

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS**

**PEDRO JOSÉ DI PIERO**

**UM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM SUPORTE**  
**PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES SEGUNDO A PROPOSTA**  
**CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO**

**SÃO CARLOS**  
**2011**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS**

**PEDRO JOSÉ DI PIERO**

**UM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM SUPORTE**  
**PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES SEGUNDO A PROPOSTA**  
**CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para obtenção do título de **Mestre Profissional em Ensino de Ciências Exatas** sob a orientação do **Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano**.

**SÃO CARLOS**  
**2011**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

D596av

Di Piero, Pedro José.

Um ambiente virtual de aprendizagem suporte para o estudo de funções segundo a proposta curricular do estado de São Paulo / Pedro José Di Piero. -- São Carlos : UFSCar, 2011.

106 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2011.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Ambiente virtual de aprendizagem. 3. Java applets. 4. Educação - proposta curricular. 5. Aprendizagem significativa. I. Título.

CDD: 510.7 (20<sup>a</sup>)

# Banca Examinadora:



---

**Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano**  
**DM - UFSCar**



---

**Profa. Dra. Edna Maura Zuffi**  
**ICMC – USP**



---

**Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini**  
**DM - UFSCar**

Para minha esposa  
Eliani que sempre me incentivou  
e a meus filhos Lucas e João  
Eduardo.

Há um tempo em que é preciso abandonar as roupas usadas, que já tem a forma do nosso corpo, e esquecer os nossos caminhos, que nos levam sempre aos mesmos lugares. É o tempo da travessia: e, se não ousarmos fazê-la, teremos ficado, para sempre, à margem de nós mesmos. Fernando Pessoa

## Agradecimentos

A Deus, por permitir chegar até aqui;

A minha família, fonte de incentivo e apoio;

Ao meu orientador Professor Doutor Paulo Caetano , pela amizade de longa data;

Aos colegas do mestrado, pelos dias de convivência;

Aos alunos do 7º termo de Matemática 2011 da FREA - Avaré-SP; pela colaboração na execução das atividades;

Aos professores, funcionários e amigos da EE Dr Paulo Araújo Novaes.

## RESUMO

O presente trabalho relata a elaboração de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) para o ensino de Funções, com a utilização de visualizadores criados no GeoGebra, se constituindo em um dos produtos do Mestrado Profissional desenvolvido na Universidade Federal de São Carlos. Disponibilizado no Moodle do Departamento de Matemática da UFSCar, o AVA foi idealizado em 4 tópicos, um para cada situação de aprendizagem prevista no caderno do aluno volume 3 da 3ª série do Ensino Médio, da Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo. Cada tópico é formado por atividades do tipo lições, questionários, envio de arquivos e a participação em fóruns específicos. As lições procuram levar o aluno a adquirir as habilidades previstas no Caderno do Aluno. Os questionários servem para reforço e verificação dessa aprendizagem. Já o envio de arquivos e a participação nos fóruns propiciam a auto-avaliação dos estudantes e o desenvolvimento das habilidades de escrita. O ambiente não altera os princípios norteadores do currículo do Estado de São Paulo, mantendo a contextualização dos conteúdos e favorecendo o desenvolvimento de competências pessoais, especialmente as relacionadas à leitura e a escrita matemática. Espera-se que a aplicação do ambiente, a utilização dos visualizadores, a participação nos fóruns e a execução de atividades e exercícios com o auxílio da tecnologia incentive, motive e facilite o ensino e a aprendizagem da Matemática, levando cada participante a redimensionar seus conceitos e conhecimentos. A participação de alunos de Licenciatura nas atividades do AVA busca fornecer subsídios para formar um professor que possa atuar como mediador, facilitador e desafiador da aprendizagem, preparado para trabalhar com alunos que constroem o conhecimento por meio da manipulação, exploração, navegação e comunicação com os “objetos” apresentados.

**Palavras-chave:** Ambiente Virtual de Aprendizagem. Visualizadores. Proposta Curricular. Aprendizagem Significativa.



## Abstract

This paper describes the development of a virtual learning environment for teaching functions, with viewers created using the GeoGebra, constituting one of the products developed in the Professional Masters Program of the University of São Carlos. It is available in Moodle of the Mathematics Department of UFSCar, was created in four topics, one for each learning situation provided in the student diary volume 3 of the third grade of High School of the Secretaria of Education of the State of São Paulo. Each topic consists of activities like lessons, quizzes, sending files and participation in specific forums. The lessons seek to lead the student to acquire the skills provided in the Student notebook. The questionnaires are used to strengthen and verify that learning. The purpose of sending files and participating in the forums is to provide a self-evaluation and development of students' writing skills. The environment does not change the principles guiding the curriculum of the State of São Paulo, keeping the content and context of encouraging the development of personal skills, especially those related to reading and writing mathematics. It is expected that the application of the environment, the use of the viewers, the participation in the forums and execution of activities and exercises with the aid of technology, encourage, motivate and facilitate the teaching and learning of mathematics, leading each participant to resize their concepts and knowledge. The participation of undergraduated students in the activities of virtual learning environment seeks to provide grants to train a teacher who can act as mediator, facilitator and challenger of learning, ready to work with students to construct their knowledge through manipulation, exploitation, navigation and communication with the "objects" presented.

Keywords: Virtual Learning Environment. Viewers. Curriculum proposals. Meaningful Learning.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Apresentação do ambiente .....	25
Figura 2 - Apresentação da situação de aprendizagem.....	26
Figura 3 - Fórum sobre funções.....	27
Figura 4 - Lição recordando funções: a função do 1º grau.....	28
Figura 5 - Lição recordando funções: a função do 2º grau.....	28
Figura 6 - Lição recordando funções: a função exponencial.....	29
Figura 7 - Lição recordando funções: a função trigonométrica.....	29
Figura 8 - Lição recordando funções: a função inversa.....	30
Figura 9 - Zeros de uma função.....	31
Figura 10 - Aplicação de funções quadráticas: Valor numérico .....	31
Figura 11 - Expressão algébrica de uma função de 2o grau a partir de suas raízes .....	32
Figura 12 - Determinação dos coeficientes de uma função do 2o grau.....	32
Figura 13 - Cálculo do valor numérico.....	33
Figura 14 - Quadrilátero de maior área .....	33
Figura 15 - Expressão algébrica da área de um retângulo .....	34
Figura 16 - Abscissa do vértice de uma função quadrática.....	34
Figura 17 - O quadrado: retângulo de maior área com perímetro fixo.....	35
Figura 18 - A função exponencial .....	36
Figura 19 - Visualizador para construção do gráfico da função exponencial .....	36
Figura 20 - Determinação da população a partir do gráfico .....	37
Figura 21 - Visualizador para determinar da população a partir do gráfico.....	37
Figura 22 - Determinação do tempo a partir do gráfico .....	38
Figura 23 - Visualizador para determinar o tempo a partir do gráfico .....	38
Figura 24 - Cálculo do tempo na função exponencial.....	39
Figura 25 - Aplicação de logaritmo.....	39
Figura 26 - Determinação do tempo usando calculadora .....	40
Figura 27 - Função exponencial com expoente negativo .....	41
Figura 28 - Determinação da massa a partir do gráfico.....	41
Figura 29 - Visualizador para determinar a massa a partir do gráfico .....	42
Figura 30 - Determinação da expressão para o cálculo do tempo.....	43
Figura 31 - Determinação do tempo através da expressão .....	43

Figura 32 - Tarefa sobre função trigonométrica.....	44
Figura 33 - Tarefa sobre função trigonométrica e função polinomial.....	44
Figura 34 - Tarefa sobre função polinomial.....	44
Figura 35 - Envio de arquivo sobre a aprendizagem.....	46
Figura 36 - Apresentação da situação de aprendizagem.....	47
Figura 37 - Translação de funções.....	48
Figura 38 - Manutenção da distância horizontal.....	49
Figura 39 - Localização da distância.....	49
Figura 40 - Translação da função trigonométrica.....	50
Figura 41 - Valores simétricos.....	50
Figura 42 - Alternativas da questão.....	51
Figura 43 - Eixo de simetria.....	51
Figura 44 - Alternativas para eixo de simetria.....	51
Figura 45 - Ações para obter uma função a partir de outras mais simples.....	52
Figura 46 - Gráficos de funções.....	52
Figura 47 - Associação dos gráficos.....	53
Figura 48 - Funções trigonométricas.....	53
Figura 49 - Deslocamento horizontal.....	54
Figura 50 - Deslocamento horizontal.....	54
Figura 51 - Alternativas para deslocamento horizontal.....	54
Figura 52 - Outros deslocamentos horizontais.....	55
Figura 53 - Alternativas da questão.....	55
Figura 54 - Deslocamento horizontal.....	55
Figura 55 - Visualizador para deslocamento horizontal.....	56
Figura 56 - Combinações de deslocamento.....	56
Figura 57 - Visualizador para deslocamento simultâneo: horizontal/vertical.....	57
Figura 58 - Determinação do inverso multiplicativo de uma função.....	58
Figura 59 - Inverso multiplicativo de funções.....	58
Figura 60 - Inverso multiplicativo de uma função.....	59
Figura 61 - Visualizador da função $f(x) = 1/x$ .....	59
Figura 62 - Tarefa sobre funções trigonométricas.....	60
Figura 63 - Tarefa sobre função exponencial.....	60
Figura 64 - Envio de arquivo sobre a aprendizagem deste tópico.....	61
Figura 65 - Apresentação da situação de aprendizagem.....	62

Figura 66 - Desafio sobre crescimento e decrescimento .....	63
Figura 67 - Opções do desafio .....	64
Figura 68 - Opções do desafio .....	64
Figura 69 - Opções do desafio .....	65
Figura 70 - Opções do desafio .....	65
Figura 71 - Função linear.....	66
Figura 72 - Opções da função linear.....	66
Figura 73 - Tipos de crescimento .....	67
Figura 74 - Visualizador para tipos de crescimento .....	67
Figura 75 - Visualizador para tipos de decrescimento .....	68
Figura 76 - Opções de decrescimento.....	68
Figura 77 - Formas de crescimento .....	69
Figura 78 - Formas de decrescimento.....	69
Figura 79 - Gráficos do desafio .....	70
Figura 80 - Opções para desafio .....	70
Figura 81 - Identificação do sinal de uma função .....	71
Figura 82 - Identificação do sinal de uma função .....	71
Figura 83 - Intervalos onde a função decresce a taxa decrescente .....	72
Figura 84 - Aplicações de funções no lançamento vertical.....	73
Figura 85 - Aplicação: resolução de inequações .....	73
Figura 86 - Aplicação: resolução de inequações .....	74
Figura 87 - Envio de arquivo: O que eu aprendi .....	74
Figura 88 - Apresentação da situação de aprendizagem.....	75
Figura 89 - A variação unitária da função exponencial.....	76
Figura 90 - Explorando as propriedades dos paralelogramos.....	76
Figura 91 - Ainda explorando as propriedades dos paralelogramos .....	77
Figura 92 - A proporcionalidade .....	77
Figura 93 - Tarefa: Variação unitária .....	78
Figura 94 - Tabela sobre a variação unitária .....	78
Figura 95 - Aplicação da variação unitária.....	79
Figura 96 - Aplicação da variação unitária4.4. Lição: número $e$ .....	79
Figura 97 - O Aparecimento do número $e$ .....	80
Figura 98 - Crescimento anual .....	80

Figura 99 – Crescimento semestral .....	81
Figura 100 - Gráfico do crescimento semestral.....	81
Figura 101 - Gráfico do crescimento trimestral.....	81
Figura 102 - Crescimento mensal.....	82
Figura 103 - Crescimento instantâneo .....	82
Figura 104 - Aplicação do número e .....	83
Figura 105 - Aplicação do número e .....	83
Figura 106 - Outra aplicação do número e .....	84
Figura 107 - Planilha sobre o número e.....	84
Figura 108 - Alunos realizando tarefas no Laboratório de Informática .....	86
Figura 109 - Laboratório de Informática da FREA .....	86
Figura 110 - Alunos participando da avaliação do ambiente .....	96
Figura 111 - Alunos na avaliação do ambiente .....	96
Figura 112 - Alunos na avaliação do ambiente .....	97
Figura 113 - Fórum: Avaliação do Ambiente.....	97
Figura 114 - Fórum avaliação do ambiente: respostas .....	98
Figura 115 - Fórum: Facilitadores e Dificultadores .....	98
Figura 116 - Fórum facilitadores e dificultadores: respostas .....	99
Figura 117 - Fórum : desdobramentos do ambiente.....	99
Figura 118 - Fórum desdobramentos do ambiente: respostas .....	100
Figura 119 - Fórum desdobramentos do ambiente: respostas .....	101
Figura 120 - Fórum: Considerações finais .....	101
Figura 121 - Fórum suas considerações finais: respostas.....	102

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Aproveitamento recordando funções.....	87
Tabela 2 - Aproveitamento funções quadráticas .....	87
Tabela 3 - Aproveitamento :Crescimento Populacional.....	87
Tabela 4 - Aproveitamento: Substância radioativa.....	88
Tabela 5 - Aproveitamento - deslocamento vertical.....	89
Tabela 6 - Aproveitamento- deslocamento horizontal .....	90
Tabela 7 - Resultado Desafio Inicial .....	91
Tabela 8 - Resultado taxas de crescimento/decrescimento .....	91
Tabela 9 - Participação: propriedades das exponenciais .....	93
Tabela 10 - Participação: número e .....	94

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Notas da lição de casa- Tópico I .....	88
Gráfico 2 - desempenho lição de casa 2 .....	90
Gráfico 3 - Notas da lição de casa 3 .....	92
Gráfico 4 - Notas da lição de casa 3.2 .....	92
Gráfico 5 - Notas da lição de casa 4 .....	94
Gráfico 6 - Desempenho na lição de casa: número e .....	95

## Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	15
2 DESENVOLVIMENTO.....	20
3 O AMBIENTE.....	22
4 ATIVIDADES DO AMBIENTE.....	25
1. SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM I - GRANDEZAS, INTERDEPENDÊNCIA: UM PANORAMA SOBRE FUNÇÕES .....	25
1.1. Introdução.....	25
1.2. Atividade do Fórum: Pesquisa sobre funções.....	26
1.3 - Lição: Recordando as funções.....	27
1.4 - Lição: Aplicações de funções quadráticas .....	30
1.5 - Lição: Crescimento populacional.....	35
1.6 - Lição: Substância Radioativa.....	40
1.7 - Questionário: Lição de casa .....	43
1.8 - Tarefa: O que eu aprendi .....	45
2 - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2 - CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS: UM OLHAR FUNCIONAL .....	47
2.1. Introdução.....	47
2.2 - Lição: situação de aprendizagem sobre deslocamento vertical.....	47
2.3. Lição: situação de aprendizagem sobre deslocamento horizontal.....	53
2.4. Questionário: lição de casa .....	60
2.5. Tarefa: O que eu aprendi .....	61
3 - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3 - AS TRÊS FORMAS BÁSICAS DE CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO: A VARIAÇÃO E A VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO .....	62
3.1. Introdução.....	62
3.2. Desafio inicial.....	63
3.3-Formas de crescimento/decrescimento.....	66
3.4. Lição de casa 1 .....	71
3.5. Lição de casa 2 .....	72
3.6. O que eu aprendi.....	74
4 - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4 - OS FENÔMENOS NATURAIS E O CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO EXPONENCIAL: O NÚMERO $e$ .....	75
4.1. Introdução.....	75
4.2. Lição exponencial.....	75
4.3. Questionário - lição de casa.....	78
4.4. Lição: número $e$ .....	80
4.5. Questionário: Lição de casa.....	83
4.6. Planilha Excel.....	84
5 APLICAÇÃO .....	85
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	103
REFERÊNCIAS .....	105



# 1 INTRODUÇÃO

O currículo escolar é alvo de muitos estudos e discussão. Pesquisadores e educadores se dedicam a “escolher” e selecionar quais conteúdos serão ensinados e como devem ser conectados para que possam atingir seu objetivo. Com a implantação da atual Proposta Curricular no ano de 2008 nas Escolas Estaduais de São Paulo, muitos conteúdos sofreram mudanças significativas na abordagem e na sequência que são apresentados aos alunos. Esta novidade tem causado ansiedade e resistência nos professores. Muitos expõem os conteúdos da Proposta Curricular em suas aulas utilizando os livros didáticos. Esta opção acaba descaracterizando a própria Proposta Curricular, pois ela não pode ser considerada como uma simples lista de conteúdos e exercícios sem levar em conta a forma de abordagem em sala de aula.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um ambiente virtual de aprendizagem para trabalhar os conteúdos da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, em especial os conteúdos do 3º bimestre da 3ª série do Ensino Médio, buscando divulgar, difundir e desmistificar as atividades desta proposta aos futuros professores.

Segundo a Proposta Curricular, a abordagem dos conteúdos busca evidenciar os princípios norteadores do currículo, destacando-se a contextualização dos conteúdos, as competências pessoais envolvidas, especialmente, às relacionadas com a leitura e escrita matemática, bem como os elementos culturais internos e externos à disciplina. Especificamente na abordagem de funções, o novo material propõe o ensino em diferentes séries conforme o preconizado por Zuffi (2004, p. 14).

... o conceito de função não deveria ser isolado a um dado momento do Ensino Médio, como geralmente ocorre, na sua primeira série. Ele poderia ser tratado em uma proposta de desenvolvimento em espiral, onde definições formais próximas às de Bourbaki e Dirichlet, que são geralmente apresentadas nos livros didáticos na primeira página de abertura do capítulo sobre “funções”, poderiam ser dadas em séries posteriores do Ensino Médio, após a exploração de várias situações em que a noção informal (mas não menos precisa) tivesse sido desenvolvida, a partir de situações cotidianas, ou mesmo ligadas a problemas da Física, Química, Biologia e outras áreas do saber.

Pelo Currículo do Estado de São Paulo (2008, p.10), a idéia de função começa com noções dadas na sexta série (sétimo ano) do Ensino Fundamental, com o estudo da proporcionalidade direta ou inversa, levando os alunos a representarem a proporcionalidade

através de expressões do tipo  $y = k \cdot x$  ou  $y = k/x$ . Na oitava série (nono ano) do Ensino Fundamental a idéia de função é explorada um pouco mais com o estudo das funções do 1º e do 2º graus como tradução da proporcionalidade entre grandezas. Na primeira série do Ensino Médio é aprofundado o estudo das funções do 1º e do 2º graus, além do estudo da função exponencial e da função logarítmica. Essas últimas proporcionam muitas aplicações e contextualização. Na segunda série do Ensino Médio são estudadas as funções trigonométricas que representam os fenômenos periódicos.

O ambiente virtual desse trabalho foi idealizado a partir do terceiro volume do Caderno do Aluno da 3ª série do Ensino Médio segundo a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, com atividades para proporcionar uma aprendizagem mais significativa, pois apesar de “ensinar” o conceito de funções a partir do 7º ano do Ensino Fundamental e nas primeiras séries do Ensino Médio, o professor, quando vai retomar o assunto, precisa fazê-lo quase sempre de forma inicial, já que a maioria dos alunos não consegue lembrar os conteúdos trabalhados anteriormente. Segundo Rodrigues (2007, p.2), “ao consultarmos a literatura, percebemos que a maneira tradicional como o conceito de Função tem sido desenvolvido por muitos professores do Ensino Fundamental e Médio não tem alcançado o objetivo final que, a nosso ver, é a compreensão do conceito”. Isto posto, nem podemos falar em “ensino tradicional” de funções, uma vez que não há aprendizagem, ou seja, os alunos não conseguem lembrar noções básicas do que foi tentado ensinar.

O caderno do aluno desenvolvido pela Secretaria da Educação evita o uso abusivo de nomenclaturas e de definições formais, explorando diferentes possibilidades para a idéia de função na forma de tabelas, gráficos, expressões algébricas e, principalmente, explorando a aplicação dessas idéias em situações contextualizadas. Também são apresentadas várias aplicações na Física, na Química, na Biologia e em Economia. Essas aplicações coadunam-se com a idéia defendida por Zuffi (2004), de que a utilização de funções ultrapassa os campos da Matemática e estende-se a outras áreas do conhecimento. Esta forma de apresentação foi um facilitador para transposição dos conteúdos em Ambiente Virtual de Aprendizagem de forma a fortalecer o entendimento dos alunos.

Independente do conteúdo ou conceito a ser ensinado, ou melhor, apreendido pelos sujeitos, deve-se fazê-lo de forma a garantir o entendimento e a aquisição eficaz das habilidades pretendidas. Há muitos estudos e pesquisas nesta direção e neste trabalho serão utilizadas algumas concepções sócio-construtivistas, pois estão de acordo com o Currículo Oficial e também com a filosofia do ambiente utilizado.

Gravina (1998) defende que são os desequilíbrios entre as experiências e estruturas mentais que fazem o sujeito avançar no seu desenvolvimento cognitivo e conhecimento e segundo ela, Piaget procurou mostrar o quanto esse processo era natural. Ela defende ainda, que o novo objeto do conhecimento é assimilado pelo sujeito através das estruturas já constituídas, sendo o objeto percebido de uma certa maneira; o novo produz conflitos internos, que são superados pela acomodação das estruturas cognitivas, e o objeto passa a ser percebido de outra forma. Nesse processo dialético é construído o conhecimento, apesar do meio social propiciar a aceleração ou não desse desenvolvimento. O ambiente virtual desenvolvido está pautado nessas ideias, na medida que utiliza conhecimentos prévios dos participantes para introduzir novos conceitos.

Ainda segundo a mesma autora, numa pedagogia construtivista, o professor deveria propor desafios aos alunos para estimulá-los no questionamento e na busca de soluções pois eles não se tornam ativos aprendizes por acaso. O ambiente desenvolvido, foi estruturado através de atividades que buscam despertar o interesse e propiciar a descoberta dos conceitos apresentados, levando em conta as competências e habilidades requeridas nas situações de aprendizagem propostas. Assim evita-se dar os conceitos prontos e tenta-se levar o aluno a formar suas próprias idéias. Gravina(1998, p.77) defende que “um dos maiores problemas na educação decorre do fato que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como objetos prontos, não percebendo que estes devem ser construídos pelos alunos..”.

Na pesquisa inicial sugerida no Caderno do Aluno e implementada no Ambiente Virtual de Aprendizagem, procura-se resgatar os conceitos já apreendidos pelos alunos para que, em contato com novos desafios, possam se consolidar os novos conceitos, conforme preconizado em:

Na educação a preocupação principal deveria ser a construção de esquemas para o entendimento de conceitos. O ensino deveria se dedicar a induzir os alunos a fazerem estas construções e ajudá-los ao longo do processo... Aprender envolve abstração reflexiva sobre os esquemas já existentes, para que novos esquemas se construam e favoreçam a construção de novos conceitos... Um esquema não se constrói quando há ausência de esquemas pré-requisitos... (DUBINSKY, 1991, apud, GAVINA, 1998, p.77).<sup>1</sup>

A utilização equivocada de um ensino tido como construtivista é extremamente comum, o que o torna um modismo perigoso e nem sempre concretizado. Para otimizar e

---

<sup>1</sup> DUBINSKY, Ed. 1991: Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In D. Tall(ad.) Advanced Mathematical Thinking, Kluwer academic Press, 1991.

aproximar-se mais de uma aplicação construtivista, precisa-se buscar formas práticas de implementá-las. Um AVA pode proporcionar um aprendizado significativo e um curso on-line permite explorar melhor e de forma estratégica as quatro fases necessárias para que o aprendizado aconteça, a saber:

- **Atenção:** colocar uma atividade inicial para desenvolver o processo ensino aprendizagem;
- **Relevância:** esclarecer a importância da lição, mostrar que esta pode ser benéfica para usar em situações da vida real, visa contextualizar e ser mais significativa de maneira a manter o interesse;
- **Confiança:** assegurar ao aprendiz que ele obterá êxito nas atividades através da organização do material do simples para o complexo, do conhecido para o desconhecido, informar o que se espera da lição, manter acompanhamento e o estímulo;
- **Satisfação:** fornecer *feedback* do desempenho, estimular a aplicação do conhecimento na vida real (ALLY, 2004, apud PEREIRA, 2007).<sup>2</sup>

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo propõe o uso de softwares matemáticos para exploração das principais funções matemáticas e de seus gráficos em diferentes situações. A experiência com a aplicação de softwares como Graphmática, Winplot e Geogebra, a experiência com o MOOLDE e a possibilidade de aplicação de seus recursos motivaram a construção de nosso AVA. A opção pela construção de um ambiente virtual coaduna-se com a definição de Silva (2003):

É um ambiente de gestão e construção integradas de informação, comunicação e aprendizagem on-line... É a sala de aula on-line não restrita à temporalidade do espaço físico. Nela, o professor ou responsável pode disponibilizar conteúdos e proposições de aprendizagem, podendo acompanhar o aproveitamento de cada estudante e da turma. Os aprendizes têm a oportunidade de estudar, de se encontrar a qualquer hora, interagindo com os conteúdos propostos, com monitores e com o professor. Cada aprendiz toma decisões, analisa, interpreta, observa, testa hipóteses, elabora e colabora. O professor ou responsável disponibiliza o acesso a um mundo de informações, fornece conteúdo didático multimídia para estudo, objetos de aprendizagem, materiais complementares.

Os inúmeros recursos digitais de comunicação podem facilitar muito o processo de ensino aprendizagem, tornando a aprendizagem mais interativa. A aplicação desses recursos digitais pode parecer a solução para o ensino de Matemática, mas Gravina (1999) alerta que quando se almeja uma mudança de paradigma na educação, é necessário ser crítico e cuidadoso na utilização da Informática, pois ela não garante essa mudança, e muitas vezes,

---

<sup>2</sup> ALLY, M. Foundations of Theory for online learning. 2004. In: Terry Anderson, T. Eliouomi, F. Theory and Practice of Online Learning. A|thabasca: cde.athabascau.ca/online\_book, 2004, 421p.

engana pelo seu visual atrativo e pelos recursos tecnológicos que são oferecidos, o que acaba apenas reforçando e privilegiando a transmissão do conhecimento, não gerando nenhuma inovação concreta.

A utilização de um Ambiente Virtual de Aprendizagem deve tornar o processo de ensino-aprendizagem mais ativo e dinâmico, levando o aprendiz a interagir com os conceitos que se pretende ensinar. Segundo Pereira (2007) a qualidade do processo educativo depende do envolvimento do aprendiz, da proposta pedagógica, dos materiais veiculados, da estrutura e qualidade de professores, tutores e monitores, assim como das ferramentas e recursos tecnológicos utilizados no ambiente.

Para Pereira (2007) a utilização de um AVA pode se encaixar na escola pedagógica do Construtivismo/Sócio-interacionista, uma vez que é possível motivar, facilitar o processo de aprendizagem, auxiliar no desenvolvimento do aprendiz, atingir perfis diferentes, promover uma aprendizagem significativa, melhorar a interação, fornecer feedback, facilitar a aprendizagem contextual e proporcionar suporte durante o processo de aprendizagem. Já para Gravina (1998), um ambiente informatizado é Construtivista quando apresenta como características o dinamismo (manipulação direta sobre as representações), a interatividade (ambiente oferece suporte para concretizações e ações mentais do aluno) e a modelagem (possibilitam tratar a Matemática como ferramenta para resolução de problemas de outras áreas do conhecimento). Neste AVA procurou-se utilizar tanto as características apontadas por Pereira (2007) quanto por Gravina (1998).

## 2 DESENVOLVIMENTO

Apesar do desenvolvimento de um AVA requerer muito tempo e dedicação do professor, Pereira (2007) destaca que sua utilização permite o arquivamento e reutilização do material produzido, deixando para o segundo momento apenas as adequações necessárias, o que pode se tornar um atrativo para os professores, que se vêem obrigados a ministrar um número excessivo de aulas e não tem tempo para dedicar-se a preparação de materiais alternativos aos livros didáticos.

Um AVA deve apresentar algumas ferramentas como:

- Controle de acesso: geralmente realizado através de senha;
  - Administração: refere-se ao acompanhamento dos passos do estudante dentro do ambiente, registrando seu progresso por meio das atividades e das páginas consultadas;
  - Controle de tempo: feito através de algum meio explícito de disponibilizar materiais e atividades em determinados momentos do curso, por exemplo, o recurso calendário;
  - Avaliação: usualmente formativa (como por exemplo, a auto-avaliação);
  - Comunicação: promovida de forma síncrona e assíncrona;
  - Espaço privativo: disponibilizado para os participantes trocarem e armazenarem arquivos;
  - Gerenciamento de uma base de recursos: como forma de administrar recursos menos formais que os materiais didáticos, tais como (perguntas freqüentes) e sistema de busca;
  - Apoio: como por exemplo, a ajuda on-line sobre o ambiente;
  - Manutenção: relativo à criação e atualização de matérias de aprendizagem
- .(Milligan ,1999 apud PEREIRA,2007, p.6)<sup>3</sup>

No ambiente, o acesso é feito por login e senha fornecida pelo professor aos alunos das salas envolvidas no projeto, o acompanhamento e controle do tempo é possibilitado pela ferramenta relatórios que permite acompanhar como são e quanto tempo duram os acessos dos alunos em cada atividade. Os alunos são avaliados na realização da maioria das atividades do ambiente, tanto no envio de arquivos como nas atividades auto-avaliadas e dissertativas.

As situações de aprendizagem previstas no Caderno do Aluno - volume 3 – 3ª série do Ensino Médio foram adaptadas para o Moodle em quatro tópicos, buscando contemplar a visão de Santos (2003) para ser um "espaço fecundo de significação onde seres humanos e

---

<sup>3</sup> MILLIGAN,C.Delivering Staff and Professional development Using Virtual Learning Environments. In The Role of Virtual Learning Environments in the Online Delivery of Staff Development. Institute for Computer Based Learning, Heriot-Watt University,Riccarton,Edinburgh EH14.October 1999.

objetos técnicos interagem, potencializando assim a construção de conhecimentos, logo a aprendizagem".

Cada um dos quatro tópicos do ambiente é composto por fóruns, lições, questionários e postagens de arquivos pelos participantes, contemplando todo conteúdo previsto para o 3º bimestre. As atividades foram desenvolvidas para serem auto-instrutivas, visando garantir a participação dos alunos na construção de seu conhecimento, pois segundo Levy (1996), é fundamental o envolvimento pessoal do aluno no processo de aprendizagem e quanto mais ativamente uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender. Ainda, segundo o mesmo autor, a multimídia interativa, graças à sua dimensão reticular ou não linear, favorece uma atitude exploratória, ou mesmo lúdica, face ao material a ser assimilado. É, portanto, um instrumento bem adaptado a uma pedagogia ativa.

A abordagem das atividades implementadas no ambiente procura fugir de uma exploração excessiva de fórmulas seguida da elaboração de tabelas e do gráfico correspondente. Esse tipo de exploração não permite que os alunos consigam ter noção do que acontecerá com a função quando se modificam um de seus coeficientes, e de acordo com os PCNS (2002, p.72), “sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções”.

Nesse trabalho buscou-se a utilização de visualizadores de geometria dinâmica como forma de proporcionar uma aprendizagem mais significativa. Os visualizadores foram construídos no GeoGebra e implementados no ambiente Moodle, exigindo apenas a instalação de um “plugin” JAVA, acesso a Internet e conhecimentos básicos de Informática acessíveis a praticamente todos os alunos. Para Gravina (1999) softwares como o Geogebra são excelentes recursos nos processos de aprendizagem que contemplam as ações dos alunos e possibilitam a manipulação e a descobertas de muitas regularidades.

As lições apresentadas no AVA procuram explorar a visualização gráfica e também a parte algébrica, fazendo com os alunos reconheçam as propriedades gráficas e expressem em linguagem algébrica. A maioria dessas lições fornece como feedback para as repostas erradas informações e idéias que podem ajudar o aluno na reformulação de seus conceitos.

### **3 O AMBIENTE**

O ambiente virtual suporte para o estudo de funções segundo a nova proposta curricular do Estado de São Paulo foi desenvolvido ao longo do 1º semestre de 2010, constituindo-se no produto desta dissertação de Mestrado Profissional junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar.

O AVA está dividido em quatro tópicos (figura 1), um para cada situação de aprendizagem constante no terceiro volume do caderno do aluno, da proposta curricular do Estado de São Paulo:

**Tópico I- Um panorama sobre funções**

**Tópico II- Construção de gráficos: um olhar funcional**

**Tópico III- As formas básicas de crescimento e decrescimento**

**Tópico IV- Os fenômenos Naturais e o crescimento e decrescimento exponencial: o número e**

Para iniciar o tópico I, o aluno deve realizar uma pesquisa sobre as funções estudadas nos anos anteriores. São disponibilizados alguns links que o levaram a sites que abordam os conteúdos solicitados. Para continuar sua pesquisa o aluno deve postar em um fórum suas principais descobertas sobre cada uma das funções. Espera-se que o fórum permita o aprofundamento dos conteúdos trabalhados em anos anteriores e leve o aluno a exercitar sua escrita em um ambiente que lhe é familiar.

Na sequência do tópico I e nos demais tópicos, são apresentadas de duas a quatro lições que vão destacar as principais características das funções pesquisadas. As atividades propostas no Caderno do Aluno foram subdivididas para permitir uma maior interação do aluno com a descoberta dos conceitos apresentados. As lições do ambiente exploram visualizadores construídos no Geogebra em questões do tipo múltipla escolha, numérica e de associação, sendo um dos instrumentos de avaliação do ambiente.

Todos os tópicos do ambiente têm ainda um questionário denominado lição de casa, formado por questões propostas no Caderno do Aluno. As perguntas aqui são mais diretas e a princípio não possibilitam uma interação com os visualizadores. Aqui o uso do caderno e a aplicação dos conceitos apreendidos nas atividades anteriores são fundamentais.



Para encerrar cada tópico, o aluno deverá elaborar um texto sucinto sobre suas principais descobertas com a realização das atividades propostas e suas impressões sobre o ambiente, publicando o texto elaborado no espaço “O que eu aprendi...”, e assim como os demais tópicos esse também servirá para avaliação da aprendizagem dos alunos.

A previsão é que cada tópico seja realizado pelos alunos em duas semanas, sendo precedido de uma aula onde serão apresentados o ambiente e passadas as orientações para realização das tarefas e finalizado com mais uma aula para que o professor faça uma síntese dos conteúdos e habilidades trabalhados no tópico. O aluno pode, a qualquer momento, dentro do prazo estipulado, retomar e revisar suas respostas, pois o ambiente permite a autocorreção dos próprios exercícios. Ao final de cada tópico o aluno terá acesso a sua nota.

O ambiente foi aplicado com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da FREA, Fundação Regional Educacional de Avaré, na disciplina de prática de Ensino: Interfaces da Matemática do 7º termo do ano de 2011, permitindo o acesso desses profissionais a um objeto de aprendizagem diferenciado, com a exploração e inclusão da tecnologia em suas aulas e o contato com recursos tecnológicos já inseridos no cotidiano dos alunos. Esta aplicação é defendida por Machado(2010) :

... A vivência dos futuros profissionais da educação em AVA é fundamental, pois assim, será possível que cada um tenha um posicionamento sobre as potencialidades das ferramentas informáticas a serviço da educação. Sem a possibilidade de utilizar, propor e refletir sobre AVA, o discurso de professores torna-se estéril e panfletário. Sendo assim, a entrada e vivência da/na cibercultura é fundamental.

Espera-se que o contato desses futuros professores com o ambiente sirva de incentivo para a utilização das TIC e de AVA em salas de aula, pois para Bernini (2007, p.1042), “incorporar os avanços tecnológicos da comunicação e da informação na educação não é apenas uma necessidade, trata-se de uma questão de melhoria da qualidade”, já que a quantidade de informações disponíveis está alterando o hábito e os gostos dos alunos.

A utilização deste AVA com futuros professores pode tanto contribuir para desmistificação das dificuldades de aplicação da própria proposta curricular, quanto colaborar na formação inicial, visando a inserção de novas tecnologias na prática pedagógica desses profissionais, pois:

Na sua formação, o professor da sociedade contemporânea não pode desprezar o uso da tecnologia digital, entre outros motivos, porque, enquanto instrumento de mediação, a tecnologia contribui para “potencializar novas formas de expressão do pensamento, comunicação multidirecional, registro, busca, seleção, articulação e atualização de informações” (ALMEIDA,2007,p.29).

Para Almeida (2007), o currículo dos cursos de formação de educadores deve apresentar as TIC de forma articulada às práticas cotidianas e intrinsecamente ligadas ao currículo a ser desenvolvido, tanto em seus cursos de formação quanto nos cursos em que os docentes ministram ou ministrarão disciplinas, justificando assim a incorporação do AVA destinado a alunos de 3º ano do Ensino Médio, na disciplina de prática de ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Para acessar o ambiente, o aluno deverá seguir os seguintes passos:

- 1º) Acessar o site: [www.ufscar.br](http://www.ufscar.br)
- 2º) Clicar no link: Departamentos
- 3º) Clicar em DM (Departamento de Matemática)
- 4º) Clicar em Moodle
- 5º) Acessar o curso: PPGECE- Pedro José Di Piero

O aluno/participante deverá acessar o sistema através do login e senha oferecidos pelo professor/orientador. As atividades são apresentadas com as orientações necessárias para sua realização e após cada atividade o aluno pode conferir suas notas.

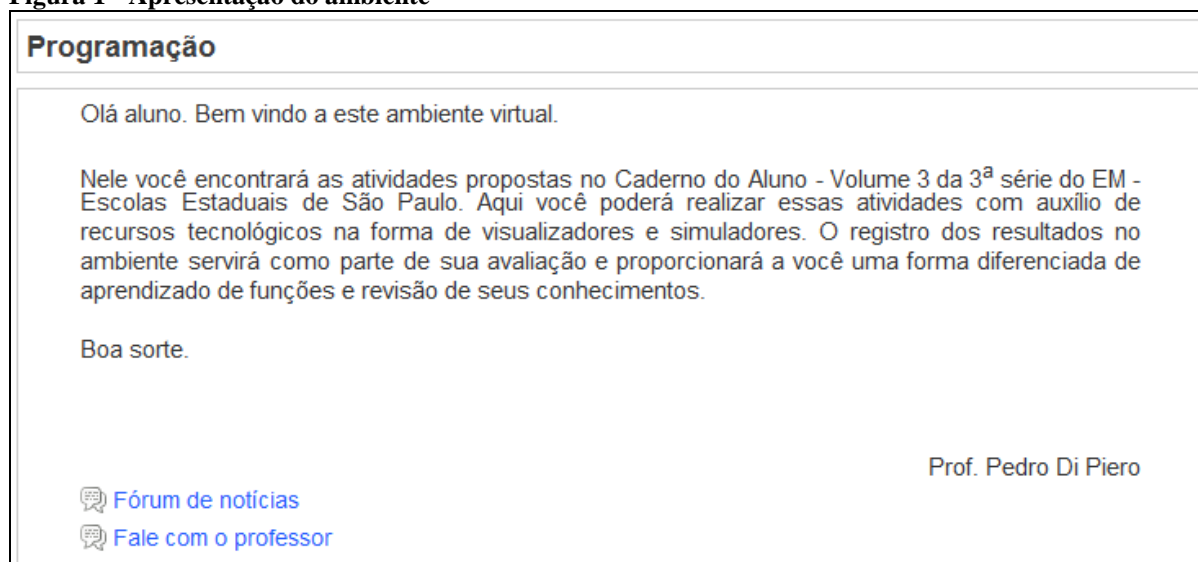
## 4 ATIVIDADES DO AMBIENTE

### **1. SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM I - GRANDEZAS, INTERDEPENDÊNCIA: UM PANORAMA SOBRE FUNÇÕES**

#### 1.1. Introdução

A introdução do Ambiente faz referências ao Caderno do Aluno e às atividades que o usuário irá encontrar. A figura 1 mostra a página de apresentação do ambiente.

**Figura 1 - Apresentação do ambiente**



Fonte: Elaborada pelo autor

A situação de aprendizagem I apresenta uma revisão sobre as principais funções estudadas pelos alunos em anos anteriores e foram agrupadas em itens de acordo com as semelhanças que apresentavam. Na figura 2, tela da situação de aprendizagem I.

**Figura 2 - Apresentação da situação de aprendizagem**

**1 Um panorama sobre as funções.**

Esse primeiro tópico do ambiente aborda a primeira situação de aprendizagem do caderno do aluno, correspondente as páginas 3 a 12.








Vamos aqui relembrar várias propriedades de funções matemáticas elementares.

Você deve primeiro realizar a pesquisa sobre funções, registrando suas conclusões nos tópicos do fórum da pesquisa abertos pelo professor. Depois de fazer sua pesquisa, realize as tarefas propostas nas quatro situações de aprendizagem, que servirão para consolidar os conceitos revisados em sua pesquisa. Por fim, faça a Lição de Casa respondendo as questões e atividades apresentadas.

Para fechar esse primeiro tópico, você deverá fazer um breve relato na tarefa "O que eu aprendi" descrevendo tudo aquilo que você aprendeu nesse tópico, destacando os pontos positivos e negativos do ambiente.

Fique atento aos prazos das atividades, pois elas fazem parte de sua avaliação.

Bom trabalho.

-  [pesquisa sobre funções](#)
-  [Recordando as funções](#)
-  [Aplicações de funções quadráticas](#)
-  [crescimento populacional](#)
-  [substância radioativa](#)
-  [Lição de casa - Tópico 1](#)
-  [O que eu aprendi - Tópico 1](#)

Fonte: Elaborada pelo autor

## **1.2. Atividade do Fórum: Pesquisa sobre funções.**

Essa atividade permite ao aluno rever os conteúdos trabalhados em anos anteriores e garantir ao professor que os alunos conheçam a linguagem e os conceitos que irá utilizar durante as aulas. O recurso tecnológico permite a apresentação de links que atendam a proposta da atividade, otimizando o tempo de sua realização. A participação no fórum é bastante interessante e oportuna, pois permite que o aprendizado se concretize na interação com o outro, na troca de opiniões entre alunos e entre aluno e professor. Na figura 3, tela do fórum de discussão.

**Figura 3 - Fórum sobre funções**

Para iniciar esse estudo, você vai recordar as principais funções matemáticas. Para ajudá-lo nessa tarefa foram selecionados alguns links. Você também pode pesquisar em outras fontes: livros, apostilas e a própria Internet.

- Função de 1º grau :  $y = ax + b$ , com  $a$  e  $b$  constantes,  $a \neq 0$   
<http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao1/funcao1.php>
- Função de 2º grau :  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, c$  constantes,  $a \neq 0$   
<http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2.php>
- Função  $y = \frac{k}{x}$ , com  $k$  constante,  $k \neq 0$   
[http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo\\_mat/funciao/inversa.htm](http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/funciao/inversa.htm)
- [http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo\\_mat/funciao/racional.htm](http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/funciao/racional.htm)
- Função exponencial e logarítmica:  $y = a^x$  e  $y = \log_a x$ , com  $a > 0$  e  $a \neq 1$   
<http://www.alunosonline.com.br/matematica/funcao-exponencial/>
- <http://www.brasilecola.com/matematica/funcao-exponencial-1.htm>
- Funções trigonométricas :  $y = \text{sen } x, y = \text{cos } x, y = \text{tg } x$   
<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm24/jssp5.htm>

Após pesquisar sobre essas funções, você deverá responder aos tópicos de discussão apresentados abaixo.

Para responder ao tópico de discussão basta clicar sobre "Responder", escrever sua resposta na janela de edição e enviar.

Você não tem permissão para abrir um novo tópico de discussão para todos os participantes.

Tópico	Autor	Grupo	Comentários	Última mensagem
<a href="#">função do 1 grau</a>	😊 Pedro José Di Piero 500056		2	Janaina Aluno do Di Piero - PPGECE Fri, 29 Oct 2010, 13:13
<a href="#">Função do 2 grau</a>	😊 Pedro José Di Piero 500056		2	Janaina Aluno do Di Piero - PPGECE Fri, 22 Oct 2010, 11:32
<a href="#">Função inversa</a>	😊 Pedro José Di Piero 500056		0	Pedro José Di Piero 500056 Mon, 18 Oct 2010, 20:42
<a href="#">Função trigonométrica</a>	😊 Pedro José Di Piero 500056		0	Pedro José Di Piero 500056 Sun, 6 Jun 2010, 09:52
<a href="#">Função exponencial</a>	😊 Pedro José Di Piero 500056		0	Pedro José Di Piero 500056 Sun, 2 May 2010, 15:54

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

### 1.3 - Lição: Recordando as funções

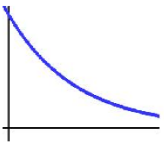
Após relembrar as propriedades das principais funções matemáticas, espera-se que o aluno possa reconhecer algumas aplicações dessas funções. A atividade propõe que se faça uma associação de uma situação contextualizada com a respectiva representação gráfica da função correspondente. Vale ressaltar que apresentar a Matemática de forma contextualizada é um dos objetivos da atual Proposta Curricular e a exploração gráfica é utilizada em diferentes momentos nessa proposta. A atividade original previa uma associação e foram utilizados cinco questões de múltipla escolha com os mesmos objetivos originais, mas enfatizando cada uma das situações propostas. Nas figuras 4 a 8 telas das questões sobre os gráficos das funções.

Figura 4 - Lição recordando funções: a função do 1º grau

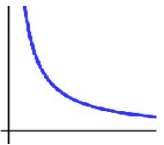
**Recordando as funções**

Com base na pesquisa realizada anteriormente foi possível relacionar determinado tipo de função com seu respectivo gráfico.  
Se você fez uma boa pesquisa, certamente está identificando os aspectos gráficos abaixo, não é mesmo?


A




B



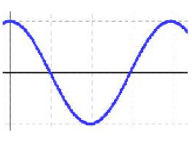
C



D



E



Para seguir na lição você deve acertar qual dos gráficos acima corresponde à função determinada por:

- O comprimento  $C$  de uma circunferência é uma função de seu raio  $x$ :  $C = 2\pi x$

Gráfico D

Gráfico B

Gráfico A

Gráfico C

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

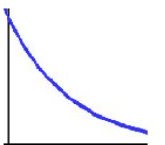
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5 - Lição recordando funções: a função do 2º grau


**Recordando as funções**

Agora, assinale entre os gráficos abaixo, aquele que representa a seguinte situação:  
A área  $A$  de um quadrado é uma função de seu lado  $x$ :  $A = x^2$


A



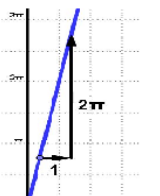
B



C



D



E

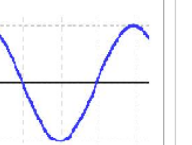


Gráfico A

Gráfico E

Gráfico C

Gráfico B

Salvar a resposta selecionada

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6 - Lição recordando funções: a função exponencial

**Recordando as funções**

A massa  $m$  de uma substância radioativa diminui com o tempo, ou seja, é uma função do tempo de decomposição  $t$ :  $m = f(t)$ . Para certa substância, tem-se  $m = m_0 2^{(-0,1t)}$ , onde  $m_0$  é a massa inicial e  $t$  o tempo de decomposição em horas. Para continuar assinale qual dos gráficos pode representar essa função:

A

B

C

D

E

<input type="radio"/>	Gráfico B
<input type="radio"/>	Gráfico C
<input type="radio"/>	Gráfico E
<input type="radio"/>	Gráfico A

Salvar a resposta selecionada

PPGCE - Você acessou como Pedro José Di Piero 500056: Estudante (Retomar a minha função normal)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 7 - Lição recordando funções: a função trigonométrica

**Recordando as funções**

A

B

C

D

E

Uma pequena bola é presa a uma mola perfeitamente elástica; afastada da posição  $O$  de equilíbrio, de uma distância  $a$ , a bola oscila em torno da mola, deslocando-se em uma superfície lisa, horizontal; a distância  $x$  da bola até o ponto  $O$  depende do instante  $t$  considerado, ou seja, é uma função de  $t$ :  $x = f(t)$ . No caso, temos  $x = a \cdot \cos(kt)$ , onde  $k$  é uma constante que depende da elasticidade e da massa da bola.

<input type="radio"/>	Gráfico D
<input type="radio"/>	Gráfico C
<input type="radio"/>	Gráfico A
<input type="radio"/>	Gráfico E

Salvar a resposta selecionada

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 8 - Lição recordando funções: a função inversa**

**Recordando as funções** ?

Mantendo-se constante a temperatura, a pressão  $P$  de um gás no interior de um recipiente de volume variável  $V$  é uma função de  $V$ :  $P = f(V)$ . No caso, temos  $P = \frac{k}{V}$ , onde  $k$  é uma constante.

A

B

C

D

E

<input type="radio"/>	Gráfico C
<input type="radio"/>	Gráfico D
<input type="radio"/>	Gráfico A
<input type="radio"/>	Gráfico B

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

A atividade procura verificar se o aluno realizou uma boa pesquisa ou se tem conhecimento prévio das propriedades relacionadas à representação gráfica das funções pesquisadas.

#### 1.4 - Lição: Aplicações de funções quadráticas

Nesta situação de aprendizagem são exploradas várias propriedades das funções do 2º grau, apresentadas em uma sequência didática que permite ao professor explorar cada etapa da formação dos conceitos envolvidos, como a localização das raízes, a simetria da parábola, as diferentes formas de representação da expressão algébrica, o valor numérico, etc. A atividade utiliza um visualizador para que o aluno encontre os valores pedidos procurando, ao mesmo tempo, despertar o interesse no cálculo desses valores, pois nem sempre o aluno terá a



disposição uma ferramenta tecnológica. O aluno pode manipular os visualizadores, utilizar a calculadora do sistema ou mesmo realizar as atividades de forma tradicional, com lápis e papel. Nas figuras de 9 a 13 telas da atividade sobre função quadrática.

**Figura 9 - Zeros de uma função**

**Aplicações de funções quadráticas**

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Nesta lição, você vai realizar algumas aplicações para funções quadráticas. Relembre sua pesquisa inicial.

Na figura seguinte está representada uma viga reta  $AB$ , que sustenta um arco  $AB$  de parábola, construído de ferro e apoiado em hastes verticais. A largura  $L$  do vão é de 40 m e a flecha  $f$  do arco de parábola tem 5 m. As hastes verticais são igualmente espaçadas.

Considerando o plano cartesiano  $xOy$  da figura e lembrando que os pontos onde a parábola encontra o eixo  $x$  são as raízes ou zeros da função representada, indique quais são as raízes da função do 2º grau, representada por esse arco de parábola.

<input type="radio"/>	0 e 40
<input type="radio"/>	40 e -40
<input type="radio"/>	0 e 20
<input type="radio"/>	20 e -20

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 10 - Aplicação de funções quadráticas: Valor numérico**

**Aplicações de funções quadráticas**

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Muito bem, você apontou que as raízes da função do 2º grau são -20 e 20.

No visualizador seguinte, movimente o cursor  $r$  até posicionar o arco de parábola de forma que largura  $L$  do vão  $AB$  seja 40 m, assim como o arco da situação anterior. Nessa configuração você obterá os comprimentos das hastes  $y_1, y_2$  e  $y_3$ .

Para prosseguir digite a soma das partes inteiras desses valores:

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

Documentação de Moodle relativa a esta Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

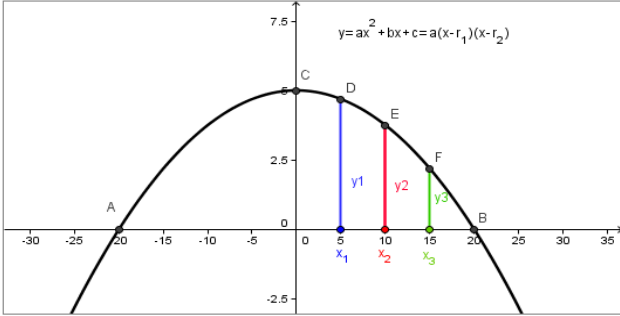
Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 11 - Expressão algébrica de uma função de 2o grau a partir de suas raízes**

Essa foi fácil. Vamos agora calcular os valores de  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$  com todas as casas decimais que precisarmos.

Para isso, precisaremos representar a função do 2º grau, através de uma expressão do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .



Como você já sabe que as raízes dessa função são -20 e 20, pode utilizar a representação da função do 2º grau como  $y = a(x - r_1)(x - r_2)$ , onde  $r_1$  e  $r_2$  são as raízes da função. Assim você terá :

$$y = a(x - 20)(x + 20)$$

Para descobrir o valor de  $a$ , você precisa conhecer outro ponto da função ( da parábola).

Olhando novamente para o gráfico, qual dos pontos abaixo você conhece as coordenadas?

<input type="radio"/>	E
<input type="radio"/>	D
<input type="radio"/>	C

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 12 - Determinação dos coeficientes de uma função do 2o grau**

**MOODLE**  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► Aplicações de funções quadráticas

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**Aplicações de funções quadráticas**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Que bom, você destacou o ponto  $C$  cujas coordenadas são:  $(0, 5)$  e como ele pertence a função podemos fazer  $x = 0$  e  $y = 5$  na expressão:  $y = a(x - 20)(x + 20)$  e obter o valor de  $a$ . Faça as contas e assinale o valor correspondente:

<input type="radio"/>	0,0125
<input type="radio"/>	0,125
<input type="radio"/>	-0,0125
<input type="radio"/>	-0,125

Salvar a resposta selecionada

Documentação de Moodle relativa a esta página PPGECE-500056 MoOdalís-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project. Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 13 - Cálculo do valor numérico**

**Aplicações de funções quadráticas**

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Muito bem, você encontrou  $a = -0,0125$  isto é:  $a = -\frac{1}{80}$ , ou seja a função procurada é :

$$y = -\frac{1}{80}(x + 20)(x - 20)$$

$$y = -\frac{1}{80}(x^2 - 400)$$

$$y = -\frac{1}{80}x^2 + 5.$$

Agora você já pode encontrar os valores das hastes  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ , sem usar o gráfico e com quantas casas decimais precisar e para isso basta efetuar os cálculos:

$$y_1 = f(x_1) = f(5)$$

$$y_2 = f(x_1) = f(10)$$

$$y_3 = f(x_1) = f(15)$$

Faça esses cálculos e associe corretamente esses valores com duas casas decimais de aproximação.

$y_1$  : Escolher...  
 Escolher...  
 2,19  
 3,75  
 4,69

$y_2$  : Escolher...  
 Escolher...  
 Escolher...

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

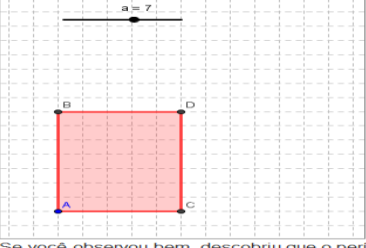
### 1.4.1. Problema de máximo

Na sequência é apresentado um problema de máximo, explorando pontos importantes da parábola. Parte-se da manipulação e verificação experimental para se chegar ao formalismo requerido. As atividades exploram a obtenção da expressão algébrica para representar todos os retângulos de perímetro 24 m e também o vértice da função obtida. As figuras 14 a 17 apresentam telas do problema de máximo.

**Figura 14 - Quadrilátero de maior área**

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Muito bem, você conseguiu descobrir a representação de uma função do 2º grau a partir de seu gráfico. Vamos agora ver outra aplicação para as funções de 2º grau. Observe o visualizador abaixo. Experimente movimentar a bolinha preta no seletor de valores denominado  $\alpha$ . Note que quando você faz isso, o retângulo vermelho aumenta de área ou diminui de área, não é mesmo? Mas o que ocorre com o perímetro deste retângulo?



Se você observou bem, descobriu que o perímetro desses retângulos é sempre igual a 24 unidades de medida (se você quiser, você pode pensar em metros). Entre todos esses retângulos, qual deles tem a maior área?

Para prosseguir nesta lição você deve digitar o valor da área deste retângulo. Digite apenas o número correspondente a esta área, sem colocar unidades de medida.

A sua resposta:

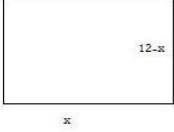
Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 15 - Expressão algébrica da área de um retângulo**

Experimentalmente, você descobriu que dos retângulos com perímetro constante aquele que apresenta a maior área é o quadrado. Utilizando funções vamos chegar na mesma conclusão. Será que isso é possível?

Vamos ver, retomando então a questão anterior: Entre todos os retângulos de perímetro 24 m, qual deles tem a maior área?



O retângulo acima, pode representar todos os retângulos que têm perímetro 24 m, será mesmo? (Procure a justificativa). Sabemos que a área de um retângulo pode ser obtida por  $A = b \cdot h$ , ou seja, pelo produto da base pela altura do retângulo.

Assim, na figura temos:  $A(x) = x(12 - x)$ , logo a área pode ser representada pela função  $A(x) = -x^2 + 12x$ .

Você sabe qual é o ponto onde a função do 2º grau assume o valor máximo ou mínimo?

No eixo y.  
 Nas raízes  
 No vértice  
 No eixo x

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 16 - Abscissa do vértice de uma função quadrática**

**MOODLE**  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► Aplicações de funções quadráticas

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**Aplicações de funções quadráticas**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Isso mesmo, a função do 2º grau assume o valor máximo no seu vértice. Na sua pesquisa sobre funções você deve ter visto que  $x_v = -\frac{b}{2a}$ . Utilizando esse conhecimento na função:  $A(x) = -x^2 + 12x$ , calcule o valor de  $x_v$  e digite abaixo, apenas os números.

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 17 - O quadrado: retângulo de maior área com perímetro fixo**

**MOODLE**  
 AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► Aplicações de funções quadráticas

Atualizar Lição | Editar o conteúdo desta página

**Aplicações de funções quadráticas**

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Isso mesmo, a função do 2º grau assume o valor máximo no seu vértice. Na sua pesquisa sobre funções você deve ter visto que  $x_v = \frac{-b}{2a}$ . Utilizando esse conhecimento na função:  $A(x) = -x^2 + 12x$ , calcule o valor de  $x_v$  e digite abaixo, apenas os números.

A sua resposta :

6

Muito bem, como  $x = 6$ , você pode verificar que o retângulo com lados  $x$  e  $12 - x$  é portanto um quadrado.

Continuar

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056 \(Sair\)](#)

Concluído

Internet | Modo Protegido: Ativado

100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 1.5 - Lição: Crescimento populacional

A aplicação de funções exponenciais é sempre temida pelos alunos. No ambiente os visualizadores permitem a interação e manipulação da situação em estudo, mantendo o rigor no cálculo e sempre procurando explorar os passos para obtenção da solução desejada. No primeiro visualizador desta situação de aprendizagem o aluno vai movendo os pontos e traçando o gráfico da exponencial em cada trecho, reforçando a ideia de crescimento em cada intervalo. Outros dois visualizadores permitem que o estudante encontre a população. Nas figuras 18 a 26 telas e visualizadores sobre a atividade.

**Figura 18 - A função exponencial**

**crescimento populacional** ?

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Agora vamos explorar algumas aplicações de funções exponenciais, que servem para representar crescimento e decréscimo em várias situações.

A primeira aplicação está relacionada ao crescimento populacional.

A população  $N$  de determinado município cresce exponencialmente desde a sua fundação, há 20 anos, de acordo com a expressão  $N = 3000 \cdot 10^{0,1t}$ , sendo  $t$  em anos.

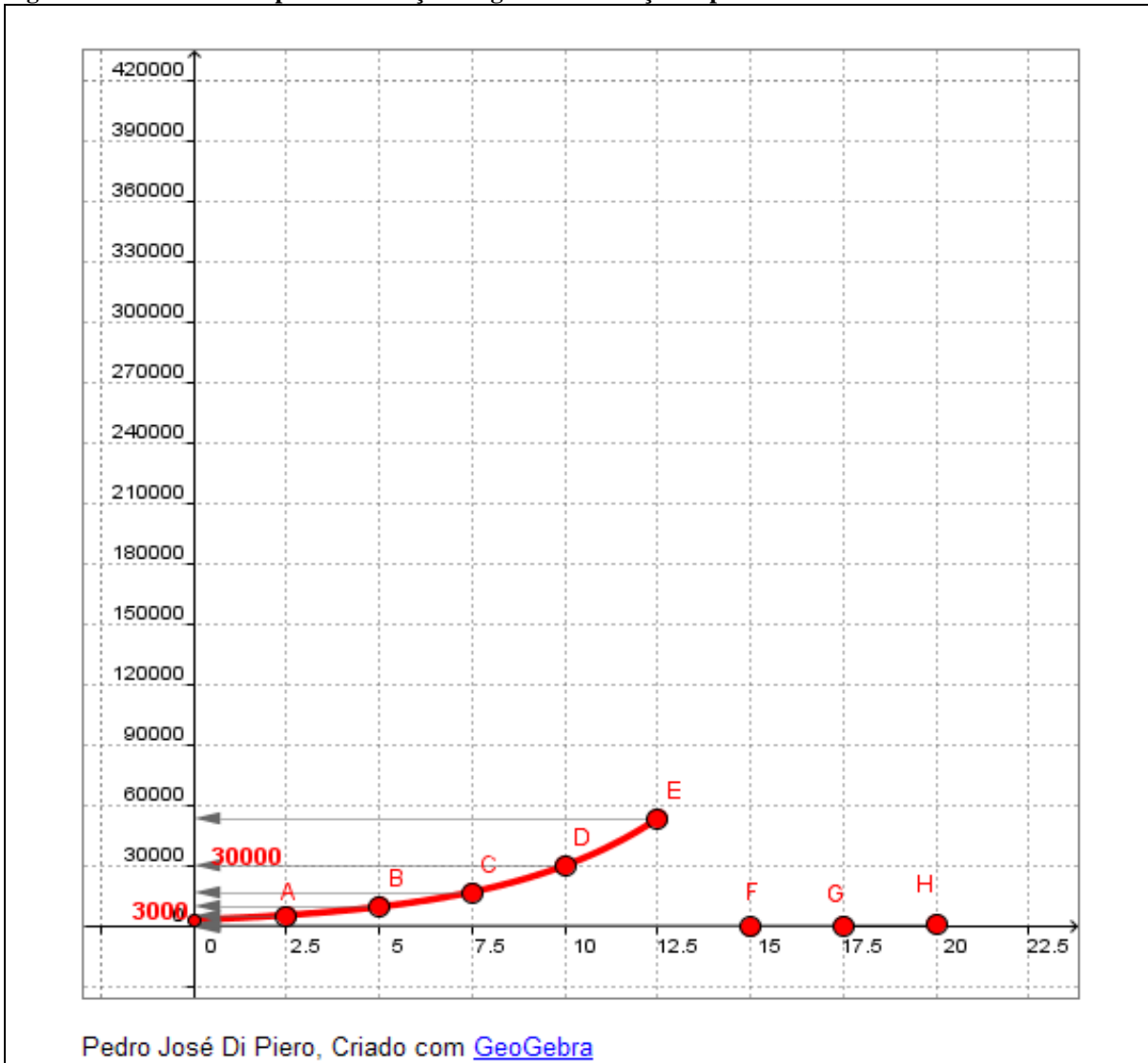
Para fazer o esboço do gráfico dessa função, [clique aqui](#) e movimente os pontos de A a H em sequência até encontrar o gráfico da função pedida. Esses pontos só se movimentam nas verticais onde estão localizados. Quando os pontos se aproximarem do valor correto aparecerá o parte do gráfico da função. Lembre-se que você irá construir o gráfico de uma função cujo crescimento é diferente.

O gráfico que você desenhou é crescente ou decrescente? Responda abaixo:

A sua resposta:

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 19 - Visualizador para construção do gráfico da função exponencial**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 20 - Determinação da população a partir do gráfico**

**crescimento populacional** ?

[Visualizar](#)
[Editar](#)
[Relatórios](#)
[Avaliar dissertações](#)

---

Parabéns, você fez o esboço do gráfico de uma função exponencial crescente, ou seja, com o passar do tempo a população do Município vai aumentando.

[Clique aqui para visualizar o gráfico.](#)

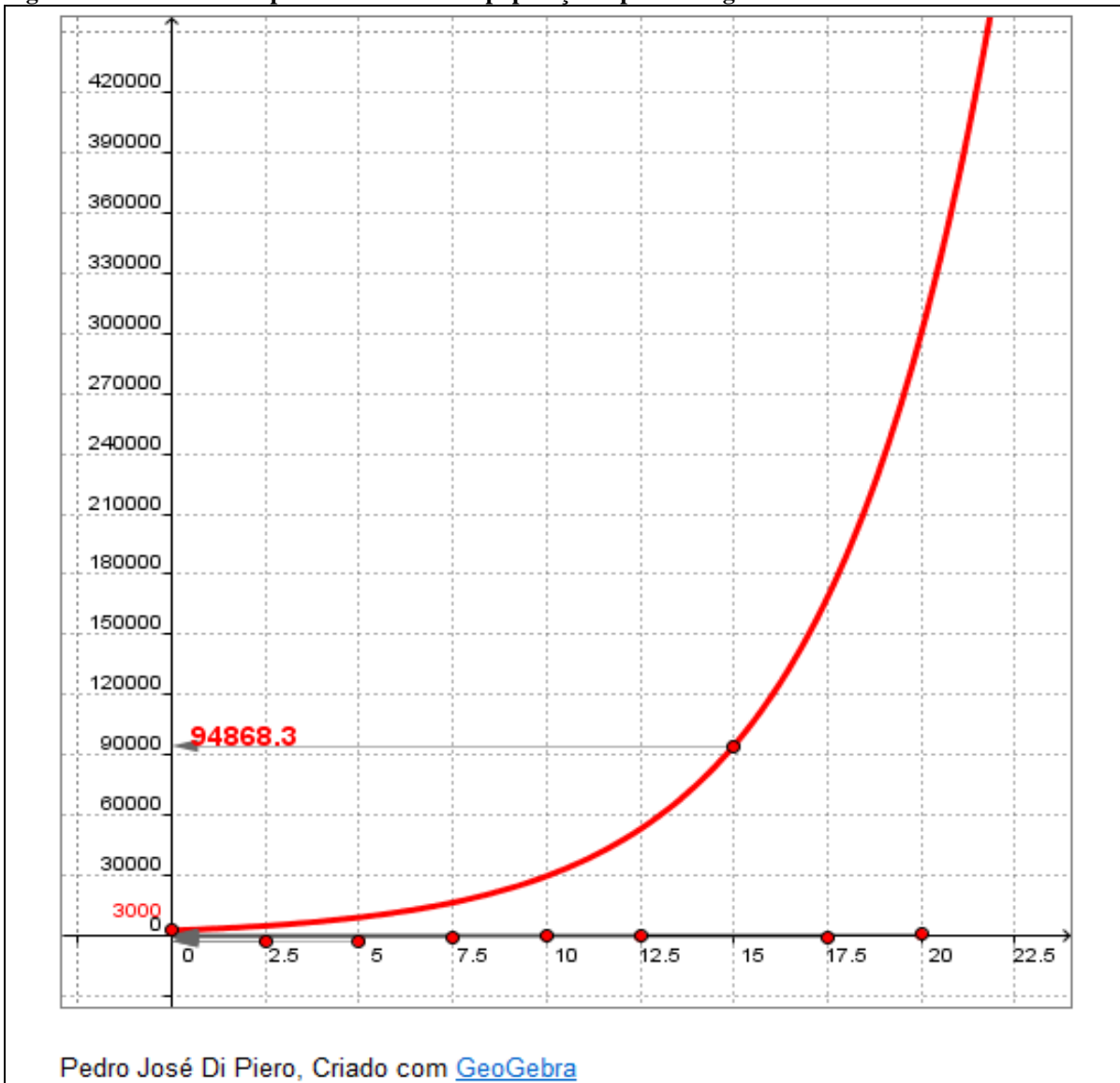
Agora encontre o valor de  $t=15$  anos no gráfico arraste esse ponto até o gráfico da função e assim aparecerá o valor correspondente da população. Responda qual a população desse município após esses 15 anos digitando somente a parte inteira da solução encontrada.

---

A sua resposta:

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 21 - Visualizador para determinar da população a partir do gráfico**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 22 - Determinação do tempo a partir do gráfico**

**crescimento populacional** ?

---

Você encontrou o valor da população após 15 anos de fundação, mas também poderia ter encontrado esse valor usando uma calculadora científica e fazendo  $t = 15$ , ou seja,  $N(15) = 3000x10^{0.1x15} = 3000x10^{1.5} = 94.868$  habitantes.

Queremos agora saber depois de quanto tempo, após a fundação, o valor de  $N$  atingiu 216.000 habitantes?

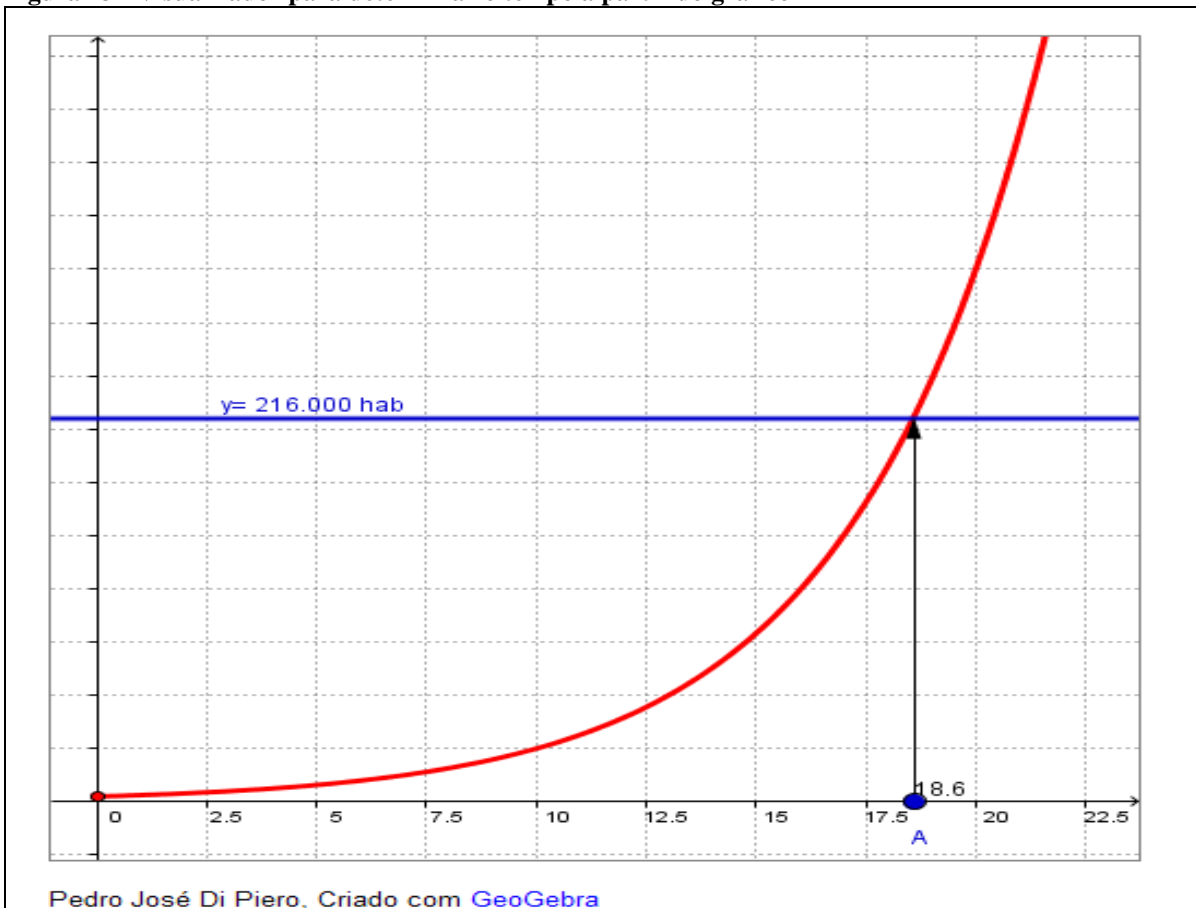
Para isso, [clique aqui](#) e movimente o ponto  $A$ , sobre o eixo  $x$  até encontrar a intersecção da reta  $N = 216000$  com o gráfico da função  $N(x)$  e então descobrir o correspondente valor de  $t$ .

Digite abaixo o tempo encontrado com aproximação de uma casa decimal.

A sua resposta:

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 23 - Visualizador para determinar o tempo a partir do gráfico**



Fonte: Elaborada pelo autor



Figura 24 - Cálculo do tempo na função exponencial

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar

MOODLE AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► crescimento populacional

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

### crescimento populacional

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Essa foi fácil!

Agora usando uma calculadora científica calcule depois de quanto tempo a população do município atingiu 216000 habitantes. Para isso você deverá encontrar o valor de  $t$ , para que  $N = 216000$ , na função  $N(x) = 3000 \cdot 10^{0,1t}$ , isto é, você precisará resolver a equação:  $216000 = 3000 \cdot 10^{0,1t}$ .

Inicialmente, divida os membros da equação por 3000 e assim obterá a expressão:

<input type="radio"/>	$10^{0,1t} = 720$
<input type="radio"/>	$10^{0,1t} = 213000$
<input checked="" type="radio"/>	$10^{0,1t} = 72$
<input type="radio"/>	$10^{0,1t} = 213$

Salvar a resposta selecionada

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 25 - Aplicação de logaritmo

MOODLE

AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► crescimento populacional

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

### crescimento populacional

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Você deve ter encontrado:  $10^{0,1t} = 72$ , muito bem.

Agora você tem o valor  $t$  procurado como expoente de uma equação. Para continuar a resolução que "ação" precisará realizar?

<input type="radio"/>	elevar os dois membros a décima potência
<input type="radio"/>	aplicar raiz décima nos dois membros da equação.
<input type="radio"/>	aplicar raiz quadrada nos dois membros da equação.
<input checked="" type="radio"/>	Aplicar logaritmo nos dois membros da equação.

Salvar a resposta selecionada

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 26 - Determinação do tempo usando calculadora**

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar

MOODLE  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ▶ PPGECE-500056 ▶ Lições ▶ crescimento populacional

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**crescimento populacional**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Isso mesmo! Você precisa aplicar logaritmo nos dois membros da equação e ficará com:

$$10^{0,1t} = 72$$

$$\log 10^{0,1t} = \log 72$$

$$0,1t = \log 72$$

Usando sua calculadora, basta calcular o valor de  $\log 72$  e dividir por 0,1. Digite o valor de  $t$  com 5 casas decimais.

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 1.6 - Lição: Substância Radioativa

Nessa lição também é explorado a aplicação de uma função exponencial, agora com expoente negativo. O aluno tem a possibilidade de construir o gráfico e partir para as transformações algébricas. Aqui também o gráfico é construindo movendo-se os pontos sobre o plano até encontrar a posição correta tornando assim, o gráfico visível. As figuras 27 a 31 apresentam as telas e os visualizadores com exponencial de expoente negativo.

**Figura 27 - Função exponencial com expoente negativo**

Nas atividades anteriores você conseguiu encontrar o valor desconhecido quando  $t$  era o expoente de uma função, aplicando a logaritmo. Vamos continuar explorando situações que envolvem exponenciais e logaritmos.

Você já ouviu falar em "meia vida" de substâncias radioativas? Então elas também podem ser representadas por funções exponenciais, como veremos a seguir.

Certa substância radioativa se decompõe de tal forma que sua massa  $m$  reduz-se à metade do valor inicial a cada 4 horas, ou seja,  $m = m_0 * 2^{-0.25t}$ , sendo  $m_0$  o valor inicial da massa ( $t$  medido em horas). Partindo de  $m_0 = 60g$  de substância, construa no visualizador abaixo o gráfico da função, movendo os pontos de A a G, que estão selecionados de 4 em 4 horas. Esses pontos só se movem na vertical em que se encontram. Quando o ponto estiver próximo de seu valor o gráfico será desenhado. Para continuar sua atividade, digite a palavra que aparecerá após a construção do gráfico.

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 28 - Determinação da massa a partir do gráfico**

**substância radioativa** ?

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Que bom!

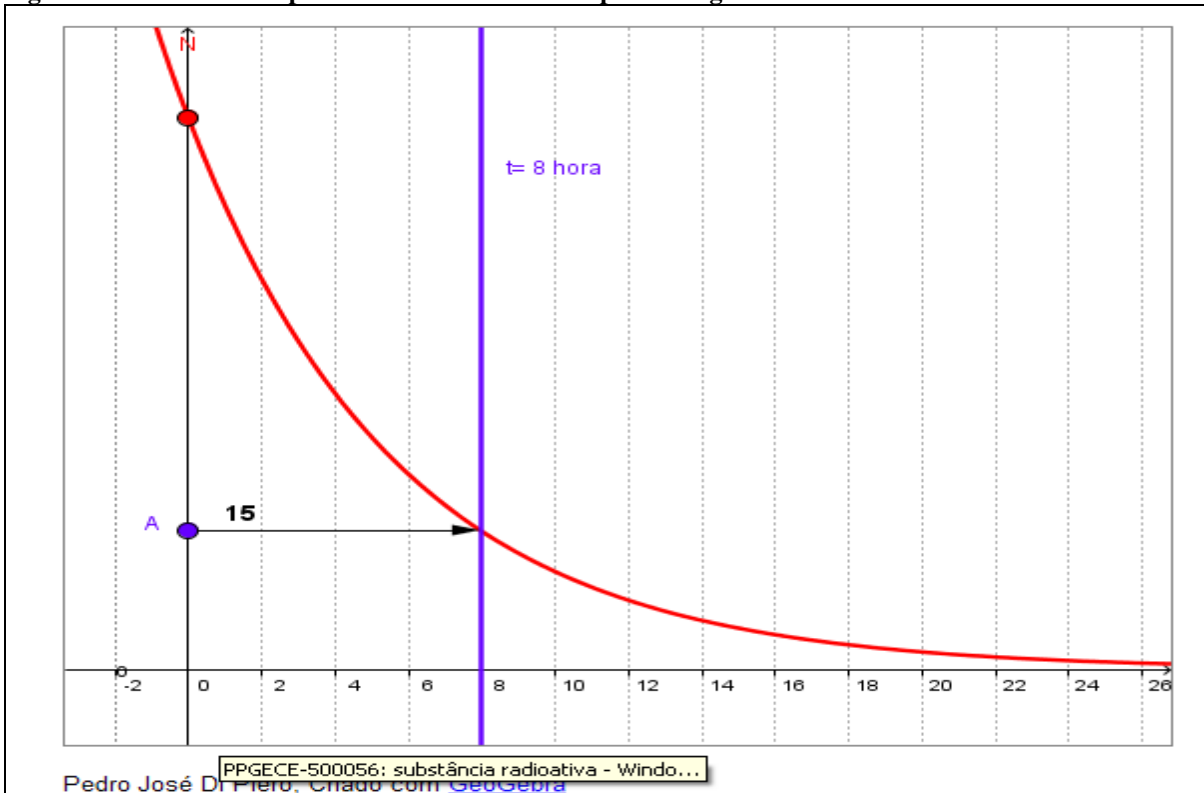
Você acabou de construir o gráfico de uma função exponencial com expoente negativo, isto é, uma função em que o valor inicial vai diminuindo com o passar do tempo.

Clique [aqui](#) para abrir um visualizador onde temos a reta correspondente a  $t = 8 \text{ horas}$ . Movimente o ponto A sobre o eixo  $y$  até o vetor encontrar a intersecção da reta  $t = 8$  com o gráfico da função. Assim você encontrará a massa  $m$  restante após  $8 \text{ horas}$ . Digite essa massa restante abaixo.

A sua resposta:

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 29 - Visualizador para determinar a massa a partir do gráfico



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 30 - Determinação da expressão para o cálculo do tempo

MOODLE  
 AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► substância radioativa

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

substância radioativa

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Você também poderia calcular diretamente na função  $m = 60 \cdot 2^{-0,25t}$  fazendo  $t = 8$ . Agora queremos que você escolha a expressão de  $t$  em função de  $m$ , pois essa expressão permitirá que você encontre o tempo necessário para que a massa seja reduzida a um valor pedido.

Lembrando de atividades anteriores, como  $t$  está no expoente você precisará utilizar logaritmo.

$t = -4 \log\left(\frac{m}{60}\right)$   
  $t = 4 \log_2\left(\frac{m}{60}\right)$   
  $t = -4 \log_2\left(\frac{m}{60}\right)$   
  $t = -0,25 \log_2\left(\frac{m}{60}\right)$

Salvar a resposta selecionada

Documentação de Moodle relativa a esta página  
 PPGECE-500056  
 MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 31 - Determinação do tempo através da expressão**

AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► substância radioativa

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

substância radioativa ?

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Para chegar até aqui você deve ter seguido os seguintes passos:

$$m = 60.2^{-0,25t}$$

$$2^{-0,25t} = \frac{m}{60}$$

$$\log_2 2^{-0,25t} = \log_2\left(\frac{m}{60}\right)$$

$$-0,25t = \log_2\left(\frac{m}{60}\right)$$

$$t = -4.\log_2\left(\frac{m}{60}\right)$$

Usando essa expressão calcule usando uma calculadora quanto tempo a massa restante será igual a  $m = 12g$ ? Digite só o valor com 2 casas decimais.

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoDalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Clique duas vezes para alterar as configurações de segurança


Internet | Modo Protegido: Ativado

Fonte: Elaborada pelo autor

## 1.7 - Questionário: Lição de casa

Para completar a primeira situação de aprendizagem, que pretende revisar as funções já estudadas pelos alunos, são propostas tarefas com a aplicação de funções trigonométricas e a associação com seu gráfico e aplicações de funções polinomiais, explorando principalmente a localização das raízes dessas funções. As figuras 32 a 34 trazem as tarefas propostas no Caderno do aluno.

### Figura 32 - Tarefa sobre função trigonométrica

**1**  Uma pequena bola é presa a uma mola perfeitamente elástica, apoiada em uma superfície horizontal lisa, conforme mostra a figura.

Notas: -/15

Com a mola em seu comprimento normal, a bolinha fica em equilíbrio, parada. Afastando-se a bolinha 10cm da posição de equilíbrio, a mola fica esticada; abandonando-se, então, a bolinha, ela passa a oscilar em torno da posição inicial, realizando um movimento de vai e vem.

É possível mostrar que o afastamento  $x$  da bolinha em relação à posição de equilíbrio é uma função periódica do tempo  $t$ , e pode ser expressa pela fórmula:

$$x = 10 \cdot \cos(kt),$$

com  $x$  em centímetros e  $t$  em segundos.

Notando que a bolinha retorna à posição em que foi abandonada ( $x = 10$ ) a cada 4 segundos, determine o valor de  $k$ .

Resposta:  (digite somente um número em representação decimal com duas casas)

Qual o valor de  $x$  para  $t = 1s$ :

Resposta:  (digite somente um número em representação decimal com vírgula)

Qual o valor de  $x$  para  $t = 2s$ :

Resposta:  (digite somente um número inteiro, com sinal)

Qual o valor de  $x$  para  $t = 3s$ :

Resposta:  (digite somente um número inteiro, com sinal)

Qual o valor de  $x$  para  $t = 10/3s$ :

Resposta:  (digite somente um número inteiro)

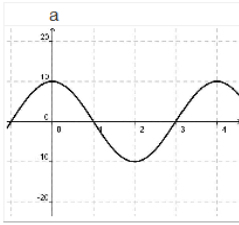
Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

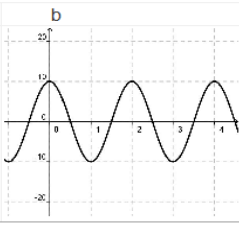
### Figura 33 - Tarefa sobre função trigonométrica e função polinomial

**2** Considerando o exercício anterior da oscilação de uma mola, onde você descobriu o valor de  $k$ . Selecione o gráfico que melhor representa a função:  $x = f(t) = 10\cos(\frac{\pi t}{2})$

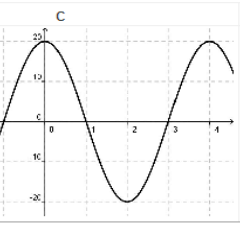
Notas: -/1



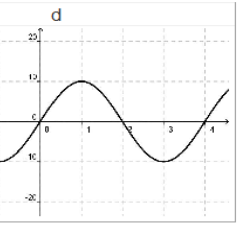
a



b



c



d

Escolher uma resposta.

1. Gráfico a

2. Gráfico b

3. Gráfico d

4. Gráfico c

**3** Para esboçar o gráfico de algumas funções polinomiais é importante encontrar as raízes desse polinômio.

Notas: -/1

Considerando a função  $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 5)$  assinale as raízes da função:

Escolha pelo menos uma resposta.

a. 1

b. -1

c. 2


d. -2

e. 5

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 34 - Tarefa sobre função polinomial**

**4**  Considere a função  $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 5)$  do exercício anterior, assinale o valor de  $f(0)$ :

Notas: -/1

Escolher uma resposta.

a. -5


b. -2

c. 10

d. -10

e. 5

---

**5**  Utilizando os exercícios anteriores, qual dos gráficos abaixo melhor representa o gráfico da função  $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 5)$ :

Notas: -/1

Gráfico a

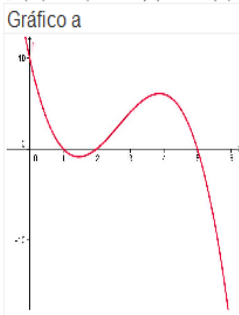


Gráfico b

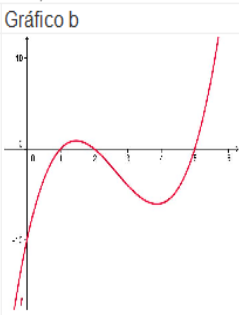


Gráfico c

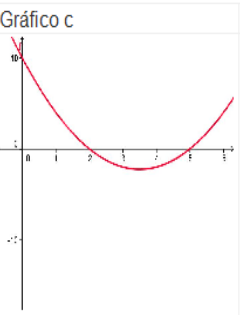
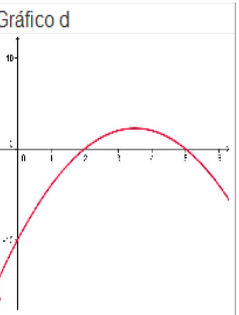


Gráfico d



Escolher uma resposta.

1. Gráfico b

2. Gráfico c

3. Gráfico d

4. Gráfico a

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 1.8 - Tarefa: O que eu aprendi

De acordo com o Caderno do Professor (2010, p.12), “As competências básicas – expressão, compreensão, contextualização, argumentação, decisão – estarão presentes continuamente ao longo das atividades previstas, uma vez que, como já se afirmou anteriormente, buscamos com as funções uma linguagem adequada para compreender e expressar fenômenos de diferentes tipos, praticando efetivamente o movimento de apreender um contexto e representá-lo por meio da linguagem matemática, tendo sempre como meta a argumentação e a tomada de decisões em situações concretas”.

A realização desta tarefa possibilita que o aluno expresse os conceitos trabalhados nas atividades propostas e relembre os principais tópicos sobre funções. A figura 35 apresenta a tela sobre o envio de arquivo.

**Figura 35 - Envio de arquivo sobre a aprendizagem**

The screenshot shows a Moodle assignment submission interface. At the top, the Moodle logo and 'AMBIENTE DE APRENDIZAGEM' are visible. The breadcrumb trail indicates the user is in 'MOODLE > PPGECE-500056 > Tarefas > O que eu aprendi - Tópico 1'. A navigation menu includes 'Atualizar Tarefa' and 'Ver 1 tarefas enviadas'. The main instruction box asks the user to write a brief report of at least 10 lines about what they learned from the activities in the topic 'Um panorama sobre funções', and to highlight a significant activity and justify their reasons. Below this, a table shows the availability and due dates: 'Disponível a partir de: Monday, 12 July 2010, 09:10' and 'Data de entrega: Monday, 19 July 2010, 09:10'. A large empty text area contains the message 'Você ainda não enviou nada'. A button labeled 'Editar o documento enviado' is positioned below the text area. At the bottom of the page, there are links for 'Documentação de Moodle relativa a esta página' and 'PPGECE-500056', along with the text 'MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.' The user's name 'Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)' is displayed in the top right. The browser status bar at the bottom shows 'Concluído', 'Internet | Modo Protegido: Ativado', and a zoom level of '100%'.

Fonte: Elaborada pelo autor



## 2 - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2 - CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS: UM OLHAR FUNCIONAL

### 2.1. Introdução

A figura 36, mostra a tela de apresentação da segunda situação de aprendizagem proposta no ambiente.

Figura 36 - Apresentação da situação de aprendizagem





**2** **Construção de gráficos : um olhar funcional**

O segundo tópico do ambiente aborda a segunda situação de aprendizagem do caderno do aluno, correspondente as páginas 13 a 19.

*Sempre que temos que traçar um gráfico de função, utilizamos a construção de tabelas, marcamos os pontos e inferimos como seria o gráfico. Mas muitos gráficos podem ser obtidos sem tomar por base as conclusões que resultam de uma representação de pontos isolados. Para isso é importante "ler" e interpretar as indicações de quais operações devemos realizar com a variável independente ( $x$ ), para obter os valores referentes à variável dependente ( $y$ ).*

Para ilustrar essas propriedades, realize as lições à seguir, e bom aprendizado.

Na primeira lição vamos explorar principalmente o deslocamento vertical das funções e na segunda o deslocamento horizontal das funções. Após a realização das duas lições responda ao questionário apresentado e envie um arquivo no item "o que eu aprendi".

-  [Situação de aprendizagem \(vertical\) - Tópico 2](#)
-  [Situação de aprendizagem \(horizontal\)- Tópico 2](#)
-  [Lição de casa - Tópico 2](#)
-  [O que eu aprendi - Tópico 2](#)

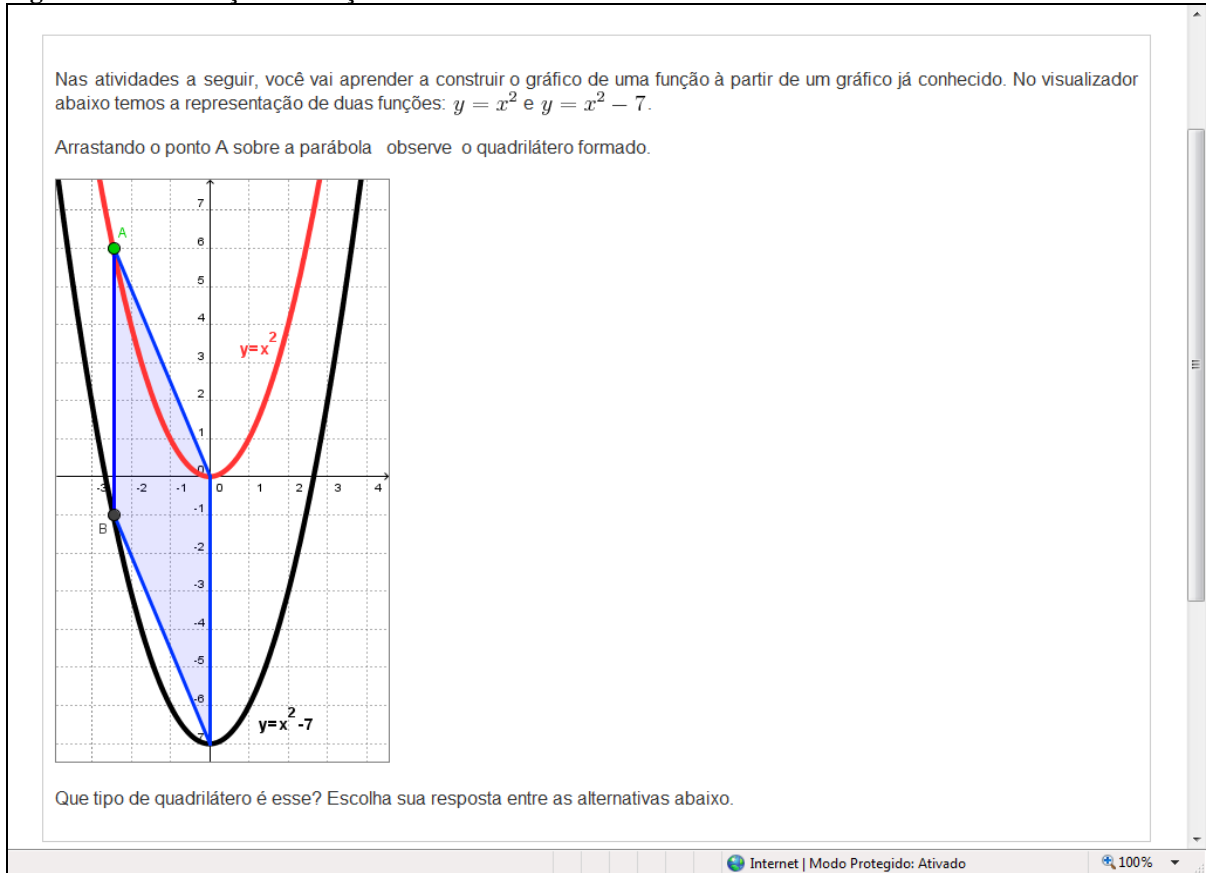
Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.2 - Lição: situação de aprendizagem sobre deslocamento vertical

As atividades seguintes procuram explorar a construção de um gráfico a partir de gráficos mais simples conforme propõe Shilov (1998). Essa nova estratégia complementa a estratégia mais frequente de atribuir valores para variável independente  $x$ , encontrar os correspondentes valores da variável dependente  $y$  e a representação dos pontos no plano cartesiano.

Através de propriedades geométricas já conhecidas pelos alunos, procuramos explorar a ideia da distância vertical de dois pontos com mesma abscissa nos gráficos. Os visualizadores permitem a manipulação e a descoberta das propriedades pelos próprios alunos. As figura 37 a 40 mostram os visualizadores para translação de funções.

**Figura 37 - Translação de funções**



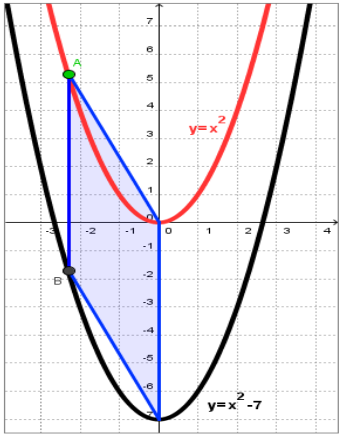
- Quadrado
- Paralelogramo
- Trapézio
- Retângulo
- Losango
- Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 38 - Manutenção da distância horizontal**

Muito bem! A figura formada é realmente um paralelogramo.

O visualizador abaixo pode ajudá-lo a lembrar de algumas propriedades dos paralelogramos.

O que acontece com a distância entre os pontos A e B na figura? Antes de responder movimente o ponto A sobre a parábola e escolha a alternativa correta.



Concluído

Internet | Modo Protegido: Ativado

100%

- Vai aumentando quando o ponto A se aproxima do vértice da parábola.
- É sempre a mesma, independente da localização do ponto A.
- Vai diminuindo quando o ponto A se aproxima do vértice da parábola.

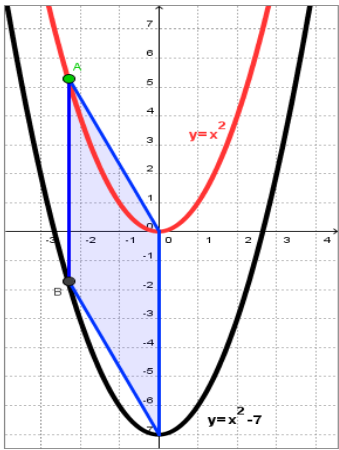
Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 39 - Localização da distância**

Que bom que você observou que a distância AB é sempre a mesma, independente da localização do ponto A na parábola, pois os lados paralelos no paralelogramo têm sempre a mesma medida.

Agora para prosseguir nessa lição, observe o visualizador novamente e digite o valor da distância na caixa de respostas abaixo.

Para ajudá-lo a encontrar a distância arraste o ponto A até o vértice da parábola.



A sua resposta:

Concluído

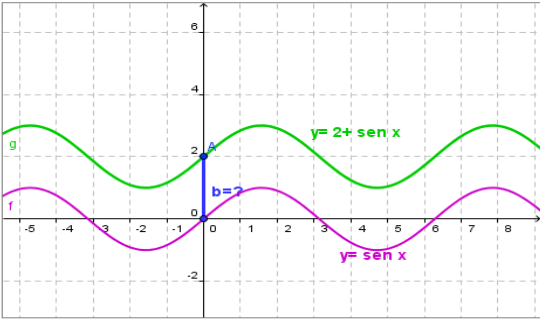
Internet | Clique duas vezes para alterar as configurações de segurança

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 40 - Translação da função trigonométrica**

Parabéns, na atividade anterior você deve ter percebido que existe uma distância vertical entre os gráficos de 7 unidades, ou seja para obter o gráfico da função  $y = x^2 - 7$ , à partir do gráfico da função  $y = x^2$  bastava deslocá-lo 7 unidades para baixo.

No próximo visualizador, aparecem as funções :  $y = \text{sen}x$  e  $y = 2 + \text{sen}x$ . Mova o ponto  $A$  sobre os gráficos e observe a distância entre eles. Se você tiver dúvidas sobre a distância entre esses gráficos mova o ponto  $A$  até a origem e responda no box abaixo qual é essa distância :



A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

PPGECE- Você acessou como Pedro José Di Piero 500056: Estudante ([Retomar a minha função normal](#))

500056  
MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

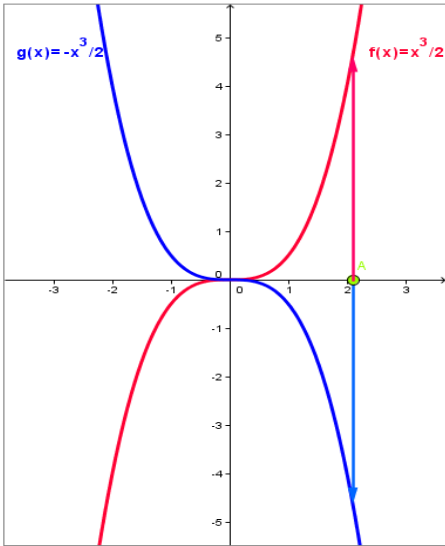
Fonte: Elaborada pelo autor

Após explorar o deslocamento vertical das funções, a próxima atividade irá explorar a reflexão em torno de um eixo. As figuras 41 a 44 mostram as atividades para encontrar o eixo de simetria.

**Figura 41 - Valores simétricos**

Nas atividades anteriores você explorou o que acontece quando somamos ou subtraímos um valor a uma função conhecida. Você pode ver que quando somamos um valor a uma função conhecida deslocamos seu gráfico para cima e quando subtraímos um valor a uma função conhecida deslocamos seu gráfico para baixo.

Vamos ver o que acontece quando multiplicamos uma função conhecida por  $-1$ . No visualizador abaixo podemos ver duas funções  $f(x) = \frac{x^3}{2}$  e a função  $g(x) = -\frac{x^3}{2}$  que é a função  $f(x)$  multiplicada por  $-1$



Concluído

Internet 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 42 - Alternativas da questão**

Movendo o ponto A no visualizador observe as imagens de vários pontos das funções  $f(x) = \frac{x^3}{2}$  e  $g(x) = -\frac{x^3}{2}$ . Qual a relação entre os valores dessas imagens correspondentes?

As imagens tem mesmo valor

As imagens tem valores opostos

As imagens tem mesmo sinal

As imagens tem valores inversos.

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 43 - Eixo de simetria**

Você percebeu que as imagens correspondentes tem valores opostos.

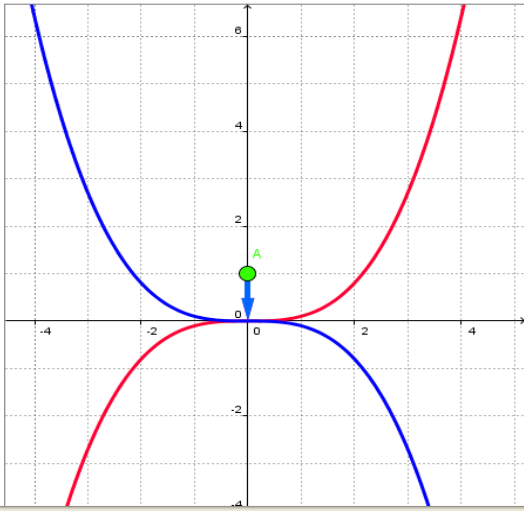
Através do próximo visualizador vamos localizar a reta horizontal que funciona como eixo de simetria dos gráficos das funções  $f(x)$  e  $-f(x)$ . Lembre-se que, em relação ao eixo de simetria, os pontos do gráfico devem ser equidistantes e terem valores opostos. Para encontrar o eixo de simetria movimente o ponto A no plano cartesiano. Se quiser pode seguir os passos abaixo:

Coloque inicialmente o ponto A, na posição (-2,3), o que acontece com os "vetores" azul e vermelho?

Continue movimentando o ponto A e coloque-o na posição (0,2), o que aconteceu com os vetores?

Procure então a posição (3,1) e verifique o que acontece com os vetores que indicam os pontos dos gráficos.

Posicione agora, A no ponto (3,0), o que aconteceu? Você pode continuar movimentando o ponto A, até poder responder a questão abaixo.



Concluído

Internet 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 44 - Alternativas para eixo de simetria**

Indique o eixo horizontal de simetria dos gráficos.

Reta  $x=1$

Reta  $y=0$

reta  $y=x$

Reta  $y=1$

Reta  $x=0$

Fonte: Elaborada pelo autor

Nas atividades seguintes, o aluno é convidado a compor as ações estudadas, ou seja, refletir e deslocar o gráfico da função apresentada, as figuras 45 a 48 ilustram estas atividades.

**Figura 45 - Ações para obter uma função a partir de outras mais simples**

Isso mesmo, quando multiplicamos uma função  $f(x)$  por  $-1$  refletimos essa função em torno do eixo  $x$ , isto é, a reta  $y = 0$  é o eixo de simetria das funções  $f(x)$  e  $-f(x)$ .

Os exercícios anteriores permitiram que você percebesse que alguns gráficos podem ser construídos à partir de gráficos mais simples, apenas efetuando-se algumas ações:

- deslocando-o tantas unidades para cima ou para baixo conforme somamos ou subtraímos esse valor à função .
- refletindo a função em torno do eixo  $x$  sempre que for multiplicada por  $-1$  .

Nesta atividade você deve associar as funções abaixo com as ações que você precisaria realizar para construir seu gráfico.

a)  $m(x) = -9 - x^2$

b)  $h(x) = 9 - x^2$

c)  $g(x) = x^2 - 9$

d)  $f(x) = x^2 + 9$

refletir a função  $y = x^2$  sobre o eixo  $x$  e deslocar 9 unidades para baixo : Escolher...

refletir a função  $y = x^2$  sobre o eixo  $x$  e deslocar 9 unidades para cima : Escolher...

Deslocar a função  $y = x^2$ , 9 unidades para baixo : Escolher...

Deslocar a função  $y = x^2$ , 9 unidades para cima : Escolher...

Salvar os pares associados acima

Documentação de Moodle relativa a esta

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

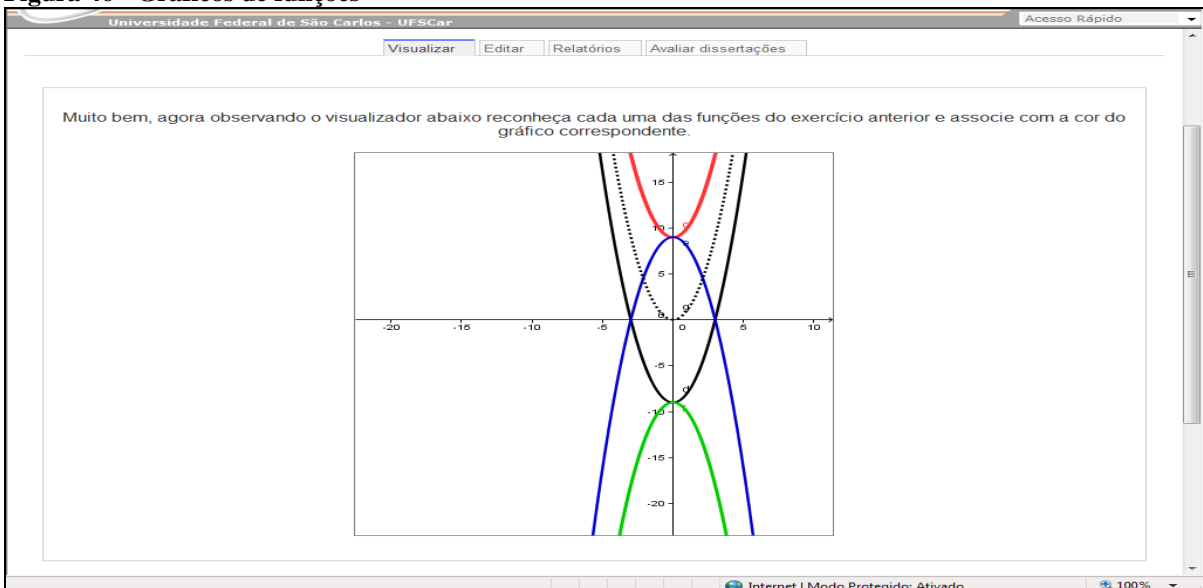
Concluído

Internet

100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 46 - Gráficos de funções**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 47 - Associação dos gráficos**

$h(x) = 9 - x^2$ :	Gráfico verde
$m(x) = -9 - x^2$ :	Escolher...
$f(x) = x^2 + 9$ :	Gráfico verde
	Gráfico vermelho
	Gráfico azul
	Gráfico preto
	Escolher...
$g(x) = x^2 - 9$ :	Escolher...

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 48 - Funções trigonométricas**

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar

Muito Bem! Parece que você entendeu!!!

Essa agora vai ficar fácil.

Observe o visualizador abaixo e associe os gráficos às funções correspondentes. Se você precisar mova o ponto A sobre o gráfico e depois responda:

$f(x) = \cos x$ :	Escolher...
$f(x) = 5 + \cos x$ :	Escolher...
$f(x) = -3 + \cos x$ :	Escolher...

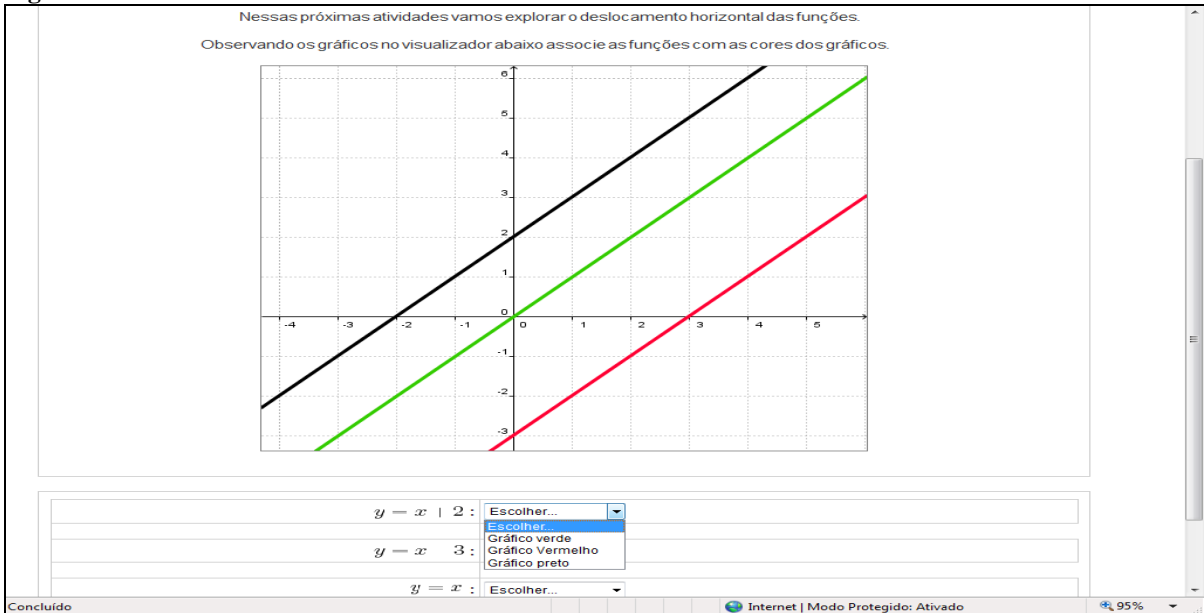
Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.3. Lição: situação de aprendizagem sobre deslocamento horizontal

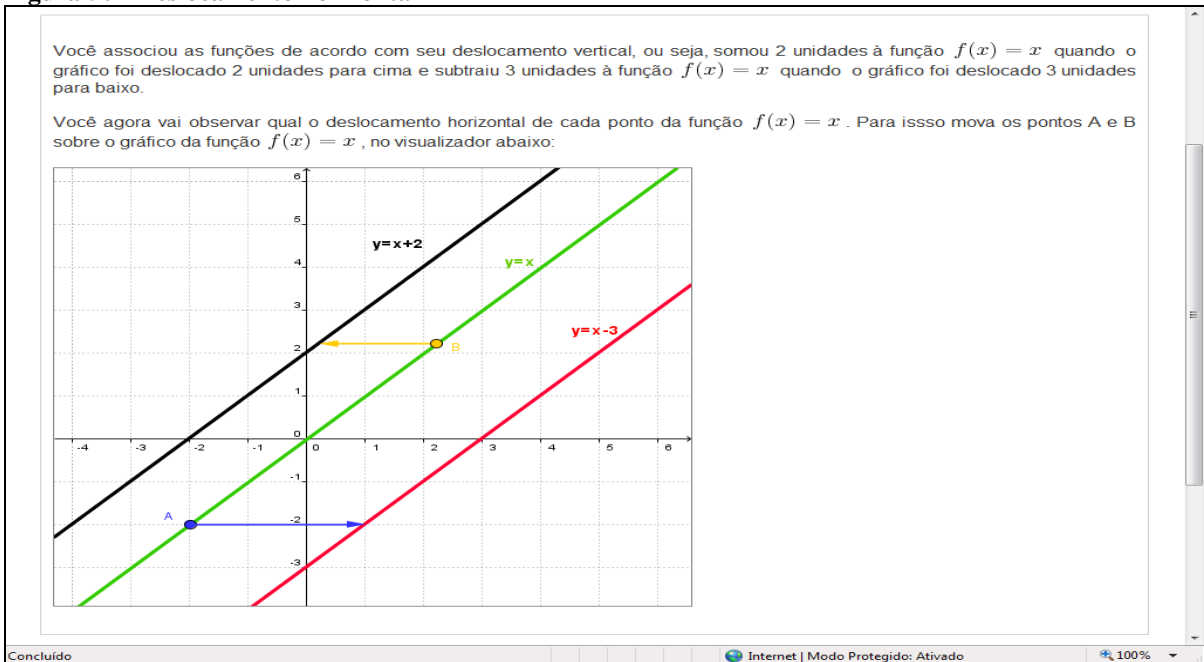
Nestas atividades começamos explorando o deslocamento vertical já trabalhado nas atividades anteriores e passamos a explorar o deslocamento horizontal quando a operação é realizada no argumento das funções. As figuras 49 a 57 apresentam atividades e visualizadores sobre o tema.

**Figura 49 - Deslocamento horizontal**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 50 - Deslocamento horizontal**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 51 - Alternativas para deslocamento horizontal**

- O deslocamento depende do ponto da função  $f(x) = x$
- A função  $f(x) = x - 3$  apresenta um deslocamento de 3 unidades à direita em relação à função  $f(x) = x$  e a função  $f(x) = x + 2$  apresenta um deslocamento de 2 unidades à esquerda em relação à função  $f(x) = x$
- A função  $f(x) = x - 3$  apresenta um deslocamento de 3 unidades à esquerda em relação à função  $f(x) = x$  e a função  $f(x) = x + 2$  apresenta um deslocamento de 2 unidades à direita em relação à função  $f(x) = x$

Fonte: Elaborada pelo autor



A atividade seguinte continua explorando o deslocamento horizontal de uma função associado a propriedades geométricas.

**Figura 52 - Outros deslocamentos horizontais**

Você acertou mais uma!

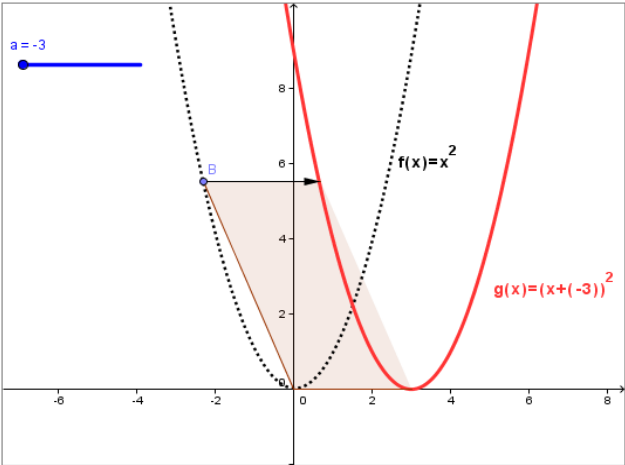
Quando comparamos as funções  $f(x) = x$  e  $f(x) = x - 3$  podemos perceber que a segunda função sofreu um deslocamento de 3 unidades para direita em relação a primeira.

Quando comparamos as funções  $f(x) = x$  e  $f(x) = x + 2$  podemos ver que a segunda função sofreu um deslocamento de 2 unidades para a esquerda em relação a primeira.

Vamos agora analisar o que acontece com a função  $y = (x - 3)^2$ .

No visualizador abaixo você pode mover o seletor de  $a$  e observar o deslocamento da função  $f(x) = x^2$ .

Posicione então, o valor de  $a = -3$ , e mova o ponto B até a origem da função  $f(x) = x^2$  e responda qual o vértice da nova função obtida.



Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 53 - Alternativas da questão**

<input type="radio"/>	(0,-3)
<input type="radio"/>	(0,3)
<input type="radio"/>	(-3,0)
<input type="radio"/>	(3,0)

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 54 - Deslocamento horizontal**

Você está no caminho certo.

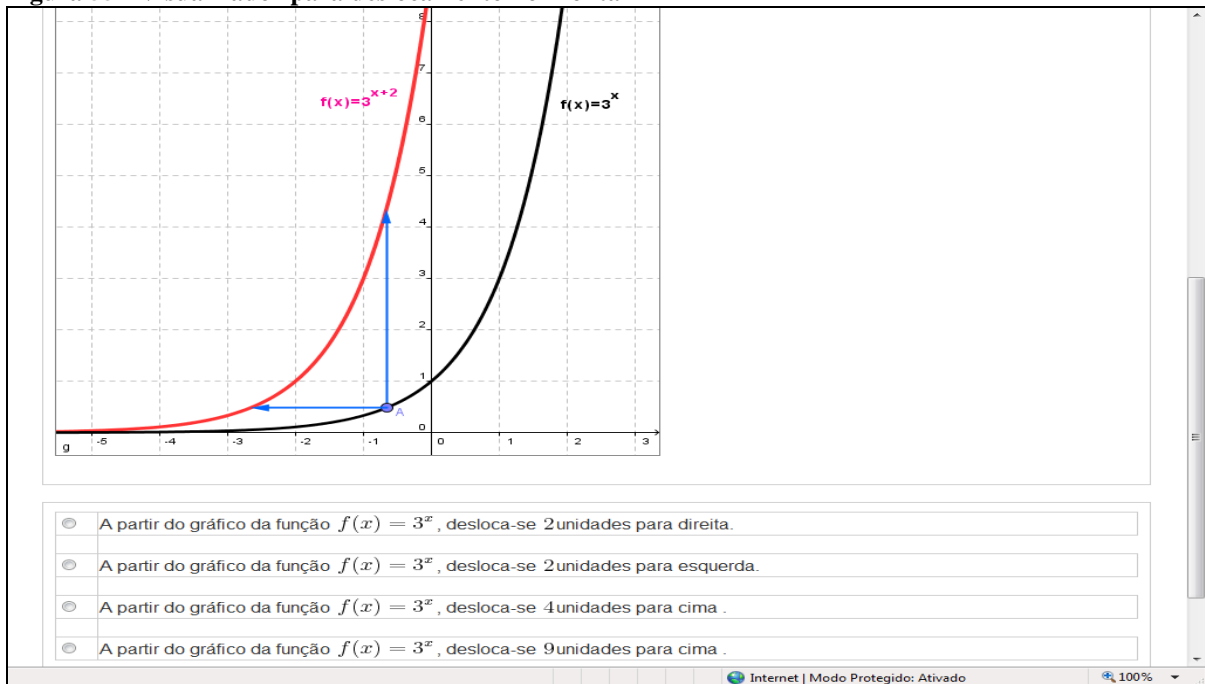
Observou que o vértice da parábola, assim como todos os outros pontos da função  $f(x) = x^2$  sofreram um deslocamento de 3 unidades para direita, obtendo assim o gráfico da função  $f(x) = (x - 3)^2$ .

Usando o que você aprendeu na atividade anterior e o visualizador abaixo, responda como encontrar o gráfico da função  $f(x) = 3^{(x+2)}$  a partir do gráfico de  $f(x) = 3^x$ . Note que essa nova função, corresponde a adicionar 2 a variável  $x$  para depois efetuar a potência.

Mova o ponto A sobre o gráfico e observe o que acontece com os vetores antes de responder!

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 55 - Visualizador para deslocamento horizontal**



Fonte: Elaborada pelo autor

A atividade seguinte combina duas ações e permite a realização das mesmas no visualizador em anexo.

**Figura 56 - Combinações de deslocamento**

Muito bem . Continue assim.

Vamos agora combinar mais de uma ação para encontrar o gráfico da função  $f(x) = 4 + \log_2(x - 5)$ .

Clique [aqui](#) para abrir um visualizador com os gráficos das funções:  $f(x) = \log_2(x)$  e  $f(x) = 4 + \log_2(x - 5)$ .

Movimentando o ponto  $B$ , você movimenta todos os demais pontos do gráfico de  $f(x) = \log_2(x)$ , experimente!

Posicione agora, o ponto  $B$  sobre o gráfico de  $f(x) = 4 + \log_2(x - 5)$  até fazê-los coincidir. Conseguiu? Movimente o ponto  $B$  sobre o gráfico até encontrar o ponto exato.

Observe agora o ponto  $A$  original e a nova posição do ponto  $B$ .

Assinale qual a sequência de ações o ponto  $B$  sofreu para obter o gráfico pedido, em consequência todos os demais pontos.

Desloca 4 unidades para cima e depois 5 unidades para direita.

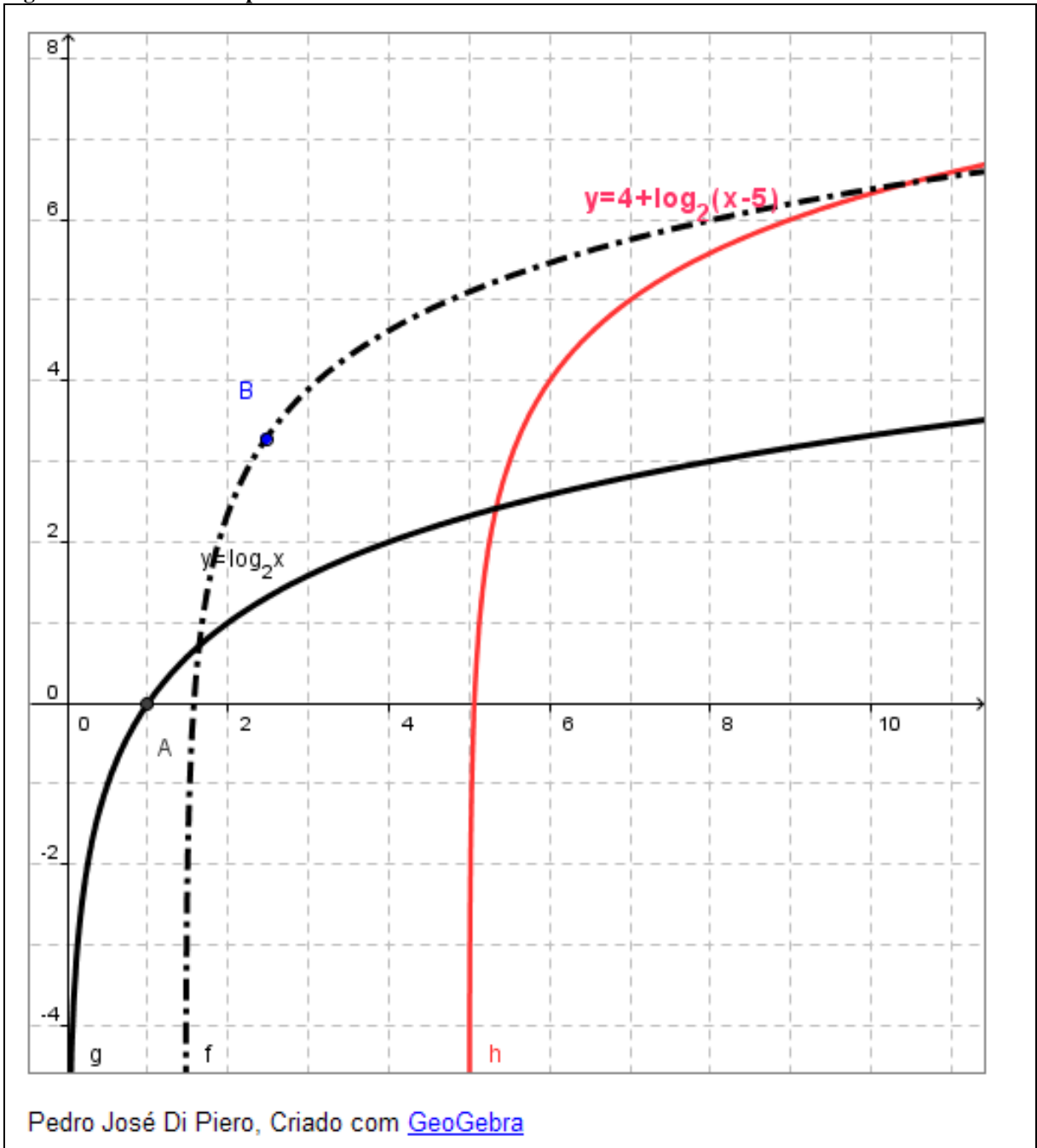
Desloca 5 unidades para direita e depois 4 unidades para cima

Desloca 5 unidades para esquerda e depois 4 unidades para cima

Desloca 4 unidades para cima e depois 5 unidades para a esquerda.

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 57 - Visualizador para deslocamento simultâneo: horizontal/vertical



Fonte: Elaborada pelo autor

A ideia das atividades seguintes envolve o inverso multiplicativo de algumas funções. Apresentando estas funções aos alunos, os visualizadores permitem que se faça a manipulação de alguns pontos, para que o aluno possa generalizar para os demais. Desta forma, espera-se que ele crie a noção do que acontece com o gráfico todo e não apenas a construção ponto a ponto tradicional. Nas figuras 58 a 61 situações sobre o inverso multiplicativo.

Figura 58 - Determinação do inverso multiplicativo de uma função

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar Acesso Rápido

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► Situação de aprendizagem (horizontal)- Tópico 2 Atualizar Lição

Editar o conteúdo desta página

### Situação de aprendizagem (horizontal)- Tópico 2

Visualizar | Editar | Relatórios | Avaliar dissertações

Avaliar dissertações

Muito bem, você acertou novamente!

Vamos agora construir o gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$  a partir do gráfico da função  $y = x^2$ .

Utilizando o seletor para  $k$ , posicione-o no valor 1 e assim obterá o gráfico da função  $f(x) = x^2 + 1$ . O gráfico de  $y = x^2$  foi deslocado 1 unidade para cima na direção do eixo  $y$ . (Isso você já sabia, não é?)

Para finalizar o gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ , você precisará achar o inverso que alguns pontos da função  $y = x^2 + 1$ .

**É importante notar que:**

- Os números: 2 e  $\frac{1}{2}$ , 3 e  $\frac{1}{3}$  são inversos;
- no ponto onde  $x = 0$ ,  $x^2 + 1$  vale 1 e o inverso de  $x^2 + 1$  é igual a 1;
- em todos os outros pontos,  $x^2 + 1$  é positivo e maior que 1, logo, seu inverso é positivo e menor que 1;
- assim, o gráfico de  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$  situa-se sempre acima do eixo  $x$ , aproximando-se mais e mais dele, à medida que o valor de  $x$  aumenta, pois quanto maior for o valor de  $x^2 + 1$ , menor será o valor de seu inverso.

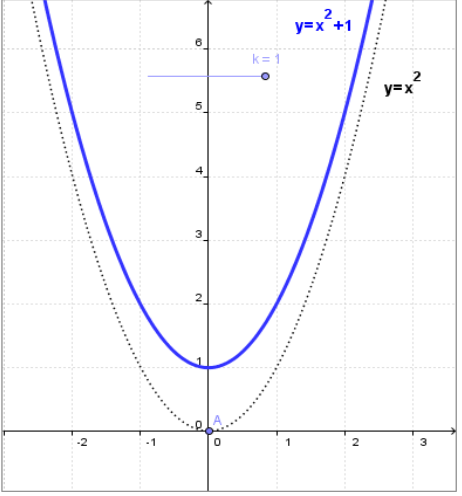
Comece então movendo pela ordem os pontos D,E,F,G até os seus inversos e obtenha assim o gráfico pedido que é o gráfico vermelho.

<http://hypatia.dm.ufscar.br/moodle/m/mod/lesson/essay.php?id=2267> Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 59 - Inverso multiplicativo de funções

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar Acesso Rápido



Após a realização de todos esses passos aparecerá uma senha que você precisará digitar abaixo para partir para a última atividade dessa lição.

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#) Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

PPGECE-500056 Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 60 - Inverso multiplicativo de uma função

**Situação de aprendizagem (horizontal)- Tópico 2** ?

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Parabéns, você chegou na última atividade dessa lição. Espero que você tenha gostado do que aprendeu.

Nesta atividade, vamos construir o gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{x}$  à partir da função  $y = x$ .

**É importante notar que:**

- quando  $x = 0$  não existe o inverso de  $x$ , ou seja, a função  $f(x)$  não está definida;
- quanto mais próximo de 0 é o valor de  $x$ , maior é o valor absoluto do inverso de  $x$ , sendo que os valores de  $x$  positivos têm inversos positivos, e valores de  $x$  negativos têm inversos negativos;
- quanto maior é o valor absoluto de  $x$ , tanto positivo quanto negativo, mais próximo de 0 é o inverso de  $x$ , sendo o sinal de  $x$  sempre igual ao sinal de seu inverso.

Assim como na atividade anterior você deverá arrastar os pontos em ordem alfabética até encontrar o inverso de cada ponto e assim obterá o gráfico procurado. Mas note que na função  $y = x$ , existe um ponto que não tem inverso.

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 61 - Visualizador da função  $f(x) = 1/x$

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar Acesso Rápido

Após visualizar o gráfico, digite o número que não possui inverso para finalizar sua lição.

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

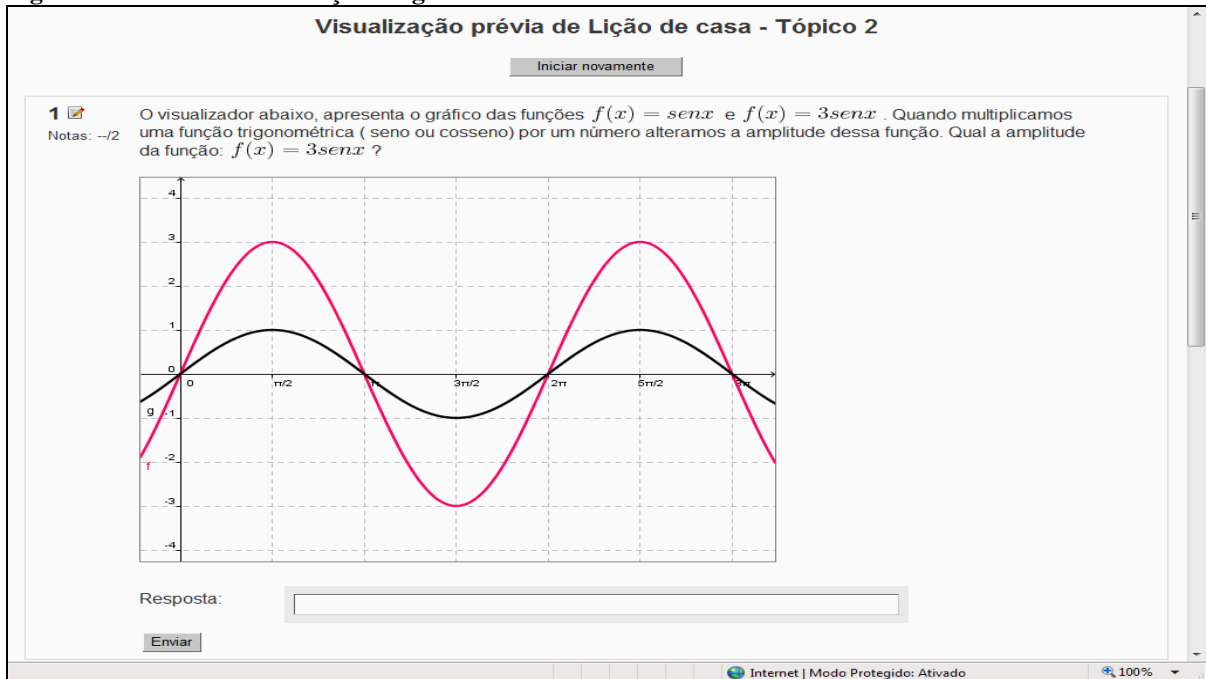
Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 2.4. Questionário: lição de casa

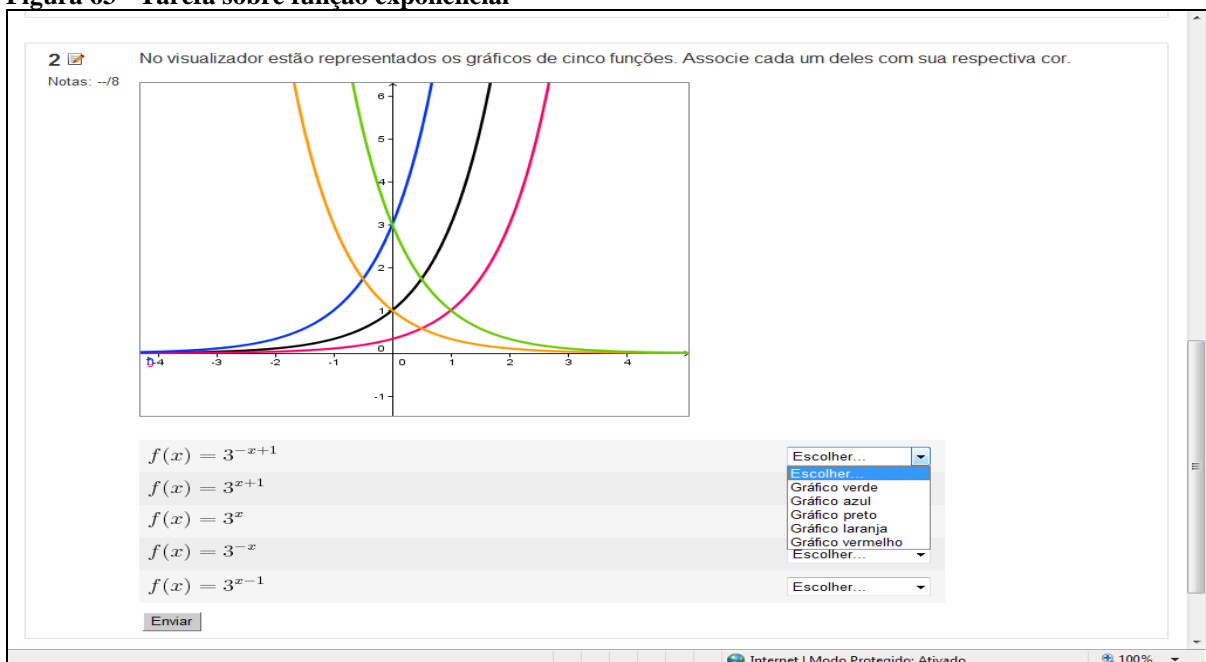
Questionário para reforçar as ideias das transformações. Lição bem simples para completar as atividades propostas no Caderno do aluno. As figuras 62 e 63 apresentam essas tarefas.

**Figura 62 - Tarefa sobre funções trigonométricas**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 63 - Tarefa sobre função exponencial**



Fonte: Elaborada pelo autor

## 2.5. Tarefa: O que eu aprendi

Espaço para que o aluno expresse suas ideias e, principalmente, se as competências e habilidades foram contempladas na situação de aprendizagem proposta. A figura seguinte mostra a tela sobre a avaliação da situação de aprendizagem.

**Figura 64 - Envio de arquivo sobre a aprendizagem deste tópico**

**MOODLE**  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE > PPGECE-500056 > Tarefas > O que eu aprendi - Tópico 2 Atualizar Tarefa

Ver 1 tarefas enviadas

Neste tópico esperamos que você tenha entendido algumas transformações sofridas pelas funções, tais como: deslocamentos verticais para cima e para baixo, deslocamentos horizontais para direita e para esquerda e inversão de sentido. Descreva em um texto de no mínimo 10 linhas quando ocorrem essas principais transformações.

Disponível a partir de: Monday, 12 July 2010, 10:10  
Data de entrega: Monday, 19 July 2010, 10:10

Você ainda não enviou nada

Editar o documento enviado

Documentação de Moodle relativa a esta página PPGECE-500056 Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3 - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3 - AS TRÊS FORMAS BÁSICAS DE CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO: A VARIAÇÃO E A VARIAÇÃO DA VARIAÇÃO

As atividades seguintes procuram qualificar o crescimento ou decréscimo de uma função através da taxa de variação, pois sabemos que ele não ocorre sempre da mesma forma. O uso dos visualizadores pode auxiliar na formação dos conceitos envolvidos. A figura 65 mostra a tela de apresentação da situação de aprendizagem.

#### 3.1. Introdução

Figura 65 - Apresentação da situação de aprendizagem

The screenshot displays a web-based learning environment. On the left, there is a sidebar with several sections: 'Cancelar a minha inscrição no curso PPGECE-500056' with a 'Perfil' link; 'Usuários Online' showing 'Pedro José Di Piero 500056' (últimos 5 minutos); 'Participantes' with a 'Participantes' link; 'Atividades' listing 'Fóruns', 'Lições', 'Questionários', 'Recursos', and 'Tarefas'; and 'Meus cursos' listing 'História das Ciências Exatas e da Natureza', 'PPGECE - Anderson Fabrício Mendes', 'PPGECE - Luiz Alfredo Dealis Bilhéu', 'PPGECE - Maiko Willian Coutinho', 'PPGECE - Pedro José Di Piero', and 'Tecnologias da Informação para o Ensino de Ciências e Matemática'. The main content area is titled '3 As formas básicas de crescimento e decréscimo' and contains the following text:

*Será que as funções crescem ou decrescem sempre da mesma maneira?*

Neste tópico, o ambiente aborda a terceira situação de aprendizagem do caderno do aluno, correspondente as páginas 20 a 33. Vamos aqui, procurar ir além da constatação do crescimento ou do decréscimo das funções, caracterizando sua rapidez por meio da taxa de variação, ou seja, de quanto a função aumenta ou diminui após a variação de uma unidade em sua variável.

A primeira lição está em forma de desafio, e você terá apenas uma oportunidade de realização. A segunda lição desse tópico apresenta as formas de crescimento e decréscimo e permitirá a você conferir suas respostas do desafio inicial. O questionário apresenta algumas aplicações dos conceitos apresentados.

Bom estudo!!!

- desafio inicial
- situação de aprendizagem- formas de crescimento/decréscimo
- lição de casa - Tópico 3
- lição de casa 2- Tópico 3
- O que eu aprendi - Tópico 3

At the bottom of the main content area, there is a dropdown menu labeled 'Seguir para...'. The browser's status bar at the very bottom shows 'Concluído', 'Internet | Modo Protegido: Ativado', and '100%'.

Fonte: Elaborada pelo autor



### 3.2. Desafio inicial

Esta atividade procura identificar qual a percepção dos alunos sobre as formas de crescimento e decrescimento das funções em um contexto. No ambiente, a realização do desafio só permite uma tentativa, sem uma preocupação inicial com o resultado, pois os conceitos serão trabalhados de maneira formal ao longo da atividade. As figuras 66 a 70 apresentam o desafio sobre crescimento e decrescimento de funções.

**Figura 66 - Desafio sobre crescimento e decrescimento**

The screenshot shows a Moodle course page. At the top, the Moodle logo and 'AMBIENTE DE APRENDIZAGEM' are visible. The breadcrumb trail reads 'MOODLE > PPGECE-500056 > Lições > desafio inicial'. There are buttons for 'Atualizar Lição' and 'Editar o conteúdo desta página'. Below the breadcrumb, the page title 'desafio inicial' is centered, with a help icon. A navigation bar contains 'Visualizar', 'Editar', 'Relatórios', and 'Avaliar dissertações'. A message states: 'Para testar a pontuação corrente é necessário fazer o login como estudante.' The main content area is titled 'Desafio' and contains the following text: 'Nesse desafio vamos responder à atividade da página 22 do seu caderno de exercícios. Nesta atividade são apresentados vários gráficos de funções que representam o preço médio  $P$ , em função do tempo  $t$ , dos alimentos de uma mesma cesta básica em diferentes países ao longo do ano passado. Você deverá responder as perguntas colocadas com base na sua interpretação dos gráficos. Não tenho medo de errar, pois este desafio não será considerado na avaliação. Porém é muito importante que você responda com sinceridade. Vamos começar, então?' A 'Continuar' button is at the bottom of the challenge box. The footer includes a link to Moodle documentation, the course ID 'PPGECE-500056', and a note about the theme: 'MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.' The user is logged in as 'Pedro José Di Piero 500056 (Sair)'. The browser status bar at the bottom shows 'Internet | Modo Protegido: Ativado' and a zoom level of 100%.

Fonte: Elaborada pelo autor

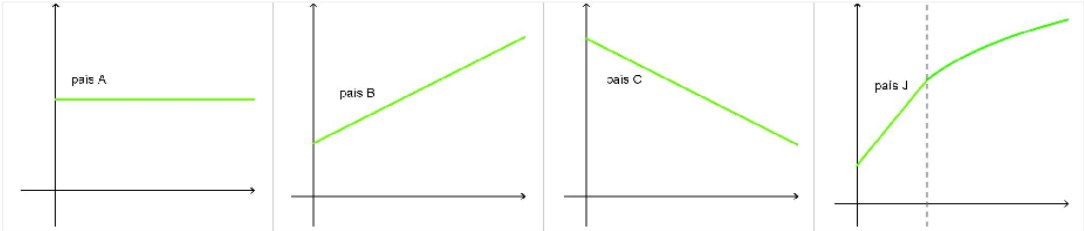
**Figura 67 - Opções do desafio**

Para testar a pontuação corrente é necessário fazer o login como estudante.

Lembre-se que os gráficos representam o preço médio  $P$  em função do tempo  $t$  dos alimentos de uma mesma cesta básica em diferentes países, ao longo do ano passado.

Analisando esses gráficos, é possível identificar o país em que o preço da cesta básica ficou estabilizado ao longo do ano.

Qual foi esse país?



Pais J  
 País A  
 País C  
 País B

Salvar a resposta selecionada

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#)
Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

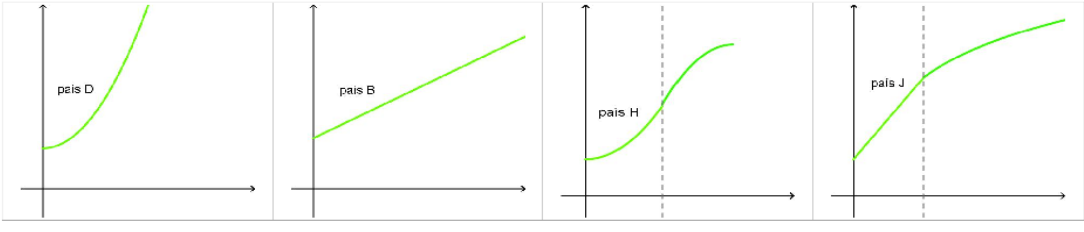
**Figura 68 - Opções do desafio**

Lembre-se que os gráficos representam o preço médio  $P$ , em função do tempo  $t$ , dos alimentos de uma mesma cesta básica em diferentes países, ao longo do ano passado.

Nas próximas atividades vamos explorar um pouco situações onde ocorra realmente um crescimento ou decrescimento nas funções, e portanto seus gráficos não serão retas horizontais.

Analisando esses gráficos, é possível identificar o país em que os preços cresceram a uma taxa constante.

Qual foi esse país?



Pais B  
 País H  
 País J  
 País D

Salvar a resposta selecionada

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#)
Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

PPGCE-500056 Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

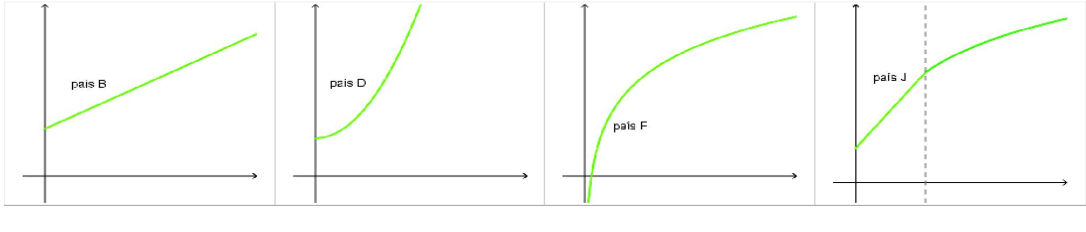
Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 69 - Opções do desafio**

Lembre-se que os gráficos representam o preço médio  $P$ , em função do tempo  $t$ , dos alimentos de uma mesma cesta básica em diferentes países, ao longo do ano passado.

Analisando esses gráficos, é possível identificar o país em que os preços cresceram a taxas crescentes ao longo do ano.

Qual foi esse país?



pais J  
 país D  
 País B  
 país F

Salvar a resposta selecionada

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#)
Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

[PPGECE-500056](#)  
 MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

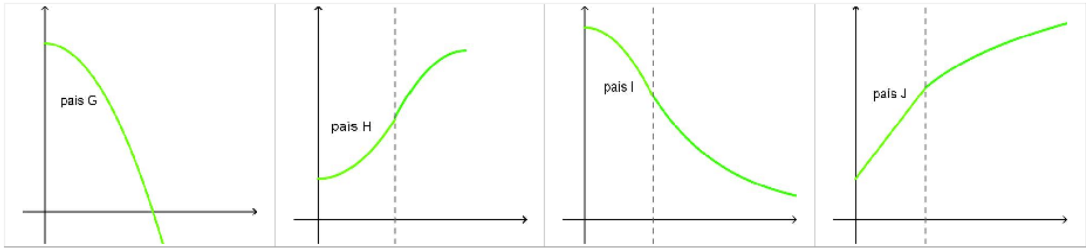
Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 70 - Opções do desafio**

Para testar a pontuação corrente é necessário fazer o login como estudante.

Para finalizar, lembrando que os gráficos representam o preço médio  $P$ , em função do tempo  $t$ , dos alimentos de uma mesma cesta básica em diferentes países, ao longo do ano passado.

Indique em qual país os preços inicialmente decresceram a taxas crescentes, depois decresceram a taxas decrescentes.



país J  
 país G  
 país I  
 país H

Salvar a resposta selecionada

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#)
Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

[PPGECE-500056](#)  
 MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3.3-Formas de crescimento/decrescimento

Após realizar o desafio inicial, os alunos são levados a formar a ideia de taxa de variação e reconhecer graficamente suas diferentes manifestações. Variações a taxas crescentes e decrescentes não são usualmente trabalhadas no Ensino Médio, mas os visualizadores permitem superar as dificuldades. As figuras 71 a 80 mostram os visualizadores e as telas das atividades sobre crescimento e decrescimento.

**Figura 71 - Função linear**

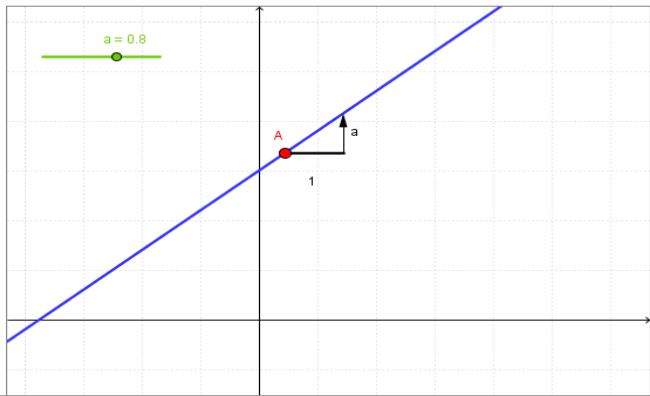
As funções de 1º grau, expressas na forma  $f(x) = ax + b$ , são sempre crescentes, decrescentes ou constante, dependendo do valor de  $a$ .

Na expressão  $f(x) = ax + b$ , o coeficiente  $a$  mede a variação em  $f(x)$  quando  $x$  aumenta de 1 unidade, ou seja, aumenta de  $x$  para  $x + 1$ . O valor de  $a$  é chamado de taxa de variação unitária de  $f(x)$  ou, somente, taxa de variação de  $f(x)$ .

No visualizador abaixo, é possível mudar os valores de  $a$  e observar o que acontece com a função, para isso você pode utilizar o seletor  $a$ . Basta clicar sobre o ponto do seletor e alterar esse valor. Experimente também arrastar o ponto  $A$  em destaque no gráfico de  $f(x) = ax + b$  para ver o que acontece.

Tente perceber quando a "flechinha" do  $a$  fica para cima e quando ela fica para baixo e quando ela muda de sentido. Note que o tamanho e o sentido dessa "flechinha" tem a ver com a diferença  $f(x + 1) - f(x)$ .

Selecione o valor  $a = 1$  e verifique o tamanho da "flechinha", movimentando o ponto  $A$  sobre a reta, procure posicionar esse ponto em valores inteiros, pois facilitará sua observação. Faça o mesmo para outros valores, por exemplo:  $a = 2$ ,  $a = -1$  e  $a = -2$ .



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 72 - Opções da função linear**

Para prosseguir faça corretamente à associação pedida, de acordo com os valores de  $a$ .

$a > 0$ :	Escolher... ▼
$a < 0$ :	Escolher... ▼
$a = 0$ :	Escolher... ▼

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 73 - Tipos de crescimento**

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► situação de aprendizagem- formas de crescimento/decrescimento

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**situação de aprendizagem- formas de crescimento/decrescimento**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Bom, na atividade anterior você associou o "comportamento" de uma função do tipo  $f(x) = ax + b$ , com os valores de  $a$ .

Vamos agora explorar outras funções que são crescentes.

*Será que o crescimento de uma função ocorre sempre da mesma forma?*

De maneira geral, dizemos que uma função  $f(x)$  é crescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: onde os valores de  $x$  crescem, então os correspondentes valores de  $f(x)$  também crescem.

No visualizador abaixo são apresentadas três formas distintas de crescimento de funções.

Movimente os pontos em destaque em cada uma das funções. Verifique o que acontece com a taxa de variação. Elas se comportam da mesma forma?

Observe esse comportamento da esquerda para direita, ou seja, o que acontece com a taxa de variação quando aumentamos os valores de  $x$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 74 - Visualizador para tipos de crescimento**

Associe agora com as situações abaixo.

taxas de variação decrescentes: Escolher...  
 Taxa de variação constante: Escolher...  
 Taxas de variação crescentes: Escolher...

Escolher...  
 Gráfico fica curvado para cima  
 Gráfico fica curvado para baixo.  
 Gráfico cresce linearmente

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 75 - Visualizador para tipos de decrescimento**

Na atividade anterior você pode perceber que quando uma função  $f(x)$  cresce a taxas crescentes, seu gráfico fica curvado para cima; quando ela cresce a taxas decrescentes, seu gráfico fica curvado para baixo e quando cresce a taxa constante seu gráfico é uma reta.

*Será que as funções decrescentes tem um comportamento parecido?*

Para ilustrar essa situação observe o visualizador a seguir: ele apresenta algumas formas de decrescimento de funções. Movimente os pontos em destaque em cada função observando a taxa de decrescimento de cada uma delas.

Vale lembrar que a taxa de variação é negativa, não é mesmo? Observe que as setas estão voltadas para baixo, mas os valores absolutos é que serão considerados.

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 76 - Opções de decrescimento**

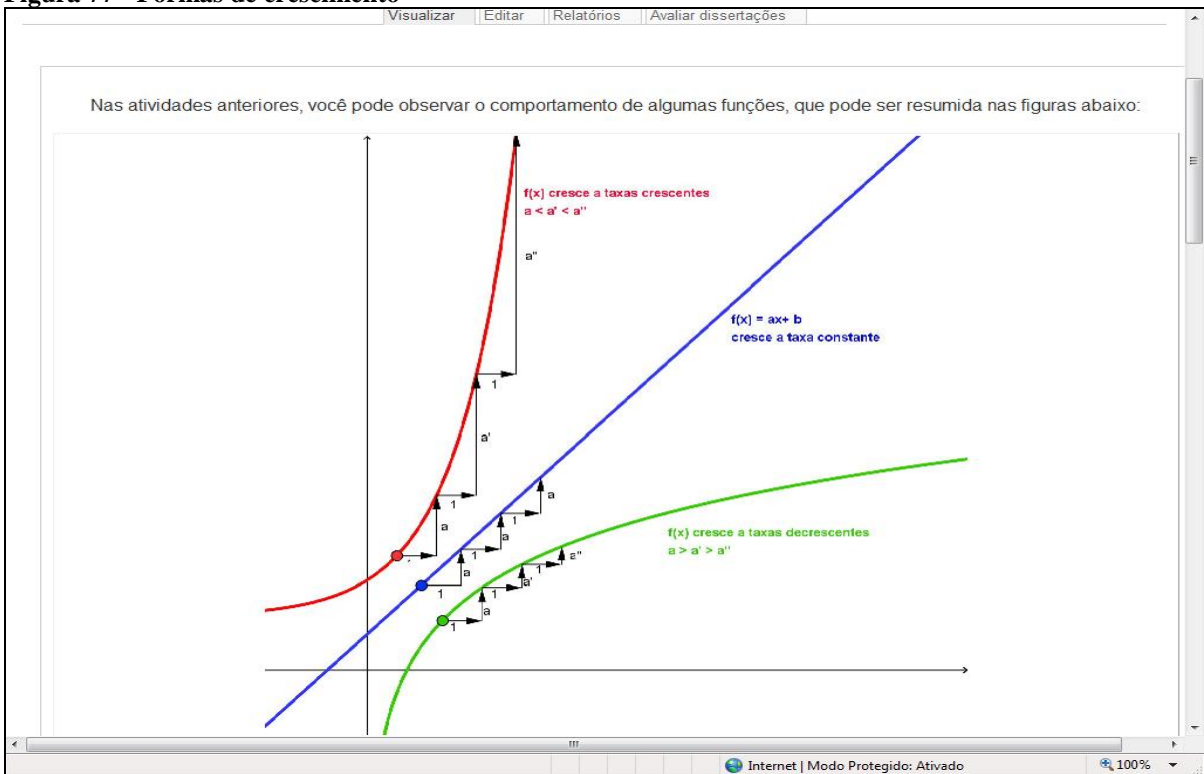
Após sua observação associe corretamente.

Taxa de variação constante:	Escolher...
Taxa de variação crescente em valor absoluto:	Escolher... Gráfico curvado para baixo Gráfico decresce linearmente Gráfico curvado para cima
Taxas de variação decrescentes em valor absoluto:	Escolher...

Fonte: Elaborada pelo autor

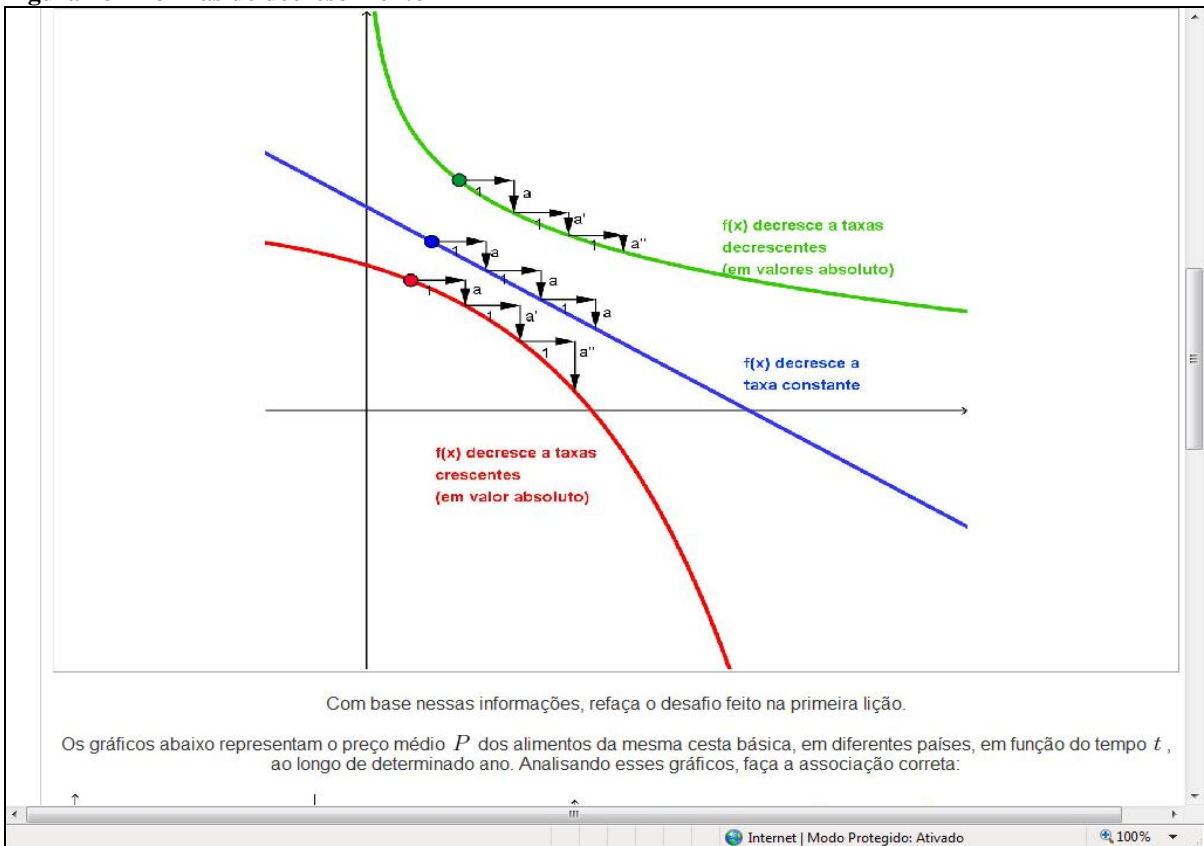
A atividade seguinte retoma o desafio inicial para que o aluno possa comparar seu conhecimento anterior baseado agora nas informações apresentadas durante as atividades.

**Figura 77 - Formas de crescimento**



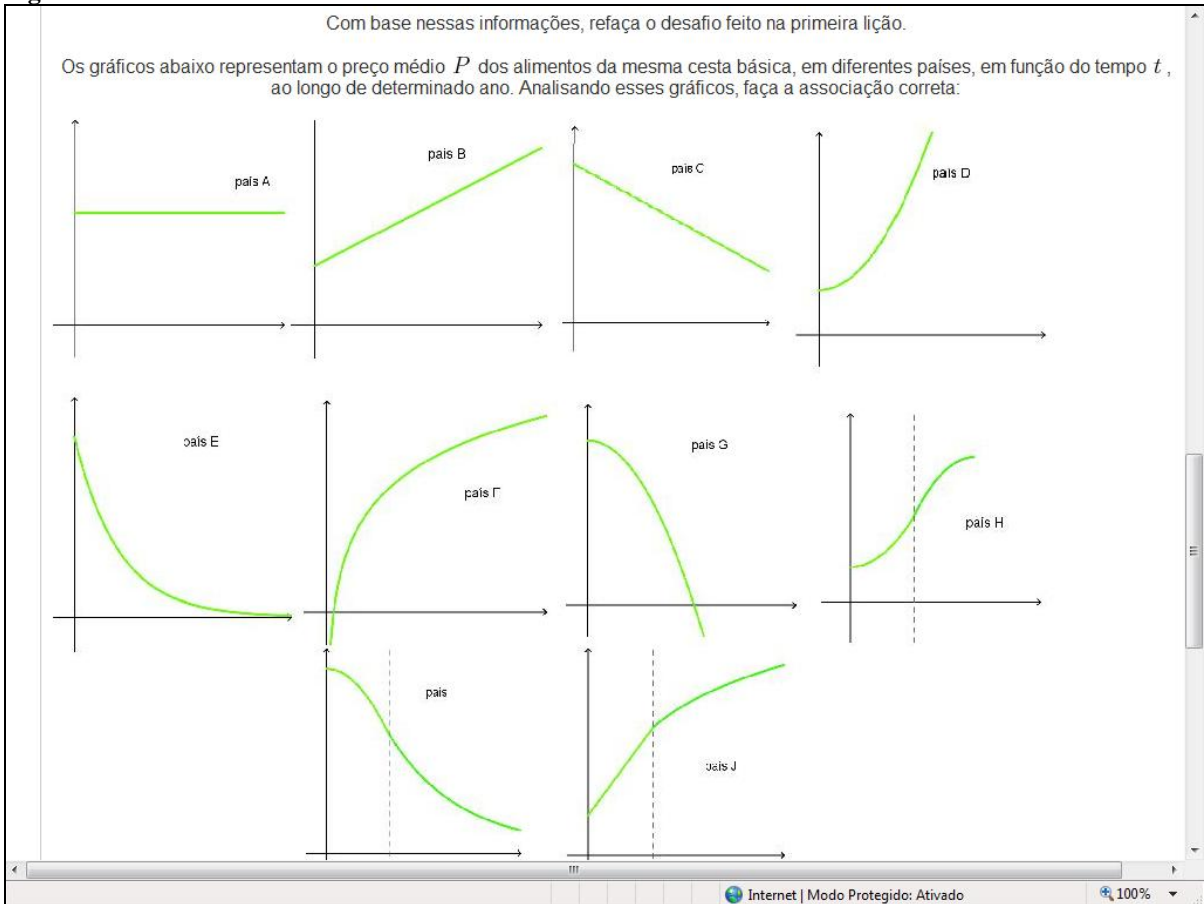
Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 78 - Formas de decrescimento**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 79 - Gráficos do desafio**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 80 - Opções para desafio**

Pais em que os preços estiveram estabilizados ao longo do ano::	Escolher...
Pais em que os preços cresceram à taxa constante::	Escolher...
Pais em que os preços cresceram a taxas crescentes:	Escolher...
Pais em que os preços decresceram à taxa constante:	Escolher...
Pais em que os preços cresceram a taxas decrescentes::	Escolher...
Pais em que os preços decresceram a taxas decrescentes::	Escolher...
Pais em que os preços inicialmente cresceram à taxa constante,e, posteriormente,cresceram a taxas decrescentes::	Escolher...
Pais em que os preços decresceram a taxas crescentes::	Escolher...
Pais em que os preços inicialmente cresceram a taxas crescentes,depois cresceram a taxas decrescentes::	Escolher...
Pais em que os preços inicialmente decresceram a taxas crescentes depois,decreceram a taxas decrescentes::	Escolher...

Fonte: Elaborada pelo autor



### 3.4. Lição de casa 1

Esta lição de casa procura explorar o fato de que um mesmo gráfico pode possuir trechos com comportamento distintos. A atividade explora também os intervalos onde a função assume valores positivos e negativos, auxiliando na resolução de inequações. As figuras 81 a 83 mostram tarefas de aplicações sobre os conceitos trabalhados.

**Figura 81 - Identificação do sinal de uma função**

1 No gráfico a seguir, assinale os intervalos nos quais a função  $f(x)$  é positiva.  
Notas: -/1

Escolha pelo menos uma resposta.

- $[x_1, x_2]$
- $[x_2, x_3]$
- $[x_3, x_4]$
- $[x_4, x_5]$
- $[x_5, x_6]$
- $[x_6, x_7]$
- $[x_7, x_8]$
- $[x_8, x_9]$

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 82 - Identificação do sinal de uma função**

2 No gráfico a seguir, assinale os intervalos nos quais a função  $f(x)$  é negativa.  
Notas: -/1

Escolha pelo menos uma resposta.

- $[x_1, x_2]$
- $[x_2, x_3]$
- $[x_3, x_4]$
- $[x_4, x_5]$
- $[x_5, x_6]$
- $[x_6, x_7]$
- $[x_7, x_8]$
- $[x_8, x_9]$

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Esta tarefa explora ainda os intervalos onde a função representada pelo gráfico é crescente ou decrescente e com que tipo de taxa ela ocorre: constante, a taxa crescente e a taxa decrescente. Entre as diversas questões terminamos com:

**Figura 83 - Intervalos onde a função decresce a taxa decrescente**

**11** No gráfico a seguir, assinale os intervalos nos quais a função  $f(x)$  decresce a taxas decrescentes.

Notas: -/1

Escolha pelo menos uma resposta.

- $[x_1, x_2]$
- $[x_2, x_3]$
- $[x_3, x_4]$
- $[x_4, x_5]$
- $[x_5, x_6]$
- $[x_6, x_7]$
- $[x_7, x_8]$
- $[x_8, x_9]$

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

As demais atividades desta lição seguem a mesma idéia, sendo omitidas aqui.

### 3.5. Lição de casa 2

Esta lição apresenta uma aplicação contextualizada de funções: lançamento vertical e algumas inequações que podem ser resolvidas graficamente. As figuras 84 a 86 mostram outras aplicações dos conceitos trabalhados na atividade.

**Figura 84 - Aplicações de funções no lançamento vertical**

**1**  
Notas: -/6

Quando uma pedra é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial  $40\text{m/s}$ , a partir de uma altura inicial de  $45\text{m}$ , ela sobe com velocidade cada vez menor, até atingir uma altura máxima em relação ao solo, quando momentaneamente para. A partir daí, ela desce cada vez mais rapidamente até chegar ao solo. Sabemos que, por causa da força de gravidade (peso), que age sobre a pedra, sua velocidade diminui a uma taxa constante de aproximadamente  $10\text{m/s}$  a cada segundo, no movimento de subida. Podemos descrever o movimento da pedra por meio de uma função de 1º grau, que representa sua velocidade, e de uma função de 2º grau, que representa sua altura em relação ao solo. Nesse caso, as funções que representam a velocidade e a altura são as seguintes:

$$v = 40 - 10t, \text{ com } v \text{ medido em m/s e } t \text{ em s.}$$

$$h = 45 + 40t - 5t^2$$

Qual o valor máximo de  $h(t)$ ?

Resposta:  metros. (digite somente o número)

Quanto tempo depois a pedra atinge o solo?

Resposta:  segundos. (digite somente um número)

Qual o valor de  $t$  quando a pedra voltar a passar pela posição inicial?

Resposta:  segundos. (digite somente um número)

Enviar

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 85 - Aplicação: resolução de inequações**

Página: (Anterior) 1 2 3 (Próximo)

**2**  
Notas: -/1

Considere o gráfico da função do 2º grau  $f(x) = (x - 5)(x + 1)$ , apresentado no visualizador abaixo.

Assinale o intervalo em que  $f(x) > 0$

Escolher uma resposta.

a.  $x < -1$  ou  $x > 5$

b.  $-1 < x < 5$

c.  $x > 5$

d.  $x > 0$

Enviar

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

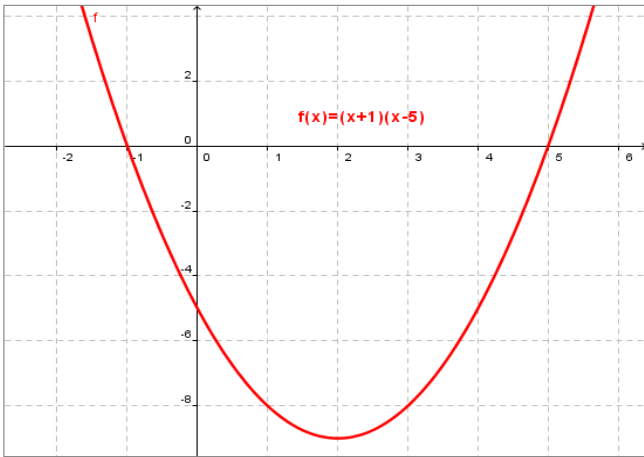
Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 86 - Aplicação: resolução de inequações**

Página: (Anterior) 1 2 3

**3** Considere o gráfico da função do 2º grau  $f(x) = (x - 5)(x + 1)$ , apresentado no visualizador abaixo.

Notas: -/1



Assinale o intervalo em que  $f(x) < 0$

Escolher uma resposta.

a.  $x > 5$

b.  $x < -1$  ou  $x > 5$

c.  $-1 < x < 5$

d.  $x < 0$

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3.6. O que eu aprendi

Seguindo a idéia das situações de aprendizagem anteriores, um espaço para que o aluno expresse suas impressões sobre o ambiente, as dificuldades e os avanços obtidos.

**Figura 87 - Envio de arquivo: O que eu aprendi**

MOODLE  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Tarefas ► O que eu aprendi - Tópico 3 Atualizar Tarefa

Ver 1 tarefas enviadas

Neste tópico esperamos que você seja capaz de reconhecer nos gráficos como ocorre o crescimento ou decrescimento das funções. Escreva um texto com no mínimo de 10 linhas, diferenciando os gráficos das funções de acordo com a forma de crescimento e decrescimento apresentado.

Disponível a partir de: Sunday, 18 July 2010, 21:05  
Data de entrega: Sunday, 25 July 2010, 21:05

Você ainda não enviou nada

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#) Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

PPGECE-500056  
MoOdalís-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 4 - SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4 - OS FENÔMENOS NATURAIS E O CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO EXPONENCIAL: O NÚMERO $e$

### 4.1. Introdução

A última situação de aprendizagem explora as propriedades das funções exponenciais e apresenta o número  $e$  em situações contextualizadas. O conteúdo, apesar de ser “estranho” aos alunos e professores do Ensino Médio, pode permitir “o descortinar de uma temática que desperta muito interesse dos alunos”, conforme descrito no Caderno do Professor(2010, p.37). A figura 88 mostra a tela de apresentação da quarta situação de aprendizagem.

**Figura 88 - Apresentação da situação de aprendizagem**

The screenshot shows a web browser window displaying a Moodle course page. The title of the page is "4 Os fenômenos naturais e o crescimento ou decrescimento exponencial: o número  $e$ ". The main content area contains the following text:

*Você se lembra do número  $\pi$  ? Agora você irá conhecer outro número irracional, isto é , o número  $e$  , conhecido como constante de Euler.*

Neste tópico, o ambiente aborda a quarta situação de aprendizagem do caderno do aluno, correspondente as páginas 35 a 46. Vamos aqui, procurar apresentar uma característica fundamental da função exponencial relativa ao crescimento e ao decrescimento ; o estudo da função exponencial de base  $e$  , com a exploração de suas características básicas, bem como da correspondente função logarítmica e além disso, vamos explorar o significado dos logaritmos naturais em diferentes contextos, pois com ele poderemos expressar e compreender uma série de fenômenos.

Bom trabalho!

Below the text, there is a list of activities and resources:

- exponencial
- licaocasa4
- número e
- Lição de casa-Tópico4
- Planilha Excel

The browser window also shows a sidebar with navigation options like "Fóruns", "Lições", "Questionários", "Recursos", and "Tarefas". The address bar shows the URL: <http://hypatia.dm.ufscar.br/moodle/course/view.php?id=58&topic=4>.

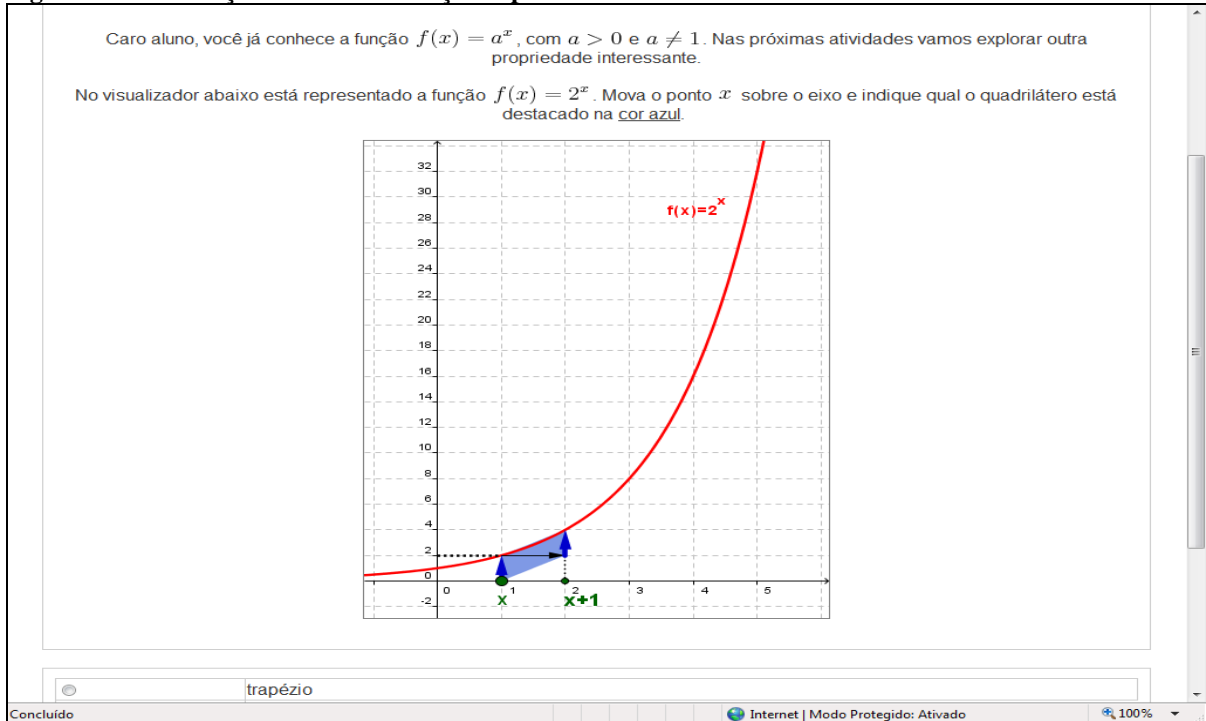
Fonte: Elaborada pelo autor

### 4.2. Lição exponencial

A lição a seguir explora a forma de expressar e compreender fenômenos envolvendo crescimento ou decrescimento exponencial, buscando contextualizar e destacar a taxa de

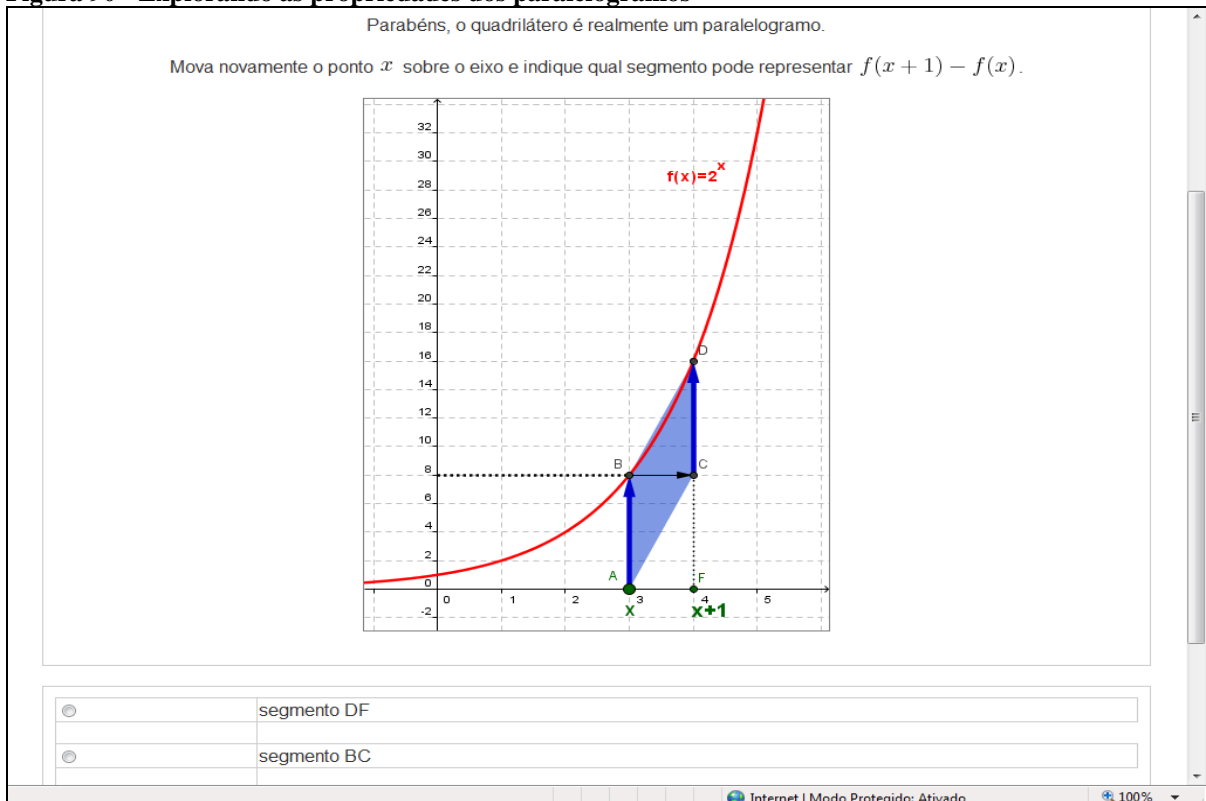
variação unitária, explorando mais uma vez as propriedades geométricas nos gráficos. Nas figuras 89 a 92 telas das atividades envolvendo exponencial.

**Figura 89 - A variação unitária da função exponencial**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 90 - Explorando as propriedades dos paralelogramos**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 91 - Ainda explorando as propriedades dos paralelogramos**

Que bom! Você acertou mais uma.

Agora lembrando que o quadrilátero ABDC é um paralelogramo e que o valor de  $f(x+1) - f(x)$  é o segmento CD, qual outro segmento do paralelogramo pode representar esse mesmo valor?

CF

AB

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 92 - A proporcionalidade**

Com as atividades que você acabou de realizar, pode-se observar que dada a função  $f(x) = 2^x$ , temos:  $f(x+1) - f(x) = f(x)$ , pois  $AB = CD$  no paralelogramo dado. Essa diferença entre  $f(x+1)$  e  $f(x)$  é chamada de taxa de variação unitária da função.

Podemos generalizar essa propriedade para as funções do tipo  $f(x) = a^x$ .

Vejamos:

Chamando de  $f_1(x) = f(x+1) - f(x)$ , a taxa de variação unitária temos:

$$f_1(x) = a^{x+1} - a^x$$

$$f_1(x) = a^x \cdot a - a^x$$

$$f_1(x) = a^x(a - 1)$$

$$f_1(x) = f(x)(a - 1), \text{ ou seja:}$$

a taxa de variação unitária  $f_1(x)$  é diretamente proporcional ao valor de  $f(x)$ , isto é,  $f_1(x) = (a - 1) \cdot f(x)$ .

No exemplo anterior, como  $a = 2$ , qual o valor da constante de proporcionalidade entre  $f_1(x)$  e  $f(x)$  ?

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

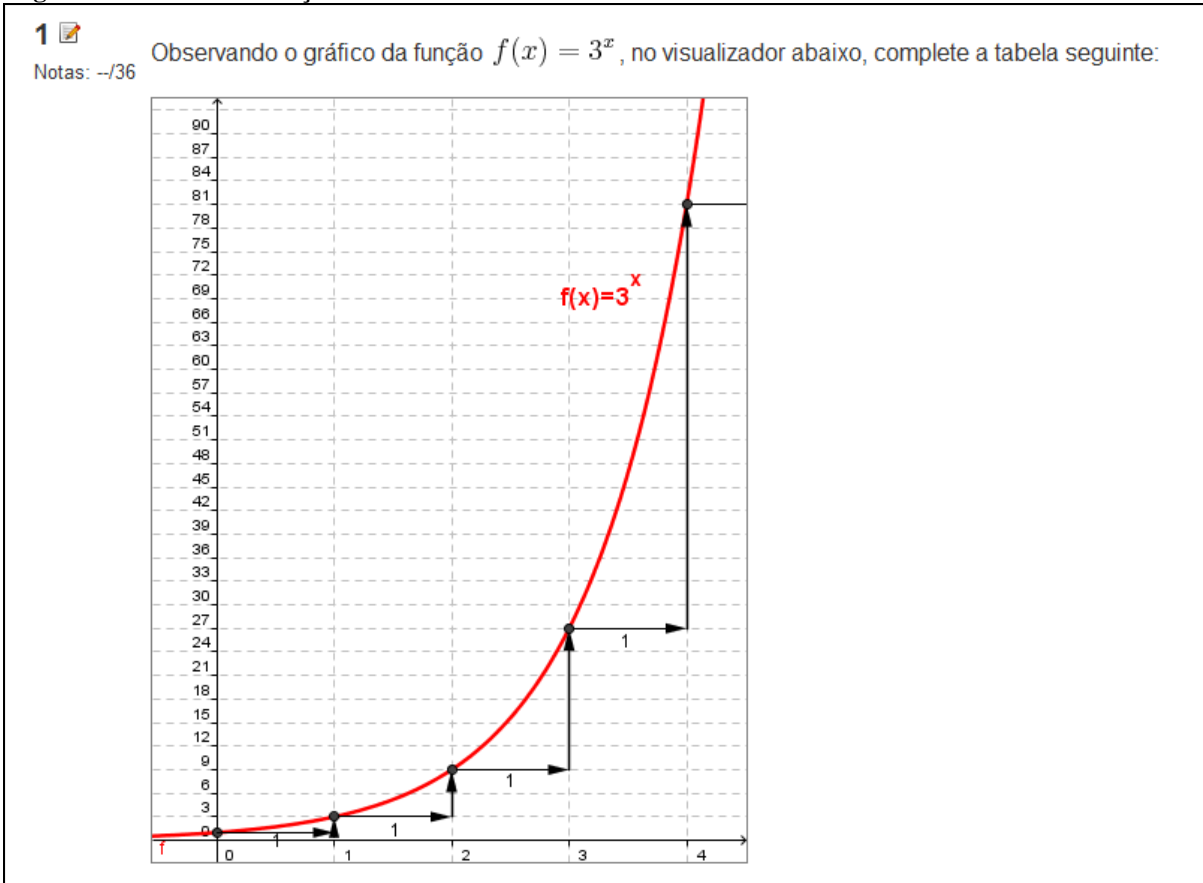
Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

### 4.3. Questionário - lição de casa

Nesta lição são verificados os conceitos apresentados nas tarefas anteriores e propostas algumas aplicações. Nas figuras 93 a 96 telas das aplicações de exponenciais.

**Figura 93 - Tarefa: Variação unitária**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 94 - Tabela sobre a variação unitária**

x	$3^x$	$f(x+1) - f(x)$
0	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	<input type="text"/>


Comparando os valores da segunda e terceira colunas, você pode perceber a relação entre  $f(x)$  e  $f(x+1) - f(x)$ , ou seja,  $f(x+1) - f(x)$  é igual a   $f(x)$

Fonte: Elaborada pelo autor



**Figura 95 - Aplicação da variação unitária**

Página: (Anterior) 1 2 3 (Próximo)

**2**  Uma população  $P$  de bactérias aumenta com uma rapidez que é diretamente proporcional ao seu valor em cada instante, ou seja, quanto maior é o valor de  $P$ , mais rapidamente a população aumenta. Partindo de um valor  $P_0 = 1000$ , observa-se que a população dobra a cada hora, ou seja, o valor de  $P$  pode ser expresso pela função:

$$P = f(t) = 1000 \cdot 2^t \text{ (t em horas)}$$

Lembrando que a taxa de variação unitária é dada por  $f'(x) = f(x+1) - f(x)$ , responda as questões abaixo.

1- Qual a taxa de variação unitária no instante  $t = 1h$

Resposta:  . (digite somente um número )

2- Qual a taxa de variação unitária no instante  $t = 2h$

Resposta:  . (digite somente um número )

3- O aumento no valor de  $P$  entre os instantes  $t = 6h$  e  $t = 7h$  é igual a  . (digite somente um número )

Página: (Anterior) 1 2 3 (Próximo)

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#) Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

PPGECE-500056  
MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 96 - Aplicação da variação unitária**

Info Resultados **Visualização prévia** Editar

**Visualização prévia de licaocasa4**

Página: (Anterior) 1 2 3

**3**  A população  $N$  de cães de certa região cresce exponencialmente de acordo com a expressão:

$$N = 600 \cdot 10^t \text{ , (t em décadas)}$$

1- Qual a taxa de variação unitária para  $t = 2$  décadas.

Resposta:  (digite só os números)

2- O aumento no valor de  $N$  entre os instantes  $t = 7$  e  $t = 8$  é igual a  vezes o valor da população para  $t = 7$ .

Página: (Anterior) 1 2 3

[Documentação de Moodle relativa a esta página](#) Você acessou como [Pedro José Di Piero 500056](#) (Sair)

PPGECE-500056  
MoOdalis-Tango-Theme sponsored by [sym.net](#) and based on the [Tango Desktop project](#).

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Concluído

Fonte: Elaborada pelo autor

#### 4.4. Lição: número e

O surgimento do número  $e$  é apresentado através do crescimento de uma população. As atividades seqüenciais levam a identificação e o aparecimento da constante de Euler. As figuras 97 a 103 mostram as atividades sobre o aparecimento do número  $e$ .

Figura 97 - O Aparecimento do número e

**MOODLE**  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► número e

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**número e**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

*Fenômenos naturais e crescimento exponencial- O aparecimento do número  $e$*

Quando se estuda o crescimento de uma população, seja de seres humanos, seja de animais, consideram-se as taxas percentuais de crescimento ou decrescimento. Quando se diz, por exemplo, que certa população  $N$  cresce a uma taxa de 20% ao ano, tal afirmação significa que, considerando  $N$  uma função do tempo  $t$  em anos, a taxa de variação unitária, ou seja, o aumento de  $N$  por unidade de  $t$  é igual a  $0,20N$ . O aumento de  $N$  por ano é, portanto, diretamente proporcional ao valor de  $N$ , ou seja,  $N$  deve ser uma função exponencial do tempo  $t$  em anos.

Para descobrir qual é a base dessa função exponencial, vamos examinar o significado do crescimento populacional em situações concretas.

O que significaria, então, dizer que o valor de  $N$  aumenta de 20% em um ano?

Certamente não seria o caso de imaginar que a população ficaria constante ao longo do ano, aumentando em 20% tão logo se inicie a ano seguinte. Na verdade, uma pressuposição mais razoável, mais natural em todos os sentidos, é a de que o crescimento anunciado distribui-se uniformemente ao longo do ano.

É justamente quando se tenta descrever matematicamente tal distribuição que surge o número  $e$ .

Realize as lições seguintes para acompanhar o raciocínio e compreender o surgimento do número  $e$ .

Continuar

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Concluído

Internet | Modo Protegido: Ativado

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 98 - Crescimento anual

Certa população  $N$  é uma função do tempo:  $N = f(t)$ ,  $t$  em anos. Essa população cresce a uma taxa de 100% ao ano.

Nesta atividade e nas próximas vamos tentar encontrar uma expressão  $N$  em função de  $t$ , mas como isso será possível?

Poderemos pensar numa primeira hipótese, que essa população permanece constante ao longo de cada ano e dobra seu valor na passagem para o ano seguinte. O gráfico de  $N$  em função de  $t$  seria o seguinte:

Observe no gráfico que sendo a população inicial igual a  $N_0$ , a população após um ano de aplicação, ou seja, no segundo ano é  $2N_0$  e assim por diante.

Após três anos, a população será igual a quantas vezes a população inicial  $N_0$ ? Digite apenas os números.

Internet | Modo Protegido: Ativado

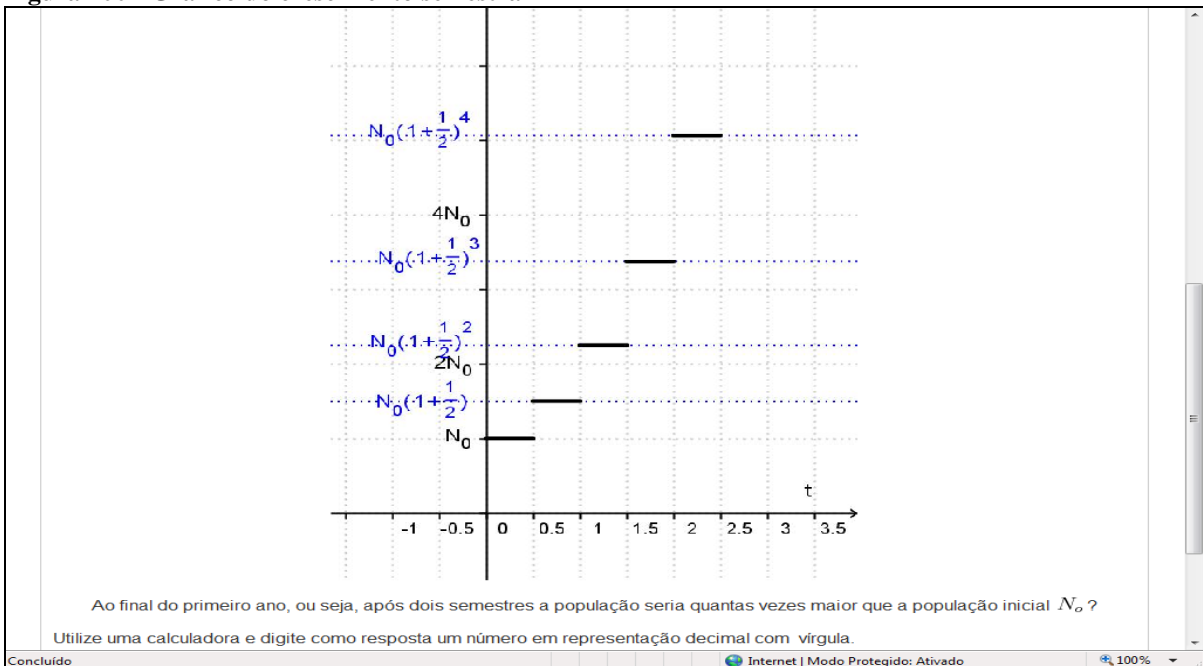
Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 99 – Crescimento semestral**

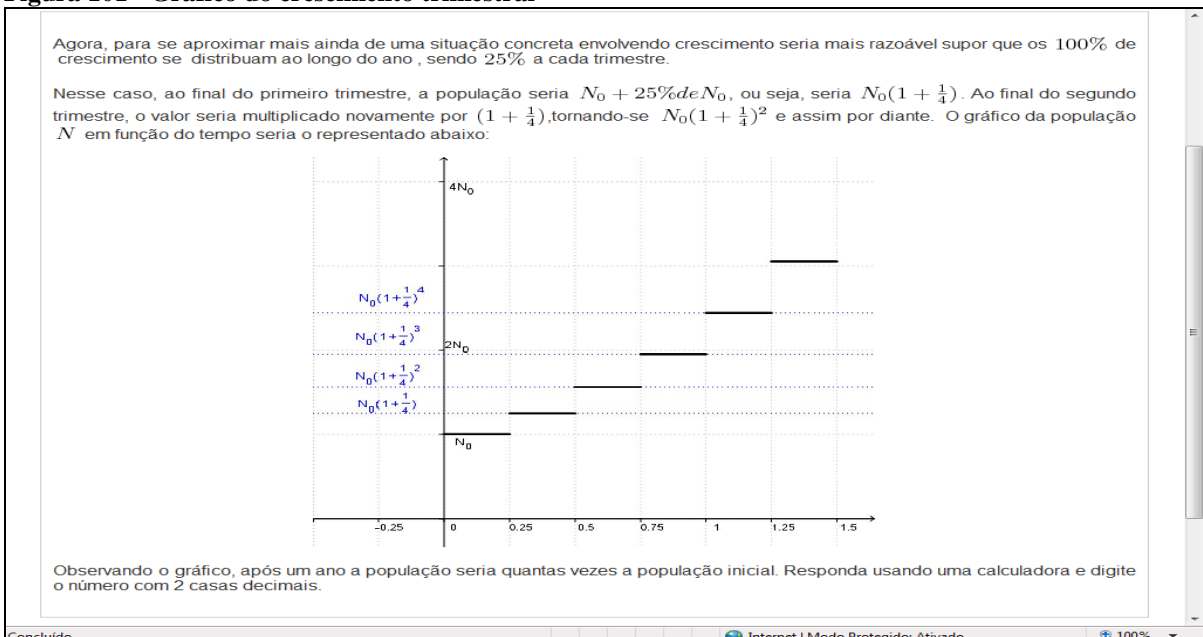
Vamos considerar inicialmente que tal distribuição ocorra em dois momentos do ano: 50% no primeiro semestre e 50% no segundo semestre, totalizando 100% ao ano.

Nesse caso, após o primeiro semestre, a população seria  $N_0 + 50\%$  de  $N_0$ , ou seja, a população inicial seria multiplicada pelo fator  $N_0(1 + \frac{1}{2})$ , após o segundo semestre a, novamente a população inicial ficaria multiplicada por  $(1 + \frac{1}{2})$ , tornando-se  $N_0(1 + \frac{1}{2})^2$ , e assim por diante. O gráfico da população  $N$  em função do tempo seria o representado abaixo:

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 100 - Gráfico do crescimento semestral**

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 101 - Gráfico do crescimento trimestral**

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 102 - Crescimento mensal

**MOODLE**  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► número e

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**número e**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Se imaginarmos o crescimento de 100% ao ano distribuído mês a mês, sendo o crescimento mensal igual a  $\frac{1}{12}$  de 100%, então teríamos o valor da população:

- ao final do primeiro mês igual a  $N_0(1 + \frac{1}{12})$ ;
- ao final do segundo mês igual a  $N_0(1 + \frac{1}{12})^2$ ;
- ao final do terceiro mês igual a  $N_0(1 + \frac{1}{12})^3$ ;
- e assim por diante, de modo que, ao final do primeiro ano, teremos:  $N = N_0(1 + \frac{1}{12})^{12}$ .

Usando uma calculadora, digite abaixo quantas vezes o valor da população aumentou ao final de um ano, ou seja, após 12 meses.

A sua resposta:

Salvar a resposta escrita no box

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 103 - Crescimento instantâneo

**MOODLE**  
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

MOODLE ► PPGECE-500056 ► Lições ► número e

Atualizar Lição Editar o conteúdo desta página

**número e**

Visualizar Editar Relatórios Avaliar dissertações

Nas atividades anteriores você pode perceber que, se uma população cresce a uma taxa de 100% ao ano, o valor da população ao final do primeiro ano é igual a:

- $2N_0$ , quando se considera que seu valor permaneceu constante ao longo do ano, dobrando ao final;
- $N_0(1 + \frac{1}{2})^2$ , ou seja,  $2,25N_0$ , quando se considera o crescimento distribuído, sendo 50% em cada semestre;
- $N_0(1 + \frac{1}{4})^4$ , ou seja,  $2,44N_0$ , quando se considera o crescimento distribuído ao longo dos trimestres, sendo 25% ao trimestre;
- $N_0(1 + \frac{1}{12})^{12}$ , ou seja,  $2,61N_0$ , quando ele é uniformemente distribuído mês a mês;
- é fácil de verificar, que se o crescimento for distribuído diariamente, teremos:  $N_0(1 + \frac{1}{365})^{365}$ , ou seja,  $2,71N_0$ ,

Você pode perceber que a constante que multiplica  $N_0$  está se aproximando de um número em torno de 2,7.

Pois é, na tarefa seguinte vamos construir uma planilha Excel, para constatar que quanto mais distribuirmos o crescimento ao longo do ano, mais a constante que multiplica  $N_0$  se aproximará de 2,7182818....

Assim como  $\pi$  é igual a 3,14159265..., esse valor é uma constante matemática chamada constante de Euler e é denotada por  $e$ , cujo valor é 2,7182818....

Continuar

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

MoOdalis-Tango-Theme sponsored by sym.net and based on the Tango Desktop project.

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 4.5. Questionário: Lição de casa


A lição explora o número  $e$  em aplicações de juros compostos e em redução da massa de substâncias radioativas. As figuras 104 a 106 apresentam aplicações do número  $e$ .

Figura 104 - Aplicação do número  $e$

**Visualização prévia de Lição de casa-Tópico4**

[Iniciar novamente](#)

Página: [1](#) [2](#) [3](#) (Próximo)

**1**  Notas: 6/6

Um investidor aplica uma quantia R\$1.000,00 a uma taxa de juros de 12% ao ano. Calcule o valor do **capital investido ao final do primeiro ano**, supondo que:

1- Os juros sejam incorporados ao capital apenas no final de cada ano(juros simples)

Resposta:  ✓ . (digite somente um número em reais )

2- Os juros sejam distribuídos uniformemente, sendo incorporados ao capital ao final de cada mês.

Resposta:  ✓ . (digite somente os números com duas casas decimais )

3- Os juros sejam incorporados continuamente ao capital( juros compostos) ao longo do ano. Dado:  $e^{0,12} = 1,1275$

Resposta:  ✓ . (digite somente o número com duas casas decimais )

[Enviar](#)

**Correto**

Notas relativas a este envio: 6/6.

[Salvar sem enviar](#) [Enviar página](#) [Enviar tudo e terminar](#)

Página: [1](#) [2](#) [3](#) (Próximo)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 105 - Aplicação do número  $e$

**Visualização prévia de Lição de casa-Tópico4**

[Iniciar novamente](#)

Página: [\(Anterior\)](#) [1](#) [2](#) [3](#) (Próximo)

**2**  Notas: --/6

Um investidor aplica uma quantia  $C_0$  a uma taxa de juros de 12% ao ano. Calcule depois de quanto tempo o **capital investido dobrará de valor**, supondo que:

1- Os juros sejam incorporados ao capital apenas no final de cada ano(juros simples)

Resposta:  . (digite somente um número em reais )

2- Os juros sejam distribuídos uniformemente, sendo incorporados ao capital ao final de cada mês.

Resposta:  . (digite somente os números com uma casa decimal )

3- Os juros sejam incorporados continuamente ao capital( juros compostos) ao longo do ano.

Resposta:  . (digite somente o número com duas casas decimais )

[Enviar](#)

[Salvar sem enviar](#) [Enviar página](#) [Enviar tudo e terminar](#)

Página: [\(Anterior\)](#) [1](#) [2](#) [3](#) (Próximo)

Documentação de Moodle relativa a esta página

PPGECE-500056

Você acessou como Pedro José Di Piero 500056 (Sair)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 106 - Outra aplicação do número e**

Iniciar novamente

Página: (Anterior) 1 2 3

**3** Notas: --/10

Quando uma substância radioativa se decompõe, a rapidez com que ela se transforma é diretamente proporcional à quantidade restante, em cada momento, ou seja, seu decréscimo é exponencial. Sabendo que a massa inicial  $m_0$  de certa substância radioativa é  $60g$  e reduz-se à metade a cada  $4h$ , determine a expressão de sua massa  $m$  em função do tempo  $t$  em horas:

1- supondo que  $m(t) = m_0 \cdot 2^{bt}$ , determine o valor de  $b$

Resposta:  . (digite um número com duas decimais)

2- supondo que  $m(t) = m_0 \cdot e^{at}$ , determine o valor de  $a$

Resposta:  . (digite um número com quatro casas decimais)

3- Calcule a massa restante após  $8h$

Resposta:  . (digite somente um número)

4- Após quanto tempo a massa restante será igual a  $12g$ ?

Resposta:  . (digite somente um número com duas casas decimais)

Página: (Anterior) 1 2 3

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 4.6. Planilha Excel

A planilha Excel, não prevista no material original, objetiva reforçar o aparecimento da constante de Euler, trabalhando com números que podem ser traduzidos e explorados em tempos do cotidiano: ano, semestre, quadrimestre, trimestre, bimestre, mês, dia, hora, minuto e segundos de um ano. A figura seguinte apresenta planilha para cálculo do número e.

**Figura 107 - Planilha sobre o número e**

Nesta atividade você irá elaborar uma planilha Excel, siga os passos indicados abaixo, e salve o arquivo como numeroe\_NOME e envie o arquivo.

Em uma planilha eletrônica considere as colunas: A,B e C conforme figura abaixo. Nessas colunas realize as seguintes operações:

1. Na coluna A digite 1,2,3,4,6,12,365,8760,525600,31536000 nas células A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10 e A11.

Você reconhece os números que digitou na coluna A?

Esse números representam as subdivisões que fizemos na distribuição ao longo do ano, ou seja, após 1 ano, após 2 semestres, 3 quadrimestres, 4 trimestres, 6 bimestres, 12 meses, 365 dias, 8760 horas, 525600 minutos e 31536000 segundos e quanto mais você quiser subdividir o ano.

2. Na coluna B calcule um mais os inversos dos números da coluna A, digitando as fórmulas  $=1+1/A2$  na célula B2,  $=1+1/A3$  na célula B3, e assim por diante, finalizando com a fórmula  $=1+1/A11$  na célula B11. Você também pode após digitar a fórmula na célula B2, posicionar o mouse no canto inferior direito da célula e arrastá-lo até a célula B11.

3. Na coluna C calcule os valores da coluna B elevado aos valores da coluna A, digitando as fórmulas  $=B2^A2$  na célula C2,  $=B3^A3$  na célula C3, e assim por diante finalizando com a fórmula  $=B11^A11$  na célula C11. Você também pode após digitar a fórmula na célula C2, posicionar o mouse no canto inferior direito da célula e arrastá-lo até a célula C11.

Se você construiu corretamente a planilha na Coluna C os números estão convergindo para a constante de Euler  $e \sim 2,78\dots$

Concluído Internet | Modo Protegido: Ativado 80%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 5 APLICAÇÃO

Elaborado o ambiente e atingido o objetivo principal deste trabalho, surgiu a necessidade e curiosidade em saber da reação dos alunos frente as atividades propostas no ambiente virtual. Com a dificuldade de aplicação direta com os alunos da terceira série do Ensino Médio de escolas públicas, o Ambiente foi proposto e as atividades realizadas pelos alunos do 7º termo do curso de Licenciatura em Matemática da Fundação Regional e Educacional de Avaré, onde o autor é professor da disciplina de Prática de Ensino. O curso com duração de 8 termos (4 anos) é oferecido no período noturno para alunos da cidade e região que, em sua maioria, trabalham durante o dia e estudam a noite. Após formados, esses alunos geralmente ingressam como professores nas escolas na rede Estadual de Ensino.

O trabalho com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo está previsto nas diferentes disciplinas de prática de ensino oferecidas aos alunos. O desenvolvimento do AVA envolvendo as atividades para 3ª série do Ensino Médio atendia a ementa da disciplina Prática de Ensino e propiciava o contato dos alunos com a incorporação de TICs no ensino de Matemática. As atividades foram apresentadas aos alunos no Laboratório de Informática da Faculdade nos horários regulares das aulas e disponibilizadas a distância.

O laboratório de Informática da Faculdade é pouco utilizado por alunos e professores. Os computadores são desatualizados e em número insuficiente, até mesmo para atender uma sala com apenas 17 alunos. Em várias aulas os alunos levaram notebooks pessoais para realizar as atividades pois os computadores não suportavam e não abriam as atividades. A situação foi contornada pela Direção da Faculdade, que após inúmeras reclamações dos alunos, aumentaram a memória de vários equipamentos e melhoraram o acesso à Internet, permitindo a realização das atividades.

Nas figuras 108 e 109, alunos do curso de Matemática realizando as atividades do AVA no Laboratório de Informática da Fundação Regional Educacional de Avaré.



**Figura 108 - Alunos realizando tarefas no Laboratório de Informática**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 109 - Laboratório de Informática da FREA**



Fonte: Elaborada pelo autor



Na primeira aula foram apresentadas as diferentes ferramentas do ambiente, as formas de acesso e fornecidas as senhas. Após o primeiro acesso com login e senha fornecidos pelo professor, os alunos atualizaram seu perfil e cadastraram as novas senhas de acesso. Navegaram pelo ambiente e conheceram a sistemática de avaliação a ser utilizada.

A análise dos resultados não será focada nos motivos dos acertos ou erros dos alunos, pois o maior interesse está na aplicabilidade do ambiente. Neste sentido, serão apontados o tempo médio, a porcentagem de acerto e as questões com menor índice de acerto, que podem auxiliar o professor na aplicação dessas atividades com alunos do Ensino Médio.

Na situação de aprendizagem I ficou opcional para os alunos a participação no fórum sobre as funções, pois a maioria tinha conhecimentos sobre as funções e optaram pela realização direta das atividades.

No item Recordando as funções, a maior dificuldade encontrada pelos alunos foi a associação correta do gráfico das funções:  $m = m_0 2^{(-0,1t)}$  e  $P = \frac{k}{V}$ , mas o aproveitamento da turma foi satisfatório.

**Tabela 1 - Aproveitamento recordando funções**

Pontuação média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
85,71%	7 minutos 27 seg.	100%	50%	15 minutos 19 seg.	1 minuto

Fonte: Elaborada pelo autor

Na lição Aplicações de funções quadráticas a utilização de geometria ocasionou a maior parte dos erros. Alguns alunos não conseguiram encontrar o retângulo de maior área entre os de perímetro constante.

**Tabela 2 - Aproveitamento funções quadráticas**

Pontuação média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
91,18%	1 hora 3 min	100,00%	62,5%	1 hora 40 min.	5 min. 28 seg.

Fonte: Elaborada pelo autor

Na lição Crescimento populacional a maior parte dos erros ocorreu na utilização das casas decimais pedida nas orientações quando os alunos só utilizaram a parte inteira das soluções.

**Tabela 3 - Aproveitamento: Crescimento Populacional**

Pontuação média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
69,33%	12 min. 30 seg.	100,00%	50,00%	54 minutos	11 min. 8 seg.

Fonte: Elaborada pelo autor

Realizando a lição Substância radioativa, pode-se perceber a dificuldade dos futuros professores com logaritmo, pois apenas 5% dos participantes acertaram a última atividade que solicitava o cálculo de:  $t = -4 \cdot \log_2\left(\frac{m}{60}\right)$ , com  $m=12g$ . A apresentação passo a passo para determinar o valor de  $t$  não foi suficiente para solucionar a questão e os alunos praticamente não conseguiram fazer os cálculos.

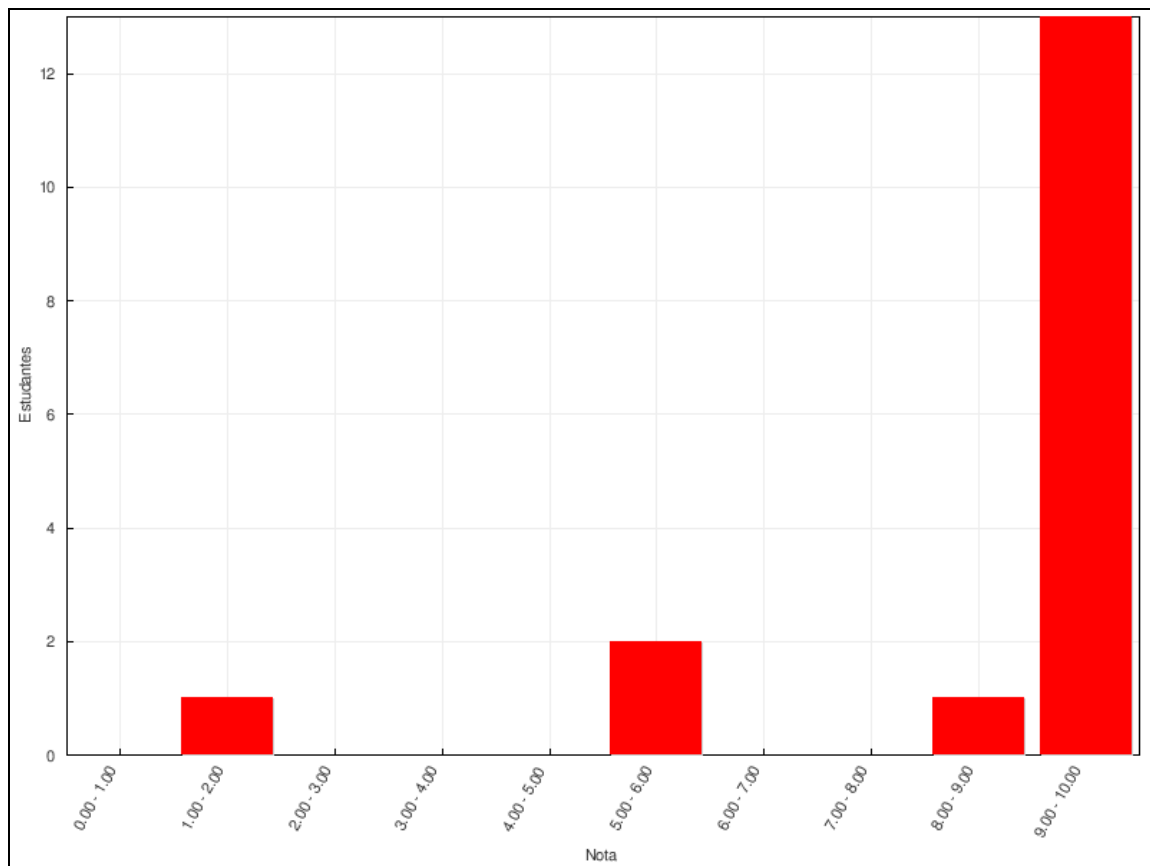
**Tabela 4 - Aproveitamento: Substância radioativa**

Pontuação média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
67,65%	14 min. 56 seg.	100,00%	50,00%	1 hora 12 min.	8 min.

Fonte: Elaborada pelo autor

No questionário Lição de casa-Tópico I foram apresentados os exercícios do Caderno do aluno, e como a avaliação era feita pela nota mais alta. A maioria dos alunos realizou a tarefa mais de uma vez.

**Gráfico 1 - Notas da lição de casa- Tópico I**



Fonte: Elaborada pelo autor

A tarefa “O que eu aprendi” propiciou a avaliação das atividades apresentadas. Serviu para confirmar a utilidade e o interesse que o ambiente propiciou. Foram destacados pelos

alunos que a visualização das soluções antes do cálculo algébrico facilitou o entendimento das mesmas e que a manipulação direta nos gráficos e o uso de recursos tecnológicos será um incentivo para os alunos do Ensino Médio. Segue relato de alguns alunos:

“Eu adorei as atividades, o modo de pensar antes e mostrar o cálculo depois é muito interessante, consegui entender através dos gráficos os valores obtidos nas contas, os quais não entendia antes. A atividade mais significa que eu achei foi a que eu pude mexer com os valores no gráfico e ele montava na hora um novo gráfico, trabalhar com figuras é muito mais fácil para a compreensão.” (aluno 1)

“Gostei muito dos exercícios, pois visualizando os gráficos a resolução se torna um pouco mais fácil e bastante atrativa. É como se diz: "uma imagem vale mais que mil palavras". Deu para fazer uma boa revisão de funções. O estudo das funções de primeiro grau, segundo grau, seno, cosseno, relacionado com as ciências biológica, física e química é muito legal e nos mostra a importância da matemática no auxílio das outras ciências. O uso da computação no estudo da matemática é bastante interessante e produtivo principalmente nos dias atuais onde a garotada vive nos computadores grande parte de seu dia a dia. Para o professor não se distanciar do aluno dos dias de hoje é necessário que ele inove e daí usar o computador criando programas de uso em sala de aula e também fora dela e uma "arma" pedagógica de grande valor”. (aluno 2)

“Com essas atividades, foi possível lembrar algumas características importantes sobre os diversos tipos de funções, como por exemplo a função do 1º grau ou função afim, que o gráfico dela é uma reta, que ela é do tipo  $f(x) = ax + b$ , sobre a função do 2º grau, que o gráfico é uma parábola, e assim por diante. Na verdade, talvez até mais importante do que lembrar algumas dessas características, é o fato de visualizar essas propriedades e poder ver o que acontece quando se altera um valor ou uma variável, principalmente no caso de funções sobre o aumento populacional, aplicações quadráticas e sobre substância radioativa.(aluno 3)

Na situação de aprendizagem II o objetivo do Caderno do aluno era desenvolver a capacidade de expressão por meio de gráficos e compreensão das transformações realizadas sobre eles em diferentes contextos (2010, p.21).

A primeira atividade explora o deslocamento vertical das funções, envolvendo as translações verticais e as reflexões sobre um eixo de simetria, sempre partindo de funções mais simples.

As atividades que envolviam mais de uma ação apresentaram dificuldades e somente pouco mais de 50% acertou as atividades pedidas.

**Tabela 5 - Aproveitamento - deslocamento vertical**

Média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
77,13%	28 min. 21 seg.	100,00%	22,22%	1 hora 31 min.	18 min. 17 seg.

Fonte: Elaborada pelo autor

A atividade seguinte explorava principalmente o deslocamento horizontal e as funções com inverso de um número. As atividades envolviam várias funções exponenciais e

logarítmicas e apresentaram algumas dificuldades, principalmente pelo assunto não ser abordado de forma usual. Os visualizadores interativos chamaram a atenção dos alunos, despertando o interesse em aprender elaborar os mesmos.

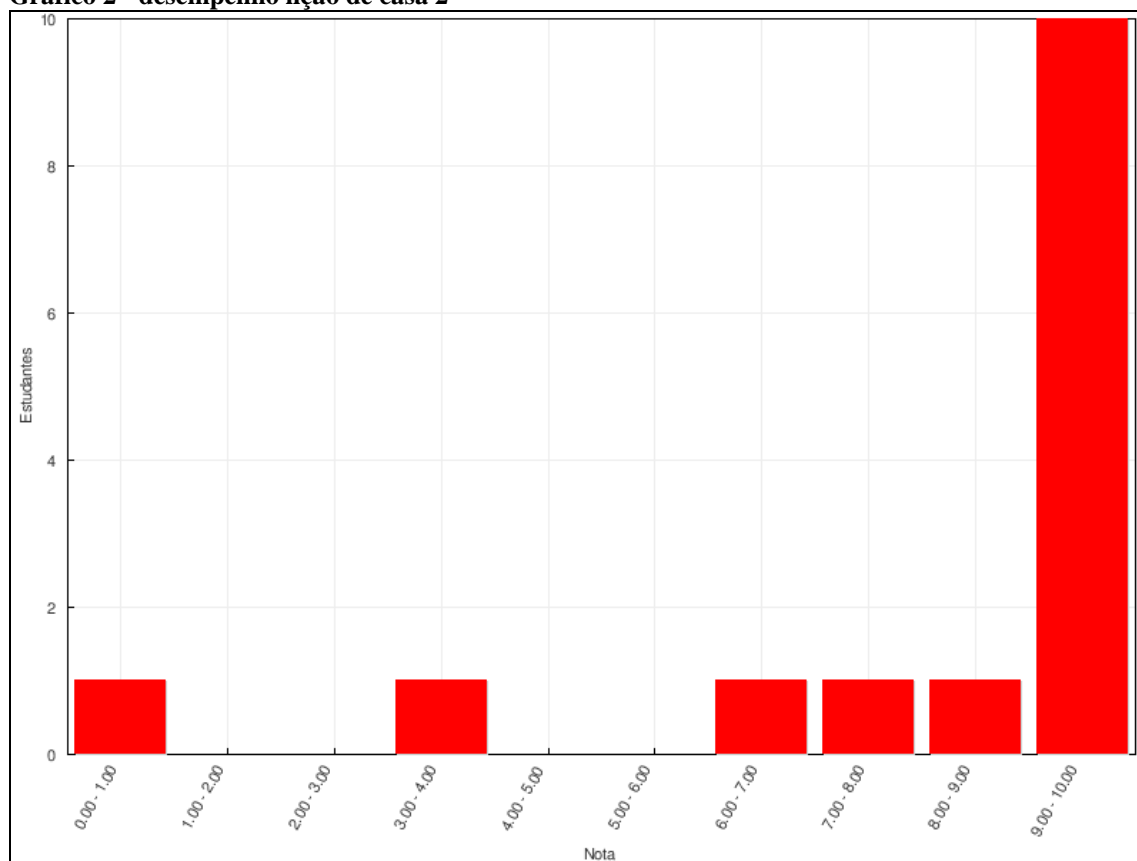
**Tabela 6 - Aproveitamento- deslocamento horizontal**

Pontuação média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
74,79%	18 min. 35 seg.	100,00%	42,86%	43 min. 44 seg.	25 min. 57 seg.

Fonte: Elaborada pelo autor

A lição de casa- Tópico 2 envolvia a associação dos gráficos de diferentes funções sem a necessidade de construí-los ponto a ponto. Segue o desempenho dos alunos nas atividades:

**Gráfico 2 - desempenho lição de casa 2**



Fonte: Elaborada pelo autor

No envio do arquivo “O que eu aprendi”, os alunos puderam expressar suas impressões sobre as atividades e relatar seu entendimento sobre as tarefas realizadas, destacando mais uma vez que o uso dos visualizadores foi importante na compreensão e realização das atividades :

“Neste t3pico pude enxergar com mais facilidade os deslocamentos dos gr3ficos sem precisar de tabelas. A maneira com que os exerc3cios nos faz pensar primeiro sem c3lculos e depois nos mostrar os passos faz dos exerc3cios desafios interessantes.” (aluno 4)

“As principais transforma33es sofridas pelas fun333es que acabamos de trabalhar pode ser notada, facilmente, em fun333es logar3tmicas e exponenciais. Encontramos tamb3m o gr3fico das fun333es  $f(x)=\text{sen}x$  e  $f(x)=3\text{sen}x$  que ao multiplicar uma fun3333o trigonom3trica por um n3mero alteramos sua amplitude.” (aluno 5)

“Tendo a fun3333o  $y=f(x)$ , para obter o gr3fico  $y=f(x)+c$ , onde  $c>0$ , deslocaremos o gr3fico de  $y=f(x)$  em  $c$  unidades para cima. Assim sucessivamente verificaremos as transforma333es que podemos obter a partir de uma fun3333o. Abaixo relaciono outros exemplos:  $y=f(x)-c$ , deslocamento de  $c$  unidades para baixo;  $y=-f(x)$ , reflete o gr3fico de  $y=f(x)$  em torno do eixo dos  $x$ .” (aluno 6)

Na situa3333o de aprendizagem III s3o exploradas as diferentes formas de crescimento e decrescimento das fun3333es. A taxa de crescimento/decrescimento 3 trabalhada a partir de situa3333es contextualizadas. O desafio inicial foi apresentado sem nenhuma explica3333o conforme sugest3333o do Caderno do aluno e apresentou os seguintes resultados:

**Tabela 7 - Resultado Desafio Inicial**

Pontua3333o m3dia	Tempo m3dio	Pontua3333o alta	Pontua3333o baixa	Tempo alto	Tempo breve
78,89%	7 min. 49 seg.	100,00%	50,00%	19 min 49 seg.	1 segundo

Fonte: Elaborada pelo autor

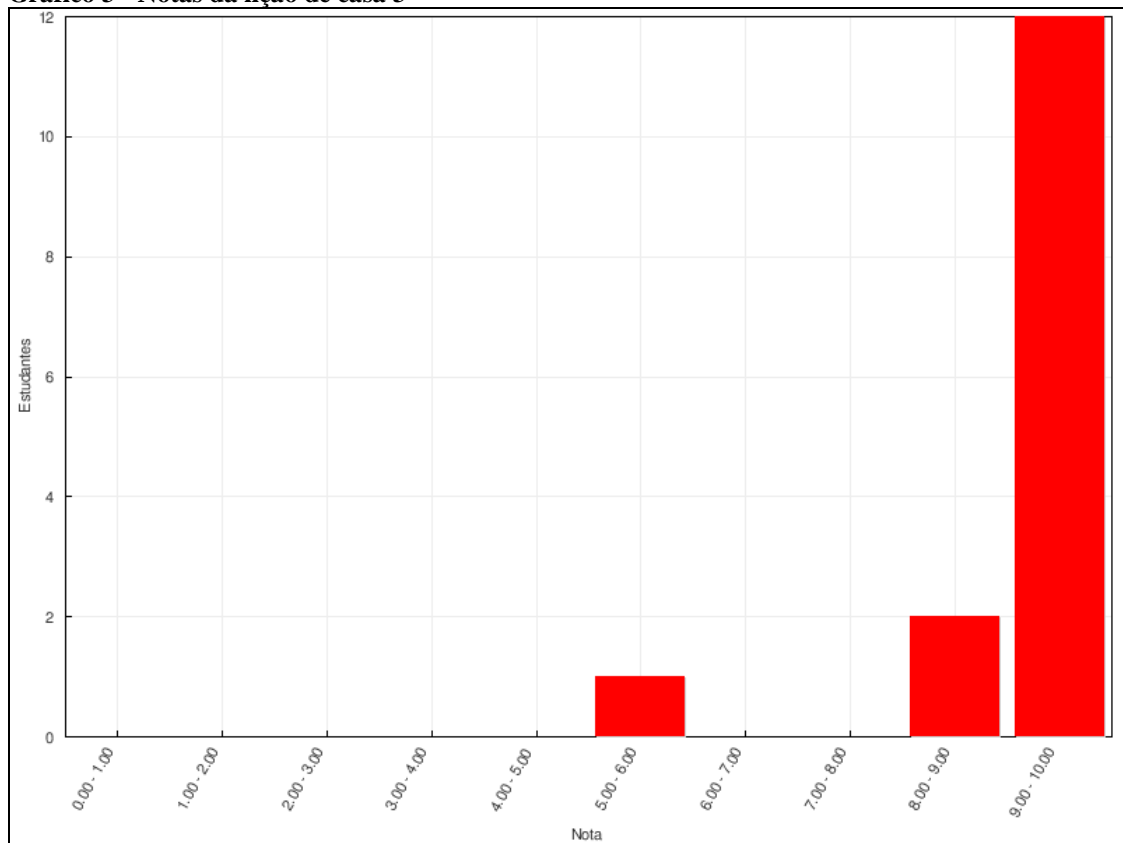
Na atividade seguinte foram apresentados alguns visualizadores explorando as diferentes taxas de crescimento/decrescimento e reapresentado o desafio. A pontua3333o dos alunos nesta tarefa foi menor que no desafio inicial, talvez influenciado por ser uma quest3333o de associa3333o com muitas alternativas. Seguem os resultados obtidos:

**Tabela 8 - Resultado taxas de crescimento/decrescimento**

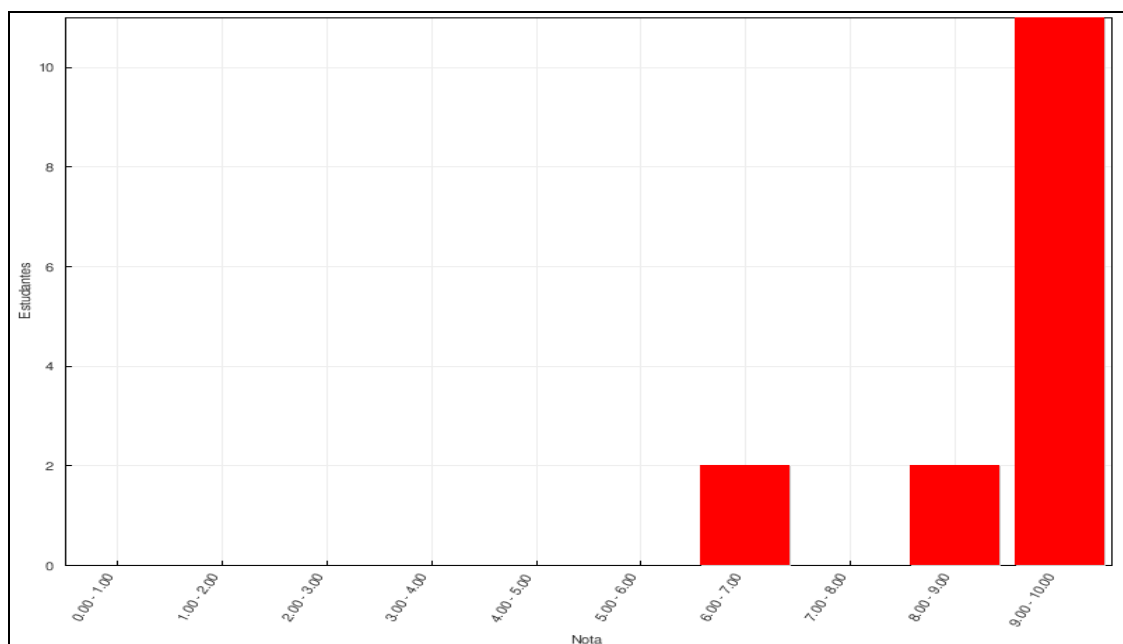
Pontua3333o m3dia	Tempo m3dio	Pontua3333o alta	Pontua3333o baixa	Tempo alto	Tempo breve
67,86%	15 min. 52 seg.	100,00%	25,00%	37 min. 2 seg.	2 segundos

Fonte: Elaborada pelo autor

A li3333o de casa continha v3rias aplica33333es envolvendo intervalos, inequa33333es e aplica33333es em lan3333amento vertical. Esta 3ltima causou muitas dificuldades e precisou de interven33333o constante, recordando conceitos de f3sica e sua rela33333o com a matem3tica. O desempenho dos alunos nas duas li33333es de casa dessa atividade est3 representado a seguir:

**Gráfico 3 - Notas da lição de casa 3**

Fonte: Elaborada pelo autor

**Gráfico 4 - Notas da lição de casa 3.2**

Fonte: Elaborada pelo autor

As opiniões dos alunos no item “O que eu aprendi” refletem a participação dos mesmos nas atividades, evidenciando que os objetivos da situação de aprendizagem podem ser atingidos com segurança, principalmente os relacionados as diferentes formas de crescimento e decrescimento de funções:

“Neste módulo, aprendi sobre o crescimento e decrescimento de uma função, a taxa de variação, e quando uma função expressa proporcionalidade direta. (Função de 1º grau  $ax + b$ , se  $a$  for diferente de 0). As funções são crescentes quando o coeficiente  $a > 0$ , e são decrescentes quando  $a < 0$ . Estudamos problemas envolvendo crescimento e decrescimento de algumas funções, especificamente, quando crescem a taxa constante, cresce m a taxas crescentes, crescem a taxas decrescentes, decrescem a taxa constante, decrescem a taxas crescentes, decrescem a taxas decrescentes e estabilizado (constante). Pode-se concluir que, ao observar o gráfico de uma função podemos ir muito além do crescimento ou decrescimento, entendendo também a rapidez que uma função cresce ou decresce, observando isso no gráfico da função, a partir dos seus respectivos dados.” (aluno 7)

“Neste tópico pude entender melhor o crescimento e decrescimento das funções. As atividades mostram bem as diferenças entre as funções crescentes com taxas crescentes e com taxas decrescentes, e faz o mesmo com as funções decrescentes, o que melhora muito o entendimento, por serem situações que causam confusão.” (aluno 8)

Na situação de aprendizagem IV são exploradas as propriedades das exponenciais. A atividade inicial propõe o cálculo da taxa de variação unitária de uma função exponencial. Essa atividade foi bastante fácil e os alunos tiveram alto índice de aproveitamento, talvez por ter sido apresentada na exploração de tabelas:

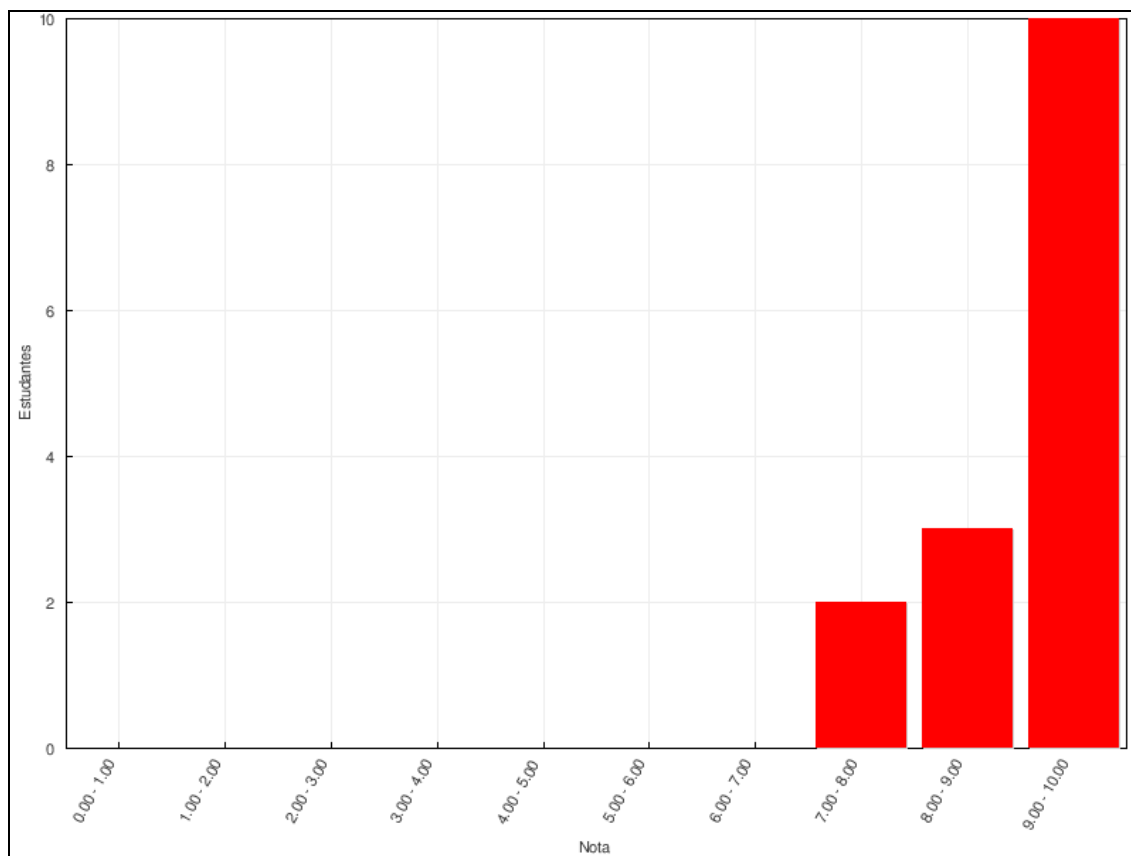
**Tabela 9 - Participação: propriedades das exponenciais**

Média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
82,35%	6 min. 51 seg.	100,00%	50,00%	29 min. 20 seg.	1 min. 44 seg.

Fonte: Elaborada pelo autor

A lição de casa propunha mais uma vez aplicações dos conceitos trabalhados nas atividades, envolvendo principalmente crescimento populacional. Os alunos também não tiveram dificuldades. Segue o desempenho dos alunos nessa lição:

Gráfico 5 - Notas da lição de casa 4



Fonte: Elaborada pelo autor

A segunda atividade do tópico IV apresentava o aparecimento da constante de Euler através dos gráficos de uma aplicação de crescimento populacional. Apesar de aparentemente bem estruturada a atividade apresentou grande dificuldade e deveria ser revista para aplicação com alunos do Ensino Médio.

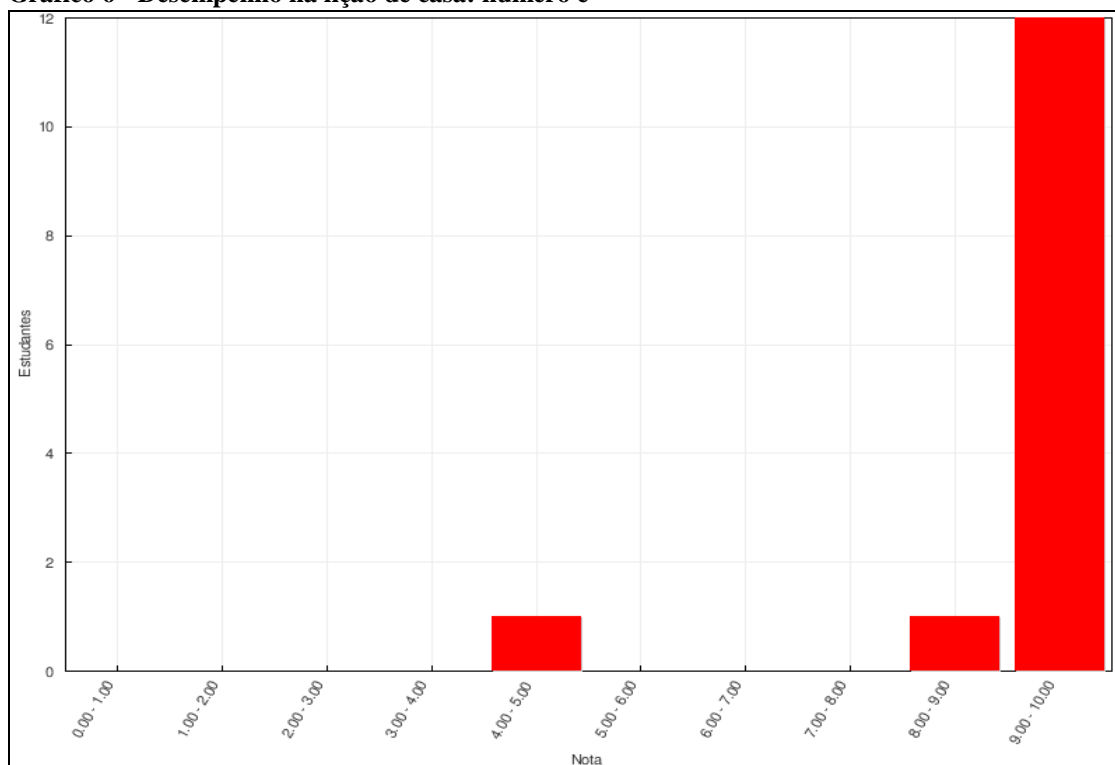
**Tabela 10 - Participação: número e**

Média	Tempo médio	Pontuação alta	Pontuação baixa	Tempo alto	Tempo breve
63,16%	11 min. 20 seg.	100,00%	50,00%	29 min. 35 seg.	7 segundos

Fonte: Elaborada pelo autor

A última lição de casa trazia aplicações de juros compostos e a utilização da constante de Euler. As dificuldades repetiram-se nesta atividade e foram necessárias várias intervenções. Seguem as notas dos alunos:



**Gráfico 6 - Desempenho na lição de casa: número e**

Fonte: Elaborada pelo autor

Após a maioria dos alunos terem encerrado suas atividades realizamos uma mesa redonda para avaliar a participação de todos no ambiente. Dez perguntas nortearam a discussão que, posteriormente, foram postadas num fórum do ambiente especialmente aberto para finalizar a aplicação. A maioria dos alunos não conhecia as atividades da Proposta Curricular, mas mesmo assim julgaram terem compreendido as tarefas do ambiente e consideraram que alunos do Ensino Médio teriam dificuldades na realização das mesmas e também que muitas das atividades precisarão ser modificadas para que os alunos do Ensino Médio possam realizá-las com compreensão. No geral, o AVA foi considerado um facilitador e as principais dificuldades estavam relacionadas a falta de computadores e a velocidade da Internet. Não houve consenso sobre a aplicação do AVA em escolas públicas. Muitos consideraram que apesar das dificuldades seria possível utilizá-lo. Já outros consideram que os obstáculos seriam muitos e que um trabalho tradicional seria mais interessante. De maneira geral, a avaliação da participação no ambiente foi positiva, com destaque para a utilização dos visualizadores do Geogebra e as aplicações apresentadas.

As figuras 110 a 112 mostram os alunos durante a discussão e avaliação do ambiente. As figuras 113 a 121 mostram algumas respostas dos alunos .

**Figura 110 - Alunos participando da avaliação do ambiente**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 111 - Alunos na avaliação do ambiente**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 112 - Alunos na avaliação do ambiente**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 113 - Fórum: Avaliação do Ambiente**

Mostrar respostas aninhadas ▾
Transfira esta discussão para ... ▾

**As atividades e a Proposta Curricular**  
 por [Pedro José Di Piero 500056](#) - Tuesday, 17 May 2011, 10:22

1-Você conhecia as atividades da proposta curricular para 3ª série do E.M.?

2-Você compreendeu as atividades realizadas ?

3-Você considera que as atividades são adequadas para o E.M.? Porque?

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

**Re: As atividades e a Proposta Curricular**  
 por [PPGECE](#) - Wednesday, 18 May 2011, 22:30

1- Não.

2- Sim, apesar de algumas dificuldades no decorrer das atividades.

3- Não. Eu acho que falta base para os alunos, no geral eles tem muita dificuldade na interpretação, o que acaba prejudicando qualquer resolução, ainda mais quando se trata de atividades complexas.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

**Re: As atividades e a Proposta Curricular**  
 por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:10

1-Não.

2- Sim, apesar de não recordar parte do conteúdo, me interei do assunto.

3- Adequadas e necessárias, porém se exploradas ao longo dos três anos.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

Internet | Modo Protegido: Ativado
100% ▾

Fonte: Elaborada pelo autor


**Figura 114 - Fórum avaliação do ambiente: respostas**

por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:31

- 1) Não conhecia, apesar de ter visto alguns dos conteúdos.
- 2) Sim, a maioria!!
- 3) Não, acho o grau de dificuldade muito avançado.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)


---

 **Re: As atividades e a Proposta Curricular**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 20:10

- 1) Não conhecia as atividades da proposta curricular para 3ª série do E.M.
- 2) Existiu algumas dificuldades no decorrer das atividades, mas quando realizadas foram compreendidas.
- 3) Algumas atividades. Pois alguns alunos tem dificuldades na interpretação, o que prejudica na resolução das atividades.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)


---

 **Re: As atividades e a Proposta Curricular**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 21:13

1. Não.
2. Em sua maioria.
3. Com a ajuda do professor sim.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: As atividades e a Proposta Curricular**  
por [lucas coutinho](#) - Saturday, 21 May 2011, 01:46

- 1-Alguma já conhecia, não detalhadamente!bem superficial.
- 2-sim.
- 3-depnde do público alvo, desde que tenha uma objetividade e destino.

dedicado a algum final, poderia dar certo á alunos com desejos(planejamento) voltados a areas como vestibulares e concursos, caso contrário, seria difícil dar essa avaliação ao ensino medio, voltado apenas para certificação de conclusao do ensino medio.

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 115 - Fórum: Facilitadores e Dificultadores**

 **Facilitadores e dificultadores**  
por [Pedro José Di Piero 500056](#) - Tuesday, 17 May 2011, 10:24

- 4-Como o AVA influenciou a aplicação das atividades? Facilitou, dificultou, não alterou?
- 5-O que dificultou a utilização do ambiente? E o que facilitou?

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Facilitadores e dificultadores**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Wednesday, 18 May 2011, 22:25

4. Facilitou, por ser um ambiente interativo as atividades prendem a atenção, e ajuda na compreensão.
- 5- O que dificultou foi a falta de estrutura do laboratório, poucos computadores e internet lenta. O que facilitou a utilização do ambiente foi a linguagem, e todas as atividades interativas.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Facilitadores e dificultadores**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:13

- 4-facilitou muito.
- 5-Internet lenta, falta de computador.

O que facilitou os desenhos, as tabelas,partedosgraficos.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Facilitadores e dificultadores**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:18

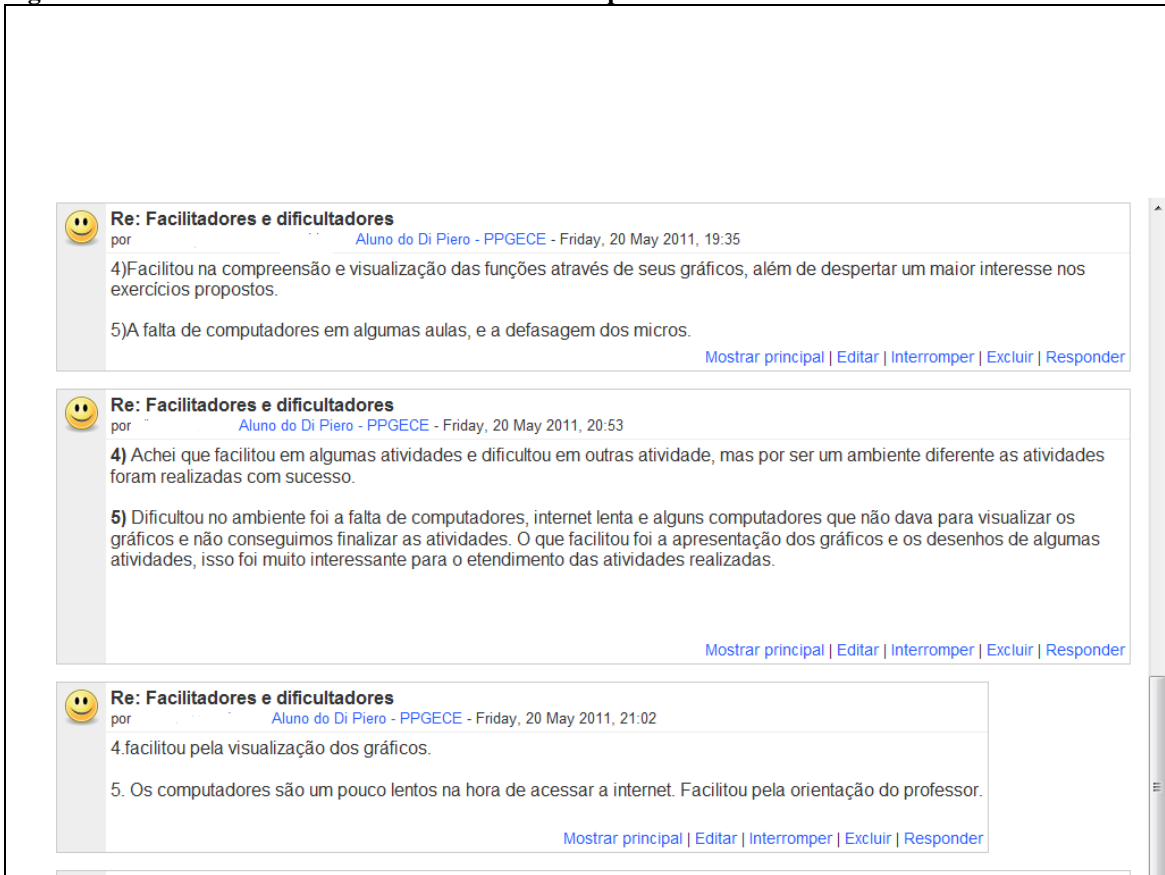
4. Facilitou apresentando formas autoexplicativas para a resolução dos exercícios.
- 5- A apresentação dos gráficos e suas formas de modificação, facilitaram muito a compreensão do conteúdo. A dificuldade foi recordar certos pontos.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 116 - Fórum facilitadores e dificultadores: respostas**



The image shows a screenshot of a forum thread with three posts. Each post is titled "Re: Facilitadores e dificultadores" and is by a user named "Aluno do Di Piero - PPGECE". The posts discuss various factors that facilitated or hindered learning activities.

**Post 1:** Posted on Friday, 20 May 2011, 19:35. It lists two points: 4) Facilitated understanding and visualization of functions through graphs, and 5) Lack of computers in some classes and microphone delay.

**Post 2:** Posted on Friday, 20 May 2011, 20:53. It lists two points: 4) Facilitated some activities but hindered others due to a different environment, and 5) Hindered by lack of computers and slow internet, but facilitated by graph presentations.

**Post 3:** Posted on Friday, 20 May 2011, 21:02. It lists two points: 4) Facilitated by graph visualization, and 5) Computers are slow, but facilitated by teacher orientation.

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 117 - Fórum : desdobramentos do ambiente**

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar Acesso Rápido

---

 **Desdobramentos do ambiente**  
por [Pedro José Di Piero 500056](#) - Tuesday, 17 May 2011, 10:25

6-Você acha possível utilizar um AVA como esse com alunos da rede pública estadual?

7-Para o exercício da profissão, o que achou do AVA?

8-Que interesses, curiosidades o ambiente despertou em você?

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Desdobramentos do ambiente**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Wednesday, 18 May 2011, 22:20

6- Acredito que existam várias dificuldades, como a quantidade de computadores disponíveis, a disciplina da classe, mas com uma boa turma e organização é possível sim.

7- Achei muito interessante, com certeza será de grande valia, principalmente para quando for necessária a realização de outras atividades em um ambiente virtual.

8- Uma das coisas que mais chamou minha atenção foi o programa usado para a construção de gráficos, o Geogebra, e a forma com que as atividades interagem com quem as estão realizando.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Desdobramentos do ambiente**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:17

6-Não. Depende do ambiente, se ter computadores para todos.

7-Não acho interessante, a aprendizagem é melhor dentro da sala de aula.

8-Como foram montados os programas, como instruir o aluno.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 118 - Fórum desdobramentos do ambiente: respostas**

 **Re: Desdobramentos do ambiente**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:17


6-Não. Depende do ambiente, se ter computadores para todos.

7-Não acho interessante, a aprendizagem é melhor dentro da sala de aula.

8-Como foram montados os programas, como instruir o aluno.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Desdobramentos do ambiente**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:25


6- Para ser possível demandaria de muitos esforços por parte da escola, pois a disponibilização de salas, computadores e outros seria muito por colaboração dos envolvidos, do que interesse e condições do Estado.

7- Excelente como forma de motivar o interesse dos alunos pela disciplina, através do uso da informática.

8- Despertou o interesse e a curiosidade de como poderia usá-lo como ferramenta para outros conteúdos.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Desdobramentos do ambiente**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:43

6) No caso da minha escola no momento não. Pela falta de computadores e estrutura a ser trabalhada, até mesmo pelo interesse dos alunos. Quem sabe daqui alguns anos...

7) Muito bom para adquirir conhecimento.

8) Como foram montados os gráficos através do geo-gebra

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)



**Figura 119 - Fórum desdobramentos do ambiente: respostas**

The screenshot shows a forum interface from UFSCar. At the top, there is a header with the university name and a 'Acesso Rápido' dropdown menu. The main content area displays three forum posts, each starting with a yellow smiley face icon and the title 'Re: Desdobramentos do ambiente'. Each post includes the author's name and the date, followed by a list of points (6, 7, 8) and a set of action links at the bottom: 'Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder'.

**Post 1:**  
 Re: Desdobramentos do ambiente  
 por [User] - Saturday, 21 May 2011, 01:58  
 6-sim  
 7-otimização do tempo,entretenimento ao estudante e conhecimentos sobre os recursos tecnologicos e globalizados.diferentes ferramentas de aprendizagem.  
 8-despertou que a concentração e a dedicação não são iguais para com todos alunos.relata também que alguns alunos ficaram muito a frente dos demais, nao so no desempenho, mas tambem em relação as tarefas, o que ocasionalmente poderia desanimar os atrasados.  
 Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

**Post 2:**  
 Re: Desdobramentos do ambiente  
 por Aluno do Di Piero - PPGECE - Sunday, 22 May 2011, 11:54  
 6- Isso vai depnder dos espaço disponibilizado pela a escola, pelos números de computadores e até mesmo do conhecimento do professor.  
 7- Muito boa e pratica para o professor ensinar os gráficos.. além de tudo, podemos ainda despertar e motivar os interesses dos alunos com uma nova forma de explicação.  
 8- Montagem dos gráficos.  
 Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

**Post 3:**  
 Re: Desdobramentos do ambiente  
 por Aluno do Di Piero - PPGECE - Monday, 23 May 2011, 16:08  
 6- Apesar das dificuldades que encontramos nos laboratórios de informática, acredito que seja possível utilizar o AVA com os alunos, acho que eles iriam entender mais a parte da construção de gráficos.  
 7- O AVA vai ser uma grande ferramenta para as aulas de laboratório, como entretenimento, ele vai facilitar o aprendizado dos alunos e é muito mais prático.  
 8- Uma das coisas que mais chamou minha atenção foram os gráficos criados no Geogebra, e a forma como conseguimos mexer com eles. Uma outra curiosidade também foi como o programa foi montado.  
 Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 120 - Fórum: Considerações finais**

**Suas considerações finais**  
por [Pedro José Di Piero 500056](#) - Tuesday, 17 May 2011, 10:26

9-Que pontos ou conteúdos você lembra ter trabalhado no Moodle?

10-Como você se sentiu ao realizar as tarefas?

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Wednesday, 18 May 2011, 22:11

9- Os gráficos para representar as funções foram bem marcantes, o crescimento e decrescimento das funções, e as funções exponenciais, que foram as atividades que mais senti dificuldade.

10- Me senti bem a vontade realizando tarefas em um ambiente virtual, pois estamos sempre conectados com o mundo virtual e poder realizar atividades comuns em sala de aula num ambiente diferente é bem estimulante. Me senti também um pouco despreparada.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:20

9-Não lembro de muita coisa, mas aprendi bastante.

10-Muito satisfeito, aprendi muito devido a atenção dada pelo professor.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:26

9- Funções, gráficos ; crscimento e decrescimento.

10- Muitas dificuldade e apreensão

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 121 - Fórum suas considerações finais: respostas**

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 19:39

9) Funções quadráticos, Juros compostos... deslocamento verticais e horizontais dos gráficos, onde através do Moodle, ficaram mais interessantes

10)Muito satisfeito com o foco dos exercícios..

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 20:31

9. Os gráficos e os exercícios deaplicação do número e.

10. Eu fiquei tranquilo, pois, durante as aulas eu tinha o professor para tirar minhas dúvidas, e em casa eu pesquisava na internet.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 20:33

9) As funções, seus gráficos e suas formas crescimento e decrescimento, além de algumas situações que tive algumas dificuldades no decorrer das atividades, mas esse assunto ficou bem fixado.

10) Fiquei satisfeita em conseguir realizar as lições, não foi fácil, mas consegui, apesar das dificuldades encontradas nas atividades.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

---

**Re: Suas considerações finais**  
por [Aluno do Di Piero - PPGECE](#) - Friday, 20 May 2011, 21:06

9. me lembro das funções, dos gráficos do número de Nepper.

10. senti que tinha aprendido a trabalhar com a matemática em um ambiente virtual, isso é muito interessante.

[Mostrar principal](#) | [Editar](#) | [Interromper](#) | [Excluir](#) | [Responder](#)

Internet | Modo Protegido: Ativado 100%

Fonte: Elaborada pelo autor



## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho mostrou que é possível montar um Ambiente Virtual de Aprendizagem com as atividades do Caderno do Aluno da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, mantendo seus princípios e abordando todos os conteúdos propostos para o bimestre considerado.

Foram muitas as dificuldades encontradas, como a adaptação à linguagem do ambiente Moodle, o tempo de elaboração dos visualizadores no Geogebra e a necessidade de subdividir as atividades para torná-las mais compreensíveis. Apesar das dificuldades o resultado foi bastante proveitoso, tanto para os alunos quanto para os futuros professores, pois permitiu a revisão de conteúdos através da exploração gráfica e da interatividade.

A participação dos alunos da Licenciatura foi importante para salientar as dificuldades que eles poderão encontrar no trabalho com a Proposta Curricular e na utilização das tecnologias nas salas de aula, principalmente em escolas onde a quantidade de equipamentos não é suficiente para atender a todos os alunos.

Para concretizar a aplicação deste Ambiente, o professor da rede Estadual precisará contornar a diferença entre o número de alunos por sala e o número de computadores das Salas de Informática, a velocidade de acesso à Internet( Intragov) e as regras de uso da própria SAI. Essas adversidades ocorrerão em qualquer tentativa de inovação. Nesta aplicação numa Faculdade privada com uma turma de apenas 17 alunos, muitos foram os obstáculos de estrutura física e lógica do Laboratório de Informática que precisaram ser superados, entre eles a lentidão no acesso, os computadores com programas desatualizados que não permitiam a utilização de todos os recursos do ambiente, os equipamentos quebrados e obsoletos e o número insuficiente de computadores.

A capacitação dos professores, ainda na sua formação inicial, para o uso de tecnologias na sala de aula foi muito bem aceita pelos alunos, que além de revisarem e aprofundarem conteúdos do Ensino Médio, trabalharam com as atividades do Caderno do Aluno e entraram em contato com um AVA pela primeira vez. O trabalho despertou o interesse dos alunos pela elaboração dos visualizadores no Geogebra, por informações sobre a plataforma Moodle e sobre o próprio mestrado profissional.

O conhecimento das atividades da Proposta Curricular foi importante na formação dos professores, pois incentivou a sua utilização de forma crítica, ou seja, o trabalho proporcionou que o futuro professor tenha noções de como e do que explorar em cada atividade

desenvolvida, aguçando a curiosidade sobre como outros conteúdos podem ser trabalhados de forma diferenciada e com uso da tecnologia.

Apesar de não ser o objetivo principal do trabalho, a aplicação do ambiente serviu para fazer uma retomada de assuntos que apresentam dificuldades aos alunos, tais como logaritmo, juros compostos e aplicações de física. Despertou também a discussão sobre o uso da tecnologia, a reivindicação da necessidade de melhora do Laboratório da Faculdade e das escolas de maneira geral e a reflexão sobre a aprendizagem significativa.

Espera-se que a participação desses futuros professores nas atividades do AVA influencie a sua atuação profissional de forma positiva, buscando sempre a atualização e a incorporação de inovações em suas aulas, tornando-as cada vez mais atraentes, eficientes e produtivas.

A elaboração deste trabalho serviu para fortalecer a convicção de que o uso de recursos tecnológicos em sala de aula é inevitável frente à velocidade das inovações tecnológicas disponíveis, e que a aprendizagem dos alunos pode ser mais significativa com a utilização desses recursos.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M.E.B. VALENTE, J.A. **Formação de educadores a distância e integração de mídias**. São Paulo: Avercamp, 2007.

BERNINI, D.S.D. **Formação de professores com e para o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação**. Centro Universitário São Camilo. Cachoeiro do Itapemirim, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais+**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2002.

GRAVINA, M.A.; SANTAROSA, L.M. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. In: Anais : CONGRESSO RIBIE, 4., Brasília, 1998. Disponível em <[http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem\\_mat.pdf](http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf)>. Acesso em 10/05/2010.

LÉVY, P. **O que é virtual?** Rio de Janeiro: Editora 34, 1996.

MACHADO, G.J.C. **Professor e Ambiente Virtual de Aprendizagem**: a necessidade da vivência num AVA. 2010. Disponível em : <<http://www.educacaoeciberespaco.net/blog/?p=2245>>. Acesso em: 02/04/2011

PEREIRA, A.T.C. **AVA: Ambientes Virtuais de Aprendizagem em Diferentes Contextos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. 2007. Disponível em: <<http://www.livrariacultura.com.br/imagem/capitulo/2259532.pdf>> . Acesso em :21/04/2010

RODRIGUES, M.U.; MISKULIN, R.G.S. **Narrativas no ensino de funções por meio de investigações matemáticas**. 2007. Rio Claro. S.P. Disponível em: <[http://www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/.../CC79292892187T.doc](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../CC79292892187T.doc)>. Acesso em: 05/05/2010.

SANTOS, E., O. Articulação de saberes na EAD online: por uma rede interdisciplinar e interativa de conhecimentos em ambientes virtuais de aprendizagem. In: SILVA, Marco (Org.). **Educação online**: teorias, práticas, legislação, formação corporativa. São Paulo: Loyola, 2003, p.218 - 230.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do aluno**: matemática, ensino médio – 3ª série 3º bimestre- São Paulo: SEE, 2010

SÃO PAULO (Estado), SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. **Caderno do professor: matemática, ensino médio** – 3ª série 3º bimestre- São Paulo: SEE, 2010.

SÃO PAULO (Estado), SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE, 2008.

SHILOV, G.E. Construindo Gráficos. Traduzido por João Luís M. Assirati- São Paulo : Atual, 1998.

SILVA, Marco. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro: Quartet, 2003.

ZUFFI, E.M.- Uma sequencia Didática sobre "Funções" para a formação de professores do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 7. Recife, 2004. Disponível em: < <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/CC12231272814.pdf>> Acesso em 02/05/2010.