

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
EXATAS - PPGECE

Luciano de Oliveira

Geometria da observação dos movimentos aparentes do
Sol e aplicações.

SÃO CARLOS

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
EXATAS - PPGECE

Luciano de Oliveira

Geometria da observação dos movimentos aparentes do
Sol e aplicações.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, UFSCar, sob orientação do Professor Doutor José Antonio Salvador.

SÃO CARLOS

2011

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

O48go

Oliveira, Luciano de.

Geometria da observação dos movimentos aparentes do Sol e aplicações / Luciano de Oliveira. -- São Carlos : UFSCar, 2012.

157 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2011.

1. Geometria. 2. Ensino de Ciências. 3. Matemática. 4. Abordagem interdisciplinar do conhecimento. I. Título.

CDD: 516 (20^a)

Banca Examinadora:



Prof. Dr. José Antonio Salvador
DM – UFSCar



Prof. Dra. Sueli Liberatti Javaroni
DM – UNESP



Prof. Dr. Paulo Sérgio Bretones
DME - UFSCar

À minha esposa Andréia pelo amor, dedicação e compreensão durante toda a realização deste trabalho, a minha filha Marjorie minha maior riqueza que soube suportar minha ausência, a minha mãe (in memoriam) que sempre “vibrou” com minhas conquistas.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Doutor José A. Salvador, pela paciência, dedicação, apoio, competência e alegria com que me tratou durante os trabalhos.

A todos os Professores do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da UFSCar, que com seus ensinamentos deram contribuição significativa para meu crescimento.

A todos os colegas do Mestrado, Danilo, Jayme, Patrícia, Rita, Renato, Rodrigo, Thaís, Santinho e Toninho. Faço um especial agradecimento aos meus companheiros e incentivadores Clóvis e Mário, vocês me mostraram que nunca é tarde para aprender.

Ao secretário do PPGECE, Júnior, por sua presteza em nos ajudar.

Aos alunos da 2ª série A da EE Bento de Abreu da cidade de Santa Lúcia SP, que participaram com entusiasmo das atividades propostas.

A professora Silvania que cedeu as suas aulas das sextas-feiras. Sem seu apoio não seria possível a realização deste trabalho.

Aos meus colegas de profissão Elis, Tiozão, Silvana e Toninho que sempre admiraram meu trabalho e me incentivaram nessa empreitada.

Ao meu irmão José e meu Pai que sempre teve orgulho das minhas conquistas

A minha família, meu alicerce e a razão minha vida.

Obrigado a todos

RESUMO

O objetivo desta dissertação é de trabalhar conteúdos de Matemática que contemplam tópicos de Astronomia, mais especificamente alguns aspectos da geometria dos movimentos aparentes do Sol. Por meio da observação direta do movimento do Sol, da exploração de animações em computadores, filmes e aulas expositivas adquiriu-se conhecimento para o entendimento de duas aplicações: construção de um relógio de Sol e a instalação de coletores de energia solar para aquecimento de água. Elaboramos atividades com diferentes metodologias para que o aluno pudesse perceber a necessidade de se aprender conteúdos de Matemática. Para isso abordamos a necessidade histórica da utilização desses conhecimentos e a utilização dos mesmos para solução de problemas práticos relativos aos movimentos aparentes do Sol. A Matemática ocupou papel central na realização das atividades, mas foi necessário utilizarmos conhecimentos de outras áreas tais como: introdução à astronomia, coordenadas geográficas, conservação de energia, sociologia, meio ambiente etc. para um aprendizado mais significativo e abrangente da proposta constituindo-se um trabalho interdisciplinar.

Palavras chave: Ensino de Matemática. Geometria dos Movimentos do Sol. Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to work content of Mathematics, which include topics of Astronomy, more specifically some aspects of the geometry of the apparent movement of the Sun. By means of direct observation of the Sun, the exploitation of animations, films and lectures they acquired knowledge for the understanding of two applications: construction of a sundial and installation of collectors of solar energy for water heating. We have developed activities with different methodologies for the students so they could really understand the need of learning contents of Mathematics. For this reason we discussed the historical necessity of the use of such knowledge and the use of it for the solution of practical problems relating to the apparent movements of the Sun. Mathematics occupy central role in the realization of the activities, but it was necessary to use knowledge from other areas such as: introduction to astronomy, geographical coordinates, energy conservation, sociology, environment, etc. for a lesson more meaningful and comprehensive of the proposal through an interdisciplinary work.

Key Words: Teaching of Mathematics. Geometry of the Movements of the Sun. Interdisciplinarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Vista aérea de Newgrange. Fonte: http://www.newgrange.com/	45
Figura 2: Corredor Principal de Newgrange. Fonte: http://astronomy2009.ie/	45
Figura 3: Stonehenge. Fonte: http://raahcamargo.blogspot.com/2010/08/stonehenge.html	45
Figura 4: Movimento do Sol ao longo da linha do horizonte	52
Figura 5: Ilustração da determinação do meridiano de um local	53
Figura 6: Altura do Sol nos Solstícios	53
Figura 7: Posição do Sol no solstício de verão no hemisfério Norte (de inverno no hemisfério sul)	54
Figura 8: Posição do Sol nos equinócios de outono e primavera	54
Figura 9: Posição do Sol no solstício de verão no hemisfério Sul (inverno no hemisfério norte)	54
Figura 10: Altura do Sol nos Solstícios e Equinócios	54
Figura 11: Trajetória do Sol para Santa Lúcia SP	55
Figura 12: Solstício de inverno no hemisfério sul	55
Figura 13: Figura formada pela ponta da sombra de um gnomon marcada no mesmo horário durante o ano	56
Figura 14: Analema celeste Fonte: http://eternosaprendizes.com	56
Figura 15: Analema Solar	57
Figura 16: Gráfico da equação do tempo: Fonte: http://www.cdcc.sc.usp.br/	57
Figura 17: Incidência solar nos Equinócios de outono e primavera	58
Figura 18: Gnômon fincado perpendicularmente ao solo	58
Figura 19: Ângulo formado entre o gnômon e o raio de Sol incidente	58
Figura 20: Medida da latitude no equinócio de outono ou de primavera	59
Figura 21: Esquema representativo do relógio de Sol Egípcio	61
Figura 22: Ilustração de uma Clepsidra. Fonte: http://www.abracore.org.br/tempusfugit-04.htm	62
Figura 23: Relógio de Sol hemisférico – fonte: Sundials: history, art, people, science, disponível em: http://books.google.com.br/	62
Figura 24: Relógio de Sol no pólo	63
Figura 25: Relógio de Sol no pólo em outras latitudes menor que 90°	63
Figura 26: Posição de um relógio de Sol de mostrador equatorial	64

Figura 27: Inclinação do gnômon do relógio de Sol mostrador equatorial	64
Figura 28: Relógio de Sol de Mostrador Equatorial	64
Figura 29: Leitura das horas no mostrador equatorial nos equinócios	65
Figura 30: Leitura das horas no mostrador equatorial no outono e inverno	65
Figura 31: Leitura das horas no mostrador equatorial na primavera e verão	65
Figura 32: Ângulo horário no mostrador	65
Figura 33: Projeção horizontal	65
Figura 34: Projeção horizontal do ângulo w	66
Figura 35: Mostrador horizontal para a latitude $21^{\circ}41'$	66
Figura 36: Gráfico de θ em função de w	67
Figura 37: Comprimentos de ondas da energia radiante	69
Figura 38: Ilustração de um coletor solar	71
Figura 39: Insolação devido à inclinação de incidência dos raios solares	71
Figura 40: Insolação máxima à 90°	72
Figura 41: Insolação sob um ângulo $\theta < 90^{\circ}$	72
Figura 42: Relação entre A e A'	72
Figura 43: Altura máxima do Sol em relação ao zênite no solstício de inverno na altitude $21,7^{\circ}$	73
Figura 44: Coletor solar com máxima insolação	74
Figura 45: Altura máxima e mínima do Sol durante o ano	74
Figura 46: Inclinação de um coletor solar nos equinócios	75
Figura 47: Tempo de exposição solar entre os solstícios e os equinócios	75
Figura 48: Digitalização da atividade 1 - Atividades iniciais	78
Figura 49: Digitalização da atividade 2 - Atividades iniciais	78
Figura 50: Atividade 3 – Atividades iniciais	79
Figura 51: representação da sombra projetada por uma estaca antes do meio dia solar verdadeiro	80
Figura 52: representação da sombra projetada por uma estaca depois do meio dia solar ..	80
Figura 53 : Sombra de estaca antes do meio dia solar verdadeiro	80
Figura 54: Linha Norte-Sul (meridiano da latitude $21,7^{\circ}$)	80
Figura 55: Alunos medindo o tamanho da sombra projetada por estacas ao meio dia solar verdadeiro no equinócio de outono de 2010	81
Figura 56: Sombra projetada por um gnômon no Equinócio de Outono	81

Figura 57: Sombra projetada por um gnômon no Equinócio de Outono (vista horizontal)	81
Figura 58: Atividade 3	82
Figura 59: Atividade 5 – 1ª folha	84
Figura 60: Anteparo de madeira para medir a insolação solar	84
Figura 61: Atividade 6 – 1ª folha	85
Figura 62: Atividade 6 – 2ª folha	86
Figura 63: Parte da atividade 9 – 2ª folha	88
Figura 64: Planificação de três faces	88
Figura 65: Resposta esperada para a atividade 1	94
Figura 66: Resposta da atividade 1 – atividades iniciais (aluno 06)	95
Figura 67: Resposta da atividade 1 – atividades iniciais (aluno 32)	95
Figura 68: Resposta da atividade 1 – atividades iniciais (aluno 37)	95
Figura 69: Resposta esperada para a atividade 3	96
Figura 70: Resposta da atividade 3 – atividades iniciais (aluno 06)	96
Figura 71: Resposta da atividade 3 – atividades iniciais (aluno 32)	96
Figura 72: Resposta da atividade 3 – atividades iniciais (aluno 26)	97
Figura 73: Anotação do tamanho da sombra projetada por uma estaca no equinócio de outono feita pela aluna Ana Paula	99
Figura 74: Anotação do tamanho de três sombras projetadas por três estacas no equinócio de outono feita pelo aluno M	100
Figura 75: Parte da atividade 4 – Cálculo da latitude local	100
Figura 76: Resposta para a atividade 4 – medida 2	101
Figura 77: Resposta para a atividade 4 – medida 1	102
Figura 78: Atividade 5	103
Figura 79: Digitalização da Atividade 5 – parte 2	104
Figura 80: Digitalização do problema 4 – atividade	104
Figura 81: Digitalização do problema 5b – atividade 7	104
Figura 82: Digitalização do problema 6 – Atividade 7	105
Figura 83: Animação feita no geogebra para mostrar a relação entre as áreas A e A'	105
Figura 84: Problema 7 – atividade 7	106
Figura 85: Ilustração auxiliar para a resolução das questões 1 e 2 da atividade 8	107
Figura 86: Resolução detalhada do problema 3c da atividade 8	107
Figura 87: Questionário da atividade 9	108

Figura 88: Resolução das questões 1e 2 – atividade 9	109
Figura 89: Resolução da questão 3 – atividade 9	110
Figura 90: Resolução das questões 4 e 5 – atividade 9	111
Figura 91: Resposta ao questionário (aluno 1) - atividade 9	112
Figura 92: Resposta ao questionário (aluno 17) - atividade 9	112
Figura 93: Resolução da questão 1 – atividade 10	113
Figura 94: Resolução da questão 2 – atividade 10	114
Figura 95: Tabela que relaciona os ângulos θ e ω	115
Figura 96: Resposta ao questionário da atividade 9 – aluno 22	115
Figura 97: Resposta ao questionário da atividade 9 – aluno 40	116
Figura 98: Resposta ao questionário da atividade 9 – aluno 31	116
Figura 99: Resposta da atividade 1 – atividade final (aluno 22)	117
Figura 100: Resposta da atividade 1 – atividade final (aluno 36)	118
Figura 101: Resposta da atividade 1 – atividade final (aluno 40)	118
Figura 102: Resposta da atividade 3 – atividade final (aluno 40)	118
Figura 103: Resposta da atividade 3 – atividade final (aluno 41)	118
Figura 104: Resposta da atividade 3 – atividade final (aluno 18)	118

LISTA DE TABELAS

Tabela I: Quadro comparativo de conteúdos da proposta curricular do estado São Paulo com os conteúdos desenvolvidos no projeto	27
Tabela II: Quadro extraído da proposta SEE, p.48 - 55. Mostra a articulação entre os conteúdos e o tema estruturador Terra e Universo para a 5ª e 6ª séries	41
Tabela III: Quadro extraído da proposta SEE, p.58 - 58. Mostra a articulação entre os conteúdos e o tema estruturador Terra e Universo e Ciência e Tecnologia para a 7ª série ..	42
Tabela IV: Quadro extraído da proposta SEE, p.63. Mostra a articulação entre os conteúdos e o tema estruturador Tecnologia e Sociedade	43
Tabela V: Relação entre os ângulos nos mostradores equatorial e horizontal e as respectivas horas	66
Tabela VI: Número de alunos por categoria de resposta dada à 1ª pergunta do questionário inicial	92
Tabela VII: Número de alunos por categoria de resposta dada à 3ª pergunta do questionário inicial	93
Tabela VIII: Número de alunos por categoria de resposta dada à 4ª pergunta do questionário inicial	94
Tabela XI : Respostas dos alunos dadas a primeira pergunta do questionário da atividade final	119
Tabela X : Respostas dos alunos dadas a primeira pergunta do questionário da atividade final	120
Tabela XI : Respostas dos alunos dadas a segunda pergunta do questionário da atividade final	120

LISTA DE FOTOS

Foto 1: Alunos utilizando o anteparo para o calculo da insolação	85
Foto 2: Relógio de Sol de mostrador equatorial confeccionado por aluno	89
Foto 3: Alunos construindo um relógio de Sol de mostrador horizontal	89

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	18
CAPÍTULO 1 A CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA	
1.1 Introdução.....	21
1.2 Trajetória profissional	21
1.3 A série em que o projeto foi trabalhado	23
1.4 A escolha do tema	24
1.5 Desenvolvimento do projeto	24
CAPÍTULO 2 REFERENCIAL TEÓRICO	
2.1 Introdução	29
2.2 Interdisciplinaridade	30
2.2.1 Breve Histórico	30
2.2.2 Interdisciplinaridade na escola	31
2.2.3 A Interdisciplinaridade nos PCN	33
2.3 Proposta Pedagógica Curricular do Estado de São Paulo	35
2.4 PCN e proposta curricular de São Paulo para o ensino de Ciências	36
2.5 Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o ensino de Ciências	39
CAPÍTULO 3 UM POUCO DE HISTÓRIA	
3.1 Introdução	44
3.2 Astronomia na antiguidade	44
3.3 Nicolau Copérnico	47
3.3.1 A astronomia de Copérnico	48
3.3.2 De Revolutionibus Orbium Coelestium– A grande obra	49
CAPÍTULO 4 TEMA CENTRAL O SOL	
4.1 Introdução	51
4.2 A Geometria dos movimentos aparentes do Sol	51
4.2.1 Determinação do meridiano local	52
4.2.2 Cálculo da latitude local	58

CAPÍTULO 5 APLICAÇÃO 1: RELÓGIO DE SOL

5.1 Introdução	60
5.2 Breve histórico	61
5.3 Relógio de Sol com mostrador horizontal	63

CAPÍTULO 6 APLICAÇÃO 2: PAINÉIS SOLARES

6.1 Introdução	68
6.2 A energia do Sol	68
6.3 Conversão térmica da energia solar	70

CAPÍTULO 7 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

7.1 Introdução	77
7.2 Descrição das atividades	77
7.2.1 Descrição da Atividade 1	77
7.2.2 Aplicação de questionário: Atividade para saber as concepções e modelos acerca do planeta Terra	77
7.2.3 Atividade 2: Determinação do Meridiano local	79
7.2.4 Atividade 3: Determinação da latitude local	80
7.2.5 Determinação dos trópicos e dos círculos polares	82
7.2.6 Determinação da Altura Máxima e Mínima do Sol na Latitude local	83
7.2.7 Conceito experimental de insolação solar	84
7.2.8 Cálculo da insolação solar	86
7.2.9 Cálculo da melhor inclinação para se instalar um aquecedor solar	87
7.2.10 Construção de um relógio de Sol de mostrador horizontal	87

CAPÍTULO 8 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

8.1 Introdução	90
8.2 Análise das Atividades	91
8.2.1 Análise da atividade 1	91
8.2.2 Análise de aplicação do questionário	92
8.2.3 Análise da Atividade 2	97
8.2.4 Análise da Atividade 3	99
8.2.5 Análise da Atividade 4	102

8.2.6 Análise da Atividade 5	103
8.2.7 Análise da Atividade 6	104
8.2.8 Análise da Atividade 7	106
8.2.9 Análise da Atividade 8	107
8.2.10 Análise da Atividade 9	113
8.3 Análise da atividade final	117
CONSIDERAÇÕES FINAIS	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	124
APÊNDICE	
Apêndice A – Questionário	128
Apêndice B – Atividades complementares	130
Apêndice C – Atividades resolvidas	134
Apêndice D – Atividades Finais	156

INTRODUÇÃO

Este texto se inicia tomando como referencia a trajetória profissional do autor desse trabalho, o professor Luciano de Oliveira, que faz reflexão sobre a mudança na sua prática docente.

Levando em consideração sua experiência na escola pública a qual leciona desde 1997, observa-se uma mudança na sua prática pedagógica motivada pelo baixo rendimento dos alunos em Matemática. Procurando proporcionar um ensino onde o aluno possa participar efetivamente da construção do conhecimento e dar significado aos conteúdos ensinados, observou-se que a abordagem com diferentes contextos que cada conteúdo permite, é uma forma eficiente para uma aprendizagem significativa.

O ensino de Matemática nos moldes tradicionais, com fim em si mesmo, aplicações de regras, fórmulas e exercícios repetitivos atinge somente poucos alunos. Muitos se referem à Matemática como algo muito abstrato sem saber para que serve ou onde possa usá-la.

Procurando dar significado e contexto aos conteúdos ensinados, o objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um material didático explorando a Geometria dos movimentos aparentes do Sol, que possa auxiliar professores de Matemática e Ciências num trabalho contextualizado e interdisciplinar. O objetivo secundário deste trabalho é de ser um desencadeador de questionamentos para o desenvolvimento de assuntos correlatos na sala de aula.

No mundo contemporâneo em que a tecnologia apresenta-se como panacéia para quase todas as necessidades humanas, entender o funcionamento de um simples relógio de Sol pode ser bastante motivador e despertar o interesse dos estudantes para as Ciências e Matemática

Ao perguntarmos onde o Sol nasce a resposta comum é que o Sol nasce no leste. Será que o Sol nasce sempre no mesmo local? Onde moramos o Sol nasce todo dia no mesmo horário? O Sol fica a pino em nossa sua região? Se fica, em que época do ano isso acontece? Em que horas isso ocorre? A sombra de uma estaca fincada perpendicularmente ao solo varia de tamanho durante o ano se medida no mesmo horário? Se mudar de tamanho o que isso significa? Como podemos nos orientar e nos localizarmos? Em que direção fica a

frente da nossa casa? Como orientar a construção de uma casa e a inclinação do telhado para a colocação de painéis solares para um melhor aproveitamento de energia durante o ano?

Diversos conteúdos de Matemática e Ciências podem ser desenvolvidos com a observação dos movimentos aparentes do Sol e da evolução da sombra de uma estaca durante o dia, obtendo respostas a essas e outras perguntas.

As antigas civilizações utilizavam o Sol para medir o tempo, construir calendários, determinar o início das estações do ano entre outras coisas. Vários monumentos antigos evidenciam os conhecimentos astronômicos destas civilizações.

É com esses questionamentos que desenvolvemos nossa pesquisa e adotamos como principal pressuposto teórico a interdisciplinaridade, uma vez que é um trabalho que necessita de conhecimento de várias disciplinas para o seu pleno entendimento.

O desenvolvimento dos trabalhos se deu em forma de atividades com resolução de problemas e modelagem que dependia sempre da observação dos movimentos do Sol ou da observação da sombra de uma estaca que era feito por observação direta ou por simuladores computacionais. No desenvolvimento das atividades foram trabalhados os aspectos históricos de cada assunto em que se destacaram a construção de calendários e a revolução feita por Copérnico.

Essa dissertação foi dividida em oito capítulos. O primeiro capítulo trata da construção da proposta, tomando como referência a trajetória profissional do autor, a classe em que as atividades foram desenvolvidas e o gosto pessoal pelo tema. Apresentamos, também, neste capítulo, um breve resumo de como a pesquisa se desenvolveu.

Nesta proposta adotamos como principal pressuposto teórico a interdisciplinaridade, pois acreditamos ser o que melhor descreve nosso trabalho. Desta maneira descrevemos no capítulo 2 um breve histórico da abordagem interdisciplinar nas ciências e suas implicações no âmbito escolar priorizando a presença da interdisciplinaridade nos documentos oficiais. Finalizamos o capítulo 2 fazendo uma análise da proposta curricular do Estado São Paulo e dos PCN para o ensino de Matemática e Ciências.

O capítulo 3 trata do contexto histórico relativo aos conteúdos trabalhados na pesquisa. Fizemos um levantamento histórico da Astronomia desde a antiguidade até Copérnico, focando nas necessidades de sobrevivência do homem que dependia da observação dos astros para orientação, medidas de tempo e as diferenças sazonais das estações do ano.

Nos capítulos de 4 a 6 delineamos os conteúdos que se insere o nosso trabalho. No capítulo 4 tratamos da geometria de observação dos movimentos aparentes do Sol e suas

implicações na interpretação de alguns fenômenos como, a sucessão das estações do ano duração do dia, medida da latitude e determinação do meridiano local.

Os conteúdos descritos no capítulo 4 deram subsídios para trabalharmos com duas aplicações: Construção de um relógio de Sol e de um kit a exploração da insolação para instalação de painéis solares para aquecimento de água.

No capítulo 5 descrevemos sobre um relógio de Sol de mostrador horizontal. Fizemos um apanhado histórico da utilização de relógios de Sol e em seguida delineamos os conteúdos para a sua construção.

Iniciamos o capítulo 6 apresentando uma breve descrição sobre a importância da energia proveniente do Sol. Descrevemos sobre a captação e a conversão térmica da energia solar, e apresentamos um modelo simplificado para a instalação de painéis solares para aquecimento de água.

No capítulo 7 descrevemos de forma resumida como as atividades foram aplicadas e no oitavo e último capítulo fazemos uma análise das atividades realizadas pelos alunos. Abordamos aspectos positivos e negativos e os indicativos de aprendizagem, por meio de questionários e pelo confronto entre análise das dificuldades iniciais com as opiniões dos alunos referentes à realização das atividades. Ainda neste capítulo apresentamos os conteúdos abordados em cada atividade bem como as estratégias e recursos utilizados em cada uma delas.

CAPÍTULO 1

A construção da proposta

1.1 INTRODUÇÃO

Apresentamos neste capítulo uma descrição de como a proposta do nosso trabalho foi construída, tendo como base a nossa trajetória profissional e o contexto da classe de estudantes participantes das atividades e dos trabalhos que propomos.

Em seguida, faremos uma descrição resumida dos conteúdos de Matemática abordados e da aplicação das atividades.

1.2 TRAJETÓRIA PROFISSIONAL

Sou professor do Ensino Fundamental e Médio desde 1997. Trabalho como professor efetivo na Rede Estadual de Ensino desde 2000 e no Ensino Fundamental de um colégio particular da cidade de Araraquara desde 2008.

Desde que comecei a dar aulas, a minha preocupação era a de ensinar conteúdos aos alunos apenas com aulas expositivas e resolução de grandes listas de exercícios. Acreditei por muito tempo ser essa a melhor maneira de ensinar Matemática e, colocava a responsabilidade do fracasso escolar como sendo única e exclusivamente do aluno.

O tempo passou e a quantidade de alunos com desempenho satisfatório em Matemática era cada vez menor.

A grande mudança na minha maneira de pensar como professor veio com o curso Teia do Saber, promovido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Ao aplicar, em sala de aula, algumas das atividades desenvolvidas no curso, eu constatei que a maioria dos alunos participava ativamente das atividades, embora os conteúdos abordados fossem os mesmos da grade curricular. A diferença estava na maneira como os assuntos eram

abordados, as atividades propostas eram contextualizadas e colocavam os alunos de forma mais participativa na construção do conhecimento.

Desse momento em diante, nas reflexões que eu fazia acerca de mudanças na minha maneira de dar aulas, pude perceber, entre muitas coisas, que as cobranças dos alunos por uma aula em que a Matemática fosse ensinada com mais significados práticos, eram as mesmas que eu fazia aos professores quando era aluno. Percebi que era o momento de quebrar aquele ciclo, pelo menos na minha história, de ensinar como os meus professores faziam. Passei a ter uma postura de proporcionar aos estudantes um aprendizado mais significativo dos conceitos e técnicas da Matemática.

O ensino de Matemática é muito pobre e tedioso quando o aluno só aprende a trabalhar mecanicamente com aplicações de regras, fórmulas, exercícios repetitivos e não participa da construção de conhecimentos, não proporciona aprendizagem significativa e esgota-se em si mesmo, atingindo somente poucos alunos. Acredito que as práticas e aprendizagens Matemática devam ser exploradas em todas suas possibilidades de contextos diferentes, não se limitando apenas ao espaço específico da disciplina escolar Matemática.

A contextualização é inerente à construção do conhecimento pela humanidade. “Em todas as culturas e em todos os tempos, o conhecimento, que é gerado pela necessidade de uma resposta a problemas e situações distintas, está subordinado a um contexto natural, social e cultural” (D’AMBRÓSIO, 2009, p. 60).

A Matemática como campo de conhecimento deve ser explorada nas várias possibilidades de contexto que cada assunto permite, assim é provável que o aluno que não gosta de cálculos exaustivos possa apreciar, por exemplo, o contexto histórico ou aplicação no cotidiano ou sua relação com avanços tecnológicos.

De acordo com isso, destacamos no BRASIL (1999) que a Matemática do Ensino Médio tem valor formativo, instrumental e científico. No papel formativo, a “Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática”. No seu caráter instrumental, a Matemática deve ser encarada pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento e na atividade profissional. Já no caráter científico é importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros.

Durante minha experiência profissional, verifiquei que muitos assuntos poderiam ser explorados em várias possibilidades de contexto, assim o aluno teria um leque

maior para vislumbrar a Matemática, o que antes só se faziam com definições, aplicações de regras e resolução de exercícios, o que é para poucos. A maioria dos livros didáticos disponíveis não apresenta alternativas para abordagem contextualizada de conteúdos. Quando apresentam, são textos que servem apenas para obtenção de dados numéricos ou são referências históricas que não são contempladas na forma de atividades ou exercícios, nem mesmo sendo necessárias para o entendimento do conteúdo.

Em 2009, quando ingressei no Mestrado profissional da UFSCar, conversando com meu orientador, resolvi trabalhar com um assunto que pudesse ser explorado de forma contextualizada e interdisciplinar. Decidi, então, trabalhar com tópicos relacionados à astronomia mais precisamente a observação do movimento aparente do Sol, com um projeto que de alguma forma levasse o aluno a encarar a Matemática de maneira mais prazerosa.

1.3 A SÉRIE EM QUE PROJETO FOI TRABALHADO

As atividades do projeto foram aplicadas à 2ª série A do ensino médio do período diurno da Escola Estadual Bento de Abreu do município de Santa Lúcia no Estado de São Paulo. Contamos com a colaboração da Professora de Matemática responsável pela classe da escola. As salas de Ensino Médio que ministramos aulas são do período noturno, assim não foi possível trabalhar com ela como gostaríamos, já que as atividades contavam com observações que deveriam ser feitas no período diurno e também devido ao fato de a maioria dos alunos do período trabalhar durante o dia.

A sala foi escolhida depois de consultarmos vários professores para decidirmos qual seria a melhor série para aplicar as atividades. Discutimos com os professores de Matemática da escola e optamos pela 2ª série A, que tinha um histórico de falta de professores desde o 7º ano do Ensino Fundamental. Não fizemos nenhuma prova diagnóstica, mas foi uma decisão conjunta de professores que deram aulas para aqueles alunos e que observaram que vários conteúdos não foram abordados na programação das aulas. Nesse contexto, pensamos em algo que pudesse abordar alguns conteúdos como geometria e trigonometria no triângulo, que os alunos não viram e complementar com aplicações desses mesmos.

1.4 CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA

A escolha do tema se deu em função de uma paixão pessoal sobre como Eratóstenes calculou o raio da Terra, observando a sombra de uma estaca num dia de solstício de verão no hemisfério norte. O gosto por esse tipo de problema se intensificou quando eu participei de um curso de formação continuada na UFSCar em que o professor Salvador, meu orientador de Mestrado, falou sobre a determinação da direção Norte – Sul observando a evolução da sombra de uma estaca durante o dia e que isso era necessário para a instalação de relógios de Sol. Daí em diante, percebi que observar a sombras de uma estaca era um bom tema para se aprender conteúdos matemáticos de forma experimental e contextualizada.

O ingresso no Mestrado profissional dessa instituição me proporcionou a oportunidade de trabalhar a observação dos movimentos do Sol de forma mais intensa e assim pude aliar o anseio dos alunos por ensino contextualizado com o gosto pessoal pelo tema.

1.5 DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A sequência de atividades foi aplicada em dez dias num total de 21 aulas de 50 minutos. Foram elaboradas folhas de atividades nas quais o aluno preenchia depois de colher dados de experimentos e outras apenas que eles trabalhavam a construção de conceitos e definições acerca da Geografia da Terra e da Geometria do movimento aparente do Sol. Além das folhas de atividades, aulas expositivas com abordagem histórica e a apresentação de algumas animações dos movimentos do Sol foram necessárias para que os alunos pudessem compreender melhor fenômenos que não puderam ser observados, por demandar mais tempo. O uso da calculadora e de computador foi indispensável no cálculo de funções trigonométricas inversas e na confecção de tabelas.

As aulas do projeto ocorriam somente às sextas-feiras e utilizávamos duas aulas da professora de Matemática responsável pela classe e em alguns momentos utilizamos aulas de outros professores. Esboçado o projeto, num primeiro momento, pensamos em preparar antecipadamente todas as atividades do projeto, mas preferimos preparar cada atividade e aplicá-la logo em seguida, assim o desenvolvimento e a motivação da classe nos orientavam na preparação da próxima atividade.

No desenvolvimento das atividades, durante as aulas do projeto, utilizamos abordagens didáticas pedagógicas algumas vezes com contextualização histórica, outras com

modelagem Matemática e ainda outras com resolução de problemas, tendências preconizadas pela Educação Matemática. Além das folhas de atividades, o projeto foi desenvolvido com aulas expositivas e de apresentações utilizando-se um projetor para mostrar pequenos filmes e animações.

O processo de avaliação ocorreu em algumas atividades e em dois momentos específicos: no começo e no final da sequência de atividades, priorizando-se a avaliação com relação à motivação e à evolução do conhecimento dos estudantes. Preparamos um questionário inicial com perguntas sobre as expectativas do projeto e também com relação à visão que os alunos tinham da disciplina Matemática. Junto com o questionário, aplicamos uma atividade que avaliava a visão que o aluno tinha do modelo Sol-Terra para que nos orientasse na confecção das próximas atividades. Não fizemos nenhuma correção com os alunos dessa primeira atividade e aplicamos novamente ao final dos trabalhos, e assim pudemos verificar a mudança de concepção do modelo Sol-Terra.

A ideia central das atividades consistiu em trabalhar a Matemática que contemplasse alguns aspectos da observação do movimento aparente do Sol com suas aplicações no cotidiano. Nessas atividades, foram abordadas duas aplicações importantes: o aproveitamento da energia solar por meio de painéis solares e a construção de um relógio de Sol.

A observação dos movimentos aparentes do Sol não aparece de forma explícita na proposta curricular de Matemática do Estado de São Paulo, mas encontra respaldo no caderno do 1º bimestre da 2ª série do Ensino Médio do programa da Secretária da Educação do Estado de São Paulo, em que há uma situação de aprendizagem que propõe observar e anotar, numa mesma hora do dia, o tamanho da sombra de uma estaca fincada perpendicularmente ao solo para construir um gráfico da variação do tamanho da sombra em função do tempo. O texto sugere que a observação seja feita ao meio-dia. O objetivo é que o aluno imagine acompanhar o comprimento da sombra durante dois anos e tenha a noção de periodicidade.

Não utilizamos esse texto como ponto de partida, mas fizemos uma leitura durante a segunda atividade e no decorrer do projeto comentamos sobre alguns problemas e dificuldades que o texto apresentava.

Uma dificuldade seria o aluno imaginar a evolução do tamanho das sombras durante dois anos, pois verificamos que os alunos, na sua maioria, não tinham noção do movimento aparente do Sol na nossa região.

Nessa proposta não está claro se as observações seriam diárias, semanais, mensais ou trimestrais no início de cada estação do ano. É apresentado um gráfico a ser preenchido em que no eixo horizontal estão as estações do ano e no eixo vertical o tamanho das sombras.

O erro apresentado no texto da proposta diz que a maior sombra se obtém no solstício de inverno e a menor no solstício de verão. A última afirmativa não é verdade, pois na região tropical a menor sombra se obtém quando o Sol está a pino, que não é exatamente o dia do solstício de verão na nossa latitude. Somente na linha dos trópicos ou fora da região intertropical é que a menor sombra é obtida no solstício de verão. A alternativa didática que apresentamos foi um programa feito pela Universidade de Nebraska¹, onde é possível simular o movimento do Sol em qualquer latitude, hora ou época do ano sendo, portanto, mais concreto e rápido para o aluno perceber a variação do tamanho da sombra durante dois anos. Excetuando-se esses detalhes, a proposta apresentada no caderno pode ser considerada como um bom tema gerador de questionamentos.

Os conteúdos abordados nas atividades do projeto estão de alguma forma, inseridos na grade curricular da 1ª série do Ensino Médio, mas optamos por aplicar na 2ª série A do Ensino Médio por ser uma classe com falhas na aprendizagem devido à falta de professor nas séries anteriores.

A Matemática ocupou papel central no desenvolvimento das atividades sendo usada como ferramenta necessária para se entender e resolver problemas que surgiram no decorrer das observações, mas foi necessário utilizarmos conceitos e técnicas de outras disciplinas para o desenvolvimento da proposta.

A ação sobre esse tema se justifica pelo seu aspecto interdisciplinar, pois não foi possível abordá-lo sob o olhar de uma única disciplina. Assim, foi necessária a articulação com outras áreas do conhecimento tais como Física, Geografia, Astronomia, Meio Ambiente, entre outras. Por exemplo, conceitos como transformação de energia e medida de potência apareceram naturalmente no trabalho. Apesar de o foco ser a geometria e trigonometria, a compreensão da proposta apresentada aos alunos passou necessariamente pela discussão e a utilização de conceitos que aparecem em outras disciplinas. Ao falar da utilização de aquecedores, solares questões como energias alternativas, preservação ambiental e políticas públicas, foram necessárias para uma justificativa consistente da viabilidade de utilização da energia solar. Os temas transversais Ética, Pluralidade Cultural e Meio Ambiente tiveram

¹Simuladores da universidade de Nebraska: <http://astro.unl.edu/naap/> acesso em ?

grande importância no desenvolvimento dessa atividade fazendo com que esse assunto se colocasse como tema desencadeador de propostas como, por exemplo, a discussão de políticas públicas para a utilização de energia limpa e renovável. Isso vai ao encontro da Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008) que, privilegia ideias de natureza transdisciplinar e que possibilitam o desenvolvimento das competências pessoais dos alunos, bem como a construção de significados dos conteúdos estudados.

A tabela abaixo mostra os conteúdos da proposta curricular de Matemática (SÃO PAULO, 2008) para a 1ª série do Ensino Médio e os conteúdos de Matemática correspondentes abordados no projeto.

Tabela I

	Proposta da SEE	Projeto
1º bimestre	<p>Números e seqüências</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos numéricos. • Regularidades numéricas: seqüências. • Progressões aritméticas e progressões geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Paralelismo e perpendicularismo. • Bissetriz de um ângulo. • Ângulos formados por duas paralelas e uma transversal. • Soma dos ângulos internos de um triângulo. • Relações trigonométricas no triângulo retângulo. • Razão e proporção. • Cálculo da área do retângulo
2º bimestre	<p>Funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relação entre duas grandezas. • Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado. • Função de 1º grau. • Função de 2º grau 	
3º bimestre	<p>Funções, exponencial e logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Crescimento exponencial. • Função exponencial: equações e inequações. • Logaritmos: definição e propriedades. • Função logarítmica: equações e inequações. 	
4º bimestre	<p>Geometria- Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Razões trigonométricas nos triângulos retângulos. • Polígonos regulares: inscrição, circunscrição e pavimentação de superfícies. • Resolução de triângulos não retângulos: lei dos senos e lei dos cossenos. 	

Quadro comparativo de conteúdos da proposta curricular do estado São Paulo com os conteúdos desenvolvidos no projeto

No capítulo seguinte daremos um referencial teórico que dá respaldo à interdisciplinaridade presente nas atividades desenvolvidas na pesquisa. Não temos a intenção de esgotar os pressupostos, mas sim delinear um referencial para o nosso trabalho.

CAPÍTULO 2

Referencial teórico

2.1 Introdução

A necessidade contemporânea de se formar cidadãos com uma visão crítica e complexa sobre vários assuntos evidencia cada vez mais a importância da Matemática na produção de modelos nas diversas áreas do saber. Para isso, é necessário que se tenham, muitas vezes, formas diferentes ou novas formas de pensar em que múltiplos olhares são reunidos para tratar um único problema (TOMAZ; DAVID, 2008). Nesse sentido acreditamos que prática de aprendizagens com uma abordagem interdisciplinar deva fazer parte das propostas pedagógicas escolares.

Descreveremos neste capítulo a fundamentação teórica do nosso trabalho que teve como objetivo a aprendizagem de conceitos de Geometria e Trigonometria, e para isso utilizamos como ponto de partida tópicos de Ciências e Astronomia, em particular a observação dos movimentos do Sol. O trabalho se mostrou interdisciplinar, pois não foi possível tratá-lo sob o olhar de uma única disciplina. O aspecto interdisciplinar em que se desenvolveu o trabalho possibilitou a utilização de aspectos da modelagem e da resolução de problemas.

Não discutiremos resolução de problemas nem modelagem matemática, focalizando o trabalho numa temática mais geral, no caso a interdisciplinaridade. Para Tomaz e David (2008) a modelagem Matemática, em geral, esta associada a um tema que na maioria das vezes requer integração de conhecimentos de várias áreas, além do conhecimento matemático, tornando natural associar modelagem matemática e interdisciplinaridade.

A resolução de problemas é por excelência o foco principal do ensino de Matemática. Assim é natural pensar que em alguns momentos do trabalho foi necessário utilizar a metodologia da resolução de problemas.

Salientamos que o trabalho desenvolveu atividades acerca da Geometria e Trigonometria, constante no currículo do Ensino Médio, quase na sua totalidade, e em alguns

momentos foram trabalhados conceitos de razão, proporção e de limite para a manipulação de dados numéricos obtidos nos experimentos de observação do movimento solar durante o dia.

Faremos ao final deste capítulo uma breve análise dos PCN e da proposta curricular do Estado do São Paulo para o ensino de Ciências, uma vez que entendemos que o trabalho pode ser desenvolvido nas duas disciplinas.

2.2 Interdisciplinaridade

Para entendermos interdisciplinaridade no âmbito escolar, primeiramente, faremos um breve apanhado histórico da abordagem interdisciplinar nas Ciências.

2.2.1 Breve Histórico

Segundo Fazenda (1994), a interdisciplinaridade surgiu na França e na Itália em meados da década de 60 do século passado, num período marcado pelos movimentos estudantis que, dentre outras coisas, reivindicavam um ensino mais sintonizado com as grandes questões de ordem social, política e econômica da época. A busca pela totalidade do conhecimento seria uma alternativa ao conhecimento esfacelado, produzido por uma Ciência multipartida que levava o estudante a uma única, restrita e limitada direção.

A primeira proposta de um projeto interdisciplinar de pesquisa foi apresentada, em 1961 à UNESCO, pelo filósofo e epistemólogo francês G. Gusdorf (1912-2000). A ideia central do projeto seria reunir um grupo de renomados cientistas para realizar um projeto de pesquisa interdisciplinar nas Ciências Humanas. A intenção do projeto seria de orientar as Ciências Humanas a trabalhar pela unidade humana. A proposta de Gusdorf previa a diminuição teórica entre as ciências humanas (FAZENDA, 1994).

No Brasil, a primeira produção significativa sobre interdisciplinaridade é de Japiassú, H, (1976). Seu livro aborda questões que envolvem a interdisciplinaridade e os pressupostos para uma metodologia interdisciplinar, sendo, portanto, estudos de caráter epistemológico.

No âmbito da educação, o primeiro trabalho é de Ivani Catarina Fazenda, na década de 1970, desenvolvida como pesquisa de mestrado e que faz uma análise das proposições de interdisciplinaridade à luz das reformas de ensino no Brasil.

Das primeiras discussões na década de 1960, a interdisciplinaridade, já em 1971, exerce influência na elaboração da Lei de Diretrizes e Bases Nº 5.692/71. Desde então,

sua presença no cenário educacional brasileiro tem se intensificado e, recentemente, mais ainda, com a nova LDB Nº 9.394/96 e com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

2.2.2 Interdisciplinaridade na escola

Antes de discorrermos os pressupostos da interdisciplinaridade que darão respaldo teórico ao nosso trabalho, daremos as definições de dois termos que são muitas vezes confundidos, por professores e gestores de ensino, e que se referem a algum tipo de relação entre as disciplinas: Multidisciplinaridade e Interdisciplinaridade.

Em multidisciplinaridade supõe-se que a mesma questão ou solução de um problema requer tratamento de diferentes disciplinas, cada qual abordando segundo suas perspectivas e métodos sem a preocupação de interligar as disciplinas entre si. Segundo Japiassú (1976), a multidisciplinaridade se caracteriza por uma ação simultânea de uma gama de disciplinas em torno de uma temática comum. Essa atuação, no entanto, ainda é muito fragmentada, à medida em que não se explora a relação entre os conhecimentos disciplinares e não há nenhum tipo de cooperação entre as disciplinas.

Na interdisciplinaridade, estabelece-se uma interação entre duas ou mais disciplinas para ampla compreensão de um tema estudado, trata-se de um sistema sem fronteiras entre as disciplinas. O que caracteriza um trabalho interdisciplinar é a transferência de métodos de uma disciplina para outra, o que traz um olhar mais abrangente.

Poderíamos dizer simplificadamente, que a interdisciplinaridade apresenta-se como possibilidade para tratar de assuntos ou resolver problemas que uma única disciplina isoladamente não teria condições de fazê-lo.

Só para citar alguns exemplos, assuntos como Estrutura da Matéria é tratada pela Física e Química; a Entropia e a Conservação de Energia são conceitos fundamentais na Termodinâmica e na Biologia. Diariamente, os jornais trazem fatos e acontecimentos em que o entendimento requer a opinião e visão de especialistas de diversas áreas.

Para Tomaz e David (2008), embora a multiplicidade de fatores sociais, econômicos e sociais acene para a interdisciplinaridade como solução para os limites e as incapacidades das disciplinas isoladas de compreender a realidade e responder às demandas do mercado de trabalho, contraditoriamente, na prática, difunde-se ainda na maioria das

escolas um conhecimento fragmentado, deixando para o aluno estabelecer sozinho as relações entre os conteúdos.

Em nosso trabalho, a ação interdisciplinar se deu quando, utilizamos Física para descrever como se dava o movimento solar diurno, a transferência de energia solar nos coletores solares, a descrição da constituição do Sol; a História para falar de Astronomia e construção de relógios solares; a Biologia para debater sobre fontes de energias renováveis; a Geografia para falar de localização e coordenadas geográficas; e a Matemática para dar os modelos geométricos e algébricos para cálculos imprescindíveis na realização das tarefas.

A prática interdisciplinar exige uma mudança de mentalidade da escola como um todo, professores, coordenadores pedagógicos e gestores devem estar engajados já que isto significa uma ruptura com o modelo tradicional (abordagem disciplinar). O professor tem um papel central nessa mudança de mentalidade, não adianta estar na proposta pedagógica da escola se o professor não estiver preparado para adotar essa prática, refletindo constantemente sobre seu papel enquanto educador e mediador da aprendizagem.

Para Fazenda (1994), o professor interdisciplinar é alguém que está sempre envolvido com seu trabalho, é comprometido com seus alunos, possui um gosto por pesquisar e conhecer, ousa novas técnicas de procedimentos e ensino e traz consigo a marca da resistência que os impulsiona a lutar contra a acomodação.

No processo interdisciplinar, o professor é um orientador, é aquele que inova permanentemente, e o aluno, aquele que observa, descobre, faz, cria e produz seus conhecimentos através de pesquisa, experimentos e atividades diversificadas. Desse modo, a interdisciplinaridade apresenta-se como uma forma de redimensionamento dos conhecimentos aplicados em diferentes situações, sendo assim valorizada por possibilitar uma aprendizagem em que as partes se conectam com o todo e o todo com as partes, harmonicamente (FAZENDA, 2001)

Também, de acordo com Santomé (1998), apostar na interdisciplinaridade significa defender um novo tipo de pessoa, mais aberta, mais flexível, solidária e democrática.

Muitos professores não mudam suas práticas, nem ousam diferentes metodologias, talvez por receio de que não estejam fazendo aquilo para o qual foram preparados.

Sobre a formação interdisciplinar do professor, Lenoir² (1997, apud FERREIRA, 2010) considera como uma das condições fundamentais para a passagem da

² LENOIR, Yves. A importância da interdisciplinaridade na formação de professores do ensino fundamental. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 102, p. 5-22, nov. 1997.

formação tradicional (disciplinar) para a interdisciplinar, é que ocorram mudanças nas práticas dos formadores dos professores. Estes precisam estar convencidos dos ganhos da prática interdisciplinar para eles mesmos, para os alunos e para a sociedade.

O pensamento de Lenoir indica claramente que a mudança deve ocorrer na formação do professor, tanto na formação inicial quanto na continuada.

Há várias possibilidades para pensar a formação do professor para a interdisciplinaridade. Uma delas seria a de aprender a recorrer às técnicas e instrumentos de outras disciplinas. Outra seria o desenvolvimento de competências para “criar pontes” entre as disciplinas que lecionam e outras disciplinas. Entretanto, seria mais complexo pensar numa formação em que o professor pudesse reconstruir suas disciplinas em práticas interdisciplinares com seus alunos. “Isso iria solicitar não somente competências técnicas, mas envolveria toda uma revisão, e mesmo construção, de atitudes, o que não poderia ser desvinculado de transformações em suas próprias identidades profissionais” (GARCIA, 2005, p.4).

2.2.3 A Interdisciplinaridade nos PCN

Quando falamos em interdisciplinaridade no ensino, não podemos deixar de considerar como o tema é abordado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Os PCN surgiram com a reforma do Ensino Médio e foram concebidos com base nos princípios da LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) nº 9394/96, nos quais se propõe um currículo baseado na aprendizagem significativa, mediante a contextualização e à interdisciplinaridade para a garantia de aquisição de competências básicas e necessárias ao pleno desenvolvimento do cidadão contemporâneo. Nesse contexto, a reforma curricular do Ensino Médio estabelece a divisão do conhecimento escolar em áreas, uma vez que entende os conhecimentos cada vez mais imbricados aos conhecedores, seja no campo técnico-científico, seja no âmbito do cotidiano da vida social. A organização em três áreas – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias – tem como base a reunião daqueles conhecimentos que compartilham objetos de estudo e, portanto, mais facilmente se comunicam, criando condições para que a prática escolar se desenvolva numa perspectiva de interdisciplinaridade.

Mais especificamente, a abordagem interdisciplinar nos PCNEM (Parâmetros curriculares Nacionais do Ensino Médio) referente à área Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, na qual o nosso trabalho se desenvolveu, aparece, de forma mais inteligível, na descrição do sentido da aprendizagem na área e apontam que os objetivos educacionais nessa área devam ter um caráter mais formativo, envolvendo de um lado uma abordagem disciplinar mais profunda e de outro a interdisciplinaridade.

“No nível médio, esses objetivos envolvem, de um lado, o aprofundamento dos saberes disciplinares em Biologia, Física, Química e Matemática, com procedimentos científicos pertinentes aos seus objetos de estudo, com metas formativas particulares, até mesmo com tratamentos didáticos específicos. De outro lado, envolvem a articulação interdisciplinar desses saberes, propiciada por várias circunstâncias, dentre as quais se destacam os conteúdos tecnológicos e práticos, já presentes junto a cada disciplina, mas particularmente apropriados para serem tratados desde uma perspectiva integradora” (BRASIL, 2002, p.15 – 16).

As orientações nos PCNEM deixam clara a importância da abordagem disciplinar e colocam a interdisciplinaridade como sendo necessária em algumas abordagens, nas quais a própria temática exige e dá alguns exemplos como modelo atômico, poluição, conservação de energia entre outros, enfatizando que essas temáticas não cabem nas fronteiras de qualquer disciplina. Reforçam ainda, a importância de temas que estabelecem relações com disciplinas das outras áreas.

Em nosso trabalho, utilizamos Geografia quando trabalhamos com coordenadas geográficas para tratar da geometria do Sol em diferentes latitudes. A Geografia é uma disciplina que faz parte da área Ciências Humanas e suas Tecnologias. Na realidade, neste caso específico, é a Geografia que se utiliza de ferramentas matemáticas para descrever as coordenadas geográficas.

Outras orientações à realização de trabalhos interdisciplinares constam nos PCN+ que são orientações complementares aos PCNEM.

Na orientação dos PCN+ (2002, p.30 – 31) sobre como dar contexto social e cultural aos conhecimentos, dão-se como exemplo que a compreensão da energia em seu uso social, as considerações tecnológicas e econômicas não se limitam a nenhuma disciplina específica, sendo essencial um trabalho com uma abordagem interdisciplinar. Reforça, ainda, que a articulação interdisciplinar via contextualização não deve ser oferecida eventualmente, porque sem ela o conhecimento desenvolvido pelo aluno estará fragmentado e será ineficaz.

A Matemática como integrante da área de Ciências da Natureza e Tecnologias do Ensino Médio, por ocupar lugar privilegiado nos PCN por seu caráter instrumental mais amplo, deve ajudar a desenvolver as habilidades e competências, tendo em vista o

relacionamento da Matemática com as outras disciplinas da área e outras áreas do conhecimento.

O desenvolvimento de habilidades e competências são os objetivos do ensino da Matemática. Necessita-se, portanto, um rompimento com algumas práticas tradicionais de ensino, pois o ensino disciplinar muitas vezes tem se mostrado ineficaz. Não basta mudar a metodologia, se os conteúdos da Matemática se restringem a definições, exemplos e exercícios de fixação e aplicações. Mesmo que os assuntos sejam abordados de forma completa e aprofundados, mas de forma fragmentada, nada garante que os alunos farão a conexão entre os diversos conteúdos e disciplinas.

A concepção dos PCN é interdisciplinar por excelência – a divisão curricular em áreas de conhecimento onde as disciplinas de cada bloco se interagem conceitualmente – é uma indicação de que abordagem puramente disciplinar deve ser abandonada.

2.3 Proposta Pedagógica Curricular do Estado de São Paulo

De acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SEE, 2008, p. 41),

“O objetivo principal de uma proposta curricular é mapear as informações relevantes e organizá-las em narrativas significativas, em cada território disciplinar. Por meio das diversas disciplinas, os alunos adentram de maneira ordenada – disciplinarmente – o fecundo e complexo universo do conhecimento, em busca do desenvolvimento das competências básicas para sua formação pessoal”.

Como nos PCN, a proposta curricular da SEE (2008) é dividida em grandes áreas do conhecimento:

- Área das Ciências Humanas e suas Tecnologias, da qual fazem parte História, Geografia, Filosofia, Sociologia e Psicologia, Antropologia e Economia e Política.
- Área das Ciências da Natureza e suas Tecnologias, da qual fazem parte Biologia, Física e Química.
- Área de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias compreendem as disciplinas de Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Arte e Educação Física.
- Matemática e as áreas do conhecimento.

Nas três primeiras áreas listadas acima, há orientações para uma articulação interdisciplinar entre as disciplinas de cada bloco temático como forma de contextualizar os conhecimentos.

Desde 1986, nas propostas curriculares elaboradas no Estado de São Paulo a Matemática é apresentada como uma área específica do conhecimento.

Diferentemente dos PCN e dos PCNEM em que a Matemática está incorporada à área de Ciências da Natureza e suas tecnologias, na mais recente proposta curricular do Estado de São Paulo (SEE) de 2008, também, há uma área específica para a Matemática baseada na ideia de que sua incorporação à área de Ciências distorce o fato de que a Matemática constitui um conhecimento específico da educação básica e que “tal conhecimento inclui um universo próprio muito rico de objetos, instrumentos e interesses, fundamentais, tanto para as chamadas Ciências Naturais quanto para as Ciências Humanas, e ainda para as Linguagens em sentido amplo” SEE (2008).

O objetivo principal da proposta e a existência de uma área específica para a Matemática não é um indicativo de uma proposta puramente disciplinar e na SEE (2008, p. 45), relativo à área de Matemática, destacamos:

“O foco principal, que orienta todas as ações educacionais, é a transformação de informação em conhecimento. Cada vez mais disponíveis, as informações circulam, no entanto, de modo desordenado e fragmentado, o que as tornam naturalmente efêmeras. Para que ocorra a construção do conhecimento, elas precisam ser articuladas, interconectadas, de modo a produzir visões organizadas da realidade, que conduzam à compreensão dos significados dos temas estudados”.

O trecho acima é um forte indicativo de que abordagens interdisciplinares devam fazer parte das ações pedagógicas como meio para se produzir conhecimento.

Como o nosso trabalho não tratou de assuntos exclusivamente da Matemática, encontramos, também, na área de Ciências e suas tecnologias a razão para um projeto interdisciplinar, pois de acordo com a proposta da SEE³ não deve haver fronteiras entre as disciplinas do bloco e que a todas as Ciências da Natureza fazem uso de instrumentos matemáticos em seus procedimentos de quantificação, análise e modelagem. Seria, então, ultrapassada a ideia de que a Matemática tenha fronteiras definidas. Usar Matemática para entender Ciências é tão natural quanto usar Ciências para entender Matemática. Dessa maneira, entendemos que a proposta da SEE orienta para que abordagens interdisciplinares dos conteúdos ocorram em todas as áreas do conhecimento.

2.4 PCN e proposta curricular de São Paulo para o ensino de Ciências

³ SEE, Secretária de Educação do Estado de São Paulo

Antes de descrevermos uma análise dos PCN e da proposta Curricular do Estado de São Paulo para o ensino de Ciências, faremos uma observação entre as diferenças de ciclos proposta nestes documentos. Nos PCN, as oito séries do ensino Fundamental estão divididas em quatro ciclos, no primeiro estão as 1ª e 2ª séries, no segundo 3ª e 4ª séries, no terceiro 5ª e 6ª séries e no quarto ciclo 7ª e 8ª séries. Já na proposta curricular de São Paulo de 2008 as oito séries estão divididas em dois ciclos, o primeiro contempla de 1ª à 4ª série e o segundo ciclo de 5ª a 8ª série.

Os PCNs - Introdução (1998) de Ciências Naturais propõem a abordagem dos conteúdos de acordo com sua importância social, de seu significado para os alunos e de sua importância científica e tecnológica, organizando nos eixos temáticos: “Vida e Ambiente”, “Ser Humano e Saúde”, “Tecnologia e Sociedade” e “Terra e Universo”

Os eixos temáticos foram elaborados de modo a ampliar as possibilidades de realização dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Ciências Naturais com a articulação entre os diferentes conteúdos dos diversos eixos temáticos, entre os conteúdos e os temas transversais e entre todos eles e as demais áreas do Ensino Fundamental. A proposta é trabalhar conhecimentos de várias naturezas que se manifestam inter-relacionados de forma real.

Embora os PCN para o Ensino Fundamental não estejam divididos em área do conhecimento, encontramos orientações para um trabalho interdisciplinar.

“A compreensão dos fenômenos naturais articulados entre si e com a tecnologia confere à área de Ciências Naturais uma perspectiva interdisciplinar, pois abrangem conhecimentos biológicos, físicos, químicos, sociais, culturais e tecnológicos” (PCN, 1998, p.36 Ciências Naturais).

Como já descrito no capítulo 1 deste trabalho, as atividades foram aplicadas a uma sala de Ensino Médio, mas ela também pode ser trabalhada de 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental atentando para os conteúdos de cada série. É prudente, por exemplo, não aprofundar a ponto de utilizar as razões trigonométricas antes da 8ª série uma vez que é um conteúdo específico para esta série, mas a geometria das observações tais como, a determinação do meridiano local, a altura máxima e mínima do Sol e a trajetória do Sol no céu durante o ano são conteúdos que podem ser trabalhados nas 5ª e 6ª séries do Ensino fundamental. Esses conteúdos devem ser retomados nas 7ª e 8ª séries dando-se o tratamento matemático àqueles que se fizerem necessários de modo a consolidar os resultados que foram apresentados nas 5ª e 6ª séries. Um exemplo é a determinação da altura máxima e mínima do Sol, na 5ª e 6ª apenas explorando ou fornecendo aos alunos as alturas do Sol durante o ano

para construir um modelo da trajetória do Sol, e na 8ª série trabalharemos com as demonstrações dos resultados.

É importante a construção de um modelo da trajetória do Sol durante o ano, pois ajuda os alunos a se desprenderem da concepção de que o leste é onde Sol nasce e o oeste é onde o Sol se põe, apresentados em muitos livros. O leste e o oeste passam a ter um significado maior uma vez que os pontos de nascer e ocaso do Sol não são fixos no horizonte. Nas séries destes ciclos, já é possível, trabalhar a determinação dos pontos cardeais pela determinação do meridiano local como na atividade apresentada nesta proposta.

O eixo temático “Terra e Universo” estabelecido pelo PCN (1998) para o 3º ciclo propõe uma concepção de Universo com especial enfoque para o sistema Terra-Sol-Lua por meio de fenômenos celestes observáveis e, da consulta de outras fontes de informações orientadas pelo professor, de modo a ampliar as visões do Universo numa constante construção e reconstrução do modelo céu-Terra. Espera-se que o aluno chegue no 4º ciclo com a concepção de um universo sem fronteiras onde se encontra o sistema Terra-Sol-Lua.

Para o 4º ciclo, as atividades e os temas de estudos das Ciências Naturais devem ser organizados para que os estudantes ganhem progressivamente as seguintes capacidades:

- Compreender e exemplificar como as necessidades humanas, de caráter social, prático ou cultural, contribuem para o desenvolvimento do conhecimento científico ou, no sentido inverso, beneficiam-se desse conhecimento;
- Compreender as relações de mão dupla entre o processo social e a evolução das tecnologias, associadas à compreensão dos processos de transformação de energia, dos materiais e da vida;
- Valorizar a disseminação de informações socialmente relevantes aos membros da sua comunidade;
- Confrontar as diferentes explicações individuais e coletivas, reconhecendo a existência de diferentes modelos explicativos na Ciência, inclusive de caráter histórico, respeitando as opiniões, para reelaborar suas idéias e interpretações;
- Elaborar individualmente e em grupo relatos orais, escritos, perguntas e suposições acerca do tema em estudo, estabelecendo relações entre as informações obtidas por meio de trabalhos práticos e de textos, registrando suas próprias sínteses mediante tabelas, gráficos, esquemas, textos ou maquetes;
- Compreender como as teorias geocêntrica e heliocêntrica explicam os movimentos dos corpos celestes, relacionando esses movimentos a dados de observação e à importância histórica dessas diferentes visões;
- Compreender a história evolutiva dos seres vivos, relacionando-a aos processos de formação do planeta;
- Caracterizar as transformações tanto naturais como induzidas pelas atividades humanas, na atmosfera, na litosfera, na hidrosfera e na biosfera, associadas aos ciclos dos materiais e ao fluxo de energia na Terra, reconhecendo a necessidade de investimento para preservar o ambiente em geral e, particularmente, em sua região;
- Compreender o corpo humano e sua saúde como um todo integrado por dimensões biológicas, afetivas e sociais, relacionando a prevenção de doenças e promoção de saúde das comunidades a políticas públicas adequadas;

- Compreender as diferentes dimensões da reprodução humana e os métodos anticoncepcionais, valorizando o sexo seguro e a gravidez planejada. (PCN, p. 89-90, 1998 – Ciências Nat)

Destacamos o quarto ao sexto itens descritos acima, no qual encontramos respaldo para a nossa proposta. Embora as atividades do projeto não explicitem a discussão dos modelos heliocêntrica e geocêntrica, elas podem servir de ponto de partida para tal discussão, pois em todas as atividades do projeto trabalhamos com o modelo geocêntrico tomando a Terra como referencial e, isso é extremamente importante, pois é justamente essa concepção que primeiramente a maioria dos estudantes traz consigo. Acreditamos que a construção do modelo heliocêntrico deva vir junto com a construção da ideia da esfericidade da Terra.

Sobre os modelos heliocêntrico e geocêntrico, nesse ciclo, os PCN orientam para uma abordagem do significado histórico da ruptura entre os dois modelos.

Neste ponto, acrescentamos a questão da esfericidade da Terra que é parceira histórica da ideia heliocêntrica e, na Idade Média, sempre estiveram envolvidas no conflito entre Ciência e Religião.

Um fenômeno observável e que serve para dar evidências de que a Terra tem formato esférico é o cálculo da latitude nos equinócios, como na atividade apresentada nessa proposta, que pode vir acompanhada da experiência histórica da determinação do raio da Terra realizada por Eratóstenes. É importante, também, mostrar alguns fenômenos que o modelo geocêntrico não explica. Por exemplo, tendo determinado o meridiano local, os alunos podem comparar diariamente o meio dia solar verdadeiro com o meio dia solar médio e assim levantar hipóteses sobre as diferenças de horas observadas. Sabe-se que esse fenômeno ocorre em função de a órbita da Terra ser uma elipse e devido à inclinação do eixo terrestre.

Essa mudança de concepção abre caminhos para se introduzir a questão da gravidade, uma vez que esse fenômeno deva explicar primeiramente por que não nos desprendemos da Terra e, posteriormente, num processo investigativo explicar os movimentos da Terra da Lua e de outros corpos celestes.

2.5 Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o ensino de Ciências

De acordo com a proposta curricular do Estado de São Paulo para a disciplina de Ciências (SEE, 2008, p.41),

“O estudo de Ciências Naturais tem como um de seus papéis principais a preparação dos jovens cidadãos para enfrentar os desafios de uma sociedade em mudança contínua. O conhecimento científico é um elemento chave na cultura geral dos cidadãos, pois o acesso a esse conhecimento os habilita tanto para se posicionar ativamente diante das modificações do mundo em que vivem, como para compreender os fenômenos observáveis na natureza e no Universo”.

A abordagem dos conteúdos deve respeitar a linguagem adequada a cada faixa etária, assim para as 5ª e 6ª séries a ênfase deva ser dada para a realidade mais próxima do aluno, com suas vivências e percepções pessoais. Nas 7ª e 8ª séries, a ênfase deva ser dada para temáticas mais abrangentes e suas interpretações.

O estudo das Ciências da Natureza no Ensino Fundamental deve capacitar o educando a:

1. Utilizar diferentes linguagens: escrita, verbal, corporal, plástica etc., para expressar e comunicar suas idéias; interpretar e utilizar produções culturais, incluindo as científicas;
2. Procurar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para construir conhecimentos;
3. Desenvolver a criatividade, a análise crítica, o pensamento lógico e os procedimentos adequados a situações de resolução de problemas reais;
4. Agir com responsabilidade em relação à saúde individual e coletiva, visando a uma melhoria da qualidade de vida por meio da valorização e adoção de hábitos saudáveis, além de contribuir para a preservação do meio ambiente, identificando seus elementos, as interações entre eles e o papel transformador do ser humano;
5. Adotar uma atitude solidária, cooperativa, de repúdio às injustiças e preconceitos de qualquer natureza, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito;
6. Construir a noção de identidade nacional e pessoal, conhecendo as características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais. (SEE, 2008, p. 43 – 44)

Não encontramos na proposta curricular orientações específicas para o estudo de Astronomia, porém, como nos PCNs, há quatro grandes eixos temáticos para articulação dos conteúdos: Vida e Ambiente, Ciência e Tecnologia, Ser Humano e Saúde, Terra e Universo. A orientação é para que os quatro eixos sejam trabalhados em todas as séries do segundo ciclo, deixando para cargo do professor a sequência dos temas estruturadores, levando em consideração o contexto da turma e da escola.

Na Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o ensino de Ciências, há um quadro que identifica o significado de cada tema estruturador, por meio de conteúdos específicos disciplinares, bem como das respectivas abordagens para cada uma das séries.

As tabelas apresentadas a seguir, são recortes do quadro da proposta curricular de São Paulo para o ensino de Ciências.

A Tabela II é um recorte da Proposta para o tema Terra e Universo na 5ª e 6ª séries. Na Tabela III apresentamos os temas Terra e Universo e Ciência e Tecnologia da 7ª série.

Tabela II
5ª série

5ª série			
	Subtemas por bimestre	Conteúdos gerais	Conteúdos específicos
Terra e Universo	PLANETA TERRA: CARACTERÍSTICAS E ESTRUTURA	Terra: dimensão e estrutura	<ul style="list-style-type: none"> • Representações da Terra: lendas, mitos e crenças religiosas. • Representação do planeta Terra. Fotos, planisférios e imagens televisivas. Estimativa do tamanho da Terra. • Modelo da estrutura interna e medidas experimentais que o sustentam. • Modelos que explicam os fenômenos naturais como vulcão, terremoto e tsunamis: modelo das placas tectônicas.
		Rotação da Terra	<ul style="list-style-type: none"> • Rotação da Terra e diferentes intensidades de iluminação solar. • Ciclo dia/noite como medida de tempo. A sombra e a medida do tempo. • Medidas de tempo de diferentes durações: do cotidiano e de pequenos e grandes intervalos de tempo. • Evolução dos equipamentos de medidas de tempo: relógios de água, de areia, mecânicos e elétricos. • Ciclo dia/noite e atividades humana e animal. Diferentes fusos horários e saúde.
6ª série			
	Subtemas por bimestre	Conteúdos gerais	Conteúdos específicos
Terra e Universo	OLHANDO PARA O CÉU	Elementos Astronômicos visíveis	<ul style="list-style-type: none"> • Os elementos astronômicos visíveis no céu: Sol, Lua, estrelas, planetas e galáxia. • Localização das principais estrelas no céu. As constelações. • Cultura e constelações. • Movimento dos astros no céu em relação à Terra: do leste para oeste. Identificação da direção norte/sul.
		Elementos do Sistema Solar	<ul style="list-style-type: none"> • Estruturação do Sol e dos planetas no espaço. • Características físicas dos objetos astronômicos do sistema solar: forma, tamanho, temperatura, rotação, translação, massa, atmosfera etc. • Distâncias e tamanhos na dimensão do sistema solar. Representação em escala do sistema solar.

Quadro extraído da proposta SEE, p.48 - 55. Mostra a articulação entre os conteúdos e o tema estruturador Terra e Universo para a 5ª e 6ª séries.

Tabela III

7 ^a série			
	Subtemas por bimestre	Conteúdos gerais	Conteúdos específicos
Terra e Universo	PLANETA TERRA E SUA VIZINHANÇA CÓSMICA	As estações do Ano	<ul style="list-style-type: none"> • Movimento de translação da Terra em torno do Sol. A invariância do eixo de rotação no movimento de translação. • Translação da Terra e as estações do ano. • Estações do ano e variações climáticas. • Unidade de medida de tempo: um ano. Calendários e diversas culturas. • Horário de verão: seu significado e impacto na conservação da energia e na saúde.
		Sistema Sol, Terra Lua	<ul style="list-style-type: none"> • Significados da Lua e do Sol nas diferentes culturas. • Movimento da Lua no referencial da Terra. Fases da Lua. • Modelo explicativo dos movimentos relativos do sistema Sol, Terra e Lua. • Eclipses lunar e solar.
	Nossa vizinhança Cósmica	<ul style="list-style-type: none"> • O Sol como estrela e as estrelas como pequenos sóis. O conceito de galáxia. • O movimento do Sol ao redor do centro da galáxia e o movimento galáctico. O Grupo Local e outros aglomerados galácticos. 	
Ciência e Tecnologia	ENERGIA NO COTIDIANO E NO SISTEMA PRODUTIVO	Energia: fontes, obtenção, usos e propriedades	<ul style="list-style-type: none"> • Formas de utilização da energia elétrica no cotidiano, na cidade, no país e em nível mundial. • Cálculos e estimativas de consumo residencial de energia elétrica e a relação entre consumo e tipos de eletrodomésticos. • Circuito elétrico residencial e de sistemas simples como lanterna, luminária e luzes de árvore de Natal. • Risco e segurança no uso de eletricidade: uso adequado dos aparelhos elétricos, choques e fios de alta tensão. • Fontes de energia elétrica: transformações de energia no processo de obtenção da eletricidade. • Produção de energia elétrica: impactos ambientais e sustentabilidade.
		Materiais como fonte de energia	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos energéticos: petróleo, carvão, gás natural e biomassa. • Transformações nos processos de produção e uso de energia. Eficiências energéticas das etapas. • Transportes e diferentes consumos de energia. A evolução dos transportes na história da humanidade.

Quadro extraído da proposta SEE, p.58 - 58. Mostra a articulação entre os conteúdos e o tema estruturador Terra e Universo e Ciência e Tecnologia para a 7^a série.

Na 8^a série, não aparece o tema Terra e Universo, mas é apresentado o tema estruturador Tecnologia e Sociedade que entendemos ser o tema Ciência e Tecnologia com suas implicações sociais. Neste ponto, reforçamos mais uma vez a possibilidade de trabalhos

interdisciplinares, pois os conteúdos são apresentados para serem explorados com suas aplicações e implicações.

Segue o quadro (Tabela IV), com o tema estruturador para a 8ª série.

Tabela IV

8ª série			
	Subtemas por bimestre	Conteúdos gerais	Conteúdos específicos
Tecnologia e Sociedade	USOS TECNOLÓGICOS DAS RADIAÇÕES	Características das radiações.	<ul style="list-style-type: none"> • Radiação: propagação de energia. Espectro das radiações e usos no cotidiano. • Luz: radiação visível. Luz e cor. Cor e luz e cor pigmento. • Cores e temperatura. • Espectros e a identificação das estrelas.
		Radiações e suas aplicações	<ul style="list-style-type: none"> • Ondas eletromagnéticas e sistemas de informação e comunicação. • Radiações e outros usos sociais, como na medicina, na agricultura e nas artes. (radiografia, gamagrafia e tomografia) • Efeitos biológicos das radiações.

Quadro extraído da proposta SEE, p.63. Mostra a articulação entre os conteúdos e o tema estruturador Tecnologia e Sociedade.

O presente trabalho não contempla toda a proposta dos PCNs, nem da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, porém entendemos ser um desencadeador de questionamentos para contextualizar e aprofundar os conteúdos propostos.

A ideia é que seja uma proposta que possa ser trabalhada tanto por professores de Matemática quanto de Ciências.

Por ser um assunto interdisciplinar, possibilitou dar um contexto histórico no desenvolvimento das atividades, assim descreveremos no próximo capítulo os conteúdos de história que foram abordados durante a pesquisa.

CAPITULO 3

Um pouco de história

3.1 Introdução

Neste capítulo, faremos uma abordagem histórica de assuntos que foram trabalhados na nossa pesquisa e que foram relevantes para a contextualização e desenvolvimento dos trabalhos.

Dedicaremos uma seção do capítulo à Copérnico por dois motivos, primeiro por ele ser o “Pai” do heliocentrismo moderno; segundo por ser um assunto chave no desenvolvimento das atividades, já que o modelo que trabalhamos foi o geocêntrico.

Focamos na história da Astronomia, já que trabalhamos com a observação dos movimentos do Sol.

Um aspecto bastante relevante foi a discussão do sistema solar com ênfase no sistema Sol-Terra.

3.2 Astronomia na antiguidade

A astronomia é provavelmente a mais antiga das ciências. Descobertas arqueológicas têm fornecido evidências de observações astronômicas entre os povos pré-históricos. É certo que, o homem primitivo, na sua luta pela sobrevivência, interessou-se em observar e compreender os fenômenos que ocorria a sua volta na medida de sua capacidade intelectual. Inicialmente, o homem deve ter tido uma atenção para fenômenos que afetavam sua vida cotidiana e que se repetiam com frequência como alternância de claridade e escuridão, períodos de chuva e também com variações de temperatura e clima relacionados ao deslocamento aparente do Sol no horizonte.

Com sua evolução, o homem percebeu que podia valer-se da posição das estrelas e demais astros para se orientar sobre a Terra, construir calendários e marcar o tempo. Os registros mais antigos datam de aproximadamente 3000 a.C e se devem aos chineses, babilônios, assírios e egípcios. Naquela época, os astros eram estudados com objetivos

práticos, como medir a passagem do tempo para determinar as melhores épocas de plantio e colheita ou com objetivos relacionados à astrologia para fazer previsões do futuro, já que, não tendo nenhum conhecimento da natureza física dos astros, o homem acreditava na natureza divina dos corpos celestes.

Vários séculos antes de Cristo, os chineses sabiam a duração do ano e usavam um calendário de 365 dias. Em outras partes do mundo, evidências de conhecimentos astronômicos muito antigos foram deixadas na forma de monumentos, como o de Newgrange (Figura 1) na atual Irlanda, construído por volta de 3200 a.C.. A única entrada do monumento leva a um corredor estreito que termina em uma pequena câmara em formato de cruz. Somente no solstício de inverno o sol ilumina o corredor e a câmara central por exatos 17 minutos (Figura 2). Nos anos 60 descobriu-se que o monumento foi projetado segundo estudos astronômicos, sendo usado para contar o tempo já que a entrada do Sol pelo corredor principal marcaria o início de um novo ano.

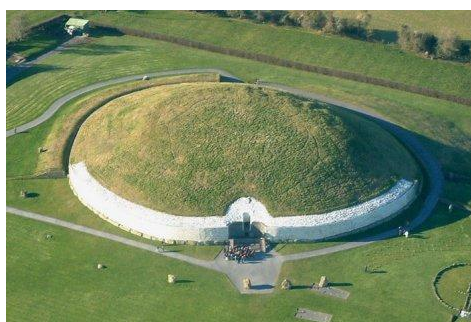


Figura 1: Vista aérea de Newgrange.
Fonte: <http://www.newgrange.com/>



Figura 2: Corredor Principal de Newgrange
Fonte: <http://astronomy2009.ie/>

Stonehenge (Figura 3), na Inglaterra, que data de 3 000 a 1 500 a.C. é formado por um conjunto de pedras de, aproximadamente, 26 toneladas cada uma. Algumas delas estão alinhadas indicando com grande precisão os pontos do nascer e ocaso do Sol e da Lua, em diferentes épocas do ano.



Figura 3: Stonehenge. Fonte: <http://raahcamargo.blogspot.com/2010/08/stonehenge.html>

O ápice da astronomia antiga se deu na Grécia entre 600 a.C e 400 d.C em níveis só ultrapassados no século XVI. Foram os gregos que formularam os primeiros conceitos de esfera celeste. Eudoxo (aprox. 408-355 a.C) elaborou um sistema bastante engenhoso para explicar o movimento das estrelas, dos planetas, do Sol e da Lua. O universo concebido por Eudoxo era constituído de uma série de esferas todas elas centradas na Terra, e todas elas executando movimento de rotação uniforme. As estrelas fixas estavam engastadas em uma única esfera, a de maior raio. As demais esferas eram utilizadas pelos planetas então conhecidos (Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno), bem como pelo Sol e a Lua. O sistema de Eudoxo era complicado e só propiciava uma explicação qualitativa e incompleta daquilo que se observava nos céus.

A ideia do heliocentrismo surgiria ainda no início do século III a.C com Aristarco de Samos (310 a.C – 230 a.C), Matemático e Astrônomo que viveu em Alexandria. Entre seus trabalhos, destaca-se o de determinar as dimensões dos corpos celestes. Ao observar a sombra da Terra projetada na lua durante um eclipse lunar estimando que o diâmetro da Lua fosse de um terço da Terra. Utilizando trigonometria elementar da época ele ainda determinou o tamanho relativo do Sol e da Lua, calculou que o Sol estaria distante da Terra 20 vezes a distância da Terra à Lua. Os resultados obtidos por Aristarco eram muito imprecisos, mas ele foi o primeiro astrônomo a demonstrar que os corpos celestes tinham tamanhos comparáveis ao da Terra e o fez usando o racionalismo científico.

Suas considerações relativas ao tamanho dos corpos celestes o levaram a afirmar que o Sol e não a Terra ocupava o centro do universo, sendo o primeiro a propor que o Sol permanecesse fixo e a Terra, a Lua, os planetas e as estrelas girassem em sua volta, antecipando Copérnico em cerca de dezoito séculos (FARIA 2009).

Quase todo trabalho de Aristarco foi destruído no grande incêndio da fabulosa Biblioteca de Alexandria e o conhecimento que temos da sua obra devemos às citações de outros autores como Arquimedes, Plutarco, Aécio Estobeo e Galeno.

Dentre os Astrônomos Gregos que sucederam Aristarco, merece destaque Eratóstenes de Cirene (276 a.C. – 194 a.C.), bibliotecário e diretor da Biblioteca Alexandrina de 240 a.C. a 194 a.C. Dentre seus trabalhos importantes, destacamos o cálculo do diâmetro da Terra. Partindo do pressuposto que a Terra tinha formato esférico, ele notou que as cidades de Alexandria e Siena, atual Assuã se localizavam no mesmo meridiano. Em um dia de um solstício de verão, o Sol incidia perpendicularmente em Siena, enquanto que em Alexandria isso não ocorria. Medindo-se o tamanho da sombra projetada por uma estaca fincada na

cidade de Alexandria, Eratóstenes calculou com boa precisão para a época, o diâmetro da Terra.

Infelizmente a obra de Eratóstenes acabou se perdendo. Ele ficou conhecido pela referência de outros autores.

O último astrônomo importante da antiguidade foi Ptolomeu (85 d.C – 165 d.C). Ele compilou uma série de treze volumes sobre tudo que se sabia de astronomia até a época em que foi escrito. O título original dessa obra pode ser traduzido do grego como *A Compilação Matemática*, mas com os árabes a obra passou a se chamar “Almagesto” que significa “O Maior”, nome pelo qual a obra ficou conhecida. A tradução moderna do Almagesto chega a mais de 500 páginas e contém muitas referências a trabalhos de seus antecessores.

O mérito de Ptolomeu foi o de ter ido muito além de seus antecessores, desenvolvendo um complicado sistema de círculos, epiciclos e deferentes numa representação geométrica do sistema solar, geocêntrica que permitia prever o movimento dos planetas com considerável precisão e que foi usado até o Renascimento, no século XVI.

3.3 Nicolau Copérnico

Nicolau Copérnico nasceu no dia 19 de fevereiro de 1473 em Torún (Thorn) na Polônia, e morreu no dia 24 de maio de 1543 em Frauenburg.

Copérnico estudou Direito, Filosofia, Medicina, Astronomia e Matemática na Universidade de Cracóvia na Polônia. Ao se inscrever na Faculdade de Artes Liberais, Copérnico já tinha a intenção bem determinada de se dedicar à Astronomia com mais profundidade. A Astronomia que Copérnico veio a conhecer na Universidade durante a permanência em Cracóvia, entre 1491 e 1496, era apresentada essencialmente sob o ponto de vista medieval, sob grande influência da Física Aristotélica e do pensamento escolástico que tinha como base um mundo geocêntrico (MOURÃO, 2004).

Após terminar os estudos em Cracóvia, Copérnico viajou para Bolonha na Itália para estudar Direito, mas acabou dedicando mais tempo à Astronomia e ao grego. O estudo dessa língua visava uma melhor compreensão das antigas obras astronômicas escritas em grego.

Em 1501, Copérnico volta à Polônia e sua permanência por lá é breve. No mesmo ano, retorna à Itália para completar seus estudos, e em 1503 defende sua tese de

doutorado, em Direito Canônico, na Universidade de Ferrara. Concluídos seus estudos, Copérnico voltou definitivamente à Polônia. Depois de uma rápida estada em Cracóvia, estabelece-se definitivamente em Warmia, onde assume o cargo de secretário e médico do seu tio – o bispo Watzenrode. Com a morte de seu tio em 1512, Copérnico assume o cargo de Cônego da Catedral de Frombork que manteve até a sua morte em 1543.

3.3.1 A Astronomia de Copérnico

Copérnico viveu numa época de transições, marcada por conflitos entre o período medieval e Moderno. Período esse, de grande agitação na Europa, marcado pelo Renascimento e pela Reforma, época das grandes navegações que refizeram o novo mapa do globo. À medida que se descobriam novas Terras e novos céus, constatava-se que o formato da Terra preconizada por Ptolomeu estava errado. Até a necessidade de uma reforma do calendário Juliano impulsionou a prática de uma nova Astronomia.

A principal preocupação de Copérnico era com as órbitas dos planetas. O modelo dominante até então era o sistema Ptolomaico que explicava de forma razoável as posições planetárias. No entanto, na época de Copérnico, o modelo de Ptolomeu já não era mais capaz de reproduzir as órbitas planetárias observadas. À medida que Copérnico observava e registrava as órbitas planetárias, surgia a necessidade de fazer ajustes detalhados aos já complexos movimentos do modelo de Ptolomeu.

Durante toda a vida, Copérnico nunca abandonou as observações astronômicas iniciada após os estudos em Cracóvia. Com efeito, para elaborar um sistema heliocêntrico era necessário rejeitar as hipótese de Ptolomeu e descrever o movimento dos planetas por intermédio de novas observações, que constituiriam provas irrefutáveis.

Por volta de 1510, Copérnico escreve *Commentariolus*, sua primeira descrição da teoria heliocêntrica. Apesar de divergir em vários pontos das ideias apresentadas, posteriormente, em *De revolutionibus*, nele já se apresentava os princípios do movimento de rotação da Terra.

Todo movimento registrado no firmamento não provém do firmamento propriamente dito, mas do movimento da Terra. A Terra, em consequência com os elementos mais próximos, efetua em 24 horas uma volta ao redor de seus pólos imutáveis, enquanto o firmamento com o céu mais alto permanece imóvel. (MOURÃO, 2004).

Copérnico inicia seu ensaio criticando a teoria elaborada por Ptolomeu, identificando algumas irregularidades em sua teoria e estabelece sete princípios⁴ fundamentais relativos aos movimentos do Sol, da Lua, dos planetas, das estrelas e da Terra. Esses sete princípios permitiram a Copérnico explicar todas as desigualdades aparentes nos movimentos dos corpos celestes com auxílio somente de movimentos uniformes.

Num período marcado pela autoridade intelectual da Igreja Católica, Copérnico não sofre nenhuma censura de seus superiores eclesiásticos. Ao contrário disso, em 1514, foi convidado pelo Vaticano a colaborar com suas descobertas na reforma do calendário e até foi incentivado a publicar sua obra. Copérnico recusou o convite para a reforma do calendário, alegando que sua obra estava incompleta e que precisava conhecer com mais detalhes os movimentos do Sol e da Lua. A bem da verdade, a igreja não tomou nenhuma atitude contrária ao heliocentrismo. A crise entre a nova Astronomia e a Igreja ocorreria anos mais tarde com a condenação de Giordano Bruno em 1600 e a de Galileu em 1615 (MOURÃO, 2004)

3.3.2 De Revolutionibus Orbium Coelestium– A grande obra

Mesmo não querendo publicar *Commentariolus* a obra adquire fama e se espalha pela Europa entre os acadêmicos.

Rheticus, um jovem protestante professor de Matemática e Astronomia da universidade de Wittenberg, fascinado pela nova cosmologia de Copérnico, viaja a Frombork com o objetivo de conhecer em detalhes a nova teoria.

A visita de Rheticus agrada a Copérnico que vê no jovem astrônomo a possibilidade de absorver seus pensamentos e meditações e, assim, transmiti-los à comunidade acadêmica. Rheticus se entusiasma e tenta convencer Copérnico a publicar a obra.

Num primeiro momento, Copérnico só autorizou Rheticus a publicar uma primeira narração a “*Narratio prima*” em 1540. O sucesso da *Narratio prima* convenceu Copérnico a publicar o *De revolutionibus*. Rheticus, então, se empenha na tarefa de preparar o

⁴ Os sete princípios fundamentais são: “ (1) os corpos celestes não se deslocam ao redor do mesmo centro; (2) a Terra não é o centro do sistema do mundo, mas somente da órbita lunar; (3) o Sol é o centro do sistema do mundo; (4) em relação à distancia das estrelas fixas, a distância do Sol à Terra é desprezivelmente menor; (5) o movimento aparente do céu deve-se à rotação da Terra ao redor de seu próprio eixo; (6) o aparente movimento anual do Sol no céu deve-se ao movimento da Terra e dos demais planetas ao redor do Sol; (7) as estações, e os aparentes deslocamentos retrógrados dos planetas, devem-se ao movimento da Terra e dos planetas ao redor do Sol.” (MOURÃO, 2004)

manuscrito para a publicação. Em 1540, Rheticus viaja para Nuremberg onde contatou Johannes Petreius, especialista em impressão que iniciou a composição do livro. Em 1542, Copérnico escreve uma dedicatória ao Papa Paulo III. Rheticus não pode acompanhar a impressão completa do Livro, pois fora convidado a assumir a cátedra de Matemática na Universidade de Leipzig. Petreius confia a impressão ao seu amigo Andreas Osiander, cujo primeiro exemplar chegou às mãos de Copérnico em leito de morte, em 1543. Provavelmente, não teve consciência de que o seu prefácio, dedicado ao Papa Paulo III, fora substituído por outro, anônimo, de Andreas Osiander (1498-1552), um pastor Luterano interessado em Astronomia, em que insistia sobre o caráter hipotético do novo sistema, no qual advertia o leitor de que o conteúdo é um método de cálculo de posições de planetas, e não uma realidade objetiva. Além do prefácio sem autoria, Osiander modifica o título “*De revolutionibus*” que se traduz como “Sobre as revoluções” para “*De revolutionibus orbium coelestium*” que se traduz como “Sobre as revoluções das orbitas celestes” excluindo a Terra de portar movimento, pois na época a Terra não era considerada um corpo celeste.

Muitos seguidores de seu método não o consideravam uma realidade Física, mas um método matemático, um algoritmo eficiente para o cálculo e previsão dos movimentos planetários, possivelmente em virtude do prefácio mencionado acima.

Felizmente, a história consertou o atentado ao pensamento de Copérnico. Kepler denunciou o verdadeiro autor do prefácio em sua obra *Astronomia Nova* em 1609.

Mas, o que fez do “*De revolutionibus*” uma obra tão revolucionária? Quatorze séculos, aproximadamente, separam as obras de Ptolomeu e Copérnico. Nesse período, praticamente não surgem novas hipóteses em Astronomia, tanto que Copérnico começa seus estudos onde Ptolomeu termina os seus.

O cálculo fácil e preciso das posições dos planetas, a eliminação dos epiciclos e das esferas não aparecem na obra de Copérnico. Mas ao perceber que o movimento da Terra poderia ser a solução para o problema dos movimentos irregulares dos planetas, Copérnico aplica Matemática na busca da prova e é isso que o diferencia de seus antecessores. A maior revolução do texto “*De Revolutionibus*” é que, colocando o Sol e os planetas no seu devido lugar, ele permitiu que outros, como Kepler, continuassem a evolução, iniciando um movimento para uma abordagem nova de uma Astronomia planetária e de uma Cosmologia (MOURÃO, 2004).

CAPÍTULO 4

Tema Central: O Sol

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentaremos de forma detalhada os conteúdos abordados no projeto. Faremos um apanhado da Geometria referente aos movimentos aparentes do Sol em relação à Terra juntamente com as aplicações decorrentes que são a determinação do meridiano e da latitude local.

4.2 A GEOMETRIA DA OBSERVAÇÃO DO MOVIMENTO APARENTE DO SOL

O Sol já foi considerado um deus na religião de muitos povos da Antiguidade, tamanha sua importância para o desenvolvimento da vida na Terra.

Em grego é chamado de Hélios, assim deriva heliocentrismo e o nome do elemento químico Hélio, por ter sido descoberto primeiramente no Sol.

Ainda hoje é possível, somente com instrumentos primitivos, aprender muito com a observação do Sol. Alguns calendários, por exemplo, se baseiam nos movimentos aparentes do Sol e da Lua.

O ano é o período de tempo necessário para que a Terra faça um giro ao redor do Sol, que compreende 365 dias e aproximadamente 6 horas. Como veremos no Capítulo 5, vários séculos antes de Cristo, os chineses já utilizavam o ano com 365 dias. A pergunta é como eles sabiam a duração do ano sem saber que a Terra girava ao redor do Sol? Não é preciso saber desse fato.

Observando o Sol, verificamos que ele se desloca, aparentemente, entre dois extremos máximos, ora para Norte, ora para o Sul, tanto no horizonte do nascer quanto do ocaso.

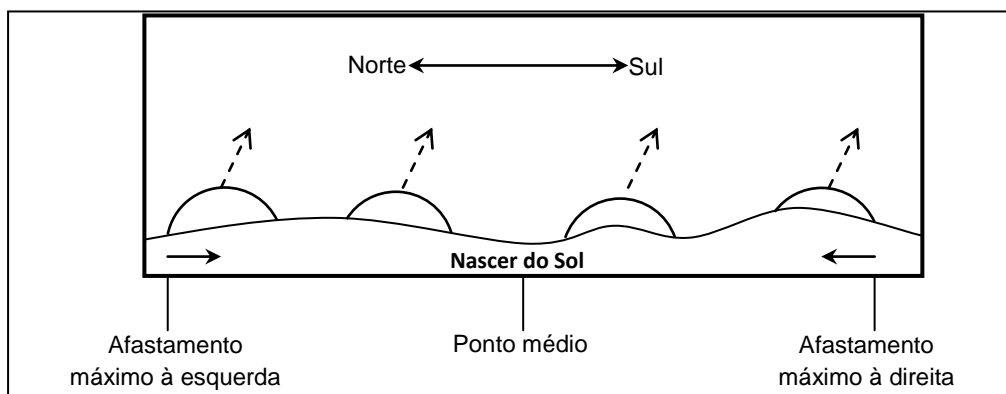


Figura 4: Movimento do Sol ao longo da linha do horizonte

O máximo afastamento à esquerda ocorre por volta de 21 de junho e o máximo afastamento à direita por volta de 21 de Dezembro. Tendo como referência um dos afastamentos, o tempo decorrido para o Sol se deslocar de um máximo afastamento e voltar é de aproximadamente 365 dias, e assim podemos definir o ano como os povos antigos provavelmente observavam tal periodicidade.

Da noção de que o Sol se movimenta, aparentemente, ao longo da linha do horizonte, conforme ilustra a Figura 1, os pontos de máximo afastamento são definidos como solstícios (do latim: *Solstitium*, “Sol parado”) e indicam o ponto que o Sol precisa parar seu movimento para retornar. Do movimento de ida e volta entre os extremos máximos o Sol passa duas vezes pelo ponto médio que ocorre por volta de 20 de Março e 21 de Setembro, que definimos como equinócio. Equinócio (deriva do latim *aequinoctium*) que significa noite igual – são os dias em que todo o planeta Terra tem período de claridade igual ao de escuridão.

Durante o ano, temos dois solstícios e dois equinócios e assim podemos dividir o ano em quatro períodos; Inverno, Primavera, Verão e Outono os quais chamamos de estações do ano.

4.2.1 Determinação do Meridiano Local

Para determinar o meridiano do lugar, observamos a sombra, ao longo do dia, de um gnomon⁵ fincado numa superfície plana e nivelada, adotamos o seguinte procedimento, conforme apresentado na Figura 5.

- (1) Numa determinada hora da manhã, marcamos a ponta da sombra do gnomon (S_1);
- (2) Traçamos a partir do gnomon uma circunferência de centro G e raio GS_1 ;

⁵ Gnomon é o mais antigo instrumento astronômico de que se tem notícia. Trata-se de uma haste longa e afinada, colocada verticalmente ao solo, cuja sombra permite a determinação da posição do Sol.

- (3) Acompanhamos a evolução da sombra até que esta venha a tocar novamente a circunferência traçada. Nesse ponto marcamos S_2 .
- (4) Com auxílio de um compasso, traçamos a bissetriz do ângulo $S_1\hat{G}S_2$.

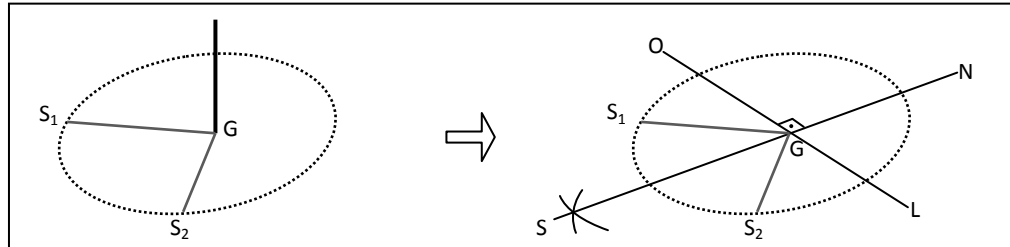


Figura 5: Ilustração da determinação do meridiano de um local

A bissetriz traçada, conforme a Figura 5 corresponde à direção Norte-Sul. Se traçarmos uma perpendicular a essa bissetriz pelo ponto G, obtemos a direção Leste-Oeste. Dessa maneira, determinamos exatamente os pontos cardeais.

Com o gnomon no ponto G, podemos observar diariamente o meio dia solar verdadeiro, que ocorre quando a sombra do gnomon coincide com linha Norte-Sul. Nesse momento, teremos a passagem do Sol pelo meridiano local.

O movimento do Sol na linha do horizonte pode ser também observado na altura do Sol na passagem meridiana. Medindo-se o ângulo entre os máximos afastamentos, obteremos algo em torno 47° , conforme a Figura 6.

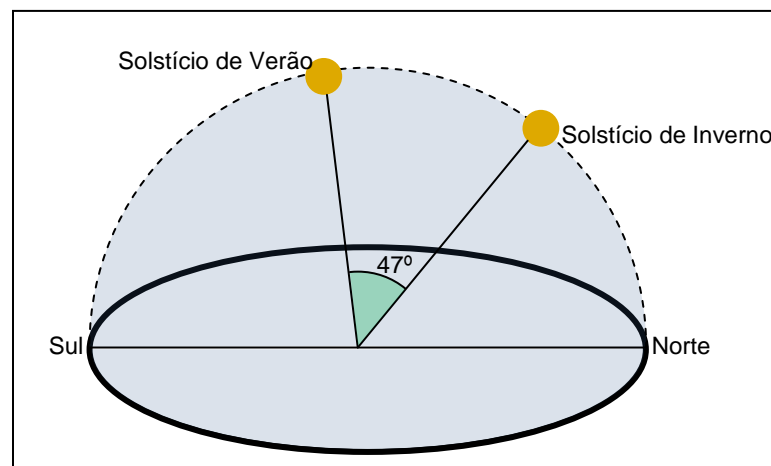


Figura 6: Altura do Sol nos Solstícios

Olhando para o movimento aparente do Sol, os trópicos de câncer e capricórnio correspondem ao deslocamento máximo do Sol entre os dois hemisférios. As Figuras 4 e 6 ilustram esses afastamentos.

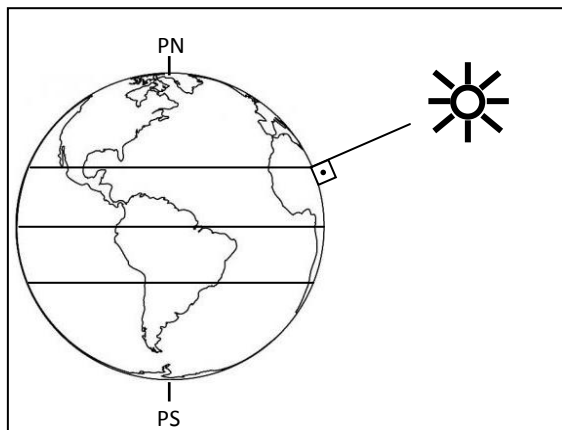


Figura 7: Posição do Sol no solstício de verão no hemisfério Norte (de inverno no hemisfério sul)

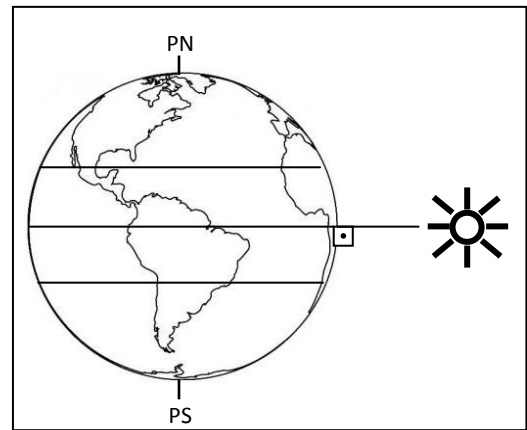


Figura 8: Posição do Sol nos equinócios de outono e primavera

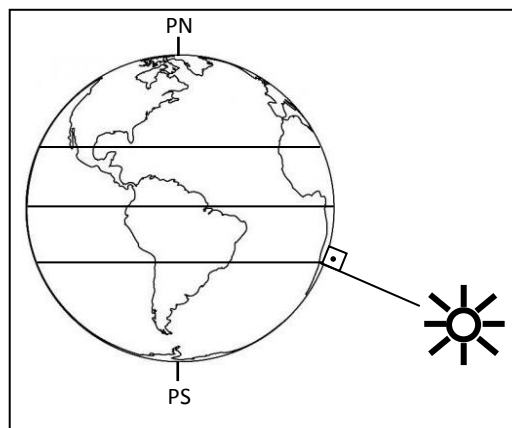


Figura 9: Posição do Sol no solstício de verão no hemisfério Sul (inverno no hemisfério norte).

O solstício de verão no hemisfério norte corresponde ao solstício de inverno no hemisfério sul e vice-versa.

Os equinócios ocorrem quando o Sol cruza a linha do equador que na passagem pelo meridiano local corresponde à bissetriz do ângulo de 47° entre os máximos afastamentos (Figura 7).

Cálculos astronômicos mais precisos mostram que o ângulo entre os máximos afastamentos observados na passagem meridiana é de $46^\circ 54'$. Assim, os trópicos de câncer e capricórnio são os paralelos de latitude $23^\circ 27' N$ e $23^\circ 27' S$, respectivamente.

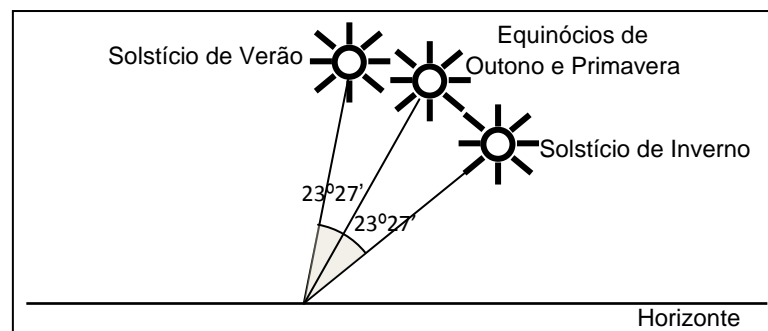


Figura 10: Altura do Sol nos Solstícios e Equinócios

Das observações feitas, deduzimos que os habitantes residentes sobre os trópicos verão o Sol a pino uma única vez, o que ocorrerá no solstício de verão do hemisfério considerado. Os habitantes da zona tropical verão o Sol a pino duas vezes no ano e para habitantes fora da zona tropical nunca verão o Sol a pino.

Para a cidade de Santa Lúcia SP, situada na região tropical, o Sol fica a pino duas vezes no ano. Isso ocorre por volta de 30 de novembro e 12 de janeiro (Figura 11). Esses dias podem ser confirmados através da observação direta ou com o auxílio de um simulador como o da Universidade de Nebraska⁶.

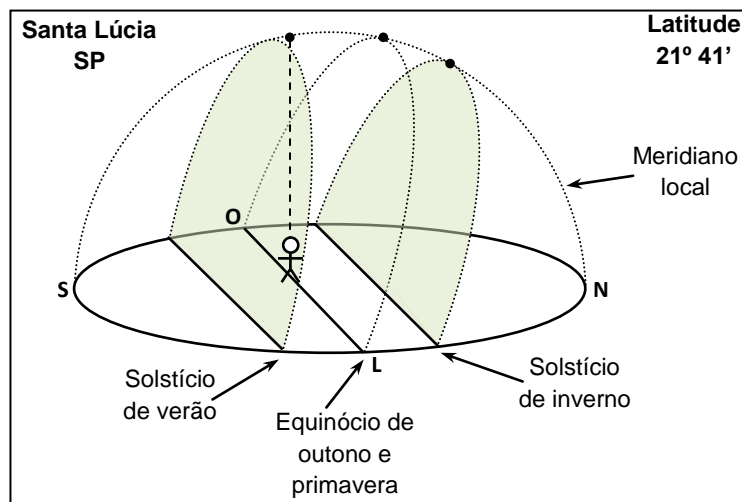


Figura 11: Trajetória do Sol para Santa Lúcia SP

Durante o solstício de inverno no hemisfério sul há uma região, próxima ao pólo sul, que não recebe luz durante 24 horas e uma região próxima ao pólo norte, fica 24 horas sob a luz solar (Figura 9).

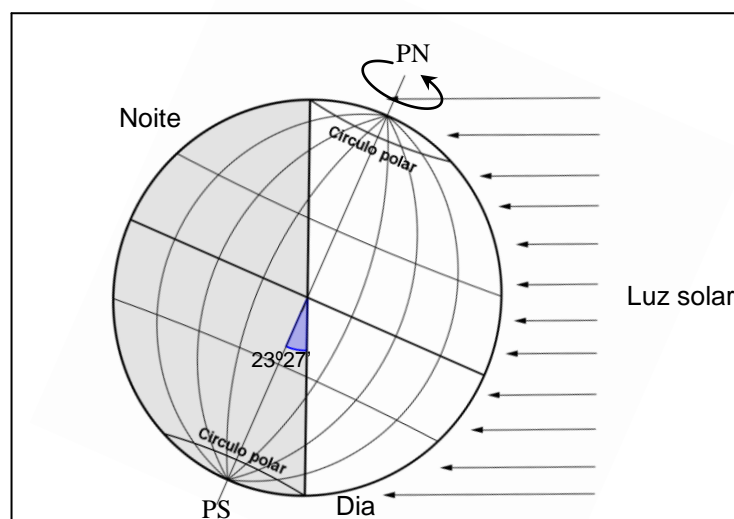


Figura 12: Solstício de inverno no hemisfério sul

⁶ O simulador está disponível no endereço eletrônico:
<http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.swf>

Essas duas regiões são delimitadas pelos círculos polares: círculo polar ártico em torno do pólo norte e círculo polar antártico em torno do pólo sul. Os dois círculos polares são paralelos de latitude $66^{\circ}33'$ e pode ser calculada observando que eles são paralelos e se encontram à $23^{\circ}27'$ do eixo de rotação terrestre e, portanto, a $66^{\circ}33'$ ($90^{\circ} - 23^{\circ}27'$) do equador.

O fenômeno inverso ocorre no solstício de verão no hemisfério sul.

Outro procedimento de interpretação da sombra produzida por um gnomon consiste em observarmos diariamente, e no mesmo horário, a ponta da sombra produzida pelo gnomon. Marcando-se a posição da ponta da sombra numa superfície plana, a cada dia, durante um ano, obteremos uma curva em forma de oito (Figura 13). Isso indica que, se fixarmos um ponto no céu e observarmos o Sol sempre no mesmo horário ele se atrasará ou se adiantará na passagem pelo ponto fixo.

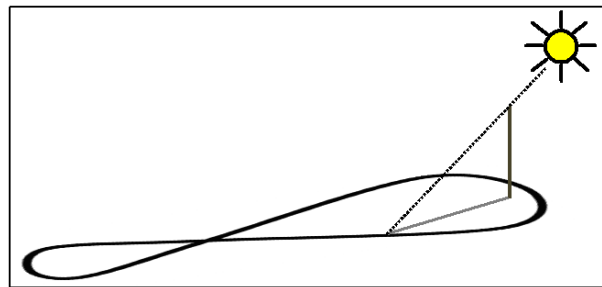


Figura 13: Figura formada pela ponta da sombra de um gnomon marcada no mesmo horário durante o ano

Esse fenômeno pode ser observado (Figura 14) no céu se tirarmos fotos do Sol sempre no mesmo horário durante o ano. A curva em forma de oito é conhecida como analema.

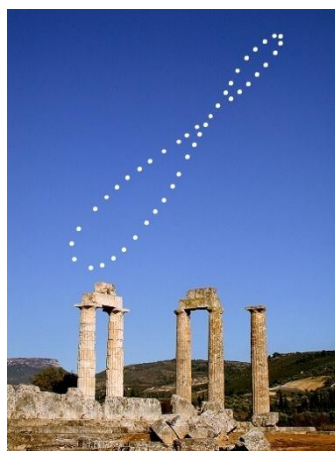


Figura 14: Analema celeste Fonte: [www. http://eternosaprendizes.com](http://eternosaprendizes.com)

Se fixarmos o meio dia para marcar a ponta da sombra, teremos uma noção melhor do adiantamento e do atraso do Sol em relação ao meridiano local. A Figura 15 mostra

4.2.2 Cálculo da Latitude Local

Sem dispor de nenhum instrumento astronômico sofisticado ou tabela de dados de observatórios astronômicos, o cálculo da latitude pode ser realizado com mais facilidade nos equinócios de outono ou de primavera.

Observamos que nesses dias os raios solares incidem paralelamente ao plano do equador terrestre.

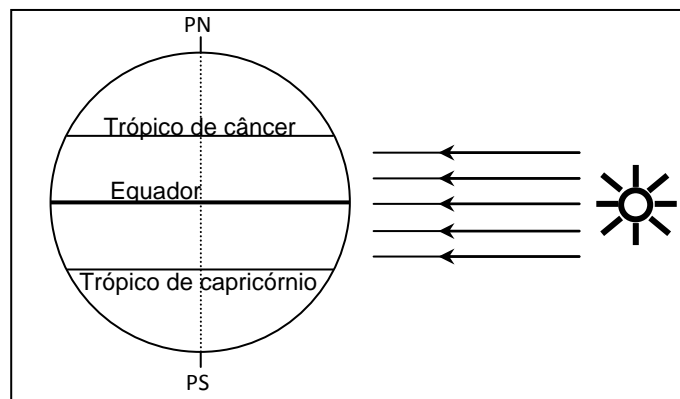


Figura 17: Incidência solar nos Equinócios de outono e primavera.

Se fincarmos um gnomon perpendicularmente ao solo ao meio dia solar verdadeiro, teremos a seguinte situação representada nas Figuras 18 e 19.

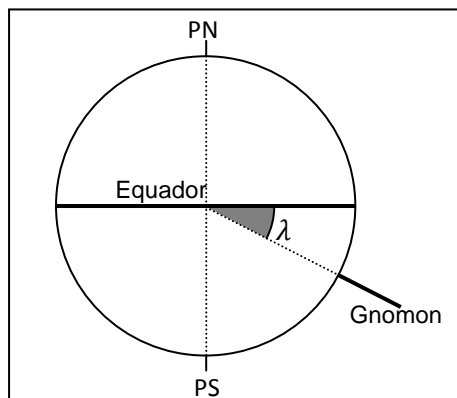


Figura 18: Gnomon fincado perpendicularmente ao solo

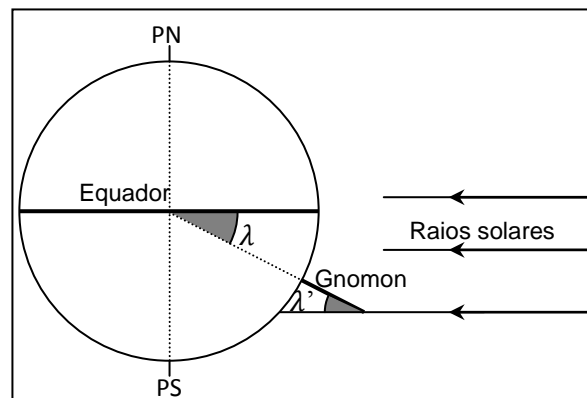


Figura 19 Ângulo formado entre o gnomon e o raio de Sol incidente

Assim, a latitude λ é a medida do ângulo λ' formado entre o gnomon e o raio de sol incidente na sua extremidade, já que λ' e λ são ângulos alternos internos.

Podemos calcular a latitude medindo-se, com um transferidor, o ângulo λ' ou calculando $\tan \lambda' = \left(\frac{\text{sombra}}{\text{gnomon}} \right)$ e com auxílio de uma calculadora científica ou computador calculamos $\lambda' = \text{arcotan} \left(\frac{\text{Sombra}}{\text{Gnomon}} \right)$, conforme a Figura 20.

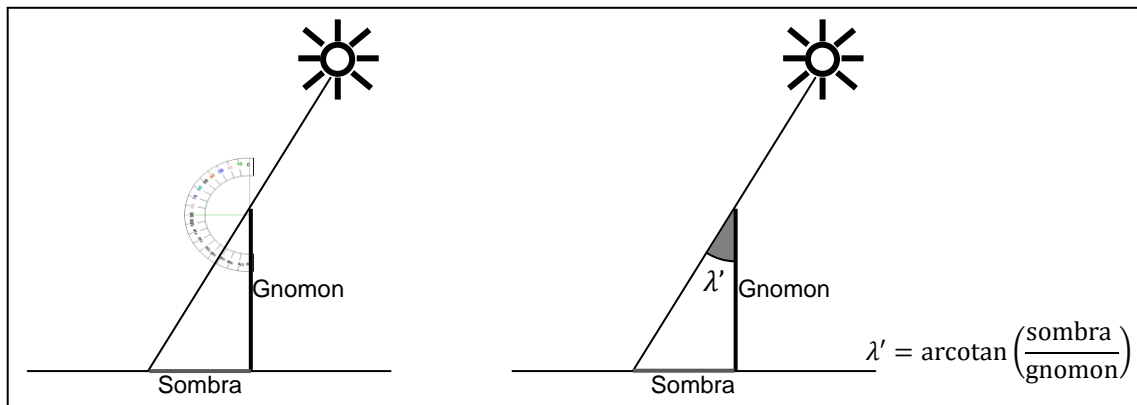


Figura 20: Medida da latitude no equinócio de outono ou de primavera

Como os raios solares não incidem paralelamente ao plano do equador terrestre no meio solar verdadeiro de cada local da Terra, consideremos, por aproximação, o fato ilustrado nas figuras 19 e 20 acima.

Dando sequência aos conteúdos abordados nas atividades da pesquisa o capítulo que segue tratará da construção de um relógio de Sol de mostrador horizontal, que é a primeira aplicação dos conteúdos descritos nesse capítulo.

CAPÍTULO 5

RELÓGIO DE SOL

5.1 Introdução

Neste capítulo, faremos um breve apanhado histórico sobre a utilização e importância dos relógios de Sol, e em seguida trataremos dos conteúdos de matemática necessários para a construção e entendimento do funcionamento de um relógio de Sol com mostrador horizontal.

5.2 Breve histórico

Ao longo da história, a contagem do tempo foi regida pelo sol e pelas estrelas e mesmo depois da invenção dos relógios mecânicos estes eram regulados pelo Sol. Na vida agitada dos dias atuais, perdemos contato com o ritmo do nascer e pôr do Sol no decorrer do ano.

Atualmente, em que exige grande precisão na medida do tempo, os relógios de Sol possuem limitações em sua utilização, mas seu estudo proporciona grandes possibilidades para o aprendizado de princípios astronômicos e conteúdos matemáticos.

O Relógio de Sol é o mais antigo instrumento usado pelo homem para medir o tempo. Seu funcionamento se dá pela observação da posição e tamanho da sombra projetada pelo Sol no decorrer do dia. Os primeiros relógios consistiam de um pilar chamado de gnomon, no qual se podiam observar as duas metades do dia. Sua origem é controversa, remontaria à Mesopotâmia, Babilônia ou Caldéia, há uns 4.000 anos, mas há indicações que também na China fossem utilizados.

Fragmentos do mais antigo Relógio de Sol existente estão expostos no Museu de Berlim (Figura 21) e, data da época do faraó Tutmés III do Egito (1504-1450 a.C.). O relógio foi construído em pedra e tem a forma de uma régua T, no qual era colocado horizontalmente de modo que o travessão ficasse voltado para o leste projetando uma sombra ao longo da haste, na qual havia cinco marcas para indicar as horas até o meio dia solar verdadeiro. À medida que o Sol se elevava no céu, a sombra se reduzia, até desaparecer, ao

meio dia, marcando a sexta hora. Depois do meio dia o travessão era virado para o oeste e assim marcavam-se mais 6 horas até o por do Sol (WHITROW, 1993).

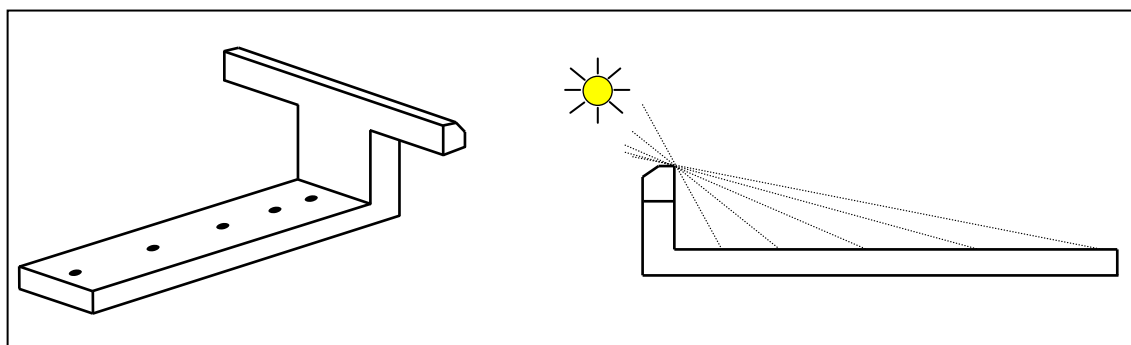


Figura 21 Esquema representativo do relógio de Sol Egípcio

Os primeiros relógios desse tipo marcavam corretamente as horas somente nos equinócios. De fato, com os conhecimentos que hoje dispomos, sabemos que o comprimento das horas nesse relógio não tinha o mesmo tamanho, já que o tempo de luz solar varia no decorrer do ano, sendo maior no verão e menor no inverno. Somente muito tempo depois, por volta de 330 a.C, os relógios de Sol egípcios apresentavam diferentes escalas que levavam em consideração as diferenças sazonais do comprimento do dia.

Para se medir o tempo durante a noite, os egípcios inventaram o relógio de água que consistia de uma vasilha furada da qual a água escorria a uma taxa razoavelmente uniforme, sendo a noite também dividida em 12 horas. As razões para a escolha do número doze não são evidentes. Especula-se que teria origem no ciclo das estações do ano que teria aproximadamente 360 dias com 12 meses de 30 dias o que motivaria a divisão do ciclo diário também em 12 partes.

Por volta de 270 a.C, os gregos aperfeiçoaram o relógio de água, no qual uma bóia subia quando a água enchia o recipiente. Ligado à bóia havia uma vareta marcada que girava uma engrenagem fazendo um ponteiro percorrer uma escala de um a doze. Este engenhoso invento foi denominado de “Clepsidra” ou “ladrão de água” (do grego *kleptos*, “ladrão”, e *hydra*, “água”), pois água transbordava de uma câmara superior, para então encher a vasilha com a água. (D’AMARAL, OLIVEIRA, et al., 2003). A Figura 22 ilustra uma clepsidra.

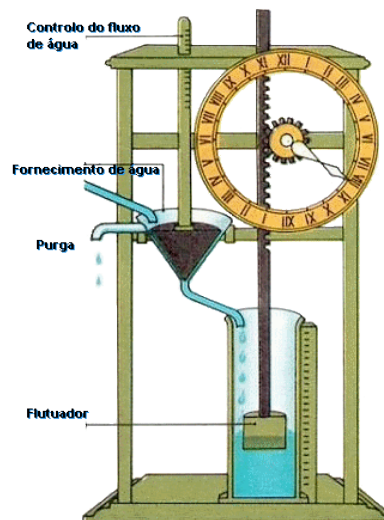


Figura 22: Ilustração de uma Clepsidra. Fonte: <http://www.abracore.org.br/tempusfugit-04.htm>

É atribuída à Berossus (300 a.C), sacerdote e astrônomo Caldeu, a invenção do relógio de Sol hemisférico, que reproduzia a cúpula celeste. Valendo-se dos conhecimentos de Astronomia e Geometria, os gregos desenvolveram tipos mais sofisticados desse relógio. Esculpido num bloco de pedra com um gnomon fixado perpendicularmente ao centro, o relógio continha linhas de solstícios e equinócios para compensar as diferenças sazonais na duração do dia (Figura 23).



Relógio de Sol Hemisférico encontrado nas ruínas da cidade de Pompéia.

Réplica moderna de um relógio de Sol

Figura 23: Relógio de Sol hemisférico – fonte: Sundials: history, art, people, science, disponível em: <http://books.google.com.br/>

Os romanos, embora não tenham contribuído para o desenvolvimento da ciência dos relógios solares, utilizaram-no largamente.

Durante a Idade Média, a arte e ciência dos relógios de Sol caíram no esquecimento sendo raros os exemplares dessa época.

Na Renascença, com a invenção da imprensa, a divulgação científica alavancou a construção de relógios de Sol, pois sua construção exigia, além de grandes habilidades artísticas, grandes conhecimentos de astronomia e geometria. Nessa época, houve

várias publicações sobre a ciência dos relógios de Sol tornando-se populares, aparecendo em torres de igrejas, castelos e casas de ricos.

Durante os séculos XVI e XVII, surgiram sofisticados relógios de sol, entre eles os de tipo analemático. A partir do século XVIII, relógios analemáticos, baseados na equação do tempo foram criados exclusivamente para indicar corretamente o meio dia solar. O surgimento dos relógios mecânicos no século XVI não abalou a posição dos relógios de Sol, pois eram máquinas pouco precisas e necessitavam de constantes acertos, o que era feito observando-se o meio dia dos relógios solares (SAVOIE, 2003)

Até o início de século XX, os relógios mecânicos das ferrovias francesas eram aferidos com relógios de Sol de grande precisão.

5.3 RELÓGIO DE SOL COM MOSTRADOR HORIZONTAL

Há vários tipos de relógio de Sol, mas, no presente trabalho, descreveremos os dois tipos construídos nas atividades da pesquisa. São eles, o de mostrador equatorial e o de mostrador horizontal; sendo que o segundo deriva do primeiro como veremos a seguir.

Para a descrição do funcionamento do relógio de mostrador equatorial observamos que a Terra gira 360° em 24 horas (ou o movimento aparente do Sol descreve uma volta em torno da terra de 360° em 24 horas)

Imaginemos agora que pudéssemos colocar um gnomon vertical sobre o pólo norte e um mostrador circular no horizonte dividido em 24 partes iguais (Figura 24). Sendo uniforme o movimento de rotação da Terra, a cada 15° corresponderia à uma hora que seria mostrada pela sombra do gnomon.

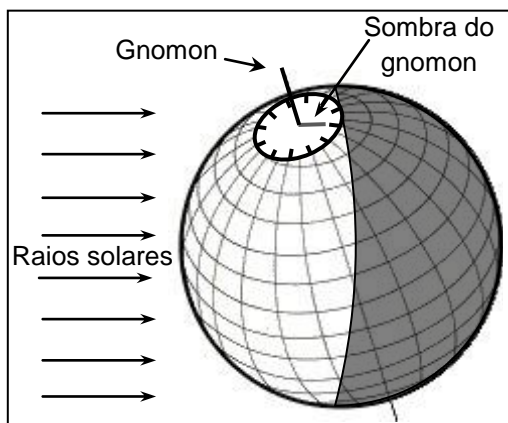


Figura 24: Relógio de Sol no pólo

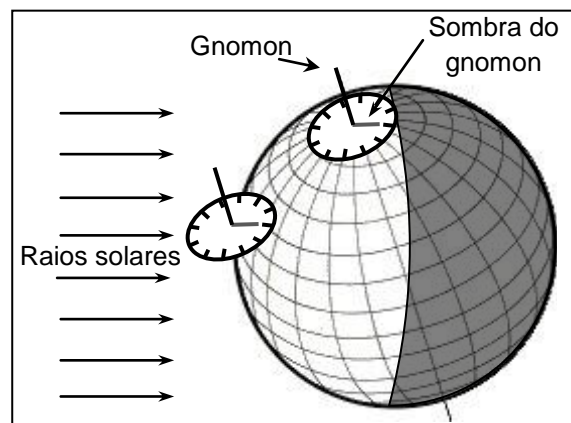


Figura 25: Relógio de Sol no pólo e em outras latitudes menor que 90°

Para obtermos o mesmo funcionamento em outras latitudes, o gnomon deve permanecer paralelo ao eixo de rotação terrestre, como mostra a Figura 25. O gnomon deve apontar para o pólo norte celeste se estiver no hemisfério norte e para o pólo sul celeste se estiver no hemisfério sul.

Calcularemos agora, o ângulo de inclinação do gnomon em relação à linha do horizonte para que este fique paralelo ao eixo de rotação terrestre. Na Figura 26, temos a representação de um relógio de mostrador equatorial instalado no hemisfério sul. Na Figura 27, λ representa a latitude local. Observando que a reta que contém o gnomon é paralela ao eixo de rotação da Terra, calculamos que o ângulo formado entre a linha do horizonte e o gnomon é λ , ou seja, a latitude do lugar.

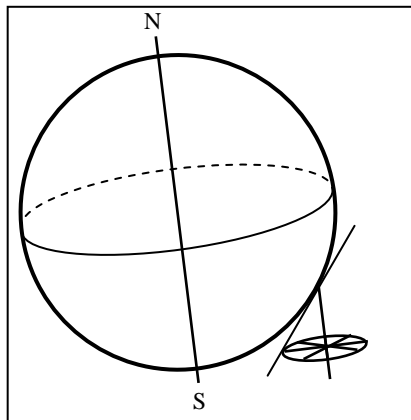


Figura 26: Posição de um relógio de Sol de mostrador equatorial

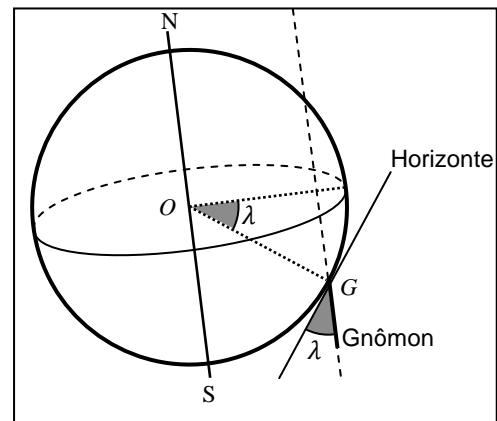


Figura 27: Inclinação do gnômon do relógio de Sol mostrador equatorial.

Ficando o gnomon paralelo ao eixo de rotação da Terra, este fica apontado para a direção norte-sul. Como o mostrador do relógio é perpendicular ao gnomon, este fica paralelo ao plano do Equador terrestre, por isso é chamado de relógio de sol de mostrador equatorial.

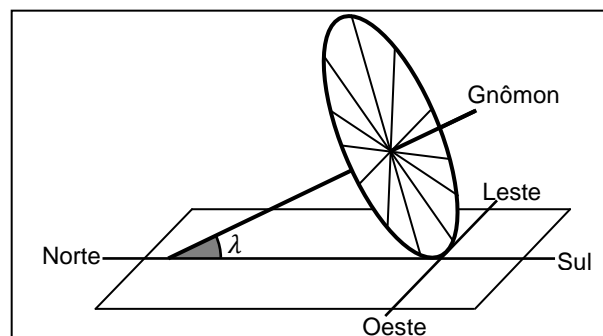


Figura 28: Relógio de Sol de Mostrador Equatorial

Sendo o mostrador paralelo ao plano do equador nos equinócios de outono e primavera os raios solares incidem paralelamente ao mostrador e a leitura das horas pode ser feita na parte de trás e da frente do mostrador (Figura 28). Nos períodos de outono e inverno,

a leitura das horas é feita na parte de trás do mostrador (Figura 29) e, nos períodos de primavera e verão, a leitura das horas é feita na parte frontal do mostrador (Figura 31).

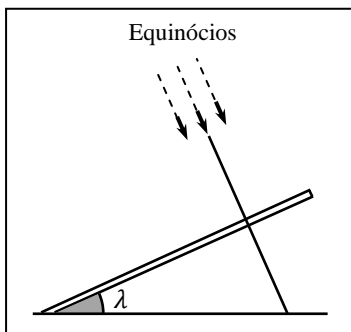


Figura 29: Leitura das horas no mostrador equatorial nos equinócios

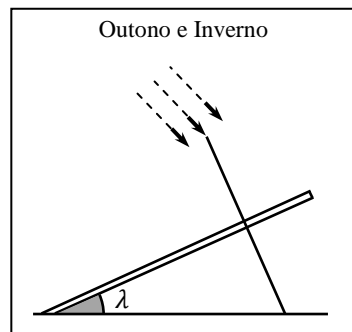


Figura 30: Leitura das horas no mostrador equatorial no outono e inverno

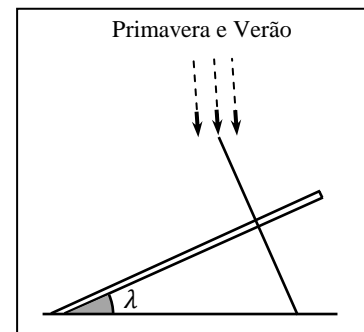


Figura 31: Leitura das horas no mostrador equatorial na primavera e verão

O relógio de Sol de mostrador horizontal é obtido retirando-se o mostrador do relógio equatorial e fazendo-se a leitura da sombra do gnomon projetada no plano horizontal (Figura 30).

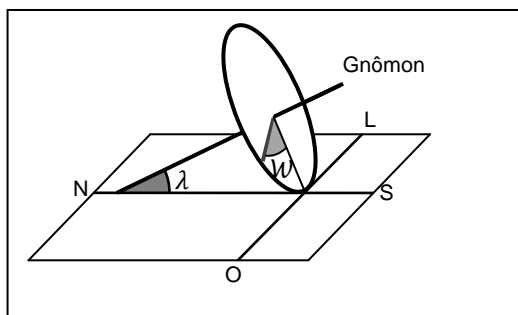


Figura 32: Ângulo horário no mostrador

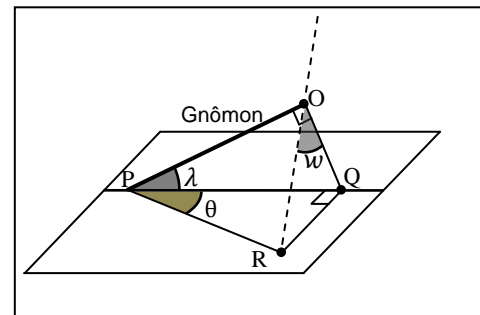


Figura 33: Projeção horizontal

Na Figura 32, w é o ângulo formado entre o raio de sol e a projeção vertical do gnomon, sendo que a cada 15° corresponde à uma hora. Sendo \overline{PR} a sombra projetada do gnomon (Figura 33), a cada ângulo w corresponde um ângulo θ .

Para determinar θ em função de w observamos na Figura 33, o tetraedro POQR e compararemos as relações trigonométricas de suas faces planificadas constituídas pelos triângulos retângulos POQ, RQO e PQR.

Do triângulo POQ retângulo em O, verificamos as seguintes relações:

$$(1) \operatorname{sen}(\lambda) = \frac{OQ}{PQ}, \quad (2) \operatorname{cos}(\lambda) = \frac{PO}{PQ} \quad \text{e} \quad (3) \operatorname{tan}(\lambda) = \frac{OQ}{PO}$$

Da primeira e terceira relações acima, escrevemos;

$$OQ = PQ \cdot \operatorname{sen}(\lambda)$$

Observando o triângulo PQR nos dá a tangente da abertura θ ;

$$\operatorname{tan}(\theta) = \frac{QR}{PQ}$$

Do triângulo RQO, retângulo em Q, temos que:

$$\tan(w) = \frac{RQ}{OQ}$$

Multiplicando e dividindo a $\tan(\theta)$ pelo tamanho do segmento OQ, escrevemos a tangente do ângulo θ no plano horizontal com relação à sombra do meio dia, como

$$\tan(\theta) = \frac{QR}{PQ} \cdot \frac{OQ}{OQ} = \frac{QR}{OQ} \cdot \frac{OQ}{PQ}$$

Utilizando a expressão para a $\tan(w)$ e $\text{sen}(\lambda)$ na expressão anterior, temos

$$\tan(\theta) = \tan(w) \cdot \text{sen}(\lambda)$$

Assim, o ângulo θ pode ser dado por

$$\theta = \arctan(\tan(w) \cdot \text{sen}(\lambda))$$

Para cada ângulo w do mostrador equatorial, teremos um ângulo θ correspondente no mostrador horizontal (Figura 34).

Calculemos θ para $w = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ e 90° em que 0° corresponde ao meio dia solar verdadeiro e 90° às 6h da manhã. Depois do meio dia solar verdadeiro repetimos os ângulos de θ simétricos em relação à linha norte-sul (Figura 35).

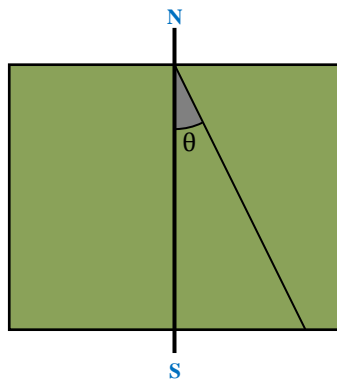


Figura 34: Projeção horizontal do ângulo w

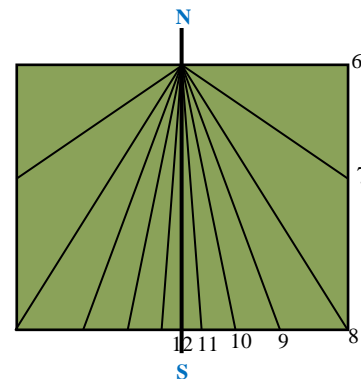


Figura 35: Mostrador horizontal para a latitude $21^\circ 41'$

Para a cidade de Santa Lucia com latitude $\lambda = 21^\circ 41'$ ou $21,68^\circ$, temos:

Tabela V

Ângulo (w)	Ângulo (θ)	Horas
0°	0°	12h
15°	$5,65^\circ$	11h
30°	$12,04^\circ$	10h
45°	$20,28^\circ$	9h
60°	$32,61^\circ$	8h
75°	$54,04^\circ$	7h
90°	90°	6h

Relação entre os ângulos nos mostradores equatorial e horizontal e as respectivas horas

No mostrador equatorial a cada 15° corresponde a um intervalo de uma hora, já no mostrador horizontal isso não ocorre.

Pela tabela acima, é fácil notar que w e θ não tem relação linear. Se colocarmos num plano cartesiano o par ordenado (w, θ) e traçarmos uma linha de tendência, obteremos o seguinte gráfico.

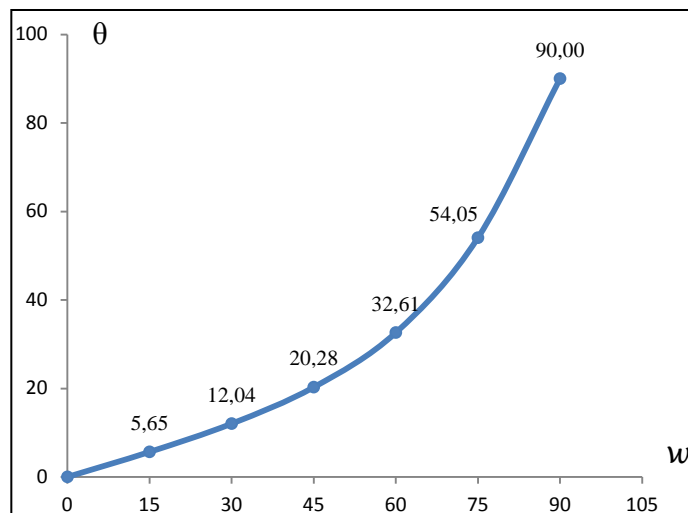


Figura 36: Gráfico de θ em função de w

Seguiremos agora, com segunda aplicação dos conteúdos descritos no capítulo 4, que é a exploração da insolação visando a instalação de coletores solares residenciais. Assim, o capítulo seguinte trata da determinação da melhor inclinação de um coletor para que esse tenha o melhor aproveitamento da energia solar durante o ano.

CAPÍTULO 6

PAINÉIS SOLARES

6.1 Introdução

Nos dias de hoje, dá-se grande importância às energias de fontes renováveis como alternativa à dependência energética dos combustíveis fósseis. Entende-se por energia renovável toda e qualquer energia que, utilizada de forma adequada, pode ser explorada ilimitadamente sem que a quantidade disponível diminua à medida que se aproveita. Os recursos energéticos renováveis podem ser categorizados nas formas solar, eólica, hídrica, biomassa e geotérmica. Além da sustentabilidade no uso de recursos renováveis, o impacto ambiental é um dos fatores mais importantes no uso desse tipo de energia. A conscientização para o uso racional dos recursos naturais passa obrigatoriamente pelo uso de energias que estão diretamente relacionadas com a questão ambiental e o consumo. Dentro deste contexto, projetos escolares que explorem esse tema serão de fundamental importância para a formação das futuras gerações que conviverão cada vez mais com a escassez de energias não renováveis e com a degradação do meio ambiente.

Dentre as fontes renováveis, a energia solar se apresenta como uma fonte limpa e inesgotável.

6.2 A energia do Sol

Situado a uma distância média de 149 600 000 km da Terra, o Sol é a estrela que se encontra mais próxima da Terra. Seu diâmetro é de aproximadamente 1 400 000 km, correspondente a 109 vezes o diâmetro da Terra. Seu volume é de aproximadamente 1 300 000 vezes o volume da Terra e possui uma massa da ordem de 333 000 massas terrestres. A massa do Sol corresponde à cerca 99,9% da massa de todo o sistema solar.

O cálculo da distância da Terra ao Sol permitiu determinar a luminosidade que é a potência que ele produz. As medidas mostram que a Terra recebe, em média, a cada

segundo, no topo da atmosfera, uma potência de cerca de 1400 watts, ou seja, a potência de 14 lâmpadas de 100 watts/m². O valor mais preciso da constante solar é 1367,5 W/m², e varia 0,3% durante o ciclo solar⁷ de 11 anos.

O calor que sentimos não se deve ao fato de o Sol ser quente, pois sua temperatura superficial gira em torno de 6 000° C e não é mais quente do que certos maçaricos de solda. Nós sentimos calor principalmente porque o Sol é muito grande e como consequência emite grandes quantidades de energia (HEWITT, 2002).

O calor do Sol é transmitido à Terra por radiação, ou seja, através de ondas eletromagnéticas. A energia transmitida dessa maneira é chamada de energia radiante e inclui as micro-ondas, a luz visível, a radiação ultravioleta, os raios X e os raios gama. As ondas eletromagnéticas são listadas por ordem de comprimento. A radiação infravermelha (abaixo do vermelho) tem um comprimento de onda mais longo do que a luz visível e a radiação ultravioleta (acima do violeta) tem comprimento de onda mais curto que o da luz visível. Os mais longos comprimentos de onda visíveis são os da luz vermelha e os mais curtos são os da luz violeta (HEWITT, 2002).

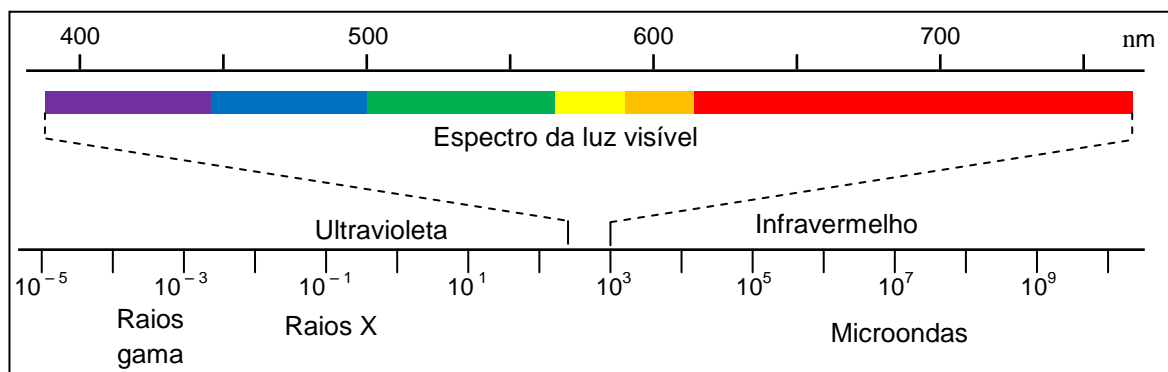


Figura 37: Comprimentos de ondas da energia radiante

A Figura 37 mostra os comprimentos de ondas, em nanômetros, acima do violeta e abaixo do vermelho.

O valor da potência solar que atinge o solo é atenuado pela atmosfera, pelos ângulos de elevação do Sol não perpendiculares à superfície e pela falta de luz durante a noite. A quantidade de radiação solar que chega à Terra é chamada de insolação e, aproximadamente 19% da radiação recebida pela atmosfera é absorvida pelas nuvens e outros gases e 31% são refletidos de volta para o espaço pelas nuvens e pela atmosfera. Os 50%

⁷ É o período de maior ou menor atividade solar. A maior ou menor atividade está associada entre outros fatores o aparecimento de manchas na superfície do Sol, ao chamado vento solar que são partículas emitidas da coroa solar e as grandes ejeções de massas que quando atingem a Terra podem causar danos às redes elétricas e aos satélites.

restantes da energia solar incidente chegam à superfície da Terra e são quase que completamente absorvidos, apenas 3% são refletidos (HINRICHS, 2003).

Para a saúde humana, a radiação solar exerce efeitos tanto benéficos quanto prejudiciais. Pequenas doses de radiações UV podem modificar o estado de ânimo, são essenciais para a produção de vitamina D e contribuem para a eliminação de microorganismos que parasitam a pele. Porém, a excessiva exposição às radiações podem trazer conseqüências imediatas ou a longo prazo. As ondas infravermelhas absorvidas por nossa pele causam uma sensação de calor, e a radiação ultravioleta conhecida como UV, acelera o envelhecimento da pele e a perda gradual de sua elasticidade, produz rugas, resseca a pele e aumenta o risco de câncer (SÁNCHEZ, 2008).

Excetuando-se as formas de energia nuclear, todas as outras formas de energia utilizadas pelo homem provêm do Sol. O mais importante processo de captação de energia se dá pela fotossíntese (síntese pela luz). Graças à presença de clorofila nas folhas das plantas elas são capazes de captar energia luminosa do Sol para sintetizar moléculas que lhes servirão de alimento. De uma forma direta ou indireta, a fotossíntese é fonte de todas as nossas necessidades alimentares. A energia armazenada no petróleo, gás natural, carvão e lenha também vieram a partir do Sol via fotossíntese.

O Sol fornece anualmente para a Terra $1,5 \times 10^{18}$ kWh (quilowatt hora) de energia. Esse valor corresponde a 10 000 vezes o consumo mundial nesse período. Este fato vem indicar o seu enorme potencial de utilização por meios de sistemas de captação e conversão em outras formas de energia como a elétrica, a térmica, entre outras.

6.3 Conversão térmica da energia solar

A conversão térmica da energia solar consiste na absorção de radiação numa superfície absorSORA e na transferência desta energia, sob a forma de calor, para o elemento que irá receber a energia útil.

A temperatura atingida no elemento que recebe a energia útil resulta do balanço entre a quantidade de radiação absorvida e as perdas térmicas existentes. Assim, a temperatura, ou energia útil, é maximizada aumentando a quantidade de radiação absorvida na superfície absorSORA e diminuindo as perdas térmicas do conjunto, conforme podemos esquematizar na Figura 38.

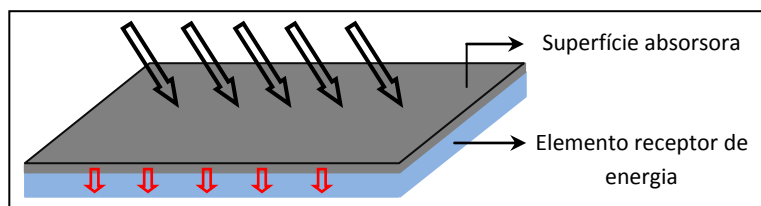


Figura 38: Ilustração de um coletor solar

A quantidade de radiação solar absorvida na superfície absorvora é determinante para a quantidade de energia útil obtida e depende das características da superfície e da quantidade de radiação que a atinge.

No presente trabalho, falaremos mais especificamente de aquecedores solares. Os equipamentos mais utilizados com o objetivo de captar energia solar fototérmica são conhecidos como coletores solares. Os coletores solares são aquecedores de fluidos (líquidos ou gasosos). O fluido aquecido é mantido em reservatórios termicamente isolados até o seu uso final (água aquecida para banho, ar quente para secagem de grãos, gases para acionamento de turbinas, etc.)

Os coletores solares planos são muito utilizados para aquecimento de água em residências, levando à redução no consumo de energia elétrica e de gás e conseqüente redução dos gastos com a conta de luz e do gás.

O estudo de aquecedores solares eficientes implica em arquitetura adequada para o máximo aproveitamento da radiação solar. Um dos fatores que mais influencia é a inclinação com que os raios solares incidem no coletor solar. O inverno é o período que a demanda por calor é maior e é exatamente nesse período que temos mais obstáculos à captação de radiação solar. Primeiramente porque o período de exposição à luz solar é menor que no verão. Segundo, devido ao ângulo de inclinação, os raios solares atravessam uma maior profundidade da atmosfera (Figura 39) o que acarreta menor radiação incidente por causa da absorção e da dispersão pela atmosfera.

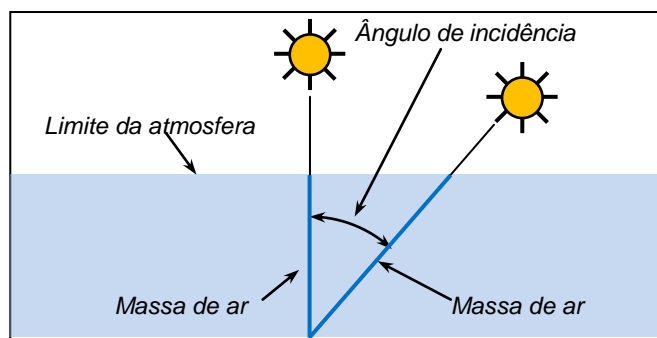


Figura 39: Insolação devido à inclinação de incidência dos raios solares

E por último, com a inclinação dos raios solares a insolação é dispersa por uma área horizontal maior.

A seguir, descreveremos a definição matemática para insolação.

Insolação solar é a quantidade de energia solar que atinge uma unidade de área da Terra,

$$I = \frac{E_Z}{A}, \quad (1)$$

em que E_Z é energia solar máxima quando o Sol, ao meio dia solar, está no zênite local (OLIVEIRA, 2004).

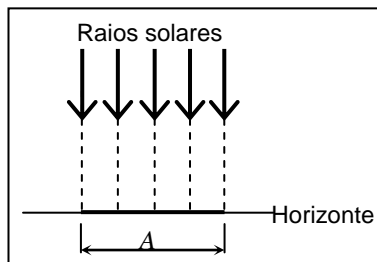


Figura 40: Insolação máxima à 90°

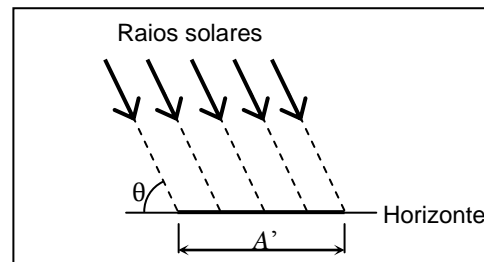


Figura 41: Insolação sob um ângulo $\theta < 90^\circ$

Na Figura 40, temos um caso de insolação máxima vista de perfil. Os raios solares atingem o solo sob um ângulo reto, fornecendo energia máxima a uma área A . Na Figura 41, os raios solares atingem o solo sob um ângulo θ , onde a mesma quantidade energia é espalhada por uma área A' .

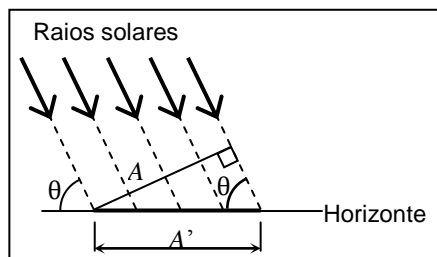


Figura 42: Relação entre A e A'

Considerando que os raios de Sol incidem paralelamente ao solo, pela Figura 42, temos que:

$$A' = \frac{A}{\sin\theta} \quad (2)$$

Assim, $I_\theta = \frac{E_Z}{A'}$, sendo I_θ a insolação de uma região em que os raios solares incidem sob um ângulo θ .

Desconsiderando, por enquanto, a variação da insolação solar devido à variação da distância da Terra ao Sol, isto é, considerando a energia no zênite (E_Z) constante, temos:

$$\frac{I_{\theta}}{I} = \frac{E_z/A'}{E_z/A} = \frac{A}{A'} \quad (3)$$

Substituindo a expressão (2) em (3), obteremos:

$$\frac{I_{\theta}}{I} = \text{sen}\theta ; \quad \text{para } 0^{\circ} \leq \theta \leq 90^{\circ} \quad (4)$$

Para a cidade de Santa Lúcia, cuja latitude é $21,7^{\circ}$, a altura máxima do Sol no solstício de inverno é $\theta = 44,8^{\circ}$, já que o Sol está a ($21,7^{\circ}$ lat + $23,5^{\circ}$ decl.) $45,2^{\circ}$ do zênite ao meio dia solar verdadeiro (Figura 43), temos:

$$\frac{I_{\theta}}{I} = \text{sen}44,8^{\circ} = 0,70$$

isto é, a insolação do solstício de inverno em Santa Lúcia é 70% da insolação máxima que ocorre por volta de 30 de novembro.

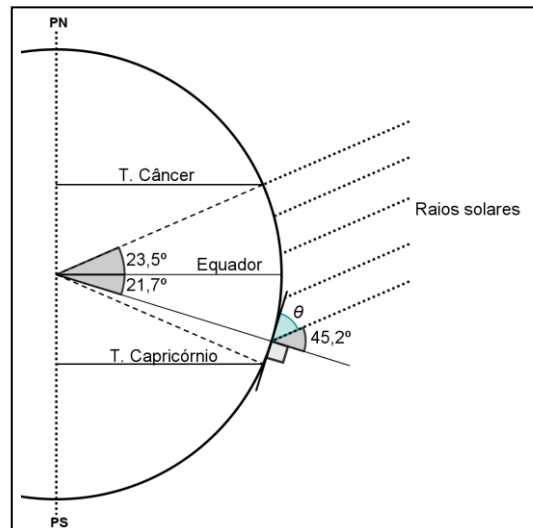


Figura 43: Altura máxima do Sol em relação ao zênite no solstício de inverno na latitude $21,7^{\circ}$

Com base no que foi dito acima, descreveremos como dimensionar um coletor solar para aquecimento de água de uso residencial.

No decorrer do dia, a maior insolação ocorre quando o Sol cruza o meridiano local, ou seja, ao meio dia solar verdadeiro. Assim, todos os cálculos serão feitos com o Sol nesta posição. Consideramos também que a maior insolação ocorre quando os raios solares incidem perpendicularmente a uma superfície e, portanto, teremos insolação máxima quando os raios solares incidirem perpendicularmente ao coletor ao meio dia solar verdadeiro (Figura 44).

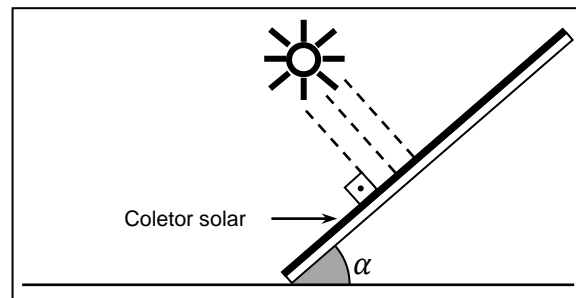


Figura 44: Coletor solar com máxima insolação

Como o Sol não fica sempre à mesma posição ao meio dia solar durante o ano, precisaríamos dispor de coletores solares com inclinação variável de modo a obtermos a máxima insolação durante todo o ano. Contudo, os coletores instalados em residências são fixos, logo precisamos determinar o ângulo α para que tenhamos o melhor aproveitamento da energia solar.

Como já apresentado na seção 2.2.1, sabemos que o ângulo formado entre os máximos afastamentos do Sol durante o ano é de 47° .

Sejam θ_I e θ_V as alturas⁸ do Sol no solstício de inverno e verão respectivamente, esquematizados na Figura 45.

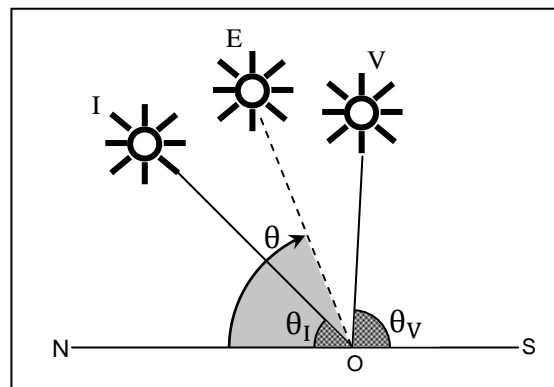


Figura 45: Altura máxima e mínima do Sol durante o ano

Na Figura 45, \overline{OE} é bissetriz do ângulo $\widehat{IOV} = 47^\circ$, em que o ponto E indica o Sol na posição dos equinócios, assim, o Sol fica metade do ano entre os pontos I e E e outra metade entre os pontos E e V. Dessa maneira o cálculo da inclinação de um coletor solar será feito como se o Sol ficasse sempre a uma altura $\theta = \theta_I + 23,5^\circ$ que ocorre nos equinócios. Sendo λ a latitude do lugar, no equinócio de outono o Sol está a $\lambda + 23,5^\circ$ do zênite, portanto $\theta_I = 90^\circ - (\lambda + 23,5^\circ)$.

⁸ Entenda-se por altura do Sol o ângulo formado pela linha, que une o Sol e o observador, com a linha horizonte no momento da observação.

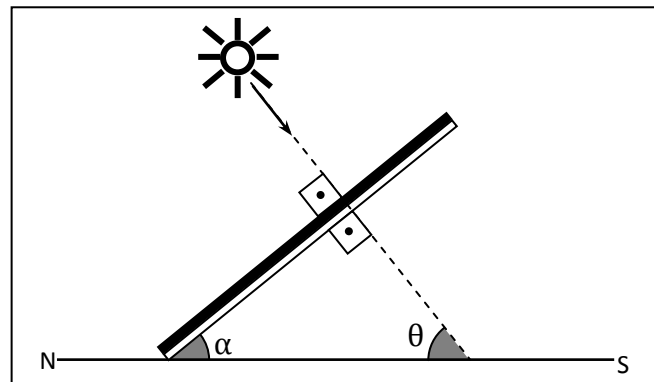


Figura 46: Inclinação de um coletor solar nos equinócios

Assim, ao projetarmos um coletor solar nos equinócios, esquematizado na Figura 46, temos:

$$\alpha + \theta = 90^\circ$$

$$\alpha + \theta_I + 23,5^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha + 90 - (\lambda + 23,5) + 23,5 = 90^\circ$$

$$\alpha = \lambda,$$

ou seja, a melhor inclinação de um coletor de energia solar coincide com a latitude onde o coletor será instalado.

Os manuais técnicos dos fabricantes de coletores solares orientam para que a inclinação seja de 5° a 10° a mais que o valor da latitude do local da instalação, isso se deve em partes ao fato de que, embora o Sol fique metade dos dias do ano entre as posições I e E e metade entre as posições E e V (Figura 47), o tempo, medido em horas, de exposição é menor entre as posições I e E, uma vez que no outono e inverno os dias tem menor tempo de exposição a luz do Sol, conforme esquematizado na Figura 47.

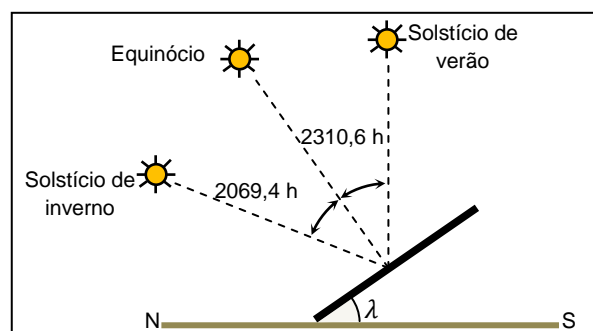


Figura 47: Tempo de exposição solar entre os solstícios e os equinócios

Fazendo-se um cálculo do tempo de luz solar para cada dia do ano para a latitude $21,7^\circ$, determinamos 2069,4 horas de luz entre o equinócio de outono e o solstício de inverno e 2310,6 horas entre o equinócio de primavera e o solstício de verão. Isto explica a inclinação das placas solares em direção à posição I (Figura 46), fazendo com que os raios solares nos períodos de outono e inverno incidam com maior ângulo acarretamento no melhor aproveitamento da energia solar, compensando assim o menor número de horas de insolação.

Assim terminamos a exposição dos conteúdos trabalhados nas atividades de pesquisa e passaremos a descrever nos dois capítulos seguintes a aplicação e análise das atividades.

CAPÍTULO 7

Aplicação das atividades

7.1 Introdução

Descreveremos neste capítulo como se deu o desenvolvimento da pesquisa. Faremos uma descrição resumida das atividades aplicadas, bem como o objetivo de cada uma delas, para dar uma ideia geral do trabalho desenvolvido.

7.2 Descrição das Atividades

7.2.1 Descrição Atividade 1

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Essa atividade foi sobre a Astronomia na Antiguidade. Reunimos os alunos numa sala e passamos um slide mostrando alguns acontecimentos e astrônomos importantes da antiguidade. Além dos slides foram exibidos três filmes, um sobre o monumento de Newgrange⁹, um sobre Stonehenge¹⁰ e outro sobre a observação da estrela polar¹¹. O objetivo destas aulas era mostrar que desde muito tempo, o homem teve a necessidade de observar os astros para construir calendários e enfrentar as intempéries do tempo, pois disso dependeu sua sobrevivência. Fizemos um breve apanhado desde a astronomia babilônica, passando pelos gregos, as grandes navegações até chegar a Copérnico onde falamos sobre os modelos do sistema solar que seria fundamental no desenvolvimento de nossas atividades.

7.2.2 Aplicação de questionário.

⁹ Vídeo disponível em <http://www.etaxidublin.com/newgrange>

¹⁰ Vídeo disponível em <http://channel.nationalgeographic.com/>

¹¹ Vídeo disponível em <http://www.youtube.com> (Espaçonave Terra – semanas 8 e 9).

Atividade para saber as concepções e modelos acerca do planeta Terra

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Nesse momento aplicamos o questionário para fazer um levantamento de quanto os alunos gostavam de Matemática. Em seguida aplicamos uma atividade diagnóstica na qual havia três itens em que pedia para o aluno representar o planeta Terra com pessoas e mastros de bandeiras colocadas em lugares distintos do planeta. A intenção foi verificar o quanto os alunos conheciam sobre tangência, perpendicularidade, lei da gravitação universal e o que é estar em pé no planeta Terra.

Na atividade 1, apresentada na Figura 49, a proposta era identificar as concepções do aluno acerca do que é estar em pé no planeta Terra.

Aluno: _____

Atividades iniciais

Atividade 1.

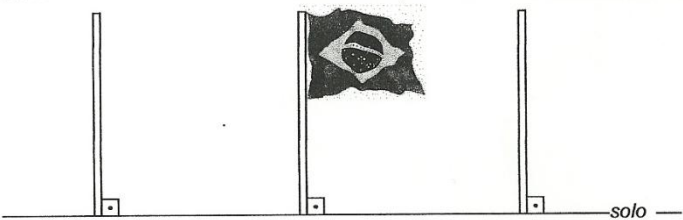
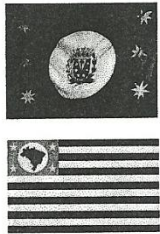
Faça um desenho do planeta Terra e represente sobre ele três pessoas. Uma sobre o pólo Norte, uma sobre o pólo Sul e outra sobre a Linha do Equador. *(Utilize régua e compasso)*

Figura 48: Digitalização da atividade 1 - Atividades iniciais

A atividade 2 (Figura 49) , propunha saber se o aluno conhecia o ângulo que deixavam os mastros das bandeiras em linha reta na vertical

Atividade 2.

Na figura abaixo estão representado três mastros para hasteamento de bandeiras. Desenhe uma bandeira do Estado de São Paulo e uma de sua cidade, hasteada em cada mastro sem bandeira.

Qual a medida do ângulo formado entre os mastros e o solo? Que nome costuma-se dar a esse ângulo?

Figura 49: Digitalização da atividade 2 - Atividades iniciais

A atividade 3 (Figura 50), tinha como proposta saber se o aluno saberia representar um ângulo reto sobre uma circunferência que ilustraria o planeta Terra. Para representar corretamente esta questão o aluno deveria ter claro o conceito de reta tangente a uma circunferência.

Atividade 3.

Imagine agora que você retirará as bandeiras com seus mastros e irá fixá-las uma na linha do equador, uma no trópico de Câncer e outra no trópico de Capricórnio, preservando os ângulos que os mastros formavam com o solo. Faça um desenho do planeta Terra representado esta situação. *(Utilize régua e compasso).*

Figura 50: Atividade 3 – Atividades iniciais

7.2.3 Atividade 2: Determinação do Meridiano local

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Material utilizado: bolas de isopor, cartolina, alfinetes e caneta hidrocor.

Na semana que antecedeu a aplicação desta atividade realizamos uma aula expositiva com apresentações no projetor sobre a história da Astronomia. Fizemos um breve retrospecto de descobertas importantes e monumentos deixados pelo homem antigo que indicavam a grande importância do estudo dos astros. Priorizamos alguns aspectos como construção de calendários e estações do ano que era o foco principal do nosso projeto.

Na atividade sobre a determinação do Meridiano local levamos aos alunos bolas de isopor, para representar o planeta Terra, nas quais estavam marcadas as linhas do equador. Com alfinete de marcar mapas os alunos demarcaram os pólos geográficos da Terra. Em seguida, pedimos que desenhassem, com caneta hidrocor, um meridiano e fincassem na esfera um alfinete perpendicular ao solo abaixo da linha do equador representando, aproximadamente, a latitude local. Pedimos para os alunos simularem o movimento de rotação da Terra, tomando como Sol o colega de grupo e perguntamos em qual momento da rotação representava o meio dia solar. A quase totalidade dos alunos respondeu que era quando o alfinete estava de frente para o sol. Questionamos, então, o que era estar de frente para o Sol. Mais da metade da classe respondeu que era quando o alfinete iria mudar de lado. Confirmamos que era exatamente essa resposta.

Em seguida, questionamos em que direção se projetava a sombra do alfinete ao meio dia solar. A maioria dos alunos respondeu que era sobre o meridiano. Logo em seguida iniciamos as atividades no papel no qual estavam representadas duas posições simétricas do alfinete em relação ao meio dia solar. A proposta desta atividade era que o aluno percebesse a simetria entre as sombras projetadas antes e depois do meio dia solar verdadeiro, ou seja, a sombra do meio é o eixo de simetria destas sombras. Assim, para saber a linha meridiana local bastava traçar a bissetriz entre duas sombras simétricas em relação ao meio dia solar.

Após as atividades realizadas no papel entregamos aos alunos um quadrado de cartolina de dimensões 8x8cm com um desenho da rosa dos ventos (Figuras 51 e 52) para simular o horizonte. Saímos da sala de aula e fixando o quadrado na bola de isopor simulamos o movimento de rotação da Terra e observamos o movimento da sombra do alfinete tornando a atividade mais concreta.

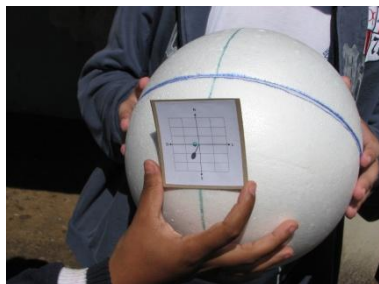


Figura 51: representação da sombra projetada por uma estaca antes do meio dia solar verdadeiro

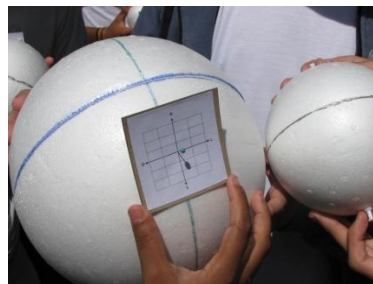


Figura 52: representação da sombra projetada por uma estaca depois do meio dia solar

A atividade real de determinação do meridiano não foi possível ser executada, pois os alunos saíam da escola às 12h 30min e para obter um bom resultado seria necessário anotar uma sombra antes das 11h (Figura 53) e uma depois das 13h, mas os alunos viram uma linha do meridiano local traçada (Figura 54) e que foi utilizada no dia 20 de março (equinócio de outono) para a medida da latitude local que veremos mais adiante na descrição da próxima atividade.



Figura 53 : Sombra de estaca antes do meio dia solar verdadeiro



Figura 54: Linha Norte-Sul (meridiano da latitude $21,7^\circ$)

7.2.4 Atividade 3: Determinação da latitude local.

Duração: 1 aula de 50 minutos.

Antes de trabalhar essa atividade elaboramos uma aula expositiva de 50 minutos sobre coordenadas geográficas e ângulos formados por duas paralelas e uma transversal. Essas atividades foram necessárias, pois nenhum dos alunos da sala tinha noção de coordenadas

geográficas e nem de ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal e, também por serem requisitos para trabalhar algumas das atividades subsequentes.

No dia 20 de março de 2010 (sábado), data do equinócio de outono, acompanhados por quatro alunos, medimos ao meio dia solar verdadeiro, o tamanho da sombra de quatro estacas fincadas perpendicularmente ao solo (Figura 55).



Figura 55: Alunos medindo o tamanho da sombra projetada por estacas ao meio dia solar verdadeiro no equinócio de outono de 2010.

No local onde foram feitas as medidas pelos alunos, havia uma linha norte-sul determinada dias antes (Figura 54 anterior).

É sabido que nos equinócios de primavera e outono os raios solares incidem paralelamente ao plano de equador terrestre (Figura 56), assim o ângulo formado entre os raios solares e uma estaca fincada perpendicularmente ao solo (Figura 57), ao meio dia solar verdadeiro, é o valor da latitude do local. Isso se torna claro ao olharmos a seguintes figuras.

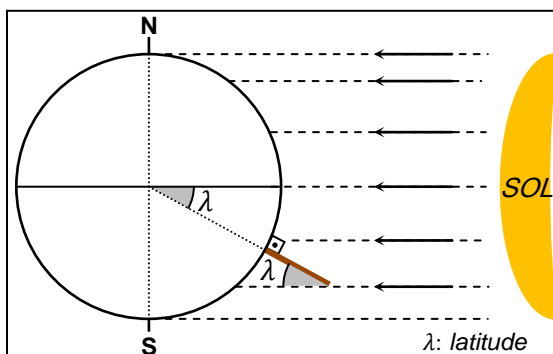


Figura 56: Sombra projetada por um gnômon no Equinócio de Outono

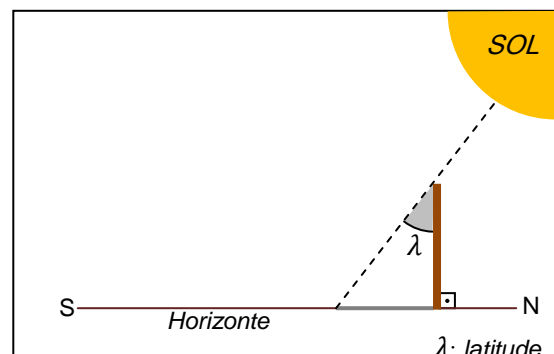


Figura 57: Sombra projetada por um gnômon no Equinócio de Outono (vista horizontal)

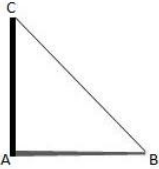
Esta atividade tinha como propósito mostrar aos alunos como poderíamos calcular a latitude de um local qualquer da superfície da Terra e que, utilizando este método, somente era possível em dois dias do ano. A atividade consta da apresentação de um esquema geométrico que representa a estaca formando um triângulo retângulo em que um dos catetos representa a estaca e, outro cateto a sombra projetada ao meio dia solar verdadeiro. Antes de realizar o cálculo do ângulo mostramos duas simulações de movimentos do Sol feitos em

programas disponibilizados pela Universidade de Nebraska¹² e uma apresentação, em PowerPoint, que ilustrava o momento exato que raios solares incidem sobre a estaca ao meio dia solar.

Data: ___/___/2010 Fenômeno Astronômico: _____

Hora local: _____ h (Fuso horário de Brasília)

Medição do tamanho da sombra projetada por uma estaca perpendicular ao solo, ao meio dia verdadeiro (ou meio dia solar).



- 1) Qual é a medida do ângulo \widehat{CAB} ?
- 2) Utilizando as relações trigonométricas no triângulo retângulo, calcule a medida do ângulo \widehat{ACB} .
- 3) Tendo em mãos a medida do ângulo \widehat{ACB} , calcule a medida do ângulo \widehat{ABC} .
- 4) Calcule a medida do lado \overline{BC} .

Figura 58: Atividade 3

Comentamos que o meio dia solar verdadeiro nem sempre é o meio dia solar médio o mesmo que marcam os relógios. Na ocasião da medida da sombra, o meio dia solar verdadeiro ocorreu às 12h19min. Utilizamos as quatro medidas feitas no equinócio de outono e distribuimos entre os grupos da classe. Com auxílio de uma calculadora científica os alunos calcularam os ângulos. Fizemos uma média dos quatro valores calculados e chegamos ao valor de $21,29^\circ$ que comparado ao valor real obtido no Google Earth de $21,68^\circ$ obtemos uma diferença de $0,39^\circ$ que é uma medida pouco significativa já que o método que utilizamos é bastante primitivo.

Como se vê na Figura 58 acima, aproveitamos o triângulo retângulo para rever a soma dos ângulos internos do triângulo e aplicação do teorema de Pitágoras para o cálculo de lado \overline{BC} .

7.2.5 Atividade 4: Determinação dos trópicos e dos círculos polares

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

¹² Links para as duas simulações: <http://astro.unl.edu/classaction/animations/coordsmotion/eclipticsimulator.html> e <http://astro.unl.edu/classaction/animations/coordsmotion/sunrays.html>

Nestas aulas trabalhamos com resolução de problemas de geometria. Antes de trabalharmos as folhas de atividades, exibimos um filme da série Espaçoave Terra¹³ e mostramos slides de uma animação ilustrando como Eratóstenes calculou o raio da Terra num dia de solstício de verão. Em seguida, entregamos uma folha de atividades que dispunha de figuras para representar a inclinação da Terra nos solstícios de verão e inverno. Os alunos deveriam determinar as latitudes, uma no hemisfério Norte e outra no hemisfério Sul, que delimitam a região da Terra em que é possível ver o Sol a pino e as duas latitudes que delimitam a porção de Terra que não recebe luz durante 24h, pelo menos um dia no ano.

A região que é possível ver o Sol a pino é denominada região tropical e os paralelos que as delimitam são os trópicos de Câncer e Capricórnio. As regiões onde há pelo menos um dia do ano sem Sol são as calotas polares delimitadas pelos círculos polares.

7.2.6 Atividade 5: Determinação da Altura Máxima e Mínima do Sol na Latitude local

Duração: 1 aula de 50 minutos.

Nesta aula aplicamos uma atividade de resolução de problemas. A folha de atividades continha duas figuras da Terra com um homem colocado na latitude local. A primeira representava a Terra no solstício de inverno e a segunda no solstício de verão. Partindo do pressuposto que os raios de Sol incidem no solo paralelamente, o objetivo da atividade era determinar as alturas máxima e mínima do Sol, ao meio dia solar verdadeiro, durante o ano. Entenda-se por altura a inclinação, medida em graus, que o Sol se encontra em relação à linha do horizonte no momento da observação. Para auxiliá-los na resolução, ao lado de cada representação da Terra, continha duas retas paralelas cortadas por uma transversal, em que, as retas paralelas representavam os raios solares e a reta transversal é a reta que passa pelo observador e o centro da Terra (Figura 59). Nesse primeiro cálculo os alunos determinaram o ângulo formado entre o Sol e a linha do zênite local. De posse desse resultado é que os alunos deveriam calcular a altura do Sol.

¹³ O filme exibido da série foi o da semana 26 e encontra-se no link: <http://www.youtube.com/watch?v=xCzImAvuXGE>

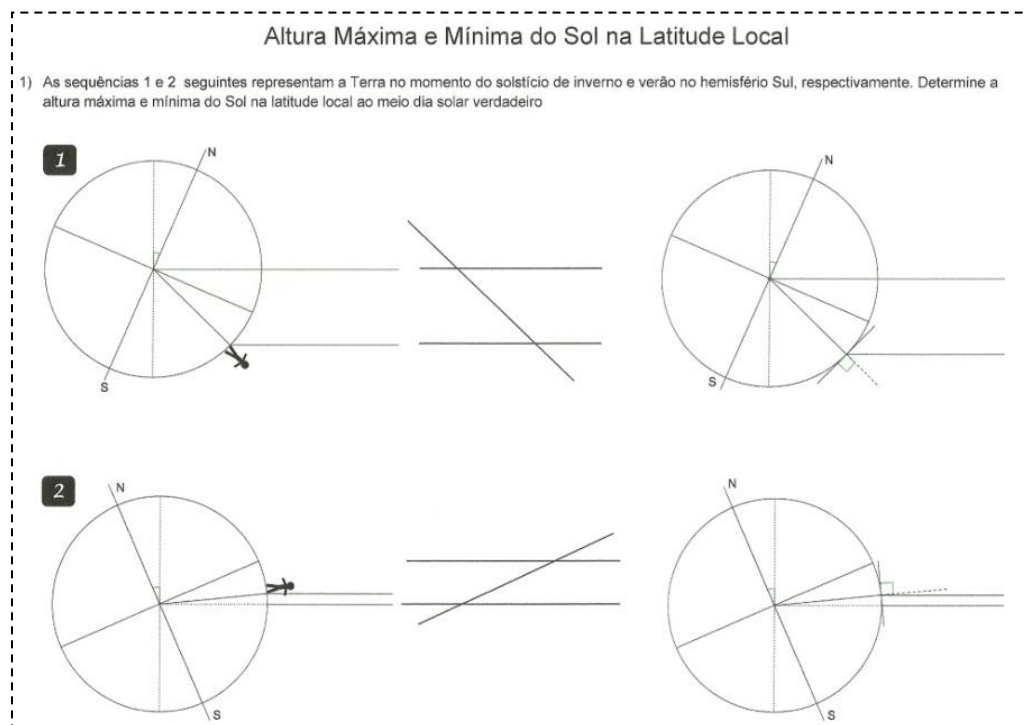


Figura 59: Atividade 5 – 1ª folha

7.2.7 Atividade 6: Conceito experimental de insolação solar

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Material utilizado: Anteparo de madeira, papel milimetrado e transferidor

Nestas aulas desenvolvemos uma atividade de observação e medição com um anteparo feito de madeira, desenvolvido em conjunto com meu orientador, para verificação experimental de que a energia solar fornecida à Terra, em determinado momento, depende da altura do Sol. Este anteparo consta de duas faces retangulares de madeiras ligadas por dobradiças (Figura 60).



Figura 60: Anteparo de madeira para medir a insolação solar

Em uma das faces há um recorte de um quadrado de lado 8 cm para passagem da luz e uma pequena haste fixada perpendicularmente à face superior. Dessa maneira, ao posicioná-la para o Sol ajustamos a inclinação até que a haste não apresentasse sombra, assim, os raios solares incidiram perpendicularmente nesta face. Na outra face os raios se projetaram

através do quadrado formando um retângulo de largura 8 cm e comprimento maior que 8cm, o que mostra que a energia fornecida ao quadrado se espalha por uma área maior. Nesta atividade (Figuras 61e 62) elaboramos uma sequência de experimentos, questionamentos e problemas a serem resolvidos com dados medidos com o anteparo. Os alunos verificaram que a área do retângulo projetada através do quadrado depende do seno do ângulo que representa a altura do Sol no momento da medição (Foto 1). Trabalhamos a noção de limite, uma vez que a área tende a ficar muito grande à medida que o Sol desce no horizonte. Para isso construímos uma tabela no Excel e verificamos matematicamente o resultado experimental.

A Foto 1, relata um dos momentos em que alunos estão fazendo as medidas para a realização da atividade 6.



Foto 1: Alunos utilizando o anteparo para o cálculo da insolação

Atividade de Experimentação – Insolação solar

1) Posicione a parte de cima do anteparo de frente para o sol de modo que a projeção solar através do quadrado forme um retângulo.

Forma correta

Forma incorreta

2) Agora incline a parte de cima do anteparo até que o pino da parte direita superior não projete sombra.

Pergunta: Qual é o ângulo que os raios solares formam com a parte superior do anteparo?

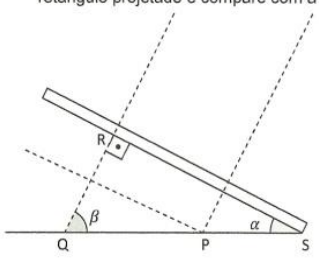
3) Como um transferidor meça o menor ângulo formado entre as duas partes do anteparo.

4) Com uma régua, meça o comprimento do retângulo projetado na parte de baixo do anteparo e calcule a sua área.

5) (a) Na figura seguinte α representa o ângulo medido no item 3. Nestas condições, calcule a medida do ângulo β .

Figura 61: Atividade 6 – 1ª folha

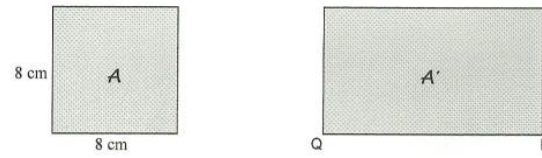
(b) Utilizando relações trigonométricas, calcule o comprimento \overline{PQ} do retângulo projetado e compare com a medida obtida no item 4.



7) Na animação feita no Geogebra vimos que a área projetada aumenta quando o ângulo β diminui e, quando β é igual a 90° , a área do retângulo projetado é igual a área do quadrado do anteparo. Vamos construir no EXCEL a seguinte tabela de valores para ver o que acontece com a área do retângulo projetado quando o ângulo β se aproxima de 0° e quando ele se aproxima de 90° .

β medido em graus	Área do retângulo projetado (A')
89	
88	
87	
85	
80	
70	
60	
.	
10	
5	
2	
1	
0,5	
0,4	
0,1	
0,01	
0,001	
0,0001	

6) (a) Denotando por A a área do quadrado do anteparo e por A' a área do retângulo projetado através do quadrado, expresse A' em função do seno do ângulo β .



$A = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$ $A' =$

(a) Qual é limite de A' quando β se aproxima de 90° ?

$$\lim_{\beta \rightarrow 90^\circ} A' =$$

(b) Qual é o limite de A' quando β se aproxima de 0° ?

$$\lim_{\beta \rightarrow 0^\circ} A' =$$

Figura 62: Atividade 6 – 2ª folha

7.2.8 Atividade 7: Cálculo da insolação solar.

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Esta atividade foi elaborada com uma sequência de resolução de problemas com o objetivo de os alunos determinarem matematicamente a quantidade de energia recebida por um determinado local da terra em qualquer época do ano. Esta atividade é a sequência da atividade 6. Aqui trabalhamos razão, proporção e trigonometria no triângulo retângulo.

O objetivo principal da proposta era mostrar que a quantidade de energia fornecida a uma determinada área do planeta depende da altura do Sol. A sequência de atividade levava o aluno a verificar que a porcentagem de energia fornecida é igual ao seno da altura do Sol no momento da medição. Assim a energia máxima é fornecida quando o Sol está a pino ($\text{sen}90^\circ = 1$) e mínimo quando o Sol está no horizonte ($\text{sen}0^\circ = 0$).

7.2.9 Atividade 8: Cálculo da melhor inclinação para se instalar um aquecedor solar

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Material utilizado: placa de isopor, cartolina, E.V.A, cola de isopor e tesoura.

Elaboramos esta atividade para que o aluno pudesse contemplar a aplicação de todo conhecimento adquirido com as atividades anteriores. A proposta é que os alunos determinassem a melhor inclinação de um telhado para se instalar um aquecedor solar.

Preparamos uma sequência de problemas e questionamentos que levaram os alunos à conclusão de que a melhor inclinação é o valor da latitude local acrescido de 5° à 10° . Fizemos uma exposição de 10 minutos lembrando os conteúdos vistos. Em seguida trabalhamos a melhor direção para se instalar as placas coletoras de energia. Com base na noção sobre insolação solar, trabalhamos a melhor inclinação no solstício de inverno e no solstício de verão. Depois questionamos que não seria viável a instalação de um telhado que se movesse para receber energia máxima a todo instante, assim deveríamos encontrar uma inclinação fixa para receber a maior quantidade de energia possível o ano inteiro, levando em conta que no inverno temos menos horas por dia de exposição à luz solar. Finalizamos a atividade calculando a melhor inclinação de um telhado na latitude local.

7.2.10 Atividade 9: Construção de um relógio de Sol de mostrador horizontal

Duração: 3 aulas de 50 minutos

Material utilizado: placa de isopor, cartolina, lápis de cor, cola de papel e tesoura.

Nestas aulas construímos um relógio de Sol de mostrador horizontal. Preparamos uma folha de atividades que inicialmente continha a descrição da construção de um relógio de mostrador equatorial. Calculamos, primeiramente, a inclinação do gnômon, em relação à linha do horizonte, utilizado na marcação das horas do relógio de mostrador equatorial. Esse mostrador é um semicírculo dividido em 12 setores de 15° , cada uma representando uma hora, das 6h às 18h (ver apêndice E). Nas atividades seguintes propomos a retirada do mostrador equatorial e calculamos os ângulos projetados pelo gnômon no plano horizontal.

A Figura 63 a seguir, é parte da atividade de construção do relógio de Sol de mostrador horizontal. Nesta figura esta esquematizado geometricamente qual seria a relação entre os ângulos w do mostrador equatorial e seu respectivo ângulo θ no mostrador horizontal.

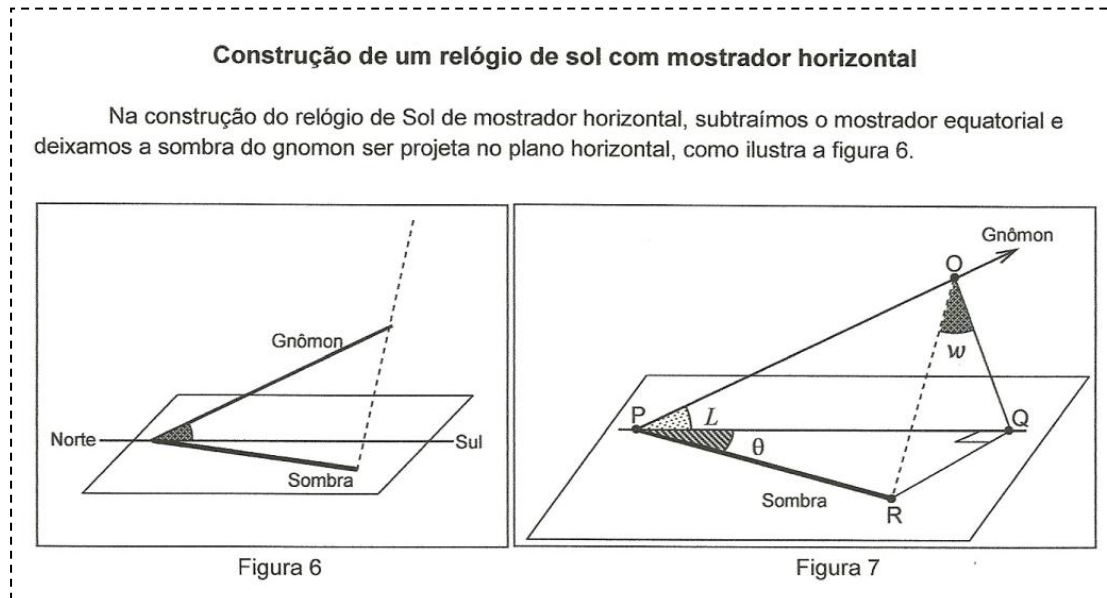


Figura 63: Parte da atividade 9 – 2ª folha

Para auxiliar os alunos, confeccionamos um tetraedro de papel vergê para que os triângulos, de três de suas faces, POQ, PQR e OQR fossem facilmente visualizados pelos alunos bem como as relações trigonométricas (Figura 64).

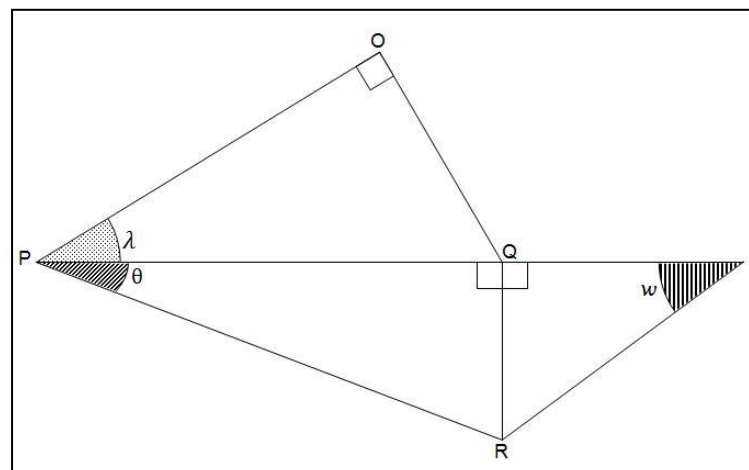


Figura 64: Planificação de três faces

Sem explicitar no texto utilizamos a noção de função já que cada ângulo do mostrador horizontal dependia do ângulo do mostrador equatorial. Utilizamos uma calculadora científica para calcular o ângulo de cada hora do mostrador horizontal. Na sequência, construímos no software geogebra, o mostrador do relógio horizontal e finalizamos essas atividades construindo um relógio de Sol de mostrador horizontal.

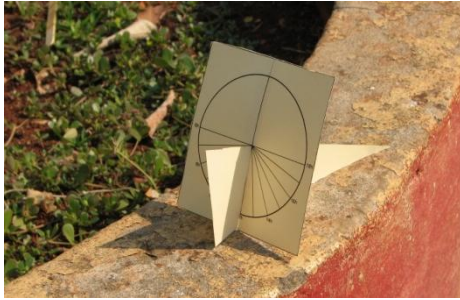


Foto 2: Relógio de Sol de mostrador equatorial confeccionado por alunos



Foto 3: Alunos construindo um relógio de Sol de mostrador horizontal

A Foto 2 ilustra a construção de um relógio de mostrador equatorial que serviu de auxílio para a construção do relógio de mostrador horizontal (Foto 3).

Terminada a descrição resumida da aplicação das atividades, faremos no próximo capítulo uma análise de cada umas das atividades descritas neste capítulo.

CAPÍTULO 8

Análise das atividades

8.1 Introdução

Neste capítulo descreveremos uma análise das atividades desenvolvidas no projeto. Pontos positivos e negativos, indicativos de aprendizagem e conteúdos abordados em cada atividade.

A proposta construída neste trabalho teve como objetivo principal resgatar alguns conteúdos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e complementar com aplicação dos mesmos, pois, como já descrito, a classe na qual o trabalho foi desenvolvido tinha defasagens em conteúdos desses anos da escolaridade e carregavam dificuldades até a 2ª série do Ensino Médio.

Procuramos trabalhar os conteúdos da Matemática de uma forma contextualizada para que os alunos pudessem de alguma forma relacionar os conhecimentos com aplicações práticas.

Não trabalhamos com apenas um assunto da Matemática, trabalhamos um tema e utilizamos conceitos e conteúdos da Matemática e das Ciências necessários para a plena compreensão da proposta. Apesar do pouco tempo de projeto, foi possível trabalhar os vários conteúdos e conceitos importantes de forma prática e contextualizada.

Não fizemos nenhuma avaliação formal sobre os conteúdos ou estatística do número de acertos em cada atividade. A nossa avaliação foi com relação à motivação de aprender de forma contextualizada e experimental e interdisciplinar. A intenção era que todos os alunos tivessem em mãos cada atividade corretamente preenchida, pois seriam necessárias para realização das atividades subsequentes. As dificuldades eram esperadas, pois a maioria dos assuntos e conteúdos presentes nas atividades os alunos não tiveram a oportunidade de aprender. Assim intervimos sempre que o aluno tinha dificuldade ou não sabia resolver algum exercício ou atividade.

As maiores dificuldades encontradas pelos alunos foram nas atividades 2 e 3 por demandarem conhecimentos relacionados com a representação de modelos da Terra e, que na maioria das vezes, tinham concepções errôneas. Percebemos que a mudança de concepção ou a construção de concepções mais elaboradas dos modelos da terra demandam

certo tempo. Outras dificuldades apontadas pelos alunos foram nos cálculos, mas com a nossa intervenção eles entendiam com mais facilidade, talvez por ser uma parte mais técnica.

8.2 Análise das Atividades

8.2.1 Análise da atividade 1

Como descrito no capítulo sobre a Aplicação das atividades, esta atividade foi uma aula expositiva sobre Astronomia da Antiguidade. A aula teve um caráter de questionar sobre porquê, desde a antiguidade, o homem observa o céu. Curiosidade? Necessidade? Pelo encantamento que o céu noturno causa às pessoas? Observar o Sol é estudar Astronomia? As grandes navegações seriam possíveis sem o estudo dos Astros?

Os alunos gostaram muito da explanação, mas não fizeram muitas perguntas. Quando perguntado sobre eventuais dúvidas, alguns alunos responderam que a maioria dos conteúdos era a primeira vez que ouviam falar e que, apesar de ser interessante, era tudo novo e por esse motivo não estavam perguntando.

Um momento da explanação que os alunos gostaram bastante foi a parte em que mostramos como Eratóstenes calculou o raio da Terra. Nesse ponto acrescentamos um fato importante de que a cidade de Assuã (atual Siena) está à 60 km ao norte do trópico de Câncer (ÁVILA, 2007) ou seja, teoricamente o Sol nunca fica a pino nesta cidade. Mas considerando que a Terra tem aproximadamente 40 000 km de diâmetro para uma volta de 360°, teríamos algo em torno de 0,54° (0° 32' 24'') para a distância de 60 km, que não é perceptível na hora da observação. Assim, as considerações utilizadas por Eratóstenes de que as cidades de Assuã e Alexandria estavam no mesmo meridiano e Assuã ter Sol a pino, ocorre aproximadamente.

Enfim, os alunos responderam que a aula foi diferente por ser apresentada com projetor e que foram exibidos alguns filmes.

A primeira impressão é que os alunos não estavam interessados, mas sabendo da realidade da escola com falta de professores, baixo índice de frequência, alunos fora da sala durante as aulas, alto índice de evasão e sendo uma classe com 47 alunos matriculados e todos assistindo à exposição em silêncio, percebemos que aquilo era extremamente positivo.

Terminamos a aula com os alunos querendo saber quando, e o que seria apresentado na próxima atividade. Essa curiosidade que não é comum nos alunos é um forte indicio de que aulas com metodologias diferenciadas tinham grande chance de sucesso.

8.2.2 Análise de aplicação do questionário

O questionário¹⁴ aplicado nessa atividade tinha sete perguntas e versava sobre quatro (4) itens: quanto os alunos gostavam de Matemática; Quais mudanças poderiam ocorrer nas aulas de Matemática para que se tornassem mais interessantes; o que o aluno esperava do projeto; qual a utilidade da Matemática no dia-dia do aluno.

Na primeira pergunta, o aluno deveria escolher entre cinco itens, indicando o quanto ele gostava de Matemática. Ao todo, 42 alunos responderam ao questionário. Segue abaixo o número de alunos que responderam cada item.

Tabela VI

(a) Gosto muito	1
(b) Gosto	10
(c) Gosto um pouco	12
(d) Às vezes gosto	18
(e) Não gosto	1

Número de alunos por categoria de resposta dada à 1ª pergunta do questionário inicial

Observamos que a maioria dos alunos gosta pouco de Matemática. Dos 42 alunos consultados, 31 responderam que gostam pouco, às vezes gostam ou não gostam de Matemática, perfazendo 73,8% do total.

A segunda questão pedia para o aluno justificar a escolha feita na primeira questão. De maneira geral, os 30 alunos que assinalaram os itens (c) e (d), justificaram que gostam da Matemática quando entendem, ou é interessante, ou quando se identificam com o conteúdo. Dos alunos que assinalaram os itens (a) e (b) justificaram o gosto pela Matemática por terem facilidade para aprender, ou por estar presente no dia-dia, ou por ser interessante, ou por ser importante para o futuro.

A terceira questão pedia para o aluno apontar quais mudanças poderiam ocorrer para que as aulas de Matemática se tornassem mais interessantes.

Separamos as respostas em seis principais categorias mais respondidas.

¹⁴ O questionário encontra-se no Apêndice A

A Tabela VI, apresenta o número de alunos que responderam em cada categoria.

Tabela VII

Categoria	Número de alunos
1. Os conteúdos abordados deveriam ter conexões diretas com o cotidiano	4
2. As aulas deveriam ter mais prática, projetos e menos teoria	11
3. As aulas deveriam ser mais divertidas	5
4. Um bom professor e /ou alunos interessados	9
5. Aumentar o numero de aulas	4
6. Aulas com exercícios mais fáceis.	3
7. Outras respostas	6

Número de alunos por categoria de resposta dada à 3ª pergunta do questionário inicial

Os alunos que responderam à categoria três (3) não explicaram como as aulas poderiam ser divertidas, somente alguns alunos responderam que o professor deveria ser “legal”. Julgamos que as respostas, dadas por 14 alunos, nas categorias três (3) e quatro (4), apontam para a habilidade, competência e “simpatia” com que o professor conduz a aula. Assim, as aulas de Matemática são boas tanto quanto o professor eficiente. Essa análise se completa na última atividade em que analisaremos a avaliação feita no final do projeto.

As respostas de 15 alunos nas categorias um (1) e dois (2) apontam para uma forte mudança do ensino tradicional com definições, regras, fórmulas e mecanização de exercícios para um ensino contextualizado com práticas e aplicações. Inferimos aqui, que um ensino de Matemática com atividades práticas e significativas, nas quais o educando possa ser protagonista de sua aprendizagem é o anseio da maioria dos alunos desta classe.

Na quarta e última questão os alunos responderam à pergunta: Você acha que a Matemática pode contribuir para sua formação ou para mudar sua vida?

Dos 42 alunos apenas um (1) respondeu que Matemática não pode contribuir para sua formação ou para mudar sua vida. Dos 41 alunos que responderam que a Matemática pode dar alguma contribuição, separamos as respostas em 9 principais categorias mais respondidas.

A soma do número de alunos em todas as categorias é maior que 42, pois alguns alunos responderam em mais de uma categoria.

A tabela VII apresenta o número de alunos que responderam em cada categoria.

Tabela VIII

Categoria	Número de alunos
1. Depende do que o aluno fará no futuro.	3
2. Porque a Matemática é necessária em suas vidas.	7
3. É requisito para a profissão que pretende escolher.	9
4. É necessária para prestar vestibular e concursos.	2
5. É importante para se formar	3
6. A Matemática está presente em tudo	4
7. É importante na sua formação geral.	2
8. É provável que sim.	6
9. Outras.	4

Número de alunos por categoria de resposta dada à 4ª pergunta do questionário inicial

De maneira geral, acreditamos que os alunos percebem, de alguma forma, que a Matemática está presente em suas vidas e que ela é necessária no mundo do trabalho. A maioria das respostas não apresenta detalhes que as justifiquem, mas todos os alunos atribuem importância à Matemática. Assim, o baixo rendimento¹⁵ escolar apresentado por essa classe não se justifica pela importância dada à disciplina.

A atividade aplicada teve como objetivo verificar o quanto os alunos conheciam sobre tangência, perpendicularidade, lei da gravitação universal e o que é estar em pé no planeta Terra.

Nas figuras que seguem, as pessoas e as bandeiras representadas no planeta Terra estão fora de escala para enfatizar suas posições em relação à Terra.

Na atividade 1 (um), a proposta era identificar as concepções do aluno acerca do que é estar em pé no planeta Terra.

As respostas esperadas para as atividades 1 (um) e 3 (três), estão representadas nas seguintes figuras.

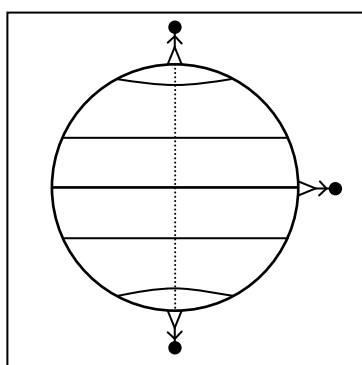


Figura 65: Resposta esperada para a atividade 1

¹⁵ O baixo rendimento é verificado pelas notas da escola no SARESP (sistema de avaliação e rendimento do Estado de São Paulo). No ano de 2008 em que a sala foi avaliada, as 8^{as} séries da escola teve IDESP (Índice de desenvolvimento da educação do estado de São Paulo) igual a 2,2989 que é baixo se comparado ao valor da meta para 2030 que é 6,0.

Nas figuras a seguir, estão algumas das respostas dadas pelos alunos para a atividade 1 (um).

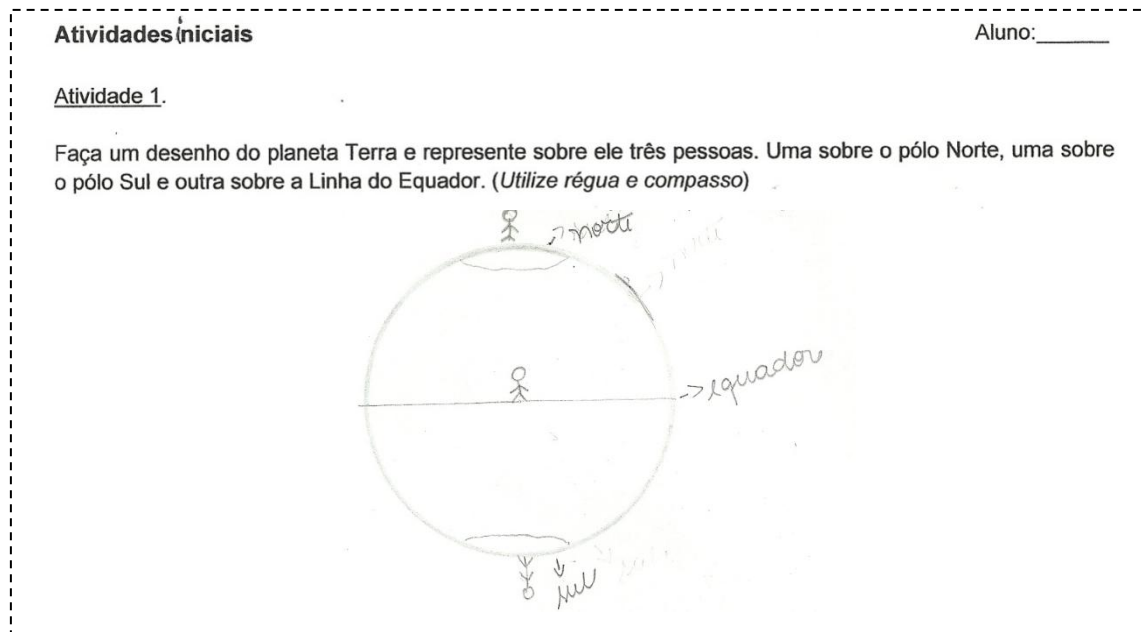


Figura 66: Resposta da atividade 1 – atividades iniciais (aluno 06)

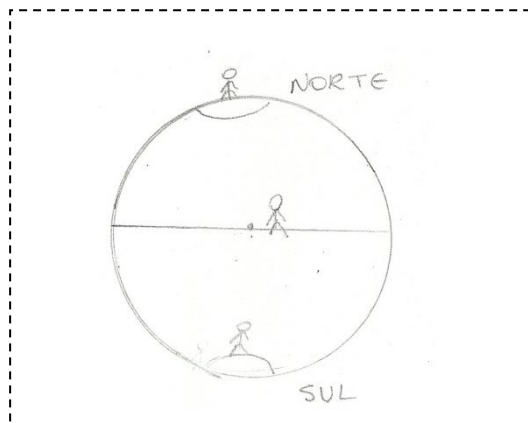


Figura 67: Resposta da atividade 1 – atividades iniciais (aluno 32)

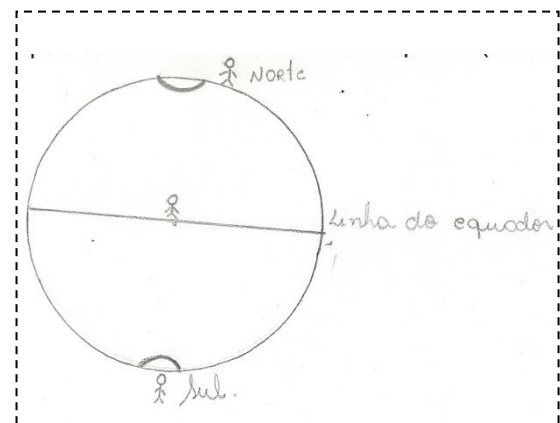


Figura 68: Resposta da atividade 1 – atividades iniciais (aluno 37)

A proposta da atividade 2 (dois) era resgatar conhecimento de ângulo reto. Aproveitamos, também, para relembrar aos alunos sobre a posição que as bandeiras nacional, estadual e municipal são hasteadas.

Na atividade 3 (três), os alunos deveriam representar com um desenho três bandeiras verticais, uma sobre o trópico de câncer, outra sobre o equador e outra sobre o trópico de capricórnio. A Figura 69 mostra a resposta esperada para essa atividade.

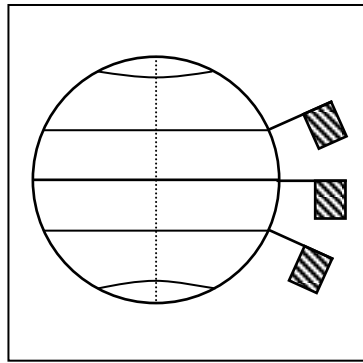


Figura 69: Resposta esperada para a atividade 3

Dos 32 alunos que responderam o questionário, 16 representaram de forma correta as duas pessoas sobre o pólo norte e sul e nenhum aluno representou de forma correta a pessoa sobre o equador e as bandeiras fixadas sobre os trópicos.

Seguem algumas respostas dadas pelos alunos à atividade 3 (três).

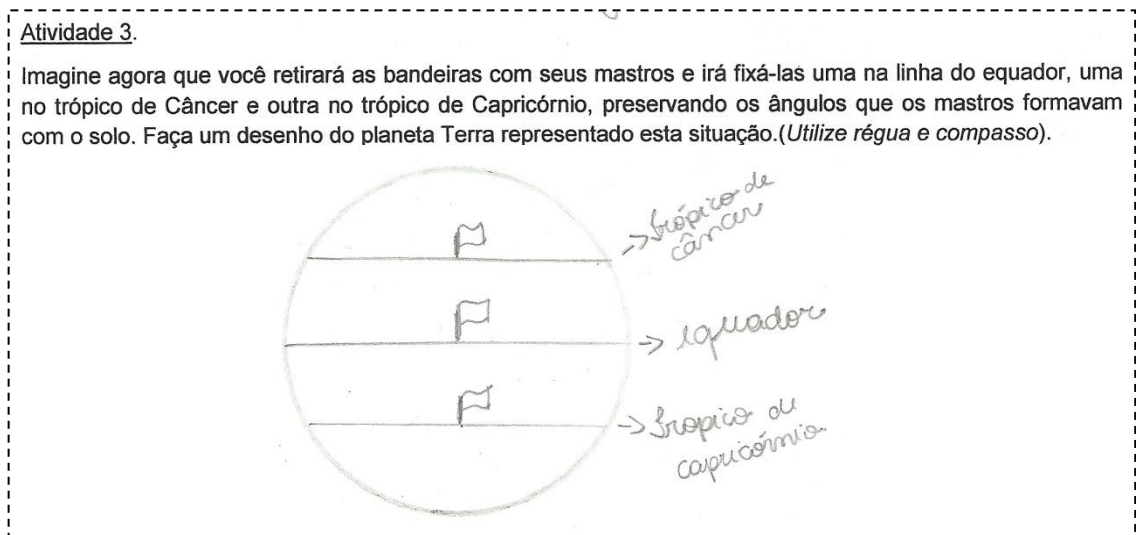


Figura 70: Resposta da atividade 3 – atividades iniciais (aluno 06)

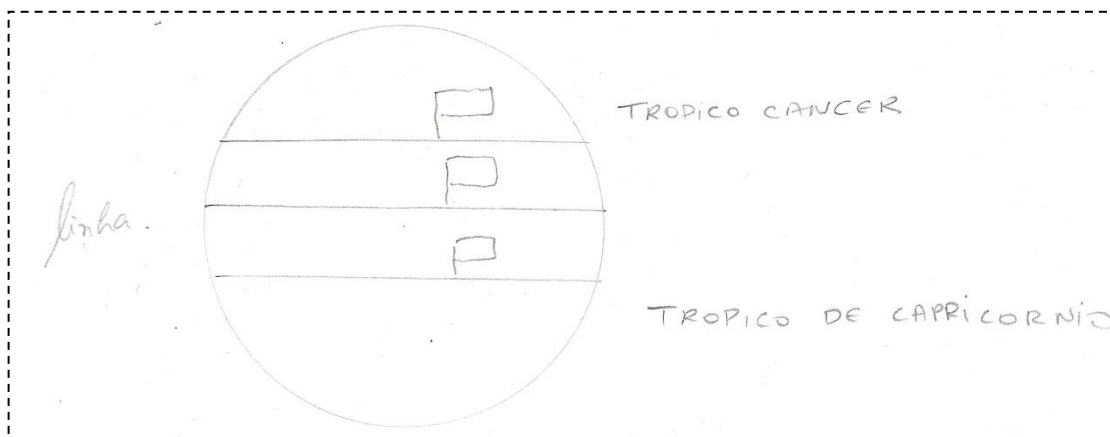


Figura 71 Resposta da atividade 3 – atividades iniciais (aluno 32)

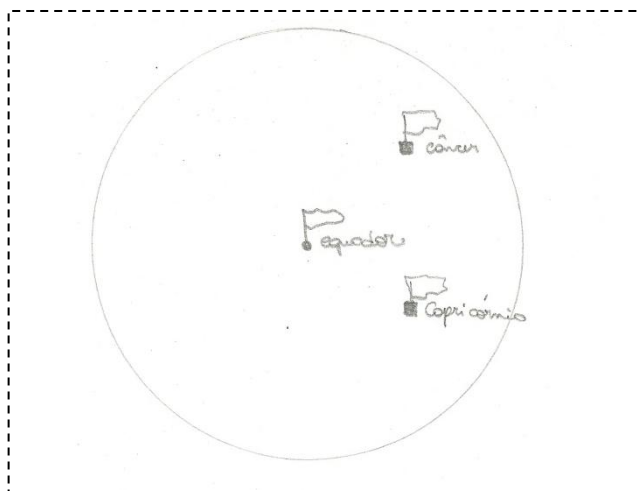


Figura 72: Resposta da atividade 3 – atividades iniciais (aluno 26)

Podemos observar que as representações não verticais, ou seja, fora dos pólos, não houve resposta correta, tanto na primeira quanto na terceira atividade, o que mostra que os alunos não concebem corretamente a noção do que é estar em pé sobre a Terra. A questão é que todos os alunos conhecem o fato de que a Terra tem formato esférico, possui a força de gravidade, mas nenhum tem a noção correta de que os objetos, inclusive os humanos, são atraídos para o centro da Terra. Para Langhi e Nardi (2005) essas deficiências são chamadas de “concepções alternativas¹⁶” e uma das causas apontadas para estas concepções é ausência de evidências claras e perceptíveis de alguns fenômenos. Nesse ponto acrescentamos que os alunos só conseguem aliar força gravitacional com a Terra plana. É o que inferimos observando as respostas da atividade 3 (três) que apresentam, na sua maioria os homens e as bandeiras desenhados tomando-se como referência uma linha horizontal.

Recolhemos as atividades proposta neste dia e não fizemos nenhuma correção ou comentário. A nossa intenção era aplicar novamente a atividade ao final do curso e verificar o quanto as atividades desenvolvidas contribuiriam para levar o aluno a atingir noções mais elaboradas.

8.2.3 Análise da Atividade 2

Nesta atividade, trabalhamos conceitos de simetria, perpendicularidade, bissetriz e arcos de circunferência.

¹⁶ O termo ‘concepção alternativa’ faz referência a uma idéia sobre determinado fenômeno natural previamente concebida por alunos e/ou professores e que é posteriormente trazida para a sala de aula (LANHI & NARDI, 2005)

Antes de iniciar a atividade para a determinação do meridiano local, tomamos um globo terrestre de plástico, desses, geralmente, usados em aulas de Geografia e o colocamos sobre o pólo norte um pequeno boneco de plástico fazendo alguns questionamentos sobre os deslocamentos que esse boneco poderia fazer sobre a superfície da Terra e como ele ficaria em determinadas posições. Muitos alunos acharam estranhas as posições do boneco sobre o equador e sobre o pólo Sul. Muitos não concebiam a ideia de que a força da gravidade “puxa” todos os objetos, em direção ao centro da Terra. Para muitos alunos, o boneco de plástico deveria sempre ficar paralelo ao eixo de rotação da Terra.

Para tentar mudar essas concepções questionamos sobre o porquê o pólo Norte está apontado para cima e que devemos tomar como referência “para cima” e “para baixo” a direção da força da gravidade, ou seja, em qualquer ponto da superfície terrestre o “para baixo” aponta para o centro da Terra e o “para cima” é a direção contrária. Falamos também que o pólo Sul poderia estar apontado para cima e que era apenas uma questão de convenção.

É claro que essas concepções não mudam de um dia para o outro, mas a partir desse ponto tivemos um referencial para continuar as atividades.

Muitos alunos questionaram se não haveria um jeito mais fácil de determinar o meridiano e que haviam aprendido nas aulas de Ciências que essa direção fazia um ângulo de 90° com a direção leste-oeste. Perguntados sobre como achar essa direção, muitos deles responderam que é a linha que liga o nascer e o pôr do Sol. Nenhum dos alunos conhecia o fato de que o Sol não nasce sempre no mesmo local. Como observar esse fato demanda tempo utilizamos o simulador da Universidade de Nebraska¹⁷ que simula os movimentos aparentes do Sol em qualquer latitude, hora e época do ano. Assim os alunos puderam visualizar esse acontecimento.

Outro aluno perguntou se não dava para fazer com uma bússola e ao ser questionados sobre para onde a agulha da bússola aponta, nenhum aluno conhecia o fato de que o pólo geográfico e magnético da Terra nem sempre é o mesmo e, portanto deveríamos encontrar um método mais eficiente para tal determinação.

As atividades seguiram sem muitas dúvidas e todos conseguiram entender a proposta.

¹⁷ Link para a simulação dos movimentos do Sol: <http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html>

8.2.4 Análise da atividade 3

Nesta atividade, trabalhamos com razões trigonométricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras, soma dos ângulos internos de um triângulo e a noção de função inversa para determinar o ângulo por meio do cálculo do arco tangente.

Não houve grandes dificuldades nos cálculos, uma vez que razões trigonométricas era o assunto que os alunos estavam trabalhando com a professora de Matemática da classe. A dificuldade maior foi os alunos entenderem o melhor dia do ano para o cálculo da latitude. Não tínhamos nenhuma expectativa, à priori, de que algum aluno pudesse dar uma ideia de como fazer o cálculo da latitude, assim, mostramos qual seria o método utilizado.

Outra dificuldade apresentada e que verificamos em outras atividades foi a de conseguir associá-las ao modelo Matemático para resolver o problema. Nessa atividade em particular, apenas dois alunos conseguiram enxergar, sem explicações, retas paralelas cortadas por uma transversal no momento dos equinócios. A mesma dificuldade ocorreu, embora soubessem calcular razões trigonométricas, para calcular determinado ângulo de um triângulo retângulo, dadas as medidas de seus lados.

As figuras seguintes mostram as medidas das sombras projetadas pelas quatro estacas que utilizamos para medir a latitude no equinócio de outono.

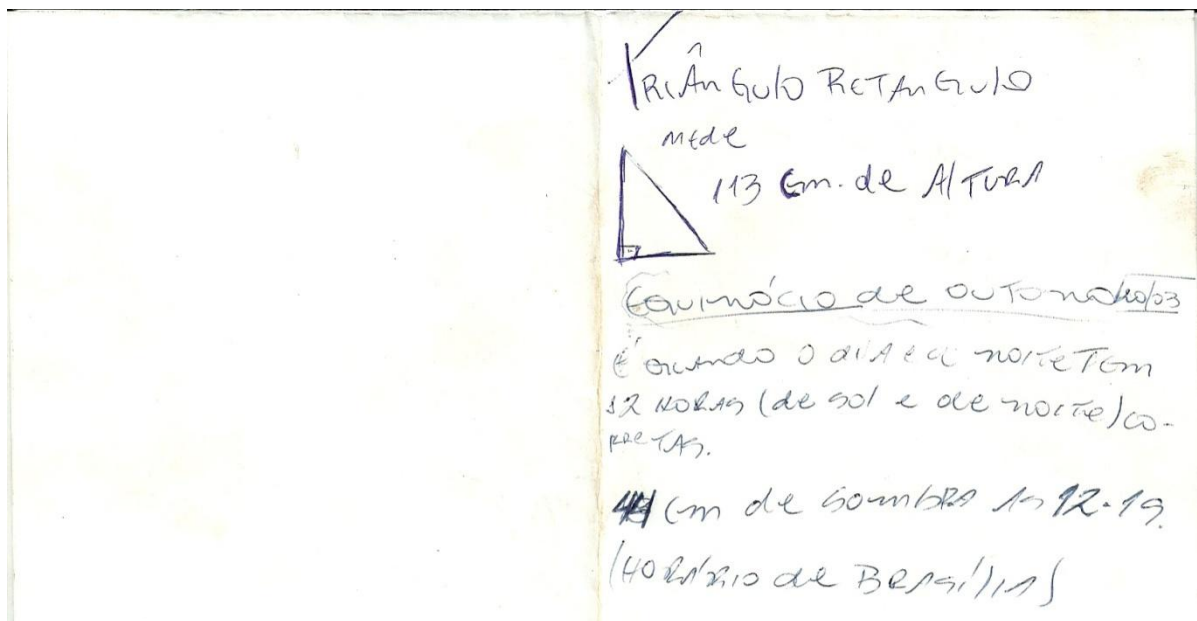


Figura 73: Anotação do tamanho da sombra projetada por uma estaca no equinócio de outono feita pela aluna A.

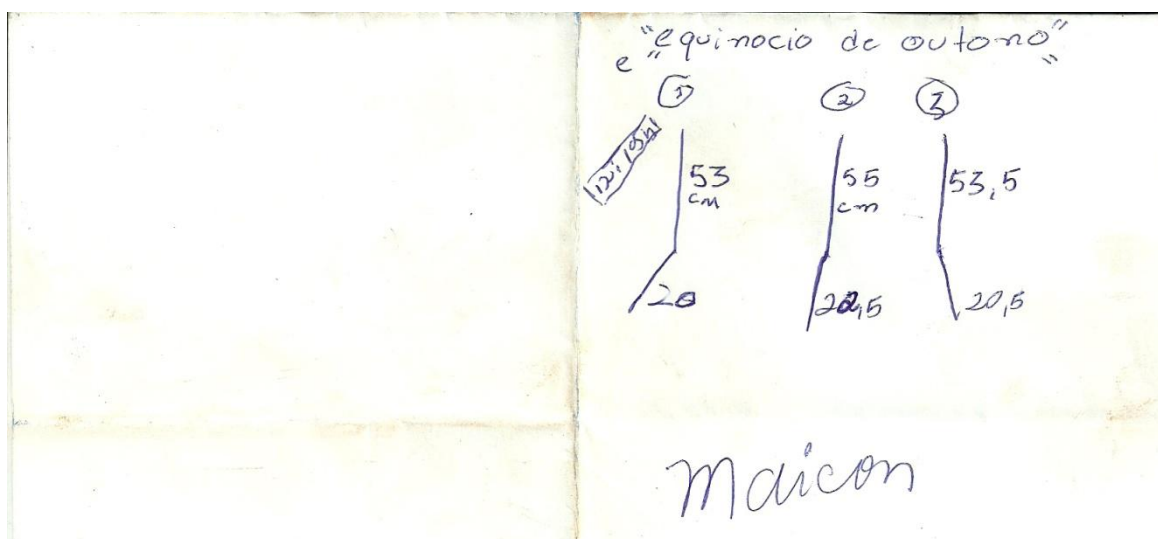


Figura 74: Anotação do tamanho de três sombras projetadas por três estacas no equinócio de outono feitas pelo aluno M.

Essas quatro medidas foram distribuídas entre os grupos da sala juntamente com a folha de atividade na qual constava um triângulo retângulo (Figura 75) em que um de seus catetos representava a estaca e o outro a sombra.

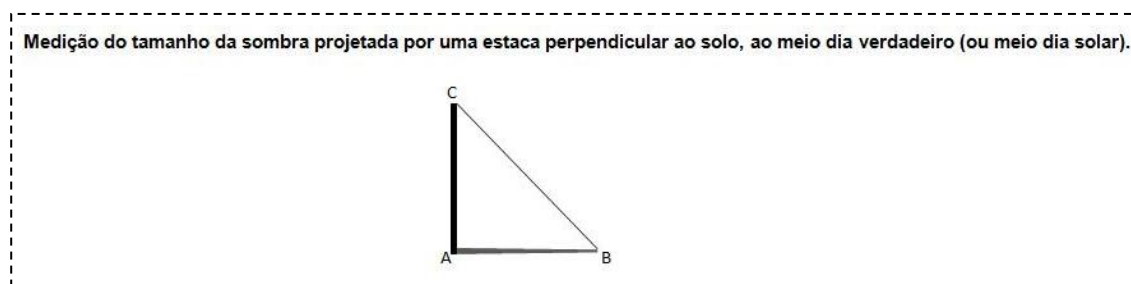


Figura 75: Parte da atividade 4 – Cálculo da latitude local

Com essas medidas em mãos, perguntamos como poderíamos calcular o ângulo \widehat{ACB} da figura que seria a medida da latitude local e os mesmos alunos que identificaram os ângulos entre as paralelas e a transversal é que disseram que poderiam usar uma das razões trigonométricas, seno, cosseno ou tangente. Somente após a nossa intervenção é que os alunos perceberam que poderiam usar as razões trigonométricas para o cálculo e alguns alunos tiveram pequenas dificuldades em identificar que usaríamos a tangente para efetuar tal cálculo.

Depois de termos calculado o valor da tangente do ângulo \widehat{ACB} , utilizamos uma calculadora científica para obtermos o valor do ângulo. Embora os alunos ainda não tivessem aprendido sobre funções trigonométricas inversas, todos entenderam a necessidade do uso da calculadora.

Observação e medição 1.

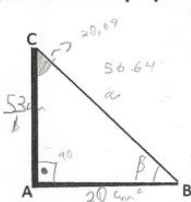
Nomes: Gilmarcelo Henrique dos Santos n°: 4
José Eduardo Primoni n°: 22
 _____ n°: _____
 _____ n°: _____

Data: 20/3/2010 Fenômeno Astronômico: Equinócio de outono

Hora local: 10:19 h (Fuso horário de Brasília)

Medição do tamanho da sombra projetada por uma estaca perpendicular ao solo, ao meio dia verdadeiro (ou meio dia solar).

$T_{6,8} = \frac{53}{20} = 2.65$
 $T_{6,6} = \frac{20}{53} = 0.3773584906$
 $\alpha = \hat{N} = 20,67^\circ$



$A^2 = 53^2 + 20^2$
 $A^2 = 2809 + 400$
 $A = \sqrt{3209}$
 $A = 56.64$

$\beta = 90^\circ - 20.67 = 69.33$
 $\beta = 69.33$
 $90^\circ + 20.67^\circ + 69.33^\circ = 180^\circ$

- 1) Qual é a medida do ângulo \widehat{CAB} ? 90°
- 2) Utilizando as relações trigonométricas no triângulo retângulo, calcule a medida do ângulo \widehat{ACB} .
- 3) Tendo em mãos a medida do ângulo \widehat{ACB} , calcule a medida do ângulo \widehat{ABC} .
- 4) Calcule a medida do lado \overline{BC} .

Figura 76: Resposta para a atividade 4 – medida 2

As Figuras 76 e 77 são resoluções da atividade 4 para duas medidas distintas para o cálculo da latitude.

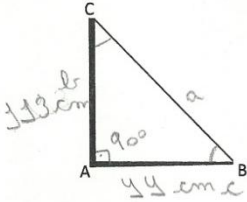
Observação e medição 1.

Nomes: Alexandre Filgueira de Sousa n°: 05
 _____ n°: _____
 _____ n°: _____
 _____ n°: _____

Data: 20/03/2010 Fenômeno Astronômico: Equinócio de Outono

Hora local: 12:19 h (Fuso horário de Brasília)

Medição do tamanho da sombra projetada por uma estaca perpendicular ao solo, ao meio dia verdadeiro (ou meio dia solar).



1) Qual é a medida do ângulo $C\hat{A}B$?
 90°

2) Utilizando as relações trigonométricas no triângulo retângulo, calcule a medida do ângulo $A\hat{C}B$.
 $\tan x = \frac{op}{cat} = \frac{44}{113} = 0,3893805 \Rightarrow \tan^{-1}(0,3893805) \Rightarrow x = 21,24$

3) Tendo em mãos a medida do ângulo $A\hat{C}B$, calcule a medida do ângulo $A\hat{B}C$.
 $B = 90^\circ - 21,24 = 68,76$

4) Calcule a medida do lado BC .
 $a^2 = b^2 + c^2$
 $a^2 = 113^2 + 44^2$
 $a^2 = 12769 + 1936$
 $a^2 = 14705 \Rightarrow a = \sqrt{14705}$

Figura 77: Resposta para a atividade 4 – medida 1

8.2.5 Análise da atividade 4

Nesta atividade, trabalhamos com conceitos de paralelismo, perpendicularidade e ângulos complementares.

Nesta atividade, os alunos não tiveram muita dificuldade em resolver e, com algumas de nossas intervenções, todos entenderam a proposta da atividade. Houve apenas alguns questionamentos acerca da representação plana da latitude, alguns alunos perguntaram em qual ponto da Terra era meio dia solar verdadeiro. Nós dissemos que poderia ser qualquer lugar e que eles não estavam determinando apenas um ponto e sim um paralelo e isso ficou claro quando foi mostrado no globo terrestre.

8.2.6 Análise da atividade 5

Nesta atividade, trabalhamos com conceitos de perpendicularidade, tangência e ângulos formados por duas paralelas e uma transversal.

A folha de atividades (Figura 78) continha duas representações da Terra com a representação de homem colocado na latitude local. A primeira representava a Terra no solstício de inverno e a segunda no solstício de verão. Partindo do pressuposto que os raios de Sol chegam ao solo paralelamente, devido à grande distancia que nos separa, o objetivo da atividade era determinar as alturas máxima e mínima do Sol, ao meio dia solar verdadeiro, durante o ano.

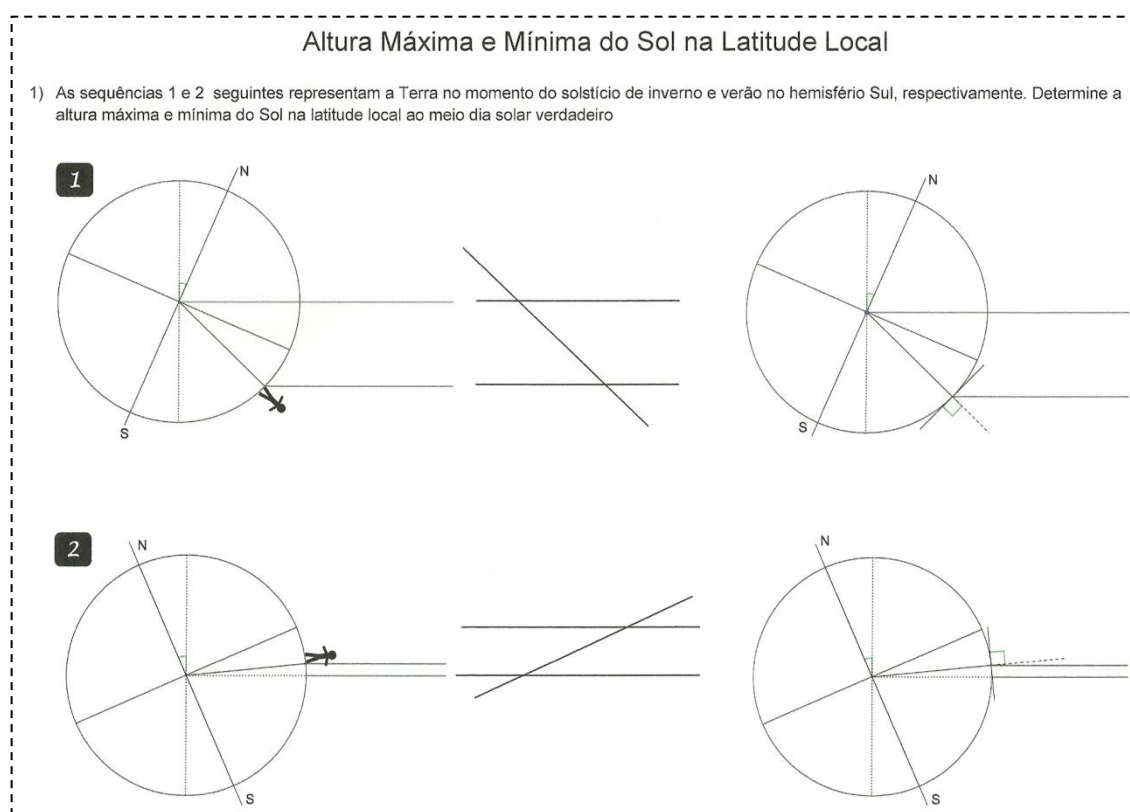


Figura 78: Atividade 6

Entenda-se por altura a inclinação, medida em graus, que o Sol se encontra em relação à linha do horizonte no momento da observação. Para auxiliá-los na resolução, ao lado de cada representação da Terra, continha duas retas paralelas cortadas por uma transversal, em que, as paralelas representavam os raios solares e a transversal, a reta que passa pelo observador e o centro da Terra. Nesse primeiro cálculo, os alunos determinaram o ângulo formado entre o Sol e a linha do zênite local. De posse desse resultado é que os alunos deveriam calcular a altura do Sol. A única dificuldade apresentada pelos alunos foi o de

encontrar a altura máxima do Sol. Em nossas intervenções, percebemos que a dificuldade se deu em função do desenho que foi colocado para auxiliá-los. As linhas paralelas representando os raios solares estavam muito próximas no desenho e por isso a dificuldade. Para finalizar, os alunos fizeram a representaram planificada (Figura 79), das alturas máxima e mínima do Sol durante o ano.

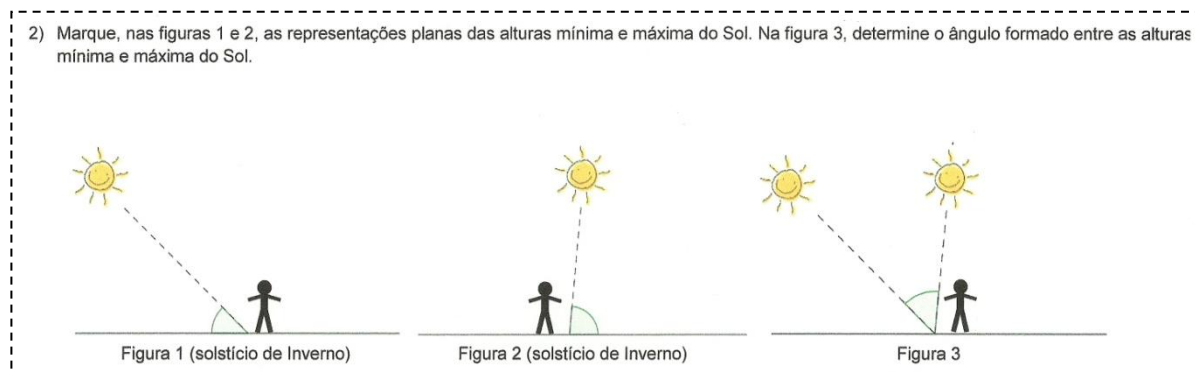


Figura 79: Digitalização da Atividade 6 – parte 2

8.2.7 Análise da atividade 6

Nesta atividade, trabalhamos razões trigonométricas no triângulo retângulo, cálculo e os conceitos de área e limite.

As dificuldades encontradas nessas atividades foram apenas de representar no desenho as medidas obtidas no experimento – percebemos certa insegurança por partes dos alunos e a todo o momento eles perguntavam se a medida estava anotada corretamente na figura.

A Figura 80 é o cálculo da área projetada através do quadrado do anteparo; e a Figura 81 é o cálculo do lado maior do retângulo utilizando trigonometria para comprovar matematicamente o que se obteve experimentalmente.

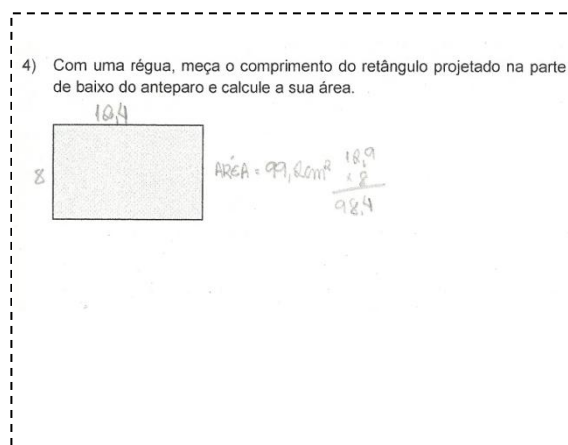


Figura 80: Digitalização do problema 4 – atividade

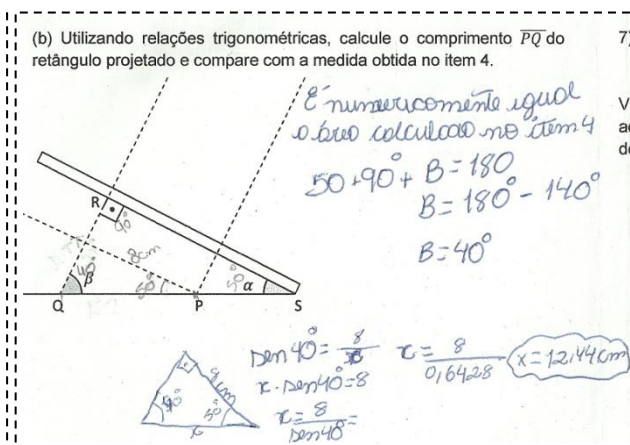


Figura 81: Digitalização do problema 5b – atividade 7

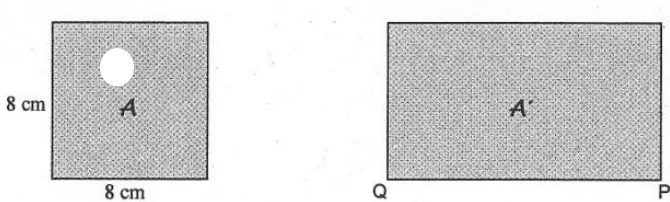
Com os dados obtidos com o anteparo os alunos puderam comprovar a relação:

$$A' = \frac{A}{\text{sen}\theta} \text{ (Figura 82).}$$

Na ocasião do experimento, o Sol encontrava-se a 40° de altura e como o quadrado na face superior do anteparo tem lado igual à 8 cm, a relação encontrada foi:

$$A = \frac{64}{\text{sen}40^\circ}$$

6) (a) Denotando por A a área do quadrado do anteparo e por A' a área do retângulo projetado através do quadrado, expresse A' em função do seno do ângulo β .



Handwritten calculations for the area of the square A and its projection A' :

$A = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$
 $A = 12,5 \times 8 = 100 \text{ cm}^2$
 $A = \frac{64}{\text{sen } 38}$
 $A = 103,6 \text{ cm}^2$

$A' = 8 \cdot PQ$
 $A' = 8 \cdot \frac{8}{\text{sen}40^\circ}$
 $A' = \frac{64}{\text{sen}40^\circ}$

Figura 82: Digitalização do problema 6 – Atividade 7

O cálculo do limite, embora fosse um conceito novo, eles entenderam facilmente, pois foi um conceito construído no decorrer das atividades. Antes de completarmos a tabela no Excel, elaboramos uma apresentação com animação no software Geogebra¹⁸ (Figura 83) e apresentamos para a classe.

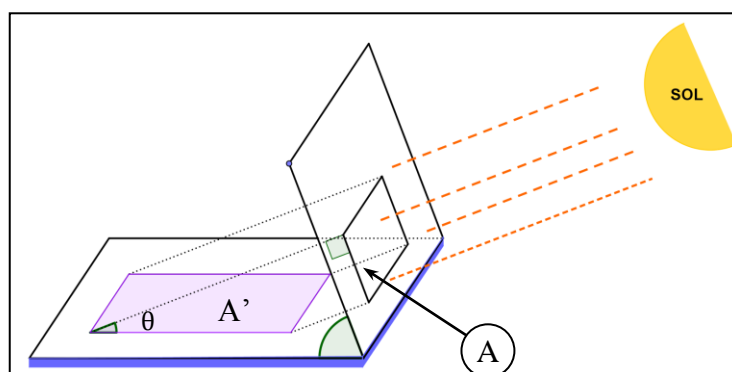


Figura 83: Animação feita no geogebra para mostrar a relação entre as áreas A e A' .

¹⁸ Geogebra: Software livre para o ensino de geometria e álgebra.

Na animação feita no Geogebra, a área A' aumenta infinitamente quando o ângulo θ se aproxima de 0° e tende a ficar igual a área A , quando o ângulo θ se aproxima de 90° .

No preenchimento da tabela (Figura 84) os alunos comprovaram numericamente que A' tende a 64 cm^2 quando θ tende a 90° e A' fica muito grande quando θ tende a 0° .

Como a sala de informática da escola não estava disponível, alguns alunos utilizaram nosso computador portátil e outros utilizaram a calculadora científica para efetuar os cálculos.

7) Na animação feita no Geogebra vimos que a área projetada aumenta quando o ângulo β diminui e, quando β é igual a 90° , a área do retângulo projetado é igual a área do quadrado do anteparo. Vamos construir no EXCEL a seguinte tabela de valores para ver o que acontece com a área do retângulo projetado quando o ângulo β se aproxima de 0° e quando ele se aproxima de 90° .

β medido em graus	Área do retângulo projetado (A')
89	69,01063
88	69,04077
87	69,09093
85	69,24872
80	69,99893
70	68,12275
60	43,9339
:	:
10	268,7963
5	739,6892
2	1839,967
1	3668,976
0,5	7337,1673
0,4	9172,049
0,1	36689,92
0,01	366899
0,001	3668990
0,0001	

(a) Qual é limite de A' quando β se aproxima de 90° ?

$$\lim_{\beta \rightarrow 90^\circ} A' = 69$$

(b) Qual é o limite de A' quando β se aproxima de 0° ?

$$\lim_{\beta \rightarrow 0^\circ} A' = \infty$$

Figura 84: Problema 7 – atividade 7

8.2.8 Análise da atividade 7

Nesta atividade, trabalhamos com conceito de razão e proporção, porcentagem, trigonometria e medida de área.

A primeira dificuldade encontrada pelos alunos foi a de entender que os segmentos de reta \overline{PR} e \overline{PQ} , indicados na Figura 85, representam áreas, porém, na nossa

intervenção, dissemos que nesse caso poderia, pois as larguras dos retângulos eram constantes e mostramos mais uma vez a animação feita no Geogebra.

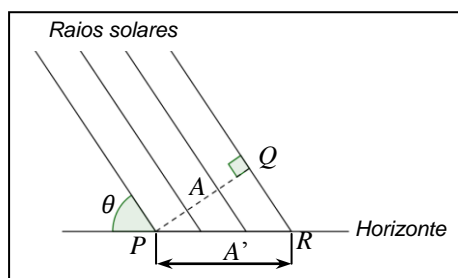


Figura 85: Ilustração auxiliar para a resolução das questões 1 e 2 da atividade 8

Outra dificuldade encontrada foi a de simplificar a razão $\frac{I_{CA}}{I_{CP}}$, em que I_{CA} é a insolação no trópico de câncer e I_{CP} no trópico de capricórnio. Questionamos se eles sabiam dividir frações e alguns alunos responderam corretamente, mas a real dificuldade é que eles não sabiam fazer com expressões. Essa simplificação aparece no problema 3c da atividade (ver Figura 86).

(c) Considerando o dia de solstício de verão para o hemisfério Sul, seja A uma determinada área no trópico de Capricórnio atingida por uma quantidade de energia e A' uma área do trópico de Câncer atingida pela **mesma quantidade** de energia. Vimos que A' é maior que A . Nessas condições calcule a razão $\frac{I_{CA}}{I_{CP}}$.

$$I_{CP} = \frac{E_z}{A} \quad I_{CA} = \frac{E_z}{A'}$$

Fazendo $\frac{I_{CA}}{I_{CP}}$, teremos:

$$\frac{I_{CA}}{I_{CP}} = \frac{E_z/A'}{E_z/A} = \frac{E_z}{A'} \cdot \frac{A}{E_z} = \frac{A}{A'} = \frac{A}{\frac{A}{\text{sen}\theta}} = A \cdot \frac{\text{sen}\theta}{A} = \text{sen}\theta$$

Figura 86: Resolução detalhada do problema 3c da atividade 8

Em geral, nessas atividades, os alunos não tiveram grandes dificuldades e todos entenderam os objetivos iniciais.

Foi a partir dessa atividade é que tivemos subsídios matemáticos para trabalharmos as duas aplicações da proposta inicial: Dimensionamento de um coletor solar para aquecimento de água e construção de um relógio de Sol de mostrador horizontal.


8.2.9 Análise da atividade 8

Nesta atividade, trabalhamos com o conceito de bissetriz, soma dos ângulos internos do triângulo e o conceito geométrico de ângulos suplementares. Esses conteúdos estão explícitos

na atividade, mas outros conteúdos foram trabalhados por surgirem nas discussões sobre o custo de aquecedores solares e células fotovoltaicas, políticas de incentivo à pesquisa e a comercialização de coletores solares, impactos ambientais e o Sol como fonte de praticamente todos os tipos de energia.

Ao final dessa atividade, aplicamos um questionário com quatro perguntas sobre motivação e dificuldades em realizar as atividades, apresentado na Figura 87.

Avaliação

1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 

2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.

3) O que você achou de interessante nestas atividades?

4) O que você achou mais difícil de resolver?

Figura 87: Questionário da atividade 9

A maior dificuldade encontrada pelos alunos foi no problema 4 (quatro), o qual pedia para resolver a altura de um triângulo e para isso precisava usar a tangente do ângulo. A dificuldade talvez se deva ao fato dos alunos só terem aprendido a calcular as razões trigonométricas diretas, não as utilizando para calcular medidas em diferentes contextos. Outra dificuldade que percebemos no decorrer do projeto e que aparece nas respostas desse questionário foi a de interpretação de texto, ou seja, entender o que pedia cada questão.

Durante a resolução das atividades, colocamos que os fatores mais importantes na captação de energia solar são o tempo de exposição à luz do Sol e a inclinação dos coletores solares. Nesse ponto, os cálculos que realizamos nos mostram que a energia solar varia conforme nos afastamos do equador tanto para o norte quanto para o sul.

Disponibilizamos o globo terrestre para os alunos e questionamos se o Brasil dispunha de condições geográficas para uma boa utilização de energia solar e, de maneira geral, os alunos responderam que o Brasil possuía uma grande área em torno do equador e, por isso, tinha um grande potencial energético. A partir desse questionamento desencadeamos as outras discussões, descritas no início dessa seção.

Um ponto negativo nessa atividade é que pelo pouco tempo que tínhamos para desenvolver o projeto, não foi possível trabalhar, em forma de atividade, os conteúdos e conceitos de como se dá a captação de energia solar, nem os assuntos relacionados ao tema, mas apresentamos em forma de aula expositiva e leitura de textos¹⁹.

¹⁹ Texto utilizados no projeto:

Energia solar disponível em: [http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/03-Energia_Solar\(3\).pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/03-Energia_Solar(3).pdf)
A Energia que vem do Sol disponível em: <http://www.comciencia.br/reportagens/2004/12/13.shtml>

Os textos que indicamos serviram de referencial para um melhor entendimento do tema gerando outros questionamentos.

Segue algumas resoluções dos alunos dos problemas e algumas respostas dadas ao questionário aplicado ao final desta atividade:

AQUECEDORES SOLARES – MELHOR INCLINAÇÃO nº 10

Nas atividades a seguir vamos determinar a inclinação de um aquecedor solar para que este tenha o melhor aproveitamento da energia solar. Para isso vamos nos valer de conhecimentos adquiridos em outras atividades.

Na atividade, "Altura Máxima e Mínima do Sol na Latitude Local", determinamos as seguintes alturas para Sol ao meio dia solar

Solstício de inverno

Solstício De verão

Na atividade "Insolação solar", determinamos que a insolação solar I era dada por:

$$I = \text{sen}\theta$$

em que θ é a inclinação máxima do sol ao meio dia solar. Sendo assim a insolação máxima se dá quando $\theta = 90^\circ$.

1) A figura seguinte representa o telhado de uma casa visto de cima. Orientando-se pela rosa dos ventos, qual lado é mais viável para se instalar um aquecedor solar, para que tenhamos a maior exposição solar possível? Lado norte, sul, leste ou oeste?

R: norte C

2) Determine a melhor inclinação α para o telhado no solstício de inverno e no solstício de verão. Lembre-se a inclinação α deve permitir que os raios solares incidam perpendicularmente no telhado onde será instalado o aquecedor solar.

Solstício de inverno

$R = 44.7^\circ$

Solstício de verão

$R = 24.3^\circ$

Figura 88: Resolução das questões 1e 2 – atividade 9

3) Sabemos que o Sol não fica sempre à mesma altura no horizonte, portanto a inclinação α do telhado deve ter um valor entre a **máxima** e a **mínima** e inclinação do Sol durante o ano.

(a) Qual seria, então, a melhor inclinação de um telhado para se obter o melhor aproveitamento da energia solar durante o ano?

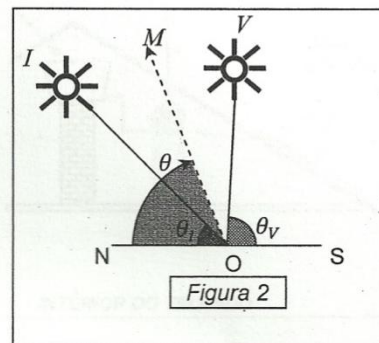
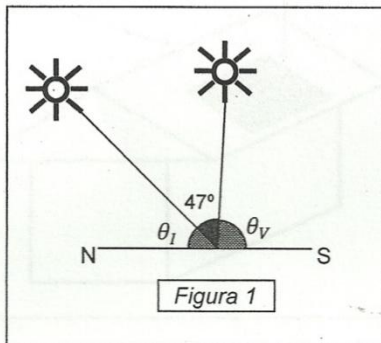
$$\begin{array}{r} 44,7 \\ 2,3 \\ \hline 47,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47,0 \\ 07 \\ \hline 10 \end{array} \times 23,5$$

$$22,50$$

É o valor médio entre a máxima e a mínima

(b) Seja θ_I e θ_V as inclinações do Sol no solstício de inverno e verão, respectivamente. Na figura 2 a semi-reta \overline{OM} representa a posição intermediária do sol durante o ano. Podemos supor que o Sol fica metade do ano entre \overline{OI} e \overline{OM} e outra metade entre \overline{OM} e \overline{OV} . Nestas condições calcule o ângulo θ .



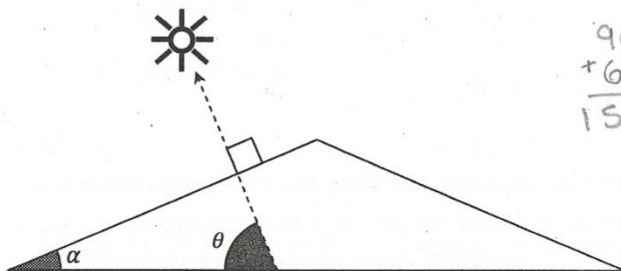
$$\begin{array}{r} 45,3 \\ + 23,5 \\ \hline 68,8 \end{array}$$

(c) O que a semi-reta \overline{OM} é do ângulo \widehat{IOV} ?

É o meio entre as retas.

(bissetriz)

(d) Sendo θ a inclinação intermediária do Sol durante o ano, determine a inclinação α que dará a um aquecedor solar o melhor aproveitamento na captação da energia solar?



$$\begin{array}{r} 90 \\ + 68,8 \\ \hline 158,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180,0 \\ - 158,8 \\ \hline 21,2 \end{array}$$

Figura 89: Resolução da questão 3 – atividade 9

(e) O valor da inclinação α não lhe parece familiar? Lembra-se das coordenadas geográficas da nossa cidade? O que o valor de α representa?

Represento a latitude local.

4) Nesta atividade vamos usar isopor para construir uma casa em miniatura na qual será instalado um aquecedor de água. Você precisará calcular a altura da cumeeira para que o telhado tenha a inclinação adequada. Segundo dados técnicos de alguns fabricantes a inclinação do telhado deve ter inclinação igual à latitude local mais 5° à 10° .

<p>Placas coletoras de energia solar</p> <p>Cumeeira</p>	<p>Caixa de água fria</p> <p>Boiler</p> <p>Placas coletoras</p> <p>INTERIOR DO TELHADO</p>
<p>2,94 cm</p> <p>h</p> <p>12 cm</p> <p>VISTA FRONTAL DO TELHADO</p>	<p>$\tan 26,2^\circ = \frac{h}{6}$</p> <p>$0,49 = \frac{h}{6} \Rightarrow 6 \cdot 0,49 = h \Rightarrow h = 2,94 \text{ cm}$</p>

5) Qual o ângulo ótimo de inclinação (a partir do plano horizontal) de um coletor solar localizado a 43°S de latitude?

de $48^\circ 053'$

Avaliação

- 1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 😊 😐 ☹️
- 2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.
- 3) O que você achou de interessante nestas atividades?
- 4) O que você achou mais difícil de resolver?

2 = não, mas esse aula melhorou muito, pois estou mais feliz de matemático esse aula incentivei muito os alunos.
3 = tudo porque tudo que eu li eu aprendendo e interessante.
4 = o questão 4 é muito difícil.

Figura 90: Resolução das questões 4 e 5 – atividade 9

Avaliação

1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 😊 😐 😞

2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.

3) O que você achou de interessante nestas atividades?

4) O que você achou mais difícil de resolver?

2 - A minha opinião é que me ajudou entender um pouco sobre isso.

3 - Sobre a atividade do aquecedor solar -

4 - As contas dessa atividade, mais consegui entender.

Figura 91: Resposta ao questionário (aluno 1) - atividade 9

Avaliação

1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 😊 😞 😐

2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.

3) O que você achou de interessante nestas atividades?

4) O que você achou mais difícil de resolver?

Aprendi algo mais, conhecimentos extras e sempre importante.

Ver a prática, ao utilizar a matemática.

Interpretar o que te pedio nas questões.

Figura 92: Resposta ao questionário (aluno 17) - atividade 9

Um fato curioso dessa atividade é que nenhum aluno se sentiu motivado a fazer a casa de isopor com o telhado inclinado corretamente para a instalação do coletor solar. Eles responderam, em geral, que não precisavam construir a casa, uma vez que eles já sabiam qual era a inclinação correta do telhado.

Este episódio nos ensinou que trabalhar com materiais manipulativos é bom, os alunos gostam, mas eles devem ser importantes na construção do conhecimento. De fato, a construção ou não da casa de isopor não traria nenhum benefício à proposta da atividade que era de determinar a melhor inclinação do telhado.

A construção de um aquecedor instalado corretamente, em que é possível se confirmar na prática aquilo que vimos em teoria, pode ser motivador. Essa ideia é reforçada pela disposição que os alunos mostraram ao ver um projeto, que retiramos da internet, de construção de um aquecedor solar feito de embalagens longa vida.

Novamente, isso nos mostra que o projeto é desencadeador de questionamento e um motivador ao estudo contextualizado de assuntos correlatos.

8.2.10 Análise da atividade 9.

Nesta atividade representada na Figura 93, trabalhamos paralelismo, perpendicularismo, ângulos formados por duas paralelas e uma transversal, divisão da circunferência em arcos congruentes, trigonometria no triângulo retângulo, noção de função inversa (arco tangente).

Essa foi a atividade mais apreciada pelos alunos. Durante o desenvolvimento do projeto, eles perguntavam a todo o momento quando é que iríamos construir o relógio de Sol.

No primeiro problema desta atividade, era para calcular a inclinação do gnômon que projetaria a sombra no mostrador do relógio, de modo que este ficasse paralelo ao eixo de rotação da Terra. Como essa inclinação dependia da latitude em que o relógio seria instalado, os alunos não conseguiram resolver em função de uma latitude qualquer. Propusemos, então, que eles usassem 20° com latitude e depois substituíssem pelo real valor da latitude local. Assim, somente alguns alunos encontraram dificuldades nos cálculos e com nossa intervenção, todos conseguiram determinar a inclinação do gnômon.

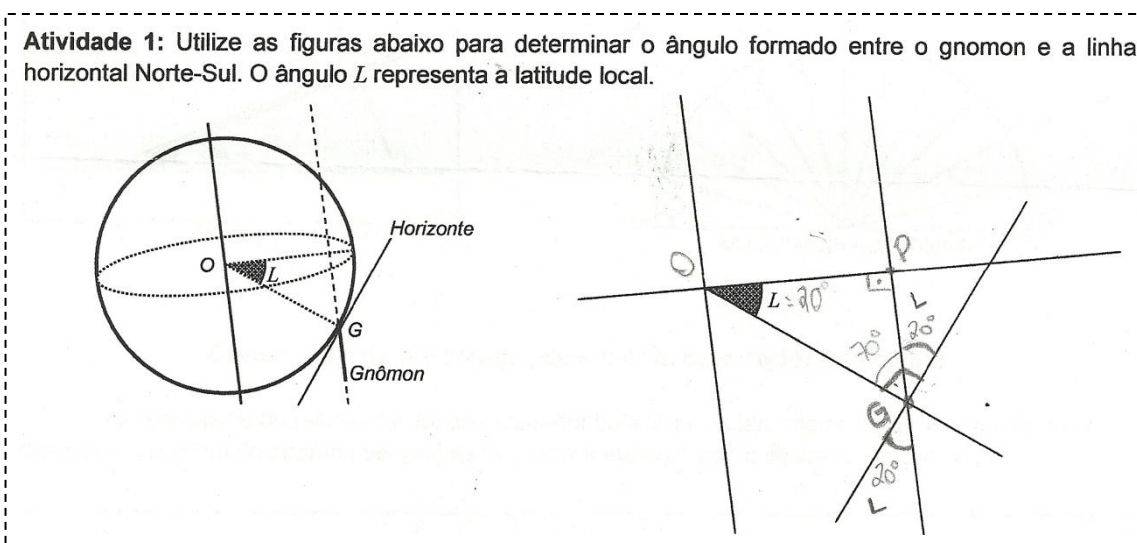


Figura 93: Resolução da questão 1 – atividade 10

Como todas as atividades os alunos encontraram dificuldades nos cálculos, mais especificamente em aplicar a razão trigonométrica adequada em cada situação problema colocada na questão dois (2) (Figura 94). Como pode ser visto na atividade que se encontra no apêndice B, para a determinação da expressão que daria o ângulo θ da projeção horizontal em função do ângulo w do mostrador equatorial, construímos uma sequência didática, dirigida, de modo que os alunos chegassem ao resultado desejado.

Até aquele momento, os alunos não tinham visto, em suas aulas de Matemática, as funções trigonométricas inversas, porém eles entenderam que havia um ângulo associado a cada número determinado pela expressão $\tan(\theta) = \tan(w) \cdot \text{sen}(L)$.

Atividade 2: Nosso objetivo nessa atividade é planificar o ângulo w , ou seja, descobrir o valor do ângulo θ para cada ângulo w do mostrador.

Como cada região da superfície terrestre tem uma latitude L deixaremos os ângulo L e w em função do ângulo θ .

(a) Tome o tetraedro da figura 7 e escreva as seguintes relações:

$$(1) \text{sen}(L) = \frac{OQ}{PQ} \quad (2) \cos(L) = \frac{PO}{PQ} \quad (3) \text{tg}(L) = \frac{OQ}{PO}$$

(b) Isole o valor de OQ nas relações (1) e (3).

$$OQ = PQ \cdot \text{sen}(L) \quad OQ = PO \cdot \text{tg}(L)$$

(c) Do triângulo PQR , determine:

$$\text{tg}(\theta) = \frac{QR}{PQ}$$

(d) Do triângulo OQR , determine:

$$\text{tg}(w) = \frac{QR}{OQ}$$

(e) Multiplicando e dividindo $\text{tg}(\theta)$ por OQ , tem-se:

$$\text{tg}(\theta) = \frac{QR}{PQ} \cdot \frac{OQ}{OQ}$$

$$\text{tg}(\theta) = \frac{QR}{OQ} \cdot \frac{OQ}{PQ}$$

(f) Utilize as expressões de $\text{tg}(w)$ e $\text{sen}(L)$ na expressão acima.

$$\text{tg}(\theta) = \text{tg}(w) \cdot \text{sen}(L)$$

(g) Assim, o ângulo θ pode ser dado em função do ângulo w das horas na montagem equatorial e da latitude L .

$$\theta = \arctg(\text{tg}(w) \cdot \text{sen}(L))$$

Figura 94: Resolução da questão 2 – atividade 10

Na atividade, apresentamos uma tabela com o ângulo θ correspondente a cada ângulo w , mas com auxílio de uma calculadora científica os alunos confirmaram cada um dos ângulos da tabela.

Calcularemos θ para $w = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ e 90° em que 0° corresponde ao meio dia solar verdadeiro e 90° às 6h da manhã. Depois do meio dia solar verdadeiro repetimos os ângulo de θ simétricos em relação à linha norte-sul

Para um ponto da superfície terrestre situado no interior da escola com latitude $L = 21^\circ 41'$ ($=21,68^\circ$), temos:

Ângulo w	Ângulo θ	Horas
0°	0°	12:00
15°	$5,65^\circ$	13:00
30°	$12,04^\circ$	14:00
45°	$20,28^\circ$	15:00
60°	$32,61^\circ$	16:00
75°	$54,04^\circ$	17:00
90°	90°	18:00

Figura 95: Tabela que relaciona os ângulos θ e w

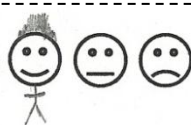
Depois de feitos os cálculos, partimos para a construção do relógio solar. Perguntamos se eles tinham alguma ideia prévia sobre a Matemática por trás da construção de um relógio solar. Eles disseram que não faziam a menor ideia e o fato mais curioso apontado por eles é que eles não imaginavam que os relógios de sol são diferentes para cada local da Terra.

O fator mais positivo dessa atividade é que todos os alunos, uns com dificuldades e outros sem ter a menor ideia de como fazer os cálculos, queriam fazer cada item da atividade de forma correta, para com isso, construir o relógio de Sol.

No final dessa atividade, pedimos aos alunos para que respondessem a um pequeno questionário com cinco (5) questões sobre aquela atividade.

Seguem algumas respostas dos alunos para esse questionário.

Avaliação

- 1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 
- 2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.
- 3) O que você achou de interessante nestas atividades? Tudo
- 4) O que você achou mais difícil de resolver? Nada, pois foi muito bem explicado
- 5) Você considera esse tipo de projeto importante? Justifique.
Sim muito importante

2) muito satisfeito, ainda mais com a satisfação da fabricação do relógio de sol

Figura 96: Resposta ao questionário da atividade 9 – aluno 22

Avaliação

1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 😊 😐 😞

2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.

3) O que você achou de interessante nestas atividades?

4) O que você achou mais difícil de resolver?

5) Você considera esse tipo de projeto importante? Justifique.

2-1) A minha satisfação foi muito boa, eu gostei muito das Atividades, foi muito divertido também adquiri conhecimentos.

3-1) O Relógio de Sol.

4-1) Houve um pouco de dificuldade em algumas, mas eu aprendi.

5-1) Sim, pois adquirimos conhecimentos que podem levar pro resto da vida.

Figura 97: Resposta ao questionário da atividade 9 – aluno 40

Avaliação

1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 😊 😐 😞

2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.

3) O que você achou de interessante nestas atividades?

4) O que você achou mais difícil de resolver?

5) Você considera esse tipo de projeto importante? Justifique.

2) As atividades foram bem legais.

3) A parte mais interessante foi a motricidade Equotriaxial.

4) A atividade mais difícil foi a 2.

5) Esse projeto pode ser considerado importante, pois adquirimos mais aprendizados e capacidade de raciocínio.

Figura 98: Resposta ao questionário da atividade 9 – aluno 31

As dificuldades na manipulação das razões trigonométricas eram esperadas, já que na atividade nove (9) foi uma das dificuldades apontadas pelos alunos.

De maneira geral, a julgar pelo relato dos alunos, conseguimos atingir nossos objetivos, uma vez que o foco central era ensinar as razões trigonométricas e mostrar que elas têm utilidade prática e que aprender aquele conteúdo dá a possibilidade de aprender outras coisas mais “interessantes”, por exemplo, a construção do relógio de Sol entre tantos outros projetos que podem ser desenvolvidos de maneira contextualizada e interdisciplinar.

8.3 Análise da atividade final

Essa atividade foi aplicada com o propósito de verificar se as atividades anteriores contribuíram de alguma forma para os alunos construírem um modelo Sol-Terra mais consistente com a exata noção da sua esfericidade e portadora da força de gravidade, bem como a sua posição em relação ao Sol.

A atividade era exatamente igual à primeira, na qual se propunha representar pessoas e objetos sobre o planeta Terra. Na atividade inicial, metade dos alunos representou corretamente as pessoas sobre os pólos da Terra e nenhum aluno representou de forma correta a pessoa sobre o equador terrestre. Dos 25 alunos que responderam à atividade final, todos representaram de forma correta as pessoas sobre os pólos e desses apenas 6 (seis) não representaram de forma correta a pessoa sobre a linha do equador.

As figuras seguintes são algumas das respostas dos alunos para essa atividade.

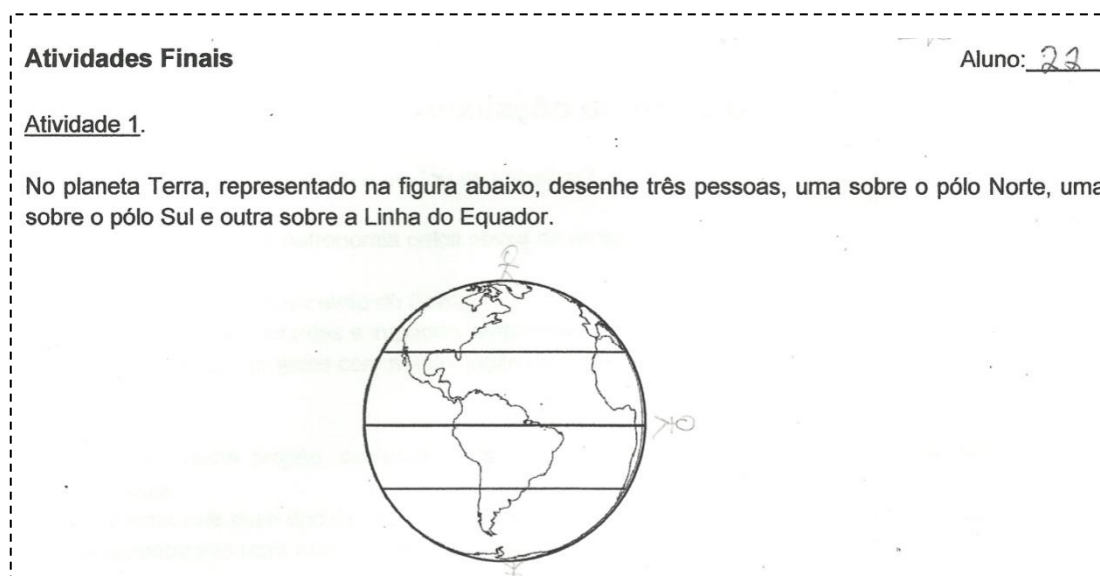


Figura 99: Resposta da atividade 1 – atividade final (aluno 22)

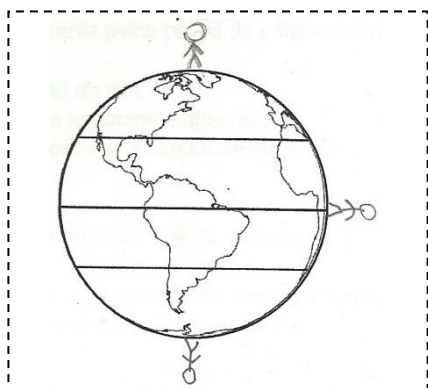


Figura 100: Resposta da atividade 1 – atividade final (aluno 36)

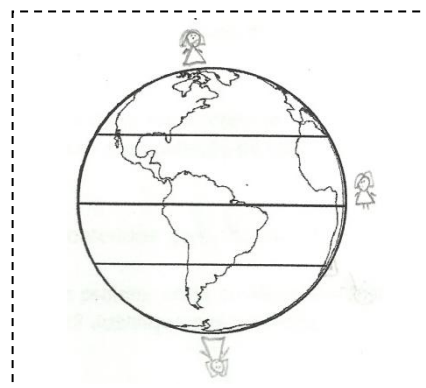


Figura 101: Resposta da atividade 1 – atividade final (aluno 40)

A segunda atividade era somente para lembrar aos alunos que o ângulo formado entre os mastros das bandeiras e o solo é 90° .

Na terceira atividade, 25 alunos representaram de forma correta as bandeiras fixadas sobre os trópicos e desses, apenas 2 (dois) representaram de forma errada a bandeira sobre o equador.

Seguem algumas das respostas dos alunos para essa atividade.

Atividade 3.

Imagine agora que você retirará as bandeiras com seus mastros e irá fixá-las uma na linha do equador, uma no trópico de Câncer e outra no trópico de Capricórnio, preservando os ângulos que os mastros formavam com o solo. Faça um desenho representando esta situação.

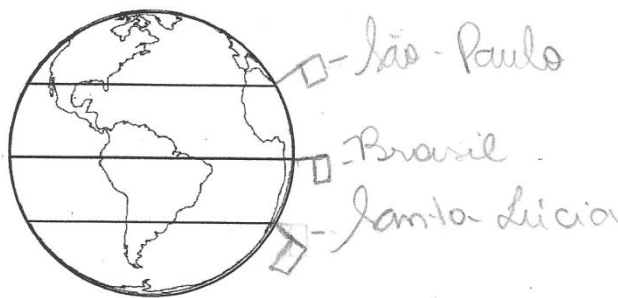


Figura 102: Resposta da atividade 3 – atividade final (aluno 40)

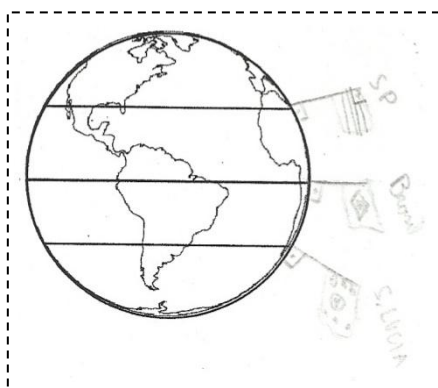


Figura 103: Resposta da atividade 3 – atividade final (aluno 41)

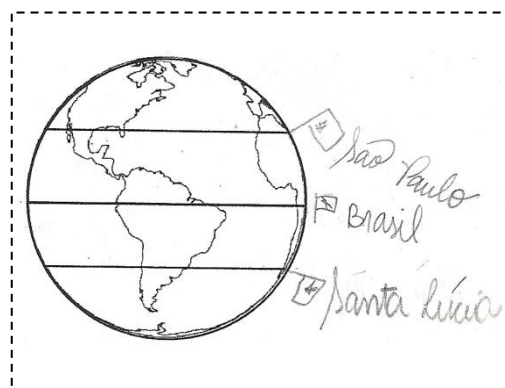


Figura 104: Resposta da atividade 3 – atividade final (aluno 18)

Se compararmos, em termos percentuais, os acertos obtidos antes e depois da realização das atividades do projeto, teremos 50% contra 100% de acertos na representação das pessoas sobre os pólos, e 0% ante 76% de acertos na representação da pessoa sobre o equador terrestre. Na representação das bandeiras sobre os trópicos teremos 0% ante 100% de acertos. Já na representação da bandeira sobre o equador, os acertos foram de 0% na primeira atividade, contra 92% de acerto na atividade final. Isso está ilustrado na Tabela VIII.

Tabela XI

	Atividade Inicial	Atividade final
Pessoas nos Polos	50%	100%
Pessoas no equador	0%	76%
Bandeiras nos trópicos	0%	100%
Bandeiras no equador	0%	92%

Respostas dos alunos dadas a primeira pergunta do questionário da atividade final

Esses números mostram que de alguma forma as atividades desenvolvidas contribuíram para a construção de um modelo Sol-Terra consistente. As atividades trabalhadas abrem caminho para discutir vários aspectos do modelo Sol-Terra. Por exemplo, em nenhuma das atividades utilizamos o fato de o eixo de rotação da Terra ser inclinado em relação ao plano de sua órbita, porém, as atividades de determinação dos trópicos e dos círculos polares, trás subsídios para a discussão e o entendimento desse fenômeno. O conceito de insolação solar que trabalhamos nas atividades 7 e 8, pode servir de ponto de partida para explicar a ocorrência das estações do ano.

Para quase todos os fenômenos do sistema solar, temos um modelo que é construído com base no que observamos do planeta Terra e é essa concepção que os alunos trazem para a sala de aula.

O modelo geocêntrico deve ser o ponto de partida, pois ele explica boa parte dos fenômenos celestes. Enfim, a construção do modelo Sol-Terra consistente colabora para a construção de concepções mais elaboradas do modelo heliocêntrico, permitindo que o aprendizado de fenômenos como a sucessão das estações do ano, duração dos dias, fusos horários entre outros, sejam condizentes com conceitos científicos vigentes e não com a lógica do senso comum.

Juntamente com esta atividade aplicamos um questionário²⁰ com três perguntas sobre a interdisciplinaridade presente no projeto.

A primeira questão pedia que o estudante escolhesse entre cinco itens, indicando quais aspectos do projeto ele gostou de trabalhar. Ao todo, 25 alunos responderam ao questionário. A Tabela VIII, mostra o número de alunos que responderam cada item.

Tabela X

(a) História (estudo da Astronomia pelos povos da antiguidade)	19
(b) Cálculos	9
(c) Observações do movimento do Sol.	23
(d) Tecnologias relacionadas e impactos ambientais.	19
(e) Manipulação de materiais	23

Respostas dos alunos dadas a primeira pergunta do questionário da atividade final

O aspecto interessante desse quadro de respostas é que apenas nove (9) alunos, 36% do total, assinalaram o cálculo como um aspecto prazeroso na elaboração das atividades. A grande maioria aponta outras abordagens como mais prazerosas. Mesmo não gostando, 64% dos alunos realizaram os cálculos necessários para poder contemplar o projeto como um todo. As repostas apresentadas na Tabela VIII apontam que a contextualização, com ou sem interdisciplinaridade possa ser um caminho motivacional para que um percentual maior de alunos venha apreciar a Matemática no seu aspecto mais formal.

Como no primeiro questionário é alta a porcentagem de alunos que gostam pouco ou não gostam de Matemática. Pelas respostas dadas nos dois questionários, entendemos que a Matemática quando ensinada apenas com definições e exercícios com fim em si mesmo, atinge somente àqueles que já gostam ou tem alguma facilidade para o aprendizado. Não estamos descartando um estudo mais formal e disciplinar da Matemática, que é importante, mas a contextualização pode ser uma ferramenta capaz de abranger um maior número de alunos.

Na segunda pergunta do questionário, os alunos deveriam responder se aquele tipo de projeto que abordava conteúdos de outras disciplinas contribuía para um aprendizado mais eficaz.

²⁰ O questionário encontra-se no apêndice A.

Tabela XI

Categoria	Número de alunos
1) Ajuda entender melhor outras matérias	7
2) Aborda várias matérias de outras maneiras.	6
3) É um jeito de aprender mais/ Desperta muitas curiosidades	5
4) Desperta o interesse para aprender/ Ver a relação entre as matérias	3
5) Ajuda saber para que serve cada matéria	2
6) Aprender de forma divertida	2

Respostas dos alunos dadas a segunda pergunta do questionário da atividade final

Separámos as respostas em seis (6) categorias. Segue uma tabela com o número de alunos que responderam em cada categoria.

Fazendo-se uma breve análise e olhando primeiramente para as respostas das categorias um (1), três (3) e quatro (4), os alunos colocam que podem aprender mais, tanto Matemática quanto as outras disciplinas, quando estas se relacionam de alguma forma.

Nas respostas dadas nas categorias dois (2) e cinco (5) os alunos colocam que alguns aspectos das disciplinas só aparecem quando trabalhadas de forma interdisciplinar.

De maneira geral, as respostas mostram que o conhecimento quando é apresentado de forma inter-relacionado contribui para um aprendizado mais eficaz, inclusive nas outras disciplinas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalização de um trabalho é de grande responsabilidade, pois deixamos nossas impressões antes que outrem tenha conhecimento.

A sequência de atividades que disponibilizamos neste texto não tem a pretensão de ser um produto pronto e acabado, mas sim de um projeto orientador para uma abordagem interdisciplinar do tema central o Sol e que sirva de ponto de partida para a introdução de outros assuntos correlatos e tópicos de Matemática.

Nas análises que fizemos dos relatos dos alunos, através dos questionários, nos mostraram o quanto eles ficaram satisfeitos em trabalhar os conteúdos de Matemática de forma diferenciada e contextualizada. Assim, acreditamos que, de maneira geral, os nossos objetivos foram atingidos.

As respostas dadas no primeiro questionário mostram o anseio dos alunos por ensino com atividades práticas, contextualizado e com significado.

A aplicação das folhas de atividades juntamente com os experimentos fora da sala de aula exigiu uma dinâmica diferenciada em que a maioria dos alunos não estava acostumada. Em decorrência disso, as primeiras atividades exigiram um tempo maior que o previsto, pois os alunos tinham muitas dificuldades em seguir as orientações expressas nas folhas. Os enunciados das atividades foi outro obstáculo encontrado pelos alunos e, nesse ponto verificamos que uma revisão e uma possível reelaboração das atividades se faz necessária para que os alunos tenham mais autonomia na realização das mesmas. Não apresentamos nenhuma correção das folhas de atividades, pois acreditamos não ser um produto pronto e acabado, mas sim uma proposta norteadora para realização de atividades que contemplem a Geometria e tópicos de Matemática acerca dos movimentos aparentes do Sol.

O ganho maior não foi a aquisição de conteúdos de Geometria e Matemática e sim como esses conteúdos podem ser aplicados na Matemática e em outras disciplinas. Os experimentos trouxeram para os estudantes, uma visão diferenciada da Matemática, mostrando que ela não é exata, pois os resultados obtidos dependem do cuidado que temos ao realizar os experimentos. Por exemplo, no cálculo da latitude embora tivéssemos obtido um bom resultado, ainda sim não foi exatamente o valor da medida real.

Dos 42 alunos que começaram a realização das atividades, apenas 25 realizaram as atividades finais. Isso mostra que a proposta não atingiu a todos da mesma maneira.

Além dos benefícios que os alunos participantes da pesquisa obtiveram, acreditamos que o grande beneficiado é o professor pesquisador, pois aprendemos novos conteúdos, novas metodologias, novas abordagens, e nos surpreendemos com as descobertas que fizemos durante a pesquisa. Esse é um ciclo interessante, o aluno aprende mais à medida que o professor também aprende. Ao final ficamos com a sensação de que poderíamos ter feito melhor. Isso é um indicativo que evoluímos durante a pesquisa e que ainda temos muito a fazer.

A oportunidade de ingresso neste programa de Mestrado nos deu a oportunidade de aprofundamento naquilo que já era uma “paixão”, a determinação do tamanho da Terra por Erastóstenes e a determinação da latitude local pela observação da sombra de um gnômon, com a vantagem de poder compartilhar com os estudantes muitas aplicações da Matemática.

Esse trabalho nos deu a oportunidade de enxergar que aluno contemporâneo gosta de aprender o que é contraditório com o senso comum, e aqui construímos uma metáfora com a pergunta: “Será que a embalagem que levamos conhecimento para sala de aula não é muito feia?”. O que queremos dizer é que os conteúdos podem ser interessantes e motivadores se utilizarmos a metodologia adequada. Isso não quer dizer que sabemos a metodologia adequada para cada conteúdo, mas que devemos experimentar, buscar alternativas e transcender a metodologia do giz e lousa.

Referências bibliográficas

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza. **Várias faces da Matemática**. São Paulo SP: Editora Blucher, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Fundamental. Ciências Naturais**. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

CDCC – USP. Centro de Divulgação de Ciência e Cultura. **Aprendendo Astronomia: Ensino Fundamental e Médio**. Disponível em: <http://www.cdcc.usp.br/cda/>. Acesso em: Nov.2010.

D´AMARAL, Marcio Tavares et. al. **Tempos dos tempos**. Rio de Janeiro: Ed Jorge Zahar, 2003.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – Elo entre as tradições e a modernidade**. , 3ª ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2009.111p.

FARIA, Romildo P. **Fundamentos da Astronomia**. 10ª ed. Campinas: Ed. Papirus, 2009.

FAZENDA, Ivani C. Arantes. **Dicionário em Construção: interdisciplinaridade**. São Paulo: Cortez, 2001.

_____ **Interdisciplinaridade: História, teoria e pesquisa**. Campinas SP: Papirus, 1994.

FERREIRA, Nali R. S. Currículo: Espaço interdisciplinar de experiências formadoras do professor da escola de educação básica. **Revista Interdisciplinaridade**. São Paulo Volume 1, número 0, p.01–83 Out, 2010.

GARCIA, Joe. **Ensaio sobre interdisciplinaridade e formação de professores**. Universidade Tuiuti do Paraná. Disponível em: <http://www.sieduca.com.br/2005/?secao=2005/artigos2005-2>. Acesso em julho de 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual**. 9º ed. São Paulo: Bookman Companhia editora, 2002. 691p.

HINRICHS, Roger; KLEINBACH, Merlin. **Energia e Meio Ambiente**. São Paulo: Ed. Thomson, 2003. 531p.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago Editora, 1976.

LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto. **Um estudo exploratório para a inserção da Astronomia na formação de professores dos anos iniciais do ensino Fundamental**. 2005 Disponível em:

<<http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xvi/cd/resumos/T0350-1.pdf>> Acesso em: 24 de Julho de 2011

Dificuldades interpretadas nos discursos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao Ensino de Astronomia. 2005. Disponível em: <<http://www.relea.ufscar.br/>>. Acesso em: 24.Jul.2011

MOURÃO, Ronaldo R. F. **Copérnico – Pioneiro da Revolução Astronômica**. São Paulo: Ed. Odysseus, 2004.

OLIVEIRA, Kepler de Souza Filho; SARAIVA, Maria de Fátima O. **Astronomia e Astrofísica**. 2ª ed. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2004. 557p.

SANCHEZ, Gregório Martinez et al. **Sol e Saúde: Fotoproteção**. São Paulo: Ed Pharmabooks, 2008. 78p.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. **Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. São Paulo, 2008, 59 p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Ciências**. São Paulo, 2008, 64 p.

SAVOIE, Denis. **Sundials – Design, Construction and Use** (título original: *Les Cadrans solaires*). Paris, 2003 – Editora Ed. Praxis (coleção Springer).

TOMAZ, Vanessa.S; DAVID, Maria M.M. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 1998. 143p.

WHITROW, Gerald James. **O Tempo na história: concepções de tempo da pré-história até os dias de hoje**. Rio de Janeiro: Ed. Jorge Zahar Editor, 1993.

APÊNDICES

Apêndice A – Questionário

Apresentamos nesse apêndice o questionário aplicado no início das atividades

Escola Estadual Bento de Abreu de Santa Lúcia
Quanto você gosta de Matemática?

Aluno: _____

1) Faça um X em dos itens abaixo indicando o quanto você gosta de Matemática.

- a. () Gosto muito.
- b. () Gosto.
- c. () Gosto um pouco.
- d. () As vezes gosto.
- e. () Não gosto.

2) Para quem assinalou as questões (a), (b) ou (c).

Escreva, com suas palavras, por que você gosta Matemática.

3) Para quem assinalou a questão (d).

Escreva, com suas palavras, em que ocasiões você gosta de Matemática.

4) Para quem assinalou a questão (e).

Escreva, com suas palavras, por que você não gosta de Matemática.

5) Em sua opinião, que mudanças poderiam ocorrer para que as aulas de Matemática se tornassem mais interessantes?

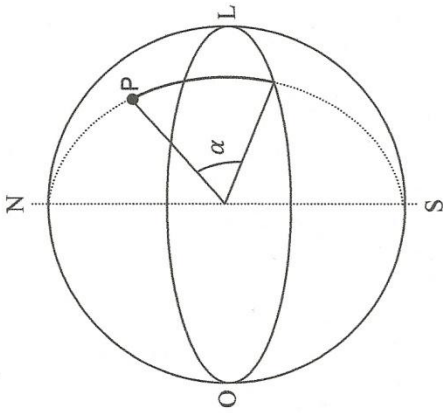
6) Quais são suas expectativas com relação ao projeto?

7) Você acha que a Matemática pode contribuir para sua formação ou para mudar sua vida?

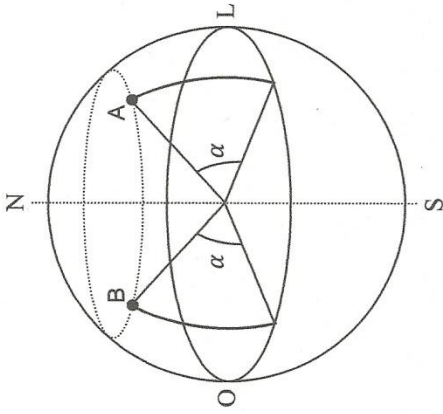
Apêndice B – Atividades complementares

Latitude e Longitude

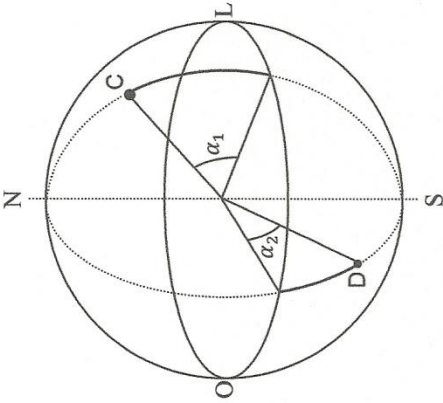
Definição: Latitude é distância em graus de qualquer ponto da superfície terrestre em relação à linha do equador.



O ponto P possui latitude α

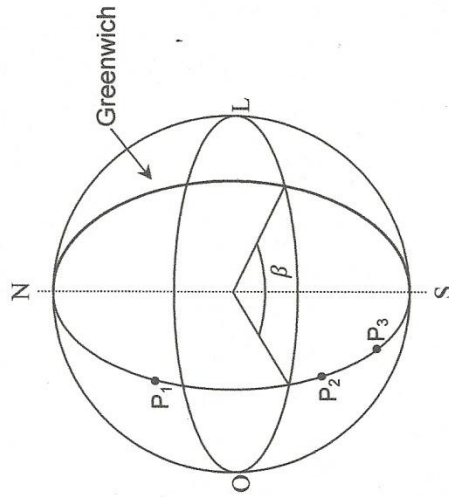


Os pontos A e B possuem a mesma latitude α

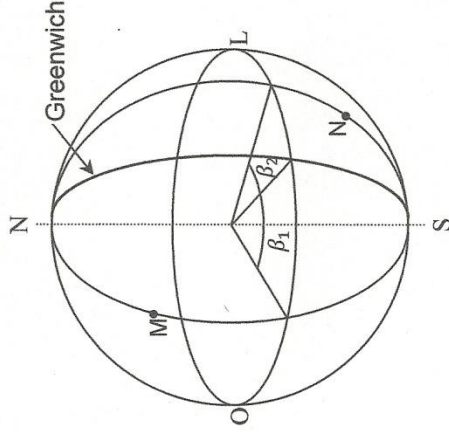


O ponto C possui latitude α_1 na direção **Norte** e o ponto D possui latitude α_2 na direção **Sul**

Definição: Longitude é distância em graus de qualquer ponto da superfície terrestre em relação ao meridiano de Greenwich

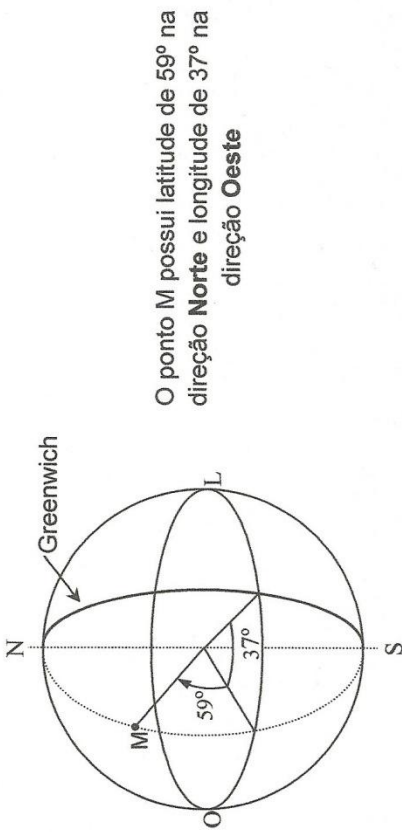


Os pontos P_1 , P_2 e P_3 possuem a mesma longitude β .



O ponto M possui longitude β_1 na direção **Oeste** e N possui longitude β_2 na direção **Leste**

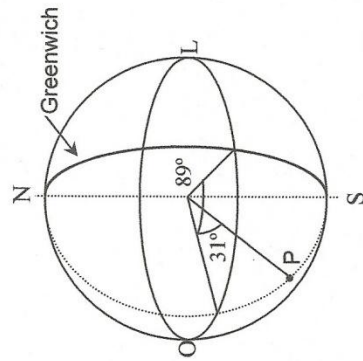
Exemplo:



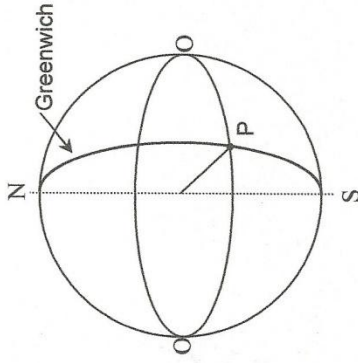
Pelo que definimos até aqui, qualquer ponto da superfície terrestre é dado por duas coordenadas (latitude e longitude). Podemos, então, representar as coordenadas de um ponto por um **par ordenado** (Latitude, Longitude). Assim, as coordenadas do ponto M do exemplo serão dadas por: $(59^\circ\text{N}, 37^\circ\text{O})$

Atividades:

1) Determine as coordenadas do ponto P da seguinte figura.

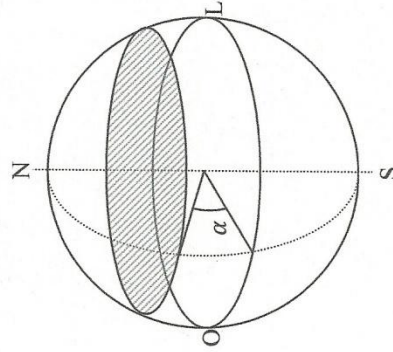


2) Quais as coordenadas de um ponto sobre a intersecção da linha do equador com o meridiano de Greenwich?



Paralelos

Todos os pontos da superfície terrestre que estão na mesma latitude formam uma circunferência na qual determina um plano paralelo ao plano do equador.

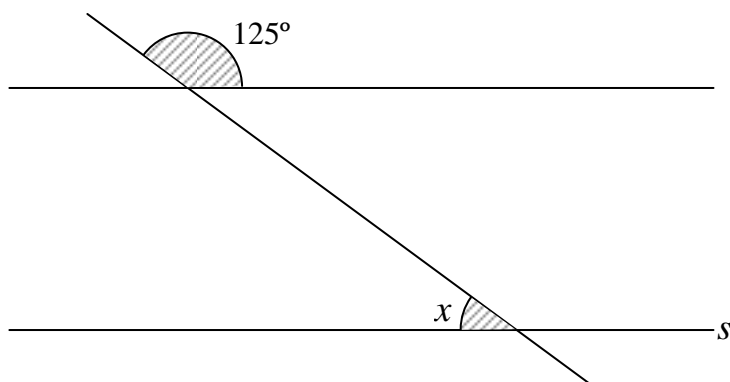


3) O que significa dizer que duas cidades estão no mesmo paralelo?

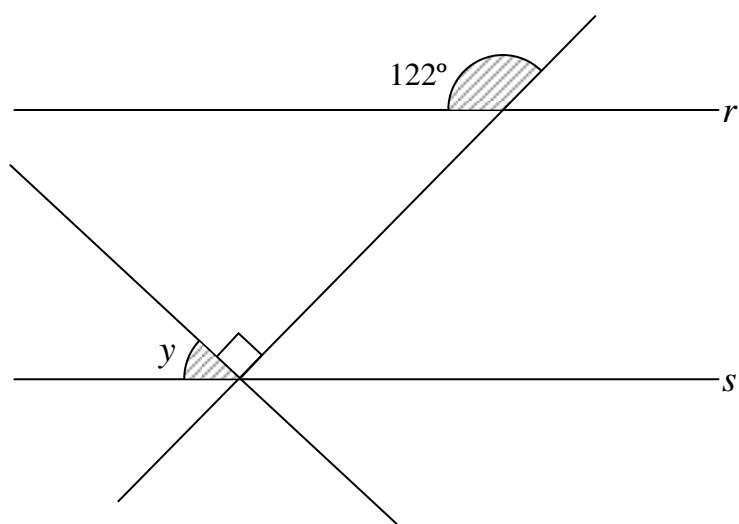
4) Determine as coordenadas de um ponto que está no paralelo 30° do hemisfério Sul sobre o meridiano de Greenwich.

Atividade Complementar 2

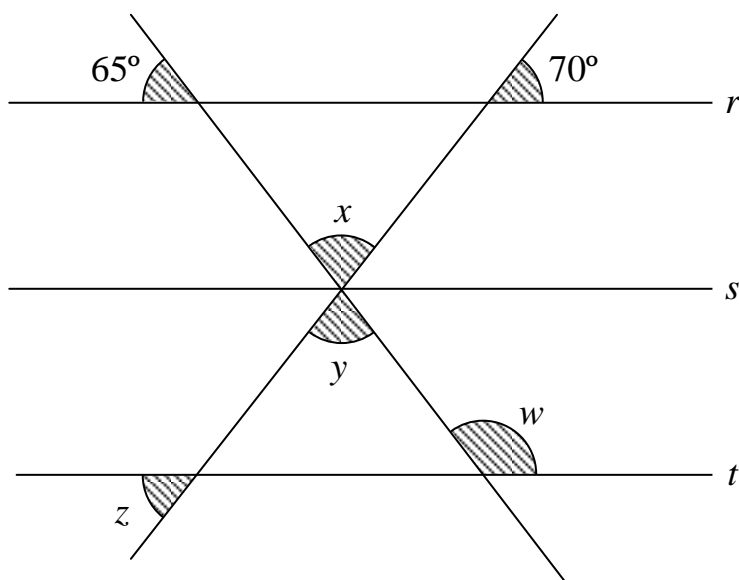
- 1) Na figura abaixo $r//s$. Nestas condições determine a medida do ângulo x indicado.



- 2) Na figura abaixo $r//s$. Nestas condições determine a medida do ângulo y indicado.



- 3) Sendo $r//s//t$, determine a medida dos ângulos x , y , z e w .



Apêndice C – Atividades resolvidas

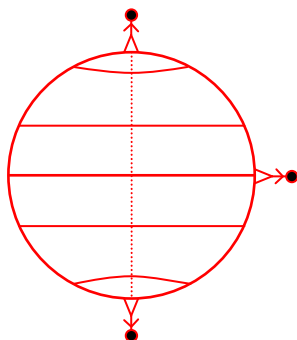
Apresentamos nesse apêndice as atividades resolvidas do projeto

Atividades iniciais

Aluno: _____

Atividade 1.

Faça um desenho do planeta Terra e represente sobre ele três pessoas. Uma sobre o pólo Norte, uma sobre o pólo Sul e outra sobre a Linha do Equador. (*Utilize régua e compasso*)

Atividade 2.

Na figura abaixo estão representado três mastros para hasteamento de bandeiras. Desenhe uma bandeira do Estado de São Paulo e uma de sua cidade, hasteada em cada mastro sem bandeira.

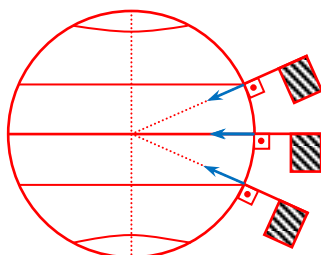


Qual a medida do ângulo formado entre os mastros e o solo? Que nome costuma-se dar a esse ângulo?

R. O ângulo mede 90° e é chamado de ângulo reto

Atividade 3.

Imagine agora que você retirará as bandeiras com seus mastros e irá fixá-las uma na linha do equador, uma no trópico de Câncer e outra no trópico de Capricórnio, preservando os ângulos que os mastros formavam com o solo. Faça um desenho do planeta Terra representado esta situação. (*Utilize régua e compasso*).



Determinação do Meridiano local

A determinação do meridiano local era uma prática bem conhecida desde a antiguidade. Eratóstenes (276 a.C – 194 a.C) valeu –se des: conhecimento para calcular a raio da Terra. Sabendo que, as cidade de Siena (atual Aswá) e Alexandria ficavam no mesmo meridiano e, observan: as sombras ao meio dia no solstício de verão ele conseguiu a façanha.

A palavra meridiano deriva de *meridis*= meio-dia.

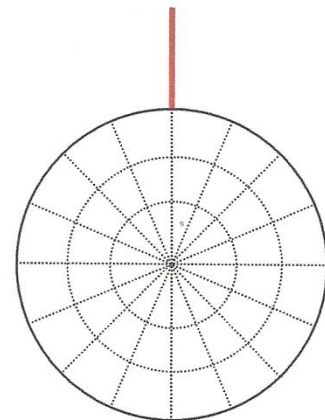
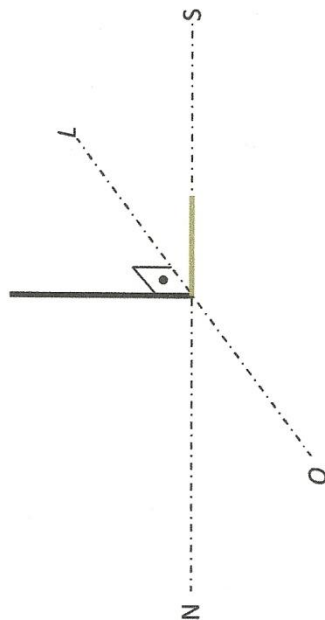
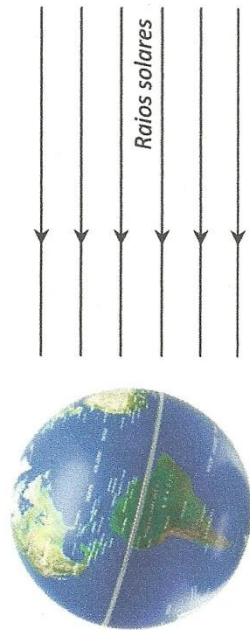
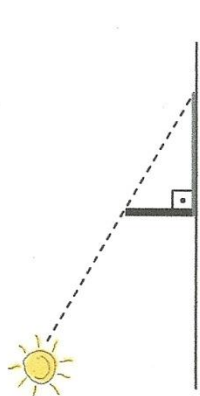
Vamos, agora, determinar o meridiano local, ou seja, a direção norte-sul. Sabemos que a bússola não aponta exatamente a direção norte-sul. Para isso vamos nos valer de uma idéia bem antiga e primitiva, mas que funciona, a observação da sombra de um gnômon (haste de madeira fincada perpendicularmente ao solo).

Para isso vamos marcar o tamanho de duas sombras, uma antes e outra depois do meio dia solar. Antes de fazermos as medidas reais simularemos esse experimento numa bola de isopor. O gnômon será representado por um alfinete fixado à bola um pouco abaixo da linha do equador representando a latitude local.

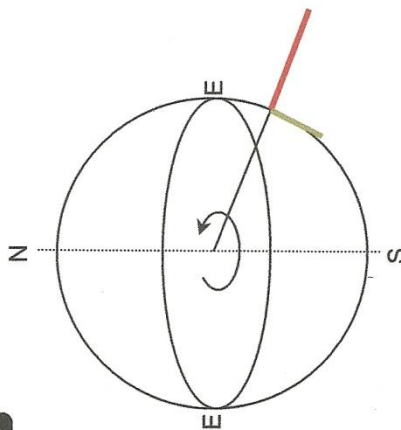
Vamos convencionar que os raios de Sol incidem paralelamente na Terra e da direita para a esquerda conforme indica a figura ao lado.

Nas atividades propostas a seguir você deverá fazer duas representações, uma na bola de isopor e outra por meio de desenho plano.

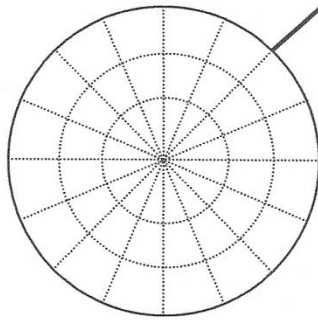
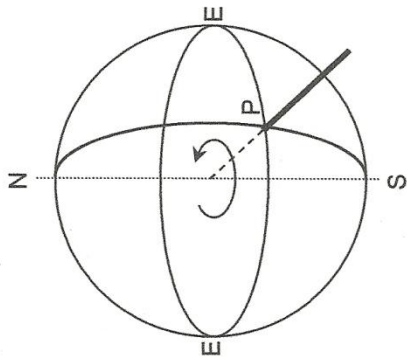
1 Desenhe, nas três representações abaixo, a sombra de um gnômon ao meio dia.



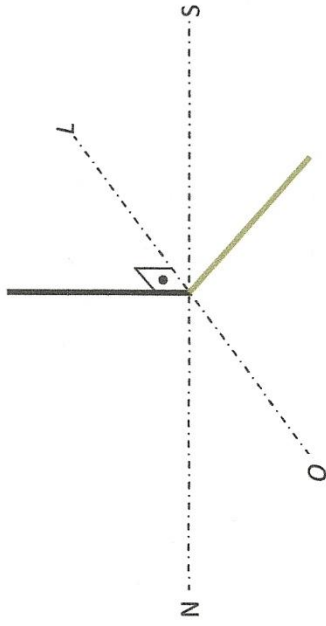
Vista de cima do pólo Norte



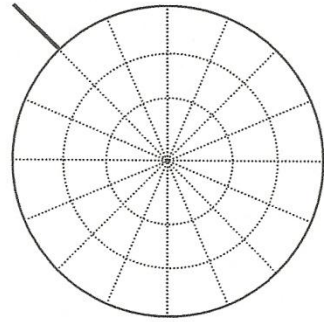
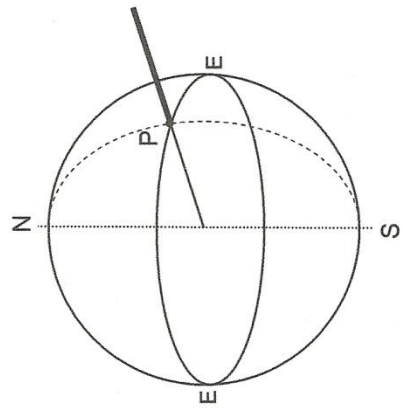
2 Represente a sombra de um gnômon conforme mostra as duas primeiras figuras da sequência.



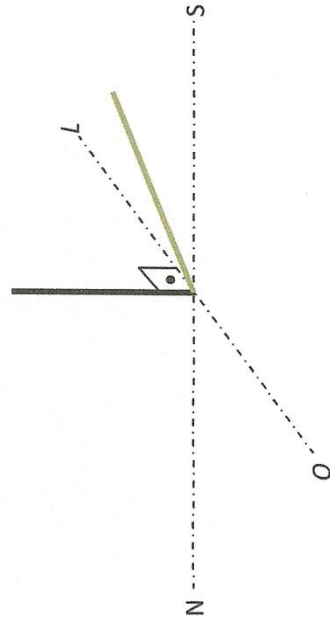
Vista de cima do pólo Norte



3 Represente a sombra de um gnômon conforme mostra as duas primeiras figuras da sequência.



Vista de cima do pólo Norte



4 Considerando a rotação da Terra de oeste para Leste, a sombra representada na atividade 2 indica antes ou depois do meio dia?

R. Antes do meio dia

5 Represente na figura 1 o gnomon antes e depois do meio dia solar e na figura 2 as sombras do gnomon representado na figura 1.



6 Trace uma linha de *simetria* entre as duas sombras na figura 1 do exercício 4.

7 A linha de simetria indica qual direção?

R. Direção Norte – Sul

8 Se o ângulo formado entre a sombra da 1ª observação e a sombra do meio dia for de 30° , qual será a medida do ângulo formado pela sombra da 2ª observação e a sombra do meio dia?

R. Será também de 30°

9 O que a sombra do meio dia é em relação ao ângulo formado entre as sombras das duas observações?

R. É a bissetriz desse ângulo

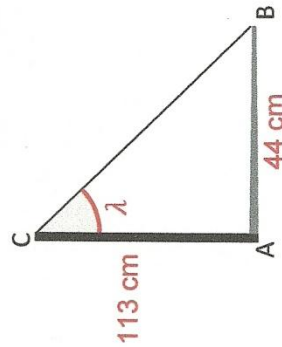
Observação e medição 1.

Nomes: _____ n°: _____
 _____ n°: _____
 _____ n°: _____
 _____ n°: _____

Data: 20 / 3 / 2010 Fenômeno Astronômico: Equinócio de outono

Hora local: 12h 19 min h (Fuso horário de Brasília)

Medição do tamanho da sombra projetada por uma estaca perpendicular ao solo, ao meio dia verdadeiro (ou meio dia solar).



Chamando $\hat{A}CB$ de λ , temos:

$$\tan \lambda = \frac{44}{113} \Rightarrow \lambda = \arctan\left(\frac{44}{113}\right)$$

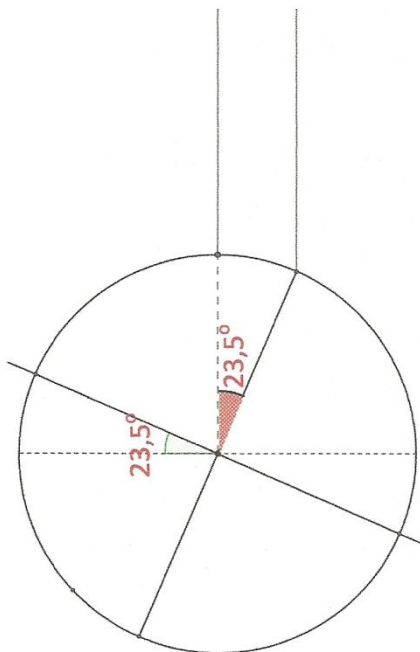
$$\Rightarrow \lambda = 21,3^\circ$$

- 1) Qual é a medida do ângulo $\hat{C}AB$? 90°
- 2) Utilizando as relações trigonométricas no triângulo retângulo, calcule a medida do ângulo $\hat{A}CB$.
- 3) Tendo em mãos a medida do ângulo $\hat{A}CB$, calcule a medida do ângulo $\hat{A}BC$. $\hat{A}BC = 90^\circ - 21,3^\circ = 68,7^\circ$
- 4) Calcule a medida do lado \overline{BC} . $BC^2 = 44^2 + 113^2 \Rightarrow BC = 121,3\text{cm}$

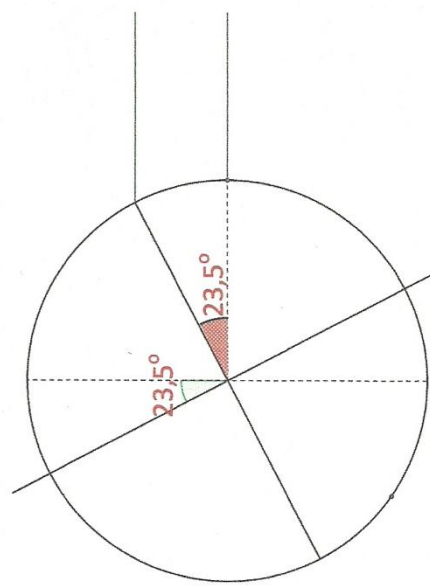
Determinação dos Trópicos e dos Círculos Polares

1) As figuras seguintes representam a Terra no momento do solstício de verão no hemisfério Norte e Sul. Determine a latitude máxima, em cada hemisfério, onde os raios solares incidem perpendicularmente

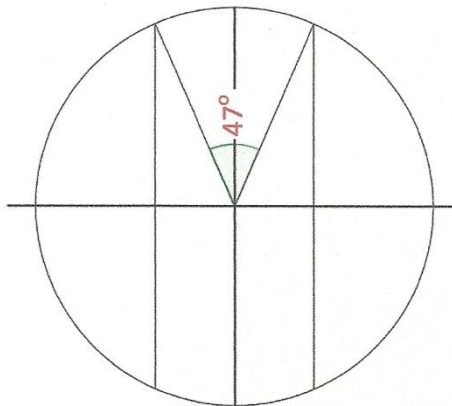
Solstício de Verão – Hemisfério Norte



Solstício de Verão – Hemisfério Sul



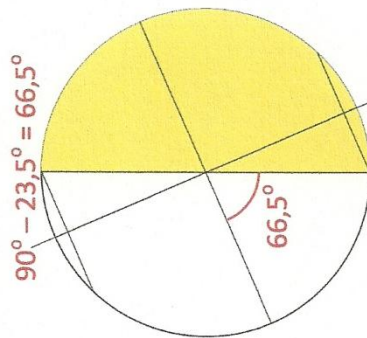
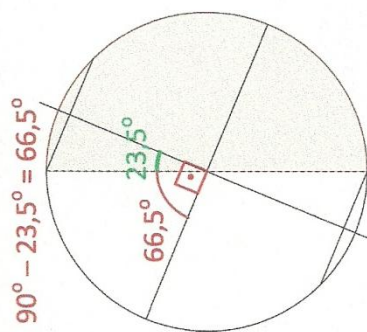
2) Indique na figura abaixo a distância, em graus, entre os dois trópicos:



3) Em quais regiões do planeta é possível ver o Sol a pino?

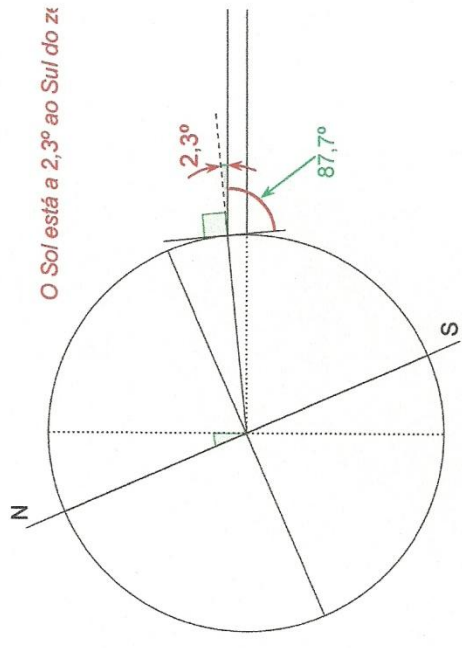
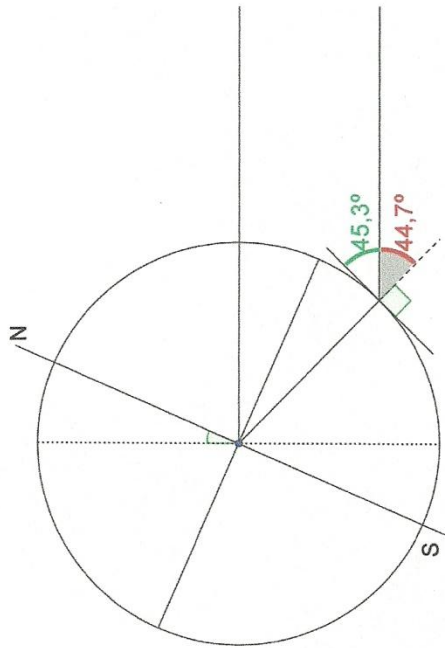
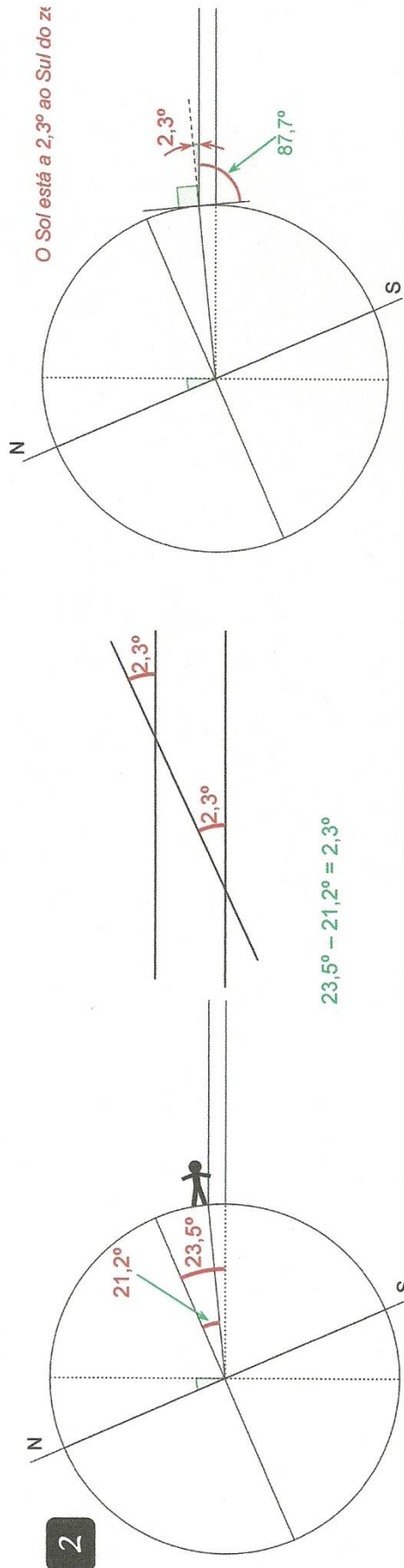
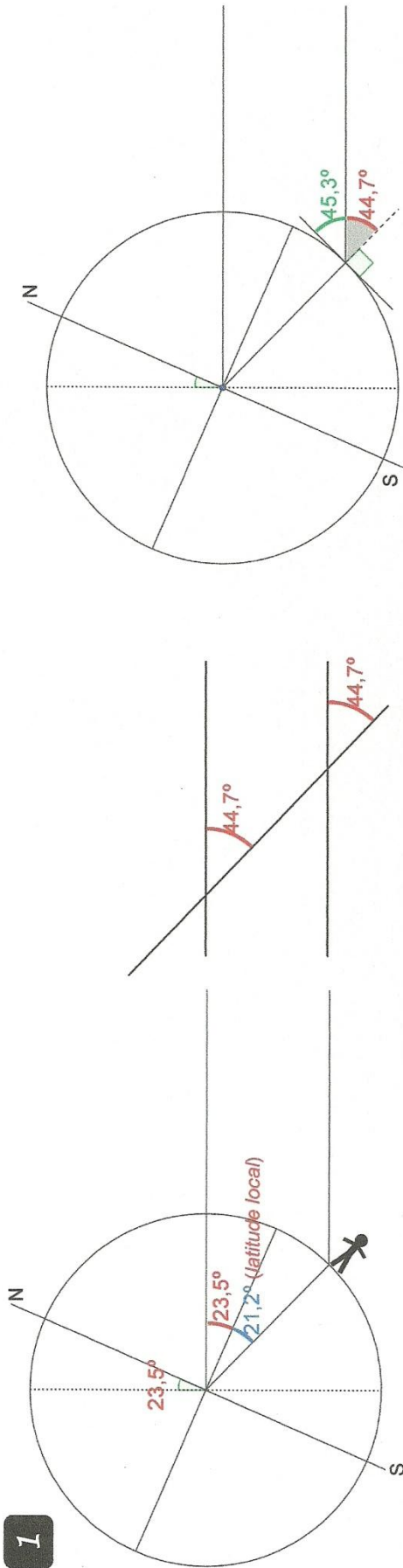
R. Na região **intertropical**

4) As figuras a seguir representam a porção da Terra iluminada durar os solstícios de verão nos dois hemisférios. É possível observar, n dois casos, que há uma região que não recebe luz durante todo o (Os paralelos que delimitam essas regiões são denominados círcul polares. Determine as latitudes dos dois círculos polares.



Altura Máxima e Mínima do Sol na Latitude Local

- 1) As sequências 1 e 2 seguintes representam a Terra no momento do solstício de inverno e verão no hemisfério Sul, respectivamente. Determine a altura máxima e mínima do Sol na latitude local ao meio dia solar verdadeiro



2) Marque, nas figuras 1 e 2, as representações planas das alturas mínima e máxima do Sol. Na figura 3, determine o ângulo formado entre as alturas mínima e máxima do Sol.

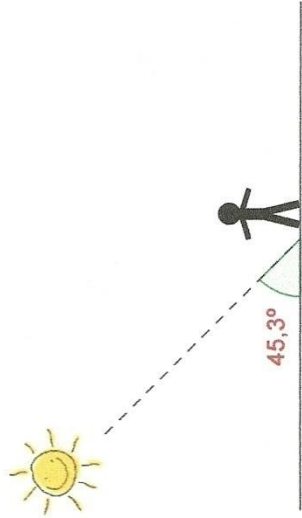


Figura 1 (solstício de Inverno)

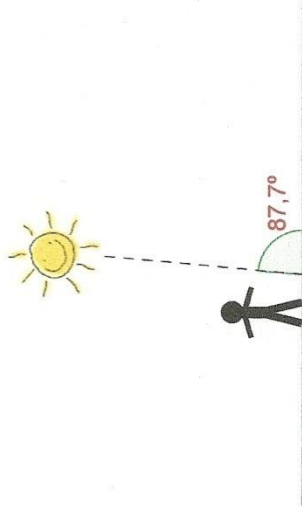


Figura 2 (solstício de Inverno)

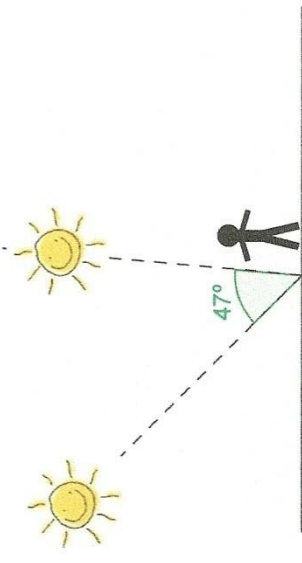


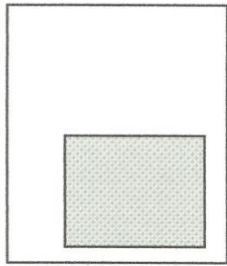
Figura 3

$$87,7^\circ + 45,3^\circ = 133^\circ$$

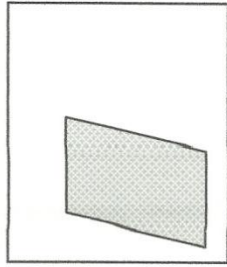
$$180^\circ - 133^\circ = 47^\circ$$

Atividade de Experimentação – Insolação solar

- 1) Posicione a parte de cima do anteparo de frente para o sol de modo que a projeção solar através do quadrado forme um retângulo.

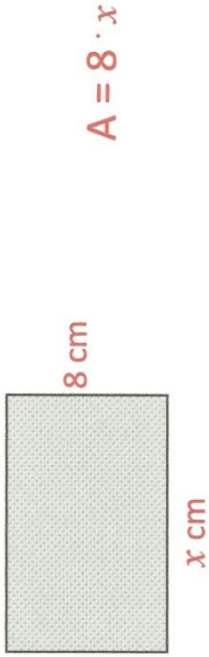


Forma correta

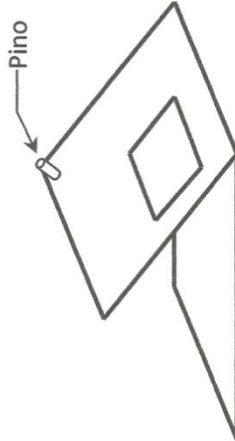


Forma incorreta

- 4) Com uma régua, meça o comprimento do retângulo projetado na parte de baixo do anteparo e calcule a sua área.

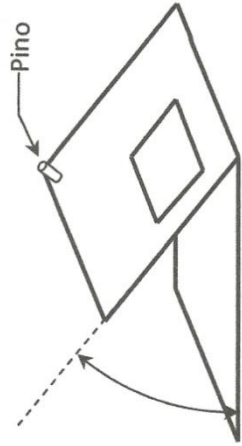


- 2) Agora incline a parte de cima do anteparo até que o pino da parte direita superior não projete sombra.

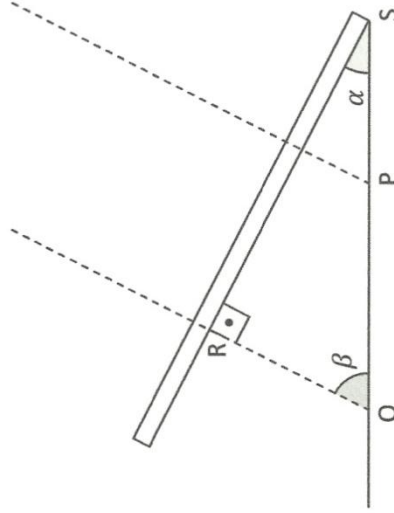


Pergunta: Qual é o ângulo que os raios solares formam com a parte superior do anteparo?

- 3) Como um transferidor meça o menor ângulo formado entre as duas partes do anteparo.

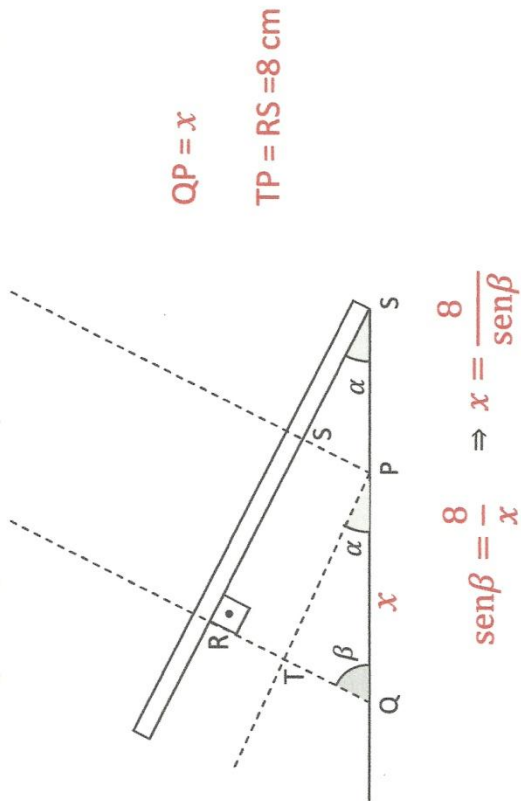


- 5) (a) Na figura seguinte α representa o ângulo medido no item 3. Nestas condições, calcule a medida do ângulo β .

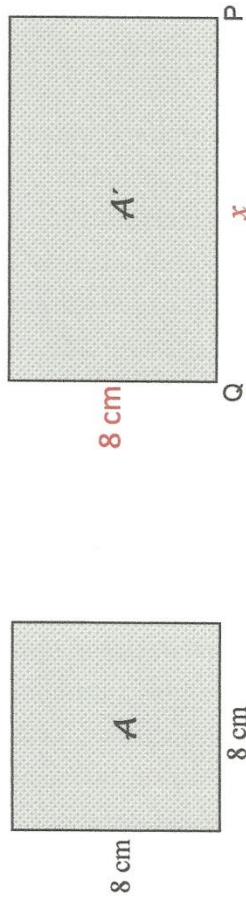


$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

- (b) Utilizando relações trigonométricas, calcule o comprimento \overline{PQ} do retângulo projetado e compare com a medida obtida no item 4.



- 6) (a) Denotando por A a área do quadrado do anteparo e por A' a área do retângulo projetado através do quadrado, expresse A' em função do seno do ângulo β .



$$A = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$$

$$A' = 8 \cdot x = 8 \cdot \frac{8}{\text{sen}\beta} = \frac{A}{\text{sen}\beta}$$

- 7) Na animação feita no Geogebra vimos que a área projetada aumenta quando o ângulo β diminui e, quando β é igual a 90° , a área do retângulo projetado é igual a área do quadrado do anteparo.

Vamos construir no EXCEL a seguinte tabela de valores para ver o que acontece com a área do retângulo projetado quando o ângulo β se aproxima de 0° e quando ele se aproxima de 90° .

β medido em graus	Área do retângulo projetado (A')(cm)
89	64,00975
88	64,03901
87	64,08783
85	64,24447
80	64,9873
70	68,10738
60	73,90083
.	.
10	368,5613
5	734,3176
2	1833,837
1	3667,116
0,5	7333,953
0,4	9167,399
0,1	36669,32
0,01	366693
0,001	3666930
0,0001	36669299

- (a) Qual é limite de A' quando β se aproxima de 90° ?

$$\lim_{\beta \rightarrow 90^\circ} A' = 64$$

- (b) Qual é o limite de A' quando β se aproxima de 0° ?

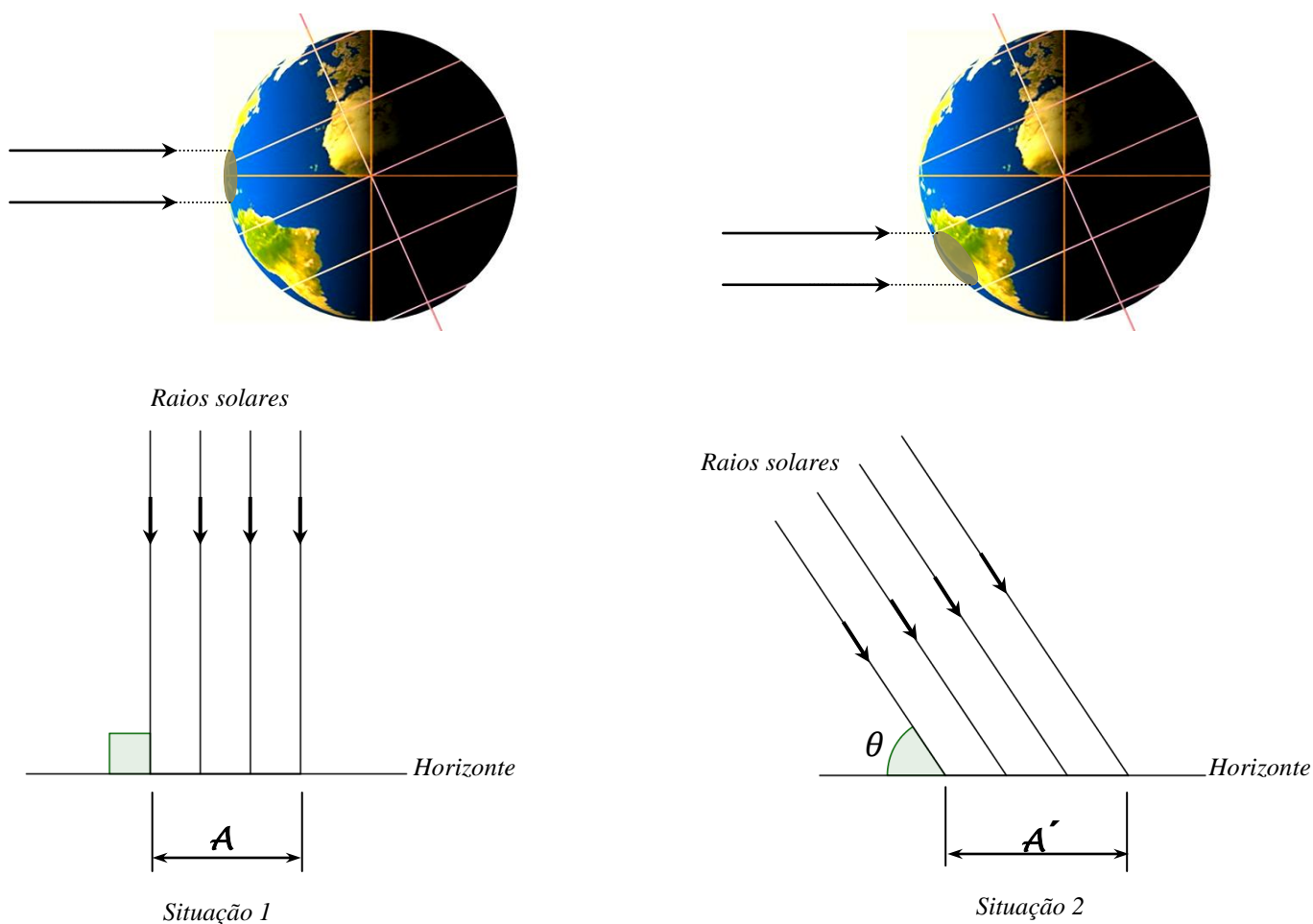
$$\lim_{\beta \rightarrow 0^\circ} A' = +\infty$$

Insolação

Insolação Solar

A quantidade de energia solar que chega, por unidade de tempo e por unidade de área, a uma superfície perpendicular aos raios solares, à distância média Terra-Sol, se chama constante solar, e vale 1367 W/m^2 . Esse valor da constante solar é medido por satélites logo acima da atmosfera terrestre. Em geral estamos interessados em conhecer a quantidade de energia por unidade de área e por unidade de tempo que chega a um determinado lugar da superfície da Terra, que chamamos **insolação** do lugar. A insolação varia de acordo com o lugar, com a hora do dia e com a época do ano.

Definimos como E_z a energia solar máxima quando o Sol, ao meio dia solar, está no zênite local.



Questões

- 1) Qual área é maior: A ou A' ?

A'

- 2) Cálculo da área A' .

Para auxiliá-lo, utilize o desenho e responda as questões abaixo.

- (a) O que representa o segmento \overline{PQ} ?

A área A

- (b) Qual é a medida do ângulo $P\hat{R}Q$?

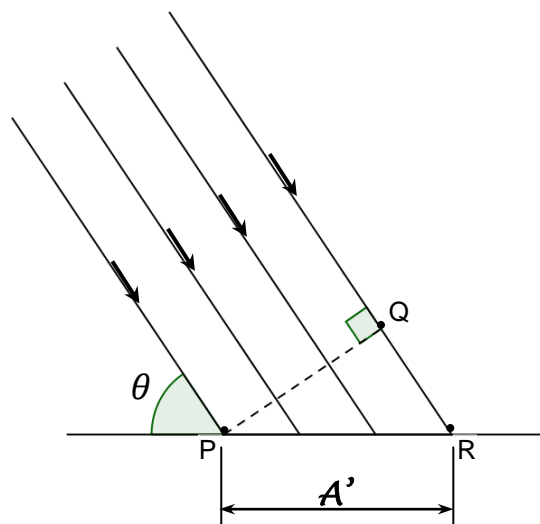
$P\hat{R}Q = \theta$

- (c) Qual é a medida do ângulo $P\hat{Q}R$?

$P\hat{Q}R = 90^\circ$

- (d) Calcule A' .

$$\text{sen}\theta = \frac{A}{A'} \Rightarrow A' = \frac{A}{\text{sen}\theta}$$



A energia máxima fornecida pelo sol em qualquer dia do ano ocorre ao meio-dia solar, ou seja, na passagem do Sol pelo meridiano local.

Definimos **insolação solar** como a quantidade de energia solar que atinge uma unidade de área da Terra. Assim, sendo I a insolação máxima, temos:

$$I = \frac{E_z}{A}$$

Não denotaremos aqui a unidade de energia de E_z , mas faremos comparação entre as quantidades de energia fornecida pelo Sol entre duas regiões do planeta na mesma época do ano.

- 3) Considere uma pessoa situada no trópico de Capricórnio num dia ensolarado de solstício de verão. Seja I_{CA} a insolação máxima no trópico de câncer e I_{CP} a insolação máxima no trópico de capricórnio no **Solstício** de verão no hemisfério **Sul**.

- (a) Qual é altura máxima do Sol, ao meio dia solar, no trópico de Capricórnio?

No solstício de verão do hemisfério sul, o Sol está a pino, ou seja, a altura máxima do Sol ao meio solar verdadeiro é de 90°

- (b) Qual é altura máxima do Sol, ao meio dia solar, no trópico de Câncer?

No solstício de verão do hemisfério sul, no hemisfério norte ocorre o solstício de inverno e, nesse dia, o Sol estará à altura máxima de $43^\circ (= 90 - 47^\circ)$

- (c) Considerando o dia de solstício de verão para o hemisfério Sul, seja A uma determinada área no trópico de Capricórnio atingida por uma quantidade de energia e A' uma área do trópico de Câncer atingida pela **mesma quantidade** de energia. Vimos que A' é maior que A . Nessas condições calcule a razão $\frac{I_{CA}}{I_{CP}}$.

$$I_{CP} = \frac{E_z}{A} \quad I_{CA} = \frac{E_z}{A'}$$

Fazendo $\frac{I_{CA}}{I_{CP}}$, teremos:

$$\frac{I_{CA}}{I_{CP}} = \frac{A}{A'} = \frac{A}{\frac{A}{\sin\theta}} = \sin\theta$$

Para $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$, teremos $0 < \sin\theta \leq 1$ ou $0\% < \sin\theta \leq 100\%$

- (d) Qual porcentagem de energia do trópico de Capricórnio recebe o trópico de Câncer?

No solstício de verão no hemisfério sul o trópico de capricórnio recebe energia máxima, assim,

$$\frac{I_{CA}}{I_{CP}} = \sin\theta$$

$$\frac{I_{CA}}{1} = \sin 43^\circ \Rightarrow I_{CA} = 0,68 = 68\%$$

Agora, vamos comparar a quantidade de energia fornecida pelo Sol na **mesma** região, mas em diferentes épocas do ano.

- 4) Seja I_V a insolação máxima na nossa latitude no verão e I_{IN} a insolação máxima no solstício de inverno. Calcule a porcentagem da energia do “verão” que recebemos no solstício de inverno?

$$\frac{I_{IN}}{I_V} = \sin 45,3^\circ = 0,71 = 71\%$$

AValiação

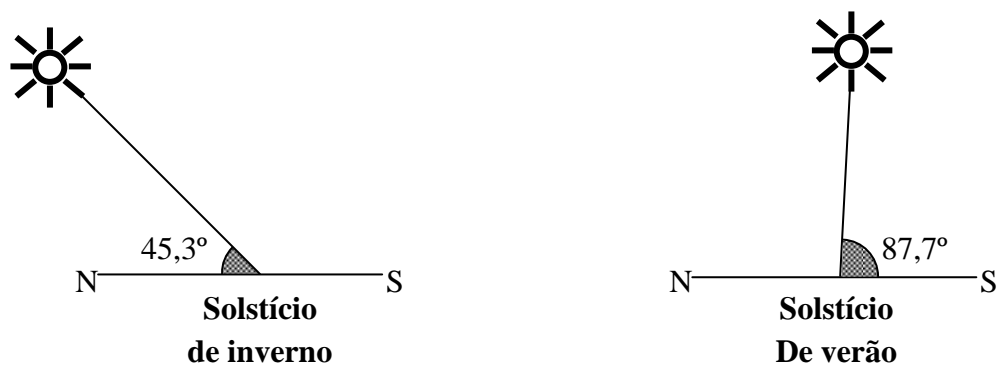
O que você achou dessa atividade?



AQUECEDORES SOLARES – MELHOR INCLINAÇÃO

Nas atividades a seguir vamos determinar a inclinação de um aquecedor solar para que este tenha o melhor aproveitamento da energia solar. Para isso vamos nos valer de conhecimentos adquiridos em outras atividades.

Na atividade, “*Altura Máxima e Mínima do Sol na Latitude Local*”, determinamos as seguintes alturas para Sol ao meio dia solar



Na atividade “*Insolação solar*”, determinamos que a insolação solar I era dada por:

$$I = \text{sen}\theta$$

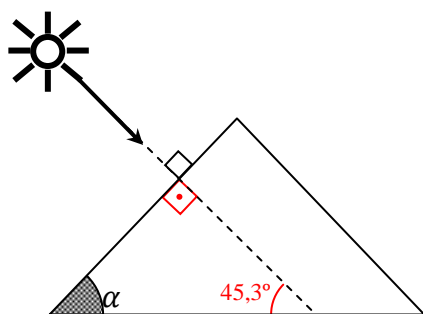
em que θ é a inclinação máxima do sol ao meio dia solar. Sendo assim a insolação máxima se dá quando $\theta = 90^\circ$.

- 1) A figura seguinte representa o telhado de uma casa visto de cima. Orientando-se pela rosa dos ventos, qual lado é mais viável para se instalar um aquecedor solar, para que tenhamos a maior exposição solar possível? Lado norte, sul, leste ou oeste?



R: Norte

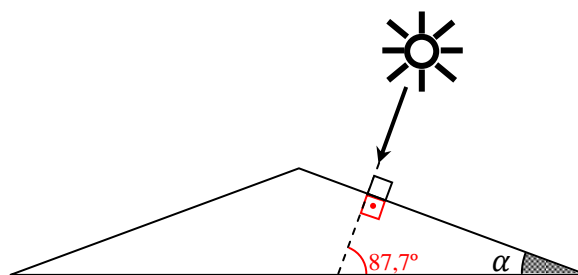
- 2) Determine a **melhor** inclinação α para o telhado no solstício de inverno e no solstício de verão. Lembre-se a inclinação α deve permitir que os raios solares incidam perpendicularmente no telhado onde será instalado o aquecedor solar.



Solstício de inverno

$$\alpha + 45,3^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha = 44,7^\circ$$



Solstício de verão

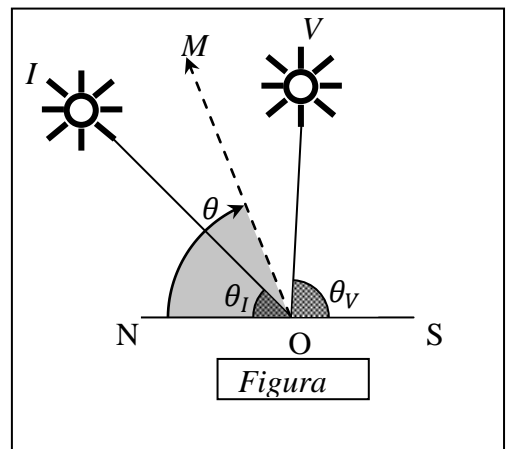
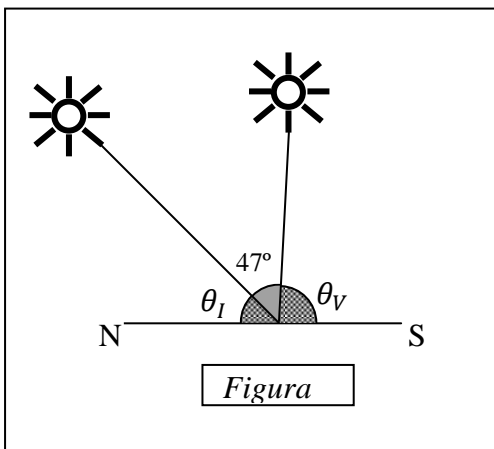
$$\alpha + 87,7^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha = 2,3^\circ$$

- 3) Sabemos que o Sol não fica sempre à mesma altura no horizonte, portanto a inclinação α do telhado deve ter um valor entre a **máxima** e a **mínima** inclinação do Sol durante o ano.
- (a) Qual seria, então, a melhor inclinação de um telhado para se obter o melhor aproveitamento da energia solar durante o ano?

Resposta pessoal

- (b) Seja θ_I e θ_V as inclinações do Sol no solstício de inverno e verão, respectivamente. Na Figura 2 a semi-reta \overline{OM} representa a posição intermediária do sol durante o ano. Podemos supor que o Sol fica metade do ano entre \overline{OI} e \overline{OM} e outra metade entre \overline{OM} e \overline{OV} . Nestas condições calcule o ângulo θ .

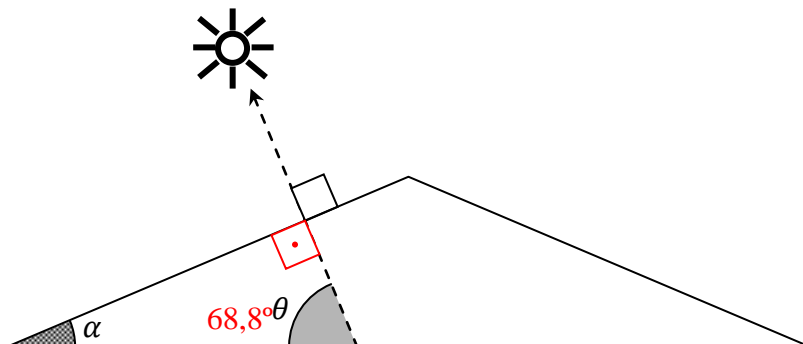


$$\begin{aligned} \theta &= \theta_I + 23,5^\circ \\ \theta &= 45,3^\circ + 23,5^\circ \\ \theta &= 68,8^\circ \end{aligned}$$

- (c) O que a semi-reta \overline{OM} é do ângulo $\hat{I}OV$?

R. Bissetriz de $\hat{I}OV$

- (d) Sendo θ a inclinação intermediária do Sol durante o ano, determine a inclinação α que dará a um aquecedor solar o melhor aproveitamento na captação da energia solar?

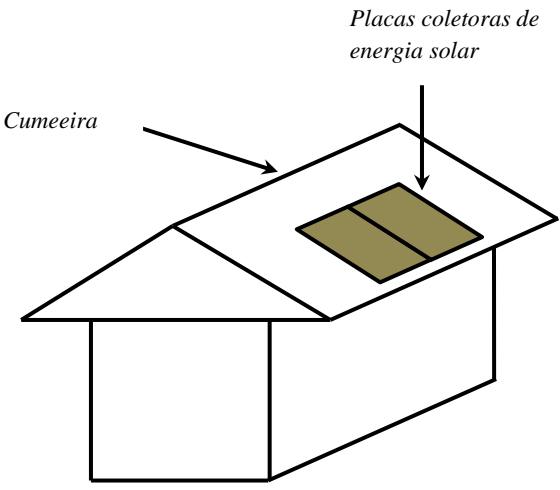
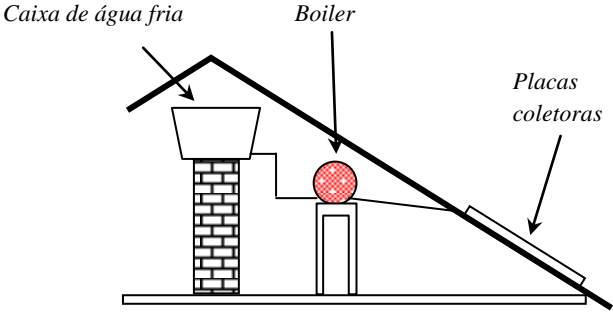
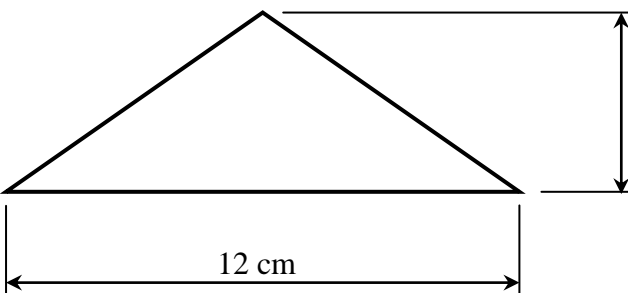
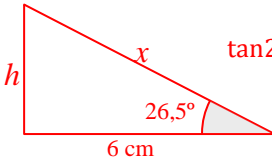


$$\begin{aligned} \alpha + 68,8^\circ &= 90^\circ \\ \alpha &= 21,2^\circ \end{aligned}$$

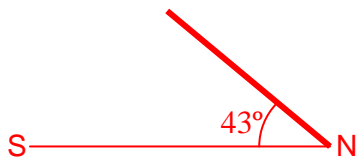
(e) O valor da inclinação α não lhe parece familiar? Lembra-se das coordenadas geográficas da nossa cidade? O que o valor de α representa?

R. A latitude local

4) Nesta atividade vamos usar isopor para construir uma casa em miniatura na qual será instalado um aquecedor de água. Você precisará calcular a altura da cumeeira para que o telhado tenha a inclinação adequada. Segundo dados técnicos de alguns fabricantes a inclinação do telhado deve ter inclinação igual à latitude local mais 5° à 10° .

 <p>Cumeeira</p> <p>Placas coletoras de energia solar</p>	 <p>Caixa de água fria</p> <p>Boiler</p> <p>Placas coletoras</p> <p>INTERIOR DO TELHADO</p>
 <p>12 cm</p> <p>h</p> <p>VISTA FRONTAL DO TELHADO</p>	 <p>$\tan 26,5^\circ = \frac{h}{6} \Rightarrow h = 6 \cdot \tan 26,5^\circ$</p> <p>$\Rightarrow h = 3 \text{ cm}$</p> <p>Decorre que</p> <p>$x^2 = 3^2 + 6^2$</p> <p>$x = 6,7 \text{ cm}$</p> <p>Para $\alpha = 31,2^\circ$, teremos $h = 3,6 \text{ cm}$ e $x = 7 \text{ cm}$</p>

5) Qual o ângulo ótimo de inclinação (a partir do plano horizontal) de um coletor solar localizado a 43°S de latitude?



Avaliação

- 1) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades: 😊 😐 😞
- 2) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.
- 3) O que você achou de interessante nestas atividades?

4) O que você achou mais difícil de resolver?

Construção de um relógio sol com mostrador Equatorial

Para construir um relógio de mostrador horizontal vamos, primeiramente, entender o funcionamento de um relógio de mostrador equatorial. O nome equatorial é devido ao mostrador ser paralelo ao plano do equador. As figuras 1 e 2, a seguir, ilustram tal fato.

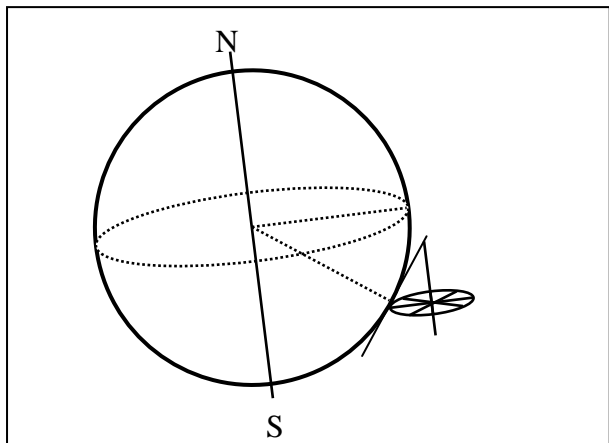


Figura 1

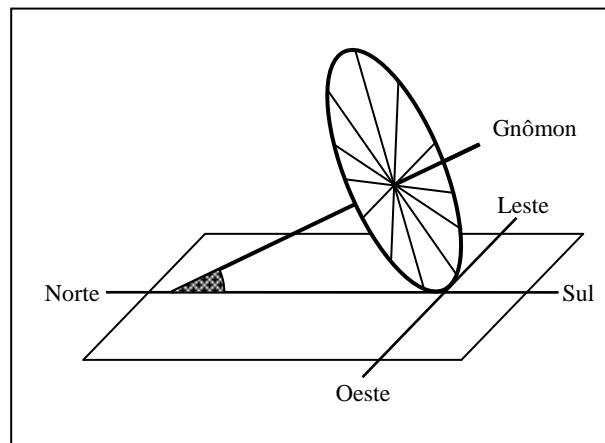
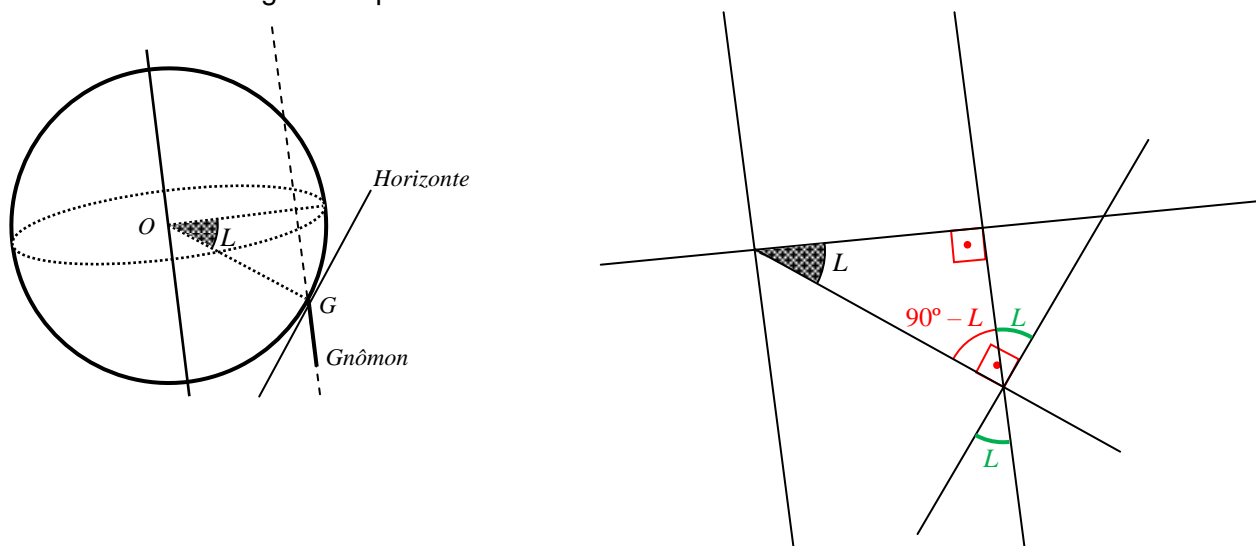


Figura 2

O gnômon representado na Figura 2 projeta sombra sobre o mostrador equatorial, no qual estão marcadas linhas referentes às horas do dia. O gnômon deve ser paralelo ao eixo de rotação de Terra como se fosse o eixo no qual o Sol, aparentemente, gira 360° em 24 horas.

Atividade 1: Utilize as figuras abaixo para determinar o ângulo formado entre o gnômon e a linha horizontal Norte-Sul. O ângulo L representa a latitude local.



Assim, o ângulo formado entre o plano horizontal e o gnômon deve ser o valor da latitude local

Sendo o mostrador paralelo ao plano do equador nos equinócios de outono e primavera os raios solares incidem paralelamente ao mostrador como mostra a Figura 3. Nos períodos de outono e inverno a leitura das horas é feita na parte de trás do mostrador, como mostra a Figura 4 e, nos

períodos de primavera e verão a leitura das horas é feita na parte frontal do mostrador como mostra a Figura 5.

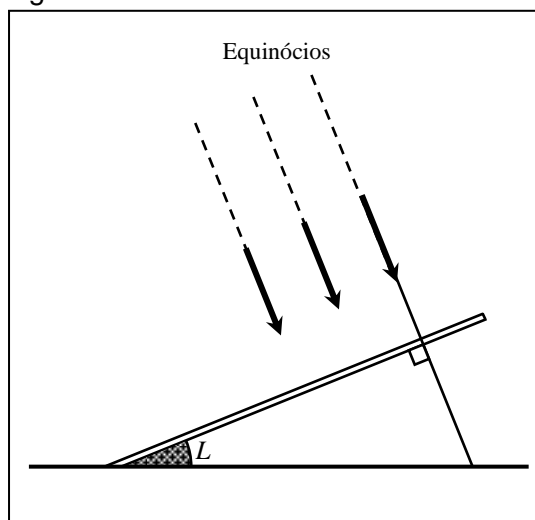


Figura 3

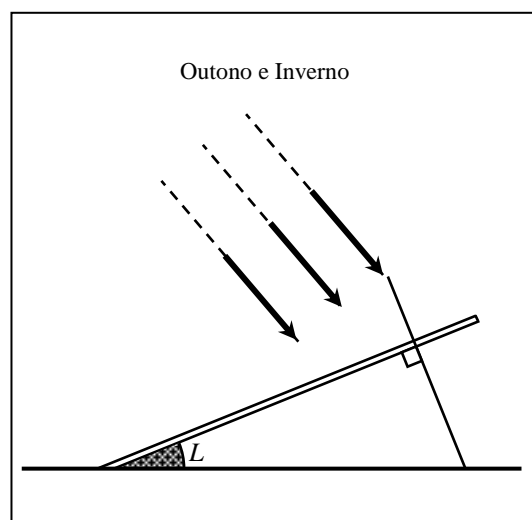


Figura 4

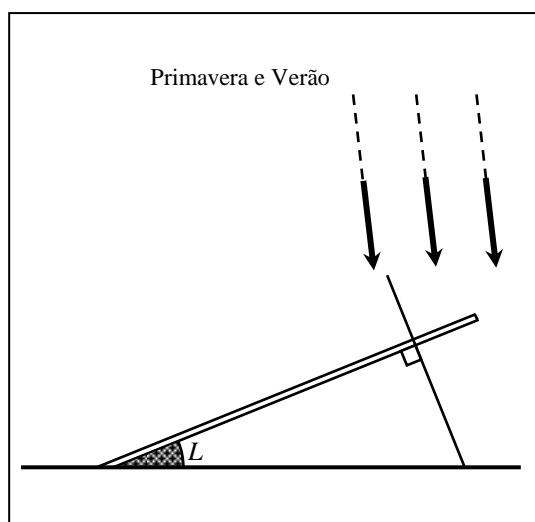
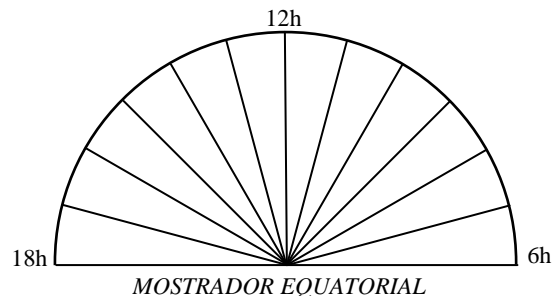


Figura 5

Supondo o movimento de rotação da Terra uniforme durante o dia, graduamos um disco semicircular com linhas que ligam o centro à extremidade do disco, separadas 15° uma das outras ($180^\circ : 12 = 15^\circ$). Cada linha representa uma hora das 6h às 18h



Construção de um relógio de sol com mostrador horizontal

Na construção do relógio de Sol de mostrador horizontal, subtraímos o mostrador equatorial e deixamos a sombra do gnômon ser projetada no plano horizontal, como ilustra a Figura 6.

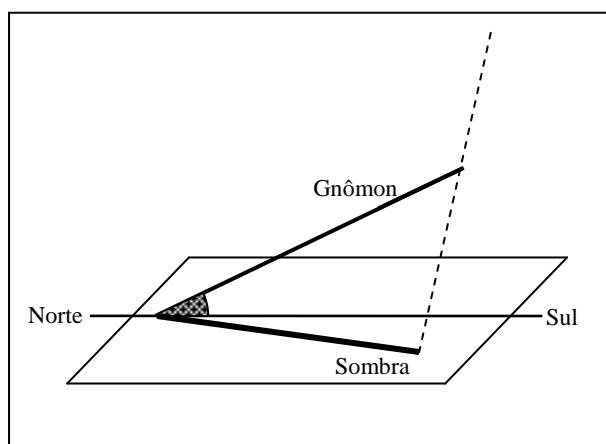


Figura 6

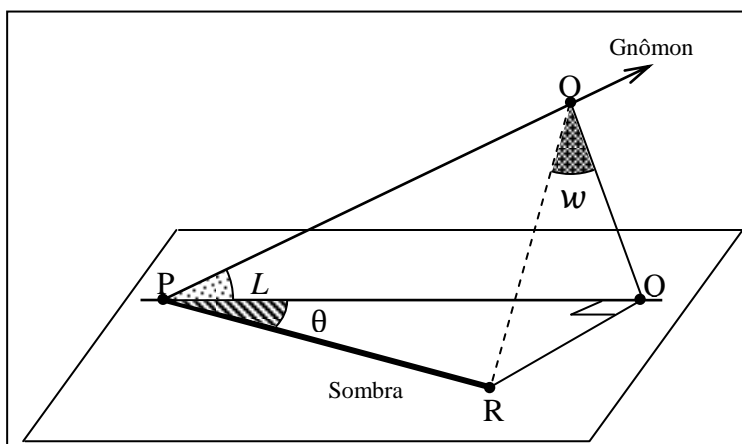


Figura 7

Atividade 2: Nosso objetivo nessa atividade é planificar o ângulo w , ou seja, descobrir o valor do ângulo θ para cada ângulo w do mostrador.

Como cada região da superfície terrestre tem uma latitude L deixaremos os ângulo L e w em função do ângulo θ .

(a) Tome o tetraedro da Figura 7 e escreva as seguintes relações:

$$(1) \operatorname{sen}(L) = \frac{OQ}{PQ} \quad (2) \cos(L) = \frac{OP}{PQ} \quad (3) \operatorname{tg}(L) = \frac{OQ}{OP}$$

(b) Isole o valor de OQ nas relações (1) e (3).

$$OQ = PQ \cdot \operatorname{sen}L \quad OQ = OP \cdot \operatorname{tan}L$$

(c) Do triângulo PQR , determine:

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{QR}{PQ}$$

(d) Do triângulo OQR , determine:

$$\operatorname{tg}(w) = \frac{QR}{OQ}$$

(e) Multiplicando e dividindo $\operatorname{tg}(\theta)$ por OQ , tem-se:

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{QR}{PQ} \cdot \frac{OQ}{OQ}$$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{QR}{OQ} \cdot \frac{OQ}{PQ}$$

(f) Utilize as expressões de $\operatorname{tg}(w)$ e $\operatorname{sen}(L)$ na expressão acima.

$$\operatorname{tg}(\theta) = \operatorname{tan}(w) \cdot \operatorname{sen}(L)$$

(g) Assim, o ângulo θ pode ser dado em função do ângulo w das horas na montagem equatorial e da latitude L .

$$\theta = \arctan(\operatorname{tan}(w) \cdot \operatorname{sen}(L))$$

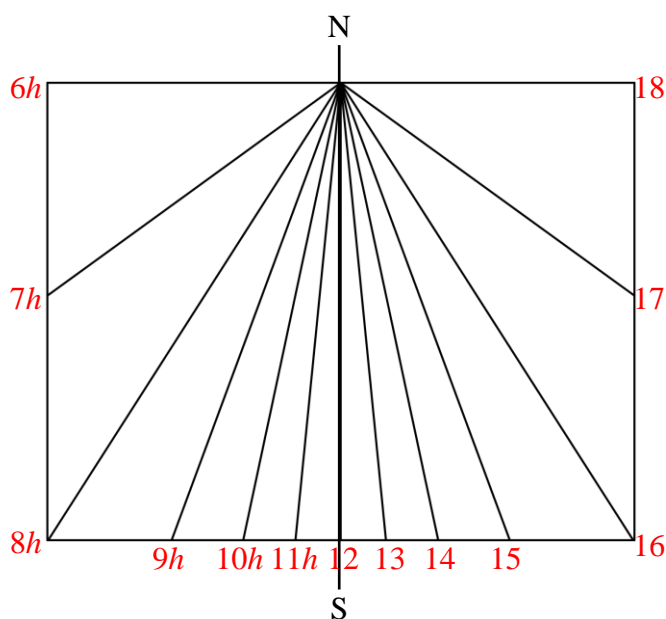
Calcularemos θ para $w = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ e 90° em que 0° corresponde ao meio dia solar verdadeiro e 90° às 6h da manhã. Depois do meio dia solar verdadeiro repetimos os ângulo de θ simétricos em relação à linha norte-sul

Para um ponto da superfície terrestre situado no interior da escola com latitude $L = 21^{\circ}41'$ ($\approx 21,68^{\circ}$), temos:

Ângulo w	Ângulo θ	Horas
0°	0°	12:00
15°	$5,65^{\circ}$	13:00
30°	$12,04^{\circ}$	14:00
45°	$20,28^{\circ}$	15:00
60°	$32,61^{\circ}$	16:00
75°	$54,04^{\circ}$	17:00
90°	90°	18:00

Atividade 3: Preencha a terceira coluna da tabela acima com a hora correspondente a cada ângulo θ .

Atividade 4: Marque na figura abaixo a hora correspondente a cada linha do marcador do relógio solar horizontal.



Avaliação

5) Pinte a carinha que melhor representa sua motivação em realizar as atividades:



6) Dê sua opinião com relação à satisfação em realizar as atividades.

7) O que você achou de interessante nestas atividades?

8) O que você achou mais difícil de resolver?

9) Você considera esse tipo de projeto importante? Justifique.

Apêndice D – Atividades Finais

Apresentamos nesse apêndice as atividades finais do projeto na qual acompanha o questionário final respondido pelos alunos

Atividades Finais

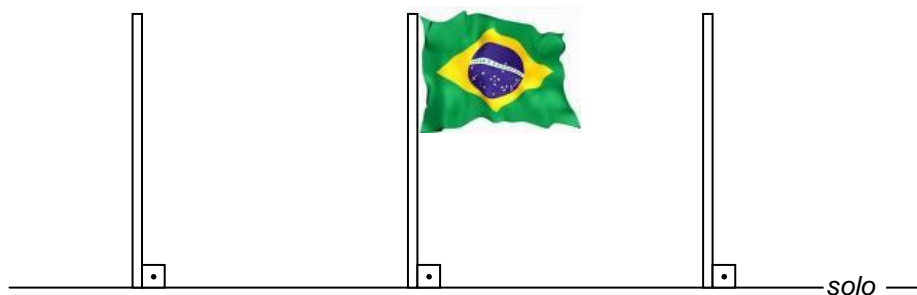
Aluno: _____

Atividade 1.

No planeta Terra, representado na figura abaixo, desenhe três pessoas, uma sobre o pólo Norte, uma sobre o pólo Sul e outra sobre a Linha do Equador.

Atividade 2.

Na figura abaixo estão representado três mastros para hasteamento de bandeiras. Desenhe uma bandeira do Estado de São Paulo e uma de sua cidade, hasteada em cada mastro sem bandeira.



Qual a medida do ângulo formado entre os mastros e o solo? Que nome costuma-se dar a esse ângulo?

Atividade 3.

Imagine agora que você retirará as bandeiras com seus mastros e irá fixá-las uma na linha do equador, uma no trópico de Câncer e outra no trópico de Capricórnio, preservando os ângulos que os mastros formavam com o solo. Faça um desenho representando esta situação.

