade é que, graças a ela, sistemas de equações de demanda consistentes com o comportamento maximizador ou minimizador do agente econômico são obtidos simplesmente diferenciando uma função, não sendo necessário resolver um problema de maximização ou minimização com restrições. (EWIS e FISHER, 1984)

CHAMBERS (1988) destaca que a ideia “ilusoriamente” simples da dualidade poderia ser assim expressa para o caso da teoria da produção: a tecnologia condiciona as respostas do produtor aos fenômenos de mercado, examinar estas respostas condicionadas tornaria possível dizer algo sobre a tecnologia. Deste modo, aplicar a técnica de dualidade à teoria da produção, observa o autor, teria como motivação sua habilidade em extrair características importantes da tecnologia; baseando-se no comportamento econômico dos agentes via informações de custos, preços e demandas por insumos. Estabelece-se, então, a dualidade entre tecnologia e custos. Dualidade entre maximizar a função de produção sujeita à estrutura de custos e minimizar custos sob a restrição de manter certo nível de produção.

Adaptando para a teoria do consumidor a observação de Chambers sobre a dualidade, pode-se afirmar que as preferências dos consumidores determinam (ou condicionam) suas respostas aos fenômenos de mercado. De tal forma que examinar estas respostas do consumidor (suas respostas condicionadas), *i.e.*, suas escolhas, possibilita dizer algo sobre suas preferências (curvas de utilidade).

SIMS *et al.* (1987) aplicam a teoria da dualidade ao trabalho pioneiro de CHETTY (1969), adotando a ótica da teoria da produção. Sob esta abordagem, definem a função objetivo e a restrição orçamentária, respectivamente, como:

$$Y = f(M_1, \dots, M_n, T) \quad (2.19)$$

$$\rho_1 M_1 + \rho_2 M_2 + \dots + \rho_n M_n \leq M_0 \quad (2.20)$$

Onde,

$Y$  é a função dos serviços dos ativos monetários produzidos por um conjunto de diferentes ativos financeiros.

$M_0$  é o total de recursos alocados em ativos monetários

$M_i$  representa a alocação no  $i$ -ésimo ativo;  $i=1, \dots, n$

$T$  representa ou um índice de tecnologia das transações ou mede a estrutura institucional que possibilita a substituição entre os ativos.<sup>29</sup>

$\rho_i$  representa o custo de oportunidade de manter o  $i$ -ésimo ativo e é dado por:

$$\rho_i = \frac{1}{1+r_i} \quad (2.21)$$

Onde,  $r_i$  é retorno ou taxa de juro oferecido pelo  $i$ -ésimo ativo monetário.

$M_1$  representa papel moeda em poder do público mais depósitos à vista. Por definição, o retorno sobre  $M_1$  é nulo. Logo,  $\rho_1 = 1$

O problema primal de maximização seria então:

$$\text{Max } Y = f(M_1, \dots, M_n, T) \quad (2.22)$$

Sujeito a

$$M_1 + \sum_{i=2}^n \rho_i M_i \leq M_o, M_i \geq 0, i = 2, \dots, n \quad (2.23)$$

E o problema dual de minimização de custos seria:

$$\text{Min } M_1 + \sum_{i=2}^n \rho_i M_i = \text{Min } \rho_1 M_1 + \rho_2 M_2 + \dots + \rho_n M_n \quad (2.24)$$

Sujeito a

$$f(M_1, \dots, M_n, T) \geq Y, M_i \geq 0, i = 1, \dots, n \quad (2.25)$$

Pelo processo de otimização, chega-se à condição de primeira ordem para equilíbrio, *i.e.*, a tangência entre a curva de restrição orçamentária e a curva de utilidade:

$$\lambda = \frac{f_i}{f_j} = \frac{\rho_i}{\rho_j}, i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.26)$$

Onde,

$$f_i \equiv \frac{\partial f}{\partial M_i};$$

$\lambda$  é o multiplicador de Lagrange.

Assumindo *quasi*-concavidade estrita da função  $f$ , tem-se que no ponto ótimo:

$$f_i \equiv \frac{\partial f}{\partial M_i} > 0 \text{ e } M_i > 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

As condições acima são necessárias e suficientes para a existência de um único ponto global ótimo. Torna-se possível, então, obter as funções de demanda por serviços de ativos monetários dadas por;

$$M_i = M_i(\rho_1, \dots, \rho_n, Y, T) \quad (2.27)$$

Portanto, a função de mínimo custo seria especificada como:

<sup>29</sup> Os autores pretendem com este argumento avaliar os efeitos das inovações ocorridas no final da década de 1970 no sistema monetário (sua amostra emprega dados anuais de 1953 a 1983; CHETTY (1969) estudara o período de 1945-69 e não investigara aspectos relativos à inovação financeira).

$$C = C(\rho_1, \dots, \rho_n, Y, T) \quad (2.28)$$

Onde,  $C$  é côncava e homogênea de grau um em todos os preços  $\rho_i$ .

As elasticidades-preço da demanda ( $\eta_{ij}$ ) são definidas por:

$$\eta_{ij} \equiv \frac{\partial M_i}{\partial \rho_j} \frac{\rho_j}{M_i}, i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.29)$$

As elasticidades de substituição dos fatores ( $\sigma_{ij}$ ) – elasticidade parcial de Allen – são dadas por:

$$\sigma_{ij} \equiv \frac{\eta_{ij}}{\theta_j}, i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.30)$$

Onde,

$$\theta_j \equiv \frac{\rho_j M_j}{C}, \text{ representando a parcela do custo relativa ao } j\text{-ésimo ativo monetário sobre o}$$

custo total;

$\sigma_{ij} > 0$  determina que os ativos  $i$  e  $j$  seriam substitutos por Hicks-Allen;

$\sigma_{ij} < 0$  determina que os ativos  $i$  e  $j$  seriam complementares por Hicks-Allen.

Deste modo, concluem os autores aplicação da dualidade pela teoria da produção à demanda por bens monetários conforme formulação de CHETTY (1969).

Um aspecto inovador do trabalho de SIMS *et al.* (1987) foi a tentativa de incorporar em seu modelo uma variável representativa de fatores tecnológicos no estudo dos ativos monetários. Este foi um dos fatores que levaram GAUGER e SHROETER (1990) a seguirem a abordagem dual via teoria da produção proposta por SIMS *et al.* (1987) para analisar as relações entre os ativos monetários no início da década de 1980, período marcado por intensas inovações nos ativos financeiros. Comparando os resultados encontrados por eles com o de trabalhos anteriores, os dois autores concluem que as relações de substituição entre ativos monetários expressas por elasticidades de substituição variavam significativamente entre os estudos dependendo de aspectos tais como: tratamento das variáveis (incluindo formas de agregação dos dados), técnica de estimação e formulação do modelo via teoria da produção ou teoria do consumidor.

DAVIS e GAUGER (1996) fazem importante ressalva ao procedimento adotado por SIMS *et al.* (1987), seguido por GAUGER e SHROETER (1990), ao observarem que formular o modelo de demanda dual por ativos monetários pela teoria da produção implica gerar demandas condicionadas hicksianas cujos argumentos são os preços (custos de oportunidade) e o nível de subutilidade. Esta formulação do modelo conduz ao inevitável problema de erro nas variáveis (*i.e.*, a dificuldade em mensurar corretamente as variáveis),

uma vez que, como lembram DAVIS e GAUGER (1996), o nível de utilidade associado aos ativos monetários, assim como qualquer nível de utilidade, não é observável.

DAVIS e GAUGER (1996) argumentam que a formulação do modelo via maximização da utilidade (teoria do consumidor) é o preferido na estimação, pois não apresentaria esse problema de erro nas variáveis uma vez que os argumentos da demanda Marshalliana (preços/custos de oportunidade e dispêndio/renda) são observáveis de modo que as estimativas dos parâmetros a eles associados são não viesadas. As colocações desses dois autores muito provavelmente justificam o motivo pelo qual a abordagem dual via teoria da produção haver se limitado a apenas esses dois trabalhos: SIMS *et al.* (1987) e GAUGER e SHROETER (1990).

De qualquer modo, mantém-se a grande vantagem da abordagem dual, a saber, tornar possível investigar certas propriedades da função objetivo do problema primal, no caso em questão, a função utilidade do consumidor, ainda que sem conhecê-la; baseando-se somente no escrutínio dos parâmetros estimados no problema da minimização de custos/dispêndio, para o qual existe menor dificuldade na acessibilidade aos dados. Afinal, preços e dispêndio são menos difíceis de serem obtidos do que níveis de utilidade.

Essa questão do desconhecimento da verdadeira função objetivo exerce papel de significativa relevância na questão da forma funcional. A escolha de funções do tipo Cobb-Douglas e CES para abordar um problema econômico estabelece *a priori*, como dito anteriormente, o modo como se dão certas relações econômicas. Estas formas são não flexíveis no sentido de não permitirem que os valores e sinais de seus parâmetros responsáveis por apontar os tipos de relações econômicas (*i.e.*, o comportamento do agente econômico) resultem da análise dos dados em estudo. Formas funcionais do tipo *Translog* e Fourier, entre outras, são ditas flexíveis justamente por não estabelecerem *a priori* quaisquer características para seus parâmetros.<sup>30</sup>

CHAMBERS (1988) atenta, contudo, para a necessidade de não se tomar soluções que podem ser particulares como panaceia para qualquer situação ao enfatizar que tanto dualidade como formas funcionais flexíveis devem ser encaradas como mais uma alternativa para abordar certo fenômeno econômico, jamais como o único modo de fazê-lo.

The main reason for the heavy reliance on dual results is that, in many important instances, the dual approach considerably simplifies and clarifies derivations and results that are otherwise quite difficult. Moreover, since it deals with observable market phenomena such as demands, prices, costs, and

---

<sup>30</sup> FISHER *et al.* (2001) elaboraram um interessante estudo comparativo teórico e empírico entre oito formas funcionais flexíveis.

profits, the dual approach has natural and obvious advantages for applied production analysis.

With these points in mind, however, one should remember that duality is not so much a **panacea** [grifos meus] as it is an alternative way of looking at the economic world. And since the questions one investigates often depend on this view, it is beneficial to have more than one way of looking at things. (CHAMBERS, 1988, p. 1)<sup>31</sup>

(...)

So far, very little has been said about the limitations of flexible forms. However, as any skeptic would suspect, they do not represent a **panacea** [grifos meus] for applied production analysis.” (CHAMBERS, 1988, p. 173)

### 2.2.3 As formas funcionais e a demanda por ativos monetários

A grande maioria dos trabalhos consultados emprega formas funcionais flexíveis. Destaque para a Transcendental Logarítmica – *Translog*, proposta por CHRISTENSEN *et al.* (1975), e para a função flexível de Fourier, proposta por GALLANT (1981).

Ambas pertencem à classe das equações transcendentais. Equações cujas fórmulas podem combinar expressões algébricas, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas; e, cuja resolução envolve determinar o número e valor aproximado de suas raízes. (LONGLY, 1916)

Qualquer função arbitrária contínua e duas vezes diferenciável pode ser aproximada numérica ou diferencialmente até a segunda ordem. A função *Translog* e a função flexível de Fourier são derivadas a partir deste pressuposto.

A função *Translog* é obtida a partir da aproximação numérica de uma dada função desconhecida através da expansão de uma série de Taylor até o termo de segunda ordem em torno da unidade. Como os termos são linearizados por logaritmos, na verdade a expansão se dá em torno de zero. (FIRMINO, 1982)

A representação de uma série contínua com uma única variável apresenta a seguinte forma<sup>32</sup>:

$$f(z) = f(z^0) + [f'(z^0)](z - z^0) + [f''(z^0)] \frac{(z - z^0)^2}{2!} + \dots + [f^n(z^0)] \frac{(z - z^0)^n}{n!} \quad (2.31)$$

<sup>31</sup> No caso específico da teoria do consumidor, talvez, seja sim possível defender que a técnica dual desempenhe o papel de servir como panaceia na medida em que, diferentemente do caso da teoria da produção em que são observáveis tanto os dados de custos, quantidades de insumos e produto final, no caso da teoria do consumidor, como já observado acima por DAVIS e GAUGER (1996) o argumento crucial representado pela utilidade não é observável.

<sup>32</sup> Toda a apresentação a seguir é baseada em FIRMINO (1982), onde é possível encontrar demonstrações dos passos seguidos na derivação da função *Translog* para o caso da teoria da produção.

Onde,

$z^0$  é um ponto arbitrário qualquer em torno do qual se desenvolve a série. É o ponto de cálculo do valor aproximado da função. Normalmente, escolhe-se o ponto médio da amostra como ponto de aproximação.

$f'$ ,  $f''$  e  $f^n$  são as derivadas de primeira, segunda até a ordem  $n$ , respectivamente.

A generalização para mais de uma variável e admitindo-se, como no caso da *Translog*, uma aproximação da série de Taylor até o termo de segunda ordem, produz;

$$f(Z) \cong \hat{f}(Z) = f(Z^0) + F_i(Z^0) \cdot [Z - Z^0]' + \frac{1}{2} [Z - Z^0] \cdot F_{ij}(Z^0) \cdot [Z - Z^0]' \quad (2.32)$$

Onde,

$Z$  é o vetor linha dos argumentos de  $f(Z)$ ;

$\hat{f}(Z)$  é a aproximação da verdadeira (e desconhecida) função  $f(Z)$ ;

$Z^0$  é o vetor do ponto arbitrário de avaliação;

$F_i$  e  $F_{ij}$  são as derivadas de primeira e segunda ordem, respectivamente, em relação às variáveis  $z_i$ ;  $i, j = 1, \dots, n$ .

FIRMINO (1992) relata que também as funções Cobb-Douglas, *Constant Elasticity of Substitution* (CES), Leontief Linear Generalizada, entre outras, podem ser interpretadas como tendo sido “geradas a partir de um desenvolvimento serial de Taylor, em torno de um ponto arbitrário”<sup>33</sup>.

A escolha de uma forma funcional deve, salienta o autor, ser pautada por sua capacidade de oferecer a melhor aproximação possível da verdadeira função considerando todo o seu domínio; respeitando e atendendo do melhor modo possível os requisitos da teoria econômica.

Conforme BLACKORBY e DIEWERT (1979), o grande apelo das formas funcionais flexíveis geradas a partir do processo de expansão serial de Taylor de segunda ordem é serem capazes de aproximar uma função arbitrária duas vezes diferenciável *num determinado ponto*. A validade local atende aos requisitos para aplicação empírica da teoria da dualidade, uma vez que para tanto somente é necessário garantir a existência de uma função direta de utilidade contínua, considerando o espaço amostral analisado.

A forma funcional *Translog* apresenta qualidades bastante relevantes para a análise empírica dos fenômenos econômicos na medida em que, conforme dito anteriormente, permite que vários pressupostos da teoria sejam avaliados a partir do escrutínio de seus parâmetros.

---

<sup>33</sup> FIRMINO, 1982, p.33.

Contudo, o grande apelo discutido acima das formas funcionais flexíveis geradas por aproximação de segunda ordem *num determinado ponto* via expansão serial de Taylor configura, por outro lado, também sua fraqueza. Na medida em que a aproximação tem uma caráter de validade local, ou seja a validade da aproximação é garantida somente numa pequena região vizinha ao ponto de aproximação, implicando que sua acurácia dependerá crucialmente da escolha acertada deste ponto, chegando a invalidar uma dada forma funcional escolhida por não atender, no ponto escolhido, aos pressupostos da teoria econômica tais como: monotonicidade, concavidade etc. A fim de amenizar os riscos associados à escolha do ponto de avaliação, os trabalhos normalmente utilizam como ponto de aproximação da função *Translog* a média amostral. (FIRMINO, 1992, p.43-44)<sup>34</sup>.

GALLANT (1984) ressalta a importância e a melhora relativa em termos de possibilidades de tratamento estatístico das questões econômicas graças ao emprego de formas funcionais flexíveis obtidas por expansão serial de segunda ordem tais como a *Translog*. Os termos da matriz de elasticidades elaboradas a partir destas formas podem assumir qualquer valor em qualquer dado ponto no espaço de dados<sup>35</sup>. Mas, chama atenção para o fato de que não se pode escolher arbitrariamente *um determinado ponto* no espaço de dados, por exemplo, o ponto médio, e afirmar que a matriz de elasticidades será estimada consistentemente neste ponto, desconsiderando como realmente é o verdadeiro estado da natureza.

Em outras palavras, A.R.Gallant critica fortemente a validade apenas local da *Translog*. A flexibilidade da função *Translog* associada à sua validade local é suficiente para traduzir proposições da teoria da demanda em restrições aos parâmetros gerados pela estimação do sistema de equações de demanda como parcelas. No entanto, o teorema de Taylor falharia “miseravelmente” como meio de entender o comportamento estatístico dos parâmetros estimados bem como nos testes estatísticos. (GALLANT, 1981)

O autor critica também a limitação imposta pela especificação do modelo via inferência estatística paramétrica. Por exemplo, para concluir que a rejeição das condições de

---

<sup>34</sup> Para maiores detalhes acerca das limitações da aplicabilidade local da aproximação serial de Taylor de segunda ordem para o caso específico da dualidade na teoria do consumidor, podem ser consultados BERNDT *et al.* (1977), BLACKORBY e DIEWERT (1979), GALLANT (1981), EWIS e FISHER (1984), EWIS e FISHER (1985), SWOFFORD e WHITNEY (1986), FLEISSIG e SERLETIS (2002), entre outros.

<sup>35</sup> Como discutido anteriormente, essa característica configura uma evolução importante em relação às formas funcionais do tipo Cobb-Douglas e CES, as quais limitam as elasticidades ou à unidade ou a um valor constante, respectivamente.

integrabilidade<sup>36</sup> num certo sistema de demandas do consumidor via *Translog* implica na rejeição da teoria do consumidor, haveria que supor que todos os possíveis sistemas de demanda dos consumidores pertenceriam à família da *Translog*.<sup>37</sup> (GALLANT, 1984)

FISHER *et al.* (2001) atentam para outra dificuldade associada à característica de validade local da forma *Translog*, a saber, classificar como complementares bens que, na verdade, são substitutos.

Alternativamente, encontram-se estudiosos do tema demanda por bens monetários que empregaram a forma funcional flexível discutida por GALLANT (1981): a forma flexível de Fourier<sup>38</sup>. Diferentemente da função *Translog*, uma forma paramétrica gerada por uma expansão serial de Taylor, a forma flexível de Fourier é uma forma semi-não-paramétrica resultante da aproximação serial de Fourier que, no caso específico da demanda por ativos monetárias, é realizada via expansão serial de senos e cossenos.

De acordo com DAVIS e REUBEN (1989), Joseph Fourier (1768-1830) descobriu ser possível representar qualquer gráfico através de uma função composta pela soma de uma série de senos e cossenos. De modo bastante simplificado, pode-se dizer que Fourier ao estudar o movimento de uma corda vibrante se baseou fundamentalmente na ideia de que toda série representada graficamente pode assumir a forma de uma função expressa em termos de senos e cossenos cujos coeficientes são calculados através da dedução pela ortogonalidade dos senos (cossenos).

Assim sendo, a partir de uma função cujos parâmetros  $a_n (n = 0, 1, 2, \dots)$  são desconhecidos como:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x \dots \quad (2.33)$$

<sup>36</sup> Condições de integrabilidade garantem a possibilidade de, a partir das funções de demanda estimadas, reconstruir as características subjacentes à função de utilidade (no caso da teoria do consumidor) que as geraram., *i.e.*, permite testar a validade dos pressupostos da teoria econômica.

<sup>37</sup> Para um estudo desta ambiguidade gerada quando ocorre a rejeição das condições de integrabilidade em determinada função de demanda (apontada também por EWIS e FISHER (1984, 1985)) a saber, se a rejeição se aplica à forma funcional empregada ou à teoria econômica, consultar SWOFFORD e WHITNEY (1986). Tais autores empregam a abordagem não-paramétrica proposta por Hal R. Varian baseada no axioma da preferência revelada para analisar trabalhos que estudaram a demanda por bens monetários (incluindo, entre outros, o trabalho de CHETTY (1969) e EWIS e FISHER (1984) ). SWOFFORD e WHITNEY (1986) demonstraram que os dados relativos aos bens monetários tomados em conjunto podem ser racionalizados através de uma função de utilidade bem comportada não trivial. Tal fato implica que a falha na especificação das formas funcionais por eles analisadas (basicamente, *CES* e *Translog*) implica ou na rejeição de uma especificação em particular ou agregação de dados; e, **não** implica na rejeição da validade da análise da demanda por bens monetários baseados na noção de utilidade (teoria do consumidor neoclássica). SWOFFORD e WHITNEY (1986) sugerem, então, ao pesquisador interessado em estimar as elasticidades de substituição entre bens ativos monetários que busque uma forma funcional flexível alternativa quando aquela por ele empregada não atender aos pressupostos da teoria econômica.

<sup>38</sup> Entre os quais podem ser citados: EWIS e FISHER (1985), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2008) e ZAGAGLIA (2009)

Para encontrar o coeficiente  $a_3$ , por exemplo, bastaria multiplicar ambos os lados por  $\cos 3x$  e integrar a função no intervalo  $[0; \pi]$  para obter, graças à ortogonalidade de cossenos (e senos), o coeficiente desejado.

Analisando diversos casos em que uma representação gráfica era associada a várias funções, Fourier “Verificou numericamente que [aplicando o procedimento descrito acima] em cada caso a soma dos primeiros termos estava muito próxima ao gráfico que havia gerado a série.” (DAVIS e REUBEN, 1989, p.297).

Convencido de que o processo gerador das demandas por bens monetários deva ser representado por uma aproximação serial de Fourier, e não de Taylor, GALLANT (1981) desenvolve uma proposta para as funções de demanda por bens monetários, com o objetivo de prover uma forma funcional livre dos problemas apontados para a forma funcional *Translog*: a forma flexível de Fourier.

A forma flexível de Fourier é considerada assintoticamente não viesada. Devido a este fato, a expansão clássica multivariada por senos/cossenos da função indireta de utilidade leva diretamente a um sistema de equações de dispêndio dotado da propriedade de que o viés médio de predição se torna arbitrariamente pequeno à medida que se aumenta o número de termos na expansão (GALLANT, 1981); ou seja, aumentando o número de coeficientes ( $n$ ) da função estimada ( $a_n \cos nx$ ).

Sob essa formulação, a determinação do número de termos da expansão de Fourier a serem considerados assume papel crucial. No entanto, vale citar a ressalva de A.R.Gallant quanto ao fato de que os parâmetros da forma funcional Fourier empregada não são dotados de qualquer interesse intrínseco. O foco da investigação repousa na identificação da superfície em estudo via análise de suas derivadas de primeira e segunda ordem (as elasticidades). Assim, sugere o autor que o pesquisador deve comparar os resultados gerados por diferentes quantidades de termos da expansão de Fourier visando adotar aquela que melhor se ajuste aos dados. (GALLANT, 1981, p.232)

Por fim, é importante enfatizar que, de acordo com FISHER *et al.* (2001), embora formas funcionais semi-não-paramétricas como a forma de Fourier apresentem propriedades assintóticas mais desejadas comparativamente às formas paramétricas geradas por aproximação serial de Taylor, como o caso da *Translog*, isto não configura um critério decisivo e final para a preponderância da primeira sobre a segunda.

Os autores defendem que o problema empírico se traduz em como usar diferentes formas funcionais para aproximar uma desconhecida função de utilidade indireta a partir de um certo conjunto de dados visando garantir a consistência com a teoria econômica. Sendo,

por conseguinte, essa consistência teórica o fator determinante da escolha da forma funcional. Compartilha da mesma opinião Chambers; acrescentando mais um critério ao dizer que:

The choice of de the functional form depends critically on its ultimate use (...) [ e ] research economy suggests choosing functional forms that are easy to estimate. (CHAMBERS, 1988, p.161)

Toda essa discussão teve como objetivo fundamentar as escolhas a serem feitas neste trabalho quanto à melhor abordagem ao problema da substituição entre os ativos monetários Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento. À luz do que foi discutido, opta-se pela abordagem dual formulada pela teoria do consumidor, visão preponderante no estudo deste tema como observado acima.

Em relação à forma funcional, vale a pena lembrar SWOFFORD e WHITNEY (1986), CHAMBERS (1988) e FIRMINO (1992), entre outros autores, ao argumentarem que não existe forma funcional perfeita, sem quaisquer defeitos ou limitações. A escolha da forma funcional é, na verdade, uma tentativa de retratar relações econômicas, portanto, deve levar em conta sua capacidade de permitir avaliar os requisitos da teoria econômica e também sua adequação e facilidade de manuseio em termos de estimação de parâmetros.

Ao estudarem diferentes formas funcionais utilizadas para estudar a demanda por bens monetários, SWOFFORD e WHITNEY (1986) concluem que diferentes conjuntos de dados podem ser melhor representados por diferentes formas funcionais. A escolha de uma delas é apenas uma tentativa de representação. Caso não sejam atendidos os pressupostos da teoria econômica, invalida-se o uso de dada forma funcional para representar um certo conjunto de dados ou invalida a agregação de dados adotada. A teoria econômica se mantém. O pesquisador deve, pois, buscar outra forma funcional, ou até mesmo outra abordagem, que seja capaz de traduzir as informações de preferências do consumidor contidas naquele conjunto de dados.

Neste trabalho, optou-se pela forma *Translog*. Ciente de suas limitações, esta escolha é pautada por suas qualidades em relação à tratabilidade na estimação dos parâmetros através dos quais pode-se analisar as relações de substituição entre ativos financeiros. Respalda-se também esta escolha pelos trabalhos consultados que optaram por esta forma funcional: EWIS

e FISHER (1984), SIMS *et al.* (1987), GAUGER e SHROETER (1990), BARNETT *et al.* (1992) e DAVIS e SHROETER (1996).<sup>39</sup>

Na seção a seguir, será apresentada a derivação da forma funcional *Translog* para o caso da teoria do consumidor, conforme CRHISTENSEN *et al.* (1975).

#### 2.2.4 A Função Transcendental Logarítmica – *Translog*

De acordo com CHRISTENSEN *et al.* (1975), o ponto de partida dos estudos econométricos da teoria do consumidor é o emprego de um sistema de funções de demanda que fornece a quantidade consumida de cada bem como uma função do dispêndio total e dos preços de todos os outros bens. Os testes são formulados visando verificar se são atendidos os pressupostos da teoria econômica quanto ao comportamento maximizador de utilidade do agente econômico.

O estudo dos atributos de aditividade e homoteticidade da função de utilidade desempenham importante papel para esse fim. Em funções de utilidade homotéticas, as proporções de gastos/dispêndio independem do dispêndio/gasto total. Se além de homoteticia também apresentam aditividade, as elasticidades de substituição entre quaisquer dois pares de bens são constantes e iguais. Exemplo de funções de utilidade que apresentam tais características são as funções de utilidade linear-logarítmicas, associadas a funções de demanda do tipo log-log; neste caso, as elasticidades de substituição entre os pares de bens são constantes e unitárias. (CHRISTENSEN *et al.*, 1975)

No entanto, essas características eram tomadas como parte das hipóteses do modelo, na medida em que a forma funcional escolhida era dotada dos atributos matemáticos relacionados aos pressupostos da teoria econômica. CHRISTENSEN *et al.* (1975), preocupados com a implementação econométrica dos modelos, propuseram a forma funcional transcendental logarítmica (*Translog*) com o objetivo de prover uma forma funcional cujos atributos relacionados à teoria econômica pudessem ser testados empiricamente e não assumidos *a priori*.

CHRISTENSEN *et al.* (1975) representam a função de utilidade por funções transcendentais. No caso da função direta de utilidade, por funções transcendentais

---

<sup>39</sup> Não cabe reproduzir aqui detalhadamente os resultados desses trabalhos. Mas vale a pena relatar que eles estudaram as relações de substituição entre ativos monetários da economia norte-americana cobrindo períodos que vão desde a década de 1960 até os anos 1990. Diferentes períodos, diferentes agregações de dados dos ativos monetários, diferentes procedimentos de estimação geraram diferentes relações de substituição, confirmando os argumentos de SWOFFORD e WHITNEY (1986), GAUGER e SHROETER (1990) e FIRMINO (1992).

quadráticas nos logaritmos das quantidades consumidas. As funções de utilidade resultantes forneceriam uma aproximação local de segunda ordem para qualquer função de utilidade. Tais funções permitiriam que as parcelas de dispêndio/gasto variassem com o nível total de dispêndio/gasto, além de permitir também uma maior variedade de padrões de substituição entre os bens, não restringindo, portanto, as elasticidades de substituição a serem constantes e iguais entre os pares de bens.

CHRISTENSEN *et al.* (1975) almejavam que sua forma funcional *Translog* permitisse explorar a dualidade entre preços e quantidades na teoria do consumidor. Um modelo completo de demanda do consumidor, argumentam, implica a existência de uma função indireta de utilidade, definida a partir do dispêndio total e dos preços de todos os bens. Tal função indireta de utilidade seria homogênea de grau zero e poderia ser expressa como uma função das razões entre os preços de todos os bens e o dispêndio total.

A importância da dualidade fica clara no modo como CHRISTENSEN *et al.* (1975) sintetizam as relações entre as funções de utilidade e os sistemas de funções de demanda. Segundo os três autores, a função indireta de utilidade é útil na caracterização de sistemas de funções de demanda direta (Marshalliana), fornecendo as quantidades consumidas como funções das razões entre os preços e o dispêndio total. Por outro lado, a função direta de utilidade é útil na caracterização de sistemas de funções de demanda indireta (ou demanda compensada de Hicks), fornecendo as razões entre preços e dispêndio total como funções das quantidades consumidas. Assim, concluem os autores, o sistema formado por função direta de utilidade e funções de demanda indiretas é dual ao sistema formado por função indireta de utilidade e funções de demanda diretas.

Ressalva importante sobre a questão da dualidade em termos de estimação de modelo é feita por BERNDT *et al.* (1977) ao colocarem que quando são estimadas funções de utilidade direta, as quantidades são tomadas como variáveis exógenas e os preços normalizados (preço/renda) representam as variáveis endógenas do modelo. No caso das funções de utilidade indiretas, os papéis de variáveis exógenas e endógenas se invertem. Em se tratando das preferências de um único consumidor, a inversão de papéis não tem implicações do ponto de vista da teoria econômica; embora o tenha do ponto de vista econométrico, o que fica claro no caso da agregação de vários consumidores com diferentes rendas.

Afinal, observam os autores, é bastante razoável tomar como constantes (ou exógenos) os preços que cada consumidor individualmente encontra no mercado, assumindo que cada um deles possui renda diferente e decide demandar quantidades também diversas. Já assumir

que as quantidades demandadas são constantes entre os indivíduos carece de maior aderência à realidade<sup>40</sup>. Especulam os autores que esta seria a razão pela qual a estimação de uma ou outra função de utilidade pode conduzir a resultados bastante diversos.

Retomando o trabalho de CHRISTENSEN *et al.* (1975), similar ao caso da função direta de utilidade, os autores representam sua função indireta de utilidade por funções transcendentais quadráticas nos logaritmos das razões entre preços e dispêndio total. Como no caso primal da função *Translog* direta de utilidade, as funções *Translog* indireta de utilidade do caso dual fornecem uma aproximação local de segunda ordem para qualquer função de utilidade. Ponto crucial a ser destacado é o de que estas funções indiretas de utilidade não são *a priori* homotéticas ou aditivas. Tais atributos serão testados empiricamente.

CHRISTENSEN *et al.* (1975) apresentam seu modelo do consumidor representativo maximizador de utilidade e empregam sua forma funcional transcendental logarítmica (*Translog*) aos casos primal e dual.

Iniciando pelo caso primal, a função de utilidade direta assume a seguinte forma:

$$\ln U = \ln U(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (2.34)$$

Onde  $X_i$  é a quantidade consumida do  $i$ -ésimo bem ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

O consumidor maximiza utilidade sujeito à restrição orçamentária expressa por:

$$\sum p_i X_i = M \quad (2.35)$$

Onde  $p_i$  é o preço do  $i$ -ésimo bem ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) e  $M$  é o dispêndio total.

As condições de primeira ordem para maximização são dadas por:

$$\frac{\partial \ln U}{\partial \ln X_j} = \mu \frac{p_j X_j}{U} \quad (2.36)$$

Onde o multiplicador de Lagrange  $\mu$  representa a utilidade marginal da renda e  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Da restrição orçamentária, obtém-se:

$$\frac{\mu}{U} = \frac{1}{M} \sum \frac{\partial \ln U}{\partial \ln X_i} \quad (2.37)$$

De modo que

$$\frac{\partial \ln U}{\partial \ln X_j} = \frac{p_j X_j}{M} \sum \frac{\partial \ln U}{\partial \ln X_i} \quad (2.38)$$

---

<sup>40</sup>BINSWANGER (1974) apresenta argumento semelhante para justificar a melhor adequação da abordagem dual ao mundo real, em se tratando da produção de bens, na medida em que o produtor toma decisões sobre as quantidades de insumos a serem empregadas (variáveis endógenas), assumindo, normalmente, como dados os preços dos insumos e do produto final (variáveis exógenas); sob a pressuposição de ausência de poder de mercado.

Aplicando a forma *Translog* para a função direta de utilidade, tem-se a função quadrática nos logaritmos das quantidades consumidas abaixo:

$$\ln U = \alpha_0 + \sum \alpha_i \ln X_i + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} \ln X_i \ln X_j \quad (2.39)$$

Por meio desta forma para a função utilidade, obtém-se:

$$\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln X_i = \frac{p_j X_j}{M} \sum (\alpha_k + \sum \beta_{ki} \ln X_i) \quad (2.40)$$

Simplifica-se a notação fazendo:

$$\begin{aligned} \alpha_M &= \sum \alpha_k \\ \beta_{Mi} &= \sum \beta_{ki} \end{aligned}$$

Onde  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Logo, a função de demanda que maximiza a utilidade, considerando as quantidades,  $X_i$ , é expressa por:

$$\frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln X_i}{\alpha_M + \sum \beta_{Mi} \ln X_i} \quad (2.41)$$

Onde  $j = 1, 2, \dots, m$ .

A restrição orçamentária exige que

$$\sum \frac{p_i X_i}{M} = 1 \quad (2.42)$$

Portanto, dados os parâmetros de quaisquer  $m - 1$  equações na forma de parcelas da restrição orçamentária dadas por  $\frac{p_j X_j}{M}$ , ( $j = 1, 2, \dots, m$ ), os parâmetros da  $m$ -ésima equação,  $\alpha_m$  e  $\beta_{mj}$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ), podem ser determinados a partir das definições de  $\alpha_M$  e  $\beta_{Mj}$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Para fins de estimação, orientam os autores, faz-se necessária a normalização dos parâmetros, dada a característica de homogeneidade de grau zero das equações. No caso da *Translog*, sugerem que se adote  $\alpha_M = \sum \alpha_i = -1$ <sup>41</sup>.

CHRISTENSEN *et al.* (1975) representam a função indireta de utilidade  $V$  dual a esse caso por:

$$\ln V = \ln V \left( \frac{p_1}{M}, \frac{p_2}{M}, \dots, \frac{p_m}{M} \right) \quad (2.43)$$

De acordo com BERNDT *et al.* (1977), a expressão acima pressupõe que a renda é positiva e que os preços podem ser normalizados, dividindo-se cada um deles pela renda,  $(p_i/M)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $M > 0$ . Logo, a função indireta de utilidade acima fornece a máxima

<sup>41</sup> O autores esclarecem que o uso do sinal negativo na função de utilidade direta tem como objetivo estabelecer simetria com a função *Translog* indireta de utilidade.

utilidade que o consumidor pode obter quando os preços são dados por  $\mathbf{p}$  (vetor de preços  $p_i, i = 1, 2, \dots, m$ ) e sua renda é  $M$ .

Considerando a parcela da renda/dispêndio alocada para o bem  $j$  como representante da demanda pelo bem  $j$  e aplicando a Identidade de Roy em forma logarítmica dada por:

$$\frac{p_j X_j}{M} = - \frac{\partial \ln V / \partial \ln p_j}{\partial \ln V / \partial \ln M}, \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (2.44)$$

Obtém-se a demanda direta Marshalliana a partir da função indireta de utilidade.

Assumindo uma função quadrática nos logaritmos da razão entre os preços e o total da renda/dispêndio para representar a função indireta de utilidade na forma transcendental logarítmica (*Translog*), tem-se:

$$\ln V = \alpha_0 + \sum \alpha_i \ln \frac{p_i}{M} + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} \ln \frac{p_i}{M} \ln \frac{p_j}{M} \quad (2.45)$$

Dada a importância para o presente trabalho da função *Translog*, demonstra-se a seguir o processo de derivação para chegar à função de demanda por meio da Identidade de Roy:

$$\frac{\partial \ln V}{\partial \ln p_j} = \alpha_j + \frac{1}{2} \frac{\partial \sum_j (\beta_{ij} \ln \frac{p_i}{M} \ln \frac{p_j}{M} + \beta_{ji} \ln \frac{p_j}{M} \ln \frac{p_i}{M})}{\partial \ln p_j} \quad (2.46)$$

Pelo teorema de Young, tem-se  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ , logo:

$$\frac{\partial \ln V}{\partial \ln p_j} = \alpha_j + \frac{1}{2} \frac{\partial \sum_j [\beta_{ji} (2 \ln \frac{p_i}{M} \ln \frac{p_j}{M})]}{\partial \ln p_j} \quad (2.47)$$

Resultando em

$$\frac{\partial \ln V}{\partial \ln p_j} = \alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln \frac{p_i}{M} \quad (2.48)$$

Voltando-se para o denominador da identidade de Roy, tem-se:

$$\begin{aligned} - \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= - \left\{ \frac{\partial [\sum \alpha_i (\ln p_i - \ln M)]}{\partial \ln M} + \frac{1}{2} \frac{\partial [\sum \sum \beta_{ij} (\ln p_i - \ln M) (\ln p_j - \ln M)]}{\partial \ln M} \right\} \\ - \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= - \left\{ - \sum \alpha_i + \frac{1}{2} \frac{\partial [\sum \sum \beta_{ij} (\ln p_i \ln p_j - \ln p_i \ln M - \ln p_j \ln M + \ln M \ln M)]}{\partial \ln M} \right\} \\ - \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= - \left\{ - \sum \alpha_i + \frac{1}{2} \frac{\partial [\sum \sum \beta_{ij} (\ln p_i \ln p_j - 2 \ln p_i \ln M + \ln^2 M)]}{\partial \ln M} \right\} \\ - \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= - \left\{ - \sum \alpha_i + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} (-2 \ln p_i + 2 \ln M) \right\} \\ \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= \sum \alpha_i + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} (2 \ln p_i - 2 \ln M) \\ \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= \sum \alpha_i + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} \left( 2 \ln \frac{p_i}{M} \right) \\ \frac{\partial \ln V}{\partial \ln M} &= \sum \alpha_i + \sum \sum \beta_{ij} \ln \frac{p_i}{M} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Retomando a identidade de Roy, escreve-se a demanda pelo bem  $j$  que minimiza o dispêndio como:

$$\frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln \frac{p_i}{M}}{\sum \alpha_i + \sum \sum \beta_{ij} \ln \frac{p_i}{M}} \quad (2.50)$$

Onde  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Fazendo as simplificações  $\alpha_M = \sum \alpha_i$  e  $\beta_{Mi} = \sum \beta_{ki}$ , onde  $i = 1, 2, \dots, m$ , tem-se:

$$\frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln \frac{p_i}{M}}{\alpha_M + \sum \beta_{Mi} \ln \frac{p_i}{M}} \quad (2.51)$$

Onde  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Pelas mesmas razões citadas no caso da função direta de utilidade, os procedimentos para a estimação exigem a normalização dos parâmetros, adotando  $\alpha_M = \sum \alpha_i = -1$ . Por fim, para fins de estimação uma das equações do sistema deve ser eliminada, obtendo-se seus parâmetros a partir de suas definições.

Completa-se, assim, a aplicação da teoria da dualidade à Teoria do Consumidor. Há que testar empiricamente se as funções de demanda resultantes das abordagens primal e dual atendem satisfatoriamente aos pressupostos da teoria econômica.

CHRISTENSEN *et al.* (1975) descrevem os procedimentos a serem adotados para testar empiricamente os pressupostos da teoria do consumidor através da função *Translog*:

- a) Especificação estocástica: inserir o termo estocástico aditivo<sup>42</sup> ao modelo formado por  $m$  equações de demanda como parcelas do dispêndio,  $\frac{p_j X_j}{M}$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ );
- b) Igualdade e Simetria dos parâmetros estimados: a teoria do consumidor estabelece que a validade do princípio da maximização da utilidade implica as restrições de igualdade e simetria dos parâmetros das funções de demanda. São estimadas  $m - 1$  equações de demanda sob a normalização  $\sum \alpha_i = -1$ .

Pelas restrições de igualdade, os parâmetros  $\beta_{Mj}$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ), são iguais entre as equações. Resultando em um total de  $m(m - 2)$  restrições relacionadas aos  $m$  parâmetros que aparecem em cada uma das  $m - 1$  equações estimadas.

Pelas restrições de simetria, deve-se verificar a igualdade das derivadas cruzadas parciais, ou seja,  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$  ( $i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, m$ ). Isto ocorre quando a função direta de utilidade *Translog* for duas vezes derivável nos logaritmos das quantidades consumidas, de modo que seu Hessiano seja simétrico. Haverá um

<sup>42</sup> De acordo com FISHER *et al.* (2001), para fins de estimação, erros aditivos são preferíveis aos multiplicativos.

total de  $\frac{1}{2}m(m-1)$  restrições de simetria, sendo que  $\frac{1}{2}(m-2)(m-1)$  restrições se referem às  $(m-1)$  equações estimadas pelo modelo e  $(m-1)$  restrições se referem à equação estimada a partir da restrição orçamentária.

c) Aditividade<sup>43</sup>: uma função de utilidade direta  $U$  é chamada aditiva quando

$$\ln U = F\left(\sum \ln U^i(X_i)\right) \quad (2.52)$$

Onde cada função  $U^i$  depende somente de um dos bens demandados  $X_i$ , e  $F$  é uma função de valor real de uma variável.

Considerando que a *Translog* é uma aproximação de segunda ordem de uma série de Taylor, CHRISTENSEN *et al.* (1975) apresentam os parâmetros de sua equação por meio de tal aproximação:

$$-\frac{\partial \ln U}{\partial \ln X_i} = -F' \frac{\partial \ln U^i}{\partial \ln X_i} = \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.53)$$

$$-\frac{\partial^2 \ln U}{\partial \ln X_i \partial \ln X_j} = -F'' \frac{\partial \ln U^i}{\partial \ln X_i} \frac{\partial \ln U^j}{\partial \ln X_j} = \beta_{ij} \quad (k \neq j; i, j = 1, 2, \dots, m) \quad (2.54)$$

Onde as derivadas logarítmicas independem de  $i$  e  $j$ , sendo dadas por:

$$F' = \frac{\partial \ln U}{\partial \ln U^i} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.55)$$

$$F'' = \frac{\partial^2 \ln U}{\partial \ln U^i \partial \ln U^j} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m) \quad (2.56)$$

Sob a condição de aditividade os parâmetros da função de utilidade *Translog* devem satisfazer as chamadas restrições de aditividade expressas por:

$$\beta_{ij} = \theta \alpha_i \alpha_j \quad (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, m)$$

Onde

$$\theta = -\frac{F''}{(F')^2}$$

A aproximação translogarítmica de uma função de utilidade aditiva não necessariamente é aditiva. A função de utilidade *Translog* será aditiva se, e somente se,  $\ln U$  puder ser escrita como a soma de  $m$  funções de utilidade, cada uma delas dependendo somente de uma das quantidades demandadas. Quando isto ocorrer, a função de utilidade será explicitamente aditiva, acrescentando uma nova restrição, dada por  $\theta = 0$ , às restrições anteriores. Vale ressaltar que a aproximação translogarítmica de uma função explicitamente aditiva será também explicitamente aditiva.

d) Homoteticidade: a função de utilidade homotética pode ser escrita como:

<sup>43</sup> Aditividade na teoria do consumidor pode ser dita equivalente à separabilidade na teoria da produção.

$$\ln U = F(\ln H(X_1, X_2, \dots, X_m)) \quad (2.57)$$

Onde a função  $H$  é homogênea de grau um.

Os parâmetros da aproximação translogarítmica de uma função de utilidade direta homotética podem ser escritos como:

$$-\frac{\partial \ln U}{\partial \ln X_i} = \frac{\partial F}{\partial \ln H} \frac{\partial \ln H}{\partial \ln X_i} = \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.58)$$

$$-\frac{\partial^2 \ln U}{\partial \ln X_i \partial \ln X_j} = \frac{\partial F}{\partial \ln H} \frac{\partial^2 \ln H}{\partial \ln X_i \partial \ln X_j} + \frac{\partial^2 F}{\partial \ln H^2} \frac{\partial \ln H}{\partial \ln X_i} \frac{\partial \ln H}{\partial \ln X_j} = \beta_{ij} \quad (2.59)$$

Sendo  $i, j = 1, 2, \dots, m$ .

Homogeneidade de grau um da função implica que

$$\sum \frac{\partial \ln H}{\partial \ln X_i} = 1 \quad (2.60)$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 \ln H}{\partial \ln X_i \partial \ln X_j} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.61)$$

Fazendo  $\frac{\partial^2 F}{\partial \ln H^2} = \sigma$  e utilizando a normalização  $\sum \alpha_i = -1$ , sob homoteticidade os parâmetros da função de utilidade *Translog* satisfazem as chamadas restrições de homoteticidade dadas por:

$$\beta_{Mi} = \sigma \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Haverá  $m - 1$  restrições deste tipo.

Como no caso da aditividade, a aproximação translogarítmica de uma função de utilidade homotética não necessariamente será homotética. Para que isto ocorra é necessário e suficiente que a função de utilidade *Translog* seja homogênea de modo que se tenha  $\sigma = 0$ .

Esta constitui a restrição de homogeneidade, pois a aproximação translogarítmica de uma função homogênea será homogênea.

- e) Aditividade e Homoteticidade: Exemplos de funções de utilidade diretas aditivas e homotéticas são as que apresentam elasticidade de substituição constante entre os bens, como as duas representações a seguir:

$$\ln U = F(\sum \delta_i X_i^\rho) \quad (2.62)$$

$$\ln U = F(\sum \delta_i \ln X_i) \quad (2.63)$$

A segunda expressão é um caso particular da primeira, em que as elasticidades de substituição entre todos os bens é constante e unitária.

Lembrando que a aproximação translogarítmica de uma função de utilidade homotética e aditiva atende às restrições citadas anteriormente, de modo que:

$$\beta_{ij} = \theta \alpha_i \alpha_j \quad (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, m)$$

$$\beta_{ii} = (\sigma + \theta)\alpha_i + \theta\alpha_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Aplicando estas restrições à função de utilidade direta com elasticidade de substituição unitária acima e utilizando a normalização  $\sum \alpha_i = -1$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma + \theta &= \rho = 0 \\ \alpha_i &= \delta_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

Obtém-se deste modo as demandas como parcelas constantes dos gastos:

$$\frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \theta \alpha_j \sum \alpha_i \ln X_i}{-1 + \theta \sum \alpha_i \ln X_i} = -\alpha_j \quad (2.64)$$

A aproximação translogarítmica de uma função de utilidade com elasticidade de substituição constante tem as mesmas implicações empíricas que uma função de utilidade logarítmica linear que seja homogênea e explicitamente aditiva.

- f) Dualidade: CHRISTENSEN *et al.* (1975) observam que tudo o que foi dito em relação aos procedimentos para verificação empírica da validade dos pressupostos da teoria econômica em relação à função direta de utilidade *Translog* continua válido para o caso da função indireta de utilidade *Translog*. Funções de utilidade direta que apresentam homoteticidade ou homoteticidade combinada com aditividade implicam que a função indireta de utilidade também será dotada de tais características. No entanto, ressalva deve ser feita para o caso em particular da aditividade da função direta de utilidade não estar necessariamente relacionada à aditividade da função indireta de utilidade. Observam os autores que as funções de utilidade direta e indireta corresponderão ao mesmo conjunto de preferências se, e somente se, a função direta de utilidade for homotética ou se ela for linear-logarítmica em todos os bens com exceção de um.

Em relação ao tema da dualidade, os autores definem a função de utilidade *self-dual* como o caso em que ambas as funções de utilidade (direta e indireta) possuem a mesma forma; representando, pois, o mesmo conjunto de preferências do consumidor. A única função direta de utilidade *self-dual* é a função de utilidade linear-logarítmica. Somente funções de utilidade linear-logarítmicas geram funções de utilidade translogarítmica diretas ou indiretas homotéticas e aditivas. Concluem, assim, que para representarem as mesmas preferências, é condição *sine qua non* que as funções de utilidade translogarítmicas direta e indireta sejam linear-logarítmicas, portanto, *self-dual*.

Como observa BINSWANGER (1974), ao tratar do problema dual na teoria da produção, os parâmetros da função custo *Translog* têm pouco significado econômico; o que a torna interessante para o economista é aliar o caráter flexível, expresso na liberdade de seus

parâmetros assumirem quaisquer valores, à possibilidade de relacionar tais parâmetros às elasticidades e às demandas por fatores; ou seja, torna possível verificar empiricamente os pressupostos da Teoria Econômica. Entre outras formas funcionais flexíveis como a *Translog* utilizadas no estudo das relações de substituição entre ativos monetários, podem ser citadas: Fourier<sup>44</sup>, *Almost Ideal Demand System (AIDS)*<sup>45</sup> e *Asymptotically Ideal Model (AID)*<sup>46</sup>.

Novamente, cabe ressaltar que não há como afirmar *a priori* e indubitavelmente que uma ou outra forma funcional é a forma apropriada para o estudo de certo conjunto de dados. Toda escolha é uma aposta de que os dados podem ser bem representados por uma dada fórmula matemática. A avaliação do quão acertada ou não foi a escolha deve ser feita por meio dos pressupostos da Teoria Econômica. Sendo assim, é imperativo que a forma funcional eleita seja passível de passar por estes testes dos pressupostos teóricos. A escolha da forma funcional *Translog* via abordagem dual no presente estudo deve ser assim entendida; ela representa um passo inicial.

Contudo, o objetivo final deste trabalho não é obter funções de demanda, mas sim analisar as relações de substituição entre os ativos financeiros Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento no período que se estende de dezembro de 2004 a dezembro de 2012. Para a consecução de tal objetivo, o instrumento de análise de que se dispõe são as elasticidades de substituição. Tema a ser abordado na próxima seção.

### 2.2.5 Definições alternativas do conceito elasticidade de substituição

Uma vez definida a forma funcional *Translog* para a função de utilidade e a abordagem dual, há que discorrer sobre o conceito de elasticidade de substituição, instrumento crucial para analisar das relações de substituição entre os ativos financeiros Caderneta de Poupança e Fundos de Investimento; objetivo primordial deste estudo.

Como afirmam DAVIS e GAUGER (1996), o grau de substituição entre os ativos monetários é tema de forte interesse para política monetária e macroeconômica. Esta informação é utilizada para avaliar a sensibilidade à taxa de juro dos ativos monetários além de influenciar as decisões baseadas nas definições de agregados monetários.

A elasticidade de substituição é o instrumento que a teoria econômica disponibiliza para estudar como se dão as relações de interdependência entre as demandas dos fatores de

---

<sup>44</sup> A forma funcional Fourier foi adotada por EWIS e FISHER (1985), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2008) e ZAGAGLIA (2009).

<sup>45</sup> Conforme a DRAKE *et al.* (1999), a forma funcional *AIDS* foi adotada por BARR e CUTHBERTSON (1991).

<sup>46</sup> A forma funcional *AID* foi adotada por DRAKE *et al.* (1999).

produção ou bens de consumo. Não existe, contudo, uma definição única e sem ambiguidades para a elasticidade de substituição. Na verdade, até a década de 1980, existia uma definição que, embora não fosse a única disponível, dominava os estudos empíricos: a elasticidade de substituição parcial de Allen<sup>47</sup>.

Problemas e limitações associados a essa definição motivaram o surgimento de definições alternativas de elasticidade de substituição com o intuito de superar as falhas da elasticidade de substituição de Allen. Dentre elas, destaca-se a elasticidade de substituição de Morishima, de especial interesse para este estudo por ser largamente empregada nos estudos de substituição entre ativos monetários mais recentes.<sup>48</sup>

É importante ressaltar que, assim como no caso da escolha da forma funcional, não existe um critério absoluto, definitivo, para determinar qual elasticidade de substituição é a correta. Como ressaltam MUNDLAK (1968) e DAVIS e GAUGER (1996), a elasticidade de substituição não deve ser entendida como um fim em si mesmo, mas sim como uma ferramenta de análise que permite avaliar como se estabelecem as relações de substituição entre os fatores/bens em diferentes contextos, os quais, por sua vez, demandam que diferentes características sejam contempladas pela definição de elasticidade a ser empregada. O pesquisador deve, pois, pautar sua escolha com base em seu objeto de pesquisa:

It becomes apparent that the response to ‘Which measure is appropriate?’ depends on the research question of interest. (DAVIS e GAUGER, 1996, p.203)

A seguir, buscar-se-á fornecer um quadro evolutivo e comparativo de algumas definições alternativas do conceito de elasticidade de substituição, baseando-se em trabalhos que exploram este tema tanto na teoria do consumidor como na teoria da produção. Considerando que as principais características dos diferentes tipos de elasticidade de substituição são aplicáveis a ambos os campos da teoria econômica<sup>49</sup>.

---

<sup>47</sup>Contemporâneas à elasticidade de substituição Allen, tem-se a elasticidade de substituição direta ou hicksiana e a elasticidade de substituição marshalliana, por exemplo. (DAVIS e GAUGER, 1996)

<sup>48</sup>Vide por exemplo: DAVIS e GAUGER (1996), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2008) e ZAGAGLIA (2009).

<sup>49</sup>De acordo com MUNDLAK (1968), a discussão do tema elasticidade de substituição se baseia em três funções de demanda distintas pela variável que se mantém constante: i) produção; ii) custo; e, iii) custo marginal. Isto no caso da teoria da produção; o que por sua vez corresponde em termos de teoria do consumidor a manter constante: i) utilidade (ou renda real, em termos de Slutsky); ii) renda monetária; e, iii) utilidade marginal da renda. Em relação ao terceiro caso, o autor destaca que para a teoria da produção a abordagem iii, em que se mantém constante o custo marginal da renda ( $\frac{1}{\lambda}$ ,  $\lambda$ =multiplicador de Lagrange), ou seja, o preço do produto ( $P_y$ ) ( $\frac{1}{\lambda} = P_y$ ), apresenta significado econômico importante; o que não ocorre no contexto da teoria do consumidor.

O conceito de elasticidade de substituição foi originalmente introduzido por J.R. Hicks, em 1932, com o objetivo de analisar os impactos sobre a distribuição de renda entre os fatores de produção capital e trabalho num ambiente de crescimento econômico. A grande contribuição de Hicks foi perceber que os efeitos de mudanças na razão capital/trabalho (ou a razão entre os preços destes fatores) poderiam ser completamente caracterizados por uma medida escalar da curvatura da isoquanta, a qual, por sua vez, pode ser interpretada como um meio de avaliar a dificuldade (ou facilidade) em substituir um fator de produção por outro. (BLACKORBY e RUSSELL, 1989)

Vale ressaltar que já existia uma medida do grau de substituição entre fatores de produção, a saber, o conceito de taxa marginal de substituição (TMS) do fator  $i$  pelo fator  $j$  ( $TMS_{ij}$ ), a qual se define como o número de unidades que devem ser reduzidas do fator  $i$  quando o fator  $j$  é aumentado em uma unidade para que se mantenha o mesmo nível de produção, considerando-se inalterados os demais fatores. (LIMA, 2000)

Ilustrativamente, é apresentado a seguir o processo de obtenção da taxa marginal de substituição ( $TMS_{ij}$ ), seguindo LIMA (2000). Dada certa função de produção:

$$Y = f(X_i, X_j) \quad (2.65)$$

Onde  $Y$  é o nível de produção,  $X_i$  e  $X_j$  são dois diferentes fatores de produção e  $f$  representa a função de produção (a tecnologia de produção).

Fazendo o diferencial total dessa expressão em relação ao fator  $X_j$  (fator que sofre variação inicial) e igualando a zero (para manter o mesmo nível de produção, manter-se sobre a isoquanta  $Y$ ), tem-se:

$$dY = \frac{\partial f}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial X_j} + \frac{\partial f}{\partial X_j} = 0 \quad (2.66)$$

Rearranjando os termos da expressão acima, chega-se à formulação matemática da definição de taxa marginal de substituição.

$$TMS_{ij} = -\frac{\partial X_i}{\partial X_j} = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_j}}{\frac{\partial f}{\partial X_i}} = \frac{f_j}{f_i} \quad (2.67)$$

Onde  $\frac{\partial f}{\partial X_j} = f_j$  é o produto marginal do fator  $j$  e  $\frac{\partial f}{\partial X_i} = f_i$  é o produto marginal do fator  $i$ .<sup>50</sup>

No entanto, a taxa marginal de substituição apresenta o incômodo de depender das unidades de medidas dos fatores de produção; o que não acontece com a elasticidade de

---

<sup>50</sup> Analogamente, no caso da teoria do consumidor, tem-se que a taxa marginal de substituição depende da relação entre as utilidades marginais. Diferentemente, do caso da produção, no caso do consumidor a utilidade marginal será sempre positiva.

substituição, conceito que se torna livre de escala por ser definido em termos de razão entre variações percentuais.

Em 1933, Joan Robinson propõe uma definição de elasticidade de substituição que incorpora o conceito de taxa marginal de substituição ao defini-la em termos de variação percentual na razão entre dois fatores de produção dada certa variação percentual na razão entre seus produtos marginais, ou seja, dada certa variação percentual na taxa marginal de substituição entre os dois fatores. (LIMA, 2000)

Fazendo  $j=1$  e  $i=2$ , a elasticidade de substituição ( $\sigma_{21}$ ) do fator de produção 2 ( $X_2$ ) pelo fator de produção 1 ( $X_1$ ) pode ser escrita, seguindo a definição de Joan Robinson, como:

$$\sigma_{21} = \frac{\frac{d(X_2/X_1)}{X_2/X_1}}{\frac{d(f_1/f_2)}{f_1/f_2}} = \frac{d[\log(X_2/X_1)]}{d[\log(f_1/f_2)]} = \frac{d[\log(X_2/X_1)]}{d(\log TMS_{21})} \quad (2.68)$$

Como dito anteriormente, a elasticidade de substituição pode ser entendida como uma medida em termos percentuais do grau de curvatura da isoquanta ( $Y$ ), curvatura esta que representa o nível de facilidade de substituição entre os fatores de produção ( $X_1$ ) e ( $X_2$ ). Quanto maior a curvatura da isoquanta, menor a facilidade em substituir um fator de produção pelo outro, conseqüentemente, a elasticidade de substituição apresentará menor valor. No caso extremo de não haver qualquer possibilidade de substituição entre os fatores, a isoquanta possuirá a curvatura máxima possível (linhas paralelas aos eixos) gerando elasticidade de substituição igual a zero. Analogamente, uma isoquanta de menor curvatura representa menor dificuldade na substituição dos fatores, logo, maiores valores serão encontrados para a elasticidade de substituição. Chegando a ser possível substituir todo um fator pelo outro, caso em que a elasticidade de substituição será infinita. Entre estes extremos, encontra-se a elasticidade de substituição unitária pela qual uma unidade de certo fator de produção pode ser substituída por uma unidade do outro fator de produção. (LIMA, 2000)

Partindo da situação de equilíbrio competitivo, em que os produtos marginais dos fatores são iguais aos seus preços de mercado, Joan Robinson propõe substituir os produtos marginais dos fatores ( $f_1$  e  $f_2$ ) por seus respectivos preços dados por ( $w_1$  e  $w_2$ ) na fórmula da elasticidade de substituição, obtendo:

$$\sigma_{21} = \frac{\frac{d(X_2/X_1)}{X_2/X_1}}{\frac{d(w_1/w_2)}{w_1/w_2}} = \frac{d[\log(X_2/X_1)]}{d[\log(w_1/w_2)]} \quad (2.69)$$

Sob esta formulação, a elasticidade de substituição do fator ( $X_2$ ) pelo fator ( $X_1$ ) captaria os efeitos de alterações nas condições de mercado (via mudança nos preços relativos dos fatores) sobre as quantidades demandadas dos fatores de produção, ou seja, sobre as condições técnicas da produção.<sup>51</sup> (LIMA, 2000)

A formulação de elasticidade de substituição relacionando condições de produção e condições de mercado de Robinson inspirou MUNDLAK (1968) a propor uma classificação das definições alternativas do conceito de elasticidade de substituição surgidas após Hicks/Robinson levando em conta as variáveis que eram mantidas constantes em cada caso, ou seja: se apenas um ou ambos os preços ( $w_1$  e  $w_2$ ) variavam e se eram afetadas as quantidades demandadas de um ou dos dois de fatores de produção ( $X_1$  e  $X_2$ ). Seguindo este critério, três casos seriam possíveis<sup>52</sup>:

(Caso 1) Dois fatores (2F) e dois preços (2P): este caso remete à definição original da definição de elasticidade de substituição Hicks/Robinson. Reescrevendo a elasticidade definida por Robinson de modo a incluir a notação ( $\hat{x}_1$  e  $\hat{x}_2$ ), para representar as variações percentuais nas quantidades demandadas dos fatores de produção ( $X_1$  e  $X_2$ ), respectivamente; e, a notação ( $\hat{w}_1$  e  $\hat{w}_2$ ), significando as variações percentuais nos preços de cada um dos fatores de produção, obtém-se a seguinte forma para a elasticidade de substituição (ES) do fator ( $X_2$ ) pelo fator ( $X_1$ ):

$$\sigma_{21} = \frac{\frac{d(X_2/X_1)}{X_2/X_1}}{\frac{d(w_1/w_2)}{w_1/w_2}} = \frac{d[\log(X_2/X_1)]}{d[\log(w_1/w_2)]} = \frac{d\log X_2 - d\log X_1}{d\log w_1 - d\log w_2} = \frac{\hat{x}_2 - \hat{x}_1}{\hat{w}_1 - \hat{w}_2} \quad (2.70)$$

Logo, a definição original de Hicks/Robinson considera variações nos preços dos dois fatores:

$$ES_{2p}^{2F} = \frac{\hat{x}_2 - \hat{x}_1}{\hat{w}_1 - \hat{w}_2} \quad (2.71)$$

(Caso 2) Dois fatores (2F) e um preço (1P): neste caso, a medida de substituição avaliaria os efeitos causados pela variação do preço de um dos fatores sobre a razão entre as demandas dos dois fatores. Sendo representada por:

$$ES_{1p}^{2F} = \frac{\hat{x}_2 - \hat{x}_1}{\hat{w}_1} \quad (2.72)$$

<sup>51</sup> BLACKORBY e RUSSELL (1989) e também LIMA (2000) comentam que inicialmente o conceito de elasticidade não tinha como propósito permitir construir qualquer taxonomia para classificar os fatores de produção (ou bens de consumo) em substitutos ou complementares.

<sup>52</sup> A apresentação da classificação proposta por Mundlak segue LIMA (2000).

(Caso 3) Um fator (1F) e um preço (1P): mede o efeito da variação do preço de um fator sobre a quantidade demandada do outro fator<sup>53</sup>. Sua representação se dá por:

$$ES_{1p}^{1F} = \frac{\hat{x}_2}{\hat{w}_1} \quad (2.73)$$

Cabe salientar que os diversos conceitos de elasticidade de substituição avaliam a relação de substituição entre dois fatores de cada vez; acarretando algumas implicações importantes:

- a) Funções de produção com dois fatores apresentarão elasticidades de substituição simétricas ( $\sigma_{21} = \sigma_{12}$ ), por causa do Teorema de Young ( $f_{21} = f_{12}$ ).<sup>54</sup>
- b) Funções de produção com dois fatores que sejam *quasi*-côncavas apresentarão elasticidade de substituição sempre positiva, logo, eles serão sempre substitutos. Característica determinada pelo fato de que a *quasi*-concavidade da função de produção advém do caráter decrescente da taxa marginal de substituição<sup>55</sup>;
- c) Ambiguidade quando há três ou mais fatores na função objetivo por causa da possibilidade de se medir a curvatura da função em diferentes direções: dependendo do que será tomado como passível de variação e do que se manterá fixo (ou seja, a definição de quais derivadas parciais serão calculadas), alteram-se significativamente os resultados obtidos. (LIMA, 2000).

Seguindo a notação de LIMA (2000) para  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, n$ ) fatores de produção, serão apresentadas algumas definições alternativas do conceito de elasticidade de substituição..

- i) Elasticidade de Substituição Direta ou Hicks-Allen (1934): expressa pelo (caso 1), trata de um conceito de elasticidade de curto prazo por não considerar ajustes em todos os fatores, mas somente os efeitos sobre os dois fatores analisados. Portanto, seria do tipo dois fatores e dois preços  $\left(ES_{2p}^{2F} = \frac{\hat{x}_i - \hat{x}_j}{\hat{w}_j - \hat{w}_i}\right)$ .

<sup>53</sup> “Esta medida é muito semelhante à elasticidade de preço compensada.” (LIMA, 2000, p.21)

<sup>54</sup> Isto ocorre porque em última instância as elasticidades de substituição são determinadas a partir da matriz hessiana orlada. Logo, quando se tem apenas dois fatores de produção, o teorema de Young implica que a matriz será simétrica; portanto, as elasticidades de substituição também serão. Para o caso de três ou mais fatores tal simetria não se verifica, sendo até mesmo “não desejável” como será discutido em breve.

<sup>55</sup> A teoria econômica determina que a taxa marginal de substituição deva ser decrescente de modo a garantir a *quasi*-concavidade das funções de produção e funções de utilidade. É importante ressaltar que esta condição será suficiente somente no caso de dois fatores/bens, como relata SILBERBERG (1990). Para mais de dois fatores/bens, a condição a ser verificada é o sinal dos menores principais do hessiano orlado. Para discussão completa, consultar CHAMBERS (1988), para o caso da produção, e SILBERBERG (1990), para o caso do consumidor; entre outros.

- ii) Elasticidade parcial de substituição Allen-Uzawa ( $\sigma_{ij}^A$ ): é o dual da elasticidade de substituição Allen, concebida como uma generalização para  $n$  fatores de produção da elasticidade Hicks-Allen, e pode ser assim expressa em termos da função custo dual ao caso da função de produção homogênea:

$$\sigma_{ij}^A = \frac{C(Y,w)C_{ij}(Y,w)}{C_i(Y,w)C_j(Y,w)} \quad (2.74)$$

Onde:

$C$  é o custo de produção,  $Y$  é a produção,  $w$  é o preço dos fatores; e fazendo

$$C_{ij}(Y,w) = \frac{\partial^2 C}{\partial w_i \partial w_j}; C_i(Y,w) = \frac{\partial C}{\partial w_i}; C_j(Y,w) = \frac{\partial C}{\partial w_j}$$

Onde  $w_i$  é o preço do fator  $X_i$  e  $w_j$  é o preço do fator  $X_j$ .

A elasticidade  $\sigma_{ij}^A$  seria incluída no (caso 3), um preço e um fator,  $ES_{1p}^{1F} = \frac{x_i}{\hat{w}_j}$ .

Esta definição de elasticidade de substituição guarda uma forte relação com a elasticidade preço cruzada da demanda ( $\varepsilon_{ij}$ ) já demonstrada pelo próprio R.G.D.

Allen, em 1938; expressa por LIMA (2000) do seguinte modo:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial X_j w_i}{\partial w_i X_j} = \alpha_i (\sigma_{ij}^A - \eta) \quad (2.75)$$

Onde,

$\varepsilon_{ij}$  é a elasticidade preço cruzada da demanda para o fator  $X_i$ ;

$\alpha_i$  é a participação da demanda pelo fator  $X_i$ , dada por  $x_i$ , no custo total de produção, expresso por  $\sum_i w_i x_i$ , *i.e.*;

$$\alpha_i = \frac{w_i x_i}{\sum_i w_i x_i} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$\eta$  é a elasticidade preço da demanda do produto.

Sob a hipótese de competição perfeita, o preço do produto é constante, logo  $\eta = 0$ . De modo que a expressão acima fica reduzida a  $\varepsilon_{ij} = \alpha_i \sigma_{ij}^A$ , ou, como será mais comumente reportada:

$$\sigma_{ij}^A = \frac{1}{\alpha_i} \varepsilon_{ij} \quad (2.76)$$

BLACKORBY e RUSSELL (1989) criticam severamente a elasticidade de substituição Allen-Uzawa. Os principais pontos de sua crítica foram sumarizados por LIMA (2000)<sup>56</sup>, nos seguintes termos:

- 1) Não acrescenta significados relevantes aos conceitos de elasticidade preço cruzada;

<sup>56</sup> Ver LIMA, 2000, pp.25-26.

- 2) Não preserva as propriedades estabelecidas na definição original Hicks/Robinson, a saber, fornecer uma medida da variação percentual na demanda dos fatores resultante de uma dada variação percentual na razão entre seus preços;
- 3) Não fornece medida adequada da curvatura da isoquanta, logo não pode ser interpretada como uma medida da facilidade de substituição entre os fatores;
- 4) Não permite avaliar o impacto da alteração nas demandas dos fatores sobre a participação relativa dos fatores na renda, objetivo original de Hicks;
- 5) Perde a possibilidade de ser decomposta em taxas de crescimento graças à aplicação de logaritmo e posterior derivação; atributos que permitem à definição original estabelecer relação entre as quantidades de fatores e a taxa marginal de substituição ou à razão de preços dos fatores;
- 6) Não oferece nenhuma contribuição adicional à classificação dos fatores em substitutos ou complementares.

BLACKORBY e RUSSELL (1989) reforçam a inadequação da elasticidade de substituição Allen-Uzawa para tal fim ao afirmarem que para tal taxonomia basta analisar a elasticidade de preço cruzada. Acrescentam ainda que esta classificação nada tem a ver com a definição original do conceito, uma vez que, no caso de dois fatores de produção analisado por Hicks, os fatores são necessariamente substitutos.

- 7) Quando um dos fatores avaliados apresentar uma parcela muito pequena do custo total, o cálculo da elasticidade de substituição Allen-Uzawa poderá apresentar problemas de instabilidade, ou seja, pequenas variações no uso deste fator poderão acarretar grandes variações na elasticidade Allen-Uzawa.<sup>57</sup>
- 8) Quando se trata de três ou mais fatores, “Sua simetria não é uma característica desejável” (LIMA, 2000, p.26);

CHAMBERS (1988) oferece demonstração matemática da simetria das elasticidades. No caso em que se tem três ou mais fatores/bens, a simetria não mais se verifica, pois, como observam DRAKE *et al.* (1999), avaliar os efeitos de variações nos preços dos fatores tomados de dois a dois se torna uma tarefa muito mais complexa, dado que a curvatura da função deverá ser avaliada em várias dimensões (no caso de dois fatores, duas são as dimensões). Esta situação conduz a possíveis ambiguidades. Argumentação semelhante é encontrada em

---

<sup>57</sup> Característica possivelmente relacionada com o uso da elasticidade de substituição Allen para avaliar instabilidade estrutural reportada por DAVIS e GAUGER (1996).

BLACKORBY e RUSSELL (1989), os quais apresentam, como solução, a definição de elasticidade de substituição Morishima, conceito discutido a seguir.

Não obstante os vários problemas e fraquezas apontados, a definição de elasticidade de substituição parcial de Allen-Uzawa ( $\sigma_{ij}^A$ ) foi largamente empregada até o início da década de 1960, tanto em estudos de produção como de consumo. Há que salientar ainda que seu estudo detalhado é fortemente justificado considerando que as definições de elasticidade de substituição propostas posteriormente, como por exemplo, as de Morishima e McFadden, acabam sendo reportadas em termos da definição original Allen-Uzawa, facilitando bastante a comparação entre elas.

- iii) Elasticidade de Substituição de Morishima ( $\sigma_{ij}^M$ ): Foi desenvolvida em 1967 pelo japonês M. Morishima e divulgada no Ocidente, na década de 1980, por C. Blackorby e R.R. Russell. Seguindo Mundlak, a elasticidade de substituição de Morishima seria incluída no caso 2 (dois fatores e um preço). Baseando-se na notação de LIMA(2000), tem-se;

$$\sigma_{ij}^M = \frac{d[\log(X_i/X_j)]}{d[\log(w^j/w_i)]} \Bigg|_{Y, e(w^k/w_i), k \neq i, j \text{ e } i \neq j} = \frac{d \log X_i - d \log X_j}{d \log w_j} = \frac{\hat{x}_i - \hat{x}_j}{\hat{w}_j} \quad (2.77)$$

Percebe-se a partir da expressão acima que a elasticidade de substituição de Morishima avalia os efeitos da variação de um certo preço de mercado<sup>58</sup>,  $w_j$ , sobre a razão entre a variação percentual na relação dos fatores  $X_i$  e  $X_j$  e a variação percentual na taxa marginal de substituição entre  $X_i$  e  $X_j$ , dada pela relação entre seus preços de mercado, mantendo-se constantes o nível de produção  $Y$  e os preços de todos os demais fatores de produção, ou seja,  $(w^k/w_i), k \neq i, j \text{ e } i \neq j$ .

Colocando a elasticidade de substituição de Morishima do fator  $X_i$  pelo fator  $X_j$ , ( $\sigma_{ij}^M$ ) em termos de elasticidade de Allen-Uzawa, tem-se:

$$\sigma_{ij}^M = \alpha_j (\sigma_{ij}^A - \sigma_{jj}^A) \quad (2.78)$$

Enquanto a elasticidade de substituição de Morishima do fator  $X_j$  pelo fator  $X_i$ , ( $\sigma_{ji}^M$ ), será dada por:

$$\sigma_{ji}^M = \alpha_i (\sigma_{ji}^A - \sigma_{ii}^A) \quad (2.79)$$

Onde,

<sup>58</sup> Lembrando que se pressupõe um mercado competitivo em situação de equilíbrio, tem-se a igualdade entre o preço de dado fator e seu produto marginal.

$\alpha_i$  é a participação do custo do fator  $X_i$  no custo total de produção, dado por  $\alpha_i = \frac{w_i x_i}{\sum_i w_i x_i}$   $i = 1, 2, \dots, n$ , onde  $x_i$  é a demanda pelo fator  $X_i$ .

Analogamente, define-se  $\alpha_j$  em relação ao fator  $X_j$ .

$\sigma_{ii}^A$  é a elasticidade de substituição Allen-Uzawa do fator  $X_i$ , que pela Lei da Demanda, deve ser necessariamente não positiva. Analogamente, define-se  $\sigma_{jj}^A$  para o fator  $X_j$ .

A grande contribuição de Morishima foi perceber a necessidade de considerar também os efeitos sobre a demanda do próprio fator cujo preço foi alterado para chegar aos efeitos totais que levam à substituição de um fator pelo outro. Justificando, assim, sua denominação como elasticidade total de substituição em oposição à elasticidade de Allen conhecida por elasticidade parcial de substituição.

Considerando que

$$\sigma_{ii}^A = \frac{1}{\alpha_i} \varepsilon_{ii} \quad ; \quad \sigma_{jj}^A = \frac{1}{\alpha_j} \varepsilon_{jj} \quad ; \quad \sigma_{ij}^A = \frac{1}{\alpha_i} \varepsilon_{ij} \quad ; \quad \sigma_{ji}^A = \frac{1}{\alpha_j} \varepsilon_{ji}$$

Onde,  $\varepsilon_{ii}$  e  $\varepsilon_{jj}$  são as elasticidades-preço da demanda pelos fatores  $X_i$  e  $X_j$ , respectivamente; LIMA (2000) relata que T. Koizumi, em 1976, demonstrou ser possível expressar a elasticidade de substituição de Morishima diretamente em termos de elasticidades preço da demanda, relacionando-a à teoria da demanda derivada dos fatores, nos seguintes termos:

$$\sigma_{ij}^M = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{jj} \tag{2.80}$$

$$\sigma_{ji}^M = \varepsilon_{ji} - \varepsilon_{ii} \tag{2.81}$$

Essa formulação evidencia que, para determinar o efeito da variação na relação entre os preços dos fatores sobre a combinação ótima do uso de fatores, a elasticidade de substituição de Morishima considera não só a elasticidade de preço cruzada da demanda, como já ocorria na elasticidade de substituição Allen-Uzawa, mas também o efeito sobre a demanda do próprio fator cujo preço variou.

Analisando o primeiro caso,  $\sigma_{ij}^M$ , e sabendo que  $\varepsilon_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial w_j} \frac{w_j}{x_i}$  e  $\varepsilon_{jj} = \frac{\partial x_j}{\partial w_j} \frac{w_j}{x_j}$ , percebe-se que é mandatário que somente um preço varie de cada vez, ( $w_j$ ), condição levantada pela diferenciação parcial. No entanto, quando um preço varia, todas as relações  $\frac{w_j}{w_i}$ , onde  $i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$ , ou seja, todas as taxas

marginais de substituição, também variam induzindo a ajustes em todas as demandas compensadas para manter-se o mesmo nível de produção.

Por outro lado, se o preço que sofre variação é o do fator  $X_i$ , como ocorre em  $\sigma_{ji}^M$ , diferentes derivadas parciais serão obtidas, uma vez que os ajustes nas demandas compensadas em direção ao fator  $X_i$ , muito provavelmente, serão diferentes daqueles induzidos pela variação do fator  $X_j$ . Portanto, a alteração sobre a relação ótima entre os fatores  $\frac{X_i}{X_j}$  depende de qual fator tem seu preço alterado.

Desse modo, concluem BLACKORBY e RUSSELL (1989), que a variação percentual na relação ótima entre as demandas pelos fatores de  $X_i$  e  $X_j$  induzida pela variação percentual na relação entre os preços dos fatores de produção dada por  $w_j/w_i$ , pode ser causada tanto pela variação em  $w_j$  como

em  $w_i$ ; suscitando diferentes respostas em cada um dos casos, o que, por sua vez, torna o conceito de elasticidade de substituição inerentemente assimétrico. Característica essencial captada pela definição de Morishima.

Logo, na opinião dos autores, a elasticidade de substituição Morishima representa efetivamente a generalização da definição seminal de Hicks para casos que ultrapassam dois fatores de produção porque fornece a medida da curvatura da isoquanta, conseqüentemente, das participações relativas dos fatores de produção, levando em conta os ajustes necessários em todas as demandas compensadas para manter o nível de produção.

Por fim, vale acrescentar dois pontos importantes: a) a elasticidade de substituição Morishima não é definida para o caso em que  $i = j$ , diferentemente da definição Allen-Uzawa; b) semelhante à definição Allen-Uzawa, a elasticidade de substituição Morishima pode ser empregada para classificar os fatores/bens em substitutos ou complementares. Porém, pela forma como cada uma delas é construída, é possível encontrar relações de complementaridade apontadas pela definição Allen-Uzawa ( $\sigma_{ij}^A < 0$ ) que, quando analisadas sob a ótica de Morishima, revelam-se relações de substituição ( $\sigma_{ij}^M > 0$ ). Para os casos de relações de substituição entre os

fatores/bens não há discordância entre as duas definições, ou seja,  $(\sigma_{ij}^A > 0 \Rightarrow \sigma_{ij}^M > 0)$ .

Conforme DAVIS e GAUGER (1996), as três definições de elasticidade de substituição discutidas até aqui (Hicks, Allen/Allen-Uzawa e Morishima) visam mensurar a substituição líquida e “preferências”, ou seja, avaliam movimentos ao longo da curva de indiferença e fornecem medidas de sua curvatura. Não se trata, porém, de uma medida apropriada para avaliação dos impactos observados após uma mudança de preços relativos.

iv) Elasticidade de Substituição McFadden (1963) ou Elasticidade de Substituição Sombra ( $\sigma_{ij}^S$ ): concebida como o caso dual da elasticidade substituição Hicks-Allen, como esta, é uma elasticidade do tipo dois fatores e dois preços. Enquanto a elasticidade de substituição direta Hicks-Allen seria uma medida de curto prazo, a elasticidade de substituição sombra McFadden é associada ao longo prazo e para mais do que dois fatores de produção, cujos preços tomados dois a dois podem variar, enquanto os demais são mantidos constantes.

De acordo com LIMA (2000), a elasticidade de substituição McFadden ( ou Sombra) do fator  $X_i$  pelo  $X_j$ , representada aqui por  $\sigma_{ij}^S$ , pode ser obtida como uma média ponderada pelas parcelas de custo dos fatores  $X_i$  e  $X_j$ , dadas por  $\alpha_i$  e  $\alpha_j$ , respectivamente, das elasticidades Morishima que envolvem os dois fatores, dadas por  $\sigma_{ij}^M$  e  $\sigma_{ji}^M$ . Logo,  $\sigma_{ij}^S$  pode ser expressa como:

$$\sigma_{ij}^S = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_j} \sigma_{ij}^M + \frac{\alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} \sigma_{ji}^M \quad (2.82)$$

v) Elasticidade de Substituição Mundlak ( $\sigma_{ij}^U$ ) (1968): pode-se dizer que se trata do caso primal da elasticidade de substituição Morishima, uma vez que enquanto esta se origina das demandas compensadas hicksianas e mantém constante a curva de utilidade, a elasticidade de substituição Mundlak mantém constante o dispêndio (ou custo) e sua formulação se baseia nas demandas marshallianas<sup>59</sup>. A elasticidade de substituição Mundlak avalia a substituição bruta entre os fatores/bens (renda/dispêndio/custo constante), permitindo,

---

<sup>59</sup> Por sua origem nas demandas marshallianas, torna-se possível utilizar a equação de Slutsky para relacioná-la com a elasticidade de substituição Hicksiana e com a elasticidade renda da demanda.

portanto, mudança para nova curva de utilidade/isoquanta. Pode ser descrita como<sup>60</sup>:

$$\sigma_{ij}^U = \frac{d \left[ \log \left( \frac{x_i^m}{x_j^m} \right) \right]}{d \left[ \log \left( \frac{w_j}{w_i} \right) \right]} \Bigg|_{C e \left( \frac{w_k}{w_i} \right), k \neq i, j \text{ e } i \neq j} = \frac{d \log x_i^m - d \log x_j^m}{d \log w_j - d \log w_i} = \frac{\hat{x}_i - \hat{x}_j}{\hat{w}_j - \hat{w}_i} \quad (2.83)$$

Onde:

$x_i^m$  e  $x_j^m$  são as demandas marshallianas para os bens  $i$  e  $j$ , respectivamente;

$C$  é o custo total, mantido constante.

A elasticidade de substituição Mundlak ( $\sigma_{ij}^U$ ) é obtida a partir da soma da elasticidade de substituição Morishima ( $\sigma_{ij}^M$ ) com a diferença entre as elasticidades renda/dispêndio ( $E_i - E_j$ ), ponderada pela participação do ativo no dispêndio total, dada por  $\alpha_i$ . Assumindo a seguinte expressão:

$$\sigma_{ij}^U = \varepsilon_{ji}^m - \varepsilon_{ii}^m = \sigma_{ij}^M + \alpha_i (E_i - E_j) \quad (2.84)$$

Onde,

$\varepsilon_{ji}^m$  e  $\varepsilon_{ii}^m$  são as elasticidades preço cruzada da demanda marshalliana pelos fatores  $X_i$  e  $X_j$  e elasticidade própria do fatores  $X_i$ .

$E_i$  e  $E_j$  são as elasticidades renda da demanda marshalliana.

Como a elasticidade de substituição Morishima, a elasticidade de substituição Mundlak também é assimétrica. Ademais, por ser baseada nas demandas marshallianas, contemplam os impactos de variações nos preços dos bens/fatores e também sobre a elasticidade renda da demanda.

Várias são as alternativas disponíveis para avaliar o grau de substituição entre bens. Como dito inicialmente, é de extrema importância guiar a escolha pelas características do fenômeno econômico investigado, pois, como argumentam DAVIS e GAUGER (1996), o uso de medidas inapropriadas pode levar a conclusões equivocadas acerca das relações de substituição entre ativos financeiros.

DAVIS e GAUGER (1996) realizaram importante contribuição ao tema de elasticidade de substituição entre ativos financeiros ao chamarem a atenção para a importância da escolha do tipo de elasticidade na mensuração do grau de substituição entre

<sup>60</sup> Para facilitar a comparação entre as diferentes definições de elasticidade de substituição, toda a formulação referente à elasticidade de substituição Mundlak apresentada por DAVIS e GAUGER (1996) foi adaptada à notação de LIMA (2000).

ativos financeiros. Utilizando dados para cinco tipos de agregados monetários da economia americana no período de 1980 a 1993, calcularam e avaliaram cinco diferentes tipos de elasticidades de substituição entre ativos monetários a partir de dois tipos de atributos: substituição líquida (utilidade constante – demanda Hicksiana) ou substituição bruta (dispêndio constante – demanda Marshalliana); e, mudança no nível ((caso 1) discutido acima: um fator-um preço) ou mudança na razão entre dois ativos ((caso 2) dois fatores-um preço).

De acordo com a classificação de DAVIS e GAUGER (1996), dada uma variação percentual no preço, as medidas de elasticidade apropriadas para situações em que se deseja examinar somente os efeitos líquidos de substituição, ou seja, mantendo-se sobre a mesma curva de indiferença, seriam: a elasticidade de substituição Hicks-Allen, quando o que interessa é medir o impacto percentual sobre o nível ou a quantidade de um único ativo; e, a elasticidade de substituição Morishima, quando o objetivo é avaliar a mudança percentual nas quantidades relativas (razão entre os ativos).

Hicks-Allen e Morishima visam mensurar a substituição líquida e “preferências”, ou seja, avaliam movimentos ao longo da curva de indiferença e fornecem medidas de sua curvatura. Ambas não fornecem uma medida apropriada para avaliação dos impactos observados após uma mudança de preços relativos. Para esses casos, medidas de elasticidade bruta como a Mundlak, *i.e.*, aquelas que admitem mudar para outra curva de utilidade, são mais adequadas porque incorporam, além do efeito substituição, também o efeito renda.

Isso ocorre porque, graças à equação de Slutsky, é possível relacionar a elasticidade preço cruzada da demanda Marshalliana<sup>61</sup> com a elasticidade preço cruzada da demanda Hicksiana. Sendo assim, essas duas medidas de substituição bruta são indicadas para avaliar o impacto sobre o nível de um ativo.

Por outro lado, a elasticidade de substituição a custo constante de Mundlak, analogamente à elasticidade de substituição Morishima, seria indicada quando se busca avaliar a substituição através da razão entre os ativos, ou seja, o uso relativo dos bens. A elasticidade de substituição Mundlak difere da Morishima por permitir mudança de curva de utilidade. Portanto, permitiria a avaliação dos impactos de alterações nos preços sobre o uso relativo dos ativos financeiros após uma dada mudança de preços.

O trabalho de DAVIS e GAUGER (1996) desempenha papel importante na literatura sobre a substituição entre ativos monetários por confirmarem empiricamente a inadequação da

---

<sup>61</sup> DAVIS e GAUGER (1996) denominam de elasticidade de substituição as elasticidades-preço cruzado das demandas Hicksianas e Marshallianas. Já a elasticidade de substituição Hicks-Allen segue a definição usual.

medida de elasticidade de substituição Allen para a correta avaliação da relação de substituição entre os ativos, ao mesmo tempo em que apontam para a elasticidade de substituição Morishima como apropriada para tal fim, confirmando o argumento defendido por BLACKORBY e RUSSELL (1989), a saber, que a elasticidade de substituição Morishima é a “elasticidade de substituição” como se vê no trecho a seguir:

Blackorby and Russell (1989) showed that MES [Morishima Elasticity of Substitution] is the ‘elasticity of substitution’, if by that term is meant a measure of curvature of the indifference curve.” (GAUGER e SHROETER, 1996, p.204)

DAVIS e GAUGER (1996) calcularam quatro diferentes definições de elasticidade substituição (Allen, Marshall, Morishima e Mundlak) para alguns trabalhos anteriores<sup>62</sup> que, adotando a elasticidade de substituição Allen, haviam apontado baixo grau de substituição e até mesmo complementaridade entre os ativos, resultados inconsistentes com a teoria e a realidade. Há que ressaltar que tais resultados foram refutados ou suavizados quando a definição de elasticidade de substituição Morishima foi empregada. Levando os autores a duas conclusões reproduzidas a seguir:

First, the frequently reported AES [Allen Elasticity of Substitution] is informationally void; the appropriate measure of the typical concept of elasticity of substitution is the MES [Morishima Elasticity of Substitution]. Incorrectly measuring the elasticity of substitution, through the use of AES rather than MES, can lead to invalid inferences on both the asset-substitution and structural-instability issues. If the AES measure is replaced with the MES measure of substitution, findings of complementarity under the AES are reversed or moderated under the MES measure. Second, there are several other measures of substitution. These measures make different assumptions, and there is a priori no reason for these different measures to agree in magnitude or in sign. The relevant issue is to identify the measure that is appropriate for a particular application’s research question. (DAVIS e GAUGER, 1996, p.207)

A extensa discussão do tema elasticidade de substituição, na presente seção, teve como objetivo fundamentar a escolha do tipo de elasticidade a ser utilizado na investigação das relações de substituição entre os ativos monetários Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento. Opta-se pela elasticidade de substituição Morishima. Tal escolha se baseia tanto na exposição anterior como na preponderância desta definição nos trabalhos consultados sobre o tema substituição entre ativos monetários posteriores ao seu aparecimento na literatura em 1989, o que poderia ser interpretado como uma confirmação da adequação da

---

<sup>62</sup> São analisados seis estudos, entre os quais, incluem-se: EWIS e FISHER (1984), GAUGER e SHROETER (1992) e SIMS *et al.* (1987), também consultados no presente trabalho.

elasticidade de substituição Morishima ao estudo desse tema. Argumento este que pode ser fortalecido pela relação dos trabalhos que utilizaram uma ou outra definição de elasticidade. CHETTY (1969), CONTADOR (1974), EWIS e FISHER (1984 e 1985), SIMS *et al.* (1987), GAUGER e SHROETER (1990) e BARNETT *et al.* (1992) adotaram a definição de elasticidade de substituição Allen/Allen-Uzawa. Artigos relativamente mais recentes, por sua vez, optaram pela definição de elasticidade de substituição Morishima. Vide, por exemplo, DAVIS e GAUGER (1996), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2008) e ZAGAGLIA (2009).

A discussão tecida neste capítulo fundamentou as escolhas relativas à abordagem teórica necessárias para a consecução do objetivo do trabalho de avaliar as relações de substituição entre os ativos monetários Cadernetas de Poupança e Fundos de Investimento ao longo dos anos de 2005 a 2012. Por fim, sintetizando as escolhas realizadas, tem-se: abordagem dual, forma funcional *Translog* e elasticidade de substituição Morishima.

No próximo capítulo, será apresentada a metodologia a ser empregada neste trabalho contemplando as escolhas assinaladas no parágrafo anterior.



### CAPÍTULO 3 – O MODELO

A premissa de que a função de utilidade do consumidor representativo maximizador de utilidade é funcionalmente separável em bens monetários permite construir um sistema de demandas envolvendo somente os custos de oportunidade, as quantidades de bens monetários e a renda alocada (o dispêndio) nestes bens. A teoria da dualidade possibilita obter equações do sistema de demanda consistentes com o comportamento maximizador do consumidor diferenciando a função de utilidade indireta (valendo-se da Identidade de Roy); não sendo necessário, portanto, resolver problema mais complexo de maximização com restrições (abordagem primal).

O objetivo primordial deste estudo é avaliar a substituição entre os ativos financeiros **Cadernetas de Poupança** e Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento Renda Fixa – DI, estes denominados a partir de agora simplesmente **Fundos DI**. Ambos os ativos guardam estreita relação com a taxa de juros básica da economia brasileira, a taxa SELIC, uma vez que esta taxa faz parte da fórmula de remuneração do primeiro, além de constituir, indiretamente<sup>63</sup>, o parâmetro que serve de base de avaliação de desempenho (*Benchmark*) para o segundo, posto que sua carteira de ativos deve ser formada predominantemente por ativos indexados à taxa SELIC ou à taxa DI.

A análise das elasticidades de substituição se constitui na abordagem indicada para o estudo da influência do nível da taxa de juros SELIC sobre o grau de substituição entre ativos financeiros. Dado o arcabouço teórico adotado no trabalho, e também considerando a discussão apresentada no capítulo anterior, quando apenas dois ativos são analisados a elasticidade de substituição entre eles é não ambígua, mas necessariamente simétrica e os dois bens serão substitutos<sup>64</sup>. Logo, para melhor estudar as relações entre as Cadernetas de Poupança e os Fundos DI, surgiu a necessidade de incluir um terceiro ativo financeiro na pesquisa.

---

<sup>63</sup> O *benchmark* considerado no mercado é na verdade a taxa média das taxas negociadas pelos bancos entre si em suas negociações diárias no chamado mercado interbancário (taxa de Depósitos Interbancários – DI) que é muito próxima ou igual à taxa média das negociações dos títulos do governo federal determinadas pelo Banco Central do Brasil (a taxa SELIC). De acordo com SECURATO (2005), o mercado teria eleito a Taxa DI como *benchmark* porque é apurada por uma instituição de mercado, a Câmara de Liquidação e Custódia – CETIP.

<sup>64</sup> Neste caso, como visto no Capítulo 2, a elasticidade de substituição parcial de Allen é uma medida adequada do grau de substituição entre os ativos.

Foram selecionados então os chamados Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento de Renda Fixa – RF, denominados a partir de agora **Fundos RF**<sup>65</sup>, por serem os mais próximos aos outros dois ativos em termos de facilidade de acesso, seu *Benchmark* também é a taxa DI e por ser considerado de risco semelhante, ainda que superior, ao risco associado aos Fundos DI. Embora a variável risco não faça parte do escopo deste trabalho<sup>66</sup>, cabe esclarecer que ela é aqui entendida como incerteza quanto à taxa de retorno associada ao ativo financeiro.

No caso das Cadernetas de Poupança, o risco é o menor possível por causa tanto da sua regra fixa de remuneração, como também pelo fato de contar com uma garantia contra possíveis problemas com a instituição depositária, via o chamado Fundo Garantidor de Crédito (FGC). Os Fundos DI, por sua vez, devem necessariamente manter parcela significativa de seus recursos em títulos financeiros com rentabilidade atrelada ao seu *Benchmark* (DI), reduzindo as incertezas quanto à taxa de remuneração esperada. Os riscos relativos à qualidade dos emitentes dos títulos se mantêm além de outros riscos inerentes ao produto financeiro como, por exemplo, a confiabilidade das instituições financeiras responsáveis por ele.

Os Fundos RF diferem dos Fundos DI por não terem obrigatoriedade de manter em suas carteiras parcelas de ativos com rentabilidade determinada pelo *Benchmark* DI e poderem aplicar em quaisquer ativos considerados de renda fixa, incluindo títulos que oferecem taxas de juro prefixadas, conferindo-lhes, além de todos os riscos apontados para os Fundos DI, também maior risco de taxa de juro. Cabe salientar, no entanto, que estes dois ativos apresentam uma forte correlação entre si, o que pode ocasionar problemas de multicolinearidade no modelo, afetando a significância dos parâmetros estimados.

### 3.1 AS EQUAÇÕES DO MODELO

Em consonância com o procedimento dominante na literatura consultada, optou-se pela abordagem dual. A forma funcional eleita para a função indireta de utilidade foi a *Translog*, da qual se obtém três equações de demanda.

---

<sup>65</sup> Os ativos Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento Renda Fixa – RF e Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento Renda Fixa – DI são assim denominados pela ANBIMA, entidade que disponibilizou os dados sobre fundos utilizados na pesquisa.

<sup>66</sup> Consultar DRAKE *et al.* (1999) como exemplo de trabalho que incorpora o risco ao tema da substituição entre ativos monetários.

Como demonstrado anteriormente, a equação geral para a demanda pelo bem  $j$  que minimiza o dispêndio ( $M$ ) expressa como parcela do dispêndio total ( $s_j$ ; onde  $j = 1, 2, \dots, m$ ) correspondente à função indireta de utilidade *Translog* assume a seguinte forma:

$$s_j = \frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln \frac{p_i}{M}}{\alpha_M + \sum \beta_{Mi} \ln \frac{p_i}{M}} \quad (3.1)$$

Por definição, o sistema de equações de demanda como parcelas do dispêndio soma à unidade, o que o torna um sistema singular. Logo, para fins de estimação, uma das equações do sistema deve ser descartada. Seus parâmetros serão obtidos a partir das duas equações estimadas e das restrições impostas a eles pela teoria econômica, mais especificamente a partir das condições de simetria e homogeneidade.

No presente estudo, as equações de demanda das Cadernetas de Poupança e dos Fundos DI serão estimadas diretamente. Sendo os parâmetros relativos ao terceiro ativo, Fundos RF, obtidos a partir de suas definições.

Seguindo CHRISTENSEN *et al.* (1975), para o caso em que três bens são analisados ( $m = 3$ ), um possível par de equações de demanda a serem estimadas diretamente é dado por:

$$s_1 = \frac{p_1 X_1}{M} = \frac{\alpha_1 + \beta_{11} \ln \frac{p_1}{M} + \beta_{12} \ln \frac{p_2}{M} + \beta_{13} \ln \frac{p_3}{M}}{-1 + \beta_{M1} \ln \frac{p_1}{M} + \beta_{M2} \ln \frac{p_2}{M} + \beta_{M3} \ln \frac{p_3}{M}} \quad (3.2)$$

$$s_2 = \frac{p_2 X_2}{M} = \frac{\alpha_2 + \beta_{21} \ln \frac{p_1}{M} + \beta_{22} \ln \frac{p_2}{M} + \beta_{23} \ln \frac{p_3}{M}}{-1 + \beta_{M1} \ln \frac{p_1}{M} + \beta_{M2} \ln \frac{p_2}{M} + \beta_{M3} \ln \frac{p_3}{M}} \quad (3.3)$$

De acordo com EWIS e FISHER (1984), a especificação do modelo via formas funcionais flexíveis são bastante recomendadas para tal fim. Dentre estas, a forma funcional *Translog* merece destaque por sua robustez em estimar elasticidades de substituição. De fato, BINSWANGER (1974) argumenta que os parâmetros estimados da *Translog* têm pouco significado econômico *per se*<sup>67</sup>; a grande vantagem desta forma funcional é que seus parâmetros podem ser relacionados com as elasticidades de substituição, conforme demonstrado por ele para o caso da teoria da produção.

EWIS e FISHER (1984) demonstram no âmbito da teoria do consumidor como obter as fórmulas de elasticidades a partir dos parâmetros estimados via função de demanda *Translog*. Adaptando-se as formulações propostas por estes autores para a notação da equação da *Translog* acima, a elasticidade-renda (dispêndio), dada por  $E_i$ , seria:

$$E_i = 1 + \frac{\left( \frac{-1}{s_i} \beta_{Mi} + \sum_i \beta_{Mi} \right)}{-1 + \sum_i \beta_{Mi} \ln \frac{p_i}{M}} \quad (3.4)$$

<sup>67</sup> LIMA (2000) discorda de BINSWANGER (1974) nesse ponto; não apresenta, entretanto, argumentos que sustentem sua oposição.

Onde  $\beta_{Mi} = \sum_j \beta_{ji}$ .

A elasticidade própria, dada por  $\varepsilon_{ii}$ , seria expressa por:

$$\varepsilon_{ii} = -1 + \frac{\left(\frac{1}{s_i}\beta_{ii} - \beta_{Mi}\right)}{-1 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln \frac{p_j}{M}} \quad (3.5)$$

E, a elasticidade-preço cruzada da demanda, dada por  $\varepsilon_{ij}$ , seria expressa por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\left(\frac{1}{s_i}\beta_{ij} - \beta_{Mj}\right)}{-1 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln \frac{p_j}{M}} \quad (3.6)$$

Onde  $\beta_{Mj} = \sum_i \beta_{ij}$ .

É possível expressar a elasticidade-preço cruzada da demanda,  $\varepsilon_{ij}$ , em termos da equação de Slutsky, tal que,  $\varepsilon_{ij} = s_j(\sigma_{ij}^A - E_i)$ .

Onde  $\sigma_{ij}^A$  é a elasticidade parcial de substituição de Allen.

Lembrando que usualmente a expansão de Taylor é calculada em torno do ponto  $\frac{p_j}{M} = 1$ , ou seja, o ponto em que  $\ln \frac{p_j}{M} = 0$ , EWIS e FISHER (1984) obtêm a seguinte formulação para a elasticidade de substituição parcial de Allen ( $\sigma_{ij}^A = A_{ij}$ ):

$$A_{ij} = \sigma_{ij}^A = \frac{\varepsilon_{ij}}{s_j} + E_i \quad (3.7)$$

$$A_{ij} = \sigma_{ij}^A = -\left[\frac{1}{\alpha_i \alpha_j} \beta_{ij}\right] - \left[\frac{1}{\alpha_j} \beta_{Mj}\right] + [1] - \left[\frac{1}{\alpha_i} \beta_{Mi}\right] - [\sum_i \beta_{Mi}] \quad (3.8)$$

Para o presente estudo, tem-se:  $i, j = 1, 2, 3$ ; referindo-se, respectivamente, a Cadernetas de Poupança, Fundos DI e Fundos RF.

Neste trabalho, as relações de substituição entre os bens monetários será analisada por meio da elasticidade de substituição de Morishima ( $\sigma_{ij}^M = M_{ij}$ ), a qual, como visto no capítulo anterior, pode assim ser expressa em termos de elasticidade de Allen<sup>68</sup>:

$$M_{ij} = \sigma_{ij}^M = s_i(\sigma_{ji}^A - \sigma_{ii}^A) \quad (3.9)$$

Onde,  $M_{ij} = \sigma_{ij}^M$  é elasticidade de substituição de Morishima do bem  $i$  pelo bem  $j$ .

Similarmente,  $M_{ji} = \sigma_{ji}^M$  é elasticidade de substituição de Morishima do bem  $j$  pelo bem  $i$ , dada por:

$$M_{ji} = \sigma_{ji}^M = s_j(\sigma_{ij}^A - \sigma_{jj}^A) \quad (3.10)$$

Como neste trabalho o interesse é investigar diretamente as elasticidades de substituição de Morishima, sem se preocupar em compará-las com as elasticidades de substituição de Allen, trabalhar-se-á com formulação alternativa às equações (3.9) e (3.10).

<sup>68</sup> Ver DAVIS e GAUGER (1996), JONES *et al.* (2008) e ZAGAGLIA (2009).

BLACKORBY e RUSSELL (1989)<sup>69</sup> oferecem a seguinte alternativa para calcular a elasticidade de substituição de Morishima a partir das elasticidades-preço da demanda, a qual será adotada neste estudo:

$$M_{ij} = \sigma_{ij}^M = \varepsilon_{ji} - \varepsilon_{ii} \quad (3.11)$$

$$M_{ji} = \sigma_{ji}^M = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{jj} \quad (3.12)$$

Expressar as elasticidades de substituição de Morishima em termos de elasticidades-preço da demanda, além de facilitar seu cálculo, guarda relação direta com uma das limitações impostas pela teoria econômica. De acordo como SIMS *et al.* (1987), um importante teste para verificar se a especificação do modelo está ou não correta é a análise da restrição teórica de que as elasticidades-preço próprias devem ser não positivas. Este teste representará um critério fundamental para a escolha dos modelos a serem aceitos como válidos para análise no presente trabalho, como será visto no próximo capítulo.

A definição da variável preço no modelo segue BARNETT (1978). Este autor define o preço do bem monetário em termos de custo de oportunidade, dada a relação entre o seu retorno e o retorno oferecido por um certo ativo tomado como *Benchmark*. A variável preço no modelo será dada por:

$$p_i = \left( \frac{R - r_i}{1 + R} \right) \quad (3.13)$$

Onde,

$p_i$  é o custo de oportunidade real do  $i$ -ésimo ativo no período ( $i=1,2,3$ );

$r_i$  é o retorno nominal do  $i$ -ésimo ativo no período ( $i=1,2,3$ );

$R$  é o retorno nominal do ativo *Benchmark* no período, dado pela taxa SELIC.

Na verdade, o ativo *Benchmark* deveria ser a Letra Financeira do Tesouro (LFT), título emitido pelo Tesouro Nacional do Brasil cuja remuneração é definida em 100% da variação da taxa SELIC. Por simplificação, adotou-se como *Benchmark* a própria taxa SELIC.

É preciso lembrar que o ativo escolhido como *Benchmark* deve ser aquele que oferece a maior rentabilidade no período de análise, o que confere a esta variável duas características importantes: (i) diferentes ativos poderão desempenhar o papel de *Benchmark* ao longo do período analisado; e (ii) o custo de oportunidade será sempre positivo, por definição.

Adaptando para o caso específico deste estudo têm-se as três equações abaixo:

$$p_1 = \left( \frac{R - r_1}{1 + R} \right) \quad (3.14)$$

Onde,

---

<sup>69</sup> Ver também DAVIS e GAUGER (1996) e FLEISSIG e SERLETIS (2002).

$p_1$  é o custo de oportunidade real mensal das Cadernetas de Poupança

$r_1$  é o retorno nominal ao mês das Cadernetas de Poupança, dado pela rentabilidade relativa aos depósitos com data de aniversário no primeiro dia do mês<sup>70</sup>;

$R$  é a taxa SELIC nominal ao mês, obtida a partir da acumulação das taxas diárias do referido mês disponibilizadas pelo Banco Central do Brasil (BCB).

$$p_2 = \left( \frac{R - r_2}{1 + R} \right) \quad (3.15)$$

Onde,

$p_2$  é o custo de oportunidade real mensal dos Fundos DI;

$r_2$  é o retorno nominal acumulado no mês dos Fundos DI, calculado como a média ponderada pelo patrimônio líquido no último dia útil de cada mês das rentabilidades acumuladas mensais informadas pela ANBIMA de todos os fundos de investimento em cotas de fundos de investimento classificados pela ANBIMA como Referenciado DI. Descontou-se ainda deste retorno imposto de renda à alíquota de 20%;

$$p_3 = \left( \frac{R - r_3}{1 + R} \right) \quad (3.16)$$

Onde,

$p_3$  é o custo de oportunidade real mensal do terceiro ativo (Fundos RF)

$r_3$  é o retorno nominal acumulado no mês do terceiro ativo. Obtido de modo equivalente ao caso dos Fundos DI, *i.e.*, calculou-se o retorno mensal como a média ponderada pelo patrimônio líquido no último dia útil de cada mês das rentabilidades acumuladas mensais informadas pela ANBIMA de todos os fundos de investimento em cotas de fundos de investimento classificados pela ANBIMA como Fundos RF. Descontou-se imposto de renda à alíquota de 20%;

### 3.2 AS VARIÁVEIS DO MODELO

Nesta seção, são descritas detalhadamente as variáveis analisadas acompanhadas de suas fontes.

Com base no pressuposto teórico colocado por BARNETT *et al.* (1992) de que os recursos alocados entre os três ativos compõem a renda (ou dispêndio) total destinado para maximização da utilidade dos agentes no tocante aos bens monetários, foram coletados dados de volumes (necessários para calcular as demandas como parcelas da renda (ou dispêndio)

---

<sup>70</sup> Seguindo padrão vigente no mercado indicado, por exemplo, em BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL – Boletim Anual 2005, 2013, p.76

total); dados de rentabilidade dos três ativos analisados; e, por fim, dados da taxa SELIC, ativo *Benchmark* neste trabalho.

Todos os dados relativos às Cadernetas de Poupança foram obtidos junto ao Banco Central do Brasil (BCB), disponibilizados através de seu site oficial.

Todos os dados referentes aos fundos de investimento foram retirados do sistema de informações local SI-ANBIMA 4.3, pertencente à Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA), cedido à autora deste trabalho exclusivamente para fins acadêmicos.

Os dados de volumes foram deflacionados pelo Índice de Preços ao Consumidor – Amplo (IPCA), base: dezembro de 2004. Os dados do número-índice IPCA foram coletados junto ao site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), órgão responsável por sua apuração e divulgação.

A taxa SELIC teve como fonte o órgão responsável por sua divulgação, o Banco Central do Brasil (BCB).

São considerados dados relativos a volumes: o total dos saldos em Cadernetas de Poupança, o somatório do patrimônio líquido dos fundos DI e o somatório do patrimônio líquido dos Fundos RF. Todos os volumes estão avaliados no último dia útil do mês.

O dado de rentabilidade dos ativos, utilizado como base para apuração da variável preço nos modelos, pode ser assim definido: a rentabilidade do ativo monetário Caderneta de Poupança é a rentabilidade das aplicações com data de aniversário no primeiro dia do mês; a rentabilidade dos ativos fundos de investimento (Fundos DI e Fundos RF) foi calculada neste trabalho como a média ponderada das rentabilidades mensais de cada um dos fundos de investimento em cotas de fundos de investimento financeiro classificados pela ANBIMA como Referenciado DI (aqui denominados Fundos DI) e Fundos RF. O fator de ponderação considerado foi o patrimônio líquido de cada fundo no último dia útil do mês. As rentabilidades e os valores de patrimônio líquido dos fundos de investimento foram extraídos do sistema SI-ANBIMA 4.3.

As variáveis preço foram obtidas inicialmente para períodos mensais e construídas, como descrito anteriormente, a partir das rentabilidades mensais dos três ativos e do retorno mensal do ativo *Benchmark*, a taxa SELIC. Complementarmente, sob a hipótese de que o agente pode levar em conta o desempenho acumulado do ativo monetário em mais de um

período<sup>71</sup>, foram calculadas taxas de retorno acumuladas a partir das taxas mensais para diferentes prazos: três meses, seis meses e doze meses. E, a partir destas, obtiveram-se as variáveis preço correspondentes à nova especificação de prazo. Logo, o modelo contabiliza quatro especificações para a variável preço de acordo com o prazo para o qual se considerou o retorno acumulado dos ativos, a saber: um mês, três meses, seis meses e doze meses. Cabe lembrar que foi descontado dos retornos dos fundos de investimento o imposto de renda à alíquota de 20%.

JORGENSON e LAU (1979) salientam que sua metodologia para testar o comportamento do consumidor, via forma funcional *Translog*, pode ser aplicado diretamente aos dados provenientes tanto de consumidores individualmente ou famílias, como também a funções de demanda relativas a dados agregados dos consumidores desde que expressas em termos de preços e total do dispêndio (ou renda) *per capita*.

It [a metodologia para testar o comportamento do consumidor] can also be used to test the applicability of the theory of individual consumer behavior to the analysis of aggregate consumer demand functions in per capita form. We can test whether the system of per capita consumer demands, considered as functions of prices and per capita total expenditure, is itself integrable.” (JORGENSON e LAU, 1979, p. 118)

Sendo assim, os dados relativos à renda (dispêndio), expressos como o volume total de recursos alocados nos três ativos deflacionados pelo IPCA, foram calculados em termos *per capita*. Para tanto, considerou-se o total da população com mais de 20 anos, dado obtido junto ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)<sup>72</sup>, sob a hipótese de que tais pessoas estariam aptas a participarem do mercado de poupança privada. Cabe informar que os trabalhos consultados não revelaram o critério de contagem de pessoas para obter dados *per capita*.

Ainda em relação à variável que relaciona preço e dispêndio (renda)  $\left(\frac{p_i}{M}\right)$  da *Translog* indireta, CHRISTENSEN e MANSER (1977) orientam que para fins de estimação os dados devem ser escalonados de tal sorte que se obtenha  $\frac{p_i}{M} = 1$ , no ponto médio da amostra. Os autores reconhecem que os parâmetros estimados não são invariantes a este reescalonamento.

---

<sup>71</sup> A Caderneta de Poupança representa um caso especial em que a taxa de retorno para o período de um mês é especialmente volátil, comparativamente aos outros dois ativos, porque sua regra de remuneração é baseada em datas de aniversário, não considerando, porém, como data válida para aniversário o dia 31. A rentabilidade do mês de fevereiro também está sujeita a distorções. Esta característica acarreta maior variabilidade em seus retornos mensais.

<sup>72</sup> No site do IBGE, a tabela 1209 disponibiliza informações de população por grupos de idade para os anos de 2000 e 2010. A partir da taxa de crescimento populacional neste período, foram estimados os dados de população para o período analisado neste trabalho.

Argumentam, por outro lado, que permanecem invariantes as elasticidades-preço, renda e de substituição de Allen, bem como os testes estatísticos.

Cabe ressaltar que as equações de demanda advindas da função de utilidade *Translog* são não lineares nos parâmetros; exigindo a adoção de especificação do modelo não linear de equações aparentemente não relacionadas ou, da sigla em inglês, *INSUR – Iterative Non-Linear Seemingly Unrelated Regressions*<sup>73</sup>. Tal procedimento é indicado também pela presença de restrições entre as equações citadas acima. Os autores que respaldam essa escolha são: EWIS e FISHER (1984), EWIS e FISHER (1985), SIMS *et al.* (1987), GAUGER e SCRHOETER (1990), BARNETT *et al.* (1992), DAVIS e GAUGER (1996), DRAKE *et al.* (1999), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2002), ZAGAGLIA (2009).<sup>74</sup>

### 3.3 O MODELO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES APARENTEMENTE NÃO RELACIONADAS

Modelos estatísticos não lineares foram discutidos em diversos artigos por A.R. Gallant, entre outros, a partir de meados dos anos 1970, e apresentados de modo mais sistemático por este autor em seu livro *Nonlinear statistical models*, publicado em 1987, o qual servirá de guia para a apresentação do *INSUR* no presente trabalho<sup>75</sup>.

Considere uma situação tal em que o efeito da variável independente  $x_t$  sobre a variável dependente  $y_t$  seja representado pela função-resposta expressa por  $y_t = (x_t, \theta^0)$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ , onde  $\theta^0$  representa o verdadeiro, porém desconhecido, conjunto de  $p$  parâmetros.

Em forma vetorial, uma função-resposta linear nos parâmetros pode ser escrita como:

$$f(x, \theta) = x' \theta = \sum_{i=1}^p x_i \theta_i \quad (3.17)$$

Onde,  $x$  e  $\theta$  são vetores coluna;  $x'$  é um vetor linha.

Transformando o modelo acima e adaptando-o para fins de estimação, GALLANT (1987) define como modelo de regressão linear simples aquele que pode ser expresso como:

$$\varphi_0(y_t) = \sum_{i=1}^p \varphi_i(x_t) \theta_i + e_t \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (3.18)$$

Assume-se que os erros  $e_t$  são independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância igual a  $\sigma^2$ .

Similarmente, um modelo de regressão não linear simples é dado por:

<sup>73</sup> Também referido como *ITSUR – Iterative Nonlinear Seemingly Unrelated Regressions*.

<sup>74</sup> O importante trabalho de CONTADOR (1974) apresentado no início desta seção optara pelo modelo ARIMA.

<sup>75</sup> Em especial, os capítulos um, cinco e seis de GALLANT (1987).

$$\varphi_0(y_t) = f(x_t, \theta) + e_t \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (3.19)$$

Ou, simplesmente:

$$y_t = f(x_t, \theta) + e_t \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (3.20)$$

Para  $M$  variáveis dependentes o modelo de regressão não linear múltipla pode ser escrito como:

$$y_{\alpha t} = f_{\alpha}(x_t, \theta_{\alpha}) + e_{\alpha t} \quad t = 1, 2, \dots, n \quad \alpha = 1, 2, \dots, m \quad (3.21)$$

Resultando na estimação de  $m$  equações não lineares que podem estar relacionadas de dois modos: i) a variável dependente  $y_{\alpha t}$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, m$ ) representa realizações de  $m$  variáveis dependentes diferentes num mesmo instante do tempo ( $t$ ), levando a uma possível correlação contemporânea, tal que:

$$\mathcal{C}(e_{\alpha t}, e_{\beta s}) = \begin{cases} \sigma_{\alpha\beta} & t = s \\ 0 & t \neq s \end{cases} \quad (3.22)$$

Onde  $\mathcal{C}$  é a matriz de variância e covariância entre os erros ( $\Sigma = \mathcal{C}(e_{\alpha t}, e_{\beta s})$ ).

Ou ainda, ii) as  $m$  equações estimadas compartilham o mesmo conjunto de parâmetros  $\theta$ , ou parte deles. Ambos os modos de relacionamento entre as equações justificam a estimação conjunta das equações.

Voltando-se para o objeto de pesquisa do presente estudo, a saber, obter as elasticidades de substituição entre ativos monetários a partir da estimação de suas demandas as quais, pressupõe-se, tenham sido geradas por funções de utilidade translogarítmicas, a função-resposta a ser estimada será do tipo:

$$y_{\alpha t} = f_{\alpha}(x_t, \theta_{\alpha}) + e_{\alpha t} \quad (3.23)$$

Onde,  $t = 1, 2, \dots, n$  ( $n = 97$ )  $\alpha = 1, 2, 3$  ( $m = 3$ )

Considerando as características e objetivos particulares deste estudo, serão estimadas as equações de demanda diretamente para o ativo Cadernetas de Poupança ( $\alpha = 1$ ) e para o ativo Fundos DI ( $\alpha = 2$ ). Sendo eliminada do modelo, portanto, a equação relativa ao terceiro ativo: Fundos RF ( $\alpha = 3$ ).

Expressando o modelo deste estudo em forma vetorial através da notação de GALLANT (1987), teria-se a seguinte descrição de variáveis:

$$y_1 = s_1 = \frac{\text{Recursos alocados em Cadernetas de Poupança}}{\text{Total de recursos alocados nos três ativos (dispêndio ou Renda (M))}}$$

$$y_2 = s_2 = \frac{\text{Recursos alocados em Fundos DI}}{\text{Total de recursos alocados nos três ativos (dispêndio ou Renda (M))}}$$

$$x_1 = \ln(\text{retorno da Caderneta de Poupança}/\text{dispêndio})$$

$$x_2 = \ln(\text{retorno dos Fundos DI}/\text{dispêndio})$$

$x_3 = \ln(\text{retorno dos Fundos RF/dispêndio})$

Em notação matricial, tem-se:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$y_t = \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} \quad x_t = \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \end{pmatrix} \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Assim, os dados podem ser representados por um modelo do tipo

$$y_{at} = f_{\alpha}(x_t, \theta_{\alpha}) + e_{at} \quad (3.24)$$

cujas especificação é dada pela forma funcional *Translog*, por suposição.

Em notação matricial, as duas equações a serem estimadas diretamente apresentam a seguinte forma geral:

$$y_{at} = f_{\alpha}(x_t, \theta_{\alpha}) + e_{at} = \begin{cases} y_{1t} = f_1(x_t, \theta_1) + e_{1t} \\ y_{2t} = f_2(x_t, \theta_2) + e_{2t} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$y_{1t} = \frac{a_1 + x_t' b_{(1)}}{a_3 + x_t' b_{(3)}} + e_{1t} \quad (3.26)$$

$$y_{2t} = \frac{a_2 + x_t' b_{(2)}}{a_3 + x_t' b_{(3)}} + e_{2t} \quad (3.27)$$

Onde

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b'_{(1)} \\ b'_{(2)} \\ b'_{(3)} \end{pmatrix}$$

E  $b'_{(i)}$  se refere à  $i$ -ésima linha da matriz  $B$ , *i.e.*:  $b'_{(i)} = (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3})$ ;  $i = 1, 2, 3$ .

Os vetores de parâmetros a serem estimados seriam:

$$\theta'_1 = (a_1, b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{31}, b_{32}, b_{33})$$

$$\theta'_2 = (a_2, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{31}, b_{32}, b_{33})$$

Assume-se que os erros dados por  $e_t = \begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix}$  sejam independentes e identicamente distribuídos, possuindo média zero e matriz de variância e covariância  $\Sigma$ .

A teoria do consumidor impõe duas restrições ao modelo que podem ser formuladas como hipóteses a serem mantidas quando da estimação. São elas:

H<sub>1</sub>:  $a_3$  e  $b_{(3)}$  são os mesmos em ambas as equações do modelo, como sugere a notação acima. Esta restrição tem por função garantir que a soma das parcelas será igual à unidade<sup>76</sup>;

H<sub>2</sub>:  $B$  é uma matriz simétrica (Teorema de Young).

Uma terceira hipótese não configura uma exigência da teoria do consumidor, mas sua validade é bastante conveniente para a especificação do modelo, pois estabelece a condição de homogeneidade das funções de demanda:

$$H_3: \sum_{i=1}^3 a_i = -1 \quad \text{e} \quad \sum_{j=1}^3 b_{ij} = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Portanto, considerando-se essas três hipóteses, o vetor de parâmetros a serem estimados diretamente é dado por

$$\theta'_\alpha = (a_1, b_{11}, b_{12}, b_{13}, a_2, b_{22}, b_{23}, b_{33}) \quad \alpha = 1, 2.$$

Os demais parâmetros são obtidos a partir de suas definições, geradas a partir das três hipóteses formuladas acima.

A estimação conjunta dos parâmetros das equações via a versão do SUR para modelos não-lineares se apresenta bastante adequada por também permitir incorporar a solução para outra característica comum aos modelos que tratam de ativos monetários, a saber: a correlação serial ou autocorrelação. EWIS e FISHER (1984), EWIS e FISHER (1985), SIMS *et al.* (1987), GAUGER e SCRHOETER (1990), DRAKE *et al.* (1999), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2002) e ZAGAGLIA (2009)<sup>77</sup> assumiram que o termo de erro de cada uma das equações seguia um processo autorregressivo de primeira ordem, compactamente expresso por AR(1). De modo que a matriz de variância e covariância entre os erros considerando a autocorrelação e a correlação contemporânea é expressa por  $\Sigma = \mathcal{C}(e_{\alpha t}, e_{\beta s})$ , onde

$$\mathcal{C}(e_{\alpha t}, e_{\beta s}) = \sigma_{\alpha t \beta s}$$

Procedimento análogo será empregado neste trabalho, assumindo-se que no modelo dado por

$$y_{\alpha t} = f_{\alpha}(x_t, \theta_{\alpha}) + e_{\alpha t} \tag{3.28}$$

o termo do erro ( $e_{\alpha t}$ ) pode ser assim escrito:

$$e_{\alpha t} = \rho e_{\alpha t-1} + u_{\alpha t} \tag{3.29}$$

<sup>76</sup> É importante salientar que GALLANT (1987) traduz em termos de hipóteses a serem testadas, as restrições referidas por CHRISTENSEN *et al.* (1975) discutidas no capítulo anterior. Vale dizer que oferece a formulação para a verificação empírica dos argumentos teóricos propostos por estes três autores relativos à forma funcional *Translog*.

<sup>77</sup> DAVIS e GAUGER (1996) assumiram que os termos de erro seguiam um processo autorregressivo de segunda ordem, AR(2). BARNETT *et al.* (1992) não trataram a autocorrelação em seu modelo; embora admitam que ela possa existir.

Onde,  $\alpha = 1,2$  e  $t = 2,3, \dots T$ .

O parâmetro  $\rho$  é desconhecido e representa o coeficiente de correlação serial do termo do erro das equações de demanda. Por restrição do modelo, esses coeficientes devem ser iguais para cada uma das equações de demanda.<sup>78</sup> EWIS e FISHER (1985) observam que esta restrição adicional deve ser adotada para evitar que as estimações ou testes de hipóteses sejam sensíveis à equação eliminada do sistema; problema associado à singularidade do sistema. Conseqüentemente, as elasticidades de substituição, principal objetivo quando da estimação das demandas monetárias, também serão invariantes à equação omitida do sistema (FLEISSIG e SERLETIS (2002)).

Os termos  $u_{\alpha t}$  são considerados não autocorrelacionados, têm média zero e variância constante.

DRAKE *et al.* (1999) argumentam que a correlação serial dos resíduos – autocorrelação – é um problema comum na estimação de um sistema estático de equações de demanda devido, possivelmente, à má especificação dinâmica. Considerando-se a improbabilidade de que os agentes consigam ajustar completamente dentro de um período a alocação entre os ativos que compõem seu portfólio (ou sua carteira de ativos), os autores argumentam que a correção via processo autorregressivo de primeira ordem – AR(1) – constituiria uma aproximação parcial adequada dos ajustes nos portfólio dos agentes.<sup>79</sup>

Ainda tratando do termo estocástico, GAUGER e SCHROETER (1990) relatam que a singularidade do sistema de equações de demanda expressas como parcelas do dispêndio total, juntamente com as condições de simetria e homogeneidade implicam que  $\sum_{i=1}^n e_{it} = 0$ , para todo período de tempo  $t$  ( $n = 1,2,3$ , para o presente estudo).<sup>80</sup>

BINSWANGER (1974) esclarece que a exigência colocada pela singularidade do sistema em estimar  $n - 1$  equações torna seus erros não independentes, dado que as mesmas variáveis que poderiam afetar as parcelas (além dos preços, já considerados) foram excluídas do modelo (correlação contemporânea). Ademais, a necessidade de impor a restrição de simetria entre as equações de demanda, dada por  $b_{ij} = b_{ji}$ , torna a estimação por mínimos quadrados ordinários não mais eficiente. Recomenda, então, o autor que a estimação seja feita

---

<sup>78</sup> W.H. Greene argumenta que a imposição de que o coeficiente de correlação seja o mesmo para todas as equações, embora ainda seja uma restrição, é uma restrição menos severa do que a homocedasticia. (Ver GREENE, 1997, p.664)

<sup>79</sup> FLEISSIG e SERLETIS (2002) acrescentam que a autocorrelação encontrada nos modelos de demanda por bens monetários poderia ser causada ainda por restrições institucionais que impedissem os agentes de promoverem os ajustes em seu portfólio dentro de um período. Seria uma espécie de rigidez institucional.

<sup>80</sup> Ver GAUGER e SCHROETER, 1990, p.252. Problema já citado acima por BINSWANGER (1974).

por meio de sistemas de equações de demanda aparentemente não relacionadas através de mínimos quadrados generalizados.

Entretanto, de acordo com GREENE (1997) e JUDGE *et al.* (1988), o método de mínimos quadrados generalizados não é adequado para esse caso porque a solução do sistema de equações dada pela técnica do *SUR* não é invariante à equação eliminada. Orientam estes autores que, para garantir que a solução do sistema independa de quais equações são estimadas diretamente, deve-se adotar o método da máxima verossimilhança.

Assim sendo, as equações de demanda  $y_1 = s_1$  e  $y_2 = s_2$ , serão estimadas por máxima verossimilhança, como indicado também por GALLANT (1987)<sup>81</sup>. Procedimento seguido por SIMS *et al.* (1987), DAVIS e GAUGER (1996), DRAKE *et al.* (1999) e ZAGAGLIA (2009).<sup>82</sup> Cabe a ressalva de que a escolha deste método se baseia na pressuposição de distribuição normal.

### 3.4 PONTOS DE CÁLCULO DAS ELASTICIDADES DE SUBSTITUIÇÃO

Lembrando que se postula neste trabalho que as relações de substituição entre os ativos Cadernetas de Poupança e os Fundos DI tenha se alterado ao longo de período recente, impulsionada pela alteração no patamar da taxa básica de juros brasileira (a taxa SELIC), as elasticidades de substituição foram calculadas em sete diferentes pontos de análise (pontos de aproximação da função *Translog*).

Esses sete pontos de análise foram obtidos como pontos médios de onze diferentes períodos de tempo. Sabendo-se que há quatro especificações da variável preço, construídas de acordo com o período do retorno acumulado (um mês, três meses, seis meses e doze meses), tem-se como resultado a estimação 44 sistemas de equações de demanda.

Como mencionado anteriormente, a forma funcional *Translog* tem validade local, sendo, portanto, crucial a escolha do ponto de aproximação (ponto de normalização) da função para a análise dos resultados dela obtidos, pois, como já discutido, a validade de seus parâmetros é restrita a uma área próxima a esse ponto. Logo, recomenda-se que o ponto de análise (ponto de observação) não divirja significativamente do ponto de aproximação da função, dado pelo ponto médio da amostra. (FIRMINO, 1982)

<sup>81</sup> Ver GALLANT, 1987, p.405. Este autor sugere ainda que uma outra alternativa para tratar modelos dinâmicos, em que a variável dependente defasada aparece no conjunto de variáveis predeterminadas, seria o método dos momentos com variáveis instrumentais.

<sup>82</sup>GAUGER e SCRHOETER (1990) adotaram o método de mínimos quadrados. Não reportaram explicitamente o método de estimação adotado os seguintes artigos consultados: EWIS e FISHER (1984), EWIS e FISHER (1985), BARNETT *et al.* (1992), FLEISSIG e SERLETIS (2002), JONES *et al.* (2008).

Dada essa limitação da forma funcional *Translog*, e considerando-se o objetivo do trabalho de avaliar as relações de substituição entre os ativos Cadernetas de Poupança e Fundos DI em diferentes momentos, a partir do ponto médio de toda a amostra (dezembro de 2004 a dezembro de 2012), situado em **novembro de 2008**, foram selecionados outros seis pontos de análise representados pelos meses de novembro dos três anos anteriores e dos três anos posteriores a 2008, para os quais foram estabelecidas possíveis subamostras, cujos pontos médios se localizassem nos meses escolhidos como objeto de análise. Como um mesmo ponto médio pode ser obtido considerando-se um diferente conjunto de dados (subamostra), tem-se onze subamostras (○) para sete pontos (●) de análise das elasticidades.

A seguir, são descritos os sete pontos médios de análise e os respectivos períodos de tempo a que pertencem:



- O ponto médio em novembro de 2008 (**nov/08**) foi obtido para três possíveis subamostras:
  - Dezembro de 2004 a dezembro de 2012, totalizando 97 observações e abrangendo todo o período para o qual foram coletados os dados;
  - Novembro de 2005 a dezembro de 2011, totalizando 74 observações;
  - Novembro de 2006 a dezembro de 2010, totalizando 50 observações.

Para os pontos de análise imediatamente anterior e posterior ao ponto médio novembro de 2008, avaliou-se duas possibilidades para os seus conjuntos de dados geradores:

- O ponto médio em novembro de 2007 (**nov/07**) foi obtido para duas possíveis subamostras:
  - Dezembro de 2004 a novembro de 2010, totalizando 72 observações;
  - Novembro de 2005 a dezembro de 2009, totalizando 50 observações.
- O ponto médio em novembro de 2009 (**nov/09**) também foi analisado a partir de duas possíveis subamostras:
  - Novembro de 2006 a dezembro de 2012, totalizando 74 observações;
  - Novembro de 2007 a dezembro de 2011, totalizando 50 observações.

Para os quatro pontos de avaliação restantes, trabalhou-se somente com uma possibilidade de amostra geradora para cada ponto médio:

- O ponto médio em novembro 2006 (**nov/06**): ponto médio do período:
  - Dezembro de 2004 a novembro de 2008, totalizando 48 observações;
- O ponto médio em novembro de 2010 (**nov/10**) resultou do período:
  - Novembro de 2008 a dezembro de 2012, totalizando 50 observações.
- O ponto médio em novembro de 2005 (**nov/05**) resultou do período:
  - Dezembro de 2004 a novembro de 2006, totalizando 25 observações;
- O ponto médio em novembro de 2011 (**nov/11**) resultou do período:
  - Outubro de 2010 a dezembro de 2012, totalizando 27 observações.

Em cada um dos onze conjuntos de dados (subamostras) descritos acima, as variáveis  $\frac{p_i}{M}$  foram escalonadas de modo a serem iguais à unidade (ponto de aproximação da *Translog*) no ponto médio.

Para cada um dos onze conjuntos de dados, estimou-se o modelo de sistema equações de demanda para as quatro especificações da variável preço de acordo com os quatro prazos dos retornos acumulados (um mês, três meses, seis meses e doze meses).

As elasticidades foram calculadas nos sete pontos médios dos 44 modelos estimados: meses novembro dos anos de 2005 a 2011. Deste modo, pretendeu-se alcançar o objetivo de verificar se as relações de substituição entre os ativos Cadernetas de Poupança, Fundos DI e Fundos RF apresentaram alteração relevante no período que se estende de dezembro de 2004 a dezembro de 2012.

A estimação do modelo de equações não lineares aparentemente não relacionadas pelo método de máxima verossimilhança e considerando tanto a correlação contemporânea, inerente ao modelo, como a correlação serial dos resíduos foi realizada através das rotinas disponibilizadas pelo software STATA11.

## CAPÍTULO 4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados e discutidos os resultados obtidos para as relações de substituição entre os três ativos tratados. Precedendo aos resultados propriamente ditos, cabe colocar os critérios ou considerações que nortearão a escolha dos modelos a serem analisados:

- (I) As elasticidades-preço da demanda próprias devem ser não positivas;
- (II) Os parâmetros estimados serão avaliados por sua capacidade de ajustamento aos dados, *i.e.*, pela precisão da estimativa da parcela de demanda no ponto de aproximação (pontos médios), calculada como a parcela de demanda estimada no modelo dividida pela parcela de demanda real no ponto médio;
- (III) A rejeição de um dado modelo, acredita-se, implica na rejeição da forma funcional eleita ou dos procedimentos adotados para tratamento dos dados, mantendo-se a validade dos pressupostos teóricos do consumidor representativo maximizador da utilidade para estudo da demanda por bens monetários.

Seguem as fontes que inspiraram a adoção desses três critérios:

One important test whether or not our model specification is correct is that the theoretical contention that own price elasticities  $\eta_{ii} < 0$  for all  $i$  can indeed be vindicated by statistical tests. (SIMS *et al.*, 1987, p.126)

As is true with vector autoregressions and other time series models, there are many parameters to be estimated and it does not matter if all the parameters are statistically significant or not; what is important is for the model to fit the data well. (FLEISSIG e SERLETIS, 2002, p.83)

(...) failure of specific functional forms in the literature implies either a rejection of the particular specification or of a particular grouping and not a rejection of utility-based money demand analysis. (SWOFFORD e WHITNEY, 1986, p.388)

As tabelas 1 e 2, a seguir, sintetizam como se comportaram os modelos em relação aos critérios I e II. Cumpre esclarecer que o critério I (elasticidade própria negativa ou nula) é decisivo, determinando a exclusão do modelo que não o atenda, uma vez que tal situação implica a não validade da teoria econômica no ponto de avaliação.

O critério II (precisão da estimativa) foi calculado dividindo-se a demanda estimada no modelo pela demanda efetivamente verificada (demanda real). Portanto, quanto mais próximo de 100% for o resultado desta divisão, maior será a precisão do modelo no ponto avaliado. Ele foi utilizado, primordialmente, nos casos em que se dispunha de dois ou mais

conjuntos de dados geradores do ponto médio para eleger a subamostra que produziu a estimativa mais próxima do verdadeiro valor da parcela de demanda naquele ponto médio.

Quanto ao desempenho estatístico dos modelos analisados, houve casos em que modelos com ótimo desempenho estatístico (nenhuma rejeição de parâmetros ao nível de 1% de significância) não atenderam ao critério I descrito acima; casos em que modelos com 80% dos parâmetros rejeitados (ao nível de significância de 10%) atendiam ao critério I, além de oferecerem estimativas com precisão igual ou próxima a 100% (critério II); houve ainda casos em que o desempenho em termos de parâmetros rejeitados era o melhor possível (nenhuma rejeição de parâmetros), o critério de elasticidade própria negativa (critério I) era atendido e estimativas precisas das demandas como parcelas da renda total (critério II) foram obtidas.<sup>83</sup>

Dada a variedade de resultados obtidos quanto ao desempenho estatístico dos modelos e a falta de coerência destes resultados com o desempenho em relação aos critérios I e II, discutidos anteriormente, optou-se neste trabalho por nortear as escolhas fundamentalmente por estes dois critérios, entendidos aqui como critérios econômicos. No sentido de permitirem avaliar a validade dos pressupostos da teoria econômica (critério I), ao mesmo tempo em que tornam possível verificar a eficácia do modelo em produzir resultado próximo ao efetivamente ocorrido (critério II), ampliando, assim, a compreensão sobre um dado fenômeno econômico.

Ponto importante em relação aos parâmetros estimados é o de que, em todos os modelos considerados, os parâmetros que representam as demandas como parcelas da renda total alocada em ativos financeiros foram significativos a qualquer nível de significância. (Vide parâmetros  $a1$  e  $a2$  nas tabelas B.1 a B.11). Esta capacidade do modelo econométrico de gerar estimativas muito próximas do verdadeiro valor da função no ponto de avaliação, dado pelo ponto médio do período analisado, associado à característica da forma funcional *Translog* empregada de fornecer os parâmetros associados ao seu ponto de avaliação (validade local da função *Translog*) foram interpretados como fatores que corroboram a adequação do modelo econométrico adotado para a investigação das relações de substituição entre os ativos financeiros estudados. Fornecendo, assim, a base para a adoção do critério II apresentado anteriormente.

A seguir, as tabelas 1 e 2 apresentam os resultados obtidos para os critérios I e II. O quadro I apresenta os modelos selecionados de acordo com estes dois critérios; onde se vê que, dos 44 modelos estimados, 25 foram selecionados para análise.

---

<sup>83</sup> No anexo B, são encontradas as tabelas com o desempenho estatístico de cada um dos 44 modelos avaliados (Tabelas B.1 a B.11), bem como um quadro-resumo destas informações (Quadro B.I).

Tabela 1 - Critério I: Elasticidade própria calculada nos pontos médios analisados para as quatro especificações da variável preço considerando diferentes retornos acumulados (1 mês, 3 meses, 6 meses e 12 meses)

Retorno Acumulado por	Ativo	nov/05	nov/06	nov/07		nov/08			nov/09		nov/10	nov/11
		dez/04 a nov/06	dez/04 a nov/08	dez/04 a nov/10	nov/05 a dez/09	dez/04 a dez/12	nov/05 a dez/11	nov/06 a dez/10	nov/06 a dez/12	nov/07 a dez/11	nov/08 a dez/12	out/10 a dez/12
		25 observações	48 observações	72 observações	50 observações	97 observações	74 observações	50 observações	74 observações	50 observações	50 observações	27 observações
1 mês	1. Cadernetas de Poupança	-1,03	-1,13	-1,30	-0,98	-0,98	-1,04	-0,99	-0,92	-0,89	-0,97	-0,98
	2. Fundos DI	-0,82	-0,95	-0,83	-0,92	-0,80	-0,83	-0,92	-0,68	-0,88	-0,80	-0,76
	3. Fundos RF	-3,91	-1,00	-1,03	-3,15	-1,45	-3,44	-4,71	-1,44	-6,80	-1,01	-0,08
3 meses	1. Cadernetas de Poupança	-0,99	-1,34	-1,13	-1,28	-1,08	-1,13	-0,95	-0,84	-0,81	-0,92	-1,06
	2. Fundos DI	-1,13	-1,14	-1,07	-1,11	-0,91	-0,89	-0,92	-0,70	-0,79	-1,00	-1,02
	3. Fundos RF	-5,43	<b>2,64</b>	-1,06	<b>1,50</b>	-3,27	-3,29	-3,99	-3,03	-10,34	<b>0,74</b>	-2,13
6 meses	1. Cadernetas de Poupança	-1,04	-1,55	-1,32	-1,58	-1,18	-1,31	-1,00	-0,91	-0,83	-0,90	-1,05
	2. Fundos DI	-1,55	-1,42	-1,20	-1,37	-0,93	-0,87	-0,62	-0,71	-0,66	-0,98	-0,58
	3. Fundos RF	-17,95	<b>2,75</b>	-0,42	<b>0,73</b>	-5,95	-3,76	-12,16	-9,45	-12,50	-0,26	-1,06
12 meses	1. Cadernetas de Poupança	-1,30	-1,99	<b>0,47</b>	-1,96	-1,31	-1,53	-1,71	-0,97	-1,02	-0,88	-1,00
	2. Fundos DI	-1,15	-1,43	-1,00	-1,54	-0,95	-1,00	-1,20	-0,95	-0,60	-1,11	-0,69
	3. Fundos RF	-6,61	-2,41	-12,71	-1,12	-10,09	-13,17	-1,78	-9,72	-7,16	-1,68	<b>10,37</b>

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Preenchimento em cinza indica que o modelo não atende ao critério I de elasticidade própria não positiva no ponto médio analisado, levando à desconsideração de seus resultados para fins de análise neste trabalho.

Tabela 2 - Critério II: Precisão da estimativa nos pontos médios analisados para diferentes retornos acumulados calculada como a parcela de demanda estimada dividida pela parcela de demanda real no ponto médio (em %)

Retorno Acumulado por	Ativo	nov/05	nov/06	nov/07		nov/08			nov/09		nov/10	nov/11
		dez/04 a nov/06	dez/04 a nov/08	dez/04 a nov/10	nov/05 a dez/09	dez/04 a dez/12	nov/05 a dez/11	nov/06 a dez/10	nov/06 a dez/12	nov/07 a dez/11	nov/08 a dez/12	out/10 a dez/12
		25 observações	48 observações	72 observações	50 observações	97 observações	74 observações	50 observações	74 observações	50 observações	50 observações	27 observações
1 mês	1. Cadernetas de Poupança	99,0	113,3	96,1	104,7	83,9	82,3	86,0	102,5	101,3	98,5	101,7
	2. Fundos DI	97,0	94,0	108,2	103,1	106,3	104,9	101,6	96,0	99,5	97,9	97,8
	3. Fundos RF	103,5	92,7	98,6	92,5	119,0	122,6	119,9	99,2	98,2	105,0	98,9
3 meses	1. Cadernetas de Poupança	100,5	115,2	107,7	107,0	82,9	81,0	88,2	107,2	104,2	98,3	100,0
	2. Fundos DI	98,4	93,3	101,4	100,6	106,6	106,1	100,7	97,1	99,0	99,2	100,2
	3. Fundos RF	100,8	91,6	90,3	91,6	120,2	123,5	117,3	90,0	93,5	104,1	99,9
6 meses	1. Cadernetas de Poupança	101,4	111,6	117,4	115,8	87,3	87,0	92,3	102,3	101,1	98,3	100,1
	2. Fundos DI	100,0	95,9	99,9	98,9	104,4	103,4	100,0	96,6	100,4	98,7	101,1
	3. Fundos RF	98,6	92,8	80,5	82,9	115,5	116,8	111,8	99,0	97,7	104,7	98,8
12 meses	1. Cadernetas de Poupança	99,1	100,3	104,8	108,7	92,4	91,7	91,7	99,3	99,0	98,8	100,1
	2. Fundos DI	100,1	100,0	103,4	100,5	101,0	100,1	98,5	99,5	100,1	99,3	99,9
	3. Fundos RF	100,9	99,8	92,2	89,8	110,7	112,4	113,9	101,7	101,6	103,1	99,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Preenchimento em cinza indica que o modelo foi preterido por apresentar precisão relativamente inferior ao modelo alternativo disponível para o mesmo ponto médio.

Quadro I - Modelos selecionados de acordo com os critérios: (I) elasticidade própria negativa e (II) precisão das estimativas para análise da elasticidade de substituição calculada nos pontos médios considerando quatro diferentes períodos de retornos acumulados

Retorno acumulado por	Pontos médios utilizados como pontos de avaliação das elasticidades							Modelos analisados
	nov/05	nov/06	nov/07	nov/08	nov/09	nov/10	nov/11	
<b>1 mês</b>	dez/04 a nov/06 25 observações	dez/04 a nov/08 48 observações	nov/05 a dez/09 50 observações	nov/06 a dez/10 50 observações	nov/07 a dez/11 50 observações	nov/08 a dez/12 50 observações	out/10 a dez/12 27 observações	<b>7</b>
<b>3 meses</b>	dez/04 a nov/06 25 observações	*	** dez/04 a nov/10 72 observações	nov/06 a dez/10 50 observações	nov/07 a dez/11 50 observações	*	out/10 a dez/12 27 observações	<b>5</b>
<b>6 meses</b>	dez/04 a nov/06 25 observações	*	** dez/04 a nov/10 72 observações	nov/06 a dez/10 50 observações	nov/07 a dez/11 50 observações	nov/08 a dez/12 50 observações	out/10 a dez/12 27 observações	<b>6</b>
<b>12 meses</b>	dez/04 a nov/06 25 observações	dez/04 a nov/08 48 observações	nov/05 a dez/09 50 observações	dez/04 a dez/12 97 observações	nov/06 a dez/12 - 74 observações nov/07 a dez/11 - 50 observações	nov/08 a dez/12 50 observações	*	<b>7</b>
<b>Modelos analisados</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>25</b>

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

\* O critério (I) de elasticidade própria negativa/não positiva não foi atendido neste ponto para o ativo Fundos RF (3), levando à desconsideração de seus resultados para fins de análise neste trabalho.

\*\* Neste ponto, não houve coincidência entre os dois critérios para escolha do modelo. Escolheu-se o modelo que atendeu o critério (I); ainda que sua precisão fosse relativamente inferior.

\*\*\* Em nov/09, serão analisadas as duas especificações do modelo, ou seja, considerando 50 observações e 74 observações.

O objetivo deste trabalho é analisar as relações de substituição entre os bens monetários Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) em diferentes momentos do tempo ao longo do período que se estende de dezembro de 2004 a dezembro de 2012. Sendo assim, toda a apresentação e discussão dos resultados a seguir contemplará estes dois ativos. Os resultados relacionados ao ativo Fundos RF (3) não serão foco de interesse neste trabalho<sup>84</sup>. Vale lembrar que a sua inclusão na pesquisa teve a função de permitir a melhor investigação das relações entre os ativos objeto de estudo, pois, como argumentado anteriormente, quando se analisam somente dois bens, eles serão necessariamente substitutos.

Lembrando que:

**Elasticidade de Morishima** ( $M_{ij}; i, j = 1, 2$ ) foi obtida como a diferença entre a elasticidade preço cruzada da demanda ( $\varepsilon_{ji}$ ) e a elasticidade própria ( $\varepsilon_{ii}$ ) do ativo cujo custo de oportunidade se alterou, *i.e.*:

$$M_{ij} = \sigma_{ij}^M = \varepsilon_{ji} - \varepsilon_{ii}$$

De modo que:

- $M_{12}$  é definida como a elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (ativo 1) e Fundos DI (ativo 2), devido a uma mudança em seu preço relativo causada pela alteração no custo de oportunidade (preço) da Caderneta de poupança (ativo 1);
- $M_{21}$  é definida como a elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (ativo 1) e Fundos DI (ativo 2), devido a uma mudança em seu preço relativo causada pela alteração no custo de oportunidade (preço) dos Fundos DI (ativo 2).

Inicialmente, serão analisados os resultados obtidos para as quatro especificações da variável preço (retornos acumulados por um mês, três meses, seis meses e doze meses) em cada um dos sete pontos médios analisados (meses de novembro de 2005 a 2011) através da Tabela 3, apresentada a seguir. A inclusão da taxa SELIC na tabela visa permitir avaliar a hipótese de que mudanças no nível da taxa SELIC teriam provocado alteração no padrão de relações de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI. Feito isto, discute-se a evolução do comportamento das relações de substituição ao longo do tempo, graficamente.

---

<sup>84</sup>Para consultar os resultados associados ao ativo 3 – Fundos RF, consultar o anexo A, em que são encontrados todas as elasticidades calculadas no trabalho (Tabelas A.1 a A.4).

#### 4.1 AS ELASTICIDADES NOS PONTOS MÉDIOS

Cabe apresentar sucintamente os critérios de avaliação das elasticidades de substituição. São classificados como bens substitutos aqueles cuja elasticidade de substituição é positiva ( $M_{ij} > 0$ ). Bens complementares apresentam elasticidades de substituição negativas ( $M_{ij} < 0$ ). Elasticidade de substituição unitária ( $M_{ij} = 1$ ) indica que os bens são substitutos perfeitos. Elasticidade de substituição positiva inferior à unidade revela baixo grau de substituição entre os bens. Por fim, de acordo com DRAKE *et al.* (1999), elasticidade de substituição próxima ou maior do que 2,0 indicaria alto grau de substituição. Seguem os resultados selecionados para análise.

Tabela 3 - Elasticidades de Substituição de Morishima entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) e taxas SELIC acumuladas (em % a.a.) para quatro diferentes retornos acumulados - período: dez/04 a dez/12 (meses selecionados)

Retornos Acumulados por 1 mês							
	nov/05	nov/06	nov/07	nov/08	nov/09	nov/10	nov/11
* $M_{12,1m}$	1,00	1,22	1,00	0,99	0,86	0,93	0,97
$M_{21,1m}$	1,30	1,24	0,66	0,49	0,52	0,62	0,66
Taxa SELIC	18,9	13,6	11,2	13,6	8,7	10,7	11,4
Retornos Acumulados por 3 meses							
	nov/05	nov/06 **	nov/07	nov/08	nov/09	nov/10 **	nov/11
$M_{12,3m}$	1,05	1,60	1,28	0,94	0,74	0,84	1,13
$M_{21,3m}$	1,96	1,69	0,60	0,54	0,13	0,75	1,18
Taxa SELIC	19,2	13,9	11,2	13,6	8,7	10,7	11,7
Retornos Acumulados por 6 meses							
	nov/05	nov/06 **	nov/07	nov/08	nov/09	nov/10	nov/11
$M_{12,6m}$	1,35	1,89	1,58	1,13	0,77	0,79	0,96
$M_{21,6m}$	3,12	2,36	0,59	-1,90	-0,25	0,67	0,81
Taxa SELIC	19,5	14,4	11,5	13,0	8,9	10,5	12,0
Retornos Acumulados por 12 meses							
	nov/05	nov/06	nov/07	nov/08	nov/09	nov/10	nov/11 **
$M_{12,12m}$	1,51	2,21	2,37	1,40	0,93	0,63	0,77
$M_{21,12m}$	2,63	2,55	1,60	0,17	0,51	0,85	1,26
Taxa SELIC	19,1	15,6	12,0	12,2	10,4	9,6	11,6

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

\*  $M_{12,1m}$  = Elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), devido a uma alteração em seus custos de oportunidade relativos acumulados por 1 mês (1m), causada por mudança no custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança (1). Analogamente, definem-se as demais elasticidades.

\*\* Preenchimento em cinza indica que o modelo não atende ao critério I de elasticidade própria não positiva no ponto médio analisado para o ativo Fundos RF (3), levando à desconsideração de seus resultados para fins de análise neste trabalho.

O primeiro ponto médio analisado, novembro de 2005 (nov/05), indica que os bens são substitutos ( $M_{ij} > 0$ ) e aponta para sensibilidade maior a variações no custo de oportunidade (preço) dos Fundos DI como determinante das relações de substituição entre estes e as Cadernetas de Poupança. Como se vê na coluna 2 da Tabela 3,  $M_{21}$  é sempre superior a  $M_{12}$ .

Considerando os retornos acumulados para um mês e para três meses, as elasticidades de substituição de Morishima entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) quando o custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança se altera ( $M_{12}$ ) revela que os bens são substitutos perfeitos, pois a elasticidade de substituição entre eles é unitária ( $M_{12_{1m}} = 1,00$ ;  $M_{12_{3m}} = 1,05$ ). Ampliando os horizontes de retornos acumulados para seis e doze meses, as relações de substituição expressas via elasticidades se elevam em cerca de 30% e 50%, respectivamente, comparando-se com a elasticidade de Morishima encontrada para o modelo de um mês, indicando aumento do grau de substituição entre os dois ativos.

A classificação dos bens como substitutos é corroborada pelo comportamento das elasticidades encontradas na situação em que o preço do ativo Fundos DI (2) se altera ( $M_{21}$ ). Neste caso, porém, o grau de substituição é bem mais acentuado, permitindo a sua classificação como substitutos fortes quando os prazos de retornos acumulados se expandem para três, seis e doze meses ( $M_{21} \geq 2,0$ ).

Outro ponto interessante se refere à assimetria entre as duas elasticidades, a qual se torna maior à medida que os prazos de retornos acumulados aumentam. Enquanto para retornos de um mês a elasticidade é 30% acima da elasticidade encontrada quando se alterou o preço das Cadernetas de Poupança ( $M_{21_{1m}} = 1,30$ ), ao levar em conta prazos superiores para avaliação dos retornos acumulados, percebe-se o aumento da distância entre as elasticidades de substituição motivada por mudanças nos preços de um e outro ativo. Variações nos preços dos Fundos DI (2) fazem com que as elasticidades de substituição entre os ativos para preços acumulados por três meses, seis meses e doze meses se elevem em 50%, 140% e 100%, respectivamente, em relação à elasticidade para o prazo de um mês.

Conclui-se, portanto, que no ponto médio nov/05 não se verificou de modo algum simetria entre as elasticidades de substituição entre os dois ativos ( $M_{12} \neq M_{21}$ ). Deste ponto de vista, a escolha da elasticidade de Morishima, em detrimento da simétrica elasticidade de

Allen, mostrou-se adequada para a investigação das relações de substituição entre as Cadernetas de Poupança e Fundos DI.<sup>85</sup>

Em relação à taxa SELIC, percebe-se que seus valores anualizados para as quatro possibilidades de retornos acumulados se mantém no patamar de 19% ao ano. De fato, ao longo do ano de 2005, a taxa SELIC se situou entre o mínimo de 17,7% ao ano e o máximo de 19,7% ao ano. Vale citar que a partir de setembro de 2005, a taxa SELIC iniciou sua trajetória de queda atingindo o nível de 15% ao ano em meados do ano seguinte. Diferentemente do que ocorrera em períodos anteriores, como no início dos anos 2000 em que a taxa SELIC apresentava maior volatilidade oscilando entre fases de redução seguidas de fortes elevações, vide, por exemplo, o caso da eleição para presidência em 2002 de Luís Inácio Lula da Silva, desde 2005 a taxa SELIC apresenta tendência consistente de queda. (veja o gráfico 1, na introdução). Argumento que pode também ser ilustrado através das taxas SELIC anualizadas para os prazos de retornos acumulados apresentadas na tabela 3.

Desse ponto de vista, o ponto médio novembro de 2005 representaria um padrão de substituição entre os ativos analisados num contexto de taxas de retorno relativamente mais elevadas.

A hipótese de que maiores prazos de retornos acumulados poderiam ensejar diferentes relações de substituição entre os ativos pode ser confirmada uma vez que magnitudes de elasticidades de substituição diversas foram encontradas para cada formulação da variável preço. Conclui-se, ainda, que movimentos nos custos de oportunidade dos Fundos DI (2) têm maior impacto sobre a alocação de recursos entre os dois bens ( $M_{21} > M_{12}$ ). A classificação dos bens como substitutos se mantém nos quatro modelos avaliados.

Passando para a análise do próximo ponto médio, dado por novembro de 2006 (nov/06), mudanças significativas são verificadas nas taxas SELIC, como visto anteriormente, e também nas relações de substituição entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2).

É interessante observar que em novembro de 2006 as elasticidades de Morishima entre os dois ativos podiam ser ditas simétricas para o custo de oportunidade avaliado para um mês ( $M_{12\_1m} = 1,22$  e  $M_{21\_1m} = 1,24$ ), exemplificando o caso em que a função utilidade pertenceria à família da elasticidade de substituição constante (*Constant Elasticity of Substitution (CES)*) (FLEISSIG e SERLETIS, 2002). Comportamento análogo é encontrado

---

<sup>85</sup> No Anexo A (Tabelas A.1 a A.4), são encontradas as elasticidades de substituição de Allen calculadas nos pontos médios analisados. Muitos são os casos de valores negativos para as elasticidades de substituição de Allen, confirmando a inadequação desta definição para avaliação das relações de substituição entre bens monetários, como discutido no Capítulo 2 (seção 2.2.5) desta dissertação.

para o preço tomado para três meses. Cabe a ressalva de que os modelos sob a especificação da variável preço para retornos acumulados por três e por seis meses, no ponto médio novembro de 2006, não atenderam ao critério I de elasticidade própria não positiva para o ativo Fundos RF (3).

Para o custo de oportunidade acumulado por doze meses, os valores calculados para as elasticidades de substituição se mantêm próximos ( $M_{12\_12m} = 2,21$  e  $M_{21\_12m} = 2,55$ ). Porém, não podendo mais ser considerados iguais; desaparece, pois, a simetria.

Como em nov/05, os bens são classificados como substitutos no ponto médio nov/06 para qualquer uma das especificações da variável preço.

Em relação ao efeito de um prazo maior de retorno acumulado sobre as magnitudes das elasticidades de substituição calculadas nos dois modelos válidos pelos critérios I e II, constata-se que a elasticidade de substituição de Morishima para retorno acumulados por doze meses, tendo como desencadeador da mudança nos preços relativos o custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança (ativo 1) tem aumento da ordem de 80%, considerando o modelo para um mês ( $M_{12\_12m} = 2,21$ ); superior aos 50% observados no ponto nov/05.

Alterações no preço do bem 2 (Fundos DI) também são associadas, em nov/06, a maior sensibilidade para prazos de retornos mais longos. De modo que a elasticidade apurada para retornos acumulados por doze meses é praticamente o dobro da verificada para o retorno acumulado por um mês. Semelhante ao aumento de 100% que se vira em nov/05 para as mesmas especificações da variável preço.

Em novembro de 2006, a elasticidade de substituição é calculada num contexto de taxas SELIC declinantes. Consequentemente, também se reduzem os retornos oferecidos pelos dois ativos os quais, como argumentado no Capítulo 1, têm sua rentabilidade fortemente determinada pela evolução da taxa básica de juro da economia brasileira.

Novembro de 2006 (nov/06) pode ser considerado como o ponto médio representante da situação de transição de taxas de retorno mais elevadas para um novo cenário econômico de taxas de juros declinantes. Neste ponto, observa-se um aumento da sensibilidade a mudanças nos custos de oportunidade das Cadernetas de Poupança sobre a alocação de recursos entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI.

Nesse sentido, o valor da elasticidade calculada para o prazo de doze meses relacionada a variações no preço das Cadernetas de Poupança é de especial interesse pois, diferentemente do que ocorrera em novembro de 2005, ela indica alto grau de substituição ( $M_{12\_12m} = 2,21$ ); de modo que variações em seu custo de oportunidade provocam

movimentos de realocação entre os dois ativos de magnitudes superiores ao verificado no ano anterior. Os Fundos DI, por outro lado, apresentam redução do impacto de variações em seu preço sobre a demanda pelos dois ativos, visto que as quatro elasticidades ( $M_{21}$ ) calculadas no ponto médio nov/06 são inferiores às verificadas no ano anterior.

Conclui-se que o novo patamar de taxas de juros praticadas na economia desencadeava movimentos de substituição entre os ativos que poderiam levar a importantes impactos sobre a alocação final dos recursos da poupança privada individual.

Em novembro de 2007 (nov/07), percebe-se que a taxa de juro SELIC experimentara nova queda. Merece destaque o fato de que as taxas acumuladas por um mês e por três meses são idênticas (11,2% ao ano), próximas do valor calculado para a taxa SELIC acumulada nos últimos seis meses (11,5% ao ano). Revelando que estas taxas, após um período de repetidas reduções (como se vê no gráfico 1 da introdução), haviam estacionado por volta deste patamar. Há que salientar que justamente neste período, segundo semestre de 2007, tomavam forma os primeiros fatos relacionados à crise econômica mundial deflagrada a partir do mercado financeiro dos Estados Unidos da América (EUA). Crise esta que se aprofundará no segundo semestre de 2008 e cujos desdobramentos ainda são sentidos pela economia mundial.

Retomando a análise das elasticidades de substituição, o ponto médio nov/07 produz resultados que indicam importantes alterações nas relações entre os dois ativos. As elasticidades de substituição calculadas considerando alterações nos custos de oportunidades das Cadernetas de Poupança ( $M_{12}$ ) apontam para substituíbilidade perfeita no caso de retornos acumulados por um mês ( $M_{12\_1m} = 1,0$ ), como se constatara em 2005.

Para três e seis meses, eleva-se o grau de substituição comparativamente ao ano 2005. Neste ano, os valores encontrados haviam sido  $M_{12\_3m} = 1,05$  e  $M_{12\_6m} = 1,35$ ; enquanto para 2007, eles foram  $M_{12\_3m} = 1,28$  e  $M_{12\_6m} = 1,58$ . Não se compara com os valores de 2006, pois o critério de elasticidade própria não positiva não foi respeitado pelo ativo Fundos RF (3) no ponto médio nov/06 nas especificações da variável preço para três e seis meses.

O resultado obtido para a elasticidade de substituição para doze meses confirma o que ocorrera em 2006. Novamente, assinala forte substituição entre os dois ativos ( $M_{12\_12m} = 2,37$ ).

Os resultados obtidos para alterações no custo de oportunidade do ativo Fundos DI (2) são bastante diversos. Configurações de preços considerando retornos acumulados por um mês, três meses e seis meses apontam para baixo grau de substituição entre Cadernetas de

Poupança (1) e Fundos DI (2). Diversamente do que ocorria em 2005, agora alterações nos preços dos Fundos DI (2) em uma unidade tem impacto sobre a alocação de recursos entre eles e as Cadernetas de Poupança em cerca de 0,6. Quando são avaliados retornos acumulados por um ano, os bens são classificados apenas como substitutos; não mais como substitutos fortes como acontecera nos dois anos anteriores.

Donde se conclui que a mudança de padrão de relação de substituição identificada em 2006 se acentuará ao longo do ano seguinte. Os resultados obtidos para o ponto médio nov/07 indicam que o novo patamar de taxa de juros vinha efetivamente suscitando novas e diferentes relações entre os ativos analisados.

O próximo ponto, novembro de 2008 (nov/08), é o ponto médio de todo o período analisado. Contrariamente ao que ocorrera em relação aos outros três pontos analisados, a taxa SELIC em novembro de 2008 é superior à taxa verificada no ponto médio que o antecede. Situação justificada pela crise financeira mundial referida anteriormente. Na verdade, a taxa SELIC começou um movimento de elevação a partir do patamar de 11,2% ao ano em meados de abril de 2008 atingindo o nível de 13,7% ao ano em agosto de 2008, ápice da crise mundial, o qual se mantém estável até o início de janeiro de 2009, quando retoma a trajetória de queda.

Nesse ponto de avaliação, os resultados obtidos para as Cadernetas de Poupança indicam a manutenção da substituíbilidade perfeita para retornos de um mês ( $M_{12\_1m} = 0,99$ ), situação que, talvez, possa ser estendida *grosso modo* para o caso de três meses ( $M_{12\_3m} = 0,94$ ).

Merece destaque o fato de que, diferentemente do que se observara em novembro de 2007, o grau de substituição entre os dois ativos relacionado a mudanças no custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança ( $M_{12}$ ) diminui, em novembro de 2008, para os casos de retornos acumulados por três, seis e doze meses. Mantém-se a classificação de bens substitutos para seis e doze meses ( $M_{12\_6m} = 1,13$  e  $M_{12\_12m} = 1,40$ ).

Os fundos DI, considerando-se os horizontes de retornos acumulados por um mês e três meses, basicamente confirmam o resultado obtido em nov/07 de baixa substituição. Resultados que precisam ser destacados são os referentes aos retornos acumulados por seis meses e doze meses.

Para retornos acumulados por seis meses em nov/08, chega-se a uma relação de complementaridade entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), quando se

alteram os custos de oportunidade dos últimos. A magnitude do valor encontrado ( $M_{21,6m} = -1,90$ ) indica que, considerando-se a amostra selecionada com 50 observações, movimentos nos custos dos Fundos DI afetam sua demanda e a demanda por Cadernetas de Poupança na mesma direção e de modo bastante acentuado. Vale citar que o modelo com 74 observações também aponta para complementaridade; porém, em menor grau ( $M_{21,6m} = -0,21$ ; vide tabela A.3)

O modelo analisado no ponto médio nov/08 considerando os resultados acumulados por doze meses para alterações nos custos dos Fundos DI (2) não confirma o resultado de complementaridade obtido com o caso de seis meses. De qualquer modo, aponta para um grau de substituição significativamente inferior ao que ocorreria nos modelos equivalentes avaliados nos três pontos médios anteriores ( $M_{21,12m} = 0,17$ ). Situação muito diversa da verificada até então em que os resultados obtidos haviam indicado forte substituição (nov/05 e nov/06 apresentaram  $M_{21,12m} > 2$ ).

Destaca-se ainda o fato de que a taxa SELIC acumulada nos últimos doze meses em nov/08 (12,2% a.a.) é levemente superior a sua equivalente apurada no ano anterior (12,0% a.a.). As taxas SELIC acumuladas para os prazos de um mês e três meses estavam 2,4 pontos percentuais acima das taxas calculadas para os mesmos períodos em nov/07; e 1,5 pontos percentuais acima, para o caso seis meses.

O ponto médio de avaliação nov/08 está inserido num contexto de aprofundamento da crise econômica mundial. Os resultados encontrados para seis e doze meses, que apontam para mudança radical no comportamento dos agentes, devem ser interpretados levando em conta este importante evento, pois momentos de crise podem suscitar padrões de respostas dos agentes de caráter passageiro, retomando posteriormente o padrão original ou mesmo alterando definitivamente um certo padrão inicial, porém, de modo não tão acentuado. Assim sendo, o resultado de complementaridade encontrado em novembro de 2008 para a especificação do modelo de retornos acumulados por seis meses deve ser observado com reservas.

O próximo ponto médio de cálculo das elasticidades de substituição, representado por novembro de 2009 (nov/09), distingue-se dos demais pontos analisados por apresentar o menor nível de taxa SELIC (8,7% a.a.). No período entre janeiro e julho de 2009, a taxa de juro SELIC foi reduzida em 4,0 pontos percentuais, patamar de redução observado nos

retornos acumulados para um, três e seis meses no ponto médio nov/09. O retorno acumulado de doze meses teve queda de 1,8 pontos percentuais.

Considerando-se os retornos acumulados por um mês, o forte declínio da taxa SELIC teve impacto relativamente pequeno sobre as relações de substituição entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2). Verifica-se nível abaixo da unidade para a elasticidade de substituição das Cadernetas de Poupança (1) ( $M_{12\_1m} = 0,86$ ), indicando agora baixo grau de substituição entre os dois ativos, em oposição ao resultado anterior de substituição perfeita. Os Fundos DI (2) assinalam a manutenção do patamar de baixa substituição em torno de 0,5 verificado no período precedente.

As elasticidades relacionadas aos custos de oportunidade das Cadernetas de Poupança avaliadas em novembro de 2009 para as especificações do modelo tomando os retornos de três e seis meses são bastante semelhantes e confirmam a classificação de baixa substituição observada no caso de um mês. Os resultados encontrados foram:  $M_{12\_3m} = 0,74$  e  $M_{12\_6m} = 0,77$ .

Para o caso de doze meses de retornos acumulados, verifica-se elevação da elasticidade de substituição das Cadernetas de Poupança. De qualquer modo, ela ainda é inferior à unidade ( $M_{12\_12m} = 0,93$ ).

Os resultados obtidos no ponto de avaliação nov/09 para as elasticidades de substituição de Morishima quando se alteram os custos de oportunidade dos Fundos DI (2) se comportam de modo semelhante ao verificado em novembro de 2008 no que tange a ausência de padrão. Pela primeira vez, os valores de elasticidades calculadas para retornos acumulados por um mês e por doze meses se torna praticamente idêntico ( $M_{21\_1m} = 0,52$  e  $M_{21\_12m} = 0,51$ , considerando-se a subamostra com 74 observações). Distintamente, do que ocorrera em nov/07 e nov/08, quando as elasticidades de substituição para retornos acumulados por um mês e três meses estavam sob o mesmo patamar, verifica-se em nov/09 uma redução no caso de três meses para  $M_{21\_3m} = 0,13$ , não vista para o caso de um mês.

A relação de complementaridade verificada em nov/08, volta a aparecer em nov/09 na formulação do modelo para retornos dos últimos seis meses. Porém, agora, em nível bastante inferior ( $M_{21\_6m} = -0,25$ ). Neste ponto, a formulação alternativa do modelo para retornos acumulados por doze meses, considerando a subamostra de 50 observações, também apresentou um resultado que indica complementaridade entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI, quando os preços dos fundos se alteram. Embora superior ao apurado para seis meses, tem-se  $M_{21\_12m} = -0,39$ , está longe do número obtido em nov/08 (-1,90).

Observando as relações de substituição entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), em novembro de 2009, conclui-se que, sob o novo horizonte de taxas de juros SELIC inferiores a 10% ao ano, as relações de substituição entre os dois ativos se arrefeceram. Como se para o agente econômico/investidor/poupador privado os dois ativos tivessem se tornado mais ou menos equivalentes entre si. Percepção esta que contribuiria, de certo modo, para explicar os resultados de complementaridade encontrados.

É digno de nota o fato de que os Fundos DI (2) são afetados de modo mais intenso. Na medida em que as elasticidades de substituição relacionadas a mudanças em seus custos de oportunidade suportam variações superiores àquelas verificadas no caso das elasticidades de substituição associadas a mudanças nos preços das Cadernetas de Poupança (1), tomando-se os pontos médios em que menores taxas de juro SELIC são verificadas.

Passando para o sexto ponto médio analisado, novembro de 2010 (nov/10), assiste-se a um novo evento de elevação da taxa SELIC, ocorrido entre abril e julho de 2010, em que a taxa se eleva de 8,7% ao ano para 10,7% ao ano, mantendo-se neste nível até meados de janeiro de 2011. Evidenciando tal fato, a taxa SELIC de 10,7% ao ano será a taxa média acumulada para os períodos de um mês e três meses apresentados na tabela 3 (coluna 7). As menores taxas acumuladas obtidas para os prazos de seis meses e doze meses refletem as taxas SELIC praticadas entre julho de 2009 e abril de 2010, que se situaram em torno de 8,7% ao ano.

Em novembro de 2010, o modelo construído a partir dos retornos acumulados por um mês aponta para elevação do grau de substituição entre os dois ativos para as duas elasticidades de substituição comparativamente aos resultados calculados no ano anterior. A elasticidade de substituição entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), quando se altera o preço do primeiro ativo, se aproxima da unidade ( $M_{12\_1m} = 0,93$ ). Para o caso em que o bem cujo custo de oportunidade sofre alteração é o Fundo DI (2), observa-se elevação da elasticidade de substituição ( $M_{21\_1m} = 0,66$ ), mantendo a classificação de baixo grau de substituição observada desde novembro de 2007 para esta formulação do modelo (retornos de um mês).

O modelo baseado em retornos acumulados por seis meses, aponta para baixo grau de substituição em ambos os casos ( $M_{12\_6m} = 0,79$  e  $M_{21\_6m} = 0,67$ ). Situação bastante diversa daquela que ocorrera para essa mesma formulação do modelo nos anos de 2008 e 2009, quando relações de complementaridade foram assinaladas.

O modelo para retornos acumulados por doze meses insinua o retorno ao quadro que se tinha nos pontos médios nov/05 e nov/06, em que as elasticidades de substituição associadas a mudanças no custo de oportunidade dos Fundos DI (2) superavam sempre aquelas resultantes de alterações nos preços das Cadernetas de Poupança (1), pois tem-se  $M_{12\_12m} = 0,63$  e  $M_{21\_12m} = 0,85$ . Contudo, enquanto em 2005 e 2006, os dois ativos indicavam forte grau de substituição, em 2010, a substituição entre ambos é classificada como baixa, pois é inferior à unidade.

É possível interpretar os resultados discutidos referentes às formulações do modelo para seis e doze meses em novembro de 2010 como estando relacionados a um aumento da importância relativa dos Fundos DI (2) num cenário de taxas SELIC crescentes. Como ocorria em 2005 e 2006, taxas de juro superiores determinam padrão de substituição em que variações nos preços dos dois ativos apontam maior sensibilidade para os Fundos DI (2) do que para Cadernetas de Poupança (1).

Em novembro de 2011 (nov/11), a taxa acumulada de doze meses se eleva em 2,0 pontos percentuais, chegando a 11,6% ao ano. As elasticidades calculadas para o modelo com retornos para doze meses confirmaria o que havia acontecido no ano anterior. A elasticidade de substituição de Morishima entre os dois ativos, quando o preço dos Fundos DI (2) se altera, eleva-se para 1,26 ( $M_{21\_12m} = 1,26$ ); Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) seriam substitutos. Alterações no custo das Cadernetas de Poupança (1) continuariam a apontar baixo grau de substituição ( $M_{12\_12m} = 0,77$ ). No entanto, esta formulação do modelo teve que ser descartada, pois como visto na tabela 1, o critério I de elasticidade própria não positiva (critério I) foi desrespeitado pelo ativo Fundos RF (3).

O modelo com retornos acumulados por um mês tem taxa média SELIC de 11,4% ao ano. Como ocorrera no ponto médio analisado do ano anterior, também em nov/11 as elasticidades de substituição apontam para leve aumento no grau de substituição em ambos os casos, mantendo a distância entre elas:  $M_{12\_1m} = 0,97$  e  $M_{21\_1m} = 0,66$ . Do ponto de vista de alterações nos custos das Cadernetas de Poupança (1), os dois ativos seriam substitutos perfeitos.

Quando se analisa o modelo com retornos acumulados por três meses, observam-se resultados para as elasticidades bastante diversos daqueles verificados em novembro de 2009 (o ponto médio nov/10 não foi selecionado por não respeitar o critério I).

Em nov/09, tinha-se uma taxa SELIC de 8,7% ao ano; e, as elasticidades de substituição apontavam para baixa substituição no caso das Cadernetas de Poupança (0,74) e para nível ainda menor de substituição no caso dos Fundos DI (0,13).

Em nov/11, tem-se uma taxa SELIC 3,0 pontos percentuais acima daquela verificada em nov/09. Neste ponto de cálculo das elasticidades, chega-se a  $M_{12\_3m} = 1,13$  e  $M_{21\_3m} = 1,18$ . Os dois ativos são agora classificados como substitutos, seja alterado o preço das Cadernetas de Poupança (1) ou dos Fundos DI(2), respectivamente.

Em menor grau, mas semelhante ao que acontecera no caso de três meses, retornos acumulados por seis meses também produzem resultados que levam à classificação dos dois ativos como substitutos, no ponto médio de avaliação novembro de 2011 ( $M_{12\_6m} = 0,96$  e  $M_{21\_6m} = 0,81$ ). Este resultado corrobora a reversão verificada já no ano anterior para esta formulação do modelo que indicara relações de complementaridade nos anos de 2008 e 2009.

É possível argumentar que os resultados obtidos para os dois últimos pontos de cálculo das elasticidade de substituição (nov/10 e nov/11) confirmam a ideia levantada na discussão do ponto médio nov/08 de que ao longo do tempo a diferenciação entre os dois ativos teria se arrefecido. Isto explicaria a redução da distância entre as elasticidades  $M_{12}$  e  $M_{21}$ , considerando-se as quatro especificações da variável preço nestes dois pontos médios.

Complementando a discussão individual dos resultados obtidos em cada ponto de avaliação das elasticidades de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), incorpora-se, na seção a seguir, uma terceira variável na análise buscando alcançar melhor compreensão do tema investigado.

## 4.2 A EVOLUÇÃO DAS ELASTICIDADES DE SUBSTITUIÇÃO

A discussão anterior não abordou o comportamento de importante variável na determinação das relações de substituição entre os ativos: a variável preço ( $p_i$ ).

Visando preencher essa lacuna, os dados sobre as variáveis preço ( $p_i$ =custo de oportunidade), taxa SELIC e elasticidades de substituição de Morishima ( $M_{ij}$ ) foram organizados graficamente e serão exploradas nesta seção.

Cabe lembrar que o preço do bem monetário é definido em termos de custo de oportunidade, dada a relação entre o seu retorno e o retorno oferecido por um certo ativo tomado como *Benchmark*, de acordo com a seguinte fórmula (BARNETT, 1978):

$$p_i = \left( \frac{R - r_i}{1 + R} \right)$$

Onde,

$p_i$  é o custo de oportunidade real do  $i$ -ésimo ativo no período ( $i=1$  (Cadernetas de Poupança);  $i=2$  (Fundos DI));

$r_i$  é o retorno nominal do  $i$ -ésimo ativo no período ( $i=1$  (Cadernetas de Poupança);  $i=2$  (Fundos DI));

$R$  é o retorno nominal do ativo *Benchmark* no período, dado pela taxa SELIC.

Como mencionado anteriormente, os retornos foram obtidos inicialmente para o período de um mês, e a partir destes foram calculados retornos acumulados para três, seis e doze meses.

A evolução dos custos de oportunidade, considerando-se qualquer uma das quatro possibilidades de análise, demonstra que os custos de oportunidade (preços) associados às Cadernetas de Poupança (1) superavam aqueles relativos aos Fundos DI (2) no período que antecede o ano de 2007.

De acordo com a definição anterior, maiores custos de oportunidade significam maior distância entre a rentabilidade do ativo *Benchmark* e o retorno do ativo de interesse. Logo, conclui-se que durante este período, caracterizado por taxas SELIC maiores do que aquelas que serão verificadas futuramente, manter recursos alocados em Cadernetas de Poupança significava abrir mão de receber retornos maiores (*i.e.*, pagar menor “preço”) caso investisse em Fundos DI. Colocado de outra forma, aplicar em Cadernetas de Poupança significava aceitar pagar um preço relativo mais alto.

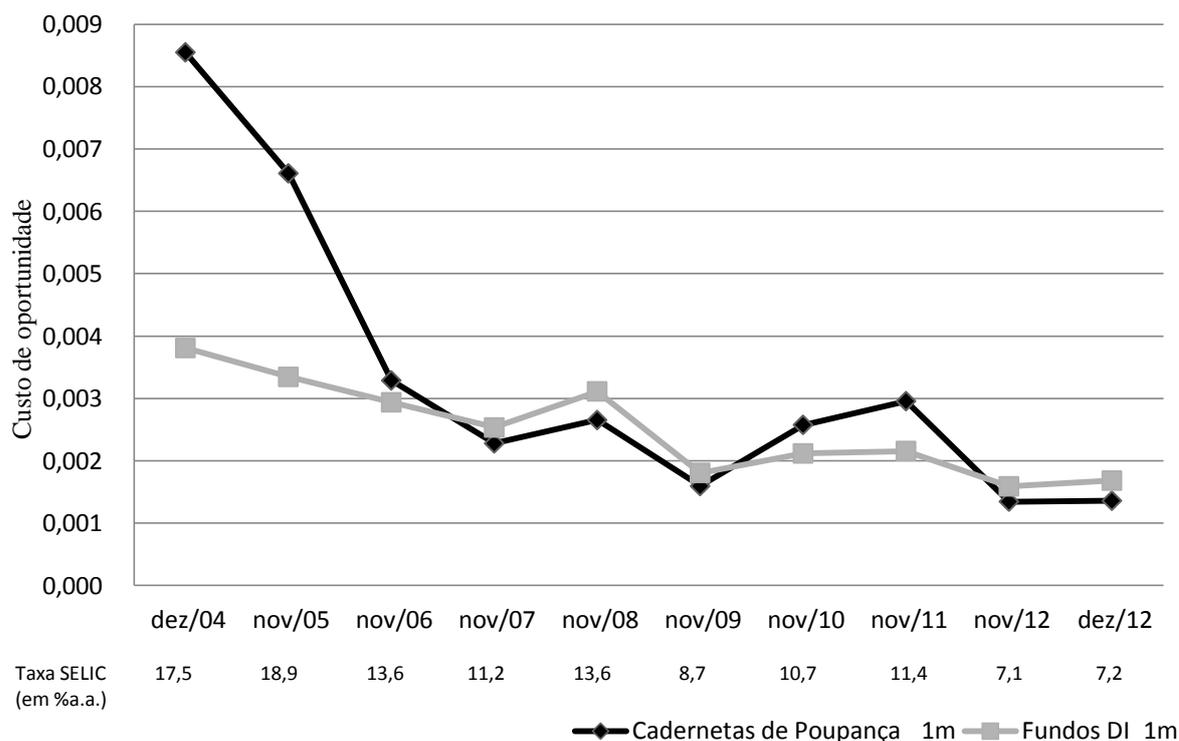
Em relação ao comportamento da taxa SELIC nesta fase, é digno de nota o fato de que ao longo do ano de 2006 a taxa básica da economia brasileira se retraiu em 5,0 pontos percentuais, evoluindo através de sucessivas reduções de 18,0%, no início de janeiro, até chegar a 13,2% em fins de dezembro de 2006. (Vide Gráfico 1, na introdução.)

Essa pronunciada retração verifica nas taxas SELIC durante o ano de 2006 se reflete em todos os gráficos relativos aos custos de oportunidade através de uma forte redução na diferença entre os custos de oportunidade (preços) das Cadernetas de Poupança e dos Fundos DI, ilustrada nos gráficos através da aproximação das curvas que mostram a evolução dos preços de cada um dos ativos.

Desde então os custos de oportunidade apresentam trajetórias que os mantêm próximos um do outro, chegando a se tornarem iguais em certos momentos. Fato este que será explorado na discussão a seguir, organizada a partir dos prazos dos retornos acumulados, sobre as relações em cada um dos pontos de observação entre as três variáveis: os custos de oportunidade (preços dos ativos), elasticidades de Morishima calculadas e níveis de taxa SELIC.

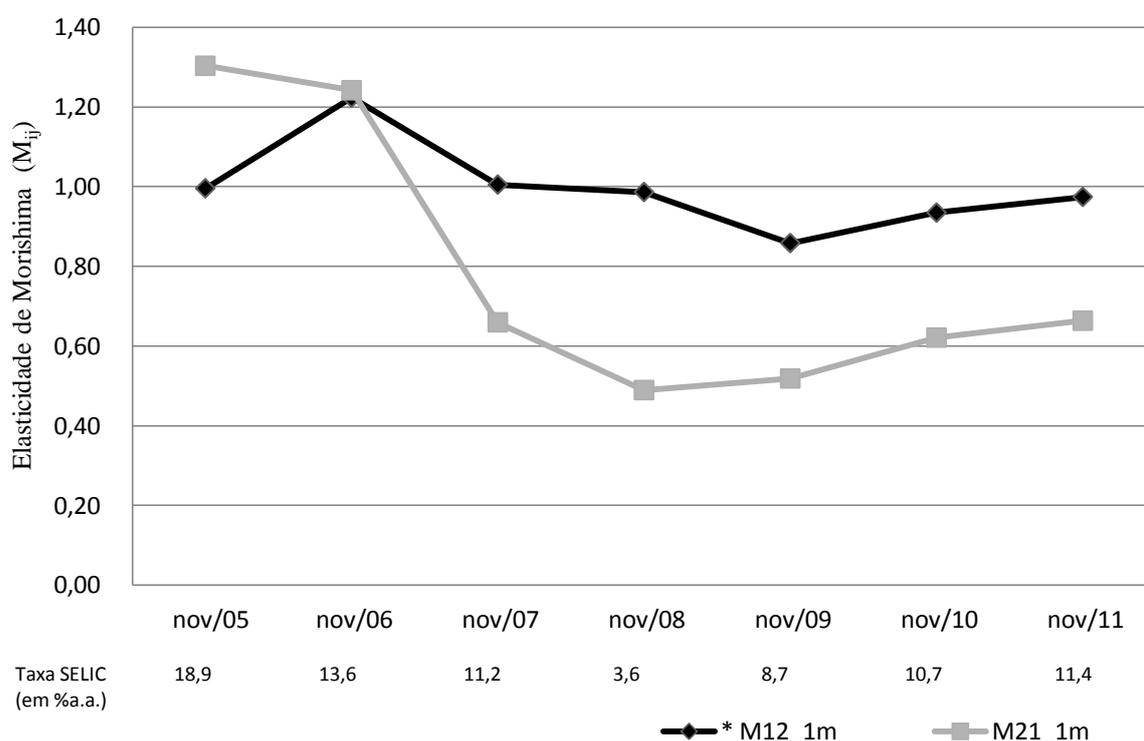
O modelo baseado em retornos acumulados por um mês, cujas variáveis de interesse são apresentadas nos gráficos 5 e 6 a seguir, destaca-se por permitir analisar todos os sete pontos médios observados. Ele pode ser interpretado como o modelo que traduz os impactos de curto prazo sobre as decisões de alocação de recursos entre os ativos. Esta configuração do modelo apresenta uma mudança nítida no comportamento das relações de substituição entre os dois ativos, a qual será replicada, em maior ou menor grau, nos outros três modelos considerando prazos de retornos maiores (três meses, seis meses e doze meses).

Gráfico 5 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por um mês para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Gráfico 6 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por um mês entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

O gráfico 6 mostra um comportamento no primeiro ponto médio (nov/05) que se repetirá em todas as quatro situações de retornos acumulados analisadas, *i.e.*,  $M_{21} > M_{12}$ . Significando que alterações nos preços dos ativos Fundos DI (2) se traduziam em maiores impactos sobre a alocação de recursos entre os ativos monetários estudados ( $M_{21}$ ) do que quando as mudanças se davam nos retornos das Cadernetas de Poupança ( $M_{12}$ ). Permitindo concluir que no cenário em que as taxas de juros eram maiores (cerca de 19% ao ano), portanto quando os dois ativos também ofereciam retornos nominais mais elevados dada a forte influência da taxa SELIC sobre as rentabilidades das Cadernetas de Poupança e Fundos DI discutida no Capítulo 1 deste trabalho, reduções no custo de oportunidade dos fundos atraíam recursos em magnitude bem superior ao que ocorria quando o retorno oferecido pelas Cadernetas de Poupança se elevava (*i.e.* seu preço caía).

De acordo com FLEISSIG e SERLETIS (2002), é possível atribuir a assimetria nas elasticidades de substituição de Morishima a variações nos custos de oportunidade dos ativos. Sendo possível, portanto, afirmar que, em novembro de 2005, os diferentes valores encontrados para as elasticidades de Morishima seriam explicados, ao menos em parte, pela referida distância entre os custos de oportunidade. De fato, o custo de oportunidade dos Fundos DI era igual a cerca de 50% do custo das Cadernetas de Poupança. Portanto, o custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança *haveria que se reduzir muito* para produzir efeitos semelhantes aos verificados para o mesmo movimento nos preços dos Fundos DI.

Em novembro de 2006, observa-se que o custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança *havia se reduzido muito*, fruto do movimento descendente da taxa SELIC discutido anteriormente. Em todos os quatro gráficos de custos de oportunidade apresentados, o ponto nov/06 mostra forte aproximação entre os dois preços.<sup>86</sup> Aproximação esta que suscita um padrão de comportamento das relações de substituição diverso daquele verificado até então.

No caso do modelo de retornos acumulados por um mês (gráficos 5 e 6), o ponto médio nov/06 produz elasticidades de substituição Morishima que podem ser consideradas idênticas. Neste ponto, o preço dos fundos DI se elevava para 89,3% do preço das Cadernetas de Poupança. Nos três pontos médios seguintes (nov/07, nov/08 e nov/09), os custos de oportunidade dos Fundos DI se situam acima dos custos das Cadernetas de Poupança. As elasticidades de substituição relacionadas a variações nos custos dos Fundos DI ( $M_{21}$ ) se encontram, nos três pontos médios, abaixo das elasticidades de substituição relacionadas a

---

<sup>86</sup> Os custos de oportunidade (preços) nos pontos médios e a relação entre os preços dos Fundos DI e das Cadernetas de Poupança podem ser consultados no Anexo C, Quadro C.I.

mudanças no preço das Cadernetas de Poupança ( $M_{12}$ ). Padrão que se sustenta nos dois últimos pontos médios analisados (nov/10 e nov/11).

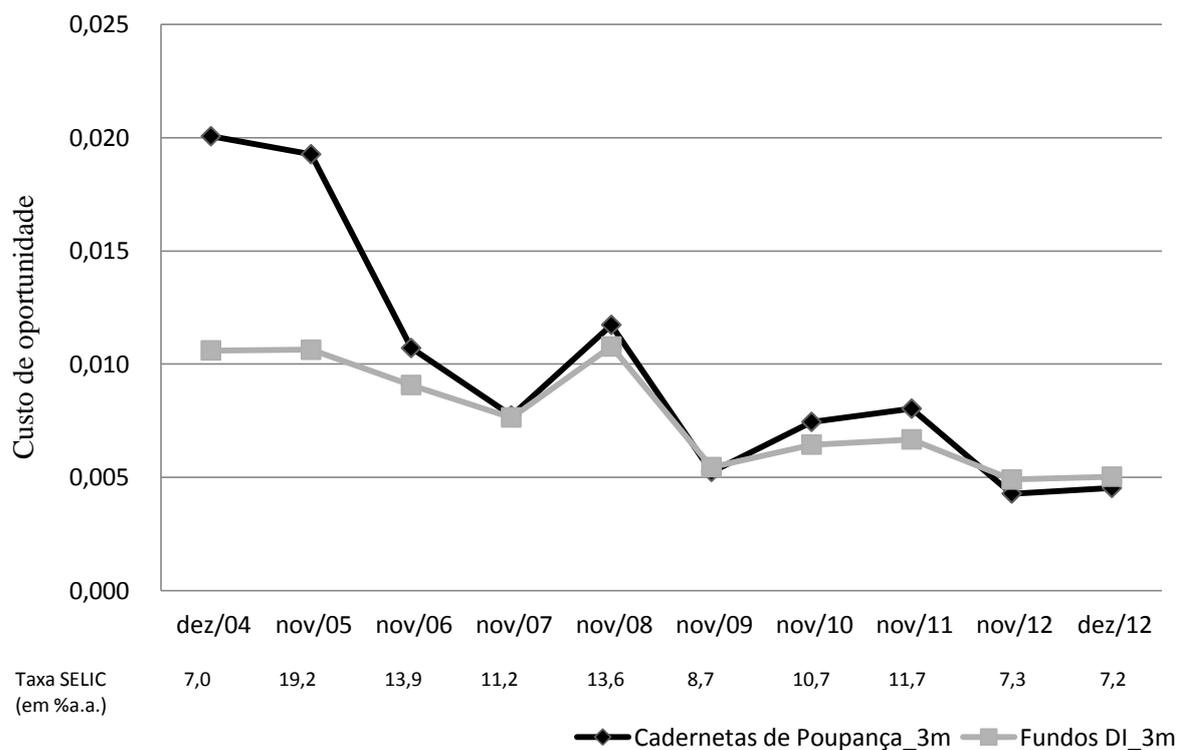
Esses dois pontos médios se caracterizam por elevações na taxa SELIC, acarretando custos de oportunidade para os Fundos DI inferiores aos da Caderneta de Poupança. O impacto sobre as elasticidades é o de uma leve elevação, em ambos os casos, aproximadamente, na mesma proporção, como se pode inferir a partir da posição paralela entre as duas curvas nestes dois pontos médios. Talvez seja possível argumentar que, diferentemente do que havia acontecido em 2006, em 2010 e 2011 o aumento do retorno do ativo *Benchmark* teria o efeito de aumentar a sensibilidade a variações nos retornos de ambos os ativos de modo semelhante, resultando na manutenção da distância entre suas elasticidades de substituição.

Ressalta-se que para retornos acumulados por um mês, as elasticidades de substituição Morishima calculadas levam à classificação dos bens monetários Cadernetas de Poupança e Fundos DI como bens substitutos em todos os sete pontos médios avaliados. De modo que no caso das elasticidades de substituição Morishima atribuídas às Cadernetas de Poupança ( $M_{12}$ ) os valores obtidos para os últimos cinco pontos médios (nov/07, nov/08, nov/09, nov/10 e nov/11) oscilam próximas à unidade, o que levaria à classificação dos dois ativos como substitutos perfeitos. As elasticidades dos Fundos DI nos mesmos pontos oscilam próximas ao valor de 0,6, indicando baixo grau de substituição entre os bens.

Analisando o modelo de retornos acumulados para três meses (gráficos 7 e 8), o importante ponto crítico de mudança de trajetória representado por nov/06, infelizmente não seria considerado válido para análise porque o ativo Fundos RF (3) não respeitou o critério I de elasticidade própria negativa. De qualquer modo, vale destacar que a aproximação das magnitudes das elasticidades de substituição verificadas pelo modelo de retornos para um mês também ocorre na formulação do modelo para o prazo de três meses.

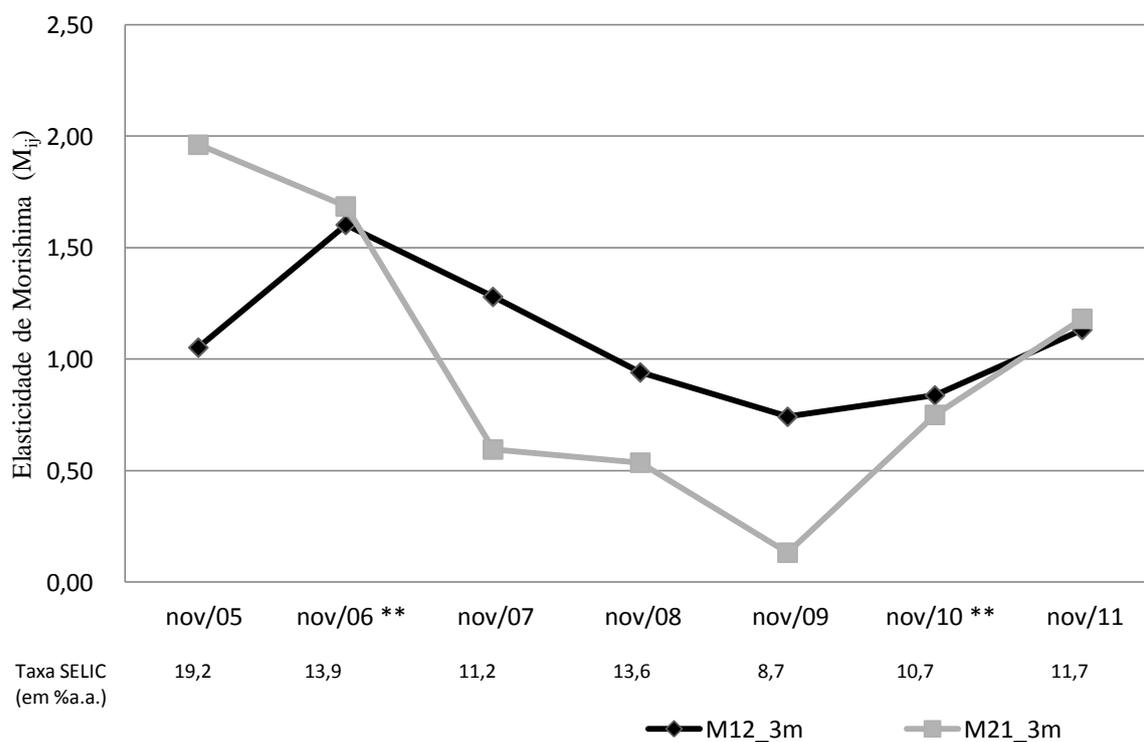
Confirmando a tendência verificada no modelo de um mês, as elasticidades de substituição calculadas nos pontos médios nov/07, nov/08 e nov/09 são de magnitude inferiores para os Fundos DI ( $M_{21}$ ). Saliente-se que os custos de oportunidade verificados nestes pontos são bastante próximos entre si. Cenário diverso, portanto, daquele verificado no modelo de retornos acumulados por um mês, em que os preços dos Fundos DI eram superiores aos das Cadernetas de Poupança.

Gráfico 7 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por três meses para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Gráfico 8 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por três meses entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

O ponto médio nov/09 se destaca por apresentar menor nível de taxa SELIC, 8,7% ao ano. É interessante notar que a elasticidade de substituição para os Fundos DI assume valor próximo de zero ( $M_{21} = 0,13$ ) neste ponto, enquanto as Cadernetas de Poupança obtiveram o menor resultado para sua elasticidade ( $M_{12} = 0,74$ ), considerando-se todos os 25 modelos analisados.

Seria possível argumentar, com base nesses resultados, que o baixo nível de taxa SELIC tornaria quase sem efeito movimentos nos preços dos Fundos DI sobre a alocação de recursos entre estes e as Cadernetas de Poupança. As Cadernetas de Poupança, por sua vez, continuariam a afetar tal alocação, ainda que em menor grau. Cabe citar que em nov/09 a relação entre os preços dos dois bens é da ordem de 100% (vide Anexo C – Quadro C.I).

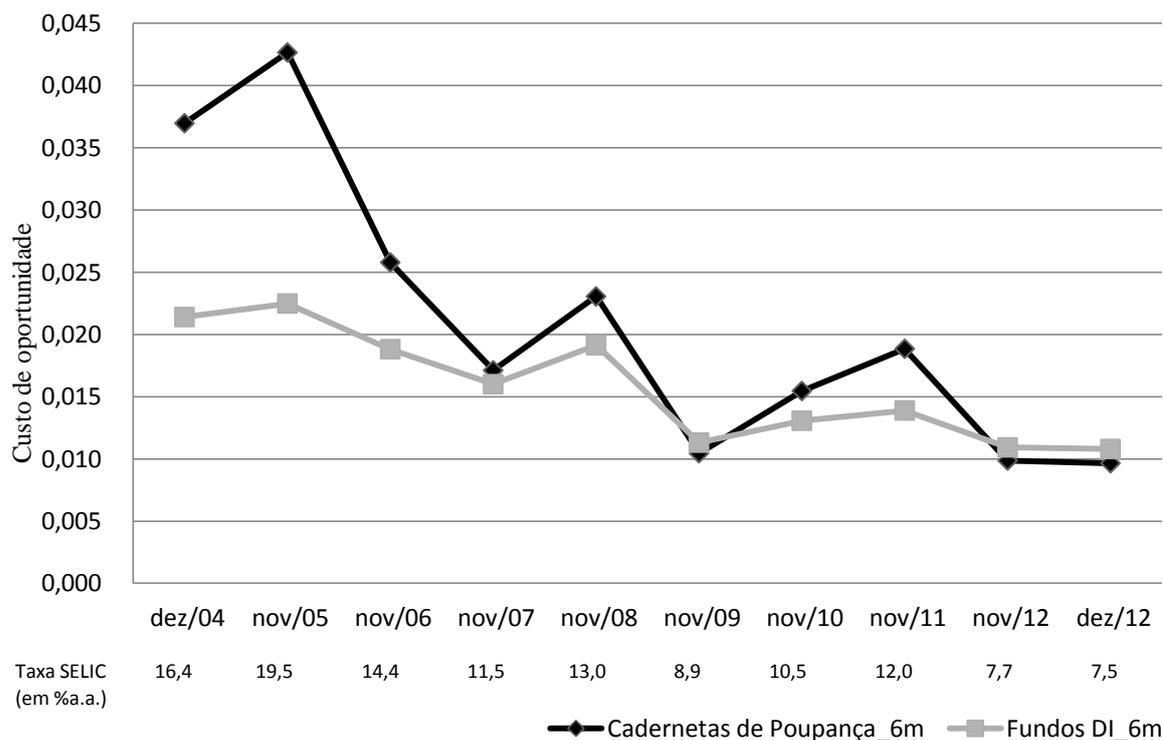
O ponto médio nov/10 apresenta o mesmo problema reportado para o ponto nov/06, a saber, o ativo 3 (Fundos RF) não atendeu ao critério I (elasticidade própria não positiva). De qualquer modo, os resultados obtidos para nov/10 podem ser considerados coerentes com aqueles obtidos para nov/11.

Em novembro de 2011, o ambiente econômico convive com taxa de juro SELIC superior àquela verifica nos dois anos anteriores (11,7% a.a.). O custo de oportunidade dos fundos DI neste ponto se reduz a cerca de 83% do custo das Cadernetas de Poupança (vide Anexo C – Quadro C.I) . Esta relação se traduz em uma elasticidade de substituição para os Fundos DI levemente superior à das Cadernetas de Poupança:  $M_{21} = 1,18$  ante  $M_{12} = 1,13$ .

Analisando a evolução das elasticidades nos pontos médios para o modelo de retornos acumulados por três meses, percebe-se que as elasticidades de substituição calculadas apresentam maior variabilidade ao longo do tempo, diferentemente do que se viu no modelo de retornos para um mês quando, após o ponto crítico em nov/06, as elasticidades se comportam de modo estável ao longo dos pontos médios avaliados.

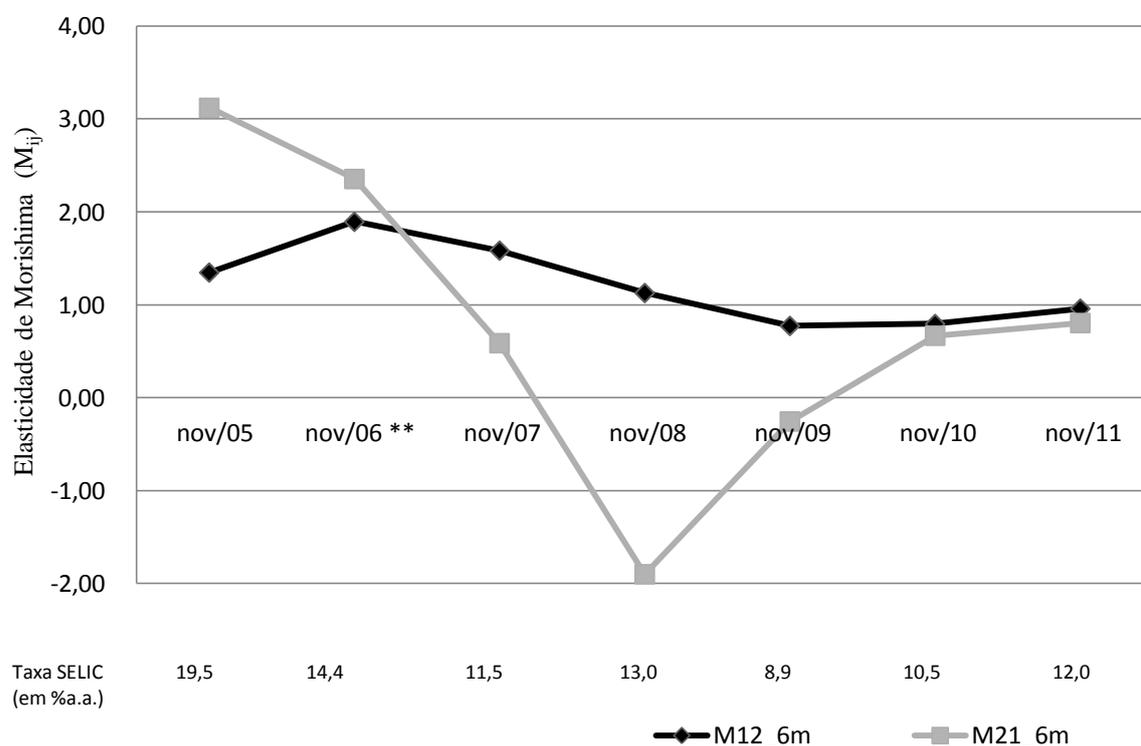
De qualquer modo, no modelo de retornos para três meses, as elasticidades de substituição das Cadernetas de Poupança flutuam em torno da unidade, enquanto os Fundos DI apresentam, em geral, elasticidades inferiores a este valor, corroborando, ainda que sob ressalvas, as relações de substituição encontradas no modelo de retornos acumulados por um mês.

Gráfico 9 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por seis meses para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Gráfico 10 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por seis meses entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Os modelos de retornos acumulados por seis e doze meses apresentam a situação nova de classificar os bens estudados como complementares quando são consideradas alterações no preço dos Fundos DI ( $M_{21} < 0$ ).

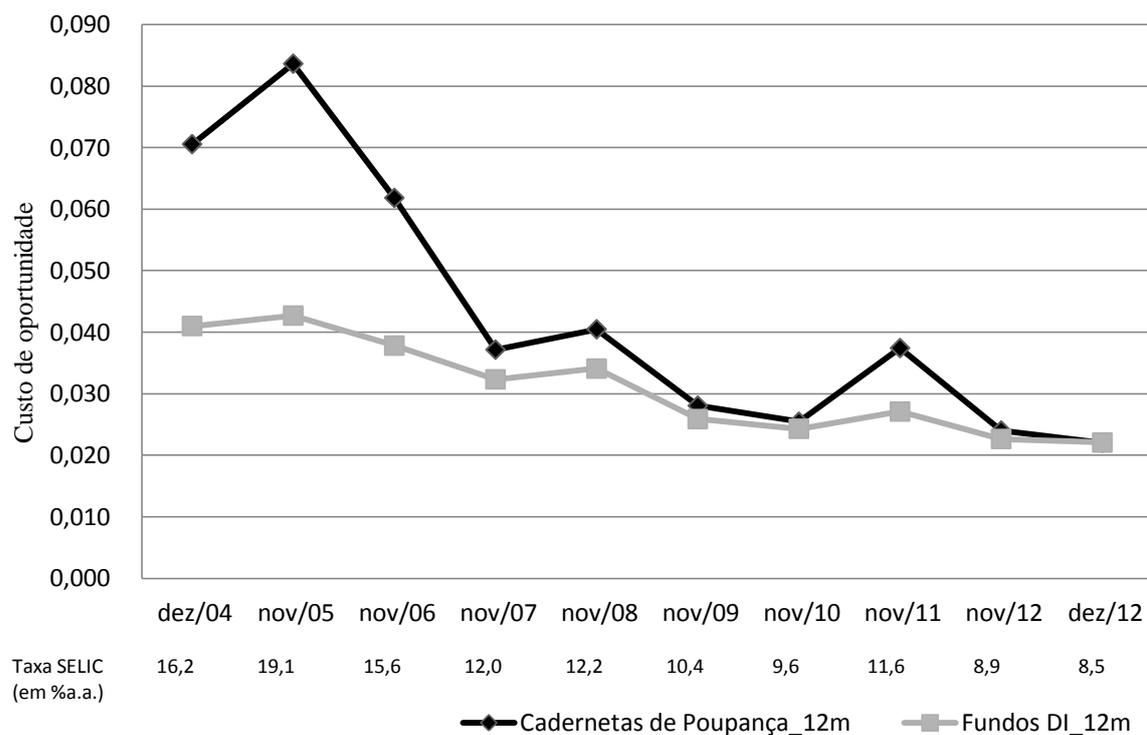
No caso de retornos acumulados por seis meses (gráficos 9 e 10), a complementaridade é apontada no ponto médio nov/08 ( $M_{21} = -1,90$ ). Conforme argumentação anterior, este resultado deve ser avaliado com cuidado. De qualquer modo, o resultado obtido em nov/09 ( $M_{21} = -0,25$ ) confirmaria a existência, em algum grau, de complementaridade. No mesmo ponto médio, o modelo considerando doze meses de retorno acumulado apontou relação de complementaridade na amostra com 50 observações da ordem de  $-0,39$  ( $M_{21_{12m}} = -0,39$ ).

Lembrando que o modelo de retornos para três meses aponta grau de substituição bastante reduzido neste em nov/09 ( $M_{21_{3m}} = 0,13$ ), como discutido acima, é possível defender que de fato, em um ambiente de taxa SELIC reduzida, os Fundos DI perdem capacidade de suscitar movimentos em sua demanda via alteração de seus preços, quando comparados com as Cadernetas de Poupança.

Comparando-se os gráficos 8 e 10, que retratam o comportamento das elasticidades de substituição de Morishima para retornos acumulados por três e seis meses, respectivamente, percebe-se que suas curvas se movimentam ao longo dos pontos médios de modo similar nos dois casos. Permitindo, em certa medida, afirmar que as considerações feitas com base no primeiro acerca das relações de substituição são válidas para o segundo.

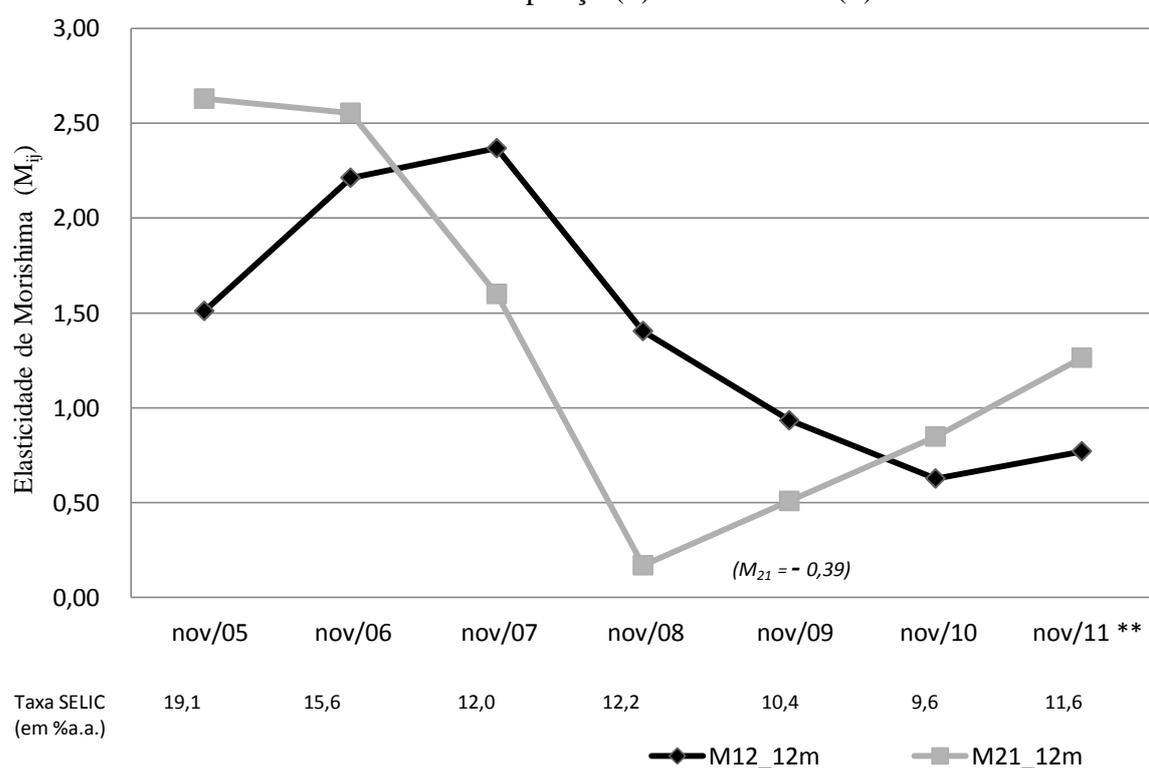
O último modelo analisado permite investigar as relações de substituição entre Cadernetas de Poupança e Fundos DI levando em conta o comportamento dos retornos acumulados para um horizonte mais longo, por um prazo de doze meses (gráficos 11 e 12).

Gráfico 11 - Custo de Oportunidade para retornos acumulados por doze meses para Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2) - meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Gráfico 12 - Elasticidades de Substituição de Morishima para retornos acumulados por doze meses entre Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2)- meses selecionados



Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Observando o gráfico 11 que apresenta os custos de oportunidade para doze meses, constata-se que ao longo de todo o período os custos de oportunidade dos Fundos DI se situam abaixo dos custos das Cadernetas de Poupança. Dado o comportamento da taxa SELIC ao longo de 2006 discutido anteriormente, os preços de um e outro ativo se aproximam a partir desta data, de modo que no ponto de observação nov/07, o preço dos Fundos DI é igual a 87% do preço das Cadernetas de Poupança. Em novembro de 2005, esta relação era da ordem de 51%, elevando-se no ano seguinte para 61% (nov/06). A maior proximidade entre os preços dos dois ativos ocorre no ponto médio nov/10, quando a razão entre o custo dos Fundos DI e o custo das Cadernetas de Poupança atinge 95,5%. Neste ponto médio, tem-se o menor nível de taxa SELIC para os retornos de doze meses: 9,6% ao ano.

De modo geral as relações de substituição para o prazo de doze meses foram mais intensas do que para os demais prazos, traduzindo-se em valores absolutos maiores obtidos para as elasticidades de substituição de Morishima, exceto nos pontos nov/08 e nov/09. Poderia ser argumentado que a consideração de um prazo maior de avaliação do ativo na decisão de alocação de recursos entre os dois bens aumentaria a sensibilidade dos agentes econômicos a variações em seus preços.

O comportamento das elasticidades de substituição de Morishima ao longo dos pontos médios analisados para os retornos de doze meses pode ser considerado semelhante ao verificado no caso de retornos para seis meses até o ponto nov/09, considerando-se as elasticidades associadas a variações nos preços tanto das Cadernetas de Poupança ( $M_{12}$ ) como nos preços dos Fundos DI ( $M_{21}$ ). Todas as elasticidades experimentam reduções evidenciadas nas curvas declinantes apresentadas no gráfico 12.

No caso das elasticidades de substituição associadas às Cadernetas de Poupança, elas caminham em direção à unidade no ponto nov/09 ( $M_{12} = 0,93$ ). Vale ressaltar que este resultado foi obtido considerando-se uma amostra de 74 observações. Ao reduzir o número de observações para 50, apura-se elasticidade unitária no ponto médio nov/09 para as Cadernetas de Poupança ( $M_{12} = 1,00$ ; vide tabela A.4).

No ponto médio nov/08, observa-se redução bastante acentuada nas relações de substituição entre os dois ativos atribuídas a mudanças nos preços do Fundos DI. As elasticidades calculadas para este ativo se reduzem de  $M_{21}=1,60$ , em nov/07, para  $M_{21}=0,17$ , no ponto médio nov/08. Cabe lembrar que durante setembro de 2007 e março de 2008, as taxas SELIC se situaram no patamar de 11,2% ao ano, menor nível de taxa observado desde o início das sucessivas reduções em setembro de 2005, quando a taxa SELIC era de 19,7% ao ano (vide Gráfico 1, na Introdução).

A ideia de que menores taxas básicas da economia podem ser associadas a menores níveis de substituição entre os ativos Cadernetas de Poupança e Fundos DI, com impacto mais pronunciado sobre o último, seria mais uma vez corroborada através desses resultados.

Os resultados obtidos para o ponto de avaliação nov/10 se distingue do que foi discutido até aqui; pois, sob um cenário de taxa SELIC inferior (9,6% ao ano), os Fundos DI apresentam elasticidade de substituição próxima à unidade ( $M_{21}=0,85$ ) e as Cadernetas de Poupança produzem o menor nível de substituição verificado entre elas e os Fundos DI, ao longo de todos os pontos médios ( $M_{12}=0,63$ ).

Neste modelo, o ponto médio nov/11, infelizmente, não pôde ser selecionado para análise, pois, o ativo Fundos RF (ativo 3) mais uma vez não atendeu ao critério I de elasticidade própria negativa. Assim como havia ocorrido em outros casos de rejeição do modelo em um certo ponto, os resultados obtidos no ponto médio rejeitado nov/11 ( $M_{12}=0,77$  e  $M_{21}=1,26$ ) foram similares aos observados no ponto próximo a ele, neste caso nov/10.

O movimento de elevação da taxa SELIC em 2,0 pontos percentuais entre fins de abril e meados de julho de 2010, conduzindo a taxa de 8,7% ao ano para 10,7% ao ano, talvez tenha sido percebido pelos poupadores como um sinal de que a economia brasileira tivesse que voltar a conviver com níveis mais elevados de taxas de juro. De forma que alterações nos custos de oportunidade relativos atribuídas a variações nos custos dos Fundos DI, que se reduziriam sob ambiente de maiores taxas de juros, passam a desempenhar papel mais relevante na alocação de recursos entre os dois ativos. Neste sentido, a rejeição do ponto nov/11 nesse modelo de retornos para doze meses produz uma lacuna significativa na compreensão desta reversão de tendência da relação entre os dois ativos investigados.

A discussão precedente se concentrou nas relações de substituição entre os dois ativos. Um modo alternativo relativamente simples e direto de comparar os comportamentos das rentabilidades dos dois ativos é através de sua relação com certo *Benchmark*; neste estudo, representado pela taxa SELIC. Neste sentido, é interessante observar que o retorno como percentual da taxa SELIC oferecido pelos Fundos DI apresentou média mensal de 72,1%, com desvio padrão igual a 2,3%, ao longo do período de dezembro de 2004 a dezembro de 2012. As Cadernetas de Poupança, por sua vez, apresentaram rentabilidade média mensal em termos de taxa SELIC igual a 65%, e desvio padrão de 10,6%.

Os gráficos 5, 7, 9 e 11, apresentados anteriormente, referentes aos custos de oportunidade por retornos acumulados ilustram, de certo modo, essa diferença quanto à variabilidade das rentabilidades oferecidas pelos dois ativos em termos de taxa SELIC.

Em se tratando das formas de remuneração dos dois bens, sabe-se que as Cadernetas de Poupança têm sua regra de remuneração determinada por lei e, até maio de 2012, garantiam aos seus aplicadores a rentabilidade mínima anual de 6,17% ao ano (taxa fixa de juros adicionais de 0,50% ao mês). Os Fundos DI, por sua vez, devem obrigatoriamente manter 95% de seu portfólio em títulos indexados direta ou indiretamente à taxa SELIC, determinando que sua rentabilidade, necessariamente, flutue em torno de certo percentual da taxa básica da economia brasileira.

Considerando-se o contexto de taxas de juros declinantes, a variabilidade de retornos significativamente superior para o ativo de poupança privada mais tradicional da economia brasileira pode ser atribuída à rigidez dos retornos oferecidos pelas Cadernetas de Poupança em função da taxa fixa de remuneração vigente até maio de 2012.

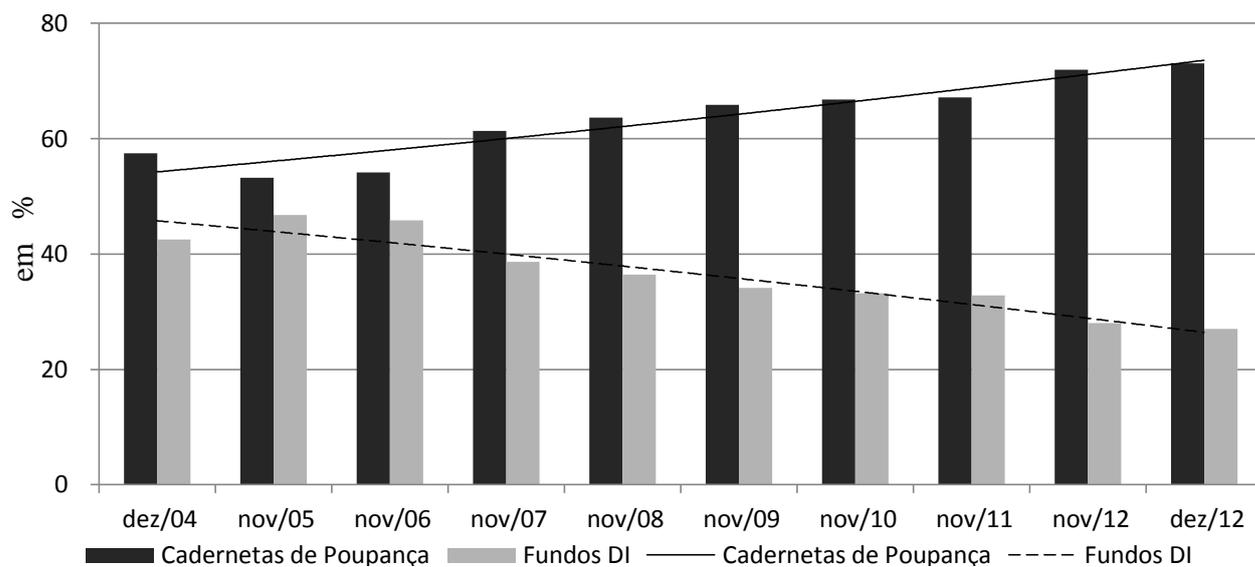
Até este ponto, a discussão dos resultados se restringiu à análise das três variáveis de interesse neste estudo, a saber: a taxa SELIC, os custos de oportunidade das Cadernetas de Poupança e dos Fundos DI e as elasticidades de substituição de Morishima associadas a estes ativos.

A análise daquelas variáveis ao longo do tempo pareceu indicar que as Cadernetas de Poupança assumiram papel preponderante sobre os Fundos DI. Contudo, há que se confrontar tal conclusão com a análise da evolução das demandas como parcelas da renda alocada entre os ativos monetários, a fim de avaliar se as interações apontadas e discutidas entre as três variáveis estudadas no modelo encontram eco na efetiva alocação de recursos entre os bens analisados.

Sendo assim, a apresentação dos gráficos 13 e 14, a seguir, tem por objetivo mostrar a evolução efetivamente verificada ao longo do período analisado nas demandas como parcelas da renda alocada entre os três ativos financeiros estudados.

O gráfico 13 considera um portfólio formado somente por Cadernetas de Poupança e Fundos DI. Neste caso, a parcela de recursos em Cadernetas de Poupança apresenta trajetória crescente, o contrário do que se observa no caso dos Fundos DI. A distância entre as linhas de tendência associadas a cada um dos ativos se amplia significativamente ao longo do período.

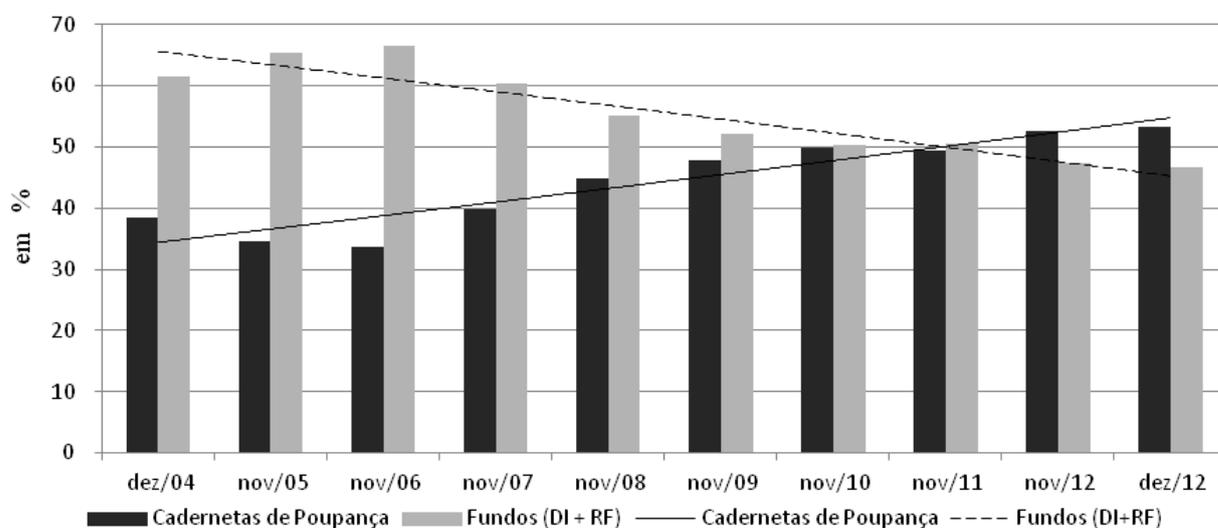
Gráfico 13 - Demanda como parcela da renda dos ativos Cadernetas de Poupança e Fundos DI - dez/04 a dez/12 (meses selecionados) - em %



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

A inclusão dos Fundos RF no portfólio não altera as trajetórias das demandas observadas no gráfico 13, pois, quando se considera a evolução das demandas pelas Cadernetas de Poupança e pelos dois fundos analisados, Fundos DI e Fundos RF, agrupados no gráfico 14 como Fundos (DI+RF), confirma-se mais uma vez o aumento da relevância das Cadernetas de Poupança.

Gráfico 14 - Demanda como parcela da renda dos ativos Cadernetas de Poupança e Fundos (DI + RF) - dez/04 a dez/12 (meses selecionados) - em %



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

Merece destaque o fato de que no ano de 2009, a rentabilidade das Cadernetas de Poupança se equipara ao retorno médio oferecido por todos os fundos de investimento financeiro (FIF), como ilustrado no gráfico 4 do Capítulo 1. Fazendo uma relação deste fato com o comportamento apresentado no gráfico 14, nota-se que, no ponto médio da amostra situado neste mesmo ano (nov/09), a demanda como parcela da renda do ativo Cadernetas de Poupança se aproxima de 50%, magnitude que se mantém nos dois anos seguintes, elevando-se em 2012.

Deste modo, conclui-se que o comportamento efetivamente verificado nas demandas pelos ativos monetários estudados é compatível com as magnitudes das elasticidades de substituição de Morishima nos pontos médios avaliados, considerando-se os níveis de taxa SELIC declinantes ao longo do tempo e as relações entre os custos de oportunidades dos ativos Cadernetas de Poupança e Fundos DI. A interação entre estas três variáveis, conforme discutido anteriormente, aponta para padrão de comportamento dos agentes econômicos em que as Cadernetas de Poupança deveriam passar a representar papel de crescente importância em suas carteiras de ativos financeiros em detrimento dos fundos de investimento. De fato, a observação dos gráficos 13 e 14 evidencia que, ao longo do período analisado, as Cadernetas de Poupança se expandiram, enquanto os fundos de investimento sofreram retração.



## CONCLUSÃO

As alterações na trajetória da taxa básica da economia brasileira assistida a partir do ano de 2005 desencadearam movimentos de ajuste nos retornos oferecidos no mercado de ativos financeiros de renda fixa. Neste trabalho, o interesse recaiu especialmente sobre dois importantes instrumentos de captação da poupança privada: as Cadernetas de Poupança e os Fundos DI.

O impacto inicial do declínio da taxa SELIC entre setembro de 2005 e setembro de 2007 sobre os custos de oportunidade desses dois bens monetários foi significativamente diferente. Enquanto as Cadernetas de Poupança tiveram seu preço reduzido acentuadamente, seguindo o padrão ocorrido com a taxa básica; os Fundos DI, por sua vez, não apresentaram variação de tendência relevante, como se percebe pela estabilidade da linha que os representa nas quatro acepções de retorno investigadas. Consequentemente, as Cadernetas de Poupança sofreram uma redução em seus preços, aproximando-os dos preços dos Fundos DI, os quais, por sua vez, pouco se alteraram, relativamente.

A forma distinta como os preços relativos desses dois bens foram afetados parece ter sido decisiva na determinação dos desdobramentos sobre suas relações de substituição. Enquanto, as Cadernetas de Poupança se tornaram relativamente mais “atraentes”, os Fundos DI, por não terem sofrido redução relevante em seu custo de oportunidade, perderam espaço.

Essa diversidade de resposta foi avaliada neste estudo através das elasticidades de substituição de Morishima, cuja assimetria foi capaz de mostrar que movimentos nos preços das Cadernetas de Poupança conduziam a efeitos diferentes daqueles resultantes de alterações nos preços dos Fundos DI.

Permitindo, portanto, concluir pela confirmação da hipótese levantada neste trabalho de que diferentes níveis de taxas de juros SELIC suscitam relações diversas de substituição entre os ativos Cadernetas de Poupança e Fundos DI.

Conclui-se igualmente pela confirmação de que as alterações nos padrões de substituição entre os ativos estão estreitamente relacionados à redução da distância entre os retornos oferecidos por cada um deles.

Não se confirmou, contudo, a hipótese de que as elasticidades de substituição atribuídas a mudanças nos preços das Cadernetas de Poupança seriam de magnitude inferior quando taxas de juros mais altas fossem praticadas, e se elevariam em valor absoluto quando as taxas de juros se reduzissem. Na verdade, o que se constatou foi uma redução de magnitude

em todas as elasticidades calculadas; indicando que retornos relativamente inferiores suscitariam menor sensibilidade dos agentes às suas variações.

Corroborar-se, por outro lado, a ideia de que taxas básicas da economia inferiores conferem maior relevância relativa às Cadernetas de Poupança em detrimento dos Fundos DI. Fato ilustrado pela maior magnitude das elasticidades de substituição de Morishima apuradas para o primeiro bem.

As elasticidades de Morishima representaram papel crucial na investigação dessa mudança de padrão nas relações entre os dois ativos porque ela permitiu evidenciar a importância de analisar separadamente os efeitos provocados por cada um dos ativos estudados sobre a elasticidade de substituição. A variabilidade observada nos custos de oportunidade, ocasionadas pelos movimentos na taxa SELIC suscitam, como apontado por FLEISSIG e SERLETIS (2002), respostas diferentes para quando se considera a alteração no custo de oportunidade de um ou do outro ativo. A assimetria destas respostas é expressa através da assimetria nas elasticidades de substituição entre os dois bens monetários.

As elasticidades de substituição de Morishima parecem captar adequadamente esse comportamento assimétrico do investidor. As elasticidades de substituição inferiores à unidade apuradas em vários pontos para os Fundos DI ( $0 < M_{21} < 1$ ) atestam sua baixa capacidade relativa de atrair recursos via reduções em seu custo de oportunidade. As Cadernetas de Poupança, por sua vez, por apresentarem elasticidades superiores, muitas vezes próximas à unidade ( $M_{12} = 1$ ), acabam recebendo volume relativamente maior de recursos quando seus retornos se elevam do que perdem por causa de aumentos nos retornos de seu principal bem substituto.

Pode-se afirmar que à medida que a taxa de juro SELIC se reduzia, afunilando a distância entre os custos de oportunidade dos dois ativos; produzindo, portanto, preços semelhantes para os dois, o grau de substituíbilidade entre ambos se reduzia. De modo muito mais acentuado, contudo, para os Fundos DI.

As dinâmicas diversas de remuneração dos dois ativos acabaram por ensejar um quadro de instabilidade na relação entre os dois ativos, considerando-se em especial os efeitos de mudanças nos preços dos Fundos DI, os quais passam a ser preteridos em favor das Cadernetas de Poupança, mesmo quando apresentam custos de oportunidade inferiores aos delas. Como se o investidor destes ativos tivesse um comportamento inercial quando o ganho relativo de alterar a composição de seu portfólio fosse de pouca monta. Como se, ao perceber os dois ativos pouco diferenciados entre si, somente grandes oscilações em seus preços levaria o investidor a substituir um pelo outro.

Conclui-se, portanto, que o movimento de significativa redução das taxas de juros praticadas na economia brasileira provocou importantes alterações na alocação dos recursos da poupança privada, conferindo maior importância relativa ao mais tradicional produto de investimento financeiro – as Cadernetas de Poupança. Perde espaço instrumento financeiro mais sofisticado que experimentara forte expansão em período de taxas de juros mais elevadas, mas que se mostrou pouco atrativo quando o cenário de taxas altas sinalizou seu fim.

No tocante à referida perda de espaço, encerra-se a conclusão com uma breve discussão sobre sua relação com as dinâmicas atuais de remuneração dos dois ativos bem como suas possíveis implicações.

A composição dos Fundos DI igual a 95% de títulos com remuneração atrelada direta ou indiretamente à taxa SELIC, estabelece que o retorno deste ativo não poderá ser muito superior ao patamar de 95% da variação da taxa SELIC. Na verdade, ele tenderá a ser inferior a este nível, pois as rentabilidades dos ativos que compõem as carteiras dos fundos de investimento não são integralmente repassadas a seus cotistas. Precisam ser descontadas taxas de administração e outras despesas associadas ao produto. Ilustraria este fato a rentabilidade média de cerca de 70% da taxa SELIC verificada ao longo do período analisado.

Deste ponto de vista, a regra de remuneração da Caderneta de Poupança estabelecendo que para taxas de juros SELIC inferiores a 8,5% ao ano, o retorno deste ativo será igual a 70% da variação verificada na taxa SELIC, parece ter reduzido muito significativamente o espaço de atração de recursos para os Fundos DI. Não se pode esquecer que as Cadernetas de Poupança além de terem garantida a regra de remuneração ainda contam com o suporte do Fundo Garantidor de Crédito (FGC) até o limite de R\$ 70.000,00<sup>87</sup>.

Sendo assim, seria razoável argumentar que os Fundos DI tenderão a desaparecer à medida que taxas de juros menores que 8,5% ao ano se tornem comuns na economia brasileira. Não se pode concluir, contudo, que os recursos originários destes fundos irão integralmente para as Cadernetas de Poupança. Há que se considerar que a indústria de fundos se caracteriza por ser inovadora, sofisticada e ágil. Portanto, novos fundos de investimento deverão surgir para disputar com as Cadernetas de Poupança os recursos destes poupadores.

---

<sup>87</sup> Resolução do Banco Central do Brasil nº 4.222, de 23 de maio de 2013, elevou o limite do FGC para R\$ 250.000,00.

Encerra-se esta dissertação reconhecendo que ela representa uma dentre as diversas alternativas de abordagem do tema de substituição entre bens monetários no Brasil. Várias escolhas metodológicas foram preteridas e importantes aspectos relacionados ao tema foram deixados de lado.

Iniciando pelo campo metodológico, a adoção da forma funcional Fourier fornece estimativas das elasticidades de substituição para todas as observações da amostra. De modo que estudos que a empregassem contribuiriam muito positivamente na avaliação da validade dos resultados obtidos neste trabalho com a *Translog*.

O principal atributo da elasticidade de substituição de Morishima é permitir avaliar uma possível assimetria das elasticidades de substituição. Contudo, ela considera que somente um preço se altera de cada vez. O cálculo das elasticidades de substituição sombra ou McFadden oferecem a possibilidade de contemplar mudanças nos preços dos dois ativos.

Destaca-se, ainda, o conjunto de ativos a serem analisados. A necessidade de inclusão do terceiro ativo levou à introdução de elemento externo ao objetivo do trabalho – os Fundos RF (*ativo 3*). Seria interessante avaliar se a inclusão de um outro *ativo 3* conduziria a relações de substituição entre as Cadernetas de Poupança e Fundos DI semelhantes às encontradas neste trabalho.

Como último ponto relativo à metodologia, considera-se a possibilidade de realizar o estudo das relações de substituição levando em conta a instituição financeira em que estão investidos os recursos. Esta abordagem permitiria investigar a influência de movimentos de transferência de recursos entre os ativos sobre, por exemplo, a variação nas receitas da instituição, o impacto sobre a concessão de financiamentos imobiliários etc.

Por fim, não há como deixar de admitir a ausência neste trabalho da análise dos possíveis impactos das mudanças das relações de substituição entre as Cadernetas de Poupança e os fundos de investimento sobre a dívida pública mobiliária federal brasileira. Certamente, um importante tema de estudo.

## REFERÊNCIAS

ANBID – ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE BANCOS DE INVESTIMENTO. **Estudo de hipóteses de taxa Selic potencial para equilíbrio entre a rentabilidade da caderneta de poupança e dos fundos DI.** Disponível em <[http://www.anbid.com.br/institucional/documentos\\_download/Fundos/Estudos%20e%20Estatísticas%20Mundiais/ANBID%20-%20Estudo%20comparativo%20-%20poupança%20e%20fundos%20-%202013\\_05\\_2004.pdf](http://www.anbid.com.br/institucional/documentos_download/Fundos/Estudos%20e%20Estatísticas%20Mundiais/ANBID%20-%20Estudo%20comparativo%20-%20poupança%20e%20fundos%20-%202013_05_2004.pdf)>. Acesso em 22 ago. 2011.

ANBIMA – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAL. **Classificação ANBIMA de Fundos de Investimento:** Atualizada pela Deliberação nº 44, de 24 de novembro de 2010. Disponível em <[http://www.anbid.com.br/institucional/CalandraRedirect/?temp=5&proj=ANBID&pub=T&comp=sec\\_FUNDOS\\_DE\\_INVESTIMENTO&db=CalSQL2000&docid=4EBDDD76E9B84E3C83256E3000620AF9](http://www.anbid.com.br/institucional/CalandraRedirect/?temp=5&proj=ANBID&pub=T&comp=sec_FUNDOS_DE_INVESTIMENTO&db=CalSQL2000&docid=4EBDDD76E9B84E3C83256E3000620AF9)>. Acesso em 21 fev.2012.

BARNETT, W.A. The User Cost of Money. **Economic Letters**, [s.l.], v.1, n. 2, p.145-149, 1978.

BARNETT, W.A.; FISHER, D.; SERLETIS, A. Consumer Theory and the Demand for Money. **Journal of Economic Literature**, Nashville, v.XXX, p.2086-2119, Dec. 1992.

BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Boletim Anual.** Brasília: BCB, Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/pec/boletim/banual96/rel96-02.pdf>>. Acesso em: 23 fev.2013. Foram consultados os relatórios referentes aos anos de 1996 a 2011.

\_\_\_\_\_. **Histórico do Sistema Financeiro de Habitação (SFH) e Sistema Brasileiro de Poupança e Empréstimo (SBPE).** Brasília: BCB, Disponível em <[www.bcb.gov.br/?SFHHIST](http://www.bcb.gov.br/?SFHHIST)>. Acesso em 21 out. 2011.

BERNDT, E.R.; DARROUGH, M.N.; DIEWERT, W.E. Flexible Functional Forms and Expenditure Distributions: An Application to Canadian Consumer Demand Functions. **International Economic Review**, Osaka, v.18, n.3, p.657-675, Oct. 1977.

BINSWANGER, H. A Cost Function Approach to the Measurement of Factor Demand and Elasticities of Substitution. **American Journal of Agricultural Economics**, AMES, v.56, p.377-386, May 1974.

BLACKORBY, C. e DIEWERT, W.E. Expenditure Functions, Local Duality, and Second Order Approximations. **Econometrica**, Menasha, v.47, n.3, p.579-602, May 1979.

BRAGA, J. C. S. E CINTRA, M.A.M. Finanças dolarizadas e capital financeiro: exasperação sob comando americano. In: FIORI, J.L. (Org.). **O poder norte-americano.** Petrópolis/RJ: Editora Vozes, 2004, p. 253-307

BLACKORBY, C. e RUSSELL, R.R. Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand UP? (A Comparison of the Allen/Uzawa and Morishima Elasticities). **The American Economic Review**, Nashville, v.79, n.4, p.882-888, Sep. 1989.

CAIXA – CAIXA ECONOMICA FEDERAL. (1) **História da Poupança**. Brasília: CAIXA, Disponível em: <<http://www.caixa.gov.br/Voce/Poupanca/historia.asp>> Acesso em: 09 abr.2012.

\_\_\_\_\_. (2) **Poupança: Saiba mais**. Brasília: CAIXA, Disponível em: <[http://www.caixa.gov.br/Voce/Poupanca/saiba\\_mais.asp](http://www.caixa.gov.br/Voce/Poupanca/saiba_mais.asp)>. Acesso em: 09 abr.2012.

CAMERON, A. C. e TRIVEDI, P.K. **Microeconometrics using stata**: revised edition. Texas: Stata Press, 2010.

CARMO, C. R. S. **Cadernetas de Poupança**: uma abordagem econométrica, histórica e normativa. Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

CHETTY, V. K. On Measuring the Nearness of Near-Moneys. **American Economic Review**, Nashville, v. 59, n. 3, p. 270-281, Jun. 1969.

\_\_\_\_\_. On Measuring the Nearness of Near-Moneys: Reply. **American Economic Review**, Nashville, v. 62, n.1/2, p. 226-229, Mar. 1972.

CHRISTENSEN, L.R.; JORGENSON, D.W.; LAU, L.J. Transcendental Logarithmic Utility Functions. **American Economic Review**, Nashville, v.65, n.3, p.367-383, Jun. 1975.

CHRISTENSEN, L.R. e MANSER M.E. Estimating U.S. Consumer Preferences for Meat with Flexible Utility Function. **Journal of Econometrics**, Amsterdam, v.5, p.37-53, 1977.

CONTADOR, C.R. Desenvolvimento financeiro, liquidez e substituição entre ativos no Brasil: a experiência recente. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, Rio de Janeiro, v. 4 (2), p. 245-284, jun. 1974.

CVM – COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (1). **Fundos de investimento**. Brasília: CVM, Disponível em: <[http://www.portaldoinvestidor.gov.br/Investidor/Ondeinvestir/Tiposdeinvestimentos/tabid/86/Default.aspx?controleConteudo=viewRespConteudo&ItemID=150#O que é um Fundo de Investimento](http://www.portaldoinvestidor.gov.br/Investidor/Ondeinvestir/Tiposdeinvestimentos/tabid/86/Default.aspx?controleConteudo=viewRespConteudo&ItemID=150#O%20que%20%C3%A9%20um%20Fundo%20de%20Investimento)>. Acesso em 21 fev. 2012.

\_\_\_\_\_. (2) **Panorama da indústria brasileira de fundos de investimento**. Maio de 2006. Brasília: CVM, Disponível em: <<http://www.cvm.gov.br/port/public/publ/pibfi2005.pdf>>. Acesso em 21 fev. 2012

DAVIS, G.C. e GAUGER, J. Measuring Substitution in Monetary-Asset Demand Systems. **Journal of Business & Economic Statistics**, Washington, v.14, n.2, p.203-208, Apr. 1996.

DAVIS, P.J. e REUBEN, H. **A experiência matemática**. 4ª.ed., Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DELFIN NETTO, A. (Coord.) **O estado da arte em economia**. Guilhoto, J.; Duarte, P.G.;Silber, S.D. (Orgs.), vols. 1 e 2, São Paulo: Saraiva, 2011.

DRAKE, L.; FLEISSIG, A. R.; MULLINEUX, A. Are “Risky Assets” Substitutes for “Monetary Assets”? **Economic Inquiry**, Huntington Beach, v.37, n.3, p.510-526, Jul. 1999.

EDWARDS, F. R. More on substitutability between Money and Near-Moneys. **Journal of Money, Credit and Banking**, Columbus, v.4, n. 3, p.551-571, Aug. 1972.

EWIS, N. A., FISHER, D. The Translog Utility Function and the Demand for Money in the United States. **Journal of Money, Credit and Banking**, Columbus, v.16, n.1, p.34-52, Feb.1984.

EWIS, N. A., FISHER, D. Toward a Consistent Estimate of the Demand for Monies: An application of the Fourier Flexible Form. **Journal of Macroeconomics**, Detroit, v.7, n.2, p.151-174, Spring 1985.

FGC – FUNDO GARANTIDOR DE CRÉDITO. Disponível em: < <http://www.fgc.org.br> >. Acesso em 04 abr. 2013. Acesso para revisão do texto final em 18 jun. 2013.

FIRMINO, A.C. **A estimação de funções custo tipo Translog**: aplicação à cabotagem brasileira. Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1982.

FISHER, D.; FLEISSIG, A. R.; SERLETIS, A. An Empirical Comparison of Flexible Demand System Functional Forms. **Journal of Applied Econometrics**, Chichester, v.16, n.1, p.59-80, Jan-Feb. 2001.

FLEISSIG, A. R. e SERLETIS, A. Semi-non-parametric Estimates of Substitution for Canadian Monetary Assets. **The Canadian Journal of Economics**, Toronto, v.35, n.1, p.78-91, Feb. 2002.

GALLANT, A.R. **Nonlinear Statistical Models**. New York: John Wiley & Sons, 1987.

\_\_\_\_\_. On the Bias in Flexible Functional Forms and an Essentially Unbiased Form: The Fourier Flexible Form. **Journal of Econometrics**, Amsterdam, v.15, p.211-245, 1981.

\_\_\_\_\_. The Fourier Flexible Form. **American Journal of Agricultural Economics**, AMES, p.204-208, May 1984.

GAUGER, J.A. e SCHROETER, J. R. Measuring the Nearness of Near-Monies: Evidence from 1980's. **Journal of Macroeconomics**, Detroit, v.12, n.2, p.247-261, Spring 1990.

GIAMBIAGI, F.; VILLELA, A.; CASTRO, L.B.; HERMANN, J. (Orgs.) **Economia Brasileira Contemporânea (1945-2004)**. 10a. reimpressão, Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GREENE, W.H.. **Econometric Analysis**. 3<sup>rd</sup> ed., New Jersey: Prentice Hall, 1997.

JONES, B. E.; FLEISSIG, A. R.; ELGER, T.; DUTKOWSKI, D.H. Monetary policy and monetary asset substitution. **Economic Letters**, [s.1.], v. 99, n. 1, p.18-22, Apr. 2008.

JORGENSON, D.W. e LAU, L.J. The integrability of consumer demand systems. **European Economic Review**, White Plains, v.12, p.115-147, 1979.

JUDGE, G.G.; HILL, R.C; GRIFFITHS, W.E.; LÜTKEPOHL, H.; LEE, T.C. **Introduction to the Theory and Practice of Econometrics**. 2<sup>nd</sup> ed., New York: John Wiley, 1988.

KLAPPER, L.; SULLA, V; VITTAS, D. The development of mutual funds around the world. **Emerging Market Review**, Hong Kong, v. 5, n. 1, p. 1-38, Mar 2004.

LIMA, J. E. Definições alternativas de Elasticidade de Substituição: revisão e aplicação. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Brasília, v.38, n. 1, p.9-44, Jan-Mar 2000.

LONGLEY, W.R. Use of Transcendental Equations in Analytic Geometry. **The American Mathematical Monthly**, Lancaster, v.23, n. 8, p.289-292, Oct. 1916.

MUNDLAK, Y. Elasticities of Substitution and the Theory of Derived Demand. **The Review of Economics Studies**, Stockholm, v.35, n.2, p.225-236, Apr. 1968.

PINHEIRO, M. Mercado reage a pesquisa Focus e eleva projeção de juros, **Valor Econômico**, São Paulo, 12 mar. 2012. Disponível em <<http://www.valor.com.br/financas/2566768/mercado-reage-pesquisa-focus-e-eleva-projecao-de-juros#ixzz2LXYKcHM2>>. Acesso em 22 fev.2013.

ROSA, S. Tributação de Fundos DI depende de mudança no cálculo da poupança, **Valor Econômico**, São Paulo, 14 fev.2012. Disponível em <<http://www.valor.com.br/financas/2530174/tributacao-de-fundos-di-depende-de-mudanca-no-calculo-da-poupanca#ixzz2LXabSdm7>>. Acesso em 22 fev.2013.

ROSSITER, R. e LEE, T.H. Statistical Tests of Relative Substitutabilities of Near-Monies over Time. **Journal of Macroeconomics**, Detroit, v.6, n.3, p.249-264, Summer 1984.

SECURATO, J.R. (coord.) **Cálculo financeiro das tesourarias** – bancos e empresas. 3a. ed., São Paulo: Saint Paul, 2005.

SILBERBERG, E. **The structure of economics: a mathematical analysis** 2<sup>nd</sup> ed., New York: McGraw-Hill, 1990.

SIMÃO, E. e VILLAVERDE, J. Para Mantega não é preciso mudar regra de poupança neste momento, **Valor Econômico**, São Paulo, 06 mar.2012. Disponível em <<http://www.valor.com.br/financas/2557202/para-mantega-nao-e-preciso-mudar-regra-da-poupanca-neste-momento#ixzz2LXa9MKIo>>. Acesso em 22 fev.2013.

SIMS, G.E.; TAKAYAMA, A.; CHAO, C. A Dual Approach to Measuring the Nearness of Near-Monies. **The Review of Economic and Statistics**, Amsterdam, v.69, n. 1, p. 118-127, Feb. 1987.

SWOFFORD, J.L. e WHITNEY, G. A. Flexible Functional Forms and the Utility Approach to the Demand for Money: Nonparametric Analysis. **Journal of Money, Credit and Banking**, Columbus, v.18, n. 3, p.383-389, Aug. 1986.

VARGA, G.; WENGERT, M. A indústria de fundos de investimentos no Brasil. **Revista de Economia e Administração**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 66-109, Jan-Mar 2011.

VIEIRA SOBRINHO, J. D. Alterações no cálculo da TR e no rendimento da poupança. p.4-8, Jan. 2001. In: VIEIRA SOBRINHO, J. D. **Cadernetas de Poupança**: alterações da TR e do rendimento. p. 1-8, Nov. 2006 (mimeo) – Trabalho apresentado em seminário na Ordem dos Economistas do Brasil em 10 de março de 2012.

\_\_\_\_\_. **Cadernetas de Poupança**: alterações da TR e do rendimento. p. 1-8, Nov. 2006 (mimeo) Trabalho apresentado em seminário na Ordem dos Economistas do Brasil em 10 de março de 2012.

\_\_\_\_\_. **A bola da vez**: rendimento da Caderneta de Poupança. p. 1-4, Mar. 2012 (mimeo) Trabalho apresentado em seminário na Ordem dos Economistas do Brasil em 10 de março de 2012.

VILLAVERDE, J. e SIMÃO, E. Tesouro não vê concorrência entre poupança e títulos públicos, **Valor Econômico**, São Paulo, 08 mar.2012. Disponível em <<http://www.valor.com.br/financas/2561420/tesouro-nao-ve-concorrencia-entre-poupanca-e-titulos-publicos#ixzz2LXYsKB7F>>. Acesso em 22 fev.2013.

ZAGAGLIA, P. Monetary asset substitution in the Euro Area. **Munich Personal RePEc Archive**, Paper No. 17878, p. 1-4, 14 Oct. 2009. Disponível em < <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/17878/>> Acesso em 24 fev. 2012.



## APÊNDICE A – ELASTICIDADES CALCULADAS

Tabela A.1 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por um mês

Elasticidades	dez/04 a nov/06	dez/04 a nov/08	dez/04 a nov/10	nov/05 a dez/09	dez/04 a dez/12	nov/05 a dez/11	nov/06 a dez/10	nov/06 a dez/12	nov/07 a dez/11	nov/08 a dez/12	out/10 a dez/12
	25 obs	48 obs	72 obs	50 obs	97 obs	74 obs	50 obs	74 obs	50 obs	50 obs	27 obs
	(nov/05)	(nov/06)	(nov/07)		(nov/08)			(nov/09)		(nov/10)	(nov/11)
$\epsilon_{11}$	-1,03	-1,13	-1,30	-0,98	-0,98	-1,04	-0,99	-0,92	-0,89	-0,97	-0,98
$\epsilon_{22}$	-0,82	-0,95	-0,83	-0,92	-0,80	-0,83	-0,92	-0,68	-0,88	-0,80	-0,76
$\epsilon_{33}$	-3,91	-1,00	-1,03	-3,15	-1,45	-3,44	-4,71	-1,44	-6,80	-1,01	-0,08
$\epsilon_{12}$	0,49	0,29	-0,50	-0,26	-0,56	-0,67	-0,43	-0,63	-0,37	-0,18	-0,09
$\epsilon_{21}$	-0,03	0,09	0,04	0,02	0,03	0,04	0,00	-0,04	-0,03	-0,03	-0,01
$\epsilon_{13}$	-0,09	-0,04	-0,25	0,01	0,06	0,20	0,19	0,02	-0,02	-0,01	-0,02
$\epsilon_{31}$	1,51	0,16	0,10	1,52	0,56	1,87	1,91	0,05	3,50	-0,39	-0,82
$\epsilon_{23}$	0,02	-0,01	0,00	0,02	-0,01	-0,03	-0,03	0,02	0,00	0,03	0,03
$\epsilon_{32}$	1,90	0,36	-0,26	0,67	-0,23	0,49	0,70	-0,59	1,45	-0,31	-0,43
* $M_{12\_1m}$	1,00	1,22	1,34	1,00	1,01	1,08	0,99	0,88	0,86	0,93	0,97
$M_{21\_1m}$	1,30	1,24	0,33	0,66	0,24	0,16	0,49	0,05	0,52	0,62	0,66
$M_{13\_1m}$	2,54	1,29	1,40	2,51	1,53	2,91	2,90	0,96	4,39	0,58	0,16
$M_{31\_1m}$	3,82	0,96	0,78	3,16	1,51	3,64	4,90	1,45	6,78	1,00	0,06
$M_{23\_1m}$	2,71	1,31	0,57	1,59	0,57	1,32	1,62	0,09	2,34	0,48	0,33
$M_{32\_1m}$	3,93	0,99	1,03	3,16	1,44	3,40	4,68	1,45	6,80	1,04	0,11
$A_{11}$	-0,84	-2,01	-1,53	0,09	-0,56	0,50	0,44	-0,24	1,46	-1,01	-1,28
$A_{22}$	1,16	-1,77	-3,16	-2,17	-3,02	-2,36	-2,20	-3,81	-1,69	-2,99	-2,90
$A_{33}$	-13,22	-2,42	-2,08	-10,82	-3,40	-10,67	-14,74	-3,72	-29,42	-2,07	1,94
$A_{12}=A_{21}$	3,83	2,04	0,03	1,44	0,00	0,83	1,33	-1,03	1,82	0,23	0,28
$A_{13}=A_{31}$	1,94	0,85	1,15	2,49	2,21	3,89	3,54	1,69	3,23	0,92	0,61
$A_{23}=A_{32}$	3,97	1,77	-0,08	1,44	-0,10	0,64	1,26	-0,89	1,88	0,41	0,43

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

$\epsilon_{ij}$ ;  $M_{ij}$ ;  $A_{ij}$  (i, j = 1,2,3) Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\*  $M_{12\_1m}$  = Elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), devido a uma alteração em seus custos de oportunidade relativos acumulados por 1 mês (1m), causada por mudança no custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança (1). Analogamente, definem-se as demais elasticidades.

Tabela A.2 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por três meses

	dez/04 a nov/06 25 obs	dez/04 a nov/08 48 obs	dez/04 a nov/10 72 obs	nov/05 a dez/09 50 obs	dez/04 a dez/12 97 obs	nov/05 a dez/11 74 obs	nov/06 a dez/10 50 obs	nov/06 a dez/12 74 obs	nov/07 a dez/11 50 obs	nov/08 a dez/12 50 obs	out/10 a dez/12 27 obs
Elasticidades	(nov/05)	(nov/06)	(nov/07)		(nov/08)			(nov/09)		(nov/10)	(nov/11)
$\epsilon_{11}$	-0,99	-1,34	-1,13	-1,28	-1,08	-1,13	-0,95	-0,84	-0,81	-0,92	-1,06
$\epsilon_{22}$	-1,13	-1,14	-1,07	-1,11	-0,91	-0,89	-0,92	-0,70	-0,79	-1,00	-1,02
$\epsilon_{33}$	-5,43	2,64	-1,06	1,50	-3,27	-3,29	-3,99	-3,03	-10,34	0,74	-2,13
$\epsilon_{12}$	0,83	0,55	-0,47	-0,09	-0,67	-0,77	-0,38	-1,03	-0,65	-0,25	0,16
$\epsilon_{21}$	0,06	0,27	0,15	0,21	0,10	0,10	-0,01	-0,07	-0,07	-0,08	0,08
$\epsilon_{13}$	-0,30	0,02	0,35	0,28	0,28	0,34	0,18	0,14	-0,04	-0,04	-0,04
$\epsilon_{31}$	2,27	-2,15	0,74	-0,84	1,84	1,99	1,57	1,27	5,38	-1,96	0,17
$\epsilon_{23}$	0,11	-0,05	-0,03	-0,08	-0,03	-0,05	-0,04	0,05	0,00	0,18	0,04
$\epsilon_{32}$	3,08	-1,16	-0,42	-1,00	0,37	0,35	0,48	-0,48	2,07	-0,99	0,28
* $M_{12\_3m}$	1,05	1,60	1,28	1,50	1,18	1,22	0,94	0,77	0,74	0,84	1,13
$M_{21\_3m}$	1,96	1,69	0,60	1,02	0,23	0,11	0,54	-0,32	0,13	0,75	1,18
$M_{13\_3m}$	3,27	-0,81	1,87	0,44	2,92	3,11	2,52	2,11	6,19	-1,04	1,23
$M_{31\_3m}$	5,13	-2,62	1,41	-1,22	3,55	3,63	4,18	3,18	10,30	-0,78	2,09
$M_{23\_3m}$	4,21	-0,02	0,65	0,11	1,28	1,24	1,40	0,22	2,85	0,01	1,30
$M_{32\_3m}$	5,54	-2,69	1,03	-1,58	3,25	3,25	3,95	3,09	10,34	-0,56	2,17
$A_{11}$	-0,03	-4,78	-0,88	-2,71	0,31	0,40	0,17	0,83	2,77	-1,70	-1,13
$A_{22}$	1,65	-4,22	-4,64	-4,97	-2,83	-2,87	-2,46	-4,57	-1,31	-4,72	-2,69
$A_{33}$	-19,87	11,85	-2,21	7,79	-10,15	-10,07	-12,41	-11,82	-47,15	6,84	-7,55
$A_{12}=A_{21}$	5,61	0,76	-0,09	-0,07	0,75	0,65	1,08	-1,79	1,74	-0,82	1,68
$A_{13}=A_{31}$	2,00	-1,27	2,85	1,18	4,01	4,43	3,10	3,04	4,25	0,05	0,85
$A_{23}=A_{32}$	5,76	-0,09	-0,53	-0,82	0,42	0,26	0,98	-1,44	1,87	0,02	1,66

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

$\epsilon_{ij}$ ;  $M_{ij}$ ;  $A_{ij}$  (i, j = 1,2,3) Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\*  $M_{12\_3m}$  = Elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), devido a uma alteração em seus custos de oportunidade relativos acumulados por 3 meses (3m), causada por mudança no custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança (1). Analogamente, definem-se as demais elasticidades.

\*\* Preenchimento em cinza indica que o critério (I) de elasticidade própria não positiva/negativa não foi atendido, levando à exclusão deste resultado para fins de análise neste trabalho

Tabela A.3 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por seis meses

	dez/04 a nov/06 25 obs	dez/04 a nov/08 48 obs	dez/04 a nov/10 72 obs	nov/05 a dez/09 50 obs	dez/04 a dez/12 97 obs	nov/05 a dez/11 74 obs	nov/06 a dez/10 50 obs	nov/06 a dez/12 74 obs	nov/07 a dez/11 50 obs	nov/08 a dez/12 50 obs	out/10 a dez/12 27 obs
Elasticidades	(nov/05)	(nov/06)	(nov/07)		(nov/08)			(nov/09)		(nov/10)	(nov/11)
$\epsilon_{11}$	-1,04	-1,55	-1,32	-1,58	-1,18	-1,31	-1,00	-0,91	-0,83	-0,90	-1,05
$\epsilon_{22}$	-1,55	-1,42	-1,20	-1,37	-0,93	-0,87	-0,62	-0,71	-0,66	-0,98	-0,58
$\epsilon_{33}$	-17,95	2,75	-0,42	0,73	-5,95	-3,76	-12,16	-9,45	-12,50	-0,26	-1,06
$\epsilon_{12}$	1,58	0,94	-0,61	-0,12	-0,78	-1,07	-2,52	-0,64	-0,92	-0,31	0,23
$\epsilon_{21}$	0,31	0,34	0,26	0,42	0,12	0,16	0,13	-0,04	-0,06	-0,10	-0,09
$\epsilon_{13}$	-0,65	0,08	0,79	0,69	0,46	0,84	1,65	0,13	0,24	-0,03	-0,07
$\epsilon_{31}$	9,70	-2,19	0,88	-0,29	3,64	2,92	11,11	5,66	6,91	-1,52	-0,84
$\epsilon_{23}$	0,17	0,00	-0,12	-0,13	-0,02	-0,14	-0,36	-0,05	-0,18	0,19	0,03
$\epsilon_{32}$	10,43	-0,96	-1,08	-1,20	1,26	0,05	2,73	2,00	2,27	-0,81	-0,04
* $M_{12,6m}$	1,35	1,89	1,58	2,00	1,30	1,47	1,13	0,87	0,77	0,79	0,96
$M_{21,6m}$	3,12	2,36	0,59	1,25	0,16	-0,21	-1,90	0,07	-0,25	0,67	0,81
$M_{13,6m}$	10,74	-0,64	2,20	1,28	4,82	4,23	12,11	6,58	7,75	-0,62	0,21
$M_{31,6m}$	17,30	-2,68	1,21	-0,05	6,41	4,60	13,81	9,58	12,75	0,23	0,99
$M_{23,6m}$	11,98	0,45	0,11	0,18	2,19	0,92	3,35	2,71	2,93	0,16	0,53
$M_{32,6m}$	18,13	-2,76	0,30	-0,86	5,93	3,62	11,80	9,40	12,32	0,45	1,10
$A_{11}$	6,98	-5,98	-1,34	-2,95	1,56	0,57	8,38	2,75	3,73	-1,38	-1,78
$A_{22}$	9,15	-4,51	-6,29	-6,50	-2,12	-3,80	-1,74	-0,93	-0,79	-4,60	-0,89
$A_{33}$	-71,47	12,03	0,94	5,98	-20,83	-12,04	-47,91	-41,54	-54,89	2,48	-2,27
$A_{12}=A_{21}$	15,14	1,61	-0,94	-0,02	1,67	-0,13	0,98	1,95	1,76	-0,81	1,29
$A_{13}=A_{31}$	8,05	-1,61	4,29	2,83	5,92	6,36	15,80	5,07	6,36	0,36	0,09
$A_{23}=A_{32}$	14,75	0,69	-1,92	-1,37	1,32	-0,93	-0,41	1,85	1,19	0,12	1,60

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

$\epsilon_{ij}$ ;  $M_{ij}$ ;  $A_{ij}$  (i, j = 1,2,3) Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\*  $M_{12,6m}$  = Elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), devido a uma alteração em seus custos de oportunidade relativos acumulados por 6 meses (6m), causada por mudança no custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança (1). Analogamente, definem-se as demais elasticidades.

\*\* Preenchimento em cinza indica que o critério (I) de elasticidade própria não positiva/negativa não foi atendido, levando à exclusão deste resultado para fins de análise neste trabalho

Tabela A.4 - Cálculo das Elasticidades Preço ( $\epsilon_{ij}$ ), Morishima ( $M_{ij}$ ) e Allen ( $A_{ij}$ ) no ponto médio de diferentes períodos para retornos acumulados por doze meses

	dez/04 a nov/06 25 obs	dez/04 a nov/08 48 obs	dez/04 a nov/10 72 obs	nov/05 a dez/09 50 obs	dez/04 a dez/12 97 obs	nov/05 a dez/11 74 obs	nov/06 a dez/10 50 obs	nov/06 a dez/12 74 obs	nov/07 a dez/11 50 obs	nov/08 a dez/12 50 obs	out/10 a dez/12 27 obs
Elasticidades	(nov/05)	(nov/06)	(nov/07)		(nov/08)			(nov/09)		(nov/10)	(nov/11)
$\epsilon_{11}$	-1,30	-1,99	0,47	-1,96	-1,31	-1,53	-1,71	-0,97	-1,02	-0,88	-1,00
$\epsilon_{22}$	-1,15	-1,43	-1,00	-1,54	-0,95	-1,00	-1,20	-0,95	-0,60	-1,11	-0,69
$\epsilon_{33}$	-6,61	-2,41	-12,71	-1,12	-10,09	-13,17	-1,78	-9,72	-7,16	-1,68	10,37
$\epsilon_{12}$	1,48	1,12	-0,76	0,06	-0,78	-0,96	-1,10	-0,44	-0,99	-0,26	0,57
$\epsilon_{21}$	0,21	0,23	0,08	0,41	0,09	0,12	0,24	-0,04	-0,03	-0,25	-0,23
$\epsilon_{13}$	-0,48	0,49	0,76	1,14	0,65	1,12	1,52	0,12	0,73	-0,11	-0,33
$\epsilon_{31}$	1,57	0,52	7,90	0,90	6,39	8,52	2,75	6,11	4,24	-0,55	-9,23
$\epsilon_{23}$	-0,05	0,23	0,10	-0,02	0,05	-0,01	-0,11	0,12	-0,31	0,48	0,36
$\epsilon_{32}$	3,05	1,18	3,58	-0,58	2,67	3,41	-0,79	2,76	0,31	0,14	-3,19
* $M_{12,12m}$	1,51	2,21	-0,39	2,37	1,40	1,65	1,95	0,93	1,00	0,63	0,77
$M_{21,12m}$	2,63	2,55	0,24	1,60	0,17	0,04	0,09	0,51	-0,39	0,85	1,26
$M_{13,12m}$	2,87	2,51	7,43	2,86	7,70	10,05	4,46	7,08	5,26	0,33	-8,23
$M_{31,12m}$	6,13	2,90	13,46	2,26	10,74	14,29	3,30	9,84	7,89	1,56	-10,70
$M_{23,12m}$	4,20	2,61	4,58	0,96	3,63	4,41	0,41	3,70	0,91	1,25	-2,50
$M_{32,12m}$	6,56	2,64	12,80	1,10	10,14	13,16	1,67	9,84	6,85	2,16	-10,01
$A_{11}$	-1,99	-5,72	8,36	-3,82	3,05	4,08	-1,18	2,81	1,57	-0,83	-6,31
$A_{22}$	2,27	-1,60	0,21	-6,17	-0,69	-0,15	-6,71	-0,65	-2,63	-4,11	-4,35
$A_{33}$	-22,78	-6,45	-48,55	-1,32	-38,09	-49,25	-4,48	-42,65	-28,45	-4,75	52,32
$A_{12}=A_{21}$	6,68	4,12	4,28	0,93	3,20	4,04	-1,39	3,09	-0,27	-0,11	-1,93
$A_{13}=A_{31}$	0,47	1,46	9,55	4,32	8,22	11,17	7,50	5,28	6,35	0,52	-5,55
$A_{23}=A_{32}$	5,93	4,04	4,39	-0,10	3,13	3,73	-2,31	3,59	-1,34	2,22	-0,10

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

$\epsilon_{ij}$ ;  $M_{ij}$ ;  $A_{ij}$  (i, j = 1, 2, 3) Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\*  $M_{12,12m}$  = Elasticidade de substituição de Morishima entre os ativos Cadernetas de Poupança (1) e Fundos DI (2), devido a uma alteração em seus custos de oportunidade relativos acumulados por 12 meses (12m), causada por mudança no custo de oportunidade das Cadernetas de Poupança (1). Analogamente, definem-se as demais elasticidades.

\*\* Preenchimento em cinza indica que o critério (I) de elasticidade própria não positiva/negativa não foi atendido, levando à exclusão deste resultado para fins de análise neste trabalho

## APÊNDICE B – RESULTADOS ESTATÍSTICOS

Quadro B.I - Número de parâmetros rejeitados ao nível de significância de 10% para as quatro especificações da variável preço e para todas as amostras analisadas nos pontos

Retorno Acumulado por	Pontos médios utilizados como pontos de avaliação das elasticidades										
	nov/05	nov/06	nov/07		nov/08			nov/09		nov/10	nov/11
	dez/04 a nov/06 25 observações	dez/04 a nov/08 48 observações	dez/04 a nov/10 72 observações	nov/05 a dez/09 50 observações	dez/04 a dez/12 97 observações	nov/05 a dez/11 74 observações	nov/06 a dez/10 50 observações	nov/06 a dez/12 74 observações	nov/07 a dez/11 50 observações	nov/08 a dez/12 50 observações	out/10 a dez/12 27 observações
1 mês Modelo 1	8	8	2	2	3	2	5	6	2	3	6
3 meses Modelo 2	6	3*	6	8*	1	4	5	5	3	3*	6
6 meses Modelo 3	-	3*	6	8*	2	4	4	2	8	3	6
12 meses Modelo 4	8	7	7**	7	-	-	7	-	8	8	_*
Modelos selecionados	todos	modelos 1 e 4	modelos 2 e 3	modelos 1 e 4	modelo 4	nenhum	modelos 1 a 3	modelo 4	modelos 1 a 4	modelos 1, 3 e 4	modelos 1 a 3

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.

\*Preenchimento em cinza indica que o modelo não atende ao critério I de elasticidade própria não positiva no ponto médio analisado, pois a elasticidade própria calculada para o ativo 3 Fundos RF é positiva. (Vide Tabela 1)

\*\*Preenchimento em cinza indica que o modelo não atende ao critério I de elasticidade própria não positiva no ponto médio analisado, pois a elasticidade própria calculada para o ativo 1 Cadernetas de Poupança é positiva. (Vide Tabela 1)

Tabela B.1 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a nov/06 (25 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/05 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	0,20487	0,29330	0,49	-0,36999	0,77974
	b12	0,17767	0,24656	0,47	-0,30559	0,66092
	b13	-0,34080	0,54426	0,53	-1,40753	0,72593
	a1	-0,34196	0,00817	-	-0,35798	-0,32594
	bm1	0,56943	0,82694	0,49	-1,05134	2,19020
	bm2	1,00716	0,87513	0,25	-0,70808	2,72239
	bm3	-1,08217	1,60235	0,50	-4,22272	2,05838
	b22	0,24214	0,23558	0,30	-0,21958	0,70386
	b23	-0,32367	0,46564	0,49	-1,23631	0,58896
	a2	-0,29437	0,00476	-	-0,30371	-0,28504
3 meses Modelo 2 *	b11	0,33075	0,21872	0,13	-0,09792	0,75943
	b12	0,26864	0,19577	0,17	-0,11506	0,65234
	b13	-0,46579	0,41144	0,26	-1,27220	0,34062
	a1	-0,34720	0,00336	-	-0,35378	-0,34061
	bm1	0,95831	0,65192	0,14	-0,31943	2,23604
	bm2	1,60222	0,62942	0,01	0,36857	2,83587
	bm3	-1,63892	1,20126	0,17	-3,99334	0,71551
	b22	0,51845	0,21798	0,02	0,09122	0,94568
	b23	-0,52242	0,35573	0,14	-1,21964	0,17480
	a2	-0,29857	0,00234	-	-0,30315	-0,29400
6 meses Modelo 3 *	b11	1,50102	0,32979	-	0,85464	2,14740
	b12	1,19396	0,31016	-	0,58606	1,80187
	b13	-1,88994	0,71554	0,01	-3,29236	-0,48751
	a1	-0,35032	0,00356	-	-0,35729	-0,34334
	bm1	4,24758	1,01328	-	2,26159	6,23357
	bm2	4,98345	0,81048	-	3,39495	6,57196
	bm3	-6,04924	2,05552	-	-10,07799	-2,02049
	b22	1,67695	0,23942	-	1,20769	2,14620
	b23	-1,88708	0,60430	-	-3,07149	-0,70267
	a2	-0,30329	0,00138	-	-0,30601	-0,30058
12 meses Modelo 4 *	b11	0,08245	0,71202	0,91	-1,31309	1,47799
	b12	-0,08176	0,58467	0,89	-1,22770	1,06417
	b13	-0,57774	1,04633	0,58	-2,62851	1,47304
	a1	-0,34214	0,00205	-	-0,34616	-0,33812
	bm1	-0,05946	2,02214	0,98	-4,02278	3,90387
	bm2	1,23767	1,73517	0,48	-2,16319	4,63853
	bm3	-2,16570	3,01419	0,47	-8,07341	3,74201
	b22	0,42199	0,57002	0,46	-0,69522	1,53921
	b23	-0,64258	0,91360	0,48	-2,43321	1,14804
	a2	-0,30358	0,00210	-	-0,30769	-0,29946

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1 a 4.

Tabela B.2 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a nov/08 (48 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/06 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	0,11859	0,12893	0,36	-0,13412	0,37129
	b12	0,02367	0,08937	0,79	-0,15149	0,19883
	b13	0,00774	0,20872	0,97	-0,40135	0,41683
	a1	-0,38051	0,00841	-	-0,39701	-0,36402
	bm1	0,17972	0,32415	0,58	-0,45560	0,81504
	bm2	0,34979	0,31550	0,27	-0,26858	0,96815
	bm3	-0,02010	0,55139	0,97	-1,10081	1,06062
	b22	0,08113	0,10241	0,43	-0,11960	0,28185
	b23	-0,00221	0,14965	0,99	-0,29552	0,29110
	a2	-0,26696	0,00314	-	-0,27311	-0,26082
3 meses Modelo 2	b11	-0,16668	0,12221	0,17	-0,40621	0,07285
	b12	-0,27389	0,08953	-	-0,44938	-0,09841
	b13	0,47991	0,17355	0,01	0,13975	0,82007
	a1	-0,38673	0,00874	-	-0,40385	-0,36960
	bm1	-0,76839	0,31536	0,02	-1,38648	-0,15029
	bm2	-0,15791	0,32567	0,63	-0,79621	0,48039
	bm3	1,25998	0,44470	0,01	0,38839	2,13157
	b22	-0,00593	0,10304	0,95	-0,20788	0,19602
	b23	0,34821	0,11961	-	0,11377	0,58264
	a2	-0,26488	0,00265	-	-0,27006	-0,25969
6 meses Modelo 3	b11	-0,10527	0,14634	0,47	-0,39209	0,18155
	b12	-0,32022	0,11203	-	-0,53979	-0,10066
	b13	0,47835	0,20313	0,02	0,08023	0,87648
	a1	-0,37466	0,00888	-	-0,39207	-0,35725
	bm1	-0,83508	0,41149	0,04	-1,64159	-0,02857
	bm2	0,08138	0,33425	0,81	-0,57375	0,73650
	bm3	1,35284	0,51102	0,01	0,35126	2,35442
	b22	0,13633	0,10577	0,20	-0,07098	0,34363
	b23	0,36915	0,13378	0,01	0,10695	0,63136
	a2	-0,27236	0,00198	-	-0,27623	-0,26848
12 meses Modelo 4 *	b11	0,27086	0,35835	0,45	-0,43150	0,97322
	b12	-0,11579	0,22711	0,61	-0,56092	0,32934
	b13	-0,26698	0,54218	0,62	-1,32964	0,79567
	a1	-0,33667	0,00391	-	-0,34434	-0,32901
	bm1	-0,18084	0,88282	0,84	-1,91113	1,54945
	bm2	0,77654	0,56298	0,17	-0,32687	1,87996
	bm3	-0,30659	1,32933	0,82	-2,91203	2,29885
	b22	0,34368	0,13087	0,01	0,08717	0,60019
	b23	-0,15124	0,33802	0,66	-0,81376	0,51127
	a2	-0,28390	0,00130	-	-0,28644	-0,28137

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1 e 4.

Modelos 2 e 3 não atendem ao critério I, pois a elasticidade própria do ativo 3 Fundos RF é positiva. (Vide Tabela 1)

Tabela B.3 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a nov/10 (72 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/07 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1	b11	0,21187	0,06744	-	0,07970	0,34404
	b12	0,05848	0,03905	-	0,05425	0,20732
	b13	0,05494	0,13349	0,05	-0,51980	0,00346
	a1	-0,38175	0,00992	-	-0,44977	-0,41088
	bm1	0,25875	0,14651	-	0,23687	0,81119
	bm2	-0,34480	0,17901	0,59	-0,44721	0,25450
	bm3	-0,10594	0,32199	0,10	-1,16589	0,09629
	b22	-0,13873	0,05559	0,33	-0,16336	0,05454
	b23	-0,02914	0,08204	0,08	-0,30562	0,01597
	a2	-0,27070	0,00305	-	-0,26609	-0,25413
3 meses Modelo 2 *	b11	0,24296	0,07034	-	0,10509	0,38083
	b12	0,07284	0,05668	0,20	-0,03825	0,18393
	b13	-0,09645	0,11449	0,40	-0,32085	0,12796
	a1	-0,42823	0,00758	-	-0,44309	-0,41337
	bm1	0,43593	0,18934	0,02	0,06483	0,80703
	bm2	-0,29930	0,19820	0,13	-0,68776	0,08916
	bm3	0,12146	0,28097	0,67	-0,42924	0,67216
	b22	-0,05934	0,06600	0,37	-0,18869	0,07001
	b23	0,03848	0,07810	0,62	-0,11459	0,19155
	a2	-0,25361	0,00166	-	-0,25686	-0,25036
6 meses Modelo 3 *	b11	0,33778	0,09325	-	0,15501	0,52054
	b12	0,03492	0,08861	0,69	-0,13875	0,20860
	b13	-0,13397	0,17432	0,44	-0,47562	0,20768
	a1	-0,46660	0,00680	-	-0,47993	-0,45327
	bm1	0,40326	0,28968	0,16	-0,16450	0,97101
	bm2	-0,53248	0,23424	0,02	-0,99158	-0,07339
	bm3	0,50687	0,46467	0,28	-0,40386	1,41761
	b22	-0,08415	0,07006	0,23	-0,22147	0,05316
	b23	0,15550	0,12336	0,21	-0,08628	0,39729
	a2	-0,24989	0,00142	-	-0,25267	-0,24711
12 meses Modelo 4	b11	0,42432	0,16788	0,01	0,09529	0,75335
	b12	0,62384	0,12776	0,74	-0,29236	0,20845
	b13	-1,75614	0,28861	0,38	-0,81733	0,31399
	a1	-0,41646	0,00459	-	-0,44432	-0,42633
	bm1	2,49378	0,46560	0,76	-0,76742	1,05770
	bm2	0,73845	0,24003	0,13	-0,83598	0,10491
	bm3	-3,46041	0,70974	0,38	-0,76168	2,02046
	b22	0,19154	0,05644	0,74	-0,09217	0,12907
	b23	-0,92128	0,17930	0,40	-0,20037	0,50250
	a2	-0,25879	0,00077	-	-0,25444	-0,25144

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 2 e 3.

Modelos 1 foi preterido pela opção com 50 observações que apresentou precisão relativamente melhor. (Vide Tabela 2)

Modelo 4 não atende ao critério I, pois a elasticidade própria do ativo 1 Cadernetas de Poupança é positiva. (Vide Tabela 1)

Tabela B.4 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/05 a dez/09 (50 obs) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/07 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	0,25403	0,05963	-	0,13716	0,37089
	b12	0,15617	0,04183	-	0,07418	0,23815
	b13	-0,29284	0,17381	0,09	-0,63351	0,04782
	a1	-0,41609	0,01094	-	-0,43754	-0,39464
	bm1	0,62578	0,14575	-	0,34012	0,91144
	bm2	0,11505	0,18264	0,53	-0,24291	0,47302
	bm3	-0,69073	0,41212	0,09	-1,49848	0,11701
	b22	0,00889	0,05751	0,88	-0,10383	0,12161
	b23	-0,18208	0,10560	0,09	-0,38906	0,02490
	a2	-0,25790	0,00308	-	-0,26393	-0,25186
3 meses Modelo 2	b11	0,11410	0,13036	0,38	-0,14141	0,36961
	b12	-0,05742	0,09661	0,55	-0,24677	0,13193
	b13	0,26594	0,26975	0,32	-0,26276	0,79464
	a1	-0,42537	0,00782	-	-0,44070	-0,41004
	bm1	-0,01381	0,33595	0,97	-0,67226	0,64464
	bm2	-0,22786	0,28775	0,43	-0,79183	0,33611
	bm3	0,90731	0,67030	0,18	-0,40645	2,22108
	b22	-0,03018	0,08819	0,73	-0,20303	0,14267
	b23	0,24854	0,17749	0,16	-0,09934	0,59642
	a2	-0,25181	0,00192	-	-0,25558	-0,24803
6 meses Modelo 3	b11	0,20516	0,17007	0,23	-0,12818	0,53850
	b12	-0,13684	0,16186	0,40	-0,45409	0,18041
	b13	0,04772	0,32061	0,88	-0,58066	0,67610
	a1	-0,46038	0,01011	-	-0,48021	-0,44056
	bm1	-0,13056	0,53319	0,81	-1,17558	0,91446
	bm2	-0,42037	0,35252	0,23	-1,11129	0,27055
	bm3	0,79246	0,81060	0,33	-0,79628	2,38121
	b22	-0,01132	0,10177	0,91	-0,21078	0,18814
	b23	0,22744	0,20913	0,28	-0,18245	0,63734
	a2	-0,24741	0,00185	-	-0,25103	-0,24378
12 meses Modelo 4 *	b11	0,39509	0,15315	0,01	0,09491	0,69526
	b12	-0,11405	0,11993	0,34	-0,34910	0,12101
	b13	-0,29932	0,25583	0,24	-0,80073	0,20209
	a1	-0,43203	0,00483	-	-0,44149	-0,42257
	bm1	-0,04066	0,43288	0,93	-0,88908	0,80776
	bm2	-0,20799	0,25773	0,42	-0,71312	0,29715
	bm3	0,45025	0,60247	0,46	-0,73057	1,63107
	b22	0,08451	0,06865	0,22	-0,05004	0,21906
	b23	0,11850	0,15085	0,43	-0,17715	0,41415
	a2	-0,25141	0,00079	-	-0,25296	-0,24986

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1 e 4.

Modelos 2 e 3 não atendem ao critério I, pois a elasticidade própria do ativo 3 Fundos RF é positiva. (Vide Tabela 1)

Tabela B.5 - Parâmetros estimados com dados do período entre dez/04 a dez/12 (97 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/08 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1	b11	0,12094	0,05574	0,03	0,01168	0,23020
	b12	0,08557	0,02747	-	0,03173	0,13941
	b13	-0,07431	0,07361	0,31	-0,21858	0,06997
	a1	-0,37611	0,01219	-	-0,40000	-0,35221
	bm1	0,34401	0,11170	-	0,12508	0,56294
	bm2	-0,32785	0,09302	-	-0,51016	-0,14553
	bm3	-0,13827	0,14432	0,34	-0,42114	0,14460
	b22	-0,14385	0,02945	-	-0,20157	-0,08612
	b23	-0,03580	0,03067	0,24	-0,09591	0,02430
	a2	-0,27267	0,00381	-	-0,28014	-0,26520
3 meses Modelo 2	b11	0,32658	0,06194	-	0,20518	0,44798
	b12	0,19202	0,03600	-	0,12146	0,26257
	b13	-0,36795	0,08148	-	-0,52765	-0,20825
	a1	-0,37195	0,01373	-	-0,39886	-0,34504
	bm1	0,79826	0,12953	-	0,54438	1,05214
	bm2	-0,15734	0,12608	0,21	-0,40445	0,08976
	bm3	-0,70747	0,17255	-	-1,04566	-0,36928
	b22	-0,06816	0,03786	0,07	-0,14237	0,00604
	b23	-0,18647	0,04209	-	-0,26897	-0,10398
	a2	-0,27347	0,00368	-	-0,28069	-0,26625
6 meses Modelo 3	b11	0,60935	0,09688	-	0,41948	0,79923
	b12	0,33716	0,05851	-	0,22249	0,45183
	b13	-0,77100	0,14208	-	-1,04948	-0,49252
	a1	-0,39127	0,00890	-	-0,40872	-0,37382
	bm1	1,37930	0,21571	-	0,95652	1,80208
	bm2	0,08507	0,14444	0,56	-0,19803	0,36817
	bm3	-1,51041	0,29185	-	-2,08242	-0,93840
	b22	0,00471	0,03773	0,90	-0,06923	0,07866
	b23	-0,40052	0,07115	-	-0,53996	-0,26107
	a2	-0,26787	0,00227	-	-0,27232	-0,26342
12 meses Modelo 4 *	b11	1,02135	0,14522	-	0,73672	1,30598
	b12	0,53385	0,08147	-	0,37417	0,69354
	b13	-1,38310	0,22036	-	-1,81500	-0,95120
	a1	-0,41431	0,00655	-	-0,42714	-0,40148
	bm1	2,15115	0,31503	-	1,53369	2,76860
	bm2	0,50625	0,18283	0,01	0,14790	0,86460
	bm3	-2,68700	0,44886	-	-3,56675	-1,80726
	b22	0,11880	0,04236	0,01	0,03577	0,20182
	b23	-0,70840	0,10672	-	-0,91758	-0,49923
	a2	-0,25905	0,00138	-	-0,26176	-0,25635

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionado para análise modelo 4.

Modelos 1 a 3 foram preteridos pelas opções com 50 observações que apresentaram precisão relativamente melhor. (Vide Tabela 2)

Tabela B.6 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/05 a dez/11 (74 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/08 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1	b11	0,32177	0,08995	-	0,14547	0,49807
	b12	0,21243	0,04222	-	0,12968	0,29519
	b13	-0,37583	0,19712	0,06	-0,76217	0,01051
	a1	-0,36917	0,01596	-	-0,40046	-0,33789
	bm1	0,82749	0,17170	-	0,49097	1,16402
	bm2	-0,09500	0,16063	0,55	-0,40984	0,21983
	bm3	-0,81458	0,41627	0,05	-1,63044	0,00129
	b22	-0,07087	0,04875	0,15	-0,16641	0,02468
	b23	-0,21048	0,10413	0,04	-0,41457	-0,00640
	a2	-0,26917	0,00401	-	-0,27704	-0,26131
3 meses Modelo 2	b11	0,38142	0,07614	-	0,23219	0,53066
	b12	0,22472	0,04188	-	0,14264	0,30681
	b13	-0,38727	0,23040	0,09	-0,83885	0,06431
	a1	-0,36337	0,02622	-	-0,41476	-0,31197
	bm1	0,92292	0,15237	-	0,62428	1,22156
	bm2	-0,15515	0,26003	0,55	-0,66479	0,35449
	bm3	-0,72567	0,55719	0,19	-1,81774	0,36640
	b22	-0,07291	0,08189	0,37	-0,23341	0,08759
	b23	-0,18434	0,14481	0,20	-0,46817	0,09949
	a2	-0,27211	0,00540	-	-0,28270	-0,26152
6 meses Modelo 3	b11	0,59719	0,13370	-	0,33515	0,85923
	b12	0,28232	0,08625	-	0,11327	0,45137
	b13	-0,58519	0,24303	0,02	-1,06153	-0,10886
	a1	-0,39022	0,01134	-	-0,41244	-0,36799
	bm1	1,22227	0,31417	-	0,60651	1,83802
	bm2	-0,35054	0,27872	0,21	-0,89682	0,19574
	bm3	-0,66062	0,63710	0,30	-1,90932	0,58808
	b22	-0,12839	0,08096	0,11	-0,28707	0,03030
	b23	-0,13854	0,17507	0,43	-0,48167	0,20458
	a2	-0,26514	0,00280	-	-0,27062	-0,25966
12 meses Modelo 4	b11	1,32503	0,10793	-	1,11350	1,53657
	b12	0,66103	0,07004	-	0,52375	0,79831
	b13	-1,93308	0,19733	-	-2,31983	-1,54633
	a1	-0,41140	0,00636	-	-0,42386	-0,39894
	bm1	2,69436	0,25585	-	2,19290	3,19583
	bm2	0,64455	0,21337	-	0,22636	1,06274
	bm3	-3,57744	0,51100	-	-4,57897	-2,57591
	b22	0,16603	0,05986	0,01	0,04871	0,28336
	b23	-0,91721	0,14228	-	-1,19607	-0,63835
	a2	-0,25690	0,00126	-	-0,25937	-0,25443

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

Nenhum modelo foi selecionado para análise. Todos atendem ao critério I (elasticidade própria não positiva). As formulações alternativas com 97 e 50 observações apresentaram precisão das estimativas relativamente melhores. (Vide Tabela 2)

Tabela B.7 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/06 a dez/10 (50 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/08 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	0,13013	0,13342	0,33	-0,13137	0,39162
	b12	0,09156	0,07227	0,21	-0,05009	0,23321
	b13	-0,55363	0,18268	-	-0,91168	-0,19559
	a1	-0,38559	0,01460	-	-0,41421	-0,35698
	bm1	0,34941	0,28740	0,22	-0,21389	0,91272
	bm2	-0,19699	0,18549	0,29	-0,56055	0,16657
	bm3	-1,24657	0,41572	-	-2,06137	-0,43176
	b22	-0,07128	0,04960	0,15	-0,16849	0,02593
	b23	-0,31730	0,10521	-	-0,52351	-0,11109
	a2	-0,26067	0,00248	-	-0,26553	-0,25581
3 meses Modelo 2 *	b11	0,07847	0,10840	0,47	-0,13398	0,29093
	b12	0,06642	0,05805	0,25	-0,04736	0,18020
	b13	-0,45798	0,16796	0,01	-0,78717	-0,12878
	a1	-0,39534	0,02004	-	-0,43462	-0,35605
	bm1	0,24809	0,23053	0,28	-0,20374	0,69991
	bm2	-0,21618	0,17665	0,22	-0,56241	0,13004
	bm3	-0,97471	0,37672	0,01	-1,71307	-0,23636
	b22	-0,07630	0,05076	0,13	-0,17580	0,02319
	b23	-0,24096	0,09682	0,01	-0,43072	-0,05121
	a2	-0,25844	0,00267	-	-0,26367	-0,25321
6 meses Modelo 3 *	b11	2,13756	0,61250	-	0,93708	3,33805
	b12	1,29197	0,41482	-	0,47894	2,10499
	b13	-1,96056	0,48006	-	-2,90146	-1,01967
	a1	-0,41372	0,01995	-	-0,45282	-0,37462
	bm1	5,16511	1,62995	-	1,97047	8,35975
	bm2	0,60413	0,72741	0,41	-0,82156	2,02982
	bm3	-3,08982	1,91420	0,11	-6,84158	0,66194
	b22	0,05761	0,25408	0,82	-0,44038	0,55560
	b23	-0,70080	0,53520	0,19	-1,74977	0,34817
	a2	-0,25642	0,00276	-	-0,26184	-0,25101
12 meses Modelo 4	b11	0,82356	0,40488	0,04	0,03000	1,61712
	b12	0,26609	0,25409	0,30	-0,23192	0,76411
	b13	-0,48816	0,99760	0,63	-2,44342	1,46710
	a1	-0,41107	0,01143	-	-0,43347	-0,38866
	bm1	1,29416	0,96771	0,18	-0,60251	3,19084
	bm2	-0,45558	0,72975	0,53	-1,88587	0,97471
	bm3	0,33373	2,37547	0,89	-4,32210	4,98956
	b22	-0,06518	0,18869	0,73	-0,43501	0,30466
	b23	0,11292	0,60092	0,85	-1,06486	1,29069
	a2	-0,25278	0,00129	-	-0,25531	-0,25025

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1 a 3.

Modelos 4 foi preterido pela opção com 97 observações que apresentou precisão relativamente melhor. (Vide Tabela 2)

Tabela B.8 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/06 a dez/12 (74 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/09 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1	b11	-0,12749	0,09217	0,17	-0,30813	0,05316
	b12	-0,03298	0,04718	0,49	-0,12545	0,05949
	b13	-0,06050	0,07677	0,43	-0,21096	0,08997
	a1	-0,49122	0,00608	-	-0,50314	-0,47931
	bm1	-0,17489	0,19373	0,37	-0,55459	0,20480
	bm2	-0,70087	0,12543	-	-0,94672	-0,45503
	bm3	-0,10414	0,15023	0,49	-0,39858	0,19030
	b22	-0,24365	0,03418	-	-0,31065	-0,17665
	b23	-0,02903	0,03113	0,35	-0,09004	0,03199
	a2	-0,23863	0,00189	-	-0,24232	-0,23493
3 meses Modelo 2	b11	-0,02609	0,17637	0,88	-0,37177	0,31959
	b12	0,04350	0,08455	0,61	-0,12222	0,20923
	b13	-0,28502	0,15026	0,06	-0,57952	0,00948
	a1	-0,51343	0,00802	-	-0,52915	-0,49771
	bm1	0,11033	0,35040	0,75	-0,57644	0,79710
	bm2	-0,94195	0,32485	-	-1,57865	-0,30525
	bm3	-0,41337	0,31626	0,19	-1,03322	0,20648
	b22	-0,29885	0,08844	-	-0,47219	-0,12551
	b23	-0,11247	0,06986	0,11	-0,24938	0,02445
	a2	-0,24136	0,00217	-	-0,24561	-0,23711
6 meses Modelo 3	b11	0,63405	0,10432	-	0,42959	0,83852
	b12	0,34126	0,04623	-	0,25064	0,43188
	b13	-1,15456	0,12235	-	-1,39437	-0,91475
	a1	-0,49026	0,00332	-	-0,49678	-0,48375
	bm1	1,38225	0,19086	-	1,00817	1,75634
	bm2	0,05909	0,24104	0,81	-0,41333	0,53151
	bm3	-2,22980	0,23075	-	-2,68205	-1,77754
	b22	-0,05503	0,07948	0,49	-0,21081	0,10076
	b23	-0,52339	0,04487	-	-0,61133	-0,43545
	a2	-0,24011	0,00349	-	-0,24695	-0,23327
12 meses Modelo 4 *	b11	0,89177	0,07896	-	0,73700	1,04653
	b12	0,48033	0,03924	-	0,40342	0,55725
	b13	-1,16514	0,15334	-	-1,46568	-0,86459
	a1	-0,47557	0,00292	-	-0,48128	-0,46985
	bm1	1,90083	0,16063	-	1,58600	2,21565
	bm2	0,57297	0,11675	-	0,34414	0,80181
	bm3	-2,33093	0,30778	-	-2,93417	-1,72769
	b22	0,12833	0,02483	-	0,07966	0,17701
	b23	-0,60538	0,06498	-	-0,73275	-0,47802
	a2	-0,24740	0,00109	-	-0,24953	-0,24527

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionado para análise modelo 4.

Modelos 1 a 3 foram preteridos pelas opções com 50 observações que apresentaram precisão relativamente melhor. (Vide Tabela 2)

Tabela B.9 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/07 a dez/11 (50 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/09 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	0,28953	0,06160	-	0,16879	0,41027
	b12	0,18266	0,02703	-	0,12967	0,23564
	b13	-0,74841	0,28477	0,01	-1,30655	-0,19026
	a1	-0,48519	0,00438	-	-0,49379	-0,47660
	bm1	0,70378	0,11289	-	0,48253	0,92503
	bm2	0,01027	0,13694	0,94	-0,25813	0,27866
	bm3	-1,56165	0,60172	0,01	-2,74100	-0,38230
	b22	-0,02602	0,04015	0,52	-0,10472	0,05267
	b23	-0,38589	0,14996	0,01	-0,67981	-0,09197
	a2	-0,24732	0,00081	-	-0,24890	-0,24574
3 meses Modelo 2 *	b11	0,28174	0,14906	0,06	-0,01041	0,57388
	b12	0,20210	0,06963	-	0,06563	0,33857
	b13	-1,17893	0,68728	0,09	-2,52598	0,16811
	a1	-0,49937	0,00930	-	-0,51760	-0,48113
	bm1	0,75028	0,28565	0,01	0,19041	1,31015
	bm2	-0,24900	0,34467	0,47	-0,92455	0,42654
	bm3	-2,40066	1,45704	0,10	-5,25640	0,45508
	b22	-0,11366	0,10097	0,26	-0,31157	0,08425
	b23	-0,58932	0,36390	0,11	-1,30255	0,12390
	a2	-0,24599	0,00162	-	-0,24917	-0,24281
6 meses Modelo 3 *	b11	0,41643	0,32183	0,20	-0,21435	1,04721
	b12	0,27070	0,16767	0,11	-0,05792	0,59933
	b13	-1,56659	0,99761	0,12	-3,52187	0,38869
	a1	-0,48441	0,00236	-	-0,48904	-0,47978
	bm1	1,02891	0,67358	0,13	-0,29129	2,34911
	bm2	-0,35998	0,56824	0,53	-1,47372	0,75376
	bm3	-2,98931	2,16012	0,17	-7,22307	1,24444
	b22	-0,17348	0,16473	0,29	-0,49634	0,14938
	b23	-0,69988	0,53547	0,19	-1,74937	0,34961
	a2	-0,24942	0,00066	-	-0,25071	-0,24812
12 meses Modelo 4 *	b11	0,26099	0,44133	0,55	-0,60401	1,12599
	b12	0,13797	0,23171	0,55	-0,31617	0,59211
	b13	-1,02716	1,04024	0,32	-3,06600	1,01168
	a1	-0,47442	0,00454	-	-0,48331	-0,46553
	bm1	0,52659	0,93250	0,57	-1,30107	2,35425
	bm2	-0,70181	0,68044	0,30	-2,03544	0,63182
	bm3	-1,43801	2,32100	0,54	-5,98707	3,11107
	b22	-0,27358	0,18698	0,14	-0,64006	0,09289
	b23	-0,27978	0,59025	0,64	-1,43665	0,87709
	a2	-0,24881	0,00050	-	-0,24979	-0,24784

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1 a 4.

Tabela B.10 - Parâmetros estimados com dados do período entre nov/08 a dez/12 (50 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/10 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	-0,19654	0,05515	-	-0,30465	-0,08844
	b12	-0,08137	0,02903	0,01	-0,13828	-0,02446
	b13	0,00493	0,09369	0,96	-0,17871	0,18857
	a1	-0,49007	0,00245	-	-0,49488	-0,48527
	bm1	-0,36797	0,11506	-	-0,59349	-0,14245
	bm2	-0,34215	0,05334	-	-0,44669	-0,23761
	bm3	-0,00153	0,17909	0,99	-0,35254	0,34948
	b22	-0,13217	0,01689	-	-0,16527	-0,09908
	b23	-0,00755	0,03694	0,84	-0,07995	0,06485
	a2	-0,24244	0,00158	-	-0,24554	-0,23934
3 meses Modelo 2	b11	-0,52311	0,17111	-	-0,85848	-0,18774
	b12	-0,22298	0,08636	0,01	-0,39223	-0,05372
	b13	0,25643	0,20320	0,21	-0,14184	0,65470
	a1	-0,48928	0,00208	-	-0,49337	-0,48520
	bm1	-0,98829	0,35195	0,01	-1,67809	-0,29849
	bm2	-0,70242	0,18549	-	-1,06596	-0,33887
	bm3	0,48797	0,39811	0,22	-0,29230	1,26825
	b22	-0,17309	0,04695	-	-0,26511	-0,08107
	b23	0,07586	0,08835	0,39	-0,09730	0,24901
	a2	-0,24564	0,00095	-	-0,24750	-0,24378
6 meses Modelo 3 *	b11	-0,55860	0,11579	-	-0,78555	-0,33165
	b12	-0,22897	0,05937	-	-0,34533	-0,11260
	b13	0,12640	0,11498	0,27	-0,09896	0,35177
	a1	-0,48914	0,00176	-	-0,49259	-0,48568
	bm1	-1,04129	0,23835	-	-1,50845	-0,57413
	bm2	-0,77860	0,13917	-	-1,05136	-0,50583
	bm3	0,23111	0,22761	0,31	-0,21500	0,67721
	b22	-0,19546	0,04206	-	-0,27790	-0,11302
	b23	0,00953	0,05525	0,86	-0,09877	0,11782
	a2	-0,24437	0,00076	-	-0,24587	-0,24288
12 meses Modelo 4 *	b11	-0,33329	0,53507	0,53	-1,38200	0,71542
	b12	-0,07516	0,25188	0,77	-0,56884	0,41851
	b13	-0,00113	0,61678	0,999	-1,21000	1,20775
	a1	-0,49149	0,00158	-	-0,49459	-0,48840
	bm1	-0,55523	1,06526	0,60	-2,64310	1,53264
	bm2	-0,41436	0,56391	0,46	-1,51961	0,69089
	bm3	-0,11720	1,19657	0,92	-2,46242	2,22802
	b22	-0,07489	0,13180	0,57	-0,33322	0,18344
	b23	-0,14618	0,25308	0,56	-0,64221	0,34985
	a2	-0,24602	0,00118	-	-0,24834	-0,24371

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1, 3 e 4.

Modelo 2 não atendeu ao critério I, pois a elasticidade própria do ativo 3 Fundos RF é positiva. (Vide Tabela 1)

Tabela B.11 - Parâmetros estimados com dados do período entre out/10 a dez/12 (27 obs.) com ponto médio base de cálculo das elasticidades em nov/11 para quatro alternativas de retornos acumulados (Modelos 1 a 4)

Retorno acumulado por	Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	Valor-P	Intervalo de Confiança a 95%	
					inferior	superior
1 mês Modelo 1 *	b11	-0,17082	0,11950	0,15	-0,40504	0,06340
	b12	-0,07421	0,06414	0,25	-0,19992	0,05150
	b13	0,12989	0,15169	0,39	-0,16740	0,42719
	a1	-0,50181	0,00342	-	-0,50851	-0,49511
	bm1	-0,32388	0,25058	0,20	-0,81501	0,16724
	bm2	-0,24122	0,09963	0,02	-0,43648	-0,04595
	bm3	0,23966	0,28936	0,41	-0,32747	0,80680
	b22	-0,11441	0,04035	0,01	-0,19350	-0,03532
	b23	0,04869	0,06308	0,44	-0,07494	0,17233
	a2	-0,23605	0,00299	-	-0,24191	-0,23019
3 meses Modelo 2 *	b11	-0,13559	0,19570	0,49	-0,51916	0,24798
	b12	-0,09842	0,09222	0,29	-0,27916	0,08232
	b13	-0,13313	0,16368	0,42	-0,45394	0,18769
	a1	-0,49329	0,00277	-	-0,49872	-0,48786
	bm1	-0,33068	0,39265	0,40	-1,10025	0,43889
	bm2	-0,03764	0,16953	0,82	-0,36992	0,29463
	bm3	-0,31153	0,31392	0,32	-0,92680	0,30373
	b22	-0,00428	0,04289	0,92	-0,08833	0,07977
	b23	-0,08401	0,06657	0,21	-0,21449	0,04646
	a2	-0,24191	0,00284	-	-0,24748	-0,23634
6 meses Modelo 3 *	b11	-0,36425	0,17699	0,04	-0,71114	-0,01736
	b12	-0,17020	0,07323	0,02	-0,31373	-0,02667
	b13	0,01331	0,15872	0,93	-0,29777	0,32439
	a1	-0,49389	0,00169	-	-0,49721	-0,49058
	bm1	-0,78844	0,34307	0,02	-1,46085	-0,11603
	bm2	-0,11649	0,20981	0,58	-0,52772	0,29474
	bm3	-0,04258	0,31079	0,89	-0,65173	0,56656
	b22	-0,13166	0,05121	0,01	-0,23203	-0,03129
	b23	-0,01878	0,06558	0,78	-0,14732	0,10975
	a2	-0,24409	0,00079	-	-0,24565	-0,24254
12 meses Modelo 4	b11	-1,54934	0,15690	-	-1,85685	-1,24182
	b12	-0,70117	0,07728	-	-0,85263	-0,54971
	b13	1,61348	0,27923	-	1,06620	2,16077
	a1	-0,49409	0,00170	-	-0,49742	-0,49076
	bm1	-3,13449	0,31717	-	-3,75614	-2,51284
	bm2	-0,84961	0,27709	-	-1,39270	-0,30652
	bm3	2,93344	0,51289	-	1,92820	3,93869
	b22	-0,27860	0,08123	-	-0,43780	-0,11940
	b23	0,61977	0,10744	-	0,40919	0,83036
	a2	-0,24123	0,00083	-	-0,24287	-0,23960

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa

Ativo 1 = Cadernetas de Poupança; Ativo 2 = Fundos DI; Ativo 3 = Fundos RF

\* Selecionados para análise modelos 1a 3.

Modelo 4 não atendeu ao critério I, pois a elasticidade própria do ativo 3 Fundos RF é positiva. (Vide Tabela 1)

### ANEXO C – CUSTOS DE OPORTUNIDADE

Quadro C.I - Custos de oportunidade dos ativos Cadernetas de Poupança (1), Fundos DI (2) e Fundos RF (3) para os quatro prazos dos retornos indicados - 2004/2012 (meses selecionados)

Retornos acumulados por 1 mês										
	dez/04	<i>nov/05</i>	<i>nov/06</i>	<i>nov/07</i>	<i>nov/08</i>	<i>nov/09</i>	<i>nov/10</i>	<i>nov/11</i>	nov/12	dez/12
Cadernetas de Poupança (CP)	0,00855	0,00661	0,00329	0,00228	0,00265	0,00160	0,00258	0,00296	0,00135	0,00136
Fundos DI (FDI)	0,00381	0,00335	0,00294	0,00253	0,00311	0,00181	0,00212	0,00216	0,00159	0,00168
Fundos RF	0,00365	0,00288	0,00219	0,00270	0,00226	0,00162	0,00206	0,00162	0,00139	0,00068
(FDI/CP *100) 1 mês	44,6	<b>50,6</b>	<b>89,3</b>	<b>111,2</b>	<b>117,3</b>	<b>113,2</b>	<b>82,2</b>	<b>73,0</b>	118,1	123,8
Retornos acumulados por 3 meses										
	dez/04	<i>nov/05</i>	<i>nov/06</i>	<i>nov/07</i>	<i>nov/08</i>	<i>nov/09</i>	<i>nov/10</i>	<i>nov/11</i>	nov/12	dez/12
Cadernetas de Poupança (CP)	0,02006	0,01927	0,01071	0,00773	0,01173	0,00524	0,00745	0,00803	0,00428	0,00453
Fundos DI (FDI)	0,01060	0,01063	0,00908	0,00764	0,01078	0,00545	0,00644	0,00667	0,00490	0,00503
Fundos RF	0,01051	0,01049	0,00728	0,00627	0,01045	0,00507	0,00581	0,00675	0,00244	0,00219
(FDI/CP *100) 3 meses	52,8	<b>55,2</b>	<b>84,8</b>	<b>98,9</b>	<b>91,8</b>	<b>104,0</b>	<b>86,5</b>	<b>83,1</b>	114,5	111,0
Retornos acumulados por 6 meses										
	dez/04	<i>nov/05</i>	<i>nov/06</i>	<i>nov/07</i>	<i>nov/08</i>	<i>nov/09</i>	<i>nov/10</i>	<i>nov/11</i>	nov/12	dez/12
Cadernetas de Poupança (CP)	0,03697	0,04265	0,02578	0,01711	0,02305	0,01046	0,01545	0,01884	0,00987	0,00965
Fundos DI (FDI)	0,02140	0,02248	0,01881	0,01600	0,01913	0,01130	0,01306	0,01389	0,01092	0,01079
Fundos RF	0,02065	0,02397	0,01547	0,01491	0,01700	0,00973	0,01152	0,01289	0,00657	0,00549
(FDI/CP *100) 6 meses	57,9	<b>52,7</b>	<b>73,0</b>	<b>93,5</b>	<b>83,0</b>	<b>108,1</b>	<b>84,6</b>	<b>73,7</b>	110,7	111,8
Retornos acumulados por 12 meses										
	dez/04	<i>nov/05</i>	<i>nov/06</i>	<i>nov/07</i>	<i>nov/08</i>	<i>nov/09</i>	<i>nov/10</i>	<i>nov/11</i>	nov/12	dez/12
Cadernetas de Poupança (CP)	0,07056	0,08362	0,06182	0,03716	0,04047	0,02806	0,02544	0,03742	0,02401	0,02202
Fundos DI (FDI)	0,04100	0,04270	0,03782	0,03233	0,03408	0,02588	0,02430	0,02711	0,02265	0,02207
Fundos RF	0,04005	0,04511	0,03449	0,02739	0,02851	0,02279	0,02089	0,02475	0,01514	0,01349
(FDI/CP *100) 12 meses	58,1	<b>51,1</b>	<b>61,2</b>	<b>87,0</b>	<b>84,2</b>	<b>92,2</b>	<b>95,5</b>	<b>72,4</b>	94,3	100,2

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa.