

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PROJETO E CONSTRUÇÃO DE LAJES  
PRÉ-FABRICADAS DE CONCRETO ARMADO**

CARLOS ROBERTO SANTINE

**São Carlos  
2005**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PROJETO E CONSTRUÇÃO DE LAJES**  
**PRÉ-FABRICADAS DE CONCRETO ARMADO**

CARLOS ROBERTO SANTINE

**Dissertação apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação  
em Construção Civil da  
Universidade Federal de São  
Carlos para obtenção do título  
de Mestre em Construção Civil.**

**Área de Concentração:  
Sistemas Construtivos de  
Edificações**

**Orientador: Prof.Dr. Roberto  
Chust Carvalho**

**São Carlos**  
**2005**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

S235pc

Santine, Carlos Roberto.

Projeto e construção de lajes pré-moldadas de concreto armado / Carlos Roberto Santine. -- São Carlos : UFSCar, 2006.

146 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2005.

1. Concreto armado. 2. Lajes pré-moldadas. 3. Lajes treliças. 4. Lajes nervuradas. I. Título.

CDD: 624.18341 (20<sup>a</sup>)

---

## Agradecimentos

- Primeiramente a Deus, pela possibilidade de concretizar a realização deste sonho;
  - ao Profº Dr. Roberto Chust de Carvalho, pela orientação paciente, segura e sobretudo pelo entusiasmo transmitido durante a elaboração deste trabalho;
  - aos demais professores do Departamento de Engenharia Civil, pela dedicação nos ensinamentos das disciplinas deste programa;
  - aos amigos integrantes desta primeira turma de Mestrado;
  - A todos os funcionários do Departamento de Engenharia Civil, pela eficiência e simpatia e cordialidade no atendimento;
  - a todos aqueles que direta ou indiretamente sonharam e concretizaram a criação deste curso e principalmente pelo ambiente cordial, descontraído e de amizade formado nesta comunidade acadêmica;
  - ao Profº Dr. Mounir Khalil El Debs, EESC-USP, pela paciência nas consultorias;
  - aos funcionários da biblioteca Central da UFSCar pelo auxílio pesquisas bibliográficas;
  - à memória de meu pai, o amigo de todas as horas, agora fisicamente ausente, mas eternamente presente;
  - ao Engº Civil Carlos Roberto Santini Jr., pelo auxílio na revisão deste trabalho;
  - aos técnicos em Edificações José Eduardo e Marcus Vinicius, meus filhos, pela execução dos desenhos deste trabalho;
  - ao amigo Alonso Droppa Jr., pelas intermináveis consultorias;
  - à “família” TQS Informática Ltda, que tem como maior diferencial as pessoas que compõem sua equipe;
  - à Puma Armação Trelaçada Ltda, que sempre disponibilizou o software de sua propriedade;
- e finalmente, à minha esposa pela compreensão e incentivo dedicada longo desta caminhada, fundamentais para a concretização deste sonho.

**Aos meus pais,  
à minha esposa Dulce  
e aos meus filhos,  
Carlos, José e Marcus  
pelo incentivo e  
compreensão.**

---

## Sumário

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iv
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	v
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1. Considerações iniciais.....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Justificativas.....	4
1.4. Metodologia.....	4
1.5. Desenvolvimento do Trabalho.....	5
<b>2. MATERIAIS CONSTITUINTES DAS LAJES PRÉ-FABRICADAS FORMADAS POR NERVURAS PRÉ-MOLDADAS TRELIÇADAS DE CONCRETO ARMADO E RECOMENDAÇÕES PARA SUA UTILIZAÇÃO</b> .....	6
2.1. Introdução.....	6
2.2. Materiais Constituintes.....	9
2.2.1. Concreto .....	9
2.2.1.1. Resistência à compressão.....	9
2.2.1.2. Resistência à tração.....	9
2.2.1.3. Módulo de Elasticidade.....	10
2.2.1.4. Coeficiente de Poisson e Módulo de elasticidade transversal.....	11
2.2.2. Elementos de Enchimento.....	11
2.2.3. Aço.....	19
2.2.3.1. Matérias-primas.....	19
2.2.3.2. Processos de Obtenção e Categorias dos aços empregados.....	20
2.2.3.3. Classes dos aços empregados.....	22

2.2.3.4. Resistência mecânica dos aços.....	22
2.2.3.5. Utilização nas lajes pré-moldadas.....	23
2.2.3.5.1. Armaduras Longitudinais.....	23
2.2.3.5.2. Armadura Complementar .....	27
<b>3. ANÁLISE ESTRUTURAL E MODELOS DE CÁLCULOS EMPREGADOS NO</b>	
<b>DIMENSIONAMENTO.....</b>	<b>34</b>
3.1. Introdução.....	34
3.2. Estados Limites.....	34
3.3. Fases do Comportamento de uma laje de concreto armado.....	35
3.4. Análise Estrutural .....	38
3.4.1. Análise Linear .....	38
3.4.2. Análise Linear com redistribuição.....	41
3.4.3. Análise Plástica .....	41
3.4.4. Análise não-linear .....	42
3.4.5. Análise através de modelos físicos .....	42
3.5. Modelos Empregados.....	43
3.5.1. Modelos de analogia de grelha .....	46
3.5.2. Modelo de analogia de grelha simplificado .....	49
3.5.3. Modelo com a utilização de séries .....	49
3.6. Comentários adicionais .....	49
<b>4. CRITÉRIOS GERAIS PARA O DIMENSIONAMENTO DE LAJES</b>	
<b>NERVURADAS UNIDIRECIONAIS COM NERVURAS PRÉ-MOLDADAS DE</b>	
<b>CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>58</b>
4.1. Considerações iniciais .....	58
4.2. Introdução ao dimensionamento de lajes nervuradas .....	60
4.3. Critérios de projeto para lajes pré-moldadas .....	62
4.3.1. Geometria .....	62
4.3.2. Ações a considerar .....	64
4.3.3. Combinações de ações .....	67
4.3.4. Resistências .....	69
4.3.5. Deformações limites .....	71

4.3.6. Limites para fissuração e proteção das armaduras .....	73
4.3.7. Cobrimento .....	74
<b>5. DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-FABRICADAS COM ARMAÇÃO</b>	
<b>TRELIÇADA .....</b>	<b>78</b>
5.1. Introdução.....	78
5.2. Descrição da laje a ser dimensionada.....	79
5.2.1. Definição da tipologia empregada.....	79
5.2.2. Verificação da geometria.....	81
5.3. Dimensionamento da laje utilizando-se o modelo de vigas independentes.....	81
5.3.1. Determinação do peso próprio.....	81
5.3.2. Cargas atuantes.....	82
5.3.3. Carregamentos.....	82
5.3.4. Dimensionamento a flexão.....	82
5.3.4.1. Momento fletor por nervura.....	82
5.3.4.2. Verificação da seção.....	82
5.3.4.3. Cálculo da armadura longitudinal de cada nervura.....	83
5.3.5. Dimensionamento ao cisalhamento.....	83
5.3.5.1. Considerações teóricas.....	83
5.3.5.2. Dimensionamento.....	89
5.4. Dimensionamento da laje utilizando-se o modelo de analogia de grelha.....	90
5.4.1. Definição da seção da laje.....	91
5.4.2. Momento fletor por nervura.....	91
5.4.3. Armadura longitudinal de cada nervura.....	92
5.4.4. Armadura negativa.....	92
5.4.5. Comentários .....	93
5.5. Verificação quanto aos estados limites de serviço (ELS).....	93
5.5.1. Considerações teóricas.....	93
5.5.2. Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF).....	94
5.5.2.1. Estimativa da flecha imediata.....	95
5.5.2.2. Estimativa da flecha diferida no tempo.....	102
5.5.2.3. Comentários adicionais sobre a estimativa das flechas.....	105

5.5.2.4.	Exemplo aplicativo sobre estimativa da flecha.....	109
5.5.2.4.1.	Estimativa da flecha imediata.....	109
5.5.2.4.2.	Estimativa da flecha diferida no tempo.....	112
5.5.2.4.3.	Estimativa da flecha total.....	113
5.5.2.4.4.	Verificação quanto ao estado limite de deformações excessivas.....	113
5.5.2.4.5.	Estimativa da flecha total com o software TQS.....	114
5.5.3.	Estado limite de fissuração.....	117
5.5.3.1.	Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W).....	118
5.5.3.2.	Controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras.	121
5.5.3.3.	Estimativa do limite de abertura de fissuras - exemplo.....	121
5.5.4.	Estado limite de vibrações excessivas – ELS-VE.....	123
5.5.4.1	Metodologia de análise.....	124
5.5.4.2	Estimativa da frequência natural.....	125
<b>6.</b>	<b>INTRODUÇÃO DE UM NOVO TIPO DE LAJE PRÉ-FABRICADA.....</b>	<b>128</b>
6.1.	Considerações Iniciais.....	128
6.2.	Apresentação do novo tipo.....	130
6.3.	Dimensionamento do novo tipo proposto.....	131
6.4.	Processos construtivos dos mini-painéis.....	133
6.5.	Obras executadas com o tipo proposto.....	135
<b>7.</b>	<b>RECOMENDAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....</b>	<b>138</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>142</b>

---

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Laje pré-moldada unidirecional com elemento de enchimento em EPS..	7
Figura 2.2 – Laje pré-moldada formada por vigotas com armação treliçada.....	8
Figura 2.3 – Laje pré-moldada bidirecional com elemento de enchimento em EPS....	8
Figura 2.4 – Laje pré-moldada tipo pré-laje.....	9
Figura 2.5 – Lajota saliente para composição com blocos de EPS.....	12
Figura 2.6 – Lajota combinada com blocos de EPS e canaletas para laje bidirecional.	13
Figura 2.7 – Alguns tipos de blocos de EPS.....	13
Figura 2.8 – Canaleta para a direção transversal.....	14
Figura 2.9 – Canaleta para a direção transversal.....	14
Figura 2.10 – Elemento de enchimento cerâmico.....	15
Figura 2.11 – Elemento de enchimento cerâmico.....	16
Figura 2.12 – Tijolo cerâmico de 6 furos.....	17
Figura 2.13 – Tijolos cerâmicos de 6 furos em pré-laje.....	17
Figura 2.14 – Canaleta saliente composta com lajotas cerâmicas.....	18
Figura 2.15 – Armação treliçada.....	23
Figura 2.16 – Vigota com armação treliçada e barras adicionais.....	24
Figura 2.17 – Vigotas com armação treliçada vão de 5,68m.....	28
Figura 2.18 - Vigota quebrada no meio do vão de 5,68m.....	28
Figura 2.19 – Mesma vigota, sem armadura adicional.....	28
Figura 2.20 – Detalhamento das armaduras negativas.....	31
Figura 2.21 – Distanciadores plásticos.....	33
Figura 3.1 – Diagrama de momento fletor x curvatura.....	36
Figura 3.2 – Regiões integras entre fissuras.....	37
Figura 3.3 – Material rígido-plástico perfeito.....	41
Figura 3.4 – Material elasto-plástico perfeito.....	41
Figura 3.5 – Discretização de uma laje em uma malha de grelha plana.....	46

Figura 3.6 – Situações analisadas: elementos isolados.....	52
Figura 3.7 – Deslocamento do pavimento – Caso A.....	53
Figura 3.8 – Deslocamento do pavimento – Caso B.....	53
Figura 3.9 – Deslocamento do pavimento – Caso C.....	54
Figura 3.10 – Diagrama das ações das nervuras nas vigas V1 e V2.....	54
Figura 4.1 – Geometria da seção transversal.....	63
Figura 5.1 – Seção transversal.....	80
Figura 5.2 – Detalhe da seção transversal de laje.....	80
Figura 5.3 – Detalhe da colocação dos elementos de enchimento.....	80
Figura 5.4 – Uso da treliça como armadura de cisalhamento.....	86
Figura 5.5 – Altura da treliça.....	86
Figura 5.6 – Perímetro para verificação do cisalhamento na interface.....	89
Figura 5.7 – Lançamento dos dados da laje.....	91
Figura 5.8 – Valor característico do momento fletor positivo.....	91
Figura 5.9 – Detalhamento das armaduras das nervuras.....	92
Figura 5.10 – Detalhamento das armaduras sobre os apoios.....	92
Figura 5.11 – Momento – Curvatura.....	99
Figura 5.12 – Representação de um arco de segmentos de reta.....	101
Figura 5.13 – 01 incremento de carga, comportamento linear.....	101
Figura 5.14 – 02 incrementos de carga.....	101
Figura 5.15 – Várias Etapas de Carga.....	102
Figura 5.16 – Verificação da Flecha.....	114
Figura 5.17 – Flecha das vigas do contorno.....	115
Figura 5.18 – Características geométricas da seção da barra 47.....	115
Figura 5.19 – Vista especial da grelha deformada.....	116
Figura 5.20 – Quadro comparativo de resultados.....	117
Figura 5.21 – Concreto de envolvimento da armadura.....	120
Figura 5.22 – Freqüências de vibração em pavimentos com utilizações diversas.....	127
Figura 6.1 – Seção transversal do novo tipo proposto.....	131
Figura 6.2 – Comparação dos resultados obtidos anteriormente.....	132
Figura 6.3 – Moldadeira.....	134
Figura 6.4 – Serra para corte.....	134

Figura 6.5 – Vista dos mini-painéis na fase de montagem.....	135
Figura 6.6 – Laje com armadura e elementos de enchimento.....	135
Figura 6.7 – Vista do teto somente com aplicação de tinta acrílica.....	136
Figura 6.8 – Teto com aplicação de massa corrida e pintura.....	136
Figura 6.9 – Teto com aplicação de massa corrida e pintura.....	137
Figura 6.10 – Teto com aplicação de massa corrida e pintura.....	137

---

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Altura total	12
Tabela 2.2 – Taxas mínimas de flexão para vigas	25
Tabela 3.1 – Casos estudados e percentuais de cargas transferidas para as vigas	55
Tabela 4.1 – Coeficientes $\gamma_f$	66
Tabela 4.2 – Valores do coeficiente $\gamma_{f2}$	67
Tabela 4.3 – Combinações de serviço	69
Tabela 4.4 – Limites para deslocamentos	72
Tabela 4.5 – Exigências de durabilidade	74
Tabela 4.6 – Classe de agressividade ambiental	75
Tabela 4.7 – Correspondência entre classe de agressividade	76
Tabela 5.1 – Abertura máxima das fissuras	119
Tabela 5.2 – Valores máximos de diâmetro e espaçamento	121

---

## Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ELS - Estado limite de serviço

ELS-DEF – Estado limite de deformação excessiva

ELS-F - Estado limite de formação de fissuras

ELS-VE – Estado limite de vibrações excessivas

ELS-W- Estado limite de abertura de fissuras

ELU – Estado limite último de ruína

EPS - Poliestireno expandido

$a_i$  - Flecha imediata

$a_{t,0}$  - Flecha imediata devida à cargas permanentes

$a_{t,\infty}$  - Valor da flecha total no tempo infinito

$b_f$  - Espaçamento entre eixos de nervuras

$b_w$  - Largura mínima da nervura

$f$  - frequência natural de vibração

$f_{cd}$  - Resistência de cálculo à compressão do concreto

$f_{cj}$  - Resistência à compressão do concreto aos j dias

$f_{ck}$  - Resistência característica à compressão do concreto

$f_{crit}$  - frequência crítica

$f_{ct,f}$  - Resistência do concreto à tração na flexão

$f_{ctk,inf}$  - resistência característica inferior do concreto à tração

$f_{ctk,sup}$  - resistência característica superior do concreto à tração

$f_{ct,m}$  - resistência característica média do concreto à tração

$f_{ct,sp}$  - resistência do concreto à tração indireta

$f_{yk}$  - resistência ao escoamento do aço

$f_{yd}$  - resistência de cálculo do aço

$h$  - Altura total da seção

$h_f$  - Espessura da capa de concreto

$h_{f,\min}$  - Espessura mínima da capa de concreto

$l$  - comprimento

$l_x$  - menor lado da laje

$l_y$  - maior lado da laje

$y_0$  - distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada

$y_h$  - ordenada do centro de gravidade, tendo como referência a borda comprimida

$A_c$  - Área bruta da seção transversal

$A_h$  - Área da seção homogeneizada

$A_s$  - Área da seção transversal da armadura longitudinal de tração

$A_{s,\min}$  - Área mínima da seção transversal da armadura longitudinal de tração

$E_{ci}$  - Modulo de elasticidade tangente inicial do concreto

$E_{cs}$  - Modulo de elasticidade secante do concreto

$F_d$  - Valor de cálculo das ações para combinação última

$F_{gk}$  - Ações permanentes diretas

$F_{ek}$  - Ações permanentes indiretas

$F_{qk}$  - Ações variáveis diretas

$G_c$  - Modulo de elasticidade transversal do concreto

$H$  - Altura total da laje

$I$  - Intereixo

$I$  - Momento de inércia relativo à seção bruta de concreto

$I_h$  - Momento de inércia à flexão da seção homogeneizada

$I_{x,II0}$  - Momento de inércia do estágio II puro

$M_a$  - Momento fletor na seção crítica

$M_d$  - Momento fletor de cálculo

$M_{d,\min}$  - Momento fletor mínimo

$M_r$  - Momento de fissuração

$M_u$  - Momento último da seção

$M_y$  - Momento de plastificação da seção

$R_d$  - Resistência de cálculo

$S_d$  - Solicitações de cálculo

$S_d$  - Armadura posicionada na capa nas direções transversal e longitudinal

$S_{st}$  - Armadura superior de tração disposta nas extremidades das vigotas

$S_t$  - Armaduras dispostas na direção transversal às vigotas

$V_{Rd1}$  - Resistência de projeto ao cisalhamento

$V_{Rd2}$  - Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto

$V_{Rd3}$  - Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal

$V_{sd}$  - Força cortante solicitante de cálculo na seção

$W_0$  - Modulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativa a fibra mais tracionada

$\alpha_f$  - Coeficiente de fluência

$\varepsilon$  - deformação

$\xi(t)$  - Coeficiente função do tempo

$\rho_{\min}$  - taxa geométrica mínima da armadura longitudinal

$\rho_s$  - taxa geométrica armadura longitudinal

$\gamma$  - peso específico

$\gamma_c$  - coeficiente de ponderação da resistência do concreto

$\gamma_f$  - coeficiente de ponderação das ações

$\gamma_{f1}$  - parte do coeficiente de ponderação das ações  $\gamma_f$ , que considera a variabilidade das ações

$\gamma_{f_2}$  - parte do coeficiente de ponderação das ações  $\gamma_f$ , que considera a simultaneidade de atuação das ações

$\gamma_{f_3}$  - parte do coeficiente de ponderação das ações  $\gamma_f$ , que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações

$\gamma_m$  - coeficiente de minoração da resistência dos materiais

$\gamma_{m_1}$  - considera a variabilidade da resistência dos materiais

$\gamma_{m_2}$  - considera a diferença entre a resistência do material no corpo de prova e na estrutura

$\gamma_{m_3}$  - considera os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências

$\gamma_s$  - coeficiente de ponderação da resistência do aço

$\omega_{\min}$  - limite de abertura de fissuras

$\tau_{Rd}$  - Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento

$\nu$  - coeficiente de Poisson

$\psi_0$  - Fator de redução de combinação para ELU

$\psi_1$  - Fator de redução de combinação freqüente para ELS

$\psi_2$  - Fator de redução de combinação quase permanente para ELS

---

## Resumo

Este trabalho mostra as principais recomendações para a utilização das lajes nervuradas, compostas por nervuras pré-fabricadas, elementos inertes de enchimento e concreto lançado na própria obra. À luz das normas brasileiras correlatas, descreve as características dos materiais empregados neste sistema, aborda os principais critérios e modelos empregados em seu dimensionamento e verificações dos estados limites de serviço. Face às não-linearidades físicas do concreto, dá ênfase à metodologia empregada para se efetuar a análise não-linear, descrevendo as formulações propostas para a obtenção da inércia no estágio II, quando as peças já se encontram fissuradas, descrevendo ainda, a utilização da técnica do carregamento incremental, conseguida através do emprego de um sistema computacional existente no mercado, mostrando que, desta forma, os resultados obtidos para o comportamento estrutural dessas lajes são mais próximos da realidade.

E, finalizando, propõe um novo tipo de concepção para estas lajes que poderá se constituir em uma inovação tecnológica para o setor.

---

## **Abstract**

This work presents the main recommendations for the design of precast slabs strips, comprising precast lattices and infill elements, strengthened by cast-in-situ concrete overlay. Based on Brazilian codes of practice for precast slabs, this work describes characteristics of materials, discusses the main design requirements and analytical models as well as verifications at the serviceability limit state. This work emphasises a methodology that considers the nonlinear behaviour the reinforced concrete, describing the proposed formulations to determine the moment of inertia based on a cracked section, using software that allows for the incremental loading technique. Using this method a better approximation for the real performance of the reinforced concrete structure is obtained.

Finally, this work proposes a new type for precast slabs strips, without the lattice truss reinforcement, which may become an innovative technology for the precast sector in Brazil.

## INTRODUÇÃO

---

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O mercado da construção civil, constituído pela interação entre investidores, construtoras e projetistas, deve avaliar uma série de fatores objetivando os melhores resultados para toda a cadeia. Por isso, é preciso lidar com questões como: custo, retorno do capital investido, escolha de produtos e serviços, processos de industrialização e montagem, desperdício, qualidade e durabilidade das edificações, satisfação do cliente, arquitetura, versatilidade, flexibilidade de utilização e instalações complementares, dentre outras.

Essas questões imperativas devem ser continuamente refletidas, resultados analisados, modelos tradicionais adotados nas construções serem questionados e, paradigmas abandonados, para se dar imaginação ao projeto criando-se melhores alternativas.

Entre as indústrias, a da construção civil, tem sido considerada uma das mais atrasadas. O motivo tem sido atribuído a sua baixa produtividade, morosidade, alto índice de desperdício de materiais e baixo controle de qualidade.

Com a diminuição das grandes obras públicas, com o conseqüente aumento da competitividade e com a formação de um mercado cada vez mais exigente, as empresas estão partindo em busca de sistemas construtivos mais industrializados.

Assim, as lajes pré-fabricadas, principalmente àquelas que utilizam as armações treliçadas ou as protendidas, por se constituírem em subsistemas mais racionalizados, vêm ganhando espaços e novos tipos foram introduzidos no mercado nas duas últimas décadas.

Entretanto, as indústrias fabricantes dessas lajes, em particular àquelas que produziam as lajes comuns, tipo “trilho” em forma de “T” invertido, em sua maioria instaladas de forma artesanal, num primeiro momento apenas assimilaram os novos tipos à medida que foram surgindo, transferindo conhecimentos e técnicas adquiridas com a fabricação dessas lajes convencionais tipo “trilho”, sem tirar o máximo proveito do potencial que os novos subsistemas poderiam proporcionar, principalmente, porque a maioria dos profissionais atuantes no mercado da construção civil, não teve a oportunidade de adquirir conhecimentos técnicos, não só das lajes convencionais, mas sobretudo, dos novos tipos que foram surgindo no mercado, face à escassez de pesquisas ou estudos a respeito.

Ainda como agravante desta situação, assistimos nesta última década a proliferação de escolas de Arquitetura e Engenharia, muito mais preocupadas com a atividade comercial advinda do ensino do que com a arte de ensinar.

*“Não menos grave que o problema da formação, talvez, seja o problema da utilização dos engenheiros pelas empresas construtoras. Misto de guarda-livros, apontador e gerente geral, este profissional tem sido induzido a esquecer os ensinamentos que bem ou mal lhe foram ministrados, enquanto corre atrás das medições, do recrutamento dos serventes (e não treinamento), da verificação dos cartões de ponto e de outras tarefas menos nobres. E como se não bastasse, grande parte dos engenheiros de obra assiste a tudo isto passivamente, trocando sua enorme responsabilidade social e até seu projeto de vida por pequena participação no lucro dos empreendimentos”, (THOMAZ, 2001).*

Por outro lado, os Governos Federal e Estadual adotando o modelo da municipalização, transfere às prefeituras a incumbência da realização de suas próprias obras, sem se preocupar ou exigir que as mesmas tenham um corpo técnico competente.

Assim, celeremente assiste-se o final da nobre atividade da Engenharia de Fiscalização e conseqüentemente a baixa qualidade das obras públicas, outrora orgulho dos municípios e tão necessárias para o desenvolvimento de novos sistemas construtivos.

Mas de quem é a responsabilidade? Do Governo, das escolas, das construtoras, dos profissionais, dos Conselhos Regionais de Engenharia, Agronomia e Arquitetura? A todos, certamente cabe uma parcela.

É neste cenário que as lajes pré-fabricadas vêm sendo produzidas. Um setor basicamente constituído por leigos, acobertados por profissionais sem os devidos conhecimentos técnicos, apenas portadores de diploma universitário, salvo raríssimas exceções.

E assim, deparando-se com um produto com demanda crescente, com interesses cada vez maiores pelos conhecimentos técnicos-científico, quer sob o ponto de vista de projetos ou de técnicas construtivas, algumas universidades, nesta última década, começaram a produzir trabalhos sobre este tema, enquanto a Associação Brasileira de Normas Técnicas, edita as primeiras normas sobre o assunto.

Ressalta-se ainda, que com a velocidade cada vez maior da tecnologia, normas técnicas estão sendo revisadas e modelos antes inviáveis de serem utilizados, hoje não só se fazem necessários, como praticamente sepultam àqueles que há décadas vinham sendo usados. Assim, as tarefas de dimensionamento e verificação das estruturas deixam de ser calcadas em modelos excessivamente simplificados que sempre desaguavam em consultas a tabelas e passam a se constituir em atividades de análise sobre o seu comportamento, com hipóteses muito mais realísticas, gerando maior confiabilidade aos sistemas construtivos. Desta forma, a utilização das lajes pré-fabricadas de concreto armado, sempre vista com certa desconfiança, começa a galgar uma importância maior e seu uso, com certeza, não se restringirá mais às pequenas obras.

## **1.2 OBJETIVOS**

Este trabalho busca alcançar os seguintes objetivos:

- 1.2.1 Apresentar de forma simples algumas recomendações importantes para projeto e construção de lajes pré-moldadas de concreto armado, que sirvam de subsídios para os profissionais da construção civil e fabricantes dessas lajes;
- 1.2.2 Enfocar simplificadamente o dimensionamento e novas recomendações constantes da NBR 6118-2003;
- 1.2.3 Apresentar um novo tipo de laje pré-moldada de concreto armado.

### 1.3 JUSTIFICATIVAS

As exigências de qualidade, os efeitos da economia globalizada, a estabilidade da moeda e conseqüentemente um mercado mais exigente e competitivo em que a palavra do momento é racionalizar, estão obrigando os construtores a buscarem sistemas construtivos que valorizem estes aspectos.

Em resposta a este processo crescente de industrialização e ao uso cada vez mais intenso de elementos pré-fabricados, onde as lajes pré-moldadas ocupam lugar de destaque, o meio acadêmico produziu na última década diversos estudos sobre este tema. Neste trabalho dar-se-á enfoque às lajes pré-moldadas constituídas por vigotas com armação treliçada, popularmente conhecidas como lajes treliças, faces às alterações ocorridas, principalmente nas NBR 6118 e NBR 14432.

### 1.4 METODOLOGIA

Para realização deste trabalho foram feitas pesquisas bibliográficas em bibliotecas de diversas Universidades.

Também se fez visitas a diversos fabricantes de equipamentos, fornecedores de matérias primas e a várias fábricas de artefatos de concreto, onde se coletaram catálogos, softwares para dimensionamento, recomendações para projeto e construção para os vários tipos de lajes pré-moldadas existentes no mercado. Também foi possível o acesso aos resultados de ensaios que vêm sendo realizados na Universidade Federal de São Carlos por alunos de iniciação científica e mestrado em Construção Civil, sob orientação dos professores do Departamento de Engenharia Civil.

Ainda, uma pequena fábrica de lajes, montada na cidade de Itapeva-SP, serviu de laboratório para os testes de inovações que paulatinamente foram sendo introduzidas no sistema, e desta forma, pode-se observar através de fornecimento comercial a algumas obras, as vantagens e desvantagens de um novo tipo de laje pré-moldada que, lentamente, foi sendo desenvolvido.

Para os dimensionamentos que se fizeram necessários foi utilizado o software da TQS Informática Ltda, TQS - versão 11.3.

Assim, com a sistematização destas informações foi gerado este trabalho.

## 1.5 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em sete capítulos e na introdução de cada um deles se procura dar uma visão do assunto que será discutido.

No capítulo 2, definem-se as lajes, objeto deste trabalho e os materiais que a compõem, abordando-se algumas de suas propriedades, tipos, geometrias e recomendações das normas pertinentes para sua utilização.

No capítulo 3, procuram-se descrever o comportamento do concreto armado, as principais análises estruturais e modelos que podem ser usados para o dimensionamento das lajes pré-moldadas de concreto armado.

No capítulo 4, são descritos os principais critérios de projeto utilizados para dimensionamento e verificações das lajes pré-moldadas de concreto armado.

No capítulo 5, é feito o dimensionamento dessas lajes quanto aos estádios limites de ruína e utilização, apresentando-se um exemplo de cálculo ilustrativo após o enfoque teórico de cada estado limite. É dada ênfase para a análise não-linear na verificação das deformações imediatas e diferidas no tempo, onde se utilizou o software TQS.

No capítulo 6, é apresentado um novo tipo de laje pré-fabricada de concreto armado, que foi concebido durante a realização deste trabalho.

E, finalmente no capítulo 7 são apresentadas as conclusões.

**MATERIAIS CONSTITUINTES DAS LAJES  
PRÉ-FABRICADAS FORMADAS POR NERVURAS  
TRELIÇADAS DE CONCRETO ARMADO E  
RECOMENDAÇÕES PARA SUA UTILIZAÇÃO.**

---

**2** Capítulo

### **2.1 Introdução**

“Segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), na NBR 6118-2003, em 14.7.7, lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte. As lajes nervuradas unidirecionais devem ser calculadas segundo a direção das nervuras desprezadas a rigidez transversal e a rigidez à torção”.

A NBR 14859-1, em 3.1, define laje pré-fabricada unidirecional como sendo a “laje nervurada constituída por nervuras principais longitudinais (NL) dispostas em uma única direção, podendo ser empregadas algumas nervuras transversais (NT) perpendiculares às nervuras principais”.

A NBR 14859-2, em 3.1, define laje pré-fabricada bidirecional como sendo a “laje nervurada constituída por nervuras principais nas duas direções e como requisitos gerais, estabelece que:

- nas lajes que empregam vigotas pré-fabricadas de concreto armado ou de concreto protendido não se admite que possam ser executadas nervuras transversais às vigotas exceto quando se empregam vigotas treliçadas;
- o dimensionamento e a verificação das lajes bidirecionais devem atender aos dispositivos previstos na NBR 6118, considerando-se a redução do braço de alavanca, relativa à armadura complementar transversal e longitudinal e para o cálculo dos esforços solicitantes das nervuras, as lajes bidirecionais constituídas por vigotas treliçadas, podem ser calculadas como armadas em cruz, desde que o intereixo das nervuras, tanto longitudinais como transversais, não superem 105 cm. Quando apenas o

intereixo das nervuras transversais supera 105 cm, a laje deve ser calculada como unidirecional. Quando os dois inteiros, tanto longitudinal como transversal, superam 105 cm, a estrutura laminar deve ser calculada como grelha ou como um conjunto de vigas isoladas. Para a obtenção dos esforços e dimensionamento das lajes bidirecionais, maciças ou nervuradas, aplicam-se todas as prescrições contidas na NBR 6118 sobre lajes maciças ou lajes nervuradas, exceto quanto ao cobrimento da armadura, que deve obedecer ao prescrito na NBR 9062”, que no momento está sendo revisada.

As lajes formadas por nervuras pré-moldadas, também chamadas de vigotas pré-moldadas, são constituídas basicamente por:

- a) elementos lineares pré-moldados, que são as nervuras, dispostos espaçadamente em uma direção;
- b) elementos de enchimento, colocados sobre os elementos pré-moldados;
- c) concreto moldado no local;

Em relação às seções transversais, os elementos pré-moldados podem ser com ou sem armadura saliente, em forma de T invertido ou I. Os materiais de enchimento normalmente utilizados são blocos vazados de material cerâmico ou concreto ou, ainda, blocos de poliestireno expandido, conhecidos pela sigla EPS, vistos nas figuras 2.1, 2.2 e 2.3.



Figura 2.1 – Laje pré-moldada unidirecional com utilização de elemento de enchimento em EPS.  
Disponível em: <http://www.gerdau.com.br>



Figura 2.2 – Laje pré-moldada formada por vigotas com armação treliçada e elemento de enchimento cerâmico.  
Disponível em: <http://www.gerdau.com.br> Acesso em: 28 mar.2003.



Figura 2.3 – Laje pré-moldada bidirecional com utilização de elemento de enchimento em EPS. (Pereira, 2003).

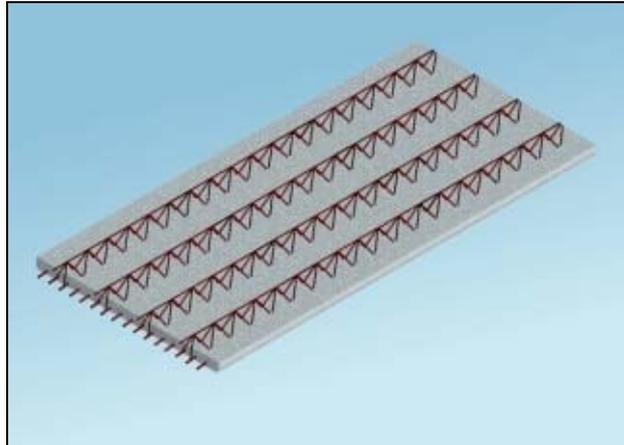


Figura 2.4 – Laje pré-moldada tipo pré-laje.  
Disponível em: <http://www.belgo.com.br>

Na figura 2.4, pode ser visto um tipo de laje denominado pré-laje, que é formada por painéis de concreto armado com armação treliçada, encontrado em várias larguras, que podem ser usados com ou sem elementos de enchimento. Também se faz presente no mercado os mini-painéis treliçados, com largura a partir de 25cm.

De acordo com (El Debs, 2000), o comportamento estrutural de lajes formadas pelas vigotas pré-moldadas, corresponde, em termos gerais, ao das lajes armadas em uma direção, também chamadas de lajes unidirecionais, com seção resistente composta pela parte pré-moldada e o concreto moldado no local.

## 2.2 Materiais constituintes

### 2.2.1 Concreto

O concreto que compõe as vigotas pré-fabricadas e o concreto moldado no local, de acordo com 4.3.1 da NBR 14859-1, devem atender às especificações das NBR 6118, NBR 8953, NBR 12654 e NBR 12655.

#### 2.2.1.1 Resistência à compressão

A resistência característica à compressão será especificada pelo projeto estrutural, sendo exigida no mínimo classe C20 corresponde à resistência à compressão aos 28 dias de 20 MPa.

#### 2.2.1.2 Resistência à tração

A NBR 6118 recomenda que a resistência à tração indireta,  $f_{ct,sp}$ , e a resistência à tração na flexão,  $f_{ct,f}$ , sejam obtidas através de ensaios, tomando-se para a

resistência à tração direta, valores iguais à  $0,9 f_{ct,sp}$  ou  $0,7 f_{ct,f}$ . Na falta desses ensaios, permite que o valor médio ou característico seja avaliado através das equações:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad \text{equação 2.1}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad \text{equação 2.2}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m} \quad \text{equação 2.3}$$

onde:  $f_{ct,m}$  e  $f_{ck}$  são expressos em megapascal.

### 2.2.1.3 Modulo de Elasticidade

A NBR 6118, em 8.2.8, recomenda que o modulo de elasticidade seja obtido segundo ensaio descrito na NBR 8522, mas quando não realizado e na falta de dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, estime-se seu valor usando a expressão:

$$E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad \text{equação 2.4}$$

onde:

$E_{ci}$  e  $f_{ck}$  são dados em megapascal.

O módulo de elasticidade numa idade  $j \geq 7d$ , pode também ser avaliado através desta expressão, substituindo-se  $f_{ck}$  por  $f_{ckj}$ .

O módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, deve ser calculado pela expressão:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad \text{equação 2.5}$$

Observa-se que a NBR 6118-1980, 4.2.3, para a verificação do estado de deformação excessiva, recomendava a adoção do modulo de deformação  $E_c$  secante do concreto, suposto igual a 0,9 do modulo na origem, dado por  $6600 \sqrt{f_{cj}}$ , onde  $f_{cj} = f_{ck} + 3,5$  MPa.

Desta forma, nota-se que a NBR 6118-2003, traz uma significativa redução no valor do modulo de deformação a ser utilizado nas verificações dos ELS.

Ainda, com relação ao modulo de elasticidade, segundo (El Debs,2000), as lajes nervuradas são formadas por elementos compostos, ou seja, a seção resistente é

constituída por elementos pré-moldados de seção parcial e é completada por concreto moldado no local. Assim, usualmente, os dois concretos têm características mecânicas diferentes, devendo ser considerada na análise da seção composta a ocorrência de materiais com módulos de elasticidade diferentes. Afirma, ainda, que o comportamento da seção composta é governado fundamentalmente pela transferência das tensões de cisalhamento na interface entre o concreto pré-moldado e o concreto moldado no local, assunto a ser tratado em maiores detalhes no capítulo 5.

#### **2.2.1.4 Coeficiente de Poisson e Modulo de elasticidade transversal**

Com relação ao coeficiente de Poisson  $\nu$  e ao módulo de elasticidade transversal  $G_c$ , podem ser tomados iguais a 0,2 e  $0,4E_{cs}$ , respectivamente, desde que as tensões de compressão sejam menores que  $0,5 f_c$  e as tensões de tração menores que  $f_{ct}$ .

#### **2.2.2 Elementos de Enchimento**

A NBR 14859-1 define os elementos de enchimento, como sendo componentes pré-fabricados com materiais inertes diversos, sendo maciços ou vazados, intercalados entre vigotas em geral, com a função de reduzir o volume de concreto, o peso próprio da laje e servir como forma para o concreto complementar. São desconsiderados como colaborantes nos cálculos de resistência e rigidez da laje.

Devem ter as dimensões padronizadas estabelecidas na tabela 2.1, serem compostos por materiais leves, suficientemente rígidos, que não produzam danos ao concreto e as armaduras. Devem ainda ter resistência característica à carga mínima de ruptura de 1,0 kN, suficiente para suportar esforços de trabalho durante a montagem e concretagem da laje. Para elementos de enchimento com 7,0cm e 8,0cm de altura, admite-se resistência característica para suportar a carga mínima de ruptura de 0,7 kN.

TABELA 2.1 – Altura total (h) Dimensões em centímetros

<b>Altura (he) nominal</b>	7,0 (mínima); 8,0; 9,5; 11,5; 15,5; 19,5; 23,5; 28,5
<b>Largura (be) nominal</b>	25,0 (mínima); 30,0; 32,0; 37,0; 39,0; 40,0; 47,0; 50,0
<b>Comprimento (c) nominal</b>	20,0 (mínimo); 25,0
<b>Abas de encaixe</b>	
(Av)	3,0
(Ah)	1,5

Fonte: NBR 14859-1:2002

A determinação da carga de ruptura deve ser feita conforme os anexos B e C da NBR 14859-1. A face inferior deve ser plana e as laterais devem apresentar abas de encaixe para apoio nas vigotas, bem como estar isenta de partes quebradas e trincas que comprometam seu desempenho ou que permitam a fuga do concreto complementar (capa e nervuras).

Os elementos de enchimento são responsáveis pela definição da geometria da laje. Suas dimensões definem a altura H e o entreixo I (distância entre eixos de vigotas pré-fabricadas). Seu peso específico influencia diretamente na determinação do peso próprio da laje, bem como nas deformações devido à fluência.

Em face de grandes variabilidades nas formas e dimensões, conferem características regionais às lajes, dificultando a elaboração de projetos padronizados ou mesmo a utilização de tabelas para o dimensionamento das mesmas.

Tem-se observado que lentamente o mercado está desenvolvendo novos produtos para serem utilizados como elementos de enchimento. Alguns podem ser vistos nas figuras 2.5, 2.6 e 2.7.



Figura 2.5– lajota saliente para composição com blocos de EPS.

Disponível em <<http://www.trefor.com.br>>

A lajota saliente é fabricada pela cerâmica Faulim, de Jumarim-SP, tendo sido lançada no mercado recentemente. A lajota tem uma altura padronizada e como possui abas laterais para encaixe, permite a complementação da altura final desejada para a laje, com a utilização de blocos de EPS encaixados nas abas.



Figura 2.6 – Lajota combinada com blocos de EPS e canaletas formando uma laje bidirecional.  
Disponível em <<http://www.trefor.com.br>>

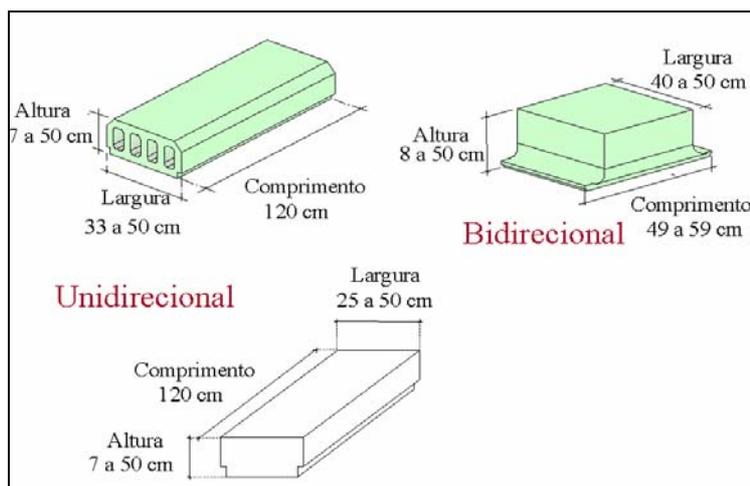


Figura 2.7– Alguns tipos de blocos de EPS.  
Disponível em <<http://www.mqstyro.com.br>>

A Cerâmica Faulin também colocou no mercado, um modelo de canaleta cerâmica, com configuração geométrica em “U”, para ser utilizada na direção

transversal, permitindo a execução de lajes bidirecionais ou nervuras transversais em lajes unidirecionais, conforme podem ser vistas nas figuras 2.6, 2.8 e 2.9.

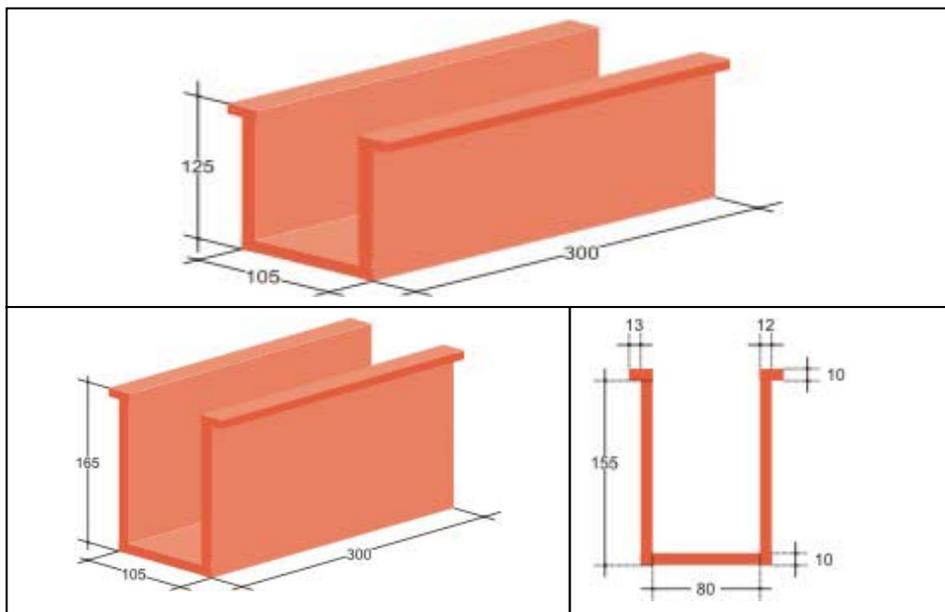


figura 2.8– canaleta para a direção transversal.  
Disponível em <<http://www.trefor.com.br>>



figura 2.9 – canaleta para direção transversal.  
Disponível em <<http://www.trefor.com.br>>

A utilização de lajes armadas em duas direções, é uma alternativa que precisa ser levada em consideração, principalmente quando  $l_y/l_x \leq 2$ , sendo  $l_x$  é o menor vão, pois têm um comportamento estrutural melhor quando comparadas àquelas armadas em uma direção. Além de permitirem uma melhor distribuição das cargas para as vigas, têm menores deformações e se aproximam do comportamento das lajes maciças, que por sua vez têm um comportamento de diafragma (trabalham como chapa, quando submetidas a esforços paralelos ao seu plano médio) mais efetivo e só não são mais utilizadas pela dificuldade de se encontrar elementos de enchimentos para definição de sua geometria que viabilizem economicamente sua execução.

A Ens Hubert Indústria cerâmica Ltda, de Montemor-SP, também recentemente colocou no mercado um tipo de elemento cerâmico que permite a obtenção de intereixos de até 40 cm, visto na figura 2.10.



Figura 2.10 - Elemento de enchimento cerâmico com intereixo de 40cm. (arquivo do autor).

A grande vantagem do EPS como elemento de enchimento é a flexibilidade que proporciona na obtenção de qualquer dimensão desejada para o intereixo e altura da laje. Dimensões maiores de intereixo implicam na utilização de menor quantidade de armações treliçadas e menor consumo de concreto (sob a ótica do fabricante), fatores que podem gerar lajes mais econômicas. Entretanto, não se pode perder de vista que intereixos maiores levam a uma maior concentração de aço nas nervuras.

Já alturas maiores, levam a obtenção de lajes com menores deformações e menor consumo de aço, possibilitando-se vencer vãos maiores. Novamente neste caso, o EPS leva vantagem sobre outros elementos de enchimento usuais, tendo em vista as opções limitadas oferecidas pelas indústrias cerâmicas. A grande desvantagem do EPS como elemento de enchimento é com relação ao seu custo, pois o preço do metro cúbico é quase igual ao do concreto. Lajes com alturas menores, onde o elemento cerâmico é facilmente encontrado no mercado, certamente terá custos menores. À medida que aumentamos sua altura, o custo do elemento cerâmico se aproxima ao do EPS.

Na figura 2.11, vê-se um elemento de enchimento cerâmico com altura de 12cm. Pode-se observar que as bordas superiores são chanfradas, o que facilita o lançamento do concreto e proporciona a formação de mísulas na intersecção da alma com mesa da seção “T”, reforçando esta região onde pode ocorrer concentração de tensões indesejáveis, face à descontinuidade dos esforços de cisalhamento.



Figura 2.11- Elemento de enchimento cerâmico. (arquivo do autor)

Outros materiais também podem ser utilizados como elementos de enchimento, embora não sejam fabricados para tal. Tijolos destinados às alvenarias de vedação também podem ser utilizados, principalmente nas pré-lajes ou em composição com outros elementos, vistos nas figuras 2.12 e 2.13.



figura 2.12- tijolo cerâmico de 6 furos.  
(arquivo do autor)



figura 2.13- tijolos cerâmicos de 6 furos usados em pré-laje.  
(Arquivo do autor).

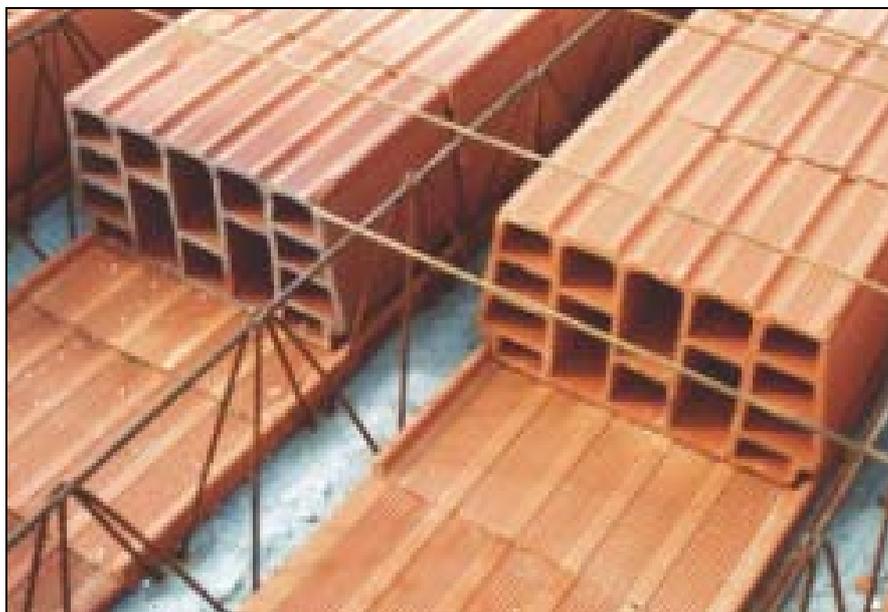


Figura 2.14- Canaleta saliente composta com lajotas cerâmicas.  
Disponível em [http:// www.trefor.com.br](http://www.trefor.com.br)

Na figura 2.14, pode-se ver a utilização da lajota saliente, em composição com elementos de enchimento cerâmico. A lajota saliente também pode ser combinada com elementos de enchimento em EPS, obtendo-se qualquer altura desejada para o dimensionamento da laje. Uma das vantagens dessa composição é a obtenção de tetos com a predominância de cerâmica que apresentam as ranhuras necessárias para uma boa aderência do revestimento.

Em resumo, é desejável que os elementos de enchimento apresentem as seguintes características:

- resistam às cargas de trabalho a que são submetidos durante a montagem e lançamento do concreto moldado no local;
- possibilitem a definição da altura e intereixo da laje, proporcionando um dimensionamento econômico;
- serem compostos por materiais inertes, leves e com baixa absorção de água;
- quando utilizados sobrepostos permitam o intertravamento, de forma a manterem a posição durante a concretagem;
- permitam a obtenção de tetos lisos ou planos e tenham boa aderência aos diversos tipos de revestimento;
- sejam de fácil montagem, pequeno índice de perdas e baixo custo.

Apesar de não serem necessários para o sistema após a cura do concreto, a boa qualidade deste material é importante para a segurança nas fases de montagem e concretagem da laje, pois afinal, os elementos de enchimento são responsáveis por transferir o peso do concreto ainda fresco às vigotas que se apóiam sobre as linhas de escoras. Assim sendo, torna-se necessária uma resistência mínima para este material, devendo-se evitar o uso de elementos com pequena altura e grandes intereixos. Já se tem notícias de acidente em obra, onde foi utilizado elemento de enchimento em EPS com 8cm de altura e intereixo de 60cm.

Com certeza ainda não se tem disponível no mercado elementos de enchimento que preencham a maioria dos requisitos desejáveis. Novas pesquisas e criatividade ainda se fazem necessárias.

### **2.2.3 Aço**

No mercado brasileiro são encontrados diversos tipos de barras e fios de aço destinados à confecção de armaduras passivas das peças estruturais de concreto. Na designação desses fios e barras é usado o prefixo CA, indicativo de seu emprego no concreto armado.

A norma NBR 7480 – “Barras e fios de aço destinados a armaduras de concreto armado”, especifica os aços de categoria CA 25, CA 50 e CA 60, sendo os dois últimos os mais utilizados.

#### **2.2.3.1 Matérias-primas**

Existem vários tipos de matérias-primas disponíveis para a fabricação do aço. Todavia, devido ao seu menor custo, maior disponibilidade e por ser reciclável, a matéria-prima básica para a produção de barras e fios do aço para armadura de concreto é a sucata, constituída por retalhos de chapas metálicas, cavacos de usinagem, latarias de carros usados, peças de aço e ferro de equipamentos em desuso, e outros.

Também outras matérias-primas são utilizadas durante o processo, tais como:

- Ferro gusa - produto siderúrgico obtido através da redução do minério de ferro, e tem a função de adicionar carbono, ferro e silício ao produto. O carbono e o silício são

importantes fontes de energia para o processo, através de sua oxidação gerada após o sopro de oxigênio.

- Ferroligas - (ferro manganês, ferro silício-manganês, ferro silício etc.) utilizados para ajuste da composição química do aço e conferir as características mecânicas necessárias.
- Cal - atua como escorificante, retendo as impurezas do metal e formando a escória, também atuando na proteção do refratário do forno contra ataques químicos.
- Oxigênio - utilizado para reduzir o teor de carbono do aço e diminuir o tempo de fusão.

### **2.2.3.2 Processo de Obtenção e Categorias dos aços empregados**

Para a fabricação do CA 25 e CA 50 os tarugos (barras de aço com seção quadrada e comprimento de acordo com a sua utilização, provenientes do processo final da aciaria), são enviados para a laminação, onde são colocados no forno de reaquecimento e aquecidos a uma temperatura de aproximadamente 1.200 °C.

O processo de laminação é dividido em três etapas: desbaste, preparação e acabamento. Os tarugos entram no trem desbastador onde são pressionados, sucessivamente, entre cilindros, sofrendo redução em sua seção, com o conseqüente aumento de comprimento. Do desbaste o tarugo segue para o trem preparador onde novos desbastes são realizados e o tarugo começa a adquirir o formato de barra laminada.

É, entretanto, no trem acabador que é dada a forma final da barra laminada. No último passe, ao passar pela pressão de dois cilindros, a barra recebe a marcação das nervuras e as gravações da bitola nominal e do nome, dando origem ao CA50.

Para o CA25, no último passe é dado o acabamento liso na barra, já que normalmente este material é ofertado liso ao mercado.

A laminação pode dar origem a produtos em barras e em rolos. As barras são cortadas por uma tesoura mecânica, ou seguem para uma bobinadeira para formação dos rolos. No caso de barras de aço, estas seguem para o leito de resfriamento, onde perdem o calor naturalmente, em contato com o ar do ambiente.

Para a fabricação do aço CA50 soldável é necessário que na aciaria seja produzido um aço com baixos teores de carbono, manganês e outros elementos

químicos, o que facilita a execução da emenda soldada. Vale lembrar que o CA50 normal também é soldável, mas exige controle das temperaturas de pré-aquecimento e resfriamento durante a execução de emendas.

Na laminação, na etapa final, a barra de aço é submetida a uma condição severa de resfriamento através de um processo controlado, utilizando-se água com vazão e pressão controladas eletronicamente que reduz a sua temperatura superficial, gerando uma camada refrigerada endurecida. O núcleo da barra que permanece quente reaquece esta camada endurecida e promove o seu revenimento, tornando-a dúctil.

O produto final é uma barra que tem um alto valor de escoamento devido à camada superficial e uma alta ductilidade devida ao núcleo.

Para a fabricação do aço CA60 o processo utilizado pode ser o de trefilação ou a laminação a frio. Em ambos os processos são obtidos produtos de mesmas propriedades mecânicas. A matéria-prima utilizada para este processo é um fio-máquina em rolo obtido por laminação a quente. Este material é liso e tem baixo teor de carbono. O rolo de fio-máquina é colocado em um desenrolador e puxado por uma de suas pontas, sofrendo uma redução de diâmetro através da passagem por fieiras, no caso da trefilação, ou através de roletes, no caso da laminação a frio. A redução total poderá ser feita através da passagem por duas, três ou mais fieiras de diâmetros diferentes, ou através da passagem por dois, três ou mais conjuntos de roletes. Após todas as reduções necessárias, o material, no seu diâmetro final, passa por um sistema de roletes entalhadores para a gravação dos entalhes superficiais, conforme exigido por norma.

A principal diferença entre o aço e o ferro é o teor de carbono, ou seja, o aço possui um teor de carbono inferior a 2,04%, enquanto o ferro possui um teor de carbono de 2,04 a 6,70%. Como as barras e fios destinados as armaduras para concreto armado (CA25, CA50 e CA60) possuem normalmente um teor de carbono entre 0,08% e 0,50%, a denominação técnica correta a utilizar é aço. É claro que o termo "ferro" é tão popular que todos entendem e aceitam sua utilização.

De acordo com a norma, barras são produtos obtidos por laminação a quente, com diâmetro nominal de 5,0 mm ou superior. Portanto, CA25 e CA50 são denominados barras. Os fios são produtos de diâmetro nominal inferior a 10 mm obtidos por trefilação ou laminação a frio. Todo CA60 é denominado fio.

### 2.2.3.3 Classes dos aços empregados

A última versão da NBR 7480 de 1996 eliminou as classes A e B constantes da versão de 1985. Portanto, atualmente, além de tecnicamente incorreto, não faz sentido classificar um vergalhão por classe.

Antes da revisão as classes A e B já causavam polêmicas, pois alguns defendiam indevidamente que o material sem escoamento nítido era obrigatoriamente classe B e material com escoamento nítido era classe A. Na verdade a separação em classes era definida pelo processo de fabricação das barras ou fios; para processo a quente (laminação a quente) o produto era denominado classe A e para o processo a frio (laminação a frio ou trefilação) era classe B.

Na versão de 1996 a separação em classes foi eliminada e todo o material do tipo barra, caso do CA25 e CA50, deve ser fabricado obrigatoriamente por laminação a quente, e todo fio, caso do CA60, deve ser fabricado por trefilação ou processo equivalente (estiramento ou laminação a frio).

### 2.2.3.4 Resistência mecânica dos aços

A separação dos aços nas categorias CA25, CA50 e CA60 é feita através de suas características mecânicas obtidas no ensaio de tração. Neste ensaio são determinados: resistência característica de escoamento ( $f_{yk}$ ), limite de resistência e alongamento, os quais devem atender aos valores padronizados na tabela 2 do anexo B da NBR 7480.

Resistência característica de escoamento é uma das propriedades mais importantes das barras e fios de aço destinadas às armaduras de concreto. Do ponto de vista estrutural, limite de escoamento é a carga de trabalho que a barra ou fio deve suportar. O escoamento é a tensão a partir da qual o material passa a sofrer deformações permanentes, ou seja, até este valor de tensão se for interrompido o tracionamento da amostra esta voltará ao seu tamanho inicial, não apresentando nenhum tipo de deformação permanente. É esta a resistência do aço utilizada para o dimensionamento da estrutura, minorada por um coeficiente de segurança. Os valores de escoamento é que definem a categoria dos aços, ou seja, 50 kgf/mm<sup>2</sup> ou 500 MPa para o CA50 e 60 kgf/mm<sup>2</sup> ou 600 MPa para o CA60.

### 2.2.3.5 Utilização nas lajes pré-moldadas

No concreto armado, em particular nas lajes pré-moldadas, o aço é utilizado em diversas posições, algumas provenientes do dimensionamento e outras como recomendações construtivas, recebendo a denominação de armaduras, conforme descrito a seguir.

#### 2.2.3.5.1 Armaduras Longitudinais

As armaduras longitudinais normalmente estão dispostas no interior das vigotas pré-moldadas. São distribuídas uniformemente na seção da vigota, sendo que pelo menos 50% da área da armadura deve ser mantida até os apoios.

Nas lajes onde se utilizam armações treliçadas, as barras inferiores da treliça constituem toda ou parte das armaduras longitudinais. Quando se faz necessário acrescentar barras nas vigotas, além das armaduras inferiores da treliça, estas recebem a denominação de armaduras adicionais.

A armadura treliçada, tratada na NBR 14862, é uma armação pré-fabricada em forma de estrutura espacial prismática, constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de aço no topo (banzo superior), interligados por eletrofusão aos dois fios de aço diagonais (sinusóides), com espaçamento regular de 200 mm (passo), figuras 2.15 e 2.16. O aço a ser utilizado na sua confecção deve ter suas características de soldabilidade garantida, sendo permitida apenas a solda pelo sistema de eletrofusão, não podendo ser utilizados outros tipos de solda ou junções, executadas na obra ou fora dela.



Figura 2.15 – armação treliçada.

Disponível em: <<http://www.puma.com.br>>

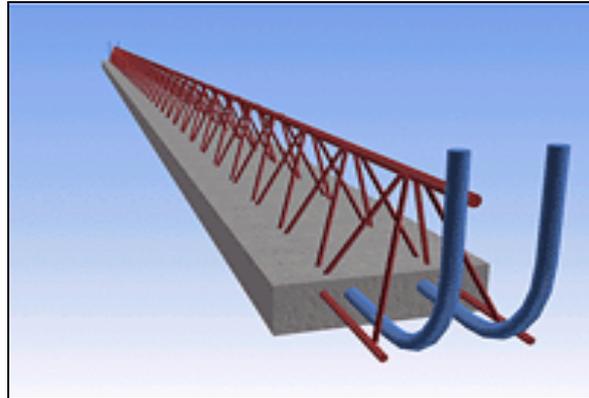


Figura 2.16 – vigota com armadura treliçada e barras adicionais. Disponível em: <http://www.puma.com.br>

A armadura treliçada desempenha um importante papel nas lajes pré-moldadas que dela se utilizam, pois a estrutura espacial formada pelas barras imersas na sapata de concreto de pequena rigidez, confere ao conjunto a rigidez necessária para a sua fabricação, transporte e montagem.

Como já dito anteriormente, as barras que formam o banzo inferior têm a função de combater os esforços de tração oriundos do momento fletor atuante nas seções transversais, não só nas fases de fabricação, transporte e montagem, mas também durante a vida útil da laje, enquanto que a barra do banzo superior além de se responsabilizar pelos esforços de compressão também presentes nestas fases, responde pelos esforços de tração que ocorrem por ocasião do lançamento do concreto, quando a laje ainda está escorada.

Desta forma, a altura da treliça (distância entre o banzo inferior e superior), se constitui no braço de alavanca que equilibrará os momentos atuantes. Isso não só justifica o diâmetro maior da barra do banzo superior, como também a importância de seu correto dimensionamento, sendo a flambagem lateral, na maior parte dos casos a situação crítica. Após a cura do concreto complementar e a retirada do escoramento, esta barra deixa de ter função estrutural no conjunto, mas se convenientemente posicionada, passa a se constituir na armadura de distribuição longitudinal, que juntamente com barras transversais colocadas na capa de concreto, se prestam ao combate da fissuração provocada pela retração, fluência e efeitos térmicos.

As sinusóides desempenham o importante papel de ligação entre o banzo superior e o banzo inferior, transmitindo esforços de tração ou compressão oriundos das

fases de fabricação, transporte e montagem.

Após a cura da laje, desde que obedecidas determinadas condições, as sinusóides podem responder por tensões de tração originadas pelos esforços de cisalhamento que atuam durante a vida útil da laje; assunto que será tratado com maiores detalhes no capítulo 5. Entretanto, é até mesmo intuitivo, que elas trabalham como armadura de costura entre o concreto moldado no local e o concreto pré-moldado, possibilitando a transferência de cisalhamento pela interface.

A NBR 6118, visando melhorar o desempenho e a ductibilidade à flexão, prescreve em 19.3.3, valores máximos e mínimos para as armaduras longitudinais de elementos estruturais sem armaduras ativas, sendo que a armadura máxima não deve ter valor maior que 4% da área bruta da seção transversal ( $A_c$ ), calculada na região fora da zona de emendas. Para a armadura mínima, encontramos o disposto abaixo:

- para armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção:  $\rho_s \geq \rho_{\min}$

- para armaduras negativas:  $\rho_s \geq \rho_{\min}$

- para armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções:  $\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$

onde os valores de  $\rho_{\min}$  constam da tabela 17.3, aqui reproduzida parcialmente, na tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas, (NBR 6118-2003, tabela 17.3).

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min} (A_{s,\min}/A_c)$ %							
	$f_{ck}$ $w_{\min}$	20	25	30	35	40	45	50
<b>T</b> (mesa comprimida)	0,024	0,15	0,15	0,15	0,15	0,158	0,177	0,197
<b>T</b> (mesa tracionada)	0,031	0,15	0,15	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255

Os valores desta tabela foram determinados pelo dimensionamento da seção sob a ação de um momento fletor mínimo, dado pela equação 2.6, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%. Também pressupõem o uso do aço CA50,  $\gamma_c = 1,4$ ,

$\gamma_s = 1,15$ , respeitando-se ainda a taxa mecânica de armadura ( $\omega_{\min}$ ), para seção “T”, constante da tabela.

$$M_{d,\min} = 0,8.W_0.f_{ck,\sup} \quad \text{equação 2.6}$$

onde:

$W_0$  - é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada, dado por:

$$W_0 = \frac{I}{y_0} \quad \text{equação 2.7}$$

sendo:

$I$  - o momento de inércia relativo à seção bruta de concreto;

$y_0$  - a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ck,\sup}$  - é a resistência característica superior do concreto à tração, obtido em 2.3.

Vale destacar que as lajes armadas em duas direções têm os valores mínimos de armadura positiva reduzidos quando comparadas às unidirecionais, pois para estas a recomendação da NBR 6118-2003, 19.3.3.2, é que  $\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$  em face de apresentarem outros mecanismos resistentes possíveis.

A norma espanhola EF-96, além de recomendar pelo menos a existência de duas barras, apresenta duas expressões para a armadura mínima longitudinal a ser empregada nas vigotas das lajes pré-moldadas:

$$A_s \geq 0,08 \frac{b_w h f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{equação 2.8}$$

$$A_s \geq \beta b_w h \quad \text{equação 2.9}$$

sendo:

-  $b_w$  a largura mínima da nervura;

-  $h$  a altura total da seção;

-  $f_{cd}$  a resistência de cálculo à compressão do concreto da capa;

-  $f_{yd}$  a resistência de cálculo do aço;

-  $\beta$  coeficiente que vale 0,003 para o aço equivalente ao CA50 (que pode ser estendido para o CA60, por falta de correspondência deste aço na EF-96), segundo El Debs (2000).

É importante registrar que nas lajes com pequenos vãos, está consagrado o uso apenas da armação treliçada TR08644, sem qualquer armadura adicional, sendo a armadura mínima constituída apenas pelos dois fios de 4,2 mm, que formam o banzo inferior da treliça, com área de  $0,277\text{cm}^2$ . De acordo com a NBR 6118 e com a EF-96, esta área é insuficiente para atender as recomendações referentes à armadura mínima.

Como exemplo, seja uma laje com a seguinte seção transversal:

$b_w = 9\text{cm}$ ,  $h = 12\text{cm}$ ,  $h_f = 4\text{cm}$  e  $b_f = 42\text{cm}$ .

Pela NBR 6118, a armadura mínima longitudinal seria  $0,15\%A_c$  (onde  $A_c$  é a área da seção bruta de concreto), que corresponderia a  $0,360\text{cm}^2$  ( $2 \text{ } \varnothing 4,2\text{mm} + 1 \text{ } \varnothing 4,2\text{mm}$ );

Para se atender somente o  $M_{d, \min}$  calculado pela equação 2.6, sem se respeitar o mínimo absoluto de  $0,15\% A_c$  (área bruta de concreto da seção), encontraríamos  $0,154\text{cm}^2$  ( $2 \text{ } \varnothing 4,2\text{mm}$ ).

Pela EF-96, os valores calculados pelas equações 2.8 e 2.9, são  $0,284\text{cm}^2$  e  $0,324\text{cm}^2$ , respectivamente, que leva a armadura mínima de  $2 \text{ } \varnothing 4,2 + 1 \text{ } \varnothing 4,2\text{mm}$ .

Portanto, para se atender a recomendação da NBR 6118, ou mesmo da EF-96, nenhuma laje poderia ser executada apenas com as armaduras inferiores da treliça TR08644. No mínimo deve-se usar a TR08645, e como já se disse acima, fato não observado na prática.

#### 2.2.3.5.2 Armadura Complementar:

Armadura adicionada na obra, quando dimensionada e disposta de acordo com o projeto da laje, podendo ser:

##### a. longitudinal (Sct):

Armadura admissível apenas em lajes treliçadas, segundo a NBR14859-1, quando da impossibilidade de integrar na vigota treliçada toda a armadura passiva inferior de tração (Sat) necessária.

Deve-se ressaltar que esta tolerância da norma é perigosa, tendo-se em vista a importância desta armadura. Se por um lado a adição desta armadura na obra

pode causar esquecimentos ou posicionamentos incorretos, por outro lado o dimensionamento à flexão deve prever a diminuição do braço de alavanca (distância entre os centros de gravidade da armadura de tração e da seção resistente à compressão), necessário ao equilíbrio dos momentos fletores. Por outro lado, esta tolerância ainda possibilita a concorrência desleal entre os fabricantes, existindo aqueles que incorporam às vigotas todas as armaduras de flexão necessárias e aqueles que as deixam para adicioná-las na obra, fato fartamente comprovado ao se deparar no dia a dia com vigotas pré-moldadas destinadas a vencerem vãos razoáveis, mas que somente têm como armadura inferior, as barras existentes na armação treliçada, (figuras 2.17, 2.18 e 2.19).



Figura 2.17 – vigotas com armação treliçada, vão de 5,68m. Arquivo do autor.



2.18 – vigota quebrada no meio do vão de 5,68m. Arquivo do autor.



Figura 2.19 – mesma vigota, sem armadura adicional. (Arquivo do autor).

#### **b. transversal (St):**

Armaduras dispostas na direção transversal às vigotas, destinadas à armação das nervuras transversais das lajes bidirecionais, ou das nervuras de travamento nas lajes unidirecionais.

**c. de distribuição ( $S_d$ ):**

Armadura posicionada na capa nas direções transversal e longitudinal, quando necessária, para a distribuição das tensões oriundas de cargas concentradas e para controle da fissuração. A NBR 14859-1 permite que a barra do banzo superior das armações treliçadas possa ser considerada como armadura de distribuição, desde que corretamente posicionada na capa de compressão.

A armadura mínima recomendada pela NBR 14859-1 é de  $0,9\text{cm}^2/\text{m}$  para aços CA25 e de  $0,6\text{cm}^2/\text{m}$  para os aços CA50 e CA60, contendo pelo menos três barras por metro. A EF-96 recomenda uma armadura com diâmetro mínimo de 4mm, nas duas direções, com espaçamento máximo de 35cm, e área de seção transversal satisfazendo os seguintes valores:

a) na direção perpendicular às nervuras:

$$A_s \geq 50 \frac{h_{f,\min}}{f_{yd}} \quad \text{equação 2.9}$$

b) na direção paralela às nervuras:

$$A_s \geq 25 \frac{h_{f,\min}}{f_{yd}} \quad \text{equação 2.10}$$

onde:

$h_{f,\min}$  – espessura mínima da capa em cm;

$f_{yd}$  – resistência à tração de cálculo do aço, em MPa;

$A_s$  – área mínima da armadura, em  $\text{cm}^2/\text{m}$ ;

Segundo El Debs (2000), essa armadura tem as seguintes finalidades:

- a) promover um comportamento conjunto mais efetivo da laje com a estrutura;
- b) reduzir os efeitos da retração diferencial entre o concreto moldado no local e o concreto pré-moldado;
- c) reduzir a abertura de fissuras devido à retração e aos efeitos térmicos;
- d) propiciar melhor distribuição transversal de cargas localizadas;
- e) propiciar um comportamento de diafragma mais efetivo.

**d. superior de tração ( $S_{st}$ )**

Armadura disposta sobre os apoios e nas extremidades das vigotas, no mesmo alinhamento das nervuras longitudinais (NL) e posicionada na capa. Proporciona a continuidade das nervuras longitudinais com o restante da estrutura, combate a fissuração e responde pela resistência ao momento fletor negativo, de acordo com o projeto da laje. É sempre recomendável a colocação de armadura negativa, mesmo nos apoios externos. Uma indicação prática para a consideração desses momentos fletores é apresentada na norma espanhola EF-96, onde se recomenda considerar nos apoios externos um momento fletor negativo não menor que  $\frac{1}{4}$  do máximo momento fletor positivo do tramo adjacente.

Ainda segundo a EF-96, o detalhamento desta armadura pode ser feito de acordo com a figura 2.20, quando se tratar de pavimentos sem alternância significativa de cargas, situação corrente nos pavimentos de edificações residenciais e comerciais. Notar que na figura 2.20a, as vigotas estão alinhadas longitudinalmente, enquanto que na figura 2.20b, na ligação dos tramos adjacentes de laje, as nervuras concorrem nos apoios em direções perpendiculares.

**e. Ancoragem da armadura longitudinal nos apoios**

Segundo El Debs (2000) no detalhamento da armadura longitudinal deve-se dedicar especial atenção à ancoragem das armaduras nos apoios, principalmente nos apoios externos.

Na falta de estudos e resultados experimentais, devem em princípio, serem atendidas as indicações das correspondentes estruturas moldadas no local.

Ainda segundo El Debs (2000), para possibilitar melhores condições de ancoragem da armadura, pode-se tornar maciça a laje junto ao apoio, com a retirada do material de enchimento ou colocar armadura adicional transpassando a armadura longitudinal.

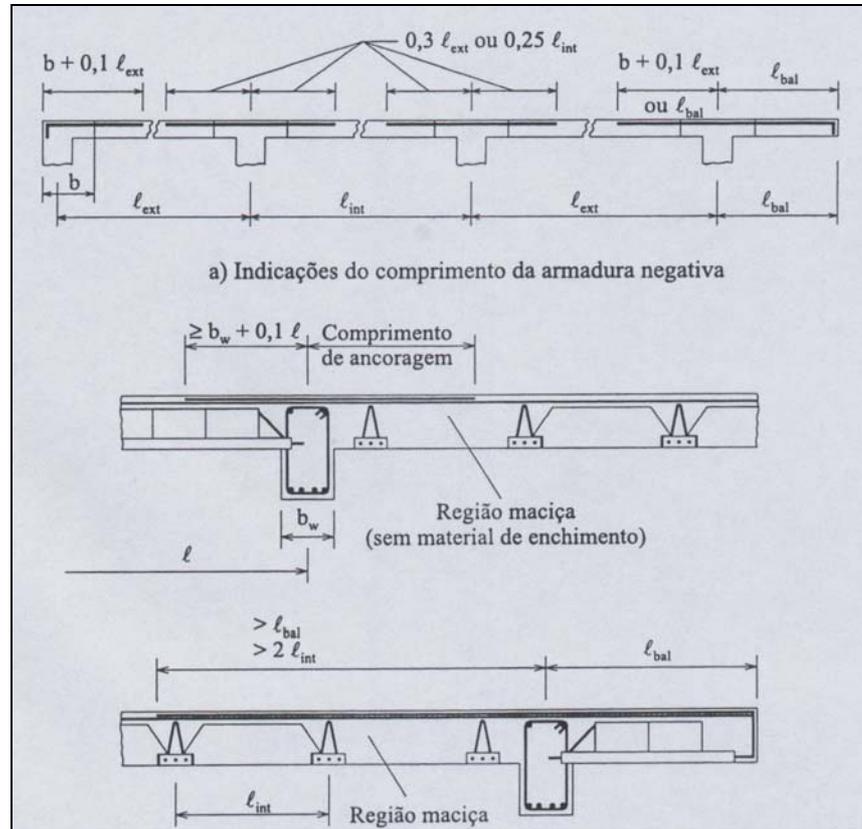


Figura 2.20 – Detalhamento das armações negativas EF-96 (1996).

A norma espanhola EF-96, também recomenda a ligação das nervuras com os apoios. Distingue dois tipos de apoios, ou seja, denomina de apoio direto, quando as nervuras apóiam-se em vigas de maior altura ou em vigas construídas sobre alvenarias e de apoios indiretos, quando as nervuras se apóiam em vigas planas ou mistas, de mesma altura que a laje.

Distingue também, três tipos de ligações entre as vigotas e os apoios, ou sejam, por “*entrega*”, por “*prolongación*” ou por “*solapo*”, cujas prescrições transcreve-se abaixo:

a) “*Por entrega*” (Por atrito ou Aderência)

Executa-se mediante a penetração da vigota (com ou sem armação treliçada), no interior do concreto da viga de apoio, ou seja, esta ligação se dá apenas pela aderência entre esses elementos. Assim se faz necessário que a vigota penetre na viga de apoio, no mínimo, uma distância  $I_1$ , dada por:

$$I_1 = \frac{V_d s}{20 p f_{cv}} \quad \text{equação 2.11}$$

onde:

$V_d$  – esforço cortante de cálculo em kN/m;

$s$  – entreixo, em m;

$p$  – perímetro da vigota em contato com o concreto lançado na obra, em m;

$f_{cv}$  – tensão de cisalhamento convencional, referente à seção de concreto lançado na obra, em MPa;

b) *Por Prolongación* (Ancoragem da armadura de tração)

A armadura inferior da vigota deve prolongar-se de uma distância  $I$  para o interior do apoio, sendo no mínimo igual ao comprimento de ancoragem necessário para absorver uma tração de igual valor ao esforço cortante, no caso de apoios externos e igual a metade no caso de apoios internos, submetidos a momentos negativos. Esta distância se medirá a partir da face do apoio no caso de apoios diretos e do estribo da viga, nos casos de apoios indiretos, devendo ser maior que 10cm nos apoios externos e maior que 6cm, nos apoios internos. Se a vigota possui armação treliçada ou armadura transversal (estribos), esta chegará pelo menos até a face do apoio, no caso de apoio direto ou até o estribo da viga plana ou mista, se o apoio é indireto.

c) *Por solapo* (Armadura de ancoragem adicional)

Para as vigotas cuja armadura longitudinal não penetre nos apoios, deverá ser colocada uma armadura adicional capaz de absorver os esforços definidos na ligação por prolongação. Essa armadura deverá penetrar no interior do apoio com a mesma distância  $I$  definida anteriormente; e no interior da vigota, com uma distância  $I_s$ ,

maior ou igual a  $I$ , ambas sendo equivalentes aos comprimentos de ancoragem da armadura longitudinal existente na vigota.

#### 2.2.4 Outros materiais

Na figura 2.21, podem ser vistos diversos modelos de distanciadores plásticos, destinados ao correto posicionamento das armaduras e tubulações embutidas nas lajes, bem como para nivelamento da capa de concreto.

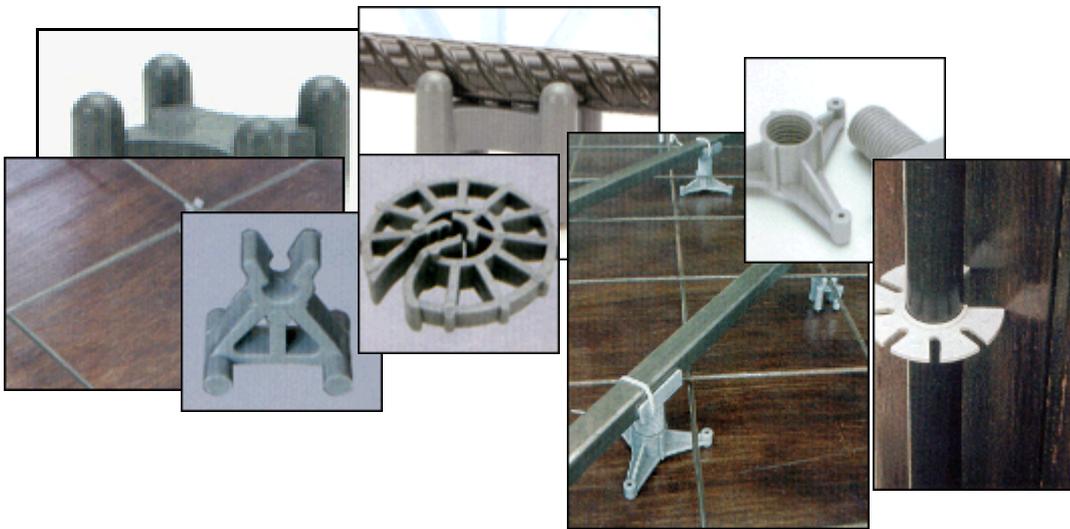


Figura 2.21 – Distanciadores plásticos  
Disponível em: <<http://www.coplas.com.br>>

O uso desses distanciadores constitui uma solução prática para se garantir os cobrimentos necessários recomendados pela NBR 6118-2003, tendo em vista a durabilidade das peças de concreto armado. O posicionamento correto das armaduras, principalmente das negativas, ou as de distribuição, são conseguidos facilmente com a sua utilização, durante a montagem da laje, ou mesmo das armaduras longitudinais na fase de fabricação das vigotas.

Chama-se a atenção para o dispositivo nivelador que permite que a capa de concreto realmente tenha a altura indicada no projeto, pois é muito comum principalmente em lajes onde é utilizado o recurso da contraflecha, após a execução da sua concretagem, constatar-se alturas menores no meio dos vãos, região onde ocorrem as maiores solicitações.

# ANÁLISE ESTRUTURAL E MODELOS DE CÁLCULOS EMPREGADOS NO DIMENSIONAMENTO.

---

## 3 Capítulo

### 3.1 Introdução

Neste capítulo descreve de forma resumida os tópicos referentes às análises e modelos que podem ser utilizados para dimensionamento das lajes pré-moldadas nas estruturas de concreto armado.

O objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de se efetuar verificações de estados limites últimos e de serviço. A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura.

Segundo a NBR 6118, item 14.2.2, a análise deve ser feita com modelo estrutural realista, que permita representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e que permita também representar a resposta não linear dos materiais.

Para se entender os diversos tipos de análises que podem ser empregadas é importante a abordagem das definições de estados limites e o comportamento do concreto armado quando solicitado.

### 3.2 Estados Limites

Uma estrutura de concreto armado bem projetada deve apresentar uma conveniente margem de segurança contra a ruptura provocada pelas solicitações, bem como deformações menores que as máximas permitidas e durabilidade (não apresentar corrosão, fissuração excessiva, etc.), durante toda sua vida útil, ou, em outras palavras, um bom projeto estrutural deve garantir a estabilidade, o conforto e a durabilidade da estrutura.

Assim, se diz que uma estrutura não preenche mais os requisitos de utilização, quando atinge o “chamado estado limite”, definidos pela NBR 6118, item 3.2, da seguinte forma:

- a) estado limite último (ELU): estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação do uso da estrutura.
- b) estado limite de formação de fissuras (ELS-F): estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a  $f_{ct,t}$  (resistência do concreto à tração na flexão).
- c) estado limite de abertura das fissuras (ELS-W): estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais ao máximo especificado em 13.4.2.
- d) estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF): estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal, dados em 13.4.2.
- e) estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE): estado limite em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

### 3.3 Fases do Comportamento de uma Laje de Concreto Armado

O comportamento de um elemento de concreto armado depende do nível de carregamento que o solicita. Para determinados carregamentos de pequena intensidade a teoria das placas em regime elástico descreve bem o comportamento de uma laje, mesmo considerando o material como isótropo e homogêneo. Essa é a fase elástica.

À medida que o carregamento aumenta, a laje começa a apresentar fissuras nas regiões dos maiores esforços solicitantes, diminuindo com isso a rigidez destas seções. Essa fase de fissuração poderia ser estudada pela teoria das placas em regime elástico, levando-se em conta a diminuição da rigidez da peça na zona fissurada, porém avaliar corretamente tal redução é muito difícil. Essa fase de comportamento está geralmente associada à condição de serviço da laje.

Continuando o aumento do carregamento, inicia-se a plastificação das seções mais solicitadas que, sendo seções subarmadas, passam a se deformar sem aumento sensível do momento fletor, o que pode ser visualizado no diagrama momento fletor x curvatura das seções, da figura 3.1.

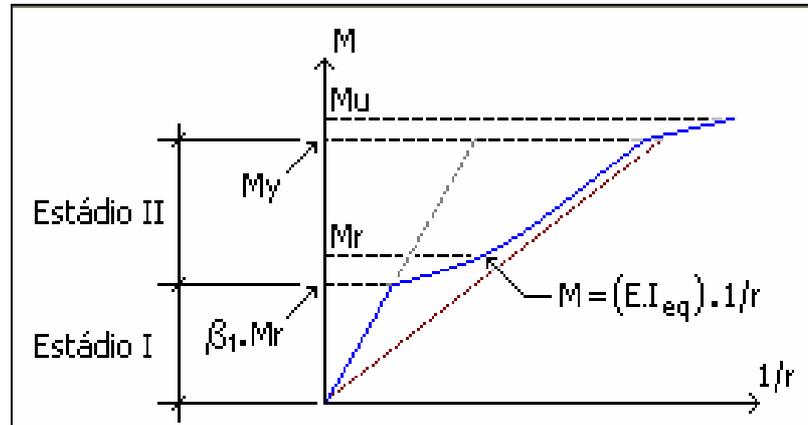


figura 3.1- diagrama momento fletor x curvatura  
(manual grelha TQS – 2004)

Com o desenvolvimento da plastificação, a estrutura acaba se tornando hipostática e se deforma livremente com qualquer acréscimo de carga. Nesse ponto, admite-se que a laje atingiu sua fase de ruína, se for desprezado o efeito de membrana que aumenta sua capacidade portante, mas que só aparece quando ele apresenta deslocamentos suficientemente grandes para mobilizar os esforços que atuam no plano da mesma.

A fase de plastificação e a de ruína possuem comportamento bem diferente daquele descrito pelo regime elástico. O estudo da fase de plastificação é bem mais complexo, já que existem zonas plastificadas, zonas fissuradas e zonas que ainda estão no regime elástico. Isto pode ser feito, de modo aproximado, através de métodos numéricos que consigam modelar a não linearidade física do material, tais como: o Método das Diferenças Finitas ou dos Elementos Finitos.

Já o estudo da fase de ruína da laje pode ser feito por meio da teoria das Charneiras Plásticas que, entretanto, se preocupa exclusivamente com a fase de ruína sem fornecer informações sobre o comportamento da laje nas fases anteriores. Quando a laje alcança sua fase de ruína, afirma-se que atingiu um Estado Limite Último e ela deve ser projetada de modo a possuir uma segurança adequada em relação a este estado.

Com relação à verificação dos Estados Limites de Utilização, devem ser empregados procedimentos que representem bem a fase de serviço, ou seja, provavelmente uma análise elástica.

Voltando à figura 3.1, onde está representada a relação momento-curvatura de uma seção de concreto armado submetida a uma flexão simples, pode-se observar que na região da curva onde os momentos são inferiores ao de fissuração  $M_r$ , a relação momento-curvatura é linear, constituindo o que se chama de estágio I. Entende-se por momento de fissuração aquele que causa a primeira abertura de fissura na região tracionada do concreto.

Para um momento superior a  $M_r$ , face à fissuração, há uma sensível diminuição da rigidez à flexão, embora não exista em princípio, sinal de escoamento, seja do aço tracionado ou do concreto comprimido. Este trecho corresponde ao estágio II.

Nestas fases iniciais é comum utilizar-se valores de serviço para os materiais e também, incluir-se a contribuição do concreto íntegro entre as fissuras (tension stiffening), que faz a peça ter um comportamento intermediário entre os modelos dos Estádios I e II puro, sendo este último definido como o estágio onde a peça se encontra totalmente fissurada, (figura 3.2).

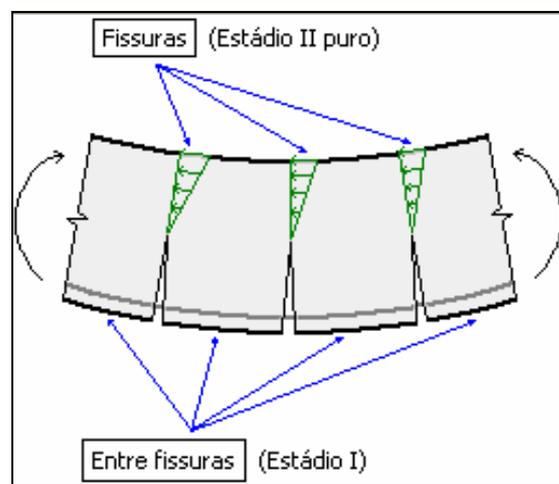


figura 3.2- regiões íntegras entre fissuras.  
(manual grelha TQS – 2004).

Um terceiro trecho da curva ocorre quando o aço tracionado ou o concreto comprimido escoam e há uma variação sensível de rigidez no trecho. Nesta situação as deformações começam a ser grandes, pelo menos na região próxima a esta seção. O momento permanece praticamente constante com um valor muito próximo ao momento

último  $M_u$  da seção. É o momento de plastificação  $M_y$  da seção. Como nessa fase a preocupação é com a capacidade portante máxima e redistribuição de esforços, é usual a utilização de valores de cálculo dos materiais.

Outro fator importante é a dutibilidade das seções transversais. Essa dutibilidade é medida pelo comprimento do patamar de plastificação do diagrama. Na flexão simples, posições da linha neutra mais elevadas, geralmente levam a seções mais dúteis. Para uma determinada seção, o aumento da taxa de armadura abaixa a linha neutra e diminui a dutibilidade da seção.

### 3.4. Análise Estrutural

Segundo a NBR 6118, para a situação de projeto, a análise estrutural pode ser efetuada por um dos métodos descritos abaixo, que se diferenciam pelo comportamento admitido para os materiais constituintes da estrutura, não se perdendo de vista em cada caso as limitações correspondentes.

#### 3.4.1 Análise Linear

A utilização de um método elástico linear (ou clássico) para a representação do comportamento do concreto armado, vem desempenhando fundamental importância nos cenários técnicos e científicos desde o surgimento deste material e atualmente mantém-se ainda como a hipótese de cálculo mais empregada no projeto de estruturas.

Na análise linear considera-se que as placas são constituídas de material homogêneo, elástico, isótropo, linear fisicamente e têm pequenos deslocamentos.

Entretanto, o concreto armado não é um material homogêneo, visto que é constituído por aço e concreto. Também não é perfeitamente elástico, pois a propriedade de elasticidade refere-se ao fato de que o elemento feito de material elástico volta à sua forma inicial quando é retirada a carga que nele atua. Já material isótropo é aquele que tem as mesmas propriedades, qualquer que seja a direção observada, ao contrário do material ortótropo, que tem propriedades diferentes em duas direções ortogonais. Dizer que um material é linear fisicamente, implica em afirmar que a relação entre tensões e deformações também é linear, não se levando em consideração, portanto, a fissuração.

Por outro lado, a consideração de pequenos deslocamentos permite que os cálculos sejam efetuados usando-se o princípio da superposição de efeitos, ou seja, admite-se a linearidade geométrica e conseqüentemente as tensões não são afetadas pelo estado de deformação da estrutura.

A análise linear baseia-se nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade das deformações do mesmo. Segundo a NBR 6118-2003, item 14.7.3, os métodos baseados na teoria da elasticidade podem ser utilizados nas estruturas de placas, com coeficiente de Poisson  $\nu$  (relação entre as deformações transversal e longitudinal de um elemento submetido a uma determinada força) igual a 0,2, desde que atendidas as condições dos itens 14.5.2 e 14.5.3, que tratam da análise linear, e dos itens 14.7.3.1 e 14.7.3.2, que se referem aos valores das rigidezes, das condições de redistribuição de momentos e ductilidade a respeitar.

Como hipóteses de cálculo, consideram-se que as placas são constituídas de material homogêneo, elástico, isótropo, linear fisicamente e têm pequenos deslocamentos. Esta última hipótese permite que os cálculos sejam efetuados usando-se o princípio da superposição de efeitos, ou seja, admite-se a linearidade geométrica. Admite-se também a manutenção da seção plana após a deformação e a representação dos elementos por seu plano médio. Outras considerações ainda são feitas, para facilitar o emprego das condições de contorno na resolução do problema de determinação dos esforços, tais como:

- a) a ação das placas nas vigas de contorno se faz somente por ação de forças verticais, não havendo transmissão de momentos de torção para as vigas;
- b) as ações das placas nas vigas são uniformemente distribuídas e não há transmissão de carga diretamente para os pilares; a carga nas placas é transferida para as vigas e daí para os pilares;
- c) as vigas de contorno são indeslocáveis na direção vertical;
- d) a rotação das placas no contorno é livre (apoio simples) ou totalmente impedida (engastada).

A equação fundamental das placas delgadas isótropas submetidas a uma carga  $p(x,y)$  é:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad \text{equação 3.1}$$

onde:

w – deslocamento vertical;

x,y – coordenadas de um ponto genérico da placa;

p – intensidade da carga atuante;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  é a rigidez da placa;

E – módulo de deformação longitudinal do concreto;

$\nu$  - coeficiente de Poisson.

Resolvendo-se a equação fundamental 3.1, obtém-se a expressão para a superfície elástica  $w = w(x, y)$ , e com suas derivadas os momentos  $m_x$  e  $m_y$  nas direções x e y, respectivamente:

$$m_x = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \text{equação 3.2}$$

$$m_y = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad \text{equação 3.3}$$

A partir da equação fundamental das placas delgadas (3.1), os esforços e deslocamentos podem ser obtidos. Vários processos de resolução foram desenvolvidos, ao longo dos anos, mas esta equação tem solução analítica para poucos casos; entre os quais destaca-se:

- a) processo das diferenças finitas;
- b) processo dos elementos finitos;
- c) processo por grelha equivalente;
- d) processo por séries.

### 3.4.2 Análise Linear com Redistribuição

De acordo com a NBR 6118, em 14.5.3, na análise linear com redistribuição, os efeitos das ações, determinados em uma análise linear, são redistribuídos na estrutura, para as combinações de carregamento do estado limite último (ELU). Nesse caso, as condições de equilíbrio e de ductilidade devem ser obrigatoriamente satisfeitas. Todos os esforços internos devem ser recalculados de modo a garantir o equilíbrio de cada um dos elementos estruturais e da estrutura como um todo. Os efeitos de redistribuição devem ser considerados em todos os aspectos do projeto estrutural, inclusive as condições de ancoragem, corte de armaduras e esforços a ancorar. Cuidados especiais devem ser tomados com relação aos carregamentos de grande variabilidade.

As verificações de combinações de carregamento de estado limite de serviço (ELS) ou de fadiga podem ser baseadas na análise linear sem redistribuição. De uma maneira geral é desejável que não haja redistribuição de esforços em serviço.

### 3.4.3 Análise Plástica

A análise estrutural é denominada plástica quando as não linearidades puderem ser consideradas, admitindo-se materiais de comportamento rígido-plástico perfeito (figura 3.3) ou elasto-plástico perfeito (figura 3.4).

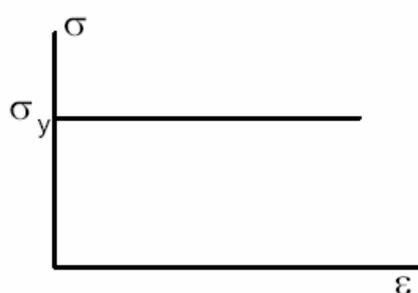


Figura 3.3–Material rígido-plástico perfeito.

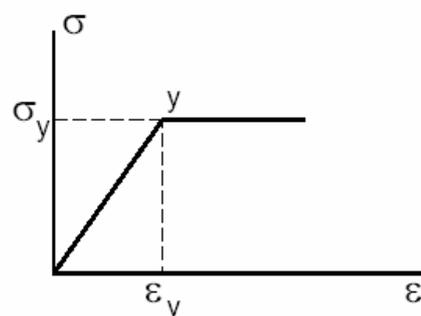


Figura 3.4–Material elasto-plástico perfeito.

A análise plástica de estruturas reticuladas não pode ser adotada quando:

- a) se consideram os efeitos de segunda ordem global;
- b) não houver suficiente ductilidade para que as configurações adotadas sejam atingidas.

No caso de carregamento cíclico com possibilidade de fadiga deve-se evitar o cálculo plástico.

#### **3.4.4 Análise não-linear**

Efetuar análise não-linear significa considerar o comportamento não-linear do concreto armado.

Toda a geometria da estrutura, bem como todas as suas armaduras precisam ser conhecidas para que a análise não-linear possa ser efetuada, pois a resposta da estrutura depende de como ela foi armada.

Condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade devem ser necessariamente satisfeitas. Análises não-lineares podem ser adotadas tanto para verificações de estados limites últimos como para verificações de estados limites de serviço.

Segundo a NBR-6118, 17.3.2, a verificação do estado limite de deformação deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo. O modelo pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário. Deve ser utilizado no cálculo o valor do módulo de elasticidade secante  $E_{cs}$ , sendo obrigatória a consideração do efeito da fluência.

#### **3.4.5 Análise através de modelos físicos**

Na análise de modelos físicos, o comportamento estrutural é determinado a partir de ensaios realizados com modelos físicos de concreto, considerando os critérios de semelhança mecânica.

A metodologia empregada nos experimentos deve assegurar a possibilidade de se obter a correta interpretação dos resultados. Neste caso, a interpretação dos resultados deve ser justificada por modelo teórico do equilíbrio nas seções críticas e análise estatística dos resultados.

Obrigatoriamente devem ser obtidos resultados para todos os estados limites últimos e de serviço a serem empregados na análise da estrutura.

Todas as ações, condições e possíveis influências que possam ocorrer durante a vida da estrutura devem ser convenientemente reproduzidas nos ensaios.

Esse tipo de análise é apropriado quando os modelos de cálculo são insuficientes ou estão fora do escopo da NBR 6118.

### **3.5 Modelos empregados**

O modelo estrutural é uma abstração da estrutura real. Deve ser definido e controlado pelo projetista.

Para o dimensionamento de uma laje pré-fabricada, pode-se adotar desde modelos simplificados que permitam cálculos manuais, até modelos mais complexos onde se fazem necessárias ferramentas computacionais. Em cada projeto cabe ao engenheiro definir o modelo a ser empregado e, segundo Carvalho (1994), é sempre importante que o usuário tenha consciência das hipóteses que o norteiam para conhecer seu alcance e, assim poder fazer uma análise mais realista dos resultados.

Ainda, segundo Carvalho (1994), a determinação dos esforços, deslocamentos e armaduras de um pavimento de edifício que possui vigas, é feita classicamente através da análise individual dos elementos que se supõe constituí-lo. Assim, são analisadas isoladamente as lajes apoiadas nos seus contornos em vigas, as quais são consideradas indeslocáveis na direção vertical, devido ao fato de terem rigidez bem superior às das placas. Supõe-se que as vigas estejam apoiadas em pilares indeformáveis na direção vertical. Desta forma, as principais simplificações empregadas neste procedimento são:

- a) as placas são constituídas de materiais elásticos, isotrópicos, lineares e têm pequenos deslocamentos;
- b) a rotação nos contornos da placa ou é livre (apoio simples), ou é totalmente impedida (engaste);
- c) a ação das placas nas vigas de contorno se faz somente através de forças verticais, não havendo transmissão de momentos de torção nas vigas;
- d) considera-se também, usualmente, que as ações da placa nas vigas são uniformemente distribuídas e que não há transmissão de reação direta para o pilar, ou seja, as cargas para chegarem aos pilares devem passar pelas vigas;
- e) para o cálculo das placas consideram-se as vigas do seu contorno, indeslocáveis na direção vertical;
- f) considera-se que os pilares são elementos mais rígidos à deformação vertical do que as vigas, funcionando assim, como apoios indeslocáveis na direção vertical;

A maior parte das hipóteses adotadas visam possibilitar a subdivisão do pavimento em elementos mais simples; placas delgadas, vigas e pilares que têm soluções já conhecidas para os carregamentos usuais, através da resistência dos materiais e da teoria das placas delgadas.

Na primeira hipótese, ao se considerar o material linear e que a estrutura só tem deslocamentos pequenos, estão sendo consideradas as linearidades física e geométrica da estrutura. Supor que as estruturas de concreto armado têm comportamento físico linear conduz normalmente ao cálculo de valores de deslocamentos verticais menores que os reais. Admite-se, neste caso, que os esforços internos nos estados limites últimos são proporcionais linearmente aos do estado de serviço sem fissura. O diagrama de esforços solicitantes, nas estruturas hiperestáticas, se altera quando a fissuração em algumas seções é atingida. Desta forma, além de não se ter certeza quanto aos valores dos esforços solicitantes, a análise linear pode não indicar a posição correta dos esforços máximos.

Ainda, segundo Carvalho (1994), a fissuração dos elementos estruturais também deve influenciar na distribuição de cargas. Afirma, que “é inquietante a não consideração da rigidez proporcionada pela existência da armadura nos elementos, assim como se utilizar, no detalhamento destas, os diagramas de esforços solicitantes, que só

ocorrem para o estágio I. As estruturas só funcionam no estágio I se os valores das ações forem baixos”.

O uso de técnicas conservadoras, baseadas na subdivisão dos sistemas estruturais, com bastantes simplificações pode conduzir, para alguns tipos de estrutura e solicitações, a valores superestimados de esforços, o que evita maior economia de material. Situação mais grave é quando, pelo uso das mesmas técnicas, chega-se a resultados inferiores aos que ocorrem quando a estrutura está em serviço. Nestes casos, embora possa não haver o risco de colapso, pode ocorrer uma redução no coeficiente de segurança.

Normalmente, não se consideram as lajes engastadas nas vigas, pois a rigidez à torção de elementos retangulares de pequena espessura (vigas) é baixa.

Ainda, segundo Carvalho (2004), o uso de processos de cálculo que consideram o pavimento de maneira integrada permite, em princípio, melhorar as hipóteses anteriores da seguinte forma:

- a) a resolução do pavimento de forma integrada permite considerar na capacidade de rotação de uma laje, a rigidez das vizinhas;
- b) as vigas podem ser consideradas como elementos deformáveis verticalmente;
- c) é possível modelar mais adequadamente a interação das lajes com as vigas;
- d) é possível considerar mais facilmente nas lajes, cargas não uniformemente distribuídas, como por exemplo cargas lineares.

Atualmente, com a utilização de softwares cada vez mais sofisticados é possível a adoção de modelos mais próximos do real funcionamento da estrutura, já contemplando boa parte das considerações anteriores. Já não se concebe a análise de um pavimento discretizando-se independentemente os elementos estruturais que o compõem.

Dentre os diversos modelos utilizados nos métodos numéricos, dois se destacam para analisar os pavimentos de edifícios de forma integrada: o dos elementos finitos e o da analogia de grelha. Carvalho (1994) acrescenta que a analogia de grelha pode ser o modelo mais indicado para resolver algumas estruturas de lajes, tais como: as pré-moldadas e as nervuradas. Ressalta, que a escolha deve privilegiar os modelos que tenham:

- a) maior abrangência de informações;
- b) menor restrição de utilização;

- c) sido bem testados;
- d) facilidade de uso.

### 3.5.1 Modelo de analogia de grelha

Este modelo, também chamado de grelha equivalente, destaca-se entre os demais que possibilitam a análise de pavimentos, pois além de ser adequado para a programação computacional permite o cálculo integrado do pavimento e, rapidamente, com pequenas modificações em um mesmo conjunto de dados, torna possível a análise do pavimento em diferentes situações de esquema estrutural, propiciando ao projetista rapidez na definição do sistema estrutural mais adequado. Baseia-se na substituição de um pavimento por uma grelha equivalente, em que as barras da grelha representam os elementos estruturais do pavimento (lajes e vigas), permitindo reproduzir seu comportamento estrutural, com praticamente qualquer geometria, seja ele composto de lajes de concreto armado maciças, com ou sem vigas, ou de lajes nervuradas, uni ou bidirecionais. As lajes são divididas em um número adequado de faixas que terão larguras dependentes da geometria e das dimensões do pavimento e, considerando-se que essas faixas podem ser substituídas por elementos estruturais de barras, exatamente nos seus eixos, obtém-se uma grelha de barras planas formada por um conjunto de vigas individuais, interconectadas nos seus nós ou pontos nodais (grelha equivalente), as quais representarão o pavimento, conforme pode ser visto na fig. 3.5.

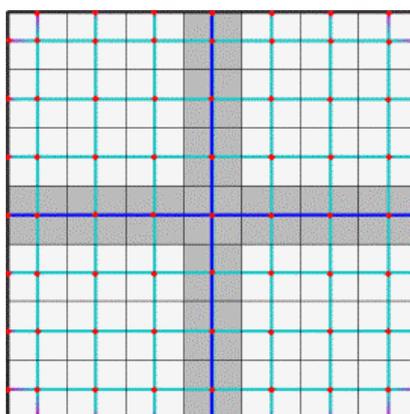


Figura 3.5 – Discretização de uma laje em uma malha de grelha plana.

Com relação às cargas, admite-se que as distribuídas se dividem entre as barras da grelha de acordo com sua área de influência, podendo considerá-las como uniformemente distribuídas ao longo das barras da grelha, ou dentro de certa aproximação, concentradas nos nós. As concentradas atuantes na estrutura devem ser aplicadas aos nós da malha e quando a posição das mesmas não coincidir com um nó, deve-se adequar a malha ou adotar valores equivalentes da carga nos nós mais próximos.

As rigidezes à torção e à flexão são tratadas como concentradas nos elementos correspondentes da grelha equivalente. Cada uma deve ter um valor tal que ao se carregar a estrutura real e a da grelha equivalente, obtenha-se o mesmo estado de deformação e os mesmos esforços nas duas estruturas. Isto ocorre apenas aproximadamente, em virtude da diferença de características das duas estruturas. Entretanto, utilizando-se malhas com espaçamentos adequados e definindo as rigidezes apropriadamente, consegue-se obter valores razoáveis para os deslocamentos e esforços do pavimento.

Assim, as características geométricas das barras da grelha equivalente são de dois tipos: as do elemento placa (laje) e as do elemento viga-placa (viga-laje). O cálculo da inércia à flexão dos elementos de placa é feito considerando-se uma faixa de largura  $b$ , dada pela soma da metade dos espaços entre os elementos vizinhos, e uma altura  $h$ , espessura da placa. A rigidez à torção ( $I_t$ ), no estágio I, segundo Hambly (1976), apud Carvalho e Figueiredo (2004), é o dobro da rigidez à flexão. Desta forma, para um elemento de placa pode-se escrever:

$$I_f = \frac{bh^3}{12} \quad \text{equação 3.4}$$

$$I_t = 2I_f = \frac{bh^3}{6} \quad \text{equação 3.5}$$

Para o elemento viga-placa na flexão pode-se considerar uma parte da placa trabalhando como mesa da viga, configurando-se então, dependendo da posição, uma viga de seção T ou meio T. Uma vez determinada a largura colaborante, a inércia à flexão da seção resultante pode ser calculada supondo a peça trabalhando tanto no estágio I como no II.

A inércia à torção do elemento viga no estágio I, de maneira simplificada, admitindo a viga retangular (altura  $h$ , largura  $b$ ), sem considerar a contribuição da laje adjacente, é:

$$I_t = \frac{hb^3}{3} \quad \text{equação 3.6}$$

Como indicado em Carvalho e Figueiredo (2004), pode-se considerar o valor da inércia à torção do elemento viga, no estágio II, igual a 10% daquele dado pela resistência dos materiais, assim:

$$I_t = \frac{hb^3}{30} \quad \text{equação 3.7}$$

Segundo Carvalho (1994), dentre as inúmeras vantagens de se usar esse procedimento destaca-se:

- a) possibilidade de analisar o pavimento como um todo, considerando inclusive, se for o caso, a rigidez dos pilares introduzida através de coeficiente de mola;
- b) variação de modelagem considerando trechos fissurados, plastificados (colocação de rótulas);
- c) rapidez na obtenção de esforços, pois após a montagem e resolução da estrutura têm-se os esforços de todos os elementos, assim como os deslocamentos dos diversos pontos;
- d) as vigas podem ser consideradas como elementos deformáveis verticalmente;
- e) é possível modelar mais adequadamente a interação das lajes com as vigas;
- f) é possível considerar facilmente nas lajes, cargas não uniformemente distribuídas, como por exemplo, cargas lineares (ação de paredes).

A desvantagem deste procedimento está na necessidade do emprego de um programa de grelha de boa capacidade, de preferência com geração automática de elementos, e com módulo gráfico de entrada e saída de dados.

Além disso, embora o procedimento pareça bastante refinado ele tem o inconveniente de considerar que a deformação da capa na sua parte inferior ocorra no mesmo nível da face inferior das nervuras e transversinas.

### 3.5.2 Modelo de analogia de grelha simplificado

No modelo descrito anteriormente a contribuição com relação aos esforços e deslocamentos da capa de concreto, considerada no sentido transversal é pequena. Assim é possível para simplificar a análise do pavimento considerarem-se apenas as longarinas, transversinas e vigas, desprezando-se esta contribuição. As características da seção transversal seguem as equações indicadas no caso anterior e este modelo recebe o nome de analogia de grelha simplificado.

Para situações de continuidade da laje, apoio de vigas em outras vigas e o funcionamento das transversinas este procedimento tem boa precisão.

### 3.5.3 Modelo com a utilização de séries

Assim como não se descreveu aqui os processos das diferenças finitas e dos elementos finitos, também não entrar-se-á nas considerações de ordem teórica deste tradicional processo de resolução de placas elásticas, por meio de séries. Foi destacado, apenas por se tratar de um processo bastante adequado para a confecção de tabelas que facilmente possibilitam a determinação dos momentos fletores e deslocamentos máximos, a partir da geometria e condições de vinculação da placa.

Em Carvalho e Figueiredo (2004), pode-se encontrar tabelas desenvolvidas por Bares (1972), devidamente adaptadas para o coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0,2, bem como resultados obtidos com sua utilização, comparados com os obtidos através do método de analogia de grelhas.

Ressalta-se que alguns autores recomendam a utilização dessas tabelas para a determinação dos esforços e deslocamentos em lajes pré-moldadas bidirecionais ou lajes formadas por mini-painéis treliçados, armados nas duas direções.

## 3.6 Comentários adicionais

As lajes pré-moldadas são encontradas nos mais variados tipos, podendo ser armadas em uma ou duas direções. Entretanto, em virtude do seu processo construtivo têm como principal característica a disposição das vigotas segundo uma só direção, geralmente

a do menor vão, apoiadas apenas nas extremidades, independente de sua geometria. Esta configuração apresenta desvantagens quando comparada com as placas maciças, pois além de ter um esforço de flexão maior, e conseqüentemente um deslocamento também maior, concentra quase toda a carga nas vigas em que as nervuras se apóiam. Desta forma é usual a consideração da ação dessas lajes apenas nas vigas em que as vigotas se apóiam, não se considerando qualquer carregamento nas vigas paralelas às mesmas. Alguns projetistas chegam a recomendar que 10% (número mágico!) da carga seja considerado nas vigas secundárias, independentemente da geometria, da fissuração da capa de concreto ou da rigidez das vigas de apoio.

Cabem aqui alguns questionamentos: é correto considerar que apenas as vigas perpendiculares às nervuras recebam a ação da laje? A capa de concreto não confere rigidez, mesmo que pequena, ao pavimento na outra direção, propiciando que também as vigas laterais recebam uma parcela da carga?

Em Carvalho e Figueiredo (2000), encontramos um estudo preliminar que não teve a pretensão de estabelecer números definitivos a respeito dessas questões, mas apenas indicar tendências a estudos futuros, que com uma análise experimental adequada poderão se transformar em indicações mais precisas.

O estudo se baseia na comparação do comportamento estrutural de um pavimento projetado segundo três situações diferentes, (figura 3.6):

- a) composto por elementos totalmente independentes, ou seja, a laje é modelada como se fosse vigas simplesmente apoiadas e neste caso a capa de concreto apenas aumenta a largura da mesa, não proporcionando rigidez na direção transversal;
- b) composto por laje com nervuras pré-fabricadas, devidamente solidarizadas por uma capa de concreto;
- c) pavimento com laje maciça.

O objetivo em resolver este pavimento é identificar um processo de cálculo (modelo físico e matemático) que possa ser utilizado com facilidade, segurança e que resulte em valores próximos dos reais para pavimentos de lajes com vigotas pré-fabricadas.

Desta forma, nas três situações elencadas foram empregados os mesmos dados:

- altura total do pavimento – 11,0 cm;
- altura da capa de concreto – 3 cm;
- carga total distribuída – 5 kN/m<sup>2</sup>;
- modulo de elasticidade do concreto – 30.000 MPa;
- as vigas V1, V2, V3 e V4, foram consideradas para efeito de cálculo, indeslocáveis na vertical, situação que realmente ocorre quando se tem, por exemplo, paredes estruturais no lugar de vigas.

Análise dos esforços e deslocamentos para as situações b e c, foi feita pelo processo de grelha equivalente. Na situação a, como são elementos isolados, cada um trabalha como uma viga independente, sendo, portanto, utilizado o modelo de viga simplesmente apoiada.

A configuração deformada dos pavimentos para os três casos é mostrada nas figuras 3.7, 3.8 e 3.9.

Os deslocamentos são maiores quando todos os elementos trabalham isoladamente (caso a – figura 3.7) e menores quando se considera o efeito de placa (caso c - figura 3.9). A laje pré-moldada (caso b - figura 3.8) apresenta um comportamento intermediário, porém mais próximo do caso de elementos isolados.

Percebe-se ainda, que no caso a, todos os elementos têm a mesma linha elástica (eixo após a deformação), em razão da própria hipótese de que eles trabalham isoladamente, sem ligação transversal entre si.

Na laje pré-moldada, caso b, as nervuras centrais apresentam praticamente a mesma linha elástica. Finalmente, na laje maciça, caso c, há diferença significativa entre as elásticas dos diversos “trechos” da placa, e as deformações são bem menores. Isto ocorre por haver rigidez praticamente igual nas direções longitudinal e transversal.

Outra conclusão que o estudo apresenta, são os resultados relativos à ação das nervuras nas vigas de contorno V1 e V2, mostrada na figura 3.10.

No caso dos elementos isolados, somente a viga V1 (curva E) recebe as ações dos elementos. No caso da laje maciça, as ações em V1 e V2 são praticamente iguais (curva B e D), pois a rigidez nos dois sentidos é a mesma. Novamente a laje pré-moldada tem um comportamento intermediário, porém com a viga V1 (apoio das nervuras) absorvendo uma parcela de esforço (curva A) maior que a viga V2, paralela às nervuras (curva C).

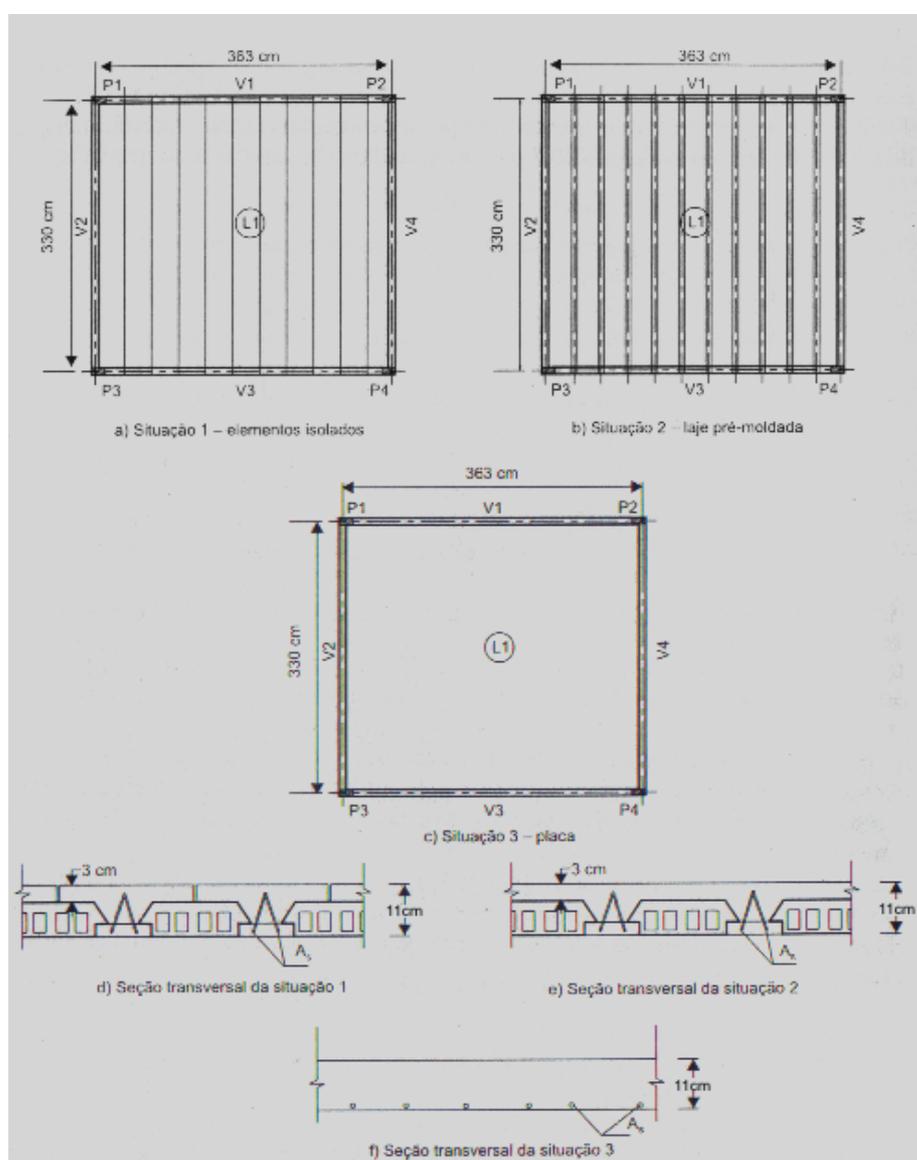


Figura 3.6 - Situações analisadas: elementos isolados, laje pré-moldada e laje maciça. Carvalho e Figueiredo (2000).

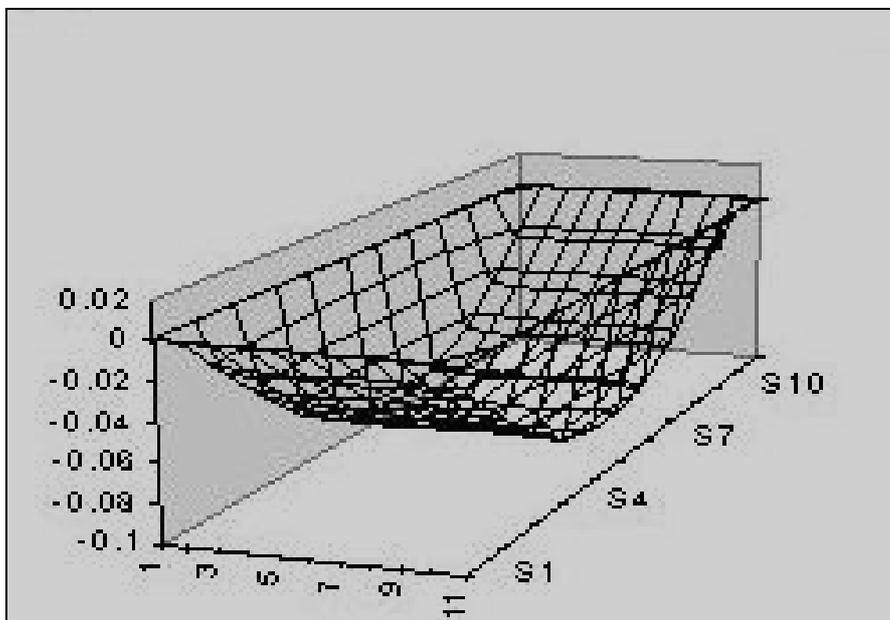


Figura 3.7 – deslocamento do pavimento – caso a) – elementos independentes. Carvalho e Figueiredo (2004).

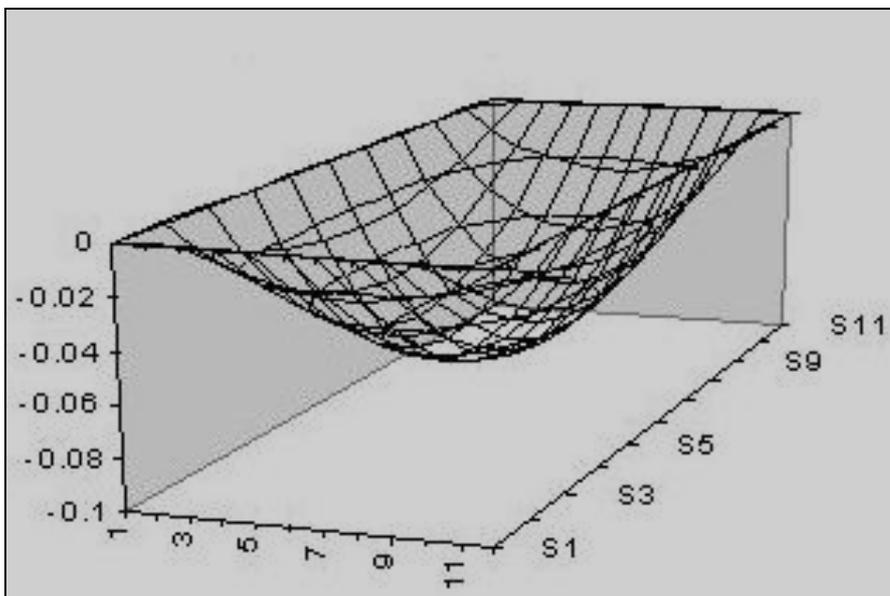


Figura 3.8 – deslocamento do pavimento – caso b) – laje pré-moldada. Carvalho e Figueiredo (2000).

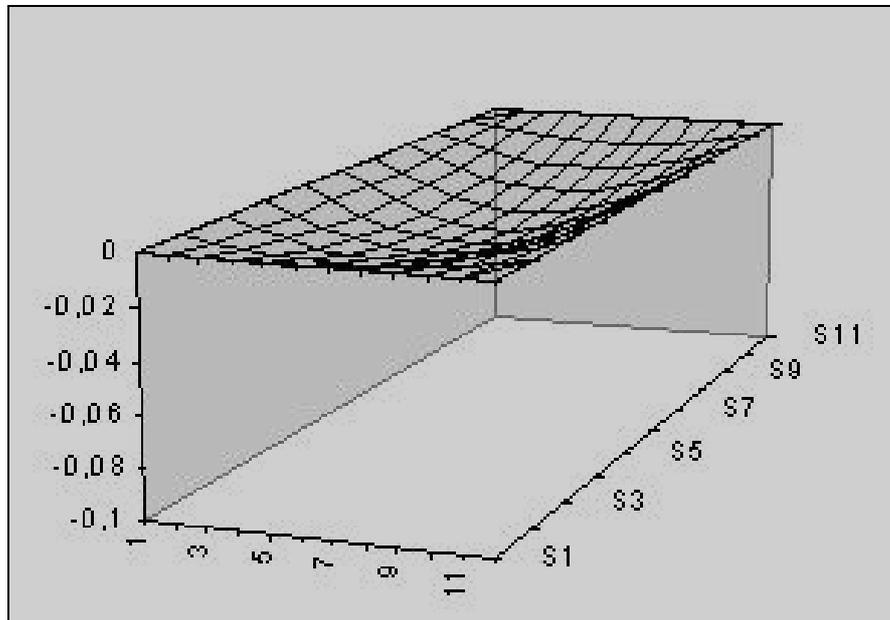


Figura 3.9 – deslocamento do pavimento – caso c – laje maciça. Carvalho e Figueiredo (2000).

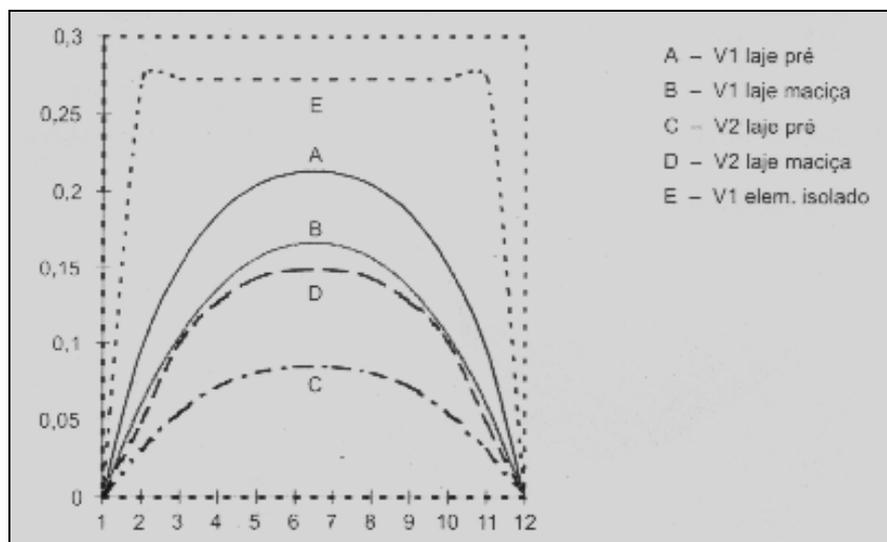


Figura 3.10 – Diagrama das ações das nervuras nas vigas V1 e V2.

Dando continuidade à investigação, foram analisados mais sete exemplos de painéis de lajes pré-moldadas (casos 1 a 7), com o objetivo de verificar a influência, nos valores das reações nas vigas de apoio, da geometria do painel, da relação entre a rigidez

dos trilhos e a capa, da deslocabilidade das vigas de apoio (largura de 20 e altura de 40 cm) e da inércia da capa e das vigas do contorno (para simular a influência da fissuração desses elementos). Os casos estão relacionados na tabela 1, juntamente com os principais resultados.

Tabela 3.1 – Casos estudados e percentuais de cargas transferidas para as vigas paralelas às nervuras. Carvalho e Figueiredo (2004).

Caso	Dimensões do Pavimento (m)	Espessura da Laje	Altura da laje (cm)	Condições de contorno	Fissuração da capa	Fissuração das vigas	% absorvida na vigas secundárias
1	3,30 x 3,63	3	11	indeslocável	não	não	24
2	3,30 x 3,63	3	11	indeslocável	sim	não	16
3	3,30 x 7,26	3	11	indeslocável	não	não	11
4	3,30 x 7,26	3	11	indeslocável	sim	não	8
5	3,30 x 3,63	3	11	viga	não	não	27
6	3,30 x 3,63	3	16	viga	não	não	16
7	3,30 x 3,63	3	16	viga	sim	sim	20

Os quatro primeiros casos explicitam os efeitos da geometria da laje e da fissuração da capa, fixando-se as condições de indeslocabilidade das vigas de apoio, situação típica das lajes pré-moldadas apoiadas em paredes estruturais.

A geometria da laje influi de forma significativa na trajetória das cargas. Quanto mais próxima da forma quadrada, maior a parcela de forças absorvidas pela viga paralela às vigotas. A comparação entre os casos 1-3 e 2-4 mostra uma diminuição aproximadamente constante (50%) quando a relação entre as dimensões dos lados do painel passa de 1 para 2, independente da fissuração da capa.

A condição de fissuração da capa de concreto também desempenha importante papel no comportamento da laje. Com a capa fissurada, diminui o efeito de distribuição proporcionado por ela, reduzindo a parcela de carga na viga paralela às vigotas, conforme comparação entre os casos 1-2 e 3-4.

Nos últimos três casos procurou-se aproximar as condições da situação real de lajes apoiadas em vigas, considerando-se a deslocabilidade e a fissuração das mesmas. O efeito da deslocabilidade das vigas de apoio é menos importante que o dos parâmetros anteriores, mas não é desprezível. Isso pode ser observado por meio da comparação entre os casos 1-5 e 2-7. Os resultados apresentam uma tendência de aumento das cargas nas vigas

paralelas às vigotas (entre 13% e 25%) para os casos em que as vigas são deslocáveis. Deve-se observar que na análise dos casos 2-7, em que o aumento foi maior (25%), está embutido também o efeito da fissuração das vigas de apoio (além de sua deslocabilidade), não considerada no caso 5 em que o aumento das cargas nas vigas foi menor (13%).

A influência da relação entre as espessuras da capa e da laje foi analisada por meio da comparação dos casos 5-6. Fica claro que quanto maior a espessura da capa em relação à espessura da laje, maior o efeito da distribuição das cargas, com variação bastante significativa (aumento de quase 70% na parcela de carga atuante nas vigas paralelas aos trilhos, quando se consideram lajes com 11 cm e 16 cm).

Outras situações ainda foram estudadas (novos vãos, relação entre vãos nas duas direções, espessura da capa, etc.), chegando-se a valores maiores da porcentagem da carga total nas vigas paralelas às nervuras (pavimentos quadrados e aumento relativo da espessura da capa). Desta forma, não é possível admitir que as vigas paralelas às nervuras não recebam qualquer carga proveniente da laje.

Como conclusão, os autores propõem dois tipos de procedimento, denominados processo simplificado e processo racional.

No processo simplificado, admite-se que nas vigas perpendiculares às nervuras (direção y) atue toda a carga proveniente da laje, e que nas vigas paralelas (direção x) atue 25% dessa carga, ou seja, se na laje a carga atuante total for p, nos cálculos das vigas será empregada uma carga  $1,25.p$ , portanto, bastante favorável à segurança.

No processo racional, admite-se que as ações das duas direções nas vigas dependem fundamentalmente das dimensões da laje. Assim, como valores-limite, definidos em função dos resultados encontrados no estudo, quando a relação entre os vãos for 1, nas vigas perpendiculares às nervuras (direção y) será distribuída 75% da carga e nas vigas paralelas (direção x), 25% da carga. Quando a relação entre os vãos for 2, os valores serão de 92% e 8%, respectivamente. Os autores ainda propõem o uso das expressões abaixo:

- ação nas vigas perpendiculares às nervuras

$$p_{vy} = \frac{(58 + 17\lambda)pl_x}{200}$$

- ação nas vigas paralelas às nervuras

$$p_{vx} = \frac{(42 - 17\lambda)pl_y}{200}$$

onde:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}, \text{ com } l_x \text{ sendo o valor do vão na direção paralela às nervuras, } l_y \text{ o}$$

valor do vão na direção perpendicular às nervuras e  $l_y \geq l_x$ ; para  $l_y \geq 2l_x$  deve-se considerar  $l_y = 2l_x$ .

**CRITÉRIOS GERAIS PARA O DIMENSIONAMENTO  
DE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS COM  
NERVURAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO ARMADO**

---

**4** Capítulo

#### **4.1 Considerações iniciais**

Segundo (SANTOS, 1983), diz-se que uma estrutura oferece segurança quando ao longo de toda a sua vida útil para a qual foi projetada, possuir condições de suportar todas as ações, com as intensidades e combinações mais desfavoráveis de atuação possível, sem atingir um estado limite, imediato ou em longo prazo, e ainda mais, em condições não precárias de funcionalidade.

Por ações entendem-se como todas as causas que provocam tensões, tais como esforços externos, temperatura, retração, deformação lenta, recalque de apoio, etc. A estrutura encontra-se em estado limite último quando perde a estabilidade ou quando, em um de seus pontos, um dos materiais componentes atinge a tensão de ruptura ou uma deformação plástica excessiva.

Vê-se que o conceito de segurança é bastante amplo: prevê estado limite a longo prazo e condições de funcionalidade. Assim, por exemplo, não são aceitáveis estruturas com vibrações ou deformações excessivas, ainda que sem perigo de colapso; são também inaceitáveis estruturas com aberturas excessivas de fissuras, embora não havendo perigo imediato de corrosão do aço.

Ainda, segundo (SANTOS, 1983), a definição de segurança, embora ampla, é meramente qualitativa. A dificuldade está em quantificá-la. Uma segurança exagerada tem em contrapartida o inconveniente sério de tornar a estrutura anti-econômica. Mais recentemente usa-se o conceito probabilístico de segurança como método de quantificá-la, que se baseia na idéia básica de que nenhuma estrutura pode ter segurança absoluta, isto é, por maiores que sejam os cuidados tomados, existe sempre a probabilidade de insucesso. O risco só pode ser minimizado, nunca anulado; e a minimização a ser perseguida será tanto mais rigorosa quanto maior for o vulto de responsabilidades e interesses humanos, econômicos e políticos envolvidos.

Para se garantir a segurança de uma estrutura como um todo ou de cada uma de suas partes, em relação aos estados limites últimos (ELU) e de serviço (ELS), é necessário cumprir-se três etapas: dimensionamento, verificação e detalhamento. Essa segurança exige que sejam respeitadas condições analíticas do tipo:  $S_d \leq R_d$ , onde se impõe que as solicitações de cálculo sejam inferiores às resistências de cálculo para todos os estados limites considerados importantes para a estrutura em questão. Essa segurança exige ainda que sejam respeitadas regras construtivas, tais como: dimensões mínimas, detalhamento das armaduras, etc. Quando se dimensiona ou se verifica uma estrutura é preciso ter em mente que está sendo verificado, efetivamente, seções de elementos e é fundamental que esta segurança seja estendida ao restante dos elementos através de um detalhamento adequado.

Em relação aos ELU, além de se garantir a segurança adequada, isto é, uma probabilidade suficientemente pequena de ruína, é necessário garantir uma boa dutibilidade, de forma que uma eventual ruína ocorra de forma suficientemente avisada, alertando os usuários.

Na verificação de segurança em relação aos ELS, devem ser satisfeitas também, analogamente, expressões analíticas de segurança e de regras construtivas. Os modelos usados nesta verificação de ELS são diferentes daqueles usados nos ELU. Além de suportarem cargas menores (de serviço), têm rigidezes diferentes, usualmente maiores. Para garantir o bom desempenho de uma estrutura em serviço, deve-se respeitar limitações de flecha, de abertura de fissuras, ou de vibrações, mas também é possível que seja importante pensar na estanqueidade, no conforto térmico ou acústico, etc..

No dimensionamento, como o próprio nome sugere, dados os esforços solicitantes procuram-se as dimensões da seção e a armadura necessária. Na verificação, pelo contrário, tanto a armadura como as dimensões da seção são conhecidas procurando-se os esforços solicitantes últimos ou admissíveis.

Todo dimensionamento baseia-se em três tipos de equações: de equilíbrio, de compatibilidade e constitutivas.

A seção encontra-se em equilíbrio quando os esforços resistentes oferecidos pelos materiais que a compõem, contrapõem-se aos esforços solicitantes, de tal modo que o conjunto forme um sistema equivalente a zero.

As equações de compatibilidade baseiam-se nas hipóteses de que as seções planas permanecem planas, as deformações serem compatíveis entre si e se distribuírem linearmente ao longo da altura da seção.

Finalmente, as equações constitutivas relacionam as tensões com as deformações ou vice-versa, de acordo com os diagramas  $\sigma \times \epsilon$  dos materiais que compõem a seção.

Por mais simples que sejam os problemas de dimensionamento, sempre teremos um número maior de incógnitas, tais como  $b$ ,  $h$ ,  $d$ ,  $A_s$ , do que equações. Desta forma, alguns elementos devem ser escolhidos previamente. Por exemplo, fixa-se a largura  $b$ , admite-se uma relação prévia entre  $h$  e  $d$ , e elegem-se como incógnitas  $d$  e  $A_s$ . Neste caso, a distância  $x$ , profundidade da linha neutra, deve ser fixada também. Para cada valor de  $x$ , teremos uma solução. Outra opção seria fixar também a altura útil  $d$ , isto é, fixar todas as dimensões da seção, procurando-se apenas a armadura  $A_s$ . Neste caso,  $x$  tem que ser determinado por equação de equilíbrio, havendo solução única.

Para as demais incógnitas auxiliares, tem-se as equações de compatibilidade, que permitem determinar qualquer deformação  $\epsilon$  e das equações constitutivas, que determinam as tensões  $\sigma$  em função das deformações  $\epsilon$ .

## 4.2 Introdução ao dimensionamento de lajes nervuradas

O primeiro passo para o dimensionamento é a idealização da estrutura em questão.

Com a sofisticação crescente dos softwares existentes no mercado, a tendência atual é a adoção de modelos mais realistas que se aproximam cada vez mais

do funcionamento real da estrutura. Como exemplo, citam-se aqui os sistemas computacionais desenvolvidos pela TQS Informática Ltda que se constituem em um conjunto de ferramentas para análise espacial de edificações. Com a adoção do critério de flexibilização das ligações viga-pilar, chamado pórtico flexibilizado, onde a matriz de rigidez de uma viga considera a barra com duas “molas” a rotação nos seus extremos. Estas “molas”, nada mais são do que coeficientes elásticos, aos quais são atribuídos valores que levam em conta as rigidezes dos elementos da ligação. Como exemplo, seja um pilar bastante rígido (largura grande), ligado a uma viga de rigidez bem menor. A adoção de coeficientes em função das rigidezes dos elementos fará com que a rigidez do pilar que, efetivamente, colabora para impedir a rotação da viga seja muito menor, pois apenas uma parte de sua largura será considerada no cálculo de sua rigidez. Esta flexibilização nas ligações viga-pilar torna possível equacionar com mais exatidão as ligações nas estruturas correntes de concreto armado, permitindo-se que qualquer viga possa receber plastificação individualmente ou todas as vigas do pórtico espacial possam receber um fator fixo de plastificação. Desta forma, o modelo do pórtico espacial flexibilizado, denominado pela TQS de modelo IV, fornece para as vigas e pilares resultados muito próximos ao de grelha plana e ao de vigas contínuas comum, podendo ser considerado uma extensão ou generalização dos mesmos e com a consideração de critérios adequados se obter resultados mais próximos do real comportamento da estrutura.

Quanto às lajes, estas têm pouca importância neste modelo de pórtico espacial para a consideração de travamento de pilares. O maior efeito é o de diafragma rígido, que é considerado automaticamente no pórtico, em se tratando de lajes maciças ou pré-moldadas armadas nas duas direções, desde que discretizadas como grelha. As cargas verticais irão carregar as barras das vigas, neste modelo, de duas maneiras distintas: para os pavimentos onde as lajes foram calculadas por processo convencional as cargas nas barras das vigas serão calculadas através de linhas de ruptura; para os pavimentos onde as lajes forem calculadas por processamento de grelha as cargas nas barras das vigas serão exatamente as reações das barras que discretizaram as lajes na modelagem da grelha.

O grande avanço que estes sistemas possibilitam é a análise da estrutura como um todo, levando em conta a interação dos elementos estruturais que a compõem. Quando se adota modelos simplificados, onde estes elementos são considerados independentes entre si, com o intuito de viabilizar o cálculo manual, afasta-se do funcionamento real da estrutura.

A NBR 6118-2003 recomenda em 14.2.2, que a análise deva ser feita com um modelo estrutural realista que permita representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e que permita também representar a resposta não linear dos materiais. Em 14.7.3.1, preconiza que para verificação do estado limite de deformação excessiva podem ser utilizados valores de rigidez do estágio I, desde que os momentos fletores sejam menor que o de fissuração. Em 23.3, embora permita que análise de vibrações possa ser feita em regime linear no caso de estruturas usuais, há que se calcular a frequência natural de vibração da estrutura.

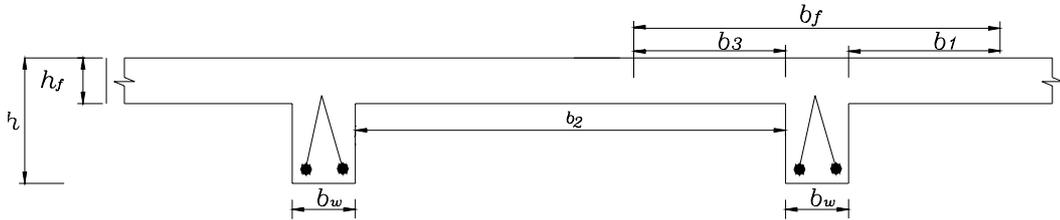
Recomendações como estas, mostram que já é inconcebível o dimensionamento de uma estrutura sem a utilização de softwares, que além de conduzirem a soluções mais realistas aumentam a produtividade do projetista.

### **4.3 Critérios de projeto para lajes pré-moldadas**

Nesta seção, procurar-se-á abordar os principais critérios que são adotados para o dimensionamento e verificação das lajes pré-moldadas.

#### **4.3.1 Geometria**

Segundo a NBR 6118-2003, item 14.7.7, lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte. (fig. 4.1).



**FIGURA 4.1- Geometria da seção transversal**

- a espessura da mesa ( $h_f$ ), quando não houver tubulações embutidas, deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre nervuras ( $b_2$ ) e não menor que 3cm. O valor mínimo absoluto deve ser 4cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5mm;
- a espessura das nervuras ( $b_w$ ) não deve ser inferior a 5cm e nervuras com espessura menor que 8cm não devem conter armadura de compressão;
- para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras ( $b_f$ ) menor ou igual a 65cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maiores que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura;
- a largura colaborante ( $b_f$ ), deve ser dada pela largura da nervura ( $b_w$ ) acrescida de no máximo 10% da distância entre pontos de momento fletor nulo ( $a$ ), para cada lado da nervura, de acordo com a equação 4.1;

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 0,10 \cdot a \\ b_w + 2 \cdot b_1 \end{cases} \quad \text{equação 4.1}$$

- a distância entre pontos de momento fletor nulo ( $a$ ), pode ser estimada, em função do comprimento ( $\lambda$ ) do tramo considerado, como se apresenta a seguir:

- viga simplesmente apoiada:  $a = 1,00 \lambda$  ;
- tramo com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75 \lambda$  ;
- tramo com momentos nas duas extremidades:  $a = 0,60 \lambda$  ;
- tramo em balanço:  $a = 2,00 \lambda$  .

- alternativamente, o cômputo da distância ( $a$ ) pode ser feito ou verificado mediante exame dos diagramas de momentos fletores na estrutura.

- No caso de lajes com continuidade, permite-se calculá-las com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que essa largura seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde a largura mínima resulte mínima.

### 4.3.2 Ações a considerar

Na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame, levando-se em conta os possíveis estados limites últimos e os de serviço. De acordo com a NBR 8681, classificam-se em permanentes, variáveis e excepcionais, e em cada tipo de construção devem ser respeitadas suas peculiaridades e normas aplicáveis.

Ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas como permanentes as ações que crescem com o tempo, tendendo a um valor limite constante. As ações permanentes diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura, pelo peso dos elementos construtivos fixos e das instalações permanentes. As ações permanentes indiretas são constituídas pelas deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão.

As ações variáveis diretas são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, devendo-se respeitar as prescrições feitas por Normas Brasileiras específicas. Correspondem normalmente às cargas verticais de uso na construção, cargas móveis, força longitudinal de frenagem ou aceleração, etc. Devem ser consideradas as ações variáveis durante a construção, tendo em vista seus efeitos sobre a parte já executada, bem como aquelas provenientes das estruturas provisórias

auxiliares com seus respectivos pesos próprios. As ações variáveis indiretas são decorrentes de variações de temperatura, ou quando a estrutura, pelas suas condições de uso está sujeita a choques ou vibrações.

Os valores característicos  $F_k$  das ações são estabelecidos em função da variabilidade de suas intensidades. Para as ações permanentes, devem ser adotados iguais aos valores médios das respectivas distribuições de probabilidade, sejam valores característicos superiores ou inferiores. Estão definidos em Normas Brasileiras específicas, como a NBR 6120.

Os valores característicos das variáveis  $F_{qk}$ , estabelecidos por consenso e indicados em Normas Brasileiras específicas, correspondem a valores que têm de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos, o que significa que o valor característico  $F_{qk}$  é o valor com período médio de retorno de 200 anos a 140 anos respectivamente. Também, estão definidos em Normas Brasileiras específicas, como a NBR 6120.

De acordo com a NBR 6118-2003, 11.6.2, as ações são quantificadas por seus valores representativos, que podem ser:

- a) os valores característicos;
- b) valores convencionais excepcionais, que são os valores arbitrados para as ações excepcionais;
- c) valores reduzidos, em função da combinação de ações, tais como:
  - verificação de estados limites últimos, quando a ação considerada se combina com a ação principal. Os valores reduzidos são determinados a partir dos valores característicos pela expressão  $\psi_0 F_k$ , que considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes;
  - verificações de estados limites de serviço. Estes valores reduzidos são determinados pelas expressões  $\psi_1 F_k$  e  $\psi_2 F_k$ , que estimam valores freqüentes e quase permanentes, respectivamente, de uma ação que acompanha a ação principal.

Os valores de cálculo  $F_d$  das ações são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicando-os pelos respectivos coeficientes de ponderação  $\gamma_f$ , cujos valores encontram-se estabelecidos em 11.7.1, 11.7.2 e tabelas 11.1 e 11.2, da NBR 6118-2003 e é dado pela expressão:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$$

equação 4.2

onde:

$\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$  = coeficientes de ponderação das ações no estado limite último (ELU), assumindo valores em função da natureza das ações, se são favoráveis, desfavoráveis ou temporárias e do tipo de combinação que se deseja fazer, sendo apresentados na tabela 11.1, da NBR 6118, reproduzida aqui na tabela 4.1;

$\gamma_{f2}$  = coeficiente de ponderação das ações no estado limite de serviço (ELS), com valor variável de acordo com a verificação que se deseja fazer, tendo os seguintes valores:

$\gamma_{f2} = 1$  para combinações raras;

$\gamma_{f2} = \psi_1$  para combinações frequentes;

$\gamma_{f2} = \psi_2$  para combinações quase permanentes;

Os coeficientes  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são encontrados na tabela 11.2 da NBR 6118, aqui reproduzida na tabela 4.2;

Tabela 4.1 – Coeficientes  $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$  (NBR 6118, tabela 11.1)

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D <sup>1)</sup>	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0,0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0,0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0,0	1,2	0,9	0,0	0,0

Onde:

*D é desfavorável, F é favorável, G é geral, T é temporária.*

<sup>1)</sup> Para cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Tabela 4.2 – Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$  (NBR 6118-2003, tabela 11.2)

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1$ <sup>1)</sup>	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>2)</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentração de pessoas <sup>3)</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
<sup>1)</sup> Para os valores de $\psi_1$ relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23. <sup>2)</sup> Edifícios residenciais <sup>3)</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

### 4.3.3 Combinações de Ações

A NBR 6118, em 11.8, estabelece que um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido.

A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura; a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e combinações de serviço, respectivamente.

Para as combinações últimas normais, em cada combinação devem estar incluídas as ações permanentes e a ação variável principal, com seus valores característicos e as demais ações variáveis, consideradas como secundárias, com seus valores reduzidos de combinação. Assim, para o cálculo das solicitações utilizamos a equação 4.3, que pode ser vista na tabela 11.3, da NBR 6118.

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} F_{\varepsilon qk} \quad \text{equação 4.3}$$

onde:

$F_d$  é o valor de cálculo das ações para combinação última;

$F_{gk}$  representa as ações permanentes diretas;

$F_{\varepsilon k}$  representa as ações indiretas permanentes, como a retração  $F_{\varepsilon gk}$  e variáveis como a temperatura  $F_{\varepsilon qk}$ ;

$F_{qk}$  representa as ações variáveis diretas, das quais  $F_{q1k}$  é a principal;

$\gamma_g, \gamma_{\varepsilon g}, \gamma_q, \gamma_{\varepsilon q}$  são encontrados na tabela 4.1;

$\psi_{0j}, \psi_{0\varepsilon}$  – ver tabela 4.2;

Para as combinações, segundo a NBR 6118-2003, 11.8.3, pode-se classificá-las de acordo com sua permanência na estrutura, em:

- a) quase permanentes: podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformação excessiva;
- b) frequentes: se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações;
- c) raras: ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras.

As combinações de serviço usuais podem ser vistas na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Combinações de serviço (NBR 6118-2003 – tabela 11.4)

Combinações de Serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das Solicitações
Combinações quase permanentes de Serviço (CQP)	Nas combinações quase permanente de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor freqüente $\Psi_1 F_{1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações raras de Serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ e todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qj,k}$
Onde: $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; $F_{q1k}$ é o valor característico das ações variáveis principais diretas; $\Psi_1$ é o fator de redução de combinação freqüente para ELS; $\Psi_2$ é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

#### 4.3.4 Resistências

Se por um lado as ações são majoradas e combinadas, por outro, as resistências dos materiais envolvidos devem ser minoradas, através de um coeficiente  $\gamma_m$ , dado pela equação 4.4.

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \gamma_{m2} \gamma_{m3} \quad \text{equação 4.4}$$

onde:

$\gamma_m$  = coeficiente de minoração da resistência dos materiais;

$\gamma_{m1}$  = considera a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos;

$\gamma_{m2}$  = considera a diferença entre a resistência do material no corpo de prova e na estrutura;

$\gamma_{m3}$  = considera os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências;

Desta forma, as resistências de cálculo dos materiais são dadas por:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \quad \text{equação 4.5}$$

O coeficiente  $\gamma_m$ , assume valores para as combinações normais últimas (ELU), iguais a  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ , sendo 1,4 e 1,15, respectivamente para o concreto e aço CA-50.

Com relação ao concreto, alguns detalhes adicionais são necessários, conforme a idade do mesmo, ou seja:

- quando a verificação se faz em data  $j$  igual ou superior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{equação 4.6}$$

Neste caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito aos 28 dias, de forma a confirmar o valor de  $f_{ck}$  adotado no projeto;

- quando a verificação se faz em data  $j$  inferior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} \cong \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{equação 4.7}$$

onde:

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad \text{equação 4.8}$$

sendo:

$s = 0,38$  para o concreto de cimento CPM e IV;

$s = 0,25$  para o concreto de cimento CPI e II;

$s = 0,20$  para o concreto de cimento CPV - ARI;

Essa verificação deve ser feita aos  $t$  dias, para as cargas aplicadas até essa data. Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito em duas datas: aos  $t$  dias e aos 28 dias, de forma a confirmar os valores de  $f_{ckj}$  e  $f_{ck}$  adotado no projeto;

As resistências no estado limite de serviço (ELS), não necessitam de minoração, portanto,  $\gamma_m = 1,0$ .

#### **4.3.5 Deformações limites**

Deformações limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura. Segundo a NBR 6118-2003, são classificados em quatro grupos básicos, a seguir relacionados:

- a) aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em situações especiais de utilização, deve ser obtida através de análise dinâmica;
- b) efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- c) efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d) efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento com relação as hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

Na tabela 4.4, se reproduz os limites recomendados pela NBR 6118-2003, em 13.3.

Tabela 4.4 – Limites para deslocamentos (NBR 6118 – tabela 13.2)

<b>Tipo de efeito</b>	<b>Razão de limitação</b>	<b>Exemplo</b>	<b>Deslocamento a considerar</b>	<b>deslocamento limite</b>	
<b>Aceitabilidade de sensorial</b>	Visual	deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	<b>l/250</b>	
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	<b>l/350</b>	
<b>Efeitos estruturais em serviço</b>	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	<b>l/250<sup>1)</sup></b>	
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	<b>l/350+contraflecha<sup>2)</sup></b>	
			Ocorrido após a construção do piso	<b>l/600</b>	
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após o nivelamento do equipamento	<b>De acordo com recomendação do fabricante do equipamento</b>		
<b>Efeitos em elementos não estruturais</b>	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	<b>l/500<sup>3)</sup> ou 10mm ou <math>\theta=0,0017\text{rad}^4)</math></b>	
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	<b>l/250<sup>3)</sup> ou 25mm</b>	
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente ( $\Psi=0,30$ )	<b>H/1700 ou H/850 entre pavimentos<sup>6)</sup></b>	
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	<b>l/400<sup>7)</sup> ou 15mm</b>	
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	<b>H<sub>i</sub>/500</b>	
		revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	<b>H/400</b>	
		Revestimentos pendurados ou com juntas	deslocamento ocorrido após a construção do forro	<b>l/175</b>	
	Pontes rolantes	Desalinhamento de Trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	<b>H400</b>	
	<b>Efeitos em elementos estruturais</b>	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.		

1) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

- 2) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que  $l/350$ .
- 3) O vão  $l$  deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.
- 4) Rotação nos elementos que suportam paredes.
- 5)  $H$  é a altura total do edifício e  $H_i$  o desnível entre dois pavimentos vizinhos.
- 6) Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando  $H_i$  representa o comprimento do lintel.
- 7) O valor  $l$  refere-se à distancia entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

#### NOTAS

- 1 Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão  $l$  suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.
- 2 Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor  $l$  é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.
- 3 O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na seção 11.
- 4 Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

### 4.3.6 Limites para fissuração e proteção das armaduras

A fissuração em elementos estruturais de concreto armado é inevitável, devido à grande variabilidade e à baixa resistência do concreto à tração; mesmo sob ações de serviço, valores críticos de tensões de tração são atingidos. Visando obter bom desempenho relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e a aceitabilidade sensorial dos usuários, busca-se controlar a abertura dessas fissuras.

As fissuras podem ainda ocorrer, devido à retração plástica térmica ou devido a reações químicas internas do concreto nas primeiras idades.

A abertura máxima característica  $w_k$  das fissuras, desde que não exceda valores da ordem de 0,2 mm a 0,4 mm, sob ação das combinações freqüentes, não tem importância significativa na corrosão das armaduras passivas.

Na tabela 4.5, reprodução da tabela 13.3 da NBR 6118, são dados os valores limites da abertura característica  $w_k$  das fissuras, assim como outras providencias visando garantir proteção adequada das armaduras quanto à corrosão. Entretanto, devido ao estágio atual dos conhecimentos e da alta variabilidade das grandezas envolvidas, estes limites devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas.

Tabela 4.5 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.  
(NBR 6118-2003, tabela 13.3)

<b>Tipo de Concreto</b>	<b>Classe de Agressividade (CAA) e tipo de protensão</b>	<b>Exigências relativas à fissuração</b>	<b>Combinação de ações em serviço a utilizar</b>
<b>Concreto Simples</b>	CAA I a CAA IV	Não há	--
<b>Concreto Armado</b>	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	combinação frequente
	CAA II a CAIII	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
<b>Concreto Protendido Nível 1 (protensão parcial)</b>	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
<b>Concreto Protendido Nível 2 (protensão limitada)</b>	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar duas condições abaixo	
		ELS-F	combinação frequente
		ELS-D <sup>1)</sup>	combinação quase permanente
<b>Concreto Protendido Nível 3 (protensão completa)</b>	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar duas condições abaixo	
		ELS-F	combinação rara
		ELS-D <sup>1)</sup>	combinação frequente
1) A critério do projetista, ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p=25$ mm. NOTAS 1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2. 2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.			

#### 4.3.7 Cobrimento

As estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto conservem suas segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o período correspondente à sua vida útil.

A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

Desta forma, a durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto, da espessura e qualidade do concreto de cobrimento da armadura, sendo o cobrimento mínimo da armadura o menor valor que deve ser respeitado ao longo de todo o elemento considerado e que se constitui num critério de aceitação.

Para se definir o valor do cobrimento, primeiramente deve-se determinar a classe de agressividade ambiental, que depende do tipo de ambiente em que a obra vai ser edificada. A NBR 6118-2003 recomenda a utilização da tabela 6.1, reproduzida abaixo na tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Classe de Agressividade ambiental (NBR 6118-2003, tabela 6.1).

Classe de agressividade Ambiental	agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	fraca	rural	insignificante
		submersa	
II	moderada	urbana <sup>1), 2)</sup>	pequeno
III	forte	marinha <sup>1)</sup>	grande
		industrial <sup>1), 2)</sup>	
IV	muito forte	industrial <sup>1), 3)</sup>	elevado
		respingos de maré	
1) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes em concreto revestido com argamassa e pintura). 2) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente. 3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.			

Definida a classe de agressividade ambiental, determina-se o valor do cobrimento nominal do elemento estrutural, através da tabela 4.7. O cobrimento nominal é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução  $\Delta_c$ , que nas obras correntes deve ser maior ou igual a 10 mm. O valor de  $\Delta_c$  pode ser reduzido para 5 mm quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução. Neste caso, os valores dos cobrimentos nominais constantes da tabela 4.7 podem ser reduzidos em 5 mm.

Os cobrimentos nominais e mínimos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo.

A dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar em 20% a espessura nominal do cobrimento.

**Tabela 4.7 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para  $\Delta c=10\text{mm}$  (NBR 6118-2003, tabela 7.2)**

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>3)</sup>
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje <sup>2)</sup>	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto Protendido <sup>1)</sup>	Todos	30	35	45	55

<sup>1)</sup> Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos, cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

<sup>2)</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitando um cobrimento nominal  $\geq 15\text{mm}$ .

<sup>3)</sup> Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45\text{mm}$ .

Deve-se ainda ter em mente que é necessário a adoção de cobrimentos que atendam as NBR 1443/2000 e NBR 15200/2004, exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações e projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio, respectivamente.

A NBR 15200/2004, propõe um método bastante simples, onde basta atender as dimensões mínimas apresentadas em tabelas, em função do tipo do elemento estrutural e do TRRF (tempo requerido de resistência ao fogo).

Essas dimensões mínimas são normalmente: a espessura das lajes, a largura das vigas, as dimensões das seções transversais de pilares e tirantes e principalmente a distância entre o eixo da armadura longitudinal e a face do concreto exposta ao fogo (a).

Os ensaios mostram que em situação de incêndio as peças de concreto rompem usualmente por flexão ou flexo-compressão e não por cisalhamento. Por isso considera-se apenas a armadura longitudinal nesse critério.

Para as lajes armadas em uma direção, a distância  $a$  é obtida em função do TRRF e para que se garanta a função corta-fogo a altura mínima deverá ser de 60, 80, 100 ou 120mm, para TRRF de 30, 60, 90 ou 120 minutos, respectivamente, enquanto a distância  $a$  deverá assumir valores de 10, 20, 30 ou 40mm.

Para as lajes nervuradas biapoiadas as nervuras deverão também ter dimensões mínimas, que podem ser vistas nas tabelas 6 e 7 da NBR 15200/2004.

A NBR 15200/2004, permite reduções nas espessuras mínimas e distância  $a$  face do concreto ( $a$ ), quando se utilizar revestimentos e como exemplo pode-se citar que argamassas de cimento e areia têm 100% de eficiência relativa ao concreto, ou seja, as dimensões mínimas podem ser reduzidas de acordo com a espessura do revestimento.

É importante observar que as lajes pré-moldadas, da forma como hoje são produzidas não atenderiam os cobrimentos mínimos, a medida que a classe de agressividade ambiental ou o TRRF aumentam, sendo necessário aumentar-se a altura das sapatas de concreto ou se definir uma nova geometria para que as prescrições normativas relativas ao cobrimento possam ser respeitadas.

# **DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-FABRICADAS COM ARMAÇÃO TRELIÇADA.**

---

## **5** Capítulo

### **5.1 Introdução**

Abordar-se-á neste capítulo o dimensionamento das lajes pré-moldadas com armação treliçada, à flexão, ao cisalhamento e as verificações necessárias quanto à deformação excessiva, limites de fissuração, abertura máxima de fissuras e vibrações excessivas.

Observa-se que a classe do concreto mínima a se utilizar nas estruturas de concreto armado é a C20. O cobrimento mínimo e o fator água/cimento dependem da classe de agressividade do local da construção e a análise estrutural pode ser linear, desde que se leve em conta as não linearidades do concreto.

Para a abordagem do dimensionamento e das verificações necessárias, é proposta a resolução, passo a passo, de uma laje pré-moldada unidirecional biapoiada, onde os esforços e deslocamentos são obtidos, inicialmente modelando-se o pavimento como se a laje fosse constituída por elementos independentes (vigas simplesmente apoiadas) e posteriormente com a utilização do software TQS, onde o pavimento é modelado pelo processo de analogia de grelha.

Em ambos os casos se levam em conta a não linearidade física do concreto, utilizando-se o modelo de Branson para cálculo da inércia equivalente. O cálculo da deformação devido à fluência segue as recomendações da NBR 6118, e quando se utiliza o software TQS, é utilizada a técnica do carregamento incremental, proposta por Carvalho (1994).

## 5.2 Descrição da laje a ser dimensionada

Um sistema de lajes pré-fabricadas, com mini-painéis de 25cm de largura, com armações treliçadas, com altura total de 16 cm, incluindo a altura da capa de concreto, de 4,0 cm, foi utilizado para se executar uma laje com vão teórico igual a 5,60 m, simplesmente apoiada nas extremidades em vigas de 20 cm de largura. A utilização do pavimento foi para fins residenciais (dormitório) e recebeu um piso de madeira. O teto foi revestido apenas com gesso. Calcular a armadura utilizada em cada elemento da seção transversal, supondo que a laje foi armada em apenas uma direção?

Demais dados:

- concreto  $f_{ck} = 20 \text{ Mpa} = 20.000 \text{ kN/m}^2$ ;
- aço CA50/60;
- vão livre transversal = 5,60 m;
- Classe de agressividade ambiental I;
- cobrimento igual a 1,5 cm, controle rígido.

### 5.2.1 Definição do tipo de laje empregada

O elemento de enchimento disponível era tijolos cerâmicos de 8 furos, com dimensões de 19x19x9cm, peso específico  $\gamma = 7,5 \text{ kN/m}^3$ . Adotou-se como solução a utilização de mini painéis com 25cm de largura, colocados justapostos, onde alternadamente um seria armado, integrando a seção transversal resistente e outro, apenas com armadura construtiva, sendo considerado parte dos elementos de enchimento. Esta solução, não convencional, tem como objetivos a obtenção de um teto liso e a economia de armação treliçada, embora se saiba que os painéis intermediários sem armação treliçada, terá problemas de rigidez durante as fases de fabricação e montagem. A seção transversal dessa laje pode ser vista nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

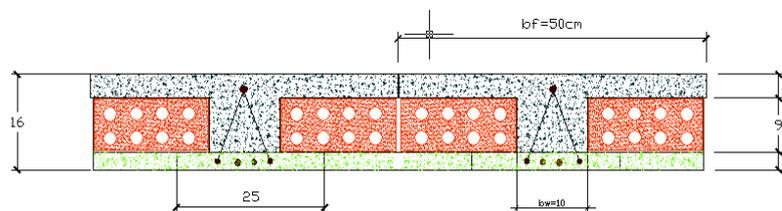


Figura 5.1 – seção transversal.



Figura 5.2 – detalhe da seção transversal da laje. Arquivo do autor.



Figura 5.3 – detalhe da colocação dos elementos de enchimento. Arquivo do autor.

### 5.2.2 Verificação da geometria

a. cálculo de  $b_f$  (largura colaborante)

$$b_f = 2b_1 + b_w = 2 \cdot 20 + 10 = 50 \text{ cm}$$

onde:

$$b_1 = 20 \leq \left\{ \begin{array}{l} 0,5b_2 = 0,5 \cdot 40 = 20 \text{ cm} \\ 0,10a = 0,10 \cdot \lambda = 0,10 \cdot 5,60 = 56 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

b. espaçamento entre eixos de nervuras (intereixo I)

$I = b_f = 50 \leq 65 \text{ cm}$  (NBR 13.2.4.2, a verificação à flexão da mesa pode ser dispensada).

### 5.3 Dimensionamento da laje utilizando-se o modelo de vigas independentes

Com o intuito de se efetuar o cálculo manual desta laje, será adotado o modelo que considera a laje composta por vigas independentes de seção “T”, simplesmente apoiadas. Este modelo despreza a contribuição da capa de concreto na direção transversal, que embora pequena, não deixa de colaborar na solidarização das vigas entre si. Conforme visto anteriormente, as lajes pré-fabricadas simplesmente apoiadas apresentam um comportamento próximo a este modelo.

#### 5.3.1 determinação do peso próprio

Seja  $\gamma_c$  o peso específico do concreto, com valor de  $25 \text{ kN/m}^3$ , e  $\gamma_e$ , o peso específico do elemento cerâmico, com valor aproximado de  $7,5 \text{ kN/m}^3$ . Como o elemento de enchimento também é composto por mini-painéis de concreto com  $3 \text{ cm}$  de espessura, o valor de  $\gamma_e$  deverá ser corrigido para  $8,2 \text{ kN/m}^3$ .

Assim, as espessuras médias de concreto e cerâmica serão:

$$\text{- espessura média de concreto: } \frac{4 \cdot 50 + 12 \cdot 10}{50} \cong 6,4 \text{ cm}$$

$$\text{- espessura média do elemento de enchimento: } \frac{9 \cdot 40}{50} + \frac{3 \cdot 40}{50} = 9,6 \text{ cm}$$

$$pp = 6,4 \cdot 10^{-2} \cdot 25 + 9,6 \cdot 10^{-2} \cdot 8,2 \cong 2,39 \text{ kN} / \text{m}^2$$

### 5.3.2 cargas atuantes

- cargas permanentes
- peso próprio  $g_1 = 2,39 \text{ kN/m}^2$
- contrapiso/piso  $g_2 = 1,0 \text{ kN/m}^2$
- revestimento  $g_3 = 0,20 \text{ kN/m}^2$
- total das cargas permanentes  $g = 3,59 \text{ kN/m}^2$
- cargas acidentais
- $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$
- total das cargas acidentais =  $q = 1,5 \text{ k/m}^2$
- carga total  $g+q = 5,09 \text{ kN/m}^2$

### 5.3.3 carregamentos

- ELU

$$F_d = 1,4(g_1 + g_2 + g_3) + 1,4q = 1,4 \cdot 3,59 + 1,4 \cdot 1,5 \cong 7,13 \text{ kN} / \text{m}^2$$

### 5.3.4 Dimensionamento à flexão

O dimensionamento à flexão é feito no estado limite último de ruína (ELU), impondo que na seção mais solicitada sejam alcançadas as deformações específicas limites dos materiais, ou seja, o estado limite último pode ocorrer tanto pela ruptura do concreto comprimido quanto pela deformação excessiva do aço tracionado.

#### 5.3.4.1 momento fletor por nervura

$$M_d = \frac{pl^2}{8} = \frac{0,50 \cdot 7,13 \cdot 5,60^2}{8} \cong 13,98 \text{ kN.m} / \text{nerv.}$$

#### 5.3.4.2 verificação da seção

Admite-se inicialmente que a LN passa pela mesa

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{13,98}{0,50 \cdot 0,14^2 \cdot \frac{20000}{1,4}} \cong 0,100 \implies k_x = 0,1569 \text{ (tabela 3.1, Carvalho e$$

Figueiredo, 2004).

como:  $x = k_x \cdot d = 0,1569 \cdot 14 = 2,2 \text{ cm} < 4 \text{ cm}$ , confirmando a hipótese inicial que a LN passa pela mesa.

### 5.3.4.3 cálculo da armadura longitudinal de cada nervura

$KMD = 0,100 \rightarrow K_z = 0,9372$ ,  $\epsilon_c = 1,8611\%$  e  $\epsilon_s = 10,00\%$  (tabela 3.1, Carvalho e Figueiredo, 2004).

$\rightarrow$  domínio 2  $\rightarrow f_s = f_{yd} = 50 \text{ kN/cm}^2$ .

$$A_s = \frac{M_d}{K_z \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{13,98}{0,9372 \cdot 0,14 \cdot \frac{50}{1,15}} \cong 2,45 \text{ cm}^2$$

Esta armadura corresponde ao total de aço necessário. Como a TR08644 tem uma armadura inferior de  $2 \text{ } \varnothing 4,2 \text{ mm}$ , CA 60,  $A_s = 0,277 \text{ cm}^2$ , a área de aço adicional  $A_{sad}$  será:

$$A_{sad} = 2,17 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \text{ } \varnothing 12,5 \text{ mm}$$

## 5.3.5 dimensionamento ao cisalhamento

### 5.3.5.1 considerações teóricas

Segundo a NBR 6118-2003, 17.4.1.1.1, todos os elementos lineares submetidos à força cortante, à exceção dos casos indicados em 17.4.1.1.2, devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos.

Um dos casos indicados em 17.4.1.1.2, diz respeito às nervuras das lajes nervuradas que podem ser verificadas como laje, desde que o espaçamento entre eixos de nervuras seja menor ou igual a 65 cm ou quando este espaçamento sendo maior que 65 cm e menor que 90 cm, tenham nervuras com largura média maior que 12 cm.

Nesse caso deve ser tomada como base a soma das larguras das nervuras no trecho considerado, podendo ser dispensada a armadura transversal, quando atendido o disposto em 19.4.1.

Em 19.4.1, a NBR 6118-2003 trata das lajes sem armadura transversal para força cortante, permitindo que as lajes maciças ou nervuradas possam prescindir de armadura transversal, quando a força cortante de cálculo obedecer à expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad \text{equação 5.1}$$

A resistência de projeto ao cisalhamento é dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] b_w d \quad \text{equação 5.2}$$

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d}, \text{ não maior que } |0,02|$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c}$$

k é um coeficiente que tem os seguintes valores:

- para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio: k=1;
- para os demais casos: k = |1,6-d|, não menor que |1|, com d em metros;

$\tau_{Rd}$  é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + l_{b,nec}$ ; com  $l_{b,nec}$  definido em 9.4.2.5;

$b_w$  é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d;

$N_{Sd}$  é a força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento.

Quando não atendidas as condições acima, a laje deverá conter armadura transversal, e de acordo com a NBR 6118 em 17.4.2, a resistência de uma determinada

seção transversal do elemento estrutural, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{equação 5.3}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{equação 5.4}$$

onde:

$V_{Sd}$  é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

$V_{Rd2}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde  $V_c$  é a parcela da força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e  $V_{sw}$  a parcela resistida pela armadura transversal.

Para as verificações e cálculo das armaduras transversais, a NBR 6118 permite a utilização de dois modelos de cálculo. No modelo I admite-se diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e se admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  tenha valor constante, independente de  $V_{Sd}$ . Já no modelo II, admite-se diagonais de compressão inclinadas de  $\theta$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com  $\theta$  variando livremente entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  sofra redução com o aumento de  $V_{Sd}$ .

Não se detalhará aqui os modelos descritos acima, tendo em vista as dificuldades construtivas para a utilização de estribos em lajes pré-fabricadas. É muito mais viável esgotar-se todas as possibilidades de se melhorar a resistência de projeto ao cisalhamento  $V_{Rd1}$ , antes de se pensar na utilização de armadura transversal.

A treliça, com sua armadura lateral, denominada sinusóide, pode ser levada em conta na resistência ao cisalhamento da nervura desde que se cumpram as condições observadas na analogia de Morsch, tendo-se, portanto, como condição básica que a armadura do banzo superior da treliça seja ancorada na zona comprimida da laje, (figuras 5.4 e 5.5).

Como exemplo, seja uma laje pré-fabricada com 20 cm de altura, com capa de concreto de 4 cm e que necessite de armadura de cisalhamento. Provavelmente a zona comprimida ocupe aproximadamente 3 cm da mesa. Portanto, o banzo superior da treliça deverá estar posicionado 1,5 cm da face superior da laje. Considerando-se também, um cobrimento de 1,5 cm para o banzo inferior, deve-se utilizar uma treliça de 17 cm, altura não comercial. Neste caso, para utilizar-se uma treliça com 16 cm de altura, deve-se verificar seu correto posicionamento. A norma espanhola, EF-96 considera que a treliça colabora na resistência ao esforço cortante se a barra do banzo superior estiver situada a uma distancia da face superior da laje menor que 4 cm.

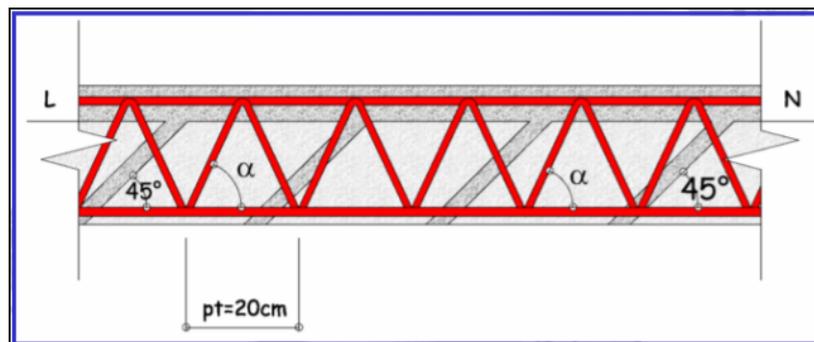


Figura 5.4 – uso da treliça como armadura de cisalhamento. (Pereira 2003).

### Altura mínima da treliça

- Situações em que a armadura transversal da treliça não é necessária:
  - A altura da treliça é determinada pelas condições de escoramento somente.
- Situações em que a armadura transversal da treliça é necessária:
  - A altura de treliça deve ser tal que o banzo superior fique ancorado na zona comprimida da laje.

Figura 5.5 – altura da treliça. (Pereira 2003).

A norma espanhola EF-96, recomenda que em todo pavimento formado por vigotas armadas, o esforço cortante de cálculo  $V_d$ , por nervura, atenda as seguintes expressões:

a) esgotamento por compressão oblíqua da nervura:

$$V_d \leq V_{u1} = 0,3 f_{cd} b_w d \quad \text{equação 5.5}$$

b) esgotamento por tração oblíqua da nervura:

- sem armadura transversal

$$V_d \leq V_{u2} = \xi \cdot \zeta \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d \quad \text{equação 5.6}$$

-com armadura transversal

$$V_d \leq V_{u3} \leq (f_{cv} \cdot b_w \cdot d + 0,9 \cdot f_{td} \cdot A_t (\sin \alpha + \cos \alpha) d) \quad \text{equação 5.7}$$

onde:

$b_w$  largura mínima da nervura;

$d$  altura útil da laje;

$f_{cd}$  resistência de cálculo do concreto à compressão;

$f_{cv}$  resistência virtual de cálculo do concreto ao esforço cortante, igual a  $0,16 \sqrt{f_{cd}}$ , com

$f_{cd}$  expresso em MPa;

$\xi = 1,6 - d$ , não menor que 1, fator adimensional, com  $d$  em metros;

$\zeta = (1 + 50\rho)$ , não maior que 2, fator adimensional, função da taxa geométrica da

armadura  $\rho = \frac{A_s}{b_w d} \frac{f_{yk}}{410}$ , com :  $A_s$  sendo a área da armadura tracionada e  $f_{yk}$  o limite

elástico característico do aço, em MPa;

$f_{td} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ , não maior que 420 MPa, resistência de cálculo à tração do aço da armadura

transversal;

$A_t$  área da armadura transversal, por metro de comprimento da nervura;

$\alpha$  ângulo formado pela armadura transversal com o eixo da nervura;

Observa-se que a equação 5.6, que verifica o esgotamento à tração oblíqua da nervura para lajes sem armadura transversal, recomendada pela EF-96, equivale às equações 5.1 e 5.2 da NBR 6118-2003. Quando a nervura não atinge este estado limite, certamente não atingirá o esgotamento por compressão oblíqua, pois o produto  $\xi \zeta f_{cv}$  será sempre muito menor que  $0,3f_{cd}$ , fato que torna desnecessária a verificação da equação 5.5, recomendada pela EF-96.

Nos casos de vigotas com seção T invertido ou similar, para verificação em uma seção ao longo da altura, com largura  $b_w$ , se adotará como resistência a que corresponda ao concreto deste nível, sendo que, quando a seção de corte passar pelos dois concretos se tomará a largura do concreto pré-fabricado com sua respectiva resistência, ou então tomar-se-á a largura total, com a resistência do concreto moldado no local. Neste caso, EL DEBS (2000) recomenda que a verificação seja feita para diversas larguras.

Segundo (EL DEBS, 2000), a seção resistente das nervuras pode ser considerada como a parte pré-fabricada somada à da parte moldada no local, se for garantida a transferência de cisalhamento pela interface, face ao comportamento dos elementos compostos, mas não se deve incluir na seção resistente, as partes do concreto moldado no local, nas quais esse concreto teria que passar, durante o lançamento, por locais com dimensão menor que 20 mm.

Ainda segundo (EL DEBS, 2000), nos casos usuais, a transferência de cisalhamento pela interface é feita sem necessitar de armadura de costura. Para o caso das lajes pré-fabricadas a verificação pode ser feita conforme indicado pela norma espanhola EF-96, com a seguinte limitação da força cortante de cálculo:

$$V_d \leq \beta \cdot u \cdot d \cdot f_{cv} \quad \text{equação 5.8}$$

em que:

$\beta$  é o coeficiente relativo a rugosidade da superfície de contato, com os valores de 1,2 para superfície rugosa e de 0,6 para parede lisa;

$u$  é o perímetro da seção, conforme indicado na figura 5.6;

$d$  é a altura útil da seção composta;

$f_{cv}$  é a resistência de referência ao cisalhamento do concreto moldado no local, calculada com  $f_{cv} = 0,13\sqrt{f_{cd}}$ , em MPa.

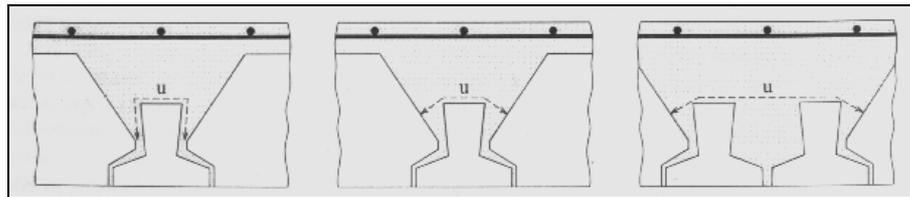


Figura 5.6 – perímetro para verificação do cisalhamento na interface. (EL DEBS, 2000).

EL DEBS (2000), ainda destaca que a armadura saliente nas lajes com armadura treliçada desempenha o papel de armadura de costura com uma disposição particular, o que aumenta significativamente a resistência ao cisalhamento na interface, mas que em geral, não é necessário contar com sua participação nessa resistência.

### 5.3.5.2 dimensionamento

Retomando a laje apresentada em 5.2, com a seção transversal mostrada na figura 5.1, será feita a verificação quanto à resistência ao cisalhamento.

Inicialmente, verificar-se-á se a laje atende a expressão  $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$ , situação em que não haverá necessidade da armadura transversal.

a) cálculo de  $V_{Sd}$

$$- V_{Sd} = 1,4V_s = \frac{1,4 \cdot (g + q) \cdot l \cdot I}{2} = \frac{1,4 \cdot 5,09 \cdot 5,60 \cdot 0,50}{2} \cong 9,98 kN, \text{ onde } V_s \text{ é a força cortante}$$

junto ao apoio;

b) cálculo de  $V_{Rd1}$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] b_w d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 f_{ct,m}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \cdot 20^{2/3}}{1,4} \cong 1,11 MPa$$

$$\therefore \tau_{Rd} = 0,25 \cdot 1,11 \cdot 10^3 \cong 276 kN / m^2$$

$$k = |1,6 - d| = 1,6 - 0,14 = 1,46$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} = \frac{2,05}{10 \cdot 14} \cong 14,64 \cdot 10^{-3} < 0,02, \text{ as 2 barras (1 } \varnothing 12,5 + 1 \varnothing 10 \text{ mm) chegam até o}$$

apoio.

$$\therefore V_{Rd1} = [276 \cdot 1,46 (1,2 + 40 \cdot 14,64 \cdot 10^{-3})] 0,10 \cdot 0,14 \cong 10,07 kN \cong V_{Sd} = 9,98 kN$$

Assim não é necessária a armadura transversal.

A norma espanhola EF-96, recomenda que se verifique a transferência de cisalhamento pela interface e limite-se a força cortante ao valor:

$$V_d \leq \beta \cdot u \cdot d \cdot f_{cv}$$

onde:

$$\beta = 1,2 \text{ (superfície rugosa)}$$

$$u = 0,10 m$$

$$d = 0,16 m$$

$$f_{cv} = 0,13 \sqrt{f_{cd}} = 0,13 \cdot \sqrt{20/1,4} \cong 0,69 MPa = 690 kN / m^2$$

$$\therefore V_d = 9,98 < 1,2 \cdot 0,10 \cdot 0,14 \cdot 690 \cong 11,59 kN$$

Assim, pode-se adotar a treliça TR08644, desde que se faça posteriormente as verificações quanto às disposições transitórias, calculando o espaçamento máximo do escoramento.

#### 5.4 Dimensionamento da laje utilizando-se o modelo de analogia de grelha

Para esta resolução utilizou-se o software TQS, que permite o cálculo de lajes treliçadas com a modelagem por analogia de grelhas.

### 5.4.1 Definição da seção da laje

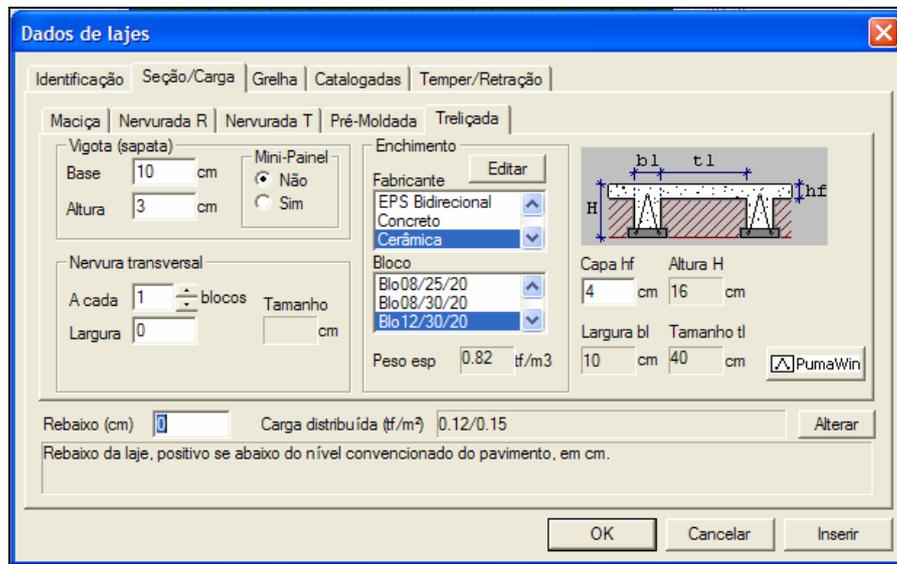


Figura 5.7 – lançamento dos dados da laje. (Software TQS – versão 11.3).

### 5.4.2 momento fletor por nervura (tf/m)

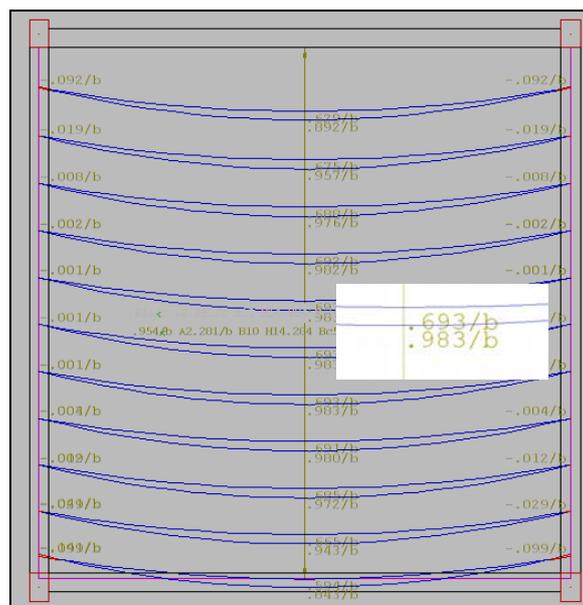


Figura 5.8 – valor característico do momento fletor positivo. (Software TQS – versão 11.3).

### 5.4.3 armadura longitudinal de cada nervura



Figura 5.9 – detalhamento das armaduras das nervuras.  
(Software TQS – versão 11.3).

### 5.4.4 armaduras negativas

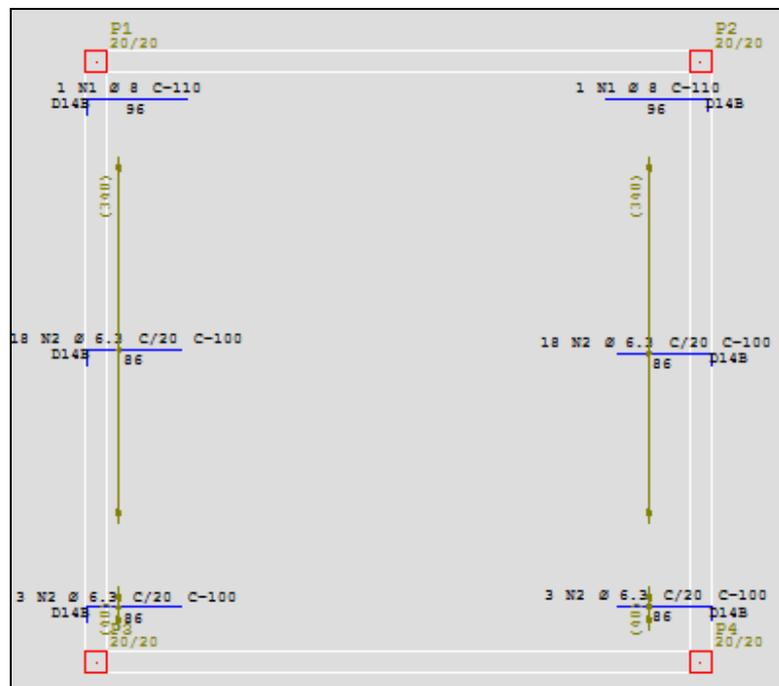


Figura 5.10 – detalhamento das armaduras sobre os apoios.  
(Software TQS – versão 11.3).

### 5.4.5 Comentários

Observa-se que os momentos fletores encontrados são da mesma ordem de grandeza, pois enquanto no dimensionamento manual o valor momento de cálculo é de 13,98kN.m; com a utilização do software TQS, encontrou-se 9,83kN.m para seu valor característico, que corresponde ao momento de cálculo de 13,76kN.m.

Conseqüentemente, como não poderia deixar de ser, com relação às armaduras de flexão encontrou-se uma área necessária de 2,12cm<sup>2</sup>, contra 1,98cm<sup>2</sup>, respectivamente, calculando-se manualmente e com o software.

## 5.5 Verificação quanto aos estados limites de serviço (ELS)

### 5.5.1 Considerações teóricas

Em projetos de estruturas de concreto armado, todos os elementos usualmente são dimensionados no estado limite ultimo (ELU), e depois verificados em cada um dos estados limites de serviço (ELS).

O ELU é sempre caracterizado pela ruína ou esgotamento da capacidade resistente última. Trata-se de uma situação na qual espera-se que uma estrutura nunca atinja.

Os ELS, por sua vez, procuram retratar o “dia-a-dia” de uma estrutura, isto é, seu comportamento perante a utilização da obra. Trata-se de situações mais suscetíveis, que muitas vezes nos deparamos no nosso cotidiano. Quem nunca presenciou uma estrutura que possui fissuras, flechas ou vibrações que deixam uma sensação desagradável? Muito embora não implique numa ruína como no ELU, quando um ELS é atingido, pode-se inviabilizar totalmente a utilização de uma construção.

Prever exatamente como as estruturas de concreto armado se comportarão é uma tarefa extremamente complicada. O que se faz na realidade é estimar-se as flechas e as aberturas de fissuras que possivelmente aparecerão ao longo da vida útil da estrutura.

Serão abordadas nesta seção as verificações quanto aos estados limites de deformação excessiva, fissuração excessiva, abertura máxima de fissuras e vibrações excessivas, onde após o enfoque dos fundamentos teóricos de cada um destes estados, será feita uma aplicação utilizando o exemplo cuja seção transversal está detalhada na figura 5.1.

### 5.5.2 Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Para se verificar o comportamento em serviço de edifícios de concreto armado, de forma mais adequada e consistente, é aconselhável que seja realizada uma análise que leve em consideração o comportamento não-linear dos materiais empregados.

No caso de pavimentos de concreto armado, em que os elementos estruturais (vigas e lajes) estão predominantemente submetidos a esforços de flexão, esta não-linearidade física é fundamentalmente gerada pela fissuração do concreto.

Como visto em 3.3, no estágio I a peça de concreto armado não apresenta nenhuma fissura e a resistência à tração do concreto é considerada. Vale a Lei de Hooke e as deformações podem ser calculadas de acordo com os conceitos da resistência dos materiais. A inércia a ser considerada corresponde à seção bruta do concreto homogeneizada.

A partir do instante em que ocorre a primeira fissura no concreto, considera-se que a peça está no estágio II. A resistência à tração do concreto é, então, desprezada. À medida que a fissuração aumenta, a rigidez  $EI$  da peça diminui, aumentando conseqüentemente as deformações.

Assim, dentre as alterações trazidas pela NBR 6118-2003, uma que chama a atenção, diz respeito aos valores da rigidez para a verificação do estado limite de deformação excessiva, quando em 14.7.3.1 a norma admite a utilização de valores de rigidez do estágio I somente se os momentos fletores forem menores que o de fissuração.

Como as estruturas trabalham, nos estados limites de serviço, parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II e a separação entre estas duas partes é definida pelo momento de fissuração, a NBR 6118, em 17.3.1 propõe uma expressão aproximada para o cálculo desse momento:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad \text{equação 5.9}$$

onde:

$\alpha = 1,2$  para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares;

sendo:

$\alpha$  o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  o momento de inércia da seção bruta do concreto;

$f_{ct}$  a resistência à tração direta do concreto, sendo que para a determinação do momento de fissuração deve ser usado o  $f_{ctk,inf}$  no estado limite de formação de fissura e o  $f_{ct,m}$  no estado limite de formação de deformação excessiva.

Uma vez calculado o momento de fissuração e sendo maior o momento atuante na seção em tela, confirma-se que esta se encontra fissurada, portanto no estágio II e conseqüentemente com rigidez menor. Resta agora, se encontrar uma forma de ser considerada esta diminuição de rigidez.

A NBR 6118-2003, contudo, vai mais longe, pois em 17.3.2, diz que: para verificações dos valores limites de rotações e deslocamentos de elementos estruturais lineares, além da utilização de modelos que consideram a rigidez efetiva das seções, estes também devem levar em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo. Esta última se constitui em mais uma não-linearidade física do concreto, provocada pela fluência.

Portanto, há que se considerar as deformações imediatas e as diferidas no tempo, para a obtenção das deformações totais dos elementos. Assim, procurar-se-á abordar neste trabalho as recomendações da NBR 6118-2003 para a consideração de ambas, bem como a técnica do carregamento incremental, proposta por (CARVALHO, 1994), e já utilizada pelo software TQS.

### 5.5.2.1 Cálculo do valor da flecha imediata

Existem diversas maneiras de se considerar o comportamento não-linear do concreto. Para a avaliação da flecha imediata, em alguns casos, uma simples redução da rigidez EI já pode ser suficiente. Entretanto, não existem números, coeficientes ou divisores “mágicos”. Cada situação deve ser analisada cuidadosamente.

Assim, a NBR 6118-2003, em 17.3.2.1.1, recomenda a fórmula de Branson para a obtenção da rigidez equivalente na avaliação aproximada da flecha imediata, na qual é feita uma interpolação direta das rigidezes entre os estádios I e II puro, equação 5.10.

Deve-se ressaltar que o estágio II puro corresponde àquele em que a peça se encontra totalmente fissurada. Segundo (COVAS, 2004), o estágio II procura, na realidade, representar a "média" ou mesmo a "integração" entre os estádios I e II puro, existentes numa região da estrutura. CARVALHO E FIGUEIREDO (2004), acrescentam que este estágio tem as seguintes características:

- a distribuição das tensões de compressão no concreto é triangular;
- o concreto não trabalha à tração, sendo este esforço resistido apenas pela armadura presente abaixo da linha neutra;
- não ocorre escoamento do aço nem do concreto.

Desta forma, na equação 5.10, onde se lê  $I_{II}$ , deve-se se ter em mente que trata-se na realidade de  $I_{II0}$ , ou seja, estágio II puro. O estágio II (estado de fissuração) é caracterizado pela existência de regiões íntegras entre as fissuras (tension stiffening), figura 3.2.

$$(EI_{eq}) = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad \text{equação 5.10}$$

onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta do concreto;

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada do concreto no estágio II, calculado com

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}};$$

$M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Para o cálculo de  $I_c$ , deve-se levar em conta a existência da armadura, tendo-se em vista que o centro de rotação e a rigidez da seção são afetados pelo posicionamento da mesma. Desta forma, é necessário se fazer a homogeneização da seção, que consiste em considerar no lugar da área de aço existente  $A_s$ , uma área de concreto equivalente de área igual a  $\alpha_e A_s$ , onde  $\alpha_e$  é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

Em (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2004), encontram-se as formulações para o cálculo das características geométricas da seção homogeneizada, para seções transversais em “T”, no estágio I, reproduzidas abaixo:

- área da seção homogeneizada.

$$A_h = (b_f - b_w)h_f + b_w h + A_s (\alpha_e - 1) \quad \text{equação 5.11}$$

- ordenada do centro de gravidade, tendo como referencia a borda comprimida.

$$y_h = \frac{(b_f - b_w) \left( \frac{h_f^2}{2} \right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s (\alpha_e - 1) d}{A_h} \quad \text{equação 5.12}$$

- momento de inércia à flexão.

$$I_h = \frac{(b_f - b_w)h_f^3}{12} + \frac{b_w h^3}{12} + (b_f - b_w)h_f \left( y_h - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w h \left( y_h - \frac{h}{2} \right)^2 + A_s (\alpha_e - 1) (y_h - d)^2 \quad \text{equação 5.13}$$

Para se calcular o momento de inércia no estado II puro é preciso determinar a posição da linha neutra. Para isso, emprega-se uma formulação, encontrada em (CARVALHO, 1994), que no caso de uma seção em forma de “T”, é obtida através da seguinte equação de segundo grau:

$$a_1 x_{II}^2 + a_2 x_{II} + a_3 = 0 \quad \text{equação 5.14}$$

cuja solução é:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4.a_1.a_3}}{2.a_1} \quad \text{equação 5.15}$$

onde:

$$a_1 = \frac{b_w}{2}$$

$$a_2 = h_f.(b_f - b_w) + (\alpha_e - 1).A'_s + \alpha_e.A_s$$

$$a_3 = -d'.(\alpha_e - 1).A'_s - d.\alpha_e.A_s - \frac{h_f^2}{2}.(b_f - b_w)$$

sendo:

$A'$  a armadura de compressão e  $d'$  a distancia do centro de gravidade de  $A'$  até a borda comprimida de concreto.

É possível, agora se proceder o cálculo do momento de inércia do estádio II puro ( $I_{x,IIo}$ ), em relação à linha neutra, cuja posição  $x_{II}$  foi determinada, o que pode ser feito com as expressões encontradas em (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2004):

- para  $x_{II} < h_f$ , seção comprimida retangular.

$$I_{x,IIo} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad \text{equação 5.16}$$

- para  $x_{II} > h_f$ , seção comprimida em “T”.

$$I_{x,IIo} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \left( x_{II} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad \text{equação 5.17}$$

E, finalmente, com a inércia equivalente obtida, pode-se efetuar o cálculo da flecha imediata, atendendo-se a recomendação da NBR 6118-2003, para que se utilize a inércia da seção fissurada quando o momento atuante é maior que o momento de fissuração. Entretanto, é bom lembrar que nos cálculos acima não se considerou a variação do módulo de elasticidade com o tempo e nem se computou ainda a flecha diferida no tempo; outras não linearidades do concreto.

Com a adoção da formulação proposta por Branson, equação 5.10, o que se fez na verdade foi a consideração do diagrama momento-curvatura trilinear, ou seja, considerou-se a inércia do estágio I, para  $M_a < M_r$ , uma inércia média para  $M_r < M_a < M_y$  e uma outra inércia para  $M_y < M_a < M_u$ , onde  $M_a$ ,  $M_r$ ,  $M_y$  e  $M_u$  são respectivamente os momentos atuante, de fissuração, de plastificação e de ruptura, figura 5.11. Outras formulações, tais como àquelas recomendadas pelo CEB-90 ou CEB-158, encontradas em (CARVALHO, 1994), se usadas, conduzirão a resultados próximos.

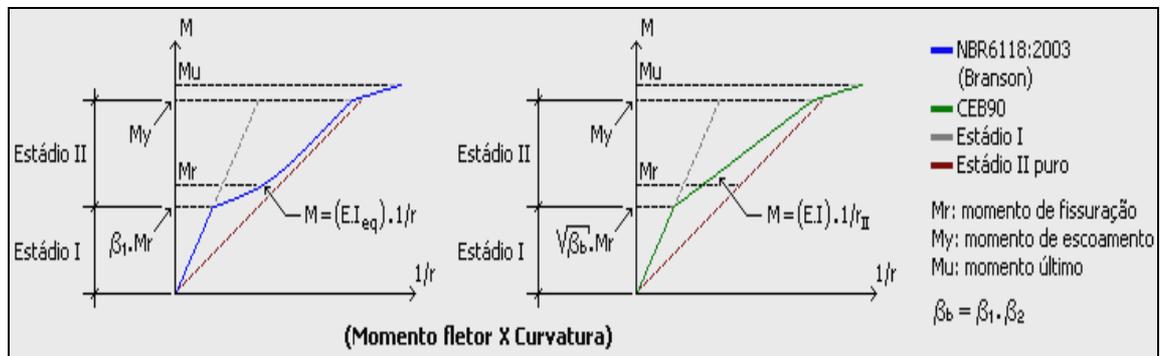


Figura 5.11 – momento-curvatura por BRANSON e CEB 90.  
(manual grelha TQS – versão 11.3).

Outra forma de considerar as não-linearidades do concreto na análise dos pavimentos foi proposta por (CARVALHO, 1994), através da adaptação do modelo de grelha para levar em conta os efeitos da fissuração e da fluência do concreto. CARVALHO adotou a relação momento-curvatura como lei constitutiva do material e utilizou a técnica do carregamento incremental.

Segundo (CARVALHO, 1994), o estado de deformação de seções transversais de concreto armado submetidas à flexão simples, fica definido pela equação

constitutiva do momento-curvatura, ou seja, partindo-se da relação geométrica que expressa a curvatura média de uma determinada seção (equação 5.18), relaciona-se as deformações específicas em função do momento, obtendo-se, portanto, a relação momento-curvatura.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}}{d} \quad \text{equação 5.18}$$

onde  $\varepsilon_{sm}$  e  $\varepsilon_{cm}$  representam respectivamente a deformação específica média do aço e do concreto na borda mais comprimida.

Ainda, segundo (CARVALHO, 1994), como nem sempre é fácil obter-se esta relação, podem ser usadas outras formas para se chegar à equação constitutiva. Uma possível é aquela onde se tenta relacionar diretamente o momento  $M$  com a curvatura  $1/r$ , a partir de modelos que consideram flexão simples pura atuando em um trecho da peça em que a seção está contida.

Obtido o diagrama momento-curvatura é possível definir a rigidez média  $E.I_m$  à flexão da peça, onde  $I_m$  pode ser calculado em função dos momentos de inércia nos estádios I e II puro (por exemplo, pela equação de BRANSON, dada em 5.10), ou definido indiretamente através da relação:

$$\frac{M}{E.I_m} = \frac{1}{r} \quad \text{equação 5.19}$$

(CARVALHO, 1994), propõe um programa computacional, onde os esforços e deslocamentos da grelha são obtidos pelo processo dos deslocamentos e para se levar em conta a fissuração, corrige-se a inércia a medida que a fissuração se propaga, através da técnica de submeter a estrutura a um carregamento incremental, de forma que em cada incremento de carga o comportamento da mesma seja linear. Este trabalho norteou a criação do modulo grelha não-linear do software TQS.

O carregamento incremental destaca-se entre as diversas técnicas para a resolução do problema de estruturas não lineares. Assim como a integração de uma função pode ser substituída por somatórios de integrais parciais, o carregamento de uma estrutura pode ser obtido pela soma de  $n$  etapas de carga. Ou melhor, é como se na figura 5.12 o arco fosse representado aproximadamente por diversos segmentos de reta. Quanto maior o número de segmentos adotados, maior será a precisão.

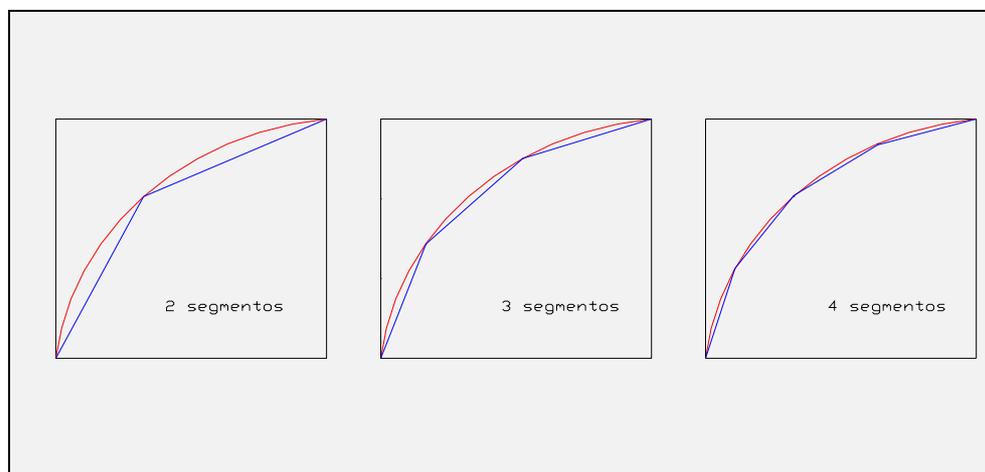


Figura 5.12 – representação de um arco por segmentos de reta.  
Manual grelha TQS – versão 11.3

Analogamente, o comportamento não-linear de uma estrutura pode então, ser representado por uma série de segmentos lineares sucessivos. Para isso, o carregamento total aplicado na estrutura é subdividido em  $N$  partes, que são comumente chamados de “incrementos de carga”. Entre cada um destes incrementos, o programa verifica a situação de cada uma das barras, isto é, se elas estão fissuradas ou íntegras, e corrige seus dados através de uma formulação coerente. É como se o programa tentasse caminhar sobre a curva não linear, ou seja, acompanhar o comportamento real de uma estrutura, (figuras 5.13, 5.14 e 5.15).

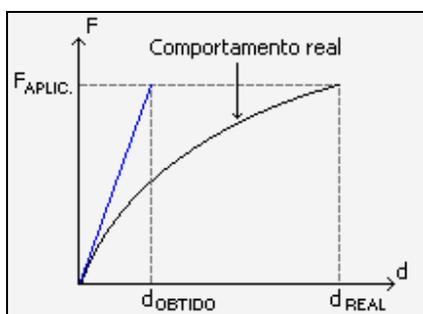


Figura 5.13 – 01 incremento de carga, comportamento linear.  
(manual grelha TQS – versão 11.3).

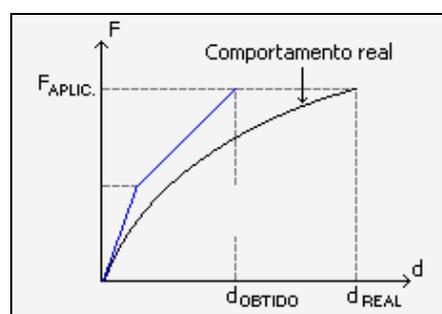


Figura 5.14 - 02 incrementos de carga  
(manual grelha TQS - versão 11.3).

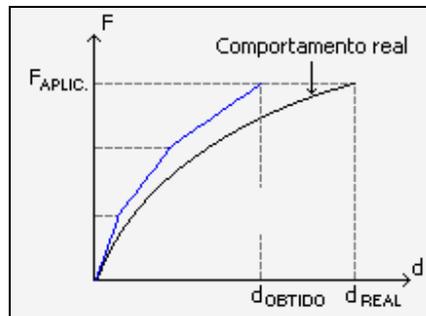


Figura 5.15 – várias etapas de carga.  
(manual grelha TQS – versão 11.3).

Como no caso do arco, quanto maior o número de segmentos, isto é, incrementos de carga, mais precisa será a análise. Se o número de incrementos adotado for muito pequeno, os resultados finais do processamento poderão ficar equivocados. Quando o número de incrementos de carga é igual a um, trata-se exatamente da análise linear tradicionalmente utilizada. Já se o número de incrementos for adequado, a estimativa da flecha final será bem mais próxima da real.

Uma primeira vantagem ao se fazer isto está na possibilidade de trabalhar em cada etapa, com a rigidez próxima da correta. Pode-se considerar que em cada etapa de carga há linearidade entre esforços e deslocamentos. O problema não linear passa assim, a ser resolvido de forma linear, ou seja, através de uma soma de parcelas lineares e à medida que a fissuração se propaga a rigidez em cada ponto do pavimento é corrigida.

Pode-se ainda, pela mesma técnica, considerar etapas de tempo em que a intensidade da carga permanece constante e o tempo varie, permitindo analisar a fluência do concreto.

### 5.5.2.2 Estimativa da flecha diferida no tempo

A NBR 6118-2003, em 17.3.2.1, quando trata da avaliação aproximada da flecha em vigas, afirma ser obrigatória a consideração do efeito da fluência e em 19.3.1, quando se refere ao dimensionamento e verificação de lajes no ELS, estabelece que devem ser usados os critérios de 17.3.2 (vigas), considerando a possibilidade de fissuração (estádio II). Assim, fica claro que a norma, além de considerar obrigatória a

estimativa da flecha em lajes devida à fluência, ainda indica a utilização dos mesmos critérios usados em vigas.

Segundo (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2004), fluência é o fenômeno em que surgem deformações ao longo do tempo em um corpo solicitado por tensão constante. Esse fenômeno é parcialmente reversível, ou seja, ao retirar o carregamento que originou a deformação, uma parcela dessa deformação total é restituída imediatamente, uma outra parte é restituída com o tempo e o restante se torna permanente. Segundo (SANTOS, 1983), fluência é o aumento ao longo do tempo das deformações relativas, sob tensões permanentes.

Além da fluência, pode contribuir para o aumento das deformações em estruturas de concreto a ocorrência do fenômeno da retração. Retração é a variação volumétrica que uma peça de concreto sofre ao longo do tempo, principalmente pela saída de água existente nos poros do mesmo. Geralmente, a parcela de deformação devida à retração é pequena e, portanto, desprezada na maioria dos cálculos. Segundo (SANTOS, 1983), retração é o encolhimento do concreto não carregado, ao longo do seu endurecimento.

As parcelas das deformações devidas à fluência podem ser caracterizadas por: deformação rápida, que ocorre nas primeiras 24 horas após a aplicação do carregamento e é irreversível, e deformação lenta, composta por uma parte reversível e outra irreversível.

Considera-se que as deformações de fluência sejam oriundas das ações permanentes. Porém, para calculá-las é utilizada a combinação quase permanente, pois em edificações, parte da carga acidental atua em um longo período da vida da mesma. A este respeito, (LARANJEIRAS, 2004) afirma: “a rigor, o carregamento que, por definição, gera deformação progressiva é o permanente. Mas em que consiste a parcela da carga variável que compõe o carregamento quase-permanente? Salvo engano, são aquelas cargas que permanecem atuantes por um longo tempo, quase-permanentes, como, por exemplo, as bancadas das cozinhas, os aparelhos sanitários, os armários de cozinha, os armários dos quartos, os móveis pesados como aquelas estantes que nunca saem do lugar, ou aquele sofá confortável, mas pesado, que só é mexido quando dá defeito. Tudo isso, se estivermos

falando de edifícios residenciais, ou, em termos técnicos, de 30% da carga variável. Se for uma biblioteca, por exemplo, tem aquelas estantes cheias de livro que estão sempre no mesmo lugar, e a norma prevê, nesses casos 60% da carga variável. Bom, se carga quase-permanente é isso que supunho acima, e se, portanto tem características de permanente, por longo tempo, então será lícito admitir que os efeitos que ela provoca são os mesmos efeitos que a permanente provocaria nesse mesmo intervalo de tempo”.

Nas peças de concreto, a armadura inibe a deformação do concreto ao longo do tempo, tanto na retração como na fluência. Em peças fletidas, a armadura é normalmente posicionada na região tracionada, em que a contribuição do concreto na resistência é pequena, sendo desprezada para efeito de cálculo; admite-se, assim, que não ocorre a fluência nessa região.

A NBR 6118-2003, 17.3.2.1.2, recomenda que a flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada, de maneira aproximada, pela multiplicação da flecha imediata por um fator  $\alpha$ , dado por:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad \text{equação 5.20}$$

em que:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d} \text{ - (o valor de } \rho' \text{ será ponderado no vão de maneira análoga ao cálculo de } I_{eq}\text{);}$$

$A'_s$  – área da armadura de compressão no trecho considerado;

$\xi$  - coeficiente função do tempo sendo  $\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$ ;

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 & \text{para } t \geq 70 \text{ meses} \end{cases}$$

$t$  – tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

$t_0$  – idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração; se as parcelas

de cargas de longa duração forem adotadas em idades variadas, então  $t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i}$ ;

$P_i$  – parcelas de carga;

$t_{0i}$  – idade (em meses) em que aplicou cada parcela  $P_i$ .

O valor da flecha total no tempo infinito ( $a_{t,\infty}$ ) será dado por:

$$a_{t,\infty} = a_{t,0} \cdot (1 + \alpha_f) \quad \text{equação 5.21}$$

onde:

$a_{t,0}$  - é a flecha imediata devida a cargas permanentes.

A NBR 6118-2003, ainda traz prescrições de caráter informativo no anexo A, que permitem que deformações específicas devidas à fluência e à retração possam ser calculadas mais precisamente.

Finalmente, segundo (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2004), pode-se afirmar que a deformação em peças fletidas devida ao efeito da fluência não deve ser desprezada, pois seu valor pode ser até o triplo do valor da deformação imediata, embora pela equação 6.18 se consiga obter no máximo o dobro.

Ensaio realizados por (ROGGE, 2003), apud (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2004), mostram que os resultados da expressão da norma brasileira subestimam as flechas diferidas de lajes pré-fabricadas unidirecionais de pequena altura (11 cm de altura), que na verdade têm um comportamento como uma série de vigas justapostas, como visto no capítulo 3.

Assim, deve-se ter bastante cuidado ao empregar a equação 5.20 na avaliação da parcela da flecha devida à fluência.

### 5.5.2.3 Comentários adicionais sobre a estimativa das flechas

#### a) *“As flechas não são calculadas, mas sim estimadas!”*.

Esta frase escrita por (KIMURA, 2004) em uma de suas mensagens para o grupo “comunidade TQS” na Internet, mereceu comentários interessantes de (LARANJEIRAS, 2004), que e embora, não tenham cunho científico para referência, achou-se conveniente reproduzi-los aqui, face ao seu conteúdo:

“Senti-me estimulado a tecer comentários em suporte à sensata declaração do colega Alio Kimura, segundo a qual, *“As flechas não são calculadas, mas sim estimadas!”*. De fato, são tantos os parâmetros de natureza aleatória que influem, independentemente uns dos outros, sobre o fenômeno das deformações dos pisos de

concreto armado, que é forçoso concordar com essa afirmação acima do colega Alio e também com a sua conclusão de que *"nenhuma exatidão pode ser cobrada das formulações atuais, por mais refinadas que sejam!"*. Esses parâmetros aleatórios estão associados à grandeza e variabilidade nas estruturas reais das características:

- a) dos materiais (deformabilidade, resistência, comportamento conjunto, retração, deformação lenta, etc.);
- b) das peças (dimensões, taxas e posições das armações, engastamentos, etc.);
- c) das ações (natureza, histórico, combinações, etc.).

O método de avaliação das flechas segundo a NBR 6118-2003 é de natureza determinística, ou melhor, dizendo, semideterminística, pois parte de valores representativos, com significados estatísticos, ressalte-se, diversos. Ao contrário do que os métodos determinísticos permitem supor, o comportamento real das peças - já que influenciado por muitos parâmetros aleatórios - é também, em consequência, um fenômeno de natureza aleatória, que está a exigir, pois, abordagens estatísticas e probabilísticas.

Isso significa dizer que mesmo ao utilizar métodos refinados de análise o resultado numérico deve ser visto, não como o valor que certamente será medido na estrutura real, mas sim como um valor associado a determinada probabilidade de ocorrência. Isso significa também dizer que por mais refinado que seja o método numérico (atual ou futuro), ele não altera a natureza aleatória do fenômeno, isto é, ele não é capaz de transformar em unívoco e determinado o que é apenas um valor provável.

Não é fácil, ao contrário, é muito difícil para todos nós que fomos educados na física determinística, nos métodos determinísticos de cálculo, passarmos de repente a pensar e a raciocinar em termos probabilísticos, e entendermos que a "minha" flecha (isto é, em nossa linguagem coloquial, a flecha de "minha" viga, sob o "meu" carregamento com o "meu" concreto) não é o valor exato da flecha a se realizar, mas sim apenas um valor associado a uma determinada expectativa de ocorrência.

Se me perguntarem qual é esse valor, qual é a probabilidade de, na estrutura real, ocorrerem valores mais desfavoráveis do que a flecha calculada segundo a NBR 6118, eu não saberei responder corretamente e duvido que, atualmente, alguém saiba. Sabemos

sim que, ao partir de valores característicos desfavoráveis das características dos materiais e das ações, seja qual for o método usado, deveremos obter valores desfavoráveis de flechas. A que quantil estatístico esse valor desfavorável corresponde ou deve corresponder, não sei responder. Mas julgo que essa resposta é importante e que deveria preceder a avaliação da confiabilidade dos métodos em uso.

As flechas reais têm uma variabilidade grande. A Norma Modelo **FIB 1990** indica que para concretos acima do C35, nos quais a variabilidade é menor, a variação da grandeza das flechas, em torno da média, é de 20% a 10%, para taxas de armação entre a mínima e a de 3%, respectivamente.

As flechas progressivas representam a maior parcela da flecha final, variando de 1,5 a 4 vezes a flecha imediata. Pois bem, um estudo de campo feito na Alemanha, nos idos de 1963, pelo qual foram acompanhadas as deformações reais de nove estruturas de piso diversas, ao longo de três anos após a construção, identificou que, nessas estruturas, a parcela da flecha progressiva na deformação final (obtida por extrapolação) só atingiu 40% do previsto pelas expressões teóricas. Esses resultados sugerem que as sofisticadas expressões ainda hoje preconizadas para cálculo dos coeficientes de fluência e de retração, inteiramente baseadas em ensaios de laboratório, necessitam ser melhor aferidas nas estruturas reais.

*"As flechas não são calculadas, mas sim estimadas",* como bem afirmou Alio. E permanecerão assim pela sua própria natureza e variabilidade."

#### **b) Estimativa das flechas - NBR 6118-2003 x NBR 6118-1980.**

Da mesma forma que o item anterior, esta também é uma mensagem que circulou no grupo "comunidade TQS" e novamente contou com os comentários de (LARANJEIRAS, 2004):

"Prezado Santini, V. observou com muita propriedade que a nova NBR 6118, na verificação dos deslocamentos para o efeito de "aceitabilidade sensorial", se comparada com a norma anterior, aumentou o valor limite do deslocamento e diminuiu o valor do carregamento, tornando-se assim, aparentemente, mais permissiva.

Em princípio, penso que não se deveria considerar estranho que a nova versão de uma Norma fosse mais permissiva do que a sua correspondente anterior, pelo contrário. Realmente, as Normas têm um caráter restritivo, na tarefa - como bem disse certa feita o Prof. Hardy Cross - de proteger o usuário contra os projetistas incompetentes e insensatos. À medida que os resultados de pesquisa e a prática demonstram a possibilidade segura de maiores permissividades e tolerâncias, a Norma torna-se menos restritiva. Como bem salientou nosso colega Rui Travanca em uma de suas primorosas msgs: *desse modo, as Normas estarão sempre aquém do conhecimento atualizado* (estou reproduzindo o pensamento do Rui com minhas próprias palavras). Portanto, com base nesse argumento, eu penso que é isso mesmo.

A nova norma pode, possivelmente, estar avançando e restringindo menos, tornando-se mais permissiva e, ao mesmo tempo, protegendo seguramente os usuários das edificações.

Se compararmos o cálculo das flechas imediatas das vigas em edifícios residenciais pelas normas de 2003 e de 1980, e se considerarmos, por hipótese, que, nesses casos, a carga permanente  $g$  é cerca de 70% da carga total  $p=(g+q)$ , tem-se que:

1) Carregamento a considerar:

-*NBR atual*: quase-permanente:  $g+0,3q = 0,7p+0,3.0,3.p = 0,79p$

-*NBR anterior*: total:  $g+q = p$

Logo, conclui-se que, pela Norma atual, o carregamento seria cerca de 79% do correspondente à Norma anterior. Se dependessem só do valor do carregamento, as flechas imediatas pela norma atual, para efeito da verificação acima mencionada, seriam, conseqüentemente, 79% das flechas calculadas pela NBR de 1980.

2) Módulo de elasticidade para concreto C20 a considerar:

-*NBR atual*:  $E_c = 21 \text{ GPa}$

-*NBR anterior*:  $E_c = 29 \text{ GPa}$

Vê-se que, pela norma atual, o módulo de elasticidade é 73% do  $E_c$  da Norma anterior. Portanto, se a flecha imediata dependesse apenas de  $E_c$ , o seu valor pela Norma atual seria  $1/0,73=1,36$  vezes o valor calculado pela anterior.

Bem, como as flechas imediatas dependem (diretamente) de  $p$  e (inversamente) de  $E_c$ , então temos que, pela norma atual, considerados apenas esses dois parâmetros, as flechas imediatas pela norma atual serão igual a  $0,79.1,36 = 1,07$  vezes as calculadas pela norma anterior. Portanto, ao contrário até do que se supunha, a flecha pela norma atual pode ser maior do que a flecha pela norma anterior, apesar de utilizar um carregamento menor.

Se passarmos das vigas para as lajes, essa diferença pode ser ainda maior, pois enquanto a NBR atual manda reduzir a inércia com a fissuração, o que conduz a flechas maiores, a norma anterior permite desconsiderar essa influência desfavorável, calculando as lajes sempre no estágio I (seção bruta).

O limite das flechas tornou-se de fato mais permissivo, pois passou de  $1/300$  na NBR anterior para  $1/250$  na atual. Mas, é bom lembrar que, em muitos casos, a verificação pela nova NBR se dará entre flechas de maior valor com limites mais permissivos, e não estará havendo, na realidade, muita alteração prática entre os dois regulamentos.

A não linearidade no cálculo das flechas está incluída em ambas as normas através do cálculo da inércia. A norma antiga adota para as vigas uma variação de rigidez bilinear, com inércia bruta até a fissuração e inércia no estágio II após a fissuração. A norma atual adota aquela expressão exponencial do Branson que está no item 17.3.2.1.1.”

#### 5.5.2.4 Exemplo aplicativo sobre estimativa da flecha

Voltando-se ao exemplo apresentado em 5.2.1, cuja seção transversal está detalhada na figura 5.1, será feita a estimativa da flecha total utilizando as recomendações da NBR 6118-2003 e em seguida, com o software TQS.

##### 5.5.2.4.1 Estimativa da flecha imediata – NBR 6118-2003.

- a) Cálculo do momento de inércia no estágio I – seção homogeneizada  
a.1) Cálculo da área da seção homogeneizada:

$$A_h = (b_f - b_w)h_f + b_w h + A_s (\alpha_e - 1) = (50 - 10)4 + 10.16 + 2,05(9,87 - 1) \cong 3,38.10^{-2} m^2$$

a.2) Cálculo do centro de gravidade da seção homogeneizada:

$$y_h = \frac{(b_f - b_w) \left( \frac{h_f^2}{2} \right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s (\alpha_e - 1) d}{A_h} = \frac{40.8 + 1280 + 2,05 \cdot 8,87 \cdot 14}{338,18} = 5,48 \cdot 10^{-2} m$$

a.3) Cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada

$$I_h = \frac{(b_f - b_w) h_f^3}{12} + \frac{b_w h^3}{12} + (b_f - b_w) h_f \cdot \left( y_h - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left( y_h - \frac{h}{2} \right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) (y_h - d)^2$$

$$\therefore I_h = \frac{40.4^3}{12} + \frac{10.16^3}{12} + 160(5,48 - 2)^2 + 160.(5,48 - 8)^2 + 2,05 \cdot 8,87 \cdot (5,48 - 14)^2 \cong 7900 cm^4$$

b) Cálculo do momento de fissuração

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

onde:

$$\alpha = 1,2 \text{ (seção T);}$$

$$f_{ct} = f_{ct,inf} = 0,7 f_{ct,m} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 20^{2/3} \cong 1,55 MPa = 1550 kN / m^2$$

$$y_t = d - y_h = 0,14 - 0,0548 \cong 0,085 m$$

$$\therefore M_r = \frac{1,2 \cdot 1550 \cdot 7,9 \cdot 10^{-5}}{0,085} \cong 1,73 kN \cdot m$$

c) Cálculo do momento atuante na seção

- combinação quase-permanente:

$$p = (g_1 + g_2 + g_3 + 0,3 \cdot q) \cdot 0,5 = (3,59 + 0,3 \cdot 1,5) \cdot 0,5 = 2,02 kN / m / nerv.$$

$$M_a = \frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{2,02 \cdot 5,60^2}{8} \cong 7,92 kN \cdot m$$

d) Cálculo do momento de inércia da seção fissurada -  $I_{II0}$

d.1) cálculo do módulo de elasticidade secante  $E_{cs}$

$$E_{cs} = 4760\sqrt{f_{ck}} = 4760\sqrt{20} \cong 21287 \text{ MPa} = 21287 \times 10^3 \text{ kN/m}^2$$

d.2) cálculo de  $\alpha_e$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{21287} \cong 9,865$$

d.1) determinação da posição linha neutra

$$-a_1 x_{II}^2 + a_2 x_{II} + a_3 = 0, \text{ sendo } x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

onde:

$$a_1 = \frac{b_w}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s = 4 \cdot 40 + 9,865 \cdot 2,05 \cong 180,22 \text{ cm}$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) = -14 \cdot 9,865 \cdot 2,05 - \frac{4^2}{2} \cdot 40 \cong -603,13 \text{ cm}$$

$$\therefore x_{II} = \frac{-180,22 \pm \sqrt{(180,22)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-603,13)}}{2 \cdot 5} = \frac{-180,22 \pm 211,05}{10} \cong 3,08 \text{ cm} < h_f$$

d.2) cálculo de  $I_{II0}$

$$I_{II0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 = \frac{50 \cdot 3,08^3}{3} + 9,865 \cdot 2,05 \cdot (3,08 - 14)^2 \cong 2898,5 \text{ cm}^4 \cong 2,9 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

e) cálculo da inércia no estágio II, usando a equação de Branson.

$$(EI_{eq}) = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c$$

$$\begin{aligned} \therefore I_m &= \left(\frac{1,73}{7,92}\right)^3 \cdot 7900 + \left[1 - \left(\frac{1,73}{7,92}\right)^3\right] \cdot 2898,5 \cong \\ &\cong 82,34 + 0,987 \cdot 2,9 \cdot 10^{-5} \cong 2951 \text{cm}^4 \end{aligned}$$

e) cálculo da flecha imediata

$$a_i = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot E_{cs} \cdot I_m} = \frac{5 \cdot 2,02 \cdot 5,6^4}{384 \cdot 21287 \cdot 10^3 \cdot 2,95 \cdot 10^{-5}} \cong 0,041 \text{m} = 4,10 \text{cm}$$

#### 5.5.2.4.2 Estimativa da flecha diferida no tempo – efeito da fluência

##### a.1) tempo $t_0$

- A idade em meses relativa à data de aplicação da carga de longa duração é calculada ponderando-se as idades de quando ocorrerão, efetivamente, a ação de cada parcela, através da expressão:

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i};$$

Supondo-se que:

$g_1 = 2,39 \text{kN/m}^2$ , parcela correspondente ao peso próprio, será aplicada aos 14 dias (retirada do escoramento);

$g_2 = 1,0 \text{kN/m}^2$ , parcela correspondente à pavimentação, será aplicada aos 60 dias;

$g_3 = 0,2 \text{kN/m}^2$ , parcela correspondente ao revestimento do teto, será aplicada aos 60 dias;

$0,3q = 0,45 \text{kN/m}^2$ , parcela da carga acidental considerada permanente, será aplicada aos 90 dias;

$$\therefore t_0 = \frac{2,39 \cdot \frac{14}{30} + 1,0 \cdot \frac{60}{30} + 0,2 \cdot \frac{60}{30} + 0,45 \cdot \frac{90}{30}}{4,04} \cong 1,20 \text{meses}$$

##### a.2) cálculo de $\Delta \xi$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0),$$

onde:

$$\xi(t) = 2, \text{ para } t > 70 \text{ meses};$$

$$\xi(t_0) = 0,68.0,996^t \cdot t^{0,32} = 0,68.0,996^{1,2} \cdot 1,2^{0,32} \cong 0,72$$

$$\Delta\xi = 2 - 0,72 = 1,28$$

a.3) cálculo do coeficiente de fluência  $\alpha_f$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'}, \text{ neste caso } \rho' = 0, \text{ face a não existência de armadura comprimida};$$

$$\alpha_f = \frac{1,28}{1 + 0} = 1,28$$

#### 5.5.2.4.3 estimativa da flecha total – NBR 6118-2003

$$a_{t,\infty} = a_i(1 + \alpha_f) = 4,10(1 + 1,28) = 4,10 \cdot 2,28 \cong 9,35 \text{ cm}$$

portanto, observa-se que a fluência majora a flecha imediata em 128%.

#### 5.5.2.4.4 verificação quanto ao estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF)

Pela tabela 13.2 da NBR 6118-2003, o deslocamento máximo admissível é:  $\frac{l}{250}$

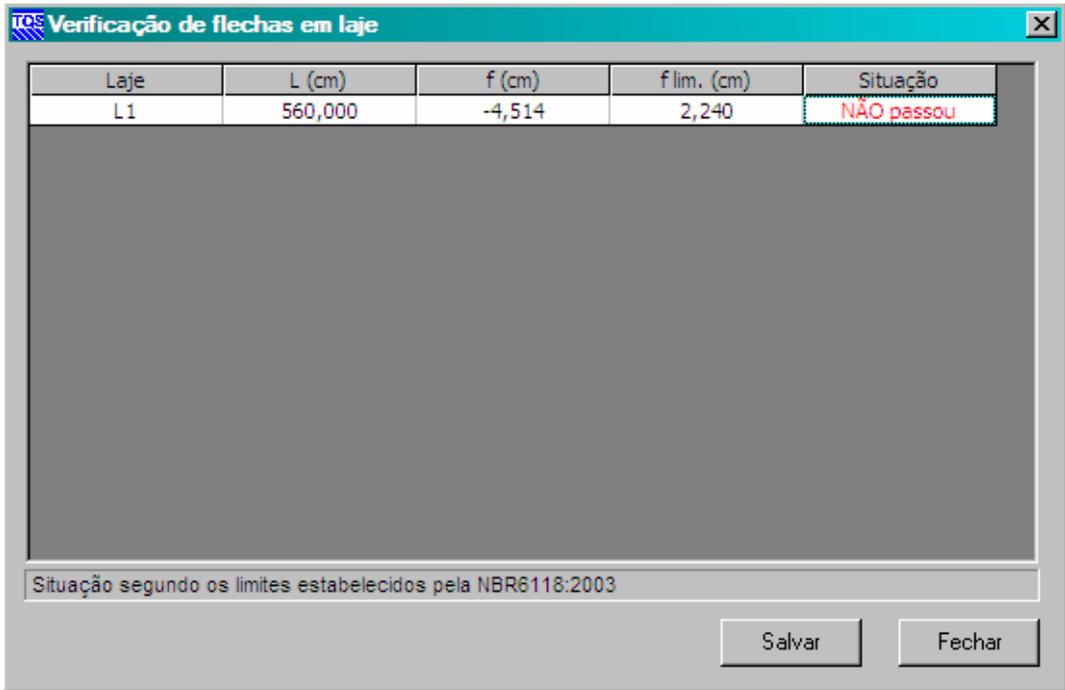
$\frac{l}{250} = \frac{560}{250} = 2,24 < 9,35 \text{ cm}$ , portanto, a condição de deslocamento limite não estaria atendida.

Como solução, pode-se pensar em:

- a) aumentar a altura da laje;
- b) aumentar o valor de  $f_{ck}$ ;
- c) armar a laje em duas direções, (laje bidirecional).

#### 5.5.2.4.5 estimativa da flecha total com o software TQS.

O software TQS apresenta um modulo de programa, chamado grelha não linear que, automaticamente, faz a análise não linear, fornecendo como resultado a flecha total. Neste exemplo, o resultado da flecha, após 20 incrementos de carga foi de 4,93 cm >2,24, portanto, maior que a flecha limite, confirmando o resultado anterior. As figuras seguintes são auto-explicativas e podem dar uma boa visão da análise feita pelo software.



Laje	L (cm)	f (cm)	f lim. (cm)	Situação
L1	560,000	-4,514	2,240	NÃO passou

Situação segundo os limites estabelecidos pela NBR6118:2003

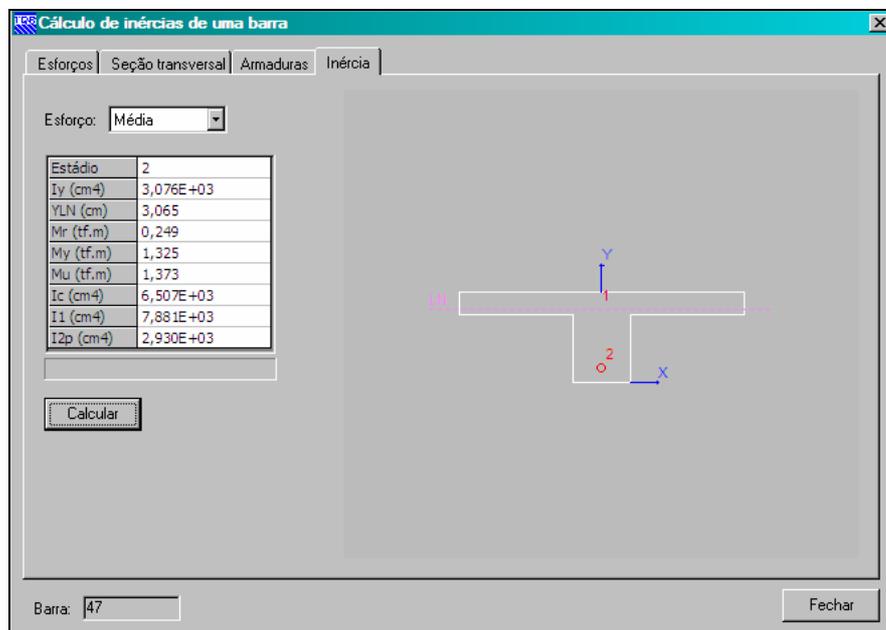
Salvar Fechar

Figura 5.16 – verificação da flecha, cálculo não-linear. Combinação quase-permanente. (grelha não-linear TQS – versão 11.3).



Viga	Vão	L (cm)	f (cm)	f lim. (cm)	Situação
V1	1	570,000	-0,956	2,280	Passou
V2	1	570,000	-0,956	2,280	Passou
V3	1	550,000	-0,155	2,200	Passou
V4	1	550,000	-0,155	2,200	Passou

Figura 5.17 – flecha das vigas do contorno.  
(grelha não-linear TQS – versão 11.3).



Esforços | Seção transversal | Armaduras | Inércia

Esforço: Média

Estádio	2
Iy (cm <sup>4</sup> )	3,076E+03
YLN (cm)	3,065
Mr (tf.m)	0,249
My (tf.m)	1,325
Mu (tf.m)	1,373
Ic (cm <sup>4</sup> )	6,507E+03
I1 (cm <sup>4</sup> )	7,881E+03
I2p (cm <sup>4</sup> )	2,930E+03

Calcula

Barra: 47

Figura 5.18 – características geométricas da seção da barra 47.  
(grelha não-linear TQS – versão 11.3).

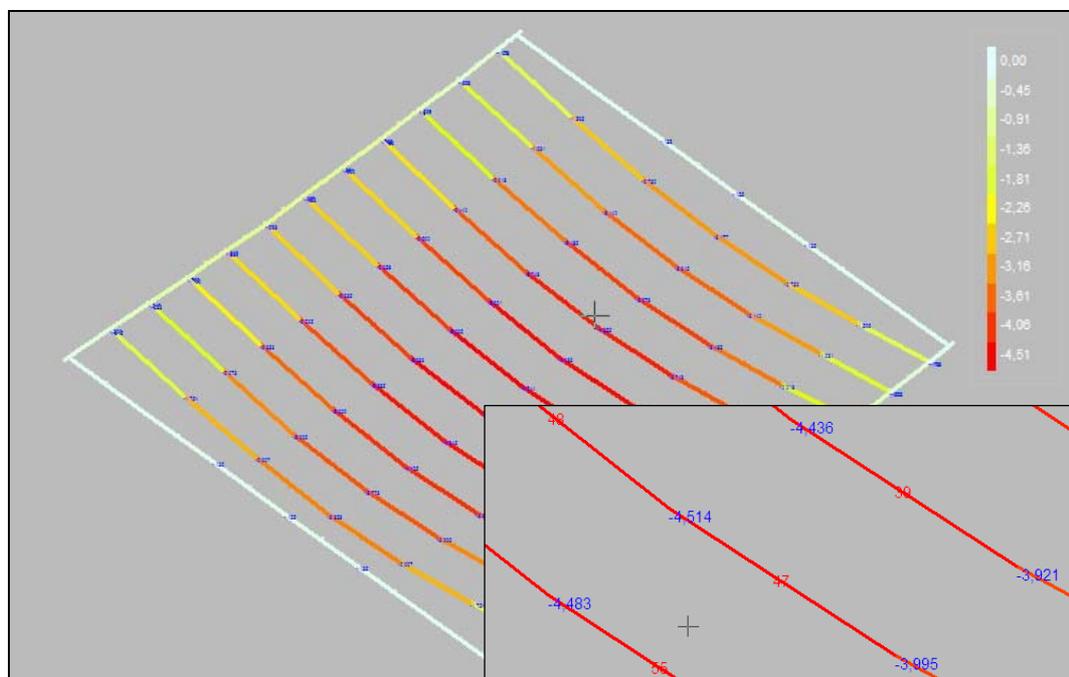


Figura 5.19 – vista espacial da grelha deformada.  
(grelha não-linear TQS – versão 11.3).

#### 5.5.2.4.5 comentários dos resultados

O quadro comparativo, figura 5.20, mostra os resultados obtidos com o cálculo manual e com o software TQS.

Pode-se observar que os valores encontrados para as características geométricas das seções e para o momento último, estão muito próximos. Entretanto, o mesmo não se pode afirmar com relação aos momentos de fissuração e momentos atuantes na seção para as combinações quase-permanentes e freqüentes.

Observa-se também que as inércias do estágio II, calculadas por Branson, são muito menores que a da seção homogeneizada do estágio I. A laje se encontra bastante fissurada, já próxima ao estágio II puro.

Desta forma, as flechas obtidas são excessivas e esta laje não atende aos limites estabelecidos pela NBR 6118:2003, nem mesmo com a utilização do recurso da contraflecha.

Observa-se ainda que as deformações obtidas com o software TQS, que utiliza a técnica do carregamento incremental, são bem menores do que aquelas obtidas manualmente. Embora não se possa generalizar apenas com este exemplo, intuitivamente, percebe-se que os valores encontrados são mais realistas.

QUADRO COMPARATIVO DOS RESULTADOS DO EXEMPLO					
	unidades	Laje pré-moldada - simplesmente apoiada vão de 5,60m			
		Cálculo Manual		Cálculo com TQS	
Momento Último	kN.m	13,98		13,73	
Momento de Plastificação	kN.m			13,25	
Momento de Fissuração	kN.m	1,73		2,49	
Momento atuante - ELS - CQP	kN.m	7,92		5,99	
Momento atuante - ELS - CF	kN.m	8,21		6,26	
posição da linha neutra	cm	3,08		3,07	
Inércia Estádio I-seção homogeneizada	cm <sup>4</sup>	7900		7881	
Inércia Estádio II Puro	cm <sup>4</sup>	2899		2930	
Inércia calculada - estádio II - Branson	cm <sup>4</sup>	2951		3078	
Estádio em que a seção se encontra		2		2	
Modulo de Elasticidade	kN/m <sup>2</sup>	21287.10 <sup>3</sup>		21287.10 <sup>3</sup>	
Combinações		Flechas			
		não-linear	não-linear	linear	não-linear
		sem fluência	com fluência		com fluência
somente peso próprio	cm			1,37	
somente cargas permanentes	cm			0,65	
somente cargas acidentais	cm			0,81	
peso próprio + permanente	cm			2,02	
combinação quase-permanente (CQP)	cm	<b>4,10</b>	<b>9,35</b>	<b>2,27</b>	<b>4,51</b>
combinação freqüente (CF)	cm			2,35	4,75
flecha limite l/250	cm	2,24	2,24	2,24	2,24
contraflecha limite l/350	cm	1,60	1,60	1,60	1,60
armaduras	cm <sup>2</sup>	2,17		1,98	

Figura 5.20 – quadro comparativo de resultados

### 5.5.3 estado limite de fissuração

Segundo a NBR 6118-2003, 13.4.1, a fissuração em elementos estruturais de concreto armado é inevitável, devido à grande variabilidade e à baixa resistência do

concreto à tração; mesmo sob as ações de serviço, valores críticos de tensões de tração são atingidos.

(CARVALHO E FIGUEIREDO, 2004), afirmam que a fissuração excessiva de uma peça em concreto armado pode comprometer significativamente sua durabilidade. Embora não seja causa única, ou condição necessária, pode-se dizer que quando da sua ocorrência há grande risco de haver uma degradação rápida do concreto superficial e da armadura. Diversos fatores tais como: porosidade do concreto, cobrimento insuficiente da armadura, presença de produtos químicos, agentes agressivos etc., contribuem ou podem ser até determinantes na durabilidade da estrutura. Outras causas, como a retração plástica ou térmica e expansão devida às reações químicas internas do concreto, nas primeiras idades, também podem provocar um estado de fissuração inaceitável e, portanto, essas fissuras devem ser evitadas ou limitadas através de cuidados tecnológicos, especialmente na definição do traço do concreto e nos cuidados de cura do mesmo.

A NBR 6118-2003, em 3.2, estabelece dois estados limites em serviço que devem ser verificados. O primeiro, estado em que se inicia a formação de fissuras e é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a  $f_{ct,f}$ . Denominado estado de formação de fissuras (ELS-F), pode ser controlado com um bom detalhamento das armaduras na seção transversal, visando-se evitar que a peça sofra fissurações excessivas devidas à flexão.

O segundo, estado limite de abertura das fissuras (ELS-W), é o estado limite em que se busca controlar a abertura máxima das fissuras, não superando os valores máximos especificados na NBR 6118-2003, 13.4.2, com o objetivo de se obter um bom desempenho relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e à aceitabilidade sensorial dos usuários. Nas estruturas usuais, este último tem interesse maior.

#### **5.5.3.1 estado limite de abertura de fissuras (ELS-W)**

Para a verificação das lajes a NBR 6118-2003, 19.3.2, recomenda a utilização dos critérios dados em 17.3.3, que procura avaliar os valores limites da abertura de fissuras. Esses valores limites são estabelecidos em 13.4, aqui reproduzidos parcialmente na tabela 5.1.

TABELA 5.1 Abertura máxima das fissuras características ( $w_k$ ) em função da classe agressividade ambiental (CAA) sempre considerando a combinação freqüente.

Elemento	classe de agressividade ambiental			
	I	II	III	IV
concreto armado	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm

Em 13.4.2, a NBR 6118-2003 afirma que se a abertura máxima característica  $w_k$  das fissuras, não exceder valores da ordem de 0,2 a 0,4 mm, sob ação das combinações freqüentes, não tem importância significativa na corrosão das armaduras passivas e que os valores limites da tabela 5.1, devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas, face ao estágio atual dos conhecimentos e da alta variabilidade das grandezas envolvidas. Embora as estimativas de aberturas de fissuras feitas através das expressões 5.22 e 5.23, dadas em 17.3.3.2, devam respeitar esses limites, não se deve esperar que as aberturas de fissuras reais correspondam estritamente aos valores estimados, isto é, fissuras reais podem eventualmente ultrapassar esses limites.

A verificação da segurança, em relação aos estados limites de abertura de fissuras deve ser feita avaliando-se o valor da abertura conforme as equações seguintes:

$$w = \text{menor entre} \begin{cases} \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} & \text{equação 5.22} \\ \frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_i)} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) & \text{equação 5.23} \end{cases}$$

onde:

- $A_{cri}$  é a área da região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$ ;
- $E_{si}$  é o módulo de elasticidade do aço da barra  $\phi_i$  considerada;
- $\phi_i$  é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
- $\rho_{ri}$  é a taxa de armadura passiva em relação a área da região de envolvimento;

- $\eta_i$  é o coeficiente de conformação superficial da armadura passiva considerada, e vale 1,0 para barras lisas (CA-25), 1,4 para barras entalhadas (CA-60) e 2,25 para barras de alta aderência (CA-50).
- $f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$  é a resistência média do concreto à tração;
- $\sigma_{si}$  é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II, com  $\alpha_e = 15$ .

Para cada elemento ou grupo de elementos da armadura passiva, que controla a fissuração da peça, considera-se uma área  $A_{cri}$  do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de  $7,0 \phi$  do contorno do elemento da armadura, figura 5.20.

Para se evitar o cálculo no estágio II pode-se, a favor da segurança, considerar de maneira simplificada a tensão na armadura como sendo dada por (considera-se uma relação linear):

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{1,4} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4q}{g_1 + g_2 + q} = \frac{f_{yk}}{1,15 \times 1,4} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4q}{g_1 + g_2 + q} \quad \text{equação 5.24}$$

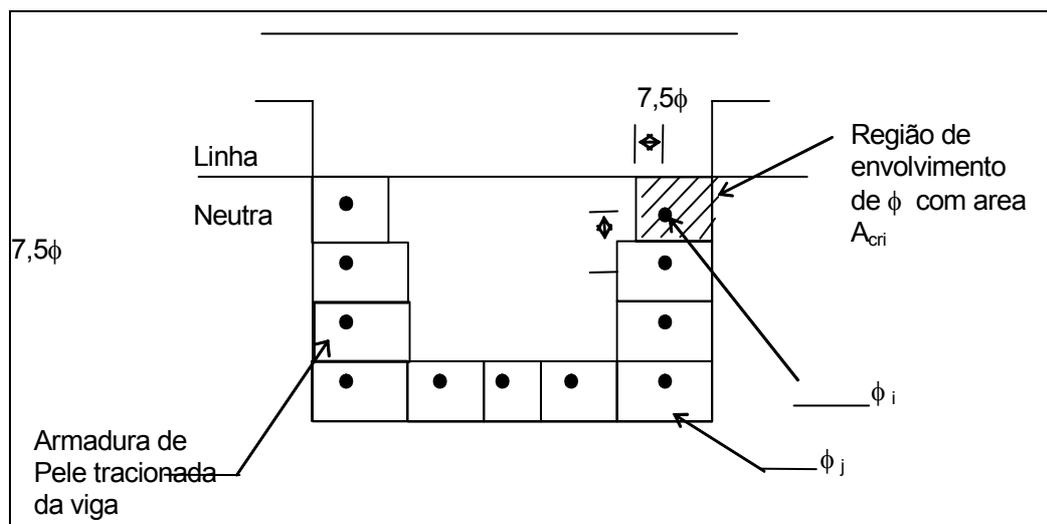


Figura 5.21 - concreto de envolvimento da armadura.(NBR 6118-2003).

### 5.5.3.2 controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras

A peça atenderá ao estado limite de fissuração sem a avaliação da grandeza da abertura da fissura, quando determinadas condições de cobrimento, diâmetro e taxa de armadura forem respeitadas. Admite-se que a estrutura terá um bom desempenho (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado) quando as restrições da tabela 5.2 (tabela 17.2, NBR 6118-2003), quanto ao diâmetro  $\phi_{\max}$  e ao espaçamento máximo  $s_{\max}$ , forem atendidas e respeitadas as armaduras mínimas. A tensão  $\sigma_s$  deverá ser determinada no Estádio II.

TABELA 5.2 - Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência. (NBR 6118-2003).

tensão na barra (MPa)	valores máximos	
	concreto sem armaduras ativas	
	$\phi_{\max}$ (mm)	$s_{\max}$ (cm)
160	32	30
200	25	25
240	16	20
280	12,5	15
320	10	10
360	8	6

### 5.5.3.3 estimativa do limite de abertura de fissuras - exemplo de aplicação

Voltando à laje apresentada em 5.2.1, cujo dimensionamento e verificações vêm, paulatinamente sendo feitas, estimar-se-á o tamanho da abertura  $w_k$  das fissuras, através das expressões da NBR 6118-2003, que deverá ser comparado com o limite de abertura máxima dado na tabela 5.1.

#### a. cálculo do carregamento devido à combinação freqüente

$$g_1 + g_2 + g_3 + 0,4q = 2,39 + 1,0 + 0,2 + 0,4 \cdot 1,5 = 4,19 \text{ kN/m}^2$$

#### b. características geométricas da seção (obtidas em 5.5.2.4.1)

$$\alpha_e = 9,865 \quad y_h = 5,48 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad x_{II} = 3,08 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad I_{II0} = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

**c. cálculo do momento atuante máximo**

$$M_{at} = \frac{pl^2}{8} = \frac{0,50 \cdot 4,19 \cdot 5,60^2}{8} \cong 8,21 \text{ kN.m}$$

**d. cálculo da tensão  $\sigma_{si}$  na armadura**

$$\sigma_{si} = \frac{M_{at}}{I_{Ilo}} y_{si} \cdot \alpha_e, \text{ onde } y_{si} \text{ é a distância da armadura até a linha neutra}$$

$$y_i = 16 - 1,5 - 3,08 - 1,27/2 = 10,79 \text{ cm}$$

$$\sigma_{si} = \frac{8,21}{2,9 \cdot 10^{-5}} \cdot 10,79 \cdot 10^{-2} \cdot 9,865 \cong 301345 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 301,35 \text{ MPa}$$

**e. cálculo da taxa de armadura  $\rho_{ri}$** 

Considerando-se que  $A_{cr}$  é a área formada por um retângulo de  $2,75 \times 10,88 \text{ cm}$ , então:

$$\rho_{cr} \cong \frac{1,27}{29,92} = 4,2 \cdot 10^{-2}$$

**f. cálculo de  $w$** 

- equação 5.22

$$w = \frac{12,7}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{301,35}{210000} \cdot \frac{3 \cdot 301,35}{2,21} \cong 0,26 \text{ mm}$$

- equação 5.23

$$w = \frac{12,7}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{301,35}{210000} \left( \frac{4}{4,2 \cdot 10^{-2}} + 45 \right) \cong 0,09 \text{ mm}$$

**g. limite de abertura de fissuras**

A NBR 6118 estabelece que o limite máximo para abertura de fissuras para a classe de agressividade ambiental I é  $w_k \leq 0,4\text{mm}$  (tab. 5.1). Como os valores obtidos pelas equações 5.22 e 5.23 são menores, conclui-se que a fissuração não é nociva.

Observa-se que  $w$  é o menor valor obtido das equações 5.22 e 5.23, neste caso 0,09mm. Observa-se também que o valor de  $w$  obtido com a equação 5.22 já havia atendido ao limite máximo, sendo portanto, desnecessária a verificação da equação 5.23.

**5.5.4 estado limite de vibrações excessivas – ELS-VE**

À medida que as peças de concreto tornam-se mais esbeltas e mais leves e, conseqüentemente menos rígidas, ficam mais suscetíveis às vibrações, podendo ocorrer estados limites de serviço e estados limites últimos por vibração excessiva ou por fadiga dos materiais.

Os elementos pré-moldados que constituem os pavimentos são mais suscetíveis ao carregamento dinâmico. Segundo ALMEIDA et al. (2004), a influencia das rigidezes das ligações, as pequenas espessuras e à medida que crescem os vãos, as vibrações podem se tornar preponderantes em seu dimensionamento.

As vibrações nos pisos podem ser causadas por pessoas, através das atividades de caminhada, aeróbica, por equipamentos industriais, abalos sísmicos, ou ainda pelas atividades sincronizadas em estádios, ginásios, salas de dança, etc...

Essa movimentação da estrutura pode gerar grande desconforto aos usuários ou mesmo levar a estrutura a um limite inaceitável de utilização. É comum deparar-se com edificações concebidas para um determinado uso que ao longo de sua vida útil sofrem mudanças de uso, sem que qualquer providencia de natureza técnica seja tomada pelos poderes públicos municipais, a quem cabe única e exclusivamente, a responsabilidade pela emissão dos alvarás de funcionamento, que em grande parte dos nossos municípios não se encontram vinculados aos órgãos técnicos, mas se limitam apenas e tão somente às medidas de caráter administrativo.

#### 5.5.4.1 Metodologia de análise

Quando a frequência natural de uma estrutura for aproximadamente igual à frequência de sua fonte de excitação, pode ocorrer o fenômeno da ressonância. Nesta situação, as deflexões da estrutura crescem significativamente e o movimento torna-se perceptível, e as vezes incômodo.

De acordo com ALMEIDA et al. (2004), um dos seguintes procedimentos pode ser adotado para verificação deste estado limite:

a) Análise dinâmica completa

Implica em permitir qualquer estado de excitação, seja a situação de ressonância ou não, e realizar a análise elaborando um modelo para a estrutura que considere as ações como dinâmicas, calculando as suas respostas, variáveis ao longo do tempo. Por fim, comparam-se os resultados finais (deslocamentos, velocidades e acelerações) com limites estabelecidos em normas; por exemplo, o boletim CEB-209 (1991).

b) Método do ajuste da frequência

Implica em evitar a situação de ressonância pela modificação das frequências naturais da estrutura, via de regra, majorando-as. Para isto, devem-se alterar suas características de massa ou rigidez. Em geral, aumentam-se as dimensões das seções transversais dos elementos estruturais, ou criam-se mais apoios, enrijecendo o sistema.

c) Uso de Amortecedores

Implica em alterarem-se as características de amortecimento da estrutura, o que reduzirá as amplitudes de vibração na condição de ressonância pelo aumento da energia que pode ser absorvida pelo próprio sistema. Isto é conseguido com a inclusão de dispositivos especiais como os amortecedores viscos-elásticos ou massas adicionais de frequência ajustadas.

A NBR 6118, em 23.3, para o caso das estruturas usuais, permite que a análise das vibrações possa ser feita em regime linear, através do método de ajuste de frequência, recomendando o afastamento máximo possível entre a frequência natural de vibração da estrutura ( $f$ ), e a frequência crítica ( $f_{crit}$ ), sendo esta última dependente do uso da

edificação. Desta forma, estabelece que  $f > 1,2 f_{crit}$ , onde, na falta de valores determinados experimentalmente, pode-se adotar os valores da tabela 23.1 para  $f_{crit}$ .

Entretanto, a NBR-6118, não recomenda nenhum modelo para a estimativa da frequência natural de vibração, mas sugere em 11.8.3.1 que seja utilizada a combinação freqüente na análise do estado de limite de serviço de vibrações excessivas.

#### 5.5.4.2 estimativa da frequência natural

Segundo Gerges (1992), todas as estruturas ou seus elementos tem uma série de frequências naturais de vibrações, isto é, se elas são excitadas, vibram. O elemento mais simples para análise de vibrações, consiste de uma massa  $m$  (kg) suspensa sobre uma mola de rigidez  $k$  (N/m). Se a massa é deslocada e liberada, ela oscilará em uma frequência denominada frequência natural ou frequência de ressonância  $f$ , dada pela fórmula:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{equação 5.24}$$

Este sistema ideal, com um grau de liberdade, oscilará para sempre com somente uma frequência natural. Entretanto, sistemas reais sempre têm alguma forma de amortecimento que reduz a amplitude de oscilação para zero, após algum tempo. Sistemas mais complexos, com massa e rigidez distribuídas, apresentam uma frequência natural fundamental e outras de ordem superior, equivalentes aos seus graus de liberdade. Quando a frequência de excitação é igual à frequência natural do elemento, a resposta de amplitude do elemento é máxima. A frequência mais importante dentre todas geralmente é a primeira, chamada de fundamental, cujo valor numérico é o mais baixo.

Na equação 5.24, tem-se que a frequência é inversamente proporcional à massa e diretamente proporcional à rigidez, sendo, portanto, função do módulo de elasticidade e da inércia da seção. Quanto mais flexível for o piso, menor a sua frequência natural. Desta forma, o estado de fissuração da peça também influencia, pois com a evolução da formação das fissuras e o aumento de suas aberturas, ocorre uma diminuição da rigidez.

Os materiais e as ligações contribuem de forma significativa para a dissipação da energia vibratória. Quanto maior for a dissipação interna de energia de

vibração, menor será a velocidade de vibração das superfícies. A introdução de materiais de alta perda mecânica em ligações, como por exemplo, materiais viscoelásticos ou materiais granulares (areias), pode aumentar o fator de perda mecânica.

O processo de calcular as freqüências naturais e os modos de vibração chama-se análise modal. Matematicamente, na estrutura já discretizada por nós, este problema pode ser formulado pela seguinte expressão:

$$([k] - \{\lambda\}[M])[x] = \{0\} \quad \text{equação 5.25}$$

onde:

[k] = matriz de rigidez da estrutura;

[M] = matriz de massa da estrutura;

{λ} = vetor dos autovalores, freqüências naturais, números reais positivos;

[x] = matriz dos autovetores, modos de vibração;

Esta equação pode ser resolvida com auxílio de computadores, através de softwares que permitam a modelagem da estrutura e realize o cálculo numérico.

O software TQS versão 11.3, cujo modulo de análise dinâmica foi desenvolvido por Pinheiro (2004), utiliza como modelagem as equações de equilíbrio das vibrações livres de uma estrutura com n graus de liberdade, sem amortecimento, que em sua forma matricial é a seguinte:

$$[M] \cdot \{\ddot{U}\} + [K] \cdot \{U\} = \{0\} \quad \text{equação 5.26}$$

onde:

M é a sua matriz de massa, de ordem  $n \times n$ ;

K é a sua matriz de rigidez, de ordem  $n \times n$ ;

0 é o vetor nulo de ordem n;

U é o vetor deslocamento de ordem n, e  $\ddot{U}$  sua derivada segunda com relação ao tempo, sendo:

$$U = \Phi \sin \omega(t - t_0) \quad \text{equação 5.27}$$

onde  $\Phi$  é um vetor de ordem n,  $t$  é a variável tempo,  $t_0$  é uma constante e  $\omega$  é a constante que representa a freqüência angular de vibração do vetor  $\Phi$ .

E substituindo-se 5.27 em 5.26, tem-se o problema de autovalor generalizado,

$$[K] \cdot \{\Phi\} = \omega^2 \cdot [M] \cdot \{\Phi\} \quad \text{equação 5.28}$$

cuja solução é constituída de  $n$  pares  $(\omega_1^2, \Phi_1), (\omega_2^2, \Phi_2), \dots, (\omega_N^2, \Phi_N)$ , denominados de modos naturais de vibração da estrutura .

Para cada modo  $i$ , o autovalor é igual ao quadrado da frequência angular,  $\omega_i$ , e a frequência,  $f_i$ , e o período,  $T_i$ , do modo são dados por:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad \text{equação 5.29}$$

$$T_i = \frac{1}{f_i} \quad \text{equação 5.30}$$

Assim, o módulo de análise dinâmica do TQS, calcula os modos de vibração da estrutura, associados as  $p$  primeiras frequências mais baixas, sendo o parâmetro  $p$  definido pelo usuário. A massa considerada na análise, peso próprio da estrutura ou peso próprio mais uma parcela da sobrecarga (combinação frequente), também deve ser especificada pelo usuário.

Nesta análise, somente os graus de liberdade associados aos deslocamentos de translação são considerados ativos. A matriz de rigidez da estrutura utilizada é a elástica linear e o modelo numérico empregado é a analogia de grelha, que contém elementos de lajes e vigas.

Assim, obtém-se como resultado, os efeitos das vibrações ocasionadas pela atuação de cargas verticais em cada pavimento, e, portanto, se em uma edificação existirem pavimentos com diferentes formas de utilização, (pavimentos de escritório e academia, por exemplo), cada um deles deve ser analisado de forma independente, cada qual com a sua frequência própria e com sua frequência crítica, figura 5.21.

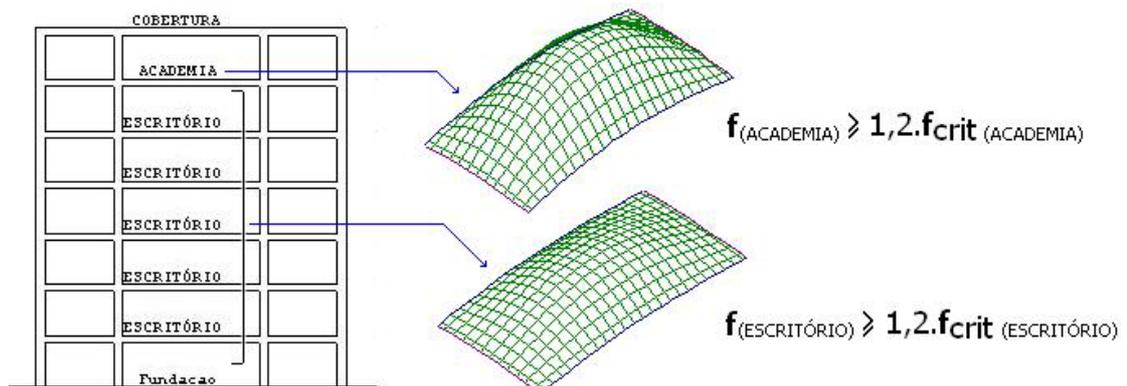


figura 5.22 – frequências de vibração em pavimentos com utilizações diversas

# UM NOVO TIPO DE LAJE

## 6 Capítulo

### 6.1 Considerações Iniciais

Dentre os tipos usuais de lajes pré-fabricadas, existentes no mercado, vale a pena destacar a laje tipo Volterrana, as lajes treliçadas e os mini-painéis treliçados.

As lajes tipo Volterrana, conhecidas no mercado como lajes comuns, são as mais antigas e há muito tempo elas são comercializadas de forma simplista, apresentando duas geometrias bem definidas, denominadas “lajes de piso e lajes de forro”. Suas alturas salvo raras exceções, variam entre 11 a 12cm e o espaçamento entre as vigotas de 20 a 30 cm. Sempre foram dimensionadas no estágio I, através de tabelas que há muito circulam entre seus fabricantes e sua aplicação se restringe, basicamente, aos pequenos vãos de obras residenciais, embora alguns, inadvertidamente, arrisquem sua utilização em vãos maiores. Suas limitações se devem basicamente ao processo construtivo das vigotas, tendo em vista as dificuldades encontradas para o correto posicionamento das armaduras e a falta de hábito dos fabricantes em aumentarem suas alturas, e conseqüentemente, não se verificando o estado limite de deformações excessivas. Assim, com o surgimento de soluções mais racionais estão caindo em desuso, estando sua utilização quase que restrita às pequenas localidades.

No final da década de 70, surgem no mercado as lajes com armação treliçada. Com um processo de fabricação bem mais simples, permite o ganho de alturas com relativa facilidade, possibilitando vãos maiores, e a treliça, grande novidade do sistema, confere às sapatas de concreto a rigidez necessária para a sua fabricação, transporte e montagem. Conseguem-se maiores vãos de escoramento com a utilização de treliças mais altas e com a variação do diâmetro da barra do banzo superior. A sapata

de concreto passa a ser um pouco mais larga que a vigota do sistema anterior, permitindo-se alojar uma quantidade maior de armaduras e posicioná-las corretamente com relativa facilidade. Desta forma, pode-se aumentar a distância entre as vigotas, sendo o sistema bastante flexível com relação à fabricação e aos procedimentos para seu dimensionamento.

Entretanto, apesar da evolução, esse sistema ainda apresenta algumas inconsistências, tais como: cobertura insuficiente, não estando de acordo com a NBR 6118-2003, seção resistente à compressão muito pequena nas proximidades dos apoios quando precisamos lançar mão da continuidade, ancoragens das barras das vigotas insuficientes, alto custo do elemento de enchimento quando se necessita de alturas maiores e deformações elevadas face aos baixos valores da inércia no estágio II. Ainda pode-se afirmar que a armação treliçada, que representa significativa parcela do custo do sistema, contribui apenas com as barras inferiores nas seções resistentes das peças, sendo as demais barras desnecessárias à laje após a cura do concreto da capa. A sinusóide, não se constitui em uma armadura de cisalhamento, pois na grande maioria dos casos o concreto resiste a estes esforços e quando se faz necessário é mais econômico aumentarmos a altura da laje, do que aumentarmos a altura da treliça, para que esta fique ancorada nas proximidades da zona de compressão da capa de concreto e tenha alguma eficiência no combate aos esforços de cisalhamento.

Não demorou muito para que um novo tipo de laje surgisse no mercado: os mini-painéis treliçados. Com larguras variando de 0,25 a 1,25m, têm como principal vantagem da obtenção de tetos lisos onde se dispensa o tradicional revestimento constituído por chapisco, emboço e reboco. Entretanto, além de não trazer soluções para os problemas elencados anteriormente, ainda se aumenta o consumo de armações treliçadas, necessita de equipamentos para montagem à medida que sua largura aumenta, e conseqüentemente, com a elevação dos custos são pouco utilizados.

É neste cenário que ocorre a revisão das normas NBR 6118, NBR 15200 e outras correlatas. A rigor nenhum dos tipos acima citados atendem aos quesitos da durabilidade e ao levar-se em conta no dimensionamento as não linearidades do concreto, o estado limite de deformações excessivas passa ser preponderante, exigindo a majoração das alturas destas lajes.

Assim, neste capítulo, propõe-se um novo tipo de laje pré-fabricada que visa eliminar algumas das inconsistências citadas, não se pretendendo, entretanto, esgotar-se o assunto, mas apenas e tão somente suscitar o início de discussões em torno do mesmo. Este novo tipo deverá ser melhor estudado, com vistas a maximização de algumas vantagens aparentemente interessantes.

## 6.2 Apresentação do novo tipo de laje pré-fabricada

A seção transversal do novo tipo proposto pode ser visto na figura 6.1. O sistema se constitui numa somatória das antigas lajes de vigotas com seção em “T” invertido com os mini-painéis treliçados, entretanto, sem a utilização das armações treliçadas. Os painéis, com 25cm de largura, são construídos com uma nervura de concreto deslocada do centro, destinada a dar a rigidez necessária para sua fabricação, transporte e montagem. São montados justapostos, alinhados pela face, mas invertidos, um em relação ao outro, formando duas canaletas, sendo a maior destinada aos elementos de enchimento e a menor se constituindo na alma da seção resistente.

O sistema traz algumas novidades, tais como:

- permite que as armaduras que compõem as seções resistentes à flexão sejam colocadas na própria obra;
- altera-se o conceito de fabricação de “trilhos” para laje pré-fabricada, passando-se ao de produção de formas para obtenção de lajes, as quais ficam incorporadas às seções resistentes da laje;
- permite a ancoragem eficiente das barras longitudinais;
- permite a utilização de inúmeros tipos de elementos de enchimento, desde os tijolos cerâmicos furados, compostos ou não com EPS, até materiais reciclados. Permite ainda se deixar a canaleta maior vazia, utilizando-se simplesmente uma placa cimentícia colocada sobre as nervuras, facilitando a passagem de tubulações embutidas na laje;
- permite a variação do cobrimento, possibilitando a utilização de armaduras com diâmetros maiores e adequando-se às exigências das normas pertinentes;
- aumenta a eficiência do desempenho da laje com relação à verificação do estado limite de deformações excessivas, pois se levando em consideração a existência da mesa inferior, obtém-se uma seção “T”, na verificação do ELS-DEF;
- permite a obtenção de regiões maciças com facilidade, quando se fizer necessário;

- é bastante flexível com relação a variação da altura da laje não havendo grandes elevações de custo. Nos tipos de lajes empregados correntemente, a variação da altura acarreta um aumento de custo significativo, pois os elementos de enchimento agora necessários, além de terem seus custos acrescidos com o aumento da altura, não estão disponíveis em boa parte das localidades;
- obtém-se teto liso e com bom acabamento, apenas com emendas longitudinais entre os painéis, sendo possível sua utilização aparente, ou receber revestimentos a base de gesso ou massa corrida dispensando-se a utilização de chapisco, emboço e reboco;
- permite ser cortado com facilidade na própria obra, adaptando-se às dimensões necessárias, podendo vir a ser comercializado nas lojas de materiais de construção, diminuindo-se a informalidade do setor e conseqüentemente aumentando-se a responsabilidade técnica sobre o produto;
- permite a fabricação artesanal ou mesmo em grande escala, desde que se utilizem equipamentos apropriados;

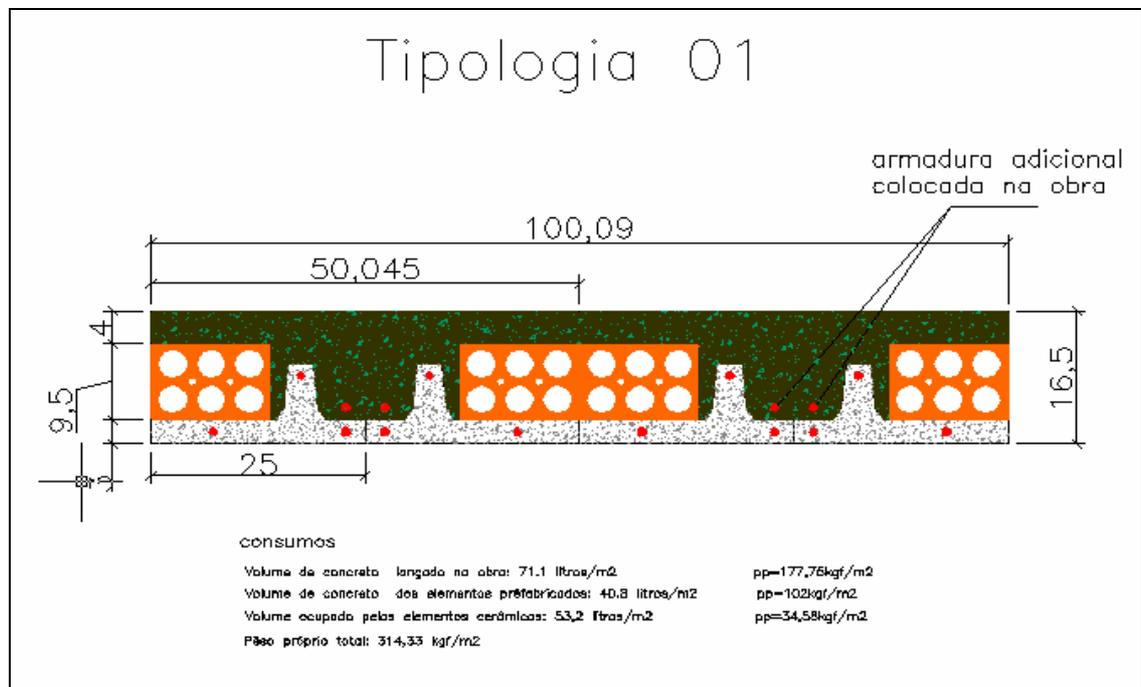


Figura 6.1 – Seção transversal do novo tipo de laje proposto.

### 6.3 Dimensionamento do tipo de laje proposto

O dimensionamento deste tipo de laje segue os mesmos critérios já abordados no capítulo anterior. A única alteração diz respeito ao cálculo dos momentos

de inércia nos estádios I, II e II<sub>0</sub>, pois se levando em consideração a existência da mesa inferior formada pelos elementos pré-fabricados, tem-se uma seção I, que apresenta valores bem maiores para esses momentos, o que melhora o desempenho dessa laje com relação às deformações. Desta forma, as flechas estimadas para essa tipologia apresentará valores menores, verificando-se com maior facilidade os estados limites de utilização, principalmente, com relação ao ELS-DEF.

No quadro abaixo, compara-se a laje calculada no capítulo anterior, modelando-a agora com o tipo proposto. Como visto, trata-se de uma laje com 5,60m de vão, simplesmente apoiada em vigas, com altura de 16 cm, carga permanente de 1,20 kN/m<sup>2</sup> e sobrecarga de 1,50 kN/m<sup>2</sup>.

QUADRO COMPARATIVO DE RESULTADOS DO EXEMPLO COM O TIPO PROPOSTO							
	unidades	Laje Pré-moldada com vão de 5,60m					
		Cálculo Manual		Cálculo com TQS			
		Exemplo	Exemplo	Exemplo	Exemplo	Tipo proposto	
Momento Último	kN.m	13,98	13,73	13,73	16,78	16,78	
Momento de Plastificação	kN.m		13,25	13,25	16,00	16,00	
Momento de Fissuração	kN.m	1,73	2,49	2,49	6,32	6,32	
Momento atuante - ELS - CQP	kN.m	7,92	5,99	5,99	8,05	8,05	
Momento atuante - ELS - CF	kN.m	8,21	6,26	6,26	8,33	8,33	
posição da linha neutra	cm	3,08	3,07	3,07	3,32	3,32	
Inércia Estádio I-seção homogeneizada	cm <sup>4</sup>	7900	7881	7881	15410	15410	
Inércia Estádio II Puro	cm <sup>4</sup>	2899	2930	2930	3413	3413	
Inércia calculada - estádio II - Branson	cm <sup>4</sup>	2951	3078	3078	14610	14610	
Estádio em que a seção se encontra		2	2	2	2	2	
Modulo de Elasticidade	kN/m <sup>2</sup>	21.287.000	21.287.000	21.287.000	21287000	21287000	
Combinações		Flechas					
		não-linear		linear	não-linear		linear
		sem fluência	com fluência		com fluência		com fluência
somente peso próprio	cm			1,37		0,80	
somente cargas permanentes	cm			0,65		0,30	
somente cargas acidentais	cm			0,81		0,40	
peso próprio + permanente	cm			2,02		1,10	
combinação quase-permanente	cm	4,10	9,35	2,27	4,51	1,20	2,67
combinação frequente	cm			2,35	4,75	1,30	2,78
flecha limite I/250	cm		2,24		2,24		2,24
contraflecha limite I/350	cm		1,60		1,60		1,60
armaduras	cm <sup>2</sup>		2,17		1,98		2,74

Figura 6.2 – Comparação dos resultados obtidos anteriormente com o tipo proposto.

A comparação dos resultados permitem conclusões interessantes, tais como:

- foi possível a modelagem do novo tipo de laje com o software TQS, sendo que o modelo empregado foi a analogia de grelha e levou-se em conta as não linearidades do

concreto, através da análise não linear, ou melhor utilizando-se a técnica do carregamento incremental, com análise linear em cada incremento;

- a inércia do novo tipo proposto é muito maior;
- o momento de fissuração também é maior, fazendo com que mais seções trabalhem no estágio I;
- a flecha máxima estimada com o novo tipo é muito menor, e com o recurso da contraflecha, cujo valor a ser aplicado se deve às cargas permanentes, limitado a  $1/350$ , viabiliza a aceitação de uma laje com 16cm de altura, ao passo que a laje do exemplo teria que ter altura maior;
- As áreas necessárias de armadura apresentam a mesma ordem de grandeza;
- A seção resistente considerada na nova tipologia incorpora a mesa inferior, trabalhando como seção “I”, razão pela qual obtém-se maiores momentos de inércia, tanto no estágio I, como no estágio II, quando a peça já se encontra fissurada;
- O cobrimento empregado no novo tipo foi de 4,5cm com relação a face inferior e de 2,0cm com relação à superior, atendendo as recomendações das normas NBR 6118 e NBR 15200;
- Ainda, podem-se obter maiores vãos de escoramento, mediante melhor estudo das situações transitórias.

#### **6.4 Processos construtivos dos mini-painéis**

Embora seja possível a fabricação dos mini-painéis com nervuras de forma artesanal, com a utilização de formas metálicas iguais a dos mini-painéis treliçados acrescidas do dispositivo para moldagem da nervura, obtém-se melhor produtividade com o uso de equipamentos desenvolvidos especificamente para tal.

Desta forma, recomenda-se a construção de uma pista de concretagem, que possibilite a ancoragem das armaduras construtivas nas extremidades, e com a utilização de moldadeiras os painéis sejam extrudados e posteriormente cortados no comprimento desejado com uma serra, vistos nas figuras 6.3 e 6.4.

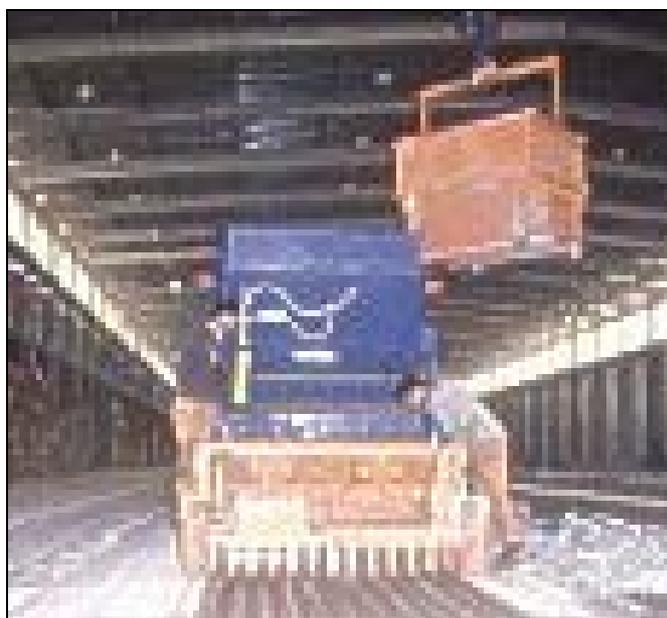


Figura 6.3 - Moldadeira



Figura 6.4 – Serra para corte

### 6.5 Obras já executadas com o novo tipo de laje



Figura 6.5 – Vista dos painéis na fase de montagem



Figura 6.6 – Laje com armadura e elementos de enchimento



Figura 6.7 – Vista do teto somente com aplicação de tinta acrílica



Figura 6.8 – Teto com aplicação de massa corrida e pintura



Figura 6.9 – Teto com aplicação de massa corrida e pintura



Figura 6.10 – Teto com aplicação de massa corrida e pintura

## RECOMENDAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

---

Neste trabalho procurou-se apresentar as principais recomendações da NBR 6118-2003 para a utilização das lajes pré-fabricadas nas edificações, dando-se ênfase ao seu dimensionamento, pois durante o seu desenvolvimento detectou-se que as maiores dificuldades enfrentadas pelos projetistas e fabricantes deste tipo de laje residem na fase de projeto e conseqüentemente na sua especificação. No final se propôs um novo tipo de laje pré-fabricada, com o intuito de ensejar novos estudos a respeito do tema que possam potencializar algumas das vantagens elencadas e integrá-las aos diversos sistemas construtivos presentes no mercado.

Desta forma, listamos abaixo as principais conclusões a que se chegou, para que sirvam como subsídios para aqueles que pretendam se utilizar deste sub-sistema nas edificações:

1. Ao se projetar uma laje pré-moldada, o projetista deve verificar os materiais disponíveis na região da implantação da obra, pois é desejável que o elemento de enchimento que define sua geometria esteja disponível nas proximidades. A NBR-14859-1 não deveria padronizar suas dimensões, mas apenas e tão somente versar sobre as propriedades físicas e mecânicas necessárias, que dependem da sua forma de utilização. Isso se deve face à imensa variedade de opções existentes nas mais diversas regiões do país e a possibilidade de utilização de novos produtos, alguns já presentes no mercado.
2. Todo projeto deve conter de forma clara e objetiva os principais parâmetros utilizados no dimensionamento dessas lajes, ou no mínimo aqueles que devem ser seguidos pelo fabricante, de tal forma que fique clara a responsabilidade de cada um dentro do processo. O que se assiste hoje é o projetista transferindo suas

---

responsabilidades ao fabricante, que por sua vez nem sempre está preparado tecnicamente para assumi-las e via de regra, quem acaba respondendo tecnicamente pelo sistema é o responsável pela execução da obra. Essa prática atenta contra o Código de Ética Profissional, além de afrontar o Código Civil de 2002, no caso de ocorrência de patologias ou danos. A responsabilidade civil por danos materiais ou morais também está prevista na Lei 8078/90, Código de Defesa do Consumidor, que prevê no art.12ss a responsabilidade solidária de todos os envolvidos na cadeia de produção, cumprindo ainda ressaltar que é possível a responsabilização penal resultante dos danos patrimoniais e de atos atentatórios contra a vida e a saúde.

3. Os cobrimentos, hoje utilizado nessas lajes não atendem àqueles preconizados pela NBR 6118-2003, mesmo sob controle rígido, quando a classe de agressividade ambiental é III ou IV e a norma não faz nenhuma referencia que permita reduzir os valores recomendados mesmo quando empregados concretos de melhor qualidade ou revestimentos que proporcionem uma proteção mais efetiva. Da mesma forma, os cobrimentos usuais não atendem as recomendações da NBR 15200-2004, que trata das estruturas de concreto em situação de incêndio, a medida em que o TRRF (tempo requerido de resistência ao fogo) aumenta.

4. Os fabricantes ainda utilizam tabelas antigas para dimensionamento dessas lajes, que não estão de acordo com a NBR 6118-2003, pois não levam em conta as não linearidades do concreto, não fornecem a estimativa das flechas totais (imediatas e diferidas) e as contraflechas que podem ser utilizadas. Essa prática em vários casos conduz à utilização de alturas menores que as necessárias.

5. O dimensionamento dessas lajes deve ser feito com o modelo da analogia de grelhas, visto que o mesmo conduz aos melhores resultados e o pavimento deve ser considerado como um todo, devendo evitar-se a consideração isolada de cada uma de suas lajes.

6. Na verificação dos estados limites de serviço, em especial no ELS-DEF, por se tratar da situação mais crítica na maioria dos casos, deve ser feita no estágio II, quando

o momento atuante for maior que o momento de fissuração. Na estimativa das flechas imediatas deve-se levar em conta a redução da inércia provocada pela fissuração, com a utilização da expressão proposta por Branson e adotada pela NBR 6118-2003. A fluência deve ser considerada, pois eleva os valores das flechas imediatas, chegando a superar o dobro dos valores iniciais. Preferencialmente deve-se adotar a técnica do carregamento incremental para esta análise, tendo-se em vista a obtenção de valores estimados para as flechas imediatas e diferidas no tempo, mais próximos da realidade.

7. Na verificação ao cisalhamento, a NBR 6118-2003 ampliou o espaçamento entre eixos de nervuras para 65cm ou para 90cm (caso em que a largura média das nervuras é maior que 12cm), permitindo que a verificação se proceda da mesma forma que nas lajes maciças. A primeira vista, esta versão parece ser mais tolerante que a anterior, entretanto, é bom ressaltar que a tensão máxima admissível para lajes sem armadura para força cortante foi reduzida e com o aumento dos cobrimentos, a distância  $d$  também diminuiu, conseqüentemente aumentando-se a tensão de cálculo atuante  $\tau_{sd}$ . Assim, quando os vãos tendem a valores maiores, acima de 7m, lajes projetadas e construídas de acordo com a versão anterior, hoje não atenderiam às novas prescrições da versão atual.

8. Ainda, com relação à verificação ao cisalhamento, na maioria dos casos a armação treliçada não é considerada no combate aos esforços cisalhantes. Nos casos em que houver necessidade de armadura transversal, a treliça pode ser considerada, desde que a barra do banzo superior esteja ancorada na zona comprimida da laje. Esta situação leva a adoção de treliças com altura maior que àquelas usualmente empregadas.

9. As armações treliçadas são importantes nas fases de fabricação, transporte e montagem dessas lajes. Variando-se sua altura ou mesmo o diâmetro da barra do banzo superior e levando-se em conta a área das armaduras inferiores, podem-se conseguir maiores vãos para o espaçamento entre as escoras.

10. O concreto a ser utilizado na fabricação dos elementos pré-fabricados, bem como o concreto lançado na obra, devem ter a mesma resistência característica à compressão e no mínimo pertencerem à classe C20.

11. Com o novo tipo apresentado no capítulo 6, espera-se que novos estudos e ensaios laboratoriais venham a contribuir para o seu aperfeiçoamento. Aparentemente, ela apresenta vantagens interessantes quando comparada com outros sub-sistemas em uso, mas para a sua utilização ainda se faz necessário que seja melhor estudada e devidamente testada.

12. As normas não deixam explícito, mas atualmente é praticamente impossível se elaborar projetos estruturais sem o uso de um sistema computacional. Todas as etapas de um projeto, desde a definição dos dados, passando pela análise estrutural, dimensionamento e detalhamento, até a geração de desenhos, são amplamente influenciadas pelo uso de um software. Há pouco tempo atrás era impossível de se calcular uma edificação diversas vezes ou mesmo com maiores detalhes e requintes. Hoje em dia, no entanto, é possível se fazer diversas simulações de um mesmo projeto, resultando em uma estrutura muito mais eficiente e otimizada. No entanto, é necessário se ter em mente que software não faz projeto, apenas processa mais rapidamente as informações emanadas do engenheiro, a quem cabe toda e qualquer responsabilidade. Portanto, é imprescindível saber de antemão se o sistema computacional está baseado em formulações teóricas consistentes.

Isto posto, pode-se reafirmar que não faz mais sentido a análise isolada das lajes de uma edificação. Soluções que analisam toda a estrutura de forma integrada conduzem a resultados mais próximos da realidade e desta forma, a modelagem das lajes pré-fabricadas com a utilização da analogia de grelha e a análise não linear, conseguida com a técnica do carregamento incremental se revestem de importância, não sendo mais concebível os procedimentos que outrora eram empregados, mas que se encontram ainda presentes em nosso dia-a-dia.

## **BIBLIOGRAFIA CONSULTADA**

---

ALMEIDA, A. G. M. (1998) – **Contribuição ao estudo de lajes mistas protendidas**. 119p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

ALMEIDA, S. F. et al (2004) – **Análise de vibrações de pisos de concreto pré-moldado**. 16p. 46º Congresso Brasileiro do Concreto – Ibracon, Florianópolis, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. 170p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1985). **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. 66p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2002). **NBR 14859-1: Laje pré-fabricada - Requisitos – Parte 1: Lajes unidirecionais**. 15p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2002). **NBR 14859-2: Laje pré-fabricada - Requisitos – Parte 2: Lajes bidirecionais**. 2p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2002). **NBR 14860-1: Laje pré-fabricada – Pré-laje - Requisitos – Parte 1: Lajes unidirecionais**. 8p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2002). **NBR 14860-2: Laje pré-fabricada – Pré-laje - Requisitos – Parte 2: Lajes bidirecionais**. 3p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2002). **NBR 14861: Laje pré-fabricada – Painel Alveolar de concreto protendido – Requisitos**. 5p. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2002). **NBR 14862: Armaduras treliçadas eletrossoldadas – Requisitos**. 10p. Rio de Janeiro.

---

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2005). **NBR 15200: Estruturas de concreto em situação de incêndio – Procedimento**. 14p. Rio de Janeiro.

BOCCHI JÚNIOR, C.F. (1995) – **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução**. 180p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos. 1995.

BORGES, J. U. A. (1997) – **Critérios de Projeto de Lajes Nervuradas com Vigotas Pré-fabricadas**. 116p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1997.

CAIXETA, D. P. (1998) – **Contribuição ao Estudo de Lajes Pré-fabricadas com Vigas Treliçadas**. 143p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 1998.

CARVALHO, R. C., (1994) – **Análise não linear de pavimentos de concreto através da analogia de grelha**. 202p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. (2001) – **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 1ed, 308p. São Carlos: EdUFSCar, 2001.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. (2004) – **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2003**. 2ed, 374p. São Carlos: EdUFSCar, 2004.

CARVALHO, R. C. et al. (2002) – **Estudo experimental da deformação ao longo do tempo em lajes com vigotas pré-moldadas**. 17p. In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL – Brasília, 2002.

CARVALHO, R. C. et al. (2002) – **Estudo experimental do comportamento à flexão e ao cisalhamento de lajes unidirecionais com vigotas pré-moldadas**. 19p. In: XXX

---

JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL – Brasília, 2002.

DI PIETRO, J. E. (1993) – **Projeto, Execução e Produção de Lajes com Vigotes Pré-moldados de Concreto**. 99p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 1993.

DROPPA JR., A. (1999) – **Análise Estrutural de Lajes Formadas por Elementos Pré-Moldados Tipo Vigota com Armação Treliçada**. 177p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1999.

DUPAS, M. A. (2002) – **Pesquisando e Normalizando. Noções Básicas e Recomendações Úteis para Elaboração de Trabalhos Científicos**. 73p. – (Série Apontamentos) São Carlos: EdUFSCar.

EL DEBS, M. K. (2000) – **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações**. 1.ed., Projeto Reenge, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos.

FLÓRIO, M. C. (2002) – **Estudo experimental de vigotas pré-moldadas de nervuras de concreto armado para execução de lajes unidirecionais**. Relatório final de iniciação científica – Processo 00/11854-0, Fapesp, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2002.

FLÓRIO, M. C. (2004) – **Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas em concreto armado**. 202p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2004.

FORTE, F. C. (2000) – **Estudo experimental do espaçamento de escoras em lajes com nervuras pré-moldadas do tipo treliça para pavimentos de edificações**. Relatório final de iniciação científica - processo 99/10754-3, Fapesp, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2000.

GASPAR, R. (1997) – **Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção.** 101p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1997.

GERGES, S. N. Y. (1992) – **Ruído: Fundamentos e Controle.** 1.ed., 600p., Universidade Federal de Santa Catarina, SC, 1992.

LARANJEIRAS, A.C. (2004) – “**Mensagens eletrônicas**” - Grupo Comunidade TQS, Yahoo groups.com, Internet, 2004.

Lei 10406/2002 – Institui o Código Civil.

Lei 8078/1990 – Institui o Código de Defesa do Consumidor.

KIMURA, A. (2004) – “**Mensagens eletrônicas**” - Grupo Comunidade TQS, Yahoo groups.com, Internet, 2004.

MAGALHÃES, F. L. (2001) – **Estudo dos Momentos Fletores Negativos nos Apoios de Lajes formadas por Elementos Pré-moldados tipo Nervuras com Armação Treliçadas.** 135p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2001.

MARCELLINO, N. A. (2001) – **Ligação Laje-Viga de Estruturas Pré-Fabricadas de Concreto.** 217 p. Tese (Doutoramento) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2001.

MERLIN, A. J. (2002) – **Momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por vigotas de concreto protendido.** 134p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2002.

MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS, TRASPORTES Y MEDIO AMBIENTE. (1996). **EF: 96 – Instrucción para el proyecto y la ejecución de forjados unidireccionales de hormigon armado o pretensado.** Madrid, 1996.

PEREIRA, V. F. (2003) – “**Mensagem eletrônica**” – e-mail recebido em 26/09/2004.

Pinheiro, S. (2004) – “**Mensagem eletrônica**” - Grupo Comunidade TQS, Yahoo groups.com, Internet, 2004.

SANTOS, L. M. (1983). **Cálculo de Concreto Armado, segundo a nova NB-1 e o CEB.** v.1, 2.ed. São Paulo: LMS Ltda.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola de Engenharia de São Carlos. Serviço de Biblioteca. **Diretrizes para elaboração de dissertações e teses na EESC-USP**, 58p., 3ª ed., São Carlos, 2002.