

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL

**“PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO, VERIFICAÇÃO E DETALHAMENTO DE
ARMADURAS LONGITUDINAIS NA SEÇÃO TRANSVERSAL EM ELEMENTOS
PROTENDIDOS”**

JOSÉ HERBET FALEIROS JUNIOR

SÃO CARLOS

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL

**“PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO, VERIFICAÇÃO E DETALHAMENTO DE
ARMADURAS LONGITUDINAIS NA SEÇÃO TRANSVERSAL EM ELEMENTOS
PROTENDIDOS”**

JOSÉ HERBET FALEIROS JUNIOR

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Construção Civil.

Área de Concentração: Sistemas Construtivos de Edificações.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho.

SÃO CARLOS

2010

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

F187pc

Faleiros Junior, José Herbet.

Procedimentos de cálculo, verificação e detalhamento de armaduras longitudinais na seção transversal em elementos protendidos / José Herbet Faleiros Junior. -- São Carlos : UFSCar, 2010.

179 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2010.

1. Concreto protendido. 2. Armaduras. 3. Detalhamento construtivo. 4. Dimensionamento. I. Título.

CDD: 693.542 (20ª)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
Programa de Pós-Graduação em Construção
Civil

Rod. Washington Luís, Km 235
13565-905 – São Carlos – SP
Fone: (16) 3351-8261 Fax (16) 3351-8262
e-mail: ppgciv@ufscar.br site: www.ppgciv.ufscar.br

**“PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO, VERIFICAÇÃO E DETALHAMENTO DE
ARMADURAS LONGITUDINAIS NA SEÇÃO TRANSVERSAL DE ELEMENTOS
PROTENDIDOS”**

JOSÉ HERBET FALEIROS JUNIOR

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em vinte e quatro de agosto
de 2010.

Banca Examinadora constituída pelos membros:

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho
Departamento de Engenharia Civil / PPGCiv / UFSCar
Orientador

Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho
Departamento de Engenharia Civil / UFSCar
Examinador Interno

Prof. Dr. Rivelli da Silva Pinto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia / IFSP / São Paulo
Examinador Externo

***“Não há fatos eternos,
como não há verdades absolutas.”***

Friedrich Nietzsche (1844 – 1889) - filósofo alemão.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que proporcionou e regeu minha vida, dando coragem e sabedoria para vencer nos momentos mais difíceis e sempre presente nas horas de felicidade.

Aos meus pais, José Herbet Faleiros e Arlete Ap. Zampolo Faleiros, pessoas em quem me espelhei e sempre estarão presentes em minha vida, devido a seu amor incondicional, carisma e dedicação, me ensinando desde pequeno a trilhar meu caminho pela engenharia civil.

As minhas irmãs, Andressa Zampolo Faleiros e Vanessa Zampolo Faleiros, sempre me apoiando e não medindo esforços para ajudar nos momentos difíceis.

Aos meus avós (Célio, Maria Terezinha, Romeu e Albertina), pessoas que me ensinaram o conceito de família, dando sempre muito amor e carinho.

Aos meus cunhados, Wilson Pereira dos Santos e Mário Henrique Dutra Nunes, pelas conversas de variados assuntos, principalmente nas viagens a Ribeirão Preto e São Paulo.

A minha esposa Cássia Á. R. Junqueira Faleiros, grande incentivadora desse mestrado, com quem pude dividir os problemas e alegrias, estando sempre ao meu lado, com dedicação, amor e paciência nas horas perdidas de lazer.

Ao meu padrinho, Marcelo Luís de Sousa, que sempre esteve ao meu lado, rezando e torcendo pelo sucesso e felicidade.

Ao meu orientador, professor Roberto Chust Carvalho, grande amigo, mentor e companheiro, apoiando e ensinando a olhar com deslumbramento as estruturas e os cálculos estruturais de concreto.

Aos professores, Fernando Menezes de Almeida Filho e Rivelli da Silva Pinto, pela contribuição e sugestões em prol da melhoria deste trabalho.

A UFSCar, órgão em que pude desenvolver os conceitos de engenharia e pela oportunidade de aprofundamento nos conhecimentos.

A USICON, por ter permitido ausentar-me, possibilitando a busca de conhecimentos, dando grande incentivo, principalmente pelos amigos: Jeremias, Eduardo, André e Maria.

A RPS, empresa que também contribuiu nessa caminhada, oferecendo grandes amizades e conhecimento, principalmente nas pessoas de Roberto, Nickolas, Daniel, Leandro, Bruno, Lucélia, Miquéias, Waldyr e Cecília.

RESUMO

FALEIROS JUNIOR, J. H. **Procedimento de Cálculo, verificação e detalhamento de armaduras longitudinais na seção transversal em elementos protendidos**. 179 folhas. Dissertação (Mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2010.

O presente trabalho apresenta métodos de cálculo, verificação e detalhamento de armaduras longitudinais protendidas nas seções transversais de elementos submetidos à flexão conceituando os sistemas de protensão e seus elementos constituintes, bem como, o desenvolvimento de exemplos práticos, calculados e detalhados de maneira didática, visando um fácil entendimento e aprendizado. Neste trabalho opta-se por calcular a armadura longitudinal no estado limite último e verificá-la no estado limite de serviço, seguindo sempre as normas vigentes. Para a organização dos conceitos e coesão das informações, faz-se necessária a discussão teórica e o embasamento dos conceitos através da reunião de diversos autores que discorrem sobre o assunto abordado. Pretendendo garantir a adoção das recomendações normativas (NBR6118:2007 e NBR9062:2005), são discutidas questões como durabilidade, cobrimentos, classes de agressividade ambiental, combinações de cálculo e valores limites de protensão. Na forma de exemplo, é apresentada uma discussão de cálculo a partir de uma estrutura dimensionada para variadas classes de agressividade ambiental, mantendo suas características principais, como: o vão, a seção transversal e os carregamentos. Com o trabalho percebe-se que são necessários os cálculos, pois não há uma situação determinante para o dimensionamento da armadura longitudinal. Para que se mantenham as características geométricas é necessária a colocação de armadura ativa na borda superior e na substituição da armadura ativa pela passiva em qualquer porcentagem só pode ser realizada na protensão parcial. As verificações simultâneas podem inviabilizar o uso de certas seções, por exemplo, quando as verificações em vazio são excludentes, ou quando, o valor do momento relativo ao peso próprio é pequeno em relação ao momento total. Por fim são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

Palavras Chaves: armadura ativa, pré-tração, pós-tração, protendido, seção transversal, dimensionamento, detalhamento e armadura longitudinal.

ABSTRACT

FALEIROS JUNIOR, J. H. **Calculation procedure, verification and detailing of longitudinal reinforcement in the cross section of prestressed elements.** 179 pages. Dissertation (Master in Civil Construction) - Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2010.

The following paper presents methods of calculation, verification and detailing of prestressed longitudinal reinforcement in cross sections of elements subjected to bending conceptualizing prestressing systems and its constituent elements, as well as the development of practical examples, calculated and detailed in a didactic manner, seeking an easy understanding and learning. The present study chooses to calculate the longitudinal reinforcement at the ultimate limit state and check it out at the serviceability limit state, always following the current standards. To organize the concepts and cohesion of the information, it is necessary to discuss theoretical and conceptual foundation by assembling several authors who derive about the subject matter. In order to ensure the adoption of normative recommendations (NBR6118:2007 e NBR9062:2005), issues such as durability, cover, classes of environmental aggressiveness, combinations of calculating and limiting values of prestress are discussed. As an example, it is presented a calculation discussion from a structure tailored to different classes of environmental aggressiveness, maintaining its main features, such as: the vain, the cross section and loads. With this work we realize that the calculations are needed, since there is not a situation which determines the scaling of the longitudinal reinforcement. Lastly, we present suggestions for future papers. In order to maintain the geometric features needed to the placement of the active armor on the top edge and on the replacement of the active armor by the passive one at any percentage can only be accomplished in partial prestress. The concurrent examinations may prevent the use of certain sections, for example, when examinations on empty are exclusive, or when the moment value relative to the weight itself is small in relation to the total moment.

Keywords: prestressed active reinforcement, pre-tension, pos-tension, prestressed, cross section, design, detailing and longitudinal reinforcement.

SUMÁRIO

RESUMO.....	<i>i</i>
ABSTRACT	<i>ii</i>
SUMÁRIO	<i>iii</i>
LISTA DE FIGURAS.....	<i>vi</i>
LISTA DE TABELAS.....	<i>viii</i>
1 Introdução	1
1.1 Considerações Gerais	1
1.2 Objetivo	3
1.3 Justificativa	3
1.4 Metodologia	4
1.5 Apresentação do Trabalho	4
2 Revisão Bibliográfica	6
3 Conceitos Gerais e Efeitos de Protensão.....	12
3.1 Conceitos de protensão.....	12
3.1.1 Aderência Inicial	12
3.1.2 Aderência Posterior	14
3.1.3 Não Aderente	15
3.2 Estados Limites	16
3.2.1 Estado Limite Último (ELU).....	16
3.2.2 Estado Limite de Serviço (ELS).....	17
3.3 Combinação de Ações	17
3.3.1 Combinações de Serviço.....	17
3.3.2 Combinações Últimas	19
3.4 Classe de Agressividade Ambiental (CAA)	21
3.5 Tipos de Protensão	23
3.6 Unidades e Equipamentos utilizados na protensão	23
3.6.1 Concreto	24
3.6.2 Aços de Protensão	24
3.6.3 Unidades de Protensão	25
3.6.4 Valores limites por ocasião da operação de protensão	25
3.6.5 Equipamentos para protensão	26

4	Cálculo e Verificação do ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) na Flexão	28
4.1	Principais Fases até o Colapso	28
4.2	Hipóteses Básicas para Cálculo	30
4.3	Tensão na Armadura Ativa	38
4.4	Dimensionamento no Tempo Infinito	42
4.4.1	Seções retangulares.....	42
4.4.1.1	Equacionamento para a determinação da armadura longitudinal A_p	43
4.4.2	Fórmulas adimensionais e tabela para dimensionamento de seções retangulares.....	46
4.4.3	Dimensionamento da armadura longitudinal composta por armadura ativa e passiva	49
4.4.4	Dimensionamento da armadura longitudinal fixado à armadura ativa e complementando com armadura passiva colocada com mesmo centro de gravidade.	55
4.5	Diagrama Parábola-retângulo	57
4.6	Cálculo da altura mínima necessária	58
4.7	Seções “T”	59
4.7.1	Cálculo da largura colaborante em vigas de seção transversal em forma de “T”	59
4.7.2	Considerações do cálculo da armadura longitudinal.....	61
4.8	Conceito de Momento Hiperestático de Protensão em uma viga contínua.	63
4.9	Verificação no Tempo Zero.....	68
5	Cálculo e Verificação do ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS) na Flexão	70
5.1	Definição dos estados limites	71
5.2	Tipos de protensão a partir da condição de agressividade ambiental (CAA).	72
5.3	Resistência à tração do concreto.....	73
5.4	Momento de fissuração.....	73
5.5	Abertura máxima de fissuras.....	74
5.5.1	Controle da fissuração através da limitação da abertura estimada das fissuras.....	75
5.5.2	Controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras	77
5.5.3	Estado limite de descompressão e de formação de fissuras.....	78
6	Detalhamento	79
6.1	Cobrimentos	79
6.2	Espaçamentos horizontais e verticais.....	82
6.3	Pentes de Protensão.....	86
6.4	verificação da altura útil arbitrada	87
6.5	Armaduras mínimas e máximas	88
6.5.1	Armaduras mínimas e máximas longitudinais em vigas.....	89
6.5.2	Armaduras mínimas e máximas longitudinais em lajes.....	90
6.6	Armadura de Pele	92
6.7	Considerações da existência dos chumbadores nas peças pré-moldadas ou pré-fabricadas	93

7	Exemplos	97
7.1	Exemplo 1	97
7.2	Exemplo 2	102
7.3	Exemplo 3	106
7.4	Exemplo 4	109
7.5	Exemplo 5	111
7.6	Exemplo 6	113
7.7	Exemplo 7	115
7.8	Exemplo 8	120
7.9	Exemplo 9	130
7.10	Exemplo 10	137
8	Considerações Finais	174
9	Referências Bibliográficas	176
	ANEXOS.....	178

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Foto da cabeceira de protensão.....	13
Figura 2: Etapas de protensão de uma viga executada com concreto protendido com aderência posterior.	15
Figura 3: Detalhamento do dispositivo de ancoragem ativa para pós-tração com aderência posterior. Fonte: Manual de sistema Rudloff (2010).....	26
Figura 4: Detalhamento do dispositivo de ancoragem passiva para pós-tração com aderência posterior.....	27
Figura 5: Detalhamento do dispositivo de ancoragem para pós-tração sem aderência.....	27
Figura 6: Comportamento das tensões no concreto e as resultantes na seção transversal deformada de uma viga de concreto protendido na flexão normal simples. Sendo: R_c resultante de compressão no concreto, $R_{c,t}$ resultante de tração no concreto, R_p –resultante de tração na armadura de protensão.	29
Figura 7: Diagramas de tensões no concreto no estado limite último (domínio 2 se $\epsilon_c \leq 0,035$ e $\epsilon_s \leq 0,10$; domínio 3 e 4 se $\epsilon_c = 0,035$ e $0 \leq \epsilon_s \leq 0,10$;).....	32
Figura 8: Diagrama tensão-deformação do concreto.....	33
Figura 9: Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.	36
Figura 10: Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas.	37
Figura 11: Domínios de deformação no estado limite último correspondentes a flexão simples em uma seção transversal (adaptado da figura 29 da NBR6118:2007).....	38
Figura 12: Deformação da seção transversal após a atuação da protensão e peso próprio.....	40
Figura 13: Seção transversal no estado limite de descompressão e estado limite último.....	41
Figura 14: Viga de seção retangular e diagramas de deformações e tensões na seção solicitada pelo momento de cálculo M_d	43
Figura 15: Relação entre a posição da linha neutra e a altura útil.....	46
Figura 16: Esquema para cálculos dos alongamentos.....	50
Figura 17: Esquema para cálculo das resultantes.....	52
Figura 18: Gráfico da relação de A_s por M_{rd}	54
Figura 19: Seção transversal submetida a flexão e trabalhando no ELU com armadura ativa (A_p) e passiva (A_s).....	55
Figura 20: Diagramas de tensões no concreto no estado limite último.....	57
Figura 21: Piso com vigas de seção transversal “T”.....	59
Figura 22: Distribuição das tensões de compressão na mesa de uma viga “T”.....	60
Figura 23: Largura colaborante de viga “T”.....	61
Figura 24: Seção transversal de viga com formato em “T”.....	61
Figura 25: Considerações de cálculos. a) mesa e parte superior da alma comprimida e b) retangular com a parte inferior da alma comprimida.	62
Figura 26: Viga de seção “T” ou retangular de acordo com a posição da L.N.....	62
Figura 27: Seção “T” dividida em duas seções, para cálculo do momento resistido pelas abas e alma.	63
Figura 28: Viga contínua sob carga uniforme e a ação de um cabo parabólico.....	64
Figura 29: Viga da Figura 28 sem o apoio central, e sob o efeito da protensão.....	64

<i>Figura 30: Viga da Figura 29, esquema para o cálculo do momento hiperestático de protensão no apoio B.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 31: Esforços e diagrama hiperestático de protensão da viga da Figura 30.</i>	<i>67</i>
<i>Figura 32: Concreto de envolvimento da armadura (Figura 17.3, da NBR 6118:2007).....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 33: Espaçadores e detalhes da fixação de um espaçador em armadura.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 34: Detalhe genérico para os espaçamentos mínimos para armadura passiva.</i>	<i>83</i>
<i>Figura 35: Detalhamento genérico para espaçamentos mínimos para armadura ativa.....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 36: Espaçamentos mínimos para o caso de pós-tração com aderência posterior.</i>	<i>85</i>
<i>Figura 37: Espaçamentos mínimos para o caso de pré-tração.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 38: Detalhe do pente de protensão para sistema pré-fabricado.</i>	<i>87</i>
<i>Figura 39: Detalhamento dos cabos em uma seção transversal genérica.</i>	<i>88</i>
<i>Figura 40: Detalhe genérico dos espaçamentos mínimos para armadura de pele.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 41: Detalhe do consolo e chumbador em um pilar pré-fabricado.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 42: Detalhe da furação da viga pré-fabricada para posicionamento do chumbador.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 43: Esquema de montagem do sistema pilar-viga para a ligação com consolo.....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 44: Geometria da seção transversal da viga do exemplo 2.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 45: Relação entre a armadura e a altura da peça.....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 46: Seção transversal do meio do vão da laje.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 47: Planta do pavimento e elevação da viga VR01 (unidades em cm).....</i>	<i>138</i>
<i>Figura 48: Seções transversais da viga VR01.....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 49: Esquema da extremidade da viga VR01, apoio no consolo do pilar.....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 50: Seção da mesa colaborante.....</i>	<i>141</i>
<i>Figura 51: Seção transversal composta com redução da capa devido ao módulo de elasticidade dos concretos.</i>	<i>142</i>
<i>Figura 52: Posicionamento provisório das barras na seção transversal.</i>	<i>144</i>
<i>Figura 53: Quantidade e comprimentos de isolamento dos cabos de protensão.</i>	<i>155</i>
<i>Figura 54: Esquema de tensões para semelhança de triângulos.....</i>	<i>156</i>
<i>Figura 55: Detalhamento das armaduras passivas para concreto armado CAA II.....</i>	<i>171</i>
<i>Figura 56: Pino de dobramento para o aço de estribo.</i>	<i>172</i>
<i>Figura 57: Chanfro da seção transversal da viga de concreto.</i>	<i>172</i>
<i>Figura 58: Detalhe das armaduras passivas para concreto protendido e CAA III e IV.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 59: Detalhe do posicionamento da armadura ativa para borda inferior e superior.....</i>	<i>173</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1: Combinações de serviço para ELS.</i>	18
<i>Tabela 2: Valores dos fatores de combinação e de redução para cargas variáveis.</i>	19
<i>Tabela 3: Coeficientes das ações diretas separadamente.</i>	20
<i>Tabela 4: Ações permanentes diretas agrupadas.</i>	20
<i>Tabela 5: Ações variáveis consideradas separadamente.</i>	21
<i>Tabela 6: Ações variáveis consideradas conjuntamente.</i>	21
<i>Tabela 7: Classes de agressividade ambiental.</i>	22
<i>Tabela 8: Correspondência entre classes de agressividade e qualidade do concreto.</i>	22
<i>Tabela 9: Tensão no aço σ_{sa} (MPa).</i>	35
<i>Tabela 10: Valores dos coeficientes γ_c e γ_s.</i>	36
<i>Tabela 11: Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares.</i>	48
<i>Tabela 12: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e a proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.</i>	72
<i>Tabela 13: Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência.</i>	78
<i>Tabela 14: Cobrimentos nominais mínimos para elementos pré-fabricados.</i>	81
<i>Tabela 15: Cobrimentos nominais mínimos para diferentes tipologias.</i>	82
<i>Tabela 16: Classificação comercial da brita.</i>	86
<i>Tabela 17: Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.</i>	90
<i>Tabela 18: Valores mínimos para armaduras passivas aderentes.</i>	91
<i>Tabela 19: Determinação dos valores de cálculo da peça pré-fabricada.</i>	99
<i>Tabela 20: Comparativo entre os sistemas de fabricação.</i>	102
<i>Tabela 21: Valores das alturas mínimas e seções das armaduras ativas.</i>	112
<i>Tabela 22: Valores de momentos fletores máximos.</i>	118
<i>Tabela 23: Seções genéricas de uma laje alveolar de 200 mm e propriedades geométricas.</i>	121
<i>Tabela 24: Seções genéricas de uma laje alveolar de 250 mm e propriedades geométricas.</i>	130
<i>Tabela 25: Intensidade dos carregamentos de peso próprio.</i>	140
<i>Tabela 26: Intensidade de carregamentos nas lajes.</i>	140
<i>Tabela 27: Momentos máximos no meio do vão.</i>	140
<i>Tabela 28: Características geométricas da seção da viga pré-moldada.</i>	140
<i>Tabela 29: Características geométricas da seção composta.</i>	146
<i>Tabela 30: Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência.</i>	148
<i>Tabela 31: Resumo dos resultados obtidos para as diferentes CAAs.</i>	171
<i>Tabela 32: Tabela técnica de limites de uma laje alveolar com $h=20$ cm (fonte: MELO, 2004).</i>	178
<i>Tabela 33: Tabela técnica de limites de uma laje alveolar com $h=26,5$ cm (fonte: MELO, 2004).</i>	179

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O desenvolvimento do concreto como material de construção gerou uma imensa revolução nas técnicas e práticas de execução de projetos e estruturas em todo o mundo. Concomitante a este desenvolvimento foi necessário desenvolver fundamentação das teorias para cálculos das estruturas de concreto armado e protendido, e que fossem cada vez mais específicas e precisas. Este trabalho procura tratar de uma parte destes procedimentos de cálculos.

A construção civil está intimamente relacionada aos fatores especulativos e econômicos do país, sendo um setor susceptível a grandes variações de mercado. Atualmente a construção civil está em pleno crescimento, devido às políticas populares de moradias e de infra-estruturas do governo federal, conjuntamente com os governos estaduais. As construções baseiam-se em casas populares, viadutos, pontes, canalizações de leitos de rios, transposições e fábricas (galpões de estoques, silos e tanques).

Nesse panorama, destacam-se as construções de concreto pré-fabricado e pré-moldado, pois é um processo construtivo industrializado, que alia racionalização, mecanização e montagem em série, sendo importante para setores que exigem rápida ocupação predial.

As estruturas pré-fabricadas, essencialmente, são constituídas por peças de concreto armado ou elementos protendidos, sendo este um diferencial de desenvolvimento tecnológico. As fábricas com uma sistemática de fabricação em série de peças, onde se garantem as condições favoráveis ao trabalho, proteção dos equipamentos, a automação, reutilização de formas, especialização dos trabalhos e velocidade de produção, desenvolveram um campo particular para construção de edificações, que ganham velocidade de montagem, qualidade do produto. Destaca-se que praticamente todos os elementos pré-fabricados submetidos à flexão obtêm sua otimização quando executados com concreto protendido com aderência inicial. Neste caso também são usados concretos com grande resistência (quando comparado às obras em concreto armado) justificando um cálculo mais preciso e cuidadoso da armadura longitudinal.

O sistema de protensão de concreto foi inicializado por um engenheiro estadunidense P.A. Jackson no ano de 1872, que patenteou um sistema de passar as hastes de laço de ferro dos blocos apertando-as com porcas. Mas foi Eugène Freyssinet que desenvolveu e aplicou a

propriedade da protensão de maneira significativa, construindo seis pontes de concreto protendido sobre o rio Marne (Pont de Luzancy), que venciam 55 metros de vão, logo após o término da segunda guerra mundial.

A NBR6118:2007 conceitua o concreto protendido como: *“Aquele no qual parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura e propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência ao estado limite último (ELU).”*

O sistema protendido oferece algumas vantagens, quando comparada com o concreto armado:

- ✓ Reduz as tensões de tração provocadas pela flexão e pelos esforços cortantes;
- ✓ Reduz a incidência de fissuras: Com a protensão é possível melhorar a capacidade de utilização da peça estrutural e controlar de modo mais eficiente a fissuração, podendo, em alguns casos, até eliminá-la;
- ✓ A seção de concreto comprimida tende a uma maior resistência aos alongamentos gerados pela flexão, provocando menores tensões de fissuração.
- ✓ O controle das fissuras está diretamente relacionado com a durabilidade das estruturas, pois aumenta a proteção da armadura contra a corrosão, bem como a estanqueidade do concreto;
- ✓ Reduz as quantidades necessárias de concreto e de aço, devido ao emprego eficiente de materiais de maior resistência. No concreto armado convencional, a armadura é solicitada pela flexão, tracionando a armadura e obrigando o seu alongamento e acréscimo de tensões. No concreto protendido, utilizam-se aços de alta resistência, capazes de atingir tensões elevadas de trabalho transferindo-as para o concreto;
- ✓ Permite vencer vãos maiores que o concreto armado convencional; reduzindo a altura necessária da viga;
- ✓ Facilita o emprego generalizado de pré-moldagem, uma vez que a protensão elimina ou controla a fissuração durante a vida útil do elemento;

O sistema de protensão possui dois grupos distintos, sendo um com o aço de ativo aderente ao concreto (pré-tração ou pós-tração) e outro com aço não aderente ao concreto (com cordoalhas engraxadas no sistema de pós-tração).

Por fim, acrescenta-se a notoriedade em diversas situações (principalmente nas peças fletidas) o uso do concreto protendido é mais econômico ou mesmo viabiliza (através da adoção de altura da seção transversal menor) o uso de uma solução. Desta forma, o que se vê hoje no país é um aumento da produção de peças protendidas como pode ser notado pelo grande número de empresas de pré-fabricados, pontes e viadutos construídos recentemente nas estradas do estado de São Paulo.

1.2 OBJETIVO

Este trabalho visa discutir e mostrar como podem ser calculadas e detalhadas as armaduras ativas nas seções transversais de elementos em concreto protendido submetidos à flexão normal, utilizando variadas tipologias e seções.

1.3 JUSTIFICATIVA

O cálculo e detalhamento da armadura longitudinal na seção transversal é bastante complexo e segue regras específicas ditadas pela NBR6118:2007, que nem sempre é de conhecimento comum dos engenheiros da área. A NBR6118:2007 apresenta em suas prescrições para cálculo e determinação da armadura longitudinal itens específicos que não constam em outras normas internacionais. Este é o caso das verificações no estado limite de serviço quando se compara os dispositivos desta norma com, por exemplo, o EUROCODE (2003). Após a publicação da NBR6118:2007, nenhuma publicação sobre o assunto foi feita, cita-se apenas BUCHAIM (2007) que apresenta apenas a discussão do cálculo no estado limite último.

Nota-se que por ser mais amplo, o cálculo em concreto protendido, quando comparado ao concreto armado, exige análises mais detalhadas e específicas. Um exemplo é a verificação a ser realizada no ato da protensão, que quando não executada corretamente, pode levar a ocorrência de grandes fissuras causando a inutilização precoce do elemento protendido.

Assim, parece que este é o momento de se fazer análises, organizar o conhecimento sobre o assunto e aplicar às situações usuais, tanto da pré-tração (usada na pré-fabricação), quanto da pós-tração (usada na pré-moldagem ou em elementos moldados no local) para orientar alunos e projetistas no cálculo de armaduras protendidas.

No concreto protendido, diferentemente que no concreto armado, há possibilidade de calcular no ELU e verificar no ELS, ou vice-versa. Esta é uma das características com a qual

os projetistas de concreto armado não estão acostumados, porém com um pouco de fundamentação teórica fica fácil de entender qual o melhor caminho a se seguir.

Outra característica especial do projeto em concreto protendido é o fato de se poder usar, em princípio, armadura passiva e ativa. Isto abre a perspectiva de um conjunto de soluções mais amplas que o concreto armado, cabendo ao projetista verificar as possibilidades e vantagens de se empregar esta técnica.

1.4 METODOLOGIA

Para atingir o objetivo desejado procurar-se-á realizar pesquisas e reunir informações sobre o tema, estudar as teorias relacionadas e fazer análises racionais e dedutivas. Através da resolução de exemplos práticos, procurando sempre usar casos já abordados em outros trabalhos (seções de lajes alveolares, vigas pré-fabricadas e pré-moldadas, de pontes rodoviárias), consolidando os conhecimentos necessários para um entendimento mais claro do assunto e facilitando a sua aplicação.

1.5 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho foi desenvolvido em oito capítulos, nos quais foram abordados assuntos importantes ao tema seguido.

O capítulo 1 é composto de uma introdução, apresentando as considerações gerais do sistema de protensão, discutindo os objetivos, justificativas e a metodologia adotada. O embasamento, pesquisas e assuntos anteriormente divulgados, são descritos no capítulo 2, através de uma breve revisão bibliográfica.

No capítulo 3 são apresentadas as conceituações gerais, definindo cada tipo de protensão e indicando como são analisados os estados limites de cálculo, juntamente com as combinações de ações e os fatores que nelas interferem. Para melhor caracterização faz-se um estudo do tipo e unidades de protensão, mostrando os materiais e equipamentos utilizados e os valores limites de tensão na armadura quando aplicada à protensão.

No capítulo 4 são analisadas as fases que os elementos estruturais atingem até seu estado de ruína, apresentando as hipóteses de cálculo, o dimensionamento e o equacionamento para determinação das armaduras longitudinais em seções retangulares e na forma de “T”, considerando o uso de armaduras mistas (ativa e passiva) trabalhando conjuntamente, sempre considerando o estado limite último.

Já no capítulo 5, as verificações são feitas no estado limite de serviço, apresentando as máximas aberturas das fissuras e o controle da fissuração através das diretrizes pertinentes das normas.

No capítulo 6 é demonstrada a parte de detalhamento, conceituando e definindo as características necessárias para execução das seções transversais para colocação das armaduras longitudinais. Sendo analisados os cobrimentos, espaçamentos entre as armaduras e as taxas máximas e mínimas.

O capítulo 7 mostra o desenvolvimento de exemplos práticos, analisando e aplicando os conceitos apresentados no trabalho.

Para concluir o estudo são feitas, no capítulo 8, as considerações finais e as sugestões para trabalhos futuros.

Finalizando o trabalho são listadas as referências bibliográficas utilizadas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No intuito de se ter uma visão abrangente dos estudos realizados sobre os assuntos inerentes a este trabalho, foram relacionados os principais autores de livros e apostilas.

A pesquisa se desenvolveu com a procura de autores que levantam as questões de dimensionamento, verificação e detalhamento de estruturas, objetivo principal deste trabalho. Com o passar do tempo, algumas normas foram sendo revisadas e alteradas, podendo haver discrepâncias entre as obras, no que diz respeito às prescrições.

FRANÇA, ISHITANI e GRAZIANO (2004) desenvolvem o método iterativo de cálculo das armaduras, através do posicionamento da linha neutra em três pontos distintos. Com a determinação dos valores de momento resistido da seção e da armadura passiva é traçado um gráfico, onde posteriormente faz-se a entrada do momento de cálculo retirando o valor da armadura passiva final. O método de cálculo considera que dependendo da taxa de armadura, podem ocorrer diferenças entre o centro de gravidade das armaduras (ativa e passiva) interferindo no valor final calculado. Cabe salientar que as normas utilizadas para a confecção desta obra são as que estão em vigência.

Outra obra com a utilização das normas atuais é a de BUCHAIM (2007) que desenvolve a utilização da armadura mista (ativa e passiva) e verifica esta grandeza através do conceito de grau de protensão (GP). Para o dimensionamento no estado limite último na flexão simples a consideração mais desfavorável é a neutralização da seção após as perdas progressivas. Com as perdas progressivas há uma queda nas tensões de protensão gerando uma maior deformação da armadura. Na obra, os cálculos baseiam-se apenas no ELU, não sendo realizada a verificação do estado limite de serviço (ELS), item que é imposto pela NBR6118:2007, e também não apresenta o detalhamento da seção transversal.

Na conceituação atual de dimensionamento do sistema protendido ainda pode ser citado HANAI (2005), que apresenta todos os limites vigentes da norma. Em seu trabalho é proposto sistema de fusos (ligado a verificação em serviço) para os casos de armaduras com aderência posterior. Este conceito consiste no traçado de um diagrama na seção longitudinal da peça, que delimita a região onde os cabos de protensão devem estar dispostos. Há também a determinação do cálculo no estado limite último com posterior verificação no estado limite de serviço. O método de cálculo para determinação da armadura ativa é por tentativas, sendo apresentados dois tipos, a tentativa com arbitragem da tensão na armadura e a tentativa com

arbitragem da posição da linha neutra. Outro método utilizado é o cálculo da armadura ativa através de tabelas e ábacos, embora seja difícil estabelecer a consideração do pré-alongamento, pois a deformação é muito variável de acordo com a estrutura.

As obras que seguem apresentam os assuntos importantes a este trabalho e datam anteriores a 2007, ano em que se realizou a última revisão da norma de concreto (NBR6118:2007), ou são de bibliografias estrangeiras. Portanto, não estão condizentes com a norma vigente, mas são de grande valia para o embasamento teórico e desenvolvimento do procedimento de cálculo, verificação e detalhamento de armaduras.

Segundo MASON (1976) em estruturas de concreto protendido as verificações de serviço (ELS) e de ruptura (ELU) têm a mesma importância. As verificações do estado limite último são feitas com fatores multiplicativos das cargas através de coeficientes de majoração dos valores de cálculo e a força de protensão com um coeficiente redutor (minoração) de 0,9, para suprir as prováveis incertezas quanto ao valor real da protensão. Para o caso das verificações do estado limite de serviço, os carregamentos externos e a força de protensão não são majoradas, ou seja, essas grandezas entram com valores característicos. Nos dois casos a determinação das solicitações e tensões faz-se admitindo a integridade do concreto (regime elástico).

O dimensionamento dos elementos protendidos é realizado no estado limite último, adotando as hipóteses da seção plana e dos diagramas de comportamento elástico e plástico do aço de protensão e do concreto (diagrama parábola-retângulo). Não é definido nenhum conceito de detalhamento das armaduras.

Já em AGOSTINI (1983) as verificações no estado limite de serviço são definidas de acordo com a NB116:1970, que apresenta três fases, a fase transitória, fase de serviço e fase intermediária.

A fase transitória é caracterizada imediatamente após a aplicação da protensão ao concreto. Corresponde ao estado de solicitação da protensão e uma parcela do peso próprio, podendo ser considerados valores de tração no concreto desde que esteja dentro dos valores admissíveis.

A fase de serviço corresponde à solicitação final, definida como a combinação mais desfavorável dos esforços solicitantes, após o término da retração e da deformação lenta do concreto. Neste caso podem ocorrer tensões de tração do concreto também dentro dos valores admissíveis.

Por final, a fase intermediária, que está entre a fase transitória e de serviço, correspondendo à combinação mais desfavorável dos esforços solicitantes antes do início da retração e da deformação lenta do concreto.

Ainda em AGOSTINI (1983) é apresentado um sistema de detalhamento da seção transversal de uma peça seguindo o prescrito no CEB. As distâncias das armaduras de protensão à superfície do concreto, tanto na vertical como na horizontal são de 4 cm ou uma 1,5 vezes a dimensão da bainha (para o caso do sistema de aderência posterior).

As tensões admissíveis são empregadas segundo o tipo dos aços de protensão, sendo ela determinada em função da resistência à ruptura ou da tensão convencional de escoamento do aço. Segundo PFEIL (1980), a tensão final do aço de protensão pode ser estimada em 75% da tensão inicial para o aço do tipo RN (relaxação normal) e 82% da tensão inicial para o aço do tipo RB (relaxação baixa). Esses valores são estimados devido a todas as perdas de protensão que o aço sofre desde o início da protensão até o final da vida útil da peça.

A literatura mais antiga aqui retratada é a de ROCHA (1972) que faz o dimensionamento das seções pelo método da ruptura. Estabelece que a ruptura se dê em função dos momentos plásticos calculados por coeficientes multiplicadores de 1,65 e 2 para os momentos referentes respectivamente para as cargas permanentes ou sobrecargas acidentais e cargas móveis (pontes em situações mais desfavoráveis). A verificação em serviço da estrutura é realizada simplesmente verificando e garantindo que o limite de escoamento não seja atingido. Nesta obra não é apresentado nenhum tipo de detalhamento para uma seção transversal. O dimensionamento é referente ao meio do vão para as peças protendidas e também suas verificações.

Outra literatura que apresenta conceituações teóricas e exercícios é na obra de MANDARÁS (1993), que discute o concreto protendido com as prescrições da NBR7197:1989. Para o cálculo e dimensionamento das peças submetidas à flexão é necessário um pré-dimensionamento, sendo estimados todos os esforços solicitantes da estrutura, caso a diferença do peso próprio seja superior a 5% do valor estimado, deve-se refazer todo o procedimento de cálculo. O autor discute a possibilidade de dimensionamento seguindo a NBR6118:1980, que estabelece o cálculo no estado limite último e posterior verificação no estado limite de utilização (fissuração), com o dimensionamento proposto na NBR6197:1984, que calcula no estado limite de utilização e faz a verificação no estado limite último.

Em CHOLFE (s.d.) há uma listagem de como deve ser realizado o dimensionamento, citando desde a concepção até o detalhamento final das armaduras, seguindo a NBR7197:1989. No trabalho ele ainda cita que a escolha do grau de protensão é feita em função das características do projeto. O grau de protensão pode ser elevado em estruturas que apresentam sensibilidade à fissuração, que são os casos de pontes e reservatórios.

O dimensionamento das estruturas é realizado pelo estado limite de utilização e verificado no estado limite último. Ressalta-se que para os casos de estruturas protendidas é colocada ainda uma armadura mínima de 0,15% da área transversal de concreto além da armadura de pele, item estabelecido pela NBR6118:1980.

Em VASCONCELOS (1980), seguiu-se o roteiro de dimensionamento de concreto armado para a execução dos cálculos de concreto protendido. Houve uma mudança de sistemática para as verificações do sistema de protensão, o dimensionamento ocorre na fase do estado limite serviço e posteriormente, apenas para constatar a durabilidade da estrutura mediante as prescrições da norma, é que se faz a verificação no estado limite último. Na obra, o autor apresenta formulação pronta, seguindo a NBR6118:1980, para avaliação de seções transversais com zonas de compressão em seções retangulares e “T”.

Cabe ressaltar, que em nenhuma das obras é citada a verificação da protensão no ato da protensão (estado em vazio) e principalmente na seção próxima ao apoio, ou seja, na seção correspondente ao comprimento de transferência ou no comprimento de ancoragem. Este ponto que pode ser mais crítico para os limites estabelecidos pela NBR6118:2007, devido à menor influência do peso próprio da estrutura de concreto.

Com a análise da NBR7197:1989 pode-se perceber que os limites das verificações das tensões são diferentes comparadas com a norma atual. Os valores limites por ocasião do estiramento das armaduras estavam relacionados com os tipos de sistemas de protensão e apresentavam valores superiores aos atuais.

Nas armaduras pré-tracionadas adotava-se o menor valor de tensão inicial entre:

$$RN \leq \begin{cases} 0,81 \times f_{ptk} \\ 0,95 \times f_{pyk} \end{cases} \text{ e } RB \leq \begin{cases} 0,81 \times f_{ptk} \\ 0,90 \times f_{pyk} \end{cases}$$

Nas armaduras pós-tracionadas adotava-se o menor valor de tensão inicial entre:

$$RN \leq \begin{cases} 0,77 \times f_{ptk} \\ 0,90 \times f_{pyk} \end{cases} \text{ e } RB \leq \begin{cases} 0,77 \times f_{ptk} \\ 0,86 \times f_{pyk} \end{cases}$$

As alterações também ocorreram para a verificação no estado limite de utilização. No estado limite de fissuração a análise é feita considerando uma parcela da combinação frequente e outra da combinação quase permanente, sendo comparada com a formação de fissuras na combinação rara. Para o estado limite de descompressão e formação de fissuras era calculada a máxima tensão de tração do concreto no estágio I e finalmente, para a abertura de fissuras, verificavam-se as tensões nas armaduras de tração no estágio II. Também para as verificações de tensões são considerados apenas três tipos de classe agressividade de ambiente.

Em LEONHARDT (1983), depara-se inicialmente com a grande dificuldade de entendimento das variáveis utilizadas, pois são utilizadas as nomenclaturas alemãs, mesmo com a obra traduzida para o português não foi efetuada esta adaptação. Na obra são mostrados os critérios utilizados para a escolha do grau de protensão e sua influência sobre as flechas e aberturas de fissuras. O dimensionamento é feito de acordo com a capacidade de utilização (estado limite de serviço), onde são mostradas as exigências e limites de tensões além das aberturas de fissuras e finalmente verificadas com o estado limite último relativo à capacidade resistente de ruptura. Ressalta-se que a utilização é referente à norma internacional (CEB-FIP:1978 e DIN4227:1978) já defasada.

LIN e BURNS (1981), em obra clássica de concreto protendido, se debruçam sobre a determinação da armadura longitudinal no capítulo 5 do referido livro, onde fazem bem a distinção do que chamam de análise e projeto. Indicando para a análise a obtenção de tensões no concreto e no aço, para certa seção conhecida, e projetada a escolha das dimensões e forma da seção. Assim, neste capítulo 5 é feito estudo minucioso da determinação e correlação entre tensões e deformações do concreto e armadura em seções transversais retangulares, em forma de “T” e compostas. A maior parte da análise é feita para situações em serviço. Apenas, a partir do capítulo 6 é que inicia a discussão do estado limite último. Comentam os autores no final deste capítulo que: “Até a presente data os dois procedimentos elásticos (aqui com o sentido de serviço) e de ruína são usados para a determinação da armadura, embora a maioria dos projetistas prefira ainda o procedimento elástico”. Comentam ainda a necessidade de que uma vez feita a determinação por um procedimento é necessário fazer as verificações pelo outro processo. Indicam também que por vezes um processo não mostra o real comportamento da seção e para isto comentam que, por exemplo, uma seção calculada no estado limite último pode apresentar grandes tensões em serviço (isto é muito comum ocorrer no tempo zero).

A obra de NAWY (1995) consultada é bem recente e mostra-se bastante completa. Em relação à determinação da armadura longitudinal, assim como outros autores aborda o assunto em um capítulo com o título de projeto de elementos submetidos à flexão. Também dissecas as formas retangulares, em “T” e de seções compostas. Verifica-se neste caso que o dimensionamento passa a ser comandado pelo estado limite último e assim, apresenta grande destaque às rotinas de trabalho para a determinação da armadura. Na verdade, na maioria das situações apresentadas seguem fluxogramas que podem ser traduzidos para programas de computador de maneira que se obtenha rapidamente a armadura necessária na flexão. Obviamente que as expressões são todas baseadas nas normas americanas PCI:1992 que parecem permitir mais genericamente o uso de armaduras passivas e ativas simultaneamente, pois em todos os esquemas as duas armaduras são consideradas.

COLLIN e MITCHELL (1987) tratam o concreto protendido de forma didática e prática na sua obra, reservando o capítulo 6 da mesma para a análise da armadura de flexão. Dentro das obras estrangeiras talvez seja esta que está mais parecida com o que a norma Brasileira preconiza. Ficam bem claras no capítulo de flexão, as verificações de tensões no concreto que devem ser feitas em serviço, inclusive com o fornecimento de uma tabela com valores limites e situações a considerar em serviço, para finalmente estudar a seção no estado limite último. Apresenta, inclusive, um exemplo de uma laje duplo “T” em que a quantidade de armadura necessária acaba sendo determinada pela condição limite e não pelo estado limite último, deixando claro que isto não é uma regra.

ELLIOTT (2002) em livro de concreto pré-moldado, embora não seja obra específica de concreto protendido, talvez por ser obra mais recente, apresenta claramente como deve ser feito o dimensionamento da armadura longitudinal de peças, como as lajes alveolares. É bem sucinto na apresentação da formulação, mas os exemplos práticos são bastante elucidativos e geralmente realiza o dimensionamento no Estado limite último para verificar as tensões do concreto em serviço. É bem claro em comentar o funcionamento de peças compostas e utiliza os limites da Norma Inglesa, que são similares ao do EuroCode.

3 CONCEITOS GERAIS E EFEITOS DE PROTENSÃO

Com a homologação da norma NBR6118:2007, as estruturas de concreto armado e protendido são consideradas semelhantes, pois ambas estão regidas pela mesma norma, sendo tratadas suas particularidades, quando necessário, principalmente no sistema construtivo, no tipo de aço empregado para os distintos sistemas estruturais e nos cálculos e verificações.

Os elementos fletidos de concreto armado utilizam barras de aço longitudinais simplesmente colocadas na peça (com as especificações do projeto) e posteriormente concretadas, com a utilização de formas. A estrutura só começará a trabalhar quando ocorrer alguma deformação no concreto, assim, com a retirada dos escoramentos, inicia-se a deformação das fibras do concreto. A armadura, que apresenta aderência ao concreto, passa a se deformar, resistindo aos esforços, sendo esta uma armadura do tipo passiva, que trabalha apenas quando solicitada à deformação advinda do concreto.

No concreto protendido a armadura longitudinal é tracionada, por macacos de protensão, e fixada na peça (ancorada nas extremidades ou aderente ao concreto), assim o concreto passa a estar sob uma tensão de protensão (compressão, tração e flexão), introduzida pela armadura ativa.

3.1 CONCEITOS DE PROTENSÃO

As peças protendidas possuem armadura ativa, necessária para produzir forças de protensão. Uma classificação para os elementos pode ser considerada pelo seu tipo de aderência entre a armadura e o concreto, definindo, com isso, três tipos distintos, sendo eles:

- ✓ Aderência inicial (pré-tração);
- ✓ Aderência posterior (pós-tração);
- ✓ Sem aderência (pós-tração)

3.1.1 Aderência Inicial

Este tipo de sistema protendido é utilizado basicamente em fábrica e em vigas, telhas e lajes submetidas à flexão. O sistema consiste em uma pista de protensão, composta de duas cabeceiras (uma ativa e outra passiva) e um berço (fundo de forma).

As cabeceiras (vistas na Figura 1) funcionam como apoios para as armaduras tracionadas pelo macaco de protensão, ficando ancoradas até que o concreto tenha resistência de compressão estipulado no projeto.



Figura 1: Foto da cabeceira de protensão.

Segundo a NBR6118:2007 concreto com armadura ativa pré-tracionada (protensão com aderência inicial) defini-se : *“Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem no concreto realiza-se por aderência.”*

No sistema de aderência inicial, as operações sequenciais para execução das peças são: o posicionamento das armaduras na pista de protensão, apoiadas sobre o berço, passagem dos cabos de protensão (cordoalhas e fios) fixando sua ponta na cabeceira passiva, através de uma cunha (sistema de ancoragem), então o aço de protensão é distribuído em toda extensão da pista até a cabeceira ativa, onde posteriormente será protendida com o macaco e ancorada também com o auxílio de uma cunha.

Após a protensão de todos os cabos estipulados em projeto, inicia-se a concretagem, realizando os acabamentos necessários nas peças, seguidos do endurecimento e cura do concreto.

Com o concreto endurecido e a resistência especificada alcançada, são cortadas as pontas das armaduras. A partir deste instante começa a transmissão da força de protensão do aço para o concreto. Em seguida são cortadas as armaduras ativas entre as diversas peças que estão na pista. Notar que neste caso de protensão os cabos possuem trajetória retilínea.

3.1.2 Aderência Posterior

Quando há necessidade de protensão com elevado número de cordoalhas, como é o caso de pontes, viadutos e vigas de grandes vãos, a protensão com aderência posterior surge como uma opção tecnicamente vantajosa. Nesta modalidade de protensão, o cabo fica, inicialmente, isolado do concreto por meio da bainha metálica, até completa cura e endurecimento do concreto.

A protensão só é executada após o concreto ter atingido a resistência especificada em projeto, sendo executada cabo por cabo, realizando alternância de lados, ou seja, tentando sempre adotar uma simetria de protensão. Os cabos, geralmente, são protendidos um após o outro, mas tendo o cuidado de se evitar assimetria na aplicação de protensão de modo a não causar esforços temporários não previstos.

Após a protensão e o devido encunhamento dos cabos, há necessidade de injetar nata de cimento para o completo preenchimento da bainha. Esta nata, após o ganho de resistência estabelece a aderência entre concreto e aço. A trajetória dos cabos neste caso é, usualmente, composta por trechos curvos e retos.

Finalmente são cortadas as extremidades dos cabos e dado um acabamento final, protegendo o ponto de ancoragem (nichos) das intempéries climáticas.

Na Figura 2 são vistas as etapas executivas de uma peça com protensão de aderência posterior. Percebe-se no detalhe, que pode ser colocado uma grande quantidade de cabos no interior da bainha e como é realizado o nicho para apoio do macaco de protensão.

Os pontos de apoio das ancoragens dos cabos determinam o sistema de protensão, quanto à cabeceira, podendo ser ativa-ativa ou ativa-passiva.

Para o sistema ativo-ativo pode ser estabelecida protensão de ambos os lados da peça, sendo que as duas faces apresentam nichos para apoio do macaco de protensão. Neste caso para que se tenha certeza do total preenchimento do interior da bainha injeta-se a nata de cimento por um dos lados até que ela saia pelo outro, controlando também o volume esperado de preenchimento.

Quando se adota o sistema ativo-passivo corresponde que uma das cabeceiras é ativa (por onde são tracionados os cabos) e a outra face não apresenta nichos, sendo totalmente lisa. Na cabeceira passiva é feito um laço de ancoragem com o próprio cabo de protensão e neste ponto é deixado um respiro, com saída para o exterior da peça. O respiro serve como extravasor de ar para que seja preenchida a bainha com nata de cimento. A certificação do

total preenchimento da bainha por nata é feita através da comparação do volume injetado esperado e sua saída pelo extravasor.

Geralmente, como são estruturas utilizadas com grandes dimensões (seções e vãos), são executadas no sistema de pré-moldado, ou seja, são executadas no próprio local de utilização, porém não na posição final.

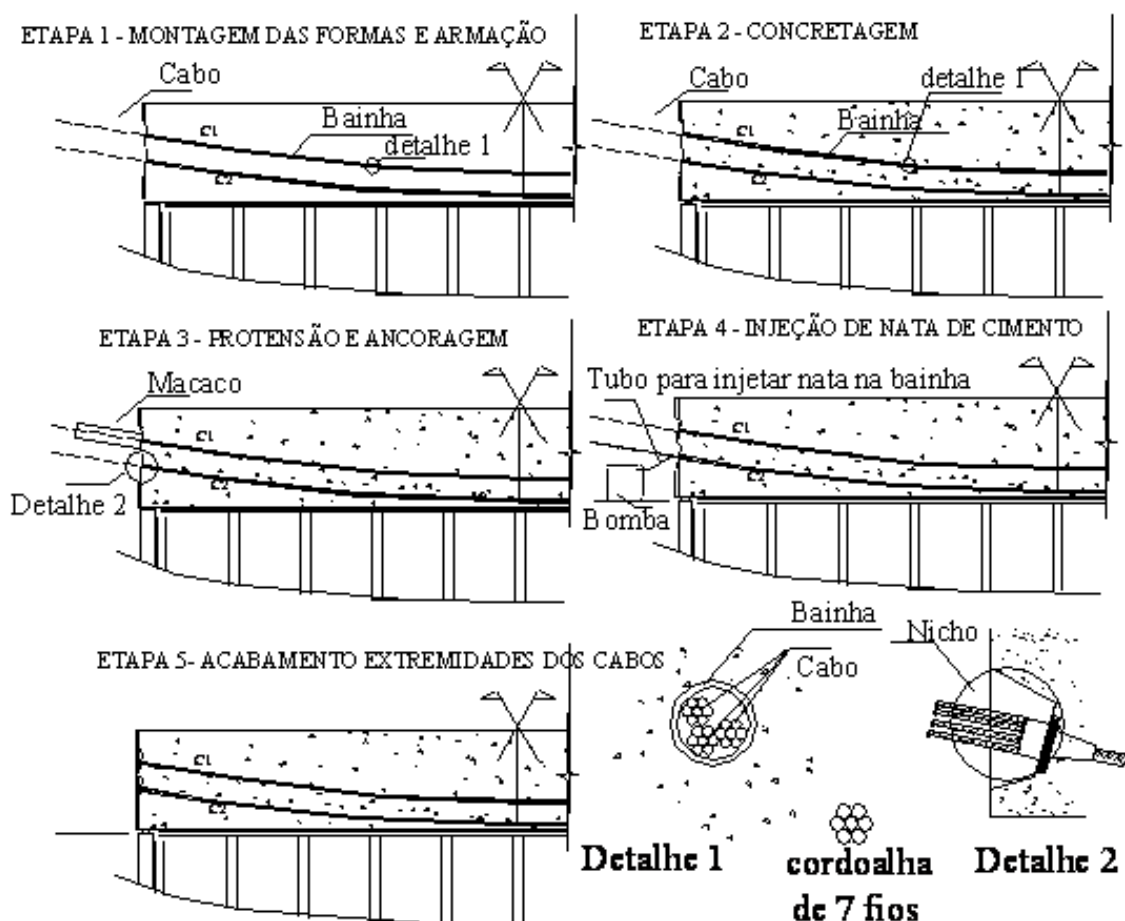


Figura 2: Etapas de protensão de uma viga executada com concreto protendido com aderência posterior.

A NBR6118:2007 define concreto com armadura ativa pós-tracionada (protensão com aderência posterior) como sendo: “*Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto de modo permanente, através da injeção das bainhas.*”

3.1.3 Não Aderente

Diferentemente dos outros sistemas, o sistema não aderente pode ser utilizado para pré-fabricação, pré-moldagem e mesmo para situações de construções moldadas no local.

A NBR6118:2007 define o concreto com armadura pós-tracionada sem aderência (protensão sem aderência) como sendo: *“Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizados, como apoios, partes do próprio elemento estrutura, mas não sendo criada aderência com o concreto, ficando a armadura ligada ao concreto apenas em pontos localizados.”*

A seqüência de realização dos serviços é semelhante a do concreto com aderência posterior, sendo que neste sistema não há a injeção de nata de cimento. A armadura (normalmente cordoalhas) está envolta em bainha de plástico revestida no seu interior com graxa para diminuir o atrito, sendo denominadas comumente de cordoalhas engraxadas.

3.2 ESTADOS LIMITES

Os estados limites correspondem ao ponto em que a estrutura apresenta desempenho inadequado às finalidades construtivas, dependendo diretamente do tipo de material utilizado na construção. São limitados por critérios de segurança estabelecidos pela NBR8681:2003 e consideradas também pela NBR6118:2007.

Para o dimensionamento das estruturas considera-se dois tipos de estados limites, o último e o de serviço.

3.2.1 Estado Limite Último (ELU)

O estado limite último, também chamado de ELU, está relacionado ao ponto de ruína estrutural, determinante para a paralisação de um todo ou parte do uso da construção.

No cálculo estrutural devem-se projetar as estruturas de concreto verificando as ações do estado limite último. Entendendo como ações agentes causadores de esforços ou deformações na estrutura.

As verificações características plausíveis são:

- Perda de equilíbrio, global ou parcial, admitindo a estrutura como corpo rígido;
- Ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais;
- Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os esforços de segunda ordem;
- Transformação da estrutura em um sistema hipostático;
- Instabilidade por deformação e colapso progressivo;
- Instabilidade dinâmica.

3.2.2 Estado Limite de Serviço (ELS)

O estado limite de serviço, também chamado de ELS, é relacionado à durabilidade das estruturas, aparência, conforto do usuário e à boa utilização funcional. Ocorrem com o surgimento de alguma ação, repetitiva ou duradoura, causando efeitos estruturais que respeitam as condições especificadas para uso normal da construção.

Na vida útil da estrutura podem ser considerados, danos ligeiros ou localizados, que comprometem o aspecto estético e a durabilidade, deformações excessivas que afetam a utilização normal da estrutura (pessoal ou maquinário), ou mesmo vibrações excessivas e desconfortáveis.

As verificações para o ELS são discutidas no capítulo 5.

3.3 COMBINAÇÃO DE AÇÕES

Para determinação das combinações é necessário entender o que se define como ações. Entende-se por ações qualquer influência, ou conjunto de influências, capaz de produzir estados de tensão ou de deformação em uma estrutura.

As ações são caracterizadas de três formas distintas, classificadas como permanentes variáveis e excepcionais.

As ações permanentes correspondem aos carregamentos que ocorrem com valores constantes ou com pequena variação média durante a vida útil da construção. As ações variáveis são as que ocorrem com variação significativa em relação à vida útil estrutural, correspondendo entre 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, tendo um período de retorno de 200 anos e 140 anos respectivamente. Já as ações excepcionais são as que têm duração extremamente curta com baixa probabilidade de ocorrência.

3.3.1 Combinações de Serviço

A ocorrência das combinações de serviço advém das verificações representadas no estado limite de serviço podendo ocorrer de três formas distintas.

- **Combinação Quase Permanente:** podem atuar durante grande parte do período da vida útil da estrutura, sendo metade do período estipulado, necessária na verificação do estado limite de deformação excessiva;

- **Combinação Frequente:** se repetem muitas vezes durante o período de vida útil da estrutura, da ordem de 10^5 vezes em 50 anos, ou que tenham duração igual a uma parte não desprezível desse período, ou seja, da ordem de 5%. As verificações que podem ser necessárias são dos estados limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas;
- **Combinação Rara:** podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida útil estrutural, podendo ser necessária a verificação no estado limite de fissuras.

A Tabela 1 apresenta a classificação das combinações de serviço com o cálculo das solicitações, conforme a NBR6118:2007.

Tabela 1: Combinações de serviço para ELS.

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gk} + \Sigma \psi_2 F_{qk}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor freqüente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gk} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gk} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$
Onde: $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; ψ_1 é o fator de redução de combinação freqüente para ELS; ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Fonte: Item 11.8.3.2 da NBR6118:2007.

Os coeficientes de ponderação das ações são determinados em relação ao tipo de combinação, sendo que os valores de γ_f são iguais ao de γ_{f2} . Assim, o valor varia conforme a verificação a ser feita.

De acordo com as combinações é que se determina o valor de γ_{f2} . Assim:

- Combinação Rara $\gamma_{f2} = 1$
- Combinação Frequente $\gamma_{f2} = \psi_1$
- Combinação Quase Permanente $\gamma_{f2} = \psi_2$

Os valores dos coeficientes podem ser obtidos da Tabela 2 variando as combinações e as ações atuantes, obtidos da NBR8681:2003.

Tabela 2: Valores dos fatores de combinação e de redução para cargas variáveis.

Ações	ψ_0	ψ_1	ψ_2 ^{3), 4)}
Cargas acidentais de edifícios			
Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ¹⁾	0,5	0,4	0,3
Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,7	0,6	0,4
Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento			
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura			
Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos			
Passarelas de pedestres	0,6	0,4	0,3
Pontes rodoviárias	0,7	0,5	0,3
Pontes ferroviárias não especializadas	0,8	0,7	0,5
Pontes ferroviárias especializadas	1,0	1,0	0,6
Vigas de rolamentos de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5
¹⁾ Edificações residenciais, de acesso restrito. ²⁾ Edificações comerciais, de escritórios e de acesso público. ³⁾ Para combinações excepcionais onde a ação principal for sismo, admite-se adotar para ψ_2 o valor zero. ⁴⁾ Para combinações excepcionais onde a ação principal for o fogo, o fator de redução ψ_2 pode ser reduzido, multiplicando-o por 0,7.			

Fonte: Item 5.1.4.4 da NBR8681:2003.

3.3.2 Combinações Últimas

Os coeficientes de ponderação representativos das ações no estado limite último são contemplados na NBR8681:2003, que faz a análise dos coeficientes separadamente e conjuntamente.

Os coeficientes de ponderação das ações permanentes majoram os valores representativos das ações que provocam efeitos desfavoráveis e minoram os valores representativos daquelas que provocam efeitos favoráveis para a segurança da estrutura.

A Tabela 3 mostra os coeficientes das ações permanentes diretas consideradas separadamente, de acordo com o tipo de combinação e o tipo de ação inerente à estrutura.

Tabela 3: Coeficientes das ações diretas separadamente.

Combinação	Tipo de ação	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Peso próprio de estruturas metálicas	1,25	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,30	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,40	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,50	1,0
Especial ou de construção	Peso próprio de estruturas metálicas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,20	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,30	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,40	1,0
Excepcional	Peso próprio de estruturas metálicas	1,10	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,15	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,15	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,20	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,30	1,0

¹⁾ Por exemplo: paredes e fachadas pré-moldadas, gesso acartonado.
²⁾ Por exemplo: paredes de alvenaria e seus revestimentos, contrapisos.

Fonte: Item 5.1.4.1 da NBR8681:2003.

As ações permanentes consideradas conjuntamente são vistas na Tabela 4.

Tabela 4: Ações permanentes diretas agrupadas.

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes ¹⁾	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes ¹⁾	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes ¹⁾	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,20	1,0

¹⁾ Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações.
²⁾ Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5 kN/m².
³⁾ Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5 kN/m².

Fonte: Item 5.1.4.1 da NBR8681:2003.

Para os casos das ações variáveis analisadas separadamente e conjuntamente segue a Tabela 5 e Tabela 6 respectivamente, também considerando o tipo de combinação e o tipo de ação.

Tabela 5: Ações variáveis consideradas separadamente.

Combinação	Tipo de ação	Coefficiente de ponderação
Normal	Ações truncadas ¹⁾	1,2
	Efeito de temperatura	1,2
	Ação do vento	1,4
	Ações variáveis em geral	1,5
Especial ou de construção	Ações truncadas ¹⁾	1,1
	Efeito de temperatura	1,0
	Ação do vento	1,2
	Ações variáveis em geral	1,3
Excepcional	Ações variáveis em geral	1,0

¹⁾ Ações truncadas são consideradas ações variáveis cuja distribuição de máximos é truncada por um dispositivo físico de modo que o valor dessa ação não pode superar o limite correspondente. O coeficiente de ponderação mostrado na tabela 4 se aplica a esse valor limite.

Fonte: Item 5.1.4.2 da NBR8681:2003.

Tabela 6: Ações variáveis consideradas conjuntamente.

Combinação	Tipo de estrutura	Coefficiente de ponderação
Normal	Pontes e edificações tipo 1	1,5
	Edificações tipo 2	1,4
Especial ou de construção	Pontes e edificações tipo 1	1,3
	Edificações tipo 2	1,2
Excepcional	Estruturas em geral	1,0

¹⁾ Quando as ações variáveis forem consideradas conjuntamente, o coeficiente de ponderação mostrado na tabela 5 se aplica a todas as ações, devendo-se considerar também conjuntamente as ações permanentes diretas. Nesse caso permite-se considerar separadamente as ações indiretas como recalque de apoio e retração dos materiais conforme tabela 3 e o efeito de temperatura conforme tabela 4.

Fonte: Item 5.1.4.2 da NBR8681:2003.

3.4 CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL (CAA)

Um fator preponderante na concepção das estruturas é o local onde o empreendimento ou estrutura deve ser construído. A agressividade ambiental está diretamente relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto. As intempéries climáticas afetam no dimensionamento estrutural e suas verificações, pois o concreto é um material que deve garantir o cobrimento das armaduras para que elas não sofram oxidação ou mesmo corrosão, sendo que sua resistência à compressão altera nas diferentes classes.

As possíveis classes de agressividade ambiental são definidas pela NBR6118:2007, e são definidas segundo as condições de exposição das estruturas como um todo ou somente de suas partes segundo a Tabela 7.

Tabela 7: Classes de agressividade ambiental.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1), 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1), 2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1), 3)}	Elevado
		Respingos de maré	

¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: Item 6.4.2 da NBR6118:2007.

Um dos critérios de maior importância para a proteção das armaduras é o cobrimento, bem como, a qualidade e durabilidade do concreto. Para isso, a norma apresenta a Tabela 8 que faz uma relação entre o tipo do sistema estrutural adotado, a classe de agressividade ambiental e a relação água cimento (a/c).

Tabela 8: Correspondência entre classes de agressividade e qualidade do concreto.

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

NOTAS

1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

2 CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

3 CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: Item 7.4.2 da NBR6118:2007.

Na Tabela 8 observa-se que aumentando a classe de agressividade do ambiente à resistência característica a compressão do concreto se eleva, isto porque, quanto maior a classe de resistência do concreto maior a durabilidade e menor índice de vazios, dificultando a passagem de agentes hostis à armadura.

3.5 TIPOS DE PROTENSÃO

A protensão apresenta três tipos distintos, sendo elas parcial, limitada e completa, relacionadas segundo a NBR6118:2007 de acordo com a classe de agressividade ambiental e as combinações de ações.

A protensão parcial está presente no sistema pré-tracionado para a classe de agressividade ambiental I e para o pós-tracionado para agressividade I e II. Neste caso somente uma condição é imposta pela norma, a abertura de fissura no estado limite de abertura de fissuras (ELS-W) que deve ser inferior a 0,2 mm, analisada com a combinação frequente.

Para o caso de protensão limitada também está presente no sistema de pré-tração para agressividade II e para pós-tração com agressividade ambiental III e IV. A norma estabelece exigências mais rigorosas, devendo analisar agora dois tipos de combinações com diferentes tipos de condições, ou seja, as verificações devem ser válidas para o estado limite de formação de fissuras (ELS-F) para a combinação frequente e para o estado limite de descompressão (ELS-D) na combinação quase permanente.

No caso da protensão completa, com o sistema de pré-tração e classe de agressividade III e IV, a norma prescreve as mesmas condições quanto à fissuração da protensão limitada, mas com diferenciação para a combinação, devendo ser a combinação rara para ELS-F e a combinação frequente para ELS-D.

Nota-se que na protensão completa não se admite tensões normais de tração a não ser em casos excepcionais com a combinação rara e nas extremidades das peças protendidas com aderência inicial. Para a protensão limitada permitem-se tensões de tração desde que não seja ultrapassado o limite de formação de fissuras, sendo que se deve respeitar o estado limite de descompressão.

3.6 UNIDADES E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA PROTENSÃO

Com o advento do sistema de protensão ocorreu um grande desenvolvimento e alterações nas características dos materiais e nas normas regulamentadoras, representadas principalmente nos tipos de aços, cimentos, acessórios e limitações de tensões.

A tendência deste desenvolvimento foi a busca de sistemas com maiores eficiências e com melhor controle de qualidade.

3.6.1 Concreto

O concreto por ser o material que absorve os esforços gerados pela protensão foi elemento de estudo e responsável por grandes alterações dos tipos de cimentos, modos de adensamentos, possibilitando a utilização de armaduras ativas, com melhores características de resistências. Com isso, pode-se obter um aumento da qualidade global (resistência a compressão) e a eficiência do processo.

As resistências elevadas do concreto permitem o emprego de armaduras ativas, podendo diminuir as seções das peças, bem como, o aumento do módulo de deformação, responsável por diminuir as deformações imediatas e as perdas causadas pela fluência e retração.

Quanto maior a resistência do concreto, menor é o índice de vazios e maior sua durabilidade, pois dificulta a percolação de elementos externos, responsáveis por atacarem a armadura.

O elemento responsável pelo ganho de resistência inicial é o cimento do tipo ARI (alta resistência inicial) gerando menores ciclos de produção, pois a aplicação da protensão se dá em menores idades e atingem resistências suficientes para transporte ou movimentação em menos de 72 horas. De uma maneira geral todas as estruturas pré-fabricadas protendidas são executadas com cimento ARI.

3.6.2 Aços de Protensão

Os aços utilizados para armadura ativa de protensão caracterizam-se pela sua elevada resistência e ausência de patamares de escoamento.

São apresentados principalmente como:

- Fios trefilados de aço carbono, com diâmetros de 4 a 9 mm, fornecidos em grandes rolos;
- Cordoalhas helicoidais de 3 ou 7 fios, fornecidas em bobinas;
- Cordoalhas helicoidais de 7 fios engraxadas e plastificadas, fornecidas em bobinas;
- Cordoalhas especiais para pontes estaiadas, fornecidas em carretéis de madeira.

Os aços de protensão podem ser classificados também de acordo com a modalidade de tratamento, podendo ser do tipo RN (relaxação normal) e RB (relaxação baixa).

Os aços do tipo RN (relaxação normal), também podem ser chamados de aços aliviados, sendo eles retificados por tratamento térmico que alivia as tensões internas de trefilação. Já os aços do tipo RB (relaxação baixa), chamados de aços estabilizados, são aços trefilados que recebem tratamento termo-mecânico, que melhora as características elásticas e reduz as perdas de tensão por relaxação do aço.

3.6.3 Unidades de Protensão

Cada elemento tracionado por um macaco de protensão pode ser considerado uma unidade de protensão, isto é válido para fios, cordas e cordoalhas.

Para o sistema de pré-fabricação com pré-tração ou no sistema de pós-tração sem aderência cada armadura ativa é a própria unidade de protensão. Quando considerado o sistema de pós-tração com aderência posterior a unidade de protensão é composta do conjunto de cordoalhas presentes no interior da bainha, sendo que cada cordoalha é considerada como monocordoalha.

3.6.4 Valores limites por ocasião da operação de protensão

Para limitação da protensão na armadura a NBR6118:2007 estabelece valores que variam pela tipologia do sistema construtivo adotado.

A imposição é feita para a tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração (macaco de protensão) que deve respeitar os limites definidos para o aço do tipo RN (relaxação normal) e RB (relaxação baixa).

Nas armaduras pré-tracionadas deve-se adotar o menor valor de tensão inicial entre:

$$RN \leq \begin{cases} 0,77 \times f_{ptk} \\ 0,90 \times f_{pyk} \end{cases} \text{ e } RB \leq \begin{cases} 0,77 \times f_{ptk} \\ 0,85 \times f_{pyk} \end{cases}$$

Nas armaduras pós-tracionadas deve-se adotar o menor valor de tensão inicial entre:

$$RN \leq \begin{cases} 0,74 \times f_{ptk} \\ 0,87 \times f_{pyk} \end{cases} \text{ e } RB \leq \begin{cases} 0,74 \times f_{ptk} \\ 0,82 \times f_{pyk} \end{cases}$$

Ainda para o sistema de pós-tração quando referido as aços do tipo CP-85 e CP-105, fornecidos em barra, os limites passam a ser de $0,72 \times f_{ptk}$ e $0,88 \times f_{pyk}$, respectivamente.

3.6.5 Equipamentos para protensão

Cada sistema de protensão exige equipamentos distintos para execução dos elementos de concreto. Atualmente há empresas que fornecem todo o aparato necessário, como a Impacto, Rudloff e a Mac.

O sistema de protensão (pós-tração) com aderência posterior possui em suas extremidades as ancoragens, podendo ser ativas ou passivas, variando de acordo com o projeto. A diferença é no sistema de protensão dos cabos e em alguns elementos de fixação.

A ancoragem é um dispositivo capaz de manter o cabo sob o estado de tração e transmitir a força de protensão ao concreto.

As ancoragens ativas possuem um conjunto de elementos responsáveis pelo posicionamento e fixação do macaco de protensão e dos cabos, suas partes podem ser vistas na Figura 3. Cabe ressaltar que as bainhas são dimensionadas em relação à quantidade de cabos de que passam pelo seu interior.

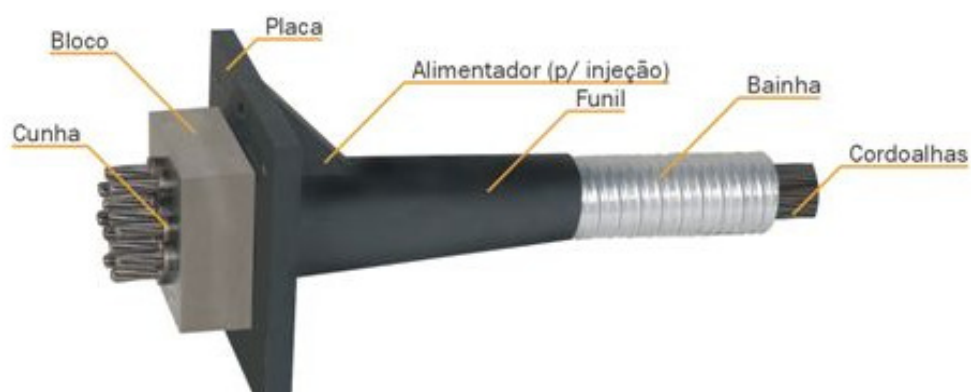


Figura 3: Detalhamento do dispositivo de ancoragem ativa para pós-tração com aderência posterior.
Fonte: Manual de sistema Rudloff (2010)

Para alguns casos são utilizadas ancoragens passivas, composta por um laço, purgador e placas de aço, como mostrado na Figura 4. Este elemento faz com que a força de protensão seja transferida para o concreto por aderência ao longo da cordoalha pela parte sem a presença da bainha e por tensões de compressão geradas na placa de aço. Deve-se obedecer a um raio mínimo do laço para que não ocorra escorregamento das cordoalhas ou o fendilhamento do concreto.



Figura 4: Detalhamento do dispositivo de ancoragem passiva para pós-tração com aderência posterior.

Fonte: Manual de sistema Rudloff (2010)

No sistema de pós-tração sem aderência e pré-tração com aderência inicial os elementos necessários para que ocorra a protensão dos cabos são semelhantes, sendo compostas basicamente de um bloco de ferro fundido (placa), um porta-cunha e cunha. Podendo ser analisado na Figura 5. A diferença entre os sistemas é basicamente o traçado dos cabos e o tipo de cabos de protensão. Para a pós-tração sem aderência são utilizados cordoalhas engraxadas e traçados curvos ou retilíneos, salientando que para a protensão é necessário que seja feita a retirada da proteção (plástico) e a limpeza da graxa para que não ocorra o escorregamento. Já para a pré-tração com aderência inicial são cabos sem proteções e o traçado é retilíneo.

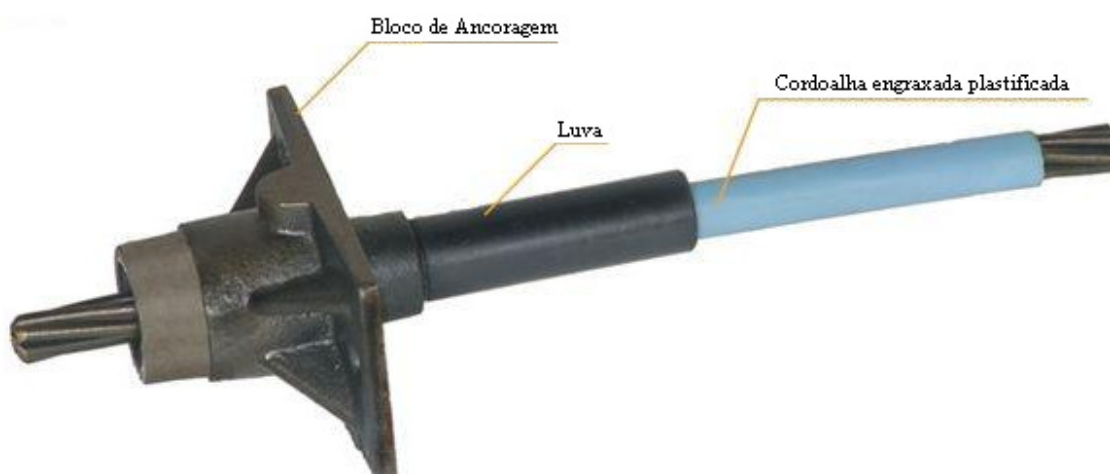


Figura 5: Detalhamento do dispositivo de ancoragem para pós-tração sem aderência.

Fonte: Manual de sistema Rudloff (2010)

4 CÁLCULO E VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) NA FLEXÃO

No concreto armado e protendido é usual fazer o dimensionamento das armaduras longitudinais de flexão respeitando as condições impostas no estado limite último (ELU) e no estado limite de serviço (ELS). A armadura longitudinal de flexão no concreto armado é calculada para o estado limite último de ruína, ou seja, na seção mais solicitada alcançam-se as deformações limites dos materiais, sendo eles o esgotamento da capacidade resistente de ruptura do concreto comprimido ou a deformação excessiva da armadura tracionada. No concreto protendido há duas formas distintas de cálculo, podendo ser dimensionada conforme descrito para o concreto armado ou dimensionar as armaduras longitudinais para as condições do estado limite de serviço na fissuração e posteriormente verificá-la na ruptura.

A quantidade de armadura longitudinal afeta diretamente no comportamento da estrutura. Assim, faz-se necessária a realização de algumas verificações, no ELU, com a verificação da peça no tempo zero em vazio (correspondendo somente ao carregamento de peso próprio e da protensão), no tempo infinito (com atuação de todos os esforços e perdas) e no ELS, quanto à fissuração e deformação excessiva.

É discutido neste capítulo o dimensionamento da armadura longitudinal no estado limite último, quanto à flexão, com armaduras ativas para protensão com aderência inicial e sem aderência.

4.1 PRINCIPAIS FASES ATÉ O COLAPSO

Para a determinação do comportamento de uma seção transversal de concreto de uma viga até sua ruína, sendo ela de concreto armado ou protendido, submeteu-se a ela a aplicação do momento fletor denominado M , crescente, assim a seção passa por três níveis de deformação chamados de ESTÁDIOS. A Figura 6 representa uma seção retangular, com as deformações e tensões no aço e no concreto, juntamente com suas resultantes.

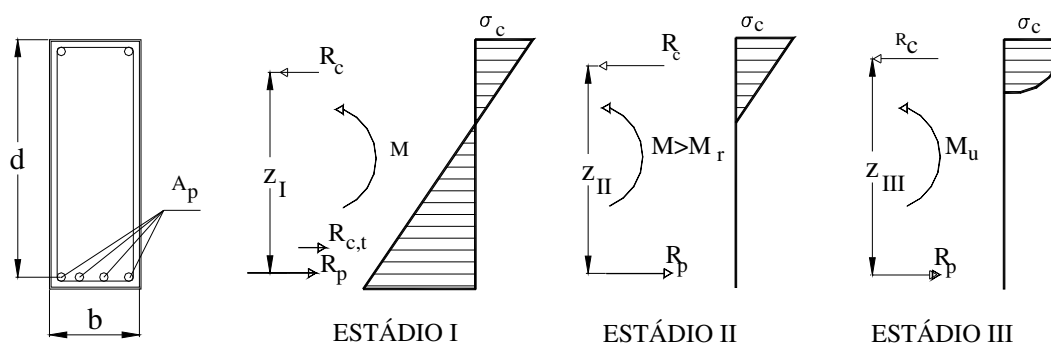


Figura 6: Comportamento das tensões no concreto e as resultantes na seção transversal deformada de uma viga de concreto protendido na flexão normal simples. Sendo: R_c resultante de compressão no concreto, $R_{c,t}$ resultante de tração no concreto, R_p –resultante de tração na armadura de protensão.

Com a apresentação dos três estádios de deformação de uma viga retangular de concreto na flexão normal simples, podem ser feitas suas caracterizações, referentes aos tipos de estádios.

ESTÁDIO I (estado elástico) – sob a ação de um momento fletor M_I de pequena intensidade, a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência característica à tração (f_{tk}):

- O diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear;
- As tensões nas fibras comprimidas e tracionadas são proporcionais às deformações, correspondendo ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto;
- Não há fissuras visíveis.

ESTÁDIO II (estado de fissuração) – aumentando-se o valor do momento fletor para M_{II} , as tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN) terão valores superiores ao da resistência característica do concreto à tração (f_{tk}):

- Considera-se que apenas o aço passa a resistir aos esforços de tração;
- Admite-se que a tensão de compressão no concreto continue linear;
- As fissuras de tração na flexão no concreto podem estar visíveis.

ESTÁDIO III – aumenta-se o momento fletor até a um valor próximo ao de ruína (M_{III}):

- A fibra mais comprimida do concreto continua sua deformação sem o acréscimo de tensão, podendo atingir a deformação específica de 0,35% (3,5‰);

- O diagrama de tensões tende a ficar vertical (uniforme), com quase todas as fibras trabalhando com sua tensão máxima, ou seja, praticamente todas as fibras atingiram deformações superiores a 2‰.
- A peça está bastante fissurada, com as fissuras atingindo o início da zona comprimida;
- Supõe-se que a distribuição de tensões no concreto ocorra segundo um diagrama parábola-retângulo (Figura 7).

Sucintamente, os Estádios I e II correspondem à atuação real das cargas na estrutura, ou seja, a peça está submetida às situações reais de serviço, enquanto que no estágio III a correspondência é de situações extremas relacionadas ao estado limite último, sendo que as ações sobre a peça estão majoradas e suas resistências minoradas.

4.2 HIPÓTESES BÁSICAS PARA CÁLCULO

Para as estruturas de concreto armado e protendido submetidas à força normal e momento fletores, pode-se considerar no estado limite último as hipóteses descritas em CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO [2007] e nos itens 17.2.2 da NBR 6118:2007.

- As seções transversais se mantêm planas após deformação:** em cada ponto da seção a distância de qualquer ponto da linha neutra permanece inalterada.
- O concreto e a armadura ativa ou passiva apresentam os mesmos valores de deformação, garantindo a total aderência entre os materiais, podendo apresentar os mesmos valores de tração ou compressão.**
- Armaduras não aderentes:** na falta de valores experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores das tensões das armaduras para estruturas usuais de edifícios são calculados em relação ao vão e altura da peça, devendo ainda ser divididos pelo coeficiente de ponderação.
 - para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35.

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \times \rho_p}, \text{ valores em megapascal (MPa)}$$

Não podendo ultrapassar 420 MPa.

- para elementos com relação vão/altura útil maior que 35.

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300 \times \rho_p}, \text{ valores em megapascal (MPa)}$$

Não podendo ultrapassar 210 MPa.

Sendo:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_c \times d_p}$$

onde:

$\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em megapascal;

ρ_p é a taxa geométrica da armadura ativa;

b_c é a largura da mesa de compressão;

d_p é a altura útil referida à armadura ativa;

d) As tensões de tração do concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas no ELU;

e) Admite-se que a distribuição de tensões no concreto seja feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo da Figura 7, ou seja, a tensão de pico deve ser igual a $0,85 \times f_{cd}$; o diagrama parábola-retângulo é composto por uma parábola do 2º grau, com vértice na fibra correspondente à deformação de compressão de 2,0‰ e um trecho reto entre as deformações 2,0‰ e 3,5‰; permite-se a substituição do diagrama parábola-retângulo por um retângulo de altura $0,8 \times x$, onde x é a profundidade da linha neutra, com a seguinte tensão:

- $0,85 \times f_{cd} = \frac{0,85 \times f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow$ zonas comprimidas de largura constante, ou crescente

no sentido das fibras mais comprimidas, a partir da linha neutra;

- $0,80 \times f_{cd} = \frac{0,80 \times f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow$ zonas comprimidas de largura decrescente no sentido

das fibras mais comprimidas, a partir da linha neutra.

No trecho de altura $0,2 \times x$, a partir da linha neutra, no diagrama retangular, as tensões de compressão no concreto são desprezadas; no trecho restante ($0,8 \times x$) a distribuição de tensões é uniforme.

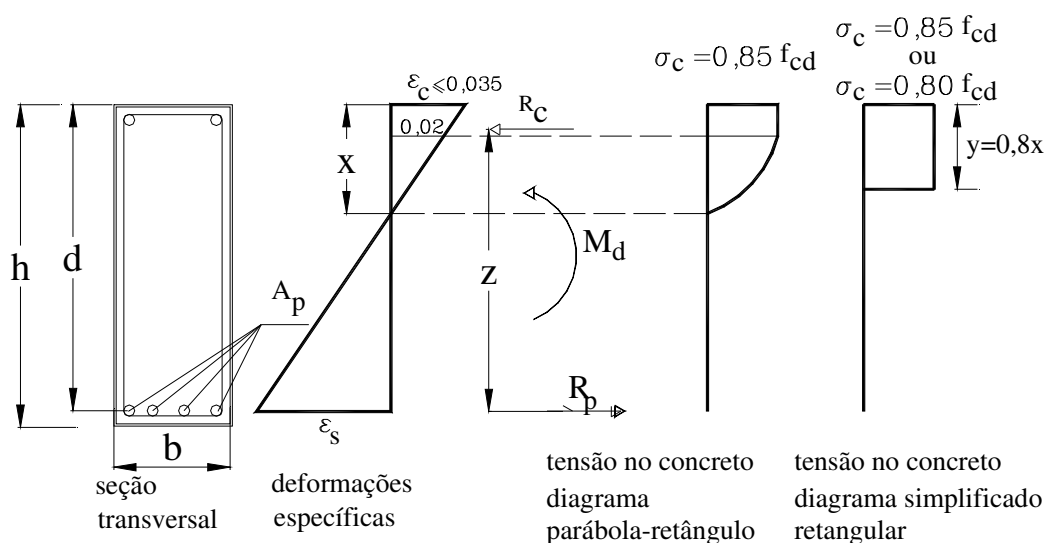


Figura 7: Diagramas de tensões no concreto no estado limite último (domínio 2 se $\varepsilon_c \leq 0,035$ e $\varepsilon_s \leq 0,10$; domínio 3 e 4 se $\varepsilon_c = 0,035$ e $0 \leq \varepsilon_s \leq 0,10$;))

Os valores de 0,8 ou 0,85 de f_{cd} considerados se devem ao produto de três fatores. No caso do valor 0,85 os fatores são (FUSCO (1994)): 1) O fator 0,75 que leva em conta a menor resistência que o concreto apresenta submetido às cargas de longa duração (efeito Rüschi) enquanto o ensaio realizado com o corpo de prova é feito com um ensaio rápido; 2) O fator 0,95 leva em conta que a forma do corpo de prova não impede totalmente um estado transversal de confinamento da deformação surgindo assim um estado triaxial de tensão; 3) Finalmente o valor médio de 1,2 para considerar o aumento de resistência do concreto com o tempo. Desta forma o produto desses três fatores resulta em aproximadamente 0,85 (verdadeiramente resulta em 0,855).

Com a análise das tensões de compressão do diagrama tensão-deformação do tipo parábola-retângulo, tem-se que para as tensões de compressão inferiores a 0,5 de f_c , pode-se admitir uma relação linear entre tensões e deformações, neste caso o módulo de elasticidade adotado é o secante, dado pela expressão:

$$E_{CS} = 0,85 \times E_{Cj} \quad E_{Cj} = 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$$

No estado limite último o diagrama tensão-deformação idealizado empregado é visto na Figura 8, supondo que a variação das tensões no concreto respeita o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a 0,85 de f_{cd} , sendo f_{cd} determinado de acordo com o item 12.3.3 da NBR6118:2007.

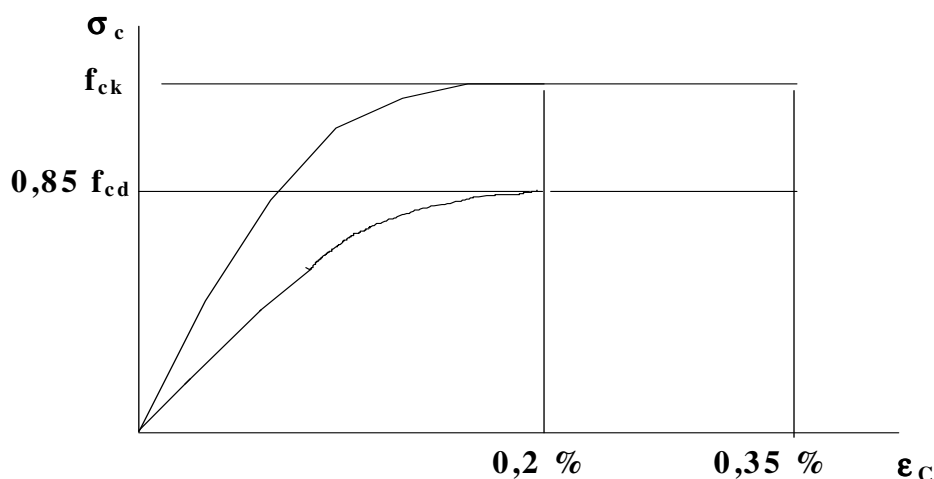


Figura 8: Diagrama tensão-deformação do concreto

Fonte: NBR6118 (2007).

Equações das curvas de tensão do concreto (item 8.2.10.1 da NBR 6118:2007):

$$\sigma_c = f_{ck} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad \text{e} \quad \sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{0,002} \right)^2 \right]$$

f) Determinação da resistência de cálculo do concreto;

O concreto tem como principal característica mecânica a sua resistência à compressão, mas para a determinação de seus valores característicos é necessário analisar vários fatores que influenciam diretamente nos valores de sua resistência final. Os principais fatores são as relações entre as quantidades de cimento, agregados e água, ou seja, o traço do concreto, o adensamento, a cura e principalmente a idade do concreto (período relativo ao momento da concretagem até o dia de ruptura do corpo de prova).

No ensaio de ruptura do corpo de prova a aplicação das forças é de maneira rápida, que não condiz com a realidade das estruturas de concreto armado ou protendido, onde as solicitações de carregamentos são estabelecidas de forma lenta, gradual e permanente, ocorrendo à redução da resistência do concreto ao longo do tempo (efeito Rüsçh).

O valor atingido pelo corpo de prova serve como fator conclusivo para se mensurar o valor da resistência do concreto no exato momento da ruptura, salientando que podem ocorrer pequenas variações influenciadas pelo adensamento, moldagem e capeamento. As forças de compressão são aplicadas de forma igualmente distribuídas, obtendo a resistência característica de compressão do concreto com divisão da força de ruptura pela área da base do corpo de prova.

$$f_{cj} = \frac{N_{rup}}{A}$$

Sendo:

f_{cj} = resistência à compressão do corpo de prova de concreto na idade de j dias;

N_{rup} = carga de ruptura do corpo de prova;

A = área da seção transversal do corpo de prova.

A norma NBR 6118:2007 prescreve no item 12.3.3, que a resistência de cálculo faz-se pela divisão entre o valor característico da resistência do concreto por um coeficiente de ponderação de resistências, através da fórmula:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

No caso específico da resistência de cálculo do concreto (f_{cd}), são necessários avaliar alguns detalhes.

- Quando a verificação se faz em data j igual ou superior a 28 dias, adota-se:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito aos 28 dias, de forma a confirmar o valor de f_{ck} adotado no projeto;

- Quando a verificação se faz em data j inferior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} = \beta_1 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

com

$$\beta_1 = \exp\left\{s \times \left[1 - (28/t)^{1/2}\right]\right\}$$

Onde:

$s = 0,38$ para concreto de cimento CPIII e IV;

$s = 0,25$ para concreto de cimento CPI e II;

$s = 0,20$ para concreto de cimento CPV-ARI;

t é a idade efetiva do concreto, em dias.

Essa verificação deve ser feita aos t dias, para as cargas aplicadas até essa data. Ainda deve ser feita a verificação para a totalidade das cargas aplicadas aos 28 dias. Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito em duas datas: aos t dias e aos 28 dias, de forma a confirmar os valores de f_{ckj} e f_{ck} adotados no projeto.

Chama-se a atenção que, a favor da segurança, a NBR6118:2007 indica que a resistência à compressão do concreto $f_{cj} = f_{ck}$ para qualquer idade do concreto superior a 28 dias (o valor da resistência característica é definida para esta data). Porém, no caso de desejar saber a resistência para, por exemplo, calcular efeitos de fluência deve-se usar as expressões supracitadas no item f para $t > 28$ dias.

As resistências ao longo do tempo dependem diretamente do tipo de cimento utilizado na confecção do concreto. As peças pré-fabricadas utilizam cimento do tipo ARI (alta resistência inicial) e em alguns casos cura acelerada, pois as fábricas necessitam da retirada das peças das formas rapidamente, sendo este o caminho crítico da produção, devido ao elevado valor para a montagem de novas formas. As fórmulas descritas não consideram tratamento especial na cura, sendo necessária a verificação em duas etapas, sendo uma na idade de saque da peça da forma e outro aos 28 dias.

g) **A tensão nas armaduras aderentes devem ser obtidas a partir dos diagramas tensão-deformação**, com valores de cálculo, definidos pelos gráficos da NBR6118:2007, nos itens 8.3.6 para os aços de armaduras passivas e 8.4.5 para os aços de armadura ativas, podendo também ser considerado para as armaduras ativas a Tabela 9 referente aos resultados da publicação de VASCONCELOS (1980).

Tabela 9: Tensão no aço σ_{sd} (MPa)

$\varepsilon(\%)$	5,25	6,794	7,438	8,167	9,000	9,962	10,00	12,50	15,00	17,5
CP175	1025	1264	1316	1344	1365	1368	1368	1378	1388	1397
CP190	1025	1314	1411	1459	1482	1486	1486	1496	1507	1517

$\varepsilon(\%)$	20,00	22,50	25,00	27,5	30,00	32,50	35,00	37,50	40,00
CP175	1407	1416	1426	1436	1445	1455	1464	14,74	1484
CP190	1527	1538	15,48	1559	1569	1579	1590	1600	1611

Fonte: VASCONCELOS (1980)

Com base na Figura 9, representando um gráfico simplificado da norma, fica estabelecido que se possa utilizar para os cálculos nos estados limites, tanto os aços que apresentam patamares de escoamento quanto os que não apresentam de uma só maneira. Os

aços com patamares de escoamento representam um elemento de ruptura dúctil, sendo ainda aços com baixo teor de carbono.

O diagrama apresenta uma inclinação determinada pelo módulo de elasticidade secante, sendo que a uma tensão constante (f_{yk}) o escoamento permanece ocorrendo. Para que o sistema estrutural não atinja tensões limites de ruptura e devido à variabilidade do material, é estabelecido um coeficiente de minoração de resistências (γ_s) para que se estabeleça a tensão de cálculo f_{yd} , verificada pela expressão:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Os valores de γ_s são estabelecidos pela Tabela 10 obtida da NBR6118:2007, pois dependem diretamente do tipo de combinação para determinadas estruturas.

Tabela 10: Valores dos coeficientes γ_c e γ_s .

Combinações	Concreto	Aço
	γ_c	γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte: Item 12.4.1 da NBR6118:2007.

Ressalta-se que o gráfico é válido para intervalos de temperatura entre -20°C e 150°C , podendo ser aplicado para tração ou compressão do aço.

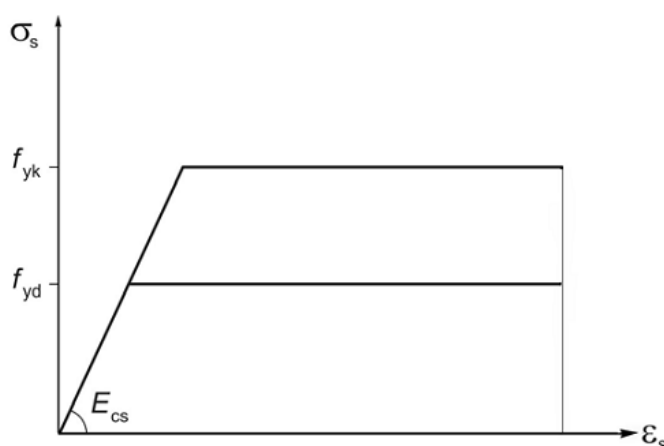


Figura 9: Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.

Fonte: Item 8.3.6 da NBR6118:2007.

O diagrama tensão-deformação de aços da armadura ativa, apresentado na Figura 10 é válido para fios e cordoalhas com intervalos de temperatura entre -20°C e 150°C . Este diagrama também se apresenta na forma simplificada pela NBR6118:2007 e deve ser utilizado para os cálculos nos estados limites de serviço e último.

A curva de tensão-deformação pode ser representada por:

$$\text{para } \varepsilon_p < \frac{f_{pyd}}{E_p} \quad \sigma_{pd} = E_p \times \varepsilon_p$$

$$\text{para } \varepsilon_p \geq \frac{f_{pyd}}{E_p} \quad \sigma_{pd} = f_{pyd} + \left(\frac{f_{ptd} - f_{pyd}}{f_{pyk} / \gamma_s} \right) \times \left(\varepsilon_p - \left(\frac{f_{pyd}}{E_p} \right) \right)$$

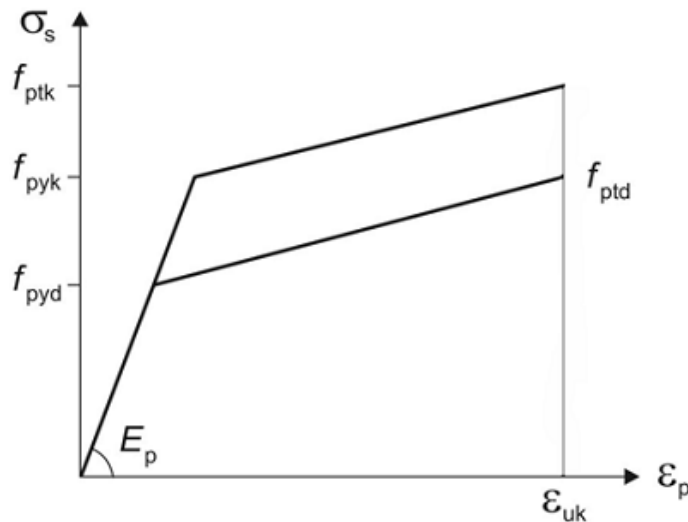


Figura 10: Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas.

Fonte: Item 8.4.5 da NBR6118:2007.

h) **O estado limite último** fica caracterizado pelas deformações específicas de cálculo do concreto (ε_c) e do aço (ε_s), que atingem (uma delas ou ambas) os valores últimos (máximos) das deformações específicas desses materiais; os diversos casos possíveis de distribuição das deformações do concreto e do aço na seção transversal definem os domínios de deformação, indicados na Figura 11.

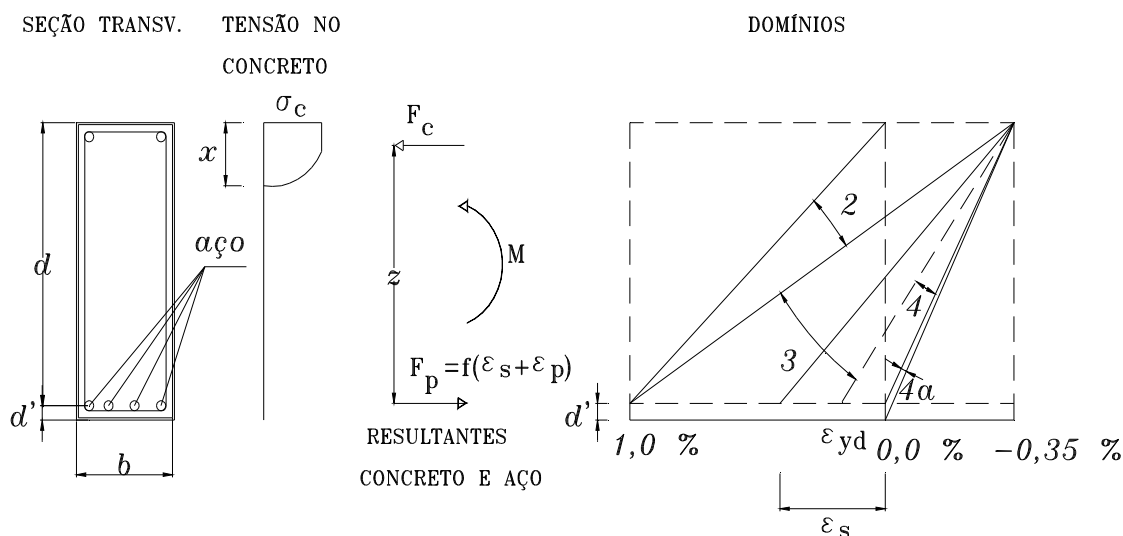


Figura 11: Domínios de deformação no estado limite último correspondentes a flexão simples em uma seção transversal (adaptado da figura 29 da NBR6118:2007)

Os conjuntos de deformações específicas do concreto e do aço ao longo de uma seção transversal retangular com armadura simples (só tracionada) submetida às ações normais definem seis (6) domínios de deformação esquematizados na Figura 11. Os domínios representam as diversas possibilidades de ruína da seção; a cada par de deformações específicas de cálculo ε_c e ε_s correspondem um esforço normal, se existir, e um momento fletor atuantes na seção.

4.3 TENSÃO NA ARMADURA ATIVA

As estruturas de concreto armado ou protendido necessitam de margens de segurança para o cálculo, garantindo o esperado funcionamento em serviço (ELS) e evitando o colapso da estrutura (ELU). Deve-se a esse fato, a minoração das resistências características dos materiais por um coeficiente de minoração e a majoração dos valores característicos dos carregamentos também por outro coeficiente. Para as peças de concreto protendido há duas hipóteses de cálculo das armaduras longitudinais. A primeira é pressupor que a estrutura esteja com as ações atuantes para ruptura (colapso) que é a condição que se apresenta a maior quantidade de armadura longitudinal da peça dimensionando-a no estágio III, posteriormente é feita a verificação de fissuração da seção com o número de cabos já determinados. A segunda hipótese é o reverso da primeira, ou seja, o dimensionamento ocorre no estado limite de serviço, considerando que a fissuração é a mais desfavorável, limitando as tensões na seção transversal da peça e determinando o número de cabos, posteriormente é realizada a verificação no estado limite último.

Um caso a ser analisado é de uma viga seção retangular: dada uma altura e largura, as características dos materiais utilizados como o concreto e o aço, a posição do centro de gravidade da armadura e o momento atuante de cálculo, qual deve ser a seção de aço da armadura longitudinal de protensão para ser dimensionada quanto à ruptura?

Um procedimento amplamente adotado é considerar a protensão como um esforço interno a peça, podendo assim, considerá-la como flexão simples, o efeito de protensão é apenas um equilíbrio de momentos fletores. Esta ideia é usual em vigas submetidas a momentos fletores de grande intensidade, visto em VASCONCELOS (1980).

Deve-se fazer uma análise criteriosa quando se envolve um sistema de protensão, pois existem três sistemas distintos para sua ocorrência. Para a consideração da viga submetida a flexão simples é necessário obter o valor da tensão na armadura ativa (σ_{pd}), considerando a configuração do estado limite último.

Analisando uma viga de seção transversal retangular com um sistema de protensão de aderência posterior, inicialmente apresenta-se somente uma força de protensão N_p . No ato da protensão esta seção sofrerá apenas dois efeitos, sendo eles, um encurtamento, denominado de Δ_1 , do material concreto, devido ao efeito da força normal N_p e uma rotação α , causada pela força de protensão atuante de forma excêntrica e_p , que acarreta nas deformações Δ_2 e Δ_3 (Figura 12 (a)), respectivamente na fibra superior e no concreto junto à armadura de protensão. O concreto exerce seu peso próprio sobre a seção, originando outras deformações como uma rotação β (Figura 12 (b)), que é de sentido contrário ao da protensão, e os deslocamentos Δ_4 e Δ_5 que correspondem respectivamente a um encurtamento da fibra superior e um alongamento da fibra inferior da seção de concreto. Na Figura 12 (c) são demonstrados os deslocamentos resultantes Δ_6 e Δ_7 que representam as somatórias dos efeitos de protensão e peso próprio da seção, correspondendo às deformações específicas ϵ_c e $\epsilon_{cp.p+g1}$.

Para executar a protensão dos cabos é necessário verificar a resistência à compressão do corpo de prova de concreto, sendo que ele obrigatoriamente deve apresentar valores superiores ao do projeto. Após a verificação, promove-se a aderência da armadura ativa com a injeção de nata de cimento altamente fluida, que permite a transferência das tensões da armadura ativa para a nata de cimento, esta para a bainha e que por sua vez transfere para o

concreto. Este fato só ocorre posterior há alguns dias, para que a argamassa de cimento atinja a resistência estabelecida de cálculo, assim pode-se considerar que há a igualdade de deformações específicas do concreto e a armadura.

No momento que a nata atinge a resistência estabelecida pelos cálculos, ocorre a liberação dos cabos, finalizando a etapa de protensão. Considerando a atuação do momento último, a seção sofre uma deformação até uma situação de equilíbrio, passando pelo estado limite de descompressão definido como sendo aquele que em um ou mais pontos a tensão no concreto é nula e no restante da seção não haverá tensão de tração.

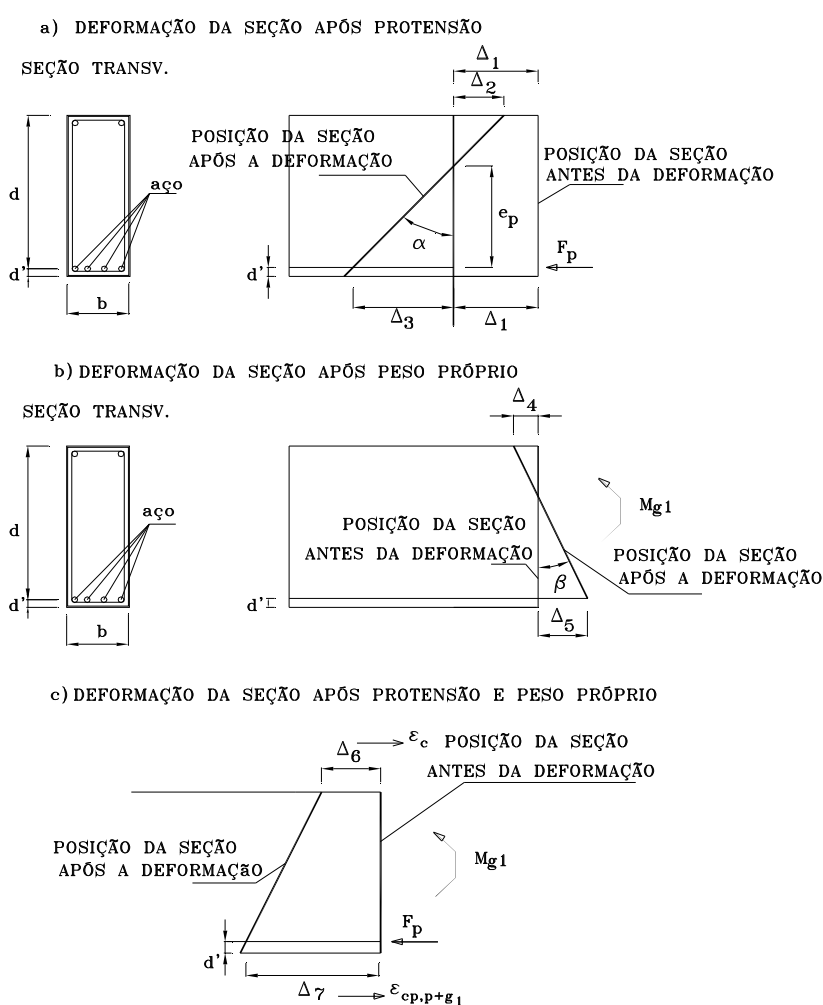


Figura 12: Deformação da seção transversal após a atuação da protensão e peso próprio.

A deformação que a armadura sofrerá até o equilíbrio no estado limite último, será composta de três parcelas, mostradas na Figura 13, sendo elas:

- O alongamento provocado pelo macaco de protensão, já descontadas todas as perdas ou não, a que for mais desfavorável, correspondendo a ε_6 (encurtamento da seção de concreto com aplicação da protensão);
- A movimentação do concreto que já está aderente à armadura, sendo que a tensão na fibra inferior próxima à armadura ativa seja nula, representando a distância d' no mesmo nível da armadura e a deformação sendo ε_7 , que representa a deformação entre a atuação da protensão e peso próprio até o ponto de descompressão da armadura ativa;
- A deformação indicada como ε_s , que corresponde à situação de equilíbrio no estado limite último, deslocamento este que parte do ponto do estado limite de descompressão até o equilíbrio da seção no ponto máximo da ruptura.

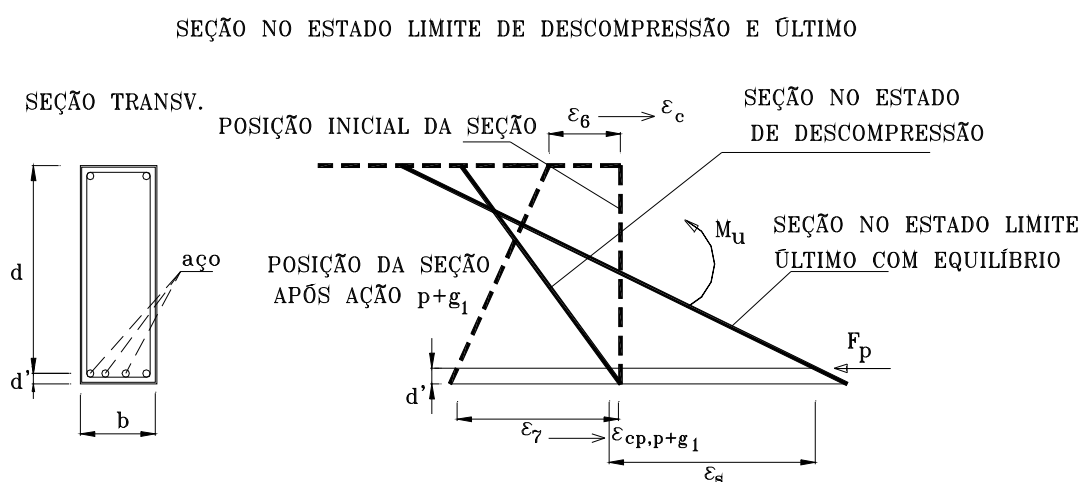


Figura 13: Seção transversal no estado limite de descompressão e estado limite último.

Assim, a tensão na armadura de protensão depende diretamente da efetivação da protensão (pré alongamento) ε_p , da deformação ε_7 ($\varepsilon_{cp,p+g1}$) para obter o ponto do estado limite de descompressão e da deformação ε_s , que ocorre após a descompressão, que deverá ser menor que 10‰, para evitar a deformação excessiva da armadura após o contato com o concreto ou elevadas aberturas de fissuras.

O valor de ε_7 pode ser obtido pela expressão:

$$\varepsilon_7 = \varepsilon_{cp,p+g1} = \left(\frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p \times e_p^2}{I_c} - \frac{M_{g1} \times e_p}{I_c} \right) \times \frac{1}{E_c}$$

Onde

N_p = é o esforço normal de protensão na seção;

M_{g1} = momento devido à ação do peso próprio na seção;

e_p = excentricidade da armadura ativa;

I_c = momento de inércia da seção;

E_c = módulo de elasticidade do concreto.

4.4 DIMENSIONAMENTO NO TEMPO INFINITO

A tensão de protensão atuante na armadura ativa varia de valor ao longo do seu comprimento (geralmente devido às perdas imediatas de protensão), assim como com o passar do tempo (devido às perdas de protensão ao longo do tempo – retração do concreto, fluência do concreto e relaxação da armadura). Desta forma, em certa seção há dois valores extremos de tensão na armadura: a tensão no tempo zero (após as perdas imediatas) e a tensão no tempo infinito (após as perdas ao longo do tempo), correspondentes a um valor máximo e mínimo. O primeiro valor deve ser empregado quando se calcula ou verifica a protensão em vazio. O segundo deve ser usado para as verificações no ELU e ELS. O cálculo dos valores destas tensões pode ser visto detalhadamente em CARVALHO (2008), INFORSATO (2009) e aplicações destes cálculos em PETRUCELLI (2009) não sendo discutido neste trabalho. Neste texto procura-se dar ênfase, inicialmente, ao cálculo e dimensionamento de seções retangulares e em forma de “T”, que são as mais usuais em projetos de concreto protendidos. Seções com outros formatos são analisadas no final deste capítulo, considerando-as como seções gerais e estudadas por meio de discretização da seção transversal.

4.4.1 Seções retangulares

Apresentada uma seção transversal retangular e suas características, como o momento de cálculo (M_d), a largura (b_w), a altura da posição do centro de gravidade das armaduras em relação à face superior (d) ou a altura da seção (h), e a resistência de compressão do concreto (f_{ck}), qual será a área de aço necessária da armadura ativa de protensão (A_p), para que a seção transversal resista ao momento apresentado?

4.4.1.1 Equacionamento para a determinação da armadura longitudinal A_p

A Figura 14, demonstra o diagrama de deformações e tensões da seção retangular com os elementos condizentes para o cálculo área de aço ativo. Vale ressaltar que o diagrama para as tensões no concreto será o simplificado do tipo retangular.

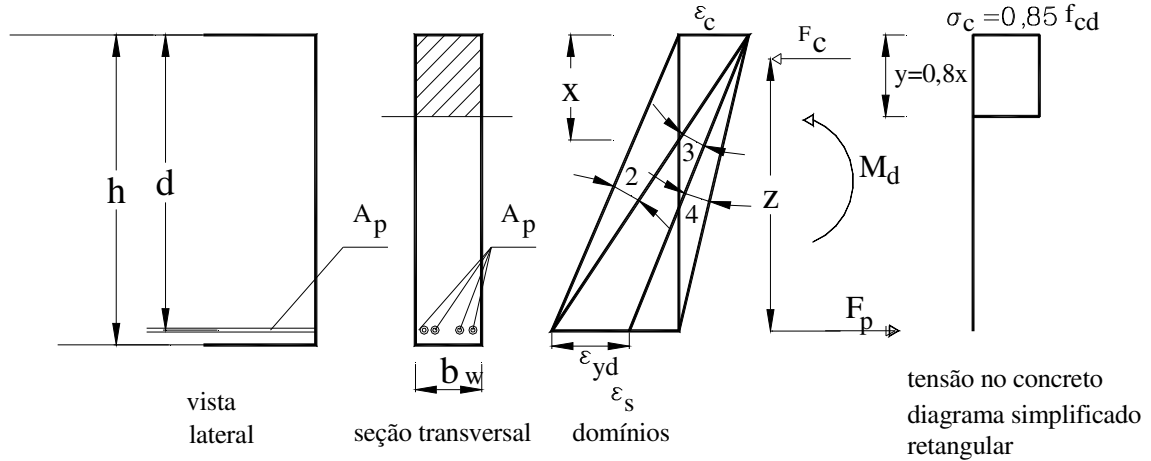


Figura 14: Viga de seção retangular e diagramas de deformações e tensões na seção solicitada pelo momento de cálculo M_d .

a) Equilíbrio da seção

Equilíbrio das forças atuantes normais à seção transversal: como não há força normal externa, a força atuante no concreto (F_c) deve ser igual à força atuante na armadura (F_p):

$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad F_p - F_c = 0 \quad \rightarrow \quad F_p = F_c$$

Equilíbrio dos momentos: o momento das forças internas em relação a qualquer ponto (no caso, em relação ao C.G. da armadura) deve ser igual ao momento externo de cálculo, considerando o braço de alavanca (z):

$$\sum M = M_d$$

$$M_d = F_c \times z \quad \mathbf{e} \quad M_d = F_p \times z$$

b) Posição da linha neutra (x)

Conhecendo-se a posição da linha neutra é possível saber o domínio em que a peça está trabalhando e calcular a resultante das tensões de compressão no concreto (F_c) e o braço de alavanca (z).

$$F_c = (0,85 \times f_{cd}) \times (b_w) \times (0,8 \times x)$$

$$z = d - 0,4 \times x \quad (\text{braço de alavanca})$$

Colocando F_c e z na equação da somatória dos momentos tem-se:

$$M_d = F_c \times z$$

$$M_d = (0,85 \times f_{cd} \times b_w \times 0,8 \times x) \times (d - 0,4 \times x)$$

$$\therefore M_d = b_w \times f_{cd} \times 0,68 \times x \times (d - 0,4 \times x)$$

ou, ainda,

$$M_d = (0,68 \times x \times d - 0,272 \times x^2) \times b_w \times f_{cd}$$

Com a resolução da equação é possível obter o valor da posição da linha neutra (x), que é imprescindível para solucionar o dimensionamento da seção de aço de protensão da seção transversal. A variação da posição da linha neutra segue um polinômio de segundo grau, ou seja, a variação de x não é linear com o esforço do momento de cálculo (M_d).

c) Cálculo da área necessária de armadura (A_p)

Com a determinação da posição da linha neutra (x) é possível determinar o valor do braço de alavanca (z), e posteriormente a força na armadura ativa de protensão (F_p). De acordo com as equações seguintes:

$$M_d = F_p \times z$$

$$\therefore F_p = \frac{M_d}{z}$$

Por definição, a tensão é o produto da força pela área, e com isso, consegue-se isolar a força e igualar com a equação da força F_p . Assim:

$$\sigma_{pd} = \frac{F_p}{A_p} \Rightarrow \therefore F_p = \sigma_{pd} \times A_p$$

Então:

$$F_p = \frac{M_d}{z} = \sigma_{pd} \times A_p$$

Resultando na expressão para a determinação do aço de protensão A_p :

$$A_p = \frac{M_d}{z \times \sigma_{pd}}$$

O valor de σ_{pd} é obtido a partir de ε_t com $\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s$. O valor de ε_p a ser empregado deverá ser o correspondente ao tempo infinito, quando se tratar de combinação de todas as ações e no tempo zero, quando se verificar o estado limite último logo após a protensão.

d) Verificação do domínio que a peça atingirá o estado limite último

Com a definição da posição da linha neutra, ou seja, a altura do valor de x , é possível determinar o domínio em que a peça atingirá o estado limite último. Para o concreto armado o cálculo da linha neutra representa o domínio no qual a peça está trabalhando. Já para o concreto protendido esta posição faz-se necessária para o cálculo do valor ε_s , que é a deformação que ocorre no aço de protensão (A_p) até o seu estado de equilíbrio.

Quando se trabalha com flexão simples apenas é possível atingir os domínios 2, 3 e 4, sabendo que a pior situação para o cálculo deve ocorrer no domínio 4 com $\varepsilon_s = 0$ (deformação do aço), sendo que a protensão só contribui com a parcela de pré-alongamento.

- **Relação entre deformações:** considera-se que as seções transversais da peças permanecem planas após a deformação, por semelhança dos triângulos **ABC** e **ADE** do diagrama de deformações (Figura 15) é possível obter a relação entre a posição da linha neutra (x) e a altura útil (d):

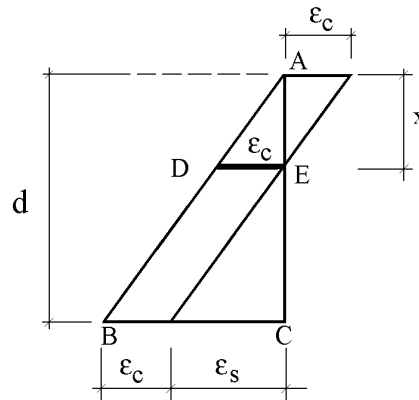


Figura 15: Relação entre a posição da linha neutra e a altura útil.

A relação entre triângulos pode ser analisada pela expressão:

$$\frac{x}{\varepsilon_c} = \frac{d}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \rightarrow \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

- **Posição da linha neutra:** no limite do domínio 2 e em todo o 3 tem-se a deformação específica do concreto $\varepsilon_c = 3,5\%$ (0,0035); colocando esse valor na equação de relação entre deformações resulta:

$$\frac{x}{d} = \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_s}$$

Para uma seção a posição da linha neutra depende apenas do tipo de aço, ou seja, a deformação específica de escoamento do aço.

4.4.2 Fórmulas adimensionais e tabela para dimensionamento de seções retangulares

Para facilitar a compreensão e permitir a utilização de um vasto sistema de unidades, serão expostas equações de trabalho com fórmulas adimensionais, permitindo o uso de tabelas e gráficos, sem a preocupação de entradas de unidades.

a) Equação de M_d

Com a equação do momento de cálculo:

$$M_d = (0,68 \times x \times d - 0,272 \times x^2) \times b_w \times f_{cd}$$

Pode-se dividi-la por $b_w \times d^2 \times f_{cd}$, obtendo:

$$\frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{(0,68 \times x \times d - 0,272 \times x^2) \times b_w \times f_{cd}}{b_w \times d^2 \times f_{cd}}$$

$$\frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} = \left(0,68 \times \frac{x}{d} - 0,272 \times \frac{x^2}{d^2} \right)$$

Simplificando a equação, nomeia-se:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} \quad \text{e} \quad KX = \frac{x}{d}$$

Então a equação torna-se, de modo simplificado:

$$KMD = 0,68 \times (KX) - 0,272 \times (KX)^2$$

Agora a equação só apresenta termos adimensionais, sendo que o termo KX apresentará apenas valores que variam de 0 a 1, quando x for igual a 0 (zero) ou x igual a d . Portanto:

$$x = 0 \text{ (início do domínio 2)} \rightarrow KX = \frac{x}{d} = 0 \rightarrow KMD = 0$$

$$x = d \text{ (fim do domínio 4)} \rightarrow KX = \frac{x}{d} = 1 \rightarrow KMD = 0,408$$

b) Expressão adimensional para o braço de alavanca z

Faz-se necessário, calcular o braço de alavanca como adimensional, pois facilitará para futuras expressões de armação. Assim a equação que determina o braço de alavanca será dividida por d , resultando em:

$$z = d - 0,4 \times x$$

$$\frac{z}{d} = \frac{d - 0,4 \times x}{d} = 1 - 0,4 \times \frac{x}{d}$$

Nomeando $\frac{z}{d} = KZ$, temos:

$$KZ = 1 - 0,4 \times KX$$

c) Expressão para o cálculo da armadura

A expressão para o cálculo do aço de protensão determinada é:

$$A_p = \frac{M_d}{z \times \sigma_{pd}}$$

Sendo:

$$z = KZ \times d$$

A expressão para determinação do aço de protensão resulta em:

$$A_p = \frac{M_d}{(KZ) \times d \times \sigma_{pd}}$$

d) Equação que relaciona as deformações com a altura da linha neutra

Somente com a relação entre as deformações específicas do concreto e do aço, pode-se determinar a posição da linha neutra, correlacionando-a com o valor de KX, analisando como:

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad \text{e} \quad \frac{x}{d} = KX$$

Tem-se a relação para linha neutra:

$$KX = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

Para a construção da Tabela 11 admitem-se valores arbitrários para KX que devem variar entre 0 e 1 e com esses valores, determina-se através das fórmulas descritas anteriormente os valores de KMD, KZ, ε_c e ε_s .

A Tabela 11 pode auxiliar no cálculo da armadura longitudinal de protensão das seções transversais retangulares no estado limite último (ELU).

Tabela 11: Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares.

KMD	KX	KZ	EC	ES	KMD	KX	KZ	EC	ES
0,0100	0,0148	0,9941	0,1502	10,0000	0,1900	0,3205	0,8718	3,5000	7,4204
0,0200	0,0298	0,9881	0,3068	10,0000	0,1950	0,3305	0,8678	3,5000	7,0919
0,0300	0,0449	0,9820	0,4704	10,0000	0,2000	0,3405	0,8638	3,5000	6,7793
0,0400	0,0603	0,9759	0,6414	10,0000	0,2050	0,3506	0,8597	3,5000	6,4814
0,0500	0,0758	0,9697	0,8205	10,0000	0,2100	0,3609	0,8556	3,5000	6,1971
0,0550	0,0836	0,9665	0,9133	10,0000	0,2150	0,3714	0,8515	3,5000	5,9255
0,0600	0,0916	0,9634	1,0083	10,0000	0,2200	0,3819	0,8473	3,5000	5,6658
0,0650	0,0995	0,9602	1,1056	10,0000	0,2250	0,3925	0,8430	3,5000	5,4170
0,0700	0,1076	0,9570	1,2054	10,0000	0,2300	0,4033	0,8387	3,5000	5,1785
0,0750	0,1156	0,9537	1,3077	10,0000	0,2350	0,4143	0,8343	3,5000	4,9496
0,0800	0,1238	0,9505	1,4126	10,0000	0,2400	0,4253	0,8299	3,5000	4,7297
0,0850	0,1320	0,9472	1,5203	10,0000	0,2450	0,4365	0,8254	3,5000	4,5181
0,0900	0,1403	0,9439	1,6308	10,0000	0,2500	0,4479	0,8208	3,5000	4,3144
0,0950	0,1485	0,9406	1,7444	10,0000	0,2550	0,4594	0,8162	3,5000	4,1181
0,1000	0,1569	0,9372	1,8611	10,0000	0,2600	0,4711	0,8115	3,5000	3,9287

KMD	KX	KZ	EC	ES
0,1050	0,1654	0,9339	1,9810	10,0000
0,1100	0,1739	0,9305	2,1044	10,0000
0,1150	0,1824	0,9270	2,2314	10,0000
0,1200	0,1911	0,9236	2,3621	10,0000
0,1250	0,1998	0,9201	2,4967	10,0000
0,1300	0,2086	0,9166	2,6355	10,0000
0,1350	0,2175	0,9130	2,7786	10,0000
0,1400	0,2264	0,9094	2,9263	10,0000
0,1450	0,2354	0,9058	3,0787	10,0000
0,1500	0,2445	0,9022	3,2363	10,0000
0,1550	0,2536	0,8985	3,3391	10,0000
0,1600	0,2630	0,8948	3,5000	9,8104
0,1650	0,2723	0,8911	3,5000	9,3531
0,1700	0,2818	0,8873	3,5000	8,9222
0,1750	0,2913	0,8835	3,5000	8,5154
0,1800	0,3009	0,8796	3,5000	8,3106
0,1850	0,3106	0,8757	3,5000	7,7662

KMD	KX	KZ	EC	ES
0,2650	0,4830	0,8068	3,5000	3,7459
0,2700	0,4951	0,8020	3,5000	3,5691
0,2750	0,5074	0,7970	3,5000	3,3981
0,2800	0,5199	0,7921	3,5000	3,2324
0,2850	0,5326	0,7870	3,5000	3,0719
0,2900	0,5455	0,7818	3,5000	2,9162
0,2950	0,5586	0,7765	3,5000	2,7649
0,3000	0,5721	0,7712	3,5000	2,6179
0,3050	0,5858	0,7657	3,5000	2,4748
0,3100	0,5998	0,7601	3,5000	2,3355
0,3150	0,6141	0,7544	3,5000	2,1997
0,3200	0,6287	0,7485	3,5000	2,0672
0,3300	0,6590	0,7364	3,5000	1,8100
0,3400	0,6910	0,7236	3,5000	1,5652
0,3500	0,7249	0,7100	3,5000	1,3283
0,3600	0,7612	0,6955	3,5000	1,0983
0,3700	0,8003	0,6799	3,5000	0,8732
0,3800	0,8433	0,6627	3,5000	0,6506

4.4.3 Dimensionamento da armadura longitudinal composta por armadura ativa e passiva

Nos projetos, em geral, o dimensionamento dos elementos estruturais protendidos, são apresentados compatibilizando armaduras ativas e passivas. Alguns calculistas se utilizam de armadura ativa para um limite de contra-flecha, por limitação de aberturas de fissuras, ou mesmo pelo dimensionamento das tensões na borda superior da peça e com isso completam de armadura passiva para o estado limite último de cálculo.

Para uma seção transversal retangular, adotado o momento de cálculo (M_d), as dimensões da peça (altura e largura) e a resistência característica ou de cálculo do concreto, como proceder para calcular as áreas de aço A_p e A_s , respectivamente áreas de aço da armadura ativa (protendida) e passiva (frouxo).

O cálculo seguirá segundo FRANÇA (2004), que faz um dimensionamento para armadura aderente e aço passivo, tomando como base um valor arbitrário da altura da linha neutra (x ou x/d). Para o valor de x , calcula-se a deformada no estado limite último (ELU), considerando os domínios de deformação que seguem uma seqüência de 1 a 5. Portanto:

$$\frac{x}{d} \leq 0,259 \quad \varepsilon_c = 10\% \times \frac{x}{d-x}$$

$$0,259 \leq \frac{x}{d} \leq \frac{h}{d} \quad \varepsilon_c = 3,5\%$$

$$\frac{h}{d} \leq \frac{x}{d} \quad \varepsilon_c = \frac{2\%}{1 - \frac{3}{7} \times \frac{h}{x}}$$

Sendo:

ε_c = a deformação na fibra mais comprimida ou menos tracionada do concreto.

Seguindo a Figura 16, pode-se compatibilizar o cálculo dos alongamentos das armaduras ativas e passivas, simplesmente por semelhança de triângulos.

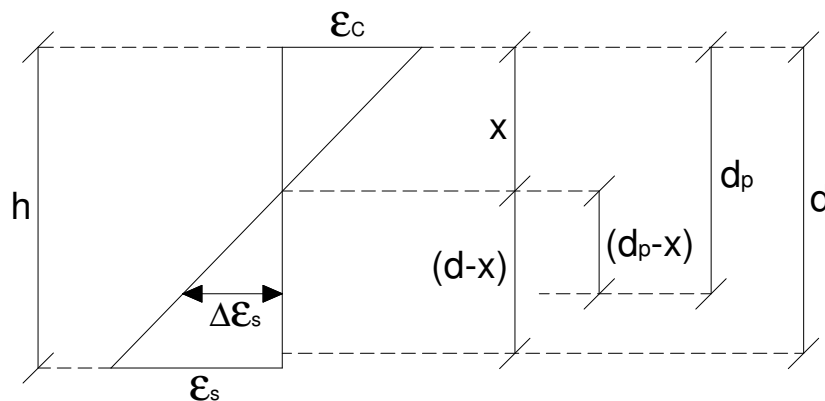


Figura 16: Esquema para cálculos dos alongamentos
Fonte: Modificado de FRANÇA (2004).

Assim, definiram-se as equações para o cálculo dos alongamentos.

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{d_p - x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

Para determinação do alongamento da armadura passiva de tração, basta isolar a incógnita ε_s da igualdade. Então:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \times \frac{d-x}{x} = \varepsilon_c \times \frac{1-\frac{x}{d}}{\frac{x}{d}}$$

Para determinação do alongamento adicional ao pré-alongamento da armadura ativa, tem-se:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{d_p - x}$$

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c \times \frac{d_p - x}{x} = \varepsilon_c \times \frac{\frac{d_p}{d} - \frac{x}{d}}{\frac{x}{d}}$$

O alongamento total da armadura aderente será a somatória do alongamento e o pré-alongamento, como demonstrado na equação:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pre} + \Delta\varepsilon_p$$

Sendo:

ε_{pre} = o pré-alongamento da armadura de protensão, na data em estudo.

O cálculo rigoroso do pré-alongamento na pós-tração pode ser utilizado também para a pré-tração. Estabelecido pela fórmula:

$$\varepsilon_{pre} = \gamma_p \times \left[\frac{F_{p\infty}}{E_p \times A_p} \times (1 + \alpha_p \times \rho_p \times \eta) \right]$$

Tendo:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} ; \rho_p = \frac{A_p}{A_c} ; \eta = \left(1 + e_p^2 \times \frac{A_c}{I_c} \right) \text{ e } \gamma_p = 1,1$$

Determinados os alongamentos da armadura passiva (ε_s) e da armadura ativa de protensão (ε_p), será necessário determinar os valores das tensões de cálculo σ_{sd} e σ_{sp} . Estabelecidas por:

$$-f_{yd} \leq \sigma_{sd} = E_s \times \varepsilon_s \leq f_{yd}$$

$$\sigma_{pd} = E_p \times \varepsilon_p \leq f_{pyd}$$

Sabendo que o valor da resistência característica ao escoamento da armadura ativa (f_{pyk}) é aproximadamente 90% da resistência característica de tração da armadura ativa (f_{ptk}). Portanto:

$$f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} = 0,90 \times \frac{f_{ptk}}{\gamma_s}$$

Posteriormente, dados o valor de x , σ_{sd} e σ_{sp} , podem ser calculadas as resultantes no concreto, no aço e seus pontos de aplicação. A Figura 17 demonstra o esquema de cálculo para as resultantes citadas. Com isso, faz-se a formulação para determinação das resultantes R_{cd} , R_{sd} e R_{pd} . Visto que para a determinação do valor de R_{sd} é necessário o valor da armadura passiva, que será uma das incógnitas.

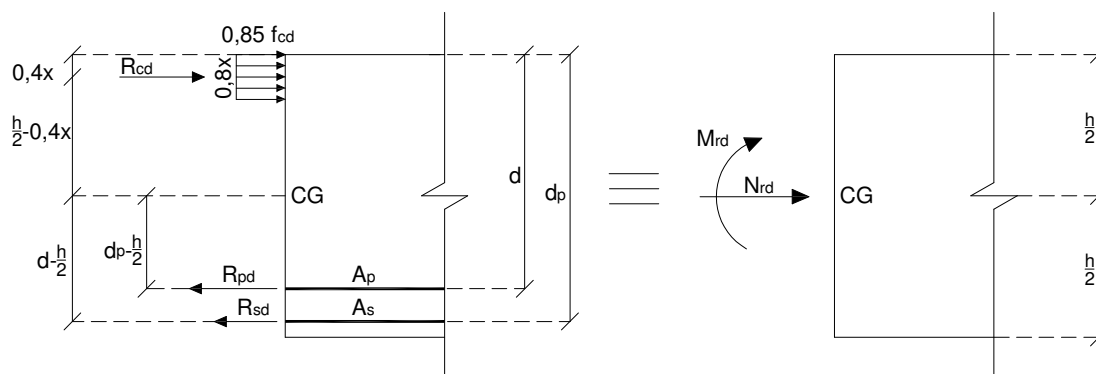


Figura 17: Esquema para cálculo das resultantes

Fonte: Modificado de FRANÇA (2004).

$$R_{cd} = 0,85 \times f_{cd} \times b_w \times 0,8 \times x$$

$$R_{sd} = \sigma_{sd} \times A_s$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} \times A_p$$

Após a determinação das resultantes, podem ser calculados os esforços resistentes N_{rd} e M_{rd} , que são respectivamente os esforços: normal de cálculo e o momento resistente de cálculo. Seguida pelas fórmulas:

$$N_{rd} = R_{cd} - R_{sd} - R_{pd}$$

$$M_{rd} = R_{cd} \times \left(\frac{h}{2} - 0,4 \times x \right) + \sigma_{sd} \times A_s \times \left(d - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \times \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

Os valores de N_{rd} e M_{rd} estão em função do valor da armadura passiva (A_s). Fazendo o equilíbrio de esforços obtém-se:

$$N_{rd} = N_{sd} = 0 \text{ para o caso de flexão simples}$$

$$M_{rd} \geq M_{sd}$$

Portanto, o valor de A_s pode ser estabelecido por:

$$A_s = \frac{R_{cd} - R_{pd}}{\sigma_{sd}}$$

Assim, com a substituição do valor de A_s , na fórmula do momento resistente de cálculo M_{rd} , mesmo que o valor da armadura passiva seja negativo, tem-se:

$$M_{rd} = R_{cd} \times \left(\frac{h}{2} - 0,4 \times x \right) + \sigma_{sd} \times \left(\frac{R_{cd} - R_{pd}}{\sigma_{sd}} \right) \times \left(d - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \times \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$M_{rd} = R_{cd} \times \left(\frac{h}{2} - 0,4 \times x \right) + (R_{cd} - R_{pd}) \times \left(d - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \times \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

O processo de cálculo deve ser iterativo, até que os valores de M_{rd} e M_{sd} se igualem. A norma NBR6118:2007 no item 14.6.4.3 intitulado de “limite para redistribuição de momentos e condições de ductilidade”, descreve que a capacidade de rotação para peças estruturais está em função da posição da linha neutra no ELU e quanto menor for o valor de x/d , maior será sua capacidade. Para garantir a melhora dos elementos estruturais no ELU, a posição da linha neutra deve respeitar os limites:

$$\frac{x}{d} \leq 0,50, \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 35MPa;$$

$$\frac{x}{d} \leq 0,40, \text{ para concretos com } f_{ck} > 35MPa.$$

Para a montagem do gráfico M_{sd} , M_{rd} em função de A_s , representado na Figura 18, os valores de x/d serão estimados e para cada um deles, projetam-se no plano cartesiano (eixo das abscissas e das ordenadas) os valores estabelecidos para a confecção do gráfico.

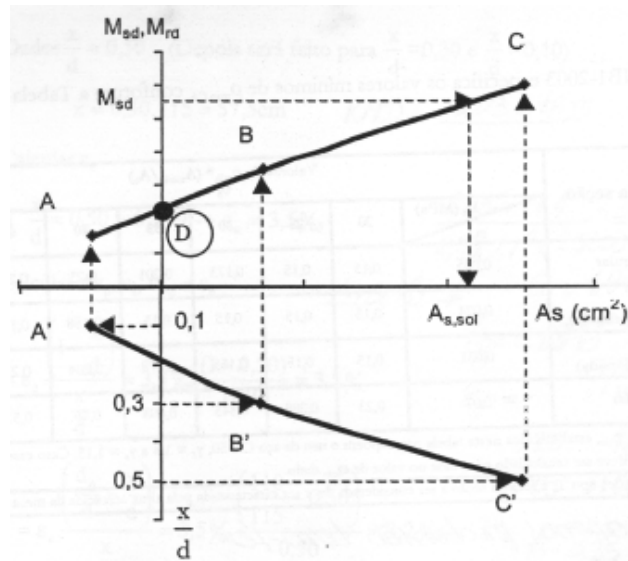


Figura 18: Gráfico da relação de A_s por M_{rd}
Fonte: FRANÇA (2004).

Estabelecidos no mínimo três pontos, é traçada uma curva aproximada correlacionando os valores M_{rd} com A_s . Com a entrada do M_{sd} no eixo das ordenadas, faz-se uma interpolação dos valores calculados e determina-se o valor aproximado da armadura passiva (A_s).

A interpolação dos valores será baseada, por exemplo, entre os pontos B e C, tendo como formulação:

$$A_s = \frac{M_{sd} - M_{rd,B}}{M_{rd,C} - M_{rd,B}} \times (A_{s,B} - A_{s,C}) + A_{s,B}$$

O ponto D no gráfico mostra momento resistente de cálculo que a armadura passiva (A_s) é igual à zero, sendo que para $M_{sd} < M_{rd,D}$ a armadura passiva não é necessária, portanto, pode-se adotar para a seção armadura mínima representada por:

$$A_s \geq A_{s,min} = \rho \times A_c ; \text{ para armaduras aderentes}$$

$$\rho = \rho_{min,CA} - 0,5 \times \rho_p \geq 0,5 \times \rho_{min,CA}$$

Onde:

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$$

Os valores mínimos de $\rho_{min,CA}$ estão definidos pela NBR6118:2007 e apresentados no capítulo 6.

4.4.4 Dimensionamento da armadura longitudinal fixado à armadura ativa e complementando com armadura passiva colocada com mesmo centro de gravidade.

Outro modelo de cálculo para seção composta de armadura é o de fixar uma armadura ativa de protensão e complementá-la com armadura passiva, esta consideração conduz ao conceito de grau de protensão de uma seção transversal.

Posteriormente, no capítulo de verificação no estado limite de serviço, serão vistas as intensidades de protensão necessárias para garantir a durabilidade das peças de concreto protendido. Projetando-se estruturas nas condições de agressividade (CAA) I, II e III, respectivamente ambientes com fraca (rural), moderada (urbana) e de forte agressividade (industrial e marinha). Para as condições ambientais (CAAs) as verificações são de aberturas de fissuras (fissuração), similares às do concreto armado. Nas condições apresentadas é predominante a determinação da armadura longitudinal no estado limite último (ELU).

Assim, quando a condição determinante é a do estado limite último passa-se a ter o seguinte problema:

Em uma seção transversal, conhecidos os esforços solicitantes (momento fletores), a geometria da mesma, os tipos de aço a se empregar (ativo e passivo), a resistência à compressão do concreto, o pré-alongamento da armadura ativa, as distâncias do cg de cada armadura (ativa e passiva), qual é a quantidade necessária de aço para cada tipo de armadura (A_p e A_s)?

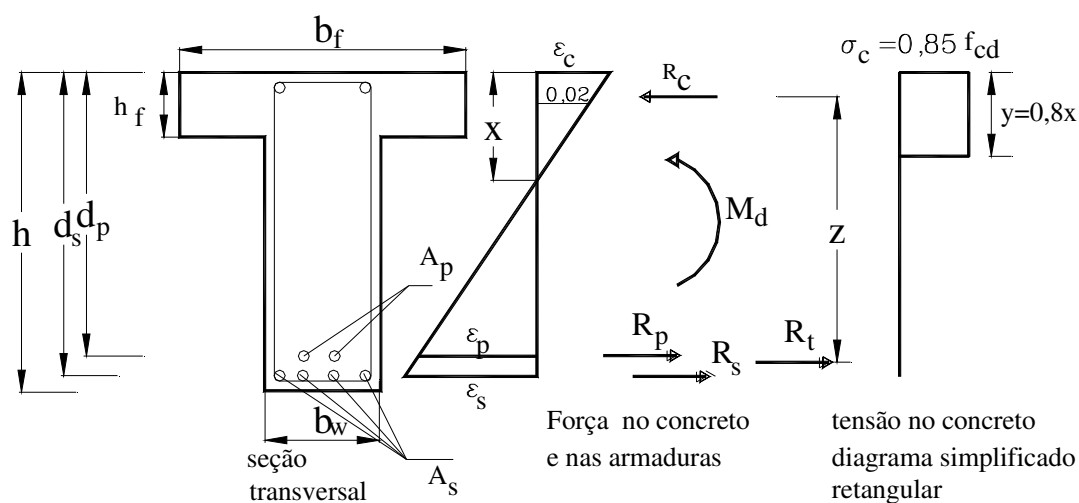


Figura 19: Seção transversal submetida a flexão e trabalhando no ELU com armadura ativa (A_p) e passiva (A_s).

As condições para cálculo estão apresentadas na Figura 19. Há maneiras distintas de se resolver o problema proposto, sendo que neste caso será considerada fixa a área da armadura ativa (A_p).

Para resolução do problema deve-se considerar a igualdade entre d_s e d_p , para posteriormente fixar o valor da armadura de protensão.

Imaginando que para uma seção transversal, dado uma solicitação de cálculo, deseja-se apenas armadura ativa que será constituída por A_{p1} . Se esta mesma seção sob as mesmas condições (geometria, resistência do concreto, altura útil e momentos atuantes) for dimensionada apenas para armadura passiva resulta em uma área de aço de A_{s1} . Assim é de se esperar que em situações intermediárias, ou seja, em que se deseja usar as duas armaduras tenha-se como solução final $k_{pi} \times A_{p1} + k_{si} \times A_{s1}$ onde os valores de k_{pi} e k_{si} variam de 0 a 1. No caso de se ter só armadura protendida $k_{pi} = 1$ e $k_{si} = 0$, no caso de haver só armadura passiva (concreto armado) $k_{pi} = 0$ e $k_{si} = 1$. Desta forma pode-se definir o grau de protensão pelo valor de k_{pi} . Se $k_{pi} = 1$ diz-se que a peça está com 100% de protensão e se $k_{pi} = 0$ a peça possui apenas armaduras passivas.

Portanto, para seção apresentada, deve-se definir o valor ε_p através das tensões no aço definida por VASCONCELOS (1980), conforme Tabela 9, ou pela Lei de Hooke, que corresponde aos valores das tensões do aço no regime elástico, determinadas conforme a equação:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_{pt=\infty}}{E_p}$$

Posteriormente, calcular o valor de KMD, apresentando também os valores de KZ e ε_s . Assim determina-se o valor da deformação total ($\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s$), atribuída à Tabela 9 tem-se a tensão de cálculo da protensão (σ_{pd}). Com a consideração da igualdade das distâncias dos centros de gravidade das armaduras ativas e passivas, pode-se dizer que a força de tração absorvida pelas duas armaduras é de:

$$M_d = F_p \times Z$$

$$F_p = \frac{M_d}{Z}$$

$$A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times f_{yd} = \frac{M_d}{z}$$

Com o valor da armadura de protensão fixada, pode-se determinar o valor da armadura passiva.

Definindo com grau de protensão a relação entre a área de aço fixada da armadura ativa sobre sua a área de cálculo real. Sendo:

$$gp = \frac{A_{pl}}{A_p}$$

4.5 DIAGRAMA PARÁBOLA-RETÂNGULO

Neste trabalho procurou-se aproveitar as tabelas já desenvolvidas por CARVALHO (2009) nas quais os diagramas de tensões no concreto utilizado é o retangular (ver Figura 20). Porém SANTOS (1994) apresenta expressões de integração do diagrama parábola-retângulo (ver Figura 20) que podem ser usados, desde que se subdivida o domínio 2 em dois subdomínios. O autor alerta que nas seções de geometria mais complicada como, por exemplo, seções em forma de “T” é muito trabalhoso usar as expressões de integração por ele desenvolvidas. Assim, também por este motivo manteve-se a representação das tensões com diagrama simplificado de um retângulo equivalente.

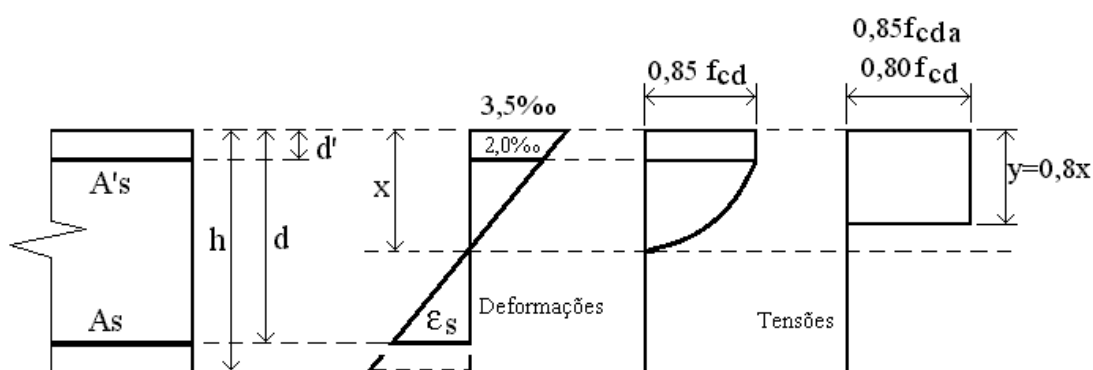


Figura 20: Diagramas de tensões no concreto no estado limite último.

Notar que as tensões no concreto podem ser representadas com o diagrama parábola-retângulos ou como um bloco retangular equivalente.

SANTOS (1994) ainda, mostra como podem ser estudadas seções com forma e disposições quaisquer, reiterando apenas a necessidade de processos numéricos que usam programas de computadores que fogem do escopo deste trabalho.

4.6 CÁLCULO DA ALTURA MÍNIMA NECESSÁRIA

Nos elementos de concreto protendido não há possibilidade de definir os limites dos domínios 3 e 4, pois não se tem um valor definido de deformação do aço (ε_{yd}) de protensão.

A NBR6118:2007 define que a capacidade de rotação dos elementos estruturais é em relação à posição da linha neutra no estado limite último. Pode-se perceber de maneira lógica, que uma peça submetida aos mesmos esforços com o aumento da altura há uma diminuição da armadura de flexão. Assim, pode-se analisar que a menor altura para uma peça é quando se tem a maior linha neutra possível, ou seja, a posição da linha neutra deve ser igual à altura útil ($x = d$). Com a expressão adimensional de KX , que define a posição da linha neutra, segue:

$$KX = \frac{x}{d} \quad \text{como} \quad x = d$$

$$\therefore KX = 1$$

Fazendo o equilíbrio da expressão de KMD , tem-se:

$$KMD = 0,68 \times (KX) - 0,272 \times (KX)^2$$

$$0,272 \times (KX)^2 - 0,68 \times (KX) + KMD = 0$$

Quando há a igualdade $x = d$ está estabelecida à posição da linha neutra no domínio 4, assim o valor de KMD é 0,408. Portanto:

$$KMD = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = 0,408 \quad \text{e} \quad KX = \frac{x}{d} = 1$$

$$0,272 \times (1)^2 - 0,68 \times (1) + \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = 0$$

$$\therefore d_{\min} = 1,567 \times \sqrt{\frac{M_d}{b \times f_{cd}}}$$

Buscando a melhora da ductilidade das estruturas nas regiões de apoio a norma prescreve que a posição da linha neutra para o estado limite último deve obedecer limites em relação à resistência a compressão do concreto.

$$\text{a) } \frac{x}{d} \leq 0,50 \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 35 \text{MPa tem-se: } d_{\min} = 1,91 \times \sqrt{\frac{M_d}{b \times f_{cd}}};$$

$$\text{b) } \frac{x}{d} \leq 0,40 \text{ para concretos com } f_{ck} > 35 \text{MPa tem-se: } d_{\min} = 2,09 \times \sqrt{\frac{M_d}{b \times f_{cd}}}.$$

4.7 SEÇÕES “T”

Os procedimentos de cálculo adotados para a seção “T” são os mesmos considerados na seção retangular, porém com uma diferenciação da altura da linha neutra, pois ela pode estar passando na mesa ou na alma da seção.

4.7.1 Cálculo da largura colaborante em vigas de seção transversal em forma de “T”

Em um piso (laje) em concreto armado apoiado no contorno em vigas, as lajes e vigas não são independentes umas das outras; pelo fato das estruturas de concreto serem monolíticas (a não ser que construtivamente sejam tomadas medidas para que isso não ocorra), seus elementos, lajes e vigas, trabalham em conjunto.

Quando a viga sofre uma deformação, parte da laje adjacente a ela (em um ou em dois lados) também se deforma, comportando-se como se fosse parte da viga, colaborando na sua resistência. Dessa forma, a viga incorpora parte da laje, e sua seção deixa de ser retangular, passando a ter a forma de um “T” (ou de um “L” invertido).

A Figura 21 mostra um corte das seções transversais de um piso composto por vigas e lajes, cabe ressaltar que o piso é composto do conjunto de várias vigas de seção “T”, trabalhando solidariamente.

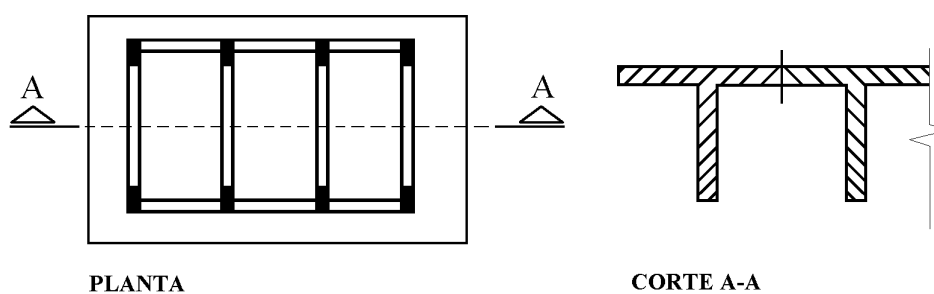


Figura 21: Piso com vigas de seção transversal “T”

A largura da mesa da viga seção “T” que colabora evidentemente na resistência de cálculo do momento e na transferência de cargas está limitada a uma distribuição de tensões de compressão que não é uniforme. Na Figura 22 está apresentado o esquema das tensões na mesa e a concentração de valores junto à parte central da viga (alma).

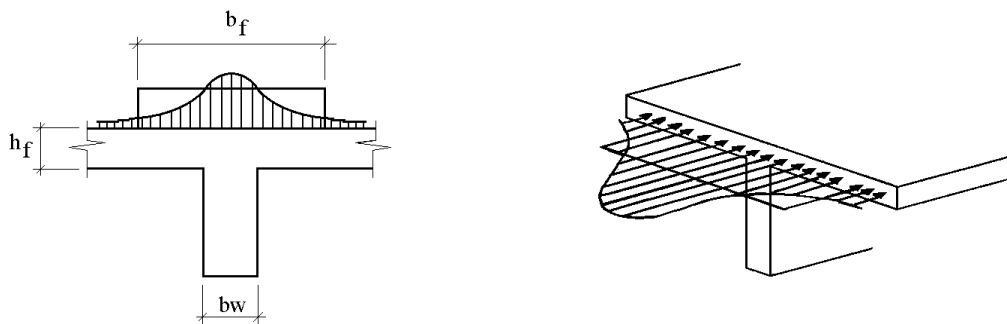


Figura 22: Distribuição das tensões de compressão na mesa de uma viga “T”

A determinação da largura da laje que colabora com a viga (largura da mesa colaborante ou efetiva - b_f), é feita integrando-se a distribuição de tensões na altura h , e em uma largura até onde as tensões tendem a zero, para encontrar a resultante; essa resultante é igualada a uma outra, obtida considerando-se distribuição uniforme de tensões, com valor igual a $0,85 \times f_{cd}$ atuando na altura h_f e largura b_f ($F_c = b_f \times h_f \times 0,85 \times f_{cd}$).

O procedimento citado resulta em um cálculo complexo, e por essa razão existem soluções simplificadas a favor da segurança, mas baseadas nos mesmos princípios; uma delas é a proposta pela NB6118:2007 sob item 14.6.2.2:

O valor da largura colaborante, ou mesa colaborante (b_f) é dado por: (observar Figura 23).

$$b_f = b_a + b_1 + b_3$$

Onde:

$b_a = b_w + e_1 + e_2$ (largura fictícia da alma ou nervura);

b_w – largura da alma na viga;

e_1, e_2 – menor cateto do triângulo de cada uma das mísulas;

b_1 – menor valor entre: $0,10 \times a$ e $0,5 \times b_2$;

b_2 – distância entre as faces das nervuras fictícias sucessivas;

b_3 – menor valor entre: $0,10 \times a$.

Os valores de a são dados por (ℓ é o vão da viga, tramo ou balanço):

$a = \ell$ (viga simplesmente apoiada);

$a = 0,75 \times \ell$ (tramo com momento em uma só extremidade);

$a = 0,60 \times \ell$ (tramo com momentos nas duas extremidades);

$a = 2 \times \ell$ (viga em balanço).

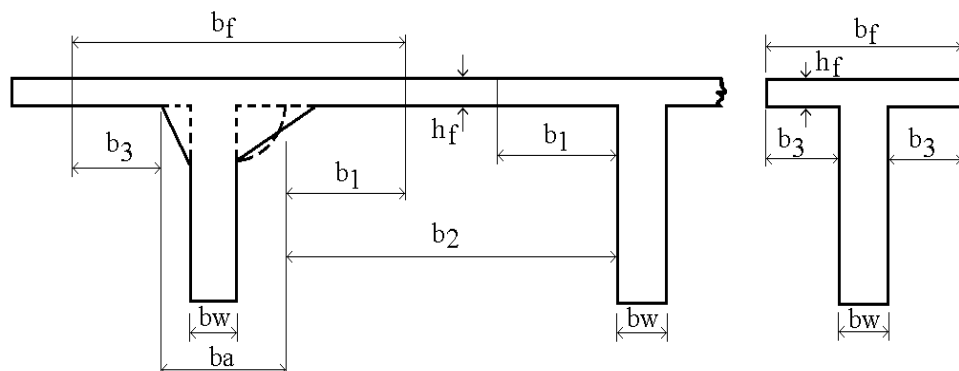


Figura 23: Largura colaborante de viga “T”.

Fonte: Item 14.6.2.2 da NBR6118:2007.

4.7.2 Considerações do cálculo da armadura longitudinal

A seção “T” divide-se em duas partes distintas, uma parte mais estreita da peça que está na vertical com altura h e largura b_w , discriminada com alma ou nervura e uma segunda parte composta por duas abas posicionadas na horizontal, com altura h_f e largura b_f , chamada de mesa. Como pode ser visto na Figura 24.

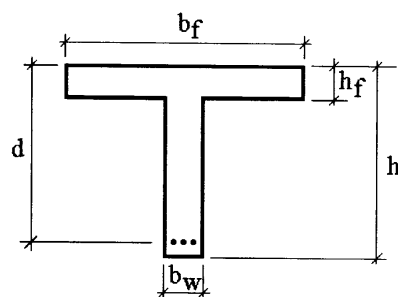


Figura 24: Seção transversal de viga com formato em “T”

Uma viga de concreto armado, composta por uma nervura e duas abas, só será considerada como de seção “T” quando a mesa e parte da alma estiverem comprimidas (Figura 25 a); caso contrário, dependendo do sentido de atuação do momento fletor, apenas a

parte superior da mesa ou inferior da alma estarão comprimidas (essas partes têm a forma retangular), e como as regiões tracionadas de concreto não trabalham, ou seja, não colaboram na resistência, a viga será calculada como tendo seção retangular (Figura 25 b).

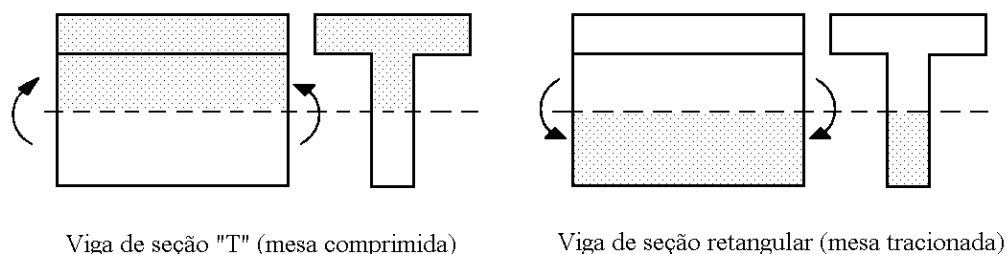
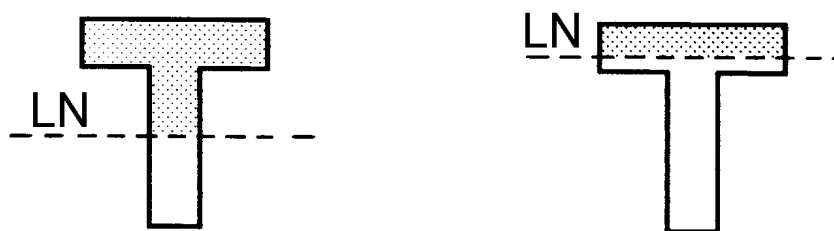


Figura 25: Considerações de cálculos. a) mesa e parte superior da alma comprimida e b) retangular com a parte inferior da alma comprimida.

Como consequência, nos trechos de momentos negativos junto aos apoios (vigas contínuas), provavelmente a seção da viga será retangular (caso de viga abaixo da laje), pois apenas parte da alma estará comprimida.

Outra consequência é que, no caso dos momentos positivos, a viga só será considerada de seção "T" se a linha neutra estiver passando pela alma; caso contrário, a região de concreto comprimida será retangular, com largura igual à b_f , e não haverá colaboração da alma e de parte da mesa, que estarão tracionadas (Figura 26).



Seção "T" - LN passa pela alma

Seção retangular - LN passa pela mesa

Figura 26: Viga de seção "T" ou retangular de acordo com a posição da L.N.

Nas situações em que a L.N. passa pela alma da seção ($x > h_f$), é possível usar as tabelas para seções retangulares, fazendo o cálculo em duas etapas (Figura 27):

- Calcula-se inicialmente o momento resistido pelas abas;

$$M_1 = F_{c1} \times \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$M_1 = 0,85 \times f_{cd} \times h_f \times (b_f - b_w) \times \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

- O momento restante M_2 é absorvido por um elemento retangular (nervura).

$$M_2 = M_d - M_1$$

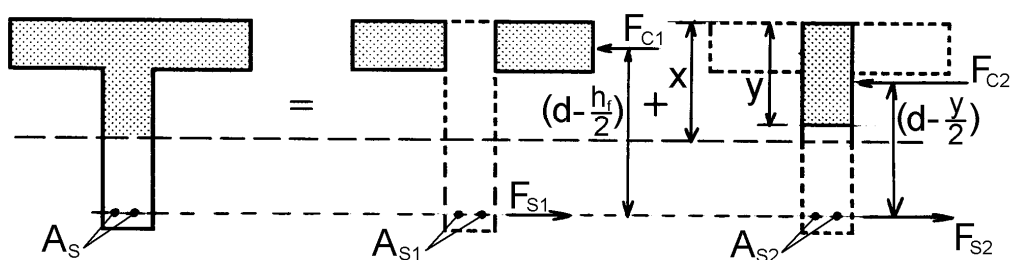


Figura 27: Seção “T” dividida em duas seções, para cálculo do momento resistido pelas abas e alma.

Portanto, a armadura será definida pela expressão:

$$A_p = \frac{M_1}{\left(d - \frac{h_f}{2} \right) \times \sigma_{pd}} + \frac{M_2}{(KZ) \times d \times \sigma_{pd}}$$

4.8 CONCEITO DE MOMENTO HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO EM UMA VIGA CONTÍNUA.

Para efeito de raciocínio toma-se uma viga contínua com dois tramos, sujeita a carga uniformemente distribuída cujo esquema estrutural e de carregamento está indicado na Figura 28 (a). O diagrama de momento atuante na mesma está representado também na Figura 28 (b). Uma solução interessante de trajetória de cabo de protensão para a viga em questão pode ser dada exatamente em forma do diagrama de momento da viga, ou seja, um cabo representante que tem a forma parabólica como a indicada na Figura 28 (c).

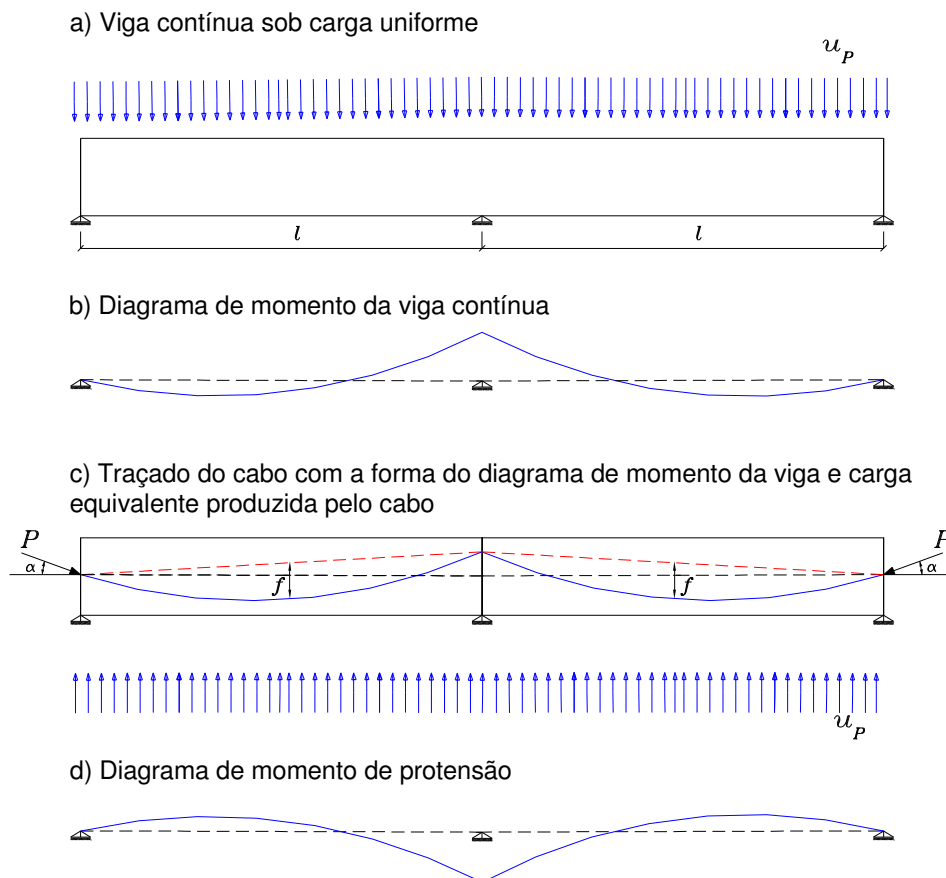


Figura 28: Viga contínua sob carga uniforme e a ação de um cabo parabólico.

Este cabo provocará um carregamento uniforme para cima como está representado na Figura 28 (c), que provocará um diagrama de momento com o formato do indicado na Figura 28 (d), para combater os momentos atuantes na estrutura.

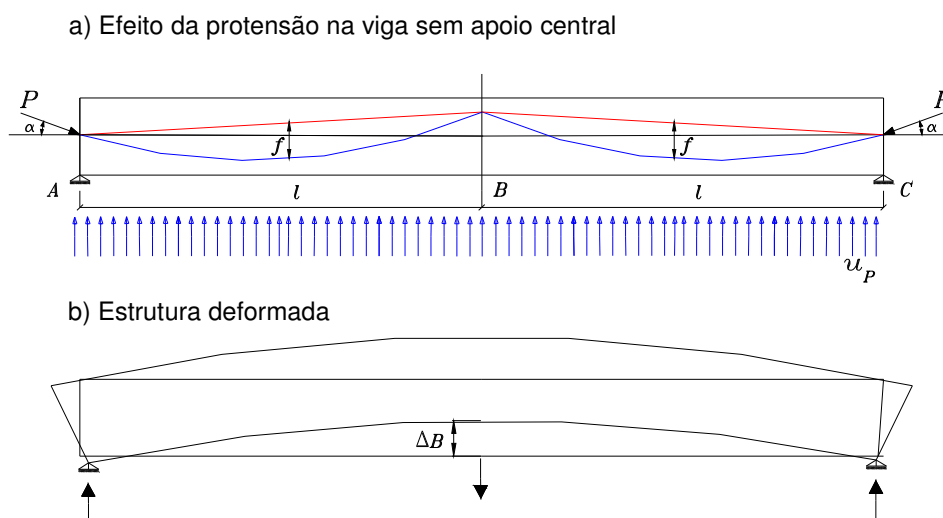


Figura 29: Viga da Figura 28 sem o apoio central, e sob o efeito da protensão.

Com a retirada do apoio central da viga, a situação torna-se conforme a apresentação da Figura 29, apresentando o deslocamento ΔB na posição onde havia a presença do apoio.

Como na realidade no ponto B existe um apoio, surgirá, portanto um esforço RHB, ou seja, uma força concentrada no apoio B devido somente ao efeito da protensão. O cálculo desta força pode ser feito por meio do processo dos esforços e o princípio dos trabalhos virtuais.

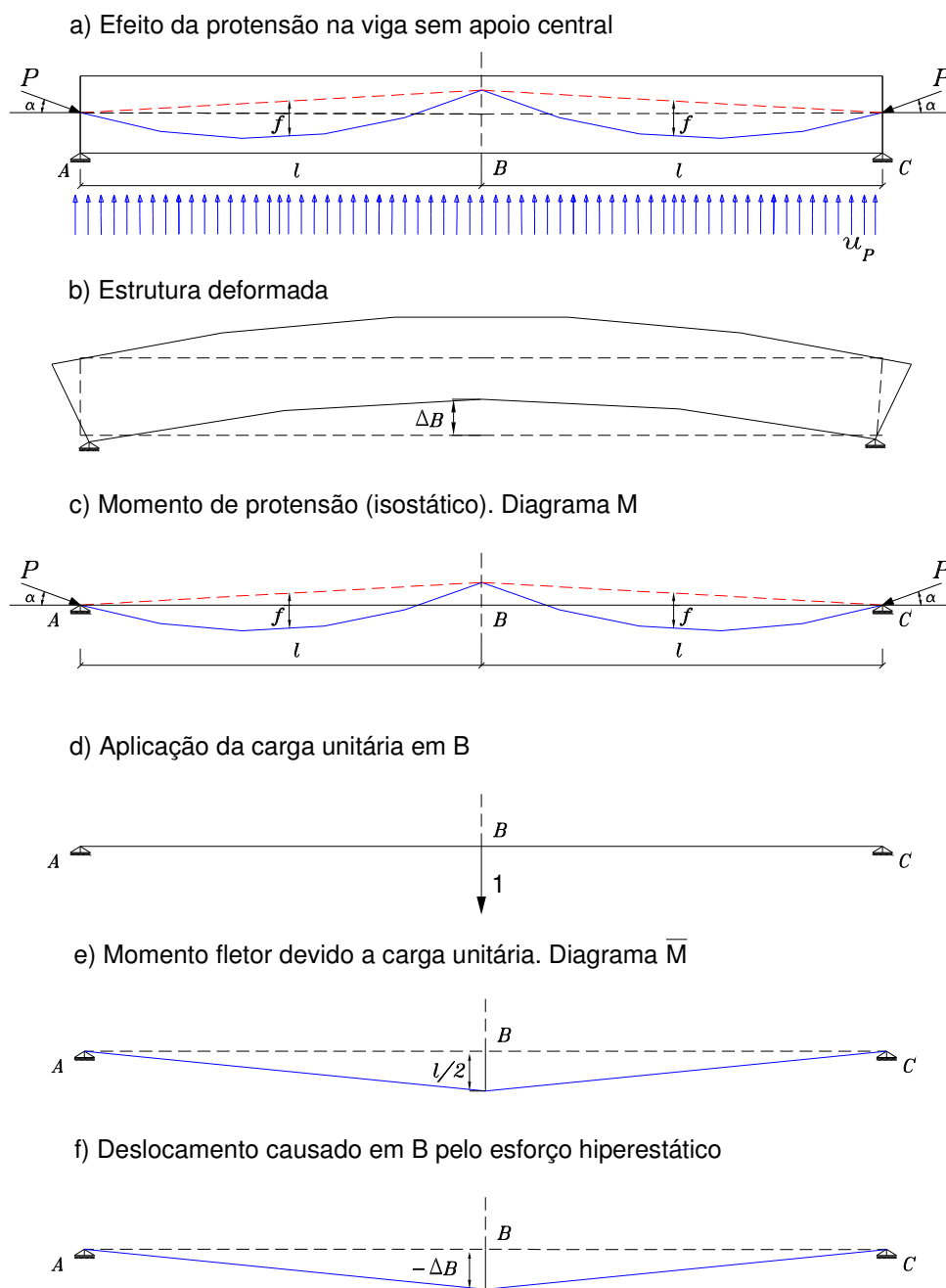


Figura 30: Viga da Figura 29, esquema para o cálculo do momento hiperestático de protensão no apoio B.

Na Figura 30 mostra-se esquematicamente como o cálculo da reação no apoio B pode ser calculada. Considera-se neste apoio uma carga unitária na direção da reação do apoio em B. O deslocamento causado por esta carga é dado por:

$$\delta B = \int_0^{2l} \bar{M} \times \bar{M} \, dx$$

Já o deslocamento causado pela protensão é dado por:

$$\Delta B = \int_0^{2l} M_p \times \bar{M} \, dx$$

Onde:

M_p = momento devido à protensão (isostático).

Sendo X_B a reação hiperestática a se determinar e que causará uma deformação igual a ΔB . Ou seja, pode-se escrever:

$$\Delta B = X_B \times \delta B$$

Resultando em:

$$\int_0^{2l} M_p \times \bar{M} \, dx = X_B \int_0^{2l} \bar{M} \times \bar{M} \, dx$$

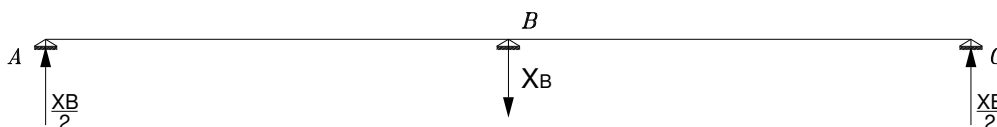
E, portanto:

$$X_B = \frac{\int_0^{2l} M_p \times \bar{M} \, dx}{\int_0^{2l} \bar{M} \times \bar{M} \, dx}$$

Notar que a integral do numerador pode ser nula. Quando este caso ocorre diz-se que o cabo é concordante e, portanto, não causa efeito hiperestático.

Uma vez determinado o valor de X_B , resulta, neste caso, os valores das reações nos outros apoios, sendo, que $X_A = X_B = X_C = X_B/2$ apresentando o diagrama da Figura 31.

a) Reações hiperestáticas de protensão



b) Momento fletor hiperestático de protensão

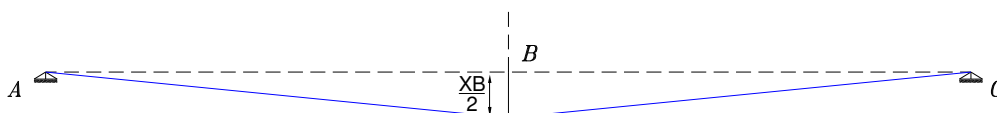


Figura 31: Esforços e diagrama hiperestático de protensão da viga da Figura 30.

Pelo que foi conceituado pode-se agora apresentar uma relação muito importante em que as estruturas elásticas lineares (vigas, pórticos, etc.) em uma seção, o momento fletor final de protensão é a soma dos momentos fletores hiperestático e isostático, ou seja:

$$M_f = M_i + M_h$$

Com:

M_f = Momento final de protensão;

M_i = Momento isostático de Protensão;

M_h = Momento Hiperestático de Protensão.

Para os cálculos dos esforços hiperestáticos de protensão, deve-se considerar que o cabo da viga necessitaria de uma parte curva próxima ao apoio central e também as perdas ao longo do tempo. Na seção do apoio central o momento hiperestático de protensão obteve sinal contrário ao das cargas atuantes, o que não ocorre para a seção do meio do vão, pois ocorre um alívio de tensões no apoio central devido à inversão do momento ocasionado pelo traçado do cabo.

O efeito da protensão em peças hiperestáticas pode provocar esforços hiperestáticos de protensão e particularmente o momento hiperestático. Neste caso é importante notar que ao se calcular a armadura longitudinal de protensão, considera-se o efeito do momento isostático de protensão, faltando, portanto, considerar o efeito do hiperestático de protensão. Assim, o valor do momento M_d deverá levar em conta além dos valores usuais (cargas permanente,

acidentais, etc), o efeito do hiperestático, cujo coeficiente de ponderação, segundo a NBR6118:2007 deverá ser, em casos usuais, 1,2 ou 0,9.

Outro fato importante é a consideração do hiperestático de protensão no valor de M_d que estará sendo usado para determinar A_p , estimando o valor do momento hiperestático, pois ainda não se conhece o valor da força de protensão.

4.9 VERIFICAÇÃO NO TEMPO ZERO

Os elementos protendidos apresentam uma particularidade que é a verificação da segurança em relação ao estado limite último no ato da protensão, ou seja, verificação em vazio, prescrita pela NBR6118:2007 sob o item 17.2.4.3.2

A verificação pode ser feita considerando o estágio I, que representa um comportamento elástico linear dos materiais, podendo dizer que o concreto ainda não está fissurado.

A norma apresenta condições a serem satisfeitas para que seja verificada de forma simplificada.

A tensão máxima de compressão no concreto não deve ser superior a 70% da resistência característica do concreto para a idade da aplicação da protensão, lembrando que as tensões de solicitação são obtidas pela multiplicação de um coeficiente de ponderação das cargas que efetivamente atuam. Sendo o fator de ponderação da protensão (γ_p) igual a 1,0 para o caso de pré-tração e de 1,1 para a pós-tração.

A tensão normal máxima na borda menos comprimida do concreto possui dois limites. Considerando a colocação de armadura de tração (podendo ser ativa ou passiva) as tensões não devem ser superiores a 1,2 vezes a resistência à tração f_{ctm} , correspondente ao valor representado pela resistência do concreto na idade de aplicação da protensão (f_{ckj}). Caso a opção seja de não colocação de armadura na seção tracionada, basta fazer com que as tensões normais sejam menores ou iguais à zero, ou seja, de compressão.

Como informação, é usual a colocação de armaduras ativas ou passivas para elemento como vigas, lajes maciças e estacas. As lajes alveolares são fabricadas através do sistema de extrusão ou de saque (através de formas deslizantes), impossibilitando ou dificultando a colocação de armaduras passivas, assim para os cálculos são adotadas tensões nulas.

Na presença de tensões de tração a armadura deve ser calculada no estágio II, sendo considerado que a força gerada na armadura não deve corresponder a tensões superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e de 250 MPa em barras nervuradas.

Em geral, para os elementos com pré-tração a verificação é realizada nas seções próximas ao apoio (comprimento de transferência ou de ancoragem), enquanto que na pós-tração a seção mais desfavorável costuma ser no meio do vão com o máximo momento (para elementos simplesmente apoiados). Salientando que é necessário fazer as duas verificações e adotar a mais desfavorável.

5 CÁLCULO E VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS) NA FLEXÃO

Uma estrutura de concreto armado ou protendido obrigatoriamente deve garantir a total segurança em toda sua vida útil, necessitando para isso o cálculo no estado limite último. Mas não se pode esquecer que estas estruturas devem atender os requisitos de utilização e funcionamento, necessitando assim de uma verificação no estado limite de serviço (ELS). As verificações correspondentes ao ELS são os estados limites de fissuração, deformação excessiva, descompressão e a vibração excessiva.

Toda edificação deve garantir não só a total segurança contra a ruptura, como também a durabilidade e condições visuais satisfatórias, compatível a sua utilização de projeto.

Um fator preponderante à durabilidade das estruturas de concreto é o controle de fissuração. A abertura de fissuras pode degradar rapidamente o concreto superficial e a armadura da peça, comprometendo o uso e a vida útil da peça. Dependendo das condições ambientais em que a edificação está inserida a deterioração poderá ser mais acelerada, sendo que o aumento de oxidação das armaduras dar-se-á em ambientes com altos graus de gás carbônico (CO₂) ou em regiões litorâneas.

Outros fatores como alta porosidade do concreto, cobrimento insuficiente da armadura e agentes agressivos (produtos químicos ou alcalinos) podem contribuir para a durabilidade da estrutura. O projetista tendo analisado todos os fatores do local da edificação, deve projetar as partes da estrutura de acordo com normas vigentes e especificações de projeto, evitando que as peças sofram o ataque de agentes externos (agentes ambientais ou químicos), controlando as aberturas de fissuras, causadas pela flexão, detalhando as armaduras e se necessário, aumentar a sua quantidade.

O controle da durabilidade é um assunto que se alia diretamente ao controle do cobrimento das armaduras, ao fator água cimento (a/c) e a resistência mínima do concreto (fator que depende da porosidade e homogeneidade). A oxidação da armadura de flexão é a principal causa da perda de durabilidade da estrutura, pois com a diminuição da seção das barras longitudinais, perde-se área resistente aos esforços solicitantes da peça. Portanto com a adoção de técnicas normativas de execução, detalhamento e controle de fissuração as estruturas tenderão à maior durabilidade e conforto visual.

O fator estético também se faz presente nesta análise, pois está intrinsecamente unido à fissuração. Algumas estruturas podem apresentar grandes deformações (flechas), ocasionando mal estar, fobia e desconforto psicológico nas pessoas, bem como a impossibilidade de montar aparelhagem (galpões industriais). Outras peças como as vigas calhas e telhas “W”, nunca poderão perder sua declividade (contra-flecha), pois não escoariam a água para qual foram projetadas.

Cabe ressaltar que a fissuração foi colocada como verificação no estado limite de serviço da estrutura, mas no caso do concreto protendido o estado de fissuração pode ser utilizado como fator de cálculo das armaduras longitudinais e depois fazer a verificação no estado limite último (ELU).

5.1 DEFINIÇÃO DOS ESTADOS LIMITES

A norma NBR6118:2007 define sob o item 3.2, vários estados limites a fim de garantir a durabilidade e especificações nos projetos.

- **Estado limite último (ELU):** Estado limite relacionado ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura;
- **Estado limite de formação de fissuras (ELS-F):** Estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,inf} = 0,21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}$;
- **Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W):** Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados na Tabela 12;
- **Estado limite de descompressão (ELS-D):** Estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção. Verificação usual no caso do concreto protendido;
- **Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP):** Estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma distância a_p da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão;
- **Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE):** Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Usual no caso do concreto protendido na ocasião da aplicação da protensão;

- **Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF):** Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal de funcionalidade;
- **Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE):** estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para utilização normal de construção.

5.2 TIPOS DE PROTENSÃO A PARTIR DA CONDIÇÃO DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL (CAA).

O tipo de protensão, quanto a sua intensidade, é definido de acordo com a classe de agressividade ambiental. Para cada tipo definido fazem-se necessárias verificações de tensões normais no concreto, seções transversais ou verificação de abertura máxima de fissuras. O grau de protensão exigido, quando a condição de fissuração for preponderante, conduz ao emprego de uma armadura ativa maior ou menor.

Os níveis de protensão estão relacionados com a intensidade da força de protensão que é função da proporção da armadura ativa com a passiva.

A primeira definição a ser feita é a condição ambiental na qual a edificação se enquadra, assim, pode-se estabelecer a intensidade de proteção a se utilizar. As exigências prescritas pela NBR6118:2007, são apresentadas na Tabela 12, que relaciona a classe de agressividade ambiental (CAA), a intensidade da protensão, a abertura de fissuras e o tipo de combinação a se realizar para as ações em serviço.

Tabela 12: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e a proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	--
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D ¹⁾	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ¹⁾	Combinação freqüente

Fonte: Item 13.4.2 da NBR6118:2007.

Nota-se que para o concreto armado os limites de aberturas de fissuras são maiores em detrimento ao concreto protendido, bastando fazer a verificação em serviço com a combinação frequente. No concreto protendido, dependendo do nível de protensão é necessário fazer duas verificações de tensões, no estado limite de formação de fissura e no estado de descompressão.

5.3 RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO

Segundo a NBR6118:2007 a resistência à tração direta do concreto (f_{ct}) pode ser considerada igual a 0,9 da resistência à tração indireta ($f_{ct,sp}$) ou 0,7 da resistência à tração na flexão ($f_{ct,f}$), com os valores obtidos através de ensaios.

Na ausência de ensaios, a obtenção dos valores de $f_{ct,sp}$ e $f_{ct,f}$ é referente ao valor médio ou característico, seguindo as equações:

$$f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \times f_{ct,m}$$

Onde os valores são expressos em megapascal (MPa).

5.4 MOMENTO DE FISSURAÇÃO

No estado limite de serviço as estruturas podem apresentar partes no estágio I (não fissurado) e partes no estágio II (fissurada). Um fator para fazer a distinção entre os dois estágios é definido pelo momento de fissuração. Assim a estrutura apresenta-se fissurada a partir do instante em que o momento de fissuração (M_r) ultrapassa o valor do momento atuante (M_{at}).

A NBR6118:6007 estipula no item 17.3.1 uma fórmula para a determinação do momento de fissuração para armaduras passivas (concreto armado), calculada de forma aproximada. Assim:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_i}$$

Onde:

α é o fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, sendo 1,2 para seções “T” ou duplo “T” e 1,5 para seções retangulares;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, sendo que para o momento de fissuração utiliza-se o $f_{ctk,inf}$ conforme o item 8.2.5 da NBR 6118:2007. Os valores devem ser expressos em megapascal (MPa).

Para o cálculo do momento de fissuração ao utilizar armadura ativa (concreto protendido) deve ser adicionada à fórmula os efeitos da protensão, pois ocorre a inserção de uma força normal a seção transversal da peça, aumentando o valor do momento de fissuração. Portanto:

$$M_r = (N_p \times e_p) + \left(\alpha \times f_{ct} + \frac{N_p}{A_{seção}} \right) \times \frac{I_c}{y_t}$$

Onde:

$A_{seção}$ é a área da seção transversal de concreto;

N_p é a força normal de protensão;

e_p é a excentricidade em relação ao ponto de aplicação da força normal até o centro de gravidade da seção transversal.

5.5 ABERTURA MÁXIMA DE FISSURAS

A verificação de aberturas máximas do concreto armado e protendido são similares, de acordo com a NBR6118:2007, deve-se garantir, com razoável probabilidade, que as aberturas de fissuras estejam dentro de limites que não comprometam as condições de serviço e a durabilidade da estrutura.

Segundo CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2004), fissuras são inevitáveis em estruturas de concreto armado, mas também são permitidas em peças em concreto protendido com protensão parcial, em que existem tensões de tração resultantes de carregamento direto ou por restrição a deformações impostas. Podem ainda ocorrer por outras causas, como

retração plástica ou térmica e expansão devida às reações químicas internas do concreto nas primeiras idades. Essas aberturas podem representar um estado de fissuração inaceitável.

As fissuras devem ser evitadas ou limitadas por meio de cuidados tecnológicos, especialmente na definição do traço do concreto e nos cuidados de cura do mesmo.

De maneira geral, em estruturas bem projetadas e construídas sob cargas especificadas na normalização (com combinação de ações frequentes), quando as fissuras apresentarem aberturas que respeitem, no caso de concreto protendido a abertura de 0,2 mm ou no concreto armado de 0,2; 0,3 e 0,4 mm, não haverá perda de durabilidade ou perda de segurança quanto aos estados limites últimos.

As aberturas w_k da Tabela 12 referem-se a valores característicos limites para garantir proteção adequada das armaduras quanto à corrosão. Não se deve esperar, no entanto, que as aberturas reais de fissuras correspondam estritamente aos valores indicados, isto é, fissuras reais podem eventualmente ultrapassar estes limites.

5.5.1 Controle da fissuração através da limitação da abertura estimada das fissuras

A norma NBR 6118:2007 em seu item 17.3.3 estabelece critérios para a verificação dos valores limites da abertura de fissuras, para peças lineares, analisadas isoladamente, e submetidas à combinação de ações definidas através da Tabela 12.

A avaliação dos valores das aberturas de fissuras, na verificação do estado limite (item 17.3.3.2 da norma), é feita para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passivas e ativas aderentes (excluindo os cabos de protendido que estejam dentro de bainhas), que controlam a fissuração da peça, considerando-se uma área A_{cr} do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de $7,5 \times \phi$ do contorno do elemento da armadura.

É conveniente que toda a pele (região próxima à superfície) da viga na sua zona tracionada tenha armaduras que limitem a abertura de fissuras na região $A_{cr,i}$ considerada e que seja mantido um espaçamento menor ou igual a $15 \times \phi$, conforme indicado na Figura 32.

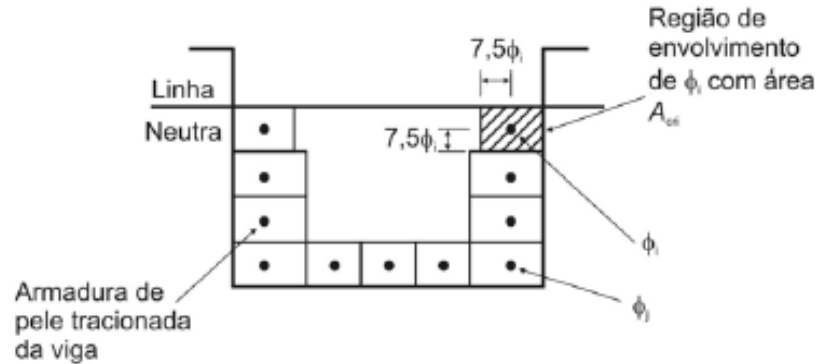


Figura 32: Concreto de envolvimento da armadura (Figura 17.3, da NBR 6118:2007).

Fonte: Figura 17.3 da NBR6118:2007.

O cálculo da abertura de fissuras (w) determinado para cada parte da região de envolvimento será o menor dentre os dois valores obtidos pelas duas expressões a seguir, com σ_{si} , ϕ_i , E_{si} e ρ_{ri} definidos para cada área de envolvimento:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ct,m}}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{(12,5 \times \eta_i)} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

Sendo:

$A_{cr,i}$ = área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i ;

E_{si} = o módulo de elasticidade do aço da barra considerada ϕ_i ;

ϕ_i = diâmetro da barra que protege a região de envolvimento;

ρ_{ri} = taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento ($A_{cr,i}$);

η_i = coeficiente de conformação superficial η_i da armadura passiva considerada⁽¹⁾;

$f_{ct,m}$ = resistência média do concreto à tração⁽²⁾;

σ_{si} = tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II⁽³⁾.

Nos elementos estruturais de protensão, σ_{si} é o acréscimo, no centro de gravidade da armadura, entre o estado limite de descompressão e o carregamento considerado. Deve ser calculado no estágio II considerando toda a armadura ativa, inclusive aquela dentro de bainha.

Notas:

1-) O coeficiente η_1 que mede a conformação superficial é dado no item 9.3.2.1 da norma, e vale 1,0 para barras lisas (CA-25), 1,4 para barras entalhadas (CA-60) e 2,25 para barras (nervuradas) de alta aderência (CA-50).

Para fios lisos de protensão $\eta_1 = \eta_{p1} = 1,0$ para cordoalhas de 3 e sete fios $\eta_{p1} = 1,2$ e para fios dentados $\eta_{p1} = 1,4$;

2-) $f_{ct,m}$ é definido no item 8.2.5 da norma ($f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$);

3-) O cálculo no Estádio II (que admite comportamento linear dos materiais e despreza a resistência à tração do concreto) pode ser feito considerando $\alpha_e = 15$ (relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto com carregamentos frequentes e quase permanentes) e $\alpha_e = 10$ (para carregamentos raros).

Para evitar o cálculo no estágio II pode-se, a favor da segurança, considerar, de maneira simplificada, a tensão na armadura dada por:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{1,4} \times \frac{g_1 + g_2 + \psi_1 \times q}{g_1 + g_2 + q} = \frac{f_{yk}}{1,4 \times 1,15} \times \frac{g_1 + g_2 + \psi_1 \times q}{g_1 + g_2 + q}$$

5.5.2 Controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras

A peça atende ao estado limite de fissuração (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado) sem a avaliação da grandeza da abertura da fissura (item 17.3.3.3, NBR 6118:2007), quando forem atendidas as exigências de cobrimento e de armadura mínima determinadas pela norma e as restrições da classe de agressividade ambiental, apresentada pela Tabela 13, quanto ao diâmetro máximo ($\phi_{máx}$) e ao espaçamento máximo ($S_{máx}$). A tensão σ_s deverá ser determinada no Estádio II.

Tabela 13: Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência.

Tensão na barra	Valores máximos			
	Concreto sem armaduras ativas		Concreto com armaduras ativas	
σ_s MPa	$\phi_{m\acute{a}x}$ mm	$s_{m\acute{a}x}$ cm	$\phi_{m\acute{a}x}$ mm	$s_{m\acute{a}x}$ cm
160	32	30	25	20
200	25	25	16	15
240	16	20	12,5	10
280	12,5	15	8	5
320	10	10	6	-
360	8	6	-	-

Fonte: Item 17.3.3.3 da NBR6118:2007.

5.5.3 Estado limite de descompressão e de formação de fissuras

Em peças de concreto que utilizam armadura ativa (protensão), pode ser necessária a verificação da segurança em relação aos estados limites de descompressão e formação de fissuras. Sendo definida de acordo com o local da edificação, ou seja, o que define a verificação é a classe de agressividade ambiental (CAA).

Nos casos de CAA II para pré-tração e CAA III e IV para pós-tração, a protensão está definida como limitada, ocasionando a verificação no ELS-F para combinação frequente e no ELS-D para combinação quase permanente.

Já para CAA III e IV para pré-tração, deve-se verificar no ELS-F com combinação rara e no ELS-D com combinação frequente.

O tipo de combinação e da protensão adotada, está intrinsecamente relacionada com a CAA.

As verificações podem ser feitas calculando a máxima tensão de tração do concreto no estágio I, ou seja, concreto não fissurado e com comportamento elástico dos materiais (respeitando a Lei de Hooke).

6 DETALHAMENTO

Neste capítulo 6, são apresentados e desenvolvidos os detalhamentos na seção transversal das peças, considerando cobrimentos, pentes de protensão, pinos, espaçamento entre as armaduras longitudinais, armaduras mínimas e máximas e verificação da altura útil arbitrada. É apresentada também uma compilação das indicações sobre o tema das normas NBR6118:2007 e NBR9062:2005, assim como a NBR14931:2004.

O detalhamento dos elementos estruturais de concreto garante a perfeita exequibilidade dos serviços relacionados à concretagem e posicionamento das armaduras. As realizações operacionais para uma sequência construtiva da montagem e de trabalhos de concretagem devem ter a obrigatoriedade de seguir exatamente as dimensões dos elementos, o posicionamento das armaduras e as características exigidas para cada tipo de ambiente.

Com os trabalhos executados de maneira rigorosa, a estrutura além de garantir que as hipóteses de cálculo e de projeto estejam próximas do executado, também garante uma maior vida útil da estrutura (aumento da durabilidade).

Cada sistema construtivo possui suas particularidades de normas e construtivas, pois são executadas com as mais diversas técnicas, disponibilidade de materiais e espaços de armazenamento ou restrições arquitetônicas de vãos e alturas.

6.1 COBRIMENTOS

Para os elementos de concretos sendo eles armados ou protendidos, deve-se respeitar o cobrimento mínimo de acordo com a classe de agressividade ambiental, bem como, o tipo de sistema estrutural empregado.

O cobrimento correto é necessário para a proteção das armaduras contra os agentes ambientais externos, protegendo-as contra a oxidação e corrosão, garantindo uma maior vida útil da estrutura de concreto. A Figura 33 demonstra o modo de execução de um correto cobrimento das armaduras utilizado para os diversos sistemas estruturais de concreto, através da inserção de um elemento, normalmente de plástico, chamado de espaçador. O espaçador pode ser encontrado em diversos modelos e tamanhos, dependendo do tipo de elemento a ser concretado e da exigência de cobrimento necessária, sendo fixado na armadura mais externa do elemento.

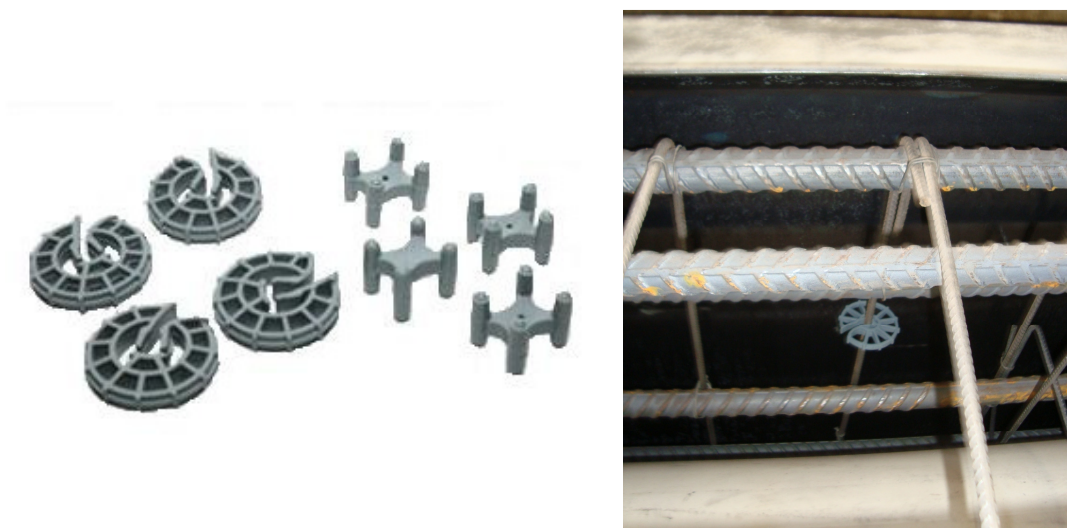


Figura 33: Espaçadores e detalhes da fixação de um espaçador em armadura.

Em elementos com cobrimento abaixo do mínimo estabelecido pela NBR 6118:2007, onde as intempéries externas alcançam as barras de aço, pode ocorrer uma oxidação da armadura. A corrosão da armadura aumenta o volume das moléculas de ferro ocasionando a fissuração do concreto, e até em casos mais extremos, o desprendimento da parte do concreto, deixando as barras de aço totalmente aparentes.

Para atender os critérios estabelecidos pelas normas, o cobrimento mínimo deve ser respeitado ao longo de todas as faces do elemento de concreto. Tanto o projeto como a execução dos elementos deve considerar o cobrimento nominal ($C_{nom.}$), que é a somatória do cobrimento mínimo com um fator de tolerância de execução (Δ_c). O valor da tolerância é definido no item 7.4.7.3 da NBR 6118:2007, sendo um valor igual ou superior a 10 mm.

Para elementos com elevado controle de qualidade e rígidos limites de tolerâncias da variabilidade das medidas durante o processo de concretagem e execução, pode-se adotar um valor de Δ_c igual a 5 mm.

Ao se falar de cobrimentos nominais mínimos, entende-se que é o valor representado pela face do concreto até a face da armadura mais externa, geralmente sendo o estribo.

Para uma barra qualquer o cobrimento nominal deve respeitar o valor da espessura da barra de aço ou do feixe, ou em sistema de pós-tração, 0,5 vezes o diâmetro da bainha.

No traço do concreto utilizado para a confecção do elemento, os agregados graúdos podem ter dimensões máximas superiores a 20 % do cobrimento nominal.

Há construções com controle rígido de execução, sendo principalmente os casos dos elementos pré-moldados e pré-fabricados. Para estes casos a NBR 9062:2005 estabelece uma tolerância menor comparada com a NBR 6118:2007.

Elementos pré-moldados são aqueles que são previamente moldados fora do local de utilização definitiva da estrutura, sendo que dispensam a existência de laboratórios. Devido ao controle mediano, o valor da tolerância é igual a 5 mm.

Já elementos pré-fabricados são aqueles executados industrialmente em instalações permanentes (fábricas) destinadas a este fim, sendo que a mão de obra deve ser especializada e treinada, insumos qualificados, com avaliação de desempenho, inspeções de recebimento e ensaios. Os elementos são produzidos com auxílio de maquinário e executados conforme a NBR 14931:2004 e a NBR 12655:1996, devendo-se, ainda, possuir laboratório e inspeções das etapas do processo executivo. Para este sistema a NBR 9062:2005, estabelece que com ensaios de comprovação da durabilidade do concreto, ou com f_{ck} superiores a 40 MPa e fator água/cimento menor ou igual a 0,45, os cobrimentos nominais podem ainda ser reduzidos em mais 5 mm, ou seja, sem a presença de uma tolerância. Portanto, não se permite valores inferiores aos estipulados na Tabela 14.

Tabela 14: Cobrimentos nominais mínimos para elementos pré-fabricados.

Tipologia	Cobrimento (mm)
Lajes em concreto armado	≥ 15
Demais peças em concreto armado (vigas e pilares)	≥ 20
Peças em concreto protendido	≥ 25
Peças delgadas protendidas (telhas e nervuras)	≥ 15
Lajes alveolares protendidas	≥ 20

Devido à grande gama de sistemas estruturais de concreto, cobrimentos diversos para cada elemento e classe de agressividade variando de I a IV, apresenta-se a Tabela 15, representando um resumo dos cobrimentos nominais para os elementos de concreto.

Tabela 15: Cobrimentos nominais mínimos para diferentes tipologias.

Tipologia	Elementos Componentes	Tolerância Δc (mm)	Classe de Agressividade Ambiental			
			I	II	III	IV
			Cobrimento Nominal (mm)			
Concreto Armado	laje	10	20	25	35	45
	viga / pilar		25	30	40	50
Concreto protendido usual	todos	10	30	35	45	55
Concreto Pré-Moldado	todos	5	20	25	35	45
Concreto Pré-Fabricado	laje	0	15	15	25	35
	viga / pilar		20	20	30	40
	protendidos		25	25	35	45

Para o caso de cordoalhas engraxadas, que trata-se de um sistema de protensão sem aderência, todas as condições indicadas anteriormente são válidas.

No sistema de elementos com aderência posterior e com diversas cordoalhas dentro de uma bainha (metálica), o cobrimento deve ser considerado em relação à bainha.

6.2 ESPAÇAMENTOS HORIZONTAIS E VERTICAIS

A limitação de espaçamentos entre as barras deve proporcionar a garantia de estabilidade da armação para a concretagem (permanência dos elementos nas posições estabelecidas no projeto). A armadura tem a função de atender os requisitos necessários à aderência, a manutenção da altura e o trabalho conjunto do sistema aço-concreto, para as solicitações de cálculo e de serviço.

Os espaçamentos mínimos entre as barras também devem ser projetados e garantidos durante a concretagem para um perfeito lançamento e adensamento, possibilitando a inserção de vibradores e passagem do concreto entre as barras, para que não ocorram vazios de concretagem e segregação dos agregados.

A NBR6118:2007 sob o item 18.3.2.2 estabelece os espaçamentos mínimos livres entre as barras longitudinais, sendo medidas a partir da seção transversal. Os valores de projeto devem ser iguais ou superiores ao determinado pela norma.

Assim, em um corte transversal genérico de um elemento mostrado na Figura 34 há valores mínimos na direção vertical (a_v) e na direção horizontal (a_h), medidos em relação à face externa da barra. São mostradas também as distâncias em relação ao eixo das barras de aço, que correspondem à somatória de um diâmetro em relação à a_v e a_h . Para cada direção a norma estabelece três valores distintos, sendo que deve ser estabelecido o maior entre eles.

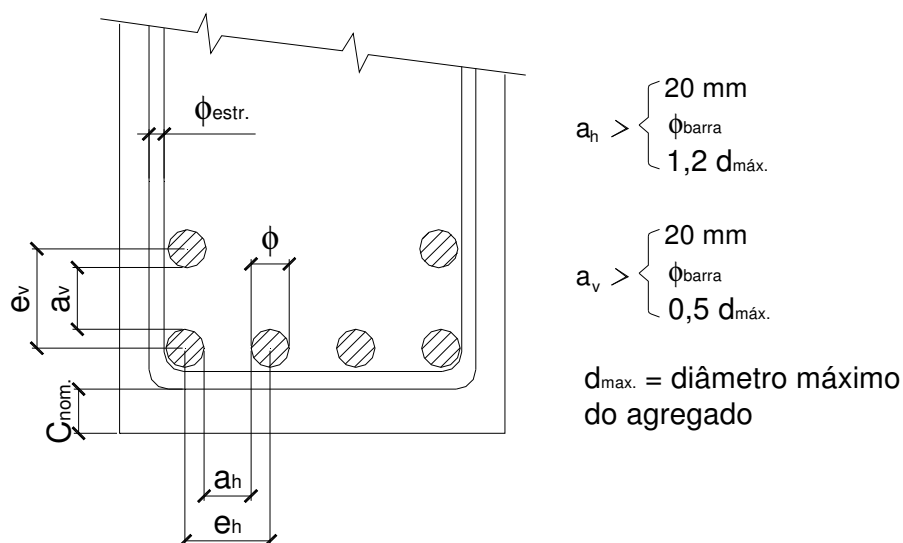


Figura 34: Detalhe genérico para os espaçamentos mínimos para armadura passiva.

Na direção vertical (a_v), tem-se:

$$a_v \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ \phi_{\text{barra}} = \phi_{\text{feixe}} = \phi_{\text{luva}} \\ 0,5 \times d_{\text{máx. agregado}} \end{cases}$$

Na direção horizontal (a_h), tem-se:

$$a_h \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ \phi_{\text{barra}} = \phi_{\text{feixe}} = \phi_{\text{luva}} \\ 1,2 \times d_{\text{máx. agregado}} \end{cases}$$

onde:

$\phi_{\text{barra}} = \phi_{\text{feixe}} = \phi_{\text{luva}}$ = o diâmetro da barra, feixe ou da luva.

Comercialmente pode-se encontrar dois tipos distintos de barras de aço de construção, as lisas e as com mossas ou saliências. Segundo FUSCO (1995), para a determinação do diâmetro das barras que apresentam mossas ou saliências, deve-se acrescentar 4% ao seu valor, ou seja, o diâmetro total da barra é de $\phi_{\text{barra}} = \phi + 0,04 \times \phi$.

Para as regiões de emendas devem ser aplicados os mesmos valores estabelecidos para as direções horizontais e verticais.

Para o sistema que utiliza fios e cordoalhas a NBR9062:2005 estabelece no item 9.2.1 os valores mínimos que são iguais para a direção horizontal e vertical (a_p), medidos a partir da face externa da armadura, conforme a Figura 35 e determinados pelo maior entre os três valores.

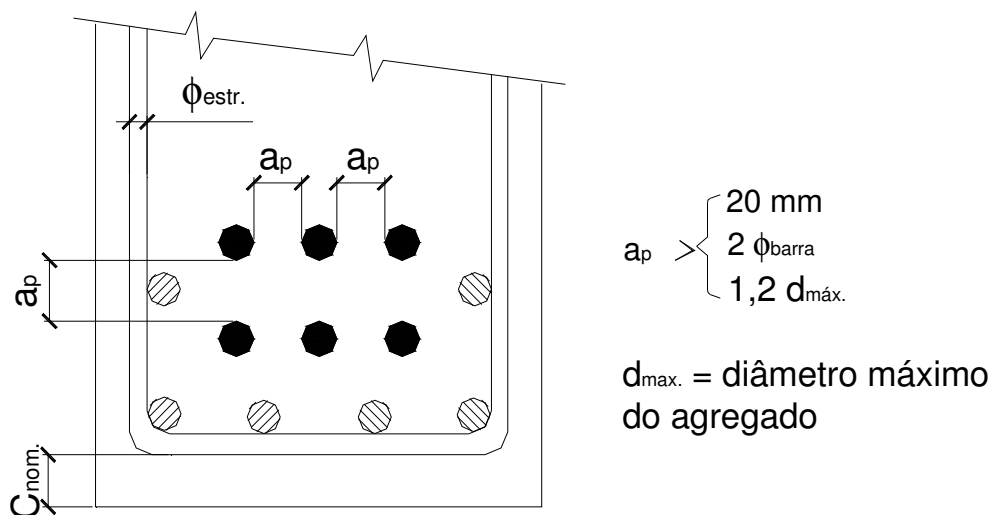


Figura 35: Detalhamento gen\u00e9rico para espa\u00e7amentos m\u00ednimos para armadura ativa.

Assim, tem-se:

$$a_p \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ 2 \times \phi \\ 1,2 \times d_{\text{m\u00e1x. agregado}} \end{cases}$$

onde:

ϕ = o di\u00e2metro do fio ou cordoalha.

No sistema de p\u00f3s-tra\u00e7\u00e3o com ader\u00eancia posterior h\u00e1 ainda a presen\u00e7a das bainhas, que devem ser met\u00e1licas, e capazes de resistir, sem deforma\u00e7\u00e3o, \u00e0 press\u00e3o do concreto fresco e aos esfor\u00e7os de montagem. Elas devem ser estanques e permitir a movimentac\u00e3o dos cabos em seu interior. Na garantia de obedi\u00eancia da norma ficam estabelecidos valores m\u00ednimos para os espa\u00e7amentos entre os cabos de protens\u00e3o, tanto na dire\u00e7\u00e3o vertical quanto na horizontal. Os espa\u00e7amentos est\u00e3o estipulados em rela\u00e7\u00e3o \u00e0 disposi\u00e7\u00e3o das bainhas, conforme demonstrado na Figura 36.

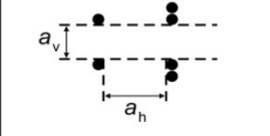
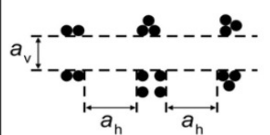
Disposição das bainhas	Espaço livre	
	a_h (horizontal)	a_v (vertical)
	$\geq \phi_{ext}$ $\geq 4\text{cm}$	$\geq \phi_{ext}$ $\geq 5\text{cm}$
	$\geq 1,2\phi_{ext}$ $\geq 4\text{cm}$	$\geq 1,5\phi_{ext}$ $\geq 5\text{cm}$
onde: ϕ_{ext} é diâmetro externo da bainha		

Figura 36: Espaçamentos mínimos para o caso de pós-tração com aderência posterior.
Fonte: Item 18.6.2.3 da NBR6118:2007.

A NBR6118:2007 também apresenta espaçamentos mínimos para os casos de pré-tração, sistemas predominantemente utilizados em fábricas para execução de estruturas pré-fabricadas. Para este caso, são seguidos os espaços mínimos entre os fios ou cordoalhas indicados na Figura 37.

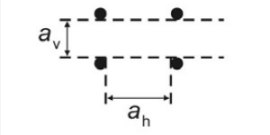
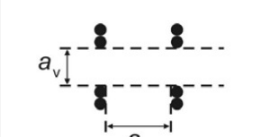
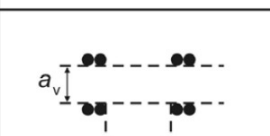
Disposição dos fios ou cordoalhas	Espaço livre	
	a_h (horizontal)	a_v (vertical)
	$\geq 2\phi$ $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$ $\geq 2\text{cm}$	$\geq 2\phi$ $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$ $\geq 2\text{cm}$
	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$ $\geq 2,5\text{cm}$	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$ $\geq 2\text{cm}$
	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$ $\geq 3\text{cm}$	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$ $\geq 3\text{cm}$
onde: ϕ é diâmetro do fio ou cordoalha $d_{m\acute{a}x}$ é a dimensão máxima característica do agregado graúdo		

Figura 37: Espaçamentos mínimos para o caso de pré-tração.
Fonte: Item 18.6.2.3 da NBR6118:2007.

O valor a ser calculado em relação ao diâmetro do agregado, é obtido somente com o tipo de agregado graúdo utilizado para a confecção do traço de concreto, ou previamente determinado em projeto. A Tabela 16 classifica os intervalos usualmente utilizados para os dos tipos de agregados graúdos (brita).

Tabela 16: Classificação comercial da brita.

Tipo de Brita	Diâmetro (mm)
Brita 0 ou pó	4,8 a 9,5
Brita 1	9,5 a 19
Brita 2	19 a 25
Brita 3	25 a 38

Para o cobrimento dos elementos resistentes das lajes protendidas, deve-se ressaltar que a NBR6118:2007 estabelece no item 20.3.2, que os espaçamentos máximos entre os cabos deve ser igual ou inferior a 6 vezes a altura da laje ($a_h \leq 6 \times h$), não devendo exceder o valor de 120 cm. Nas aberturas o cobrimento mínimo das faces deve ser igual a 7,5 cm. (obviamente que este item não se aplica ao caso das cordoalhas de lajes alveolares).

Os cabos que estão dispostos até os apoios devem estar contidos em uma faixa de laje que não ultrapasse a dimensão do pilar (em planta) tomada transversalmente à direção longitudinal da passagem dos cabos, acrescida de 3,5 vezes a espessura da laje para cada um dos lados do pilar.

Nas lajes a armadura ativa deve estar com o mínimo de 5 cm entre elas ou mesmo entre as armaduras passivas.

6.3 PENTES DE PROTENSÃO

Conceitua-se pente de protensão como a placa de apoio do macaco de protensão para os elementos pré-moldados ou pré-fabricados, fixadas na cabeceira ativa e passiva, determinando o posicionamento e espaçamento entre os cabos (cordoalha, corda ou fio). A Figura 38 mostra o detalhe do pente de protensão para um sistema de pré-fabricação (fábrica) de viga, podendo ser analisados os orifícios pelos quais são passados os cabos que posteriormente serão protendidos e fixados com cunhas metálicas. Este elemento também é responsável pela quantidade máxima e o posicionamento dos vários níveis de cabos.



Figura 38: Detalhe do pente de protensão para sistema pré-fabricado.

Antes da execução e fabricação do pente de protensão, deve-se atentar às normas vigentes para que os espaçamentos entre as bordas e entre os cabos estejam definidas, pois nas pistas, ao passar os cabos, cada um possui uma posição determinada.

O material constituinte do pente de protensão é o aço, sendo a espessura do mesmo projetado para evitar deformação apreciável. O pente é fixado em uma cabeceira, constituída de pilares ancorados a uma fundação bastante rígida para que também não sofram nenhum deslocamento. Não são permitidos ao sistema de protensão apoios deformáveis, pois assim não haveria como fazer as verificações necessárias das tensões aplicadas ao cabo. Normalmente a verificação da efetivação da protensão é feita, através da medição da pressão do manômetro no macaco de protensão e o alongamento dos cabos.

Assim, fica claro que o conjunto dos elementos necessários a protensão precisa ser de materiais e fixação pouco deslocável e pouco deformável (desprezíveis), caso não seja, deve-se ter possibilidade de medir as deformações e deslocamentos das partes.

6.4 VERIFICAÇÃO DA ALTURA ÚTIL ARBITRADA

Na fase de concepção, definição e pré-dimensionamento de uma seção é estipulada uma altura útil. Cada calculista possui uma maneira para arbitrar esse valor, que depende obviamente do tipo de peça que está sendo calculada, podendo ser o desconto de 20 cm do total da seção, ou seja, a altura útil arbitrada é estipulada por $d_{arb} = h - 20$ (onde h é a altura da seção em cm).

A altura útil é determinada para que possa dimensionar a armadura longitudinal necessária para combater os esforços solicitantes, calculando o número de cabos e verificando

se o d_{arb} é satisfatório. Podendo ser detalhados e posicionados os cabos na seção transversal da seção, como mostrado na Figura 39. Após o detalhamento faz-se a determinação da altura do centro de gravidade dos cabos (y_{cg}), para que possa verificar a aceitação da altura arbitrada.

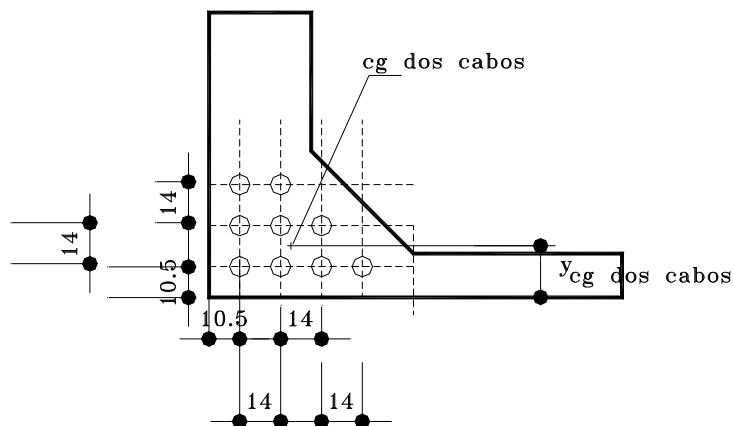


Figura 39: Detalhamento dos cabos em uma seção transversal genérica.

Com isso, pode-se determinar o valor real de d (d_r), sendo a diferença entre a altura total da seção com o valor do centro de gravidade dos cabos, dado por:

$$d_r = h - y_{cg}$$

A análise é feita com a comparação entre os valores da altura real (d_r) com a altura arbitrada (d_{arb}). Se o valor de $d_r \geq d_{arb}$ o cálculo pode ser aceito, caso contrário, $d_r \leq d_{arb}$ necessariamente deve ser refeito o cálculo adequando ao novo valor da altura útil e posteriormente a uma nova configuração do posicionamento dos cabos na seção transversal.

6.5 ARMADURAS MÍNIMAS E MÁXIMAS

O concreto é um material que apresenta uma ruptura frágil quando solicitado a qualquer tipo de esforço que conduz a tensões de tração, ou seja, atingindo o limite de resistência à tração, o material não permite quase nenhum tipo de deformação rompendo bruscamente sem um aviso prévio para algum tipo de intervenção. Para o cálculo de elementos de concreto é necessário a adoção de um momento mínimo, para que seja inserida uma armadura que garanta uma maior resistência à tração e controle da fissuração.

Com a adição de armaduras no concreto, torna-se um elemento de concreto armado, que combinados formam um material composto que resiste de maneira eficiente aos esforços de flexão, tanto para os esforços de tração quanto para os de compressão.

A NBR6118:2007 faz a separação de dimensionamento e limites de armações entre pilares, vigas e lajes, portanto é necessário estudar distintamente cada caso. Salientando que este trabalho não trata dos elementos pilares.

6.5.1 Armaduras mínimas e máximas longitudinais em vigas

O cálculo da armadura mínima é definido por um valor de momento mínimo que produziria a ruptura do concreto simples (sem armadura), supondo que a resistência à tração do concreto seja dada por $f_{ctk,sup}$. No ponto de formação da primeira fissura, acontece a ruptura frágil do concreto simples, estabelecendo a passagem da seção transversal do Estádio I para o II.

Segundo FUSCO (1990) as armaduras mínimas de flexão garantem a condição de ruína avisada, ou seja, em uma situação onde a estrutura é carregada de maneira demasiada, os elementos apresentam avisos de advertência antes do colapso (ruptura), permitindo que seja realizada alguma medida corretiva. Assim, não há perdas materiais ou danos pessoais aos usuários do empreendimento.

A NBR6118:2007 (item 17.3.5.2) estabelece uma armadura mínima de tração em elementos estruturais de concreto armado ou protendido com taxa mínima de 0,15% ou dimensionada por um valor de momento mínimo ($M_{d,min}$) dada pela expressão:

$$M_{d,min} = 0,8 \times W_o \times f_{ctk,sup}$$

Onde:

W_o = é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, em relação à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ = é a resistência característica superior do concreto a tração.

O valor a ser considerado mínimo é o maior entre os dois fatores. O cálculo da armadura com a taxa mínima de 0,15% deve ser feito com os valores da Tabela 17.

Tabela 17: Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^{1)}$ ($A_{s,\min}/A_c$) %							
	f_{ck} ω_{\min}	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

¹⁾ Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado com base no valor de ω_{\min} dado.

NOTA Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

Fonte: Item 17.3.5.2.1 da NBR6118:2007.

Cabe lembrar que a norma ainda cita os elementos superdimensionados que podem ser dimensionados com armaduras menores que as mínimas, sendo que os valores obtidos advêm de um momento fletor igual ao dobro do momento de cálculo (M_d).

Para as armaduras máximas em vigas a NBR6118:2007 estabelece sob o item 17.3.5.2.4, que a somatória das armaduras de tração (A_s) e compressão (A'_s) não devem ser superiores a 4% da área da seção (A_c). A armadura máxima deve ser considerada fora da zona de emendas de barras. Assim:

$$A_{s,\max} = A_s + A'_s \leq 0,04 \times A_c$$

6.5.2 Armaduras mínimas e máximas longitudinais em lajes

Os conceitos básicos das armaduras mínimas foram estabelecidos no item 6.5.1 deste trabalho. No caso de lajes são determinados outros princípios devido à diferença dos mecanismos resistentes de apoios, pois são elementos armados nas duas direções, em detrimento às vigas, que são elementos lineares com somente um sentido de armação.

Para as armaduras preferencialmente utilizam-se barras de aço com alta aderência ou telas soldadas, dispostas conforme projeto estrutural e com os devidos cobrimentos.

A NBR6118:2007 estabelece que as armaduras mínimas para lajes, sendo elas lisas ou cogumelos com armaduras ativas não aderentes ou armaduras passivas, são iguais. As taxas de armações mínimas são diferenciadas entre as barras passivas positivas e negativas.

Quando se tem armadura não aderente, deve-se respeitar para as armaduras mínimas passivas negativas sobre a posição de apoio o valor mínimo de:

$$A_{s,\min} = 0,00075 \times h \times l$$

Onde:

h = a alturas da laje;

l = o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Já para as armaduras mínimas na posição positiva deve-se seguir o estipulado na Tabela 18, que mostra as armaduras nas diferentes tipologias de lajes, sendo com armaduras ativas aderentes ou não aderentes, simplesmente armada em uma ou duas direções.

Tabela 18: Valores mínimos para armaduras passivas aderentes.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,67\rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		-
Onde: $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$. NOTA Os valores de ρ_{\min} constam na tabela 17.3.			

Fonte: Item 19.3.3.2 da NBR6118:2007.

Os valores das taxas geométricas mínimas da armadura longitudinal podem ser retirados da Tabela 17, que apresenta os valores das armaduras de vigas.

Os valores de armaduras máximas para as lajes também segue o determinado para as vigas, sendo que as armaduras de tração (A_s) e compressão (A_s') não devem ser superiores a 4% da área da seção (A_c). Assim:

$$A_{s,máx} = A_s + A_s' \leq 0,04 \times A_c$$

6.6 ARMADURA DE PELE

As armaduras de pele são necessárias para o controle de fissuração nas regiões tracionadas dos elementos. Outro fator importante é o auxílio ao combate dos esforços referentes à flexo-torção, pois são barras dispostas nas paredes dos elementos, criando juntamente com os estribos um elemento de contorno (seção vazada com parede fictícia).

A NBR6118:2007 estabelece um valor mínimo para a armadura de pele (também conhecida como armadura lateral), sendo igual a 0,10% em cada face da área de concreto da alma da viga ($A_{c,alma}$), composta por barra de alta aderência (barras nervuradas, com presença de moedas ou saliências). Assim:

$$A_{s,pele} = 0,001 \times A_{c,alma}$$

A obrigatoriedade da colocação de armadura de pele é em elementos cuja altura seja superior a 60 cm. O posicionamento das armações deve ser com um afastamento entre as barras que não ultrapasse o valor de $d/3$ e 20 cm, sendo o menor entre os dois valores, como mostrado na Figura 40.

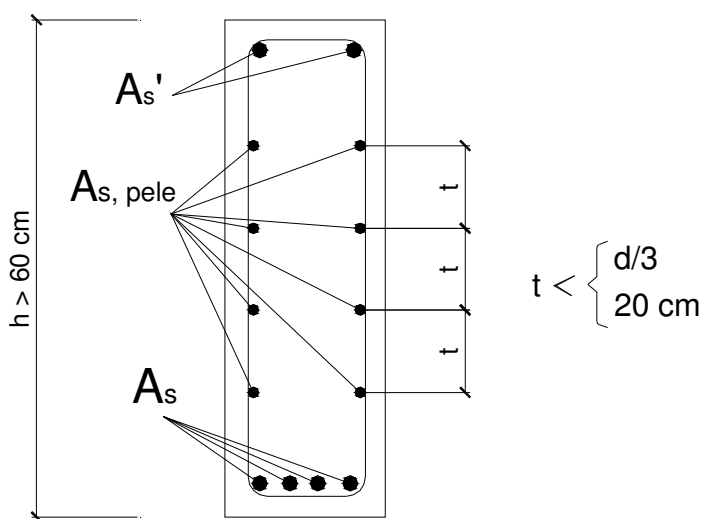


Figura 40: Detalhe genérico dos espaçamentos mínimos para armadura de pele.

Para o caso de elementos com armadura ativa aderente ou não aderente, deve-se respeitar o disposto na norma, ou seja, utilizam-se os mesmos critérios de taxas recomendados para os elementos armados de armadura passiva.

6.7 CONSIDERAÇÕES DA EXISTÊNCIA DOS CHUMBADORES NAS PEÇAS PRÉ-MOLDADAS OU PRÉ-FABRICADAS

O chumbador faz parte de um sistema de ligação entre os componentes pilar e viga. Trata-se de uma barra de aço inserida no concreto do consolo do pilar posicionada paralelo ao eixo do pilar, como pode ser visto na Figura 41. O aço fica saliente ao consolo e se encaixa em um orifício previamente executado na viga, ver Figura 42. Um papel importante do chumbador é servir como guia de montagem das estruturas, que posiciona a viga no seu devido lugar, após a correta montagem o orifício é grauteado, finalizando a ligação.



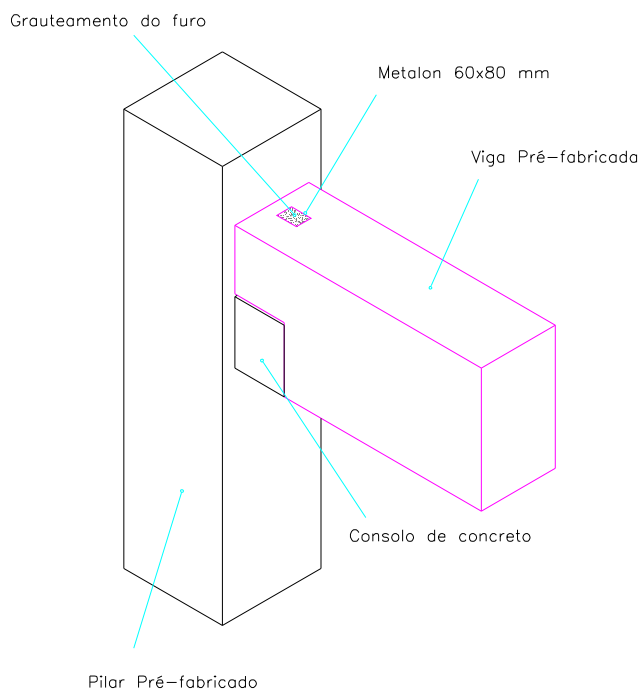
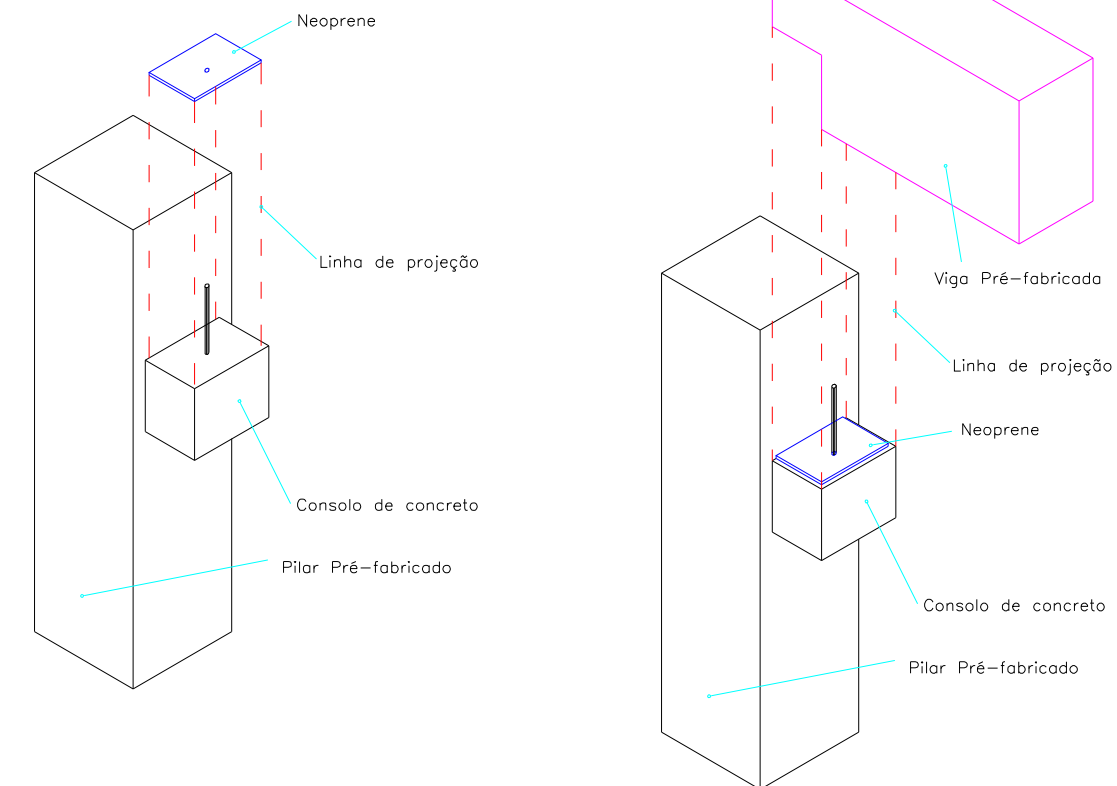
Figura 41: Detalhe do consolo e chumbador em um pilar pré-fabricado.



Figura 42: Detalhe da furação da viga pré-fabricada para posicionamento do chumbador.

A Figura 43 demonstra o esquema de montagem de um sistema pilar-viga, realizado no sistema de pré-fabricação. Inicialmente faz-se o posicionamento do chumbador, deixando-o paralelo ao eixo do pilar, faz-se então, a colocação do neoprene, responsável pela distribuição uniforme dos carregamentos. Assim, procede-se com a colocação da viga, sendo montada na posição correta de projeto, para que a ligação seja finalizada e funcione é grauteado o orifício presente na viga.

ESQUEMA DE MONTAGEM PILAR / NEOPRENE / VIGA



FIXAÇÃO DAS VIGAS DETALHE GENÉRICO

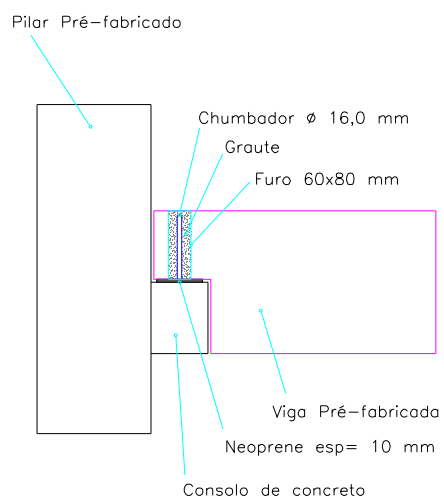


Figura 43: Esquema de montagem do sistema pilar-viga para a ligação com consolo.

A ligação deve ser capaz de transmitir esforços horizontais, sendo importante para combater o tombamento ou arrancamento do elemento. A transferência de esforços faz com que uma tensão não uniforme seja transmitida ao concreto, submetendo o chumbador a um esforço de flexão e cisalhamento na interface concreto-aço.

Dependendo das dimensões, posicionamento e da resistência do chumbador, a ligação pode ser dimensionada de maneiras distintas, sendo articulada, semi-rígida ou rígida, alterando o modelo de cálculo e até a estabilidade global (deslocamento da estrutura ou pórtico)

No caso de estruturas pré-fabricadas ou pré-moldadas, onde ocorrem várias ligações entre pilares e vigas, é notória a presença de chumbadores nos diversos pilares (ligados pelas vigas que os conectam) para resistir a esforços laterais (ação de vento). Na maioria dos casos os chumbadores são posicionados no eixo dos consolos apresentando um comprimento igual à altura da viga que ele receberá. Os chumbadores devem ser de aço do tipo CA-50, devido à presença de moedas (saliências) necessárias para uma melhor ancoragem da peça ao consolo. Este tipo de ligação é rotulada (articulada), ou seja, não existe qualquer tipo de transferência entre o pilar e a viga, sendo esta calculada como uma estrutura bi-apoiada.

Para não ocorrer o apoio direto entre concretos, que acarretaria em apoios desiguais (devido à rugosidade e imperfeição de planicidade) ocorrendo acréscimo de tensões no concreto, podendo levá-lo ao esmagamento, é necessário, de uma maneira geral para as vigas, a colocação de neoprene.

A dureza do neoprene é medida em *shores*, podendo ser fretado ou não fretado, dependendo da grandeza do carregamento apoiado. O neoprene fretado é composto de várias camadas de elastômeros e aço intercaladas, enquanto que o não fretado possui somente o material elastômero sintético de policloropreno.

7 EXEMPLOS

A finalidade dos exemplos numéricos é a de descrever e comentar os passos e considerações de cálculo para cada tipo de situação estrutural, a fim de servir como base para aprendizagem e dimensionamento de elementos protendidos com diversas possibilidades de protensão.

7.1 EXEMPLO 1

Determinar a armadura de protensão no ELU e no tempo infinito da seção retangular de uma ponte, submetida às ações de momento igual $M_{g1} = 3540 \text{ kNm}$ e $M_q = 1910 \text{ kNm}$. Considerar CAA II, $d = 1,45 \text{ m}$, $b_w = 0,70 \text{ m}$, $\sigma_{p\infty} = 1000 \text{ MPa}$, aço de protensão CP190 RB. Considerar inicialmente a peça pré-fabricada e depois moldada no local.

Resolução:

a) peça pré-fabricada com resistência mínima de norma

A classe de agressividade considerada é moderada para um ambiente urbano (CAA II), sendo um fator de risco de deterioração pequeno. Assim a NBR 6118:2007 na tabela 7.1 que determina a qualidade do concreto, apresenta a relação água cimento e a classe do concreto com dependência do tipo estrutural, concreto armado (CA) ou protendido (CP).

Para o exemplo de concreto protendido tem-se:

$$a/c \leq 0,55;$$

$$f_{ck} \geq 30 \text{ MPa};$$

No cálculo do momento (M_d), serão considerados os coeficientes de ponderações γ_g e γ_q , determinado na NBR 8681:2003 nas tabelas 1 e 5 respectivamente.

$$M_d = \gamma_g \times M_{g1} + \gamma_q \times M_q$$

$$M_d = 1,3 \times 3540 + 1,5 \times 1910$$

$$\therefore M_d = 7467 \text{ kNm}$$

Cálculo da armadura longitudinal:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}}, \text{ com } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{ck} / \gamma_c} = \frac{7467}{0,70 \times 1,45^2 \times 30000 / 1,4}$$

$$\therefore KMD = 0,2368$$

Com o valor de KMD, utiliza-se a Tabela 11 para a interpolação e determinação dos valores adimensionais.

Interpolação:

0,2350	0,4143	0,8343	4,9496
KMD = 0,2368	KX	KZ	ε_s
0,2400	0,4253	0,8299	4,7297

Determinando os valores:

$$KMD = 0,2368$$

$$KX = 0,4183$$

$$KZ = 0,8327$$

$$\varepsilon_s = 4,8704 \text{ ‰}$$

Dado o valor da tensão de protensão no tempo infinito, para o cálculo no ELU, e seguindo a Lei de Hooke:

$$\sigma = E \times \varepsilon$$

$$\sigma_{p\infty} = E \times \varepsilon_p$$

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_{p\infty}}{E} = \frac{1000}{2 \times 10^5}$$

$$\therefore \varepsilon_p = 5 \times 10^{-3} = 5 \text{ ‰}$$

A deformação total da armadura pode ser dada pela somatória das deformações da armadura passiva e ativa, dada por:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 4,8704 + 5$$

$$\therefore \varepsilon_t = 9,8704 \text{ ‰}$$

De acordo com a interpolação da Tabela 9 e novamente substituindo os valores na Lei de Hooke, determina-se a tensão da protensão (σ_{pd}):

9,0000	1482
$\varepsilon_t = 9,8704$	σ_{pd}
9,9620	1486

$$\sigma_{pd} = 1485,62 \text{ MPa}$$

Na armadura de protensão:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}}$$

$$A_p = \frac{7467}{0,8327 \times 1,45 \times 1485620} = 4,163 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\therefore A_p = 41,63 \text{ cm}^2$$

b) peça pré-fabricada com f_{ck} de 40 MPa

A sequência de cálculo segue o item a, porém o valor de resistência à compressão do concreto é 40 MPa. A Tabela 10 mostra os valores correspondentes a cada fase de cálculo.

Tabela 19: Determinação dos valores de cálculo da peça pré-fabricada.

Dados iniciais para determinação da armadura de protensão											
M_{g1} (kNm)	M_q (kNm)	M_d (kNm)	KMD	KX	KZ	ε_c (‰)	ε_s (‰)	ε_p (‰)	ε_t (‰)	σ_{pd} (MPa)	A_p (cm ²)
3540,00	1910,00	7467,00	0,1776	0,2963	0,8815	3,5000	8,4089	5,0000	13,4089	1500,00	38,95

Pode-se perceber que com o aumento do valor de f_{ck} há uma diminuição da armadura ativa de protensão.

c) peça moldada no local

Para uma peça moldada no local, ou seja, com pós-tração, com características ambientais da CAA II, podem-se respeitar as mesmas considerações da peça pré-fabricada. Sendo seguida a tabela 7.1 da NBR 6118:2007 que determina a qualidade do concreto, apresentando a relação água cimento e a classe do concreto com dependência do tipo estrutural, concreto armado (CA) ou protendido (CP).

Para o exemplo de concreto protendido tem-se:

$$a/c \leq 0,55;$$

$$f_{ck} \geq 30 \text{ MPa};$$

No cálculo do momento (M_d), os coeficientes de ponderações γ_g e γ_q , determinado na NBR 8681:2007 nas tabelas 1 e 5 respectivamente, sofrem alteração, pois dependem do tipo de ações da peça. Sendo:

$$M_d = \gamma_g \times M_{g1} + \gamma_q \times M_q$$

$$M_d = 1,35 \times 3540 + 1,5 \times 1910$$

$$\therefore M_d = 7644 \text{ kNm}$$

Para o cálculo da armadura longitudinal de protensão, altera-se somente o valor do momento (M_d). Vale ressaltar que neste sistema, trabalha-se com maiores valores de f_{ck} no ato da protensão, pois não há necessidade de liberação das pistas de protensão, para fabricação em série (fábricas).

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}}, \text{ com } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c}} = \frac{7644}{0,70 \times 1,45^2 \times \frac{30000}{1,4}}$$

$$\therefore KMD = 0,2424$$

Com o valor de KMD, utiliza-se a Tabela 11 para a interpolação e determinação dos valores adimensionais.

Interpolação:

0,2400	0,4253	0,8299	4,7297
KMD = 0,2424	KX	KZ	ϵ_s
0,2450	0,4365	0,8254	4,5181

Determinando os valores:

$$KMD = 0,2424$$

$$KX = 0,4307$$

$$KZ = 0,8277$$

$$\epsilon_s = 4,6281 \text{ ‰}$$

O valor da tensão no ELU segue o item anterior, dado por:

$$\epsilon_p = 5 \times 10^{-3} = 5 \text{ ‰}$$

A deformação total da armadura pode ser dada pela somatória das deformações da armadura passiva e ativa, dada por:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 4,6281 + 5,0000$$

$$\therefore \varepsilon_t = 9,6281\text{‰}$$

De acordo com a interpolação da Tabela 9 e novamente substituindo os valores na Lei de Hooke, determina-se a tensão da protensão (σ_{pd}):

9,0000	1482
$\varepsilon_t = 9,6281$	σ_{pd}
9,9620	1486

$$\sigma_{pd} = 1484,62\text{MPa}$$

Na armadura de protensão:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}}$$

$$A_p = \frac{7644}{0,8277 \times 1,45 \times 1484620} = 4,290 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$\therefore A_p = 42,90\text{cm}^2$$

Para a peça pré-fabricada, é interessante salientar que é necessário a reutilização rápida da forma, fazendo o uso de um valor de resistência do concreto (f_{ck}) maior que o mínimo de norma, em geral, $f_{ck} = 40\text{MPa}$ de tal maneira que decorridas 24 horas a resistência do concreto já presente o valor de $f_{cj} = 21\text{MPa}$, valor mínimo para a liberação dos cabos de protensão e permitindo a retirada (saque) da peça da forma. Resumidamente, apresentou-se três situações de cálculo, considerando no item a) que a peça pré-fabricada tenha a resistência mínima de norma para sua CAA, b) a peça pré-fabricada tenha um concreto de 40 MPa e na condição c) a peça moldada no local tenha o valor mínimo de resistência do concreto também por norma. Na Tabela 20 estão apresentados os valores das armaduras para cada situação. É importante lembrar que o exemplo é meramente ilustrativo, pois em cada processo de pré-fabricação e moldagem no local possuem diferentes perdas de protensão.

Tabela 20: Comparativo entre os sistemas de fabricação.

Item	fck	Sistema	Ap (cm ²)
a	30,00	pré-fabricado	41,63
b	40,00	pré-fabricado	38,95
c	30,00	moldado no local	42,90

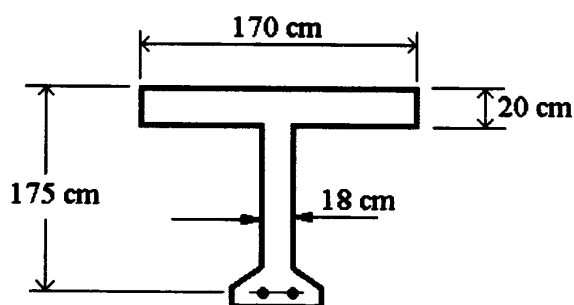
Nas três situações as armaduras ativas apresentaram-se semelhantes, sendo que as diferenças apresentadas foram especificamente na resistência à compressão do concreto, na tipologia e nos coeficientes de majoração do peso próprio da peça.

Quanto maiores as resistências à compressão do concreto menores são as taxas de armaduras apresentadas, o que se demonstra no item b. Quando se compara uma estrutura pré-fabricada ou pré-moldada com a moldada no local (“*in loco*”) os fatores multiplicadores do peso próprio são diferenciados, sendo respectivamente 1,3 e 1,35. Assim, quanto maior for o fator, maior o valor do momento e maiores são as taxas de armação.

7.2 EXEMPLO 2

Calcular a armadura de protensão no ELU e no tempo infinito para uma viga simplesmente apoiada, de vão igual a 8 metros, cuja seção mais solicitada é definida pela Figura 44, considerando CAA III, aço CP190 RB e $\sigma_{pt=\infty} = 1100 \text{ MPa}$ nas situações de solicitação:

- Seção submetida a momento de cálculo $M_d = 6770 \text{ kNm}$.
- Seção submetida a um acréscimo de 130% de M_d .

**Figura 44:** Geometria da seção transversal da viga do exemplo 2.

Resolução do item (a):

Para a CAA III os fatores determinados pela NBR 6118:2007 são:

$$a/c \leq 0,50 ;$$

$$f_{ck} \geq 35MPa ;$$

Cálculo da armadura longitudinal:

$$KMD = \frac{M_d}{b_f \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{6770}{1,70 \times 1,75^2 \times 35000 / 1,4}$$

$$\therefore KMD = 0,0520$$

Pela Tabela 11 faz-se a interpolação e determinação dos valores adimensionais.

Interpolação:

0,0500	0,0758	0,9697
KMD = 0,0520	KX	KZ
0,0550	0,0836	0,9665

Determinando os valores:

$$KMD = 0,0520$$

$$KX = 0,0789$$

$$KZ = 0,9684$$

$$\varepsilon_s = 10,0000 \text{ ‰}$$

Como:

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow \therefore x = KX \times d$$

$$x = 0,0789 \times 175$$

$$x = 13,81 \text{ cm} \leq h_f = 20 \text{ cm}$$

Assim, a linha neutra (LN) está passando na mesa da viga seção “T”, podendo ser feito os cálculos para a seção retangular.

Com a Tabela 9, interpola-se os valores para determinação do ε_p .

5,2500	1025
ε_p	$\sigma_{pt=\infty} = 1100$
6,794	1314

$$\therefore \varepsilon_p = 5,6507 \text{ ‰}$$

Assim:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 10 + 5,6507$$

$$\therefore \varepsilon_t = 15,6507\%$$

Novamente com a Tabela 9, determina-se o valor de σ_{pd} .

15,0000	1507
$\varepsilon_t = 15,6507$	σ_{pd}
17,5000	1517

$$\sigma_{pd} = 1509,60MPa$$

A armadura de protensão então será:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}}$$

$$A_p = \frac{6770}{0,9684 \times 1,75 \times 1509600} = 2,646 \times 10^{-3} m^2$$

$$\therefore A_p = 26,46 cm^2$$

Resolução do item (b):

Com o acréscimo de 130% o valor de M_d , torna-se:

$$M_{d2} = (1 + 1,30) \times M_d$$

$$M_{d2} = (1 + 1,30) \times 6770$$

$$\therefore M_{d2} = 15571 kNm$$

Cálculo da armadura longitudinal:

$$KMD = \frac{M_{d2}}{b_f \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{15571}{1,70 \times 1,75^2 \times 35000 / 1,4}$$

$$\therefore KMD = 0,1196$$

Pela Tabela 11 faz-se a determinação dos valores adimensionais.

Interpolação:

0,1150	0,1824	0,9270
KMD = 0,1196	KX	KZ
0,1200	0,1911	0,9236

Determinando os valores:

$$KMD = 0,1196$$

$$KX = 0,1904$$

$$KZ = 0,9239$$

$$\varepsilon_s = 10,0000 \text{ ‰}$$

Sendo:

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow \therefore x = KX \times d$$

$$x = 0,1904 \times 175$$

$$x = 33,32 \text{ cm} \geq h_f = 20 \text{ cm}$$

O valor de x determina a posição da linha neutra (LN) em relação à borda superior da seção, sendo x maior que a altura da mesa da seção transversal, a LN está posicionada na alma da seção “T”, assim a seção resistirá ao momento de cálculo com a somatória dos momentos resistidos pelas abas e a fatia retangular da alma.

Momento resistido pelas abas (M_1):

$$M_1 = 0,85 \times f_{ck} \times h_f \times (b_f - b_w) \times \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$M_1 = 0,85 \times 35000 \times 0,20 \times (1,70 - 0,18) \times \left(1,75 - \frac{0,20}{2} \right)$$

$$\therefore M_1 = 14922,60 \text{ kNm}$$

Momento resistido pela alma (M_2):

$$M_2 = M_d - M_1$$

$$M_2 = 15571 - 14922,60$$

$$\therefore M_2 = 648,40 \text{ kNm}$$

Sendo a deformação da armadura passiva ε_s igual a 10‰, a tensão de protensão no tempo infinito $\sigma_{pt=\infty}$ igual a 1100 MPa e a deformação do aço de protensão ε_p igual a 5,6507‰. Pode-se utilizar a tensão de protensão de cálculo σ_{pd} igual a 1509,60 MPa.

Portanto, a armadura de protensão será dada por:

$$A_p = \frac{M_1}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right) \times \sigma_{pd}} + \frac{M_2}{KZ \times d \times \sigma_{pd}}$$

$$A_p = \frac{14922,60}{\left(1,75 - \frac{0,20}{2}\right) \times 1509600} + \frac{648,40}{0,9239 \times 1,75 \times 1509600} = 6,257 \times 10^{-3} m^2$$

$$\therefore A_p = 62,57 cm^2$$

7.3 EXEMPLO 3

Com base no exemplo 1 (caso a1), verificar a ruptura da seção no ato da protensão (estado em vazio ($t=0$)). Sendo $M_{g1} = 3540 kNm$, $f_{ck} = 30 MPa$, $f_{cj(1dia)} = 21 MPa$, aço CP190 RB, $\sigma_{po} = 1264 MPa$ e a excentricidade da protensão (e_p) é igual a 0,70 m. A estrutura é de concreto protendido no sistema de pré-tração.

Resolução:

Para a verificação da peça no ato da protensão (estado em vazio) deve-se considerar somente a atuação da protensão e do peso próprio do concreto.

A força normal de protensão dada à seção da peça (N_p) depende da quantidade de armadura ativa e da protensão inicial, representada por:

$$N_p = \sigma_{po} \times A_p$$

$$N_p = 1264 \times 10^3 \times 41,63 \times 10^{-4}$$

$$\therefore N_p = 7008,88 kN$$

Será considerado um valor de 5 cm do centro de gravidade da armadura à borda inferior da peça. Isto é necessário para a determinação da área da seção transversal de concreto (A_c).

$$A_c = b \times h = 0,70 \times (1,45 + 0,05)$$

$$\therefore A_c = 1,05 m^2$$

O módulo de resistência da seção transversal para uma seção retangular possui valores iguais para a borda inferior e superior, pois depende da posição do centro de gravidade da seção. Os valores estabelecidos são:

$$W = \frac{I}{y}$$

$$W = \frac{b \times h^3 / 12}{h / 2} = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{0,7 \times 1,5^2}{6}$$

$$\therefore W = 0,2625 m^3$$

A análise das tensões deve ser feita em relação à borda inferior e à superior separadamente.

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{5262}{1,05} - \frac{5262 \times 0,7}{0,2625} + \frac{3540}{0,2625}$$

$$\therefore \sigma_s = 4465 kN / m^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_{g1}}{W_i} = \frac{5262}{1,05} + \frac{5262 \times 0,7}{0,2625} - \frac{3540}{0,2625}$$

$$\therefore \sigma_i = 5557 kN / m^2$$

De acordo com o item 17.2.4.3.2 da NBR 6118:2007 a tensão de compressão não deve ser superior a 70% do f_{ckj} e a tensão de tração 1,2 do f_{ctm} . Estabelecendo, assim, as condições limites para análise das tensões.

$$\therefore -1,2 \times f_{ctm} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

Na verificação das tensões de protensão com sistema de pré-tração, deve-se utilizar o valor do f_{cj} do concreto estabelecido na idade de liberação dos cabos de protensão. O valor é definido pela NBR 9062:2004 que estabelece no item 9.2.5.3.1 que elementos protendidos por pré-tração em pistas de protensão a resistência efetiva do concreto à compressão tenha atingido o valor mínimo de 21 MPa.

Como:

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ckj}^{2/3}$$

$$-1,2 \times 0,3 \times f_{ckj}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$-1,2 \times 0,3 \times 21^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 21$$

$$\therefore -2,7402 \leq \sigma \leq 14,70 \text{ MPa}$$

$$\therefore -2740,20 \leq \sigma \leq 14700 \text{ kN/m}^2$$

Os valores de tensões devem ser analisados de acordo com suas características, ou seja, as tensões de tração em relação à borda superior e as tensões de compressão à borda inferior.

Assim:

$$\sigma_s = 4465 \geq -2740,20 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_i = 5557 \leq 14700 \text{ kN/m}^2$$

Como as tensões estão entre os limites estipulados pela norma, estão verificadas as condições no estado em vazio. Imaginando esta mesma seção (com a mesma armadura) pode-se calcular qual seria o menor momento de peso próprio em que não estaria atendida a condição em vazio.

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{5262}{1,05} - \frac{5262 \times 0,7}{0,2625} + \frac{M_{g1}}{0,2625} \geq -2740$$

$$M_{g1} \geq 1648 \text{ kNm}$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_{g1}}{W_i} = \frac{5262}{1,05} + \frac{5262 \times 0,7}{0,2625} - \frac{M_{g1}}{0,2625} \leq 14700$$

$$M_{g1} \geq 1140 \text{ kNm}$$

Assim, nas seções em que o momento de peso próprio for inferior a 1648 kNm (se não houver a interferência da introdução da protensão) é preciso diminuir a protensão, por exemplo, através do isolamento de cabos. No caso de pós-tração esta providência não seria necessária, pois ao se utilizar cabos curvos pode haver a diminuição da excentricidade.

7.4 EXEMPLO 4

Resolver o exemplo 3, considerando os mesmos dados apenas com os valores de $M_{g1} = 2040kNm$ e $M_q = 3410kNm$.

Resolução:

O desenvolvimento dos dados iniciais segue o exemplo 3 mostrando os primeiros passos na forma tabular.

Dados iniciais para determinação da armadura de protensão											
M_{g1} (KNm)	M_q (KNm)	M_d (KNm)	KMD	KX	KZ	ϵ_c (%)	ϵ_s (%)	ϵ_p (%)	ϵ_t (%)	σ_{pd} (MPa)	A_p (cm ²)
2040,00	3010,00	7167,00	0,2273	0,3975	0,841	3,5000	5,3073	5,0000	10,3073	1487,23	39,52

Com o valor calculado da armadura de protensão, poderá ser estabelecida a força normal de protensão da peça (N_p), representada por:

$$N_p = \sigma_{po} \times A_p$$

$$N_p = 1264 \times 10^3 \times 39,52 \times 10^{-4}$$

$$\therefore N_p = 4995,33kN$$

Análise das tensões nas bordas superiores e inferiores.

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{4995,33}{1,05} - \frac{4995,33 \times 0,7}{0,2625} + \frac{2040}{0,2625}$$

$$\therefore \sigma_s = -791,99kN/m^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_{g1}}{W_i} = \frac{4995,33}{1,05} + \frac{4995,33 \times 0,7}{0,2625} - \frac{2040}{0,2625}$$

$$\therefore \sigma_i = 10306,91kN/m^2$$

As tensões de tração e compressão deverão estar entre os valores citados:

$$\therefore -1,2 \times f_{ctm} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

O item 9.2.5.3 da NBR 9062:2004 estabelece que a resistência efetiva do concreto à compressão não deve ser inferior a 21 MPa.

Como:

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ckj}^{2/3}$$

$$-1,2 \times 0,3 \times f_{ckj}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$-1,2 \times 0,3 \times 21^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 21$$

$$\therefore -2,7402 \leq \sigma \leq 14,70 \text{ MPa}$$

$$\therefore -2740,20 \leq \sigma \leq 14700 \text{ kN / m}^2$$

Os valores de tensões devem ser analisados de acordo com suas características, ou seja, as tensões de tração em relação à borda superior e as tensões de compressão à borda inferior.

Assim:

$$\sigma_s = -791,99 \geq -2740,20 \text{ kN / m}^2$$

$$\sigma_i = 10306,91 \leq 14700 \text{ kN / m}^2$$

Novamente as tensões estão entre os limites estipulados pela norma, portanto estão verificadas as condições no estado em vazio.

Com a utilização da tensão de tração limite na borda superior é necessário a colocação de uma armadura passiva, para que possa resistir às tensões de tração. Com o valor da posição da linha neutra é possível determinar a tensão de tração e calcular a armadura suficiente.

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow \therefore x = 0,3975 \times 1,45 = 0,576 \text{ m}$$

Portanto, a força de tração que a armadura está submetida é:

$$F_{tração} = \sigma_s \times \frac{x}{2} \times b$$

$$F_{tração} = -791,99 \times \frac{0,576}{2} \times 0,70$$

$$\therefore F_{tração} = -159,67 \text{ kN}$$

A NBR6118:2007 estabelece que a força de tração não deve provocar tensões superiores a 150 MPa para fios ou barras lisas e de 250 MPa para barras nervuradas.

No caso em questão a armadura passiva utilizada é de barras nervuradas do tipo CA-50.

Assim:

$$A'_s = \frac{F_{tração} \times 1,4}{f_{yd}} \Rightarrow \frac{159,67 \times 1,4}{250000}$$

$$\therefore A'_s = 8,94 \times 10^{-4} m^4 = 8,94 cm^2$$

Podem ser colocadas 8 barras de ϕ de 12,5mm ($A_{seção} = 1,23 cm^2$) ou ainda 5 barras de ϕ de 16,0mm ($A_{seção} = 2,01 cm^2$).

7.5 EXEMPLO 5

Determinar para uma seção retangular (situada no meio do vão) de $b_w = 0,7$ m, submetida a um momento total de 5450 kNm (de serviço), de $f_{ck} = 26 MPa$ e aço CP175 com $\sigma_{p\infty} = 1024 MPa$, a menor altura possível e a armadura necessária correspondente. Determinar em seguida para outras alturas maiores que a mínima os valores de armaduras correspondentes.

Resolução:

Teoricamente a menor altura para uma seção retangular pode ser determinada quando tem-se $x = d$, possibilitando uma formulação.

$$d_{mín} = 1,567 \times \sqrt{\frac{M_d}{b \times f_{cd}}} = 1,567 \times \sqrt{\frac{1,4 \times 5450}{0,70 \times 26000 / 1,4}}$$

$$\therefore d_{mín} = 1,20 m$$

Para um dimensionamento de altura mínima os valores de KX e KZ devem ser 1 e 0,60 respectivamente. Na determinação da tensão de cálculo (σ_{pd}) o valor da deformação total é igual o da deformação da armadura ativa, não havendo deformação da armadura passiva. Portanto, a tensão de protensão no tempo infinito é igual à tensão de cálculo.

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}} = \frac{1,4 \times M_k}{KZ \times d \times \sigma_{pd}} = \frac{1,4 \times 5450}{0,6 \times 1,20 \times 1024000}$$

$$\therefore A_p = 1,0349 \times 10^{-2} m^2$$

$$\therefore A_p = 103,49 cm^2$$

Para a determinação das alturas mínimas nos diferentes domínios basta alterar os valores de KX na equação seguinte, determinando o d mínimo:

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{b_w \times f_{cd} \times (0,68 \times KX - 0,272 \times KX^2)}}$$

Com a determinação do d , deve-se fazer a somatória das deformações das armaduras ativas e passivas, para calcular o valor da tensão σ_{pd} e assim obter o valor da armadura ativa. Os cálculos foram realizados nos diferentes domínios e apresentados na Tabela 21.

Tabela 21: Valores das alturas mínimas e seções das armaduras ativas.

KX	h (m)	KZ	ϵ_s (‰)	ϵ_t (‰)	σ_{pd} (kN/cm ²)	A_p (cm ²)
1,000	1,20	0,60	0,00	5,12	102,4	103,54
0,500	1,47	0,80	3,50	8,62	147,2	44,11
0,400	1,60	0,84	5,25	10,37	148,8	38,09
0,259	1,93	0,89	10,00	15,12	150,7	29,29
0,100	3,00	0,96	10,00	15,12	150,7	17,59

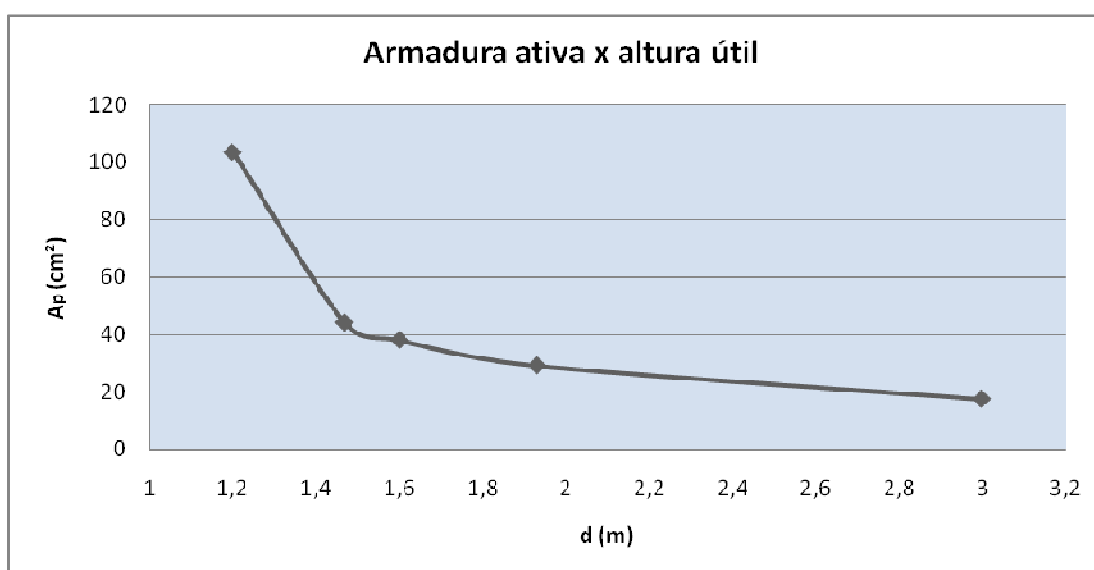


Figura 45: Relação entre a armadura e a altura da peça.

É bom lembrar que a NBR6118:2007 recomenda que para haver capacidade de rotação das seção que valores limites de x/d sejam usados em seções de apoio, os limites de $x/d \leq 0,5 \times d$ para $f_{ck} \leq 35MPa$ e $x/d \leq 0,4 \times d$ para $f_{ck} \geq 35MPa$. No Figura 45 é demonstrado que a variação da armadura ativa é de forma exponencial em relação à altura útil da peça de concreto, ou seja, quanto menor a altura da seção mais ela se aproxima do domínio 4 (maior taxa de armadura) e quanto maior a altura a seção tende ao domínio 1 (menor taxa de armadura).

7.6 EXEMPLO 6

Determinar a armadura passiva de uma seção transversal retangular com $b = 40$ cm e $d_p = d_s = 110$ cm (altura útil para a armadura ativa e para a armadura passiva), considerando os seguintes dados: $M_d = 2032$ kNm, $A_p = 11,8$ cm², Aço CP190 RB, $\sigma_{pt=\infty} = 990$ MPa e classe de agressividade ambiental (CAA) II. Considerar ainda para a mesma seção apenas armadura de protensão e depois apenas armadura passiva, calculando finalmente nas três situações o grau de protensão.

Resolução 1 – Armadura ativa 11,8 cm²:

Para uma CAA II o concreto que deverá ser utilizado é o de $f_{ck} = 30$ MPa.

Cálculo da armadura longitudinal:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{2032}{0,40 \times 1,10^2 \times 30000 / 1,4}$$

$$\therefore KMD = 0,1960$$

Pela Tabela 11 faz-se a interpolação e determinação dos valores adimensionais.

Interpolação:

0,1950	0,3305	0,8678	7,0919
KMD = 0,1960	KX	KZ	ε_s
0,2000	0,3405	0,8638	6,7793

Determinando os valores:

$$KMD = 0,1960$$

$$KX = 0,3325$$

$$KZ = 0,8670$$

$$\varepsilon_s = 7,0294 \text{ ‰}$$

Seguindo a Lei de Hooke, tem-se:

$$\sigma_{pt=\infty} = E \times \varepsilon_p$$

$$990 = 2 \times 10^5 \times \varepsilon_p$$

$$\therefore \varepsilon_p = 4,95 \text{ ‰}$$

Assim, com a somatória das deformações dos aços, tem-se a deformação total, para a determinação da tensão de cálculo da protensão.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 7,0294 + 4,9500$$

$$\therefore \varepsilon_t = 11,9794\text{‰}$$

Inserindo o valor da deformação total (ε_t) na Tabela 9, para o aço ativo CP190 RB e interpolando valores é calculada a tensão σ_{pd} .

10,0000	1486
$\varepsilon_t = 11,9794$	σ_{pd}
12,5000	1496

$$\sigma_{pd} = 1493,92\text{MPa}$$

Como d_s é igual a d_p , pode-se adotar para a determinação da armadura passiva a fórmula seguinte:

$$A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times f_{yd} = \frac{M_d}{z} \Rightarrow A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{M_d}{KZ \times d}$$

$$11,8 \times 10^{-4} \times 1493920 + A_s \times \frac{500000}{1,15} = \frac{2032}{0,8670 \times 1,10}$$

$$\therefore A_s = 8,46 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

$$\therefore A_s = 8,46 \text{cm}^2$$

Resolução 2 – Somente armadura ativa

Usando os dados anteriores, pode-se determinar a armadura ativa seguindo a fórmula:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}}$$

$$A_p = \frac{2032}{0,867 \times 1,10 \times 1493920}$$

$$\therefore A_p = 14,26 \text{cm}^2$$

Resolução 3 – Só armadura passiva

Usando os dados anteriores, determina-se a armadura passiva segundo a fórmula:

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \times d \times f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{2032}{0,8670 \times 1,10 \times \frac{500000}{1,15}}$$

$$\therefore A_s = 49,00 \text{ cm}^2$$

Determinação do grau de protensão:

1º caso: armadura mista (utilização da protensão e complemento com armadura passiva):

$$gp = \frac{A_p}{A_t} \times 100 \Rightarrow \frac{11,80}{14,26} \times 100 \Rightarrow \therefore gp = 82,75\%$$

2º caso: somente armadura de protensão:

$$gp = \frac{A_p}{A_t} \times 100 \Rightarrow \frac{14,26}{14,26} \times 100 \Rightarrow \therefore gp = 100\%$$

3º caso: somente armadura passiva (sem utilização da protensão):

$$gp = \frac{A_p}{A_t} \times 100 \Rightarrow \frac{0}{14,26} \times 100 \Rightarrow \therefore gp = 0\%$$

Em princípio este exemplo demonstra que é possível utilizar combinações de armadura ativa e passiva conforme desejado pelo projetista. Pelo item 7.3.5.2 da NBR 6118:2007, que prescreve uma armadura passiva mínima, pode-se partir deste valor para calcular a armadura ativa correspondente. Lembrar ainda que o grau de protensão é um fator de imposição para os limites de tensões que devem ser atendidas no tempo infinito.

7.7 EXEMPLO 7

Verificar, para a seção mais solicitada, o estado de serviço em relação à fissuração de uma laje maciça quadrada de 10x10m com 25 cm de espessura submetida a uma ação de sobrecarga permanente de 1,75 kN/m² e a uma carga acidental de 5 kN/m². Considerar a laje simplesmente apoiada em todo seu contorno e que a rotação é livre. Dados: prédio residencial e ambiente de orla marítima com protensão do sistema de pós-tração e como

solução inicial cabos parabólicos de cordoalha engraxada ($\phi=1/2''$) que efetuarão no tempo infinito uma carga de -4 kN/m^2 .

Resolução:

Para solucionar o exemplo é atribuída uma técnica proposta por LIN (1981), quando o processo de cálculo era feito através do controle de tensões normais. Lembrando que também é necessária a verificação no estado limite último.

A durabilidade da estrutura deve ser analisada em um ambiente marinho(CAA III), e com base na Tabela 8, define-se que a resistência do concreto deve ser maior ou igual a 35 MPa respeitando um fator água cimento de 0,55. Por se tratar de um edifício residencial são considerados os valores de ψ_1 e ψ_2 respectivamente iguais a 0,4 e 0,3. O cobrimento considerado é de 4,5 cm.

A ação de protensão atuante na laje pode ser considerada a partir do uso da carga equivalente u , sendo considerada como uma parábola. Assim o valor de u pode ser definido como:

$$u = \frac{8 \times e \times P}{l^2}$$

Onde:

P é a força de protensão considerada constante no trecho analisado;

e é a flecha da parábola do cabo;

l e o vão da parábola.

Neste caso a laje é armada nas duas direções, portanto deve ocorrer a duplicação da força de protensão. Assim:

$$u = \left(\frac{8 \times e \times P}{l^2} \right) \times 2 \Rightarrow \therefore u = \frac{16 \times e \times P}{l^2}$$

Para sequência dos cálculos admitem-se os valores apresentados na Figura 46.

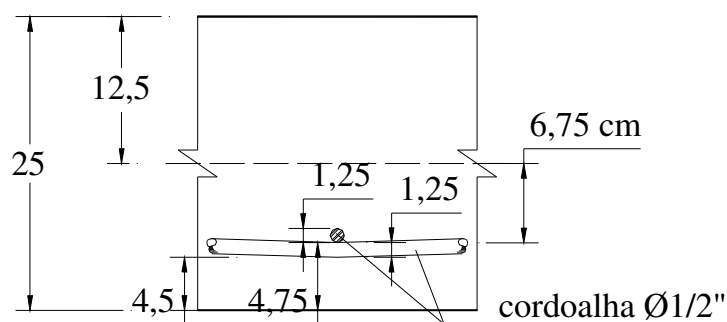


Figura 46: Seção transversal do meio do vão da laje.

Portanto, para a determinação da força de protensão do trecho, tem-se:

$$P = \frac{u \times l^2}{16 \times e}$$

$$\therefore P = \frac{4 \times 10^2}{16 \times 0,0675} \Rightarrow \therefore P = 370 \text{ kN}$$

Para obtenção das características geométricas (área e o módulo de resistência da seção), considera-se uma faixa de 1 m.

$$A = b \times h = 1,00 \times 0,25 = 0,25 \text{ m}^2$$

$$W_i = W_s = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{1,00 \times 0,25^2}{6} = 0,01042 \text{ m}^3$$

Como se trata de placa maciça pode-se calcular os momentos máximos usando a teoria de placas delgadas e as tabelas correspondentes como em CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2001) e sendo quadrada a placa:

$$m_x = m_y = \frac{\mu_x \times p \times l_x^2}{100}$$

Onde:

μ_x é o coeficiente tabelado.

Aplicando a expressão de placas obtêm-se os seguintes momentos de peso próprio, carga acidental e de protensão, como mostrado na Tabela 22.

Tabela 22: Valores de momentos fletores máximos.

Momento fletor máximo	Valor do momento (kNm/m)
Devido ao peso próprio ($g_1 + g_2 = 8 \text{ kN/m}^2$)	$m_x, g_1 + g_2 = 35,3$
Devido à carga acidental ($q=5 \text{ kN/m}^2$)	$m_x, q=22,0$
Devido ao efeito da protensão ($p=-4 \text{ kN/m}^2$)	$m_x, p=-17,64$

A verificação das tensões deve ser feita para os casos mínimos e máximos em relação às bordas. Através da Tabela 12 que determina uma protensão limitada, deve-se verificar a fissuração nas combinações frequentes (ELS-F) e na quase permanente (ELS-D).

Estado limite de formação de fissuras (ELS-F) → Combinação de ações Frequentes

Os limites que devem ser respeitados são:

Tração máxima é de $f_{ct,inf} = -0,21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ e se tratando de uma seção retangular multiplica-se o fator por 1,5.

Compressão limite é de 70% da resistência à compressão do concreto. Assim:

$$\begin{aligned} \left(-0,21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}\right) \times 1,5 &\leq \sigma_{lim} \leq 0,7 \times f_{ck} \\ -0,315 \times \sqrt[3]{35^2} &\leq \sigma_{lim} \leq 0,7 \times 35 \\ -3,370 &\leq \sigma_{lim} \leq 24,5 \text{ MPa} \\ \therefore -3370 &\leq \sigma_{lim} \leq 24500 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

BORDA INFERIOR

Momento máximo

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} - \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} + \frac{17,6}{0,01042} - \frac{35,2}{0,01042} - \frac{0,4 \times 22,0}{0,01042}$$

$$\sigma_i = -1059 \text{ kN/m}^2 \geq -3370 \text{ kN/m}^2 \text{ atende o limite}$$

Momento mínimo

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} - \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} + \frac{17,6}{0,01042} - \frac{35,2}{0,01042} - \frac{0,4 \times 0}{0,01042}$$

$$\sigma_i = -214 \text{ kN/m}^2 \geq -3370 \text{ kN/m}^2 \text{ atende o limite}$$

BORDA SUPERIOR

Momento máximo

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} + \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} - \frac{17,6}{0,01042} + \frac{35,2}{0,01042} + \frac{0,4 \times 22,0}{0,01042}$$

$$\sigma_s = 4019 \text{ kN/m}^2 \leq 24500 \text{ kN/m}^2 \text{ atende o limite}$$

Momento mínimo

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} + \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} - \frac{17,6}{0,01042} + \frac{35,2}{0,01042} + \frac{0,4 \times 0}{0,01042}$$

$$\sigma_s = 3174 \text{ kN/m}^2 \leq 24500 \text{ kN/m}^2 \text{ atende o limite}$$

Estado limite de formação de descompressão (ELS-D) → Combinação de ações Quase Permanente

Os limites que devem ser respeitados são:

Tração: não pode haver tração em nenhum ponto da seção transversal

Compressão limite é de 70% da resistência à compressão do concreto. Assim:

$$0 \leq \sigma_{\text{lim}} \leq 0,7 \times f_{ck}$$

$$0 \leq \sigma_{\text{lim}} \leq 0,7 \times 35$$

$$0 \leq \sigma_{\text{lim}} \leq 24500 \text{ kN/m}^2$$

BORDA INFERIOR

Momento máximo

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} - \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} + \frac{17,6}{0,01042} - \frac{35,2}{0,01042} - \frac{0,3 \times 22,0}{0,01042}$$

$$\sigma_i = -848 \text{ kN/m}^2 \leq 0 \text{ não atende ao limite}$$

Momento mínimo

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} - \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} + \frac{17,6}{0,01042} - \frac{35,2}{0,01042} - \frac{0,3 \times 0}{0,01042}$$

$$\sigma_i = -214 \text{ kN/m}^2 \leq 0 \text{ não atende ao limite}$$

BORDA SUPERIOR

Momento máximo

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} + \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} - \frac{17,6}{0,01042} + \frac{35,2}{0,01042} + \frac{0,3 \times 22,0}{0,01042}$$

$$\sigma_s = 3808 \text{ kN/m}^2 \leq 24500 \text{ kN/m}^2 \text{ atende o limite}$$

Momento mínimo

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_i} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_i} + \frac{\psi_1 \times M_q}{W_i} = \frac{370,0}{0,25} - \frac{17,6}{0,01042} + \frac{35,2}{0,01042} + \frac{0,3 \times 0}{0,01042}$$

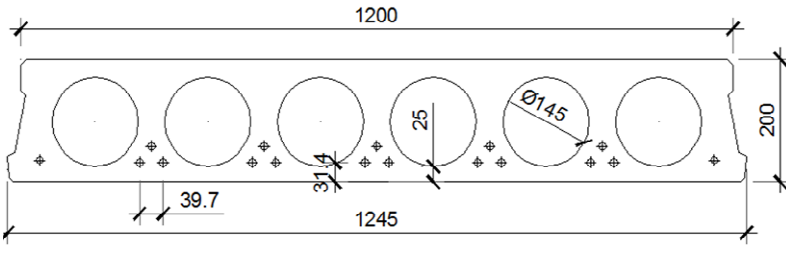
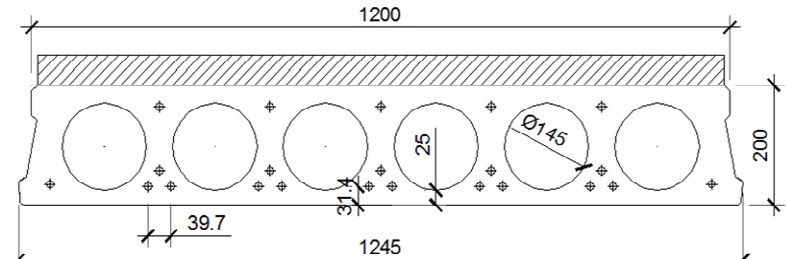
$$\sigma_s = 3174 \text{ kN/m}^2 \leq 24500 \text{ kN/m}^2 \text{ atende o limite}$$

Neste exemplo a borda inferior para a combinação quase permanente apresentou tensões de tração, sendo que no estado limite de descompressão não pode haver tração. Assim, para este caso não é possível a utilização da laje, já que não respeita as verificações de fissuração.

7.8 EXEMPLO 8

Dimensionar e verificar a laje alveolar de espessura $h=200$ mm com seção simples e composta, juntamente com as características geométricas dadas na Tabela 23, para um vão livre de 6 m sendo simplesmente apoiada. Considerando $f_{cj} = 30 \text{ MPa}$ (sendo j igual a 20 horas da introdução da protensão), $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$, com capa de 5 cm de espessura de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, aço de protensão CP190 RB e $E_p 2,05 \times 10^5 \text{ MPa}$. Sobrecarga de revestimento de 2 kN/m^2 , sobrecarga acidental de 5 kN/m^2 e CCA II. Dada uma perda total da protensão de 15 %. Exemplo adaptado de PETRUCCELLI (2009).

Resolução:**Tabela 23:** Seções genéricas de uma laje alveolar de 200 mm e propriedades geométricas.

Seção genérica de uma laje de 200 mm de altura	Propriedades Geométricas
 <p style="text-align: center;">Seção Simples</p>	<p>Área = 0,1427 m² Perímetro = 5,87 m $I = 0,0007 \text{ m}^4$ $y_s = 0,0995 \text{ m}$ $W_s = \frac{0,0007}{0,0995} = 0,007 \text{ m}^3$ $W_i = \frac{0,0007}{0,1005} = 0,0069 \text{ m}^3$ $e_s = 0,11005 - 0,031 = 0,069 \text{ m}$</p>
 <p style="text-align: center;">Seção Composta</p>	<p>Área = 0,2017 m² Perímetro = 5,97 m $I = 0,0013 \text{ m}^4$ $y_s = 0,1131 \text{ m}$ $W_s = \frac{0,0013}{0,1131} = 0,0115 \text{ m}^3$ $W_i = \frac{0,0013}{0,1369} = 0,0095 \text{ m}^3$ $e_c = 0,1369 - 0,031 = 0,1059 \text{ m}$</p>

Determinação dos carregamentos:

✓ Ações Permanentes

Peso próprio: $g_1 = 0,1427 \times 25 = 3,57 \text{ kN/m}$

Capa: $g_2 = 0,05 \times 1,25 \times 25 = 1,56 \text{ kN/m}$

Revestimento: $g_3 = 2 \times 1,25 = 2,50 \text{ kN/m}$

✓ Ações Acidentais

Sobrecarga: $q = 5 \times 1,25 = 6,25 \text{ kN/m}$

Inicialmente é realizado um pré-dimensionamento da seção, considerando os efeitos que serão resistidos pela seção composta no estado limite último no tempo infinito (ELU, $t = \infty$).

A NBR 8681:2003 estabelece que os coeficientes de ponderações das ações possam ser considerados separadamente ou conjuntamente, por isso, há dois valores de momento de

cálculo da estrutura, no tempo infinito. Será adotado o menor valor dos dois momentos, determinando, assim, a menor taxa de armação.

Cálculo do momento com análise conjuntamente dos coeficientes:

$$M_d = 1,4 \times (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_q)$$

$$M_d = 1,4 \times (16,07 + 7,02 + 11,25 + 28,13)$$

$$\therefore M_d = 87,46 \text{ kNm}$$

Cálculo do momento com análise separadamente dos coeficientes:

$$M_d = 1,3 \times M_{g1} + 1,5 \times (M_{g2} + M_{g3} + M_q)$$

$$M_d = 1,3 \times 16,07 + 1,5 \times (7,02 + 11,25 + 28,13)$$

$$\therefore M_d = 90,49 \text{ kNm}$$

Portanto, será considerado um momento de cálculo (M_d) igual a 87,46 KNm, com os coeficientes analisados conjuntamente.

Cálculo da armadura longitudinal:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{87,46}{1,25 \times (0,25 - 0,031)^2 \times 30000 / 1,4}$$

$$\therefore KMD = 0,0681$$

Pela Tabela 11 faz-se a interpolação e determinação dos valores adimensionais.

Interpolação:

0,0650	0,0995	0,9602
KMD = 0,0681	KX	KZ
0,0700	0,1076	0,9570

Determinando os valores, para a peça trabalhando no domínio 2:

$$KMD = 0,0681$$

$$KX = 0,1045$$

$$KZ = 0,9582$$

$$\varepsilon_s = 10,0000 \text{ ‰}$$

Verificação da linha neutra (LN):

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow x = KX \times d$$

$$x = 0,1045 \times (0,25 - 0,031)$$

$$\therefore x = 0,0229 \text{ m ou } 2,29 \text{ cm} \leq 5 \text{ cm}$$

Como o valor de x que determina a posição onde a linha neutra corta a seção é inferior aos 5 cm de capa, pode-se afirmar que a LN está na capa de concreto da laje alveolar.

A NBR 6118:2007 estabelece no item 9.6.1.2.1 que o valor das tensões iniciais de tração deve respeitar para a pré-tração e aço do tipo CP190 RB, 0,77 do f_{ptk} e 0,85 do f_{pyk} , adotando o menor valor.

$$\sigma_p = 0,77 \times f_{ptk} = 0,77 \times 1900 \Rightarrow \therefore \sigma_p = 1463 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 0,85 \times f_{pyk} = 0,85 \times 1710 \Rightarrow \therefore \sigma_p = 1453 \text{ MPa}$$

Portando, o valor adotado será de 1453 MPa, para a tensão de protensão na saída do aparelho de protensão.

A determinação da tensão de protensão no tempo infinito ($\sigma_{pt=\infty}$) é considerada com redução de 15% devido às perdas. Assim:

$$\sigma_{pt=\infty} = \sigma_p \times (1 - 0,15) = 1453 \times 0,85$$

$$\therefore \sigma_{pt=\infty} = 1235 \text{ MPa}$$

Com a Tabela 9, faz-se a interpolação para determinação do ε_p .

5,2500	1025
ε_p	$\sigma_{pt=\infty} = 1235$
6,794	1314

$$\therefore \varepsilon_p = 6,3719\text{‰}$$

Assim:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 10 + 6,3719\text{‰}$$

$$\therefore \varepsilon_t = 16,3719\text{‰}$$

Novamente com nova interpolação pela Tabela 9, determina-se o valor de σ_{pd} .

15,0000	1507
$\varepsilon_t = 16,3719$	σ_{pd}
17,5000	1517

$$\sigma_{pd} = 1512,49 \text{ MPa}$$

A armadura de protensão (A_p) então será:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}}$$

$$A_p = \frac{87,46}{0,9582 \times (0,25 - 0,031) \times 1512490} = 2,76 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\therefore A_p = 2,76 \text{ cm}^2$$

A cordoalha de $\phi = 9,5 \text{ mm}$ possui seção transversal de $0,55 \text{ cm}^2$. Portanto, na determinação do número de cabos, tem-se:

$$n_{cabos} = \frac{A_p}{A_{cabo}} = \frac{2,76}{0,55}$$

$$n_{cabos} = 5,018 \text{ cabos}$$

Assim é adotado 5 cordoalhas $\phi = 9,5 \text{ mm}$ do tipo CP190 RB.

- Verificação das tensões no ELU ($t=0$), estado em vazio:

A consideração das perdas iniciais é de 5%

Os valores das tensões são limitados por não haver tração e 70% da resistência à compressão do concreto. A não ocorrência de tração deve-se ao fato de não haver possibilidade de colocação de armadura para combatê-la. Portanto:

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times 30$$

$$0 \leq \sigma \leq 21000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Devido às perdas, deve-se determinar a tensão do cabo no tempo zero e a força normal de compressão, que será imposta à seção simples da laje alveolar.

$$\sigma_{pt=0} = \sigma_{pi} \times (1 - perda)$$

$$\sigma_{pt=0} = 1453 \times (1 - 0,05)$$

$$\therefore \sigma_{pt=0} = 1380,35 MPa$$

A força normal será em relação ao dimensionamento dos 5 cabos de 9,5 mm.

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0}$$

$$N_p = 5 \times 0,55 \times 138,035$$

$$\therefore N_p = 379,60 kN$$

Verificação das tensões no meio do vão:

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{379,60}{0,1427} - \frac{379,60 \times 0,069}{0,007} + \frac{16,07}{0,007} \geq 0$$

$$\sigma_s = 1214,07 kN / m^2 \geq 0$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_{g1}}{W_i} = \frac{379,60}{0,1427} + \frac{379,60 \times 0,069}{0,0069} - \frac{16,07}{0,0069} \leq 21000$$

$$\sigma_i = 4127,14 kN / m^2 \leq 21000$$

Como os valores de σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos, são atendidas as condições das tensões para o meio do vão.

Verificação das tensões próximas ao apoio:

A análise deve ser feita considerando a transferência da protensão para a seção plena de concreto, sendo estabelecida apenas uma parcela do peso próprio de concreto no ponto considerado, onde atuará protensão total e menor parcela do peso próprio.

O comprimento de transferência (l_{bpt}) no item 9.4.5.2 da NBR 6118:2007 estabelece que para cordoalhas de três ou sete fios com liberação da protensão não gradual deve-se utilizar a fórmula:

$$l_{bpt} = 0,5 \times l_{bp} \times \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}} \times 1,25, \text{ onde } l_{bp} = \frac{7 \times \phi}{36} \times \frac{f_{pyd}}{f_{bpd}}$$

$$\text{Assim: } l_{bpt} = 1,25 \times 0,5 \times \frac{7 \times \phi}{36} \times \frac{f_{pyd}}{f_{bpd}} \times \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}}$$

$$\therefore l_{bpt} = \frac{4,375}{36} \times \phi \times \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpd}}$$

O valor da resistência de aderência entre a armadura e o concreto na armadura ativa está descrito no item 9.3.2.2 da NBR 6118:2007. Sendo:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \times \eta_{p2} \times f_{ctd}$$

$$\text{Onde: } f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}, f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \text{ e } f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$\eta_{p1} = 1,0$ para fios lisos;

$\eta_{p1} = 1,2$ para cordoalhas de três e sete fios;

$\eta_{p1} = 1,4$ para fios dentados;

$\eta_{p2} = 1,0$ para situações de boa aderência;

$\eta_{p2} = 0,7$ para situações de má aderência.

Assim:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \times \eta_{p2} \times \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \eta_{p1} \times \eta_{p2} \times \frac{0,7 \times f_{ct,m}}{\gamma_c} = \eta_{p1} \times \eta_{p2} \times \frac{0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c}$$

$$\therefore f_{bpd} = \eta_{p1} \times \eta_{p2} \times \frac{0,21 \times f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c}$$

$$\therefore f_{bpd} = 1,2 \times 1,0 \times \frac{0,21 \times 30^{2/3}}{1,4} = 1,738$$

Como o comprimento de transferência (l_{bpt}) é:

$$l_{bpt} = \frac{4,375}{36} \times \phi \times \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpd}} = \frac{4,375}{36} \times 0,0095 \times \frac{1380,35}{1,738}$$

$$\therefore l_{bpt} = 0,92m$$

Comprimento de ancoragem (l_{bpd}) que representa a distância de regulamentação da armadura ativa é dado por:

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 \times l_{bpt})^2}$$

$$l_{bpd} = \sqrt{0,20^2 + (0,6 \times 0,92)^2} = 0,59m$$

Para a transferência total da protensão considera-se o maior valor entre o l_{bpt} e o l_{bpd} , assim, a protensão começa em zero na face de concreto da peça crescendo de forma linear até o valor de 92 cm, onde estará atuando a protensão plena.

Determinação do momento no l_{bpt} :

$$M_2 = \frac{g_1 \times l}{2} \times l_{bpt} - \frac{g_1 \times l_{bpt}^2}{2} = \frac{3,57 \times 6}{2} \times 0,92 - \frac{3,57 \times 0,92^2}{2} = 8,34kN/m^2$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{379,60}{0,1427} - \frac{379,60 \times 0,069}{0,007} + \frac{8,34}{0,007} \geq 0$$

$$\sigma_s = 109,78kN/m^2 \geq 0$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_{g1}}{W_i} = \frac{379,60}{0,1427} + \frac{379,60 \times 0,069}{0,0069} - \frac{8,34}{0,0069} \leq 21000$$

$$\sigma_i = 5247,43kN/m^2 \leq 21000$$

As tensões próximas aos apoios σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos, não sendo necessário acrescentar cordoalhas na borda superior.

Verificação do ELS ($t=\infty$)

A laje alveolar possui um sistema de pré-tração e está situada em um ambiente moderado (CAA II), sendo estabelecida conforme a Tabela 12, como concreto estrutural protendido no nível 2, ou seja, com protensão limitada. Há duas exigências necessárias relativas à fissuração, no estado limite de formação de fissuras (ELS-F) e no estado limite de descompressão (ELS-D), utilizando as combinações de ações em serviço frequente e quase permanente, respectivamente.

Na NBR 6118:2007 sob o item 11.7.2, estão estabelecidos os coeficientes de ponderações das ações no estado limite de serviço (ELS), sendo determinado que para combinações raras γ_{f2} é igual a 1, nas combinações frequentes γ_{f2} é o valor de ψ_1 e nas combinações quase permanentes γ_{f2} é o valor de ψ_2 . Os valores de γ_{f2} tem valores variáveis de acordo com a tabela 11.2 da mesma norma, podendo ser discriminados pelo tipo de ações e de locais de atuação. Para locais onde há predominância de equipamentos fixos, elevadas concentrações de pessoas e residências utiliza-se para ψ_1 o valor de 0,6 e para ψ_2 o valor de 0,4.

A força normal de protensão (N_p) utilizada para verificação das tensões no ELS é de:

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=\infty}$$

$$N_p = 5 \times 0,55 \times 123,50$$

$$\therefore N_p = 339,64kN$$

- Combinação frequente (ELS-F)

Nesta combinação é onde se inicia a formação de fissuras, admitindo que este estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$ ($f_{ctk,inf}$).

$$f_{ctk,inf} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}, \text{ onde } f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \text{ e } f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$\therefore -0,21 \times f_{ck}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$\therefore -0,21 \times 50^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 50$$

$$\therefore -2850 \leq \sigma \leq 35000kN/m^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g3} + \psi_1 \times M_q)}{W_{comp}}$$

$$\sigma_i = \frac{339,64}{0,1427} + \frac{339,64 \times 0,069}{0,0069} - \frac{\sum(16,07 + 7,02)}{0,0069} - \frac{\sum(11,25 + 0,6 \times 28,13)}{0,0095} \geq -2850kN/m^2$$

$$\sigma_i = -529,68kN/m^2 \geq -2850$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_s} + \frac{\sum(M_{g3} + \psi_1 \times M_q)}{I_{comp}} \times (y_{sup} - h_{capa})$$

$$\sigma_s = \frac{339,64}{0,1427} - \frac{339,64 \times 0,069}{0,007} + \frac{\sum(16,07 + 7,02)}{0,007} + \frac{\sum(11,25 + 0,6 \times 28,13)}{0,0013} \times (0,1131 - 0,05)$$

$$\sigma_s = 3696,08 \text{ kN} / \text{m}^2 \leq 35000$$

As tensões para a combinação frequente σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos.

- Combinação Quase Permanente (ELS-D)

Esta combinação é o estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção.

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times 50$$

$$\therefore 0 \leq \sigma \leq 35000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g3} + \psi_2 \times M_q)}{W_{comp}}$$

$$\sigma_i = \frac{339,64}{0,1427} + \frac{339,64 \times 0,069}{0,0069} - \frac{\sum(16,07 + 7,02)}{0,0069} - \frac{\sum(11,25 + 0,4 \times 28,13)}{0,0095} \geq 0$$

$$\sigma_i = 62,42 \text{ kN} / \text{m}^2 \geq 0$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_s} + \frac{\sum(M_{g3} + \psi_2 \times M_q)}{I_{comp}} \times (y_{sup} - h_{capa})$$

$$\sigma_s = \frac{339,64}{0,1427} - \frac{339,64 \times 0,069}{0,007} + \frac{\sum(16,07 + 7,02)}{0,007} + \frac{\sum(11,25 + 0,4 \times 28,13)}{0,0013} \times (0,1131 - 0,05)$$

$$\sigma_s = 3423,00 \text{ kN} / \text{m}^2 \leq 35000$$

As tensões para a combinação quase permanente σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos.

Pode-se confirmar que a seção atende todos os requisitos de tensões.

Deve-se notar que o cálculo da armadura foi feito no ELU no tempo infinito e depois foram feitas as demais verificações que foram atendidas. Assim, pode-se dizer que a condição determinante é da do ELU no tempo infinito.

7.9 EXEMPLO 9

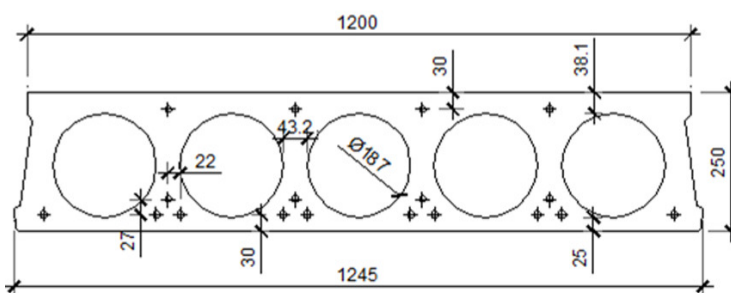
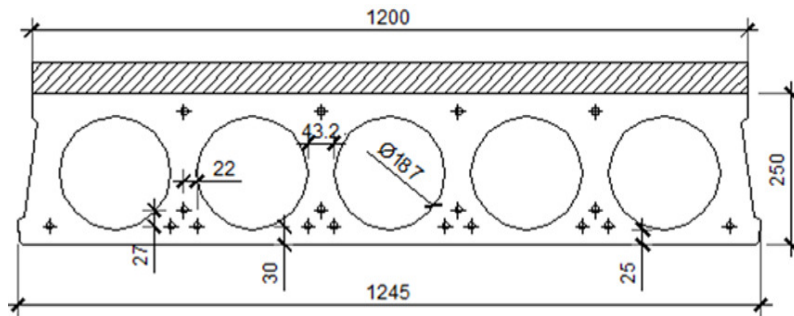
Dimensionar e verificar uma laje alveolar para um vão de 12 m, sendo o sistema de laje simplesmente apoiada com os mesmos valores de ações do exemplo 8.

Resolução:

Para estabelecer um ponto de partida pode-se usar as tabelas de pré-dimensionamento do Manual Munte de Melo (2004) (ver tabelas no Anexo) onde através das entradas da soma das cargas verticais de sobrecarga permanente, revestimento e carga accidental tem-se o máximo vão suportado por uma determinada laje. Através da consulta das tabelas anexas, opta-se pela laje com espessura de 25 cm.

A seção e as características da laje estão mostradas na Tabela 24.

Tabela 24: Seções genéricas de uma laje alveolar de 250 mm e propriedades geométricas.

Seção genérica de uma laje de 250 mm de altura	Propriedades Geométricas
 <p>Seção Simples</p>	<p>Área = 0,1631 m² Perímetro = 6,14 m I = 0,0013 m⁴ y_s = 0,1212 m $W_s = \frac{0,0013}{0,1212} = 0,0107 m^3$ $W_i = \frac{0,0013}{0,1288} = 0,0102 m^3$ es = 0,1288 - 0,030 = 0,0988 m es' = 0,1212 - 0,030 = 0,0912 m</p>
 <p>Seção Composta</p>	<p>Área = 0,2245 m² Perímetro = 6,24 m I = 0,0022 m⁴ y_s = 0,1321 m $W_s = \frac{0,0022}{0,1321} = 0,0166 m^3$ $W_i = \frac{0,0022}{0,1679} = 0,0131 m^3$ ec = 0,1679 - 0,030 = 0,1379 m ec' = 0,1321 - 0,080 = 0,0521 m</p>

A determinação das ações permanentes e acidentais (carregamentos), também será retirada do exemplo 8, porém os momentos serão diferentes, devido ao comprimento da laje alveolar.

✓ Ações Permanentes

$$\text{Peso próprio: } g_1 = 0,1631 \times 25 = 4,08 \text{ kN/m}$$

$$\text{Capa: } g_2 = 1,56 \text{ kN/m}$$

$$\text{Revestimento: } g_3 = 2,50 \text{ kN/m}$$

✓ Ações Acidentais

$$\text{Sobrecarga: } q = 6,25 \text{ kN/m}$$

O dimensionamento da seção transversal da laje será de modo composto, ou seja, considerando a capa de concreto, trabalhando no estado limite último no tempo infinito (ELU, $t = \infty$).

Na determinação do momento podem-se estabelecer os modos de análise conjunta ou separada. Assim, o momento de cálculo será o menor valor entre os dois valores.

Cálculo do momento com análise conjuntamente dos coeficientes:

$$M_d = 1,4 \times (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_q)$$

$$M_d = 1,4 \times (73,44 + 28,08 + 45,00 + 112,50)$$

$$\therefore M_d = 362,63 \text{ kNm}$$

Cálculo do momento com análise separadamente dos coeficientes:

$$M_d = 1,3 \times M_{g1} + 1,5 \times (M_{g2} + M_{g3} + M_q)$$

$$M_d = 1,3 \times 73,44 + 1,5 \times (28,08 + 45,00 + 112,50)$$

$$\therefore M_d = 373,84 \text{ kNm}$$

O momento de cálculo (M_d) considerado será de 362,63 kNm, sendo os coeficientes de majoração analisados conjuntamente.

Será apresentado de forma tabular os resultados para a determinação da armadura ativa de protensão, seguindo a sequência de formulação do exemplo 8.

Dados iniciais para determinação da armadura de protensão									
M_d (KNm)	KMD	KX	KZ	ϵ_c (%)	ϵ_s (%)	ϵ_p (%)	ϵ_t (%)	σ_{pd} (MPa)	A_p (cm ²)
362,63	0,1857	0,3120	0,8752	3,5000	7,7178	6,1393	13,8571	1501,97	10,22

Para o cálculo de ϵ_p , utiliza-se uma perda de 18%, pois neste tipo de laje é necessário um maior número de cabos, representando também uma perda maior. Os valores de perda foram obtidos de PETRUCELLI (2009).

Verificação da linha neutra (LN):

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow x = KX \times d$$

$$x = 0,3120 \times (0,30 - 0,030)$$

$$\therefore x = 0,0842 \text{ m ou } 8,42 \text{ cm} \geq 5 \text{ cm}$$

A altura da linha neutra é o valor calculado de x, assim, pode-se afirmar que a seção cortada pela LN é a laje, ainda na seção da mesa da laje, não cortando os alvéolos. A seção a ser considerada é retangular.

Para a determinação do número de cabos, considera-se a seção de uma cordoalha de 12,7 mm (1/2") que tem seção de aço igual a 0,98 cm². Portanto:

$$n_{cabos} = \frac{A_p}{A_{cabo}} = \frac{10,22}{0,98}$$

$$n_{cabos} = 10,43 \text{ cabos}$$

Assim, adota-se 10 cordoalhas $\phi = 12,7$ mm do tipo CP190 RB.

- Verificação das tensões no ELU (t=0), estado em vazio:

A consideração das perdas iniciais é de 5%

As tensões limites estão estabelecidas considerando a não ocorrência de tração e 70% da resistência à compressão do concreto. Assim,

$$0 \leq \sigma \leq 21000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Com as perdas consideradas, é calculada a tensão de protensão dos cabos no tempo zero e a força de protensão requerida na seção da laje alveolar.

$$\sigma_{pt=0} = \sigma_{pi} \times (1 - perda)$$

$$\sigma_{pt=0} = 1453 \times (1 - 0,05)$$

$$\therefore \sigma_{pt=0} = 1380,35 MPa$$

A força normal será em relação ao dimensionamento dos 10 cabos de 12,7 mm, com seção de 0,98 cm².

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0}$$

$$N_p = 10 \times 0,98 \times 138,035$$

$$\therefore N_p = 1352,74 kN$$

Verificação das tensões no meio do vão:

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{1352,74}{0,1631} - \frac{1352,74 \times 0,0988}{0,0107} + \frac{73,44}{0,0107} \geq 0$$

$$\sigma_s = 2666,76 kN / m^2 \geq 0$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_{g1}}{W_i} = \frac{1352,74}{0,1631} + \frac{1352,74 \times 0,0988}{0,0102} - \frac{73,44}{0,0102} \leq 21000$$

$$\sigma_i = 14196,94 kN / m^2 \leq 21000$$

Como os valores de σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos, são atendidas as condições das tensões para o meio do vão.

- Verificação das tensões próximas ao apoio:

Conforme foi analisado no exemplo 8, o comprimento de transferência da protensão pode ser calculado por:

$$\therefore l_{bpt} = \frac{4,375}{36} \times \phi \times \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpd}} = \frac{4,375}{36} \times 0,0127 \times \frac{1380,35}{1,738}$$

$$\therefore l_{bpt} = 1,226 m$$

O comprimento de regularização é:

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 \times l_{bpt})^2} = \sqrt{0,25^2 + (0,6 \times 1,226)^2}$$

$$\therefore l_{bpd} = 0,777m$$

Assim, a distância onde a protensão está atuando de forma efetiva é na seção correspondente a 1,226 m. A determinação do momento correspondente ao comprimento de transferência equivale a:

$$M_2 = \frac{g_1 \times l}{2} \times l_{bpt} - \frac{g_1 \times l_{bpt}^2}{2} = \frac{4,08 \times 12}{2} \times 1,226 - \frac{4,08 \times 1,226^2}{2} = 26,95kN / m^2$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_2}{W_s} = \frac{1352,74}{0,1631} - \frac{1352,74 \times 0,0988}{0,0107} + \frac{26,95}{0,0107} \geq 0$$

$$\sigma_s = -1678,10kN / m^2 < 0$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_2}{W_i} = \frac{1352,74}{0,1631} + \frac{1352,74 \times 0,0988}{0,0102} - \frac{26,95}{0,0102} \leq 21000$$

$$\sigma_i = 18754,78kN / m^2 \leq 21000$$

A tensão da borda superior (σ_s) não atende aos limites de tensões para a tração, ou seja, o valor negativo representa o aparecimento de uma tensão de tração na borda superior exigindo a colocação de cabos de protensão para combatê-la. Lembrar que neste tipo de peça não é possível colocar armadura possível sendo assim obrigatório o uso de cabos superiores. Assim, para determinação da armadura ativa necessária na borda superior é necessário que não apareça tensões de tração, igualando a tensão à zero.

$$\text{Como: } N'_p = A_{seção} \times \sigma_{pt=0} = 138,035 \times A'_{seção}$$

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{N'_p}{A_c} + \frac{N'_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_2}{W_s} = 0$$

$$\frac{1352,74}{0,1631} - \frac{1352,74 \times 0,0988}{0,0107} + \frac{138,035 \times A'_{seção}}{0,1631} + \frac{138,035 \times A'_{seção} \times 0,0912}{0,0107} + \frac{26,95}{0,0107} = 0$$

$$\therefore A'_{seção} = 0,83cm^2$$

Sabendo que a cordoalha de $\phi = 9,5$ mm tem seção transversal de $0,55$ cm², pode-se determinar o número de cordoalhas na borda superior da laje. Assim:

$$n_{cabos} = \frac{A'_{seção}}{A_{cabo}} = \frac{0,83}{0,55}$$

$$n_{cabos} = 1,51 \text{ cabos}$$

Adotam-se para esta configuração 2 cordoalhas de $\phi = 9,5$ mm do tipo CP190 RB, de armadura ativa para combater as tensões excedentes de tração na borda superior.

- Verificação do ELS ($t=\infty$)

Para a verificação das tensões no estado limite de serviço no tempo infinito são necessárias as concordâncias das exigências à fissuração, no estado limite de formação de fissuras (ELS-F) e no estado limite de descompressão (ELS-D), utilizando as combinações de ações em serviço frequente e quase permanente, respectivamente.

Neste caso utilizam-se os mesmos valores de ψ_1 e de ψ_2 correspondentes ao exercício 8, sendo respectivamente 0,6 e 0,4.

A força normal de protensão (N_p) utilizada na face inferior para verificação das tensões no ELS com perda de 18%, com 10 cabos de $\frac{1}{2}$ " é de:

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=\infty}$$

$$N_p = 10 \times 0,98 \times (145,30 \times 0,82)$$

$$\therefore N_p = 1167,63 \text{ kN}$$

Como foi necessária a colocação de 2 cordoalhas com bitola igual a $\phi = 9,5$ mm de protensão na face superior da laje devido à verificação de tensões no ELU no tempo zero, considera-se uma perda de também de 20%, para a determinação da força normal de protensão (N'_p):

$$N'_p = 2 \times 0,55 \times (145,30 \times 0,80)$$

$$\therefore N'_p = 127,86 \text{ kN}$$

Portanto:

$$N_{total} = N_p + N'_p = 1167,63 + 127,86 = 1295,49 \text{ kN}$$

$$M_p = (N_p \times e_p) - (N'_p \times e'_p) = (1167,63 \times 0,0988) - (127,86 \times 0,0912) = 103,70 \text{ kNm}$$

- Combinação frequente (ELS-F)

Nesta combinação é onde se inicia a formação de fissuras, admitindo que este estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$ ($f_{ctk,inf}$).

$$f_{ctk,inf} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}, \text{ onde } f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \text{ e } f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$\therefore -0,21 \times f_{ck}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$\therefore -0,21 \times 50^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 50$$

$$\therefore -2850 \leq \sigma \leq 35000 \text{ kN/m}^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g3} + \psi_1 \times M_q)}{W_{comp}}$$

$$\sigma_i = \frac{1295,49}{0,1631} + \frac{103,70}{0,0102} - \frac{73,44 + 28,08}{0,0102} - \frac{45,00 + 0,6 \times 112,5}{0,0131} \geq -2850$$

$$\sigma_i = -431,14 \text{ kN/m}^2 \geq -2850$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_{ptotal}}{A_c} - \frac{M_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_s} + \frac{\sum(M_{g3} + \psi_1 \times M_q)}{I_{comp}} \times (y_{sup} - h_{capa})$$

$$\sigma_s = \frac{1295,49}{0,1631} - \frac{103,70}{0,0107} + \frac{73,44 + 28,08}{0,0107} + \frac{45,00 + 0,6 \times 112,5}{0,0022} \times (0,1321 - 0,05) \leq 35000$$

$$\sigma_s = 11937,48 \text{ kN/m}^2 \leq 35000$$

As tensões para a combinação frequente σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos pela norma.

- Combinação Quase Permanente (ELS-D)

Esta combinação é o estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção.

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times 50$$

$$\therefore 0 \leq \sigma \leq 35000 \text{ kN/m}^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g3} + \psi_2 \times M_q)}{W_{comp}}$$

$$\sigma_i = \frac{1295,49}{0,1631} + \frac{103,70}{0,0102} - \frac{73,44 + 28,08}{0,0102} - \frac{45,00 + 0,4 \times 112,5}{0,0131} \geq 0$$

$$\sigma_i = 1286,41 \text{ kN/m}^2 \geq 0$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_{ptotal}}{A_c} - \frac{M_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2})}{W_s} + \frac{\sum(M_{g3} + \psi_2 \times M_q)}{I_{comp}} \times (y_{sup} - h_{capa})$$

$$\sigma_s = \frac{1295,49}{0,1631} - \frac{103,70}{0,0107} + \frac{73,44 + 28,08}{0,0107} + \frac{45,00 + 0,4 \times 112,5}{0,0022} \times (0,1321 - 0,05)$$

$$\sigma_s = 11097,82 \text{ kN/m}^2 \leq 35000$$

As tensões para a combinação quase permanente σ_s e σ_i estão dentro dos limites estabelecidos.

Cabe ressaltar que houve a necessidade de adicionar cabos de protensão na face superior da laje alveolar para combater as tensões de tração limites na borda superior, mesmo com a perda da eficiência da protensão da borda inferior.

7.10 EXEMPLO 10

Calcular a viga VR01 para um prédio escolar (Figura 47) considerando armadura passiva de CA-50; concreto pré-moldado, $f_{ckj} = 25 \text{ MPa}$, $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$; concreto moldado no local (capa), $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$. Carregamentos: g_1 – peso próprio 25 kN/m^3 ; g_2 – laje alveolar: $2,25 \text{ kN/m}^2$ ($h = 15 \text{ cm}$); g_3 – capa: 25 kN/m^3 ($h = 5 \text{ cm}$); g_4 – alvenaria: 18 kN/m^3 ($h = 2,20 \text{ m}$ e largura de 15 cm); g_5 – revestimento: $0,80 \text{ kN/m}^2$; q – acidental: $3,00 \text{ kN/m}^2$. Considerar a solução sem a continuidade da laje alveolar e da viga.

Considerar quatro situações:

- a) Estrutura em concreto armado com CAA (classe de agressividade ambiental) II.
- b) Estrutura em concreto protendido CAA I – sistema de pré-tração.
- c) Estrutura em concreto protendido CAA II – sistema de pré-tração.
- d) Estrutura em concreto protendido CAA III ou IV – sistema de pré-tração.

Para as situações em concreto protendido considerar a armadura ativa composta de cordoalhas de $\phi 1/2''$ ($A_p = 0,987 \text{ cm}^2$) de CP 190RB e perdas totais de 22,98% para os cabos da borda inferior e 14,85% para os cabos da borda superior. Os valores das perdas de protensão são obtidos a partir dos cálculos realizados no trabalho de INFORSATO (2009).

Exemplo original retirado de INFORSATO (2009).

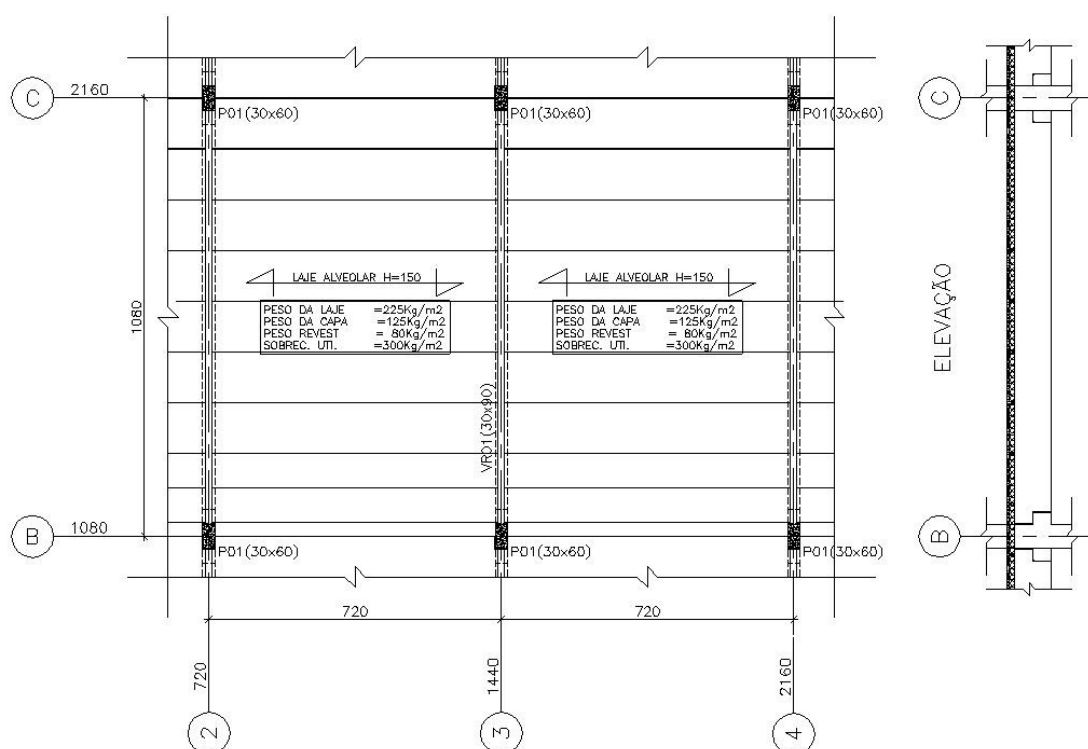


Figura 47: Planta do pavimento e elevação da viga VR01 (unidades em cm).

Resolução:

Na Figura 48 são mostrados os dois tipos de seções transversais que a viga deve possuir ao longo de suas etapas construtivas. Sendo no início somente a seção retangular pré-moldada e após a colocação da laje e execução do capeamento a seção final da viga, considerada do tipo “T”, apenas posteriormente a cura e endurecimento da capa de concreto. Para que a capa de concreto seja um elemento resistente, junto à viga são necessários elementos de ligação salientes (estribos) e uma armadura superior na mesa colaborante.

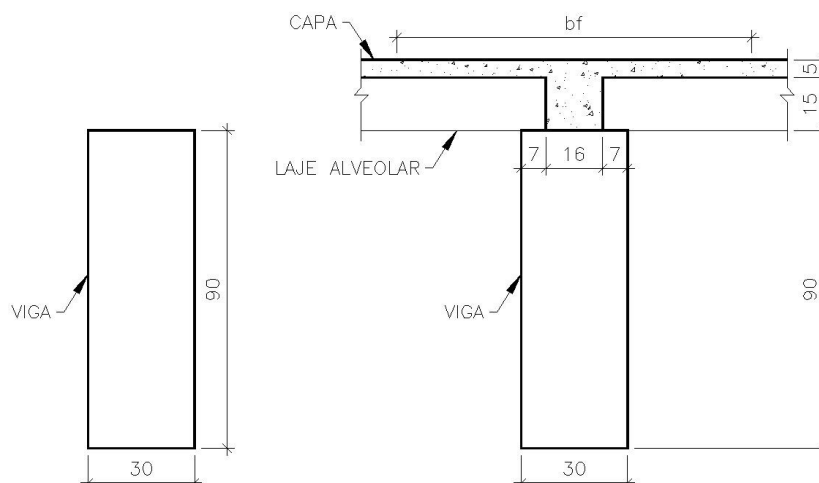


Figura 48: Seções transversais da viga VR01.

Geometria, ações e solicitações.

Este início de resolução vale para as quatro situações do enunciado. Na determinação dos carregamentos da viga é necessário salientar que não haverá continuidade das lajes e vigas. O passo inicial é caracterizar o comprimento efetivo de cálculo da viga, para isso, considera-se a folga de 1 cm de cada lado e descontado o comprimento dos pilares (60 cm) da largura entre eixos. O comprimento efetivo é correspondente à distância entre chumbadores. Neste caso o chumbador está no eixo do comprimento do consolo de 45 cm, demonstrado na Figura 49. Portanto:

$$l_{ef} = 1080 - 2 \times (30 + 1) - 2 \times \left(\frac{45}{2} - 1 \right)$$

$$\therefore l_{ef} = 975 \text{ cm}$$

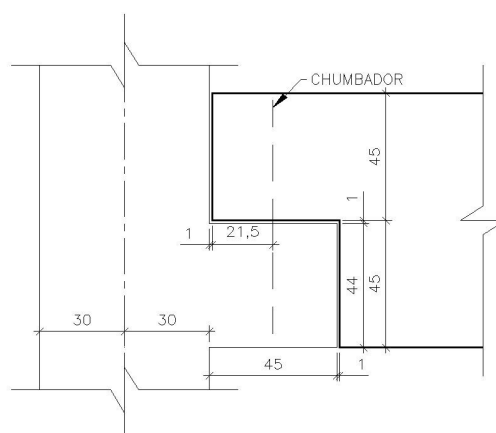


Figura 49: Esquema da extremidade da viga VR01, apoio no consolo do pilar.

Ações diretas na viga

Na Tabela 25 e Tabela 26 são mostradas intensidades dos carregamentos referentes aos pesos próprios e nas lajes, respectivamente. Nota-se que na intensidade possui um carregamento constante distribuído linearmente.

Tabela 25: Intensidade dos carregamentos de peso próprio.

Descrição	Área (m ²)	γ (kN/m ³)	Intensidade (kN/m)
g_1 – Peso próprio	$0,30 \times 0,90 = 0,27$	25	6,75
g_4 – Alvenaria	$0,15 \times 2,20 = 0,33$	18	5,94

Tabela 26: Intensidade de carregamentos nas lajes.

Descrição	Intensidade (kN/m ²)	Vão de contribuição (m)	Ação na viga (kN/m)
g_2 – Laje Alveolar	2,25	7,20	16,20
g_3 – Capa (esp = 5 cm)	$0,05 \times 25 = 1,25$	7,20	9,00
g_5 – Revestimento	0,80	7,20	5,76
q – Acidental	3,0	7,20	21,60

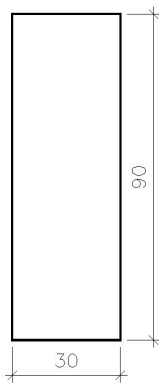
Com a determinação das intensidades e do comprimento efetivo da viga, calculam-se os momentos característicos referentes a cada tipo de carga. Demonstrados na Tabela 27.

Tabela 27: Momentos máximos no meio do vão.

Descrição	Intensidade (kN/m)	Vão (m)	Momento máximo (kN.m)
g_1 – Peso próprio	6,75	9,75	80,21
g_2 – Laje Alveolar	16,20	9,75	192,50
g_3 – Capa	9,00	9,75	106,95
g_4 – Alvenaria	5,94	9,75	70,58
g_5 – Revestimento	5,76	9,75	68,45
q – Acidental	21,60	9,75	256,67

As características geométricas da viga pré-moldada de seção simples, ou seja, em vazio, pode ser vista na Tabela 28.

Tabela 28: Características geométricas da seção da viga pré-moldada.

Seção	Área (m ²)	$= 0,30 \cdot 0,90 = 0,27$
	y_{cg} (m)	$= \frac{h}{2} = \frac{0,90}{2} = 0,45$
	I (m ⁴)	$= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,30 \cdot 0,90^3}{12} = 1,82 \cdot 10^{-2}$
	$W_i = W_s$ (m ³)	$= \frac{I}{y_{cg}} = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot \frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,30 \cdot 0,90^2}{6} = 4,05 \cdot 10^{-2}$

Cálculo da mesa colaborante

A mesa colaborante tem a função de trabalhar solidária à viga na flexão. Podendo haver diminuição da armadura passiva, da flecha e aumento da inércia final da seção transversal, comparando com uma viga de seção transversal simples (retangular).

De acordo com a NBR 6118:2007 no item 14.6.2.2 a largura da mesa colaborante (b_f) pode ser determinada através de diversos fatores (ver Figura 50), mas neste caso trata-se de uma viga simplesmente apoiada. Assim:

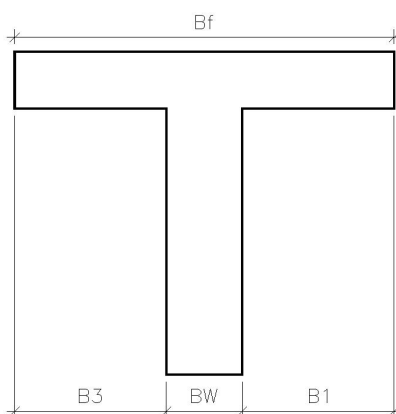


Figura 50: Seção da mesa colaborante
Fonte: NBR 6118 (2007).

$$b_1 = \begin{cases} 0,5.b_2 \\ 0,1.a \end{cases}$$

$$b_3 = \begin{cases} b_4 \\ 0,1.a \end{cases}$$

$a = 1,00 l \rightarrow$ Viga simplesmente apoiada

$$b_1 = b_3 = 0,10 \times 1,00 \times 9,75 = 0,975 m$$

$$b_f = b_w + b_1 + b_3 = 0,30 + 0,975 + 0,975 = 2,25 m$$

A seção composta possui dois tipos diferentes de concretos: capa estrutural de concreto f_{ck} de 30 MPa e viga pré-moldada de concreto f_{ck} de 40 MPa, quanto a sua resistência à compressão. Portanto, propõe-se fazer a redução da mesa colaborante, esta redução é em consequência ao módulo de elasticidade secante dos dois concretos. A redução também ocorre na seção de apoio da laje (p). As reduções referentes à seção transversal podem ser analisadas na Figura 51, sendo considerada para o cálculo a seção com mesa colaborante de 1,96 m e

apoios de 8 cm. As reduções ocorrem somente nos apoios de lajes e na mesa colaborante, com a altura da seção íntegra.

$$r = \frac{E_{capa}}{E_{viga}} = \frac{0,85 \times 5600 \times \sqrt{30}}{0,85 \times 5600 \times \sqrt{40}} = 0,87$$

$$b_f = 0,87 \times 2,25 = 1,96 \text{ m}$$

$$p = 0,87 \times 0,16 \cong 0,14 \text{ m}$$

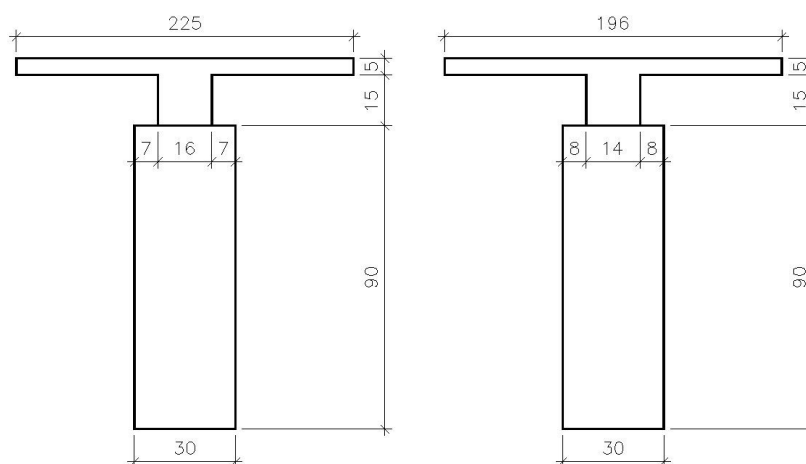


Figura 51: Seção transversal composta com redução da capa devido ao módulo de elasticidade dos concretos.

a) Cálculo para a situação 1- Concreto armado CAA II

Como se trata de peça pré-moldada em concreto armado trabalhando em um ambiente de agressividade moderada, o cálculo se inicia pela determinação da armadura no ELU para a flexão, e passa a fazer a verificação pertinente à fissuração (abertura de fissuras), podendo posteriormente executar o detalhamento da seção transversal.

Inicialmente será arbitrado o valor da altura útil da viga ($d_{teórico}$), pois não há possibilidade de determinar o centro de gravidade geométrica da seção dos aços. A altura total da seção transversal é de 1,10 m e o C.G. dos aços foi considerado igual a 5 cm, portanto o valor de $d_{teórico}$ é de 1,05 m. Com o cálculo da armadura longitudinal é possível determinar o seu centro de gravidade (C.G.), e assim, refazer os cálculos.

Para o início do cálculo considera-se que a linha neutra (LN) está cortando a mesa da seção transversal, ou seja, ela está com um valor inferior a 5 cm, portanto pode utilizar o cálculo da armadura em uma viga com flexão normal de seção retangular. Na entrada dos dados na equação, somam-se os valores de momentos totais das etapas, sendo considerada

como etapa única, pois a peça está trabalhando e resistindo com sua seção transversal plena, após o endurecimento da capa de concreto combatendo os esforços do momento e cisalhamento.

A largura da mesa colaborante não pode ser reduzida, mesmo sendo dois tipos de concreto, quanto à resistência, pois a LN considerada está na capa. Assim:

$$KMD = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{1,4 \times (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + M_q)}{b \times d^2 \times f_{cd}}$$

$$KMD = \frac{1,4 \times (80,21 + 192,50 + 106,95 + 70,58 + 68,45 + 256,67)}{2,25 \times 1,05^2 \times \frac{30000}{1,4}}$$

$$\therefore KMD = 0,0204$$

Com a interpolação dos valores de KMD com a Tabela 11, determina-se os valores de KX, KZ, sendo respectivamente 0,0304 e 0,9879.

Após o cálculo do valor adimensional é necessário fazer a verificação da posição exata da linha neutra, para isso:

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow x = KX \times d$$

$$x = 0,0304 \times 1,05$$

$$\therefore x = 0,0319m \text{ ou } 3,19cm \leq 5cm$$

O valor encontrado para a altura da linha neutra foi inferior aos 5 cm da mesa da seção transversal, portanto tornam-se válidos os cálculos para uma seção retangular. Assim, o valor da armadura longitudinal é representado por:

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \times d \times f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{1085,51}{0,9879 \times 1,05 \times \frac{500000}{1,15}}$$

$$\therefore A_s = 2,41 \times 10^{-3} m^2 = 24,10 cm^2$$

Com o valor calculado da armadura longitudinal, estabelece a quantidade e a bitola que pode ser utilizada, para isso adota-se 8 (oito) barras de ϕ de 20,0 mm. Sendo dispostas conforme a Figura 52.

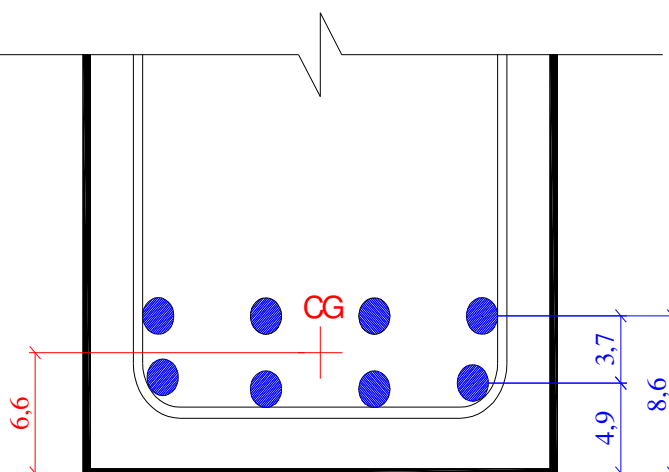


Figura 52: Posicionamento provisório das barras na seção transversal.

Com a estrutura de concreto armado e CAII a Tabela 12 exige a verificação no estado limite de abertura de fissuras (ELS-W), sendo para este caso uma abertura máxima (w_k) inferior a 0,3 mm, e para as ações de serviço utilizar a combinação frequente.

- Momento de fissuração (M_r)

As estruturas podem ser definidas trabalhando no estágio I ou no estágio II, para a verificação no estado limite de serviço (ELS). No estágio I a estrutura apresenta-se de forma íntegra, ou seja, sem o aparecimento de qualquer tipo de fissura, já no estágio II há a presença de micro-fissuras ou fissuras aparentes.

Com o aparecimento de fissuras a seção tende a perder sua capacidade resistente (inércia), necessitando, para o cálculo, uma redução de seu valor, chamada de inércia média (I_m).

Pode-se dizer que uma estrutura está fissurada a partir do instante que o momento atuante (M_{at}) tem valor superior ao momento de fissuração da seção transversal (M_r).

A NBR 6118:2007 sob o item 17.3.1 apresenta uma formulação para a determinação do momento de fissuração, sendo ela:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$$

Onde:

α é o fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, sendo 1,2 para seções “T” ou duplo “T” e 1,5 para seções retangulares;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, sendo que para o momento de fissuração utiliza-se o $f_{ctk,inf}$ conforme o item 8.2.5 da NBR 6118:2007. Os valores devem ser expressos em megapascal (MPa).

Como:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \text{ e } f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$\therefore f_{ctk,inf} = 0,21 \times f_{ck}^{2/3}$$

Assim, a fórmula do momento de fissuração pode ser expressa:

$$M_r = \frac{\alpha \times 0,21 \times f_{ck}^{2/3} \times I_c}{y_t}$$

No ELU só funciona o concreto acima da LN, assim $b = b_f$ e $f_{ck} = 30MPa$ (supondo que $x < h_f$). No Estádio I (serviço) até a fissuração todo o concreto trabalha, desta forma há dois tipos de concreto sendo necessário homogeneizar a seção para um só concreto, então, $b = r \times b_f$.

Tabela 29: Características geométricas da seção composta.

	Seção	Área (m²)	$= 0,30 \times 0,90 + 0,14 \times 0,15 + 1,96 \times 0,05 = 0,389$
	y_{cg} (m)	$\frac{\sum A_i \cdot y_{cg,i}}{\sum A_i} = \frac{0,30 \times 0,90 \times 0,45 + 0,14 \times 0,15 \times 0,975 + 1,96 \times 0,05 \times 1,075}{0,30 \times 0,90 + 0,14 \times 0,15 + 1,96 \times 0,05}$ $= \frac{\sum A_i \cdot y_{cg,i}}{\sum A_i} = 0,636$	
	I_{comp} (m⁴)	$I_1 = \frac{0,30 \times 0,90^3}{12} + (0,636 - 0,45)^2 \times 0,30 \times 0,90 = 2,76 \times 10^{-2}$ $I_2 = \frac{0,14 \times 0,15^3}{12} + (0,636 - 0,975)^2 \times 0,14 \times 0,15 = 2,45 \times 10^{-3}$ $I_3 = \frac{2,04 \times 0,05^3}{12} + (0,636 - 1,075)^2 \times 1,96 \times 0,05 = 1,89 \times 10^{-2}$ $I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 4,89 \times 10^{-2}$	
	y_i = y_{cg} (m)	$= 0,636$	
	y_s (m)	$= h - y_i = 1,10 - 0,636 = 0,464$	
	W_{i,comp} (m³)	$= \frac{I}{y_i} = \frac{4,89 \times 10^{-2}}{0,636} = 7,69 \times 10^{-2}$	
	W_{s,comp} (m³)	$= \frac{I}{y_s} = \frac{4,89 \times 10^{-2}}{0,464} = 1,05 \times 10^{-1}$	

Tratando-se de uma seção transversal “T” o valor de α deve ser 1,2 e o valor de y_i é o comprimento entre o C.G. (centro de gravidade) e a borda inferior, que é a fibra mais tracionada. Considerando também um concreto com f_{ck} de 40 MPa, pois tratando-se de uma peça pré-moldada de concreto armado, diferenciada em dois tipos de concreto, uma para a seção retangular e outro para a mesa colaborante, o concreto resistente é o da face inferior da seção (fibra mais tracionada). Os outros valores necessários ao cálculo são apresentados na Tabela 29, estabelecendo os valores de I_c e y_i . Assim:

$$M_r = \frac{1,2 \times 0,21 \times 40^{\frac{2}{3}} \times 0,0489 \times 1000}{0,636} \Rightarrow \therefore M_r = 226,62 \text{ kNm}$$

Para verificar se a seção de concreto encontra-se fissurada faz-se a comparação entre os valores de momento atuante com a combinação frequente e o momento de fissuração.

Na combinação frequente os valores das parcelas de carregamentos são consideradas plenas, e a redução dá-se apenas no valor do carregamento acidental, sendo o momento da

parcela acidental multiplicado pelo fator ψ_1 que é igual a 0,6, pois trata-se de um local com elevada concentração de pessoas, este valor foi retirado da Tabela 11.2 da NBR 6118:2007. O valor do momento atuante pode ser expresso por:

$$M_{at} = M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \times M_q$$

$$M_{at} = 80,21 + 192,50 + 106,95 + 70,58 + 68,45 + 0,6 \times 256,67$$

$$\therefore M_{at} = 672,70 \text{ kNm}$$

Com a comparação entre os dois valores (M_{at} e M_r), pode-se afirmar que a peça está trabalhando no estágio II, ou seja, com a presença de fissuras, pois o momento de fissuração tem valor inferior ao momento atuante ($M_r \leq M_{at}$).

Quando o valor do momento em serviço é maior que o momento de fissuração há necessidade de fazer a verificação do estado limite de abertura de fissura (serviço), feito com a combinação frequente.

- Verificação da abertura da fissura

As aberturas de fissuras podem ser verificadas por métodos distintos, sendo eles por simples cálculo da tensão ou através de fórmulas mais sofisticadas.

A maneira mais simples é pelo método simplificado, estabelecendo que a tensão na armadura varie linearmente. Este método evita o cálculo da inércia média no estágio II e está a favor da segurança. A equação é expressa por:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yk}}{1,15 \times 1,4} \times \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + 0,4 \times M_q}{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + M_q}$$

$$\sigma_{si} = \frac{500}{1,15 \times 1,4} \times \frac{80,21 + 192,50 + 106,95 + 70,58 + 68,45 + 0,4 \times 256,67}{80,21 + 192,50 + 106,95 + 70,58 + 68,45 + 256,67}$$

$$\sigma_{si} = \frac{500}{1,15 \times 1,4} \times \frac{621,36}{775,36} = 248,88 \text{ MPa}$$

A NBR 6118:2007 cita sob o item 17.3.3.3, o controle de fissuração sem a verificação da abertura de fissuras. Para a dispensa da verificação e atendimento do estado limite de fissuração (ELS-W), na ordem de 0,30 mm para o concreto armado e 0,20 mm para o concreto com armaduras ativas, a peça de concreto deve ser dimensionada respeitando as restrições da Tabela 30, expressando valores das tensões, diâmetro e espaçamento. As tensões devem ser determinadas no estágio II.

Tabela 30: Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência.

Tensão na barra	Valores máximos			
	Concreto sem armaduras ativas		Concreto com armaduras ativas	
σ_s MPa	ϕ_{\max} mm	s_{\max} cm	ϕ_{\max} mm	s_{\max} cm
160	32	30	25	20
200	25	25	16	15
240	16	20	12,5	10
280	12,5	15	8	5
320	10	10	6	-
360	8	6	-	-

A tensão determinada para a armadura de tração foi de 248,88 MPa, para uma bitola de ϕ de 20,0 mm. Assim, a tensão máxima para não haver a necessidade de verificação é o valor interpolado entre as bitolas de ϕ de 16,0 mm e ϕ de 25,0 mm, chegando a um valor de tensão σ_s igual a 222,22 MPa. Como a tensão calculada foi superior a do aço ϕ de 20,0 mm, é necessário fazer as verificações plausíveis.

Uma das análises é a abertura de fissuras determinadas para cada região de envolvimento da armadura, estabelecendo que a abertura seja o menor valor calculado entre as duas equações definidas.

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ct,m}}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{(12,5 \times \eta_i)} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

A equação utilizada para uma primeira análise é a que não considera a taxa de armadura passiva ou ativa em relação à área de envolvimento da armadura, então:

$$w_k = \frac{20}{12,5 \times 2,25} \times \frac{248,88}{210.000} \times \frac{3 \times 248,88}{0,3 \times 40^{2/3} \times 10^3} = 0,179 < 0,3$$

Já na primeira tentativa a abertura de fissura está menor que o valor limite, assim, não há necessidade de continuação dos cálculos, pois o valor considerado é o menor entre as duas fórmulas. A abertura de fissura está atendida.

b) Cálculo para a situação 2- Concreto protendido CAA I

Arbitrando d ($d_{\text{teórico}}$) igual a 1,05 m e ainda com os valores de b_f igual a 2,25 m e supondo inicialmente que a linha neutra esteja passando pela mesa da seção transversal, ou seja, menor que o valor da espessura da capa (5 cm) de concreto com resistência de $f_{ck}=30$ MPa.

b-1) Determinação de A_p no tempo infinito.

A determinação da altura da linha neutra dá-se da mesma forma que o item anterior.

$$KMD = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{1,4 \times (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + M_q)}{b \times d^2 \times f_{cd}}$$

$$KMD = \frac{1,4 \times (80,21 + 192,50 + 106,95 + 70,58 + 68,45 + 256,67)}{2,25 \times 1,05^2 \times 30000 / 1,4}$$

$$\therefore KMD = 0,0204$$

Interpolando os valores de KMD com a Tabela 11, determina-se os valores de KX , KZ , ε_s sendo respectivamente 0,0304, 0,9879 e 1%. A linha neutra é determinada por:

$$KX = \frac{x}{d} \Rightarrow x = KX \times d$$

$$x = 0,0304 \times 1,05$$

$$\therefore x = 0,0319m \text{ ou } x = 3,19cm < 5cm$$

Desta maneira, a linha neutra corta a mesa, pois seu valor é inferior à altura da capa de concreto.

Para a determinação das tensões iniciais dos cabos de protensão no sistema de pré-tração segue os limites máximos:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 f_{ptk} = 0,77 \cdot 1900 = 1463 \text{ MPa} \\ 0,85 f_{pyk} = 0,85 \cdot 1710 = 1453 \text{ MPa} \end{cases}$$

Para o exemplo será considerado o menor valor de σ_{pi} , que é de 1453 MPa.

O cálculo do número de cabos será feito pelo estado limite último no tempo infinito (ELU, $t=\infty$) e verificado no ato da protensão (ELU, $t=0$) para depois se fazer as verificações das aberturas de fissuras no estado limite de serviço (ELS). Para isso, considera-se que a perda de protensão total (no tempo infinito) da armadura ativa para o cabo inferior é de 22,98%.

$$\sigma_{pt=\infty} = \sigma_{pi} \times (1 - \textit{perda})$$

$$\sigma_{pt=\infty} = 1453 \times (1 - 0,2298) = 1453 \times 0,7702$$

$$\therefore \sigma_{pt=\infty} = 1119,10 \text{MPa}$$

Utilizando a Tabela 9 e interpolando os valores, é estabelecido o valor da deformação do aço de protensão que é igual a $\varepsilon_p = 0,5752\%$.

A deformação total do aço, para a determinação da tensão de cálculo da protensão é:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s = 1 + 0,5752 = 1,5752\%$$

Assim, pode-se ainda com a interpolação da mesma Tabela 9, calcular o valor da tensão de protensão da armadura ativa dada por σ_{pd} igual a 1510 MPa.

Através destes valores tem-se a área da armadura de protensão, determinada para o estado limite último no tempo infinito (ELU $t=\infty$). Então:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ \times d \times \sigma_{pd}} = \frac{1,4 \times (80,21 + 192,50 + 106,95 + 70,58 + 68,45 + 256,67)}{0,9879 \times 1,05 \times 151}$$

$$\therefore A_p = 6,93 \text{cm}^2$$

Desta forma, utiliza-se a cordoalha de 12,7 mm ($\phi = 1/2"$), que possui área de aço da seção transversal igual a 0,98 cm². Portanto:

$$n_{cabos} = \frac{A_p}{A_{cabo}} = \frac{6,93}{0,98} = 7,07 \text{cabos}$$

Então, para a armadura de protensão ativa tem-se 7 cordoalhas de bitola de 12,7 mm do tipo CP 190RB.

b-2) Verificação da protensão no tempo zero (em vazio).

A verificação inicial é a referente às tensões no estado limite último em vazio (ato da protensão). Para isto considera-se uma perda inicial da protensão de 5%. Assim:

$$\sigma_{pt=0} = \sigma_{pi} \times (1 - \textit{perda}) = 1453 \times (1 - 0,05)$$

$$\therefore \sigma_{pt=0} = 1380,35 \text{MPa}$$

Podendo ser estabelecida a força normal devido à protensão, que foi dimensionada para 7 cabos de 12,7 mm (0,98 cm²).

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0} = 7 \times 0,98 \times 138,035$$

$$\therefore N_p = 946,92kN$$

Para a verificação em vazio a NBR 6118:2007 sob o item 17.2.4.3.2, admite que a tensão máxima de compressão do concreto não deve ultrapassar 70% da resistência característica prevista para a idade adotada para liberação da protensão. No caso da tração há duas possibilidades: 1) se não houver tração a verificação está atendida e não é preciso colocar armadura adicional; 2) Há tensão de tração, mas a mesma não deve ultrapassar 1,2 vezes a resistência à tração $f_{ct,m}$ correspondente ao valor do f_{ck} considerado. Para este caso é necessário a adoção de uma armadura passiva dimensionada para o estágio II. Outro caso é adotar que não haverá tração sendo seu limite igual a zero.

A liberação da protensão não deve ser com resistência à compressão do concreto inferior a 21 MPa. Portanto, considerando a segunda situação:

$$-1,2 \times f_{ctm} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$-1,2 \times 0,3 \times f_{ckj}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$-1,2 \times 0,3 \times 21^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 21$$

$$\therefore -2740,20 \leq \sigma \leq 14700kN / m^2$$

- Verificação das tensões no meio do vão

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{946,92}{0,27} - \frac{946,92 \times 0,40}{0,0405} + \frac{80,21}{0,0405} \geq -2740,20$$

$$\sigma_s = -3864,69kN / m^2 < -2740,20kN / m^2 \text{ (não atende)}$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_s} - \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{946,92}{0,27} + \frac{946,92 \times 0,40}{0,0405} - \frac{80,21}{0,0405} \leq 14700$$

$$\sigma_i = 10878,91kN / m^2 < 14700kN / m^2$$

- Verificação das tensões próximas ao apoio

O comprimento de transferência da protensão (l_{bpt}) para a seção transversal plena depende do tipo de aço ativo e da situação de aderência, no exemplo considera-se boa aderência e cordoalha de sete fios com concreto no ato de liberação de 21 MPa, assim:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \times \eta_{p2} \times \frac{0,21 \times f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} = 1,2 \times 1,0 \times \frac{0,21 \times 21^{2/3}}{1,4} = 1,37$$

Portanto pode-se determinar o comprimento de transferência (l_{bpt}) através de:

$$l_{bpt} = \frac{4,375}{36} \times \phi \times \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpd}} = \frac{4,375}{36} \times 0,0127 \times \frac{1380,35}{1,37} = 1,56m$$

Outro parâmetro utilizado é o comprimento de ancoragem (l_{bpd}) dado por:

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 \times l_{bpt})^2} = \sqrt{0,90^2 + (0,6 \times 1,56)^2} = 1,30m$$

Considera-se o maior valor entre as duas parcelas (l_{bpt} e l_{bpd}), pois a protensão parte da face da seção da peça e cresce linearmente até o valor de 1,56 m, podendo a partir deste ponto considerar a protensão com atuação plena.

Momento referente ao peso próprio no comprimento de transferência (l_{bpt}).

$$M_2 = \frac{g_1 \times l}{2} \times l_{bpt} - \frac{g_1 \times l_{bpt}^2}{2} = \frac{6,75 \times 9,75}{2} \times 1,56 - \frac{6,75 \times 1,56^2}{2} = 43,12kNm$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_2}{W_s} = \frac{946,92}{0,27} - \frac{946,92 \times 0,40}{0,0405} + \frac{43,12}{0,0405} \geq -2740,20$$

$$\sigma_s = -4780,50kN/m^2 < -2740,20kN/m^2 \text{ (não atende)}$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_s} - \frac{M_2}{W_s} = \frac{946,92}{0,27} + \frac{946,92 \times 0,40}{0,0405} - \frac{43,12}{0,0405} \leq 14700$$

$$\sigma_i = 11794,72kN/m^2 < 14700kN/m^2$$

Na verificação a tensão de tração excedeu o limite estabelecido, resultando em duas hipóteses. A colocação de cabos na parte superior da viga, ou a eliminação de cabos na parte inferior complementando a armadura de tração com armadura passiva. Para esta segunda

situação há de novo duas soluções possíveis: 1) Respeita-se o limite de tração na borda superior (diminuindo a protensão) e adiciona-se armadura passiva tanto na borda inferior quanto na superior; 2) Elimina-se a tração na borda superior diminuindo a protensão e complementando a armadura de tração ativa por passiva.

Para a análise, deve ser estabelecido no pior caso de tração na borda superior, sendo ele o ponto referente ao comprimento de transferência (próximo ao apoio). Salientando que também se calcula o número de cabos referente à seção do meio do vão. Esta solução é necessária, pois poderá ser utilizado o isolamento de cabos nas extremidades da peça.

b-2.1) Solução com tração na borda superior

Considerando então que a tensão de tração máxima da peça na borda superior fique limitada ao valor de $1,2 f_{ct,m}$.

- Número de cabos para o ponto do comprimento de transferência.

Determinação da força normal de protensão máxima:

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_2}{W_s} = \frac{N_p}{0,27} - \frac{N_p \times 0,40}{0,0405} + \frac{43,12}{0,0405} \geq -2740,20 \\ &- 6,1728 \times N_p \geq -3804,89 \\ &\therefore N_p \leq 616,40 \text{ kN}\end{aligned}$$

Como a cordoalha utilizada é a de 12,7 mm, tem-se:

$$\begin{aligned}N_p &= n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0} \\ 616,40 &= n_{cabos} \times 0,98 \times 138,035 \\ &\therefore n_{cabos} = 4,55 \text{ cabos}\end{aligned}$$

- Número de cabos para o meio do vão.

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \frac{N}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{gl}}{W_s} = \frac{N_p}{0,27} - \frac{N_p \times 0,40}{0,0405} + \frac{80,21}{0,0405} \geq -2740,20 \\ &- 6,1728 \times N_p \geq -4720,69 \\ &\therefore N_p \leq 764,76 \text{ kN}\end{aligned}$$

A cordoalha utilizada é a de 12,7 mm, tem-se:

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0}$$

$$764,76 = n_{cabos} \times 0,98 \times 138,035$$

$$\therefore n_{cabos} = 5,65cabos$$

Neste caso, foi determinada a necessidade de 4 cabos de 12,7 mm para a seção do comprimento de transferência e 5 para a seção do meio do vão. A quantidade de cabos é estabelecida com o arredondamento para um número inteiro inferior, pois o cálculo da quantidade de cabos foi dado pelo limite de tração na borda superior, sendo que uma elevação do número de cabos ultrapassa o limite estabelecido por norma.

Há duas soluções cabíveis para o exemplo, sendo uma a utilização do número de cabos referente à seção próxima ao apoio (menor quantidade de cabos), e outra com a utilização da quantidade de cabos relativos a cada estágio, sendo necessário fazer o isolamento de cabo.

O isolamento de cabos deve ser realizado quando há uma diferença entre a quantidade de cabos calculada na zona de comprimento de transferência e no meio do vão. Como o menor número de cabos se dá no comprimento de transferência, este é o ponto limitante da protensão para a seção.

No meio a quantidade de cabos é superior, devido à maior influência do peso próprio, mas para que possa ter a maior eficiência do sistema de protensão é necessário isolar cabos. O ponto máximo para o limite de tração na borda superior foi calculado com 5 cordoalhas de 12,7 mm e o menor número foi no comprimento de transferência com 4 cordoalhas.

Não deve haver 5 cordoalhas no ponto próximo ao apoio, pois os limites de tensões são ultrapassados, assim só pode ser estabelecida a protensão máxima no meio do vão (com 5 cabos), e a partir deste ponto diminuir até a seção próxima ao apoio. Assim deve-se isolar uma cordoalha com um comprimento igual à metade do comprimento da peça menos o valor do comprimento de transferência. O isolamento do cabo deve ser de 3,315 metros, como mostrado na Figura 53.

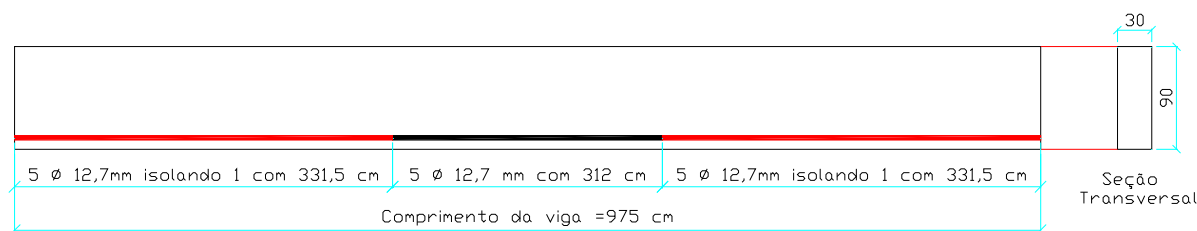


Figura 53: Quantidade e comprimentos de isolamento dos cabos de protensão.

Para o exemplo utiliza-se 5 cabos de 12,7 mm, complementando com armadura passiva, para o dimensionamento no ELU no tempo infinito (imaginando o centro de gravidade das duas armaduras coincidentes).

$$A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times f_{yd} = \frac{M_d}{z} \Rightarrow A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{M_d}{KZ \times d}$$

$$5 \times 9,8 \times 10^{-5} \times 1510000 + A_s \times \frac{500000}{1,15} = \frac{1085,50}{0,9879 \times 1,05}$$

$$\therefore A_s = 7,05 \times 10^{-4} m^2 = 7,05 cm^2$$

A armadura passiva necessária para complementar a quantidade retirada de armadura ativa é de 7,05 cm².

A solução apresentada foi dimensionada para haver uma tensão de tração na borda superior da peça, com isso há necessidade de colocação de armadura passiva para combatê-la.

A normal de protensão é em relação aos 4 cabos de 12,7 mm, pois a maior quantidade de armadura passiva se dá no ponto de maior tração da borda superior, assim:

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0}$$

$$N_p = 4 \times 9,8 \times 10^{-5} \times 1380350$$

$$\therefore N_p = 541,10 kN$$

A determinação das tensões deve ser calculada nas duas bordas, considerando somente as forças de protensão e o peso próprio. Para isso, tem-se que σ_s e σ_i , representando respectivamente as tensões na borda superior e inferior.

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_2}{W_s} = \frac{541,10}{0,27} - \frac{541,10 \times 0,40}{0,0405} + \frac{43,12}{0,0405}$$

$$\therefore \sigma_s = -2275,43 kN / m^2$$

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{M_2}{W_i} = \frac{541,10}{0,27} + \frac{541,10 \times 0,40}{0,0405} - \frac{43,12}{0,0405}$$

$$\therefore \sigma_i = 6283,58 \text{ kN/m}^2$$

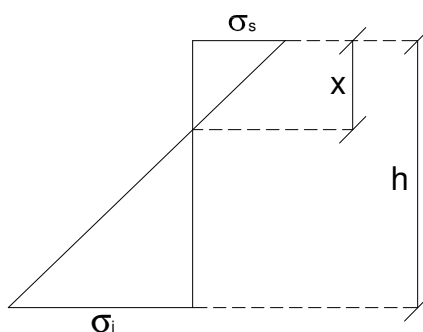


Figura 54: Esquema de tensões para semelhança de triângulos.

De acordo com a Figura 54, utiliza-se a semelhança de triângulos para a determinação da altura x que é a posição onde se tem a tensão nula na seção transversal, ressaltando que os valores de tensões deverão ter entradas em módulo na equação. Portanto:

$$\frac{\sigma_s}{x} = \frac{\sigma_s + \sigma_i}{h} \Rightarrow \therefore x = \frac{\sigma_s \times h}{\sigma_s + \sigma_i}$$

$$x = \frac{2275,43 \times 0,90}{2275,43 + 6283,58}$$

$$\therefore x = 0,2393 \text{ m}$$

Com o valor de x , pode-se determinar a força de tração na borda superior, para o cálculo da armadura passiva (negativa), necessária para combater as tensões de tração permitidas. Esta força é dimensionada com a área apresentada a partir da posição de anulação de tensões. Assim:

$$F_{\text{tração}} = \sigma_s \times \frac{x}{2} \times b$$

$$F_{\text{tração}} = -2275,43 \times \frac{0,2393}{2} \times 0,30$$

$$\therefore F_{\text{tração}} = -81,68 \text{ kN}$$

Com a força de tração, pode-se calcular a armadura passiva necessária, dimensionando-a através de um valor f_{yd} representado pela NBR 6118:2007, que estabelece que a força de tração não deva provocar tensões superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e 250

MPa para barras nervuradas. No exemplo, em questão é utilizado barras de CA-60 e CA-50, sendo que todas apresentam nervuras.

$$A'_s = \frac{F_{tração} \times 1,4}{f_{yd}} \Rightarrow \frac{81,68 \times 1,4}{250000}$$

$$\therefore A'_s = 4,57 \times 10^{-4} m^4 = 4,57 cm^2$$

Admitindo que a peça possa apresentar tração, limitada a 1,2 de $f_{ct,m}$, então é necessário um acréscimo de 4,57 cm² de armadura passiva.

b-2.2) Solução sem tração na borda superior

Outra consideração é que não haverá tensão de tração na borda superior da peça, dispensando o uso da armadura passiva.

Determinação da força normal de protensão máxima:

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_2}{W_s} = \frac{N_p}{0,27} - \frac{N_p \times 0,40}{0,0405} + \frac{43,12}{0,0405} \geq 0$$

$$-6,1728 \times N_p \geq -1064,69$$

$$\therefore N_p \leq 172,48 kN$$

Como a cordoalha utilizada é a de 12,7 mm, tem-se:

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=0}$$

$$172,48 = n_{cabos} \times 0,98 \times 138,035$$

$$\therefore n_{cabos} = 1,27 cabos$$

Para limitar a tensão em um valor superior a zero, ou seja, que não apresente tração, considera-se a utilização de apenas 1 cabo de 12,7 mm e complementando com armadura passiva, para o dimensionamento no ELU no tempo infinito (imaginando o centro de gravidade das duas armaduras coincidentes).

$$A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times f_{yd} = \frac{M_d}{z} \Rightarrow A_p \times \sigma_{pd} + A_s \times \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{M_d}{KZ \times d}$$

$$1 \times 9,8 \times 10^{-5} \times 1510000 + A_s \times \frac{500000}{1,15} = \frac{1085,50}{0,9879 \times 1,05}$$

$$\therefore A_s = 2,067 \times 10^{-3} m^2 = 20,67 cm^2$$

A armadura passiva necessária para complementar a quantidade retirada de armadura ativa é de 20,67 cm². Como se vê esta solução não é interessante e será abandonada.

b2.3) Verificação de Fissuração

A solução para a verificação de fissuração é a correspondente ao sistema com tração na borda superior.

Com o sistema de pré-tração com CAA I exige-se apenas a verificação da abertura de fissuras (w_k) com a combinação frequente, limitada em menor ou igual a 0,2 mm, de acordo com a Tabela 12. Esta verificação só é válida se o momento de fissuração (M_r) for menor que o momento atuante (M_{at}) calculado com a combinação frequente, sendo o valor de ψ_1 igual a 0,6.

O valor do momento atuante é o mesmo do item anterior que é igual a:

$$\therefore M_{at} = 672,70kNm$$

O momento de fissuração deve apresentar, neste caso, uma parcela relacionada à protensão, pois com a inserção de uma força normal à seção transversal, o momento de fissuração apresentará valores superiores a uma peça não protendida. A equação que relaciona a tensão de protensão trabalhando no estado limite de serviço (ELS), tal situação é:

$$M_r = (N_p \times e_p) + \left(\alpha \times f_{ct} + \frac{N_p}{A_{seção}} \right) \times \frac{I_c}{y_t}$$

$$M_r = (N_p \times e_p) + \left(\alpha \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3} + \frac{N_p}{A_{seção}} \right) \times \frac{I_c}{y_t}$$

O valor da normal de protensão deve ser após todas as perdas, pois a análise da fissuração é em relação à peça em serviço, assim:

$$N_{pt=\infty} = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pi} \times (1 - perda)$$

$$N_{pt=\infty} = 4 \times 0,98 \times 145,3 \times (1 - 0,2298)$$

$$\therefore N_{pt=\infty} = 438,69kN$$

A excentricidade é obtida através da diferença da altura útil da seção transversal pelo seu valor de centro de gravidade.

$$e_p = d - y_{cg}$$

$$e_p = 1,05 - 0,636 \Rightarrow \therefore e_p = 0,414m$$

O valor de α é igual a 1,2, pois se trata de uma seção transversal tipo “T”. Com os valores de entradas determinados, pode-se calcular o momento de fissuração para a seção composta.

$$M_r = (438,69 \times 0,414) + \left(1,2 \times 0,3 \times 40^{\frac{2}{3}} \times 1000 + \frac{438,69}{0,389} \right) \times \frac{4,89 \times 10^{-2}}{0,636}$$

$$\therefore M_r = 592,06kNm < M_{at}$$

Para que a peça não se apresente fissurada o momento atuante de serviço (M_{at}) deve ser menor que o valor do momento de fissuração, ou seja, $M_{at} \leq M_r$. Neste caso a peça apresenta-se fissurada, sendo necessária a realização das verificações de abertura de fissuras para a combinação frequente.

Para verificar a fissuração é preciso considerar a variação de tensão na armadura (e portanto, no concreto, pois há aderência) após a descompressão da seção. Considera-se que o valor do momento de descompressão na armadura (M_0) seja dado por:

$$M_0 = \sigma \times \left(\frac{I}{e} \right)$$

com

$$\sigma = \frac{N_{pt=\infty}}{A} + \frac{(N_{pt=\infty} \times e) \times e}{I} - \frac{M_{g1} \times e}{I}$$

$$\sigma = \frac{438,69}{0,27} + \frac{(438,69 \times 0,4) \times 0,4}{0,0182} - \frac{80,21 \times 0,4}{0,0182}$$

$$\therefore \sigma = 3718,54kN / m^2$$

Imaginando a atuação da laje alveolar e a tensão provocada por ela:

$$\sigma = -\frac{M_{g2} \times e}{I} = -\frac{192,5 \times 0,40}{0,0182} = 4230,77kN / m^2$$

Fazendo a diferença entre as tensões causadas pelo peso próprio e a laje alveolar:

$$\Delta\sigma = 3718,54 - 4230,77 = -512,23kN / m^2$$

Como foi encontrado um valor negativo, com a adição total da parcela referente à laje alveolar, já ocorreu a descompressão, causando tração na borda inferior. Portanto, somente uma parcela do peso próprio da laje alveolar poderá causar descompressão.

Assim:

$$M_{g2} - M_0 = 512,23 \times \left(\frac{0,0489}{0,5903} \right) = 42,43 \text{ kNm}$$

Momento a causar a variação de tensão, responsável pela ocorrência da fissuração é a parcela referente aos demais carregamentos permanentes e acidentais, já descontada a parcela até o ponto de descompressão da seção.

$$M = (M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \times M_q + (M_{g2} - M_0))$$

$$M = (106,95 + 70,58 + 68,45 + 0,4 \times 256,67 + 42,43)$$

$$\therefore M = 391,08 \text{ kNm}$$

A tensão na armadura que provoca fissuração para este caso considera-se a seção fissurada (estádio II), pois o momento atuante no ELS é superior ao momento de fissuração. A equação para a determinação da tensão é:

$$\sigma = - \frac{M \times e}{I_{II}} \times \alpha$$

Sendo

$$\alpha = - \frac{E_p}{E_{cs}}$$

$$E_{ci} = 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{cs} = 0,85 \times E_{ci}$$

$$E_p = 210 \text{ GPa}$$

Portanto:

$$\alpha = - \frac{E_p}{E_{cs}} = - \frac{E_p}{0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}} = - \frac{210 \times 10^3}{0,85 \times 5600 \times \sqrt{40}} = 6,976$$

Na determinação da inércia referente ao estágio II, ou seja, seção fissurada cabe ressaltar que os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura longitudinal posicionada abaixo da linha neutra sendo desprezada a parcela do concreto. Assim:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \times a_1 \times a_3}}{2 \times a_1}$$

Sendo os coeficientes:

$$a_1 = \frac{b_w}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$a_2 = h_f \times (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \times A'_s + \alpha_e \times A_s$$

$$a_2 = 5 \times (204 - 30) + (6,976 - 1) \times 4,57 + 6,976 \times 7,05 = 946,49 \text{ cm}^2$$

$$a_3 = -d \times (\alpha_e - 1) \times A'_s - d \times \alpha_e \times A_s - \frac{h_f^2}{2} \times (b_f - b_w)$$

$$a_3 = -105 \times (6,976 - 1) \times 4,57 - 105 \times 6,976 \times 7,05 - \frac{5^2}{2} \times (204 - 30) = -10207 \text{ cm}^3$$

Com os valores dos coeficientes calculados podem-se estabelecer dois valores de x_{II} , utilizando a parcela negativa e posteriormente a positiva.

$$x_{II} = \frac{-946,49 - \sqrt{946,49^2 - 4 \times 15 \times (-10207)}}{2 \times 15} = -72,49 \text{ cm}$$

$$x_{II} = \frac{-946,49 + \sqrt{946,49^2 - 4 \times 15 \times (-10207)}}{2 \times 15} = 9,39 \text{ cm}$$

O valor negativo é excluído, pois não satisfaz à solução da seção transversal, sendo utilizado o valor de 9,39 cm.

A inércia da seção transversal no estádio II quando a linha neutra passa na mesa da seção "T" é:

$$I_{II} = \frac{(b_f - b_w) \times h_f^3}{12} + \frac{b_w \times x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \times \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \times A_s \times (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \times A'_s \times (x_{II} - d')^2$$

$$I_{II} = \frac{(204 - 30) \times 5^3}{12} + \frac{30 \times 9,39^3}{3} + (204 - 30) \times \left(9,39 - \frac{5}{2}\right)^2 + 6,976 \times 7,05 \times (9,39 - 105)^2 + (6,976 - 1) \times 4,57 \times (9,39 - 5)^2$$

$$\therefore I_{II} = 468453,41 \text{ cm}^4 = 0,0047 \text{ m}^4$$

Assim, pode-se entrar com os valores calculados na fórmula referente à tensão na armadura, sendo:

$$\sigma = -\frac{M \times e}{I_{II}} \times \alpha = -\frac{391,08 \times 0,5903}{0,0047} \times 6,976 = 342647,05 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Com os valores de tensões, basta entrar com os valores nas fórmulas referentes à abertura de fissuras, estabelecendo o menor valor entre os dois.

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ct,m}}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{(12,5 \times \eta_i)} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

Utilizando-se as equações:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ct,m}} = \frac{12,5}{12,5 \times 1,2} \times \frac{342,65}{210000} \times \frac{3 \times 342,65}{0,3 \times 40^{2/3}} = 0,4 > 0,2 \text{ mm}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{(12,5 \times \eta_i)} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

Onde:

ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento A_{cri} .

$$A_{cri} = [(7,5 \times \phi) \times 2]^2 = [(7,5 \times 1,27) \times 2]^2 = 362,90 \text{ cm}^2$$

Portanto, a fissuração é:

$$w_k = \frac{12,5}{(12,5 \times 1,2)} \times \frac{342,65}{210000} \times \left(\frac{4}{0,036} + 45 \right) = 0,2 \cong 0,2 \text{ mm}$$

Foram calculados dois valores nas fórmulas de abertura de fissuras, sendo que o valor tomado como base é o menor, assim, pode-se afirmar que a peça atende aos critérios de fissuração contidos na norma.

c) Cálculo para a situação 3- Concreto protendido CAA II

Para solucionar uma peça de concreto protendido com classe de agressividade ambiental II, deve-se respeitar os valores mínimos da classe de compressão do concreto, sendo para este

caso de 30 MPa. O concreto utilizado para a peça é de 30 MPa para a capa e 40 MPa na seção simples, não sendo inferiores aos prescritos pela norma.

Uma primeira análise é a determinação da altura da linha neutra (LN), como as características da peça segue a do item b, pode-se utilizar os mesmos valores de KMD, KX, KZ e ε_s , respectivamente 0,0204, 0,0304, 0,9879 e 1%. A linha neutra para esses valores está a 3,19 cm da face superior da capa de concreto, ou seja, está passando na mesa da seção “T”, podendo ser realizados os cálculos para uma seção retangular.

As tensões iniciais dos cabos, as perdas e as deformações das armações, também seguem os valores calculados no item anterior, podendo ser estabelecido o mesmo valor da seção da armadura ativa, calculado no estado limite último no tempo infinito (ELU $t=\infty$) e verificada a tensão no estado em vazio (ato da protensão).

No item b foi adotada uma solução mista, pois a quantidade de armadura ativa calculada para o estado limite último excedia à tensão de tração na borda superior da seção. Para isso, foi admitida uma tração na borda superior de 1,2 vezes $f_{ct,m}$, e colocado armadura negativa para combatê-la.

Neste caso usa-se como solução inicial uma armadura ativa de 5 cordoalhas de 12,7 mm do tipo CP 190RB.

A verificação de fissuração, para este item, deve respeitar duas condições estabelecidas pela Tabela 12, sendo que no estado limite de serviço deve-se utilizar a combinação frequente para o estado limite de formação de fissuras (ELS-F) e combinação quase permanente para o estado limite de descompressão (ELS-D).

Os coeficientes de ponderações das ações no estado limite de serviço deve respeitar o descrito sob o item 11.7.2 da NBR 6118:2007, que estabelece para as ações raras γ_{f2} igual a 1, para as combinações frequentes γ_{f2} igual a ψ_1 e para as combinações quase permanentes γ_{f2} igual a ψ_2 . Se tratando de uma escola, que é um local onde há permanência de pessoas durante um longo período de tempo, os valores de ψ_1 e ψ_2 serão respectivamente 0,6 e 0,4.

- Verificação na combinação frequente (ELS-F)

Neste caso admite-se que é onde se inicia a formação de fissuras que é atingida quando a tensão de tração máxima da seção transversal for igual a $f_{ct,f}$ ($f_{ct,inf}$), calculada para o ponto no comprimento de transferência. Assim:

$$f_{ctk,inf} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}, \text{ onde } f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \text{ e } f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$\therefore -0,21 \times f_{ck}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$\therefore -0,21 \times 40^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 40$$

$$\therefore -2456 \leq \sigma \leq 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Valor da normal de protensão para 5 cordoalhas de 12,7 mm com seção transversal de 0,98 cm²

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=\infty}$$

$$N_p = 5 \times 0,98 \times 111,91$$

$$\therefore N_p = 548,36 \text{ kN}$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} - \frac{\sum (M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \times M_q)}{W_{icomp}}$$

$$\sigma_i = \frac{548,36}{0,27} + \frac{548,36 \times 0,40}{0,0405} - \frac{80,21 + 192,50 + 106,95}{0,0405} - \frac{70,58 + 68,45 + 0,6 \times 256,67}{0,0769}$$

$$\sigma_i = -5738,02 \text{ kN} / \text{m}^2 < -2456 \text{ kN} / \text{m}^2 \text{ (não atende)}$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_{ptotal}}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{\sum (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_s} + \frac{\sum (M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \times M_q)}{I_{scomp}} \times y_k$$

Sendo:

$$y_k = y_{comp} - h - capa$$

$$y_k = 46,40 - 15 - 5 \cong 26 \text{ cm}$$

Portanto:

$$\sigma_s = \frac{548,36}{0,27} - \frac{548,36 \times 0,40}{0,0405} + \frac{80,21 + 192,50 + 106,95}{0,0405} + \frac{70,58 + 68,45 + 0,6 \times 256,67}{0,0489} \times 0,26$$

$$\sigma_s = 7547,43 \text{ kN} / \text{m}^2 < 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

- Verificação na combinação Quase Permanente (ELS-D)

Nesta verificação deve haver em pelo menos um ponto a tensão normal nula, não podendo ocorrer tração no restante da seção. Portanto, os limites estabelecidos são:

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times 40$$

$$\therefore 0 \leq \sigma \leq 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g4} + M_{g5} + \psi_2 \times M_q)}{W_{i\text{comp}}}$$

$$\sigma_i = \frac{548,36}{0,27} + \frac{548,36 \times 0,40}{0,0405} - \frac{80,21 + 192,50 + 106,95}{0,0405} - \frac{70,58 + 68,45 + 0,4 \times 256,67}{0,0769}$$

$$\sigma_i = -5070,47 \text{ kN} / \text{m}^2 < 0 \text{ (não atende)}$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_{ptotal}}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_s} + \frac{\sum(M_{g4} + M_{g5} + \psi_2 \times M_q)}{I_{comp}} \times y_k$$

$$\sigma_s = \frac{548,36}{0,27} - \frac{548,36 \times 0,40}{0,0405} + \frac{80,21 + 192,50 + 106,95}{0,0405} + \frac{70,58 + 68,45 + 0,4 \times 256,67}{0,0489} \times 0,26$$

$$\sigma_s = 7274,49 \text{ kN} / \text{m}^2 < 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

A verificação de fissuração não foi atendida na borda inferior, pois o limite de tensão de tração ultrapassou o estipulado pela norma, tanto para a combinação frequente quanto para a combinação quase permanente. Sendo assim, calcula-se um novo número de cabos com a situação mais desfavorável, que é a borda inferior para a combinação quase permanente.

Portanto, limita-se a tensão na borda inferior sendo igual a zero (nula).

$$\sigma_i = \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g4} + M_{g5} + \psi_2 \times M_q)}{W_{i\text{comp}}} > 0$$

$$\frac{N_{ptotal}}{0,27} + \frac{N_{ptotal} \times 0,40}{0,0405} - \frac{80,21 + 192,50 + 106,95}{0,0405} - \frac{70,58 + 68,45 + 0,4 \times 256,67}{0,0769} > 0$$

$$\therefore N_{ptotal} > 921,73 \text{ kN}$$

Utilizando armadura ativa de protensão do tipo CP190 RB de diâmetro igual a 12,7 mm, calcula-se o número de cabos necessários para limitar a tensão.

$$N_{ptotal} = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pi} \times (1 - perda)$$

$$921,73 = n_{cabos} \times 0,98 \times 145,3 \times (1 - 0,2298)$$

$$\therefore n_{cabos} = 8,40cabos$$

Porém, no exemplo anterior calculou-se que a partir de 5,65 cm², ou seja, de aproximadamente 6 cabos a condição de tração no ato da protensão não estaria sendo respeitada. Desta forma, chega-se num impasse: o número de cabos não pode ser superior a 6 (situação em vazio) e deve ser superior a 9 cabos (fissuração no tempo infinito). Como pode ser visto em CARVALHO (2010) e mesmo em VASCONCELOS (1998) a solução neste caso é usar cabos junto à face superior.

Com a utilização de 6 cabos há problemas de tensões de tração na borda superior na liberação da protensão, ultrapassando o limite estabelecido pela norma, mas com a utilização de 4 cabos o problema ocorre na borda inferior para a verificação das tensões de tração, sendo ela o limitante da verificação de fissuração.

Desta maneira não há como ter uma solução com armadura de protensão na borda inferior e armadura passiva na borda superior. Deve haver a utilização de uma armadura ativa também na borda superior, sendo ela responsável para combater as tensões de tração na liberação da protensão, e permitir que na combinação quase permanente acrescente um número maior de cabos, para limitar as tensões de tração estando dentro dos limites estabelecidos. Outra solução seria mudar as características da seção, como sua altura, largura e resistências.

Utiliza-se, então, uma armadura de protensão na borda superior, para que possa fazer a comparação entre alterações de classe de agressividades com as mesmas características da seção transversal.

Na borda superior foram utilizadas 2 cordoalhas de 12,7 mm, sendo necessário novamente o dimensionamento e a verificação das tensões nas bordas superiores e inferiores.

O valor da força de protensão referente aos cabos de 12,7 mm na borda superior da seção com perda total considerada igual a 14,85% é:

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pt=\infty}$$

$$N_p = 2 \times 0,98 \times 145,3 \times (1 - 0,1485)$$

$$\therefore N_p = 242,50 \text{ kN}$$

A excentricidade dos cabos superiores é:

$$e_p = y_s - 5 = 45 - 5$$

$$\therefore e_p = 40 \text{ cm}$$

- Verificação na combinação Quase Permanente (ELS-D)

Para um novo dimensionamento da quantidade de cabos na face inferior após a adição de 2 cabos na face superior, faz-se através da combinação que apresentou as piores condições de tração na borda inferior.

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_i} + \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} - \frac{\sum (M_{g4} + M_{g5} + \psi_2 \times M_q)}{W_{i\text{comp}}}$$

$$\sigma_i = \frac{242,50}{0,27} - \frac{242,50 \times 0,40}{0,0405} + \frac{N_p}{0,27} + \frac{N_p \times 0,40}{0,0405} - \frac{379,66}{0,0405} - \frac{241,70}{0,0769} > 0$$

$$N_p > 1031,96 \text{ kN}$$

A quantidade de cabos de 12,7 mm na face inferior da seção transversal é:

$$N_{ptotal} = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pi} \times (1 - perda)$$

$$1031,96 = n_{cabos} \times 0,98 \times 145,3 \times (1 - 0,2298)$$

$$\therefore n_{cabos} = 9,41 \text{ cabos}$$

A configuração final para o caso é a colocação de 2 cordoalhas na face superior e 10 na face inferior da seção transversal. Neste caso deve-se arredondar a quantidade de cabos na face inferior para um número maior, pois a normal de protensão total necessariamente respeita um valor superior a 1031,96 kN. Qualquer valor abaixo corresponde a um aparecimento das tensões de tração na borda inferior da peça, fazendo com que a seção transversal não atenda aos limites estipulados pela norma.

Após a análise e cálculo do quantitativo de cabos pela combinação quase permanente, faz-se necessário uma verificação no **estado em vazio** (ato da protensão), tornando o seu dimensionamento um método iterativo.

A verificação para o meio do vão é mais satisfatória, pois ainda utiliza-se o subterfúgio de isolamento de cabos, se necessário, para as seções correspondentes ao comprimento de transferência. Assim, para uma perda inicial de 5%, tem-se, para o meio do vão:

Normal de protensão referente à borda inferior (7 cordoalhas de 12,7 mm)

$$N_p = n_{cabos} \times A_{seção} \times \sigma_{pi} \times (1 - perda)$$

$$N_p = 7 \times 0,98 \times 145,3 \times (1 - 0,05)$$

$$\therefore N_p = 947 \text{ kN}$$

Normal de protensão referente à borda superior (2 cordoalhas de 12,7 mm)

$$\therefore N_p = 270,6 \text{ kN}$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_p'}{A_c} + \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p' \times e_p'}{W_s} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s}$$

$$\sigma_s = \frac{270,6}{0,27} + \frac{947}{0,27} + \frac{270,6 \times 0,40}{0,0405} - \frac{947 \times 0,40}{0,0405} + \frac{80,21}{0,0405} \geq -2740,2$$

$$\sigma_s = -191 \text{ kN/m}^2 > -2740,2 \text{ kN/m}^2 \text{ (verificação atendida)}$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_p'}{A_c} + \frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p' \times e_p'}{W_s} + \frac{N_p \times e_p}{W_s} - \frac{M_{g1}}{W_s}$$

$$\sigma_i = \frac{270,6}{0,27} + \frac{947}{0,27} - \frac{276,5 \times 0,40}{0,0405} + \frac{947 \times 0,40}{0,0405} - \frac{80,21}{0,0405} \leq 14700$$

$$\sigma_i = 9210 \text{ kN/m}^2 < 14700 \text{ kN/m}^2 \text{ (verificação atendida)}$$

O valor da tensão de tração na borda superior gera uma tração muito pequena (cerca de 0,6 kN) que é absorvida pelos dois cabos superiores.

Como as tensões estão dentro do limite estabelecido pela norma a peça está verificada quanto à abertura de fissuras.

d) Cálculo para a situação 4- Concreto protendido CAA III ou IV

Considera-se inicialmente a mesma quantidade de cabos da situação anterior, desta forma as verificações de ELU em vazio e no tempo infinito estão atendidas, basta verificar as condições de fissuração.

Neste item, a verificação de abertura de fissuras, respeita também as condições estabelecidas pela Tabela 12, utilizando para a verificação no estado limite de serviço a combinação rara para o estado limite de formação de fissuras (ELS-F) e a combinação frequente para o estado limite de descompressão (ELS-D).

Na combinação rara o valor do coeficiente γ_{f2} é igual a 1 e para as combinações frequentes é igual a ψ_1 (para o item tem o valor de 0,6).

Como ponto de partida, utiliza-se a armadura do item c, sendo que há armadura ativa na borda inferior é de 10 cabos de 12,7 mm e na borda superior de 2 cabos de 12,7 mm. Com isso, basta verificar a abertura de fissuras alterando os limites das combinações.

- Verificação na combinação Rara (ELS-F)

Admitindo que a formação de fissuras ocorra quando a tensão de tração máxima da seção transversal for igual a $f_{ct,f}$ ($f_{ctk,inf}$), calculada para o meio do vão. Assim:

$$f_{ctk,inf} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}, \text{ onde } f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \text{ e } f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$\therefore -0,21 \times f_{ck}^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$\therefore -0,21 \times 40^{2/3} \leq \sigma \leq 0,70 \times 40$$

$$\therefore -2456 \leq \sigma \leq 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Valor da normal de protensão referentes às armaduras ativas da borda inferior (N_p) e superior (N_p') são respectivamente 1096,72 kN e 242,50 kN

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_p'}{A_c} - \frac{N_p' \times e_p'}{W_i} + \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} - \frac{\sum (M_{g4} + M_{g5} + 1 \times M_q)}{W_{icomp}}$$

$$\sigma_i = \frac{242,50}{0,27} - \frac{242,50 \times 0,40}{0,0405} + \frac{1096,72}{0,27} + \frac{1096,72 \times 0,40}{0,0405} - \frac{379,66}{0,0405} - \frac{139,03 + 1 \times 256,67}{0,0796}$$

$$\sigma_i = -1123,15 \text{ N} / \text{m}^2 > -2456 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{N_{ptotal}}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} + \frac{\sum(M_{g4} + M_{g5} + 1 \times M_q)}{I_{comp}} \times y_k$$

$$\sigma_s = \frac{242,50}{0,27} + \frac{242,50 \times 0,40}{0,0405} + \frac{1096,72}{0,27} - \frac{1096,72 \times 0,40}{0,0405} + \frac{379,66}{0,0405} + \frac{139,03 + 1 \times 256,67}{0,0489} \times 0,26$$

$$\sigma_s = 8001,58 \text{ kN} / \text{m}^2 < 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

- Verificação na combinação Frequente (ELS-D)

Nesta verificação deve haver em pelo menos um ponto a tensão normal nula, não podendo ocorrer tração no restante da seção. Portanto, os limites estabelecidos são:

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times f_{ckj}$$

$$0 \leq \sigma \leq 0,70 \times 40$$

$$\therefore 0 \leq \sigma \leq 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Borda Inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_i} + \frac{N_{ptotal}}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_i} - \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} - \frac{\sum(M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \times M_q)}{W_{i,comp}}$$

$$\sigma_i = \frac{242,50}{0,27} - \frac{242,50 \times 0,40}{0,0405} + \frac{1096,72}{0,27} + \frac{1096,72 \times 0,40}{0,0405} - \frac{379,66}{0,0405} - \frac{139,03 + 0,6 \times 256,67}{0,0769}$$

$$\sigma_i = 211,93 \text{ kN} / \text{m}^2 > 0$$

Borda Superior:

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{N_{ptotal}}{A_c} - \frac{N_p \times e_p}{W_s} + \frac{\sum(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})}{W_i} + \frac{(\sum(M_{g4} + M_{g5} + \psi_1 \times M_q)) \times y_k}{I_{comp}}$$

$$\sigma_s = \frac{242,50}{0,27} + \frac{242,50 \times 0,40}{0,0405} + \frac{1096,72}{0,27} - \frac{1096,72 \times 0,40}{0,0405} + \frac{379,66}{0,0405} + \frac{(139,03 + 0,6 \times 256,67) \times 0,26}{0,0489}$$

$$\sigma_s = 7455,70 \text{ kN} / \text{m}^2 < 28000 \text{ kN} / \text{m}^2$$

As condições de verificação da fissuração foram atendidas, sendo que as tensões de tração e compressão ficaram dentro dos limites estabelecidos pela norma para as combinações rara e frequente.

Assim, pode-se perceber que para as condições de classe de agressividade II, III e IV foram adotadas diferentes quantidades de armaduras ativas, como pode ser visto na Tabela 31.

Tabela 31: Resumo dos resultados obtidos para as diferentes CAAs.

Caso	Situação	CAA	Protensão	As (cm ²)	Ap (cm ²)	A's (cm ²)	A'p (cm ²)	Condição determinante
a	Concreto armado	II	-----	24,10	--	--	--	ELU
b	concreto protendido	I	parcial	7,05	4,90	4,57	--	ELU e ELS
c	concreto protendido	II	limitada	6,85	9,80	---	1,96	ELS
d	concreto protendido	III e IV	completa	6,85	9,80	---	1,96	ELS

Após as definições e cálculos das quatro etapas do exemplo 10 é necessário o detalhamento da seção transversal de concreto para a viga.

Salienta-se que todo o detalhamento, espaçamento e posicionamento, respeitam o capítulo 6 dessa dissertação.

Inicialmente é mostrado na Figura 55 a seção transversal, o posicionamento e as barras de aço utilizadas para o cálculo da situação 1, concreto armado para classe de agressividade II (item a do exemplo 10).

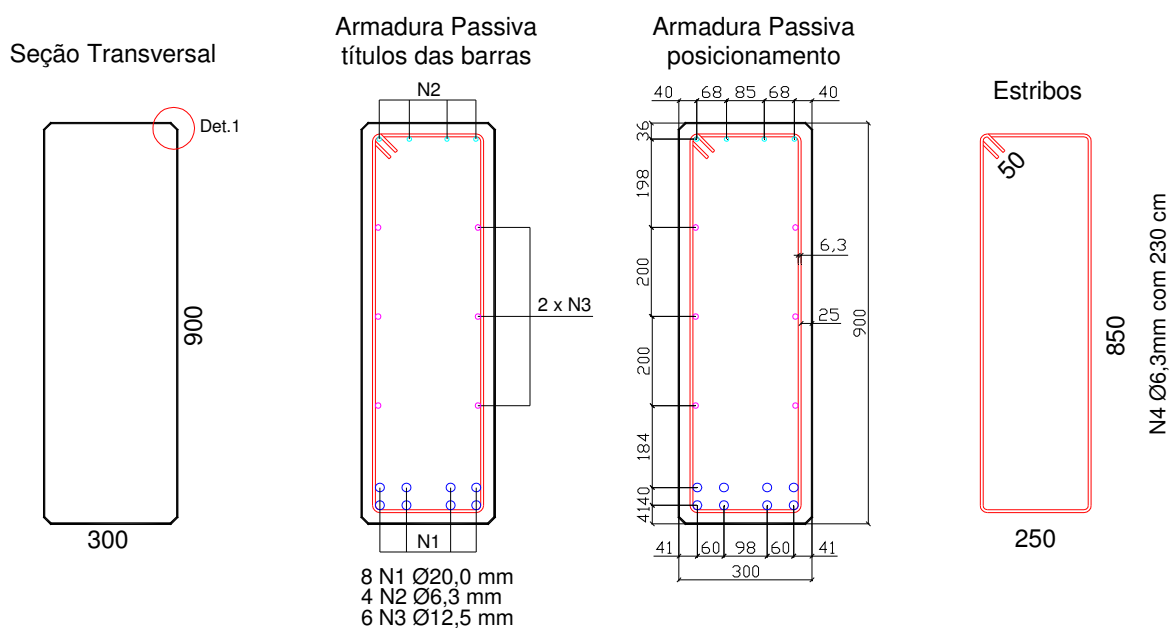


Figura 55: Detalhamento das armaduras passivas para concreto armado CAA II.

Segue também o detalhe do pino de dobramento, apresentado na Figura 56. O dimensionamento deste pino é em relação ao diâmetro da barra de aço que deve ser dobrada, para este caso como o estribo é ϕ de 6,3 mm o pino de dobramento necessário é de diâmetro igual a 19 mm.

Pino de dobramento do estribo

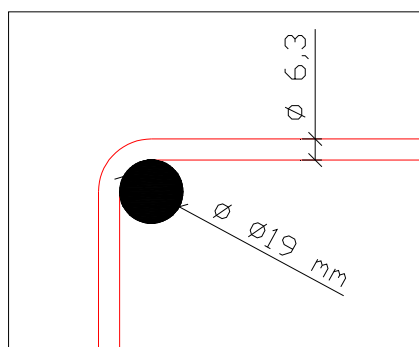


Figura 56: Pino de dobramento para o aço de estribo.

A seção transversal de concreto apresenta um chanfro nos quatro vértices da viga, como pode ser visto na Figura 57.

Det. 1 Chanfro da viga

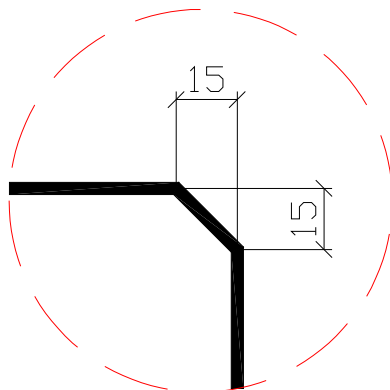


Figura 57: Chanfro da seção transversal da viga de concreto.

Outro detalhamento a ser feito é do cálculo para a situação 4, ou seja, concreto protendido para classe de agressividade ambiental III e IV (item d do exemplo 10).

Na Figura 58 e Figura 59 são detalhadas e posicionadas as armaduras passivas e ativas. Nota-se que foi necessária a colocação na face superior da viga de 2 cordoalhas de 12,7 mm para resistir às tensões de tração do concreto, sendo mantida a mesma armadura passiva. Em

contra partida com a colocação de 10 cordoalhas de 12,7 mm na face inferior, a armadura passiva necessária se tornou a mínima. O detalhe da locação das cordoalhas pode ser analisado na Figura 59.

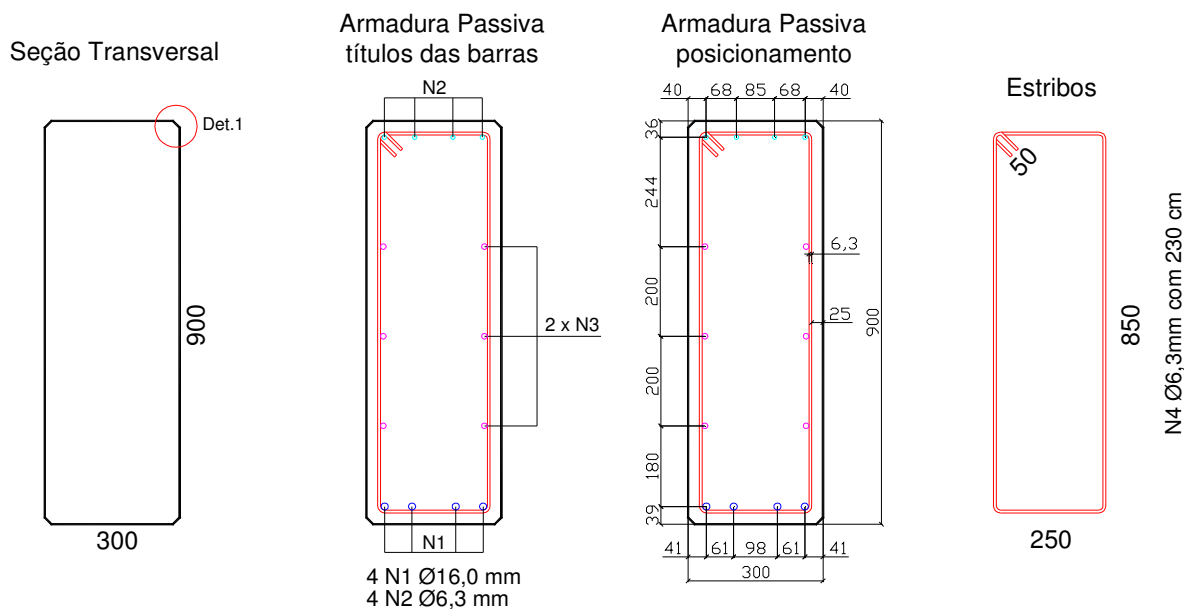


Figura 58: Detalhe das armaduras passivas para concreto protendido e CAA III e IV.

Protensão

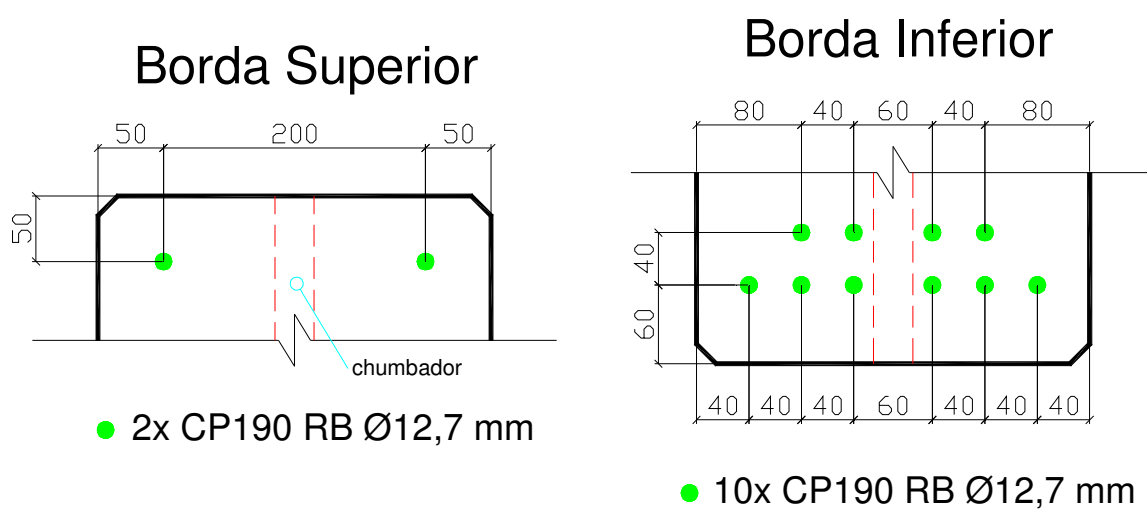


Figura 59: Detalhe do posicionamento da armadura ativa para borda inferior e superior.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mostrou-se neste trabalho que o cálculo da armadura longitudinal de protensão é bem específico e reúne peculiaridades que não são similares às peças de concreto armado. A verificação no tempo zero é fundamental para o detalhamento da seção, inclusive com o uso de armadura para absorver tração resultante neste instante ou mesmo armadura de protensão na borda superior da laje alveolar do exemplo 9.

Pode-se dizer também, após os exemplos resolvidos, que nem sempre pode ser avaliada sem a realização dos cálculos, qual a situação predominante para a determinação da armadura longitudinal. Em certas situações as condições de serviço são determinantes e, em outras, o estado limite último. Pode-se perceber ainda que a substituição de parte da armadura de protensão por armadura passiva só pode ser feita em qualquer porcentagem na protensão parcial, onde não há obrigação de se limitar a tensão na borda tracionada pelos momentos de ações. Assim, obviamente quando o número de cabos é determinado pelo ELU no tempo infinito (e não pelo ELS) pode-se substituir parte da armadura de protensão por armadura passiva. Esta técnica permite a solução em algumas situações em que o ELU no tempo zero é determinante.

Embora não tenha sido objeto de busca nos exemplos pode-se concluir que há situações (apenas com concreto protendido) em que não é possível obter-se solução: 1) Quando as condições de verificação em vazio e de fissuração (protensão limitada e completa) são incompatíveis; 2) Seções com relação pequena entre momento de peso próprio (atuante na execução da protensão) e momento total.

A adoção de cabos junto à face superior de seções (solicitadas por momentos positivos) é necessária quando o ELU no tempo zero é determinante.

Por último, pode-se dizer que se todas as peças de concreto protendidos pudessem ser executadas com os critérios da protensão parcial (sem verificação de tensões) haveria a possibilidade de uma gama maior de soluções (o uso do grau de protensão). Ainda neste caso haveria um consumo menor de armadura, mesmo que se estipulasse armadura característica de fissura inferior aos valores normativos de hoje. As limitações de tensão usadas na protensão limitada e completa ainda carecem de resultados de ensaios reais que comprovem sua eficiência.

A condição determinante ocorrida nos exemplos analisadas no ELS foi sempre a análise da descompressão. Esta verificação pode ser exagerada, pois mais do que impedir a abertura de fissura, impede também a ocorrência de tração.

O cálculo de armadura longitudinal em seções de concreto protendido são bem específicas:

- Verificação em vazio;
- Necessidade do uso de armação ativa para evitar tração em lajes alveolares;
- A possibilidade da condição de fissuração ser determinante.

O uso de seção composta faz com que o cálculo obrigatoriamente seja feito por etapas.

Sugestões

Este trabalho pode e deve ser ampliado para a realização de rotinas automatizadas ou mesmo programas de cálculo que reproduzam o que foi realizado nos exemplos resolvidos. Isto permitirá ao projetista ter mais tempo de pensar na solução deixando as contas para os computadores. No momento em que se escrevia esta dissertação uma iniciação científica, baseada nos roteiros aqui desenvolvidos estava sendo realizada sob a denominação “Ferramenta computacional para cálculo, verificação e detalhamento de seções transversais de concreto armado e protendido submetidas à flexão normal”.

Fica também a sugestão para que seja estudada a influência das perdas imediatas na determinação da armadura longitudinal. Hoje em dia é muito comum que os projetistas apenas usem valores previstos de normas e não calculados. Parece-nos que ao trabalhar desta forma corre-se o risco de obterem-se resultados que podem ser desfavoráveis.

Por último, torna-se importante completar este trabalho com verificações e cálculo para seções quaisquer, seções submetidas à flexão oblíqua e rotinas que forneçam relações de momento curvatura necessárias para o cálculo de efeitos de segunda ordem.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGOSTINI, L. R. S. **Concreto protendido**: estudo das vigas isostáticas. São Paulo – SP: Editora - Livraria Ciência e Tecnologia Editora. 1983.

AMAZON. J. **Concreto armado e protendido**: princípios e aplicação, Rio de Janeiro. Editora: Livros técnicos e científicos, editora. 1976.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR-6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007. 221p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR-7197**: Projeto de estruturas em concreto protendido. Rio de Janeiro, 1989. 71p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 18p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2005. 43p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR-14931**: Execução de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2004. 53 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR-12655**: Concreto, preparo, controle e recebimento. Rio de Janeiro, 1996. 7 p.

BUCHAIM, R. **Concreto protendido**: tração axial, flexão simples e força cortante. Londrina – PR. Editora: EDUEL, 2007.

CARVALHO, R. C; FIGUEIREDO FILHO. J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: segundo a NBR 6118:2003. 3.ed. São Carlos. EDUFSCAR, 2007.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido**: cálculo e detalhamento. São Carlos: UFSCar, Curso de Engenharia Civil, 2008. Notas de aula.

CAUDURO, E. L. **Protensão com cordoalhas engraxadas e plastificadas**: Pós-tensão com sistema não aderente. 38o REIBRAC -1996

CHOLFE, L., BONILHA, L. A. S. **Concreto protendido**: teoria e prática. São Paulo: Escola de Engenharia Mackenzie, sd.

COLLINS, M. P. **Prestressed concrete structures**. Ontario – Canada. Editora: Response Publications, 1997.

COLLINS, M. P., MITCHELL, D., **Prestressed concrete basics**. Ontario – Ottawa. The Canadian Prestressed Concrete Institute. 1987.

ELLIOTT, K.S. **Precast concrete structures**. Oxford. Butterworth Heinemann, 2002.

FRANÇA, R. L. S., ISHITANI, H.; GRAZIANO, F. **Concreto protendido: conceitos fundamentais**. São Paulo: USP / Escola Politécnica / Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 2004. Revisão 1 (preliminar).

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995.

HANAI, J. B. **Fundamentos do concreto protendido**. São Carlos: EESC / Departamento de Engenharia de Estruturas, 2005. Apostila.

INFORSATO, T. B. **Considerações sobre o projeto, cálculo e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações**. Dissertação (Mestrado Construção Civil), 2009. 2. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2009.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: concreto protendido**. Rio de Janeiro Interciência Ltda. 1983. v. 5

LEONHARDT, F. **Prestressed concrete**. Berlin 2nd. W. Ernst & Son, 1964.

LIN, T. Y., BURNS, N. H. **Design of prestressed concrete structures**, 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1981.

MASON, J. **Concreto armado e protendido**. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos, 1976.

MADARÁS E. **Curso de concreto protendido**. Santos: Universidade Santa Cecília dos Bandeirantes / Departamento de Engenharia Civil, 1973. v. 1.

MELO, C. E. E. **Manual Munte de projetos pré-fabricados de concreto**. São Paulo: Ed. Pini, 2004.

NAWY, E. G. **Prestressed concrete**. 2 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

PETRUCELLI, N. S. **Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas**. Dissertação (Mestrado Construção Civil), 2009. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2009.

PFEIL, W. **Concreto protendido**. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos, 1980.

PRESTRESSED / PRECAST CONCRETE INSTITUTE – **PCI-1992: PCI design handbook, precast and prestressed concrete**. 4. ed. Chicago, 1992.

ROCHA, A. M. **Novo curso prático de concreto armado e concreto protendido**. 2 ed. Rio de Janeiro. Editora Científica, 1972. v. 5.

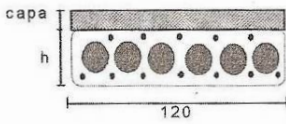
RUSCH, H. **Hormigón armado y hormigón pretensado**. Barcelona: Continental, 1975.

SANTOS, L. M. **Sub-rotinas básicas do dimensionamento de concreto armado**. São Paulo: Editora Thot, 1994. v. 1.

VASCONCELOS, A. C. **Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência as normas atualizadas**. Belo Horizonte: Livros técnicos e científicos; Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, 1980.

ANEXOS

Tabela 32: Tabela técnica de limites de uma laje alveolar com h=20 cm (fonte: MELO, 2004).

MUNTE PRÉ-FABRICADOS ZAMARION CONSULTORES S/C LTDA. TABELA TÉCNICA DE LIMITES								
LAJES ALVEOLARES MUNTE TIPO LAM20-TDcc								
Protensão superior: 0 CP190RB diâmetro: 0mm Pi:0tf Protensão inferior: 5 CP190RB diâmetro: 9,5mm Pi:7,5tf h: 20cm capa: 5cm								
Propriedades:			Carregamentos:			Coef. Majoração:		
fcj: 35 MPa	Ecj: 25 GPa		peso próprio: $g_1 = 250 \text{ kgf/m}^2$			$\gamma_{f,g1}: 1,3$		
fck: 50 MPa	Eck: 32 GPa		capa: $g_2 = 125 \text{ kgf/m}^2$			$\gamma_{f,g2}: 1,3$		
fck _{capa} : 30 MPa	MRd: 8489 kgf/m ²		permanente eventual: g_3			$\gamma_{f,g3+q}: 1,4$		
	VRd: 5524 kgf/pç		acidental: q					
Vão (m)	Cargas-Limite (valores característicos)					Momento	Deformações	
	(g_3+q) flexão - limite= M_{Rd} (kgf/m ²)	(g_3+q) fissuração - limite= $f_{ct,fls}$ (kgf/m ²)	(g_3+q) deformação - limite=L/300 (kgf/m ²)	(g_3+q) cortante - limite= V_{Rd} (kgf/m ²)	(g_3+q) máximo (kgf/m ²)	$M_{d,máx}$ (kgf/m ²)	inicial (cm) limite=L/150	final (cm) limite=L/300
3,00	4143	4869	36370	1817	1817	4093	-0,15	-0,13
3,25	3479	4086	28838	1648	1648	4429	-0,17	-0,13
3,50	2951	3465	23214	1504	1504	4765	-0,19	-0,14
3,75	2526	2964	18922	1378	1378	5100	-0,21	-0,14
4,00	2178	2554	15583	1269	1269	5435	-0,24	-0,14
4,25	1889	2215	12944	1172	1172	5768	-0,26	-0,13
4,50	1648	1930	10826	1086	1086	6101	-0,28	-0,11
4,75	1443	1689	9104	1009	1009	6434	-0,30	-0,08
5,00	1268	1483	7689	940	940	6765	-0,31	-0,04
5,25	1118	1306	6514	877	877	7096	-0,33	0,00
5,50	988	1153	5528	820	820	7426	-0,34	0,07
5,75	874	1019	4694	768	768	7756	-0,35	0,14
6,00	774	901	3984	721	721	8084	-0,35	0,24
6,25	686	797	3374	677	677	8412	-0,35	0,35
6,50	608	705	2848	636	608	8489	-0,34	0,48
6,75	539	624	2390	599	539	8489	-0,33	0,63
7,00	476	550	1990	564	476	8489	-0,32	0,81
7,25	420	484	1639	532	420	8489	-0,29	1,01
7,50	370	425	1329	502	370	8489	-0,26	1,24
7,75	324	371	1054	473	324	8489	-0,22	1,50
8,00	283	322	810	447	283	8489	-0,17	1,79
8,25	245	278	591	422	245	8489	-0,11	2,11
8,50	211	238	395	398	211	8489	-0,04	2,47
8,75	179	200	219	376	179	8489	0,04	2,87
9,00	150	166	59	355	59	6933	0,13	(3,31)
9,25	124	135	0	336	0	0	0,24	(3,79)
9,50	99	106	0	317	0	0	0,36	(4,32)
9,75	77	79	0	299	0	0	0,50	(4,90)
10,00	56	55	0	282	0	0	0,65	(5,53)

Respeite sempre os valores de (g_3+q)_{máx}; os outros valores de carga são meramente indicativos.

17/03/00

Tabela 33: Tabela técnica de limites de uma laje alveolar com h=26,5 cm (fonte: MELO, 2004).

MUNTE PRÉ-FABRICADOS ZAMARION CONSULTORES S/C LTDA.								
TABELA TÉCNICA DE LIMITES								
LAJES ALVEOLARES MUNTE TIPO LAM26,5-TEcc								
Protensão superior: 2 CP190RB diâmetro: 3x3,5mm Pi:3tf								
Protensão inferior: 10 CP190RB diâmetro: 12,7mm Pi:14,5tf								
h: 26,5cm capa: 5cm								
Propriedades:			Carregamentos:			Coef. Majoração:		
fcj:	35 MPa	Ecj:	25 GPa	peso próprio:	$g_1 = 340 \text{ kgf/m}^2$	$\gamma_{f,g1}:$	1,3	
fck:	50 MPa	Eck:	32 GPa	capa:	$g_2 = 125 \text{ kgf/m}^2$	$\gamma_{f,g2}:$	1,3	
fck _{capa} :	25 MPa	MRd:	38267 kgfm/pç	permanente eventual:	g_3	$\gamma_{f,g3+q}:$	1,4	
		VRd:	12972 kgf/pç	acidental:	q			
Vão (m)	Cargas-Limite (valores característicos)					Momento	Deformações	
	(g_3+q) flexão- limite= M_{Rd} (kgf/m ²)	(g_3+q) fissuração- limite= $f_{ctd,fs}$ (kgf/m ²)	(g_3+q) deformação- limite=L/300 (kgf/m ²)	(g_3+q) cortante- limite= V_{Rd} (kgf/m ²)	(g_3+q) máximo (kgf/m ²)	$M_{d,máx}$ (kgfm/pç)	inicial (cm) limite=L/150	final (cm) limite=L/300
5,00	6857	5972	27475	2623	2623	16041	-1,01	-1,12
5,25	6179	5371	24148	2476	2476	16834	-1,10	-1,21
5,50	5592	4850	21334	2343	2343	17626	-1,20	-1,29
5,75	5079	4396	18936	2221	2221	18417	-1,30	-1,38
6,00	4630	3997	16877	2109	2109	19208	-1,40	-1,46
6,25	4233	3645	15096	2006	2006	19997	-1,50	-1,54
6,50	3881	3333	13547	1911	1911	20786	-1,61	-1,61
6,75	3567	3055	12191	1823	1823	21573	-1,71	-1,68
7,00	3287	2806	10998	1741	1741	22360	-1,81	-1,74
7,25	3035	2583	9944	1665	1665	23146	-1,92	-1,80
7,50	2807	2381	9007	1594	1594	23931	-2,03	-1,84
7,75	2602	2199	8172	1527	1527	24715	-2,13	-1,88
8,00	2415	2033	7424	1465	1465	25499	-2,23	-1,91
8,25	2245	1883	6752	1407	1407	26281	-2,34	-1,92
8,50	2090	1745	6146	1352	1352	27063	-2,44	-1,93
8,75	1948	1619	5598	1300	1300	27843	-2,54	-1,92
9,00	1818	1504	5100	1251	1251	28623	-2,63	-1,89
9,25	1698	1397	4647	1204	1204	29402	-2,73	-1,85
9,50	1587	1299	4233	1160	1160	30180	-2,82	-1,79
9,75	1485	1208	3855	1119	1119	30957	-2,90	-1,71
10,00	1390	1125	3508	1079	1079	31734	-2,98	-1,61
10,25	1302	1047	3189	1041	1041	32509	-3,06	-1,48
10,50	1221	974	2895	1005	974	32563	-3,13	-1,34
10,75	1145	907	2624	971	907	32497	-3,19	-1,17
11,00	1074	844	2373	939	844	32430	-3,25	-0,97
11,25	1008	785	2141	907	785	32361	-3,30	-0,75
11,50	946	731	1924	878	731	32291	-3,34	-0,49
11,75	888	679	1724	849	679	32219	-3,37	-0,21
12,00	833	631	1536	822	631	32145	-3,40	0,11
12,25	782	586	1362	795	586	32070	-3,41	0,46
12,50	734	543	1198	770	543	31994	-3,41	0,85
12,75	689	503	1046	746	503	31915	-3,41	1,28
13,00	646	465	903	723	465	31836	-3,39	1,74
13,25	606	429	768	700	429	31754	-3,35	2,25
13,50	568	395	642	679	395	31672	-3,31	2,80
13,75	532	363	523	658	363	31587	-3,25	3,40
14,00	498	333	411	638	333	31501	-3,18	4,05
14,25	465	305	306	618	305	31414	-3,09	4,74
14,50	435	277	206	600	206	28174	-2,98	(5,48)
14,75	405	252	112	582	112	24859	-2,86	(6,28)
15,00	378	227		564			-2,72	(7,14)

Respeite sempre os valores de $(g_3+q)_{máx.}$; os outros valores de carga são meramente indicativos.

16/05/00

