UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

LUCIANO ALVES CARRIJO NETO

A PESQUISA DE AULA (LESSON STUDY) NO APERFEIÇOAMENTO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA NO 6° ANO SEGUNDO O CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

São Carlos
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Luciano Alves Carrijo Neto

A PESQUISA DE AULA (LESSON STUDY) NO APERFEIÇOAMENTO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA NO 6° ANO SEGUNDO O CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Orientadora: Profª. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin

São Carlos
2013

A PESQUISA DE AULA (LESSON STUDY) NO APERFEIÇOAMENTO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA NO 6° ANO SEGUNDO O CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre, sob orientação da Professora Doutora Yuriko Yamamoto Baldin.

São Carlos
2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

C316pa

Carrijo Neto, Luciano Alves.
A pesquisa de aula (*lesson study*) no aperfeiçoamento da aprendizagem em matemática no 6° ano segundo o currículo do estado de São Paulo / Luciano Alves Carrijo Neto. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
165 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Pesquisa em sala de aula. 3. Metodologia da Pesquisa de Aula. 4. Currículo escolar. 5. Aprendizagem participativa. 6. Resolução de problemas. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora:

Yuriko Yamamoto Baldin

Profa. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin (orientadora)
DM - UFSCar

Aparecida Francisco da Silva

Profa. Dra. Aparecida Francisco da Silva
(IBILCE-UNESP)

M Elisa Galvão

Profa. Dra. Maria Elisa Esteves Lopes Galvão
(UNIBAN)

DEDICO este estudo a meus pais, José Alves e Maria Celina, pelo amor sem medida, pela educação e ensinamentos que muito me auxiliaram dando base para vencer esta e todas as etapas que estão por vir. Também dedico este trabalho a minha esposa pelo apoio, incentivo, paciência e dedicação, me ajudando e dando forças para conquistar os meus objetivos.

AGRADEÇO a minha orientadora e amiga, Dra. Yuriko Yamamoto Baldin, que muito me apoiou e auxiliou através de seu profundo conhecimento.

A imaginação é mais importante que o conhecimento. Conhecimento auxilia por fora, mas só o amor socorre por dentro. Conhecimento vem, mas a sabedoria tarda.

Albert Einstein

RESUMO

O presente trabalho é fruto da pesquisa e reflexão do autor sobre a prática docente no ensino de Matemática do 6° ano do Ensino Fundamental Ciclo II em uma escola pública na cidade de Franca, São Paulo. Alicerçamos o trabalho na Metodologia de Pesquisa de Aula – Lesson Study, uma metodologia japonesa que estimula a resolução de problemas, permitindo a aprendizagem participativa. Para esse trabalho a metodologia precisou ser adaptada ao contexto brasileiro, como é mostrado no Capítulo 1. Como a dissertação é de Mestrado Profissional cujo foco se volta para ações dentro de sala de aula que visam melhorar o aprendizado dos alunos em Matemática, elaboramos atividades baseadas no Currículo do Estado de São Paulo que está discutido no Capítulo 2 envolvendo os temas multiplicação e divisão, máximo divisor comum, fração, números decimais e geometria. A aplicação e análise das atividades, desde sua preparação, onde são levados em conta o Currículo, o perfil das turmas, discutido no Capítulo 3, escolha dos materiais, diálogos durante a execução e fechamento até a reflexão pós-aula são tratadas no Capitulo 4. No Apêndice deste trabalho se encontram as atividades aplicadas bem como o seu planejamento e que podem ser utilizadas por outros professores em suas aulas.

Palavras-Chaves: Lesson Study. Metodologia da Pesquisa de Aula. Currículo do Estado de São Paulo. Aprendizagem Participativa. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This work is the fruit of the author's research and reflection on the teaching practice in teaching mathematics 6° grade II Cycle in a public school in the city of Franca, São Paulo. Enhancing the work on classroom research methodology-Lesson Study, a Japanese methodology that encourages the resolution of problems, allowing for participatory learning. For this work the methodology needed to be adapted to the Brazilian context, as shown in Chapter 1. As the Professional master's dissertation is focused on turns to actions within the classroom to improve student learning in mathematics, develop Curriculum-based activities in the State of São Paulo that is discussed in Chapter 2 the issues involving multiplication and Division, greatest common divisor, fraction, decimal numbers and geometry. The application and analysis of activities, since its preparation, where they are taken into account the curriculum, the class profile, discussed in Chapter 3, choice of materials, dialogues during execution and closing up the reflection after-school courses are dealt with in Chapter 4. In the Appendix of this work are applied activities as well as its planning and that can be used by other teachers in their classes.

Keywords: Lesson Study. Classroom Research methodology. The curriculum of the State of São Paulo in Brazil. Participatory Learning. Methodology of Problem Solving.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

Introdução

Ingressei na rede pública de Ensino do Estado de São Paulo em 2004, na Escola Estadual Mário D'Elia, na cidade de Franca – SP, lecionando Matemática para o Ensino Médio. Nos últimos quatro anos passei a lecionar para o Ensino Fundamental Ciclo II, mais especificamente 6° e 7° anos e foi quando comecei a perceber as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos nesta fase de ensino, com relação à disciplina de Matemática. Muitos não desenvolvem as competências e habilidades esperadas para o nível de ensino preconizadas nos PCN's, no Currículo do Estado de São Paulo e em outros documentos oficiais, como apontam as avaliações externas como o SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), por exemplo. Os PCN's para a área de Matemática no ensino fundamental indicam a Matemática como disciplina importante na construção da cidadania, construção e apropriação do conhecimento, representações das relações de observações do mundo real com conceitos matemáticos e que sua aprendizagem está ligada à compreensão das relações entre esses conhecimentos.

Uma dificuldade no aprendizado de matemática aparece na transição do primeiro para o segundo ciclo do ensino fundamental. Essa transição é vista pela maioria dos alunos como um período de profundas mudanças em sua vida escolar, principalmente do ponto de vista da organização da atividade escolar.

Até o 5° ano, a presença de um único professor ou ainda a presença de um professor auxiliar que acompanha as atividades em sala de aula é uma fonte de segurança para o aluno, já que não há variações na forma de trabalho e na metodologia usada. Especialmente no ensino da aritmética, a metodologia tende a ser tradicional, ou seja, o professor passa alguns exemplos e depois uma série de exercícios para que o aluno resolva, sendo o ensino focado na execução de algoritmos, ou mera repetição dos exercícios já resolvidos. Já no 6° ano, começa o envolvimento de mais conceitos e a necessidade de resolver problemas mais elaborados, quando o aluno apresenta muitas dificuldades no aprendizado. Este modelo de ensino afasta a responsabilidades do aluno quanto à sua aprendizagem, pois este apenas reproduz o que o professor faz como modelo.

A matemática do 6° ano parte da consolidação do aprendizado do sistema de numeração decimal e suas operações e das noções iniciais de geometria, conceitos estes já apresentados no ciclo I, e prepara o aluno para a transição dos números inteiros para os números racionais. Surge aí a dificuldade do professor em manter o interesse dos alunos pelas aulas de matemática.

Neste cenário, surgem algumas indagações: como fazer com que os alunos se interessem pela matemática? Como ensinar de forma dinâmica e que assegure o real aprendizado?

O aprendizado em Matemática se dá quando o aluno atribui significados aos conceitos matemáticos estudados, e é capaz de entender, justificar e estabelecer relações entre eles, relações estas dentro da própria matemática, em outras disciplinas ou no cotidiano.

Cabe ao professor do 6° ano nessa transição entre o ciclo I e II organizar o espaço de ensino e aprendizagem para que isso aconteça.

Para conseguir atingir esse objetivo é nossa opinião de que o papel do professor precisa mudar, baseando seu método de trabalho em atividades que colocam o foco no aluno, para que o professor seja um mediador no processo de sua aprendizagem. Para isto acontecer, o professor necessita pesquisar sua própria aula e sua prática; o que demanda uma metodologia de pesquisa. Esta foi a motivação para nosso trabalho de Mestrado Profissional do PPGECE, cujo foco é voltado para ações dentro da sala de aula, alicerçadas teoricamente. Para este trabalho de dissertação buscamos a metodologia de *pesquisa de aula - Lesson Study* (ISODA et al. 2007), (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004), haja vista que esta metodologia tem mostrado resultados positivos em diversos países, principalmente no Leste Asiático e nos Estados Unidos. Especificamente no Brasil, temos a experiência bem sucedida com o trabalho de Felix em 2010, o início de um grupo de estudo no colégio Pedro II, Rio de Janeiro, e no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática na UFRJ, onde foi implantada uma linha de pesquisa em Lesson Study.

É importante frisar que a Metodologia de Lesson Study precisou ser pesquisada e adaptada para o contexto brasileiro, tendo em vista que o ensino e a aprendizagem de Matemática devem levar em consideração a estrutura educacional de um país, as condições socioeconômicas dos alunos e claramente o conteúdo curricular. (BALDIN, 2010), (STIGLER; HIEBERT, 1999). Para tanto, organizamos e coordenamos sete situações de aprendizagem para o 6° ano, cujas sequências didáticas foram organizadas baseadas na Metodologia de Resolução de Problemas de Polya, visando o protagonismo do aluno.

A coleta de dados observados pelo docente é parte essencial da pesquisa da prática que visa assegurar o aprendizado do aluno.

Baseado no Currículo do Estado de São Paulo para o 6º ano do ensino fundamental, alicerçado na metodologia de resolução de problemas (POLYA, 1995) e considerado o nível prévio de aprendizado apresentado pelas turmas do 6º ano "A" e 6º ano "B" da Escola Estadual Mário D'Elia da cidade de Franca-SP em avaliações diagnósticas, escolhemos os seguintes temas para as atividades:

- Atividade 1: Multiplicação e Divisão;
- Atividade 2: Máximo divisor comum;
- Atividade 3: O número fracionário como sendo a divisão do numerador pelo denominador;
- Atividade 4: Representações na forma fracionária, frações equivalentes e fração de um número;
- Atividade 5: Representações na forma fracionária, frações equivalentes e adição de fração;
- Atividade 6: Frações e números decimais;
- Atividade 7: Figuras geométricas planas.

As atividades 1, 2 e 3 foram aplicadas nos sextos anos A e B da referida escola no ano de 2011 e as atividades 4, 5, 6 e 7 aplicadas nos sextos anos A e B da mesma escola no ano de 2012.

Estruturação do trabalho

O foco principal do trabalho são as atividades, incluindo seu planejamento, execução e reflexão. Sendo assim o trabalho está estruturado em cinco capítulos, como descrito a seguir:

Capítulo 1: este capítulo trata da pesquisa da prática na sala de aula por parte do professor. As discussões são fundamentadas na Metodologia de Pesquisa de Aula – Lesson Study (ISODA et al. 2007), (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004). A metodologia adaptada para o nosso trabalho engloba a análise pré-aula, com um olhar nas principais dificuldades dos alunos, o que indica ou justifica a seleção dos conteúdos a serem trabalhados; elaboração das atividades, escolha dos materiais didáticos, tipos de intervenções feitas durante a aplicação das atividades, bem como a análise dos erros e acertos que servirão de norte para avaliação crítica/reflexiva na continuidade do trabalho docente. A Metodologia de Resolução de Problemas (POLYA, 1995) também será discutida sob ponto de vista do seu papel como facilitadora na proposta de auxiliar o aluno na construção de seu próprio conhecimento, enquanto parte da aprendizagem participativa.

Capítulo 2: este capítulo discute o currículo oficial do Estado de São Paulo, mais especificamente os conteúdos elencados para o 6º ano do ensino fundamental por meio de uma análise crítica da organização dos cadernos do aluno e relacionando os tópicos do currículo com o planejamento das atividades. Este capítulo é importante na medida em que justifica a sequência das atividades selecionadas neste trabalho.

Capítulo 3: Neste capítulo apresentamos o perfil da escola e das turmas onde as atividades foram aplicadas.

Capítulo 4: Este capítulo é dedicado à análise das atividades aplicadas, das mudanças nas posturas dos alunos e do olhar do professor.

Capítulo 5: Reflexão e conclusão.

CAPÍTULO 1: A METODOLOGIA DE PESQUISA DE AULA (LESSON STUDY) E A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A MELHORIA DA PRÁTICA NA SALA DE AULA.

1.1 Introdução

A Metodologia de Pesquisa de Aula (Lesson Study) é originária do Japão e ultimamente tem sido tema de pesquisa em vários países visando melhorias na qualidade de ensino e aprendizagem. Essa metodologia consiste em fazer o professor pesquisar a própria aula, a própria prática docente, fornecendo subsídios para identificar os fatores tanto de conteúdo ou de sua prática que interferem na aprendizagem dos alunos. A partir das análises de resultados observados o professor poderá modificar sempre que necessário a prática da aula a fim de torná-la mais eficaz para a aprendizagem dos alunos.

1.2 A Pesquisa de Aula no Japão

O histórico da origem da Lesson Study pode ser encontrado na pesquisa de Felix (2010, p. 12).

No Japão a Pesquisa de Aula (Lesson Study) é uma atividade em grupo, onde todos os profissionais envolvidos atuam de forma colaborativa para planejar, pesquisar e estudar a própria prática, como uma forma não só de melhorar a aprendizagem dos alunos, principalmente em Matemática, mas também o aprimoramento da própria prática docente. A Lesson Study é constituída de três etapas: 1) **Planejamento Colaborativo (de uma aula ou sequência de aulas); 2) Execução observada da aula; 3) Reflexão coletiva e crítica da aula;** como apontado por Baldin; Felix (2011, p. 4).

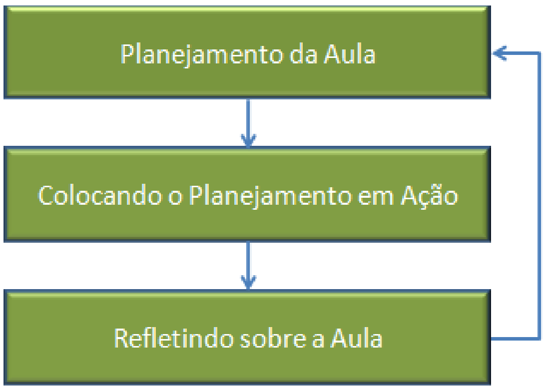
A concepção original de Lesson Study é de uma atividade de pesquisa em grupo, que envolve geralmente professores da mesma área, mas pode também envolver toda comunidade escolar. A seguir, uma breve descrição das etapas citadas anteriormente é apresentada segundo Felix (2010, p. 16).

Etapa 1: Planejamento Colaborativo: após escolhido o tema da aula, um grupo de professores se reúne para analisar uma proposta de aula de um professor que irá aplicar a aula numa turma. Os participantes trocam experiências e discutem materiais que possam sugerir melhorias na elaboração da sequência didática apresentada. Depois de elaborado o planejamento da aula, o professor aplicador estuda minuciosamente a sua aplicação antes da aula, tentando antever possíveis soluções dos alunos para o problema proposto, momentos de maior dificuldade que possam ocorrer bem como possíveis intervenções para que a aula realmente atinja seu objetivo. A execução é sempre planejada e focada na participação dos alunos.

Etapa 2: Execução da aula: depois de elaborada e discutida com o grupo, a aula é colocada em prática, devendo o professor aplicador ficar atento a cada detalhe, como dúvidas que surjam durante o desenvolvimento, tempo utilizado para aplicação, soluções criativas dos alunos e outros fatores que porventura não foram levantados no planejamento. Cabe aos outros professores que ajudaram no planejamento e outros interessados, observar a aplicação da aula, focando tanto nas reações dos alunos e suas dificuldades como a postura do professor aplicador, anotando os erros e os acertos durante a aplicação para posterior reflexão.

Etapa 3: Reflexão sobre a aula: após a aula ocorre uma avaliação em grupo, dos observadores com o professor aplicador. Na discussão são analisados o andamento da aula, a aplicação da sequência didática e os resultados obtidos pelos alunos. Ocorre uma reflexão sobre a prática docente, sobre o cumprimento dos objetivos propostos inicialmente e sugestões de melhorias ou até mesmo de mudanças na sequência didática. As críticas são baseadas nas respostas e atitudes dos alunos durante a aula. Após as discussões e reflexões é feito o replanejamento da aula**,** sempre tendo em vista a melhoria da aula, para que possa ser reaplicada pelo mesmo professor em outras turmas, ou por algum professor do grupo, ou até mesmo por outros profissionais em suas turmas, já com as melhorias apontadas. Uma vez reaplicada, voltamos à etapa de planejamento seguida de uma nova aplicação de aulas replanejadas. A figura abaixo ilustra esse ciclo.

Figura 1- O ciclo das etapas da metodologia de pesquisa de aula.



Fonte: FELIX, 2010.

Vale ressaltar que faz parte da cultura dos professores japoneses abrirem suas aulas para outros professores para compartilhamento de ideias e consequentemente para a melhoria da prática docente. Um fator que favorece essa metodologia é a parceria estabelecida entre as universidades de formação de professores e as escolas japonesas, onde a primeira oferece capacitação para professores sobre distintas metodologias de ensino e aprendizagem assim como de atualizações de conteúdo especifico.

1.3 A Pesquisa de aula no contexto brasileiro

No Brasil o corpo docente tende a ser mais individualista, sendo que a presença de outras pessoas nas aulas não é habitual e muitas vezes até rejeitada. O modelo de ensino adotado, na maioria dos casos, tende a ser a aula expositiva, onde o professor transmite o conteúdo e o aluno muitas vezes, apenas replica os algoritmos ou fórmulas apresentadas pelo professor, sendo um sujeito passivo no processo de aprendizagem, o que inviabiliza a aplicação da metodologia da mesma forma que ocorre nas escolas japonesas, necessitando então de uma adaptação para a realidade brasileira. Uma experiência pioneira no Brasil, realizada numa escola pública do Estado de São Paulo, e que mostrou resultados positivos, foi a adaptação da Metodologia de Pesquisa de Aula ao contexto brasileiro realizada por Felix (2010).

Nesta adaptação, o autor, incorpora os princípios da Metodologia original no trabalho individual do professor, propiciando ao professor uma maior compreensão da dinâmica de sala aula, e consequentemente uma melhoria na sua prática. Nessa adaptação, as etapas foram propostas da seguinte maneira: **Etapa 1: Refletir, Etapa 2: Planejar/Propor, Etapa 3: Executar e Etapa 4: Avaliar.** Felix (2010, p. 18).

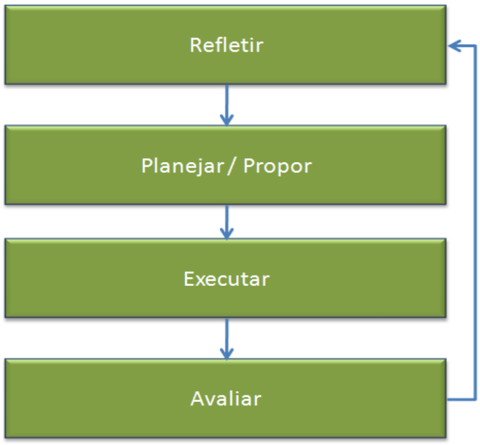
Na primeira etapa **(Refletir)** foi analisado o Currículo escolar, presente na Proposta Curricular do Estado de São Paulo e também nos fascículos recebidos pelos alunos, analisando o conteúdo matemático presente a fim de desenvolver uma sequência didática que considere o perfil da escola e de cada turma, levando em conta suas especificidades, dificuldades, o déficit de aprendizagem diagnosticado e a indisciplina.

Na segunda etapa **(Planejar/Propor)** as atividades da proposta curricular foram analisadas e adaptadas para compor a sequência didática, tendo como foco a participação efetiva do aluno na construção do seu conhecimento, e como referência a Metodologia de Resolução de problemas proposta por Polya (1995) a fim de firmar o protagonismo dos alunos nas aulas, incluindo ai as expectativas sobre o desenrolar da atividade para futura análise.

Na terceira etapa **(Executar)** apesar da impossibilidade de reunir um grupo de professores para o acompanhamento da aula, e logo a execução ter sido feita individualmente, as observações e registros feitos durante a aplicação foram objeto de análise pelo autor e orientadora, propiciando um olhar crítico sobre a prática docente, e teve como principal mudança conseguir transferir para o aluno o papel principal na construção de sua aprendizagem.

E, finalmente, a quarta etapa **(Avaliar)**, foi realizada seguindo os princípios da etapa **"Refletindo sobre a aula"**, da metodologia original. Nesta etapa o mais relevante foi a mudança de percepção do professor sobre as diferentes execuções de um mesmo planejamento em turmas distintas, bem como o aperfeiçoamento da análise dos erros, possibilitando assim uma melhora na relação professor-aluno e no aproveitamento dos alunos. Assim como na metodologia original houve uma retomada das etapas anteriores, gerando uma nova reflexão e um replanejamento das aulas, para serem aplicadas em novas turmas.

Figura 2 - Etapas da metodologia de pesquisa de aula adaptada.



Fonte: FELIX, 2010.

Para a realização do nosso trabalho seguimos as modificações trabalhadas por Felix (2010, p. 18). Inicialmente estava previsto para que um pequeno grupo de professores da Escola Estadual Mário D'Elia acompanhasse o processo de preparo e aplicação das atividades, mas por motivos diversos isso não foi possível. A alta rotatividade de professores nas escolas públicas torna difícil a formação de um grupo de pesquisa dentro da escola.

Isto mostra a grande dificuldade em disseminar a Metodologia para avançarmos no objetivo de consolidar a sua prática nas escolas no Brasil. Porém a nossa pesquisa mostra que a melhoria na prática docente individual é uma conquista valiosa para a continuidade da carreira.

1.4 A Metodologia de Pesquisa de Aula no presente trabalho

A matemática do primeiro ciclo do ensino fundamental tem ênfase nos números inteiros e suas operações e nas primeiras noções de geometria. No tocante aos números inteiros e suas operações, a operação divisão é a que apresenta uma maior dificuldade, muitas vezes considerada assim porque a maioria dos alunos não assimila os significados da mesma e em alguns casos (onde o resto é nulo) nem que ela é a operação inversa da multiplicação. A maioria sabe apenas aplicar o algoritmo da divisão, sem interpretar o que está fazendo. O enfoque de ensinar através de algoritmos e técnicas não favorece a compreensão dos significados das operações nos problemas. Em geral, os alunos foram condicionados a trabalhar dessa maneira, o que foi constatado em atividades diagnósticas realizadas contendo exercícios e problemas sobre as quatro operações.

Tendo em vista a importância da compreensão desta operação, que abre caminho para a compreensão dos números racionais (considerados uma das grandes dificuldades no segundo ciclo do ensino fundamental), partimos dos resultados dessa avaliação diagnóstica alicerçada no Currículo Oficial do Estado de São Paulo, para pesquisar e produzir as sete atividades que elaboramos para a dissertação, versando sobre os temas **divisão**, **frações** e **geometria**. Os temas escolhidos fazem parte dos conteúdos propostos no Currículo Oficial do Estado de São Paulo para o 6° ano.

1.5 A Metodologia de Resolução de Problemas

Para atingir o objetivo de aprendizagem efetiva dos alunos a escolha da metodologia para a execução das atividades planejadas é de suma importância. As atividades foram propostas como situações problema, e focadas na participação efetiva dos alunos na resolução para que eles realmente aprendam de forma autônoma e com resultados.

Segundo os PCNs (BRASIL, 1996, p. 15):

> em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividades matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos tem situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

Para Polya (1997, p. 1):

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-lo refletindo conscientemente sobre como alçar o fim, temos de resolver um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.

Para situar a aprendizagem centrada no aluno o professor deve apresentar situações problema que desafiem os alunos e provoquem sua curiosidade de modo a motivá-los a participar da resolução. Trabalhar a habilidade de desenvolver um raciocínio lógico e fazer uso eficaz dos recursos e conhecimentos disponíveis. Resolver problemas prepara o aluno para enfrentar situações, desenvolvendo a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência. A resolução de problemas é um excelente momento para apresentar ao aluno as aplicações da matemática. A oportunidade de fazer uso de conceitos matemáticos no dia a dia favorece uma atitude positiva do aluno em relação à matemática, por permitir que ele enxergue uma aplicação prática da mesma. O aluno não deve apenas efetuar mecanicamente as operações, deve compreender seus conceitos, pois só assim haverá uma aprendizagem significativa.

Para trazer essas considerações à nossa pesquisa utilizamos as ideias de Polya (1995) para a resolução de problemas. Polya considerou o processo de resolução em quatro etapas (conferir também Félix (2010)):

1ª Etapa: **compreensão do problema:** o primeiro passo é a compreensão do problema, sendo de suma importância questionamentos como: quais são os dados do problema? O que se pede no problema? Quem é a incógnita? Quais são as condições do problema? É possível satisfazê-las? As condições são suficientes para determinação da incógnita? Existem condições contraditórias? É possível separar as condições em partes?

2ª Etapa: **elaboração de uma estratégia de resolução:** nessa etapa o aluno deve fazer conexões entre os dados e a incógnita, se uma conexão não for encontrada em tempo hábil devem ser considerados problemas auxiliares para que o aluno possa verificar alguma relação não verificada de imediato. Nessa etapa as perguntas recorrentes são: Você já se deparou com algum problema parecido com este? Conhece alguma fórmula que possa ajudar? Você consegue enunciar o problema de outra maneira de forma a torná-lo mais claro? Caso conheça algum problema parecido e que consiga resolvê-lo é possível aproveitá-lo de alguma maneira? Consegue resolver alguma parte do problema? Quanto mais condições e dados forem levantados e compreendidos, mais próximo de elaborar uma estratégia adequada para a solução o aluno estará.

3ª Etapa: **execução da estratégia:** depois de elaborada, a estratégia será executada. A elaboração de estratégias errôneas obriga o aluno a voltar à etapa anterior, e elaborar uma nova estratégia para a resolução do problema. Ao executar a estratégia o aluno deve analisar cada passo, mostrando que cada um deles foi realizado corretamente. Muitas vezes estratégias erradas surgem da falta de compreensão do problema na 1ª etapa.

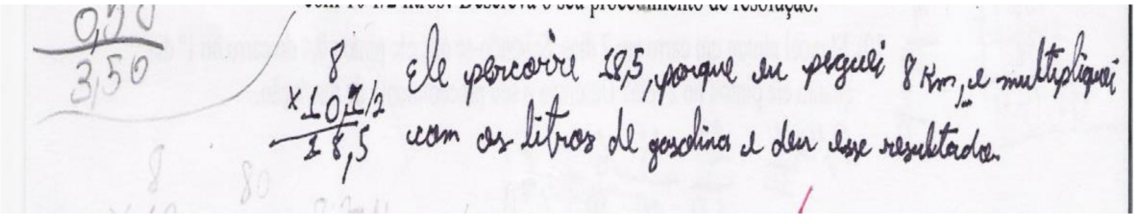
4ª Etapa: **validação da solução:** nessa etapa o aluno deve analisar a solução encontrada, os argumentos utilizados para chegar aos resultados obtidos e principalmente se a resposta é compatível com os dados iniciais do problema. Alguns outros questionamentos dessa etapa são: Você consegue encontrar a solução utilizando outra estratégia? Você consegue usar o resultado encontrado em outro problema correlato? Qual a utilidade desse resultado?

Essa etapa é a mais importante segundo Polya (1995), já que o aluno verifica a argumentação usada, simplificando-a sempre que possível e quem sabe, procura outras soluções mais simples para o problema. Por fim, a reflexão do processo de resolução, procurando descobrir a essência do problema e do método utilizado na resolução, o que pode levar o aluno à resolução de problemas mais gerais ou com uma aparência diferente.

Essa etapa serve para uma melhor avaliação da natureza do erro cometido pelo aluno. O professor deve ficar atento e verificar se o aluno está se limitando a validar a conta ou se analisa a proposta do problema como um todo. Quando se reduz à análise da conta pode não perceber o problema ocorrido durante a resolução. Abaixo segue um exemplo de um problema elaborado e trabalhado pelo autor onde o aluno propõe uma estratégia correta para sua resolução, uso da operação multiplicação, mas se confunde ao executá-la, realizando uma adição.

Eis o problema: “Um carro percorre 8 Km com 1 litro de gasolina. Quantos quilômetros percorrerá com $10\frac{1}{2}$ litros de gasolina?”.

Figura 3 - Resposta dada por um aluno ao problema proposto.



Fonte: Autor.

Percebe-se pela resposta do aluno que ele compreendeu o problema, e desenvolveu uma estratégia correta para resolução: a multiplicação. O seu erro foi justamente na execução do plano. Este erro possui uma natureza diferente de outro onde o aluno usa como estratégia a adição dos valores. Os dois alunos chegam à mesma resposta incorreta: 18,5 Km, mas o erro se apresenta em etapas diferentes: Execução da Estratégia (Etapa 3) no caso do aluno cuja resposta está registrada na figura 3 ou elaboração da estratégia (Etapa 2), no caso do aluno que pensou que uma adição dos valores resolveria o problema. Se o aluno que pensou na adição apenas validasse a sua conta ele não perceberia o erro. Uma análise mais detalhada desse problema pode ser encontrada em Baldin e Carrijo Neto (2013).

A partir da análise dos resultados observados o professor poderá modificar sempre que necessário a prática da aula a fim de torná-la mais eficaz para a aprendizagem dos alunos. Para o planejamento da aula o professor deve pesquisar dentro do conteúdo do tópico, a sequência didática e fatores que possam vir a ajudar ou dificultar na sua execução. Durante a execução deve atentar às atividades executadas pelos alunos e outras ocorrências para que após a aula possa fazer uma reflexão baseada nesses fatos ocorridos durante a aplicação, visando o aprimoramento da aula. A elaboração de problemas ou atividades que incentivam o aluno a ter um papel ativo na construção de seu próprio conhecimento permite que os alunos consigam resgatar conhecimentos prévios, e através da comunicação entre os colegas, desenvolvam a autoestima, fazendo-os acreditarem na sua criatividade, capacidade de aprender e pensar. Felix (2010) constatou na sua pesquisa que, nesse processo, os alunos adquirem um gosto maior pela matemática, e isso nos motivou a continuar a pesquisa, agora em nosso contexto escolar.

CAPÍTULO 2: ANÁLISE E REFLEXÕES SOBRE O CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

2.1 O Currículo do Estado de São Paulo

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996, p. 7), diz em seu artigo 15:

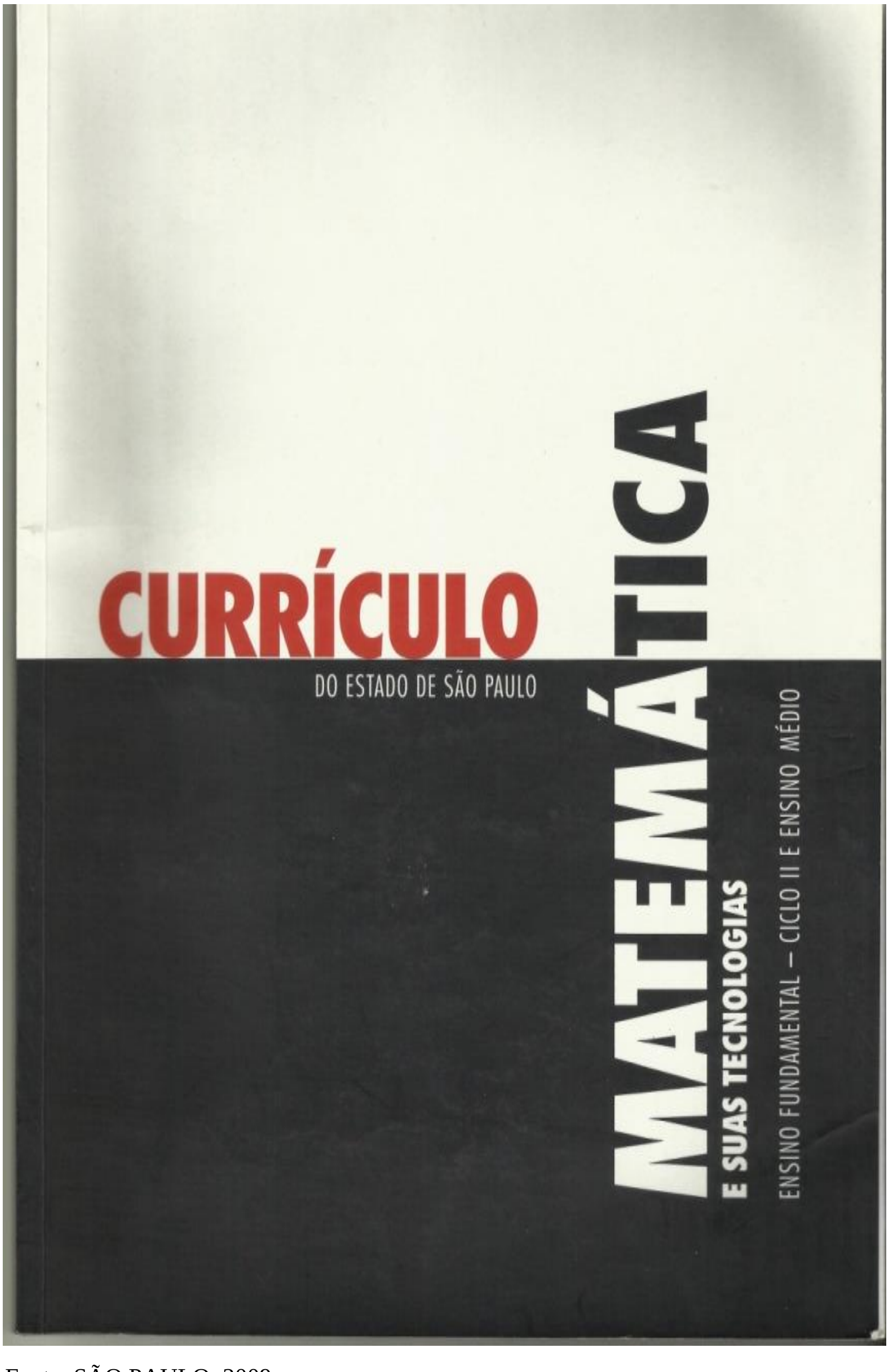
> Os sistemas de ensino assegurarão às unidades escolares públicas de educação básica que os integram progressivos graus de autonomia pedagógica e administrativa e de gestão financeira, observadas as normas gerais de direito financeiro público.

Esse grau de autonomia pedagógica é muito amplo e se mostrou mal interpretado ao longo do tempo.

Mesmo tendo uma base comum, cada unidade de ensino escolar define a sequência didática que melhor se adapta à sua realidade escolar. No caso particular da disciplina de Matemática, alguns tópicos, que porventura tivessem sido deixados para o final do ano letivo, e, por motivos diversos, não fossem explorados no ano escolar em que deveriam, são postergados para o ano seguinte e sua retomada nem sempre é planejada ou adequada, mesmo na própria unidade escolar, "amparada" por autonomia pedagógica. Essa autonomia traz prejuízos para os alunos, tanto para os alunos da própria escola quanto para alunos transferidos de escola, que dificilmente encontram na nova escola uma grade igual à da escola anterior.

Visando amenizar esses percalços, a Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP), no ano de 2008, lançou uma Proposta Curricular para organizar o ensino no Estado e que em 2009 se tornou o Currículo Oficial das escolas públicas do Estado de São Paulo.

Figura 4 - Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e suas tecnologias – Ensino fundamental ciclo II e ensino médio



Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Como o foco dessa dissertação é o 6º ano do ensino fundamental, apresentamos os conteúdos e as habilidades contidos no currículo para o referido ano.

Figura 5 - Quadro de conteúdos e habilidades de Matemática – 5ª Série/6° Ano do Ensino Fundamental, primeiro e segundo bimestre. Fonte: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2009.

Quadro de conteúdos e habilidades de Matemática

5ª série/6º ano do Ensino Fundamental		
	Conteúdos	**Habilidades**
1º Bimestre	**Números** Números naturais • Múltiplos e divisores • Números primos • Operações básicas (+, −, . , ÷) • Introdução às potências Frações • Representação • Comparação e ordenação • Operações	• Compreender as principais características do sistema decimal: significado da base e do valor posicional • Conhecer as características e propriedades dos números naturais: significado dos números primos, de múltiplos e de divisores • Saber realizar operações com números naturais de modo significativo (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação) • Compreender o significado das frações na representação de medidas não inteiras e da equivalência de frações • Saber realizar as operações de adição e subtração de frações de modo significativo
2º Bimestre	**Números/Relações** Números decimais • Representação • Transformação em fração decimal • Operações Sistemas de medida • Medidas de comprimento, massa e capacidade • Sistema métrico decimal: múltiplos e submúltiplos da unidade	• Compreender o uso da notação decimal para representar quantidades não inteiras, bem como a ideia de valor posicional • Saber realizar e compreender o significado das operações de adição e subtração de números decimais • Saber transformar frações em números decimais e vice-versa • Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais; conhecer diversos sistemas de medidas • Conhecer as principais características do sistema métrico decimal: unidades de medida (comprimento, massa, capacidade) e transformações de unidades

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 6 - Quadro de conteúdos e habilidades de Matemática – 5ª Série/6° Ano do Ensino Fundamental, terceiro e quarto bimestre.

5ª série/6º ano do Ensino Fundamental		
	Conteúdos	**Habilidades**
3º Bimestre	**Geometria/Relações** Formas geométricas • Formas planas • Formas espaciais Perímetro e área • Unidades de medida • Perímetro de uma figura plana • Cálculo de área por composição e decomposição • Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas	• Saber identificar e classificar formas planas e espaciais em contextos concretos e por meio de suas representações em desenhos e em malhas • Saber planificar figuras espaciais e identificar figuras espaciais a partir de suas planificações • Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras • Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas, bem como utilizá-la em construções geométricas elementares
4º Bimestre	**Números/Relações** Estatística • Leitura e construção de gráficos e tabelas • Média aritmética • Problemas de contagem	• Compreender informações transmitidas em tabelas e gráficos • Saber construir gráficos elementares (barras, linhas, pontos) utilizando escala adequada • Saber calcular, interpretar e utilizar informações relacionadas às medidas de tendência central (média, mediana, moda) • Saber utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem • Compreender a ideia do princípio multiplicativo de contagem

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

O quadro abaixo (presente no final do caderno do professor), elenca todos os conteúdos de matemática do ensino fundamental ciclo 2 divididos por série/bimestre e nos apresenta uma visão global do currículo, ou seja, a Matemática como um todo, destacando a relação dos conteúdos estudados em um bimestre com os estudados em outros bimestres ou ano. Esse quadro é de suma importância para o professor, já que com ele, é possível enxergar como o currículo se conecta, mostrando a Matemática escolar como um todo e uma preocupação com a continuidade dos conteúdos.

Figura 7: Quadro de conteúdos de Matemática por série/bimestre do Ensino Fundamental.

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA POR SÉRIE/BIMESTRE DO ENSINO FUNDAMENTAL

	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série
1º bimestre	NÚMEROS NATURAIS - Múltiplos e divisores. - Números primos. - Operações. - Introdução às potências. FRAÇÕES - Representação. - Comparação e ordenação. - Operações.	NÚMEROS NATURAIS - Sistemas de numeração na Antiguidade. - O sistema posicional decimal. NÚMEROS INTEIROS - Representação. - Operações. NÚMEROS RACIONAIS - Representação fracionária e decimal. - Operações com decimais e frações.	NÚMEROS RACIONAIS - Transformação de decimais finitos em fração. - Dízimas periódicas e fração geratriz. POTENCIAÇÃO - Propriedades para expoentes inteiros. - Problemas de contagem. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - A linguagem das potências.	NÚMEROS REAIS - Conjuntos numéricos. - Números irracionais. - Potenciação e radiciação em $\mathbb{R}$. - Notação científica.
2º bimestre	NÚMEROS DECIMAIS - Representação. - Transformação em fração decimal. - Operações. SISTEMAS DE MEDIDAS - Comprimento, massa e capacidade. - Sistema métrico decimal.	GEOMETRIA/MEDIDAS - Ângulos. - Polígonos. - Circunferência. - Simetrias. - Construções geométricas. - Poliedros.	EXPRESSÕES ALGÉBRICAS - Equivalências e transformações de expressões algébricas. - Produtos notáveis. - Fatoração algébrica.	ÁLGEBRA - Equações de 2º grau: resolução e problemas. - Noções básicas sobre funções; a ideia de interdependência. - A ideia de variação. - Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e 2º graus.
3º bimestre	GEOMETRIA/MEDIDAS - Formas planas e espaciais. - Noção de perímetro e área de figuras planas. - Cálculo de área por composição e decomposição.	NÚMEROS/ PROPORCIONALIDADE - Proporcionalidade direta e inversa. - Razões, proporções, porcentagem. - Razões constantes na geometria: π. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - Gráficos de setores. - Noções de probabilidade.	ÁLGEBRA/EQUAÇÕES - Equações de 1º grau. - Sistemas de equações e resolução de problemas. - Inequações de 1º grau. - Sistemas de coordenadas (plano cartesiano).	GEOMETRIA/MEDIDAS - Proporcionalidade, noção de semelhança. - Relações métricas em triângulos retângulos. - Razões trigonométricas.
4º bimestre	TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - Leitura e construção de gráficos e tabelas. - Média aritmética. - Problemas de contagem.	ÁLGEBRA - Uso de letras para representar um valor desconhecido. - Conceito de equação. - Resolução de equações. - Equações e problemas.	GEOMETRIA/MEDIDAS - Teoremas de Tales e Pitágoras: apresentação e aplicações. - Área de polígonos. - Volume do prisma.	GEOMETRIA/MEDIDAS - O número π; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo. - Volume e área do cilindro. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - Contagem indireta e probabilidade.

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

O currículo do estado norteou então a escolha das atividades para desenvolver o trabalho de dissertação.

2.2 O Caderno do Aluno

O caderno do aluno foi lançado pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE/SP) em 2009 com o objetivo de apoiar os professores, como citado no caderno do professor volume 3 do 6º ano do ensino fundamental: “O objetivo dos Cadernos sempre será o de apoiar os professores em suas práticas de sala de aula...” (SÃO PAULO, 2009, p. 5).

Um fato preocupante, percebido nos meios escolares em geral, é que alguns docentes entenderam erroneamente essa recomendação e passaram a usá-lo como único material, abandonando o livro didático. No nosso caso o livro foi usado como referencial teórico e para dar suporte ao aluno em atividades passadas para casa. O uso do caderno do aluno como material único empobrece o ensino, uma vez que ele não contempla tudo que deveria. Ao utilizar de forma linear as sugestões de atividades contidas neste caderno, o aluno não se motiva, e o mesmo passa a procurar as respostas das atividades propostas com colegas dos anos anteriores, ou mesmo na internet, onde as mesmas são acessíveis. O uso das atividades propostas deve ser feito de forma planejada com antecedência, já que o mesmo não traz referencial teórico dos conteúdos trabalhados, necessitando uma intervenção do professor. Também, muitas vezes o caderno traz apenas exercícios para treino de algoritmos. Isto não quer dizer que os algoritmos e exercícios não sejam importantes, mas apenas aplicar um algoritmo não desenvolve o pensamento matemático do aluno. O tratamento que privilegia a aplicação de algoritmos fica evidente no caderno do aluno volume 2 do 6º ano do ensino fundamental, quando aborda a adição e subtração de números decimais. As atividades presentes no caderno do aluno que contemplam tal tema são de aplicações de algoritmos, como podemos ver nas figuras abaixo.

Figura 8 - Operação com decimais. Página 28 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 2.

Operações com decimais

15. Efetue as operações entre as frações decimais. Transforme-as em frações equivalentes de mesmo denominador.

a) $\frac{7}{100} + \frac{15}{1\,000} =$

b) $\frac{3}{10} - \frac{18}{100} =$

28

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 9 - Operação com decimais. Página 29 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 2.

c) $\frac{25}{100} + \frac{2}{10} + \frac{15}{1\,000} =$

d) $1 - \frac{2}{100} =$

e) $2 + \frac{7}{10} - \frac{35}{100} =$

f) $\frac{12}{10} + \frac{5}{100} - 1 =$

16. Usando a linguagem mista, faça as transformações para as mesmas unidades e efetue as operações. Veja o exemplo:

32 décimos + 4 centésimos =

320 centésimos + 4 centésimos = 324 centésimos

a) 8 décimos + 7 centésimos =

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 10 - Operação com decimais. Página 30 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 2.

Matemática - 5ª série/6º ano - Volume 2

b) 5 milésimos + 12 centésimos =

c) 3 unidades – 18 décimos =

d) 3 unidades – 48 centésimos =

e) 2 unidades + 15 décimos – 240 centésimos =

30

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 11 - Operação com decimais. Página 31 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 2.

Matemática - 5ª série/6º ano - Volume 2

LIÇÃO DE CASA

17. Efetue as operações a seguir, igualando as casas decimais:

a) 12,15 + 4,8 =

b) 1,58 + 2,761 =

c) 5 – 0,345 =

d) 0,012 + 0,12 + 1,2 =

e) 3,826 – 1,03 =

31

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Uma sugestão seria começar com exercícios onde são aplicados os algoritmos/técnicas de resolução (que podem ser os exercícios presentes no caderno do aluno e listados acima) seguidos de situações problemas mais diversificadas, onde o aluno precisaria além da técnica, de uma estratégia de resolução que consolide a compreensão conceitual, como o problema listado no exemplo abaixo, elaborado e trabalhado pelo autor em suas aulas, ou outro similar:

Carlos foi ao supermercado e comprou um pacote de bolacha por R$ 2,35 e um pacote de pipoca doce por R$ 2,85. Pagou com uma nota de R$ 10,00. Quanto ele gastou? Quanto recebeu de troco?

No referido problema o aluno além de dominar os algoritmos da adição e da subtração de números decimais deve ler o problema e perceber que o mesmo é resolvido fazendo uso dessas duas operações e encontra uma situação para aplicar os algoritmos estudados.

Algumas atividades tratadas no caderno, a nosso ver, são atividades desconectadas dos objetivos propostos para o 6º ano do ensino fundamental e não deveriam ter a relevância que têm no caderno do aluno. Por exemplo, a Atividade 1 da Situação de Aprendizagem 1 do caderno do aluno do 6° Ano do Ensino Fundamental, presente nas páginas de 3 a 6 do mesmo caderno. Tal situação de aprendizagem tem como tema: “O sistema de numeração decimal e suas operações” e o título da atividade é “Contando de diferentes maneiras”. Trata-se de uma atividade de experimentação onde os alunos recebem duas caixas, uma com certa quantidade de pedrinhas e outra vazia. O objetivo é fazer a contagem das pedrinhas sem usar o sistema de numeração decimal, usando outra base, como mostrada abaixo:

Figura 12 - Situação de Aprendizagem 1: O sistema de numeração decimal e suas operações. Página 3 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 1.

Matemática - 5ª série/6º ano - Volume 1

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1
O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL
E SUAS OPERAÇÕES

Contando de diferentes maneiras

1. ***Experimentação***

Contexto: Gabriel tem 9 anos. Maria tem 3 irmãs. Minha classe tem 16 meninas e 20 meninos. Faltam 2 meses para o aniversário de minha irmã. Meu amigo tem 12 lápis de cores diferentes. Muitas são as situações do nosso cotidiano que envolvem uma contagem. Estamos tão habituados ao ato de contar que nem nos damos conta de como esse processo realmente acontece. Além disso, usamos os algarismos do nosso sistema de numeração como se fosse uma coisa natural, sem nos questionarmos se poderia haver outras formas de representação das quantidades e dos valores.

Contamos de dez em dez, provavelmente porque temos um total de dez dedos nas duas mãos. Mas, será que isso poderia ser diferente? Se tivéssemos quatro dedos em cada mão, nosso sistema de numeração seria diferente? Seria mais vantajoso contar de cinco em cinco em vez de dez em dez? Para tentar responder a essas perguntas, vamos propor uma atividade prática envolvendo diferentes maneiras de contar.

Objetivo: contar o número de pedrinhas contidas em uma caixa sem usar o sistema de numeração decimal. Para isso, deverá ser usada outra forma de contagem (de quatro em quatro, de seis em seis, etc.) que não a decimal (de dez em dez). Também será necessário o uso de outros símbolos para fazer o registro dessa contagem.

Materiais: duas caixas de papelão, pedrinhas ou qualquer outro objeto de fácil manipulação (bolinhas de isopor, bolinhas de gude, etc.) e uma tabela para registro da contagem.

© Conexão Editorial

3

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 13 - Situação de Aprendizagem 1: O sistema de numeração decimal e suas operações. Página 4 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 1.

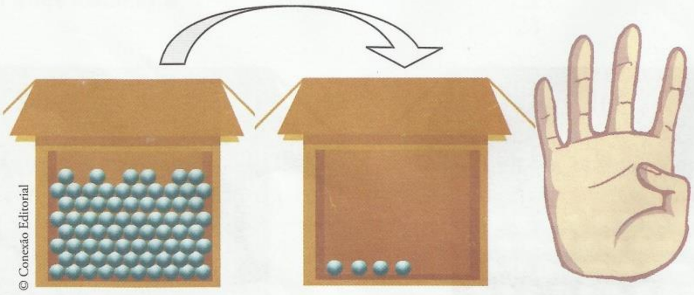
Tabela de contagem	Grupos formados por ___ grupos de ___ unidades	Grupos de ___ unidades	Unidades
Registro de contagem			
Resultado			

Desenvolvimento: a classe será dividida em quatro grupos. Cada grupo receberá uma caixa contendo certo número de pedrinhas e uma caixa vazia. Eles devem contar as pedrinhas da seguinte maneira: *Grupo 1* – de cinco em cinco pedrinhas; *Grupo 2* – de seis em seis pedrinhas; *Grupo 3* – de sete em sete pedrinhas; *Grupo 4* – de oito em oito pedrinhas.

Transporte: um aluno de cada grupo será responsável por transportar, uma a uma, as pedrinhas da caixa cheia para a caixa vazia.

Contagem manual: outros três alunos deverão fazer a contagem usando os dedos da mão. Cada pedrinha transportada corresponderá a um dedo levantado. Só poderá ser usado o número de dedos equivalente aos agrupamentos da contagem.

Exemplo: se a contagem for feita de quatro em quatro unidades, os alunos só poderão usar quatro dedos da mão no processo de contagem.



Para cada pedrinha transportada, levanta-se um dedo. Quando completar quatro dedos, o próximo aluno levanta um dedo, indicando a contagem de um agrupamento de quatro unidades. O primeiro aluno inicia a contagem novamente. Quando o segundo aluno levantar os quatro dedos, o terceiro aluno entra em ação levantando um dedo, indicando a contagem de um agrupamento maior, equivalente a quatro agrupamentos de quatro unidades.

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 14 - Situação de Aprendizagem 1: O sistema de numeração decimal e suas operações. Página 5 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 1.

Registro: um aluno será responsável pelo registro da contagem em uma tabela específica. A tabela estará dividida em três colunas, uma para cada tipo de agrupamento. No exemplo anterior (contagem de quatro em quatro), o registro funcionaria assim:

Para cada pedrinha contada, marca-se um traço vertical (|) na coluna da direita. Quando completar quatro traços, esses devem ser riscados (~~||||~~) e substituídos por um traço vertical na coluna seguinte. Inicia-se novamente o processo até completar, novamente, os quatro traços verticais. O mesmo ocorre na coluna do meio. Quatro traços verticais devem ser riscados e substituídos por um traço vertical na coluna da esquerda. Veja como ficaria o registro e a contagem de 31 pedrinhas em agrupamentos de quatro em quatro:

Tabela de contagem	Grupos formados por quatro grupos de quatro unidades	Grupos de quatro unidades	Unidades
Registro de contagem	|	~~||||~~ |||	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ |||
Resultado	1 grupo de 4 . 4 = 16	3 grupos de 4 = 12	3 unidades = 3

O **resultado** da contagem deve ser escrito da seguinte maneira: o número de traços verticais não riscados, da esquerda para a direita, colocados entre parênteses. Em seguida, o número da base utilizada na contagem. Chamamos base o tipo de agrupamento utilizado na contagem. No exemplo anterior, obtivemos 1 agrupamento de 4 . 4, 3 agrupamentos de 4 e 3 unidades. Assim, o resultado será escrito como $(133)_4$, isto é, 133 na base 4. Para saber quanto isso significa, na base decimal, basta fazer as contas: $1 . (4 . 4) + 3 . 4 + 3 . 1 = 16 + 12 + 3 = 31$, ou seja, 31 pedrinhas.

Agora é a sua vez. Organize as tarefas entre os membros do seu grupo e registre a contagem das pedrinhas na tabela. Todos os grupos receberam o mesmo número de pedrinhas. Ao final da contagem, o professor organizará uma rodada para que cada grupo apresente o resultado da sua contagem. Preencha a tabela a seguir com os resultados obtidos pelos outros grupos.

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

Figura 15 - Situação de Aprendizagem 1: O sistema de numeração decimal e suas operações. Página 6 do Caderno do Aluno, Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano, Volume 1.

Matemática - 5ª série/6º ano - Volume 1

Grupos/Base	Resultado	Resultado na base dez
Grupo 1/Base cinco		
Grupo 2/Base seis		
Grupo 3/Base sete		
Grupo 4/Base oito		

Fonte: SÃO PAULO, 2009.

O 6º Ano é um ano de revisão para consolidação do conhecimento apresentado no ciclo I que o professor precisa resgatar e detectar as falhas para corrigi-las. A inserção de outras bases é uma sofisticação que não condiz com esse momento de consolidação, já que o foco é o sistema de numeração decimal e suas operações, ressaltando o fato do mesmo ser um sistema posicional com importância nos algoritmos usados para a realização de suas operações.

No nosso caso, a referida atividade não foi trabalhada, e esta escolha se justifica tomando por base que o trabalho com outras bases não é apresentado em nenhum documento oficial (nem nos quadros de conteúdos e habilidades das figuras 5 e 6 das páginas 16 e 17 e nem na matriz de referência do SARESP mostrada abaixo) como conteúdo a ser trabalhado no 6º ano.

Figura 16 - Matriz de Referência do Saresp 2009, Tema 1 – Números, operações, funções e iniciação à Álgebra.

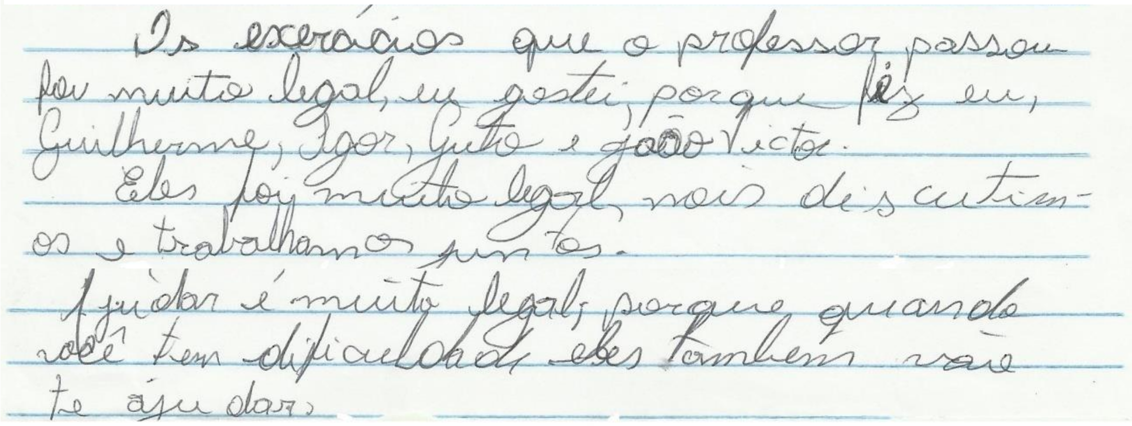
	COMPETÊNCIAS DO SUJEITO		
	GRUPO I Competências para observar	GRUPO II Competências para realizar	GRUPO III Competências para compreender
OBJETOS DO CONHECIMENTO (CONTEÚDOS) Tema 1 – Números, operações, funções, iniciação à Álgebra	H01 Reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base, valor posicional. H04 Representar medidas não inteiras utilizando frações. H06 Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal. H08 Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.	H05 Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de frações. H07 Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais. H09 Efetuar cálculos com potências. H10 Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais. H11 Efetuar cálculos com adição, subtração, multiplicação e divisão com negativos. H12 Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e, vice-versa. H14 Resolver equações do 1º grau.	H02 Estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos. H03 Resolver problemas que envolvam as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão). H13 Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração). H15 Expressar e resolver problemas por meio de equações.

Fonte: Matriz de Referência do Saresp (2009, p. 72).

A decisão foi tomada baseada na autonomia pedagógica, para potencializar a proposta pedagógica para consolidar o sistema de numeração decimal trabalhando conjuntamente novas práticas, que são focos da nossa pesquisa.

O quadro "O que eu aprendi...", presente ao final de cada situação de aprendizagem deve ter seu uso estimulado pelo professor, já que os registros feitos nele pelos alunos são um excelente indicativo para que o professor verifique a aprendizagem por parte dos alunos, analisando quais conceitos foram realmente assimilados e quais precisam ser mais trabalhados, sendo uma fonte riquíssima para o professor verificar a aprendizagem ou a motivação dos alunos e tomar decisões sobre retomada de conteúdos, estratégias de trabalho e recuperação. Abaixo segue um exemplo de uso desse quadro.

Figura 17 - Exemplo de “o que aprendi”



Os exercícios que o professor passou foi muito legal, eu gostei, porque fêz eu, Guilherme, Igor, Guto e joão Victor.
Eles foi muito legal, nois discutimos e trabalhamos juntos.
Ajudar é muito legal, porque quando você tem dificuldade eles também vai te ajudar.

Fonte: Autor.

Percebemos pelas palavras do aluno a motivação por trabalhar em grupo e a importância do trabalho em grupo, o que corrobora a nossa pesquisa metodológica e a decisão de adotar tal forma de trabalho.

CAPÍTULO 3: O PERFIL DAS TURMAS E O PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES APLICADAS

3.1 Perfis da escola e das turmas

As atividades foram aplicadas na Escola Estadual Mário D'Elia, a escola está localizada próxima à região central de Franca, interior de São Paulo. A escola possui 24 turmas, atendendo cerca de mil alunos em dois períodos, manhã e tarde e a maioria de seus professores são efetivos. Tida como uma referência na cidade e com um IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo) superior às médias do município, Diretoria de Ensino e do Estado, como podemos verificar nos quadros abaixo, a escola tem uma grande procura por vagas, possuindo uma lista de espera, no início do ano, de mais de quinhentos nomes e, destes, cerca de 70% são para vagas no 6° Ano. O objeto de estudo desta dissertação foram as turmas dos 6° Anos A/B, nos anos de 2011 e 2012.

3.1.1 Turmas de 2011

Como podemos perceber pelas tabelas abaixo a escola apresenta um melhor desempenho quando comparada com Coordenadoria, Diretoria de Ensino, Município e Estado como mostrado na figura 18, mas também podemos perceber pela tabela da figura 19 que a maioria dos alunos tanto do 9° ano do ensino fundamental (79,19%) quanto da 3ª série do ensino médio (86,13%) se encontram nos níveis abaixo do básico ou básico pela classificação feita pela Secretaria de Educação.

Figura 18 - Indicadores da Escola (IDESP 2010).

IDESP 2010 – INDICADORES DA ESCOLA

	Indicadores de Desempenho		Indicador de Desempenho	Indicador de Fluxo	IDESP 2010
	Língua Portuguesa	Matemática			
5º ano EF					
9º ano EF	3,9603	3,4903	3,73	0,9749	3,64
3ª série EM	4,5250	2,8223	3,67	0,9346	3,43

IDESP 2010 - REDE ESTADUAL

	5º ano EF	9º ano EF	3ª série EM
Escola		3,64	3,43
Coordenadoria	4,48	2,75	2,01
Diretoria	5,27	2,99	2,03
Município	5,33	3,05	2,05
Estado	3,96	2,52	1,81

Fonte: SÃO PAULO, 2011.

Figura 19 - Distribuição dos alunos da escola Mário D’Elia por níveis de desempenho em 2010.

IDESP 2010 – DISTRIBUIÇÃO POR NÍVEIS DE DESEMPENHO

		Abaixo do Básico	Básico	Adequado	Avançado
5º ano EF	Língua Portuguesa				
	Matemática				
9º ano EF	Língua Portuguesa	0,1409	0,5570	0,2752	0,0268
	Matemática	0,1745	0,6174	0,1946	0,0134
3ª série EM	Língua Portuguesa	0,1606	0,3577	0,4453	0,0365
	Matemática	0,3139	0,5474	0,1168	0,0219
		Insuficiente	Suficiente		Avançado

Fonte: SÃO PAULO, 2011.

A escola recebe, em sua maioria, alunos provenientes da Escola Estadual Professora Amália Pimentel, escola esta que funciona em período integral.

Podemos perceber pelos quadros abaixo que nossa principal clientela provém de uma escola que apresenta um desempenho melhor apenas que a média do Estado, com médias abaixo das da Coordenadoria, Diretoria de Ensino e Município, o que mostra que devemos ter um olhar mais cuidadoso com o aprendizado desses alunos.

Figura 20 - Indicadores da Escola Professora Amália Pimentel (IDESP 2010).

IDESP 2010 – INDICADORES DA ESCOLA

	Indicadores de Desempenho		Indicador de Desempenho	Indicador de Fluxo	IDESP 2010
	Língua Portuguesa	Matemática			
5º ano EF	4,3780	4,5447	4,46	0,9967	4,45
9º ano EF					
3ª série EM					

IDESP 2010 - REDE ESTADUAL

	5º ano EF	9º ano EF	3ª série EM
Escola	4,45		
Coordenadoria	4,48	2,75	2,01
Diretoria	5,27	2,99	2,03
Município	5,33	3,05	2,05
Estado	3,96	2,52	1,81

Fonte: SÃO PAULO, 2011.

Figura 21 - Distribuição dos alunos da escola Professora Amália Pimentel por níveis de desempenho em 2010.

IDESP 2010 – DISTRIBUIÇÃO POR NÍVEIS DE DESEMPENHO

		Abaixo do Básico	Básico	Adequado	Avançado
5º ano EF	Língua Portuguesa	0,1791	0,4478	0,2537	0,1194
	Matemática	0,1061	0,5152	0,2879	0,0909
9º ano EF	Língua Portuguesa				
	Matemática				
3ª série EM	Língua Portuguesa				
	Matemática				
		Insuficiente	Suficiente		Avançado

Fonte: SÃO PAULO, 2011.

3.1.2 6º Ano A do ano de 2011

Nessa turma encontramos desde alunos mais participativos, que já possuem um gosto pela matemática, até alguns alunos que apresentam um déficit bastante acentuado em relação ao conhecimento de conteúdos das séries iniciais, como ficou constatado em avaliações diagnósticas aplicadas. No geral é uma turma participativa e apresenta poucas situações de indisciplina.

3.1.3 6º Ano B do ano de 2011

Na turma do 6º ano B do ano de 2011 encontramos um número maior de alunos que apresentam dificuldade com os conteúdos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, o que é agravado pelo fato de ser uma turma mais falante, o que causa algumas situações de indisciplina.

3.1.4 Turmas de 2012

Como no ano de 2011, nossa principal clientela continuou sendo os alunos provenientes da Escola Estadual Professora Amália Pimentel. Abaixo seguem os indicadores das duas escolas (Mário D'Elia e Professora Amália Pimentel).

Figura 22 - Indicadores da Escola Mário D'Elia (IDESP 2011).

IDESP 2011 – INDICADORES DA ESCOLA

	Indicadores de Desempenho		Indicador de Desempenho	Indicador de Fluxo	IDESP 2011
	Língua Portuguesa	Matemática			
5º ano EF					
9º ano EF	3,8173	3,4477	3,63	0,9626	3,49
3ª série EM	4,5150	2,6363	3,58	0,9440	3,38

IDESP 2011 - REDE ESTADUAL

	5º ano EF	9º ano EF	3ª série EM
Escola		3,49	3,38
Coordenadoria	4,77	2,80	1,98
Diretoria	5,65	2,85	2,02
Município	5,71	2,94	2,05
Estado	4,24	2,57	1,78

Fonte: SÃO PAULO, 2012.

Figura 23 - Distribuição dos alunos da escola Mário D'Elia por níveis de desempenho.

IDESP 2011 – DISTRIBUIÇÃO POR NÍVEIS DE DESEMPENHO

		Abaixo do Básico	Básico	Adequado	Avançado
5º ano EF	Língua Portuguesa				
	Matemática				
9º ano EF	Língua Portuguesa	0,2308	0,4701	0,2222	0,0769
	Matemática	0,2564	0,4957	0,2051	0,0427
3ª série EM	Língua Portuguesa	0,1455	0,3727	0,4636	0,0182
	Matemática	0,3273	0,5545	0,1182	0,0000

Fonte: SÃO PAULO, 2012.

Figura 24 - Indicadores da Escola Professora Amália Pimentel (IDESP 2011).

	Indicadores de Desempenho		Indicador de Desempenho	Indicador de Fluxo	IDESP 2011
	Língua Portuguesa	Matemática			
5º ano EF	4,9550	4,6673	4,81	0,9846	4,74
9º ano EF					
3ª série EM					

IDESP 2011 - REDE ESTADUAL

	5º ano EF	9º ano EF	3ª série EM
Escola	4,74		
Coordenadoria	4,77	2,80	1,98
Diretoria	5,65	2,85	2,02
Município	5,71	2,94	2,05
Estado	4,24	2,57	1,78

Fonte: SÃO PAULO, 2012.

Figura 25 - Distribuição dos alunos da escola Professora Amália Pimentel por níveis de desempenho em 2011.

IDESP 2011 – DISTRIBUIÇÃO POR NÍVEIS DE DESEMPENHO

		Abaixo do Básico	Básico	Adequado	Avançado
5º ano EF	Língua Portuguesa	0,0946	0,3919	0,4459	0,0676
	Matemática	0,1733	0,3733	0,3333	0,1200
9º ano EF	Língua Portuguesa				
	Matemática				
3ª série EM	Língua Portuguesa				
	Matemática				

Fonte: SÃO PAULO, 2012.

Fazendo um comparativo com o ano anterior, percebemos uma queda no Idesp da Escola Mário D'Elia e uma melhora no índice da escola Professora Amália Pimentel, mas ainda assim, ficando abaixo da Coordenadoria, da Diretoria e do Município. Apesar da melhora apresentada no índice, o que se percebe em relação às turmas de 2012 é um desinteresse maior e um menor conhecimento do conteúdo do Ciclo I quando comparada com a turma de 2011, principalmente no 6º ano B.

3.1.5 6º Ano A do ano de 2012

Turma bastante heterogênea, onde há alunos que possuem um gosto pela matemática e são bastante participativos, mas há outros que não demonstram interesse pela matemática, porém sem gerar indisciplina.

3.1.6 6º Ano B do ano de 2012

Turma com um grande número de alunos que apresentam problemas de alfabetização e não apresentam interesse pelas aulas de matemáticas ou por aulas de outras disciplinas. Apresenta muitos alunos com sérias dificuldades em conteúdos das séries iniciais do ensino fundamental I. A turma é tida como indisciplinada.

CAPÍTULO 4: O PLANEJAMENTO E A APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES PLANEJADAS

4.1 Planejamento das atividades

As atividades foram propostas na forma de situações problema, levando em consideração o perfil das turmas e o currículo oficial do Estado de São Paulo. Foram planejadas para serem realizadas em duplas ou em grupos para envolver a classe, estimulando a aprendizagem participativa. Isso torna possível ao professor observar e fazer as anotações para apreciação posterior da orientadora, o que não seria possível em uma aula meramente expositiva.

4.1.1 Atividade 1

Tema: As operações de multiplicação e divisão exata, sistema decimal posicional;

Objetivo: participação dos alunos na construção de seu próprio conhecimento de tal maneira que consolidem o entendimento da representação posicional no sistema de numeração decimal e compreendam a multiplicação e a divisão exata como operações inversas;

Problema: Joãozinho quer descobrir a senha de um cofre e para isso ele precisa decifrar um enigma. Consta que a senha do cofre é a sequência de letras ACBFDEC, onde cada letra representa um numeral. Eis o enigma:

63 : 7 = A

B35 : 5 = 147

1722 : 14 = 1D3

1C1E : 8 = 239

109F6 : 12 = A13

a) Determine o valor de cada uma das letras. Justifique cada passo.
b) Para conferência utilize ABCDF : EF = 3A17
c) Qual é a senha do cofre?

Planejamento da atividade: a atividade é planejada para ser trabalhada em grupos com quatro ou cinco alunos cada, planejando o desenvolvimento de modo a propiciar a vivência das etapas da resolução de problemas pelos próprios alunos.

1ª Etapa (Compreensão do problema): será pedido aos alunos que façam a leitura atenta do enunciado do problema, dando espaço para que discutam sobre o enunciado e exponham o que entenderam e o que não entenderam da situação apresentada.

2ª Etapa (Elaboração de uma estratégia de resolução): após a discussão sobre o entendimento do problema o aluno deverá elaborar uma estratégia para resolução. Nesta etapa o professor circulará entre os grupos, para verificar as estratégias escolhidas. Para esta atividade será esperado que os alunos adotem como estratégia de resolução, as operações divisão exata para a descoberta dos numerais representados pelas letras A e D e a multiplicação para a descoberta dos numerais representados pelas demais letras e uma ou outra no item de conferência.

3ª Etapa (Execução): nesta etapa o aluno colocará em prática a estratégia (operação escolhida) e após sua execução, será pedido que um representante de cada grupo vá até a lousa e exponha sua ideia, socializando-a com a classe, já que o objetivo principal da atividade é a participação do aluno na construção de seu conhecimento.

4ª Etapa (Validação): nessa etapa o aluno deverá verificar se sua solução é compatível com o enunciado, e para isso será preciso que perceba a multiplicação e a divisão exata como operações inversas, ou seja, para conferir se a divisão está correta ele deverá efetuar uma multiplicação e vice versa, e que ao fazer as operações perceba o valor posicional dos algarismos e consolide que o sistema de numeração decimal é um sistema posicional.

Após a aplicação e discussão das respostas o professor será capaz de analisar se realmente houve o aprendizado, ou seja, se os alunos conseguiram chegar ao objetivo proposto, se será necessário modificar a atividade para futuras aplicações, ou ainda se serão necessárias outras atividades com o mesmo objetivo para aparar as arestas pendentes.

Material: folha impressa contendo o referido problema.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada.

Aplicação: A atividade foi aplicada no dia 15 de abril de 2011. A duração da aplicação foi de duas aulas de 50 minutos. Inicialmente estava previsto para que mais pessoas assistissem a aplicação da atividade, mas devido a outros compromissos não foi possível. Este é um problema que precisamos enfrentar para que a metodologia de Lesson Study seja efetivamente introduzida e aproveitada pelas escolas brasileiras.

Primeira turma 6º ano A:

Foi difícil ter a atenção dos alunos para o início da atividade, já que, uma aluna da sala anunciou nesse dia que estaria mudando de cidade, o que abalou muito o emocional de algumas alunas, que choravam muito pela “perda” da amiga. Passados alguns minutos a classe acalmou e a folha com a atividade foi entregue.

Antes de tudo, foi pedido aos alunos que lessem a atividade proposta e discutissem sobre o enunciado do problema, conforme a primeira etapa da Metodologia de Resolução de Problemas. Então surgem os primeiros questionamentos:

Aluno: “Como faço para justificar?”.

Professor: “Responda por que pensou nisso ou porque fez tal cálculo”.

Nesse momento houve muita reclamação por parte dos alunos, por não estarem acostumados a fazer isso em séries anteriores e por acharem que não era preciso, já que fizeram os cálculos necessários. Surgiu também uma pergunta que eu não esperava:

Aluno 1: “O que é um numeral professor? ”.

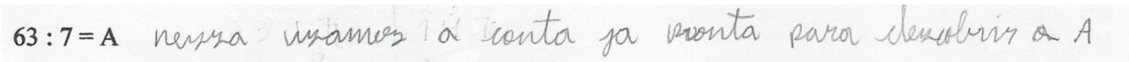
Neste momento outro aluno do mesmo grupo respondeu:

Aluno: “É: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9”.

Nesse momento fiquei feliz com o que ouvi, pois como planejado inicialmente, um dos intuitos da atividade era que os próprios alunos respondessem as perguntas dos outros (aprendizagem participativa).

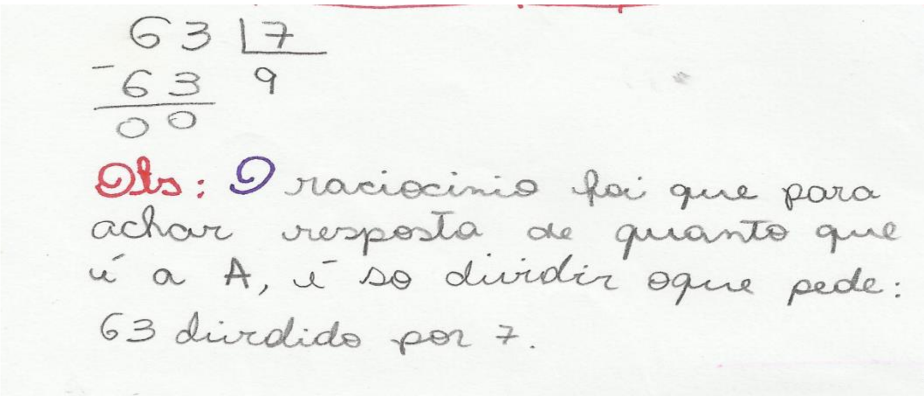
Após a compreensão do enunciado passamos para a segunda etapa da metodologia de resolução de problemas: a elaboração de uma estratégia de resolução. No tocante ao cálculo do valor da primeira letra “A”, quase todos os grupos usaram a mesma estratégia, como esperado: a resolução da divisão indicada no problema: 63 : 7 e justificaram com frases como:

Figura 26 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

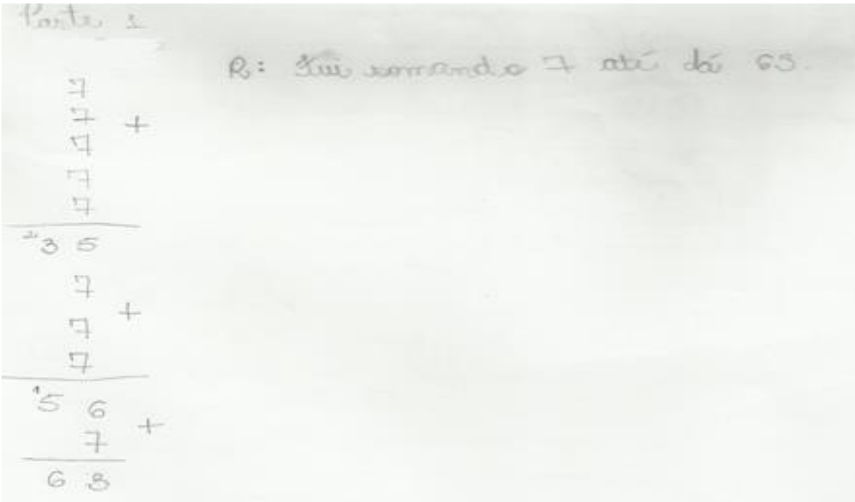
Figura 27 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Apenas um grupo elaborou uma estratégia diferente: ir somando 7 até o resultado dar 63, como mostrado na figura abaixo:

Figura 28 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Essa é uma estratégia que o aluno traz do ensino fundamental ciclo I e mostra que não houve uma sistematização de que a multiplicação é uma adição onde as parcelas são iguais e não associam esta propriedade à divisão exata, pois este grupo não contou o número de parcelas na sua solução, logo não chegou ao quociente de 63 : 7. Esta constatação demanda atenção por parte do professor para que esse fenômeno seja trabalhado ao longo do 6° ano.

Já no cálculo do valor da segunda letra “B” começaram a surgir mais questionamentos.

Aluno 1: “Todas as contas são exatas ou deixam resto?”.

Professor: “ O que vocês acham?”.

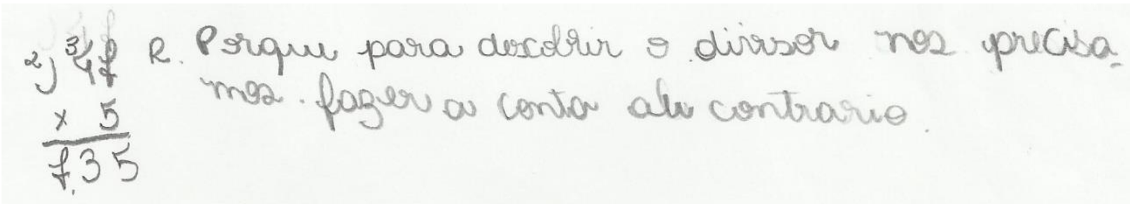
Aluno 2: “Nas que as divisões estão prontas, é só calcular para ver”.

Professor: “E nas outras?”.

Nessa hora o que se viu foi um silêncio por parte dos alunos. Então ajudei respondendo que as divisões eram sim todas exatas e os alunos continuaram com seus cálculos. Isso mostrou que os alunos estão acostumados a responder a questionamentos fechados em que não há mais de uma possibilidade e necessitam do aval do professor para tomar uma decisão.

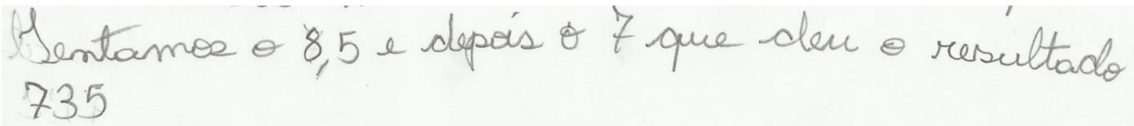
As justificativas para as respostas encontrados nesse item foram:

Figura 29 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.


2) 147 × 5 = 735
R. Porque para descobrir o divisor nos precisamos fazer a conta ao contrario.

Fonte: Autor.

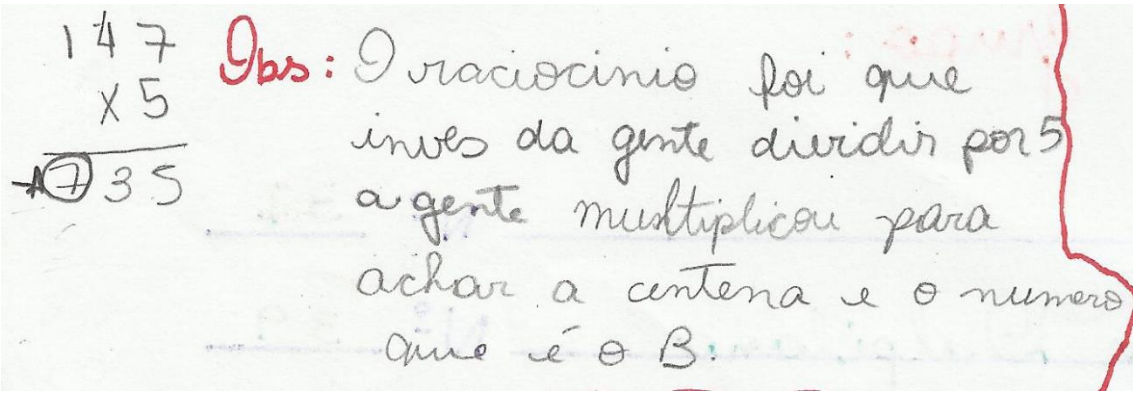
Figura 30: Resposta da atividade por um grupo da turma A.


Tentamos o 8,5 e depois o 7 que deu o resultado 735

Fonte: Autor.

Neste caso o grupo fez uso de um artifício muito comum nas salas de aula, a tentativa e erro.

Figura 31 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.

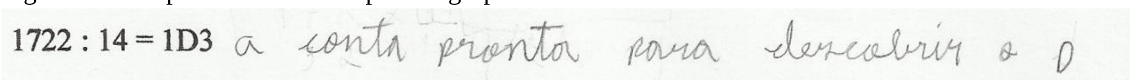


Fonte: Autor.

Nesse item a maioria dos grupos percebeu que para descobrir qual o valor do algarismo representado pela letra B bastava usar a operação inversa da divisão exata, ou seja, a multiplicação.

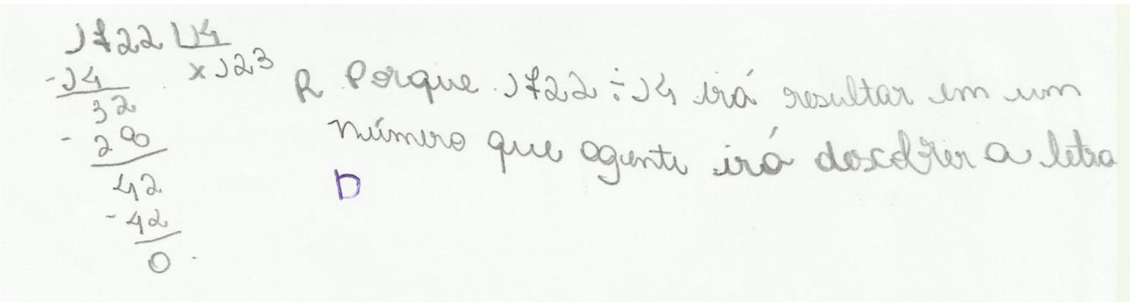
No terceiro item (1722 : 14 = 1D3) também não houve questionamentos e as justificativas foram as mesmas apresentadas na descoberta do valor correspondente a letra “A”:

Figura 32 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



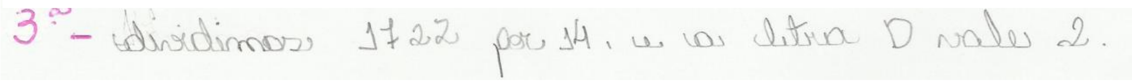
Fonte: Autor.

Figura 33 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 34 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

O quarto item (1C1E : 8 = 239) foi o que gerou mais questionamentos por parte dos grupos, pois chegaram a um resultado que já haviam chegado antes. Tanto o “A” quanto o “C” correspondem ao algarismo 9.

Aluno 1: “Pode repetir uma letra?” .

Aluno 2: “Pode repetir um algarismo?” .

Aluno 3: “Pode dar o mesmo resultado?”.

Quanto a estes questionamentos frisei que lessem novamente o enunciado e tentassem chegar a uma conclusão. Houve um silêncio por alguns instantes, até que um aluno responde em voz alta:

Aluno 2: “Deve poder sim, porque não fala nada no enunciado”.

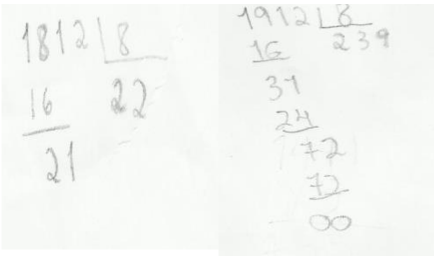
Nesse momento fiz outra intervenção com a pergunta:

Professor: “Deve poder ou pode?”.

A maioria dos alunos respondeu então que pode, pois não há nada no enunciado que fale o contrário.

Para chegar à resposta desse item praticamente todos os grupos com a exceção de um deles, que foi por tentativa (como mostrado abaixo), efetuou a operação inversa, ou a “conta ao contrário” como disse um dos grupos, sendo as justificativas praticamente as mesmas dados para o cálculo do valor correspondente a letra “B”.

Figura 35 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Quando questionados sobre como chegaram à resposta disseram:

Aluno 1: “O C tem que ser mais de 6 já que 8 vezes 2 é 16”. E outro do mesmo grupo completou:

Aluno 2: “ Acho que deve ser o 8 ou 9. Então testamos o 8 e não deu e o 9 deu certo, por isso é 9” .

Apesar de usarem tentativa e erro para chegar à solução esse grupo usou bem a noção de estimativa, que é importante para validar uma conta e mostra também noções sobre o significado do algoritmo da divisão.

No quinto item a maioria dos grupos já havia notado que os itens podiam ser resolvidos usando a noção de operação inversa da divisão exata, que é a multiplicação. As justificativas foram:

“Como já sabíamos que o “A” era 9, multiplicamos por 12 e nos mostrou que o valor da letra F é 5”.

“Porque para descobrirmos o divisor precisamos fazer a conta ao contrário”.

Nesse caso houve uma confusão com relação ao nome dos termos, já que o que queríamos descobrir não era o valor do divisor e sim do dividendo. Para que ficasse claro o nome correto dos termos fui à lousa e usei o exemplo mostrado pelos alunos na justificativa para ilustrar os nomes corretos dos termos e seus significados, como na figura abaixo:

Figura 36 - Formalização dos nomes dos termos de uma divisão.

dividendo: número que será divido	divisor: em quantas partes o dividendo será dividido
10956	12
0	913
Resto: o que sobra	quociente: resultado da divisão

Fonte: Autor.

Resolução da letra b: “Para conferência utilize ABCDF : EF = 3A17”

Justificativas:

“Já sabíamos todas as letras, então foi só fazer as contas para conferir”. Lembramos que apenas esse grupo escreveu uma justificativa para esse item. Aqui também houve bastante questionamentos sobre se precisava ou não justificar. A resposta da maioria foi “a conta justifica”. Nesse momento o professor deve ficar atento ao fato de que verificar se a conta está correta não valida a situação e sim o cálculo. Para a efetiva verificação o aluno deve perceber se o valor encontrado faz ou não sentido no problema.

Na resposta do último item “Qual é a senha do cofre?” foi constatado que alguns grupos, após os cálculos, não fazem uma releitura do problema para chegar a uma conclusão final sobre o resultado obtido. Houve grupo que conseguiu descobrir os valores de todas as letras, mas na hora de chegar a conclusão sobre a senha do cofre, não tinha noção de como isso seria feito, como no caso do grupo que respondeu que a senha do cofre era 3917, resultado esse presente no item b 3A17, apenas substituindo o valor de A por 9. A esse grupo foi pedida uma nova leitura do problema ao final dos cálculos e verificado que os alunos após essa releitura conseguiram atingir o objetivo da atividade. Foi percebida, ao final da atividade, uma alegria muito grande quando os alunos conseguiam chegar a uma conclusão, após as exposições finais na lousa.

Segunda sala de aplicação: 6º Ano B.

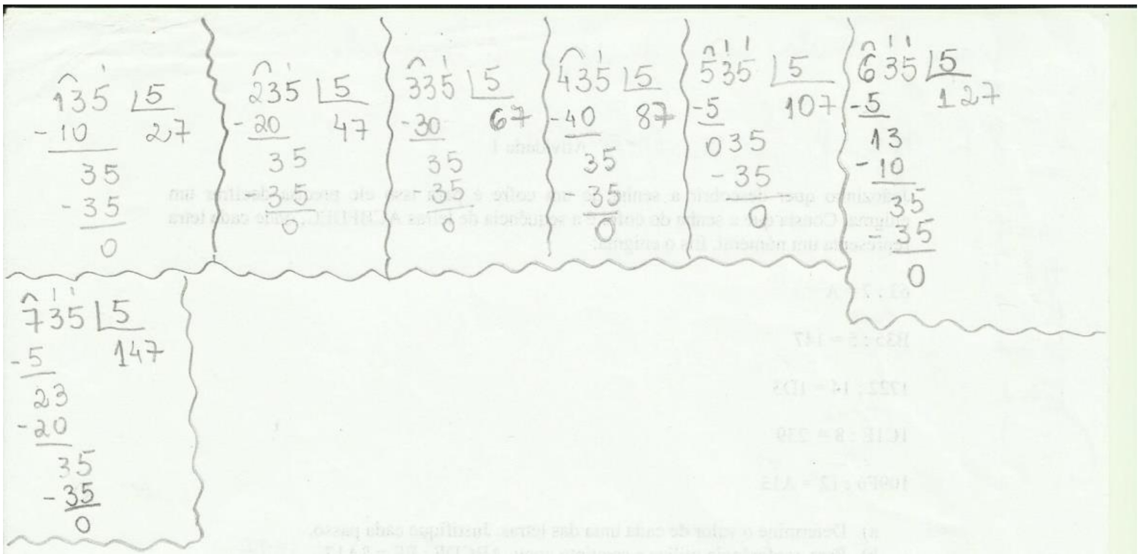
Nessa classe houve mais dificuldades durante a aplicação. Os questionamentos foram praticamente os mesmos, “se poderia repetir algum valor” e muita reclamação na hora de justificar. Também houve muita preocupação se estava certa ou não a resolução. Após cada cálculo, levantavam a mão me chamando na carteira para saber se os cálculos estavam certos, dinâmica esta recorrente em sala de aula tradicional, mostrando que o aluno necessita do aval do professor para saber se está certo. Para enfrentar esse procedimento utilizei a estratégia de sugerir: “veja com o grupo se todos concordam com a resolução e tentem chegar a um acordo entre vocês.”.

Análise das respostas:

Primeiro item (63 : 7 = A): nesse item não houve problemas, todos os grupos chegaram a conclusão que o valor de A era 9, efetuando a divisão.

Segundo item (B35 : 5 = 147): justificativas que apareceram:
Aluno 1:“Fizemos a conta inversa”.
Aluno 2: “Fomos colocando números até chegar à resposta”.

Figura 37 - Resposta da atividade por um grupo da turma B.



Fonte: Autor.

Saber que a tentativa não deu certo é o primeiro passo para a resolução de problemas, mas o professor deve encaminhar o aluno para um caminho otimizado de resolução.

Para encaminhar o grupo cuja resposta está mostrada na figura 37 a uma solução otimizada foi feito o seguinte diálogo:

Professor: “Precisava fazer todos esses cálculos para chegar à solução?”.

Alunos: “Não, apenas a última conta resolvia”.

No caso citado os alunos do grupo conheciam o algoritmo da divisão euclidiana, então a intervenção feita foi apenas para mostrar que apenas a última divisão feita bastaria para responder o item.

Quanto aos terceiro, quarto e quinto itens os questionamentos foram praticamente os mesmo do 6° ano A e as resoluções seguiram o mesmo padrão: os grupos que resolveram por tentativa e erro e os grupos que usaram a ideia de que a multiplicação é a operação inversa da divisão exata. Destacamos a seguir a discussão entre dois alunos (um do grupo que efetuou o quinto item: 109F6 : 12 =A13 por tentativa e erro e outro do grupo que reconheceu a multiplicação e a divisão exata como sendo operações inversas).

Aluno 1 (do grupo que efetuou tentativa e erro): “ Como já sabíamos o valor do A nós trocamos o valor dele e fomos testando até a conta dar certo”.

Aluno 2 (operação inversa) : “Assim fica mais complicado”.

Professor: “Como assim mais complicado?”.

Aluno 2: “Ir tentando demora muito”.

Aluno 1: “Mas nós chegamos na resposta”.

Aluno 2: “E se tivesse mais letras?”.

Aluno 1: “Ai não daria tempo para fazer e íamos tentar de outra forma”.

Professor: “E que forma seria essa?”.

Aluno 1: “Nesse caso acho que a multiplicação”.

Achei a discussão produtiva porque um grupo conseguiu convencer o outro de que a solução que propuseram para essa situação foi satisfatória, mas despendeu um tempo maior para que chegassem a uma conclusão e se a situação fosse a mesma com um número maior de itens gastariam ainda mais tempo.

A estratégia da tentativa de substituir até dar certo faz com que os alunos não desenvolvam um raciocínio matemático, o que implica em crescentes dificuldades no aprendizado de álgebra nas séries posteriores, e o professor deve estar atento a essa prática, para minimizar sua ocorrência. Nos cálculos elementares do ciclo I do ensino fundamental, esta estratégia pode funcionar, levando à ilusão de que tal procedimento é válido, pois se chega a uma resposta. Porém no ciclo II esta prática deve ser questionada para que o aluno a abandone e avance para um novo estágio.

No tocante à resposta ao problema a maioria dos grupos não chegou à senha correta ou porque não leram o problema com a devida atenção (dois grupos) ou falharam na execução de algoritmos (quatro grupos).

Considerações finais e reflexões da pesquisa do professor

- Percebi que o item “a” poderia ser reescrito com mais cuidado: não apenas determine o valor de cada letra e sim determine o algarismo correspondente à letra A. Determine o algarismo correspondente à letra B e assim por diante.

- O item “b” de conferência também deixou a desejar, pois o aluno consegue perceber que errou em algum lugar, mas não exatamente onde e como usá-lo para responder ao item “c” que é a verdadeira questão do problema da senha. Também não foi pensada na possibilidade de que os alunos acertassem os itens e errassem esta conta para conferência dos valores das letras, sendo esse item retirado na atividade refeita.

- Percebeu-se também a necessidade de uma leitura mais atenta do problema por parte dos alunos, tendo em vista que a compreensão do enunciado é de suma importância para que as contas façam sentido.

- Os alunos que foram até a lousa fizeram bem o papel de expor e justificar suas soluções. Também conseguiram chegar à conclusão de que a maneira mais fácil de resolver os itens era reconhecer multiplicação e divisão exata como operações inversas. O espírito de cooperação também foi nitidamente notado em ambas as classes, os integrantes dos grupos que conseguiam uma resolução mais rápida dos itens esperavam os demais ou expunham suas soluções para apreciação dos demais.

- Os alunos precisam aprender a enfrentar o problema e o professor precisa pesquisar a aula para melhorar a sua prática e isso se dá através da pesquisa de materiais e da proposição de situações-problema interessantes e que desafiem a curiosidade dos alunos. Essas observações servem de material de pesquisa para as reflexões pós-aula.

- Após as considerações a atividade refeita ficou assim:

Atividade 1 Refeita.

Joãozinho quer descobrir a senha de um cofre e para isso ele precisa decifrar um enigma, composto de 5 partes. Consta que a senha do cofre é a sequência de letras ACBFDEC, onde cada letra representa um numeral. Eis o enigma:

Parte 1 $63 : 7 = A$

Parte 2 $B35 : 5 = 147$

Parte 3 $1722 : 14 = 1D3$

Parte 4 $1C1E : 8 = 239$

Parte 5 $109F6 : 12 = A13$

a) Decifre cada parte do enigma, justificando cada passo.
b) Com base na resolução da parte 1 do enigma diga qual é o valor de A.
c) Com base na resolução da parte 2 do enigma diga qual é o valor de B.
d) Com base na resolução da parte 3 do enigma diga qual é o valor de D.
e) Com base na resolução da parte 4 do enigma diga quais são os valores de C e E.
f) Com base na resolução da parte 5 do enigma diga qual é o valor de F.
g) Qual é a senha do cofre?

Essa atividade refeita foi aplicada em outra turma por outra professora e novamente apareceu a tentativa e erro como estratégia de resolução mostrando que essa estratégia é comum nas salas de aula brasileiras e o professor deve atentar para esse problema, buscando estratégias que visem a sua diminuição em atividades posteriores.

4.1.2 Atividade 2

Tema: Máximo Divisor Comum (MDC)

Objetivo principal: participação dos alunos na construção do próprio conhecimento sobre o significado do MDC entre dois números inteiros usando o método das divisões sucessivas.

Objetivo secundário: avaliar o nível do conhecimento dos alunos de conceitos básicos de geometria plana e espacial.

Pré-requisitos: Antes da aplicação desta atividade foi passado e trabalhado com os alunos os conceitos de divisores de um número natural e de máximo divisor comum (MDC).

Problema: Dispomos de dois tubos de PVC que devem ser cortados em pedaços iguais e com maior comprimento possível. O primeiro tubo mede 24 metros e o segundo mede 40 metros.

Qual é esse comprimento?

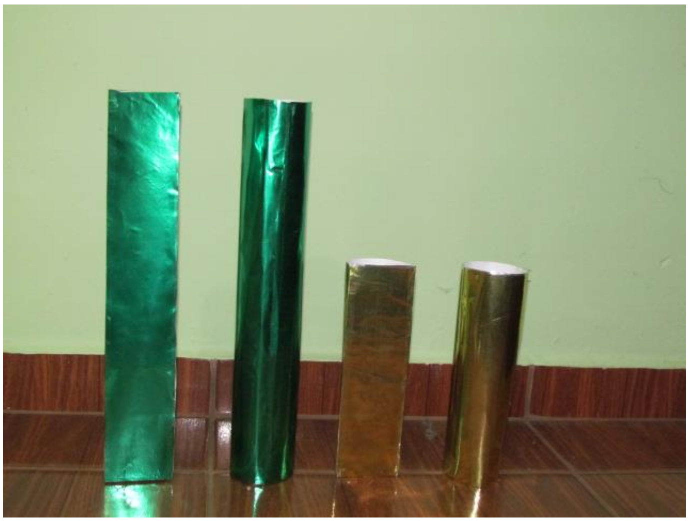
Em quantos pedaços os tubos serão cortados?

Material: papel colorido, régua, tesoura, papel cartão.

Planejamento: essa atividade é planejada para ser uma sequência da primeira atividade, já que aborda a divisão com resto. Na primeira as divisões eram exatas.

Para a realização da atividade primeiramente será entregue aos grupos de alunos a folha contendo o enunciado da atividade proposta. Depois disso será solicitado a um aluno que leia em voz alta o enunciado do problema. Após essa leitura o professor explanará para a classe que os tubos descritos no problema serão representados pelo cilindro verde e pelo cilindro amarelo e que os retângulos que os grupos receberão possuem como comprimento o mesmo diâmetro interno dos cilindros, mostrando que eles se encaixam perfeitamente dentro dos tubos, usando os modelos mostrados na figura abaixo, e explicando o porquê de usar os retângulos e não os tubos para o recorte. Nesse caso o retângulo máximo representa a imagem, um modelo geométrico abstraído do objeto concreto. O uso de uma figura plana que representará o comprimento e o diâmetro do tubo se mostra o modelo mais adequado, pois ajuda a desenvolver visualizações (vistas laterais, frontais, superior), cortes, nomenclaturas e escala (indiretamente).

Figura 38 - Vista frontal dos tubos.



Fonte: Autor.

Figura 39 - Vista superior dos tubos, com os retângulos máximos encaixados.

Fonte: Autor.

Figura 40 - Retângulos usados na atividade.

Fonte: Autor.

Após essa explanação será pedido a cada grupo que leia novamente o enunciado do problema e as questões que terão que responder, dando espaço para que façam perguntas sobre o que entenderam do problema (Etapa 1 da metodologia de resolução de problemas). Será preciso que fique bem claro para o aluno como procederá nos cortes, já que não será fornecido material excedente para os grupos.

No caso desta atividade, a segunda etapa da resolução de problemas (elaboração da estratégia) já estará indicada no próprio enunciado, já que o mesmo indicará como os retângulos deverão ser cortados, bastando portando ao professor observar se os alunos serão capazes de executar as instruções. O aluno deverá então executar os cortes de acordo com o enunciado (Etapa 3), neste momento o professor deverá circular entre os grupos para verificar se a execução estará ocorrendo de acordo com o enunciado, e orientará os grupos fazendo questionamentos adequados para ampliar a compreensão dos alunos. Durante esta etapa o professor deverá ficar atento e alertará os alunos que as medidas são números naturais, caso algum grupo chegue a um número decimal como medida, atentando a imperfeições que ocorrem sempre nas manipulações experimentais com objetos concretos já que isso foi omitido do enunciado do problema.

O objetivo consiste em que o aluno perceba que ao fazer os cortes ele estará realizando uma operação de divisão e que a medida do comprimento do retângulo final (oito) representa o máximo divisor comum dos números 24 e 40.

Etapa 4: Os alunos exporão suas soluções e conclusões e os colegas as validarão ou não, cabendo ao professor nesta etapa orientá-los a sintetizarem as ideias para a conclusão final, de que o número 8 é o MDC de 24 e 40 e será obtido através de divisões sucessivas. A formalização das etapas das divisões sucessivas será realizada como sistematização final da atividade. Após esta conclusão o professor poderá passar outros exemplos com outros números para consolidar a descoberta e os alunos exercitarão uma lista com exercícios e problemas que envolvem o MDC de dois números.

Instruções (que fazem parte do material entregue aos alunos juntamente com o enunciado): Você está recebendo dois retângulos de cada cor. Use um retângulo de cada cor para cortar e guarde os demais para o final da atividade.

Coloque o menor retângulo sobre o maior e corte-o no ponto de encontro. Após o primeiro corte você ficará com dois pedaços de igual tamanho e um de tamanho diferente. Anote as medidas de cada pedaço. Dos pedaços de mesmo tamanho separe um. Pegue novamente o menor pedaço e coloque sobre o maior e corte no ponto de encontro. Faça isso até que os pedaços tenham a mesma medida, anotando sempre as medidas de cada pedaço após cada corte.

* Quando chegar a pedaços iguais pegue os retângulos separados no início e conte quantas vezes cada pedaço "cabe" em cada retângulo.

*Ao fazer esse procedimento você fez uso de uma das quatro operações, qual foi?

* O que representa o tamanho encontrado?

* O que representa o número de vezes que o tamanho encontrado está contido nos retângulos iniciais?

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada.

Aplicação: Os alunos foram divididos em grupos de 4 alunos cada. A atividade foi programada para ocupar duas aulas de 50 minutos, mas não foi possível fazer o fechamento da atividade nesse período. A atividade se iniciou no dia 3 de maio de 2011 e foram necessárias mais duas aulas e meia para fechamento, devido aos questionamentos feitos pelos alunos, na sua maioria respondidos por outros colegas.

Primeira turma 6º ano A:

Primeiramente foi entregue a folha com o enunciado das questões, instruções e perguntas para os grupos. Demorou um pouco para que os grupos fossem organizados, devido a curiosidade dos alunos a respeito da atividade. Passada a euforia inicial pedi a um aluno que fizesse a leitura da Atividade proposta, e como planejado comecei a atividade, dizendo que cada tubo que eu tinha em mãos representava um dos tubos de PVC do enunciado. Eis que um aluno questiona:

Aluno: “Mas o do enunciado tinha 40 m e 24 m professor, esse ai é pequeno”.

Outro aluno frente à pergunta do colega pediu que eu lhe desse os tubos e mediu o comprimento de cada um com a régua e falou:

Aluno: “Você é esperto professor, fez os tubos com 24 cm e 40 cm, então quer dizer que cada centímetro corresponde a 1m”.

Fiquei surpreso com o comentário do aluno, já que esperava essa resposta para o fim da atividade e não no início. O colega que questionou disse:

Aluno: “Aí fica mais fácil”.

Professor: “Como fica mais fácil?”, “Em que sentido diz isso?”.

Aluno: “Você fazer com um tamanho menor”.

Eis que outro aluno pergunta:

Aluno: “É a mesma coisa fazer com 40 cm e 40 m?”.

Joguei o problema para a sala. As respostas foram praticamente as mesmas:

Aluno: “A única diferença é que com 40 cm fica mais fácil para cortar”.

Outro aluno disse: “É só pensar que cada centímetro é um metro do tubo”.

Fiquei satisfeito com a discussão e frisei a importância do uso de um modelo em miniatura que guarde as proporções do objeto real representado, como em maquetes, mapas e plantas arquitetônicas. Ai veio outra pergunta:

Aluno: “Como nos carrinhos da Hot Whells?”.

E a sala respondeu que sim. Nessa hora os alunos reconheceram uma aplicação de um modelo em miniatura que guarda as devidas proporções no cotidiano, já que vivenciaram o conceito. Para não perder o foco encerrei as discussões sobre escala, pois esse não é o objetivo principal da atividade, mas a discussão mostrou que será útil no futuro ao retomar o tema: razões e proporções.

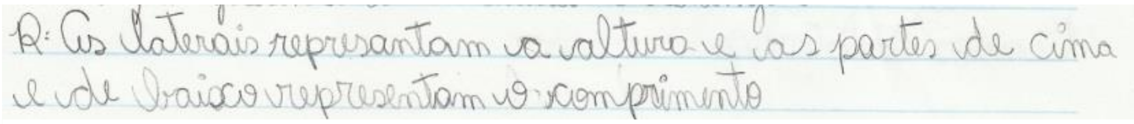
Voltando aos cilindros mostrei porque íamos usar os retângulos ao invés de usar os tubos. Nos tubos mostrados exibi que os retângulos se encaixavam direitinho dentro dos tubos, pois a largura do retângulo é igual ao diâmetro do tubo, e o seu comprimento é igual a altura do tubo e que se recortássemos os retângulos segundo seu comprimento era como se estivéssemos recortando os tubos por seu comprimento. Para fazer essa demonstração recortei um dos tubos que havia levado e mostrei que era mais difícil cortar o tubo, já que por mais que tentássemos o corte não ficaria certinho, ou seja, se medíssemos o comprimento do tubo cortado em qualquer parte o resultado obtido não seria o mesmo, observando a importância de que fazer um modelo matemático para uma situação da realidade pode ajudar o aluno a entender melhor uma situação.

Vejamos abaixo algumas respostas dadas pelos grupos às perguntas propostas.

➔ O que cada medida do retângulo representa no tubo?

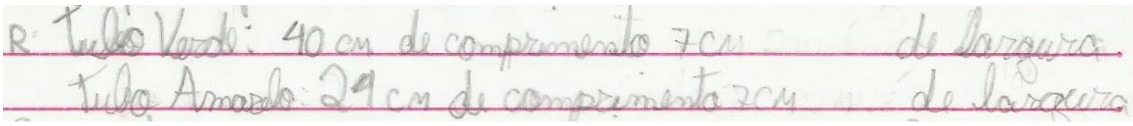
Caminhando pela classe e percebendo que alguns grupos nem faziam ideia do que responder e que outros apenas mediam os lados do retângulo resolvi fazer uma intervenção. Pedi para os grupos que já haviam respondido a questão que não mudassem as respostas, para que pudesse ser feito um estudo mais detalhado das mesmas. O objetivo secundário da atividade era justamente verificar o nível de conhecimento do aluno em geometria. As respostas a essa pergunta foram bem variadas, como podemos ver abaixo.

Figura 41 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.


R: As laterais represantam a altura e as partes de cima e de baixo representam o comprimento

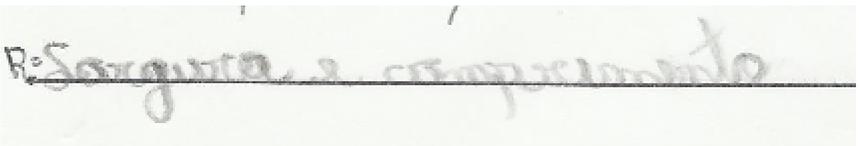
Fonte: Autor.

Figura 42 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.


R: Tubo Verde: 40 cm de comprimento 7CM de largura.
Tubo Amarelo: 29 cm de comprimento 7CM de largura

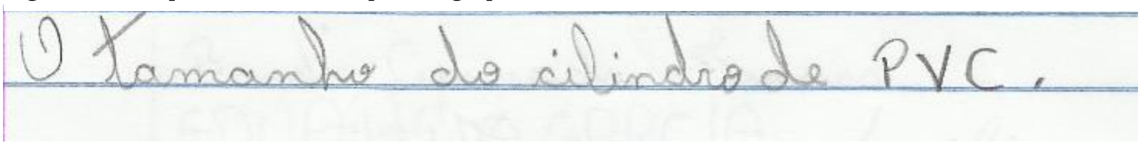
Fonte: Autor.

Figura 43 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.


R: Largura e comprimento

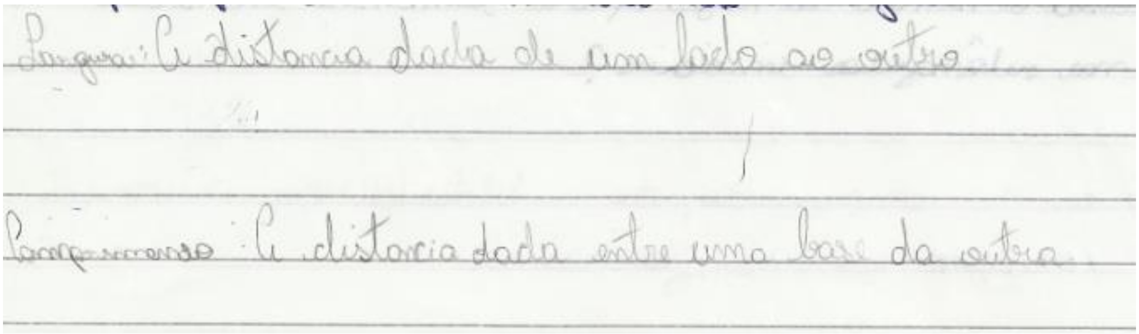
Fonte: Autor.

Figura 44 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 45 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Pelas respostas percebemos que os alunos viram muito pouco sobre geometria espacial nas séries iniciais do ensino fundamental e lhes falta a capacidade de identificar e expressar conceitos geométricos, mesmo que os mais elementares. Apenas dois grupos chamaram os tubos de PVC de cilindro, mas a resposta de um grupo em particular me chamou a atenção: “Largura: distância dada de um lado ao outro” e justificaram mostrando na figura. “Comprimento: A distância dada entre uma base da outra”, também apontando para o cilindro para justificarem. Aproveitando a resposta desse grupo comecei a fazer questionamentos para chegarmos aos nomes corretos dos elementos do cilindro. Aproveitando que usaram corretamente a palavra base, perguntei que figura formava a base do cilindro, mostrando na figura o que seria a base. Um aluno de outro grupo respondeu:

Aluno: “É um círculo professor”.

Professor: “Muito bom”, respondi. Então, usando um compasso de lousa, desenhei um círculo. Muitos nem sequer sabia o que era um compasso. Marquei um ponto “no meio” e perguntei:

Professor: “Como é chamado esse ponto que fica no interior do círculo e que a distância dele a qualquer ponto marcado na circunferência é sempre a mesma?”.

Aluno: “É o meio do círculo respondeu um aluno”.

Quase respondi a pergunta, já que um silêncio pairou por alguns instantes. Então mudei a pergunta:

Professor: “Mas qual o nome do ponto que fica no meio do círculo?”.

Persistindo o silêncio respondi que o ponto se chamava centro. Então desenhei um segmento que partia do centro e ia até um ponto qualquer da circunferência e perguntei qual o nome dado a esse segmento.

Depois de muito pensarem um aluno respondeu:

Aluno: “Hum eu vi isso em um programa de televisão, mas não me lembro do nome”.

Então eu disse que começava com R. Ai o aluno respondeu:

Aluno: “Lembrei! É o raio”.

Depois desenhei um segmento que partia de um ponto pertencente à circunferência e ia até outro ponto da mesma circunferência passando pelo centro e perguntei:

Professor: “E essa medida aqui, apontando para o diâmetro do círculo, qual o nome dela?”.

Na hora dois alunos responderam juntos:

Alunos: “Dois raios professor”.

Disse que sim e que essa medida de dois raios tinha um nome e perguntei que nome era esse. Ninguém soube responder. Então disse que o nome correto era diâmetro. Nessa hora um dos alunos do grupo que respondeu da forma citada acima disse:

Aluno: “Então deixa a gente trocar no trabalho professor, colocar que a largura do retângulo representa o diâmetro do tubo”.

Pedi que registrasse no caderno a troca da resposta e que o importante era que tinha aprendido a nomenclatura correta. Quanto ao comprimento do retângulo representar o comprimento do tubo de PVC a maioria depois das exposições sobre o diâmetro concordou que o comprimento do retângulo representava o comprimento do tubo, apesar de não verbalizarem isso na resposta. Em um dos grupos houve uma discussão interessante sobre o conceito de altura.

Aluno: “O comprimento do retângulo não pode representar a altura, pois os tubos ficam deitados e altura é o que está de pé”.

Para tentar clarear as ideias do aluno deixei o tubo deitado como estava em sua mesa e pedi para que me mostrasse o comprimento do tubo. O aluno me mostrou passando o dedo sobre o comprimento do retângulo. Depois coloquei o tubo em pé e pedi que me mostrasse a altura do tubo e ele me mostrou a mesma medida mostrada anteriormente. Então perguntei

Professor: “As duas medidas são iguais?”.

Aluno: “São sim”.

Então perguntei se aquela medida representava o comprimento ou a altura do tubo. O mesmo ficou um pouco pensativo e respondeu:

Aluno: “Agora já não sei, pois depende do jeito que põe o tubo”.

Professor “Você consegue chegar a uma conclusão?”.

Aluno: “Se as duas são iguais então a altura também pode ser medida deitada”.

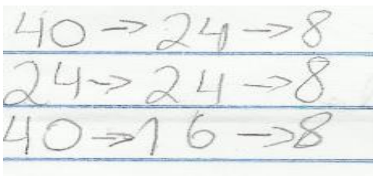
Aproveitando a discussão do grupo perguntei à classe o que entendiam por altura e a maioria dos alunos respondeu que altura é a distância do topo até o chão. Então formalizei a altura do cilindro como sendo a distância entre os dois círculos (bases), já que no problema o cilindro era reto.

➔ Quais as medidas de cada pedaço após cada corte?

Nessa pergunta não houve muitos questionamentos. Uma das minhas preocupações com essa pergunta era com relação ao uso correto da régua pelos alunos. Mas nesse ponto não houve problema. Os únicos questionamentos foram com relação a medidas do tipo 23,9; 16,1; 7,9; 7,8; 8,1. Comentei que as medidas eram números naturais e que a diferença de 0,1 ou 0,2 centímetros para mais ou para menos poderia ser decorrente do corte e a maioria aproximou o resultado. A seguir alguns desses resultados.

Um grupo conseguiu fazer os cortes de forma correta, mas se perdeu um pouco na hora de passar para o papel as respostas encontradas. Percebemos que na transcrição da resposta aparecem as medidas que encontramos ao fazer os cortes e as mediações de forma correta, 40 cm e 24 cm, que são os comprimentos iniciais, 24 cm e 16 cm que são as medidas encontradas após o primeiro corte, 16 cm e 8 cm após o segundo corte e 8 cm que é a medida quando se chega em pedaços iguais.

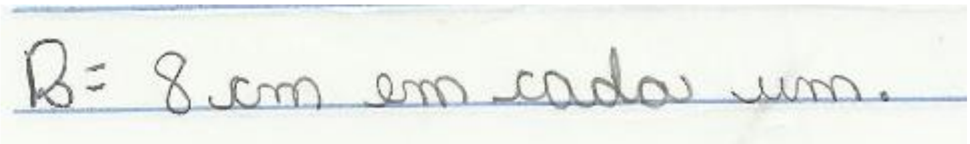
Figura 46: Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Houve também um grupo que só registrou o tamanho final de 8 cm, como podemos perceber abaixo:

Figura 47 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Quando questionados sobre o porquê de colocarem apenas a resposta final já que na pergunta pedia para anotar as medidas a cada corte, o grupo disse que não leu a pergunta direito, o que nos mostra a importância da execução da etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas por parte dos alunos.

- ➔ Quando chegar a pedaços iguais, pegue os retângulos separados no início da atividade e conte quantas vezes cada pedaço "cabe" em cada retângulo.

Esse item também não apresentou dificuldade para os alunos. A maioria respondeu corretamente, colocando o retângulo de 8 cm sobre os retângulos de 24 cm e 40 cm separados no início da atividade. Como tinham 3 retângulos de 8 cm não houve problemas para contar a quantidade de vezes que coube no retângulo menor, exatamente 3. Para contar a quantidade de vezes que o retângulo de 8 cm cabia no retângulo de 40 cm teve um grupo que colocou os 3 retângulos de 8 cm sobre o de 40 cm e verificaram que a parte que sobrara era correspondente a dois retângulos por estimativa. Elogiei a estratégia, mas questionei:

Professor: "Como sabem que são exatamente 2 retângulos ou se são quase 2?".

Aluno: "Dá pra ver que são dois".

Perguntei novamente:

Professor: "Como?".

Nessa hora fizeram uma linha com a régua no ponto ocupado pelo terceiro retângulo e colocaram os dois que faltavam para preencher e disseram:

Alunos: "Está vendo professor cabe 2 certinho".

Respondi: "Agora sim vocês me mostraram que cabem mais dois e não quase 2".

Apenas um grupo se confundiu e usou a palavra quadrado ao invés de retângulo na resposta, como podemos ver na figura abaixo:

Figura 48 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.

Fonte: Autor.

Quando questionados sobre o porquê usarem a palavra quadrado justificaram:

Alunos: “Mas é professor, é só olhar”.

Então perguntei o que era um quadrado.

Alunos: “Quadrado é quando têm os quatro lados iguais”.

Toda a classe concordou com eles, mas um aluno respondeu:

Alunos: “Os lados não são iguais, um mede 8 cm e o outro 7 cm”.

Os alunos que responderam quadrado fizeram as medições novamente e verificaram que realmente não era quadrado.

Depois questionei se para ser um quadrado era suficiente que os lados do quadrilátero fosses iguais.

Aluno: “Quadri o que professor?”.

Quadrilátero, respondi.

Aluno: “O que é isso professor?”.

Apenas três alunos sabiam o que era um quadrilátero, deixando novamente pistas de que o conteúdo de geometria foi pouco trabalhado em séries anteriores ou não foi bem assimilado pelos alunos, reforçando a ideia de que quando for trabalhar com geometria deve-se dar uma atenção especial para esse fato. Voltando à pergunta feita; a classe foi unânime em responder que para ser quadrado era suficiente que os lados fossem iguais. Respondi que para ser um quadrado era preciso que, além disso, os ângulos internos fossem todos retos, entrando em outra discussão sobre um assunto que não era de domínio da classe, o que justifica um pouco a quantidade de aulas que foram necessárias para fechamento da atividade.

Após ter respondido percebi que seria mais produtivo se tivesse apresentado aos alunos um losango, já que é este o quadrilátero que possui os quatro lados com a mesma medida.

➔ Ao fazer esse procedimento você fez uso de uma das quatro operações, qual foi?

Nesta classe, metade dos grupos conseguiu identificar a divisão como sendo a operação usada. Quando questionados do porque de colocar a divisão disseram que no enunciado mandava cortar em pedaços e quando você corta está dividindo.

➔ O que representa o tamanho encontrado?

O que se percebe pelas respostas dos alunos a essa e em outras questões em que o verbo representar está presente é que o aluno não consegue associar de uma forma satisfatória a relação que existe entre o retângulo e o tubo. Para muitos o verbo representar aqui era sinônimo de medir. Na reflexão pós-aula levei isso em consideração e verifiquei pelas anotações e respostas dadas que realmente não está claro o significado desse verbo para os alunos. Os grupos não perceberam que esse tamanho representa a altura dos cilindros menores, que surgiram após os cortes. Um aluno chegou à solução esperada após um questionamento:

Professor: “Os retângulos usados estão representando o que?”.

Aluno: “Já sei”.

Pedi para que fosse à lousa para fazer a explicação de seu pensamento. O aluno então pegou um dos cilindros que eu havia cortado no início da atividade e disse:

Aluno: “É a altura do cilindro menor, apontando para o cilindro com 24 cm de comprimento”.

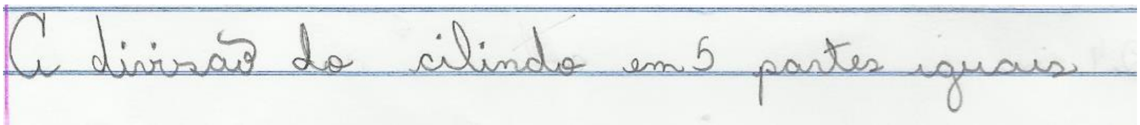
E justificou dizendo:

Aluno: “Peguei o cilindro menor (24 cm) que você mostrou para a gente já cortado e coloquei o retângulo menor (8 cm) dentro de um dos pedaços e percebi que cabia direitinho dentro, portanto seria a altura de cada tubinho”.

➔ O que representa o número de vezes que o tamanho encontrado está contido nos retângulos iniciais?

Novamente levantou-se a dúvida sobre o “representar”. Uma solução apresentada por um grupo foi que representa a divisão do cilindro em 5 partes iguais, ou seja, a quantidade de pequenos cilindros que ficarão após os cortes, como ilustrado abaixo:

Figura 49 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

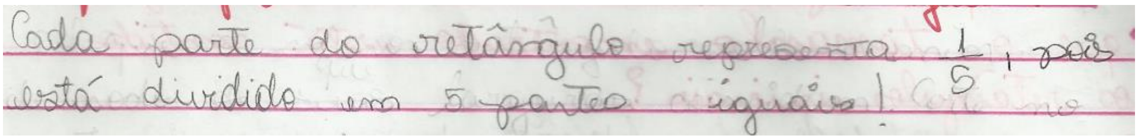
Percebemos pela fala do grupo que a questão foi respondida em parte, apesar da dificuldade de expressarem a solução com palavras. Quando foram chamados à lousa explicaram que o cilindro que foi dividido em 5 partes iguais era o cilindro maior (40 cm) , mas novamente esbarraram no significado da palavra representar.

Ficou clara após a atividade a importância de trabalhar o significado de representação no contexto matemático e que suas várias interpretações merecem um estudo mais cuidadoso. Na verdade, a vivência de representação em linguagem matemática de conceitos é importante para o aprendizado da Matemática no contexto escolar.

Segunda turma 6º ano B:

As aplicações no 6º B seguiram praticamente o mesmo padrão do 6ºA, dificuldades em reconhecer as figuras espaciais e seus elementos. Algumas variações nas respostas foram: Um dos grupos deixou a primeira questão para ser respondida no final da atividade e respondeu que cada parte do retângulo representa 1/5, pois está dividido em 5 partes iguais, como podemos perceber na resposta abaixo:

Figura 50 - Resposta da atividade por um grupo da turma B.



Fonte: Autor

Essa resposta reforçou a importância de trabalhar os significados da palavra representação no contexto matemático. Nessa classe ninguém havia ouvido falar em raio ou diâmetro, mesmo problema percebido na outra classe, exceto o aluno que tinha visto na TV. Mas em geral, as respostas dessa turma foram mais elaboradas que as dadas na primeira atividade, o que me surpreendeu positivamente. Fiquei muito satisfeito quando um aluno fez uso do que aprendeu na atividade 1 quando estávamos falando sobre a operação presente na atividade. O aluno respondeu da seguinte forma:

Com relação ao número 8 encontrado ser o MDC de 40 e 24 nenhum grupo chegou a essa conclusão sozinho. No fechamento da atividade pedi que os alunos escrevessem quem são os divisores de 40 e os divisores de 24. Depois pedi que verificassem quem são os divisores comuns e que destacassem o maior deles. Eis que um aluno literalmente grita de sua carteira:

Aluno: “O MDC é 8”.

Respondi que sim e aproveitei a deixa para fazer o fechamento da atividade, mostrando que cada corte que faziam correspondia a uma divisão, como eles mesmos identificaram, mostrando o corte e colocando na lousa a divisão correspondente, como no caso do primeiro corte, onde o retângulo de 24 cm é colocado sobre o retângulo de 40 cm para que fosse feito o primeiro corte, mostrando que daria um retângulo de 24 cm e sobraria um retângulo de 16 cm, pois 40 dividido por 24 tem como quociente 1 e como resto 16. Depois colocando o retângulo de 16 cm sobre o de 24 cm para que fosse realizado o segundo corte, mostrando que 24 dividido por 16 tem como quociente e resto respectivamente 1 e 8 e finalmente colocando o retângulo de 8 cm sobre o retângulo de 16 cm, caso em que chegamos a pedaços iguais, pois 16 dividido por 8 tem como quociente 8 e como resto 0, mostrando que para chegarmos em pedaços iguais foram feitas sucessivas divisões, onde o resto de uma divisão era tomado como o divisor da próxima divisão, fazendo isso até que chegássemos em uma onde o resto era zero, como podemos ver na figura abaixo. Conclui que o último divisor, que nesse caso é o 8, é o máximo divisor comum entre os dois números iniciais (40 e 24) e que essa forma de calcular o MDC entre dois números é chamada de Método das Divisões Sucessivas.

Figura 51: Formalização do método das divisões sucessivas.

Quociente		1	1	2
Divisão	40	24	16	8
Resto	16	8	0	

Fonte: Autor.

Considerações finais:

Não esperava que a atividade fosse render tantas discussões: escala, considerações sobre operações e principalmente questionamentos sobre geometria. Baseado nas respostas dos alunos ficou claro que quando o conteúdo de Geometria for explorado nas mesmas classes a partir do segundo bimestre, devo começar praticamente do zero, ou seja, com manipulação de material concreto e a partir da experimentação ir chegando aos nomes corretos tanto das figuras quanto dos seus elementos. Isso vem ao encontro da teoria de Van Hiele (CROWLEY, 1994).

Apesar de a atividade demorar mais tempo que o previsto para ser aplicada foi uma atividade bastante rica, pois foram tratados diversos temas como visualizações, cortes e nomenclatura de elementos de geometria e escala, que servirão de ponto de partida quando estes conteúdos forem trabalhadas de forma sistemáticas nos anos seguintes.

Analisando o item: “Quais as medidas de cada pedaço após cada corte?” com mais calma percebi que poderia ter desdobrado em mais de uma pergunta, perguntando quais as medidas encontradas após o primeiro corte, depois quais as medidas após o segundo e assim por diante, até que as medidas fossem iguais e o aluno pare e então levantar questionamentos que o ajude a compreender de fato o significado de cada etapa dentro das divisões sucessivas.

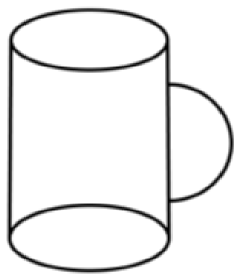
4.1.3 Atividade 3

Tema: O número fracionário como sendo a divisão do numerador pelo denominador

Objetivo: Recuperar o conceito de fração como sendo divisão de um todo em partes iguais e reconhecer um número fracionário como uma operação de divisão do numerador pelo denominador.

Problema 1: Considere uma jarra cilíndrica reta com capacidade de 1 litro, com suco de laranja. Queremos repartir esse suco entre 3 crianças "igualmente". Quantos litros de suco recebe cada criança? Justifique sua resposta.

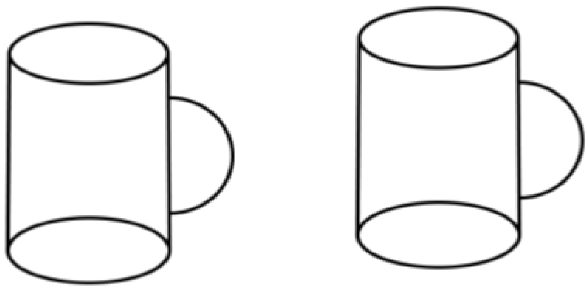
Figura 52 - jarra representativa.



Fonte: Autor.

Problema 2: Consideremos agora que temos 2 jarras cilíndricas iguais com a mesma capacidade de 1 litro cada e queiramos repartir essa quantidade de suco entre 3 crianças, igualmente. Quantos litros de suco recebe cada criança? Justifique sua resposta.

Figura 53 - jarras representativas.



Fonte: Autor.

Desafio: E se fosse uma quantidade **n** qualquer de jarras iguais as dos exercícios anteriores, quantos litros receberá cada uma das três crianças? Justifique.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada, sendo uma aula para a realização da mesma e uma aula para fechamento.

Planejamento: Novamente as classes são divididas em grupos de 4 ou 5 alunos.

Após a divisão será entregue a folha contendo a atividade proposta. Será solicitado que todos leiam os problemas com atenção, verificando se há alguma palavra cujo significado é desconhecido e será perguntado o que entenderam do problema. Isso se deve a um fato que foi verificado em atividades anteriores: que alguns alunos apenas fazem uma leitura rápida do problema, sem se atentar para detalhes que podem fazer a diferença na hora de responder a uma questão ou até mesmo para verificar se existe algum erro. (Etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas). Após a leitura o aluno deverá elaborar uma estratégia para a resolução. Se algum grupo não conseguir estabelecer uma estratégia (Etapa 2) o professor poderá indagá-lo com perguntas como: "Será que um desenho ajudaria?" Após elaborada a estratégia o aluno deverá colocá-la em prática (Etapa 3). Para a validação o aluno deverá verificar se realmente cada criança ficou com a mesma quantidade e se o inteiro ficará dividido em partes iguais, e concluirá o número fracionário como sendo a divisão do numerador pelo denominador (Etapa 4).

Aplicação: A aplicação da atividade foi feita no dia 16 de junho de 2011 e o tempo previsto foi suficiente para realização e fechamento da atividade. Os alunos foram divididos em grupos e lhes foi entregue a folha contendo os problemas.

Primeira turma 6º ano B:

O transcorrer da atividade foi tranquilo, sendo a dúvida mais comum se poderia usar número com vírgula na resposta.

Aluno 1: "Professor? Pode usar que 1 litro é 1000 mL né?".

Professor: "Porque está perguntando isto?".

Aluno 1: "Por que senão não dá pra dividir".

Professor: "Tem certeza que não dá pra dividir?".

Aluno: “É 1 pra dividir para 3, não dá”.

Aluno 2: “Eu dividi, deu número com vírgula, mas a conta não acaba”.

Professor: “Toda vez que aparece a palavra divisão no enunciado do problema vocês precisam efetuar a divisão?”.

Aluno 1: “Eu acho que sim, porque senão não estaria mandando dividir”.

Professor: “A divisão pode ser expressa de outra forma, onde não é preciso fazer a conta?”.

Aluno 2: “Eu fiz usando fração”.

Professor: “Uma divisão pode ser representada na forma de uma fração?”.

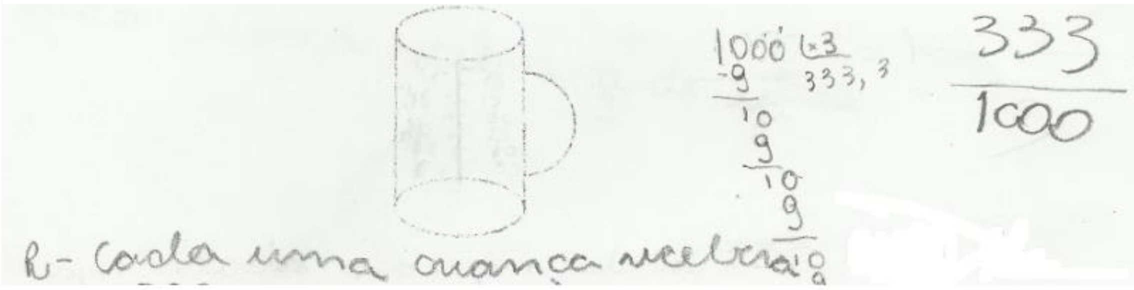
Aluno 2: “Pode sim”.

Professor: “Como você fez para chegar à fração?”.

Aluno 2: “Eu fiz o desenho”.

Seguem abaixo algumas respostas apresentadas pelos grupos:

Figura 54 - Resposta da atividade por um grupo da turma B.



Fonte: Autor.

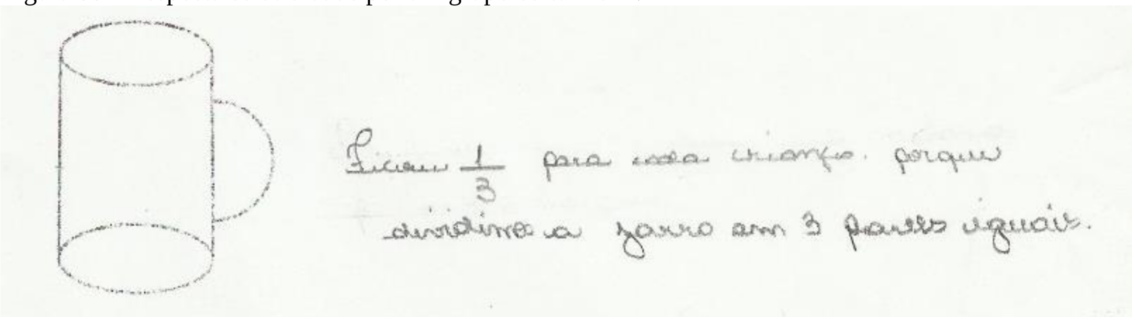
No exemplo acima o grupo fez a transformação de 1 litro em mililitros e efetuou a divisão, chegando a 333,3 mililitros, mas colocou a resposta final como sendo $\frac{333}{1000}$, mostrando que o grupo chegou perto da ideia, mas fez a representação da resposta com imperfeições. Essa representação fracionária não correspondente à representação decimal apresentada nos cálculos, pois 333,3 corresponderia a $\frac{3333}{10}$. Quando questionados sobre o porquê dessa representação disseram que foi porque o aluno 2 disse que a resposta poderia ser escrita na forma de fração. Quando questionado se o valor que daria juntando a quantidade recebida por cada criança corresponderia ao total de suco contido na jarra o mesmo respondeu:

Aluno: “Ah professor vai faltar só 1 ml, é um pouquinho”.

Quando questionado sobre porque faltaria um mililitro ele respondeu:

Aluno: “É porque a conta não tem fim ai tive que aproximar”, justificando que os 333 mililitros correspondem ao valor aproximado que cada criança recebe e o 1000 mililitros corresponde ao total de suco e, portanto, a fração correspondente é o $\frac{333}{1000}$. Nessa hora o aluno 2 expôs sua resposta, como podemos ver abaixo:

Figura 55 - Resposta da atividade por um grupo da turma B.

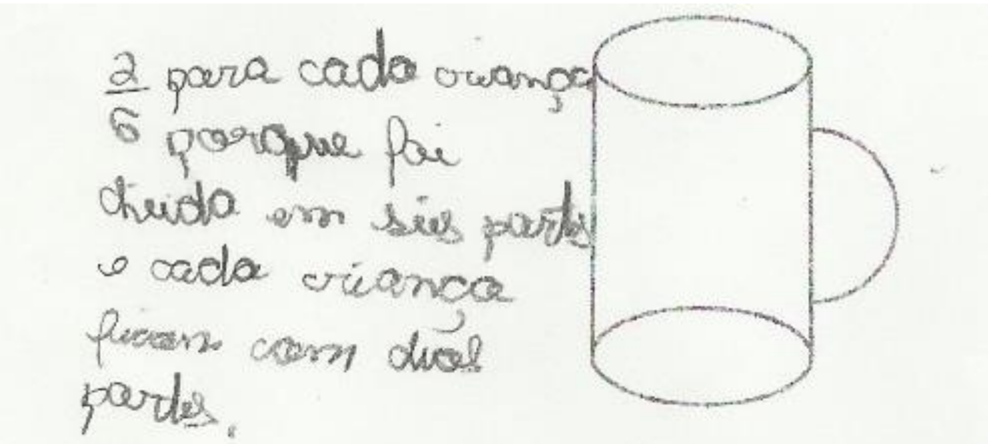


Fonte: Autor.

Após ver a solução, o aluno 1 percebeu que seria mais fácil usar a fração para representar a divisão do conteúdo de uma jarra em três partes iguais.

Praticamente todos os grupos perceberam que para resolver o problema 2 bastaria dobrar a quantidade de suco obtida no problema 1. Apenas um grupo cometeu um equívoco na execução da estratégia, dobrando o numerador e o denominador, como podemos perceber na figura abaixo:

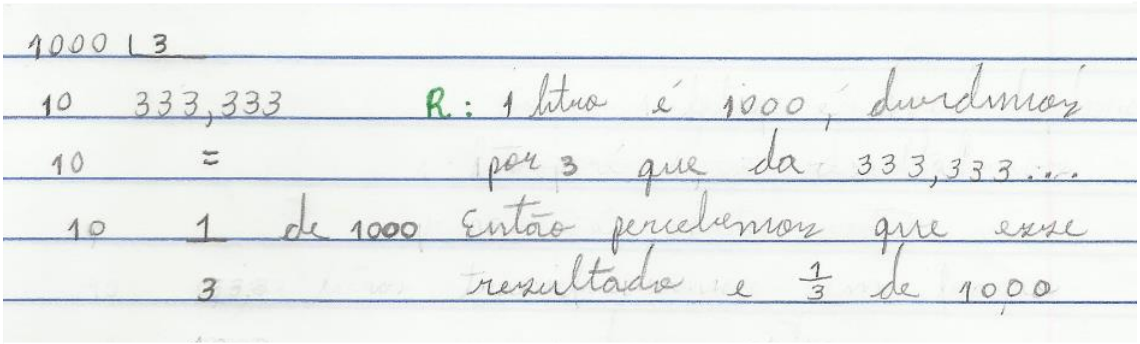
Figura 56 - Resposta da atividade por um grupo da turma B.



Fonte: Autor.

Quando um integrante deste grupo expôs sua solução, um integrante de outro grupo disse que a fração $\frac{2}{6}$ obtida por eles poderia ser simplificada, resultando em $\frac{1}{3}$ e que o resultado seria o mesmo obtido pelo grupo, $\frac{1}{3}$ como resposta para os três problemas. Pedi então que explicasse o pensamento do grupo. A explicação dada foi mostrada nas três figuras abaixo:

Figura 57 - Resposta da atividade pelo grupo 1 da turma B.

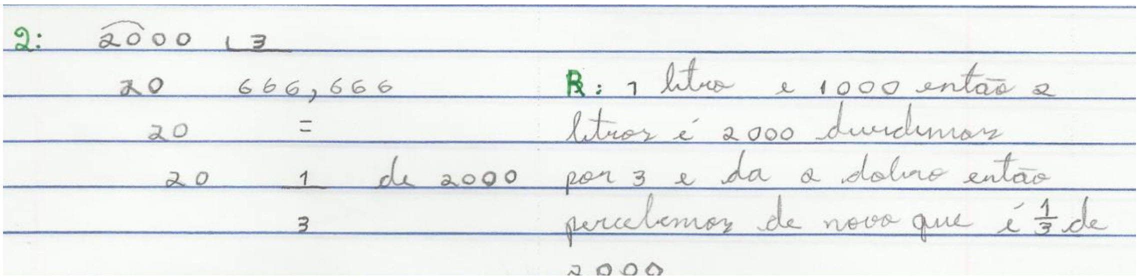


1000 |3
10 333,333
10 =
10 $\frac{1}{3}$ de 1000

R: 1 litro é 1000, dividimos por 3 que dá 333,333... Então percebemos que esse resultado é $\frac{1}{3}$ de 1000

Fonte: Autor.

Figura 58 - Resposta da atividade pelo grupo 1 da turma B.

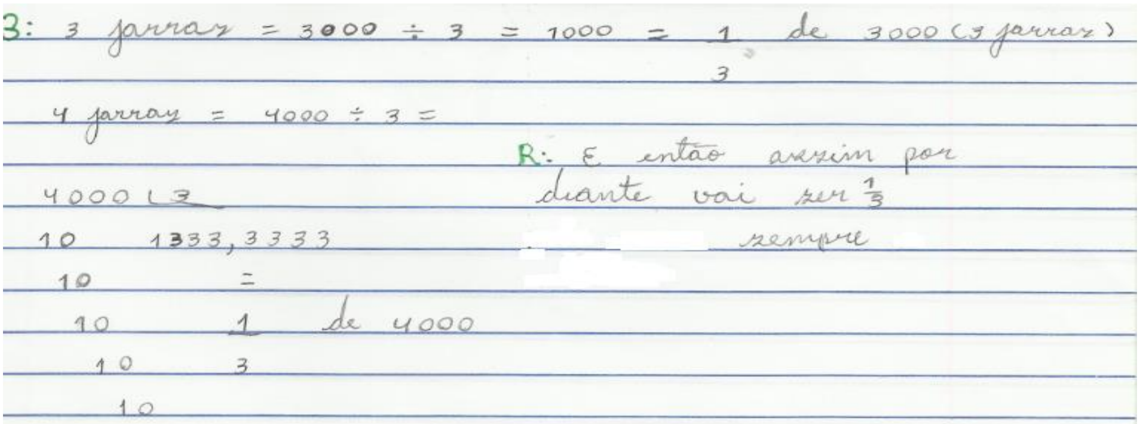


2: 2000 |3
20 666,666
20 =
20 $\frac{1}{3}$ de 2000

R: 1 litro é 1000 então 2 litros é 2000 dividimos por 3 e da o dobro então percebemos de novo que é $\frac{1}{3}$ de 2000

Fonte: Autor.

Figura 59 - Resposta da atividade pelo grupo1 da turma B.



3: 3 jarras = 3000 ÷ 3 = 1000 = $\frac{1}{3}$ de 3000 (3 jarras)
4 jarras = 4000 ÷ 3 =

R: E então assim por diante vai ser $\frac{1}{3}$ sempre

4000 |3
10 1333,3333
10 =
10 $\frac{1}{3}$ de 4000
10
10

Fonte: Autor.

Aluno: “Começamos dividindo 1000 mililitros por 3 e o resultado foi 333,333..., que é $\frac{1}{3}$ de 1000 ml. Depois dividimos 2000 mililitros por 3 e o resultado foi o dobro de suco, mas continua sendo $\frac{1}{3}$, só que de 2000 mililitros. Depois fizemos com 3000 mililitros que são 3 jarras e com 4000 mililitros que são 4 jarras, mas vai continuar sendo

$\frac{1}{3}$ da quantidade de suco contida nas jarras e assim por diante, vai ser sempre $\frac{1}{3}$ da quantidade".

Após a explanação levantei os seguintes questionamentos:

Professor: "Como perceberam que 333,333... é $\frac{1}{3}$ de 1000?".

Aluno: "Nós também dividimos a jarra em três partes iguais".

Professor: "Então as contas feitas são desnecessárias?".

Aluno: "Mas não precisa de conta para justificar?".

Professor: "O que vocês acham turma?".

Aluno do grupo que dividiu a jarra em três partes iguais: "Nesse caso não precisa de conta, só o desenho já justifica".

Esse caso traz a tona outra dificuldade enfrentada por professores e alunos, a de que todo problema matemático precisa de uma conta para que possa ser justificado.

A solução apresentada pelo grupo 1 me surpreendeu, já que no planejamento da atividade eu não havia pensado nessa possibilidade de solução, $\frac{1}{3}$ da quantidade total de suco.

As soluções apresentadas bem como suas justificativas e a participação ativa da grande maioria dos alunos seja ela fazendo questionamentos ou respondendo a esses questionamentos foi bastante significativa, principalmente se comparadas às duas primeiras atividades, mostrando uma melhora no aprendizado da classe.

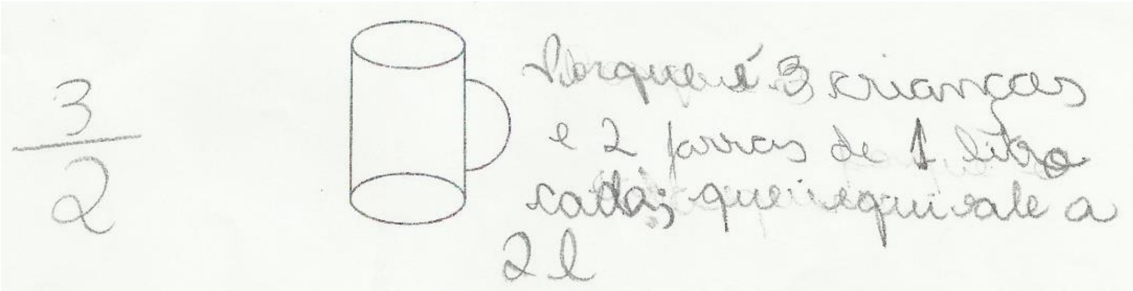
Segunda turma 6º ano A:

O desenrolar da atividade seguiu basicamente nos mesmos moldes da outra turma, apenas com uma diferença, um grupo fez a inversão do numerador com o denominador da fração, como podemos verificar abaixo:

Figura 60 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.

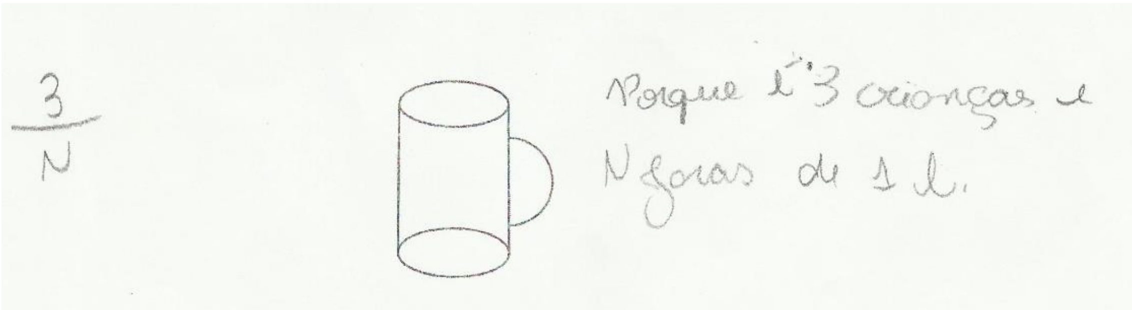
Fonte: Autor.

Figura 61 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

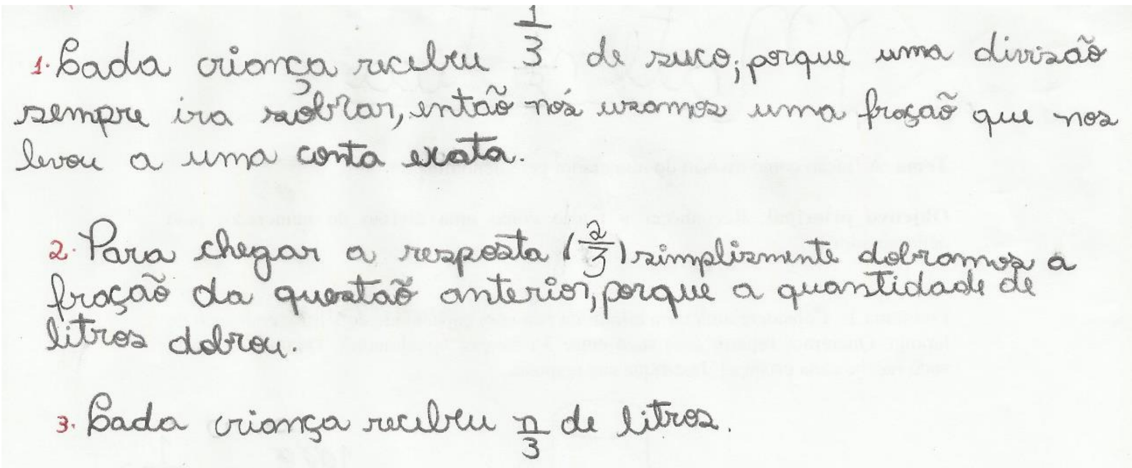
Figura 62 - Solução da atividade por um grupo da turma B.



Fonte: Autor.

Antes que eu dissesse alguma coisa outro grupo pediu para expor suas soluções para classe, soluções estas apresentadas abaixo:

Figura 63 - Solução da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Para o terceiro problema o aluno justificou dizendo que ó numerador da fração sempre será a quantidade de jarras de 1 litro cada e o denominador sempre será 3 já que são três crianças.

O aluno questionou o grupo anterior, dizendo que o denominador da fração era que representava o total de partes em que o inteiro seria dividido, no caso 3, porque seriam 3 crianças. Antes que eu dissesse alguma coisa um aluno do grupo que fez a inversão percebeu o erro cometido e corrigiu, alertando os demais integrantes do grupo, que concordaram com o aluno.

Considerações finais:

Fui surpreendido com uma resposta que não esperava, onde o aluno desenvolveu um raciocínio indutivo e conseguiu uma generalização a partir de um modelo concreto. Pude perceber também um interesse muito grande dos alunos em partilhar suas soluções, o que foi bastante produtivo, pois assim, pude fazer as observações e perceber a natureza do erro cometido pelos alunos e fazer as intervenções necessárias. Neste caso as que mais chamaram a atenção foram as tentativas de representação de uma dízima periódica na forma de um número fracionário, mostrando que essa atividade pode ser retomada no ano seguinte, quando esse estudo é feito e a tentativa de se fazer uma multiplicação de um número inteiro por uma fração multiplicando numerador e denominador pelo número.

4.1.4 Atividade 4

Tema: Representações de frações, frações equivalentes e fração de um número.

Objetivo: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda: a fração como sendo uma divisão de um todo em partes iguais, a representação fracionária como sendo a razão parte-todo; o conceito de frações equivalentes e o cálculo da fração de um número.

Atividade: A atividade é composta pelos quatro problemas descritos abaixo:

1) Que fração do todo representa a parte pintada em cada uma das figuras abaixo?

Figura 64 - Inteiros divididos em pedaços.

Fonte: Autor.

2) Escreva duas frações equivalentes a cada uma das frações do exercício anterior. Descreva seu pensamento verbalmente ou oralmente.

3) Se $\frac{1}{8}$ de uma pizza custa R$ 3,00, qual o preço da pizza inteira? Justifique sua resposta.

4) Os irmãos Carlos, Marcos, Maria e José fizeram uma vaquinha para comprar um presente para sua mãe. O presente escolhido custou R$ 480,00. Carlos pagou metade do valor do presente, Marcos pagou $\frac{1}{5}$ do valor do presente, Maria pagou $\frac{1}{8}$ do valor do presente e José pagou o restante. Pergunta-se:

a) Qual o valor pago por cada irmão?

b) Qual a fração correspondente ao valor pago por José?

5) Determine quantos reais corresponde a:

a) $\frac{2}{5}$ de R$ 2000,00

b) $\frac{16}{40}$ de R$ 2000,00

c) $\frac{8}{20}$ de R$ 2000,00

d) $\frac{4}{10}$ de R$ 2000,00

O que você percebe com relação aos valores encontrados?

O que podemos dizer a respeito dessas frações? Justifique.

Planejamento: A atividade é realizada em duplas.

Após a formação das duplas será solicitado aos alunos que leiam com atenção o enunciado (Etapa 1 da resolução de problemas) e que verifiquem se existe alguma palavra que não saibam o significado, para que o mesmo seja esclarecido, permitindo que o aluno passe para a etapa seguinte somente após compreender o enunciado. Após essa leitura atenta e resolvidas eventuais dúvidas quanto ao enunciado dos problemas, os alunos deverão elaborar uma estratégia para a resolução (Etapa 2) e para esse caso é esperado que o aluno perceba que para a determinação da fração correspondente é necessário que o todo esteja dividido em partes de igual tamanho. Será esperado que o aluno faça novas divisões nos interiores das figuras, dividindo-as convenientemente em mais partes, para perceber o conceito de frações equivalentes. Serão esperados também desenhos representativos da pizza dividida em 8 partes. A questão 4 será a questão que apresentará um maior grau de dificuldade, já que possuirá um número maior de cálculos a serem feitos. Quanto ao valor que será pago por Carlos espera-se que não surjam dificuldades, já que encontrar a metade de algum valor é uma atividade muito frequente na vida do aluno desde os primeiros anos do ensino fundamental. Desenhos representativos também poderão aparecer para auxiliar o aluno na elaboração da resposta. Na segunda parte da questão, sobre que fração do presente foi paga por José, espera-se maior dificuldade, já que para respondê-la o aluno tem que acertar o item “a” por completo. Por fim espera-se que os alunos façam os cálculos corretos (Etapa 3) e percebam que para a determinação de uma fração é necessário que o todo esteja dividido em partes de igual tamanho e que uma mesma quantidade poderá ser representada por meio de mais de uma fração (frações equivalentes) e por fim espera-se que sejam capazes de expressar esse conceito para validar suas respostas (Etapa 4 da metodologia de resolução de problemas).

Tempo de Aplicação: tempo previsto 2 aulas de 50 minutos. As salas foram divididas em duplas para a realização da atividade, como planejado. Nessa atividade a orientadora estava presente como observadora.

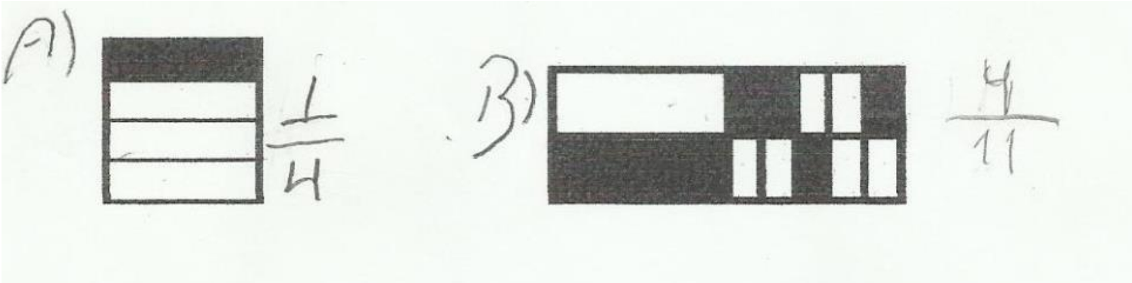
Aplicação: A atividade foi aplicada no dia 3 maio de 2012.

Primeira turma: 6º Ano B

Houve uma demora para a formação dos pares, devido a falta de cadeiras na sala de aula. Após a formação das duplas foi entregue a cada aluno uma folha contendo as atividades. Primeiramente estava previsto que as duplas resolvessem todas as questões para fechamento posterior. A meu ver, houve um erro no planejamento, ao entregar todas as 5 questões de uma só vez. Algumas duplas terminaram rápido demais e outras demoraram mais para a conclusão da primeira questão, o que gerou certa indisciplina na sala, prejudicando o andamento da atividade. Enquanto algumas duplas levantavam a mão para questionamentos da primeira questão, outras já estavam na questão 2 ou 3. Nessa hora houve uma paralisação das atividades e mudança de rumo no desenvolvimento da mesma, sendo feita uma questão de cada vez e assim que terminada cada uma, procedeu-se ao fechamento com os alunos expondo suas respostas, mudança esta proposta pela orientadora que estava presente no momento da aplicação.

A mudança de atitude minimizou a indisciplina. A seguir algumas respostas dadas pelos alunos:

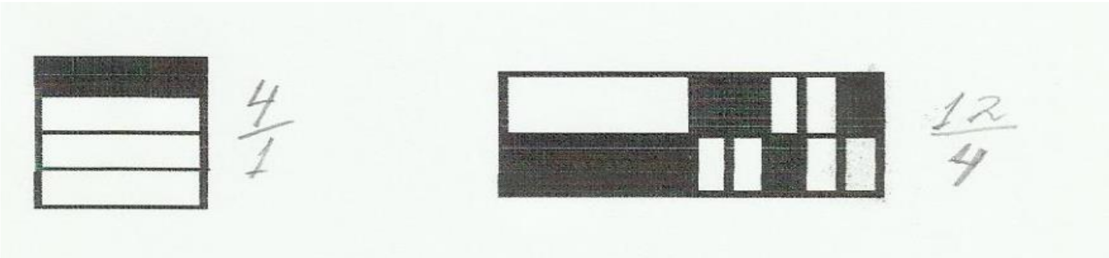
Figura 65 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.



Fonte: Autor.

Quando o aluno foi questionado sobre o porquê das soluções disse que na parte de cima era o número de partes pintadas e na parte de baixo o total de partes, justificativa parecida foi dada por outro aluno, apenas invertendo o numerador e o denominador.

Figura 66 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.

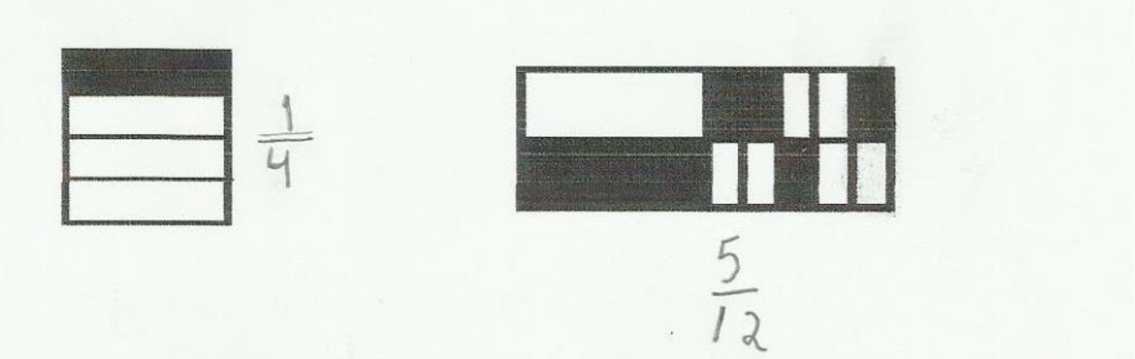


Fonte: Autor.

Os alunos que propuseram tais soluções claramente não tem a ideia de que para constituir uma fração o inteiro precisa estar dividido em partes iguais. Possuem apenas uma ideia mecanizada de que a fração é constituída por partes pintadas sobre o total de partes, independente do tamanho de cada uma, portanto um erro conceitual.

Outra solução intrigante para a segunda figura foi a solução apresentada abaixo, onde a aluna respondeu que havia 5 pedaços, já que um dos pedaços pintados na parte superior poderia ser dividido em dois, mas não fez o mesmo com os outros pedaços, evidenciando um erro conceitual.

Figura 67 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.



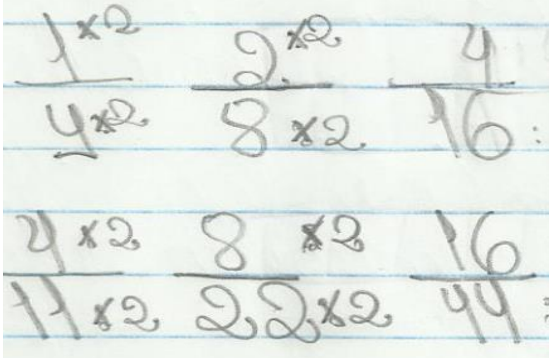
Fonte: Autor.

Pelas soluções apresentadas podemos perceber que os alunos não entendem que a fração é um conceito que representa uma divisão da figura em partes iguais.

Os alunos que apresentaram tais soluções foram chamados à lousa para exporem suas respostas. Quando perguntei para a classe se concordavam com as respostas dadas pelos colegas alguns concordaram e outros não. Os alunos que discordaram levantaram um ponto importante dizendo que para constituir a fração é necessário que o inteiro esteja dividido em partes iguais.

A maioria dos alunos não havia visto ou não lembrava o que eram frações equivalentes. Um aluno disse que para achar as frações equivalentes bastava multiplicar ou dividir em cima e em baixo pelo mesmo número, mostrando que sabe a técnica, mas não sabendo o porquê de se fazer isso. Após essa explicação uma dupla, mesmo após o fechamento da primeira questão, não se ateve à solução correta do item e para achar as frações equivalentes multiplicou por 2 o numerador e o denominador das frações encontradas no item anterior, mas sem fazer a correção, como podemos ver abaixo:

Figura 68 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.



Fonte: Autor.

Após essa resposta tive que intervir e construir com os alunos o significado de frações equivalentes. Reproduzi a primeira figura na lousa e a dividi em 8 partes através de um corte vertical de modo que todos os 8 pedaços ficassem com a mesma área e perguntei que fração estava representada.

A maioria da classe respondeu que a fração representada agora era $\frac{2}{8}$, já que havia dois pedaços pintados de um total de 8 pedaços.

Perguntei então se o total pintado representava a mesma quantidade da fração inicial.

Alguns responderam que sim e outros que não.

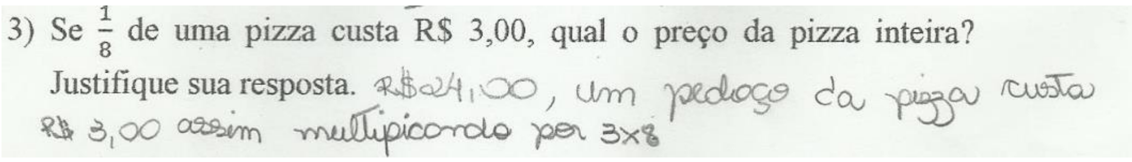
Nessa hora os alunos que responderam sim defenderam sua ideia dizendo que as duas partes pintadas na nova figura correspondiam à parte pintada na figura inicial.

Então fechei a discussão dizendo que frações apresentadas com numeradores e denominadores proporcionais ao de outra fração dada representam a mesma quantidade de um inteiro qualquer e são chamadas de frações equivalentes e pedi que a classe descobrisse outra fração equivalente a $\frac{1}{4}$ que não fosse $\frac{2}{8}$. Alguns dividiram cada pedaço em três, chegando à fração $\frac{3}{12}$ e outros aproveitaram o desenho da fração $\frac{2}{8}$ apresentada na lousa e dividiu cada pedaço em dois, chegando à fração $\frac{4}{16}$.

Após essa discussão alguns alunos perceberam que haviam errado a segunda fração já que as partes não eram de igual tamanho e para encontrarem as frações equivalentes dividiram cada pedaço em dois e depois em dois novamente.

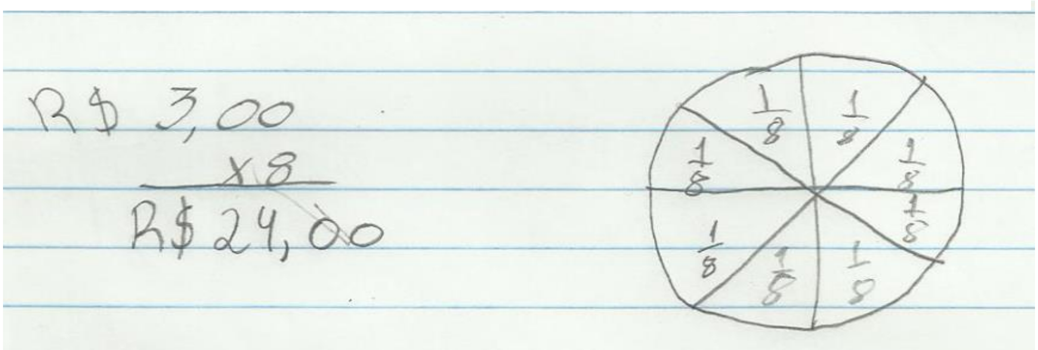
A questão 3: "Se $\frac{1}{8}$ de uma pizza custa R$ 3,00, qual o preço da pizza inteira? Justifique sua resposta" foi a que apresentou o maior índice de acertos e as justificativas foram:

Figura 69 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.


3) Se $\frac{1}{8}$ de uma pizza custa R$ 3,00, qual o preço da pizza inteira?
Justifique sua resposta. R$24,00, um pedaço da pizza custa R$ 3,00 assim multipicando por 3x8

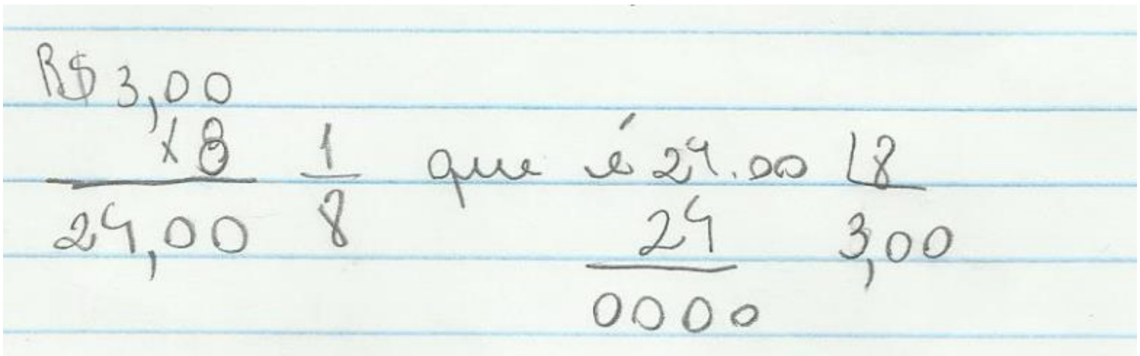
Fonte: Autor.

Figura 70 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.



Fonte: Autor.

Figura 71 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.



Fonte: Autor.

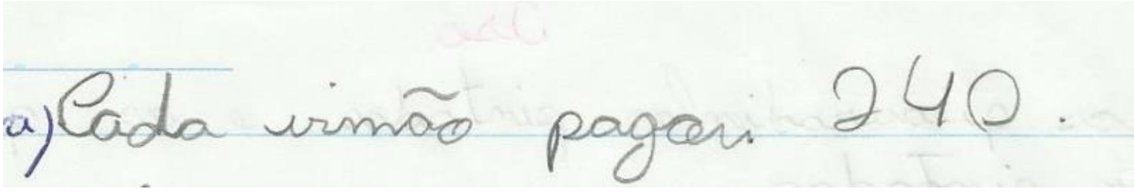
Como previsto houve grupo que usou uma representação de figura para a resolução da questão. Apenas um grupo fez a validação do resultado obtido como mostrado acima. Porém mesmo nesse caso o professor deve atentar se a verificação apresentada, como mostrado na figura acima, é uma verificação para a divisão ou se é validação do problema. No exemplo a mesma foi de fato a verificação do problema, pois quando o aluno foi questionado, justificou da seguinte forma:

Aluno: “Como deu R$ 24,00 eu peguei os 24 e dividi por 8 porque a pizza tinha 8 pedaços e ai deu R$ 3,00 que era o preço de um pedaço, então está certo”.

O tempo previsto não foi suficiente para que a questão 4 fosse respondida por inteiro. Nesse dia apenas o valor pago por Carlos foi respondido, e praticamente todos os alunos responderam de forma satisfatória.

A atividade foi retomada na aula seguinte, mas sem a presença da orientadora. Quanto ao fechamento dessa questão quase a totalidade das duplas respondeu de forma satisfatória o item a: “qual o valor pago por cada irmão”, os integrantes de três duplas interpretaram o problema de forma errônea, entendendo que cada irmão pagaria o mesmo valor e então deu como resposta que cada irmão pagou R$ 240,00, valor esse correspondente ao que foi pago por Carlos, como podemos ver abaixo:

Figura 72 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.



Fonte: Autor.

Um integrante da dupla foi chamado à lousa para expor sua solução e ele justificou da seguinte forma:

Aluno 1: “ Como Carlos paga R$ 240, 00, os outros também pagam o mesmo valor”.

Eis que um aluno lança o seguinte comentário:

Aluno 2: “Mas se você somar tudo vai dar mais de R$ 480,00”.

Aluno 1: “ É verdade, eu não tinha pensado nisso”.

Então o aluno 2 é chamado à lousa para expor sua resolução.

Aluno 2: “ Para achar o valor pago por Carlos eu dividi por 2, porque é metade; para achar o valor pago por Marcos eu dividi por 5 porque é $\frac{1}{5}$ e para achar o valor pago por Maria eu dividi por 8, porque é $\frac{1}{8}$. Para o José eu somei e vi quanto faltava”.

Professor: “Vocês estão de acordo classe?”.

Alguns alunos ainda ficaram na dúvida e então pedi para que somassem os valores obtidos em cada uma das divisões propostas pelo aluno 2.

Professor: “Qual foi o resultado da soma?”.

Classe: “R$ 480,00, professor”.

Professor: “ E qual era o valor do presente?”.

Classe: “ R$ 480,00”.

Professor: “A que conclusão vocês chegaram?”.

Classe: “Que não podia ser R$ 240,00 cada, já que daria mais de R$ 480,00 e que o correto é fazer as divisões pelo denominador, que é o que indica em quantas partes o inteiro foi dividido”.

Quanto ao item “b”: “Qual a fração correspondente ao valor pago por José.” a maioria o deixou em branco, apenas três duplas chegaram à solução correta.

Nessa hora como os alunos já haviam entendido o item “a” e concordaram que o valor pago por José era o que faltava para completar os R$ 480,00, ou seja, R$ 84,00 então a fração seria $\frac{84}{480}$, 84 que foi o valor pago por José sobre 480 que era o total.

Quanto à questão 5: “Determine quantos reais corresponde a:

e) $\frac{2}{5}$ de R$ 2000,00

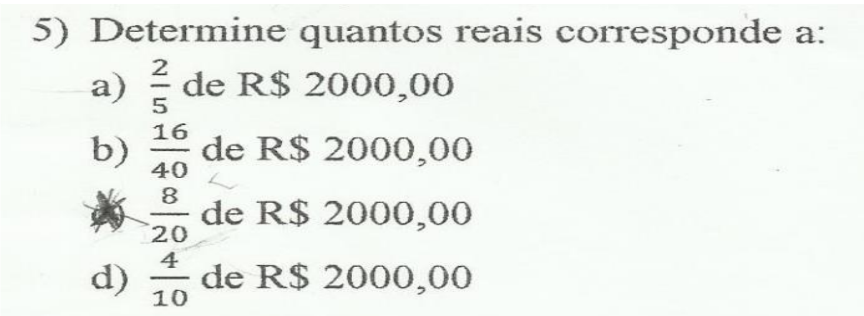
f) $\frac{16}{40}$ de R$ 2000,00

g) $\frac{8}{20}$ de R$ 2000,00

h) $\frac{4}{10}$ de R$ 2000,00”

O número de alunos que a deixou em branco também foi bastante significativo (seis duplas). Uma das duplas assinalou o **item c**, como se a questão fosse um teste, como mostrado abaixo:

Figura 73 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma B.


5) Determine quantos reais corresponde a:

a) $\frac{2}{5}$ de R$ 2000,00

b) $\frac{16}{40}$ de R$ 2000,00

c) $\frac{8}{20}$ de R$ 2000,00

d) $\frac{4}{10}$ de R$ 2000,00

Fonte: Autor.

Essa resposta mostra que os alunos não fizeram uma leitura atenta do enunciado, e ilustra o costume do aluno de achar que sempre que aparece 4 ou 5 itens em um enunciado que a questão seria de múltipla escolha. No caso mostrado os alunos chutaram a letra d. Após nova leitura do enunciado os alunos perceberam que não se tratava de um teste, mostrando novamente a importância da leitura atenta do enunciado.

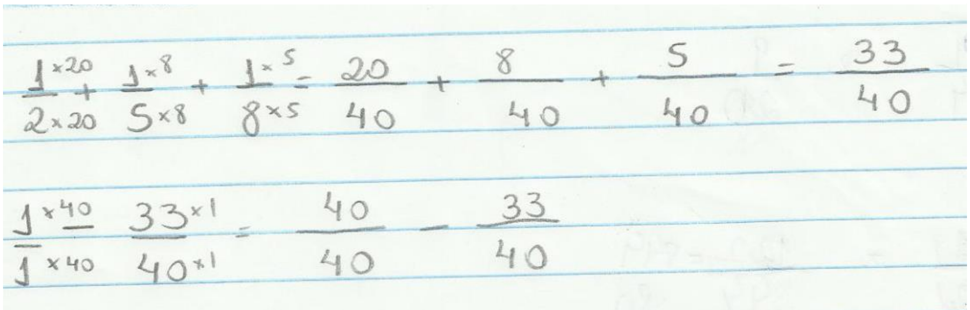
Outros apenas fizeram as contas, sem responder os dois itens seguintes: “O que você percebe com relação aos valores encontrados?” e “O que podemos dizer a respeito dessas frações? Justifique”.

Após chamar à lousa um aluno para a realização dos cálculos presentes na referida questão, expliquei que o eu queria com as perguntas era que os alunos percebessem que as frações eram equivalentes, pois representavam a mesma quantidade, R$ 800,00. Percebi também que a pergunta “O que podemos dizer a respeito dessas frações? Justifique.” ficou vaga, portanto resolvi suprimir da atividade e não aplicar essa questão no 6º Ano A.

Segunda turma: 6º Ano A

Os problemas apresentados foram praticamente os mesmos da turma 6° ano B. Nessa turma o planejamento foi refeito e as instruções foram para resolverem uma questão de cada vez, para que o fechamento fosse feito logo em seguida. Porém, como as cinco questões estavam em uma mesma folha, algumas duplas descumpriram as regras, pois resolveram rapidamente a primeira questão e já passaram para a próxima, e alguns levantavam a mão e me chamavam na carteira para que explicasse algo que não haviam entendido. No primeiro dia conseguimos fazer o fechamento das quatro primeiras questões. As respostas e justificativas apresentadas foram basicamente as mesmas da outra turma com exceção de uma resposta dada ao item b da questão 4 (fração correspondente ao valor pago por José), como podemos ver na solução abaixo:

Figura 74 - Resposta da atividade dada por uma dupla da turma A.



Fonte: Autor.

A aluna fez uso de adição e subtração de frações, já que se lembrava desse conteúdo dado no ano anterior, o que foi uma surpresa, já que a maioria não se lembrava de ter visto nem o conceito de fração. Ela foi chamada à lousa para expor sua solução.

Aluna: “Primeiro eu acho um denominador comum, para poder somar”.

Professor: “Por que está fazendo uma soma?”.

Aluna: “Porque se eu juntar as frações pagas por todos os irmãos o resultado terá que ser um inteiro. Então eu somo as frações conhecidas e depois tiro de um inteiro para chegar à fração paga por José”.

Professor: “Por que está achando um denominador comum?”.

Aluna: “Porque eu só posso somar frações com denominadores iguais, que são pedaços iguais”.

Professor: “Para chegar a denominadores iguais você está usando qual conceito?”.

Aluna: “O conceito de frações equivalentes”.

Na folha entregue faltou o valor final da subtração que é $\frac{7}{40}$. Então perguntei à turma se concordavam com o valor encontrado e a maioria disse que não, já que o valor encontrado era diferente da solução apresentada anteriormente que era de $\frac{84}{480}$, apenas alguns alunos concordaram com a solução apresentada. Nessa hora voltei ao conceito de frações equivalentes, e pedi para acharem frações equivalentes à $\frac{7}{40}$. A aluna que respondeu à questão disse que $\frac{84}{480}$ era uma fração equivalente à $\frac{7}{40}$, pois bastava multiplicar o numerador e o denominador por 12. A turma concordou, mas o conceito de adição e de subtração de fração não era do domínio da turma, dificultando a compreensão da solução apresentada. Disse que esse conceito seria aprendido em aulas posteriores.

Considerações finais

As respostas dos alunos dadas às questões não foram satisfatórias, visto que a maioria não dominava os conteúdos das questões, se limitando apenas a fazer o que foi solicitado pelo professor. Alguns sequer sabiam que para constituir uma fração o todo teria que ser dividido em partes com áreas iguais. Já outros faziam a inversão do numerador e do denominador. No final a aula acabou sendo mais expositiva do que participativa, mesmo alguns alunos indo até a lousa para exporem suas soluções para apreciação dos colegas.

A questão 5 apresentou ambiguidade no enunciado, ambiguidade esta que foi verificada durante a aplicação na segunda turma e mostrou também não ser importante para o cumprimento do objetivo proposto, portanto, foi suprimida da atividade para usos posteriores.

Para que essas defasagens de conteúdos fossem supridas foi elaborada outra atividade, com o uso de material concreto para tentar minimizar essa diferença de aprendizado entre os alunos. Esta nova atividade foi dividida em duas partes para facilitar o aprendizado e para que o aluno se familiarize com o material concreto a ser utilizado. Nessa nova atividade os alunos são divididos não em duplas, mas em trios, para facilitar a circulação do professor pela sala para poder fazer as observações e perceber os tipos de erro cometido pelos alunos, e assim poder fazer as intervenções durante a aplicação e no fechamento da atividade.

A atividade se mostrou muita rica, já que através da observação da aula (etapa da Lesson Study) foram detectadas várias lacunas no aprendizado de frações, o que me deu subsídios para criar novas atividades que visem preencher as lacunas no aprendizado, e consequentemente melhorar as aulas subsequentes.

4.1.5 Atividade 5

Tema: Representações na forma fracionária, frações equivalentes e adição de fração.

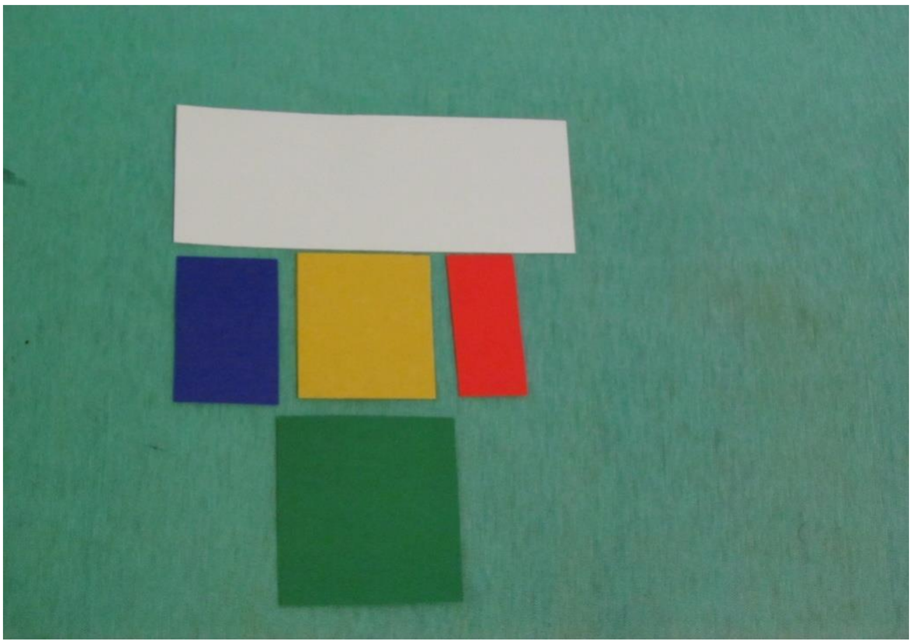
Planejamento: A atividade é planejada visando amenizar as lacunas no aprendizado de frações detectadas na Atividade 4 e está dividida em duas partes.

Objetivo: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda: a fração como sendo uma divisão de uma unidade em partes iguais, a representação fracionária como sendo a razão parte-todo.

Tempo de Aplicação: Uma aula de 50 minutos, sendo 20 minutos para a execução e 20 minutos para explanação das respostas por parte dos alunos, sendo 10 minutos para montagem e desmontagem dos grupos.

Material: Cada grupo receberá 4 retângulos brancos medindo 12cm x 5cm cada, sem marcações; 6 retângulos vermelhos medindo 2cm x 5 cm; 6 retângulos amarelos medindo 4cm x 5cm; 6 retângulos azuis medindo 3cm x 5cm e 6 retângulos verdes medindo 6cm x 5cm, conforme figura abaixo.

Figura 75 - Material usado na primeira parte da atividade.



Fonte: Autor.

Planejamento da primeira parte: **C**ada grupo receberá uma folha contendo a primeira parte da atividade. Será solicitado que todos leiam os problemas com atenção (Etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas), sempre verificando se há alguma palavra ou item que não conseguem entender. Após a leitura o aluno deverá elaborar uma estratégia para a resolução, que no caso da primeira parte será realizada por meio da manipulação do material recebido para perceber o que é necessário para a resolução (Etapa 2). Após a elaboração da estratégia o aluno deverá colocá-la em prática (Etapa 3). Para a primeira parte da atividade não se espera muita dificuldade na resolução, já que se trata de uma atividade manipulativa.

Problemas da 1ª parte

Você receberá alguns retângulos de cores e dimensões diferentes.

1. Quantos retângulos amarelos são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
2. Um retângulo amarelo representa que fração do retângulo branco?
3. Quantos retângulos verdes são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
4. Um retângulo verde representa que fração do retângulo branco?
5. Quantos retângulos azuis são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
6. Um retângulo azul representa que fração do retângulo branco?
7. Quantos retângulos vermelhos são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
8. Um retângulo vermelho representa que fração do retângulo branco?
9. Um retângulo amarelo representa que fração do retângulo verde?
10. Divida o retângulo branco em 12 partes iguais e represente neste mesmo retângulo a fração $\frac{8}{12}$.

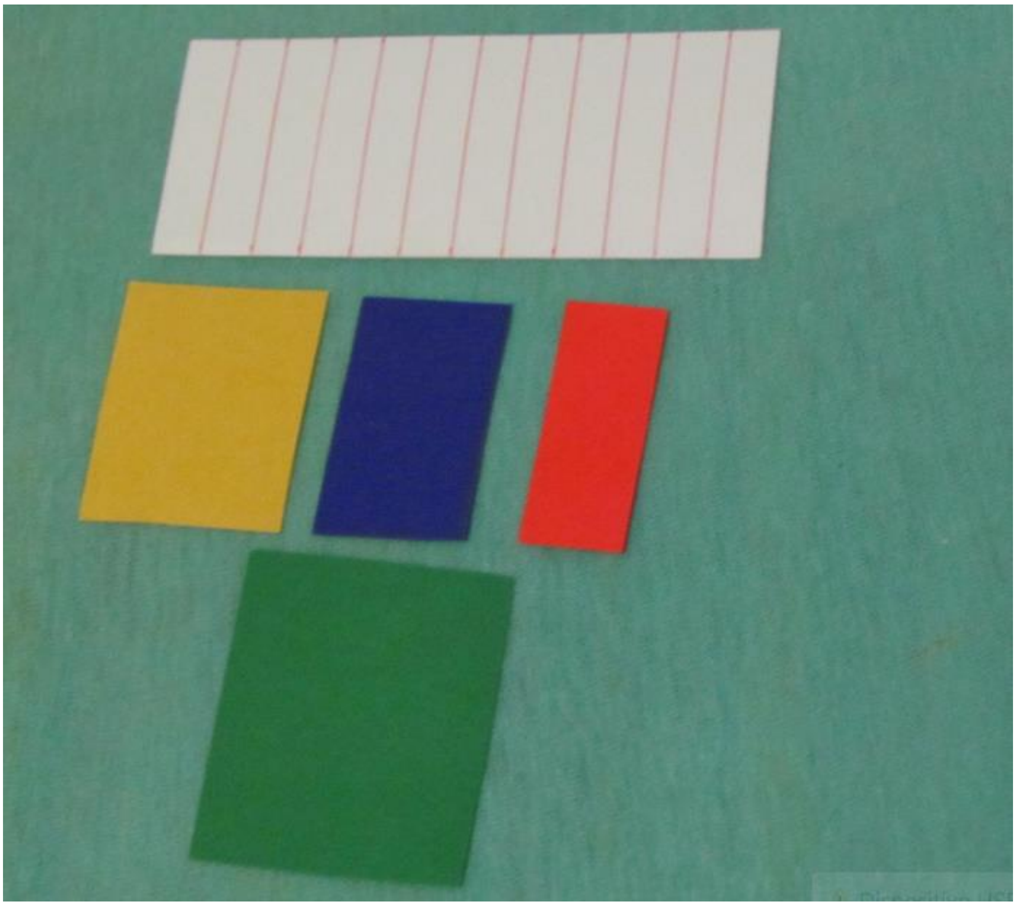
Planejamento da segunda parte: O planejamento da segunda parte seguirá os mesmos moldes do planejamento da primeira parte, com os mesmos grupos.

Objetivo: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda o conceito de frações equivalentes e use esse conceito para o cálculo da adição de frações com denominadores diferentes.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada uma, sendo uma para a realização e uma para fechamento e discussão.

Instruções para a 2ª parte da atividade: cada grupo receberá 12 retângulos brancos medindo 12cm x 5cm cada, com marcações de um em um centímetros no comprimento; 10 retângulos vermelhos medindo 2cm x 5 cm; 10 retângulos amarelos medindo 4cm x 5cm; 10 retângulos azuis medindo 3cm x 5cm e 10 retângulos verdes medindo 6cm x 5cm, conforme figura abaixo.

Figura 76 - Material usado na segunda parte da atividade.



Fonte: Autor.

Problemas da 2ª parte

11. Usando os retângulos recebidos represente uma fração equivalente a cada uma das frações abaixo com denominador 12.
    a. $\frac{1}{3}$
    b. $\frac{1}{4}$
    c. $\frac{1}{2}$
    d. $\frac{1}{6}$
12. Usando os retângulos determine:
    a. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$
    b. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$
    c. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$
    d. $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$
    e. $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$
    f. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}$
    g. $\frac{3}{6}+\frac{1}{4}$
    h. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

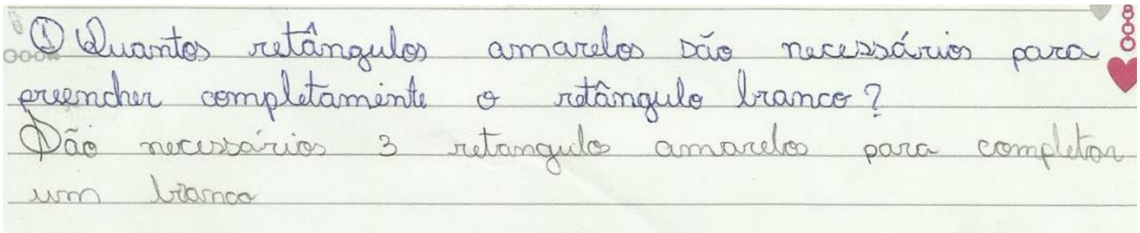
13. Use as frações equivalentes encontradas no exercício 11 para verificar o resultado encontrado nos itens a, b, c , f .

Aplicação da primeira parte: a primeira parte da atividade foi aplicada no dia 18 de maio de 2012.

Primeiramente foi aplicada no 6° Ano A.

Nessa classe não houve questionamentos quantos aos itens e todos os grupos conseguiram resolver corretamente as atividades propostas. A seguir seguem alguns exemplos de respostas dadas.

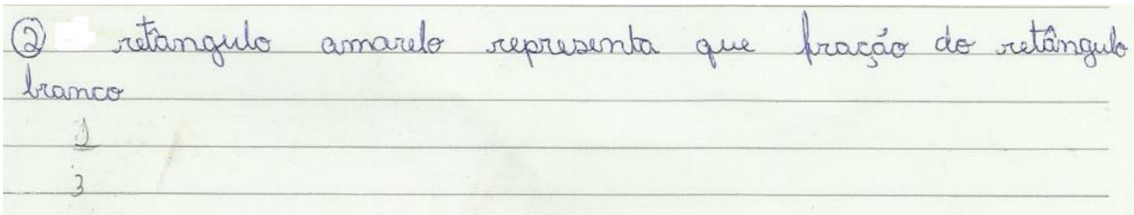
Figura 77 - Resposta da atividade dada por um grupo da turma A.



① Quantos retângulos amarelos são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
São necessários 3 retangulos amarelos para completar um branco

Fonte: Autor.

Figura 78 - Resposta da atividade dada por um grupo da turma A.

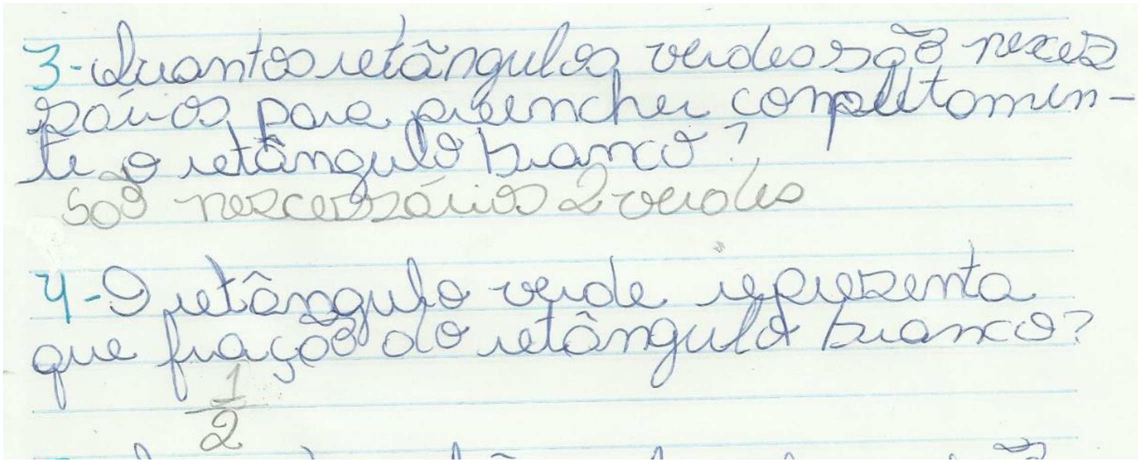


② retângulo amarelo representa que fração do retângulo branco

$\frac{1}{3}$

Fonte: Autor.

Figura 79 - Resposta da atividade dada por um grupo da turma A.



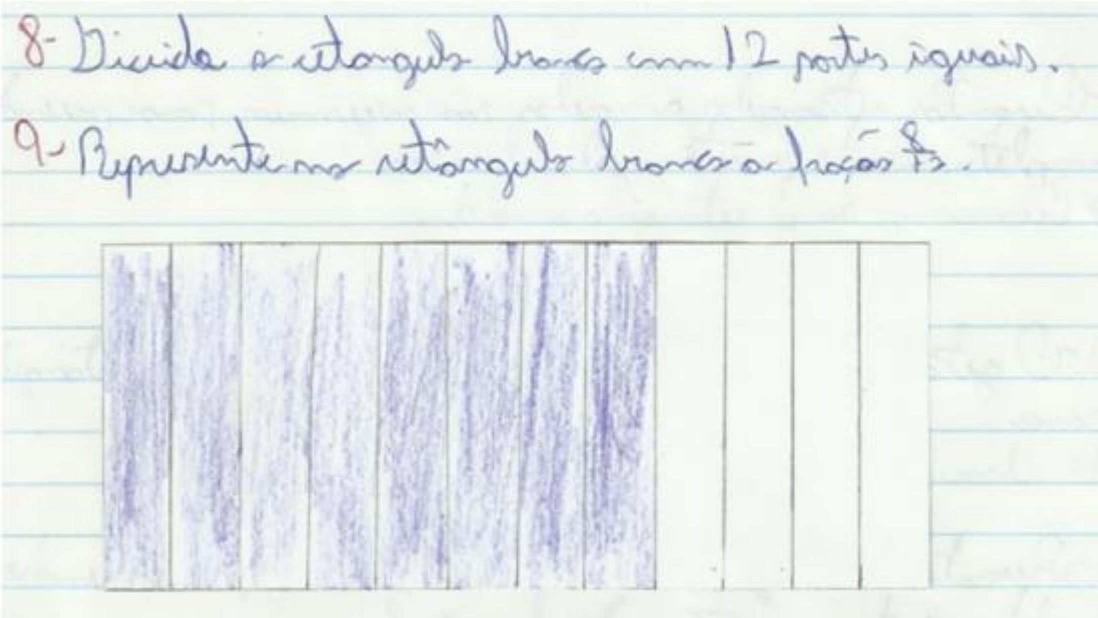
3- Quantos retângulos verdes são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
São necessários 2 verdes

4- O retângulo verde representa que fração do retângulo branco?

$\frac{1}{2}$

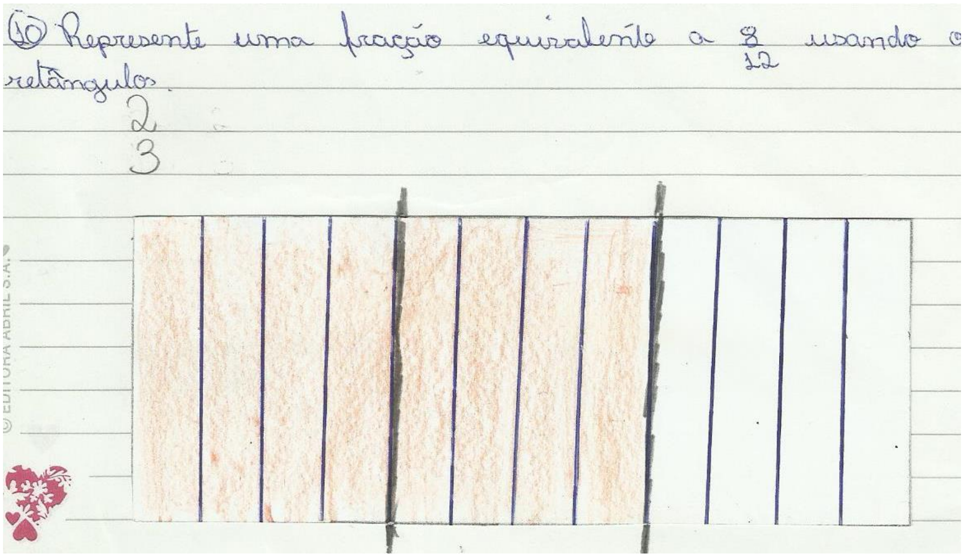
Fonte: Autor.

Figura 80 - Resposta da atividade dada por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 81 - Resposta da atividade dada por um grupo da turma A.



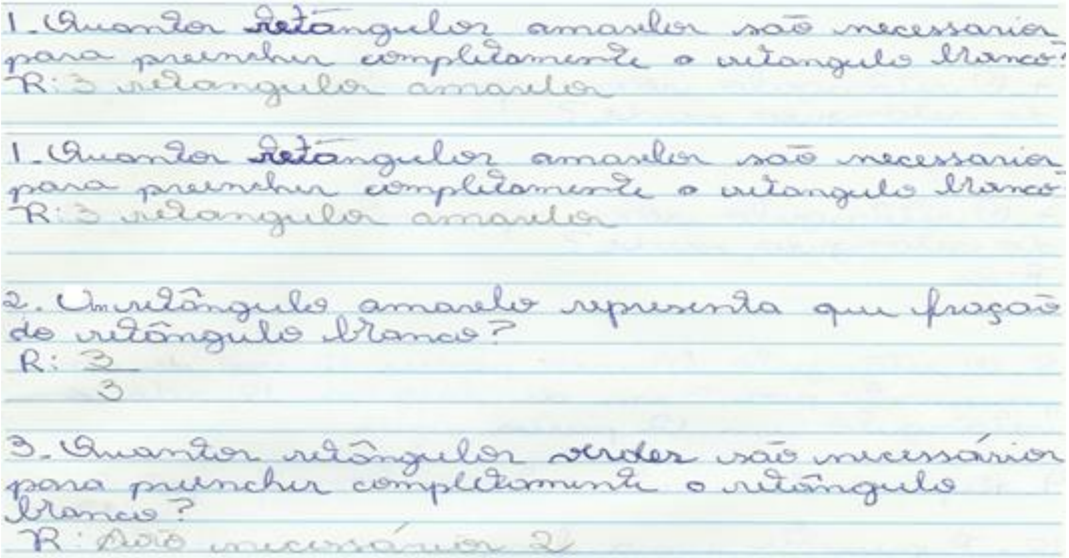
Fonte: Autor.

Segunda sala (6° Ano B):

Também não houve problemas quanto à aplicação. Apenas um grupo não conseguiu atingir o objetivo da primeira parte, tendo feito corretamente os itens 1, 3, 5 e

7, onde as perguntas eram quantos retângulos são necessários para preencher completamente o retângulo..., como podemos ver abaixo:

Figura 82 - Resposta da atividade por um grupo da turma B que não atingiu o objetivo completamente.


1. Quantos retângulos amarelos são necessarios para preenchir completamente o retangulo branco?
R: 3 retangulos amarelos
1. Quantos retângulos amarelos são necessarios para preenchir completamente o retangulo branco?
R: 3 retangulos amarelos
2. Um retângulo amarelo representa que fração do retângulo branco?
R: $\frac{3}{3}$
3. Quantos retângulos verdes são necessários para preenchir completamente o retângulo branco?
R: São necessários 2

Fonte: Autor.

No tocante aos itens onde a resposta era a fração, os alunos deste grupo colocaram que a fração representada era o número de retângulos necessários (que no caso do item 2 mostrado na figura acima era 3) sobre este mesmo número (3), formando a fração $\frac{3}{3}$, evidenciando que os alunos deste grupo não compreenderam o conceito de fração como sendo o quociente do numerador (que neste caso sempre seria 1, pois no enunciado dizia um retângulo amarelo) pelo denominador (quantidade de retângulos necessários para o preenchimento completo) respondida em itens anteriores.

Quando questionados sobre o porquê de resolverem desta forma os alunos desse grupo responderam:

Alunos: “Mas não é assim?”. “A fração não é só montar com o número que eu descobri?”.

Nesse momento outro aluno de um grupo que respondeu corretamente à questão destacou que se fizesse a leitura atenta do enunciado saberia.

Pedi que explicasse melhor seu ponto de vista e o aluno respondeu:

Aluno: “Na pergunta está escrito: Um retângulo (amarelo, verde ou azul) é um retângulo no singular, portanto um retângulo só, então o número de cima que é quantas partes que eu peguei é 1 e o de baixo que é o total de partes é o número de vezes que contei que cabe”.

Professor: “Quais os nomes corretos do que você chama de número de cima e de número de baixo?”.

Aluno: “O de cima é o numerador e o de baixo é o denominador”.

Professor: “Está correto turma?”.

Alunos: “Sim professor”.

Nesse momento um dos alunos do grupo que errou a resposta disse:

Aluno: “Ah... então o numerador é o tanto de “quadrinhos” que eu pinto quando faço o desenho?”.

Professor: “É isso turma?”.

Alunos: “Sim”.

O item 10: “Divida o retângulo branco em 12 partes iguais e represente neste mesmo retângulo a fração $\frac{8}{12}$” também gerou alguns comentários:

Aluno 1: “Como eu faço para dividir o retângulo em doze partes?”.

Professor: “Alguém tem alguma ideia?”.

Aluno 2: “Eu vou medir o retângulo para ver quanto dá e depois tentar dividir”.

Aluno 2: “Deu 12 então fica fácil”.

Aluno 1: “Então é só marcar de um em um centímetro professor?”.

Aluno 2: “Eu vou fazer assim”.

Aluno 1: “Então se eu tenho 12 partes no total é só pintar 8?”.

Aluno 2: “Sim”.

Professor: “Alguém fez a divisão de uma forma diferente?”.

Alunos: “Não”.

Aluno 3: “ Eu não fiz mas vou tentar fazer”.

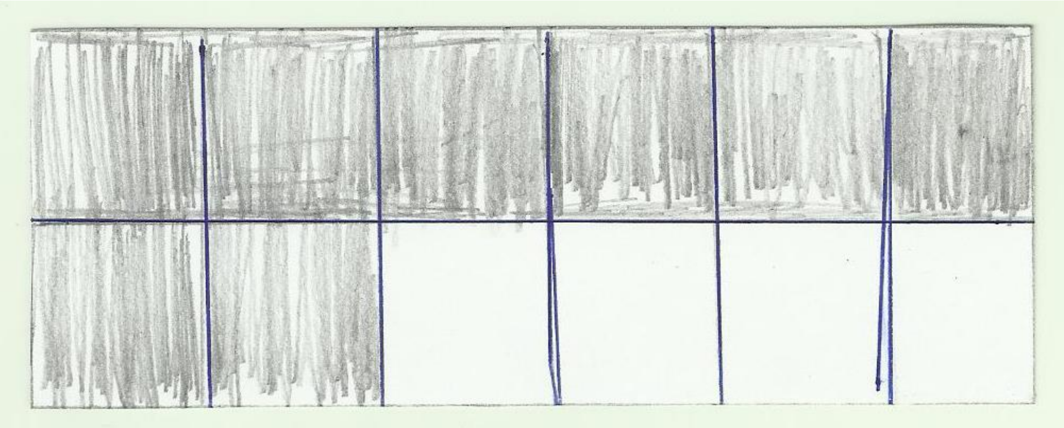
Professor: “Você já tem alguma ideia de como fazer?”.

Aluno 3: “Vou dividir o lado maior em seis partes e o menor em duas partes, assim vai dar 12 partes e eu pinto 8”.

Professor: “Então mostre como fará”.

Aluno 3: “Já mostro professor”.

Figura 83 - Resposta dada pelo aluno 3 da turma B.



Fonte: Autor.

Professor: “Vocês acham que essa forma de dividir está correta?”.

Alunos: “Sim, porque vai dar 12 partes também”.

Professor: “Existem mais formas de fazer essa divisão?”.

Aluno 4: “Pode ser um pedaço dividido em 3 e o outro em 4, mais ai fica mais difícil porque um lado é 5 cm”.

Professor: “Alguém consegue fazer essa divisão citada pelo colega?”.

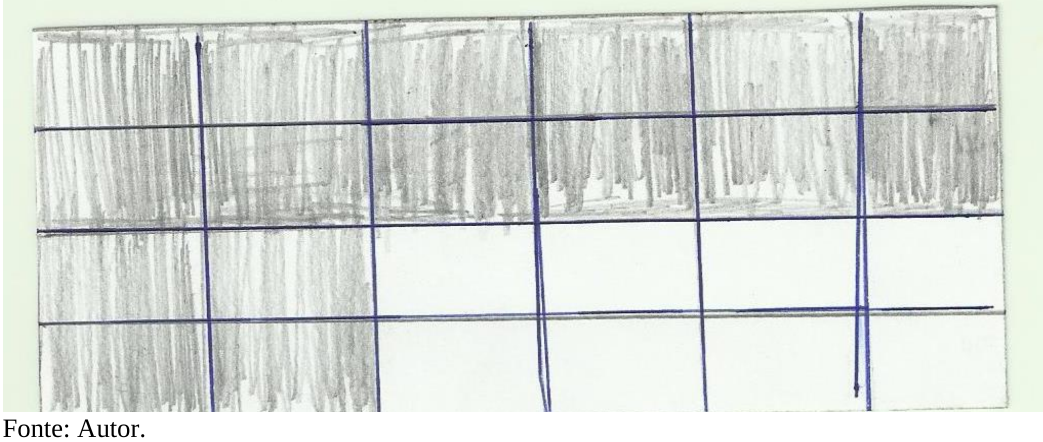
Após alguns minutos de silêncio, onde alguns estavam realizando a divisão de cinco por três, um aluno se manifesta.

Aluno 5: “Eu acho que eu sei professor”. “Eu vou aproveitar o desenho na lousa” (na lousa estava representada a solução apresentada na figura 83).

Professor: “Então venha à lousa explicar”.

O aluno então foi até à lousa e dividiu cada parte do lado que havia sido dividido em duas partes na metade, como mostrado na figura abaixo.

Figura 84 - Resposta dada pelo aluno 5 da turma B.



Fonte: Autor.

Professor: “Em quantas partes o retângulo foi dividido agora?”.

Alunos: “Em 24 partes”.

Aluno 5: “Então eu tenho que apagar algumas”.

Professor: “Após a sua divisão quantas partes ficaram pintadas?”.

Aluno 5: “Ficaram 16 partes pintadas professor”.

Professor: “Pense que esse desenho (dividido em 24 pedaços) representa uma barra de chocolate”. “Se pensarmos que a parte pintada representa o tanto de chocolate que você comeu e que no outro desenho (dividido em 12 pedaços) a parte pintada representa quantos pedaços de chocolate que seu amigo comeu”, pergunto:

Professor: “Quem comeu uma quantidade maior de chocolate?”.

Aluno 5: “Eu professor, pois eu comi 16 pedaços e meu amigo comeu só 8”.

Aluno 4: “Eu acho que não professor porque cada pedaço que o aluno 5 comeu é metade do pedaço que seu colega comeu”.

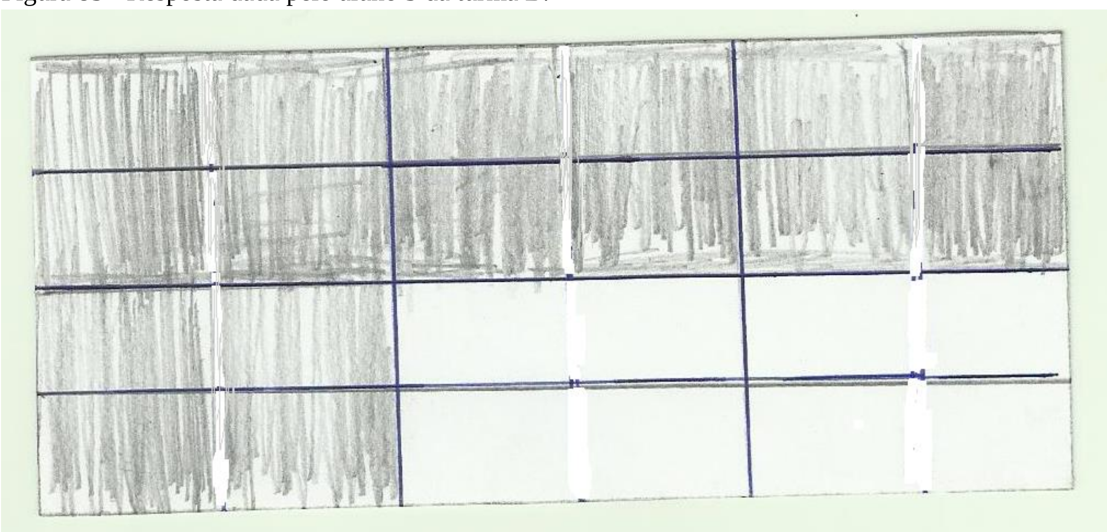
Aluno 5: “É verdade, eu não tinha pensado nisso”.

Professor: “Vocês concordam com a explicação turma?”.

Alunos: “Sim”.

Depois de pensar um pouco o aluno apagou as divisões necessárias e conseguiu fazer com que o retângulo ficasse dividido em 12 partes iguais, como mostrado na figura abaixo.

Figura 85 - Resposta dada pelo aluno 5 da turma B.



Fonte: Autor.

Considerações finais.

Essa parte da atividade mostrou que a parte lúdica foi realizada, mas o conceito de fração ainda não havia sido assimilado por todos, como pudemos perceber na resposta mostrada na figura 82. Isso é um reflexo do que acontece em muitas salas de aula, já que alguns professores trabalham de forma lúdica, mas não fazem o fechamento da atividade, formalizando o denominador como sendo a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador como sendo a quantidade de partes pintadas, lembrando sempre que o inteiro deve ser dividido em partes iguais. A discussão apresentada acima foi muito produtiva, e levou os alunos ao conceito de fração.

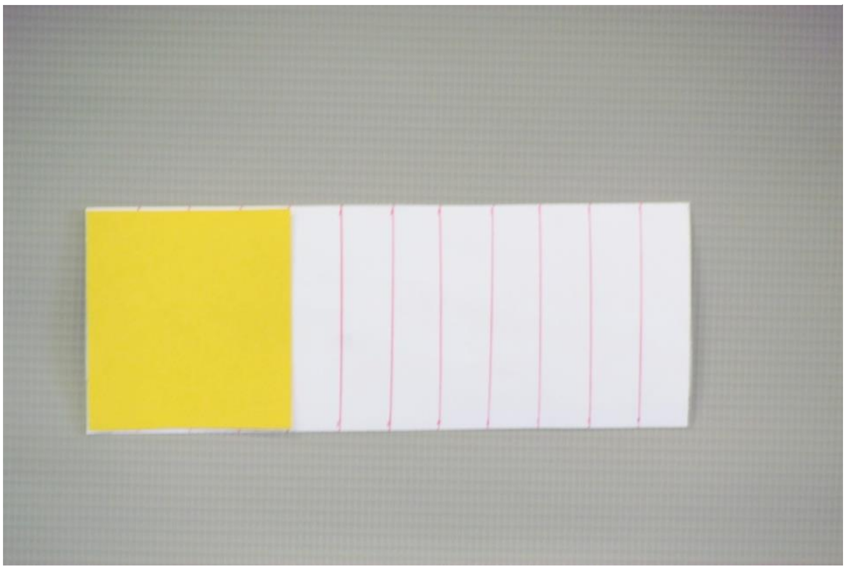
Aplicação da segunda parte: essa parte da atividade foi aplicada no dia 22 de maio de 2012 em uma aula dupla.

Primeira turma: 6° Ano A.

Após a leitura dos enunciados foi explicado aos alunos o conceito de fração equivalente, aproveitando a situação discutida no último item da parte A: "Divida o retângulo branco em 12 partes iguais e represente neste mesmo retângulo a fração $\frac{8}{12}$.

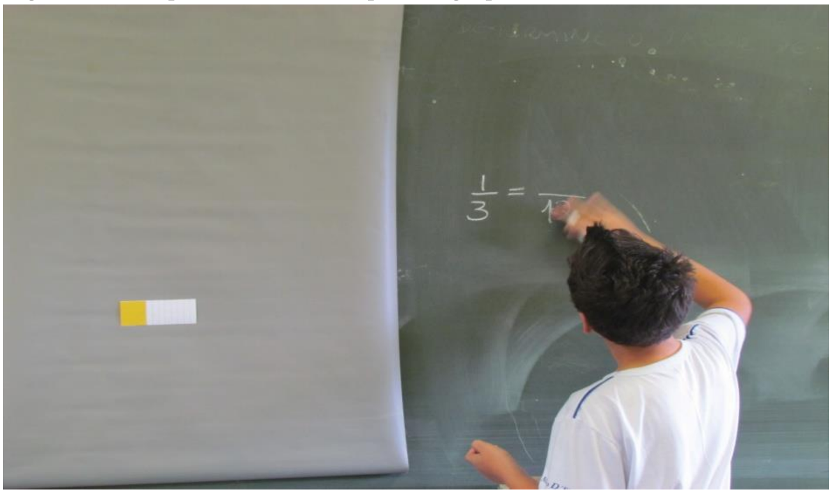
A discussão de frações equivalente não havia surgido durante as explanações das soluções da parte A nessa turma. Logo foram feitos os mesmos questionamentos descritos na turma B, aproveitando a solução do aluno da turma B que inicialmente dividiu o retângulo em 24 partes para então estudar a fração $\frac{8}{12}$. Fazendo os mesmos tipos de questionamentos, e após a conclusão dos alunos de que as representações que não contem o mesmo número de partes pintadas e do total de partes, ainda podem representar a mesma quantidade do todo, e assim aprender o conceito de equivalência de frações. Vejamos abaixo algumas soluções apresentadas para a questão 11: "Usando os retângulos recebidos represente uma fração equivalente a cada uma das frações abaixo com denominador 12. $a. \frac{1}{3}$, $b. \frac{1}{4}$, $c. \frac{1}{2}$, $d. \frac{1}{6}$ ".

Figura 86 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 87 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Professor: “O que fez para chegar a essa conclusão?”.

Aluno: “Eu já sabia que eu precisava de três retângulos amarelos para preencher um retângulo branco, portanto um retângulo amarelo representa $\frac{1}{3}$ do retângulo branco. E como o retângulo amarelo cobriu quatro partes das doze então a fração também é $\frac{4}{12}$ e como representam a mesma quantidade então são equivalentes”.

Professor: “Vocês concordam com ele turma?”.

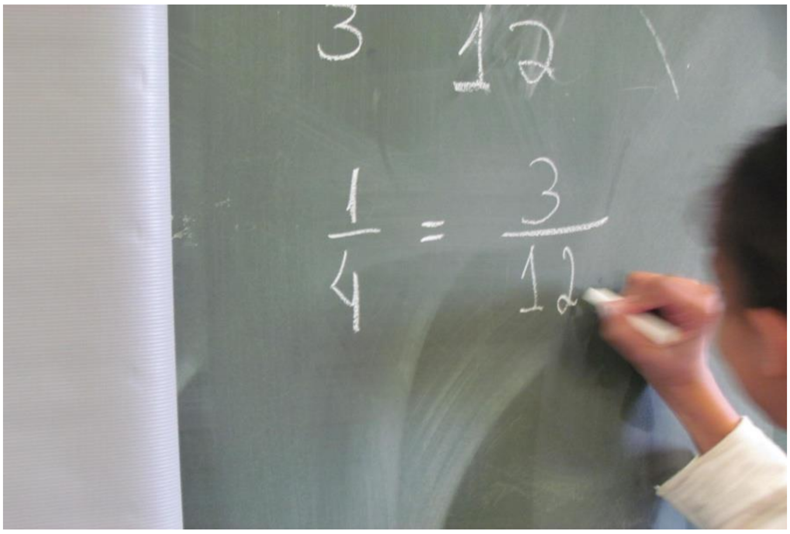
Alunos: “Sim”.

Professor: “Muito bem”.

Figura 88 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.

Fonte: Autor.

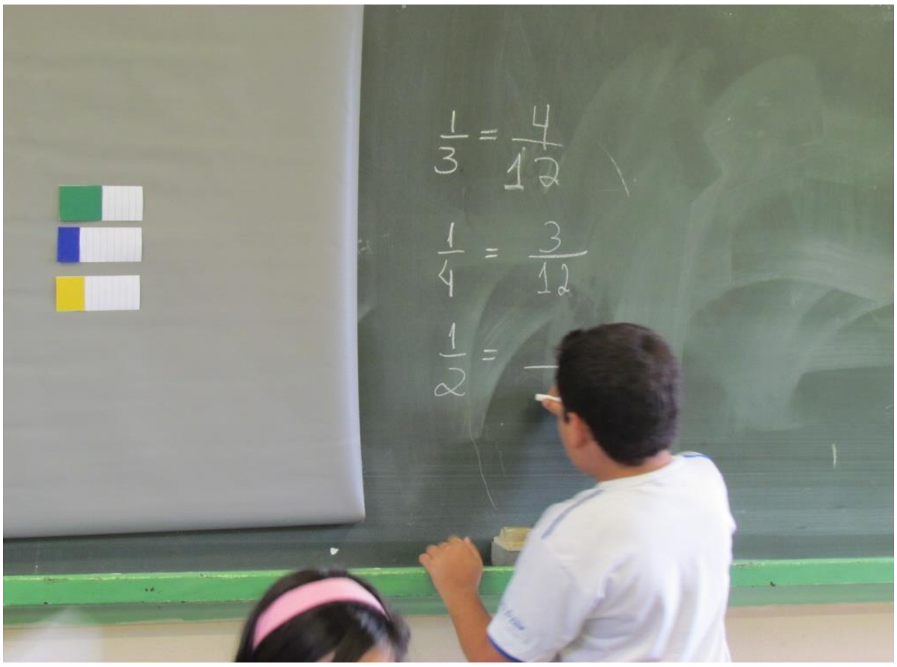
Figura 89 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

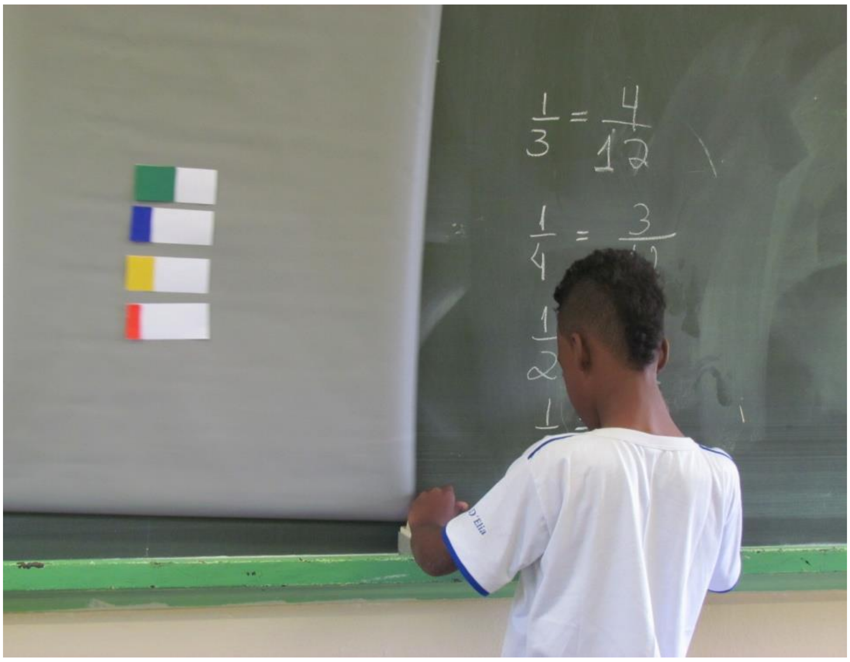
As justificativas apresentadas pela aluna acima e pelos alunos abaixo foram similares às apresentadas pelo aluno citado anteriormente.

Figura 90 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 91 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.

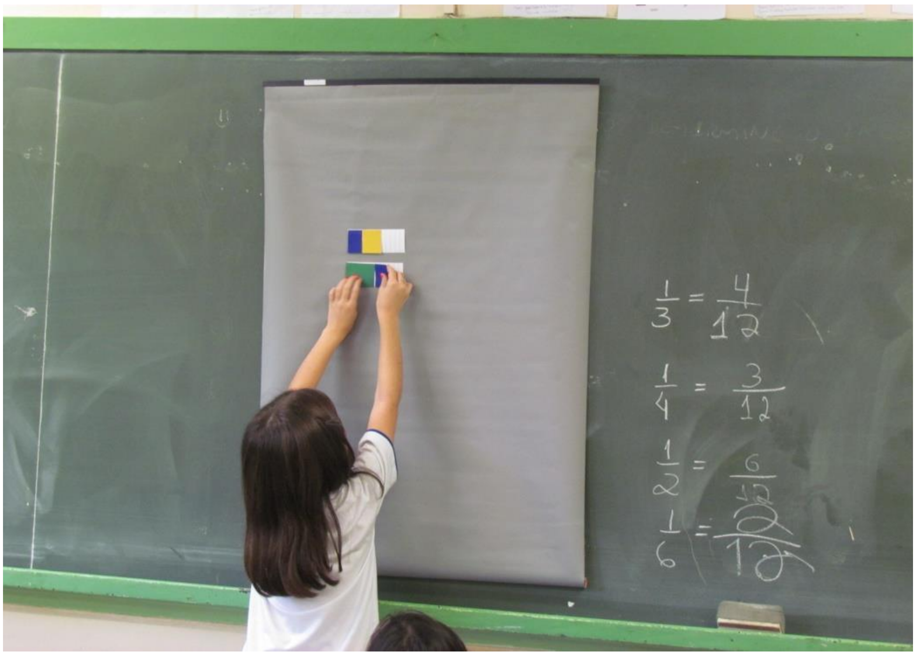


Fonte: Autor.

Para a questão 12 que abordava a soma de frações com denominadores diferentes as justificativas apresentadas foram:

Alunos: “Primeiro colocamos a cor correspondente à primeira fração que pedia para somar, depois colocamos a outra na frente e contamos quantos pedaços tampou. Como o inteiro foi dividido em 12 partes então a fração é a quantidade tampada por 12”.

Figura 92 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.

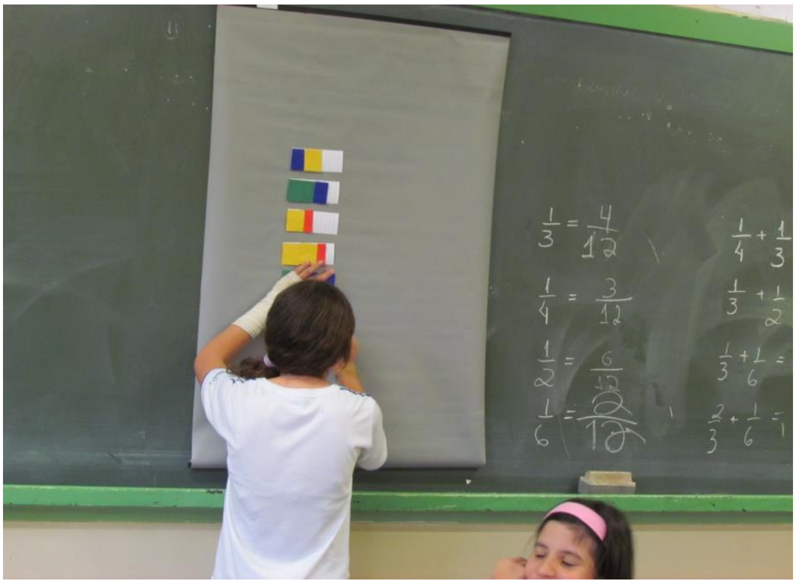


Fonte: Autor.

Na figura acima está representada uma solução apresentada para a soma $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{3}$ (retângulo branco coberto parcialmente pelos retângulos azul que representa $\frac{1}{4}$ do retângulo branco e amarelo que representa $\frac{1}{3}$ do retângulo branco). No exemplo citado a parte amarela e azul juntas cobrem sete partes do retângulo branco, portanto $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$, já que o retângulo branco está dividido em doze partes iguais. Na mesma figura uma aluna representa a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{10}{12}$.

Na figura abaixo temos soluções para algumas das somas pedidas na questão 12.

Figura 93 - Resposta da atividade por um grupo da turma A.



Fonte: Autor.

As soluções apresentadas pelos alunos do 6° ano B seguiram o mesmo padrão da listadas acima.

Considerações finais:

A diminuição no número de grupos facilitou um pouco na organização da sala (disposição dos grupos no espaço físico disponível), facilitando o trânsito do professor pela sala e sendo possível verificar melhor como cada grupo estava desenvolvendo cada parte da atividade. O uso do material concreto também trouxe benefícios, já que através da manipulação o aluno consegue fazer uma melhor relação entre o que está sendo manipulado e o conceito matemático subjacente.

Durante o fechamento da atividade (aluno indo à lousa para explicar seu raciocínio) tive uma agradável surpresa. O aluno G. tido como indisciplinado e que pouco participa de atividades propostas se manifestou para expor sua solução, tanto em um item da primeira parte quanto em outro da segunda.

As discussões apresentadas levaram os alunos que não haviam assimilado que em uma fração o inteiro precisa estar dividido em partes iguais, a entender esse conceito e através dessa percepção entender o significado de frações equivalentes.

Houve também uma melhora significativa na participação dos alunos nas atividades.

4.1.6 Atividade 6

Planejamento: Os dois itens presentes na atividade 6 foram retirados de uma avaliação aplicada no segundo bimestre de 2012 com o objetivo de verificar a aprendizagem dos alunos nos seguintes tópicos: representação de uma fração como sendo a relação parte-todo em diferentes figuras; resolver problemas que envolvam a adição de dois números decimais. As questões tratadas na presente atividade foram selecionadas para uma análise mais detalhada porque foram as que apresentaram o maior número de erros. Alunos são chamados à lousa para que expliquem o seu pensamento.

Figura 94 - Figuras presentes na atividade.

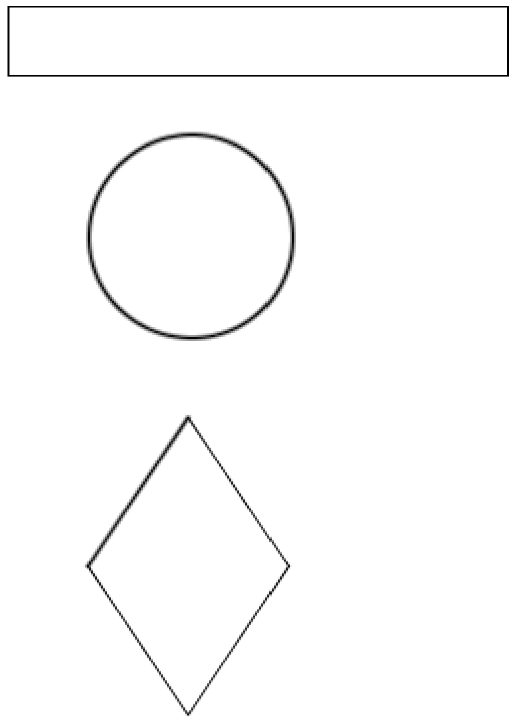
Primeira questão selecionada.

Questão: Represente em cada figura a fração indicada:

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{4}$

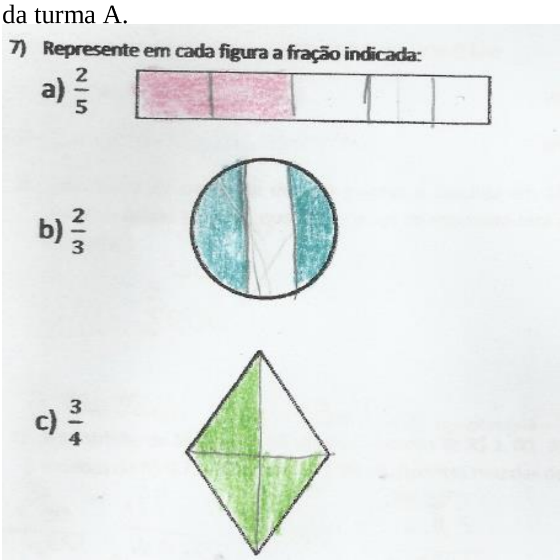


Fonte: Autor.

Objetivo: Compreender que a relação parte-todo se apresenta em situações em que um todo se divide em partes de igual medida (equivalentes em medida de superfície, no caso de figuras planas ou de quantidade de elementos, no caso de quantidades discretas) e que a fração indica a relação que existe entre um número de partes tomadas e o número total de partes divididas do objeto inicial. Neste nível, trabalhamos sempre com números inteiros e positivos.

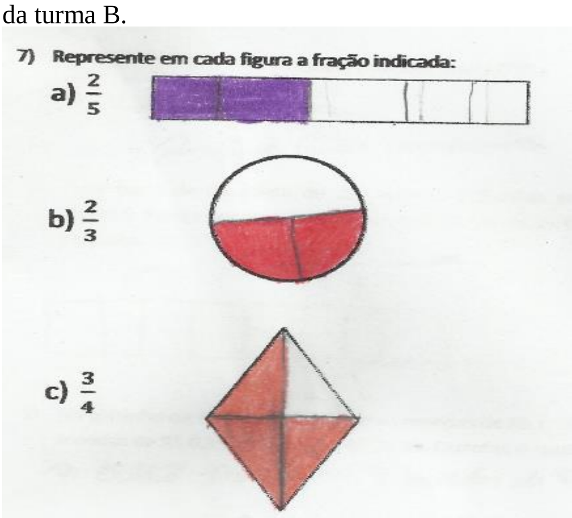
Nessa questão a divisão do círculo em três partes iguais foi o item em que os alunos mais cometeram erros. O objetivo da escolha desta figura foi utilizá-la como uma motivação para explorar a geometria do círculo aproveitando o contexto. A seguir estão representadas algumas das respostas dadas pelos alunos.

Figura 95 - Resposta da atividade dada pelo aluno 1 da turma A.



Fonte: Autor.

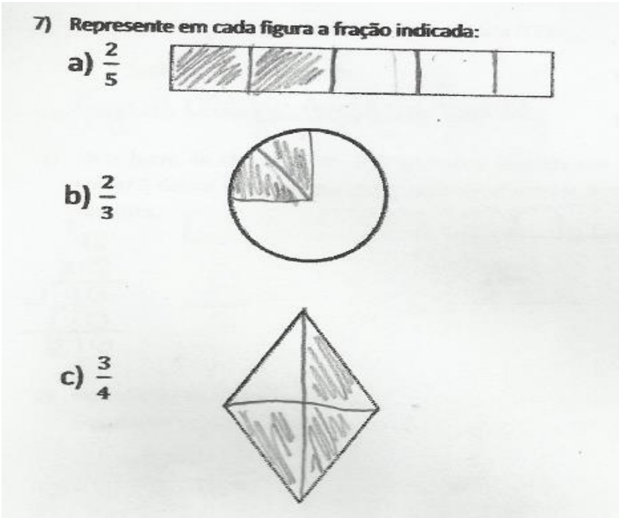
Figura 96 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.



Fonte: Autor.

Figura 2 Figura 97: Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.

Figura 97 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.



Fonte: Autor.

Como podemos perceber nos exemplos acima todos dividiram o círculo em três partes, mas não se atentaram ao fato de que suas divisões não mostravam uma forma de dividir o círculo em partes de igual área.

O aluno cuja resposta está mostrada na figura 96 foi chamado à lousa para justificar sua resposta ele o fez dizendo que dividiu o círculo em três partes e pintou duas. Nesse momento um aluno que acertou a questão, para questionar a justificativa dada pelo colega usou a seguinte estratégia:

Aluno 2: “Imagina que o círculo seja uma pizza. Você pagaria o mesmo preço por qualquer uma das fatias da pizza?”.

Aluno 1: “Não, porque tinha um pedaço maior que os outros”.

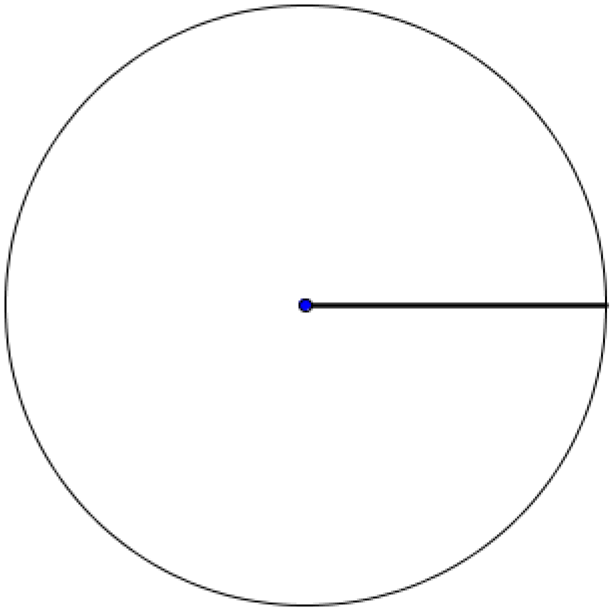
Então o aluno 2 concluiu: “O desenho não pode representar a fração $\frac{2}{3}$, pois o inteiro não foi repartido em pedaços iguais”.

Depois que os alunos perceberam que para representar determinada fração temos que dividir o inteiro em partes iguais, ficou a questão: Como dividir o círculo em três partes iguais?

A escolha do denominador três foi feita de propósito, já que a divisão em dois, quatro ou oito pedaços é mais familiar para o aluno, a maioria dos materiais didáticos as trazem como exemplo e são fáceis de executar por meio de dobraduras.

Para ilustrar a situação, fazendo uso de um compasso de lousa, desenhei um círculo e marquei um raio, conforme mostrado na figura abaixo.

Figura 98 - Círculo como o desenhado na lousa.



Fonte: Autor.

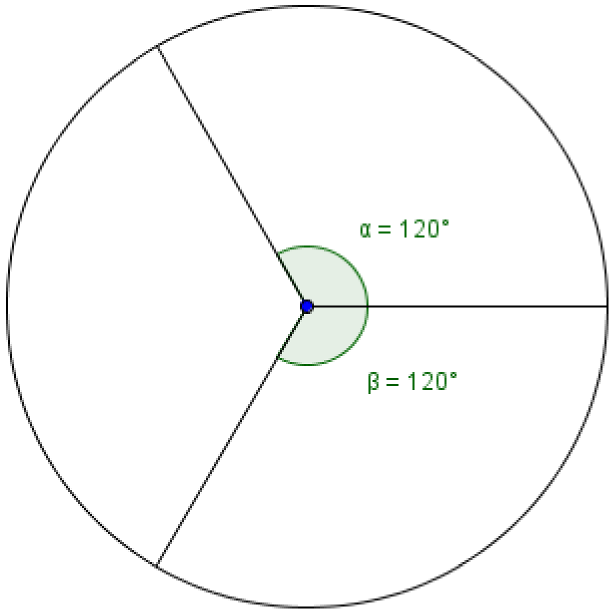
Fazendo uso do transferidor mostrei que o ângulo determinado por uma volta completa em torno do centro é de 360° e levantei o seguinte questionamento:

Professor: “Se eu dividir um ângulo de 360° em três ângulos de igual medida de quanto será cada uma?”.

Alunos: “120° professor”.

No círculo desenhado, fazendo uso de um transferidor, marquei um ângulo central no valor de 120° e depois outro adjacente ao anterior também no valor de 120° (conforme figura abaixo) e perguntei aos alunos quanto mediria o terceiro ângulo.

Figura 99 - Círculo como o desenhado na lousa.



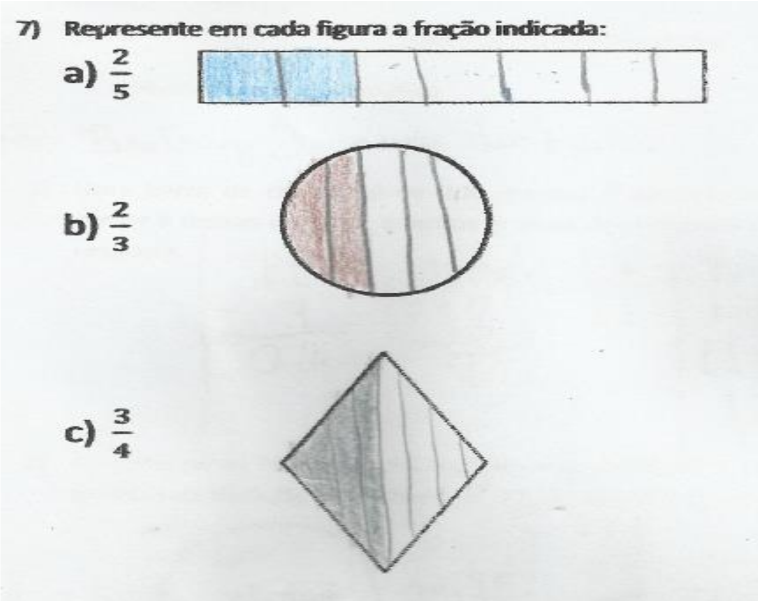
Fonte: Autor.

Os alunos foram unânimes em dizer que também media 120° já que este era o valor que faltava para completar 360°.

Após essa explanação foi solicitado aos alunos que dividissem um círculo em cinco e outro em seis partes iguais, o que foi realizado com êxito pelos alunos, usando compasso e transferidor.

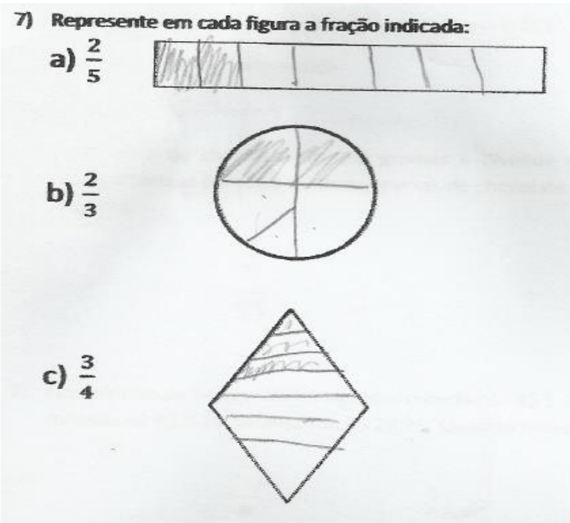
Já nos casos mostrados abaixo tivemos uma resposta inesperada, já que ao invés de dividir o círculo no número de partes correspondente ao denominador da fração os alunos dividiram o mesmo em um número de partes correspondentes a soma do numerador com o denominador. O mais curioso foi que as respostas foram de dois alunos de classes diferentes, mas que estudaram na mesma turma no 5° ano. Quando questionei porque fizeram tal divisão, me disseram que a “tia” do ano anterior ensinou assim. Procurei saber mais sobre a professora que os ensinou e me disseram que ela entrou no fim do ano e trabalhou com eles por pouco mais de um mês, mas o suficiente para deixar que fosse formalizado um conceito totalmente errado na cabeça dos alunos.

Figura 100 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 101 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma A.



Fonte: Autor.

As soluções ilustram uma tendência nos anos iniciais do ensino fundamental de que dados numéricos nos problemas precisam ser operados. Logo em $\frac{3}{4}$, soma-se 3 + 4 = 7, em $\frac{2}{5}$, soma-se 2 + 5 = 7 e em $\frac{2}{3}$, soma-se 2 + 3 = 5.

A solução apresentada na figura 100 ainda é uma réplica do modelo pictórico de divisão da figura com traços "verticais" e no caso da solução apresentada na figura 101 nem replicação do modelo geométrico ocorre. É apenas uma tentativa de "resposta".

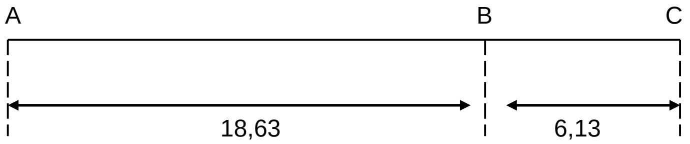
Considerações finais

É de suma importância que o professor faça uma análise dos diferentes tipos de erro cometido pelos alunos, para que possa identificar sua origem e tentar saná-los.

Segunda questão selecionada.

Figura 102 - Figura presente na atividade.

No esquema a seguir está indicada a distância de A até B e a distância de B até C, em centímetros. Calcule a distância de A até C.



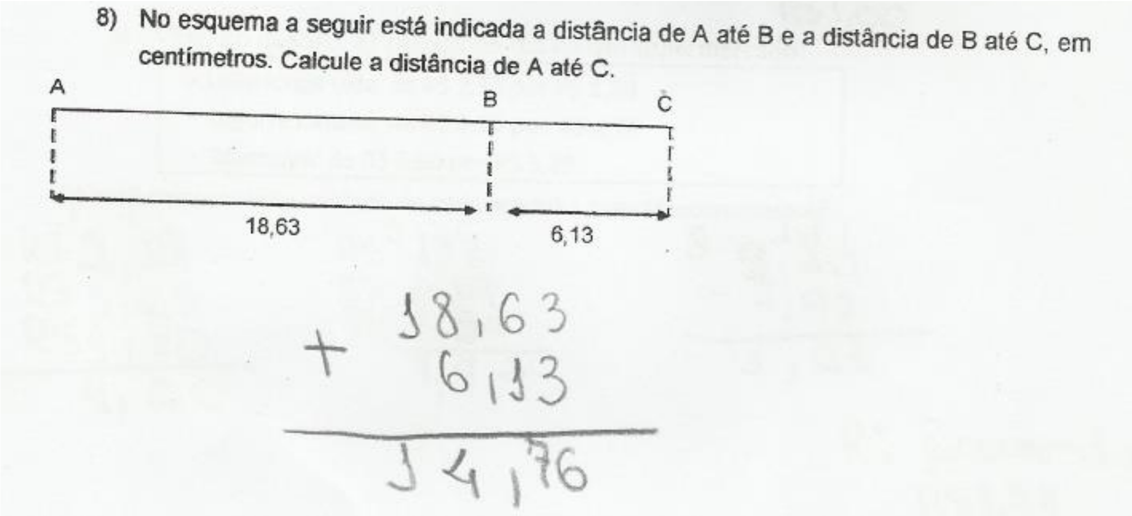
Fonte: Autor.

Objetivo: Resolver problemas que envolvam a soma de dois números decimais e compreender a representação pictórica em situações que envolvem comprimentos.

Nessa questão podemos separar os erros mais cometidos em dois grupos: erro na aplicação do algoritmo da soma de números decimais e erro na interpretação do problema.

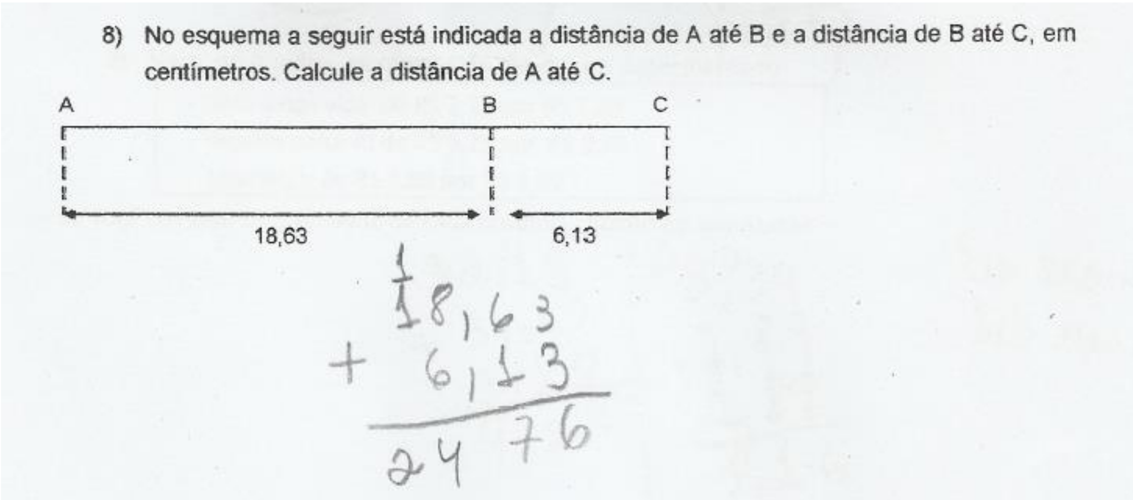
Nos dois casos listados abaixo temos o erro na aplicação do algoritmo.

Figura 103 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma A.



Fonte: Autor.

Figura 104 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.

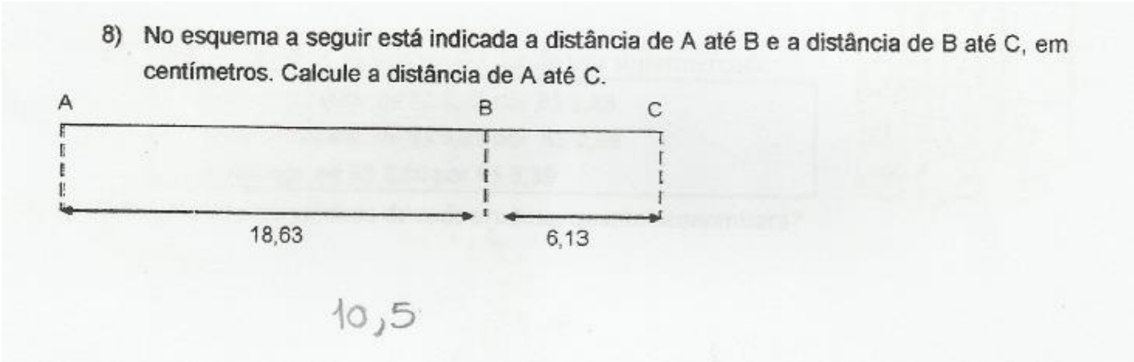


Fonte: Autor.

Na primeira resposta (figura 103) o aluno cometeu um descuido ao fazer a soma, já que ao somar oito unidades com seis unidades, não se ateve ao resultado, quatorze unidades, ou uma dezena e quatro unidades, já no segundo caso (figura 104) o descuido foi o esquecimento da vírgula na resposta.

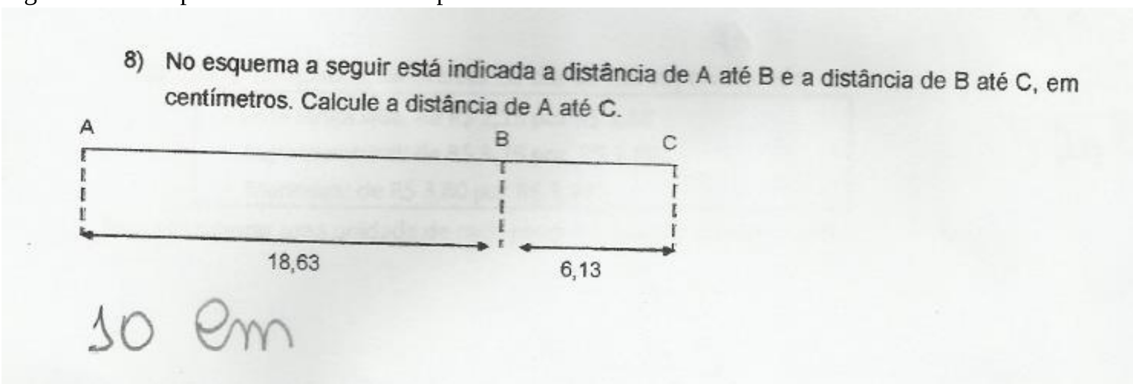
Nos casos abaixo temos três exemplos de alunos que não compreenderam corretamente o enunciado do problema e usaram uma régua para medir a distância entre os pontos A e C, e mesmo assim, dois alunos ainda não conseguiram medir corretamente essa distância, que neste caso era de 9 cm, como podemos verificar abaixo.

Figura 105 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.



Fonte: Autor.

Figura 106 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.



Fonte: Autor.

A causa desse tipo de resolução é a não interpretação correta dos dados do enunciado e seus significados, pois o aluno compreendeu que se pede a distância, mas não soube interpretar como descobrir essa distância.

No que diz respeito à quantidade de erros foram cometidos 5 erros do primeiro tipo, ou seja, erraram na execução do algoritmo e 13 do segundo tipo, ou seja, os alunos mediram com a régua a distância entre os pontos.

Para tentar sanar esses erros foram passados outros exemplos de uso dos números decimais, começando com problemas que envolvem o sistema monetário brasileiro e evoluindo para problemas representativos como no exemplo acima. Também foi reforçada a primeira etapa da resolução de problemas, leitura do enunciado com compreensão dos dados. Após esse trabalho percebemos que o número de alunos que cometem esse tipo de erro com frequência diminuiu bastante, passando de 13 para apenas 4 alunos e sempre que aparecia um problema com contexto parecido era pedido que um dos quatro alunos que ainda não dominavam bem a resolução de problemas representativos expressassem suas soluções.

4.1.7 Atividade 7

Tema: Classificação de figuras geométricas planas.

Planejamento: A atividade é planejada para ser aplicada no segundo bimestre, levando em consideração o Currículo do Estado de São Paulo. Em atividades anteriores foram detectadas falhas no ensino de geometria, por isso essa atividade é elaborada, para tentar suprir as falhas apresentadas. A atividade é dividida em duas partes.

Objetivo geral: preencher as lacunas observadas em atividades anteriores sobre conteúdos de geometria.

Pré Atividade: Antes da aplicação da atividade foi passado aos alunos de forma expositiva conceitos sobre o que é um polígono, ângulos (agudo, reto e obtuso), paralelismo e perpendicularismo, com exemplos na lousa e construções com régua e compasso, sempre acompanhado de diálogo com os alunos.

Tempo de Aplicação: tempo previsto: três aulas de 50 minutos cada uma. Uma aula para a primeira parte e duas aulas para a segunda parte.

Objetivo da primeira parte: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que possa classificar:

- Uma figura geométrica plana de acordo com a quantidade de lados;
- Um triângulo de acordo com as medidas de seus lados;
- Um quadrilátero de acordo com suas propriedades.

Problemas da primeira parte:

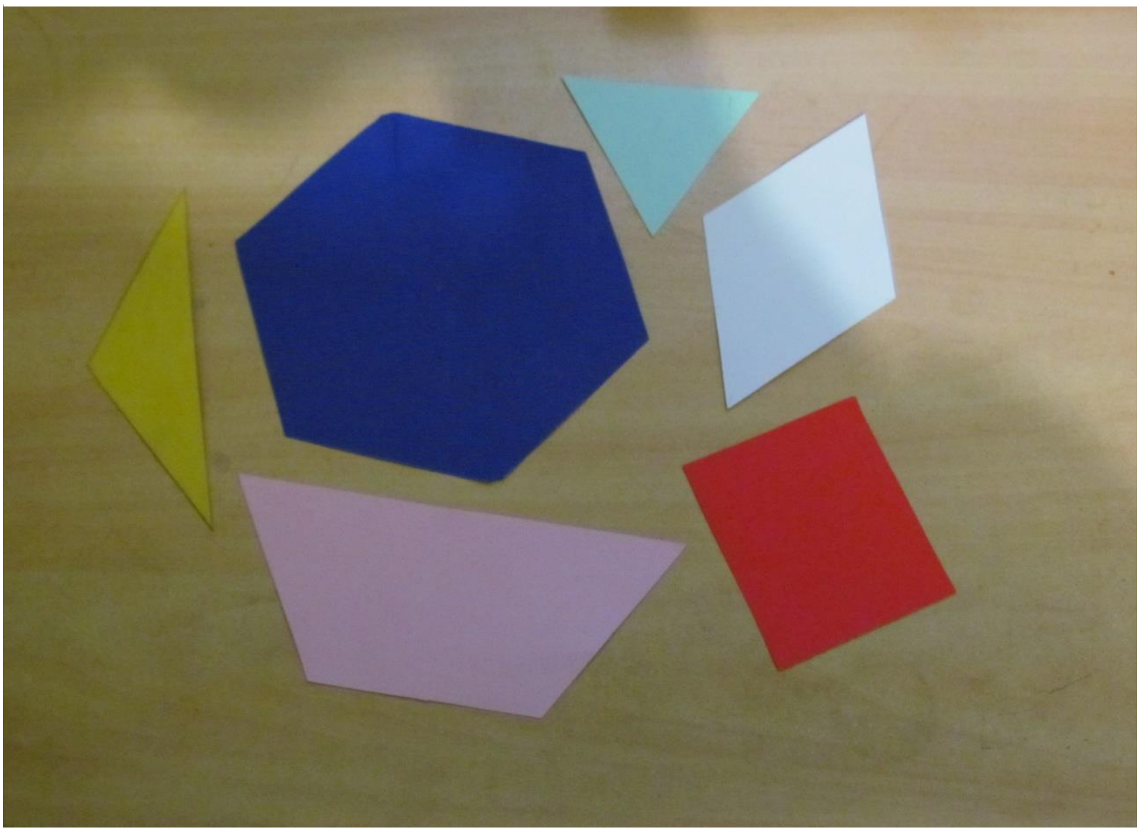
1. Triângulo é a figura geométrica plana que possui ____________ lados.
2. Um triângulo que possui os três lados com a mesma medida é chamado de triângulo _________________.
3. O triângulo que possui dois de seus lados com a mesma medida é chamado de triângulo _________________.

4. O triângulo que possui os seus três lados com medidas diferentes é chamado de triângulo ________________.
5. O triângulo que possui um de seus ângulos com medida igual a 90°(ângulo reto) é chamado de triângulo ________________.
6. Um triângulo equilátero é também isósceles? Justifique sua resposta.
7. Quadrilátero é a figura geométrica plana que possui _________ lados.
8. O quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos é chamado de ______________.
9. O quadrilátero que possui exatamente um par de lados paralelos é chamado de ______________.
10. O quadrilátero que possui quatro ângulos retos é chamado de ________________.
11. O quadrilátero que possui quatro lados com a mesma medida é chamado de ________________.
12. O quadrilátero que possui quatro lados com a mesma medida e quatro ângulos retos é chamado de ________________.
13. Um quadrado é também retângulo? Justifique sua resposta.
14. Um losango é também paralelogramo? Justifique sua resposta.
15. A figura geométrica que possui seis lados é chamada de ______________________.

Objetivo da segunda parte: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda que um polígono regular é o polígono que possui todos os lados com medidas congruentes e todos os ângulos internos com medidas também congruentes.

Material para a realização da segunda parte da atividade: Cada aluno receberá um kit contendo um hexágono regular (azul), três paralelogramos (branco), seis triângulos equiláteros (verde claro), quatro triângulos isósceles e não equiláteros (amarelo), dois trapézios (rosa), dois quadrados (vermelho) e quatro triângulos retângulos (verde escuro), conforme figura abaixo.

Figura 107 - Material usado na segunda parte da atividade.



Fonte: Autor.

Problemas da Segunda Parte:

1) No kit recebido você consegue identificar quais figuras geométricas planas?
2) Como você faria para mostrar que o hexágono possui todos os lados com a mesma medida sem fazer uso de uma régua?
3) Como você faria para mostrar que o hexágono possui todos os ângulos com a mesma medida sem fazer uso do transferidor?
4) Um polígono é chamado de polígono regular se todos os lados possuem a mesma medida e todos os ângulos internos possuem a mesma medida. Das figuras presentes no kit, quais são regulares?
5) Cubra o hexágono utilizando as figuras geometrias disponíveis. Para cobrir completamente o hexágono você necessita de quantos triângulos equiláteros? E se fosse cobri-lo com paralelogramos de quantos necessitaria? E se fosse com trapézios. Quantos seriam necessários?

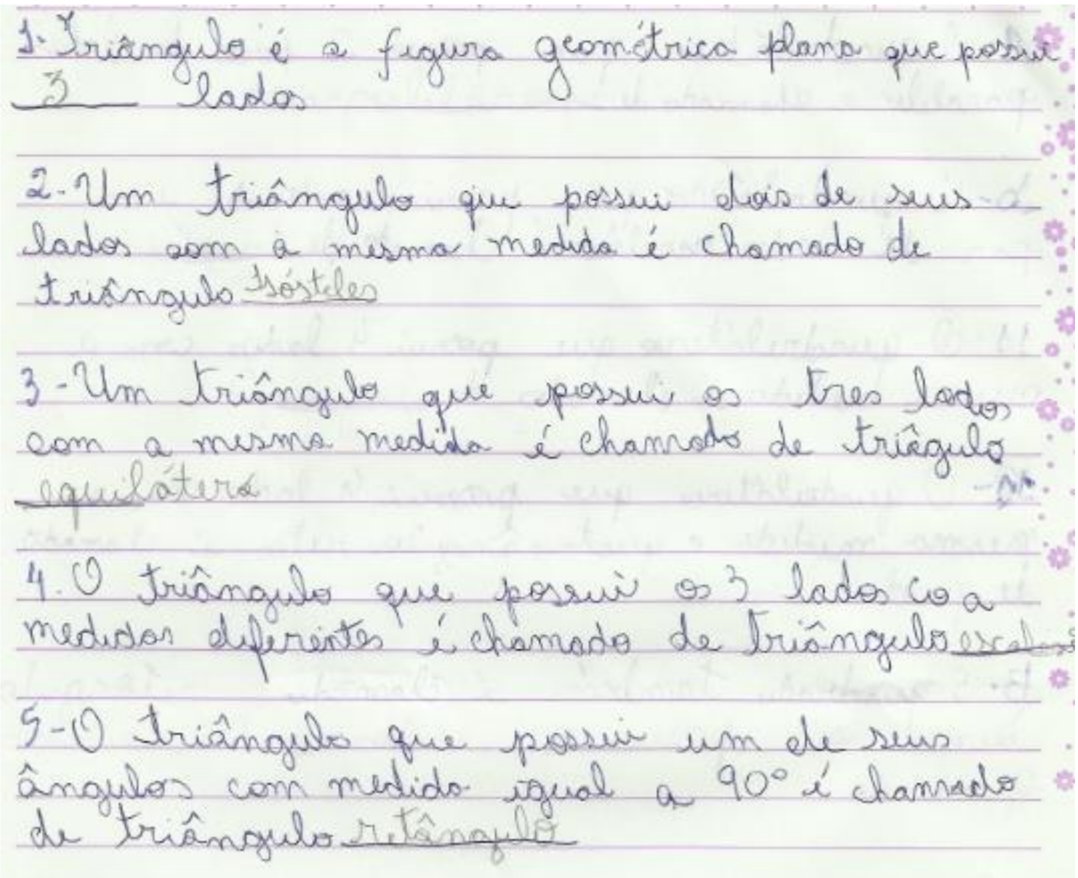
6) Que fração do hexágono um triângulo equilátero representa?
7) Que fração do hexágono um paralelogramo representa?
8) Que fração do hexágono um trapézio representa?
9) Para fazer um mosaico em um cômodo de sua casa João poderia usar ladrilhos de quatro tipos: hexagonais, com a forma de triângulo equilátero, trapézio ou paralelogramo, como os presentes no kit. João calculou que precisaria de 300 ladrilhos hexagonais. Se ao invés de usar o ladrilho hexagonal João usasse ladrilhos no formato de triângulo equilátero, quantos ladrilhos seriam necessários para cobrir a mesma área? E se usasse ladrilhos com o formato de paralelogramo?
10) Supondo que o preço do ladrilho com o formato de hexágono seja de R$ 3,00 qual deveria ser o preço de um ladrilho no formato de triangulo? E no formato de paralelogramo? E de trapézio? Justifique suas respostas.
11) Em outra loja o ladrilho na forma de paralelogramo custa R$ 1,80. Qual seria o preço do ladrilho na forma de trapézio nesta loja? Justifique sua resposta.

Desenvolvimento: Primeiramente cada grupo recebe uma folha contendo a primeira parte da atividade. É solicitado que todos leiam os problemas com atenção (Etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas). Após a leitura o aluno deve elaborar uma estratégia para a resolução, que no caso da primeira parte consiste em lembrar ou buscar no caderno anotações sobre as definições passadas na pré-atividade para serem utilizadas na execução da atividade e na validação das respostas. A parte 2 consiste na manipulação do material recebido (Etapa 2) para auxiliar no raciocínio e nas justificativas das respostas. Depois de elaborada uma estratégia, o aluno deve colocá-la em prática (Etapa 3). Para a primeira parte da atividade não se espera muita dificuldade na resolução, já que o aluno anotou todos os conceitos necessários durante a pré-atividade.

Aplicação da primeira parte: a primeira parte da atividade foi aplicada no dia 14 de junho de 2012.

Como previsto não houve questionamentos quantos aos itens e todos os grupos conseguiram resolver corretamente as atividades propostas como podemos ver nas figuras abaixo.

Figura 108 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.



1. Triângulo é a figura geométrica plana que possui 3 lados

2. Um triângulo que possui dois de seus lados com a mesma medida é chamado de triângulo Isósteles

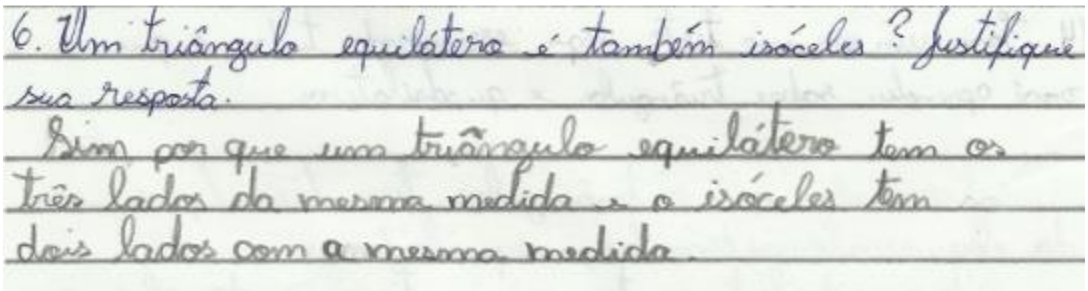
3 - Um triângulo que possui os tres lados com a mesma medida é chamado de triâgulo equiláteros

4. O triângulo que possuì os 3 lados co a medidas diferentes é chamado de triângulo escal

5 - O triângulo que possui um de seus ângulos com medido igual a 90° é chamado de triângulo retângulo

Fonte: Autor.

Figura 109 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma A.

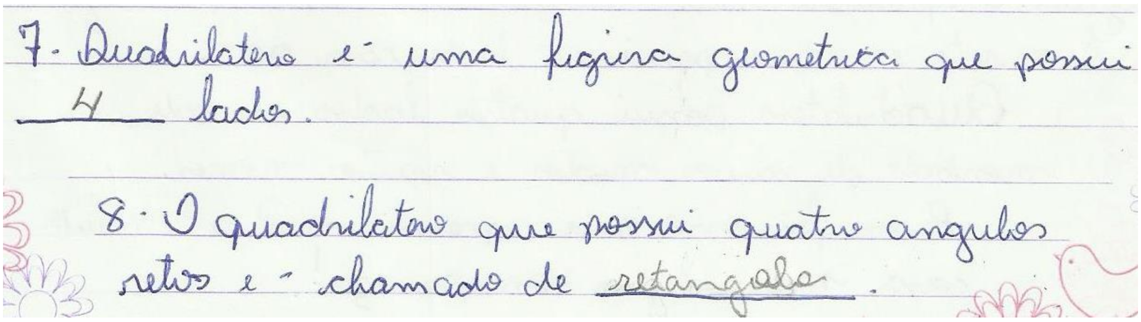


6. Um triângulo equilátero é também isósceles? Justifique sua resposta.

Sim por que um triângulo equilátero tem os três lados da mesma medida e o isóceles tem dois lados com a mesma medida.

Fonte: Autor.

Figura 110 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma A.

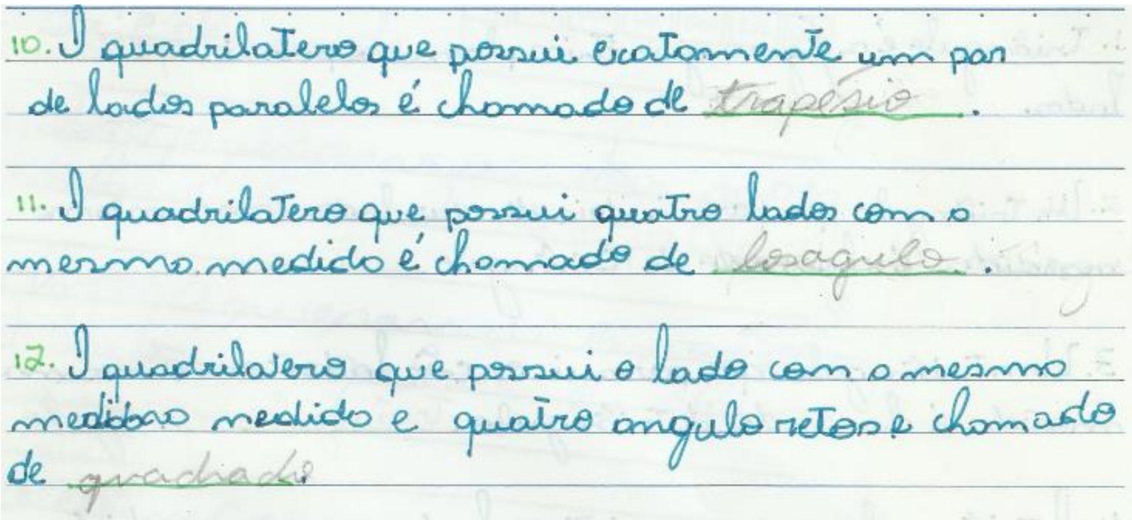


7. Quadrilatero e' uma figura geometrica que possui 4 lados.

8. O quadrilatero que possui quatro angulos retos e' chamado de retangulo.

Fonte: Autor.

Figura 111 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma A.



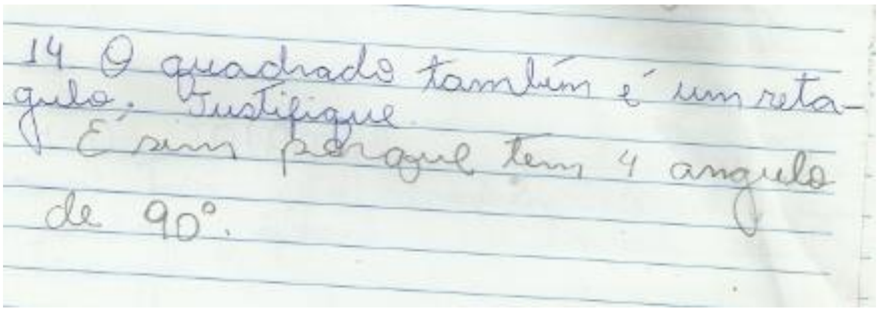
10. O quadrilatero que possui exatamente um par de lados paralelos é chamado de trapésio .

11. O quadrilatero que possui quatro lados com o mesmo medido é chamado de losagulo .

12. O quadrilatero que possui o lado com o mesmo medidoo medido e quatro angulo retos e chamado de quadrado

Fonte: Autor.

Figura 112 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.



14 O quadrado também é um retangulo. Justifique

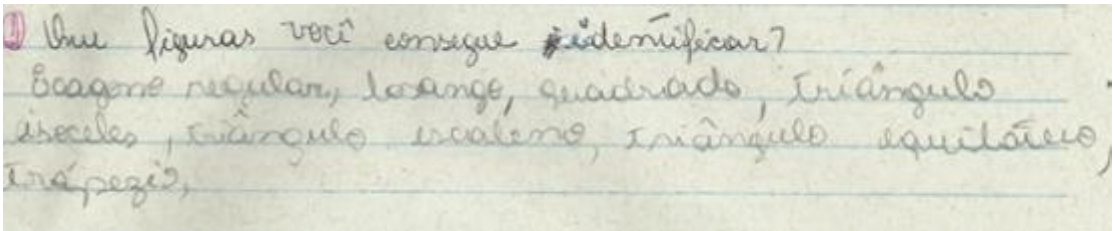
É sim porque tem 4 angulo de 90°.

Fonte: Autor.

Aplicação da segunda parte: a segunda parte da atividade foi aplicada no dia 19 de junho de 2012.

Para as oito primeiras perguntas da segunda parte não houve dificuldades e as justificativas foram como mostradas nas figuras a seguir, ou seja, os alunos usaram uma figura que possui um lado com a mesma medida do lado do hexágono e compararam.

Figura 113 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.

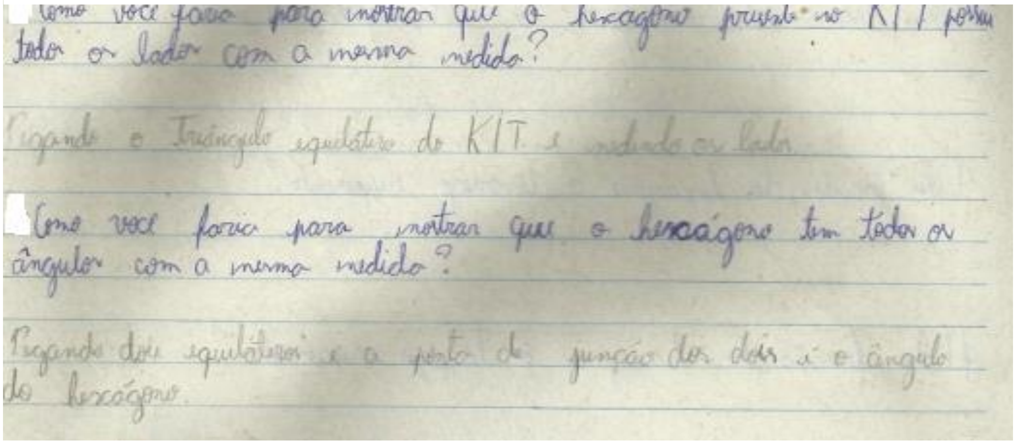


1) Que figuras você consegue identificar?

Exagono regular, losange, quadrado, triângulo isoceles, triângulo escaleno, triângulo equilátero, trapézio,

Fonte: Autor.

Figura 114 - Resposta da atividade dada por um aluno da turma B.


Como você faria para mostrar que o hexágono presente no KIT possui todos os lados com a mesma medida?

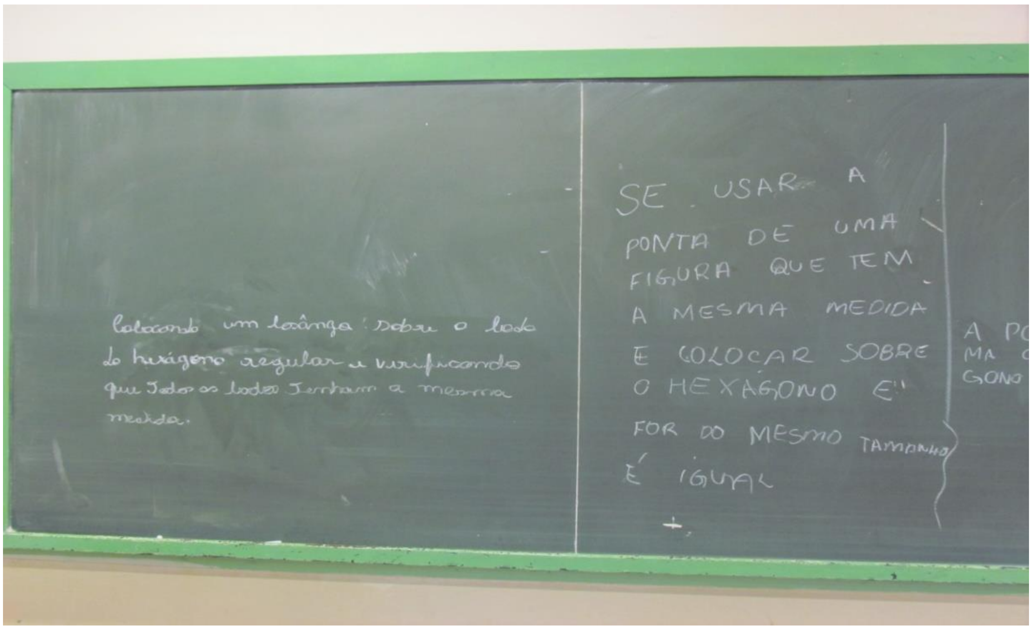
Pegando o triângulo equilátero do KIT e medindo os lados

Como você faria para mostrar que o hexágono tem todos os ângulos com a mesma medida?

Pegando dois equiláteros e a ponta de junção dos dois é o ângulo do hexágono.

Fonte: Autor.

Figura 115 - Resposta da atividade dada por alunos da turma A.

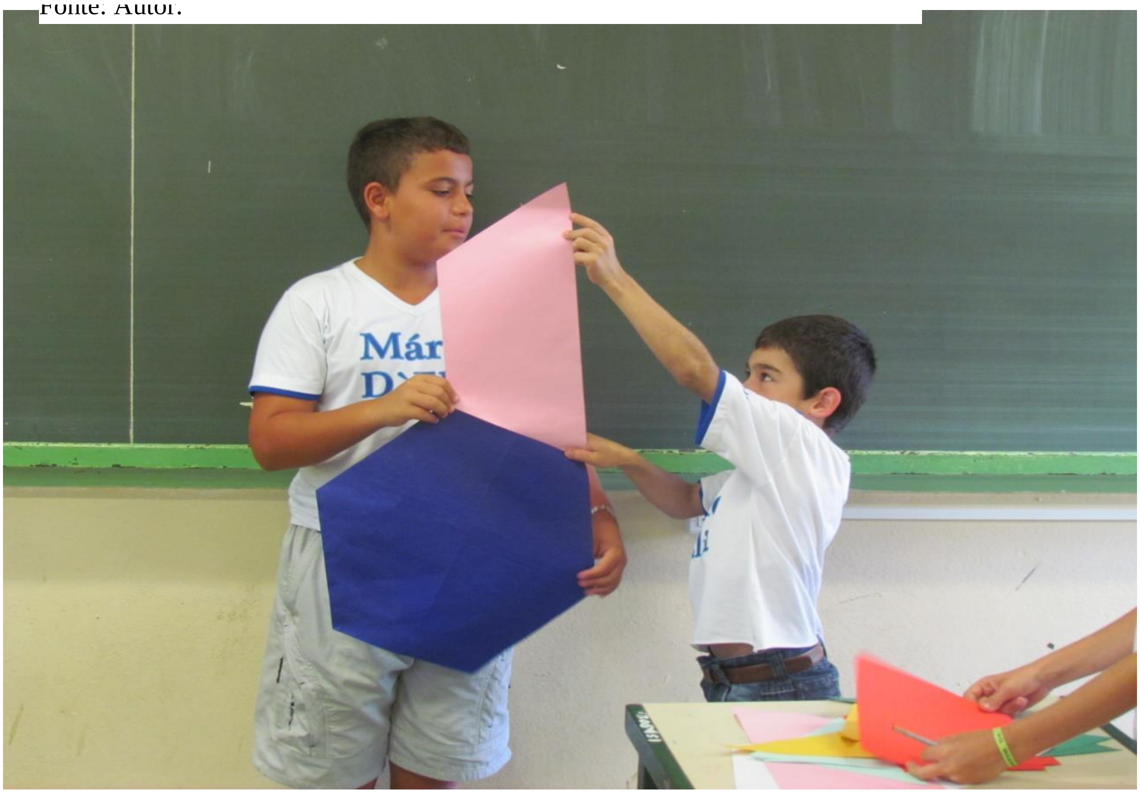


Fonte: Autor.

Figura 116 - Alunos da turma A expondo solução na lousa.

Figura 117 - Alunos da turma A expondo solução na lousa.

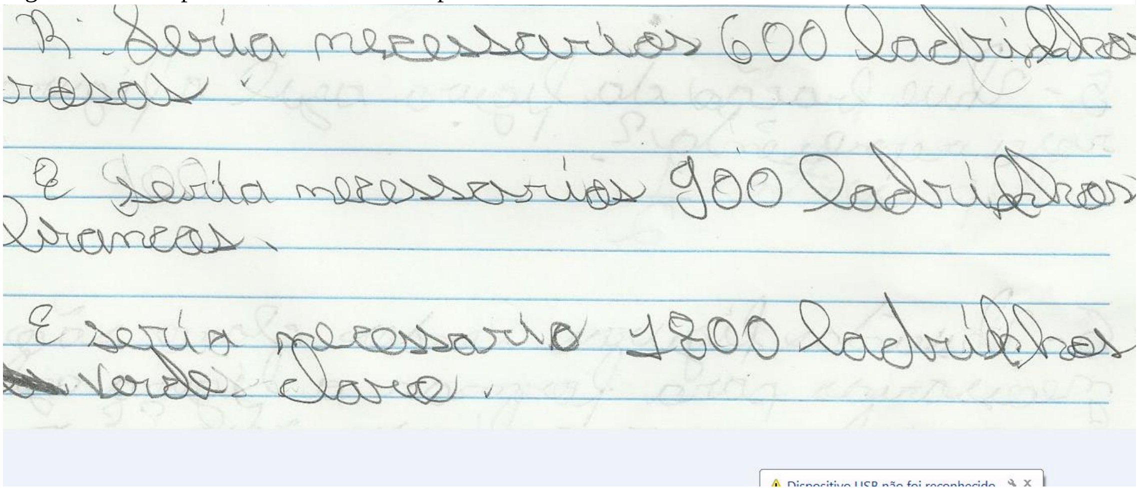
Fonte: Autor.



Fonte: Autor.

No item 9 (Para fazer um mosaico em um cômodo de sua casa João poderia usar ladrilhos de quatro tipos: hexagonais, com a forma de triângulo equilátero, trapézio ou paralelogramo, como os presentes no kit. João calculou que precisaria de 300 ladrilhos hexagonais. Se ao invés de usar o ladrilho hexagonal João usasse ladrilhos no formato de triângulo equilátero, quantos ladrilhos seriam necessários para cobrir a mesma área? E se usasse ladrilhos com o formato de paralelogramo?) alguns grupos não atentaram ao fato de que os trapézios, paralelogramos e triângulos equiláteros eram menores que o hexágono, portanto precisaríamos de mais trapézios, paralelogramos ou triângulos para ladrilhar a mesma área que foi ladrilhada com o hexágono, como podemos ver na figura 119.

Figura 118 - Resposta da atividade dada por alunos da turma B.

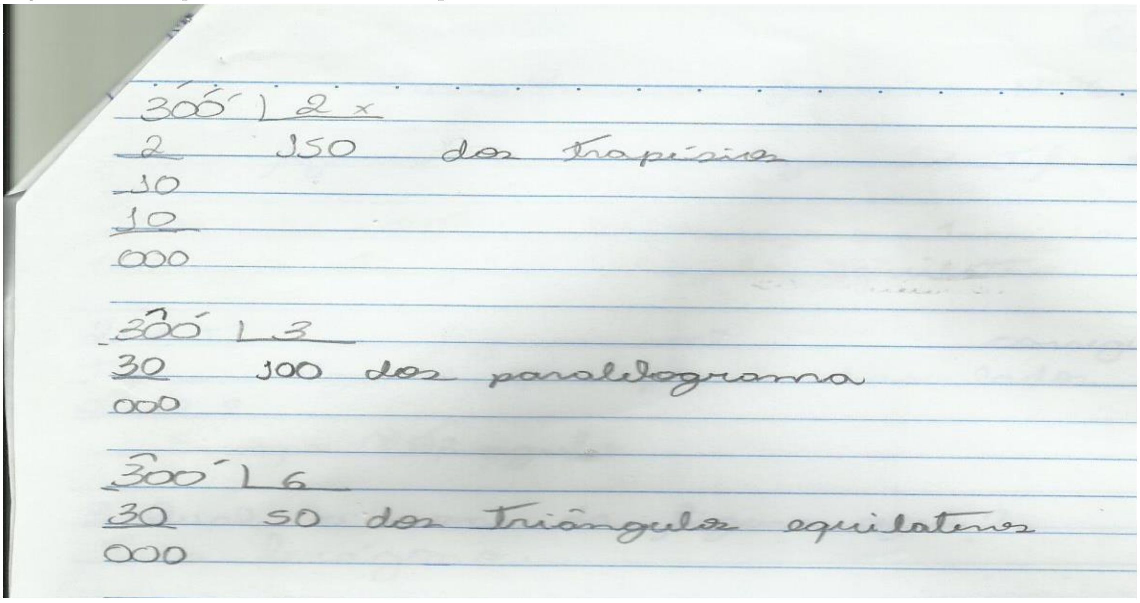

R: Seria necessarios 600 ladrilhos rosas

E seria necessarios 900 ladrilhos brancos.

E seria necessario 1800 ladrilhos verde claro.

Fonte: Autor.

Figura 119 - Resposta da atividade dada por alunos da turma B.


300 | 2

2 150 dos trapésios

10

10

000

300 | 3

30 100 dos paralelograma

000

300 | 6

30 50 dos triângulos equilateros

000

Fonte: Autor.

Para contornar essa situação foi pedido para que os alunos voltassem nas respostas dadas ao item 5 (Cubra o hexágono utilizando as figuras geométricas disponíveis. Para cobrir completamente o hexágono você necessita de quantos triângulos equiláteros? E se fosse cobri-lo com paralelogramos de quantos necessitaria? E se fosse com trapézios. Quantos seriam necessários?). Nesse momento um aluno que havia dado a resposta descrita na figura acima percebeu o erro e justificou:

Aluno: “É verdade, se eu preciso de dois trapézios para dar um hexágono, então eu vou precisar do dobro de trapézios”.

Nesse momento outros alunos que cometeram o mesmo erro perceberam que estavam errados e pediram para trocar a resposta na atividade. Isso já havia ocorrido em atividades anteriores, onde o aluno percebe que errou e pede para mudar a resposta dada. Nesse caso usei do mesmo artifício usado nas atividades anteriores: mude no seu caderno, o mais importante é que percebeu o erro e aprendeu a maneira correta.

Os alunos que erraram o item 9 também erraram os itens 10(Supondo que o preço do ladrilho com o formato de hexágono seja de R$ 3,00 qual deveria ser o preço de um ladrilho no formato de triangulo? E no formato de paralelogramo? E de trapézio? Justifique suas respostas.) e 11 (Em outra loja o ladrilho na forma de paralelogramo custa R$ 1,80. Qual seria o preço do ladrilho na forma de trapézio nesta loja? Justifique sua resposta.), já que usaram da mesma estratégia usada no item 9.

Considerações finais

A atividade se mostrou muito rica, pois conciliou a geometria do hexágono regular com outros conteúdos já trabalhados em atividades anteriores como frações, frações equivalentes, aritmética e cálculo com números decimais. Essa atividade mostrou também a importância do aluno vivenciar cada passo da resolução, já que a maioria lembrou-se das atividades anteriores quando as respostas remetiam a conteúdos já trabalhados em outras atividades.

Nessa atividade a participação individual dos alunos nas discussões aumentou consideravelmente se comparada às primeiras atividades propostas.

CAPÍTULO 5: CONSIDERAÇÕES FINAIS.

É responsabilidade do professor do 6° Ano do Ensino Fundamental verificar o que o aluno trouxe de conhecimento do Ciclo I (através de avaliações diagnósticas) para corrigir eventuais lacunas deixadas e consolidar o aprendizado. Para tanto é necessário que o professor proponha atividades que coloquem a ação nas mãos dos alunos, de modo que aluno vivencie cada etapa da resolução, crie um ambiente propício para a aprendizagem para que haja um envolvimento e eles possam se expor mais, facilitando a observação por parte do professor para reflexão futura. Para que isso ocorra é necessário que o professor tenha um olhar crítico.

No nosso caso a Metodologia de Pesquisa de Aula (Lesson Study) aliada à Metodologia de Resolução de Problemas serviu como facilitadora desse processo, já que ao colocar o foco da aprendizagem na mão do aluno o professor pode observar melhor a dinâmica da sala de aula, verificando quais alunos estão realizando as atividades propostas e como estão realizando; e quais não estão.

À medida que o professor conhece os seus alunos e pesquisa a dinâmica de sala de aula ele é capaz de propor atividades que contemplem o Currículo Oficial do Estado e potencialize o aprendizado.

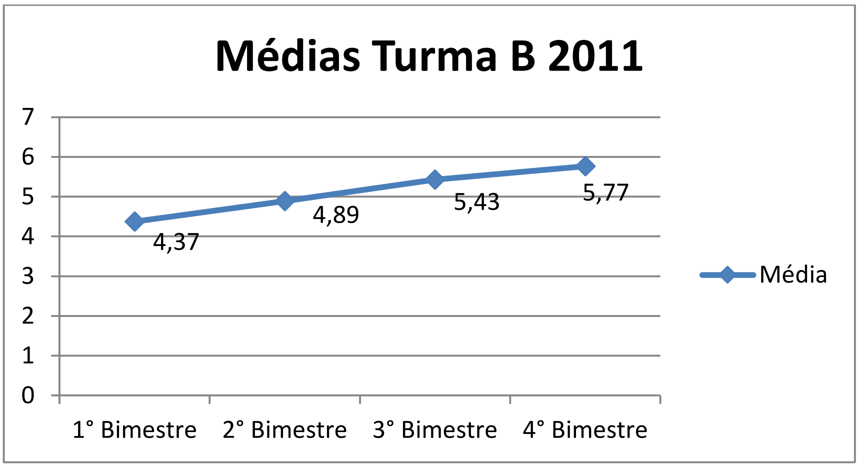
No nosso caso a Pesquisa de Aula (Lesson Study) esteve presente **antes da aplicação**, na pesquisa de materiais que possam ser facilitadores do aprendizado, procurando ver a melhor maneira de dividir os alunos para a resolução das atividades; **durante a aplicação,** analisando a dinâmica de sala de aula, procurando fazer as intervenções certas nos momentos certos e **depois da aplicação,** na análise pós-aula, verificando se a aula atingiu o seu objetivo, remodelando as atividades se necessário e buscando subsídios para dar continuidade ao trabalho docente.

Com a Pesquisa de Aula e a troca do foco, o aluno como protagonista do aprendizado e não mais o professor, os dois lados ganham: o aluno aprende a aprender e o professor aprende a ensinar, se tornando um pesquisador da própria prática docente.

A última atividade foi uma prova de como a Lesson Study ajudou a potencializar o Currículo, já que em uma atividade foi possível conciliar a Álgebra com a Geometria, e o modelo pictórico se mostrou importantíssimo como passo inicial para a algebrização.

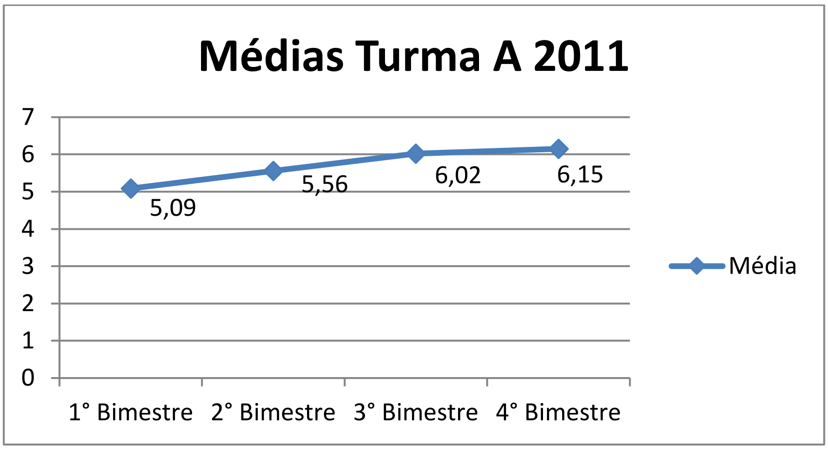
O que se verificou foi uma maior participação dos alunos nas aulas, principalmente de alunos tidos como indisciplinados, gerando menos indisciplina e consequentemente aumentando a média geral das notas nessas turmas, como podemos verificar nos gráficos abaixo.

Figura 120 - Gráfico com as médias da Turma B do ano de 2011 por bimestre.



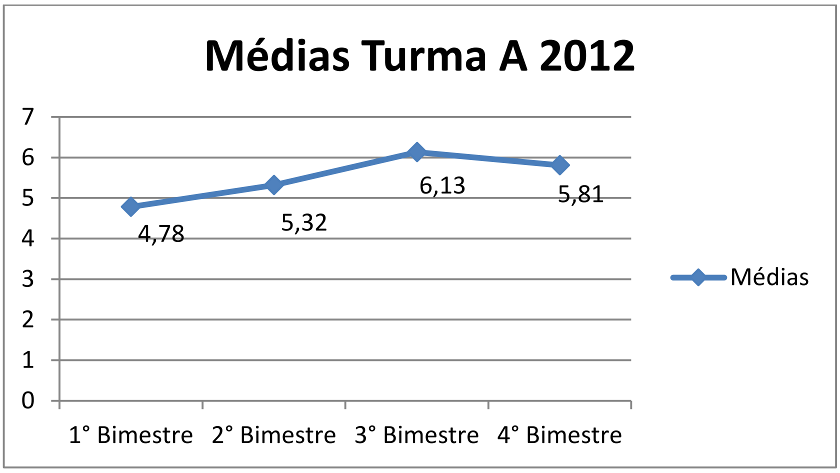
Fonte: Autor.

Figura 121 - Gráfico com as médias da Turma A do ano de 2011 por bimestre.



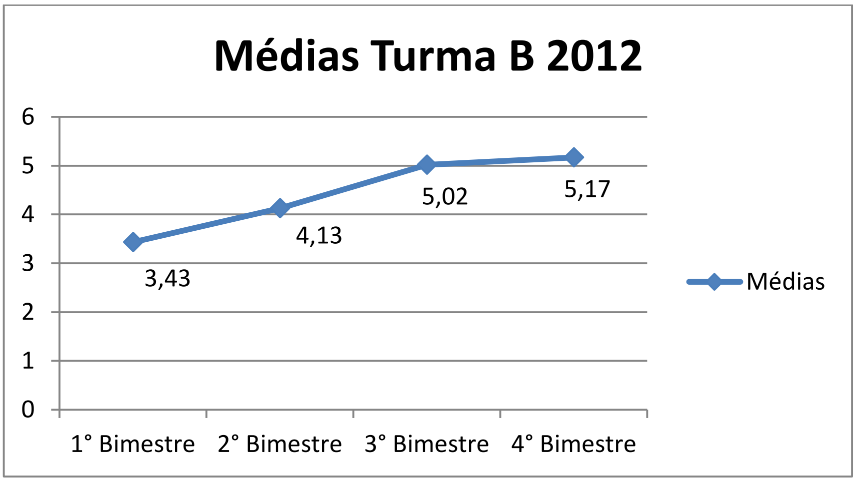
Fonte: Autor.

Figura 122 - Gráfico com as médias da Turma A do ano de 2012 por bimestre.



Fonte: Autor.

Figura 123 - Gráfico com as médias da Turma B do ano de 2012 por bimestre.



Fonte: Autor.

Da turma de 2011 saíram dois medalhistas na OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), o que mostra que o trabalho gerou resultados positivos.

No presente ano de 2013 estou lecionando para o 7° ano do Ensino Fundamental. As duas turmas para a qual leciono deixou de ver conteúdos importantes no ano anterior, como estudo das frações e porcentagem. Com os conhecimentos adquiridos através da prática da Pesquisa de Aula, foi possível elaborar atividades para suprir essas lacunas deixadas no aprendizado em um tempo mais curto, se comparado ao método tradicional de uma aula expositiva por parte do professor, o que mostra que Pesquisa de Aula atingiu seu objetivo.

A presente dissertação é o resultado da pesquisa por parte do professor.

Espero que essa Metodologia ainda seja adotada como parte do currículo escolar, e possamos aplicá-la em sua concepção original, como no Japão.

As atividades presentes na pesquisa estão no Apêndice dessa dissertação para que possam ser apreciadas e aplicadas por outros profissionais em suas aulas e, se acharem necessário, fazer as modificações necessárias para potencializar o aprendizado em suas turmas seguindo o ciclo da Lesson Study.

REFERÊNCIAS

BALDIN, Y. Y. The Lesson Study as a strategy to change the paradigm of teaching mathematics: a Brazilian experience. In: TSUKUBA INTERNATIONAL CONFERENCE: INNOVATION OF MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING THROUGH LESSON STUDY – CONNECTION BETWEEN ASSESSMENT AND SUBJECT MATTER, 4., 2010, Tokyo. *Proceedings*… Tsukuba: Tsukuba University, 2010. Disponível em: <http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2009/doc/pdf_2021/YurikoYamamotoBaldin-paper.pdf>. Acesso em: maio/2013.

BALDIN, Y. Y.; CARRIJO NETO, L. A. Working Lesson Study principles in a developing country to engage teachers and students in participative learning. In: THE EAST ASIA REGIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION, 6., 2013, Phuket. *Proceedings*... Thailand: CRME, 2013. p. 241-249.

BALDIN, Y. Y.; FELIX, T. F. A pesquisa de aula (Lesson Study) como ferramenta de melhoria da prática na sala de aula. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. *Anais*... Recife: LEMATEC-UFPE, 2011. 1 CD-ROM.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais:* matemática / 3° e 4° ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. *Lei nº 9.394/96* – 24 de dez. 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, 1998.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. L.; SHULTE, A. (orgs.). *Aprendendo e ensinando geometria*. Tradução de Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1994. 308 p.

FELIX, T.F. *Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a Metodologia da Pesquisa de Aula (Lesson Study)*. 2010. 137 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - UFSCar, Brasil, 2010.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. *Lesson Study:* a Japanese approach to improving Mathematics teaching and learning. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.

ISODA, M.; ARCAVI, A.; MENA LORCA, A. *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas*. Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2007.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 179 p.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. (orgs). *A resolução de problemas na matemática escolar.* São Paulo: Atual, 1997. p. 1 – 2.

SÃO PAULO (SP). *Boletim da escola 2010*. IDESP. Disponível em: <http://idesp.edunet.sp.gov.br/arquivos2010/023176.pdf>. Acesso em: maio/2013.

SÃO PAULO (SP). *Boletim da escola 2011*. IDESP. Disponível em: <http://idesp.edunet.sp.gov.br/arquivos2011/023176.pdf>. Acesso em: maio/2013.

SÃO PAULO (SP). Secretaria da Educação. *Caderno do aluno:* matemática, ensino fundamental – 5ª Série / 6° Ano, v. 1. São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO (SP). Secretaria da Educação. *Caderno do aluno:* matemática, ensino fundamental – 5ª Série / 6° Ano, v. 2. São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO (SP). Secretaria da Educação. *Caderno do professor:* matemática, ensino fundamental – 5ª Série / 6° Ano, v. 1. São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO (SP). Secretaria da Educação. *Caderno do professor:* matemática, ensino fundamental – 5ª Série / 6° Ano, v. 2. São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO (SP). Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo:* Matemática e suas tecnologias. São Paulo: SEE, 2010.

SÃO PAULO (SP). Secretaria da Educação. *Saresp 2008:* Matrizes de referência para avaliação: Matemática. São Paulo: SEE, 2009.

STIGLER, J.W.; HIEBERT, J. *The Teaching Gap*: best ideas from the world’s teachers for improving education in the classroom. Nova Iorque: The Free Press, 1999.

APÊNDICE

ATIVIDADE 1

Tema: As operações de multiplicação e divisão exata, sistema decimal posicional;

Objetivo: participação dos alunos na construção de seu próprio conhecimento de tal maneira que consolidem o entendimento da representação posicional no sistema de numeração decimal e compreendam a multiplicação e a divisão exata como operações inversas;

Problema: Joãozinho quer descobrir a senha de um cofre e para isso ele precisa decifrar um enigma. Consta que a senha do cofre é a sequência de letras ACBFDEC, onde cada letra representa um numeral. Eis o enigma:

63 : 7 = A

B35 : 5 = 147

1722 : 14 = 1D3

1C1E : 8 = 239

109F6 : 12 = A13

a) Determine o valor de cada uma das letras. Justifique cada passo.
b) Para conferência utilize ABCDF : EF = 3A17
c) Qual é a senha do cofre?

Planejamento da atividade: a atividade é planejada para ser trabalhada em grupos com quatro ou cinco alunos cada, planejando o desenvolvimento de modo a propiciar a vivência das etapas de resolução de problemas pelos próprios alunos.

1ª Etapa (Compreensão do problema): será pedido aos alunos que façam a leitura atenta do enunciado do problema, dando espaço para que discutam sobre o enunciado e exponham o que entenderam e o que não entenderam da situação apresentada.

2ª Etapa (Elaboração de uma estratégia de resolução): após a discussão sobre o entendimento do problema o aluno deverá elaborar uma estratégia para resolução. Nesta etapa o professor circulará entre os grupos, para verificar as estratégias escolhidas. Para esta atividade será esperado que os alunos adotem como estratégia de resolução, as operações divisão exata para a descoberta dos numerais representados pelas letras A e D e a multiplicação para a descoberta dos numerais representados pelas demais letras e uma ou outra no item de conferência.

3ª Etapa (Execução): nesta etapa o aluno colocará em prática a estratégia (operação escolhida) e após sua execução, será pedido que um representante de cada grupo vá até a lousa e exponha sua ideia, socializando-a com a classe, já que o objetivo principal da atividade é a participação do aluno na construção de seu conhecimento.

4ª Etapa (Validação): nessa etapa o aluno deverá verificar se sua solução é compatível com o enunciado, e para isso será preciso que perceba a multiplicação e a divisão exata como operações inversas, ou seja, para conferir se a divisão está correta ele deverá efetuar uma multiplicação e vice versa, e que ao fazer as operações perceba o valor posicional dos algarismos e consolide que o sistema de numeração decimal é um sistema posicional.

Após a aplicação e discussão das respostas o professor será capaz de analisar se realmente houve o aprendizado, ou seja, se os alunos conseguiram chegar ao objetivo proposto, e se será necessário modificar a atividade para futuras aplicações, ou ainda se serão necessárias outras atividades com o mesmo objetivo para aparar as arestas pendentes.

Material: folha impressa contendo o referido problema.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada.

ATIVIDADE 1 REFEITA

Tema: As operações de multiplicação e divisão exata, sistema decimal posicional;

Objetivo: participação dos alunos na construção de seu próprio conhecimento de tal maneira que consolidem o entendimento da representação posicional no sistema de numeração decimal e compreendam a multiplicação e a divisão exata como operações inversas;

Problema: Joãozinho quer descobrir a senha de um cofre e para isso ele precisa decifrar um enigma, composto de 5 partes. Consta que a senha do cofre é a sequência de letras ACBFDEC, onde cada letra representa um numeral. Eis o enigma:

Parte 1 63 : 7 = A

Parte 2 B35 : 5 = 147

Parte 3 1722 : 14 = 1D3

Parte 4 1C1E : 8 = 239

Parte 5 109F6 : 12 = A13

a) Decifre cada parte do enigma, justificando cada passo.
b) Com base na resolução da parte 1 do enigma diga qual é o valor de A.
c) Com base na resolução da parte 2 do enigma diga qual é o valor de B.
d) Com base na resolução da parte 3 do enigma diga qual é o valor de D.
e) Com base na resolução da parte 4 do enigma diga quais são os valores de C e E.
f) Com base na resolução da parte 5 do enigma diga qual é o valor de F.
g) Qual é a senha do cofre?

Planejamento da atividade: a atividade é planejada para ser trabalhada em grupos com quatro ou cinco alunos cada, planejando o desenvolvimento de modo a propiciar a vivência das etapas de resolução de problemas pelos próprios alunos.

1ª Etapa (Compreensão do problema): será pedido aos alunos que façam a leitura atenta do enunciado do problema, dando espaço para que discutam sobre o enunciado e exponham o que entenderam e o que não entenderam da situação apresentada.

2ª Etapa (Elaboração de uma estratégia de resolução): após a discussão sobre o entendimento do problema o aluno deverá elaborar uma estratégia para resolução. Nesta etapa o professor circulará entre os grupos, para verificar as estratégias escolhidas. Para esta atividade será esperado que os alunos adotem como estratégia de resolução, as operações divisão exata para a descoberta dos numerais representados pelas letras A e D e a multiplicação para a descoberta dos numerais representados pelas demais letras e uma ou outra no item de conferência.

3ª Etapa (Execução): nesta etapa o aluno colocará em prática a estratégia (operação escolhida) e após sua execução, será pedido que um representante de cada grupo vá até a lousa e exponha sua ideia, socializando-a com a classe, já que o objetivo principal da atividade é a participação do aluno na construção de seu conhecimento.

4ª Etapa (Validação): nessa etapa o aluno deverá verificar se sua solução é compatível com o enunciado, e para isso será preciso que perceba a multiplicação e a divisão exata como operações inversas, ou seja, para conferir se a divisão está correta ele deverá efetuar uma multiplicação e vice versa, e que ao fazer as operações perceba o valor posicional dos algarismos e consolide que o sistema de numeração decimal é um sistema posicional.

Após a aplicação e discussão das respostas o professor será capaz de analisar se realmente houve o aprendizado, ou seja, se os alunos conseguiram chegar ao objetivo proposto, e se será necessário modificar a atividade para futuras aplicações, ou ainda se serão necessárias outras atividades com o mesmo objetivo para aparar as arestas pendentes.

Material: folha impressa contendo o referido problema.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada.

ATIVIDADE 2

Tema: Máximo Divisor Comum (MDC)

Objetivo principal: participação dos alunos na construção do próprio conhecimento sobre o significado do MDC entre dois números inteiros usando o método das divisões sucessivas.

Objetivo secundário: avaliar o nível do conhecimento dos alunos de conceitos básicos de geometria plana e espacial.

Pré-requisitos: Antes da aplicação desta atividade foi passado e trabalhado com os alunos os conceitos de divisores de um número natural e de máximo divisor comum (MDC).

Problema: Dispomos de dois tubos de PVC que devem ser cortados em pedaços iguais com maior comprimento possível. O primeiro tubo mede 24 metros e o segundo mede 40 metros.

Qual é esse comprimento?

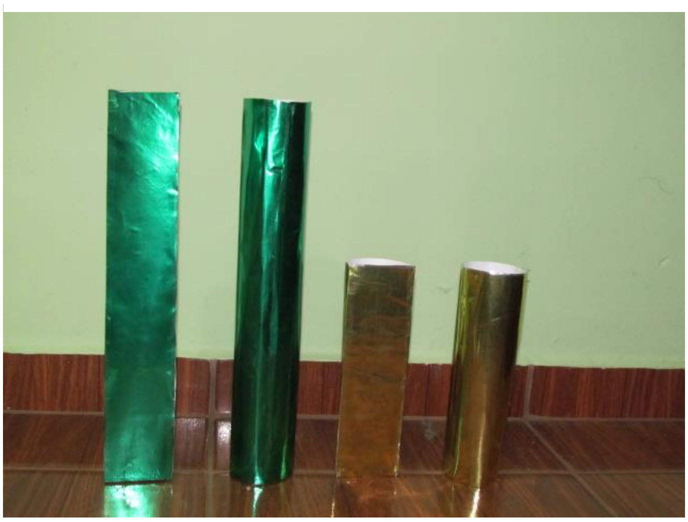
Em quantos pedaços os tubos são cortados?

Material: papel colorido, régua, tesoura, papel cartão.

Planejamento: essa atividade é planejada para ser uma sequência da primeira atividade, já que aborda a divisão com resto. Na primeira as divisões eram exatas.

Para a realização da atividade primeiramente será entregue aos grupos de alunos a folha contendo o enunciado da atividade proposta. Depois disso será solicitado a um aluno que leia em voz alta o enunciado do problema. Após essa leitura o professor explanará para a classe que os tubos descritos no problema serão representados pelo cilindro verde e pelo cilindro amarelo e que os retângulos que os grupos receberão são os retângulos possuem como comprimento o mesmo diâmetro interno dos cilindros, mostrando que eles se encaixam perfeitamente dentro dos tubos, usando os modelos mostrados na figura abaixo, e explicando o porquê de usar os retângulos e não os tubos para o recorte. Nesse caso o retângulo máximo representa a imagem, um modelo geométrico abstraído do objeto concreto. O uso de uma figura plana que representará o comprimento e o diâmetro do tubo se mostra o modelo mais adequado, pois ajuda a desenvolver visualizações (vistas laterais, frontais, superior), cortes, nomenclaturas e escala (indiretamente).

Figura 37 - Vista frontal dos tubos.



Fonte: Autor.

Figura 38 - Vista superior dos tubos, com os retângulos máximos encaixados.

Fonte: Autor.

Figura 39 - Retângulos usados na atividade.

Fonte: Autor.

Após essa explanação será pedido a cada grupo que leiam novamente o enunciado do problema e as questões que terão que responder, dando espaço para que façam perguntas sobre o que entenderam do problema (Etapa 1 da metodologia de resolução de problemas). Será preciso que fique bem claro para o aluno como procederá nos cortes, já que não será fornecido material excedente para os grupos.

No caso desta atividade, a segunda etapa da resolução de problemas (elaboração da estratégia) já estará indicada no próprio enunciado, já que o mesmo indicará como os retângulos deverão ser cortados, bastando portando ao professor apenas observar se os alunos serão capazes de executar as instruções. O aluno deverá então executar os cortes de acordo com o enunciado (Etapa 3), neste momento o professor deverá circular entre os grupos para verificar se a execução estará ocorrendo de acordo com o enunciado, e orientará os grupos, se necessário. Durante esta etapa o professor deverá ficar atento e alertará os alunos que as medidas são números naturais, caso algum grupo chegue a um número decimal como medida, atentando a imperfeições que ocorrem sempre nas manipulações experimentais com objetos concretos.

O objetivo consiste em que o aluno perceba que ao fazer os cortes ele está realizando uma operação de divisão e que a medida do comprimento do retângulo final (oito) representa o máximo divisor comum dos números 24 e 40.

Etapa 4: Os alunos exporão suas soluções e conclusões e os colegas as validarão ou não, cabendo ao professor nesta etapa orientá-los a sintetizarem as ideias para a conclusão final, de que o número 8 é o MDC de 24 e 40 e será obtido através de divisões sucessivas. A formalização das etapas das divisões sucessivas é realizada como sistematização final da atividade. Após esta conclusão o professor poderá passar outros exemplos com outros números para consolidar a descoberta e os alunos exercitarão uma lista com exercícios e problemas que envolvem o MDC de dois números.

Instruções (que fazem parte do material entregue aos alunos juntamente com o enunciado): Você receberá dois retângulos de cada cor. Use um retângulo de cada cor para cortar e guarde os demais para o final da atividade.

Coloque o menor retângulo sobre o maior e corte no ponto de encontro. Após o primeiro corte você ficará com dois pedaços de igual tamanho e um de tamanho diferente. Anote as medidas de cada pedaço. Dos pedaços de mesmo tamanho separe um. Pegue novamente o menor pedaço e coloque sobre o maior e corte no ponto de encontro. Faça isso até que os pedaços tenham a mesma medida, anotando sempre as medidas de cada pedaço após cada corte.

* Quando chegar a pedaços iguais pegue os retângulos separados no início e conte quantas vezes cada pedaço “cabe” em cada retângulo.

*Ao fazer esse procedimento você fez uso de uma das quatro operações, qual foi?

* O que representa o tamanho encontrado?

* O que representa o número de vezes que o tamanho encontrado está contido nos retângulos iniciais?

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada.

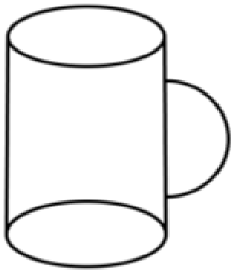
ATIVIDADE 3

Tema: O número fracionário como sendo a divisão do numerador pelo denominador

Objetivo: Recuperar o conceito de fração como sendo divisão de um todo em partes iguais e reconhecer um número fracionário como uma operação de divisão do numerador pelo denominador.

Problema 1: Considere uma jarra cilíndrica reta com capacidade de 1 litro, com suco de laranja. Queremos repartir esse suco entre 3 crianças "igualmente". Quantos litros de suco recebe cada criança? Justifique sua resposta.

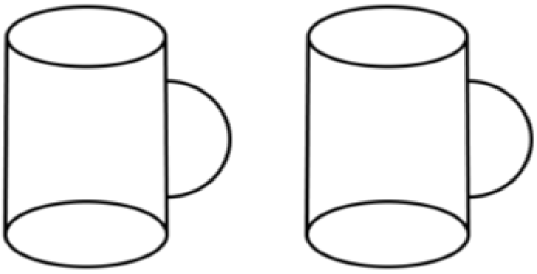
Figura - jarra representativa.



Fonte: Autor.

Problema 2: Consideremos agora que temos 2 jarras cilíndricas iguais com a mesma capacidade de 1 litro cada e queiramos repartir essa quantidade de suco entre 3 crianças, igualmente. Quantos litros de suco recebe cada criança? Justifique sua resposta.

Figura - jarras representativas.



Fonte: Autor.

Desafio: E se fosse uma quantidade **n** qualquer de jarras iguais as dos exercícios anteriores, quantos litros receberá cada uma das três crianças? Justifique.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada, sendo uma aula para a realização da mesma e uma aula para fechamento.

Planejamento: A atividade é planejada para que as classes fossem divididas em grupos de 4 ou 5 alunos.

Após a divisão será entregue a folha contendo a atividade proposta. Será solicitado que todos leiam os problemas com atenção, já que foi verificado em atividades anteriores que alguns alunos apenas fazem uma leitura rápida do problema, sem se atentar para detalhes que podem fazer a diferença na hora de responder a uma questão ou até mesmo para verificar se existe algum erro. (Etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas). Após a leitura o aluno deverá elaborar uma estratégia para a resolução. Se algum grupo não conseguir estabelecer uma estratégia (Etapa 2) o professor poderá indagá-lo com perguntas como: “Será que um desenho ajudaria?” Após elaborada a estratégia o aluno deverá colocá-la em prática (Etapa 3). Para a validação o aluno deverá verificar se realmente cada criança ficou com a mesma quantidade e se o inteiro ficará dividido em partes iguais, e concluirá a fração como sendo a divisão do numerador pelo denominador (Etapa 4).

ATIVIDADE 4

Tema: Representações de frações, frações equivalentes e fração de um número.

Objetivo: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda: a fração como sendo uma divisão de um todo em partes iguais, a representação fracionária como sendo a razão parte-todo; o conceito de frações equivalentes e o cálculo da fração de um número.

Atividade: A atividade é composta pelos quatro problemas descritos abaixo:

6) Que fração do todo representa a parte pintada em cada uma das figuras abaixo?

7) Escreva duas frações equivalentes à fração do exercício anterior. Descreva seu pensamento.

8) Se $\frac{1}{8}$ de uma pizza custa R$ 3,00, qual o preço da pizza inteira? Justifique sua resposta.

9) Os irmãos Carlos, Marcos, Maria e José fizeram uma vaquinha para comprar um presente para sua mãe. O presente escolhido custou R$ 480,00. Carlos pagou metade do valor do presente, Marcos pagou $\frac{1}{5}$ do valor do presente, Maria pagou $\frac{1}{8}$ do valor do presente e José pagou o restante. Pergunta-se:

c) Qual o valor pago por cada um dos irmãos?

d) Qual a fração correspondente ao valor pago por José?

10) Determine quantos reais corresponde a:

i) $\frac{2}{5}$ de R$ 2000,00

j) $\frac{16}{40}$ de R$ 2000,00

k) $\frac{8}{20}$ de R$ 2000,00

l) $\frac{4}{10}$ de R$ 2000,00

O que você percebe com relação aos valores encontrados?

O que podemos dizer a respeito dessas frações? Justifique.

Planejamento: A atividade é planejada para ser realizada em duplas. Após a formação das duplas será solicitado aos alunos que leiam com atenção o enunciado (Etapa 1 da resolução de problemas) e que verifiquem se existe alguma palavra que não saibam o significado, para que o mesmo seja esclarecido, permitindo que o aluno passe para a etapa seguinte somente após compreender o enunciado. Após essa leitura atenta e resolvidas eventuais dúvidas quanto ao enunciado dos problemas, os alunos deverão elaborar uma estratégia para a resolução (Etapa 2) e para esse caso é esperado que o aluno perceba que para a determinação da fração correspondente será necessário que o todo esteja dividido em partes de igual tamanho. Espera-se que o aluno faça novas divisões nos interiores das figuras, dividindo-as convenientemente em mais partes, para perceber o conceito de frações equivalentes. Será esperado também desenhos representativos da pizza dividida em 8 partes. A questão 4 será a questão que apresenta um maior grau de dificuldade, já que possuirá a maior quantidade de cálculos a serem feitos. Quanto ao valor que será pago por Carlos espera-se que não surja dificuldades, já que encontrar a metade de algum valor é uma atividade muito frequente na vida do aluno desde os primeiros anos do ensino fundamental. Desenhos representativos também poderão aparecer para auxiliar o aluno na elaboração da resposta. Na segunda parte da questão, sobre que fração do presente foi paga por José, espera-se maior dificuldade, já que para respondê-la o aluno tem que acertar o item “a” por completo. Por fim espera-se que os alunos façam os cálculos corretos (Etapa 3) e percebam que para a determinação de uma fração é necessário que o todo esteja dividido em partes de igual tamanho e que uma mesma quantidade poderá ser representada por meio de mais de uma fração (frações equivalentes) e por fim espera-se que sejam capazes de expressar esse conceito para validar suas respostas (Etapa 4 da metodologia de resolução de problemas).

Tempo de Aplicação: tempo previsto 2 aulas de 50 minutos. As salas são divididas em duplas para a realização da atividade, como planejado. Nessa atividade a orientadora estava presente como observadora.

ATIVIDADE 5

Tema: Representações na forma fracionária, frações equivalentes e adição de fração.

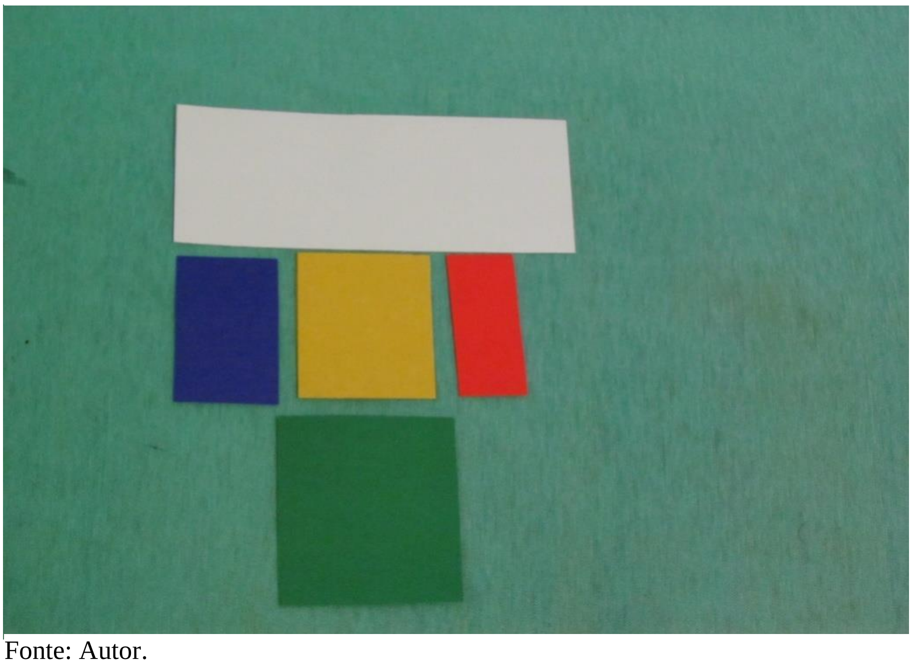
Planejamento: A atividade é planejada visando amenizar as lacunas no aprendizado de frações detectadas na Atividade 4 e está dividida em duas partes.

Objetivo: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda: a fração como sendo uma divisão de uma unidade em partes iguais, a representação fracionária como sendo a razão parte-todo.

Tempo de Aplicação: Uma aula de 50 minutos, sendo 20 minutos para a execução e 20 minutos para explanação das respostas por parte dos alunos, sendo 10 minutos para montagem e desmontagem dos grupos.

Material: Cada grupo receberá 4 retângulos brancos medindo 12cm x 5cm cada, sem marcações; 6 retângulos vermelhos medindo 2cm x 5 cm; 6 retângulos amarelos medindo 4cm x 5cm; 6 retângulos azuis medindo 3cm x 5cm e 6 retângulos verdes medindo 6cm x 5cm, conforme figura abaixo.

Figura - Material usado na primeira parte da atividade.



Fonte: Autor.

Planejamento da primeira parte: **C**ada grupo receberá uma folha contendo a primeira parte da atividade. Será solicitado que todos leiam os problemas com atenção (Etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas), sempre verificando se há alguma palavra ou item que não conseguem entender. Após a leitura o aluno deverá elaborar uma estratégia para a resolução, que no caso da primeira parte será realizada por meio da manipulação do material recebido para perceber o que será necessário para a resolução (Etapa 2). Após a elaboração da estratégia o aluno deverá colocá-la em prática (Etapa 3). Para a primeira parte da atividade não se espera muita dificuldade na resolução, já que se trata de uma atividade manipulativa.

Problemas da 1ª parte

Você receberá alguns retângulos de cores e dimensões diferentes.

14. Quantos retângulos amarelos são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
15. Um retângulo amarelo representa que fração do retângulo branco?
16. Quantos retângulos verdes são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
17. Um retângulo verde representa que fração do retângulo branco?
18. Quantos retângulos azuis são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
19. Um retângulo azul representa que fração do retângulo branco?
20. Quantos retângulos vermelhos são necessários para preencher completamente o retângulo branco?
21. Um retângulo vermelho representa que fração do retângulo branco?
22. Um retângulo amarelo representa que fração do retângulo verde?
23. Divida o retângulo branco em 12 partes iguais. Represente neste mesmo retângulo a fração $\frac{8}{12}$.

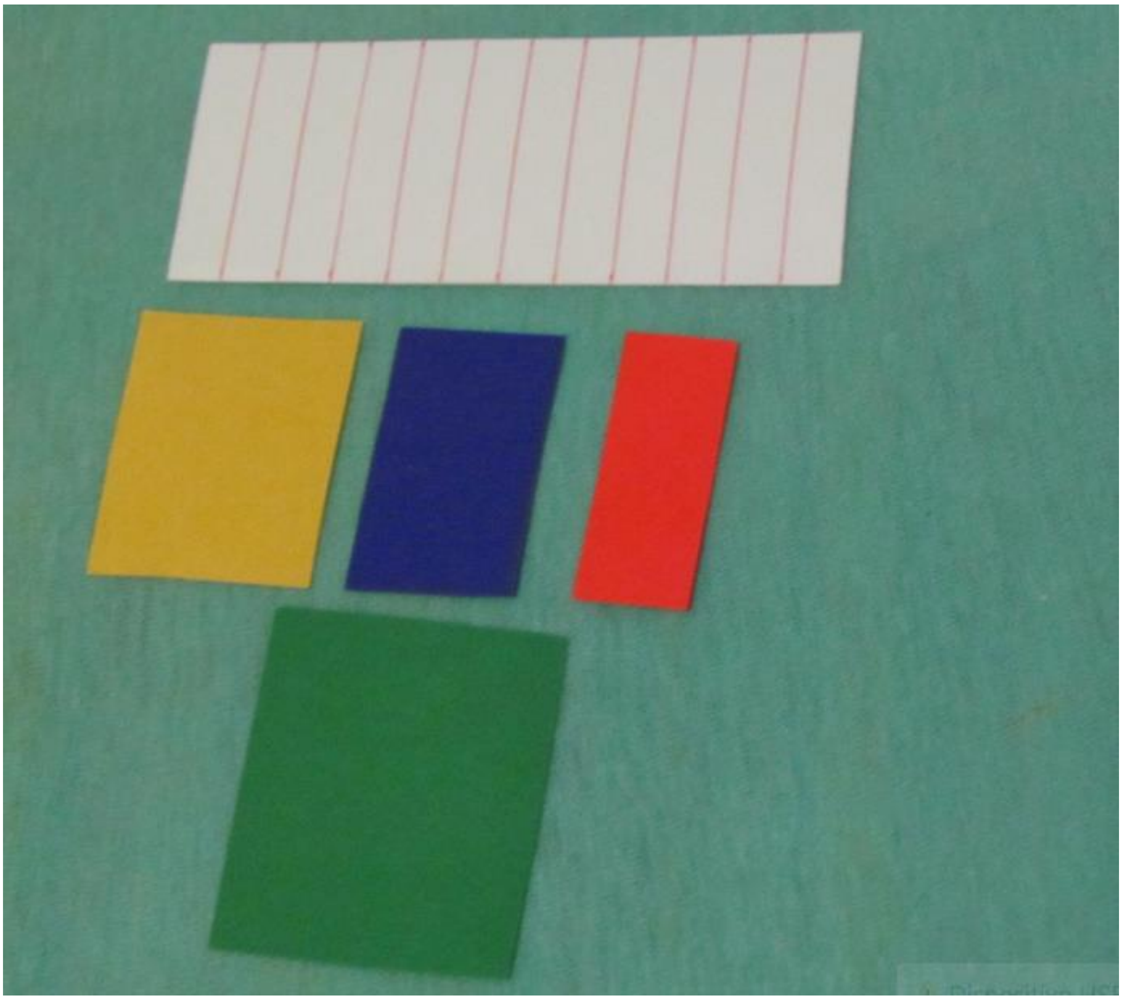
Planejamento da segunda parte: O planejamento da segunda parte segue os mesmos moldes do planejamento da primeira parte, com os mesmos grupos.

Objetivo: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda o conceito de frações equivalentes e use esse conceito para o cálculo da adição de frações com denominadores diferentes.

Tempo de Aplicação: duas aulas de 50 minutos cada uma, sendo uma para a realização e uma para fechamento e discussão.

Instruções para a 2ª parte da atividade: cada grupo receberá 12 retângulos brancos medindo 12cm x 5cm cada, com marcações de um em um centímetros no comprimento; 10 retângulos vermelhos medindo 2cm x 5 cm; 10 retângulos amarelos medindo 4cm x 5cm; 10 retângulos azuis medindo 3cm x 5cm e 10 retângulos verdes medindo 6cm x 5cm, conforme figura abaixo.

Figura - Material usado na segunda parte da atividade.



Fonte: Autor.

Problemas da 2ª parte

24. Usando os retângulos recebidos represente uma fração equivalente a cada uma das frações abaixo com denominador 12.
    e. $\frac{1}{3}$
    f. $\frac{1}{4}$
    g. $\frac{1}{2}$
    h. $\frac{1}{6}$
25. Usando os retângulos determine:
    i. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$
    j. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$
    k. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$
    l. $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$
    m. $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$
    n. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}$
    o. $\frac{3}{6}+\frac{1}{4}$
    p. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

26. Use as frações equivalentes encontradas no exercício 11 para verificar o resultado encontrado nos itens a, b, c , f .

ATIVIDADE 6

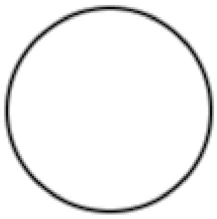
Planejamento: Os dois itens presentes na atividade 6 foram retirados de uma avaliação aplicada no segundo bimestre de 2012 com o objetivo de verificar a aprendizagem dos alunos nos seguintes tópicos: representação de uma fração como sendo a relação parte-todo em diferentes figuras; resolver problemas que envolvam a adição de dois números decimais. As questões tratadas na presente atividade foram selecionadas para uma análise mais detalhada porque foram as que apresentaram o maior número de erros. Alunos são chamados à lousa para que expliquem o seu pensamento.

Primeira questão selecionada.

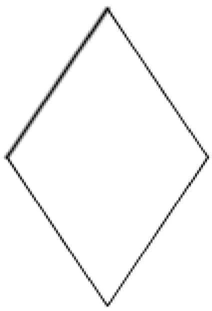
Questão: Represente em cada figura a fração indicada:

d) $\frac{2}{5}$

e) $\frac{2}{3}$



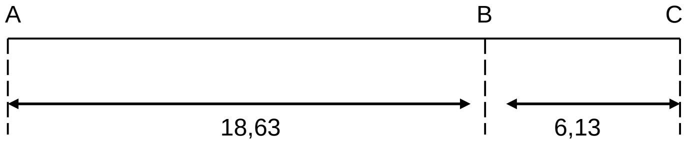
f) $\frac{3}{4}$



Objetivo: Compreender que a relação parte-todo se apresenta em situações em que um todo se divide em partes de igual medida (equivalentes em medida de superfície, no caso de figuras planas ou de quantidade de elementos, no caso de quantidades discretas.) e que a fração indica a relação que existe entre um número de partes tomadas e o número total de partes divididas do objeto inicial. Neste nível, trabalhamos sempre com números inteiros e positivos.

Segunda questão selecionada.

No esquema a seguir está indicada a distância de A até B e a distância de B até C, em centímetros. Calcule a distância de A até C.



Objetivo: Resolver problemas que envolvam a soma de dois números decimais e compreender a representação pictórica em situações que envolvem comprimentos.

ATIVIDADE 7

Tema: Classificação de figuras geométricas planas.

Planejamento: A atividade é planejada para ser aplicada no segundo bimestre, levando em consideração o Currículo do Estado de São Paulo. Em atividades anteriores foram detectadas falhas no ensino de geometria, por isso essa atividade é elaborada, para tentar suprir as falhas apresentadas. A atividade está dividida em duas partes.

Objetivo geral: preencher as lacunas observadas em atividades anteriores sobre conteúdos de geometria.

Pré Atividade: Antes da aplicação da atividade foi passado aos alunos de forma expositiva conceitos sobre o que é um polígono, ângulos (agudo, reto e obtuso), paralelismo e perpendicularismo, com exemplos na lousa, construções com régua e compasso, acompanhado de diálogo com os alunos.

Tempo de Aplicação: tempo previsto: três aulas de 50 minutos cada uma. Uma aula para a primeira parte e duas aulas para a segunda parte.

Objetivo da primeira parte: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que possa classificar:

- uma figura geométrica plana de acordo com a quantidade de lados;
- um triângulo de acordo com as medidas de seus lados;
- um quadrilátero de acordo com suas propriedades.

Problemas da primeira parte:

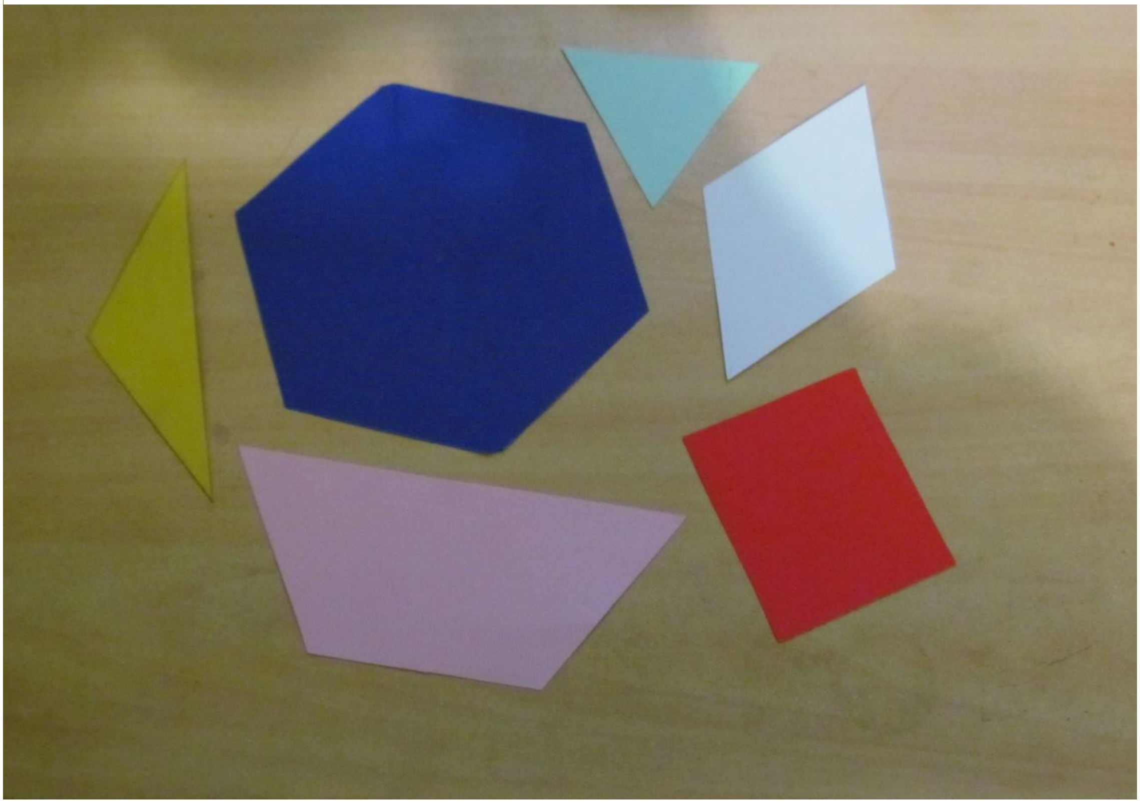
16. Triângulo é a figura geométrica plana que possui ____________ lados.
17. Um triângulo que possui os três lados com a mesma medida é chamado de triângulo _________________.
18. O triângulo que possui dois de seus lados com a mesma medida é chamado de triângulo _________________.

19. O triângulo que possui os seus três lados com medidas diferentes é chamado de triângulo ________________.
20. O triângulo que possui um de seus ângulos com medida igual a 90°(ângulo reto) é chamado de triângulo ________________.
21. Um triângulo equilátero é também isósceles? Justifique sua resposta.
22. Quadrilátero é a figura geométrica plana que possui _________ lados.
23. O quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos é chamado de ______________.
24. O quadrilátero que possui exatamente um par de lados paralelos é chamado de ______________.
25. O quadrilátero que possui quatro ângulos retos é chamado de ________________.
26. O quadrilátero que possui quatro lados com a mesma medida é chamado de ________________.
27. O quadrilátero que possui quatro lados com a mesma medida e quatro ângulos retos é chamado de ________________.
28. Um quadrado é também retângulo? Justifique sua resposta.
29. Um losango é também paralelogramo? Justifique sua resposta.
30. A figura geométrica que possui seis lados é chamada de ______________________.

Objetivo da segunda parte: participação do aluno na construção do seu conhecimento para que entenda que um polígono regular é o polígono que possui todos os lados com medidas congruentes e todos os ângulos internos com medidas também congruentes.

Material para a realização da segunda parte da atividade: Cada aluno receberá um kit contendo a hexágono regular (azul), três paralelogramos (branco), seis triângulos equiláteros (verde claro), quatro triângulos isósceles e não equiláteros (amarelo), dois trapézios (rosa), dois quadrados (vermelho) e quatro triângulos retângulos (verde escuro), conforme figura abaixo.

Figura - Material usado na segunda parte da atividade.



Fonte: Autor.

Problemas da Segunda Parte:

12) No kit recebido você consegue identificar quais figuras geométricas planas?
13) Como você faria para mostrar que o hexágono possui todos os lados com a mesma medida sem fazer uso de uma régua?
14) Como você faria para mostrar que o hexágono possui todos os ângulos com a mesma medida sem fazer uso do transferidor?
15) Um polígono é chamado de polígono regular se todos os lados possuem a mesma medida e todos os ângulos internos possuem a mesma medida. Das figuras presentes no kit, quais são regulares?
16) Cubra o hexágono utilizando as figuras geometrias disponíveis. Para cobrir completamente o hexágono você necessita de quantos triângulos equiláteros? E se fosse cobri-lo com paralelogramos de quantos necessitaria? E se fosse com trapézios. Quantos seriam necessários?
17) Que fração do hexágono um triângulo equilátero representa?

18) Que fração do hexágono uma paralelogramo representa?
19) Que fração do hexágono um trapézio representa?
20) Para fazer um mosaico em um cômodo de sua casa João poderia usar ladrilhos de quatro tipos: hexagonais, com a forma de triângulo equilátero, trapézio ou paralelogramo, como os presentes no kit. João calculou que precisaria de 300 ladrilhos hexagonais. Se ao invés de usar o ladrilho hexagonal João usasse ladrilhos no formato de triângulo equilátero, quantos ladrilhos seriam necessários para cobrir a mesma área? E se usasse ladrilhos com o formato de paralelogramo?
21) Supondo que o preço do ladrilho com o formato de hexágono seja de R$ 3,00 qual deveria ser o preço de um ladrilho no formato de triangulo? E no formato de paralelogramo? E de trapézio? Justifique suas respostas.
22) Em outra loja o ladrilho na forma de paralelogramo custa R$ 1,80. Qual seria o preço do ladrilho na forma de trapézio nesta loja? Justifique sua resposta.

Desenvolvimento: Primeiramente cada grupo receberá uma folha contendo a primeira parte da atividade. Será solicitado que todos leiam os problemas com atenção (Etapa 1 da Metodologia de Resolução de Problemas). Após a leitura o aluno deverá elaborar uma estratégia para a resolução, que no caso da primeira parte consiste em lembrar ou buscar no caderno anotações sobre as definições passadas na pré-atividade para serem utilizadas na execução da atividade e na validação das respostas. A parte 2 consistirá na manipulação do material recebido (Etapa 2) para auxiliar no raciocínio e nas justificativas das respostas. Depois de percebido o procedimento como estratégia, o aluno deverá colocá-la em prática (Etapa 3). Para a primeira parte da atividade não se espera muita dificuldade na resolução, já que o aluno anotou todos os conceitos necessários durante a pré-atividade.