UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

OTIMIZAÇÃO NO CORTE DE TUBOS ESTRUTURAIS: APLICAÇÃO NA INDÚSTRIA AERONÁUTICA AGRÍCOLA

Alexander Abuabara

SÃO CARLOS
2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

OTIMIZAÇÃO NO CORTE DE TUBOS ESTRUTURAIS: APLICAÇÃO NA INDÚSTRIA AERONÁUTICA AGRÍCOLA

Alexander Abuabara

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção de Título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

SÃO CARLOS
2006

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

A165oc

Abuabara, Alexander.
Otimização no corte de tubos estruturais: aplicação na indústria aeronáutica agrícola / Alexander Abuabara. -- São Carlos : UFSCar, 2006.
144 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2006.

1. Pesquisa operacional. 2. Problema do corte de estoque. 3. Modelagem matemática. 4. Programação inteira mista. 5. Indústria aeronáutica. I. Título.

CDD: 658.4043 (20ª)

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
Rod. Washington Luís, Km. 235 - CEP. 13565-905 - São Carlos - SP - Brasil
Fone/Fax: (016) 3351-8236 / 3351-8237 / 3351-8238 (ramal: 232)
Email : ppgep@dep.ufscar.br

FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno(a): Alexander Abuabara

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DEFENDIDA E APROVADA EM 07/12/2006 PELA COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
Orientador(a) PPGEP/UFSCar

Prof. Dr. Horácio Hideki Yanasse
LAC/INPE

Prof. Dr. Marcos Nereu Arenales
ICMC/USP

Profª Drª Denise Sato Yamashita

Prof. Dr. Alceu Gomes Alves Filho
Coordenador do PPGEP

Dedi

Ao meu avô Oscar,
à Gabri

AGRADECI

Agradeço a todos que col
grato ao prof
pel
Agradeço,
que si
f
companhei
bri
e por todas as oportuni
trabal
meus sonhos.
sua dedi
meu ami
companhi ATEX e em
tudo que os computadores podem f
meu ami
e do Grupo de Corte e Empacotamento,
especi
Randal
concedeu parte de seu trabal
ami
Sou grato à engenhei
pre abertos à pesqui
vi
deço ao Departamento de Engenhari
Carl
em especi
tadores e l
Frankl
Agradeço à banca de qual
Horáci
do DEP,
ao CNPq,
pel

RESUMO

O obj
cesso de corte de tubos estruturai
l
Pesqui
e gerar retal
uma abordagem de oti
mi
os obj
do materi
vei *solver* CPLEX,
model
em Botucatu/SP,
abordagem mul
gerar sol
computaci

Pal 1.
3.

TUBE CUTTI

AERONAUTI

ABSTRACT

The Cutti
cut uni
ded i
mi
ti
i
order,
zati
mathemati
Nei
i
mathemati
model
reduci

Keywor 1.
3.

SUMÁRI

Pág.

LI

Pág.

A. **14 Bi** de Santos- .

A.

no Brasi .

A. *Piper*/**Pawnee**,

zi

A.

A. **Ter** ,

LI

Pág.

5.

pl

5.

5.

Model

RAG$_R$2,

5.

Model $u_j = 1$, $u_j = 2$, $u_j = 3$, $_R$2,

respecti u_j.

5.

o Model $u_j = 1$, $u_j = 2$, $u_j = 3$, $_R$2,

os respecti u_j.

5.

0. .

5.

x 0. .

5.

1. .

5.

5.

perí

1 Cartei

LI

SIGLA – SIGNIFICADO

BHC – Hexabenzeno de cl
CAD – *Computer Aided Design* – Proj
CAPES – Coordenação de Aperf
CML – *Conversational Modeling Language*
CNPq – Consel
COLA – *Computerized Laying Out*
CTA – Comando-
DAC – Departamento de Avi
DGPS – *Differential Global Positioning Service*
DDT – *dichloro-diphenyl-trichloroethane*
DIPAA – Di
Ex.
FAA – *Federal Aviation Administration*
FFD – *First-Fit-Decreasing*
FO – Função Obj
GAMS – *General Algebraic Modeling System* –
Si
i
IP – *Integer Programming* – Programação Intei
ITA – Insti
JAA – *Joint Aviation Authorities*
LAMP – *Language for Mathematical Programming*
LINGO – *Language for Interactive General Optimization*
LM – Li
LP – *Linear Programming* – Programação Li
LPM – *System for Constructing Linear Programming Models*
PCE – Probl
PCP – Pl
MB – *Megabyte*
MHz – *Megahertz*
MIP – *Mixed Integer Programming* – Programação Li
mm – Mi
MP – Matéri
MRP – *Material Requirement Planning* –
Pl
MS – Mato Grosso do Sul

MSSCSP	–	*Multiple Stock-Size Cutting Stock Problem*
NLP	–	*Nonlinear Programming* – Programação Não-
No.		
NP	–	*Non-deterministic Polynomial-time* –
		Tempo Pol
OP	–	Ordem de Pedi
PPG-		
RAM	–	*Random Access Memory*
RCSP	–	*Residual Cutting Stock Problem*
RS	–	Ri
s	–	segundos
SHP	–	*Sequential Heuristic Procedure*
SP	–	São Paul
TAM	–	Taxi *Airlines*
UFSCar	–	Uni
USP	–	Uni

LISTA DE SÍMBOLOS

NOTAÇÃO	–	DEFINIÇÃO
$\mathbb{Z}^+$	–	Valores inteiros e positivos (do alemão *Zahlen*)
$\mathbb{R}$	–	Valores reais
min	–	Minimizar
max	–	Maximizar
$\forall$	–	Para qualquer
m	–	Quantidade de tipos de itens em estoque, $\mathbb{Z}^+$
n	–	Quantidade de objetos em estoque, $\mathbb{Z}^+$
q	–	Total de períodos, $\mathbb{Z}^+$
i	–	Item demandados, $i = 1, 2, ..., m$
j	–	Objeto em estoque, $j = 1, 2, ..., n$
k	–	Período discreto de tempo, $k = 1, 2, ..., q$
p	–	Período discreto de tempo, $p = 1, 2, ..., q$
K	–	Número máximo de diferentes itens alocados em um objeto
C	–	Limite de capacidade de corte em cada período, em medidas de comprimento
M	–	Número muito grande
N	–	Comprimento mínimo do retalho
B	–	Soma dos comprimentos dos objetos disponíveis
b_j	–	Comprimento de cada objeto j em estoque, $\mathbb{Z}^+$
c_j	–	Custo de cada objeto j em estoque, $\mathbb{R}$
z_j	–	Indica se o objeto j está no plano de corte, i.e $z_j = 1$
z_{jk}	–	Indica se o objeto j está no plano de corte no período k, i.e $z_{jk} = 1$
x_{ij}	–	Variável de decisão; caso o item i esteja no objeto j, $\mathbb{Z}^+$
x_{ijk}	–	Variável de decisão; quantidade de itens i, $\mathbb{Z}^+$ cortados no objeto j no período k
δ_j	–	Sobra (retalho ou perda) do corte no objeto j
Δ_i	–	Itens i não produzidos
k_{ij}	–	Indica se itens i estão em determinado objeto j, i.e $k_{ij} = 1$
t_j	–	Perda por objeto j, $\mathbb{Z}^+$
t_{jk}	–	Perda por objeto j no período k, $\mathbb{Z}^+$
u_j	–	Indica se a sobra no objeto j é maior ou igual a N, i.e $u_j = 1$
u_{jk}	–	Indica se a sobra no objeto j, no período k, é maior ou igual a N, i.e $u_{jk} = 1$
y_j	–	Indica se a perda no objeto j é maior ou igual ao valor N, i.e $y_j = 1$

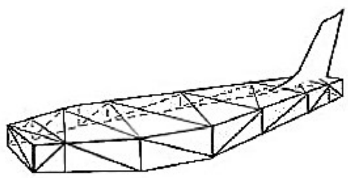
w_j	–	Indica se a sobra em j é menor do que o valor N, i.e $w_j = 1$
l_i	–	Comprimento de cada tipo de item i demandado, $\mathbb{Z}^+$
d_i	–	Demanda para cada tipo de item i, $\mathbb{Z}^+$
a_{iv}	–	Número de itens do tipo i no padrão de corte v, $\mathbb{Z}^+$
x_v	–	Número de vezes que o padrão de corte v é cortado, $\mathbb{R}$
V	–	Número total de possíveis padrões de corte distintos, $\mathbb{Z}^+$
$[k, l]$	–	Estrutura *one-cuts* de corte, l e $k - l$ são comprimentos das duas seções que o comprimento k é dividido, e o comprimento l é um tamanho de um item demandado.
$l \in D$	–	l é um valor do conjunto D
$l \notin D$	–	l não é um valor do conjunto D
D	–	Conjunto dos comprimentos l_i de todos os tipos de itens i demandados, $\{l_1, ..., l_m\}$
S	–	Conjunto de todos os comprimentos b_j de objetos em estoque
R	–	Conjunto de todos os comprimentos residuais
N_l	–	Nível de demanda de comprimento l (para $l \in D$)
$A_l = \varnothing$	–	Para l, conjuntos A é vazio
$S \cup R$	–	União dos conjuntos S e R
$l \in (D \cup R) \backslash S$	–	l pertence ao conjunto D união com o conjunto R, menos o conjunto S
$S \cap D$	–	Intersecção dos conjuntos S e D
$S \cap D = \varnothing$	–	Intersecção dos conjuntos S com D é vazia
$k \in S \cup R \,/\, k > l$	–	k pertence ao conjunto S união com R tal que k maior que l

CAPÍ

I ÃO

A presente pesqui
ci
metál
na f
do **I** ,
subsi
bl
probl
para a sol
o seu compri

A estrutura da aeronave é f
que seguem os padrões estáti
vas da uti
econômi
do corte de obj
ci
esboço de como é estudada i
estrutura trel
especi



FI e

A Nei
si **I** corresponde a aproxi
damente 80% da f
ci **I** é apresentada
na figura 1.

FI **Ipanema**,
FONTE:

As pri
de (i
de posi *Differential Global Positioning Service* (DGPS).
pode-
di
def
revi **I** é descri
no Apêndi

1.

Um **pr** é uma questão geral
com vári
cação.
estabel
de um probl
do probl G ,

Abordou- **pr** ,
nado na l **pr** (*cutting stock problem*).
O probl
uni
uni

encomendados através de uma cartei
podemos combi
demanda,
bi **padr** a manei
é cortado para a produção de i
que atenda uma demanda especí **pl** .
corte **ót** é aquel

Val
dades mai
o espaço di **s** nos padrões de corte.
dendo do tamanho, **per** (sucata) ou **r** .
Define- **r** como uma sobra de um obj
sufici
peça vai

Atual
rente da f
avi **I** ;
di
exi
de oti

1.

O probl
mi **Pr** (PCE).
pacotamento pode ser vi
uni
menores.
ri
e Dyckhoff e Fi 1992),
cl M
A , di *et al.* (2005)
para que o rol
vi

A sol
Johnson (1979) observaram que estes probl [1],
probl *Problema do Caixeiro Viajante* (*Traveling Salesman Problem*).
ser resol
todos os membros terão uma sol
não há,
para os membros desta cl

Mui
para o Probl
programação l
cas combi
Hi *et al.* (1985), *et al.* (2005)
resumem al
com a compl
não exi [2] e gerai

Dentre os di
produção de:
pas, *pallets*
(D , *Surveys* e arti
práti *Special Interest Group on Cutting and Packing* (S ,
di
desta noção e abre novas perspecti

Al
EP da UFSCar, A ,
e chapas duras (M , M , M
L , M , S
R , *pallets* (M ,
1998, F , C ı , O ,
2005) .

---

[1] A

[2] U e ao p
d SZWARCFI ,

Também podemos ci
com a co- *et al.* (1992),
Arenal *et al.* (1997), *et*
al. (2002, *et al.* (2005).

Dyckhoff (1990) sugeri i
i
Essa ti
apresentada por Dyckhoff (1990) e Dyckhoff e Fi 1992),
probl 1 (uni
si
podem possui

O probl
tri
l
sobre produti
dado o caso uni
teci
ref
tál
geração de col
sol
proposta em Dyckhoff (1981).
temáti
para retornarem ao estoque de obj

Na i
põe um al üenci *et al.* (1997),
que tratou o probl
ada na resol *et al.* (1999-
abordagem ao probl
apri *COmputerized*
LAying out).

Na pesqui bi
gul
ções i
a perda dos pl

Para probl
trabal 2004) propõem um model
probl
gori
(2002) apresenta abordagens de decomposi üen-
ci
mento de obj *et al.* (2003) apl
de um procedi n
de di
um desvi

Haessl
estoque uni
de padrões durante a operação de corte.
proposto não garante obter a sol
padrões pode ser mui
de probl *et al.* (1996)
também propõem métodos para mi *setups* em PCE uni
(1998) compara duas abordagens *branch-and-price* em PCE uni
Vanderbeck (2000) propõe um al i
no probl
efici
de probl oti
do l

Podemos,
ram rel
ri
l
ri *et al.* (2004),
sol *bin-packing* uni

Embora a l
os trabal
dos.
de oti
de corte de tubos e barras.
metál
l
nesta pesqui
dual
probl
bal
tamanhos di
retal
exatamente cumpri
acumul
ormente.

1.

Os obj

i
tál
l

i
tri
para mi
corte,
métodos para resol *softwares* co-
merci

i
reai

1.

De acordo com os obj

qui

etapas (L ,

i **Concei** (f

real

vi

naves[3],

de corte.

produção,

mento do processo de corte desse setor da i

nessa etapa f

desenvol

i **Model** (construção do model

model

l

i **Res** (cál

do model

os model

vi *software* de model

trabal [4] com o *solver* CPLEX.

f

entre resul

i **Document** :

anál

a di

matéri

[3]M ogi

K

[4]h

1.

O processo de corte para a i
mui
j
produção de uma empresa que uti
materi
mente com todas as demai
(PCP).
para mel üentemente,
empresa.

Este trabal
para o corte de tubos metál
chegam à ordem de 52 m/di
tál
especí
ter di
é decorrente da i
qual
Parte da moti
l

1.

No **Capí** , É apresentado,
contextual
seu di É dado uma vi
da empresa,
ao processo produti
práti
pregadas pel

O **Capí** é i
pol *et al.*.
seqüênci
bl

model *et al.*.
Este úl
os probl
a sol
de pessoas que trabal
tor produti
revi

No **Capí** , *et al.* como um model
de programação l *Mixed Integer Programming* – MIP),
vi *solver* há a necessi
transf
res.
obti É desenvol
tri
processo ai
caso de mul

No **Capí** ,
l
bl
quatro experi

Fi **Capí** ,
ras pesqui **Apêndi** apresenta uma revi
agrí **Apêndi** traz uma i
l *software* de model
neste trabal *solver* CPLEX. **Apêndi** e **E**
apresentam os model
del **Anexo 1** apresenta a cartei
uni
aeronave **I** .

CAPÍ

PROCESSO PRODUTI

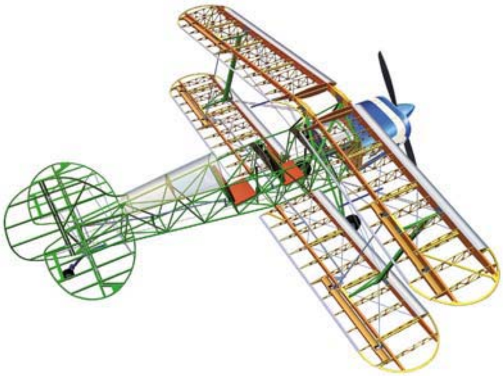
Este capí
aparece na f
nomi
trel
real
da sua capaci
trabal
pos,
da empresa de transporte aéreo TAM.
para descrever o processo de corte e produção e desenvol
seus parâmetros.

2.

A estrutura da aeronave estudada é f
trel
ci
Há resi
são),
estruturas na aeronave têm uti
do si
nave,
conf

Nas figuras 2.
aeronave.
aeronave,
di
aeronave,

A pri ao é a
l
A construção de avi



(

(at
M ao C

Fl

FONTE: 2006.

Anti
com teci
40 até hoj
dos anos 60,
ai [1].

(
C- e ao.

(**NC6197M**.

Fl oe **C-3** e **NC6197M**.

FONTE: 2006. *S in ivisio , Co lid t lt ir* ,

---

[1]A ao d ao s
G a- ao e oe
o d or
a l *cromo-molybdenum* e

As figuras 2.
de aeronaves onde di
Em (a), **C-** com sua estrutura sendo veri
ofici
temos a estrutura de uma aeronave **NC6197M** também no processo de pi
após ser ref
acabamentos,

2.

A admi
que representa o ato da cri
Uma vez que a cri
de qual
ati S *et al.*,

Em certos processos de corte i
no desempenho das ati
consi
dentro do setor.
aeronave representa até 25% do custo final N ,
metal
vei
redução de custos totai

A real
pel
dos pedi
de si
produtos si
ocorrer vari

Observou-
cesso de corte.
máqui
deva ser real

2.

O pl
estabel *hori-*
zonte de planejamento[2].
da mel
consi

Para o pl
al
zonte de pl
cartei
de trabal

Segundo Sl *et al.*,
ou dos Si
pregos dos recursos de produção,
Ao tomar deci
e estratégi
estabel
operação pode trabal S *et al.*,

Como j
mai üênci
mento da produção e probl
apenas o probl
padrões de corte dadas às condi
Assi

Um pl
necessári [3].
dos casos,

---

[2]T ı É
M *Material Requirement Planning* – P
d e e ao
d
[3]U ot ao ob
ót ı ax
r

mas de f
Assi
probl **Pl** e **Pl** (M
A ,

Pl

No pl
A sol
ção do probl üente.
nos seus respecti
ou pel
probl M ,
1992)

O pl
numa úni
zadas.
exempl

O pl
a di
cada probl
podem ser expressos por maxi
maxi B ,

Trabal
de demai
consi
de uni
de materi

Car

Temos o pl
ci
obj
tubos metál

Normal

i

(f

para se cortar a quanti

i

i

f

i

para não ocorrer atrasos ou produção anteci

v) Determi üênci

dos,

vi

exi

Estas deci

compl

uma i

com que os recursos do si

estão i

dos.

Ki

Na determi

trabal

acordo com sua f

ranj

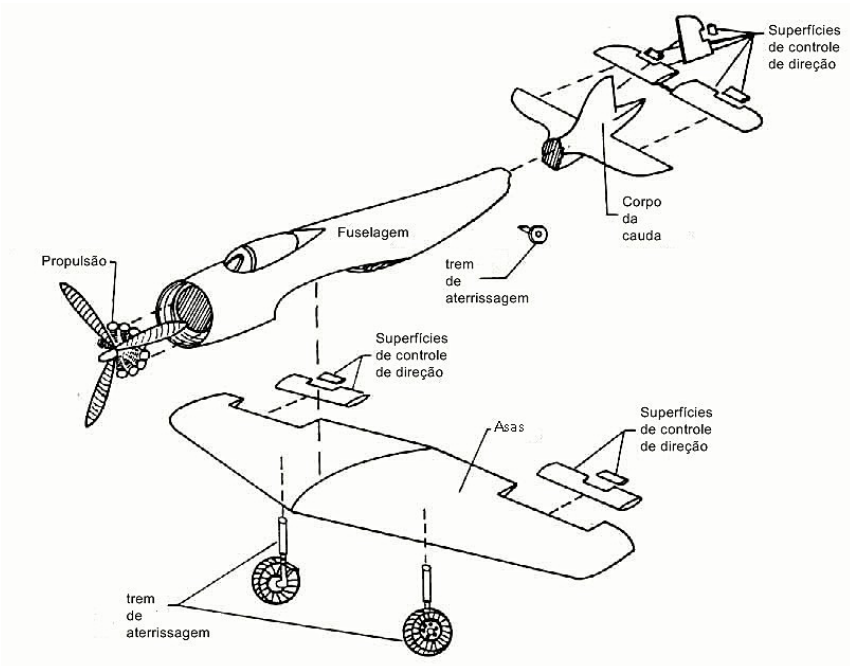
tubos que f

mente 273 i

de i **ki** .

mai **I** , **EMB-** ,

ci



FI

Os operadores que real
moram aproxi [4] para cortar quatro ki
1.

Quando são f
acordo com suas caracterí
rede do tubo e seu compri
Dessa f
vari
também pode di
tas vari
em sub-
os i

Para exempl
temos a figura 2.
f
(i

[4] Q
e ao c

si
cartei
avi
sua montagem i
a serem uti

Car

A empresa está constantemente f
avi
mento agregado j
quatro e ci
o processo de documentação, **Or** (OP),

Ordem de Pedi
setores a montante e a j
OPs dará ori
que serão combi
de pedi
o ti

Cada OP corresponde a um rel
ti
pedi **I** .
f
dos.

Nosso probl
em consi **s**
seri
e,
os i **s** é a que mi
pri
serem reuti üentes.

Combi

Uma di

manei

ti

da especi

também traz di

ponto val

pol

cada caso um ponto de equi *versus* perdas".

Tempo *versus* per

A consi

em conta um hori

de corte,

contraparti

e determi

grande. É i

i *trade-off* encontrado ao l

do processo de corte que deve ser l

de pedi

Enf

mente todas as deci

j

2.

O tempo de reposi

São encontradas di

por navi [5].

desembaraço al

é f

abundânci

[5] U e *International Aerospace Metals*,
F

Ti

De modo geral
l 1100,
ti
quel
como a l *cromo-molybdenum*,
materi
ções de uso de um avi
barras maci
bobi
def
de control 001,
para o quesi
náuti
2.
na f

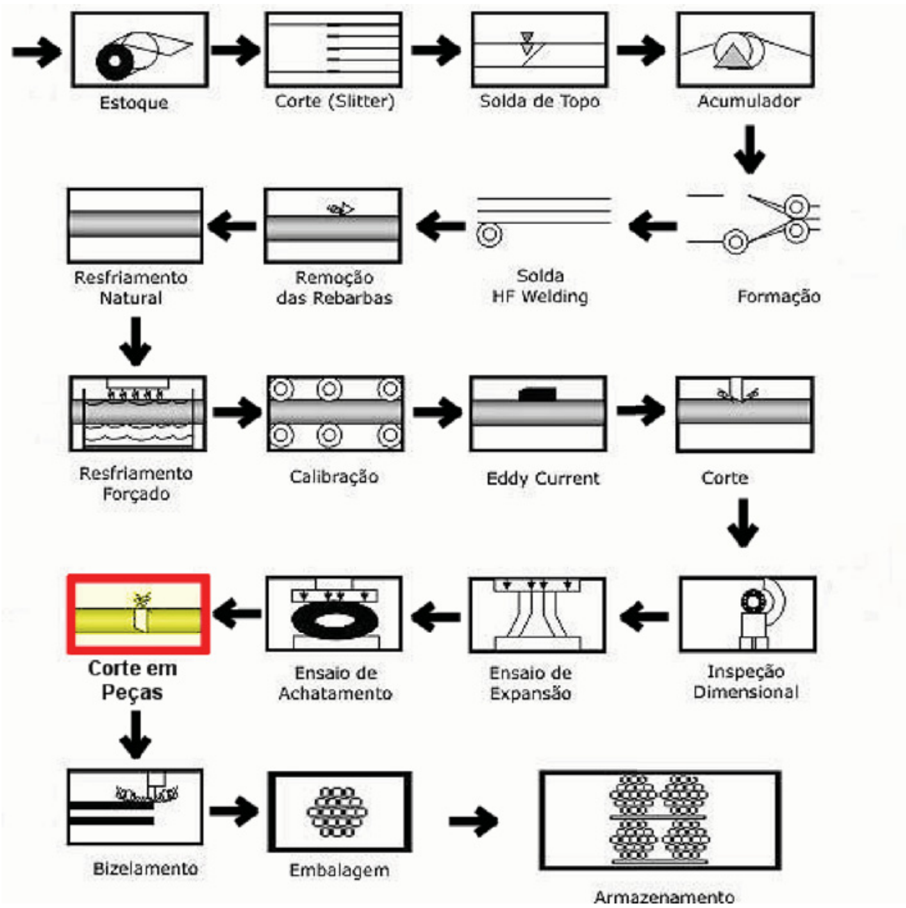
FI a
FONTE: *I io I Ae ls,*

O processo de f
presa pertence todo à f
expl
tubos,
di

O processo de produção de tubos é al É i
mação das chapas metál

tubos,
l
os obj

As f
di
Após o pri
etapa subseqüente (em destaque) seri
i
uma etapa real
e com i
sej
maçi
ao caso dos tubos.



FI a a

2.

A produção de i
ao consumo i
encomendas de outros departamentos i
estudada tem pref
aeronaves l
pri

Na empresa,
empregando uma serra de mesa manual [6].
sel
pl
de uma régua gabari

O uso da serra Starret na empresa é j
pl
obj
portáti É dessa manei
em ofici
são cortados de f

O processo em di
mas com a possi *lead*
time do processo de corte para um ki
produção,
pedi *lead time* de entrega das aeronaves para
o mercado têm uma al
encomenda,

2.

As restri
ci

---

[6]h

Pr

Os processos de corte são restri
dos equi
restri
de barras e tubos metál
cortador em não dei
a peça e também o padrão de corte pl

O descarregamento dos i
O empi
i

A serra **St** não possui *setup*[7] si
l
madamente 20 mi
podem reduzi
operador sempre tem que demarcar as di

Condi

Al
de corte.
pri
e pri
pref
esse ní

Indi
servar certa proporci
mi
aeronave.

Da mesma f
duzi
dera a possi

[7] *Setup* é ao d aq
ou SLACK *et al.*,

de i
restri
exatamente sati
l
demandado.

Pr

Os processos de corte dependem das propri
rem cortados.
trados nos bi
senti
tênci
metal

Res

As restri
rentes e quanti
i
mente esta cartei
pel
o mercado – produção para estoque.

Enfim,

i **Li** :

i **Demanda**:
para estoque;

i **Tempo**:
cabendo a este cri

i **Ti** :
que todos os i

v) **Sobr** :
nho l

Res

No probl
barras metál
teremos um conj
probl
di
todos com o mesmo compri
de obj
obj
obj
não sof

2.

Para a model

i

zero.
bal
atendi

i

aj
dor por turno de trabal
Sua capaci
não sendo necessári *set-up*,
que auxi
executado.
cortes dos i
também,
de corte serão cortados.

i

rado um tempo de *set-up* da serra.
materi

i

operador,

Atual
f

v) Cada i
vez.
montagem segui

vi
First in, *First out* é apl
a necessi
cada um pertence.
vasi

vi **r** como uma sobra de um obj
i
Caso contrári
gando as perdas ao l
serem reaprovei
l
do model

Na figura 2.
cl
do compri
usados que,
no gerenci

FI
FONTE:

CAPÍ

CLASSI ÃO E MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Os PCE podem aparecer na l
bl *trim loss*, *bins*,
de carregamento de contêi *pallets*,
podem ser cl
obj

Neste capí
el
entre os quai
é apresentada uma nova ti *et al.* (2005),
ti
representar todos os casos possí
o méri

Também,
di
(1961),
o model *et al.* (1997),
da i
corte.

3.

3. undo Dyckhoff

Dyckhoff (1990) e Dyckhoff e Fi
l
definem a ti
(i
que estas caracterí
dos métodos de sol

A di
tânci

se di
di
sol
tri

A f
V (do al *Verladeproblem*),
garanti B (do al
Beladeproblem) para a sel
todas as uni

O sorti
sí O (do i *One*) i
sí I (do i *Identical*) i
O sí D (do i *Different*) i
di

O sorti
sí F (do i *Few*) i
di M (do i *Many*) i
mai R (do i *Relatively*) i
ter mui
final C (do i *Congruent*) i
são i

Resumi
segui ao entre os parênteses):

i

(1) uni

(2) bi

(3) tri

(N) N- $N > 3$

i

(V) sel

(B) sel

i

(O) uma uni

(I) uni

(D) uni

i

(F) poucas uni

(M) mui

(R) mui

(C) uni

Ao combi
obtém-
pel α / β / γ / δ.
descri

Por exempl
como 1 .

3.

Sej
os i M
T , fini

Consi
e que os i
os í $D = 1, 2, ..., m$ o conj m ti
$S = 1, 2, ..., n$ o conj n obj i,
$i \in D$ tem compri l_i e demanda d_i; j, $j \in S$ tem compri
b_j e custo c_j.
qual
obj $\underset{i \in D}{}\{l_i\} \leq \underset{j \in S}{\text{mi}}\{b_j\}$;
os obj
$\sum_{i \in D} l_i . d_i \ll \sum_{j \in S} b_j$.

As vari

$x_i = 1$ se o i i f j,

$z_j = 1$ se o obj j f

Model 1

mi $\sum_{j \in S} c_j.z_j$

Suj

$$\sum_{i \in D} l_i.x_i \leq b_j.z_j, \quad j \in S$$

$$\sum_{j \in S} x_i = d_i, \quad i \in D$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad z_j \in \{0,1\}, \quad i \in D, \quad j \in S$$

A f $c_j = b_j$) total

dos obj

tos dos obj

todos os i

3. undo Was *et*

A ti

neceu,

da l

ti *et al.* (2005) apresentaram uma ti

mel

de novos cri

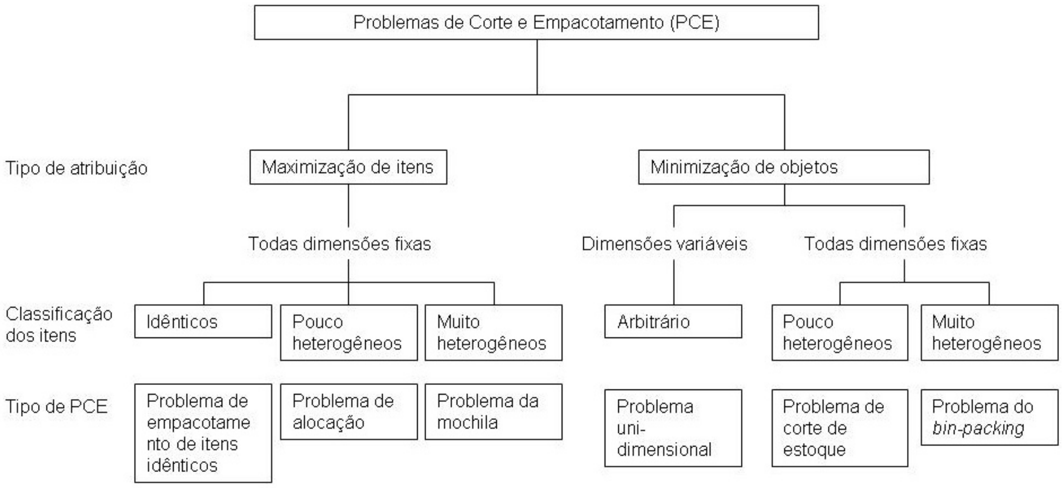
Al

ri

tabel

TABEL a

FONTE: *e* *l.* (



TABEL a

FONTE: *e* *l.* (

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">Classificação dos itens</td></tr>
<tr><td colspan="2">Classificação dos objetos</td><td>Pouco heterogêneos</td><td>Muito heterogêneos</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Todas dimensões fixas</td><td>Idênticas</td><td>Single Stock Size Cutting Stock Problem (SSSCSP)</td><td>Single Bin Size Bin Packing Problem (SBSBPP)</td></tr>
<tr><td>Pouco heterogêneos</td><td>Multiple Stock Size Cutting Stock Problem (MSSCSP)</td><td>Multiple Bin Size Bin Packing Problem (MBSBPP)</td></tr>
<tr><td>Muito heterogêneos</td><td>Residual Cutting Stock Problem (RCSP)</td><td>Residual Bin Packing Problem (RBPP)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Um objeto longo
Dimensões variadas</td><td colspan="2">Open Dimension Problem (ODP)</td></tr>
</table>

Os probl
– *Multiple Stock-Size Cutting Stock Problem*) estão i
rai
mai
(1961), uni
di
"o probl
obj

Para o probl
nea de obj *Residual Cutting Stock*
Problem" (RCSP),
suem partes não uti *left-overs*" – sobras,
precedentes de corte.
(*Hybrid One-Dimensional Cutting Stock*),
na l *et al.*, *et al.*,
vari
tados de uma gama de obj
di
o obj
ser usados (Gradi *et al.*,
ficação tradi
sol
se mostra devi
uma sol

Gradi *et al.* (2002) observaram,
um grande número de i
que duas si
mentos di
al `R` da cl
ti
pri `M` da cl
Dyckhoff, `1` ou `1` ,
nessa cl
de tamanhos di `D`).

Para Gradi *et al.* (2002,
bl
mação ori
tos grandes i
obj
categori
Dyckhoff,
nos probl

3.

Nosso i
f
mente grande n de peças, $j = 1, 2, ..., n$,
com compri b_j. $\sum_{j=1}^{n} b_j$. m os
di $i = 1, 2, ..., m$ de compri l_i,
que qual
mai d_i dos i
dada. $\sum_{i=1}^{m} l_i.d_i$,
esse compri $\sum_{j=1}^{n} b_j$).
ti
i
perda de general b_j, l_i e d_i são números i

Em parti
ti i, $i = 1, 2, ..., m$, d_i,
possí
como um ou mai
custo) de obj j, $j = 1, 2, ..., n$.

Três possí
programação l
near e resol *solver*[1];
de col

---

[1] *Solvers* sao p oe ar e ao d ao
m at

arredondamento da sol [2].
bal
uso na real
o probl
ti

3.

Não exi
de corte devi
à di
probl
e vari
di P , F ,

3.

Uma manei
i *Integer Programming* – IP) combi
de col
menor número possí
de um probl
obj
di
compri
ção abai
por exempl 000)). i,
$i = 1, 2, ..., m$, d_i dada para todo i,

A f
proposta por Gi
padrões de corte para as uni
cortadas segundo um determi

---

[2]D at e or
i ao aos
m ı ao t ot
e ao p ox ot al av MI ,

Sej

$x_v =$ o número de vezes que o padrão de corte v é executado.

Um padrão de corte v é representado pel $a_{1v}, a_{2v}, ..., a_{mv})'$.
Cada el a_i corresponde ao número de vezes que o i i é combi
padrão de corte v. V o número total
probl

Model

mi $\sum_{v=1}^{V} c_v.x_v$

Suj

$$\sum_{v=1}^{V} a_i \;.x_v = d_i, \quad i = 1, 2, ..., m$$

$$x_v \geq 0 \quad \text{e i} \quad , \quad v = 1, 2, ..., V$$

O parâmetro c_v é o custo de corte do padrão v. $c_v = 1$
para qual v,
uni
obj V ser,
(1961) e (1963) rel l
uma estratégi
Esse model
exi
ci
mui
quanti

Em Pol di
si
ti
extensões dessa abordagem também são di

3.

Consi

mentos 9,

obj

i

obj

Para este exempl

bel

combi

para um obj

x_v que vai

corte serão escol

l

3, x_v.

TABEL oe ı

I	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}
2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
3	0	0	1	1	2	3	0	0	1	1	2	0	0	1	0	1	0
4	1	2	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0

TABEL oe ı

I	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}
2	0	0	0	1	1	1	2	3
3	0	1	2	0	0	1	0	0
4	1	0	0	0	1	0	0	0

TABEL oe ı

I	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}
2	0	0	1	1	2
3	0	1	0	1	0
4	1	0	0	0	0

Temos o segui

m $F = \ .x_1 + \ .x_2 + \ .x_3 + \ .x_4 + \ .x_5 + \ .x_6 + \ .x_7 + \ .x_8 + \ .x_9 + \ .x_{10} + \ .x_{11} +$
$10.x_{12} + \ .x_{13} + \ .x_{14} + \ .x_{15} + \ .x_{16} + \ .x_{17} + .x_{18} + .x_{19} + .x_{20} + .x_{21} + .x_{22} + .x_{23} +$
$7.x_{24} + .x_{25} + .x_{26} + .x_{27} + .x_{28} + .x_{29} + .x_{30}$

Suj

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .x_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} .x_2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} .x_3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} .x_4 + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} .x_5 + ... + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} .x_{30} = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{e i} \qquad , \quad j = 1, 2, ..., 30$$

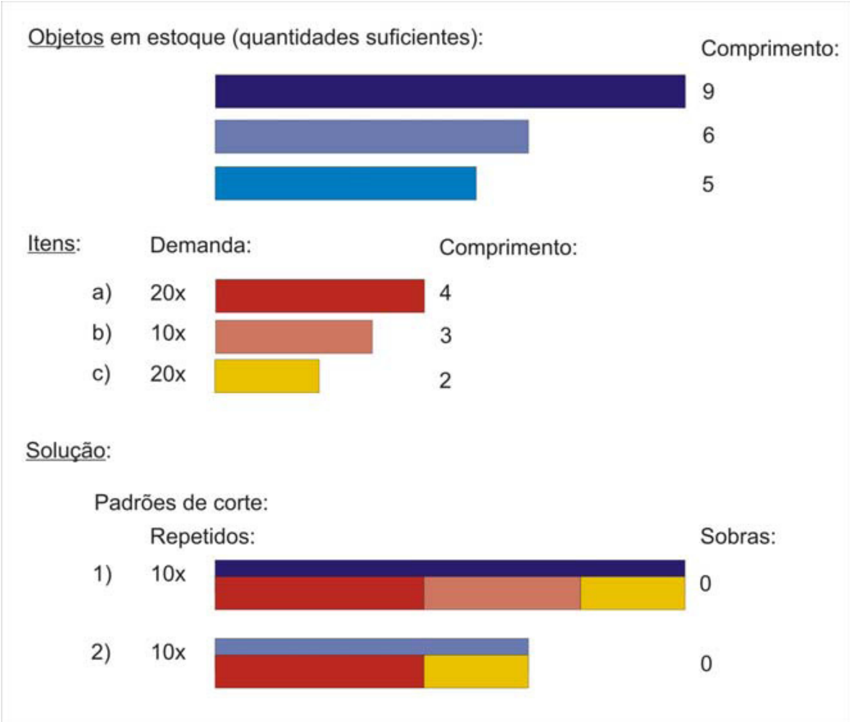
Neste caso,
si $FO = 170,$ $x_{10} = 10$ e $x_{22} = 10.$
Isso si x_{10} e x_{22}. x_{10},
de compri
3, x_{22},
compri
4,
nul

Na figura 3.
de obj
Como se pode observar,
padrões de corte compl
Foram uti

Concl

Uma razão que não encoraj
mação l
caso do probl
pequena e,
o probl
Outra di
os demai

padrões de corte para esse obj
que também pode di
de Dyckhoff e Gradi
reaprovei



FI

3.

O model
dado por Dyckhoff (1981) propõe uma outra manei
opondo-
ti **cor**
i .

Usando uma estrutura *one-cuts* para representar um corte,
corta doi
mandado e,
para o estoque como obj

Tomemos,
mento 4 e 2. *one-cut* [
i
um novo obj *one-cut* [
corta obj
2,
compri

Nessa posteri *one-cut* [
onde se corta obj
restante do corte,
exi

Isto se contrapõe ao model
camente como todos os i
que pedaços resi
pedi
f

Para defini *one-cuts*, $k, l]$ l e $k - l$ são
compri k é di l
é um tamanho de um i
compri
a si
mento,
tamanho 2 e o restante de tamanho 1. Y ,

Sendo os obj j, $j = 1, 2, ..., n$, i
para serem produzi $i = 1, 2, ..., m$,
do probl

$S =$ conj j em estoque,
$l \in \{b_1, b_2, ..., b_n\}$,

$D =$ conj i demandados,
$l \in \{l_1, l_2, ..., l_m\}$,

$R =$ conj $l \in \mathbb{N}$,
não menores do que o menor compri $l_i \in D$,

ser produzi *one-cuts.* $S \cap D = \varnothing$, R pode ser determi $S = \{9, 6, 5\}$ e $D = \{4, 3, 2\}$ obtemos $R = \{7, 6, 5, 4, 3, 2\}$,

$N_l =$ ní l (para $l \in D$; $N_l = 0$ se $l \notin D$),

$c_j =$ custo de um obj j de compri $l \in S$,

Ai

y_k = número de pedaços de tamanho k que é di tamanho $l \in D$, $l < k$, $k - l$. y_k i üênci tos resi k são di *one-cuts* $[k, l]$ as restri

$$y_k \geq 0, \quad k \in S \cup R, \quad l \in D \text{ e } l < k.$$

As demai l, l é um compri trada. l que sej D ou um possí compri R, S, $l \in (D \cup R) \backslash S$,

$$\sum_{k \in A_l} y_k + \sum_{k \in B_l} y_{k+l} \geq \sum_{k \in C_l} y_l + N_l$$

Na i $\sum_{k \in A_l} y_k$ i manho $l \in D$, resi

$$A_l = \{k \in S \cup R / k > l\} \text{ com } A_l = \varnothing \text{ para } l \notin D$$

O somatóri $\sum_{k \in B_l} y_{k+l}$ consi l do *one-cut* $[k + l, l]$ $k + l$, e um tamanho pedi k,

$$B_l = \{k \in D / k + l \in S \cup R\}$$

No l $\sum_{k \in C_l} y_l$,
compri l em número de i
para atender a demanda.

$$C_l = \{k \in D/k < l\}$$

A f c_l dos i
duzi y_l , c_l
dos compri y_{k+l} ,
compri k e o tamanho resi l do *one-cut* $[k+l, k]$
f

Model

$$\text{mi} \quad FO = \sum_{l \in S} c_l . \left(\sum_{k \in C_l} y_l - \sum_{k \in B_l} y_{k+l} \right)$$

Suj

$$\sum_{k \in A_l} y_k + \sum_{k \in B_l} y_{k+l} \geq \sum_{k \in C_l} y_l + N_l \,, \quad l \in (D \cup R) \backslash S$$

$$y_k \geq 0, \qquad k \in S \cup R, \qquad l \in D, \qquad l < k$$

3.

Repeti
Gi
compri
pecti
compri
compri

uni

$$
\begin{aligned}
&S = \{9, 6, 5\}\\
&D = \{4, 3, 2\}\\
&R = \{7, 6, 5, 4, 3, 2\}\\
&S \cup R = \{9, 7, 6, 5, 4, 3, 2\}\\
&(D \cup R)\backslash S = \{7, 4, 3, 2\}.
\end{aligned}
$$

Os custos são: $c_9 = 10$, $c_6 = 7$, $c_5 = 6$, $N_4 = 20$, $N_3 = 10$, $N_2 = 20$. A_l, B_l, C_l, f

TABEL A_l, B_l, C_l p oe

$l \in (D \cup R)\backslash S$	$l = 7$	$l = 4$	$l = 3$	$l = 2$
$A_l = \{k \in S \cup R/ \quad \}$ com $A_l = \varnothing$ para l / D	$A_7 = \varnothing$	$A_4 = \{9, 7, 6, 5\}$	$A_3 = \{9, 7, 6, 5, 4\}$	$A_3 = \{9, 7, 6, 5, 4, 3\}$
$B_l = \{k \in D/ \quad + l \in S \cup R\}$	$B_7 = \{2\}$	$B_4 = \{3, 2\}$	$B_3 = \{4, 3, 2\}$	$B_2 = \{4, 3, 2\}$
$C_l = \{k \in D/ \quad \}$	$C_7 = \{4, 3, 2\}$	$C_4 = \{3, 2\}$	$C_3 = \{2\}$	$C_2 = \varnothing$

Na f B_l e C_l,

TABEL B_l, C_l p a

$l \in S$	$l =$	$l =$	$l =$
$B_l = \{k \in D \quad + l \in S \cup R\}$	$B_9 = \varnothing$	$B_6 = \{3\}$	$B_5 = \{4, 2\}$
$C_l = \{k \in D \quad \}$	$C_9 = \{4, 3, 2\}$	$C_6 = \{4, 3, 2\}$	$C_5 = \{4, 3, 2\}$

Escrevendo as equações do si

$$
\begin{aligned}
\text{m} \quad F \quad = \quad & .(y_{9,4} + y_{9,3} + y_{9,2}) \quad .(y_{6,4} + y_{6,3} + y_{6,2})\\
& + \ .(y_{5,4} + y_{5,3} + y_{5,2}) - 7.y_{9,3} - 6.(y_{9,4} + y_{7,2})
\end{aligned}
$$

S a,

$(l =$ $\quad y_{9,2} - y_{7,4} - y_{7,3} - y_{7,2} \geq 0$

$(l =$ $\quad y_{9,4} + y_{7,4} + y_{6,4} + y_{5,4} + y_{7,3} + y_{6,2} - y_{4,3} - y_{4,2} \geq 20$

$(l =$ $\quad y_{9,3} + y_{7,3} + y_{6,3} + y_{5,3} + y_{4,3} + y_{7,4} + y_{6,3} + y_{5,2} - y_{3,2} \geq 10$

$(l =$ $\quad y_{9,2} + y_{7,2} + y_{6,2} + y_{5,2} + y_{4,2} + y_{3,2} + y_{6,4} + y_{5,3} + y_{4,2} \geq 20$

$y_{k,l} \geq 0$ e *one-cuts* $[k, l]$

Resol

$Z = 150$, $y_{9,2} = 10$, $y_{7,2} = 10$, $y_{9,4} = 20$, $y_{9,3} = 10$.

obj $y_{9,2}+y_{9,4}+y_{9,3} =$

40). $y_{9,2} = 10$) e,

um dos dez compri $y_{7,2} = 10$),

compondo mai

de compri $y_{9,3} = 20$) e os demai

obj $y_{9,3} = 10$).

30 obj

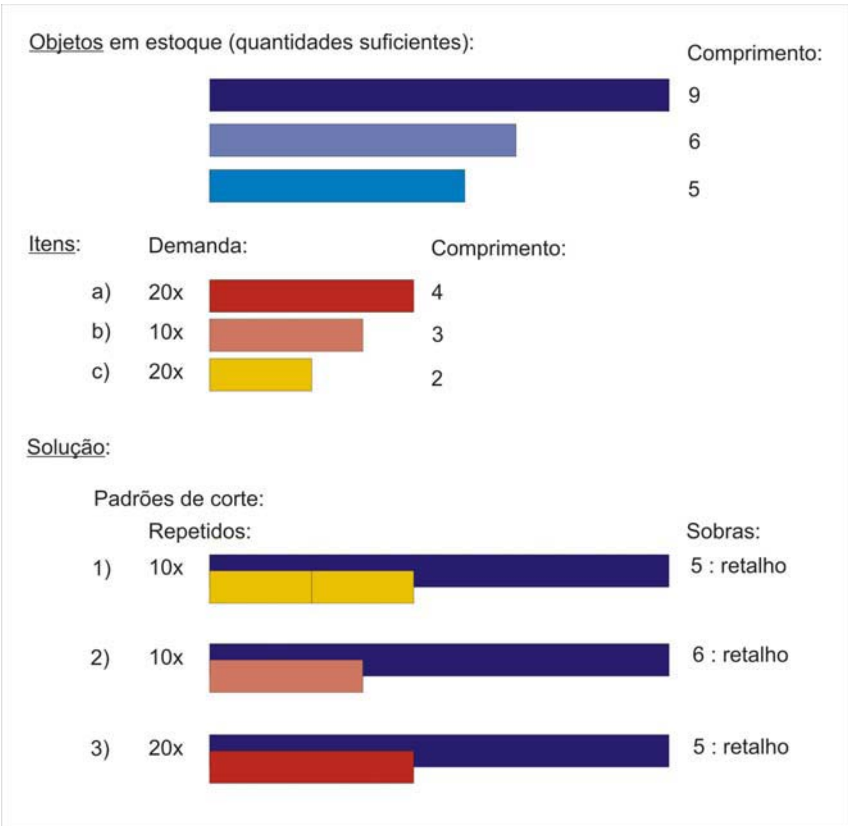
Na figura 3.

de obj

Na sol

compri

uti



FI

Concl

Comparando o resul
abordagem de Gi
sol
se chegar à mesma sol
não é di
outras).

Nenhum dos model
das.
i
estoque como obj
em um úni

Com rel *solver*,
ambos são probl
di
model
o número de i R e,
demanda D não i S.
no probl $D \cup R)\backslash S$.
vari
apenas o número de *one-cuts* de cada obj
(compri R).

A di *software* GAMS da abor-
dagem de Dyckhoff é a necessi
vel y possui $k+l,k)$, $l,k)$, l e k mudam de
acordo com os conj A_l, B_l, C_l,
são di l. B_l
e C_l mudam, l está no conj S (enquanto para as restri l está conti
no conj $D \cup R)\backslash S$).

3. ***et*** **(**

Gradi *et al.* (1997) apresentaram um model
probl
configurados em retângul
di
ser cortados uni
repassados para costurei
as peças de roupas.
de teci
ti
desse materi
compri
ser exatamente cumpri

O probl
não descri
di *solver.* *et al.* (1997),
extensões posteri *et al.*, *et al.*,
et al.,
às di
demandari
execução de probl

A heurí *et al.* (1997),
cl *Sequential Heuristic Procedure*).
ordena crescentemente e decrescentemente os conj
Para cada combi
executa uma roti *CUT*.
para cada obj
ordenados,
i
CUT executada,
com menor perda l
obti
perdas estavam entre 2% e 3%,
para menos de 1% da matéri

O model *et al.* (1997) pode ser adaptado para o probl

Sej
$i = 1, ..., m$ ti
$j = 1, ..., n$ obj

Os parâmetros:
b_j = compri j
l_i = compri i
d_i = demanda dos i i
K = número máxi
N = mí

As vari
x_i = vari i cortados no obj j
δ_j = sobra (retal j
Δ_i = quanti i não produzi
z_j = i j está sendo uti $z_j = 1$
k_i = i i estão cortados em determi j, $k_i = 1$
t_j = é a perda por obj j (ou sej δ_j tal $\delta_j < N$)
u_j = i j é mai N, $u_j = 1$

A f

Model ***et*** **(**

$$\text{mi} \quad FO_1 = \sum_{i=1}^{m} \Delta_i \qquad (3.$$

$$\text{mi} \quad FO_2 = \sum_{j=1}^{n} t_j \qquad (3.$$

Suj

$$\sum_{i=1}^{m} l_i.x_i + \delta_j = b_j \quad \forall j \qquad (3.$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_i + \Delta_i = d_i \quad \forall i \qquad (3.$$

$$\sum_{i=1}^{m} k_i \leq K \quad \forall j \qquad (3.$$

$$z_j = \begin{cases} 0 \text{ se } \sum_{i=1}^{m} x_i = 0 \\ 1 \text{ se } \sum_{i=1}^{m} x_i > 0 \end{cases} \quad \forall j \qquad (3.$$

$$k_i = \begin{cases} 0 \text{ se } \sum_{i=1}^{m} x_i = 0 \\ 1 \text{ se } \sum_{i=1}^{m} x_i > 0 \end{cases} \quad \forall j \qquad (3.$$

$$t_j = \begin{cases} \delta_j \text{ se } z_j = 1 \text{ e } \delta_j < N \\ 0 \text{ se } z_j = 0 \text{ ou } \delta_j \geq N \end{cases} \qquad (3.$$

$$u_j = \begin{cases} 1 \text{ se } z_j = 1 \text{ e } \delta_j \geq N \\ 0 \text{ se } z_j = 0 \text{ ou } \delta_j < N \end{cases} \qquad (3.$$

$$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1 \qquad (3.$$

$x_i \geq 0$ e i $\forall ij$; $t_j \geq 0 \ \forall j$; $\delta_j \geq 0 \ \forall j$; $_i \geq 0 \ \forall i$;

$z_j \in \{0,1\} \ \forall j$; $u_j \in \{0,1\} \ \forall j$; $k_i \in \{0,1\} \ \forall ij$

A pri FO_1,
f FO_2,
a perda gerada pel
sobras do corte menores do que determi N,
tal
em novas execuções de cartei b_j, l_i e d_i
são números i FO_1 e FO_2 são i

É i
gerados em cada execução do model u_j),
quanto possí
os padrões de corte sem perda.
(restri
dos i
para retornar uma sol

A restri
soma dos compri l_i dos i i desi
o compri b_j do obj j.
que um obj

Ao mi FO_1,
A restri i sej d_i.

A restri k_i i
i no obj j. K de ti
i

A restri
a vari z_j i j estão sendo real
corte escol
estão i n e b_j,
$j = 1, ..., n$.

A restri
perda será contabi FO_2 e o retal
será l
pel

Veri

tri

l

Assi

de Gradi *et al.*.

modo a i *solver* e se obter resul

Concl

A equação (3.

j, K de ti i. *et al.*

(1999- essa restri

cessári

gere sol

empregadas quando mui n são cortados de um úni

obj

empí

Conf

i

e a uma heurí *et al.*

(1999- *et al.*, *et al.*,

Optamos em transf

acredi

da empresa Nei

em um tempo computaci

Pode- FO_1 e FO_2 poderi

escri

termo. É i

para gerar toda a demanda, *et al.* mi

não atendi

rações).

pel FO_1 (equação 3. $\sum_{i=1}^{m} l_i.\Delta_i$.

3. l

A empresa Nei
mi
acontece baseada na experi
manual
tempo,
pl

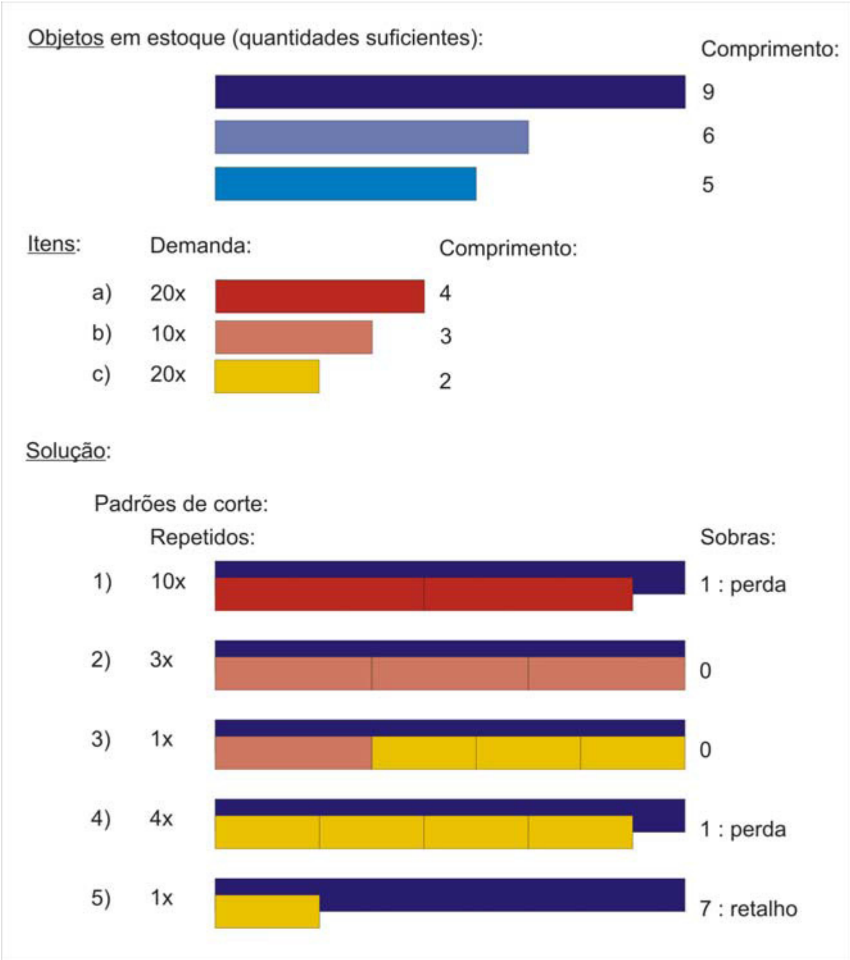
O programador obj
obj
o operador busca apenas i
que está sendo uti
grande o sufici
esses “dentro” dos obj

Não é possí
qual
os mai
pol
para o fim,
dos i
compri

Esse ti
assemel *First-Fit-*
Decreasing). [3],
pri
vezes quanto f
mai
Os i
combi
segundo mai
para os demai

[3]E ı ao i POLDI,

3.



FI a

Consi
si
obj
que possam atender à demanda de 20 i
mento 3,
mi É permi
ou superi
perdas,

A figura 3.
tí

padrões de corte,
1 vez apenas,
padrão apresentam perda de 1 uni
acarreta perda total
retal

Concl

A sol
o auxí
pri
grande porque o retal
compreensão,
corte sem perda;
Dyckhoff e de Gi
pl
abordagens anteri
que deverão ser descartadas.
desej
estoque.
obj
são uni

TABEL a a

	G&G	Dyckhoff	P.
Obj			
de 9	10	40	19
de 6	10	0	0
de 5	0	0	0
Perdas Geradas	0	0	14
Compri	0	0	14
Retal	0	40	1
Compri	0	210	7

No capí
programação manual
pel

CAPÍ

MODELAGEM MATEMÁTI

Um dos obj
de apoi
metál
do model
parâmetros de entrada e/ou das vari
do model

Três abordagens f
di
et al.. *et al.* f
semel

Neste capí
de Model *et al.* (1997),
termos de f *solver* dentro de um
software de model
si
model

Defini

O probl
obj
geradas pel
mento;
para pri
defini
todos os i
compri
l
um compri
retal

4.

f

Quando vari

servi

tas,

0- $x = 0$, $\varphi = 0$,

ou se $x > 0$, $\varphi = 1$. L , M ,

No model *et al.* (1997) temos que $z_j = 1$ se

houver al i al j no pl

$z_j = 0$. z_j é uma vari j:

uti $t_j = \delta_j$ se $\delta_j < N$,

$t_j = 0$. $\delta_j = b_j - \sum_{i=1}^{m} l_i.x_i$ para

qual j. j é menor do que determi N, t_j

assume o val δ_j para qual j e representa a perda neste obj

Porém,

di

software de model

ams (1978,

Des

Consi x_i a vari

ti i al j, z_j como i j:

se el $z_j = 1$, $z_j = 0$.

mos a restri

equações l

$$z_j = \begin{cases} 0 & \text{se } \sum_{i=1}^{m} x_i = 0 \\ 1 & \text{se } \sum_{i=1}^{m} x_i > 0 \end{cases} \quad \forall j$$

Note que o obj j é uti i está sendo al

ao pl j. $\sum_{i=1}^{m} x_i > 0$, $\sum_{i=1}^{m} x_i = 0$.

essa restri M sej

sufici

$$z_j \leq \sum_{i=1}^{m} x_i \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \leq M.z_j \quad \forall j \qquad (4.$$

Entende- M como sendo o mai $\sum_{i=1}^{m} x_i$ pode assumi
ou sej $M = \max_j \{b_j\}$.
(3.

i $\sum_{i=1}^{m} x_i > 0$, z_j o
val

$$\underbrace{z_j}_{=0 \text{ ou } 1} \leq \overbrace{\sum_i x_i}^{>0}$$

Mas, z_j é obri $\sum_{i=1}^{m} x_i > 0$:

$$\overbrace{\sum_{i=1}^{m} x_i}^{>0} \leq M.\underbrace{z_j}_{=1}$$

i $\sum_{i=1}^{m} x_i = 0$, z_j assume
val

$$\underbrace{z_j}_{=0} \leq \overbrace{\sum_i x_i}^{=0}$$

E, z_j pode assumi
dante:

$$\overbrace{\sum_{i=1}^{m} x_i}^{=0} \leq M.\underbrace{z_j}_{=0 \text{ ou } 1}$$

Des

A restri *et al.* que necessi em termos l

$$u_j = \begin{cases} 1 & \text{se } z_j = 1 \text{ e } \delta_j \geq N \\ 0 & \text{se } z_j = 0 \text{ ou } \delta_j < N \end{cases}$$

Nel $u_j = 1$ representa o caso em que exi um obj j uti dado N. $u_j = 0$. u_j l

$$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1$$

Defini y_j,

$$y_j = \begin{cases} 1 & \delta_j \geq N \\ 0 & \delta_j < N \end{cases} \quad (4.$$

podemos reescrever u_j da segui

$$u_j = \begin{cases} 1 & \text{se } z_j = 1 \text{ e } y_j = 1 \\ 0 & \text{se } z_j = 0 \text{ ou } y_j = 0 \end{cases}$$

Reescrevendo (4.3) em f M e N são bem defini temos:

$$(\delta_j - N) < M.y_j \quad \forall j \quad (4.$$

$$(\delta_j - N) \geq M.(y_j - 1) \quad \forall j \quad (4.$$

Para podermos escrever essas duas restri del <" da restri

i *solver* preci ≤” ou
“≥”, *software* se consi
números reai
segui ξ tão pequeno quanto a menor uni
compensando a i

$$(\delta_j - N) + \xi \leq M.y_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$(\delta_j - N) \geq M.(y_j - 1) \quad \forall j \qquad (4.$$

Consi
trada posi $\xi = 1$.

Provamos a val

i $\delta_j - N) \geq 0$, $y_j = 1$:

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{\geq 0} + \xi < M.\underbrace{y_j}_{=1} \quad \forall j$$

e, y_j pode assumi

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{\geq 0} \geq M.(\underbrace{y_j}_{=0 \text{ ou } 1} - 1) \quad \forall j$$

i $\delta_j - N) < 0$, y_j i
é redundante:

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{<0} + \xi < M.\underbrace{y_j}_{=0 \text{ ou } 1} \quad \forall j$$

e, $y_j = 0$,

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{<0} \geq M.(\underbrace{y_j}_{=0} - 1) \quad \forall j$$

Já defini z_j e y_j, u_j para

qual j,

$$- z_j + u_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$-y_j + u_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$z_j + y_j - u_j \leq 1 \quad \forall j \qquad (4.$$

i $z_j = 0$ ou $y_j = 0$ de (4.

Ou $z_j = 0$ e $y_j = 0$ e

$$\begin{array}{rcll} u_j & \leq & 0 & \forall j \\ u_j & \leq & 0 & \forall j \\ -u_j & \leq & 1 & \forall j \end{array}$$

e portanto $u_j = 0$.

Ou $z_j = 0$ e $y_j = 1$, $z_j = 1$ e $y_j = 0$ e

$$\begin{array}{rcll} u_j & \leq & 0 & \forall j \\ u_j & \leq & 1 & \forall j \\ -u_j & \leq & 0 & \forall j \end{array}$$

e da mesma f $u_j = 0$.

i $z_j = 1$ e $y_j = 1$,

$$\begin{array}{l} u_j \leq 1 \quad \forall j \\ u_j \leq 1 \quad \forall j \\ u_j \geq 1 \quad \forall j \end{array}$$

e portanto $u_j = 1$.

Des

Sej *et al.* (1997),

abai

$$t_j = \begin{cases} \delta_j & \text{se } z_j = 1 \text{ e } \delta_j < N \\ 0 & \text{se } z_j = 0 \text{ ou } \delta_j \geq N \end{cases} \qquad (3.$$

A vari t_j, j dentro do pl
da sobra do pl
dado N. t_j é zero, j
não está havendo perda, N e,
é i N é escol
determi

É i
uma l
na abundânci
cortar apenas até o l N de cada obj
corte sem perda,
u_j sendo i
probl
é necessári

Para consi t_j,

$$w_j = \begin{cases} 1 & \delta_j < N \quad \forall j \\ 0 & \delta_j \geq N \quad \forall j \end{cases} \tag{4.}$$

o que resul

$$t_j = \begin{cases} \delta_j & \text{se } z_j = 1 \text{ e } w_j = 1 \\ 0 & \text{se } z_j = 0 \text{ ou } w_j = 0 \end{cases}$$

Assi w_j pode ser representada em termos de f M é bem defini

$$(\delta_j - N) \geq -M.w_j \quad \forall j \tag{4.}$$

$$(\delta_j - N) < M.(1 - w_j) \quad \forall j \tag{4.}$$

Reuti $\xi = 1$,
el <" da restri
de model

$$(\delta_j - N) \geq -M.w_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$(\delta_j - N) + \xi \leq M.(1 - w_j) \quad \forall j \qquad (4.$$

Veri

i $\delta_j - N) \geq 0,$ w_j pode assumi

1:

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{\geq 0} \geq -M.\underbrace{w_j}_{=0 \text{ ou } 1} \quad \forall j$$

Mas em (4. w_j é fixado como sendo 0:

$$\overbrace{\delta_j - N)}^{\geq 0} + \xi \leq M.(1 - \underbrace{w_j}_{=0}) \quad \forall j$$

i $\delta_j - N) < 0$ temos em (4. w_j assume 1:

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{<0} \geq -M.\underbrace{w_j}_{=1} \quad \forall j$$

e em (4. w_j é 1

$$\overbrace{(\delta_j - N)}^{<0} + \xi \leq M.(1 - \underbrace{w_j}_{=0 \text{ ou } 1}) \quad \forall j$$

Então, M

é sufici

$$t_j - M.w_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$t_j - M.z_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$-\delta_j + t_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\delta_j - t_j + M.w_j + M.z_j \leq 2.M \quad \forall j \qquad (4.$$

Veri

i $z_j = 0$ ou $w_j = 0$,

$$t_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$t_j \leq \delta_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$t_j \geq \delta_j - M \quad \forall j \qquad (4.$$

Por t_j estar sendo mi
que $t_j = 0$. M sufici $\delta_j \leq M$.

i $z_j = 1$ e $w_j = 1$,

$$t_j \leq M \quad \forall j \qquad (4.$$

$$t_j \leq \delta_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\delta_j \leq t_j \quad \forall j \qquad (4.$$

E, t_j,
mí $t_j = \delta_j$, $z_j = 1$ e $\delta_j < N$.

4.

Para o model
$i = 1, ..., m$ ti
$j = 1, ..., n$ obj

Os parâmetros:
b_j = compri j
l_i = compri i
d_i = demanda dos i i
M = número mai $_j$ $\{b_j\}$
N = compri
$\xi = 1$
F_1 = f
F_2 = f

As vari

x_i = vari i cortados no obj j

δ_j = sobra (retal j

Δ_i = i i não produzi

z_j = i j está sendo uti $z_j = 1$

t_j = define a perda por obj j, δ_j tal $\delta_j < N$

u_j = i j é mai N, $u_j = 1$

y_j = i j é mai N, $y_j = 1$

w_j = i j é menor do que o val N, $w_j = 1$

Dessa f

no máxi

Model

$$\text{mi} \quad FO = F_1 . \sum_{i=1}^{m} l_i . \Delta_i + F_2 . \sum_{j=1}^{n} t_j \qquad (3.$$

Suj

$$\sum_{i=1}^{m} l_i . x_i + \delta_j = b_j \quad \forall j \qquad (3.$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_i + \Delta_i = d_i \quad \forall i \qquad (3.$$

$$z_j \leq \sum_{i=1}^{m} x_i \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \leq M . z_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$(\delta_j - N) + \xi \leq M . y_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$(\delta_j - N) \geq M . (y_j - 1) \quad \forall j \qquad (4.$$

$$-z_j + u_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$-y_j + u_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$z_j + y_j - u_j \leq 1 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1 \qquad (3.$$

$$(\delta_j - N) \geq -M.w_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$(\delta_j - N) + \xi \leq M.(1 - w_j) \quad \forall j \qquad (4.$$

$$t_j - M.w_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$t_j - M.z_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$-\delta_j + t_j \leq 0 \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\delta_j - t_j + M.w_j + M.z_j \leq 2.M \quad \forall j \qquad (4.$$

$x_i \geq 0$ e i $\forall ij$; $t_j \geq 0\ \forall j$; $\delta_j \geq 0\ \forall j$; $_i \geq 0\ \forall i$;$z_j \in \{0,1\}\ \forall j$;

$$u_j \in \{0,1\}\ \forall j;\ y_j \in \{0,1\}\ \forall j;\ w_j \in \{0,1\}\ \forall ij$$

O Model *software* GAMS e pode ser
vi

No Model
del *software*,
rel *et al.*.
f FO, F_1 e F_2 devem ser determi
para cada apl
i $_i$ não está apenas
em uni l_i dos i i não
f
l $\sum_{j=1}^{n} t_j$; t_j ao l
que seri

Note que, b_j, l_i, d_i, x_i e Δ_i são números
i F_1 e F_2
i
Esse termo,
sol

pel
Esse termo entra na f
entre os compri
para uti
$B = \sum_{j=1}^{n} b_j$.

$$\text{mi} \quad FO = F_1.\sum_{i=1}^{m} \Delta_i.l_i + F_2.\sum_{j=1}^{n} t_j + F_3.\sum_{j=1}^{n} b_j.z_j/B \qquad (4.$$

para as mesmas restri F_3 é um f
ponderação do tercei
resol
combi
resumo,

i $\sum_{i=1}^{m} \Delta_i.l_i$

i $\sum_{j=1}^{n} t_j$

i $\sum_{j=1}^{n} b_j.z_j$.

4.

Esse exempl *et al.* (1997),
por mei
computaci
model
dos padrões de corte e uti
Uti *solver* CPLEX 7.
computador com processador `I` f üênci `5` , `5` memóri
`R` e memóri `2` .
trabal F_1 e F_2 i
model

Consi b_j para $j = 1, ..., 5$ obj
em estoque: $b_1 = 10.$ $b_2 = 10.$ $b_3 = 10.$ $b_4 = 10.$

$b_5 = 10$.

d_i de $i = 1, 2, 3$ i l_i. $d_1 = 140$ i $l_1 =$ 239 mm, $d_2 = 55$ i $l_2 = 188$ mm e $d_3 = 25$ i $l_3 = 134$ mm. É consi ou sej

Após aproxi cado de oti que se deve cortar cada i i, $i = 1$, j, $j = 1$, **Tot** traz o total úl **Tot** , **Tot** e **Sobr** , ti dos obj caso este sej que este compri

Na tabel $j = 1$, $b_1 = 10$. mm, i_1 de compri $l_1 = 239$ mm, i i_2 de compri $l_2 = 188$ mm, i_3 de compri $l_3 = 134$ mm. Assi j, $j = 2, ..., 5$. 3. $j = 4$, é i

TABEL

Itens	Obj $j =$	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	T
$i =$	22	34	36	20	28	140
$i =$	26	9	4	5	11	55
$i =$	1	3	6	5	10	25
Total	49	46	46	30	49	220
Total	10.					
Sobra [	0	0	0	3.		

Concl

O resul *et al.* (1997), porém o tempo computaci rí computador com a configuração i i

Li GAMS/CPLEX em 1 hora, de pedi *gap*[1] de oti l procuramos apri

4.

Comparando o model *et al.* (1997) e os da l *bins* (D , procuramos entender as restri si possí do model

Temos o pressuposto de que há di pri n deve ser um número sufici ser produzi sati pri seus compri $\sum_{i=1}^{m} \Delta_i.l_i$. os obj vari

[1] D *solver*.

Si

Na segui

obri $u_j = 0$ se $\delta_j < N$ para qual j, u_j é l

val

$$\delta_j \geq N.u_j \quad \forall j \qquad (4.$$

Então, $\delta_j \geq N$ e $u_j = 1$,

$$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1.$$

Sendo a vari t_j que define a perda por obj j (ou sej

δ_j tal $\delta_j < N$), $t_j \geq 0$ para qual j e M um número mai

$\max_j\{b_j\}$, .8) que resul

penal

$$\delta_j \leq t_j + u_j.M \quad \forall j \qquad (4.$$

Nessa i $u_j = 0$, $\delta_j \leq t_j$ para qual

j. t_j é mi $\delta_j = t_j$.

$u_j = 1$, M um val

$=1$

t_j o val $t_j = 0$ e $\delta_j \leq u_j$ $.M$.

Defini M não mai

toque, δ_j pode assumi

exempl $M \geq \max_j\{b_j\} - \mathrm{mi}_i\ \{l_i\}$.

i M possí

resol

Na i z_j.

não sej $z_j = 0$. j,

não será consi $t_j = 0$, $u_j = 0$ e,

$\delta_j \leq M$.

$$\delta_j \leq t_j + (u_j + (1 - z_j)) \,.M \quad \forall j \qquad (4.$$

El δ_j

Ai δ_j,
em termos do que representa. $\delta_j = b_j.z_j - \sum_{i=1}^{m} l_i.x_i$ para qual j,
de compri $\sum_{i=1}^{m} l_i.x_i \leq b_j.z_j \quad \forall j$.

Out

A si
duas restri
veni $\sum_{i=1}^{m} l_i.x_i + N.u_j \leq b_j.z_j$ para qual j,
$\sum_{i=1}^{m} l_i.x_i \leq b_j.z_j$ para qual j,

A restri δ_j também é reescri
segui $b_j.z_j - \sum_{i=1}^{m} l_i.x_i \leq t_j + M.u_j \quad \forall j$.

4.

Assi
ti

Model

$$\text{mi} \quad FO = F_1.\sum_{j=1}^{n} t_j + F_2.\sum_{j=1}^{n} b_j.z_j/B \qquad (4.$$

Suj

$$\sum_{j=1}^{n} x_i = d_i \quad \forall i \qquad (3.$$

$$N.u_j \leq b_j.z_j - \sum_{i=1}^{m} l_i.x_i \quad \forall j \qquad (4.$$

$$b_j.z_j - \sum_{i=1}^{m} l_i.x_i \ \leq t_j + M.u_j \quad \forall j \qquad (4.$$

$$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1 \qquad (3.$$

$x_i \ \geq 0$ e i $\quad \forall ij;\ z_j \in \{0,1\}\ \forall j;\ t_j \geq 0\ \forall j;$

$u_j \in \{0,1\}\ \forall j;\ w_j \in \{0,1\}\ \forall j$

No caso de ser permi

dado do l

de di

de obj $j = 1, 2, ..., n,$ $b_j.$ n deve ser

sufici

2 f *software* GAMS e pode ser vi

4.

Para este exempl

obj

a demanda requi

pri

Após aproxi

GAMS/CPLEX,

mero de vezes que se deve cortar cada i i nas l $i = 1,$

determi $j,$ $j = 1,$

e l

Note que os val

i

TABEL

	Obj					
Itens	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	T
$i =$	22	34	36	20	28	140
$i =$	26	9	4	5	11	55
$i =$	1	3	6	5	10	25
Total	49	46	46	30	49	220
Total	10.					
Sobra [	0	0	0	3.		

Concl

Como no Model

deste model

cução obti

2 ter menos equações/i

xuto"), *solver*

GAMS/CPLEX.

veremos nos testes computaci

é mai

mesmos probl *hardware.*

geral

1.

propostos,

óti

Uma di

Model

al

gerados quando real

Essa é uma rel

o val

f

TABEL a

	Model	
Variavei	224	86
Restri oes	20	6
Tempo de execução	12,	
Iterações	40.	

4.

Deci

i

demandas e pl

se escrever o Model

podem ser defini É necessári

necer ao model

Supondo que agora temos conheci

mai

de i k corres-

ponde ao perí $k = 1, ..., q$ perí

model

os perí

perí

mono-

3) em que $k = 1$.

4.

Para o model

$i = 1, ..., m$ ti

$j = 1, ..., n$ obj n é um número sufici

$k = 1, ..., q$ perí

Os parâmetros:

b_j = compri j

l_i = compri i

d_i = demanda dos i i no perí k

M = número mai $_j$ $\{b_j\} - \min_i \{l_i\}$

N = compri

B = Soma dos compri $\sum_{j=1}^{n} b_j$

C = Li

compri

F_1 = f

F_2 = f

As vari

x_i = vari i cortados no obj j no

perí k

t_j = é a perda no obj j no perí k

u_j = i j, k, N,

i u_j = 1

z_j = i j está no pl k, z_j = 1

Dessa f

a f

Model

$$\text{mi}\quad FO = F_1.\sum_{k=1}^{q}\sum_{j=1}^{n} t_j \; + F_2.\sum_{k=1}^{q}\sum_{j=1}^{n} b_j.z_j \; /B \qquad (4.$$

Suj

$$N.u_j \; \leq b_j.z_j \; - \sum_{i=1}^{m} x_i \;\; .l_i \qquad \forall jk \qquad (4.$$

$$b_j.z_j \; - \sum_{i=1}^{m} x_i \;\; .l_i \leq t_j \; + M.u_j \qquad \forall jk \qquad (4.$$

$$\sum_{p=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} x_i \;\; \geq \sum_{p=1}^{k} d_i \qquad \forall i,\, \forall k,\, k \neq q \qquad (4.$$

$$\sum_{k=1}^{q}\sum_{j=1}^{n} x_i \;\; = \sum_{k=1}^{q} d_i \qquad \forall i \qquad (4.$$

$$\sum_{k=1}^{q}\sum_{j=1}^{n} u_j \;\; \leq 1 \qquad (4.$$

$$\sum_{k=1}^{q} b_j.z_j \;\; \leq C \qquad \forall j \qquad (4.$$

x_i ≥ 0 e i $\forall ijk$; t_j ≥ 0 $\forall jk$; z_j $\in \{0,1\}$ $\forall jk$; u_j $\in \{0,1\}$ $\forall jk$

A f

perda f

no segundo termo mi F_1 e

F_2,
Os consi
trabal b_j, l_i, d_i e x_i são números i
pri
Dessa f
pel
o model
di

A restri
retal j sej N, $u_j = 1$,
caso,

Si t_j
sej j, k, $u_j = 0$.

A i
antes do perí
os perí
(4. $k = q$.

A restri
f
restri
desse materi
mai
l $j = 1, ...n$ e o parâmetro b_j definem a di
obj n deve ser sufici
permi
escri *software* GAMS e pode ser vi

4.

Para i
anteri
rí
de obj
perdas ao l

mento possí *solver* CPLEX 7.
de model

Foram consi b_j para $j = 1, ..., 10$
obj $b_1 = b_2 = 10.$ $b_3 = b_4 = 10.$ $b_5 = b_6 = 10.$
mm, $b_7 = b_8 = 10.$ $b_9 = b_{10} = 10.$
no i
demanda d_i de $i = 1, 2, 3$ i l_i e k perí
$k = 1, 2.$ $d_{11} = d_{12} = 140$ i $l_1 = 239$ mm, $d_{21} = d_{22} =$
55 i $l_2 = 188$ mm, $d_{31} = d_{32} = 25$ i $l_3 =$
134 mm. É consi
o compri

Como nos demai
de execução de 3.
tempo,
são apresentados os resul $k = 1$ e,
$k = 2.$ $k = 1$ onde o obj $j = 1,$
de compri $b_1 = 10.$ i_1 de
compri $l_1 = 239$ mm, i_2 de compri $l_2 = 188$ mm,
i_3 de compri $l_3 = 134$ mm. $j,$
$j = 2, ..., 10.$ $k = 2.$
O compri .573 mm é o retal $j = 9,$ $k = 2,$
e a perda,

Concl

O emprego do model
porque uma sol
7.579 mm,
obteve uma sol .573 mm,
dentro do l
l

TABEL ı $k =$)

	Obj					
Itens	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	T
$i =$	32	34	19	37	26	148
$i =$	14	9	25	7	0	55
$i =$	0	3	7	0	29	39
Total	46	46	51	44	55	242
Total	10.					
Sobra [	0	0	1	1	0	

TABEL ı $k =$)

	Obj					
Itens	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	$j =$	T
$i =$	32	14	39	38	9	132
$i =$	14	33	1	5	2	55
$i =$	0	5	5	1	0	11
Total	46	52	45	44	11	198
Total	10.					
Sobra [	0	0	1	4	7.	

Ao resol
demanda de cada perí
perí
gerari
pode ser cortado em um perí
possa ser previ
a super-
vál
retal

Para a model
não exi
requi
práti
mente modi
admi
a serem uti
perí

CAPÍ

RESULTADOS COMPUTACI

No Capí
o probl
baseados em programação matemáti
na empresa,
perí

No presente capí
car os model
i
pecti
em um mi I f üênci 5 ,
5 memóri R e memóri 2 . *solver* uti C .

Pl

Foram real **Exper** compara os
Model
del **I** ,
empresa Nei **Exper** compara os resul
ti **Exper** ,
al
parti
até a si
obj
perí
Exper é uma comparação do Model
do Model

5.

O i e veri
2,
ci **I** ,

de cartei
dade de resol
que requeri

A tabel
dos 43 exempl
exempl
todas as caracterí
tercei
atenderão.
A qui
A sexta col
do exempl
vari
perda.
obj
di

Levando- i vari
de 7 a 80 i m vari
ti
tamanhos:
exempl n obj

Res

Resol
manual
real
uti
pl
pl
(i
óti
parâmetro de *gap* de oti
de l cões dado ao *solver* f
apresentados na tabel

TABEL

Ex.	Ref Tabel Anexo 1	oes	de Itens $[\sum_{i=1}^{m} d_i]$	Itens $m]$	Max- $_i$ $l_i - \mathrm{m}_i$ $l_i]$	ao $_j$ $b_j]$	Obj $n]$
1	4	1	7	4	557	3.	
2	4	2	14	4	557	3.	
3	4	3	21	4	557	3.	
4	16	1	36	20	740	6.	
5	16	1	13	7	550	6.	
6	16	1	62	30	1.		
7	16	2	10	4	385	6.	
8	16	2	26	7	550	6.	
9	16	2	16	5	605	6.	
10	16	3	15	4	385	6.	
11	16	3	24	5	605	6.	
12	16	4	20	4	385	6.	
13	16	4	32	5	605	6.	
14	16	5	40	5	605	6.	
15	17	2	8	2	260	6.	
16	17	3	12	2	260	6.	
17	17	4	16	2	260	6.	
18	17	5	20	2	260	3.	
19	18	1	10	6	1.		
20	18	1	29	17	1.		
21	18	1	13	7	1.		
22	18	2	20	6	1.		
23	18	2	26	7	1.		
24	19	5	20	4	560	6.	
25	19	6	24	4	560	6.	
26	19	7	28	4	560	6.	
27	20	1	10	5	1.		
28	20	2	20	5	1.		
29	23	1	58	33	970	6.	
30	23	1	40	27	885	6.	
31	23	2	80	27	885	6.	
32	26	1	9	5	880	6.	
33	26	2	18	5	880	6.	
34	27	1	8	4	855	3.	
35	27	2	16	4	855	3.	
36	27	3	14	4	855	3.	
37	29	1	8	5	1.		
38	29	2	16	5	1.		
39	29	3	24	5	1.		
40	30	2	10	3	440	6.	
41	30	3	15	3	440	6.	
42	30	4	20	3	440	6.	
43	30	5	25	3	440	6.	

Na pri
exempl
del **j**, **u** e a tercei **Per** .
As subcol **j** i
subcol **u** i
permi
não f
Model
quando o *solver* i
2,
em todos os casos trouxe uma sol
retal
As subcol **Per** tem a quanti
probl **médi** e o **des** são cal
a quanti
total

Comparando a perda das sol
exempl
Model
mação manual É i
corte,
a programação manual *20* e *23*. *20*,
tados obti
geram apenas 1 retal *23*,
o resul
dessa f
ni
2,
perda e di
a programação manual
Model

Os resul
sol
de retal

Na tabel *solver* para obter
uma sol *gap* de oti
tabel
número de i
l **Di** ,
o cál
e o desvi
óti
Model
exempl *31*);
(i
(exempl *2, 3, 6, 13, 23, e 38*).
90,
o Model
do que o Model

Na tabel
comparando os resul
col
se ref
segunda o Desvi
é apresentado o total
da sol *gap* de
oti
cortados atende.
por exempl
exempl
método de sol cão.
que o model
o mesmo número de i
de retal
da tabel
estoque. É um val , 32 e 6, 36 i
por obj

As quatro l

rar,
nenhuma i
pl
mação manual
no total
poi
Model
em todos os 43 exempl
em apenas 36 do total *gap* de oti
l
de execução de 3.

Na l $Lj * j$" temos o compri
O Model
programação manual Lj" temos a médi
uti
N,
retal
arbi
ver como o Model
perdas percentuai

Concl

A model
apresentadas nos exempl
dos os exempl
tempo de execução de uma hora,
l
exempl
13.
nui
(Programação Manual
do número de retal
2:
Manual

TABEL **Ipanema**.

Ex.	Programação Manual Obj	ho	da	Model Obj	ho	da	Model Obj	ho	da
1	2	1	1,	2	1	1,	2	1	1,
2	3	1	0,	3	1	0,	3	1	0,
3	4	1	1,	4	1	0,	4	1	0,
4	2	1	1,	2	1	0,	2	1	0,
5	3	1	3,	3	1	0,	3	1	0,
6	4	1	6,	4	1	3,	4	1	3,
7	4	1	0,	4	1	*0,	4	1	0,
8	2	1	2,	2	1	0,	2	1	0,
9	3	1	0,	3	1	0,	3	1	0,
10	2	1	0,	2	1	0,	2	1	0,
11	2	1	0,	2	1	0,	2	1	0,
12	3	1	0,	3	1	0,	3	1	0,
13	4	2	0,	4	1	0,	4	1	0,
14	6	1	0,	6	1	*0,	6	1	0,
15	2	1	6,	2	1	3,	2	1	3,
16	3	1	8,	3	1	4,	3	1	4,
17	4	1	6,	4	1	6,	4	1	6,
18	4	0	10,	4	1	4,	4	1	4,
19	7	5	0,	6	1	*0,	6	1	0,
20	3	3	0,	3	1	0,	3	1	0,
21	5	4	0,	5	1	*0,	5	2	0,
22	3	2	0,	3	2	0,	3	2	0,
23	6	4	0,	6	3	0,	6	3	0,
24	3	1	1,	3	1	1,	3	1	1,
25	4	3	1,	4	1	1,	4	1	1,
26	4	3	1,	4	1	1,	4	1	1,
27	2	1	1,	2	1	0,	2	1	0,
28	4	1	2,	3	0	0,	3	0	0,
29	4	1	0,	4	1	0,	4	1	0,
30	3	1	0,	3	1	0,	3	1	0,
31	6	1	0,	6	2	0,	6	2	0,
32	2	1	2,	2	1	0,	2	1	0,
33	4	1	2,	4	2	0,	4	2	0,
34	2	1	0,	2	1	0,	2	1	0,
35	3	3	0,	3	1	0,	3	1	0,
36	4	4	0,	4	1	0,	4	1	0,
37	2	1	4,	2	1	0,	2	1	0,
38	4	1	4,	4	1	2,	4	1	2,
39	6	1	4,	5	0	*1,	5	0	1,
40	2	1	3,	2	1	3,	2	1	3,
41	2	1	3,	2	1	0,	2	1	0,
42	2	1	1,	3	1	1,	3	1	1,
43	3	1	1,	3	1	0,	3	1	0,
Total	**147**	**65**		**145**	**46**		**145**	**46**	
Médi	**3,**			**3,**			**3,**		
Desvi	**1,**			**1,**			**1,**		

Consi $N = \min_i \ l_i$

* sol

TABEL a a

Ex.	$[\sum_{i=1}^{m} d_i]$	$m]$	Model
1	7	4	0,
2	14	4	12,
3	21	4	433,
4	10	4	1,
5	15	4	25,
6	20	4	835,
7	36	20	*3.
8	13	7	0,
9	26	7	35,
10	16	5	0,
11	24	5	0,
12	32	5	0,
13	40	5	9,
14	62	30	*3.
15	8	2	0,
16	12	2	1,
17	16	2	4,
18	20	2	13,
19	29	17	*3.
20	13	7	47,
21	26	7	*3.
22	10	6	0,
23	20	6	550,
24	20	4	4,
25	24	4	6,
26	28	4	50,
27	10	5	0,
28	20	5	0,
29	58	33	85,
30	40	27	8,
31	80	27	1,
32	9	5	0,
33	18	5	4,
34	8	4	0,
35	16	4	5,
36	14	4	95,
37	8	5	0,
38	16	5	1.
39	24	5	*3.
40	10	3	0,
41	15	3	1,
42	20	3	15,
43	25	3	243,
Médi			**507,**

* sol

TABEL a ot A 5.

	Programação Manual			Model			Model		
	Médi			Médi			Médi		
Exempl			**43**			**38**			**43**
Avioes/Ex.	2,			2,			2,		
i	22,			19,			22,		
z_j**/Ex.**	3,			3,			3,		
u/Ex.	1,			1,			1,		
i z_j	6,			6,			6,		
Equações	–	–		85	48		29	16	
Variavei	–	–		68	59		86	111	
Tempo (s)			12.	56,			44,		
Iterações	1	–		214.			196.		
Lj			708.			552.			687.
Lj	4.			4.			4.		
N [	292,			292,			292,		
Perda t [	306,			148,			140,		
Perda %	2,			1,			0,		

Consi $N = \min_i l_i$ derado: n

os
~
tens/Ex.
tens/
´ **s**
*** j**
[
mm]
m

5.

Nesta seção,
Resi $_R2$) proposta no Capí
do trabal
rada na sua concepção a geração de retal
escol 2006),
própri [1].

Em oposi
corte e o uti
de resol
aproxi
requi

Na tabel
al
número i
ser cortados em cada exempl
ti
e do mai
obj n de obj
experi n obj
tamanhos padrões; *13* é uma exceção,
padrões de obj n f
i
permi
também f $_R2$,
uma comparação de sol

Para a heurí $_R2$,
ní
define o compri
cartar (l
produzi

[1]G ı a au ao d ı
p od ao p ao.

TABEL ı

Ex.	Total Itens [$\sum_{i=1}^{m} d_i$]	Itens m]	Mi $_i$ $l_i -$ m$_i$ l_i]	$_j$ ao b_j]	Obj n]
1	29	17	30-		
2	10	5	402-		
3	9	5	770-		
4	32	5	250-		
5	16	4	148-		
6	100	4	370-		
7	40	27	90-		
8	120	6	90-		
9	39	7	350-		
10	36	18	160-		
11	58	36	30-		
12	62	34	65-		
13	20	6	70-		

Res

Comparando as sol

gerar até um retal $\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1)$, $\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 2)$ e até três retal

$(\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 3)$, $_R2$,

i

rí $_R2$ (qui

gerados (sexta col

tercei

mel

i *4* e *13*,

e o Model *4* uma sol

produzi *13* uma sol

perda, *4*,

ti

No exempl *13*,

sol

sol

i *7* e *12* a heurí

no tempo l *12*,

2,

sol
sol

i 1 e 8),
número de retal
equi
i

TABEL
nu a I $_R2$,
nu

Ex.	Model $\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1$	$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 2$	$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 3$	**RAG$_R$2**	**RAG$_R$2** u_j
1	0,				1
2	1,				1
3	0,				1
4	2,				3
5	0,				2
6	1,				2
7	0,				–
8	0,				1
9	0,				2
10	0,				2
11	0,				1
12	* 0,				–
13	2,				3

Consi $N = \min_i l_i$
* sol
sem garanti
– não encontrou sol

Concl

A heurí
mesmo número de retal
pl *1, 8, 9* e *13*).
consi
sol
cutados (exempl *1, 2, 3, 5, 6, 9* e *13*).
o uso do model
a práti
comparação.

TABEL u

$u_j = 1$, $u_j = 2$, $u_j = 3$, ı $_R2$, u_j.

Ex.	Model $\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1$	$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 2$	$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 3$	RAG$_R$2	RAG$_R$2 u_j
1	6	6	6	6	1
2	2	2	2	2	1
3	2	2	2	2	1
4	4	4	4	5	3
5	3	3	3	3	2
6	3	3	3	3	2
7	3	3	3	–	–
8	4	4	4	4	1
9	5	5	5	5	2
10	4	4	4	4	2
11	4	4	4	4	1
12	* 6	7	* 7	–	–
13	6	6	6	6	3

Consi $N = \min_i l_i$

* sol

sem garanti

– não encontrou sol

TABEL a

c $u_j = 1$, $u_j = 2$, $u_j = 3$, ı $_R2$, u_j.

Ex.	Model $\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 1$	$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 2$	$\sum_{j=1}^{n} u_j \leq 3$	RAG$_R$2	RAG$_R$2 u_j
1	823,				1
2	0,				1
3	0,				1
4	23,				3
5	2,				2
6	198,				2
7	0,				–
8	0,				1
9	0,				2
10	0,				2
11	9,				1
12	* 3.				–
13	14,				3

* sol

sem garanti

– não encontrou sol

5.

Dos 43 exempl
anál
práti
sentar um di
empresa.

O experi
consecuti
reuti
quando o model
vol
estoque de obj

Para cada exempl
sar a mel
no di
anál
posto,
de produção.
mentado na l
de máqui
tabel

Exempl

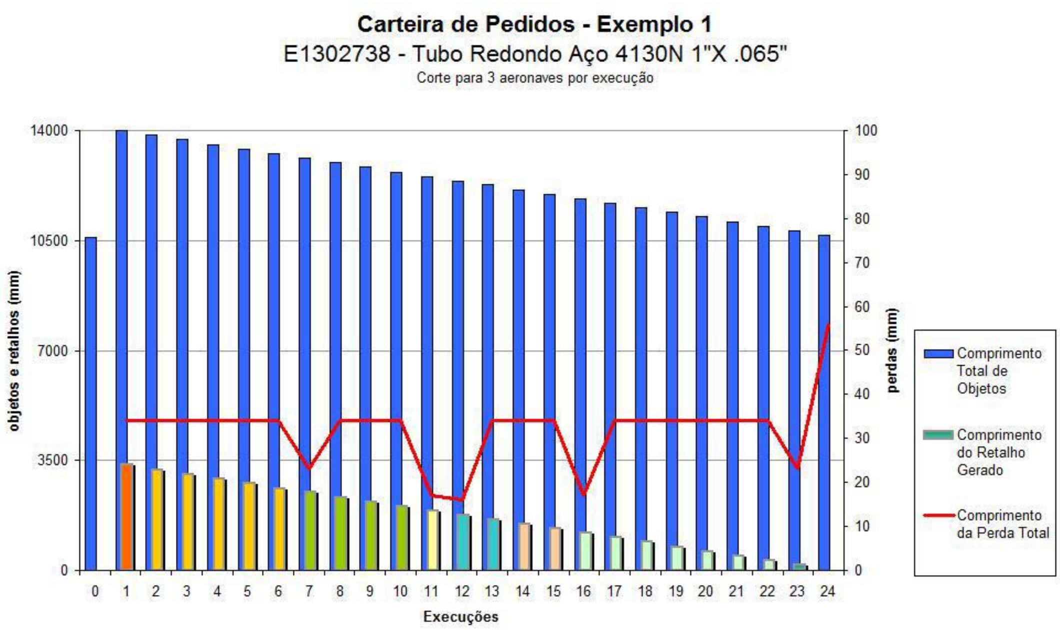
TABEL ” x ”.

K	D [	
201-	6	320
201-	3	148
201-	6	670
201-	3	705
201-	3	705

FONTE: od e

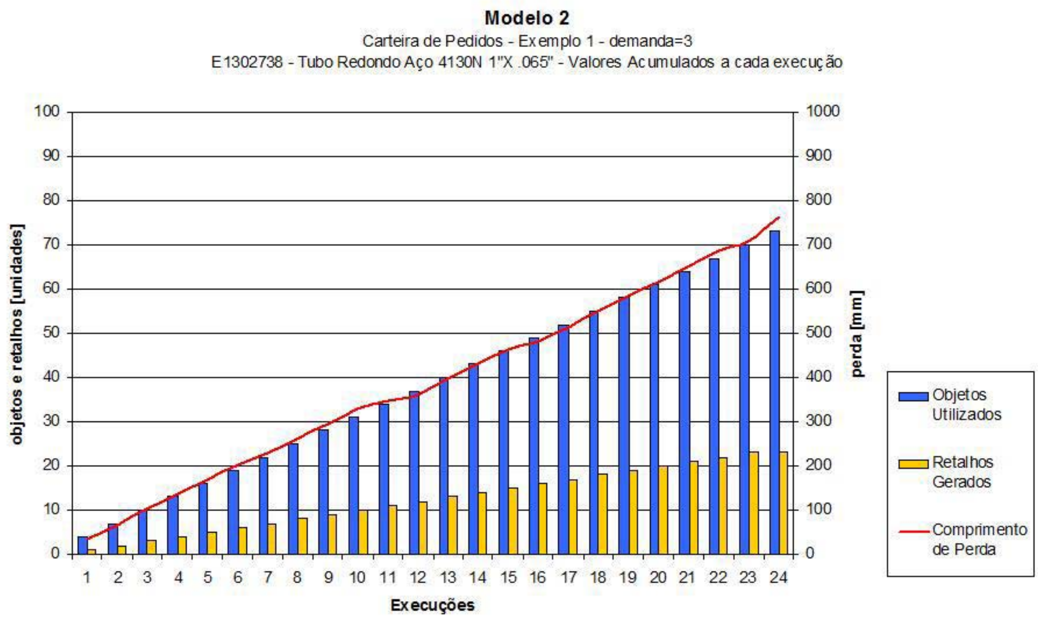
Para o tubo redondo de aço-
executamos o Model
no decorrer do tempo. d_i de i i, l_i
segundo a tabel
de compri $b_j = 3$.
esse compri
exempl

Executou-
mento (figura 5. **ei** si
um perí **ei** ,
mentos (mm):
Cada vez que a barra de retal
mudança do obj
zi
Nesse exempl
f



FI

Uma f
ções consecuti
vi
execução no **ei** si
No **ei** y,
des) e (i
sendo os val
execução temos representado o total
também a perda acumul
gerada uma quanti
responsável



FI

Exempl

O segundo exempl
compri
exempl
execução no **ei** ,
ei temos os compri

e (i
pedi
produzi
sentar compri É i
que,
e,
segui
execução posteri
corte determi

TABEL ” x ”.

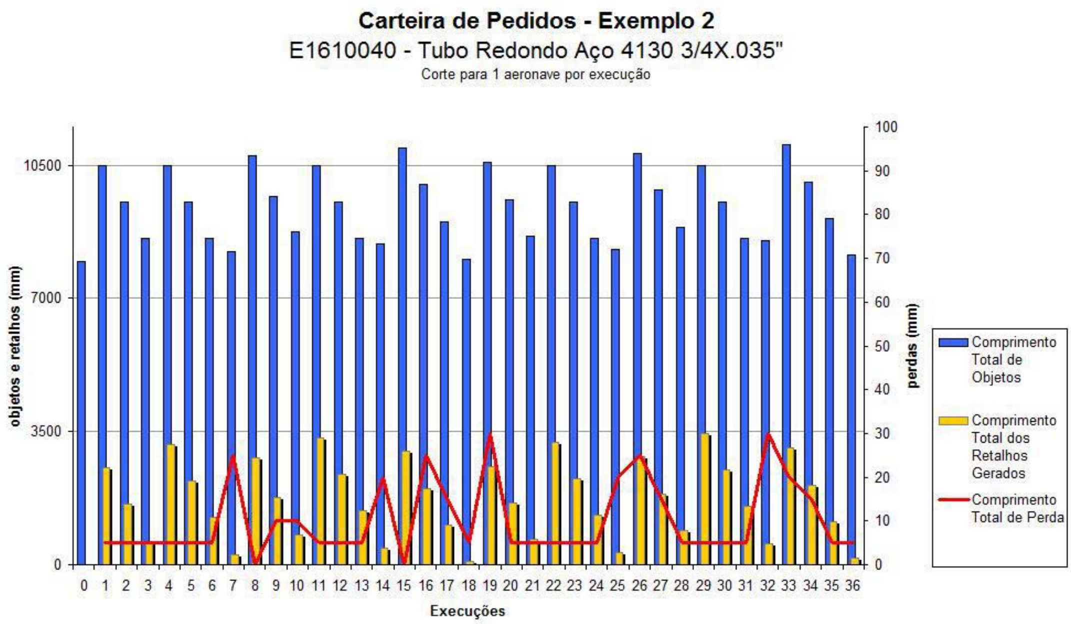
K	D [	
201-	1	495
201-	2	1,
201-	2	210
201-	2	910
201-	2	880
201-	1	50
201-	1	30

FONTE: od e

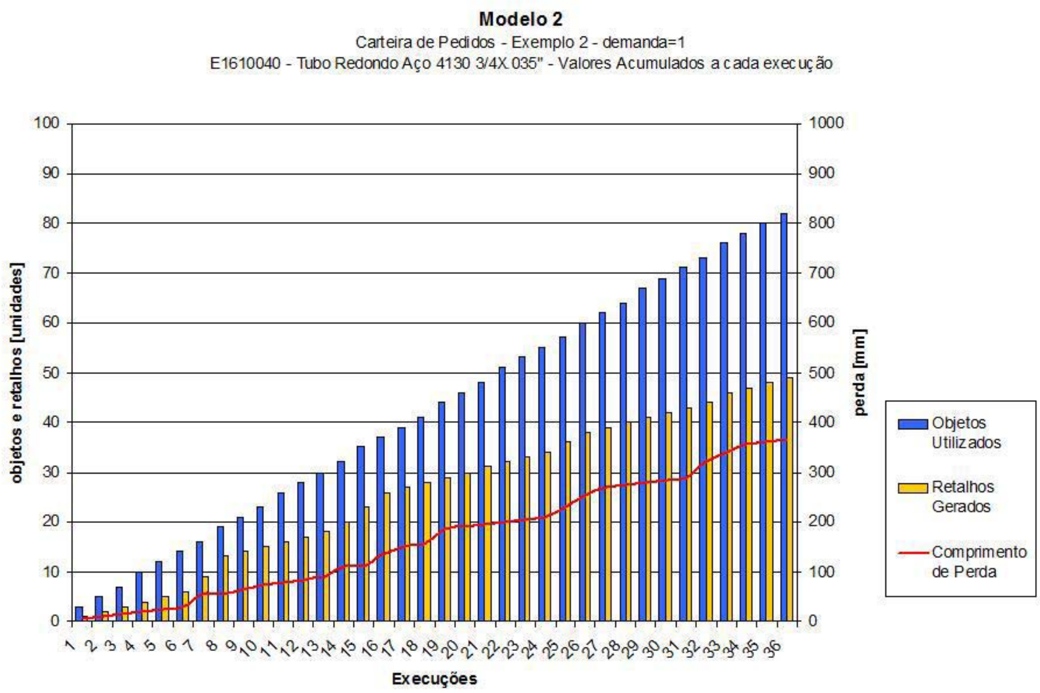
A figura 5. **ei** si
a execução de um perí **ei** ,
apresentadas:
uti
A úl
também,

Exempl

Por fim,
na tabel
repeti
estoque.
do que nas anteri


Carteira de Pedidos - Exemplo 2
E1610040 - Tubo Redondo Aço 4130 3/4X.035"
Corte para 1 aeronave por execução
objetos e retalhos (mm)
perdas (mm)
Execuções
Comprimento Total de Objetos
Comprimento Total dos Retalhos Gerados
Comprimento Total de Perda

FI


Modelo 2
Carteira de Pedidos - Exemplo 2 - demanda=1
E1610040 - Tubo Redondo Aço 4130 3/4X.035" - Valores Acumulados a cada execução
objetos e retalhos [unidades]
perda [mm]
Execuções
Objetos Utilizados
Retalhos Gerados
Comprimento de Perda

FI

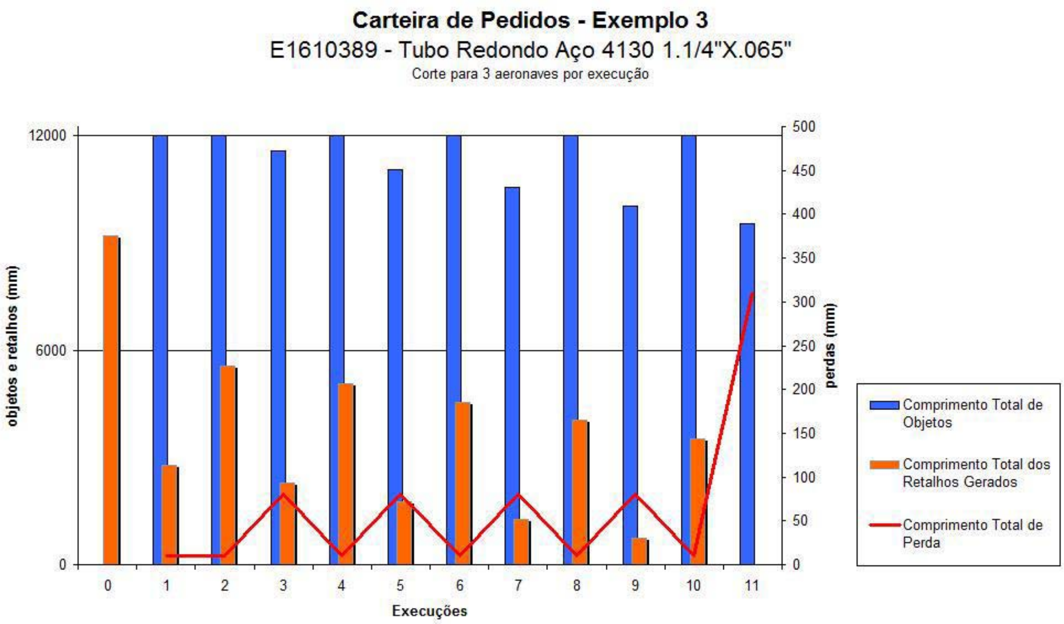
mai É i
que,
e,
segui
obj
perda do pl
padrão.

TABEL ” x ”.

K	D [	
201-	6	510
201-	6	550
201-	6	950

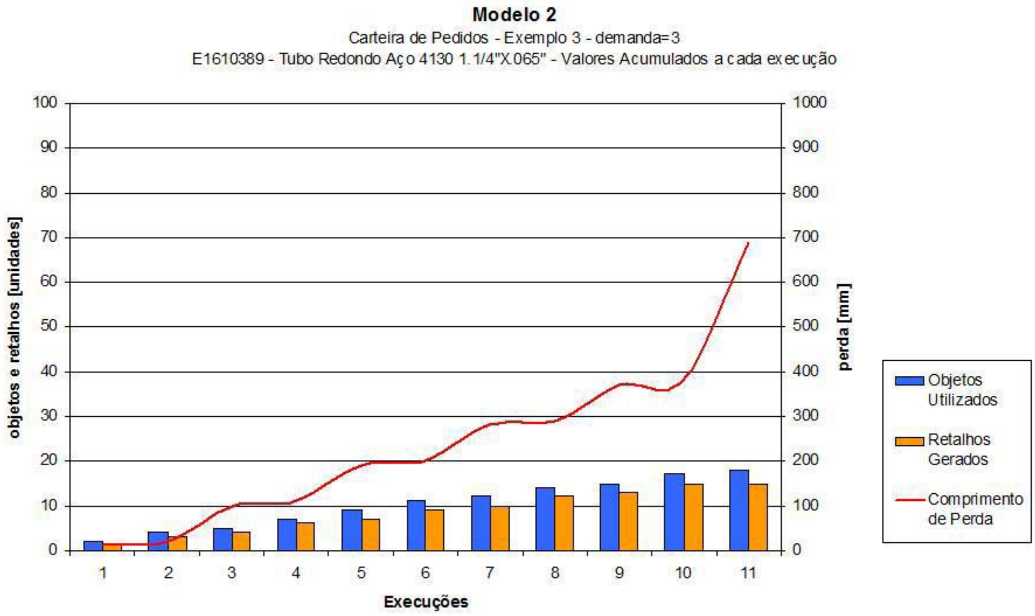
FONTE: od e

Cada execução no **ei** si
perí **ei** ,
perdas,
cartei



FI

A figura 5. **ei** si
uma execução da cartei **ei** ,
(mm),
sendo que os val
representa o total
acumul



FI

Concl

Uma defici
execução para al
não sej
de qual
mai N,
i
j
Para i
desej
perí
i

5.

mul

O **Exper** é uma comparação dos resul

exempl

resol

Experi

previ

do Model

Model

Uti

dos perí

model

Cada exempl

3 perí

no experi

secuti

podendo cada um desses representar um di

da produção das aeronaves na empresa.

poi üênci

empresa.

aeronave por semana,

razoável

O experi

demanda de i

demanda em todos os perí

perdas nos padrões de corte,

uti [2]. N f

como i

soma das perdas nos padrões de corte de todos os perí

no máxi

[2]E oe

c ao d ao f

c e ao h ao f ı ao e

c

anal

ser sati

Foram executadas as cartei

5.

rí

exempl

tercei

di

exempl

o número n de obj

exempl n obj

número n f

dos.

equi

e,

perí

por materi

model

pode ser vi

execução do *software* GAMS,

ci

TABEL ı

	Total Itens $[\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{q} d_i]$	**Itens** $m]$	**Mi** $_i$ $l_i -$ m$_i$ $l_i]$	**ao** $_j$ $b_j]$	**Obj** $n]$
E					
2 P ı	42	4	148-		
3 P ı	63	4	148-		
4 P ı	84	4	148-		
E					
2 P ı	26	7	30-		
3 P ı	39	7	30-		
4 P ı	52	7	30-		
E					
2 P ı	30	3	510-		
3 P ı	45	3	510-		
4 P ı	60	3	510-		

Res

Comparando as sol

i

mi *2* com 2 perí
exempl *3* com 2 e 3 perí É i
f
e,
perí

i

Model *2* com 3 perí *3* com 3
perí *3* com 2 perí
com perda mai
o Model *1* com 2
perí *2* com 2 perí *3* com 4 perí
sem comprovante de oti
ao model

i

pul
(exempl *1* com 3 e 4 perí *2* com 4 perí
o l
encontra sol
que o Model
ordem de vári

i *2*
com 4 perí *3* com 2 e 4 perí
gerando apenas 1 retal

TABEL a ı ı

	P [		P [	R [		R [		R [		O [		
M			M	M		M		M		M		od
E												x
2 P ı	68	* 68	0,	3204	3204	1	1	2	1	7	7	e od
3 P ı	102	* 274	0,	3056	2884	1	1	3	1	10	10	e od
4 P ı	136	* 534	0,	2908	2510	1	1	4	1	13	13	e od
E												x
2 P ı	10	10	0,	1580	1580	1	1	2	1	5	5	e od
3 P ı	15	* 10	0,	620	625	1	1	3	1	7	7	e od
4 P ı	20	* 40	0,	620 2540	3140	2	1	5	1	10	10	e od
E												x
2 P ı	20	90	0,	2780 2780	5490	2	1	3	1	4	4	e od
3 P ı	100	60	0,	2270	2310	1	1	4	1	5	5	e od
4 P ı	110	* 110	0,	2270 2780	5050	2	1	6	1	7	7	e od

Consi $N = \min_i l_i$ derado: n

* sol ução encontrada no tempo l

Concl

Comparando as sol

obter sol

menores em doi

nove exempl

fim dos perí

2.

consecuti

Model

uso de mul

demanda para perí

i

CAPÍ

CONCLUSÕES E PERSPECTI

No capí
di
l
l
ri
perspecti

6.

O obj
si
estudo f
o pl
f **I** .
enf
di
processo de produção da empresa e desenvol
Foram estudadas abordagens de oti
l *Mixed Integer Programming*),
cesso de corte desta empresa.
propostos,
val

A hi
programação manual
pri
de programação mono-
e as sol
vel
segundo as restri

No experi
pel

médi
O custo em qui 163.
emprego dos model
com a programação manual
cortados.
obj
sol
é desej

Pel
com garanti
dado.
o model
solver comerci
com uma heurí
método de sol
um tempo computaci
configuração si

No experi
que qual
rem cortados.
admi

O Model
na empresa em si
f
uso do Model
sol
de retal
4.
para determi
do Model
na restri
ao l
execução final
de i

Porém,
ção para os di
necessi
di
mai P 3,
com a apl *solver* CPLEX.
do uso do model
demandas grandes,
que fica di

6.

Uma extensão i
pri N,
entre admi
a empresa. N é uma escol
execução do model
o val l_i de um i i,
executada.
corte da empresa.
teressante desta pesqui *versus* o materi
descartado.
dos i
f

Uma outra conti
de um parâmetro de custo de estoque e de pré-
l
o seqüênci

APÊNDI

Br

O sonho de voar remonta,
das,
vôo.
da capaci
hi
f
l Ícaro.
com penas e cera para si Ícaro,
Sol
A l
Torre de Babel

O arti
provavel
capaz de voar. *ornithopters*,
o mesmo mecani
das asas para ci
desenhos ficaram preservados e,
seus desenhos – um pl
desenho desse pl
i
também uti
consi WI ,

Com o pri
Francoi
sécul
o ar,
ávi
Em 28 de agosto de 1883,
um vôo control

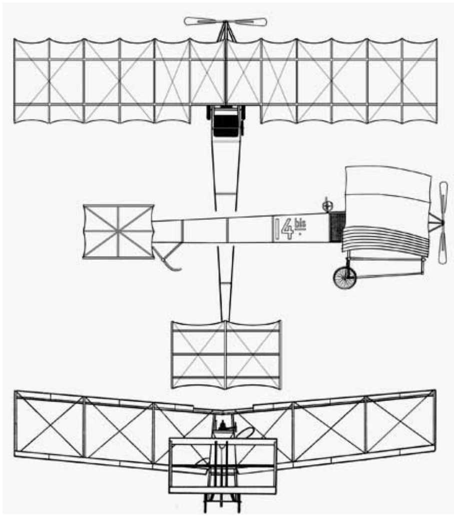
avi
Pi A ,

No começo do sécul
mai
mesmo.
Wri
por causa da abundânci
entre demai
na mesma época,
Gi 1902),
(agosto de 1903),
rei
tão pouca al
al
f
vôo por mei

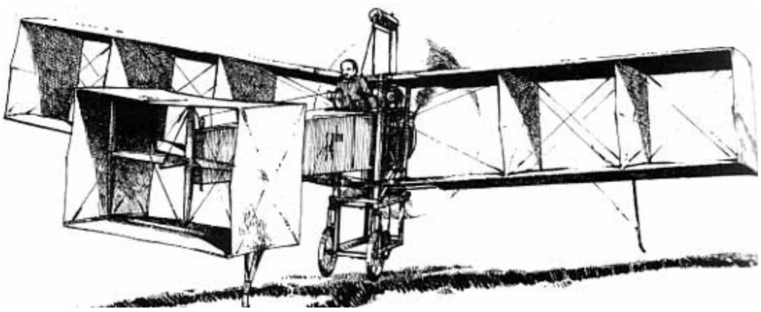
Na figura A. **14 Bi** de
Santos-
vê-
tubos uti
a madei

Pr

Como modo de al
f
Aeronaves mai
mai
uso de motores de combustão que,
empuxo necessári
si
os si



(ao s
e ao f
E
m
al ao.



(

FI **14 Bis** d
FONTE: FIDDLERSGREEN.NET,

Pequenos avi
exempl [1],
de conheci
nos conheci
produzi
são montados por companhi
ci
i

---

[1]U ao ae ax
k ao e

(no Brasi **ar**
1986 -).
anos, *Airbus*
A380. *Federal Aviation Administration* (FAA) nos Estados Uni
(EUA),
f
na aeronave).

Nesse processo,
aeronave.
desenhos e equações,
protóti
veri
número l
turbi

Depoi
zada,
vôo.
vôos-
ri
a companhi
Uni *Joint Aviation Authorities* (JAA).
bl
o Departamento de Avi
– Mi
do órgão públ
l *Airbus* européi
preci
naves da empresa ameri *Boeing* preci
comerci

Pr

São poucas as companhi
rém,

outras dezenas, [2],
produzem partes determi
ser responsável
radar.
paí
vi

Uma vez f
da companhi
j
podem exi
partes de grande porte da aeronave,
um avi
aprovada nesta i
a assegurar que os control
esse teste final
i

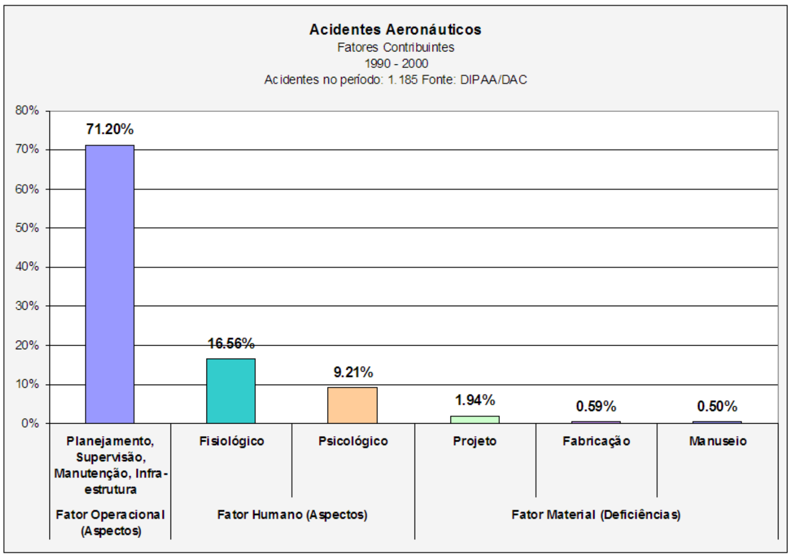
Segur

Estatí É
mai
que durante o vôo.
avi
mortal
adverso podem causar aci
vôo,
Segundo estatí D ,
aci
ou torre de control
que também pode envol
companhi

Ao construi
dade das partes que a consti

[2]S aq oe
r oe ao r

se f
transf
l
acompanhamento que são necessári
f
probl



FI a ı e
1990 e
FONTE:

A avi

Regi
do começo do sécul
f
por cordas.

Na Al
Al
sob o número 247. ui
adaptado em avi *Fokker* bi

Nos EUA,
pel
pol
vezes mai
mai
de pontos de i
1922, [3] do DDT (*dichloro-diphenyl-trichloroethane*),
combate e control S ,

Em 1958, *Piper*/**Pawnee** (figuras A.
(a) e (b)),
f
das asas e trem-

O I

No Brasi [4] teve sua ori
1947 (i
col
Patrono da Avi
drade Fontel
(*Schistocerca Cancelata*),
de cl **M-** (1937-
com motor i *Havilland Gipsy Six* de 200 HP, **PP-** ,
naci
Lage (ver figura A.

A avi
pel
rocaba/SP.
por essa razão que o Insti **I**

[3]A e ao, ac o “v ar ol
t e ar
p e e
[4]A ao agri e e
t ar au **Decreto-**
07/10/1969, **Decreto no.**)

(*Piper*/**Pawnee**,

(*Piper*/**Pawnee** s

(*Piper*/**Pawnee**.

FI *Pip* /**Pawnee**,
me ı
FONTE: <h >

nema a aeronave nel
pel
naci **EMB-** Ipanema. [5] de cooperação f
assi *Piper Aircraft*,
cação em l **EMB 201**.
basi
ver o desenvol
de responsabi
desde então passou a ser a responsável

---

[5] O oc
a e *Northrop Aircraft Corp.*, ao d
d on **F-** . *Piper Aircraft* f
E oc

Piper, *Piper* era responsável *know-how*
necessári
em áreas como:

(ao d
m e

(oo d ot
av ao f e
M7.

FI ı u a
FONTE: a a
(

Em 1974,
ameri i
3.
o Bandei **EMB 110**, **Nor** f **EMB 201**,
e o Xavante **EMB 326 GB**,
f *Aeronautica Macchi SpA*.

O Ipanema é uma aeronave l
Sua f
i **EMB-** ,
aparel
j 1970 e passou a ser produzi fini
em 1972, *Lycoming* de 260 HP,

capaci [6] de *carga paga*[7] em seus tanques.
58 uni N ,

A expansão das f
energéti
mercado brasi
pl
e de cana de açúcar.
mercado i

Conf *Ag-* S ,
2004),
e fibras tem o apoi
ci
nação norte-
uso agrí
final
aeronaves.

A Nei
o segmento agrí
da f
EUA (*Piper*/**Pawnee**).
Agrí S ,
de US$ 40 mi
de uso e que exi
ação.

[6]L e av **EMB-** .
p **EMB-** c *Lycoming*,
s ao d ı e av
p
m **EMB-** , oe
c oe e
u e **EMB-** ,
m ao d
m *Lycoming* ou *Continental*, oe
b ao v *hopper* e
p ol **EMB-** f ª ae ı
n

[7]C
u

((

(e (ao d ı

FI a ı **Teruel**,
FONTE:

As pri
el [8],
gl *Differential Global Positioning Service* (DGPS).
a vetores,
apl
f
a decol
control

Como pri
(i
ção em condi
a uni

---

[8]A ao e at ao n
i ao ae ı ı
e ı
e e e ao r ao aé
ale ao,
a r e ı

gera perda de saf
sol

A Nei

Em 1945,
doi
ronáuti **Nei** ,
gem al
f **Nei**
f
Soci
naves. mi
BN1.
bes conti
f
ai

Wi
Cássi
f 1952,
associ
figura A.
a empresa obteve de Franci **Paul** .
Nei
para um f A ,
1976)

Em 1960,
em São José dos Campos/SP,
l
i
11 de março de 1980, i
para esta empresa a engenhari
I ,

APÊNDI

A Li

Nas décadas de 50 e 60,
vi
programação matemáti
número si
di
de um model
Apesar dos avanços no desenvol
matemáti B *et al.*,

O pri
de probl
zes para programação l
para a f
desenvol
vento das chamadas Li
graus,
estrutura matemáti
sentar e mani
defini F ,
1993)

Dentre as l
década de 90, *Conversational Modeling Language*),
(*System for Constructing Linear Programming Models*), *Language for Mathematical Programming*), *Language for Interactive General Optimization*) e o GAMS (*General Algebraic Modeling System*).
extrema i
deri
model
rentes ao model

Nesta di
probl
mani
também di solvers,
técni
mação l
uti

A escol
DEP/UFSCar possui *solver* CPLEX se
deve ao f
GAMS para sol
em ref
ao al
7.
e oti *Branch and Bound*,
acopl
al *Branch and Cut*) (B *et al.*,
19.

As pri
l
compl
e segura;
permi
pl
automati
matemáti B *et al.*,

Al
del

i üênci
el

i
mei
defini

val

i

i

l

v) uma estrutura tí
dados (*inputs*), *out-*
put).

Assi
si *solver* e de seus parâmetros de f
mento (por exempl *gap* de oti
dados de entrada;
(vi
(*outputs*).

O Model *et al.* (1997),
onde as restri
guagem do *software* GAMS,
ficação do model *software* GAMS,
no Apêndi
no Apêndi

APÊNDI

Model

```
$eolcom//
option iterlim=86400,reslim=3600,optcr=0.0,optca=0.0,solprint=OFF,mip=CPLEX;
SETS
        i       'itens'
      / i1*i5 /
        j       'objetos'
      / j1*j5 / ;
PARAMETERS
        b(j)    'comprimento do objeto'
      / j1*j5   6000 /
        l(i)    'comprimento do item'
      / i1        950
        i2        510
        i3        510
        i4        550
        i5        550 /
        d(i)    'demanda do item para um aviao'
      / i1        5
        i2        5
        i3        5
        i4        5
        i5        5 / ;
Parameter M maior objeto ;
          M = 6000 ;
Parameter N maior item ;
          N = 510 ;
Parameter E diferenca para troca de sinal menor para menor igual ;
          E = 1 ;
Scalar F1 ;      // peso 1 da funcao objetivo -- t_jk
       F1 = 1 ;
Scalar F2 ;      // peso 2 da funcao objetivo -- b(j)*y(j,k)
       F2 = 1 ;
VARIABLES
                   FO      'funcao objetivo' ;
integer variables  x(i,j)  'variavel de decisao-qtidade itens i no objeto j' ;
positive variables q(j)    'perda por objeto no modelo'
                   t(j)    'perda menor do q o item limite'
                   dt(i)   'itens nao produzidos' ;
binary variables   w(j)    ''
                   z(j)    'indica se o objeto esta no plano de corte'
                   y(j)    ''
                   u(j)    'indica se o objeto tem retalho' ;
EQUATIONS
        peso     'peso total'
```

```
        compr    'restricao de comprimento'
        deman    'restricao de demanda'
        eq1      'restricao 1 - z'
        eq2      'restricao 1 - z'
        eq3      'restricao 2 - y'
        eq4      'restricao 2 - y'
        eq5      'restricao 2 - u'
        eq6      'restricao 2 - u'
        eq7      'restricao 2 - u'
        eq8      'restricao 3 - w'
        eq9      'restricao 3 - w'
        eq10     'restricao 3 - t'
        eq11     'restricao 3 - t'
        eq12     'restricao 3 - t'
        eq13     'restricao 3 - t'
        eq14     'limita numero de retalhos' ;
peso     ..       FO =E= F1*sum((j), t(j)) + F2*sum(j,b(j)*z(j))/sum(j,b(j)) ;
compr(j) .. (b(j)-sum(i, l(i)*x(i,j))) =E= q(j) ;
deman(i) ..            sum(j, x(i,j)) =E= d(i) ;
eq1(j)   ..                      z(j) =L= sum((i), x(i,j)) ;
eq2(j)   ..          sum((i), x(i,j)) =L= M*z(j) ;
eq3(j)   ..                (q(j)-N) =L= M*y(j) ;
eq4(j)   ..                (q(j)-N) =G= M*(y(j)-1)+E ;
eq5(j)   ..              -z(j)+u(j) =L= 0 ;
eq6(j)   ..              -y(j)+u(j) =L= 0 ;
eq7(j)   ..         z(j)+y(j)-u(j) =L= 1 ;
eq8(j)   ..                (q(j)-N) =G= -M*w(j)+E ;
eq9(j)   ..                (q(j)-N) =L= M*(1-w(j)) ;
eq10(j)  ..             t(j)-M*w(j) =L= 0 ;
eq11(j)  ..             t(j)-M*z(j) =L= 0 ;
eq12(j)  ..              -q(j)+t(j) =L= 0 ;
eq13(j)  ..   q(j)-t(j)+M*w(j)+M*z(j) =L= 2*M ;
eq14     ..             sum(j, u(j)) =L= 1 ;
MODEL mochila /all/ ;
SOLVE mochila USING MIP MINIMIZING FO ; DISPLAY FO.l, N, y.l, u.l, t.l, x.l;
```

APÊNDI

Model

```
$eolcom//
option iterlim=86400,reslim=3600,optcr=0.0,optca=0.0,solprint=OFF,mip=CPLEX;
SETS
        i       'itens'
      / i1*i7 /
        j       'objetos'
      / j1*j6 / ;
PARAMETERS
        b(j)    'comprimento do objeto'
      / j1*j6   3500 /
        l(i)    'comprimento do item'
      / i1      1650,    i2      120,        i3      1580,    i4      70
        i5      500 ,    i6      500,        i7      660 /
        d(i)    'demanda do item para um aviao'
      / i1      4,       i2      2,        i3      4,       i4      2
        i5      2,       i6      2,        i7      4 / ;
Parameter M maior objeto ;          M = 3500-70 ;
Parameter N tamanho do retalho ;    N = 70 ;
Scalar F1 ;      // peso 1 da funcao objetivo -- t_jk
       F1 = 1 ;
Scalar F2 ;      // peso 2 da funcao objetivo -- b(j)*y(j,k)
       F2 = 1 ;
VARIABLES
                   FO      'funcao objetivo -- minimizar perda' ;
integer  variable  x(i,j)  'variavel de decisao -- qtidade de itens i no objeto j' ;
positive variable  t(j)    'sobra no corte menor do q o tamanho limite' ;
binary variables   z(j)    'indica se o objeto esta no plano de corte'
                   u(j)    'indica se o objeto tem retalho' ;
EQUATIONS
        peso     'peso total'
        deman    'restricao de demanda'
        eq1      ''
        eq2      ''
        eq3      '' ;
peso     .. FO =E= F1*sum(j,t(j)) + F2*sum(j,b(j)*z(j))/sum(j,b(j)) ;
deman(i) ..                  sum(j,x(i,j)) =E= d(i) ;
eq1(j)   ..    sum(i,l(i)*x(i,j)) + N*u(j) =L= b(j)*z(j) ;
eq2      ..                    sum(j,u(j)) =L= 1 ;
eq3(j)   .. b(j)*z(j) - sum(i,l(i)*x(i,j)) =L= t(j) + u(j)*M ;
MODEL model2 /all/ ;
SOLVE model2 USING MIP MINIMIZING FO ; DISPLAY FO.l, N, z.l, u.l, t.l, x.l;
```

APÊNDI

Model

```
$eolcom//
option iterlim=86400,reslim=3600,optcr=0.0,optca=0.0,solprint=OFF,mip=CPLEX ;
Sets
        i       'itens'
      / i1*i3 /
        j       'objetos'
      / j1*j10 /
        k       'periodos'
      / k1,k2 / ;
Alias(k,p);
Parameter
        b(j)    'comprimento dos objetos'
      / j1        1.0280
        j2        1.0220
        j3        1.0180
        j4        1.0160
        j5        1.0100
        j6        1.0280
        j7        1.0220
        j8        1.0180
        j9        1.0160
        j10       1.0100 / ;
Parameter
        l(i)    'comprimento do item'
      / i1        239
        i2        188
        i3        134 / ;
Table   d(i,k)  'demanda do item para um aviao'
                  k1  k2
        i1        140 140
        i2        55  55
        i3        25  25  ;
Parameter M maior objeto ;
          M = 10280-134 ;
Parameter Be soma de objetos ;
          Be = sum((j), b(j)) ;
Parameter N tamanho do retalho ;
          N = 134 ;
Parameter UU    'numero de retalhos permitidos' ;
          UU = 1 ;
Parameter ZZ    'capacidade - numero de objetos permitidos por periodo' ;
          ZZ = 5*M ;
Scalar F1 ;      // peso 1 da funcao objetivo -- t_jk
       F1 = 1 ;
```

```
Scalar F2 ;       // peso 2 da funcao objetivo -- b(j)*y(j,k)
       F2 = 1 ;
VARIABLES
                   FO       'funcao objetivo -- minimizar perda' ;
Integer  Variables x(i,j,k) 'variavel de decisao -- qtdade de itens i no objeto j' ;
Positive Variables t(j,k)   'sobra no corte menor do q o tamanho limite' ; Binary
Variables          z(j,k)   'indica se o objeto esta no plano de corte'
                   u(j,k)   'indica se o objeto tem retalho' ;
EQUATIONS
        FunObj 'peso total'
        Deman  'restricao de demanda'
        Eq1    'balanco da demanda -- produzido atende cada periodo'
        Eq2    'define N'
        Eq3    'limita u_j'
        Eq4    'define t_j'
        Eq5    'limita usar b_j 1x'
        Eq6    'limita b_j por periodo' ;
FunObj     .. FO =E= F1*sum((j,k),F1*t(j,k)) + F2*sum((j,k),b(j)*z(j,k))/Be ;
Deman(i)   .. sum((j,k),x(i,j,k)) =E= sum(k,d(i,k)) ;
Eq1(i,k)$(ord(k) ne card(k)) .. sum((j,p)$(ord(p) le ord(k)),x(i,j,p)) =G=
                                            sum((p)$(ord(p) le ord(k)),d(i,p)) ;
Eq2(j,k)   .. b(j)*z(j,k) - sum(i,l(i)*x(i,j,k)) =G= N*u(j,k) ;
Eq3(j,k)   .. b(j)*z(j,k) - sum(i,l(i)*x(i,j,k)) =L= t(j,k)+u(j,k)*M ;
Eq4        .. sum((j,k),u(j,k)) =L= UU ;
Eq5(j)     .. sum(k,z(j,k)) =L= 1 ;
Eq6(k)     .. sum(j,z(j,k)*b(j)) =L= ZZ ;
MODEL model3 /all/ ; SOLVE model3 USING MIP
MINIMIZING FO ; DISPLAY FO.l,N,z.l,u.l,t.l,x.l;
```

ANEXO 1

Car

Este anexo apresenta as peças uni
dução dos ki
Foram sel
l
apresentada se ref
val
de matéri
que sempre há condi

TABEL

	Q		ao	C
K		ao]		
1- T				
201-				
Total				
2- T				
201-				
Total				
3- T				
201-				
Total				
4- T				
201-				
201-				
201-				
201-				

Conti oxi agi

	Q		ao	C
K		ao]		
201-				
Total				
5- B				
201-				
Total				
6- T				
201-				
Total				
7- T				
201-				
Total				
8- B				
201-				
Total				
9- B				
201-				
201-				
Total				
10- B				
201-				
201-				
Total				
11- B				
201-				
201-				
Total				
12- B				
201-				
201-				

Conti *oxi* *agi*

	Q	ao	C
K	ao]		
201-			
Total			
13- B			
201-			
Total			
14- B			
201-			
Total			
15- B			
201-			
201-			
Total			
16- T			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			

Conti *oxi* *agi*

	Q		ao	C
K		ao]		
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
Total				

17- T

Conti *oxi* *agi*

	Q	ao	C
K	ao]		
201-			
201-			
201-			
201-			
Total			
18- T			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
Total			
19- T			

Conti *oxi* *agi*

	Q		ao	C
K		ao]		
201-				
201-				
201-				
201-				
Total				
20- T				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
Total				
21- T				
201-				
201-				
Total				
22- T				
201-				
Total				
23- T				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				

Conti *oxi* *agi*

	Q	ao	C
K		ao]	
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			
201-			

Conti *oxi* *agi*

	Q		ao	C
K		ao]		
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
Total				
24- T				
201-				
201-				
201-				
201-				
Total				
25- T				
201-				
201-				
Total				
26- T				
201-				
201-				
201-				
201-				
201-				
Total				

Conti *oxi* *agi*

Q	ao	C
K	ao]	
27- T		
201-		
201-		
201-		
201-		
201-		
Total		
28- T		
201-		
Total		
29- T		
201-		
201-		
201-		
201-		
201-		
201-		
Total		
30- T		
201-		
201-		
201-		
201-		
201-		
Total		
Total	**126,**	

Concl ao.

FONTE:

REFERÊNCI ÁFI

ABUABARA, **Apl**
de cor ,
Trabal
de Tecnol

AEROSPACE STANDARDS. **AS9100:** :
f
<h >.
mar.

ALVIM,
f **Jour** ,
205–229,

ANDERSON, **The Ai** .
AIAA,

ANDRADE, **A cons** .
ed.

ARENALES,
cutti ______.
Techni 997. ndi
Cutti

ARENALES,
MORABITO, **O pr**
empacot .
146 p.

ARMBRUSTER,
of **Eur**
Jour ,

BELLUZZO, **Ot**
madei .
Departamento de Engenhari
Tecnol

BELOV,
one- **Eur**
Jour ,

BROOKE, **GAMS:**
model . üncher,

BROOKE, **GAMS,**
Gui . 998.

CECí
para o probl **Tr** ,
v.

CHERRI, **O pr**
das .
Computação e Matemáti
Computação e Matemáti

DAC. **Es** .
Assessori
Di `<h` >.
2006.

DEGRAEVE, **Opt**
cut ,

DIEGEL,
NAIDOO, **Eur**
Jour ,

DYCKHOFF,
probl **Oper** ,

_____.
operati **Eur** ,
1990.

DYCKHOFF, **Omega**,
v.

DYCKHOFF, **Cut**
Di .

FARAGO,
l **Pes**
Oper ,

FERNANDES, **Li**
LI
mont ,
8–29,

FERREIRA, **Um Model**
I .
Letras e Ci
Fi

FIDDLERSGREEN. **Sant** . 2006.
Di <h
/ >.
Acesso em: 2006.

GAREY, **Comput**
Theor .
1979.

GILMORE,
probl **Oper** ,

_____.
Oper ,

GOLDEN, **AI** ,
v.

GRADISAR, Ć,
cl **Comput** ,
945–953,

GRADISAR, Ć, Ć,
opti **Eur**
Res ,

_____. **Comput**
Oper ,

GRADISAR, Ć, Ć,
heuri **Eur**
Oper ,

HAESSLER,
probl **Oper** ,

HINXMAN, **Eur**
Jour ,

HOLTHAUS,
cutti **Eur**
Jour ,

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION.
I :
Di <h
C >.
mar.

JOHNSTON,
one- **Eur**
Res ,

LASDON, **Opt** .
Macmi 1970.

LAW, **Si** .
McGraw-

LINS,
packi **Eur**
Oper ,

_____.
pi **Jour** ,

MACHADO, **Pr** .
Brasi
1975.

MARTELLO, **Knaps**
Comput .

MICHALEWICZ, **How t** .
Berl 2004.

MORABITO,
de papel **Ges** ,

_____. **Uma abor**
Empacot ,
Tese (Tese de Doutorado em Engenhari
de São Carl

MORABITO,
empacotamento. **Pes** ,

_____.
cutti **Canadi**
I ,

_____.
and/or- **Eur** ,
548–560,

_____.
I ,
2000.

MORABITO,
twodi **Eur**
Res ,

MORABITO,
the hardboard i **Eur** ,
para publ 2005.

MORABITO,
i **Comput** ,
469–485,

MORABITO,
manuf **Jour**
Soci ,

NEIVA. **I** Assessori
<h >.

OLIVEIRA,
l
Pes ,

PILEGGI,
i
uni **Pes** ,

POLDI, **Al** .
Di
Insti

PUCCINI, **Pr** .
Li

RAO, **Jour**
I ,

SCHEITHAUER,
one- **Eur**
Res ,

SICUP. **Speci** .
European Operati
Associ <h >.
em:

SILVEIRA,
programação di
restri **Ges** ,

SILVEIRA, **Cenár** .
(Mestrado) — Departamento de Engenhari
Insti

SINDAG. **Si**
Agr . <h >.
em:

SLACK, **Admi** .
2.

STADTLER,
i **Eur** ,
p.

SZWARCFITER, **Eur**
Oper ,

UMETANI,
probl **Eur**
Oper ,

VAHRENKAMP,
Eur ,

VANCE,
probl **Comput** ,
1998.

VANDERBECK,
one- **Oper** ,
2000.

WAGNER,
cutti **Eur** ,

WASCHER,
cutti **Wor**
and Management
Magdebur ,

WIKIPEDIA. **Hi** .
em: <h >. 2006.

WILLIAMS, **Model** .
York: 1978.

YAMASHIRO, **Anál**
de cor ,
Centro de Ci