

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**Transdutores Ultra-sônicos Piezoelétricos  
com Difração Limitada:  
Simulação e Construção**

**Alina Beatriz Aulet Ruiz**

**Orientador: Prof. Dr. José Antonio Eiras**

Tese submetida ao programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física.

São Carlos - Agosto de 2006

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

R934tu

Ruiz, Alina Beatriz Aulet.

Transdutores ultra-sônicos piezoelétricos com difração limitada : simulação e construção / Alina Beatriz Aulet Ruiz. - São Carlos : UFSCar, 2007.

164 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2006.

1. Física da matéria condensada. 2. Ultra-som. 3. Cerâmicas piezoelétricas. 4. Transdutores ultra-sônicos de difração controlada. 5. Método dos elementos finitos. I. Título.

CDD: 530.41 (20<sup>a</sup>)

**ALINA BEATRIZ AULET RUIZ**

**Tese de Doutorado submetida à  
Coordenação do Programa de Pós-  
Graduação em Física, da Universidade  
Federal de São Carlos, como requisito  
parcial para a obtenção do título de  
Doutora em Ciências.**

**Aprovado em: 18/08/2006.**

**BANCA EXAMINADORA**



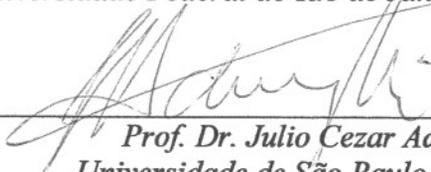
---

*Prof. Dr. José Antonio Eiras (orientador)*  
*Universidade Federal de São Carlos – DF/UFSCar*



---

*Prof. Dr. Wagner Coelho de Albuquerque Pereira*  
*Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPE/UFRJ*



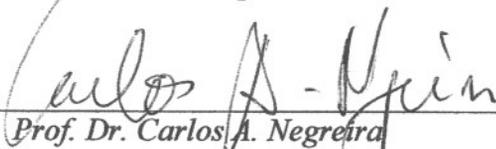
---

*Prof. Dr. Julio Cezar Adamowski*  
*Universidade de São Paulo – POLI/USP*



---

*Prof. Dr. Eduardo Tavares Costa*  
*Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/CEB*



---

*Prof. Dr. Carlos A. Negreira*  
*Universidad de la República - Uruguai*

## DEDICATÓRIA

Ao seu 80º aniversário.  
A eles.

## AGRADECIMENTOS

Para a realização e culminação deste trabalho de tese, desejo agradecer primeiramente ao meu orientador e meu amigo, José Antonio Eiras, que há quatro anos atrás, quando eu não acreditava chegar até aqui, ele confiou em mim acompanhando-me no caminho, com a palavra certa, com todo o apóio e suas experientes sugestões. Obrigada Eiras, mais uma vez.

Ao meu co-orientador, Carlos Negreira que brindou todo seu apóio durante a realização deste Doutorado.

A Picon, disposto a qualquer hora, a brindar-me sua experiência e conhecimentos imprescindíveis para a realização deste trabalho. Devo-lhe a aprendizagem de quanto equipamento para a construção das cerâmicas piezoelétricas tem no laboratório. Muito obrigada pela amizade diária e pelas amostras ferroelétricas.

A Cecília Cabeza por estar sempre que precisei e pelo suporte quando surgiram dificuldades no meio da realização deste Doutorado.

A Alicia Arzúa e Guillermo Cortela, os meus colegas de trabalho mais próximos e amigos, com os quais sempre contei cada vez que apareceram duvidas teóricas. Muito obrigada pelos desenhos para a tese.

A todos os meus companheiros do Laboratório de Acústica Ultrasonora ao qual pertenço, no Uruguai: Ismael Nunhez, Nicolás Pérez, Nicolás Benech, Stelio Haniotis, Ariel Moreno, Héctor Gómez. Às secretarias de Física de Faculdade de Ciências do Uruguai e do PEDECIBA: Casilda, Claudia e Alicia Ocaso. À Alejandra Delgado, o apóio no Laboratório Docente do Instituto de Física.

Em Brasil, o meu agradecimento permanente a Myriam e Ariano, meus companheiros e amigos de estudo e Doutorado. A Claudia e Fercho, meus amigos colombianos, sempre prontos para me ajudarem quando precisei.

A Ducinei, pela solidariedade e sugestões que sempre me brindou.

Ao Pepe, Michel e seus pais, M'Peko, Fidel e Yuri, meus compatriotas e amigos, nesta cidade de São Carlos, pela sua solidariedade diária.

A todos os colegas do Laboratório de Cerâmicas Ferroelétricas: Heinsten, Eriton, Fábio, Wagner pela ajuda cada vez que necessitei dos computadores do laboratório. A Érika, Danilo, James, Jacqueline, Luiz Octavio, Lauro, Robson, Rafael pela ajuda com o idioma. A Ricardo, Thalita, Henrique, Cleberson, Mane, a todos, muito obrigada pela amizade.

Ao meu professor César Constantino pela historia do Brasil.

Aos amigos brasileiros que ganhei nesta estadia: Elisabeth e família, Leo, Etilde, Norma, Cristina, Cidinha e tropa do Recanto.

Ao Gilder, pela boa disposição e paciência para me ensinar a trabalhar com o software de simulação utilizado neste trabalho.

Em Cuba ao Eduardo Moreno, constante e definitivo apóio para o que tenho aprendido sobre os transdutores de difração limitada. Ao Héctor Calas pelas contribuições e sugestões que temos mantido sobre os transdutores Bessel. Ao grupo do CIMAF e ao meu amigo Martin, o mexicano.

A Wagner Coelho, Julio César Adamowsky e Eduardo Tavares Costa pela aceitação em formar parte da banca do Doutorado. Faz muito tempo que, muitos dos seus trabalhos, divulgados em artigos científicos, me serviram para aprofundar nos conhecimentos na área do ultra-som.

Ao Másperi, Graça e ao Conselho Latino-Americano de Física (CLAF), ao Departamento de Física da Universidade Federal de São Carlos, ao PEDECIBA e CSIC do Uruguai, que durante estes quatro anos têm me proporcionado apoio material e financeiro para a realização deste trabalho.

E por último, mas não os últimos:

a “mamy, papy y susie”, meus exemplos e estímulos permanentes.

a minha família cubana e uruguaia, que é muito grande, pelo apoio infinito.

ao meu companheiro de vida e de luta, pela compreensão, paciência e amor diário, por seguir sendo minha retaguarda.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO.....</b>	<b>1</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>2</b>
<b>1 Introdução.....</b>	<b>3</b>
1.1 Importância e motivação do trabalho.....	3
1.2 Objetivos .....	9
1.3 Descrição da organização da tese.....	10
<b>2 Fundamentos teóricos. Modos de vibração e campo acústico irradiado por transdutores ultra-sônicos. ....</b>	<b>12</b>
2.1 Introdução. ....	12
2.2 Conceitos básicos de transdutores ultra-sônicos.....	14
2.2.1 <i>Equações constitutivas da piezoelectricidade.....</i>	<i>18</i>
2.2.2 <i>Transdutores ultra-sônicos.....</i>	<i>25</i>
2.2.2.1 Transdutores convencionais – (polarização uniforme).....	26
2.2.2.2 Transdutores de difração limitada – (polarização não uniforme). ....	27
2.3 Modos de vibração de transdutores convencionais.....	30
2.4 Campo acústico de radiação.....	40
2.4.1 <i>Teoria da difração.....</i>	<i>44</i>
2.4.2 <i>Equação de onda.....</i>	<i>45</i>
2.4.3 <i>Soluções da equação de onda.....</i>	<i>48</i>
2.4.3.1 Excitação monocromática.....	48
2.4.3.2 Excitação pulsada.....	53
<b>3 Técnica de simulação: Método de Elementos Finitos (MEF).....</b>	<b>59</b>
3.1 Introdução. ....	59
3.2 Método de elementos finitos (MEF). ....	61
3.3 MEF aplicado à vibrações eletromecânicas.....	64
3.3.1 <i>Modos de vibração para um disco piezoelétrico com polarização convencional.....</i>	<i>70</i>
3.3.2 <i>Propagação de ondas acústicas geradas por um transdutor ultra-sônico piezoelétrico.</i>	<i>73</i>
<b>4 Materiais e Métodos Experimentais.....</b>	<b>75</b>
4.1 Introdução .....	75
4.2 Construção dos transdutores.....	76
4.2.1 <i>Transdutores polarizados uniformemente.....</i>	<i>76</i>
4.2.2 <i>Transdutores polarizados não uniformemente.....</i>	<i>77</i>
4.3 Técnicas de caracterização. ....	82
4.3.1 <i>Caracterização eletromecânica: Frequências de vibração.....</i>	<i>82</i>
4.3.2 <i>Caracterização do campo de radiação.....</i>	<i>83</i>

4.3.2.1	Método de transmissão–recepção com hidrofone.....	83
4.3.2.2	Método de Schlieren.....	85
4.3.3	<i>Espectroscopia acústica de superfície</i> .....	87
<b>5</b>	<b>Resultados e discussões</b> .....	<b>89</b>
5.1	Introdução.....	89
5.2	Freqüências características e modos naturais de vibração.....	91
5.2.1	<i>Simulações</i> .....	91
5.2.2	<i>Resultados experimentais e análises</i> .....	103
5.3	Campo acústico de radiação.....	111
5.3.1	<i>Simulações</i> .....	111
5.3.2	<i>Resultados experimentais e análises</i> .....	123
5.4	Espectroscopia acústica de superfície.....	133
<b>6</b>	<b>Conclusões e propostas de trabalhos futuros</b> .....	<b>135</b>
	<b>ANEXOS</b> .....	<b>139</b>
	ANEXO A - Sistemas lineares: técnica de convolução.....	139
	ANEXO B – Teoria escalar da difração (segundo Durnin).....	141
	ANEXO C - Protocolo para medidas do campo de radiação.....	144
	ANEXO D – Características do equipamento utilizado nas medidas experimentais... 148	
	ANEXO E – Arquivos de propriedades físicas dos materiais utilizados nas simulações pelo ANSYS™.....	151
	ANEXO F – Produção científica derivada deste trabalho.....	158
<b>7</b>	<b>Referências bibliográficas</b> .....	<b>159</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- 1 Perfil do campo de radiação das ondas X, de difração limitada.....	7
Figura 2.2- 1 Desenho de um transdutor ultra-sônico piezoelétrico.....	14
Figura 2.2- 2 Parâmetros representativos de feixes ultra-sônicos de transdutores convencionais.....	18
Figura 2.2- 3 Estrutura perovskita. (Abaixo da temperatura de Curie a estrutura encontra-se ligeiramente deformada com respeito à estrutura acima da $T_c$ ). .....	20
Figura 2.2- 4 Projeção do campo de radiação de um transdutor convencional . .....	26
Figura 2.2- 5 Exemplos de feixes não difratantes (soluções exatas da equação de onda), simétricos ao redor do eixo de propagação, produzidos por uma abertura infinita: a) ondas planas, b) feixes de Bessel $J_0$ . .....	28
Figura 2.2- 6 Aproximações de feixes de difração limitados produzidos por aberturas finitas, similares às exatas dentro do tamanho da abertura e profundidade de campos finitos, além dessa profundidade os campos difratam: a) propagação da onda plana e b) propagação de feixes de Bessel $J_0$ . .....	29
Figura 2.3- 1 Modos de vibração de um disco piezoelétrico. ....	33
Figura 2.3- 2 Disco piezoelétrico fino que se expande na direção da espessura, excitado com um campo elétrico paralelo a essa direção. ....	34
Figura 2.3- 3 Circuito equivalente de uma cerâmica piezoelétrica perto da ressonância fundamental.....	39
Figura 2.4- 1 a) Perfil do campo de radiação emitido por um transdutor convencional em forma de disco, b) Projeção 2D do campo anterior . ....	41
Figura 2.4- 2 Contornos das linhas de amplitude de pressão do campo de radiação para um transdutor convencional: A) excitado com onda contínua, B) excitado com um sinal pulsado. ....	43
Figura 2.4- 3 Geometria usada para o cálculo da distribuição de pressões [19].....	47
Figura 2.4- 4 Geometria do pistão plano circular.....	49
Figura 2.4- 5 Pressão axial (no eixo z) para um transdutor convencional considerado pistão plano circular, de raio 12.2 mm.....	52
Figura 3.2- 1 Estrutura de elementos finitos e nós. ....	62
Figura 3.2- 2 Sistema axi-simétrico: a) em coordenadas cilíndricas, b) coordenadas cartesianas. ....	63
Figura 3.3- 1 Planos de simetria e condições de contorno aplicados. ....	71

Figura 4.2- 1 Esquema do processo de polarização aplicado a cada anel, com o campo variável segundo a função de Bessel de primeira classe de ordem zero ( $J_0(\alpha r)$ ), durante um tempo constante. ....	78
Figura 4.2- 2 Representação esquemática dos anéis de um dos transdutores Bessel.....	80
Figura 4.2- 3 Etapas da fabricação do Transdutor Bessel: a partir de uma cerâmica piezoelétrica convencional, os eletrodos se conformaram em forma de anéis concêntricos com pintura de prata. Logo depois de colocado o “backing” e o “matching” a cerâmica foi encapsulada. ....	80
Figura 4.3- 1 Descrição do sistema experimental para a caracterização eletromecânica.	82
Figura 4.3- 2 Sistema experimental utilizado para medir o campo irradiado pelos transdutores ultra-sônicos. ....	84
Figura 4.3- 3 Representação dos planos varridos nas medidas experimentais do campo de radiação dos transdutores. ....	85
Figura 4.3- 4 Sistema experimental representando o método de Schlieren.....	86
Figura 4.3- 5 Técnica experimental para relevar as amplitudes de vibração na superfície das cerâmicas.....	88
+	
Figura 5.2- 1 Geometria bidimensional da cerâmica convencional. ....	91
Figura 5.2- 2 Geometria bidimensional da cerâmica Bessel. ....	92
Figura 5.2- 3 Representação em 3D da cerâmica Bessel. ....	93
Figura 5.2- 4 Curva simulada de impedância em função da frequência do transdutor convencional a) modos radiais, b) modo espessura. ....	95
Figura 5.2- 5 Curva simulada de impedância em função da frequência do transdutor Bessel a) modos radiais, b) modo espessura.....	96
Figura 5.2- 6 Deformação mecânica da cerâmica convencional nas frequências de ressonância dos modos de vibração radiais: a) 84 kHz, b) 213 kHz, e c) 337 kHz, e na frequência de anti-ressonância elétrica d) 2,14 MHz (espessura). ....	98
Figura 5.2- 7 Deformação mecânica da cerâmica Bessel nas frequências dos modos de vibração a) radial (ressonância: 337 kHz) e b) espessura (anti-ressonância: 2,03 MHz). ....	99
Figura 5.2- 8 Amplitude do deslocamento mecânico (normalizada) da cerâmica Bessel em função da frequência de três pontos da face: a) $U_x$ em um intervalo de frequências de 10 kHz a 1 MHz, b) $U_y$ em um intervalo de frequências de 1 a 3 MHz. ....	101
Figura 5.2- 9 Modos de vibração simulados em 3D da cerâmica Bessel: a) modo radial (337 kHz) e b) modo espessura (2,03 MHz).....	102

Figura 5.2- 10 Curvas de impedância em função da freqüência do transdutor convencional, medidas e simuladas a) intervalo de freqüência de 10 kHz a 1 MHz, b) intervalo de freqüência de 1 a 3 MHz (os valores de freqüência colocados nos gráficos correspondem aos medidos). .....	104
Figura 5.2- 11 Curvas de impedância em função da freqüência do transdutor Bessel medidas e simuladas a) intervalo de freqüência de 10 kHz a 1 MHz, b) intervalo de freqüência de 1 a 3 MHz (como no gráfico anterior, os valores de freqüência colocados sobre as curvas correspondem aos medidos). .....	105
Figura 5.2- 12 Curvas de impedância elétrica para os anéis do transdutor Bessel, excitados de forma independente e excitados simultaneamente, no intervalo de freqüência de 10 a 500 kHz (linhas escuras: medidas experimentais, linhas claras: resultados simulados). .....	106
Figura 5.2- 13 Comparação das curvas de impedância elétrica em função da freqüência para o transdutor convencional e o Bessel. ....	107
Figura 5.3- 1 Geometria desenhada no ANSYS <sup>TM</sup> para estudar a propagação das ondas acústicas emitidas por um transdutor convencional. ....	112
Figura 5.3- 2 Ondas emitidas pelo transdutor convencional propagando-se na água em uma análise transiente. ....	113
Figura 5.3- 3 Geometria desenhada no ANSYS <sup>TM</sup> para estudar a propagação das ondas acústicas emitidas por um transdutor Bessel. ....	114
Figura 5.3- 4 Ondas emitidas pelo transdutor Bessel propagando-se na água em uma análise transiente. ....	115
Figura 5.3- 5 Amplitude de vibração $U_y$ simulada por elementos finitos, em função do tempo e da posição radial, do transdutor convencional. ....	116
Figura 5.3- 6 Amplitude de vibração $U_y$ em função do tempo para um ponto na superfície do transdutor convencional, obtido através da simulação por elementos finitos. ....	117
Figura 5.3- 7 Campo acústico simulado do transdutor convencional. ....	118
Figura 5.3- 8 Contorno do campo de pressão (em dB) do transdutor convencional. ....	118
Figura 5.3- 9 Amplitude do deslocamento da superfície do transdutor Bessel ( $U_y$ ) em função do tempo. ....	119
Figura 5.3- 10 Projeção do campo acústico do transdutor Bessel, em função da distância axial (simulado em Matlab). ....	120
Figura 5.3- 11 Contorno do campo de pressão (em dB), do transdutor Bessel. ....	121
Figura 5.3- 12 Medidas experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor de difração limitada para diferentes profundidades ( $z= 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100$ e $120$ mm). .....	124

Figura 5.3- 13 Perfis dos campos acústicos medidos, nos plano xy de propagação, para o transdutor de difração limitada. (Distância axial $z=20, 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100, 120$ e $150$ mm).....	125
Figura 5.3- 14 Medidas experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor convencional para diferentes profundidades $z= 40, 60, 80,$ e $100$ mm. ....	126
Figura 5.3- 15 Perfis dos campos acústicos medidos, no plano xy de propagação, para o transdutor convencional para cada plano z. ....	126
Figura 5.3- 16 Medidas experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor focalizado para diferentes profundidades $z= 30, 50, 75,$ e $90$ mm. ....	128
Figura 5.3- 17 Perfis dos campos acústicos medidos, nos planos xy de propagação, para o transdutor focalizado. ....	128
Figura 5.3- 18 Comparação das larguras de banda lateral dos feixes acústicos do transdutor Bessel e convencional para as profundidades $z= 40, 60, 80$ e $100$ mm. ....	129
Figura 5.3- 19 Comparação entre os campos acústicos dos transdutores Bessel e focalizado para as profundidades $z= 30, 50, 75$ e $90$ mm. ....	130
Figura 5.3- 20 Imagens por Schlieren do feixe acústico emitido pelo transdutor Bessel e convencional.....	132
Figura 5.3- 21 Espectroscopia acústica de superfície: A) Amplitudes de vibração em função da frequência e da posição e B) Projeções das amplitudes anteriores. ....	134

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.2- 1 Características de feixes ultra-sônicos.....	16
Tabela 4.2- 1 Dimensões dos anéis do transdutor Bessel.....	79
Tabela 5.2- 1 Valores de frequências de ressonância do transdutor convencional.....	108
Tabela 5.2- 2 Valores de frequências de ressonância do transdutor Bessel.....	108
Tabela 5.3- 1 Valores da largura lateral (em mm) do lóbulo central do feixe acústico para os transdutores Bessel, convencional e focalizado.....	131

## RESUMO

Nas duas últimas décadas tem aumentado a importância do estudo de feixes de ultra-som de difração limitada em imagens médicas, caracterização de tecidos, estimação de velocidade Doppler (fluxo sanguíneo) e em outras áreas da Física.

No trabalho realizado se implementou uma solução alternativa para produzir um transdutor de difração limitada, com uma polarização macroscópica do tipo função de Bessel. Estes transdutores (chamados também de Transdutores Bessel) foram construídos usando um disco cerâmico ferroelétrico de *PZT* dopado com *Nióbio (Nb)* utilizando uma técnica simples de polarização direta. Os eletrodos nas faces da cerâmica foram conformados colocando pintura de prata em forma de três anéis concêntricos.

Através de simulações e medidas experimentais, foram caracterizados os seus modos de vibração assim como o campo acústico de radiação. Para as simulações, aplicou-se o método de elementos finitos.

Para estes transdutores foi verificado um maior desacoplamento entre os modos de vibração radial e espessura. Os campos irradiados mostraram menores efeitos de difração comparados com os transdutores convencionais.

O transdutor de difração limitada, construído com a tecnologia implementada neste trabalho, não reportada antes na literatura, não requer uma eletrônica de excitação complicada (como em alguns casos reportados na literatura) para gerar ondas acústicas no transdutor e obter um feixe acústico desejado para aplicações médicas: aquele que atinge maior profundidade de campo sem sofrer quase efeitos de difração e apresenta ótima resolução lateral.

## ABSTRACT

The importance of ultrasound limited-diffraction Bessel beams in medical images, tissue characterization, and estimation of Doppler speed (blood flow) as well as in many other areas of Physics has increased in the two last decades.

In this work an alternative solution to produce a transducer of limited-diffraction was implemented, with the polarization following the geometry of the Bessel's function. These transducers (also called Bessel Transducers) have been constructed using a ferroelectric ceramic PZT doped with Niobium, by means of a simple technique of polarization. The electrodes in the faces of ceramics were made with a silver painting in form of three concentric rings.

Through experimental simulations and measurements, the vibration's modes as well as the acoustic field of radiation has been characterized. For the simulation, the method of finite elements was applied. For these transducers it was verified a decoupling between the modes of radial and thickness vibration. The fields radiated have shown that there are less effects of diffraction on Bessel transducers than on the conventional transducers.

With this new implemented technology, not reported before in the literature, the limited-diffraction transducer does not require a sophisticated electronic set up to excite acoustic waves in the transducer, allowing to get a collimated radiation field desirable for medical applications with optimized lateral resolution.

---

---

# 1 Introdução.

---

---

## 1.1 Importância e motivação do trabalho.

O campo acústico ultra-sônico emitido por transdutores piezoelétricos representa a propagação de ondas elásticas de alta frequência em meios de diferentes características. Técnicas ultra-sônicas são usadas na vida diária na medicina, por exemplo, na cirurgia, na qual substituem técnicas de corte, na terapêutica para fisioterapia e sistemas de pulso-eco para diagnose médica através da obtenção de imagens acústicas [1], também em testes não destrutivos de materiais, “sonares”, linhas de retardo para processamento de sinais, memórias de microprocessadores, “nebulizadores”, estudo da atenuação, limpeza por ultra-som, entre outras aplicações [2].

Historicamente, transdutores excitados segundo uma função gaussiana ou com voltagens de Fresnel, têm sido utilizados para a obtenção de imagens médicas de alta qualidade [3]. Eles apresentam foco dentro da profundidade do campo, mas a partir daí o foco degrada com os efeitos de difração.

Problema investigado:

Nos últimos tempos tem aumentado o interesse pelos transdutores polarizados não uniformemente, por um motivo fundamental: os feixes que eles emitem apresentam menores efeitos de difração na sua propagação no meio (feixes de difração limitada), conseguindo gerar uma maior profundidade do campo com boa colimação, o que os faz muito útil nas aplicações na área médica

e outras. A propriedade de propagar-se a uma grande distância sem sofrer quase difração é usada na formação de imagens médicas onde se precisa uma grande profundidade de foco para proporcionar imagens claras (com boa resolução) sobre uma distância de interesse dentro do corpo humano. Além disso, a largura lateral do feixe de difração limitada que emite o transdutor, é igual quando se propaga em um meio com perdas que sem perdas. Por exemplo, na referência [4], as pesquisas realizadas de propagação desses feixes através de meios formados por tecidos biológicos, que possuem diferentes valores de atenuação da onda ultra-sônica, mostram que os feixes de difração limitada não se espalham lateralmente em meios atenuantes.

Antecedentes na solução do problema:

Os feixes de difração limitada (*"Limited-diffraction beams"*) foram descobertos em 1941, por Stratton [5]. Representam uma classe especial de soluções da equação de onda escalar homogênea e isotrópica, ou seja, ondas que se propagam a uma distância infinita sem sofrer difração quando produzidas por aberturas infinitas [6]. Mas, na prática, elas podem ser obtidas por aberturas finitas mantendo sua forma e perfil sem mudar ao longo de uma grande distância axial.

Soluções da equação de onda que governam a propagação de onda em tecidos, que não difratam, têm sido descobertas e testadas extensivamente com ondas eletromagnéticas.

Os feixes que se propagam a uma grande profundidade de campo foram desenvolvidos primeiramente por J. N. Brittingham em 1983 [7]. Ele obteve ondas eletromagnéticas localizadas focalizadas, como soluções das equações de Maxwell no espaço livre que podiam propagar-se por uma distância infinita

somente com deformações locais. Esses feixes de difração limitada têm encontrado aplicações na Ótica, em áreas como manipulação ótica, ótica atômica, para manipular partículas pequenas, ótica não linear, entre outras.

Em 1985 R.W. Ziolkowski desenvolveu um procedimento para obter novas soluções localizadas da equação de onda escalar isotrópica e homogênea [8]. É um caso especial das “*Focused Wave Mode*” de Brittingham e foi utilizada para construir outras ondas localizadas tais como pulsos de espectros de potência modificados.

Usando ondas de ultra-som na água, Ziolkowski [8] reportou medidas experimentais similares de trens de pulsos acústicos de energia dirigida, gerados por um arranjo (“*arrays*”) de transmissores.

Em 1987, independente dos trabalhos de Brittingham e Ziolkowski, J.Durnin descobriu, na Ótica, os primeiros feixes que chamou de não difratantes ou feixes de Bessel (“*nondiffracting beams*”), pois o seu perfil lateral correspondia à função de Bessel e podiam se propagar uma distância infinita sem sofrer difração por uma abertura infinita [9]. Assim, no final de 1980 e princípios de 1990, foram estudados os feixes de Durnin tanto na Ótica como na Acústica. Durnin obteve teoricamente uma solução de forma independente, para uma abertura infinita:

$$\phi(\rho, z, t) = J_0(\alpha\rho)e^{-\beta(z,t)k}$$

$\phi(\rho, z, t)$ : campo acústico / eletromagnético.

$J_0(\alpha\rho)$ : função de Bessel de primeiro tipo de ordem zero.

$k$ : número de onda.

$$\beta^2 + \alpha^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = k^2$$

A partir daí, uma das propostas para construir um transdutor que emita feixe de difração limitada, é provocar uma deformação que siga uma função do tipo Bessel de ordem zero na face no mesmo, que conduz a uma radiação com forma também da função de Bessel  $J_0(\alpha\rho)$ . Isto foi implementado a partir de transdutores de tipo arranjo anular [10], onde cada anel emite uma amplitude e sentido proporcional à função de Bessel mencionada. Só que esta solução necessita de um transmissor por cada anel, tornando-se relativamente complicado de implementar eletronicamente.

Em 1989, dois anos após os trabalhos de Durnin, Karpelson [11] fez referência à possibilidade de produzir feixes de difração limitada ou de Bessel com transdutores piezoelétricos, sugerindo que um transdutor com uma distribuição de pressão não uniforme, da função de Bessel de ordem zero, poderia gerar tal feixe.

Experimentalmente têm sido reportados alguns exemplos de feixes de difração limitada ou de Bessel na Acústica.

D. K. Hsu et al [12], [13] em 1989 produziram um feixe com perfil igual ao da função de Bessel, de banda estreita, com um transdutor de ultra-som de abertura finita usando uma técnica de polarização não uniforme, mas complicada na construção dos anéis e no mecanismo de polarização. Um outro feixe de Bessel de banda larga foi produzido por Jian-Yu Lu et al [10], no princípio da década passada (em 1992), excitando um transdutor “piezocomposite” de tipo arranjo anular com sinais de polaridade elétrica alternada que apresentam a forma da função de Bessel.

Uma outra família de feixe não divergente de difração limitada foi descoberta por Jian-yu Lu et al [14], chamadas ondas  $X$  em razão do perfil

semelhante a essa letra que apresenta o campo irradiado quando se propaga ao longo da distância axial. Representa-se na Figura 1.1 1.

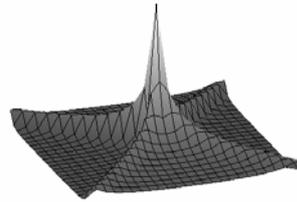


Figura 1.1 1 Perfil do campo de radiação das ondas X, de difração limitada.

Como os feixes de Bessel, apresentam grande profundidade de campo com poucos efeitos de difração [6].

Atualização do problema:

Os feixes de difração limitada continuam sendo centro de grande atenção na atualidade para aplicações em imagens médicas como é mostrado nos trabalhos de Jian-yu Lu nas referências [15], [16] e [17], para a construção de arranjos (“arrays”) de difração limitada, e no trabalho de dissertação de Jiqi Cheng: “A Study of Wave Propagation and Limited-Diffraction Beams for Medical Imaging” [18], em continuação às constantes pesquisas na procura de uma ótima resolução e contraste das imagens obtidas por ultra-som com estes feixes.

Em Latinoamérica, além das pesquisas que realiza nosso grupo, só o Laboratório de Ultra-Som do Centro de Engenharia Biomédica em Campinas está desenvolvendo projetos para a construção de transdutores de arranjos com anéis concêntricos de larguras e espaçamentos mínimos, adequados para gerar campos acústicos com difração limitada, estudando os efeitos da polarização não-uniforme de cerâmicas piezoelétricas.

Aporte realizado ao conhecimento científico e tecnológico:

Visto a crescente importância dos feixes de difração limitada em imagens médicas, caracterização de tecidos, estimação de velocidade Doppler (fluxo sanguíneo) e em outras áreas da Física, neste trabalho implementou-se uma solução alternativa para construir um transdutor de difração limitada, a partir de uma polarização variável do elemento piezoelétrico, segundo a função de Bessel de ordem zero.

Assim, transdutores de difração limitada ou de Bessel foram construídos usando um disco cerâmico ferroelétrico de PZT dopado com Nióbio (Nb) utilizando uma técnica de polarização direta. Com esta tecnologia não se precisa utilizar fontes independentes para a excitação do transdutor.

Aplicações dos resultados:

A propriedade fundamental dos feixes acústicos que emitem os transdutores Bessel é que atingem uma grande profundidade de campo colimados, além de manter uma adequada largura do feixe que garante uma ótima resolução lateral na obtenção de imagens médicas.

Com os resultados obtidos neste trabalho poder-se-ão desenhar transdutores de difração limitada com a técnica de polarização direta não uniforme, controlando o comportamento do feixe acústico emitido por eles através do compromisso entre os parâmetros que influenciam o mesmo: diâmetro, frequência, parâmetro de escala  $\alpha$ , número de anéis, distância entre eles, largura lateral do feixe central, entre outros.

## 1.2 Objetivos

Construir e caracterizar transdutores ultra-sônicos piezoelétricos de difração limitada (transdutores com polarização não uniforme).

Para desenvolver este trabalho realizaram-se as seguintes pesquisas:

- 1.- Construção de um transdutor piezoelétrico de difração limitada.
- 2.- Estudo e simulação das características vibracionais e amplitudes de deslocamento de transdutores convencionais e de difração limitada utilizando o método de elementos finitos.
- 3.- Caracterização experimental das frequências dos modos de vibração e do campo acústico irradiado por transdutores convencionais e de difração limitada.

### 1.3 Descrição da organização da tese

Este trabalho de tese foi desenvolvido seguindo o critério de apresentar primeiramente os fundamentos teóricos relacionados com os modos de vibração de transdutores piezoelétricos planos circulares e com o campo acústico irradiado pelos mesmos quando são excitados eletricamente. Desta forma a teoria serve de base ao trabalho experimental realizado.

Uma vez apresentado o resumo do trabalho, no Capítulo 1 se expressa a importância e a motivação que levou ao desenvolvimento destas pesquisas, assim como os objetivos do mesmo.

No Capítulo 2 desenvolvemos os conceitos básicos sobre transdutores piezoelétricos, através das equações constitutivas da piezoeletricidade. Fazemos uma classificação de transdutores de ultra-som utilizados para aplicações médicas enquanto o tipo de polarização, introduzindo assim os chamados transdutores de difração limitada ou de Bessel. Descrevemos o modo fundamental de vibração de transdutores planos circulares operando em modo pistão. Ainda fazemos nesse Capítulo uma síntese da teoria da difração de campos acústicos de radiação, através da equação de onda e suas soluções para os casos de excitação monocromática e pulsada.

No Capítulo 3 apresentamos a técnica de simulação utilizada no estudo dos modos de vibração dos transdutores piezoelétricos e dos campos acústicos irradiados por eles.

No Capítulo 4 desenvolvemos os materiais e os processos que usamos para a construção dos dois tipos de transdutores piezoelétricos assim como as técnicas experimentais para a caracterização dos mesmos.

No Capítulo 5 oferecemos os resultados das simulações e das medidas experimentais realizadas neste trabalho, com as análises e discussões correspondentes a esses resultados.

O Capítulo 6 contém as conclusões do trabalho desenvolvido e propostas sobre trabalhos futuros a realizar.

Apresentamos vários Anexos que complementam os temas desenvolvidos ao longo da tese que são: a descrição da ferramenta matemática utilizada no cálculo dos campos acústicos; a teoria escalar da difração onde se obtém soluções à equação de onda que não difratam. Também se adiciona o protocolo de procedimento experimental para realizar medidas acústicas do campo irradiado por transdutores piezoelétricos. Nesta ordem se detalham as características principais dos equipamentos utilizados na caracterização dos transdutores. Finalmente se agregam os arquivos empregados no software de ANSYS<sup>TM</sup> que contêm as matrizes das constantes elétricas, mecânicas e piezoelétricas que foram usadas para cada material, assim como a geometria e demais requerimentos que foram desenhados para a aplicação do método de elementos finitos na simulação do comportamento dos transdutores piezoelétricos.

Ao final detalham-se os trabalhos apresentados em congressos e publicados, relacionados com as pesquisas realizadas com os transdutores de difração limitada.

---

---

## 2 Fundamentos teóricos. Modos de vibração e campo acústico irradiado por transdutores ultra-sônicos.

---

---

### 2.1 Introdução.

Sendo que o transdutor é o mais importante componente de qualquer sistema de ultra-som para imagens médicas, no desenho de transdutores para imagens médicas a habilidade de prever as características do feixe de ultra-som é de crucial importância. Vários fatores influem no cálculo do perfil do feixe transmitido e recebido [19]. Entre os mais importantes encontram-se a geometria da fonte radiante, o tipo de excitação (monocromático ou pulsado), a resposta do elemento refletor, e o processamento eletrônico aplicado aos sinais, entre outros. Após apresentar vários conceitos físicos relacionados com as ondas acústicas e os feixes de radiação emitidos, neste capítulo se faz uma classificação básica de transdutores convencionais e de difração limitada.

Descreve-se o fenômeno da piezoelectricidade, assim como as frequências fundamentais e os modos de vibração (planar e de espessura para geometria de disco plano) em materiais tais como as cerâmicas ferroelétricas PZT (Zirconato - Titanato de Chumbo) que se utilizam como transdutores de ultra-som.

Considerando as equações de Maxwell do eletromagnetismo e a equação elástica do movimento, o acoplamento das mesmas tem lugar através das equações constitutivas da piezoelectricidade.

Portanto, são apresentadas as equações constitutivas de transdutores piezoelétricos convencionais para o modo de vibração de espessura, que é o modo fundamental de operação em imagens médicas. Através das mesmas obtêm-se as magnitudes que caracterizam suas propriedades eletromecânicas e piezoelétricas.

Utilizando a teoria de Sistemas Lineares (operação de convolução), é apresentado o fenômeno da propagação considerando a linearidade da difração.

Os pulsos acústicos emitidos por um transdutor se modificam ao propagarem-se por causa do fenômeno da difração. Portanto, trata-se a teoria que descreve o campo de radiação de transdutores convencionais considerando o modelo conhecido de pistão plano.

Para o caso de transdutores de difração limitada, faz-se referência ao enfoque de Stepanishen [46] baseado em expressar a distribuição de velocidade radial da superfície do transdutor em termos de um conjunto de funções ortonormais, para considerar o campo como uma soma de integrais de convolução. Este enfoque pode ser aplicado a fontes que vibram com um perfil radial segundo a função de Bessel de ordem zero, como é o caso dos transdutores de difração limitada.

A partir da equação de onda que governa o fenômeno de propagação da radiação emitida pelos transdutores mostra-se a solução da mesma para casos de excitação contínua e pulsada.

## 2.2 Conceitos básicos de transdutores ultra-sônicos.

O transdutor é o coração de todo o sistema médico baseado no ultra-som. É responsável pela conversão de energia elétrica em mecânica e vice-versa.

Um transdutor ultra-sônico piezoelétrico típico consiste de uma cerâmica piezoelétrica, uma camada de adaptação (casador de impedâncias) entre a cerâmica e o meio (“*matching*”), um material absorvente atrás da cerâmica chamado camada de retaguarda (“*backing*”), para evitar que retornem as reflexões do pulso produzidas pela face traseira da cerâmica e se superponham aos ecos e reflexões do material sob investigação. Sua principal função é diminuir o valor do fator de qualidade do transdutor, o que significa gerar pulsos de curta duração temporal e, portanto, obter uma largura de banda grande em frequência para lograr maior resolução axial [20].

Na Figura 2.2- 1 é mostrado um desenho esquemático de um transdutor ultra-sônico [21].

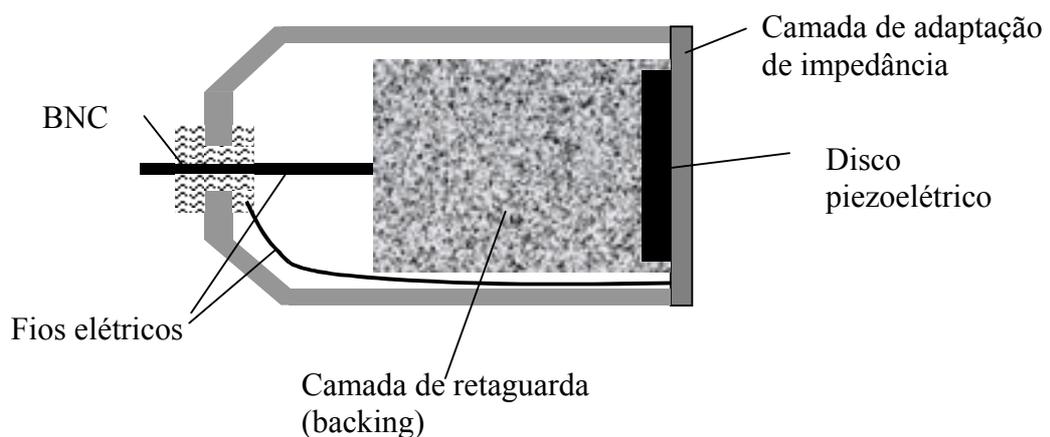


Figura 2.2- 1 Desenho de um transdutor ultra-sônico piezoelétrico.

O transdutor destinado à obtenção de imagens médicas deve possuir altas resoluções axial e lateral e grande profundidade de foco.

A resolução é a mínima distância entre dois pontos que podem ser detectados como pontos independentes.

A resolução axial é a capacidade do sistema de diferenciar dois pontos situados no eixo do feixe de ultra-som [3], [22]. Relaciona-se com a banda de frequência de operação do transdutor. Quanto mais larga essa banda, menor o número de ciclos temporais do pulso emitido. Em imagem, depende da largura do pulso.

Quanto maior a frequência de operação, menor comprimento de onda e maior será a resolução obtida  $c = \lambda f$ .

$c$ : velocidade do som no material

$f$ : frequência.

Mas, como a frequência é diretamente proporcional à atenuação, ou seja, à perda de energia que sofre o feixe acústico ao atravessar os tecidos [3], deve-se estabelecer um compromisso na escolha adequada destes parâmetros.

A resolução lateral é a capacidade do sistema de diferenciar dois pontos localizados num plano perpendicular à direção de propagação do feixe. Está relacionada com a diretividade do lóbulo principal do feixe, ou seja, com a distribuição da intensidade de pressões geradas no meio. Quanto mais concentrada estiver essa distribuição no eixo geométrico do transdutor maior será a diretividade e maior a resolução lateral [3].

Na Tabela 2.2- 1 mostra-se um resumo das características dos principais feixes acústicos [3], [6] relacionados com os conceitos de largura lateral do feixe e profundidade do campo acústico.

Tabela 2.2- 1 Características de feixes ultra-sônicos.

Feixes	Valor na abertura	Largura lateral do feixe	Profundidade de campo
Pistão	1	$\approx 2a$ (na profundidade do campo)	$\pi \frac{a^2}{\lambda}$
Pistão focalizado	$e^{-ik\sqrt{F^2+r_1^2}-F}$	$0,71 \frac{\lambda F}{a}$ (no plano focal)	$2\varepsilon F \sqrt{1+2\varepsilon^2}$ $\varepsilon = \frac{\lambda F}{\pi\sigma^2}$
Gaussiano	$e^{-\frac{r_1^2}{\sigma^2}}$	$1,67\sigma$ (na profundidade do campo)	$\pi \frac{\sigma^2}{\lambda}$
Bessel	$J_0(\alpha r_1)$	$\frac{3,04}{\alpha}$ (do lóbulo central)	$a \sqrt{\left(\frac{k}{\alpha}\right)^2 - 1}$

$a$  : raio do transdutor

$\lambda$  : comprimento de onda central

$F$  : distância focal

$k = 2\pi/\lambda$  : número de onda

$r_1$  : distância radial sobre a superfície do transdutor

$\sigma$  : abertura efetiva do feixe gaussiano (valor do raio onde a amplitude do campo diminui  $\frac{1}{e}$  seu valor inicial)

$\alpha$  : parâmetro de escala da função de Bessel  $J_0(\alpha r_1)$

$\alpha r_1 = x_1$

$x_1$  : zero de Bessel.

$J_0$  : função de Bessel de primeira classe de ordem zero.

O parâmetro chamado de profundidade do campo, ou distância de Rayleigh, divide em dois o campo acústico irradiado pelo transdutor. Como será visto na seção 2.4, divide o campo próximo do campo distante.

Na Figura 2.2- 2 representam-se alguns dos conceitos mencionados até aqui, mediante os parâmetros característicos dos feixes ultra-sônicos. Destaca-se o ângulo  $\theta$  que representa o espalhamento que sofre o feixe ultra-sônico irradiado pelo transdutor fora da distância de Rayleigh ( $z_R$ ) e que depende do raio  $a$  do transdutor e do comprimento de onda  $\lambda$ . O espalhamento do feixe deve-se aos efeitos de difração que sofre quando se propaga no meio acústico (o tema é desenvolvido na seção 2.4). Mostra-se a dependência deste ângulo para diferentes raios do transdutor e implicitamente pode ver-se sua dependência com a frequência, através do comprimento de onda  $\lambda$ .

Para os transdutores convencionais tanto o ângulo de espalhamento do feixe como a largura de banda lateral do mesmo, são parâmetros que podem ser considerados para avaliar a difração que sofre o feixe, que depende da frequência central e do raio do transdutor. Dentro dos limites da distância de Rayleigh a largura de banda do feixe é da ordem do diâmetro do transdutor.

Também se mostra a dependência entre a resolução lateral e o diâmetro do transdutor, quanto menor for esse diâmetro, maior será a resolução lateral. Mas, para um transdutor com raio menor, o ângulo de espalhamento torna-se maior e a profundidade do campo (distância de Rayleigh) diminui, fato indesejável para aplicações em imagens médicas. Portanto, um compromisso deve ser estabelecido entre esses parâmetros para otimizar o feixe de ultra-som.

$$\text{resolução lateral} = \frac{\text{profundidade} \times \lambda}{\text{diâmetro}}$$

$$\theta = \sin\left(\frac{0,61\lambda}{a}\right)$$

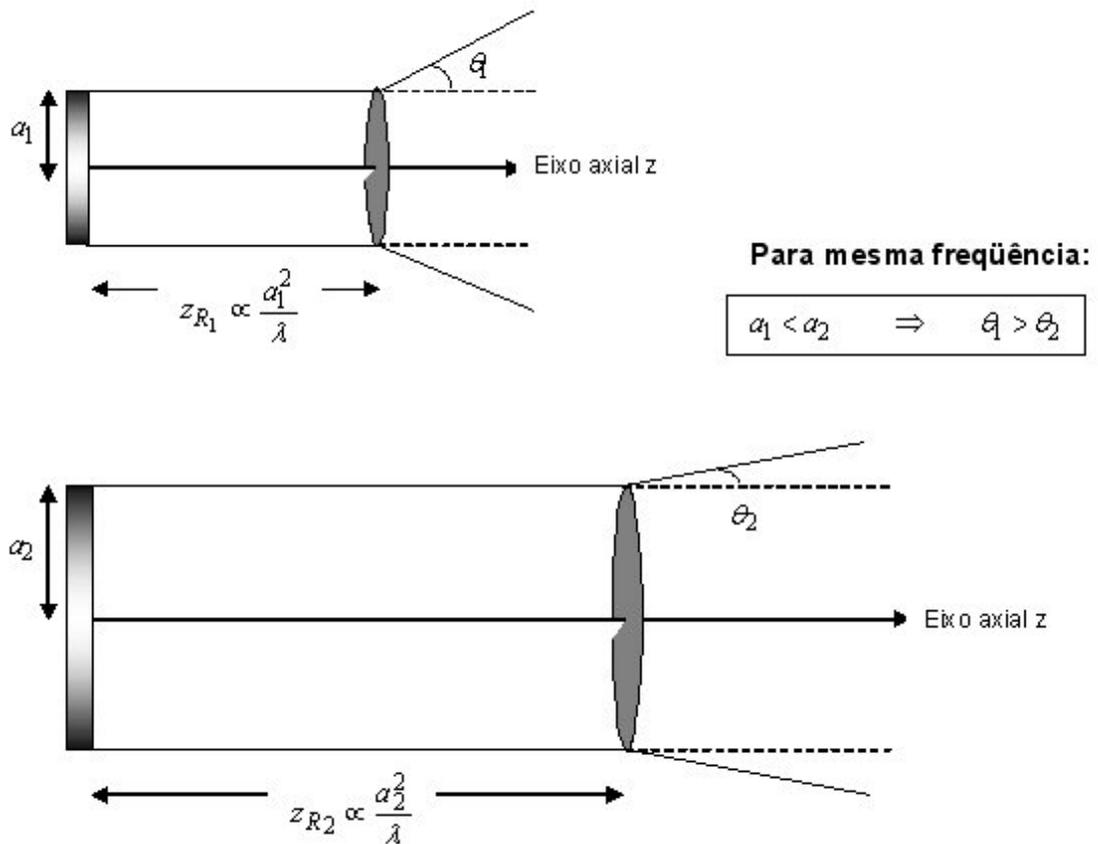


Figura 2.2- 2 Parâmetros representativos de feixes ultra-sônicos de transdutores convencionais.

### 2.2.1 Equações constitutivas da piezoelectricidade.

O termo: “piezoelectricidade” descreve a geração de polarização elétrica em um material, mediante a aplicação de uma tensão mecânica e inversamente: a deformação do material quando é aplicado um campo elétrico [2]. A importância prática dos materiais piezoelétricos radica em que eles proporcionam o método mais efetivo para excitar ondas acústicas de alta frequência.

Por exemplo, as imagens médicas por ultra-som, dos órgãos internos de um paciente, formam-se enviando um pulso acústico de curta duração temporal (com frequência da ordem de 1 – 100 MHz) ao órgão sob investigação e detectando-se os picos de reflexão provenientes da estrutura interna do tecido. O elemento chave na obtenção da informação do meio e na formação dessas imagens é então o transdutor o qual gera o pulso acústico e detecta os ecos. A informação obtida através dele depende fortemente do campo de radiação por ele emitido, daí a importância do estudo dos campos irradiados.

A natureza da piezoelectricidade está conectada intimamente com a simetria do cristal, e não pode existir em materiais centro-simétricos. Assim a geração de um deslocamento elétrico produzido por uma deformação mecânica num material piezoelétrico resulta do deslocamento de cargas microscópicas na rede do cristal. Estes deslocamentos podem ocorrer como um movimento de íons ou como uma polarização de íons individuais por deformação das distribuições orbitais eletrônicas e manifesta-se em todos os materiais. Que isto ocorra ou não depende da simetria do cristal [23]. A condição necessária para que ocorra a piezoelectricidade é a ausência de centro de simetria, Portanto, os materiais piezoelétricos são anisotrópicos [24] na direção do campo elétrico aplicado.

Dentro dos materiais piezoelétricos, encontram-se as cerâmicas que pertencem ao grupo dos ferroelétricos [25]. A maioria das composições de cerâmicas piezoelétricas baseia-se nos compostos químicos que se expressam através da fórmula  $ABO_3$  (estrutura cristalina do tipo perovskita), exemplo dos quais tem-se o titanato de bário ( $BaTiO_3$ ); embora também apresentem interesse prático os compostos do tipo  $AB_2O_6$  como o  $PbNb_2O_6$  que possuem

alto ponto de Curie ( $\cong 570\text{ }^\circ\text{C}$ ) [26]. A temperatura de Curie proporciona o limite de utilização de uma cerâmica como um dispositivo piezoelétrico.

A estrutura perovskita pode ser descrita como uma simples rede unitária cúbica com um grande íon positivo A nos vértices do cubo, um pequeno íon positivo B no centro do cubo e íons de oxigênio no centro das faces do cubo (como se mostra na Figura 2.2- 3) [27].

Como mencionamos anteriormente, as propriedades piezoelétricas são inerentes em cristais cujas estruturas não apresentam centro de simetria. Quando se tem uma distorção no cristal, produto de uma pressão, resulta em uma redistribuição dos elementos carregados que formam a rede. Assim o resultado da aplicação dessa pressão é a aparição de cargas na superfície do cristal. Como efeito inverso: se o material é colocado num campo elétrico resultará em uma deformação do cristal. Esta deformação depende do alinhamento dos eixos cristalográficos em relação ao campo aplicado. Desta forma é possível “cortar” o cristal buscando a deformação máxima do tipo espessura ou transversal.

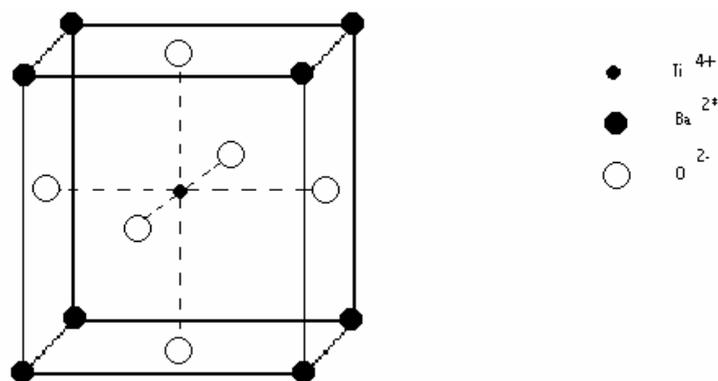


Figura 2.2- 3 Estrutura perovskita. (Abaixo da temperatura de Curie a estrutura encontra-se ligeiramente deformada com respeito à estrutura acima da  $T_c$ ).

Uma característica essencial da piezoeletricidade é a validade da inter-relação linear entre o campo aplicado e a tensão mecânica ou o deslocamento que ocorre somente em materiais com ausência de centro de simetria [2], [28]. Embora um grande número de sólidos satisfaçam estes critérios, os transdutores piezoelétricos são fabricados a partir de um número reduzido de materiais que exibem uma favorável combinação de propriedades elétricas, mecânicas e piezoelétricas. Como exemplo, encontram-se materiais cerâmicos como o titanato de bário, titanato-zirconato de chumbo e metaniobato de chumbo.

Cristais como o quartzo são inerentemente piezoelétricos, com propriedades determinadas por suas características cristalográficas. Pelo contrário, cerâmicas ferroelétricas são inicialmente isotrópicas e, subsequentemente, após serem polarizadas mediante a aplicação de um campo elétrico, apresentam propriedades piezoelétricas.

As relações lineares constitutivas mecânicas para sólidos elásticos e que não apresentam piezoeletricidade, expressam a proporcionalidade entre a tensão mecânica  $T$  e a deformação  $S$ . A generalização da Lei de Hooke fica [2]:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (2.2-1)$$

onde os subscritos  $ijkl$  assumem os valores de 1 a 3. (considera-se a convenção da soma de Einstein para índices repetidos). A tensão  $T$  ("stress") e a deformação  $S$  ("strain") representam-se por tensores de segunda ordem e as constantes elásticas de rigidez  $c_{ijkl}$  são representadas por tensores de quarta ordem. Como os sub-índices podem tomar valores de 1 a 3, representando as dimensões mutuamente ortogonais do espaço, o tensor  $c_{ijkl}$  tem  $3^4$  ou 81

componentes. De fato, pela definição, por considerações de equilíbrio, os tensores de tensão e o deslocamento são simétricos:

$$T_{ij} = T_{ji} \quad S_{kl} = S_{lk} \quad c_{ijkl} = c_{ijlk} = c_{jikl} = c_{jilk}$$

o que significa que não mais de 36 componentes são independentes.

Este mesmo material pode exibir propriedades elétricas, estabelecendo-se relação entre o campo elétrico aplicado  $E$  e o deslocamento elétrico  $D$ :

$$D_n = \varepsilon_{nm} E_m \quad (2.2-2)$$

$D$  e  $E$  estão representados por tensores de primeira ordem (vetores). A matriz  $\varepsilon_{nm}$  é a permissividade do material que ao relacionar a  $D$  e  $E$ , vem representada por um tensor de segunda ordem. As equações (2.2-1) e (2.2-2) são chamadas relações constitutivas de um material dielétrico.

Em um sólido piezoelétrico, uma mudança na tensão mecânica ou na deformação implica em uma mudança correspondente na distribuição de carga no material dando lugar a um acoplamento entre as propriedades elétricas e mecânicas do material e as magnitudes físicas  $T$ ,  $S$ ,  $D$  e  $E$  relacionam-se.

A direção da polarização representa-se usualmente coincidindo com o eixo  $z$  (ou 3).

As direções  $x$ ,  $y$ ,  $z$  representam-se por 1, 2 e 3, respectivamente e as direções de cisalhamento em torno desses eixos por 4, 5 e 6 respectivamente.

Utiliza-se a notação [35]:

$$\begin{array}{lll} (xx) \leftrightarrow (11) \leftrightarrow 1 & (yy) \leftrightarrow (22) \leftrightarrow 2 & (zz) \leftrightarrow (33) \leftrightarrow 3 \\ (yz) = (zy) \leftrightarrow (23) = (32) \leftrightarrow 4 & (xz) = (zx) \leftrightarrow (13) = (31) \leftrightarrow 5 & (xy) = (yx) \leftrightarrow (12) = (21) \leftrightarrow 6 \end{array}$$

Por analogia com as equações (2.2-1) e (2.2-2), e se  $E$  e  $S$  foram tratadas como variáveis independentes [2], as equações constitutivas para um material piezoelétrico escrevem-se em forma tensorial:

$$\begin{aligned} D_i &= e_{ijk} S_{jk} + \varepsilon_{ij}^S E_j \\ T_{ij} &= c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k \end{aligned} \quad (2.2-3)$$

Nestas equações os superescritos  $E$  e  $S$  indicam que as medidas da constante elástica  $c_{ijkl}$  ou da permissividade dielétrica  $\varepsilon_{ij}$  são realizadas sob condições de campo elétrico constante ou deformação constante, respectivamente.

A nova variável é a constante piezoelétrica  $e_{ijk}$ , que inter-relaciona as variáveis elétricas com as mecânicas e vem representada nestas equações como um tensor de terceira ordem. Se o valor de  $e_{ijk}$ , fosse zero, então das equações (2.2-3) obtém-se novamente as equações dos sólidos não piezoelétricos.

O tensor piezoelétrico também é simétrico:  $e_{ijk} = e_{ikj}$

É possível selecionar quaisquer duas quantidades  $T$ ,  $S$ ,  $D$  e  $E$  como variáveis independentes e re-escrever as equações (2.2-3) cada uma com diferentes condições de acoplamento piezoelétrico. Assim, podem ser obtidas as seguintes equações tensoriais (omitem-se os índices por conveniência) [31]:

Sistema de equações:

Variáveis independentes:

$$\begin{aligned} T &= c^E S - eE \\ D &= eS + \varepsilon^S E \end{aligned} \quad \begin{array}{ll} E, S & \text{Forma e} \end{array} \quad (2.2-4)$$

$$\begin{aligned} S &= s^E T + dE \\ D &= dT + \varepsilon^T E \end{aligned} \quad \begin{array}{ll} E, T & \text{Forma d} \end{array} \quad (2.2-5)$$

$$\begin{aligned} T &= c^D S - hD \\ E &= -hS + \beta^S D \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{D, S} \\ \text{Forma h} \end{array} \quad (2.2-6)$$

$$\begin{aligned} S &= s^D T + gD \\ E &= -gT + \beta^T D \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{D, T} \\ \text{Forma g} \end{array} \quad (2.2-7)$$

com  $e$ ,  $g$ ,  $d$  e  $h$  constantes piezoelétricas, representadas por tensores de terceira ordem (relacionam tensores simétricos de segunda ordem com vetores).

Considerando a contração de índices, as constantes elásticas podem reescrever-se:

$$c_{\alpha\beta} = c_{ijkl} \quad \text{com} \quad \alpha \leftrightarrow (ij); \beta \leftrightarrow (kl)$$

e as constantes piezoelétricas:

$$e_{n\alpha} = e_{nj\alpha} \quad n, j, k = 1, 2, 3. \quad \alpha = 1, 2, \dots, 6.$$

As constantes piezoelétricas estão relacionadas através das constantes elásticas e dielétricas [29] e [30]:

$$\begin{aligned} d_{m\alpha} &= \varepsilon_{nm}^T g_{n\alpha} = e_{m\beta} s_{\beta\alpha}^E \\ g_{m\alpha} &= \beta_{nm}^T d_{n\alpha} = h_{m\beta} s_{\beta\alpha}^D \\ e_{m\alpha} &= \varepsilon_{nm}^S h_{n\alpha} = d_{m\beta} c_{\beta\alpha}^E \\ h_{m\alpha} &= \beta_{nm}^S e_{n\alpha} = g_{m\beta} c_{\beta\alpha}^D \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{com} \quad m, n = 1..3 \\ \alpha, \beta = 1..6 \end{array} \quad (2.2-8)$$

As matrizes que representam as constantes elásticas, dielétricas e piezoelétricas para cristais com simetria polar cilíndrica (como aquelas que possuem as cerâmicas polarizadas na direção 3), (os eixos 1 e 2 referem-se aos eixos ortogonais, formando um plano normal à direção 3) são [31]:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}$$

$$c_{11} = c_{22}$$

$$c_{66} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$$

As equações constitutivas para cerâmicas piezoelétricas ficam [31] (não existe presença de ondas de cisalhamento):

$$T_1 = (c_{11}^E + c_{12}^E)S_1 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3$$

$$T_3 = 2c_{13}^E S_1 + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3$$

$$\text{com: } S_1 = S_2$$

$$(2.2-9)$$

$$T_1 = T_2$$

$$D_3 = 2e_{31} S_1 + e_{33} S_3 + \varepsilon_{33}^S E_3$$

### 2.2.2 Transdutores ultra-sônicos.

No campo das aplicações do ultra-som, poderemos diferenciar entre outros, dois tipos de transdutores, os convencionais: aqueles que são obtidos polarizando uniformemente o material cerâmico para que fique piezoelétrico e aqueles que são obtidos variando a polarização (polarização não uniforme) chamados de transdutores de difração limitada. Os feixes emitidos por cada um destes transdutores são diferentes.

### 2.2.2.1 Transdutores convencionais – (polarização uniforme).

Transdutores ultra-sônicos cerâmicos convencionais são construídos utilizando cerâmicas piezoelétricas com polarização uniforme sobre o material (Capítulo 4, Seção 4.2.1). Os feixes de radiação emitidos por estes transdutores quando são excitados eletricamente, na sua propagação pelo meio se espalham devido aos efeitos de difração. Pode acrescentar-se que apresentam baixos lóbulos laterais para pequena profundidade do campo [6].

A Figura 2.2- 4 é o resultado de uma simulação do perfil de um feixe emitido por um transdutor convencional, em forma de disco, polarizado uniformemente, após uma excitação elétrica contínua (frequência central de 2 MHz).

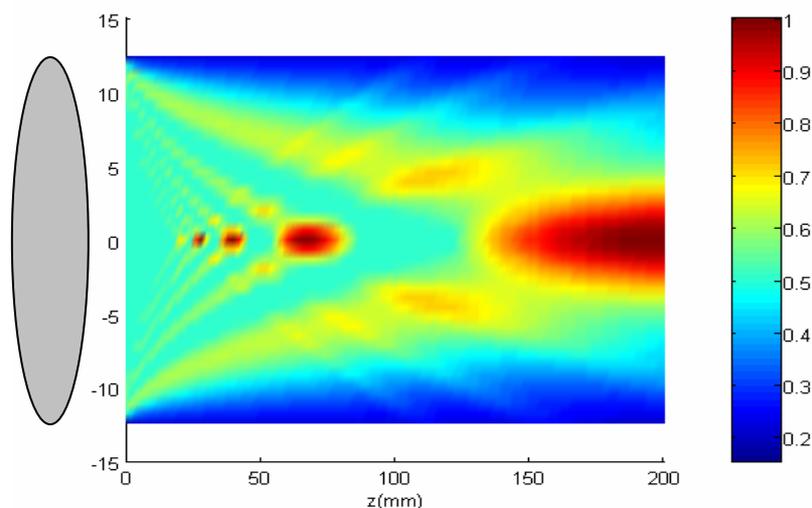


Figura 2.2- 4 Projeção do campo de radiação de um transdutor convencional <sup>1</sup>.

No eixo das ordenadas representa-se o diâmetro da fonte radiante. O eixo das abscissas refere-se à distância axial ou profundidade que atinge o campo.

Neste gráfico representa-se o espalhamento que sofre o feixe acústico irradiado pelo transdutor e as zonas focais formadas na região do campo próximo,

<sup>1</sup> Desenho simulado em Matlab.

abaixo de 100 mm. Com o código de cores indicam-se valores proporcionais à energia distribuída no espaço. Existe uma perda importante de homogeneidade do feixe para distâncias entre 0 e 140 mm, associadas ao efeito de difração. Para este transdutor a distância de Rayleigh encontra-se em torno de 200 mm, atingindo a pressão, neste intervalo, a amplitude máxima.

#### 2.2.2.2 Transdutores de difração limitada – (polarização não uniforme).

Transdutores de difração limitada podem ser construídos aplicando uma polarização não uniforme sobre um material cerâmico ferroelétrico. (Capítulo 4, seção 4.2.2).

Entre as diferenças que existem com o feixe que emite um transdutor convencional e aquele de difração limitada, pode-se dizer que o primeiro focaliza em um ponto fixo, e o segundo tende a colimar ao longo de uma linha, na sua direção de propagação [6].

Dentro das características relevantes que apresentam estes transdutores de difração limitada ou de Bessel encontram-se a homogeneidade e colimação do feixe emitido, atingindo uma distância profunda de campo sem espalhamento, adequada largura lateral do feixe, garantindo uma ótima resolução lateral ao longo da profundidade do campo. Mas, o perfil do campo emitido, apresenta lóbulos laterais com energias comparáveis às do lóbulo central.

Para uma comparação entre feixes, as figuras a seguir mostram exemplos de feixes não difratantes quando são produzidos por aberturas infinitas e feixes de difração limitada produzidos por aberturas finitas [6]. Tratam-se dos casos: a): ondas planas e (b): feixes de Bessel  $J_0$ .

Na Figura 2.2- 5 representam-se as ondas planas e as de Bessel emitidas por aberturas infinitas, que após propagarem-se além da distância de Rayleigh, não sofrem difração, mantendo o mesmo perfil para qualquer distância  $z$  axial.

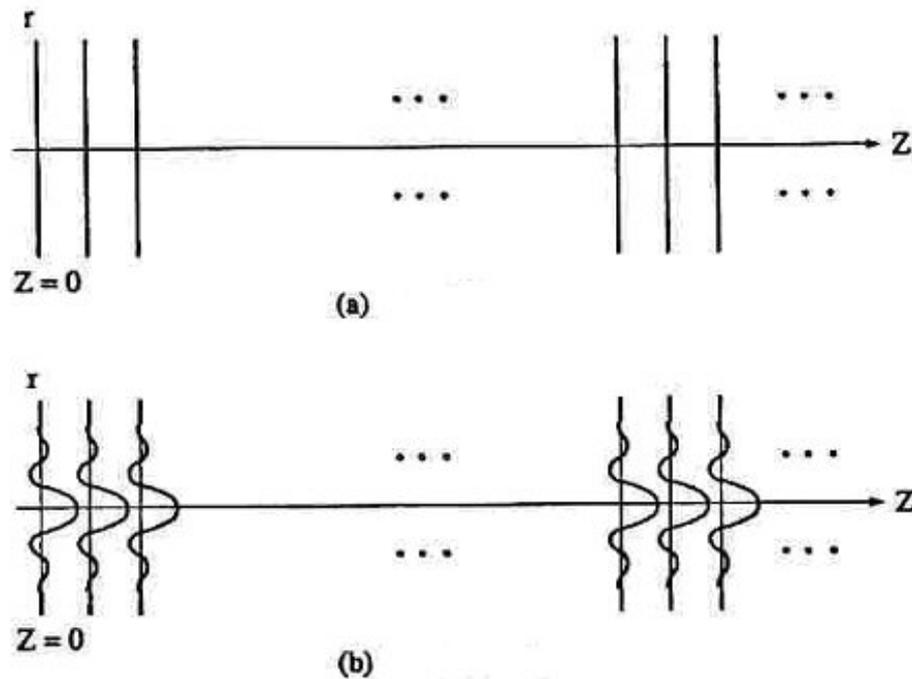


Figura 2.2- 5 Exemplos de feixes não difratantes (soluções exatas da equação de onda), simétricos ao redor do eixo de propagação, produzidos por uma abertura infinita: a) ondas planas, b) feixes de Bessel  $J_0$ .

Mas, na prática, as ondas planas e os feixes de Bessel, produzidos por aberturas finitas, sofrem efeitos de difração, perdem energia e o resultado é um campo não homogêneo. Esse fato observa-se na Figura 2.2- 6 [6].

O interesse para aplicação em imagens médicas encontra-se em obter transdutores ultra-sônicos que emitam feixes capazes de atingir uma maior profundidade do campo com poucos efeitos de difração inevitáveis na interação com o meio de propagação, e uma ótima resolução lateral.

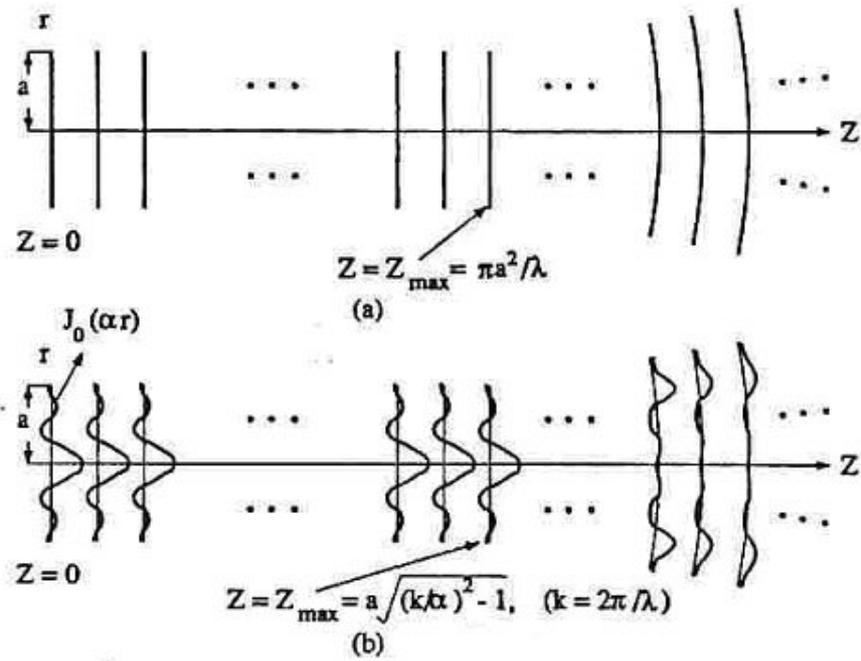


Figura 2.2- 6 Aproximações de feixes de difração limitados produzidos por aberturas finitas, similares às exatas dentro do tamanho da abertura e profundidade de campos finitos, além dessa profundidade os campos difratam: a) propagação da onda plana e b) propagação de feixes de Bessel  $J_0$ .

Nesta Figura 2.2- 6, para cada feixe aparece o limite da distância de Rayleigh, como foi detalhado na Tabela 2.2- 1 para feixes emitidos por um pistão de raio  $a$ , e um feixe de Bessel, a partir daí os feixes degradam em energia [6].

## 2.3 Modos de vibração de transdutores convencionais.

Para qualquer direção de propagação de ondas acústicas existem três possíveis direções de propagação mutuamente perpendiculares, mas em geral com diferentes velocidades. Só em certos casos, as ondas propagadas são: longitudinais puras ou transversais puras.

Na maioria dos problemas trata-se com ondas propagando-se longitudinal ou transversalmente. A propagação destas ondas em piezoelétricos é diferente, devido à interação entre as propriedades mecânicas e elétricas do material. Assim a equação de movimento deve combinar-se com as relações constitutivas (2.2-3) mencionadas anteriormente [24].

Seja  $\xi$  o deslocamento de uma partícula, a segunda lei de Newton tem a forma:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \nabla \cdot T \quad (2.3-1)$$

$T$ : a tensão mecânica externa (“*stress*”)

A tensão e o campo elétrico  $E$  estão relacionados por (2.2-3):

$$T = c^E S - eE$$

(sobrescrito significa campo elétrico  $E$ : *cte.*)

que combinada com a equação (2.3-1) resulta em:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^E \nabla^2 \xi - \nabla \cdot (eE) \quad (2.3-2)$$

$\xi$ : deslocamento mecânico da partícula.

Considerando propagação unidimensional [33] segundo a direção  $x$ , a equação de movimento fica:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{pois } u = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (2.3-3)$$

$u$ : velocidade da partícula.

A equação (2.3-2) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{c^E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{c^E} \nabla \cdot (eE) \quad (2.3-4)$$

Para especificar o problema, assume-se que o material piezoelétrico está preparado em forma de disco com eletrodos colocados nas faces opostas. Desta forma, se os eletrodos são colocados em curto circuito, o campo elétrico será zero e a equação (2.3-4) reduz-se à equação de onda homogênea [33]:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{c^E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3-5)$$

sendo a velocidade de propagação ultra-sônica:

$$V^E = \left( \frac{c^E}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.3-6)$$

$c^E$ : constante elástica de rigidez em condições de curto-circuito.

No contrário, se os eletrodos estão em circuito aberto (não circula corrente), o campo elétrico é diferente de zero e o valor do mesmo obtém-se a partir de:

$$E = \frac{D}{\epsilon^S} - \frac{e}{\epsilon^S} S \quad (2.3-7)$$

(superescrito significa deformação  $S$ : cte.)

com a deformação unidimensional  $S_x = \frac{\partial \xi}{\partial x}$

Finalmente a equação (2.3-4) fica:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{c^E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{e}{c^E \epsilon^S} \frac{\partial D}{\partial x} - \frac{e^2}{c^E \epsilon^S} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Como não há cargas livres dentro do material piezoelétrico, a equação de Maxwell [32]:

$$\nabla \cdot D = 0 \Rightarrow \frac{\partial D}{\partial x} = 0$$

Como  $D_x = cte.$ , ( $D$  não varia com  $x$ , embora possa variar com o tempo), temos:

$$i_D = \frac{\partial D}{\partial t}$$

Assim a equação anterior reduz-se também a uma equação de onda homogênea:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{c^E \left(1 + \frac{e^2}{\epsilon^S c^E}\right)} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{c^D} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3-8)$$

Desta forma as equações (2.3-5) e (2.3-8) são equações de onda homogêneas correspondentes no primeiro caso a uma velocidade de propagação:

$$V^E = \left(\frac{c^E}{\rho}\right)^{1/2} \text{ em condições de curto-circuito.}$$

No segundo caso a uma velocidade de propagação:

$$V^D = \left(\frac{c^D}{\rho}\right)^{1/2} \text{ em condições de circuito aberto.}$$

A expressão que relaciona as constantes elásticas é [33]:

$$c^D = c^E \left( 1 + \frac{e^2}{\epsilon^S c^E} \right) \quad (2.3-9)$$

$c^D$  : constante elástica de rigidez

O segundo somando dentro do parêntese é o quadrado do fator de acoplamento eletromecânico. Utiliza-se esta grandeza para medir a intensidade do efeito piezoelétrico em um material particular em função das constantes elásticas, dielétricas e piezoelétricas.

A partir da equação de onda (equação (2.3-5) ou (2.3-8), e utilizando as condições de fronteira apropriadas (mecânicas e elétricas), obtém-se o deslocamento radial ou longitudinal, que pode ser usado para determinar o desempenho do transdutor, ou seja: a admitância (ou impedância) elétrica, as frequências de ressonância e anti-ressonância elétricas, relacionadas com os modos de vibração e o coeficiente de acoplamento eletromecânico, entre outros parâmetros.

A Figura 2.3- 1 representa uma cerâmica piezoelétrica, em forma de disco, vibrando em seus modos fundamentais: radial e espessura.

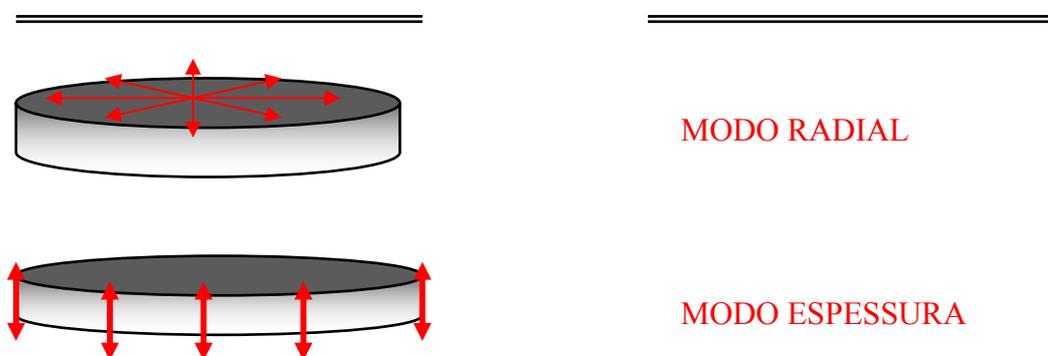


Figura 2.3- 1 Modos de vibração de um disco piezoelétrico.

Para estudar o modo de vibração de espessura, considerar-se um disco fino de espessura  $h$  com eletrodos nas faces de área  $A$ , perpendiculares à direção  $x_3$ , como está representado na Figura 2.3- 2.

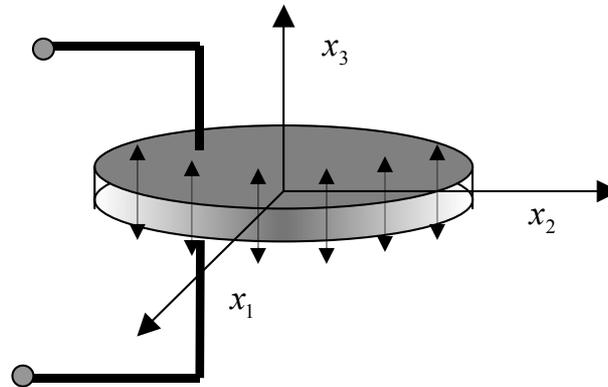


Figura 2.3- 2 Disco piezoelétrico fino que se expande na direção da espessura, excitado com um campo elétrico paralelo a essa direção.

No modo de vibração de espessura, a direção de vibração da partícula é paralela à direção da excitação elétrica, portanto, utilizamos como condição de contorno elétrica:  $D - cte$ .

Quando o diâmetro do disco é maior que sua espessura ( $d \approx 24h$ ) [35], o disco pode ser considerado como lateralmente fixo:  $S_1 = S_2 = 0$  para uma onda plana propagando-se na direção de espessura, ou seja, a propagação elástica realiza-se segundo  $x_3$  em condições de rigidez infinita nas direções  $x_1$  e  $x_2$ .

Aplicando as condições de vibração anteriormente descritas nas equações constitutivas gerais, e considerando como variáveis independentes a  $S$  e  $D$  temos o seguinte sistema de equações piezoelétricas (equação 2.2-6):

$$\begin{aligned} T_3 &= c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3 \\ E_3 &= -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3 \end{aligned} \quad (2.3-10)$$

A equação de onda para este caso é:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = c_{33}^D \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial x_3^2} \quad \text{com} \quad V^D = \left( \frac{c_{33}^D}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.3-11)$$

A solução para uma excitação harmônica é:

$$\xi_3 = \left[ A \operatorname{sen} \left( \frac{\omega x_3}{V^D} \right) + B \cos \left( \frac{\omega x_3}{V^D} \right) \right] \exp(j\omega t) \quad (2.3-12)$$

As constantes  $A$  e  $B$  são avaliadas a partir das condições iniciais:  $T_3=0$  em  $x_3=0$  e  $x_3=h$  nas faces livres. Pela definição de deformação mecânica:

$$S_3 = \frac{h_{33}}{c_{33}^D} D_3 = \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \quad (2.3-13)$$

Aplicando as condições iniciais e realizando simples cálculos:

$$A = \frac{V^D h_{33}}{\omega c_{33}^D} D_3 \exp(-j\omega t) \quad (2.3-14)$$

$$B = \frac{V^D h_{33}}{\omega c_{33}^D} D_3 \frac{\cos \left( \frac{\omega t}{V^D} - 1 \right)}{\operatorname{sen} \frac{\omega t}{V^D}} \exp(-j\omega t) \quad (2.3-15)$$

E substituindo  $A$  e  $B$  na equação da solução:

$$\xi_3 = \frac{V^D h_{33}}{\omega c_{33}^D} D_3 \left[ \operatorname{sen} \frac{\omega x_3}{V^D} - \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D} \cos \frac{\omega x_3}{V^D} \right] \quad (2.3-16)$$

A impedância elétrica  $Z$ :

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\int_0^h E_3 dx_3}{j\omega A D_3} \quad (2.3-17)$$

A expressão do campo elétrico sai da equação constitutiva (2.3-10):

$$E_3 = -h_{33} \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} + \beta_{33}^S D_3$$

$$E_3 = -\frac{h_{33}^2}{c_{33}^D} D_3 \left[ \cos \frac{\omega x_3}{V^D} + \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D} \operatorname{sen} \frac{\omega x_3}{V^D} \right] + \beta_{33}^S D_3 \quad (2.3-18)$$

Integramos para obter a tensão:

$$V = D_3 \left[ \beta_{33}^S h - \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D} \left( \frac{2V^D}{\omega} \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D} \right) \right] \quad (2.3-19)$$

Portanto:

$$Z = \frac{1}{j\omega A} \left[ \beta_{33}^S h - \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D} \left( \frac{2V^D}{\omega} \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D} \right) \right] \quad (2.3-20)$$

Reordenando a equação (2.3-20):

$$Z = \frac{\beta_{33}^S h}{j\omega A} \left[ 1 - \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D \beta_{33}^S} \left( \frac{2V^D}{\omega} \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D} \right) \right]$$

Utilizando as relações entre constantes piezoelétricas, elásticas e dielétricas (2.2-8), o fator de acoplamento do modo espessura escreve-se como:

$$k_t^2 = \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D \beta_{33}^S} \quad (2.3-21)$$

Assim a expressão da impedância fica:

$$Z = \frac{\beta_{33}^S t}{j\omega A} \left[ 1 - k_t^2 \frac{\operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D}}{\frac{\omega t}{2V^D}} \right] \quad Z = \frac{1}{j\omega C^S} \left[ 1 - k_t^2 \frac{\operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D}}{\frac{\omega t}{2V^D}} \right] \quad (2.3-22)$$

utilizando a equação de definição da capacitância elétrica C [32].

Para baixas frequências, obtém-se a constante dielétrica à deformação livre ( $T$  constante) já que  $K^T \propto \varepsilon^T \propto C^T$ .

$K^T = \varepsilon^T / \varepsilon_0$  : Constante dielétrica relativa a tensão mecânica constante

$\varepsilon_0$  : Permissividade dielétrica no vácuo ( $8.85 \times 10^{-12}$  F / m)

A magnitude de impedância elétrica, a 1 kHz, descrita pela equação (2.3-22) transforma-se em [3], [33]:

$$Z = \frac{1}{j\omega C^T} \quad \text{com} \quad C^T = \frac{C^S}{(1-k_t^2)} \quad (2.3-23)$$

Com a análise realizada até aqui se determinam as frequências de ressonância e anti-ressonância do modo de vibração de espessura para caracterizar as propriedades eletromecânicas das cerâmicas piezoelétricas. Tais frequências são usadas para avaliar os efeitos piezoelétricos em amostras polarizadas, e para obter o chamado fator de acoplamento eletromecânico, que mede a raiz quadrada da fração de energia mecânica convertida em energia elétrica ou vice-versa.

As frequências de ressonância e anti-ressonância elétricas são obtidas a partir da mínima e máxima impedância (em um intervalo finito de frequência).

Para  $Z$  mínima, a equação (2.3-22) fica:

$$1 = k_t^2 \frac{\tan\left(\frac{\omega_r t}{2V^D}\right)}{\frac{\omega_r t}{2V^D}}$$

A frequência de ressonância elétrica é [3]:

$$f_{r_{elec.}} = \frac{\omega_r}{2\pi}$$

Para  $Z$  máxima:

$$\operatorname{tg} \frac{\omega t}{2V^D} \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{\omega t}{2V^D} = (2n+1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow f_{a_{elec}} = \frac{V^D}{2t} \quad (2.3-24)$$

que coincide com a frequência de ressonância mecânica, para a geometria considerada.

É interessante ver que quando a impedância tende a zero: ( $Z \rightarrow 0$ ), obtém-se a seguinte expressão [33] que relaciona as frequências de ressonância e anti-ressonância elétricas com o fator de acoplamento piezoelétrico  $k_t^2$ :

$$\frac{\omega t}{2V^D} = k_t^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\omega t}{2V^D} \right) \Rightarrow k_t^2 = \frac{2\pi f_r t}{2V^D} \cot \left( \frac{2\pi f_r t}{2V^D} \right) \Rightarrow k_t^2 = \frac{\pi f_r}{2 f_a} \cot \left( \frac{\pi f_r}{2 f_a} \right)$$

O circuito equivalente da cerâmica piezoelétrica vibrando, no modo espessura, (próximo a sua frequência de ressonância) [26], mostra-se na Figura 2.3- 3.

Nesse circuito,  $C_0$  representa o ramo elétrico do circuito equivalente;  $L$ ,  $R$  e  $C$  representam a massa, o amortecimento mecânico e a constante elástica respectivamente, transformadas em grandezas elétricas mediante o efeito piezoelétrico. Através deste efeito, quando se produz uma onda elástica, pode-se observar a interação da ressonância mecânica com o comportamento elétrico (significa que: o efeito piezoelétrico é uma forma de excitar ondas elásticas para permitir observar o comportamento elétrico) [26]. Os valores de  $L$  e  $C$  são tais que, à frequência de ressonância  $f_r$ , as reatâncias (parte complexa da

impedância):

$$X_L = 2\pi f_r L \quad X_C = \frac{1}{2\pi f_r C}$$

são opostas em sinais e iguais em magnitude; sendo a impedância total deste ramo mecânico, nestas condições, igual à resistência mecânica  $R$ , que é muito pequena (por isso à  $f_r$  denomina-se também frequência de mínima impedância  $f_m$

ou de máxima admitância). A freqüência resultante denomina-se freqüência de ressonância em série.

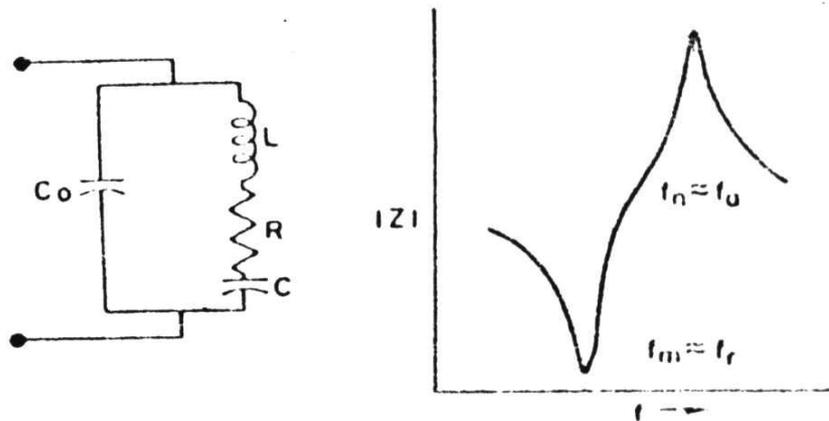


Figura 2.3- 3 Circuito equivalente de uma cerâmica piezoelétrica perto da ressonância fundamental.

Para freqüências maiores que a freqüência de ressonância, o ramo mecânico torna-se indutivo ( $X_c \rightarrow 0$ ), a impedância deste ramo em série pode tornar-se igual e oposta à impedância de  $C_0$ , atingindo um valor máximo de impedância, pois a corrente oposta flui pelos dois ramos, corresponde à freqüência de anti-ressonância  $f_a$  (denominada freqüência de máxima impedância  $f_n$  ou de mínima admitância). As freqüências envolvidas no efeito piezoelétrico [34] e [35] para esta geometria utilizada, podem aproximar-se por:

$$f_{ressonancia} \approx f_{mínima impedância} \approx f_{série}$$

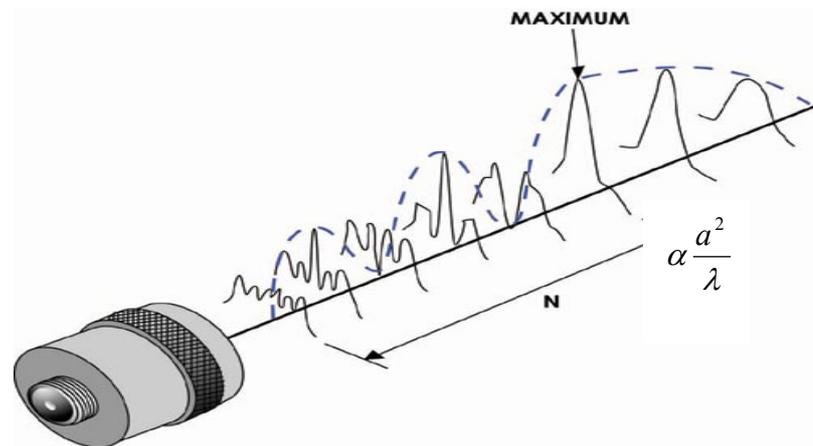
$$f_{antiressonancia} \approx f_{máxima impedância} \approx f_{paralelo}$$

## 2.4 Campo acústico de radiação.

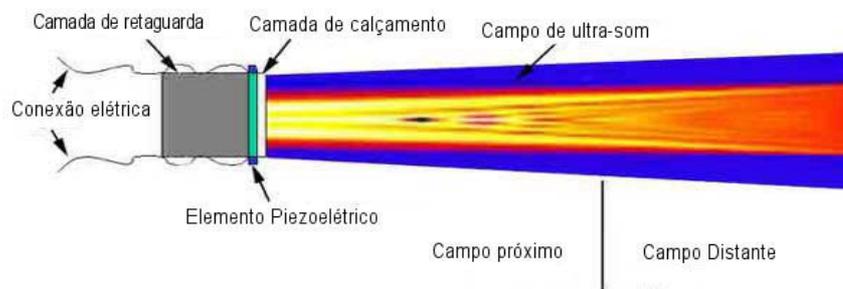
Os parâmetros de um feixe de ultra-som que irradiam os transdutores, associados à qualidade das imagens para diagnose médica, envolvem termos como resolução axial e lateral, profundidade de penetração do campo irradiado, entre outros, que foram explicados neste capítulo, na seção 2.2. Os mesmos estão relacionados com o tamanho do emissor, frequência central com que emitem, largura da banda, lóbulos laterais do campo de radiação, abertura da fonte radiante. Estes parâmetros podem ser controlados e manejados a partir da construção do transdutor [6], [36] estabelecendo-se um compromisso entre eles.

Na Figura 2.4- 1 representa-se basicamente o perfil de intensidades dos campos de radiação emitidos por transdutores planos circulares, vibrando na frequência do seu modo fundamental de espessura, assim como os parâmetros que caracterizam o mesmo. Observa-se que o campo de radiação aparece dividido em duas zonas: próximo ("*near field*") e distante ("*far field*"). A distância que separa as duas zonas é conhecida como distância de Rayleigh. A essa distância, a amplitude de pressão diminui à metade daquela da superfície do transdutor e é proporcional ao quadrado do raio  $a$  do transdutor dividido pelo comprimento de onda  $\lambda$  da radiação [3], [6]:

$$\left( \frac{a^2}{\lambda} \right)$$



a)



b)

Figura 2.4- 1 a) Perfil do campo de radiação emitido por um transdutor convencional em forma de disco, b) Projeção 2D do campo anterior <sup>2</sup>.

Na Figura 2.4- 1 a), o padrão do campo de radiação é fruto da interferência entre as ondas planas emitidas pelo transdutor e as ondas de borda. Para o campo distante as ondas de borda atenuam-se prevalecendo a propagação das ondas planas quase sem interferência. No caso b) observam-se zonas focais no campo próximo e a abertura do feixe acústico em razão do ângulo de espalhamento.

A emissão do ultra-som por um transdutor convencional pode ser em regime contínuo ou pulsado. Os contornos da amplitude de pressão acústica dependem

<sup>2</sup> Desenho do site: Panametrics: [www.ndt-ed.org](http://www.ndt-ed.org)

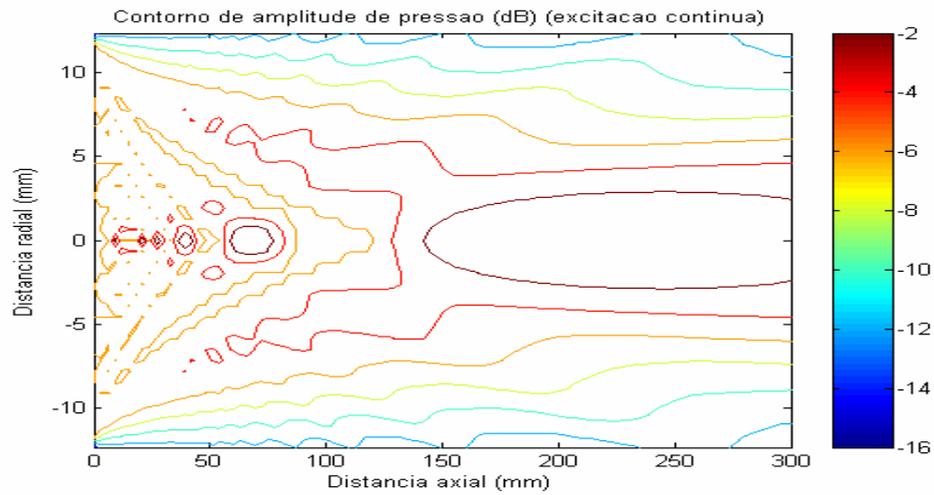
não só da geometria do transdutor e da frequência de excitação, mas também da forma da função de excitação.

Na Figura 2.4- 2 representam-se os contornos ou linhas de amplitude de pressão (em dB) para um mesmo transdutor convencional, excitado no primeiro caso a) com um sinal contínuo (ou harmônico), no segundo caso b) com um sinal pulsado. No eixo das ordenadas representa-se o diâmetro da fonte radiante e no eixo das abscissas a distância axial.

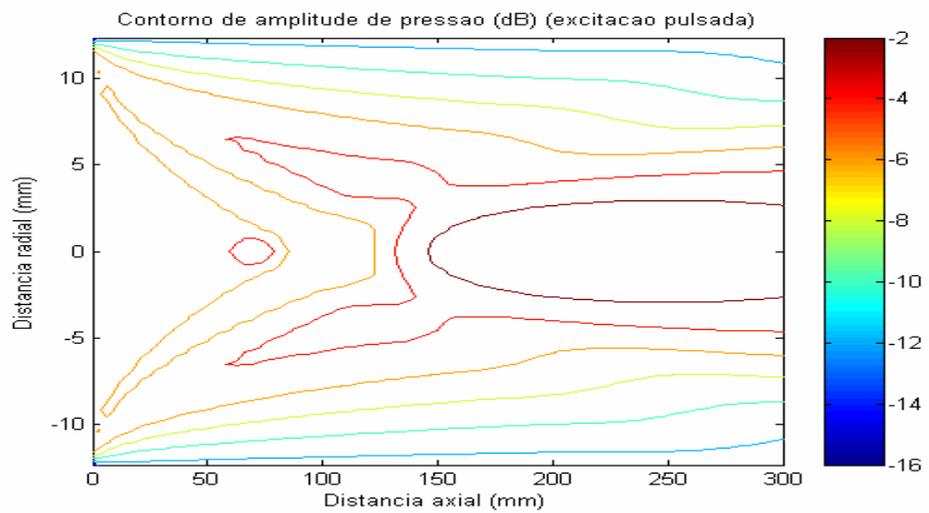
No caso a), o campo de radiação do transdutor convencional, excitado harmonicamente (ou em regime contínuo) mostra seu complexo campo próximo (“near field” ou zona de Fresnel), observando-se zonas de máximos e mínimos de interferência que aparecem entre a superfície do transdutor e 100 mm.

No caso b) do regime pulsado, o feixe se caracteriza pela dependência que possui com a forma de vibração na superfície do transdutor. Em uma primeira aproximação, pode-se considerar que esta se move da mesma forma que um pistão (todas os pontos da face do transdutor vibram em fase com velocidade constante ao longo de sua superfície). Nessa figura observa-se a ausência de máximos e mínimos de interferência no campo próximo.

Em ambos os casos a frequência de excitação foi de 2 MHz e o raio do transdutor de 12,2 mm, sendo a distância de Rayleigh da ordem de 200 mm.



a)



b)

Figura 2.4- 2 Contornos das linhas de amplitude de pressão do campo de radiação<sup>3</sup> para um transdutor convencional: A) excitado com onda contínua, B) excitado com um sinal pulsado.

A simulação foi feita com as dimensões similares ao transdutor convencional e com frequência de excitação de 2 MHz.

<sup>3</sup> Desenho simulado em Matlab.

### 2.4.1 Teoria da difração.

Em um fluido elástico infinito tem-se dois tipos de deformações: compressão e cisalhamento. Estas deformações se traduzem em ondas longitudinais e ondas transversais.

Nos fluidos que tratamos, propagam-se ondas longitudinais. As partículas do fluido movem-se para frente e para trás na direção de propagação da onda (os fluidos não viscosos não suportam ondas de cisalhamento). Significa que a onda acústica é caracterizada pelas variações de velocidades das partículas que se deslocam em torno de uma posição de equilíbrio. Assim, a onda acústica é formada por variações de pressões que se propagam através do fluido compressível [37]. Para pequenas perturbações de um fluido homogêneo e não viscoso, os processos acústicos ocorrem gerando pequenas flutuações nas propriedades do meio.

Os campos acústicos da maior parte dos sistemas de imagens por ultra-som obedecem à teoria clássica da Acústica Linear [37],[38].

A equação de estado de um fluido relaciona as forças aplicadas sobre um determinado elemento de volume com suas respectivas deformações. As variações de pressão para uma onda acústica ocorrem tão rapidamente que não há tempo suficiente para que existam trocas de calor sendo as compressões nas ondas acústicas processos adiabáticos [37].

Para um fluido, a equação de estado adiabática é:

$$p = \beta s \quad (2.4-1)$$

$p = P - P_0$ : é a diferença entre a pressão acústica total e pressão de equilíbrio.

$\beta$ : coeficiente adiabático de compressibilidade ou modulo volumétrico adiabático.

$$s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} : \text{Define a condensação do fluido (s} \ll 1)$$

$\rho$ : densidade do fluido                       $\rho_0$ : densidade de equilíbrio do fluido

No fluido também se cumpre a equação de continuidade linearizada (considerando a condensação  $s$  muito pequena) e a equação de Euler (2a. Lei de Newton):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 (\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \quad (2.4-2)$$

$$-\nabla p = \rho_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad (2.4-3)$$

$\vec{V}$ : velocidade das partículas do fluido.

### 2.4.2 Equação de onda.

Aplicando o rotacional na equação (2.4-3) vê se que a velocidade é irrotacional:

$$\nabla \times \vec{V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = -\nabla \phi$$

$\phi$ : potencial de velocidades

Assim, substituindo a expressão da velocidade em (2.4-3):

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.4-4)$$

Combinando a divergência de (2.4-3) com a derivada temporal de (2.4-2) e substituindo (2.4-1) em (2.4-2), essas equações resumem-se a uma equação diferencial com uma variável independente, a equação de onda linear:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \text{onde} \quad c = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_0}} \quad (2.4-5)$$

$c$ : velocidade de fase para ondas acústicas em fluidos.

A propagação da onda emitida por um transdutor em um fluido é descrita pela equação de onda.

Para uma onda plana a solução de (2.4-5) vem dada por:

$$p = A e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}$$

$A$ : amplitude da onda

$\omega$ : frequência angular

$k_i$ : número de onda

A relação entre o número de onda e a frequência angular vem dada por:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\lambda$ : comprimento da onda

A maioria do tratamento teórico descrito na literatura para calcular o perfil do feixe de radiação emitido pelo transdutor ultra-sônico, baseia-se no princípio de Huygens [37], no qual a fonte radiante divide-se em elementos infinitesimais, cada um dos quais radia ondas esféricas.

Os princípios básicos da formação de feixes vêm dados pela fórmula de difração de Rayleigh-Sommerfeld [39] a qual prediz exatamente o campo de pressão ou potencial de velocidade, produzido por uma abertura finita em qualquer ponto do espaço.

Com a formulação de Rayleigh- Sommerfeld, a pressão instantânea  $p(\vec{r}, t)$  no ponto  $\vec{r}$  em um campo de um radiador ultra-sônico expressa-se como:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (2.4-6)$$

O potencial de velocidade de uma fonte de radiação excitada uniformemente de área  $A$ , circundado por um refletor infinito, vem dado por (ver Figura 2.4- 3):

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_A \frac{V_0(t - \frac{r'}{c})}{r'} dA \quad (2.4-7)$$

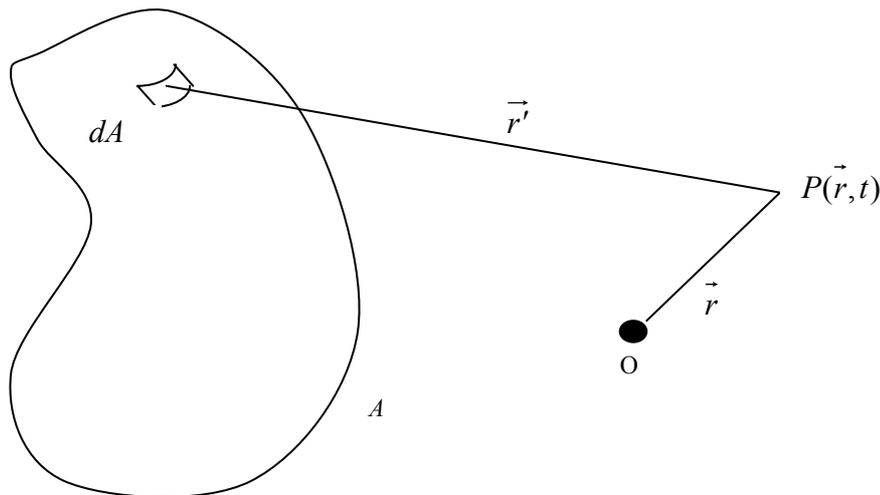


Figura 2.4- 3 Geometria usada para o calculo da distribuição de pressões [19].

$V_0(t)$ : velocidade instantânea normal da partícula na face da fonte (também é chamada função de excitação).

$r'$  distância entre o elemento de área e um ponto no espaço.

$\vec{r}$ : distância entre o ponto onde se deseja obter o potencial de velocidade no espaço e a origem do sistema de coordenadas.

$dA$ : elemento de área infinitesimal,  $c$ : velocidade de propagação do som no meio.

A equação (2.4-7) é conhecida como integral de difração de Rayleigh.

Assume-se na equação anterior que a onda propaga-se em um meio linear, homogêneo e não atenuante.

Os campos acústicos podem ser calculados avaliando essa integral de difração. Significa que o potencial de velocidade pode ser calculado através da discretização da superfície em elementos de áreas infinitesimais  $dA$  e considerando que cada elemento  $dA$  emite uma onda semi-esférica. Com a adição das contribuições de cada elemento de área obtém-se o potencial de velocidades e com ele a pressão do campo (equação 2.4-6).

### **2.4.3 Soluções da equação de onda.**

#### **2.4.3.1 Excitação monocromática.**

Os transdutores que trabalham a uma simples frequência se dizem que estão sob uma excitação de onda contínua.

A excitação contínua tem sido tratada extensivamente na literatura. Campos acústicos de pistões planos têm sido estudados com grande detalhe [19], [37], [40], [41] entre outros. Zemanek [40] mostrou que os campos podem ser descritos em termos de duas regiões: Fresnel, onde a distribuição de pressão acústica

mostra um padrão de interferência complexo e Fraunhofer na qual a distribuição caracteriza-se por uma função de “diretividade” simples.

No tratamento a seguir apresenta-se de forma resumida a teoria para o campo irradiado por um transdutor em forma de disco plano e circular, vibrando em modo pistão e circundado por um refletor acústico plano e rígido de extensão infinita assim como os métodos para prever o potencial de velocidade e o campo de pressão em um ponto do meio onde se propaga o feixe acústico.

O modelo do modo pistão utiliza-se quando o modo de vibração radial do transdutor pode ser considerado desprezível frente à vibração do modo espessura, como neste caso com esta geometria de disco. Com o sistema de coordenadas da Figura 2.4- 4, consideraremos um pistão de raio  $a$  e sua superfície que vibra com um movimento harmônico simples normal à sua superfície [40].

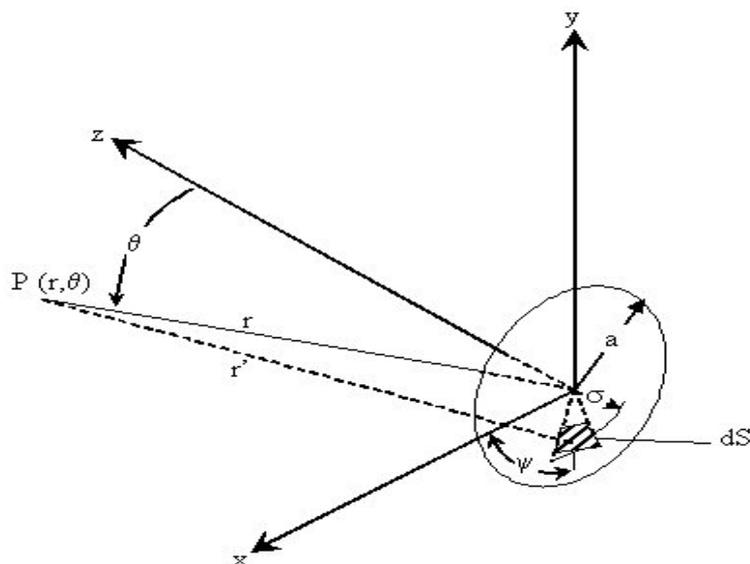


Figura 2.4- 4 Geometria do pistão plano circular.

A onda acústica gerada através do movimento do pistão considera-se ao longo do eixo  $z$ . O ponto de observação é função de  $r$ : distância radial desde o

centro do transdutor e do ângulo  $\theta$ : ângulo entre o eixo do transdutor e o vetor radial.

A pressão no ponto de observação obtém-se dividindo a superfície do pistão em elementos de área infinitesimais, cada um dos quais atua como uma fonte simples e finalmente adicionando as contribuições de cada elemento de área.

Como se trata de uma excitação com onda contínua, o campo acústico do transdutor é obtido:

$$p(r, \theta) = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = i \omega \rho \phi(r, \theta)$$

$$p(r, \theta) = \frac{i \rho c k}{2\pi} U_o \int_0^a \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} \frac{e^{i(\omega t - kr')}}{r'} d\psi \quad (2.4-8)$$

$$k = \frac{\omega}{c} : \text{número de onda} \left( = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$$

$\lambda$ : comprimento de onda do som.

$\sigma$ : distância entre o centro do transdutor e o elemento de área infinitesimal.

$$\omega t = 2\pi f t$$

$U_o$ : amplitude da velocidade do transdutor.

$r'$ : distância desde o ponto de observação até um elemento de área sobre a superfície do transdutor.

$\rho$ : densidade do meio.

$c$ : velocidade do som no meio.

Também da Figura 2.4- 4:

$$r' = \left[ r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \text{sen}\theta \cos\psi \right]^{1/2} \quad (2.4-9)$$

Substituindo a equação (2.4-9) na equação (2.4-8) a expressão que resulta é bem complicada. Para esses casos complicados a integral de Rayleigh resolve-se por métodos numéricos. E para obter a solução analítica em casos simples realizam-se determinadas aproximações [37], [40].

Se por exemplo considerarmos uma região distante da fonte (“*far field*”):

$$r \gg a \geq \sigma \quad \Rightarrow \quad r' = r - \sigma \sin \theta \cos \psi \quad \text{e substituindo esta aproximação na}$$

equação (2.4-8), o resultado da integração dá:

$$p(r, \theta) = \frac{i \rho c k a^2}{2r} U_o e^{i(\omega t - kr)} \left[ \frac{2J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta} \right] \quad (2.4-10)$$

$J_1(x)$ : função de Bessel de primeiro tipo de ordem um.

Define-se o fator de diretividade como [37]:

$$D(\theta) = \left[ \frac{2J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta} \right] \quad (2.4-11)$$

Este fator não apresenta dependência em  $r$  e descreve a pressão do ultrassom a uma distância radial fixa, como função do ângulo entre o eixo normal ao transdutor e o ponto de observação.

Uma solução analítica exata da integral de Rayleigh (equação 2.4-8) só existe ao longo do eixo  $z$  do transdutor ( $r = z$ ), portanto, a partir de (2.4-10), pode ser calculada a pressão axial (no eixo  $z$ ), fazendo  $\theta = 0$ .

Na Figura 2.4- 5 representa-se a avaliação da equação da pressão no eixo  $z$  (axial), para um transdutor considerado pistão plano circular. No eixo das ordenadas indicam-se valores de tensão elétrica proporcionais à pressão acústica ao longo do eixo axial do transdutor convencional (o eixo não começa em 0). A distância de Rayleigh para este transdutor é da ordem de 200 mm.

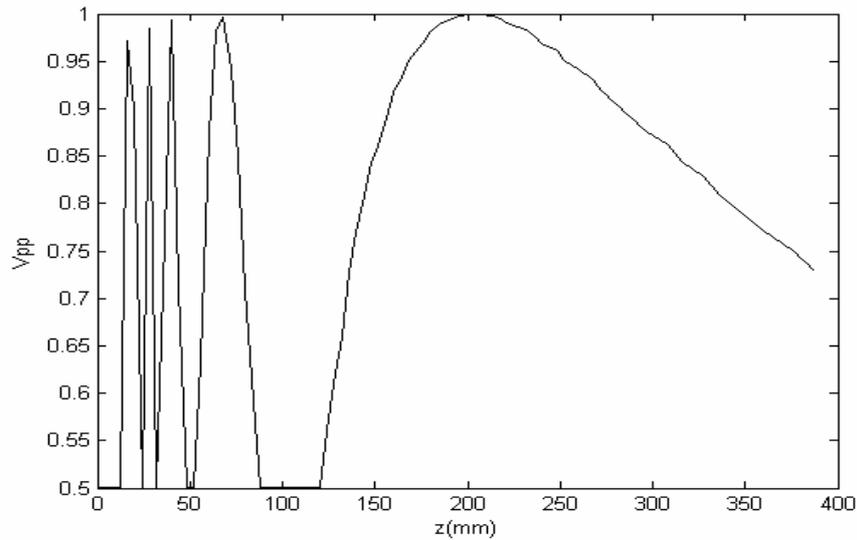


Figura 2.4- 5 Pressão axial (no eixo z) para um transdutor convencional considerado pistão plano circular<sup>4</sup>, de raio 12.2 mm.

Observa-se na zona do campo próximo o perfil do feixe irradiado formado por máximos e mínimos de interferência entre as ondas planas e de borda. Logo da distância de Rayleigh, a pressão do campo acústico diminui segundo  $\frac{1}{r}$ .

Um outro enfoque tem sido exposto por D. A. Hutchins et al [43] para o caso da excitação com uma onda contínua simplificando a integral dupla da equação (2.4-7) pela integral:

$$\phi(z, y) = i \frac{U}{k} \begin{bmatrix} 1 & \text{se } z < a \\ \frac{1}{2} & \text{se } z = a \\ 0 & \text{se } z > a \end{bmatrix} e^{-iky} + i \frac{Ua}{\pi k} \int_0^\pi e^{-iks} \frac{az \cos \psi - a^2}{a^2 + z^2 - 2az \cos \psi} d\psi \quad (2.4-12)$$

$$s^2 = a^2 + y^2 + z^2 - 2ay \cos \psi$$

<sup>4</sup> Desenho simulado em Matlab.

Pode observar-se na equação (2.4-12) que a onda acústica emitida pelo transdutor é formada por uma onda plana (dada pelo primeiro termo da equação) e uma onda de borda (dada pelo segundo termo).

A partir desta expressão, pode ser calculada a pressão axial (no eixo  $z$ ), fazendo  $y = 0$  nas equações anteriores obtendo-se:

$$p(z) = \frac{U\omega\rho}{k} \left[ e^{-ikz} - e^{-ik\sqrt{a^2+z^2}} \right] \quad (2.4-13)$$

A equação 2.4-10 avaliada no eixo axial do transdutor é equivalente à equação 2.4-13.

#### 2.4.3.2 Excitação pulsada.

Em modo pulsado o transdutor é excitado com um pulso de curta duração temporal. Os campos transitórios de fontes acústicas lineares pulsadas também têm recebido atenção considerável [42], [43], [44].

O cálculo dos mesmos baseia-se no enfoque da resposta ao impulso espacial, proposta por Stepanishen nas referências [45] e [46].

Nesse enfoque, a pressão “pulsada” encontra-se através da convolução entre a aceleração da face do transdutor (a derivada temporal da velocidade) e a resposta impulsional espacial. A função resposta impulsional espacial tem sido encontrada para numerosas geometrias. As soluções encontradas na literatura têm sido às vezes complicadas já que envolvem a avaliação da integral de superfície de Rayleigh, a qual se refere ao principio de Huygens, onde o campo é a soma das ondas esféricas radiando desde todas as partes da abertura [42].

Assim, o campo acústico pulsado de um transdutor plano pode ser interpretado em termos de um processo de convolução.

Trata-se brevemente aqui o caso específico de um pistão circular plano, quando todas as partículas do meio, em contato com a superfície emissora, vibram em fase com a mesma amplitude. A componente normal de sua velocidade pode ser expressa como um produto separável do espaço e do tempo:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \cdot \hat{n}' = V(t)O(\vec{r}) \quad (2.4-14)$$

Aqui  $O(\vec{r})$  representa uma função da amplitude emissora. Para o emissor de superfície circular plana de raio  $a$ :

$$O(\vec{r}) = \begin{cases} 1 & \text{se } r < a \\ 0 & \text{se } r > a \end{cases} \quad (2.4-15)$$

Como o transdutor excitado admite a separação espaço-temporal no perfil de velocidade da face, neste caso o campo de radiação acústico pode ser avaliado utilizando os conceitos básicos da teoria de Sistemas Lineares, significa que: conhecendo o sinal de entrada, ou seja, a forma de excitação (pode ser o perfil de velocidades em função da abertura) e a resposta impulsional do sistema  $h(\vec{r}, t)$ , pode ser obtida a saída (o potencial de velocidade, a pressão ou outra propriedade acústica).

Portanto, considerando que a fonte apresenta uma forma de onda de velocidade arbitraria  $V(t)$  e uma amplitude de distribuição uniforme normalizada à unidade, a integral de Rayleigh (equação 2.4-7) é:

$$\phi(\vec{r}, t) = \int_A \frac{V(t - \frac{R}{c})}{2\pi R} dA \quad (2.4-16)$$

$R$  : distância desde o  $dA$  até o ponto do campo acústico especificado por  $\vec{r}$

Para situações transientes, o termo  $U_0 e^{i(\omega t - kr)}$  (da equação 2.4-8) substitui-se por  $v(t - \frac{r}{c})$ .

Neste caso, a função da velocidade pode-ser escrita utilizando a função delta [44]:

$$V(t - \frac{R}{c}) = \int V(\tau) \delta(t - \frac{R}{c} - \tau) d\tau \quad (2.4-17)$$

$\tau$  : variável de tempo de integração

que substituindo (2.4-17) em (2.4-16):

$$\phi(\vec{r}, t) = \iint_S \frac{V(\tau) \delta(t - \frac{R}{c} - \tau)}{2\pi R} d\tau dS \quad (2.4-18)$$

Mudando a ordem de integração:

$$\phi(\vec{r}, t) = \int V(\tau) \int_S \frac{\delta(t - \frac{R}{c} - \tau)}{2\pi R} dS d\tau \quad (2.4-19)$$

Define-se a função:

$$h(\vec{r}, t) = \int_S \frac{\delta(t - \frac{R}{c})}{2\pi R} dS \quad (2.4-20)$$

Assim, o potencial de velocidade pode ser expresso como a convolução da função  $h(\vec{r}, t)$  e a velocidade do pistão:

$$\phi(\vec{r}, t) = V(t) \otimes h(\vec{r}, t) \quad (2.4-21)$$

$h(\vec{r}, t)$  é a resposta ao impulso ou resposta impulsional espacial e representa o potencial de velocidade no ponto P que resulta de uma excitação de velocidade impulsiva da fonte radiante.

A resposta impulsional relaciona o campo acústico com a geometria da fonte e dá basicamente, a cada instante, a amplitude da contribuição de todos os pontos do transdutor equidistantes ao ponto de observação.

Para determinar a pressão acústica transiente (dependente do tempo) que resulta da velocidade (da excitação) do pistão:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial V(t)}{\partial t} \otimes h(\vec{r}, t) \quad (2.4-22)$$

Observar que a equação (2.4-22), representa uma integral unidimensional (pela própria definição do produto de convolução, ver Anexo A), diferente da integral de Rayleigh ou da equação (2.4.-20). Soluções analíticas da função  $h(\vec{r}, t)$  tem sido derivadas para muitas geometrias utilizadas em imagens médicas: pistão plano circular, retangular, radiadores esféricos focalizados, entre outros [19]. E assim, uma vez que se conhece  $h(\vec{r}, t)$ , a integral de convolução (2.4-22) pode ser avaliada:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial V(t-\tau)}{\partial t} h(\vec{r}, \tau) d\tau \quad (2.4-23)$$

com os limites de integração  $t_1$ : tempo de chegada mínimo da onda desde a fonte ao ponto de observação e  $t_2$ : tempo de chegada máximo desde a fonte ao ponto de observação.

O resumo apresentado até aqui está dirigido à obtenção dos campos acústicos de transdutores convencionais planos circulares conhecendo a forma de  $h(\vec{r}, t)$  [44].

Para o caso do transdutor de difração limitada ou de Bessel, tem sido utilizado um modelo para calcular a pressão em cada ponto do feixe de ultra-som emitido por ele, considerando o mesmo formado por um arranjo de anéis, cada um comportando-se como um pistão plano, e logo somando as contribuições de cada anel [47].

Assim, a resposta impulsional generalizada obtém-se de:

$$h(r, t) = \sum_{n=1}^N V_n \iint_{S_n} \frac{\delta(t - \frac{R}{c})}{2\pi R} dS \quad (2.4-24)$$

$n$  : representa o número de anéis.

$S_n$  : superfície de cada anel.

$R$  : distância ao ponto de integração.

$V_n$  : amplitude de velocidade em cada anel.

Ainda, para avaliar os campos de pressão transiente que resultam de uma velocidade axi-simétrica dependente do tempo de uma fonte de radiação plana (disco, membrana, etc), Stepanishen desenvolveu um enfoque generalizado para a resposta impulsional [48]. A idéia básica deste enfoque é expressar a distribuição de velocidades como:

$$V(r, \tau) = \sum_n V_n(\tau) \phi_n(r) \quad (2.4-25)$$

onde:  $\phi_n(r)$  é um conjunto completo de funções ortonormais.

Especificamente se:  $\phi_n(r) = J_o(ka_n r)$  para  $(0 \leq r \leq 1)$ ,

$J_0(x)$  função de Bessel de ordem zero,

então a distribuição de velocidade da fonte pode ser expressa como:

$$V(r, \tau) = J_0(ka_n r) V_n(\tau) \quad (2.4-26)$$

Esse enfoque pode ser aplicado quando a distribuição de velocidades espacial é a função de Bessel de ordem zero e de primeira classe, sendo considerada uma distribuição de velocidade axi-simétrica.

Desta forma, “desacoplando” a dependência espacial e temporal da distribuição de velocidades, a pressão em qualquer ponto do espaço pode expressar-se como uma soma de integrais de convolução que envolvem respostas impulsionais generalizadas que dependem de funções próprias e das velocidades dependentes do tempo.

---

---

## 3 Técnica de simulação: Método de Elementos Finitos (MEF)

---

---

### 3.1 Introdução.

Em virtude da complexidade do sistema de equações, das condições de contorno ou condições iniciais para os problemas dinâmicos, etc, muitos problemas práticos na Física e na Engenharia não têm uma solução analítica exata. Nestes casos, utilizam-se aproximações numéricas.

De forma geral as soluções analíticas exatas dão como resultado o comportamento de um sistema para qualquer ponto do mesmo, e as soluções numéricas aproximam só o resultado em um conjunto discreto chamado nós. O método de elementos finitos consiste em dividir o domínio do problema em diversos subdomínios, com geometrias mais simples denominadas elementos finitos. Cada um desses elementos se conecta com os outros através de pontos chamados nós. Uma vez definida a geometria do problema e as equações do sistema vinculadas a sua solução, procede-se à discretização do sistema. Ao final se passa de uma solução contínua a um conjunto de soluções discretas nos nós.

Entre os métodos numéricos temos: o método de diferenças finitas e o método de elementos finitos. No primeiro discretizam-se as equações diferenciais, aproximando as derivadas pelas diferenças correspondentes. Este método é direto, mas torna-se difícil aplicar em geometrias complexas quando o meio é anisotrópico [49]. O segundo utiliza formulações integrais para cada elemento

usando para isso funções de interpolação para as magnitudes dentro do elemento em pontos que não são nós.

Neste Capítulo revisam-se as etapas realizadas na simulação pelo método de elementos finitos e as equações utilizadas, partindo do princípio variacional para obter a resolução do problema piezoelétrico especificado.

Descreve-se a aplicação do método ao caso de vibrações mecânicas e a visualização das ondas planas e de borda que interagem para produzir o campo de radiação.

São explicadas as geometrias utilizadas na aplicação do método, os elementos associados às mesmas, assim como os graus de liberdade que estão envolvidos no problema.

## 3.2 Método de elementos finitos (MEF).

O processo para fazer uma simulação por elementos finitos, uma vez que se tem definido o problema a analisar, consiste em varias etapas fundamentais: o pré-processo, o tipo de solução que se quer obter, e o pós-processo.

Dentro da etapa do pré-processo, define-se a geometria. Também são consideradas as simplificações que podem ser introduzidas pela simetria do problema. O software ANSYS<sup>TM</sup> deve reconhecer primeiro o elemento (se é sólido ou fluido) e logo o material a ser modelado (água, resina, aço, PZT). Assim, no ANSYS<sup>TM</sup> podem definir-se diferentes elementos para os diferentes casos quando se analisa o problema em duas ou em três dimensões. Desta forma ficam determinados os graus de liberdade e as funções de interpolação a utilizar.

Ainda nesta etapa são introduzidas as propriedades do material a ser modelado. Para todos os casos devem ser entradas, no software, as constantes principais que caracterizam cada material. No caso de elementos piezoelétricos, além da matriz elástica devem ser entradas as matrizes piezoelétrica e da permissividade.

Logo, divide-se o sistema em elementos finitos ou “*mesh*”. O tamanho dos elementos depende da precisão requerida, mas em geral a solução converge quando se realiza uma divisão mais fina.

Na Figura 3.2- 1 mostra-se um exemplo de como dividir a estrutura em elementos discretos (“*mesh*”), com a formação dos “nós” que definem os elementos em que se divide o problema.

São fixadas as condições de contorno. Para os piezoelétricos devem fixar-se tanto as mecânicas como as elétricas.

Na etapa de solução resolve-se o sistema de equações que descrevem o problema. Deve selecionar-se o tipo de análise desejado, por exemplo, análise estática: onde os efeitos inerciais (massa) e do amortecimento são ignorados, análise dinâmica: quando o material piezoelétrico é submetido a uma excitação harmônica ou uma excitação transiente, entre outras.

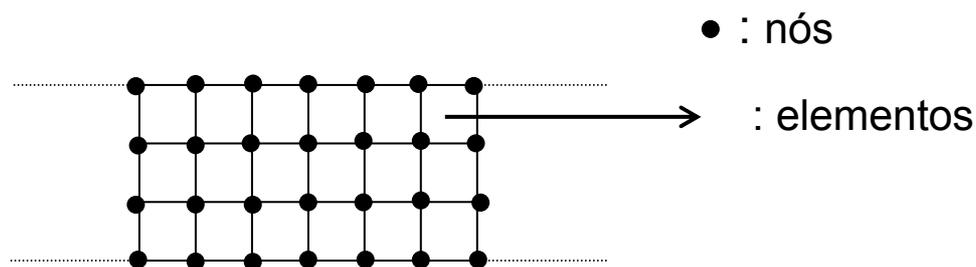


Figura 3.2- 1 Estrutura de elementos finitos e nós.

Na análise harmônica, o deslocamento e a tensão elétrica podem estar fora de fase, mas possuem a mesma frequência.

Na análise transiente, o deslocamento e a tensão podem estar fora de fase, mas também possuem frequências diferentes já que o material analisado tenderá a responder em suas frequências naturais de ressonância.

Na solução, o que se obtém são os valores dos graus de liberdade associados a cada nó para cada frequência na análise harmônica e para cada tempo na análise transitória.

Na etapa do pós-processo: obtêm-se os resultados a partir dos valores nodais obtidos na solução. Podem ser calculados funções dos valores nodais ou valores associados aos elementos integrando os valores nodais.

Para o material piezoelétrico definem-se como graus de liberdade os deslocamentos e o potencial elétrico em cada um dos nós do domínio [50].

As simulações são realizadas, em geral, em duas dimensões devido ao alto custo computacional dos modelos tridimensionais [51], [52]. Não obstante em alguma situação, com vistas a visualizar melhor o fenômeno, podem-se realizar algumas simulações em três dimensões.

Na Figura 3.2- 2 mostramos o modelo axi-simétrico utilizado na simulação dos transdutores com geometria circular [53].

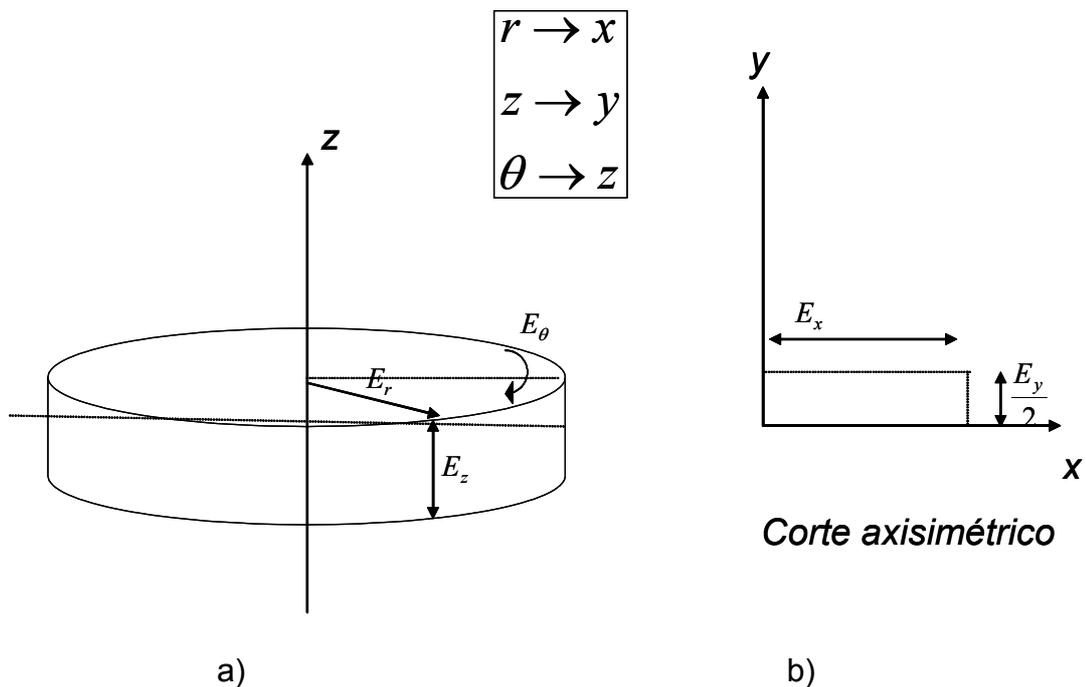


Figura 3.2- 2 Sistema axi-simétrico: a) em coordenadas cilíndricas, b) coordenadas cartesianas.

Com este modelo transformam-se as propriedades do material, do sistema tridimensional para um sistema bidimensional axi-simétrico.

### 3.3 MEF aplicado à vibrações eletromecânicas.

Como foram mostradas no Capítulo 2, as equações do meio piezoelétrico, equação (2.2-3), podem ser escritas por:

Na notação tensorial:

Na notação matricial:

$$\begin{aligned} T_{jk} &= c_{jklm}^E S_{lm} - e_{jki} E_i \\ D_i &= e_{jki} S_{jk} + \varepsilon_{ij}^S E_j \end{aligned} \quad \begin{aligned} \{T\} &= [c^E] \{S\} - [e]^t \{E\} \\ \{D\} &= [e] \{S\} + [\varepsilon^S] \{E\} \end{aligned} \quad (3.3-1)$$

As equações mecânicas:

$$\nabla \cdot T = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad S = Bu \quad (3.3-2)$$

$T$  : vetor de tensão mecânica.

$S$  : vetor de deformação mecânica.

$E$  : vetor de campo elétrico.

$D$  : vetor deslocamento elétrico.

$c^E$  : matriz de rigidez mecânica a campo elétrico constante.

$\varepsilon^S$  : matriz de permissividade a deformação constante.

$e^t$  : matriz piezoelétrica: sobrescrito <sup>t</sup> significa a transposta.

$B$  : matriz do operador diferencial de 1a. ordem.

$u$  : deslocamento mecânico.

Queremos obter as equações em função das variáveis definidas como graus de liberdade para os nós, correspondentes às vibrações mecânicas (ou deslocamentos) e o potencial elétrico. Para isso substitui-se:

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = B\{u\} \quad \{S\} = \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

As equações elétricas:

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad \nabla \cdot D = 0 \quad E = -\nabla \phi$$

A dedução da formulação de elementos finitos utilizada baseia-se no princípio dos trabalhos virtuais e foi apresentada por Allik e Hughes em [54]

As equações constitutivas vinculam a tensão mecânica e o deslocamento elétrico com a deformação e o campo elétrico em cada ponto.

Na formulação de elementos finitos aproximam-se os valores de deslocamento e voltagem em pontos interiores ao elemento em função de seus valores nodais [55]. Para isso utilizam-se funções de interpolação N cujos coeficientes dependem dos valores nodais. Supondo um elemento formado com “n” nós, então o deslocamento e o potencial expressam-se como:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n N_i u_{xi} \\ \sum_{i=1}^n N_i u_{yi} \\ \sum_{i=1}^n N_i u_{zi} \end{Bmatrix} \quad \varphi = \sum_{i=1}^n N_i \varphi_i$$

$\varphi$ : potencial elétrico.

Os deslocamentos contínuos  $\{u\}$  relacionam-se com os deslocamentos nodais  $\{u_{ii}\}$  a través da função de forma  $[N_u]$ . Igualmente o potencial elétrico relaciona-se com o potencial nodal  $\{\varphi_i\}$  a través de função de forma  $[N_\varphi]$ .

Substituindo as funções de interpolação na deformação:

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{xi}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{yi}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{zi}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{yi}}{\partial z} + \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{zi}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{xi}}{\partial z} + \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{zi}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{xi}}{\partial y} + \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i u_{yi}}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \{E\} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i \varphi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i \varphi_i}{\partial y} \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n N_i \varphi_i}{\partial z} \end{Bmatrix}$$

Definem-se os operadores matriciais  $[B_u]$  y  $[B_\varphi]$  que contém as derivadas das funções de forma como:

$$[B_u] = \begin{bmatrix} [N_x] & 0 & 0 \\ 0 & [N_y] & 0 \\ 0 & 0 & [N_z] \\ 0 & [N_z] & [N_y] \\ [N_z] & 0 & [N_x] \\ [N_y] & [N_x] & 0 \end{bmatrix} \quad [B_\varphi] = \begin{bmatrix} [N_x] \\ [N_y] \\ [N_z] \end{bmatrix} \quad (3.3- 3)$$

As matrizes  $[N_x]$ ,  $[N_y]$  e  $[N_z]$  contem as derivadas das funções de forma para cada nó de um elemento com respeito a  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente.

Utilizando esta notação matricial as equações podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \{S\} &= [B_u] \{u\} \\ \{E\} &= -[B_\varphi] \{\varphi\} \end{aligned} \quad (3.3- 4)$$

Portanto, a equação constitutiva (3.3-1) fica:

$$\begin{aligned} \{T\} &= [c]^E [B_u] \{u\} - [e] [B_\varphi] \{\varphi\} \\ \{D\} &= [e] [B_u] \{u\} + [\varepsilon]^S [B_\varphi] \{\varphi\} \end{aligned} \quad (3.3- 5)$$

As equações estáticas para o equilíbrio do corpo piezoelétrico podem ser obtidas a partir do princípio dos trabalhos virtuais, igualando o trabalho virtual realizado pelas forças externas à variação de energia interna produzidas pelos deslocamentos virtuais:

$$\begin{aligned} \int_V \{\delta S\}^T \{T\} dV &= \{\delta u\}^T \{F\} \\ - \int_V \{\delta E\}^T \{D\} dV &= \{\delta u\}^T \{Q\} \end{aligned} \quad (3.3- 6)$$

$F$ : forças mecânicas (distribuídas no volume ou na superfície do corpo).

$Q$ : cargas elétricas (distribuídas na superfície).

A primeira equação representa um balanço de forças e a segunda um balanço de cargas.

As deformações e os deslocamentos virtuais podem substituir-se por:

$$\begin{aligned} \{\delta S\}^T &= \{\delta u\}^T [B_u]^T \\ \{\delta E\}^T &= -\{\delta \varphi\}^T [B_\varphi]^T \end{aligned} \quad (3.3- 7)$$

Como os deslocamentos virtuais não dependem do domínio de integração:

$$\begin{aligned} \{\delta u\}^T \int_V [B_u]^T [c]^E [B_u] \{u\} + [B_u]^T [e]^T [B_\varphi] \{\varphi\} dV &= \{\delta u\}^T \{F\} \\ \{\delta \varphi\}^T \int_V [B_\varphi]^T [e] [B_u] \{u\} - [B_\varphi]^T [\varepsilon] [B_\varphi] \{\varphi\} dV &= \{\delta u\}^T \{Q\} \end{aligned}$$

Integrando no volume do elemento podem ser definidas as matrizes  $[K]$ :

$$\begin{aligned} [K_{uu}^e] &= \int_V [B_u]^T [c]^E [B_u] dV \\ [K_{u\varphi}^e] &= \int_V [B_u]^T [e]^T [B_\varphi] dV \\ [K_{\varphi u}^e] &= \int_V [B_\varphi]^T [e] [B_u] dV \\ [K_{\varphi\varphi}^e] &= -\int_V [B_\varphi]^T [\varepsilon] [B_\varphi] dV \end{aligned} \quad (3.3- 8)$$

As equações para o elemento se reduzem ao sistema:

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}^e] & [K_{u\varphi}^e] \\ [K_{\varphi u}^e] & [K_{\varphi\varphi}^e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} \quad (3.3- 9)$$

O superescrito “e” indica que se trata de um elemento individual, o sistema resultante é de quatro equações com quatro incógnitas onde os coeficientes dependem da integração das constantes elásticas pesadas pelas funções  $[B]$  no volume do elemento.

A generalização para o caso dinâmico implica adicionar um termo correspondente à massa por aceleração  $[M_{uu}^e]$  e outro correspondente ao amortecimento. O resultado fica neste caso:

$$\begin{bmatrix} [M_{uu}^e] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{uu}^e] & 0 \\ 0 & [C_{\phi\phi}^e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{uu}^e] & [K_{u\phi}^e] \\ [K_{\phi u}^e] & [K_{\phi\phi}^e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ Q \end{Bmatrix} \quad (3.3- 10)$$

O amortecimento está relacionado com perdas mecânicas  $[C_{uu}]$  e elétricas  $[C_{\phi\phi}]$ . Em geral tanto as perdas estruturais como dielétricas são funções complexas dependentes da frequência. Um modelo de aproximação utilizado [51] para o cálculo da matriz das perdas mecânicas  $[C_{uu}^e]$  é:

$$[C_{uu}^e] = \alpha [M_{uu}^e] + \beta [K_{uu}^e] \quad (3.3- 11)$$

com  $\alpha, \beta$ : constantes. Seus valores dependem das características de dissipação de energia da estrutura [52].

Quando a excitação é harmônica [51]:

$$\alpha = 0, \quad \beta = \frac{1}{\omega Q_m}$$

$Q_m$ : fator de qualidade mecânico.

$\omega$ : frequência angular.

A matriz de perdas dielétricas:  $[C_{\phi\phi}^e]$ , pode ser expressa como função da frequência:

$$[C_{\phi\phi}^e] = \frac{1}{\omega} \int_V [N_\phi]^T [\varepsilon] [N_\phi] dV$$

A matriz de massa utilizada nas equações anteriores obtém-se a partir da densidade:

$$\left[ M_{uu}^e \right] = \int_V \rho [N_u]^T [N_u] dV$$

A partir das equações de um elemento se interconectam as equações globais, onde as incógnitas são todos os deslocamentos e potenciais nodais, e as matrizes se interconectam com as condições de vínculo entre os elementos. Estas são ação e reação para as forças e igualdade das cargas nos nós comuns.

### **3.3.1 Modos de vibração para um disco piezoelétrico com polarização convencional.**

Para simular os modos de vibração de um transdutor convencional foram introduzidas no software ANSYS<sup>TM</sup> [56] as constantes elásticas, dielétricas e piezoelétricas correspondentes a um material de composição *PZT-5A* [57], com o intuito de obter a impedância (admitância) e fase elétricas em função da frequência de todos os modos ressonantes para uma excitação harmônica. Com estes valores tabulados espera-se uma dispersão da ordem do 10 % nos materiais piezoelétricos comerciais, o que dá um intervalo de ajuste dos mesmos para cada problema particular.

Em virtude da geometria circular dos transdutores convencionais e de Bessel, foi usado o modelo axi-simétrico no método de simulação fazendo possível reduzir o problema tri-dimensional a um bi-dimensional, com o eixo *x* e o eixo *y* correspondentes à direção radial e ao eixo de simetria do transdutor circular, respectivamente. Com isso logra-se diminuir o tempo de cálculo computacional.

Através do ANSYS™ modelou-se o elemento piezeolétrico bidimensional de quatro nós, com o elemento: *PLANE13*. Cada nó deste elemento possui dois graus de liberdade de translação e um grau de liberdade de tensão elétrica [50].

Se o material piezoelétrico apresenta planos de simetria na geometria e na excitação, como é o nosso caso, pode reduzir-se o número de elementos utilizados aplicando condições de contorno adequadas.

O guia para fixar as condições de contorno é a seguinte: se existe um plano de simetria no problema, então o deslocamento na direção da normal a esse plano é nulo para todos os pontos do mesmo. Na Figura 3.3- 1 mostra-se como substituir uma geometria por outra menor utilizando as condições de contorno mecânicas de deformação nula, que fixam os planos de simetria [49].

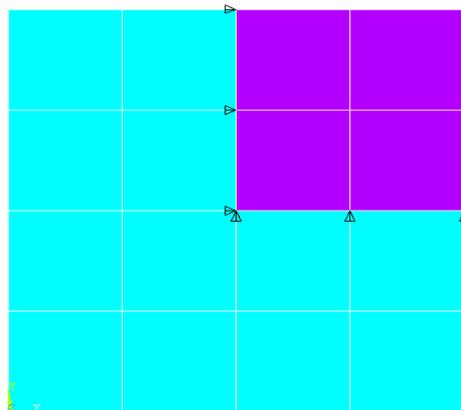


Figura 3.3- 1 Planos de simetria e condições de contorno aplicados.

Aparecem também as divisões de elementos finitos realizados (“*mesh*”). Para o tamanho do “*mesh*” ou do número mínimo de divisão da geometria,

usamos o critério de  $\frac{\lambda}{20}$  ( $\lambda$ : comprimento de onda da onda propagada) [51].

$$\text{com } \lambda = \frac{V}{f} \quad V = 2t f_a$$

$f_a$  : freqüência de anti-ressonância elétrica.       $t$  : espessura da amostra.

Um valor menor que este não contribui com melhores resultados e sim utilizaria muito mais tempo de cálculo. Na modelagem foram aplicados como condições de contorno um potencial elétrico de 1 Volt no eletrodo superior e de 0 Volt no eletrodo inferior.

Para obter os modos de vibração dos materiais piezoelétricos, nesse tipo de solução foi realizada uma análise harmônica.

Uma vez calculada a solução procede-se a visualizar os resultados. Para isso existem dois post-processadores:

“General post-processor” ou no código do ANSYS<sup>TM</sup>: POST1 e “Time history post-procesor” ou POST26.

Com o primeiro visualiza-se a superfície deformada, com o segundo visualizam-se as variáveis em função da frequência.

Assim, este tipo de modelagem permite prever o comportamento dos modos fundamentais de vibração do transdutor.

Para obter os valores das frequências de ressonância e anti-ressonância dos modos fundamentais de vibração, tem que se determinar a curva de impedância elétrica. A mesma é obtida a partir da carga elétrica quando se realiza uma análise harmônica do material piezoelétrico.

A carga elétrica vem dada:

$$Q(t) = Q_0 e^{-j\omega t}$$

$Q_0$  : amplitude da carga elétrica

Daqui obtém-se a corrente elétrica

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -j\omega Q(t)$$

A partir desta expressão calcula-se a impedância (ou admitância) elétrica tendo-se aplicado uma tensão de 1 volt:

$$Z = \frac{V}{I} \quad Y = \frac{I}{V}$$

### **3.3.2 Propagação de ondas acústicas geradas por um transdutor ultra-sônico piezoelétrico.**

Na simulação da propagação de ondas acústicas excitadas por um transdutor em um meio fluido, tem que ser considerados os diferentes elementos (sólidos e fluidos) e materiais que estão presentes, existindo um acoplamento fluido – estrutura [50].

Na modelagem bidimensional do meio acústico utilizou-se o elemento *FLUID29* que apresenta três graus de liberdade por cada nó: dois graus de liberdade de translação e um grau de liberdade de pressão. Os graus de liberdade de translação são só aplicáveis aos nós que se encontram na interface sólido-fluido. A partir dessa informação podem ser obtidos os dados de como vibra a superfície do transdutor em contato com o fluido.

No caso de uma modelagem tridimensional, deve ser utilizado o elemento: *FLUID30* que possui três graus de liberdade de translação e um de pressão por cada nó.

Na construção da geometria bidimensional simulando o transdutor e o meio acústico, desenhou-se a metade do sistema, pela simetria axi-simétrica. Para visualizar o perfil do campo irradiado foi desenhada a cerâmica piezoelétrica e a camada de casamento entre a cerâmica e o meio fluido.

A zona do fluido em contato com a camada de casamento foi modelada como um fluido com estrutura, a diferença do resto do fluido que foi considerado como um fluido sem estrutura. A diferença entre esses elementos vem dada pelos graus de liberdade que podem ser obtidos na solução. No caso do fluido com estrutura consideram-se as translações segundo direção radial e axial e a pressão. No caso do fluido sem estrutura considera-se somente o grau de liberdade correspondente à pressão.

Para discretizar o meio fluido, o número de divisões de elementos finitos foi realizado seguindo o mesmo critério explicado na Seção 3.3.1 referido a:  $\frac{\lambda}{20}$  (com  $\lambda$ : comprimento de onda da onda propagada na água). Esse valor é diferente ao utilizado para discretizar a cerâmica visto que as velocidades do som na água e na cerâmica são diferentes.

Além, para garantir que não existam reflexões nos extremos do meio fluido, quando a onda acústica propagada chega até lá, foi aplicada como condição de contorno um valor para a impedância igual a 1 nesses extremos. Experimentalmente isto é conseguido colocando um material absorvente nos extremos de uma cuba com água.

Para obter os contornos da onda emitida, foi realizada uma análise transiente. Assim, com os resultados deste tipo de simulação pode visualizar-se a propagação das chamadas ondas planas e de borda.

Outros resultados, a partir das simulações bidimensionais dos campos acústicos, que podem ser obtidos, são os deslocamentos radial e axial em função do tempo para diferentes pontos situados na face do transdutor e os valores das pressões em função dos eixos radial e axial.

---

---

## 4 Materiais e Métodos Experimentais.

---

---

### 4.1 Introdução

Neste Capítulo mostra-se como foram construídos os transdutores, na forma de discos, convencional e de difração limitada, com três anéis, através dos processos de polarização uniforme e não uniforme, respectivamente.

Descrevem-se as técnicas que foram utilizadas para a caracterização dos transdutores.

Com a caracterização eletromecânica obtiveram-se as frequências dos modos fundamentais de vibração.

As medidas experimentais do campo irradiado pelos transdutores foram obtidas mediante dois métodos: o método de transmissão – recepção com hidrofone [41] e o método acusto-ótico de Schlieren [58].

Descreve-se a técnica de espectroscopia acústica de superfície, que permite fazer o mapeamento de vibração da superfície das cerâmicas em função da frequência.

## **4.2 Construção dos transdutores.**

### **4.2.1 Transdutores polarizados uniformemente.**

As amostras utilizadas para o desenvolvimento de nosso trabalho foram preparadas no próprio grupo de cerâmicas ferroelétricas (GCFerr). Assim, os métodos de preparação e caracterização das amostras utilizadas podem ser consultados na referência: [59].

As amostras de titanato-zirconato de chumbo (PZT 53/47) dopado com Nióbio (PZT+ 1 % em peso de Nb) foram obtidas pelo método cerâmico convencional, por mistura de precursores óxidos de alta pureza. Mencionamos aqui brevemente o procedimento convencional que se segue para a preparação das cerâmicas piezoelétricas:

**Matéria prima:** Constituiu-se de óxidos e carbonatos de alta pureza como PbO, TiO<sub>2</sub>, ZrO<sub>2</sub> e Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub>.

**Mistura:** Os componentes foram pesados em balança de precisão e misturados em moinho de bolas.

**Calcinação e Moagem:** Os pós de óxidos e carbonatos mencionados anteriormente foram calcinados a 800 °C durante 3 h. Após a calcinação adicionou-se ligante e, novamente moídos e misturados no moinho de bolas por 2 h.

**Compactação:** As amostras foram conformadas no formato de discos de 25 mm de diâmetro e 2 - 3 mm de espessura utilizando os métodos de prensagem uniaxial e isostática.

**Sinterização:** Foi realizada a 1240 °C por 3,5 h em forno convencional.

Polimento: As faces das amostras foram polidas com carbetos de silício 800, 1000, 1500 em politriz, e manualmente, com alumina 3  $\mu\text{m}$  até uma espessura de aproximadamente 1 mm. Com este procedimento obteve-se o paralelismo desejado entre as faces e boa precisão nas dimensões das amostras.

As dimensões geométricas das cerâmicas piezoelétricas convencionais foram:

Espessura: 1,20 mm

Diâmetro: 25,00 mm

Eletrodos: Antes de polarizar as amostras, foram colocados eletrodos nas faces da mesma com tinta prata TICON, apropriada para cerâmicas, com temperatura de cura de 590 °C.

Polarização: As amostras cerâmicas convencionais foram polarizadas sob um campo  $E_p = 3 \text{ kV/mm}$  por 15 min. a 100 °C aproximadamente.

Uma vez polarizadas as cerâmicas convencionais, foi construída uma camada de adaptação ao meio, denominada “*matching*” e uma camada de retaguarda ou “*backing*”, de acordo com a referência [60], e finalmente o conjunto foi colocado em uma cápsula de bronze com os fios conectados a cada face das amostras.

#### **4.2.2 Transdutores polarizados não uniformemente.**

Os transdutores Bessel foram desenhados a partir de uma cerâmica ferroelétrica sinterizada de PZT (53/47 + 1wt % Nb) de 1,2 mm de espessura final e diâmetro da ordem de 25 mm. Os eletrodos nas faces foram depositados colocando pintura de prata em forma de três anéis concêntricos.

A diferença com as cerâmicas ferroelétricas convencionais polarizadas uniformemente está no processo de polarização. Para obter cerâmicas Bessel, foi

seguido o critério da função de Bessel  $J_0(r)$ , mantendo fixo o tempo de aplicação do campo elétrico (por 10 minutos), à temperatura ambiente. Aplicou-se um campo  $E_p = 3$  kV/mm ao anel central, um campo  $E_p = 1,2$  kV/mm ao anel intermediário e um campo  $E_p = 0,9$  kV/mm ao anel externo. O anel intermediário foi polarizado em sentido contrário comparado com os outros anéis. Entre cada aplicação do campo elétrico aos anéis, deixou-se esperar um tempo aproximado de 24 horas, no caso contrário verificou-se que a cerâmica quebrava. Quando a polarização é feita desta maneira, diz-se então que a cerâmica piezoelétrica possui uma polarização não uniforme. Este método de polarização se representa esquematicamente na Figura 4.2- 1.

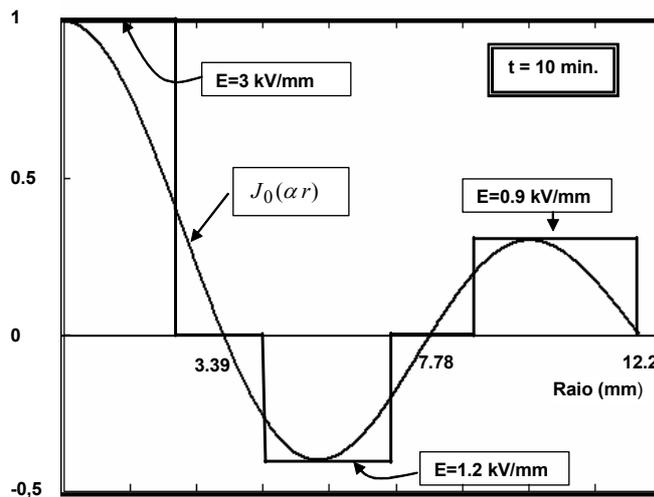


Figura 4.2- 1 Esquema do processo de polarização aplicado a cada anel, com o campo variável segundo a função de Bessel de primeira classe de ordem zero ( $J_0(\alpha r)$ ), durante um tempo constante.

Os zeros da função de Bessel coincidem com o ponto médio entre os anéis de prata, neste caso separados de 2 mm entre si aproximadamente. Posterior ao processo de polarização realizou-se uma deposição de um eletrodo de ouro nas

faces da cerâmica, mediante a técnica de “*sputtering*”, curto-circuitando desta forma todos os anéis concêntricos. Obtivemos assim cerâmicas Bessel de frequência central de ressonância da ordem de 2 MHz. Foi soldado a cada eletrodo um fio elétrico para as conexões finais dos transdutores. Foi construída a camada de casamento ou “*matching*”, e a camada de retaguarda ou “*backing*” para o fechamento de cada transdutor Bessel.

Na Tabela 4.2- 1, apresentam-se as dimensões dos anéis de um dos transdutores Bessel, com os valores de polarização relativa segundo a função de Bessel.

Tabela 4.2- 1 Dimensões dos anéis do transdutor Bessel.

Anel	Raio interior (mm)	Raio exterior (mm)	Polarização relativa (%)
1	0	2,39 (R <sub>1</sub> )	100
	2,39	4,44 (R <sub>2</sub> )	0 (não polarizado)
2	4,44	6,78 (R <sub>3</sub> )	- 40
	6,78	8,78 (R <sub>4</sub> )	0 (não polarizado)
3	8,78	12,20 (R <sub>5</sub> )	30

Na Figura 4.2- 2 visualiza-se a geometria de cada anel, segundo os valores dados na tabela anterior.

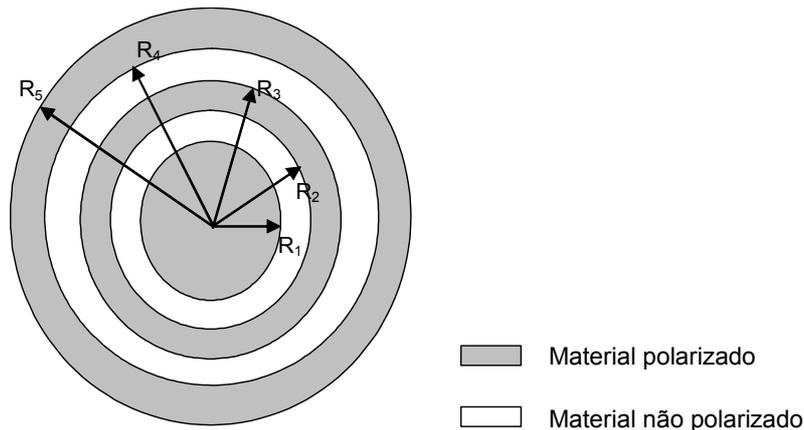


Figura 4.2- 2 Representação esquemática dos anéis de um dos transdutores Bessel.

Os transdutores convencionais e de difração limitada construídos a partir das cerâmicas ferroelétricas são mostrados na Figura 4.2- 3.



Figura 4.2- 3 Etapas da fabricação do Transdutor Bessel: a partir de uma cerâmica piezoelétrica convencional, os eletrodos se conformaram em forma de anéis concêntricos com pintura de prata. Logo depois de colocado o “backing” e o “matching” a cerâmica foi encapsulada.

Para obter o parâmetro de escala  $\alpha$  :

$\alpha$  : parâmetro de escala da função de Bessel  $J_0(\alpha r_i)$        $\alpha r_i = x_i$

$x_i$  : zeros de Bessel (o terceiro, que coincide com a borda do diâmetro).

$J_0$  : função de Bessel de primeira classe de ordem zero.

Portanto:

$$\alpha = \frac{x_i}{a} = \frac{8,65}{12,2 * 10^{-3}} = 709 \text{ m}^{-1}$$

## 4.3 Técnicas de caracterização.

### 4.3.1 Caracterização eletromecânica: Frequências de vibração.

Para a caracterização das propriedades eletromecânicas à temperatura ambiente dos transdutores foram medidas as frequências de ressonância e antirressonância dos modos de vibração [34].

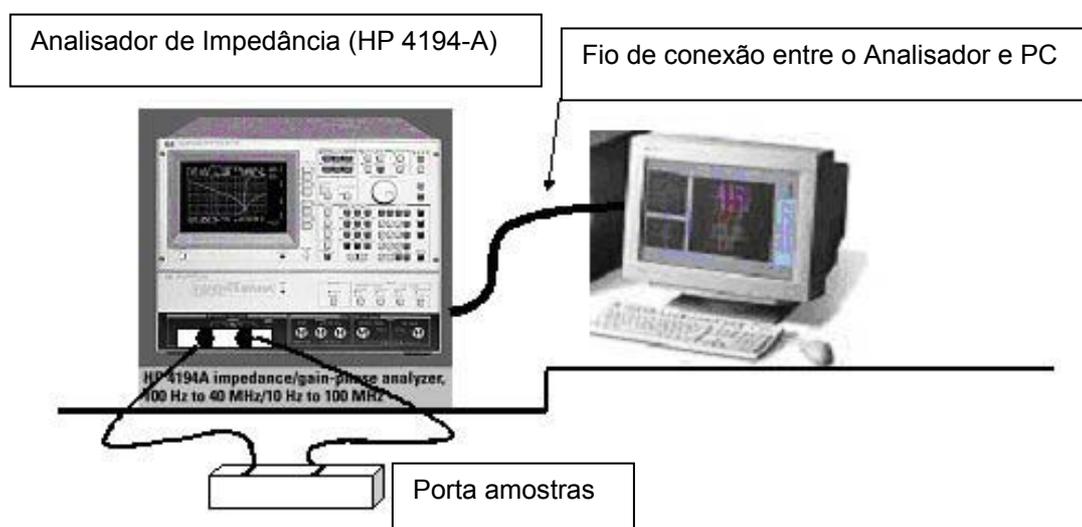


Figura 4.3- 1 Descrição do sistema experimental para a caracterização eletromecânica.

O sistema experimental utilizado é mostrado na Figura 4.3- 1. Com o Analisador de Impedâncias que trabalha em um intervalo de frequências de 100 Hz a 40 MHz, as curvas elétricas de impedância (admitância) e fase em função da frequência foram levantadas. A partir dessas curvas determinaram-se as frequências dos modos naturais de vibração. Contamos com este sistema experimental nos Laboratórios de Cerâmicas Ferroelétricas da UFSCar e de Acústica Ultra-sonora da Universidade da República em Montevideú.

O processo da medição consta de um gerador de frequência variável que produz uma voltagem que, aplicada sobre a amostra, induz uma corrente defasada com respeito a essa voltagem: assim módulo e fase dependem da impedância do material.

Utilizando os valores das amplitudes e da diferença de fase entre a corrente e a voltagem sobre os eletrodos, o analisador fornece digitalmente ao microcomputador ligado a ele, para cada frequência, o par de valores: módulo de impedância (ou admitância) e fase, ou parte real e parte imaginária da impedância (ou admitância), entre outros parâmetros.

### **4.3.2 Caracterização do campo de radiação.**

#### **4.3.2.1 Método de transmissão-recepção com hidrofone.**

O sistema experimental usado para levantar as características do campo irradiado pelos transdutores ultra-sônicos é representado na Figura 4.3- 2 estando em funcionamento no Laboratório de Acústica Ultra-sonora em Montevideú.

O mesmo consta de um tanque com água onde são imersos os transdutores a serem caracterizados. A excitação foi realizada com um gerador de pulsos elétricos, cujas características são detalhadas no Anexo D. A recepção foi feita através de um hidrofone calibrado de diâmetro igual a 0,6 mm, e resposta plana no intervalo de 1 a 10 MHz [61].

Um sistema de controlador dos motores dos "posicionadores", comandado por computador, garantiu o movimento com passos de 1 mm do hidrofone. O intervalo e precisão dos "posicionadores" angulares é de 0 a 360 graus e 1/100 de

grau. O intervalo e precisão dos "posicionadores" lineares é de 0 a 25 mm e 0,01 mm.

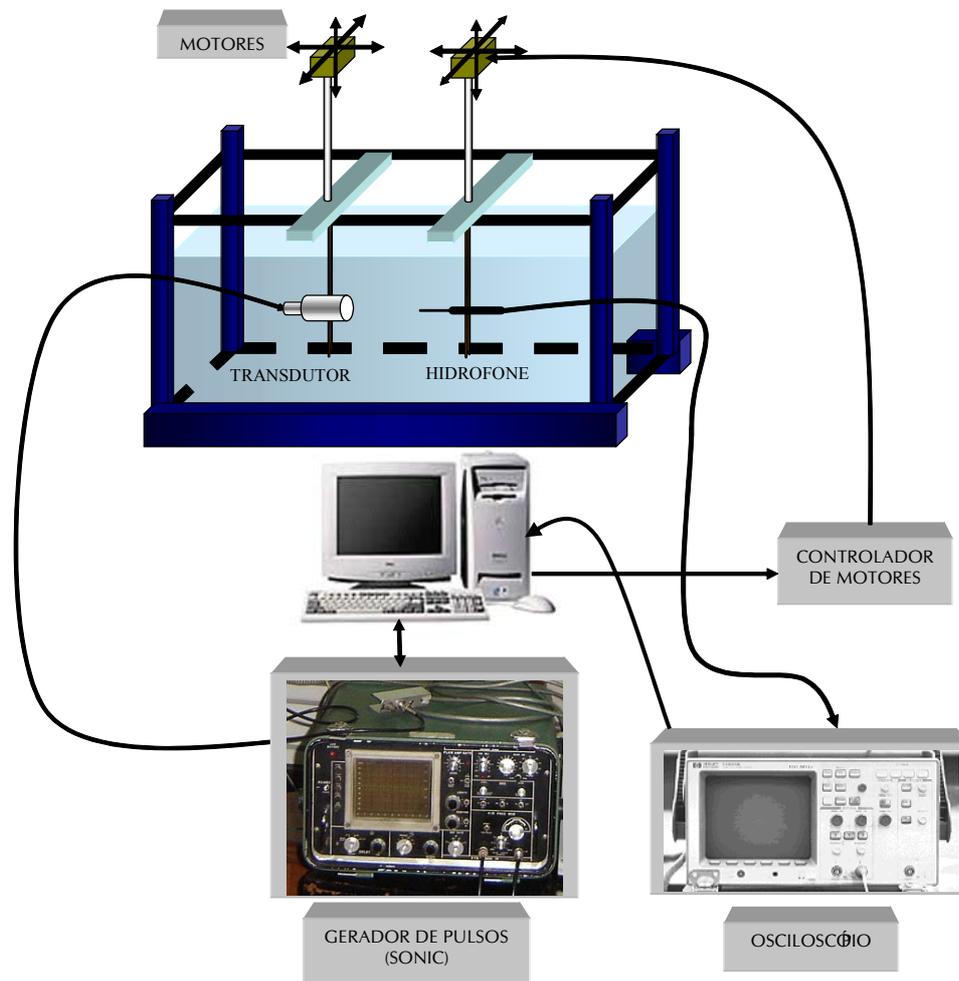


Figura 4.3- 2 Sistema experimental utilizado para medir o campo irradiado pelos transdutores ultra-sônicos.

Com este dispositivo foram medidos os valores de tensão elétrica, proporcionais aos valores de pressão do campo acústico irradiado. Os diferentes sinais recebidos pelo hidrofone foram visualizados no osciloscópio, e adquiridos pelo computador para o posterior tratamento dos dados.

Foram varridos os planos  $XY$ , perpendiculares à direção de propagação do campo acústico, em uma área de 30 mm x 30 mm (o raio das amostras é de 12,2 mm) e até uma distância axial de 150 mm, como se mostra na Figura 4.3- 3.

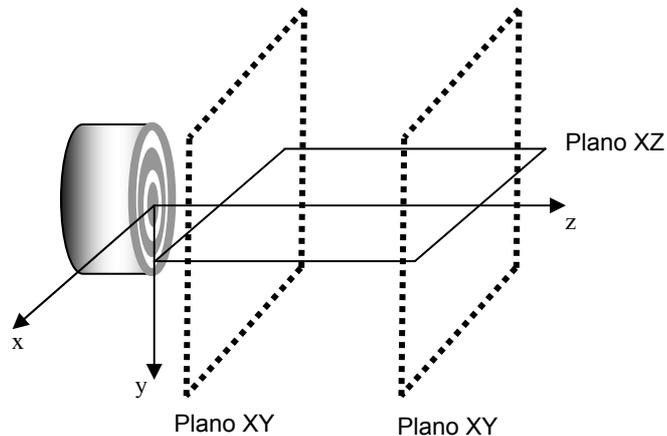


Figura 4.3- 3 Representação dos planos varridos nas medidas experimentais do campo de radiação dos transdutores.

#### 4.3.2.2 Método de Schlieren.

O método utilizado para observar o campo acústico é conhecido como técnica de Schlieren (ou campo escuro) em regime contínuo [62].

O sistema experimental encontra-se no Laboratório de Acústica Ultra-sonora em Montevideu e o desenho do mesmo está representado na Figura 4.3- 4 [63].

No sistema experimental considera-se que o feixe de ultra-som viaja segundo o eixo  $x$  e a luz colimada do laser segundo o eixo  $z$ .

Uma onda plana acústica, viajando por um meio transparente, produz uma variação periódica do índice de refração desse meio o qual atua como uma rede de difração. Assim, a fase da luz do laser que atravessa esse meio irradiado é modulada, variando senoidalmente.

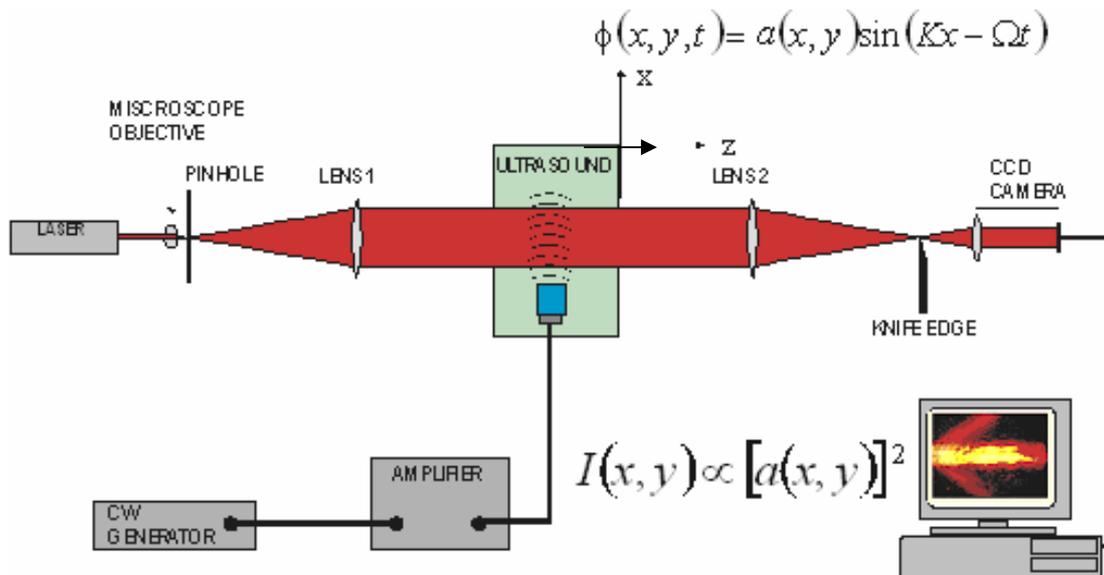


Figura 4.3- 4 Sistema experimental representando o método de Schlieren.

O conjunto de lentes do dispositivo experimental e a objetiva da câmara CCD formam a imagem do campo ótico sobre o sensor da câmara fotográfica. A função do filtro ou “*knife edge*”, do dispositivo experimental, situado logo após a segunda lente, é eliminar o feixe de ordem zero da luz difratada. O resto atinge o sensor da câmara digital e pode ser visualizado no computador, através do software comercial: “EDC-1000HR Imaging software for Windows v4.00 (Electrim Corporation)”.

Considerando a luz como uma onda plana, quando interage com o campo ultra-sônico sai com uma modulação em fase do tipo:

$$\phi(x, y) = a(x, y) \text{sen}(Kx - \Omega t) \quad (4.3- 1)$$

$\phi(x, y)$  : fase da luz.

$a(x, y)$  : amplitude pequena.

$K$  : número de onda da luz.

$\Omega$  : frequência angular da luz.

A pressão acústica monocromática é:

$$p(x, y, z, t) = p_0(x, y, z) \text{sen}(Kx - \Omega t) \quad (4.3- 2)$$

A relação entre a pressão acústica e amplitude da fase é dada por [22]:

$$a(x, y) = \int p_0(x, y, z) dz$$

Como a intensidade da luz sobre a imagem é proporcional ao quadrado da amplitude da fase no campo escuro [64]:

$$I(x, y) \propto |a(x, y)|^2 \propto \text{quadrado da amplitude de pressão do campo acustico.}$$

com o método de Schlieren pode-se obter a projeção do campo acústico de pressão produzido pelo transdutor no plano perpendicular ao de propagação da luz do laser, a partir da intensidade da luz da imagem formada [65].

### **4.3.3 Espectroscopia acústica de superfície.**

Com este método obtêm-se as amplitudes de vibração na superfície das cerâmicas.

O mapeamento dessas amplitudes é realizado estudando a vibração de cada ponto da superfície em função da frequência. Através de um analisador de transferências HP 4194A pode ser medido o módulo e fase da amplitude de vibração para um intervalo de frequência determinado. A amplitude de vibração obtêm-se através de um hidrofone que realiza o “scan” da superfície das amostras.

O método consiste em excitar senoidalmente o transdutor e a vibração do mesmo é coletado com um hidrofone acoplado através de óleo ou água. Os níveis de excitação em volt têm uma correspondência com as amplitudes de vibração.

As medidas realizam-se tomando como entrada o sinal gerado no Analisador HP4194A, e como saída a tensão no amplificador do hidrofone. Esta transferência é o produto das respostas individuais de cada um dos blocos indicados na Figura 4.3- 5.

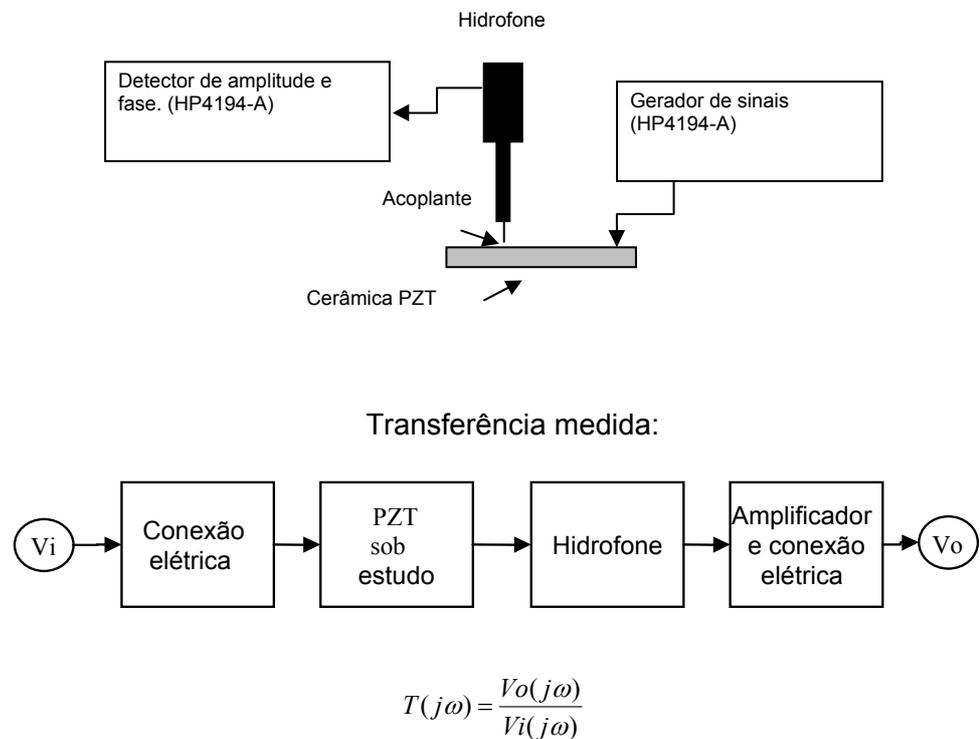


Figura 4.3- 5 Técnica experimental para relevar as amplitudes de vibração na superfície das cerâmicas.

No Laboratório de Acústica Ultra-sonora de Montevideú tem-se desenvolvido um sistema que configura o Analisador, mede, comanda os motores para posicionar o hidrofone e adquirir a informação, em forma automática desde o computador.

---

---

## 5 Resultados e discussões.

---

---

### 5.1 Introdução

Iniciamos este capítulo apresentando e discutindo as simulações feitas utilizando o método de elementos finitos. Utilizou-se o modelo axi-simétrico (duas dimensões), explicado no Capítulo 3, para obter as curvas de impedância elétrica em função da frequência e os modos de vibração dos transdutores convencionais e Bessel.

Mostram-se os desenhos das geometrias construídas no software ANSYS™ para realizar as simulações de caracterização dos modos de vibração e do campo acústico.

A seguir, comparam-se essas simulações com as medidas experimentais para cada tipo de transdutor: um convencional e um de difração limitada (Bessel) obtidas com o Analisador de Impedâncias.

Para o caso do transdutor Bessel ainda se fez a mesma análise simulando-o em três dimensões, para visualizar as deformações próprias correspondentes aos modos de vibração radial e de espessura dos três anéis que o conformam.

Selecionaram-se três pontos na face do transdutor Bessel, correspondentes a cada um dos anéis, para simular as amplitudes de deformação dos mesmos em função da frequência na análise harmônica e em função do tempo na análise transitória.

Logo apresentam-se também as simulações realizadas do campo de radiação dos transdutores convencional e Bessel irradiando em um fluido (neste caso: a água) através de uma análise transiente.

Mostram-se os resultados experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor de difração limitada, assim como pelo transdutor convencional e, para efeitos comparativos, o campo irradiado por um transdutor focalizado de frequência similar ao transdutor Bessel.

Para visualizar o feixe de ultra-som emitido pelo transdutor Bessel, mostram-se medidas realizadas pelo método de Schlieren.

Finalmente são discutidas as vantagens e desvantagens do feixe acústico do transdutor Bessel frente aos outros transdutores.

## 5.2 Freqüências características e modos naturais de vibração.

### 5.2.1 Simulações.

Para a simulação dos modos de vibração dos transdutores, através do método de elementos finitos (software ANSYS<sup>TM</sup>), foram desenhadas as geometrias apresentadas a seguir, para as cerâmicas convencional e a “Bessel”.

Na Figura 5.2- 1 mostra-se a geometria bidimensional (2D) utilizada para a cerâmica convencional de *PZT*, incluindo a discretização ou “*mesh*”. O desenho corresponde ao modelo axi-simétrico como foi explicado no Capítulo 3, onde se representa a metade do diâmetro e a espessura completa. O eixo x corresponde à direção radial e o eixo y à direção de espessura.

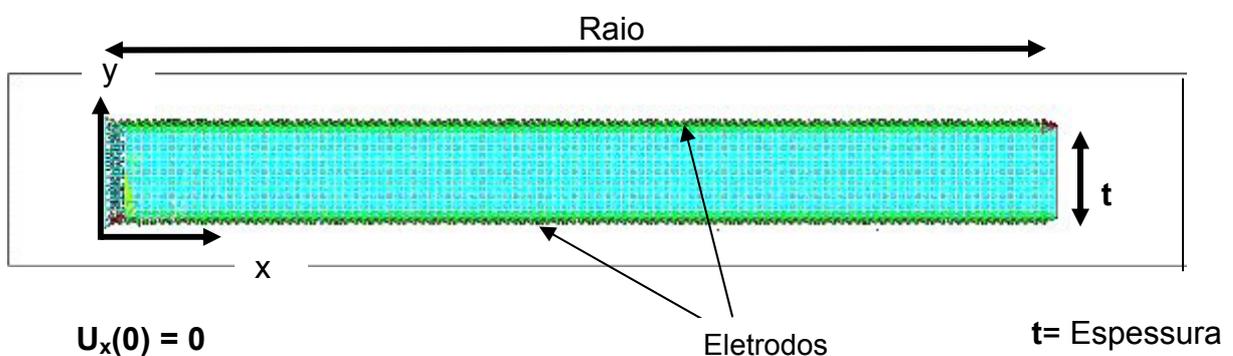


Figura 5.2- 1 Geometria bidimensional da cerâmica convencional.

$U_x(0)$  : deslocamento segundo o eixo x na origem de coordenadas.

Observam-se as restrições mecânicas colocadas em  $U_x(0) = 0$ , como foi explicado no Capítulo 3, na Figura 3.2- 2, pelo fato de ter-se um plano de simetria.

Não se colocam restrições mecânicas em  $U_y(0) = 0$ , devido a que se está trabalhando com a espessura completa e não com a metade, (como na Figura 3.2-2); também são mostrados os eletrodos construídos sobre as faces da cerâmica. Os mesmos foram desenhados acoplando os nós de cada face e concatenando-os com o grau de liberdade correspondente ao potencial elétrico. Assim, no menor nó de cada face aplicou-se a tensão elétrica, neste caso: 0 volt no eletrodo superior e 1 volt no inferior, representados nas figuras das geometrias com a cor vermelha.

Na Figura 5.2- 2 representa-se a geometria da cerâmica Bessel. Observam-se as restrições iniciais que foram colocadas: os eletrodos comuns, em ambas faces da cerâmica, a tensão aplicada a cada eletrodo e a restrição no deslocamento segundo o eixo  $x$ .

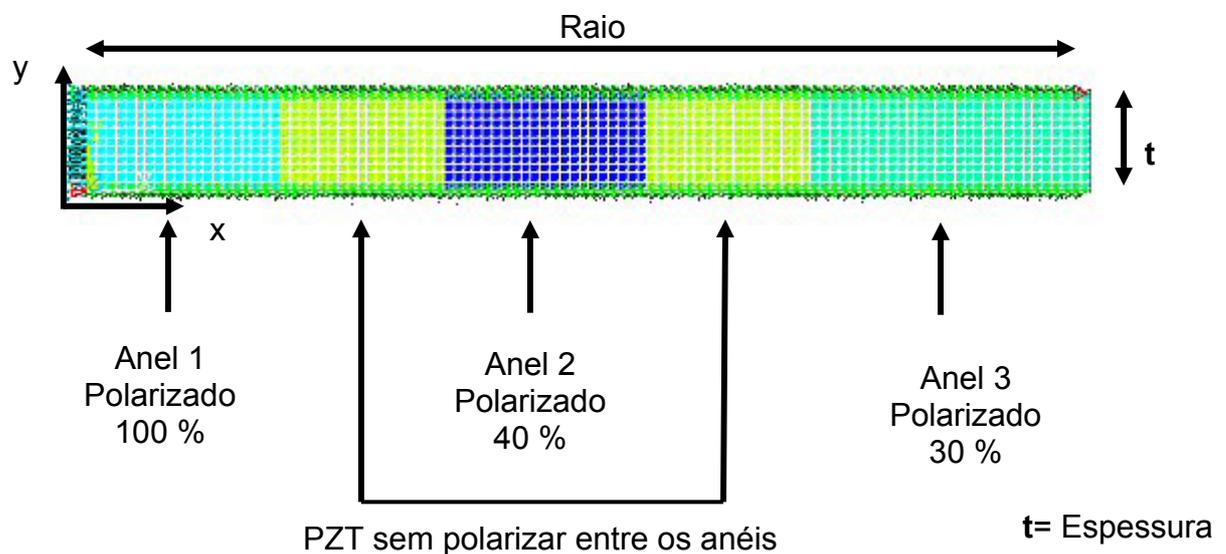


Figura 5.2- 2 Geometria bidimensional da cerâmica Bessel.

Cada cor representa um estado de polarização diferente, assim pode-se distinguir entre o anel central que foi polarizado com 100 %, o anel intermediário

que foi polarizado com 40 % e o anel externo que foi polarizado com 30 % do valor do campo elétrico. O sentido da polarização, ou seja, o sentido e os valores do campo elétrico aplicado a cada anel nas simulações foi contemplado na matriz das constantes piezoelétricas utilizadas (ver arquivo das matrizes no Anexo E). Desta forma, o sinal dos valores dessas constantes foram invertidos para o caso do anel intermediário. Para o material dos anéis intermediários de *PZT*, mas não polarizados, a matriz das constantes piezoelétricas foi considerada zero (Anexo E). As matrizes das constantes elásticas e dielétrica mantiveram-se sem alterações.

Na Figura 5.2- 3 representa-se a geometria construída na simulação para descrever a cerâmica Bessel em três dimensões (3D). Colocaram-se eletrodos nas faces inferior e superior que não se mostram neste desenho. O “*mesh*” aplicado foi diferente ao caso do problema bidimensional, pois esta geometria circular (em 3D) não admite quadrados para desenhar o elemento finito.

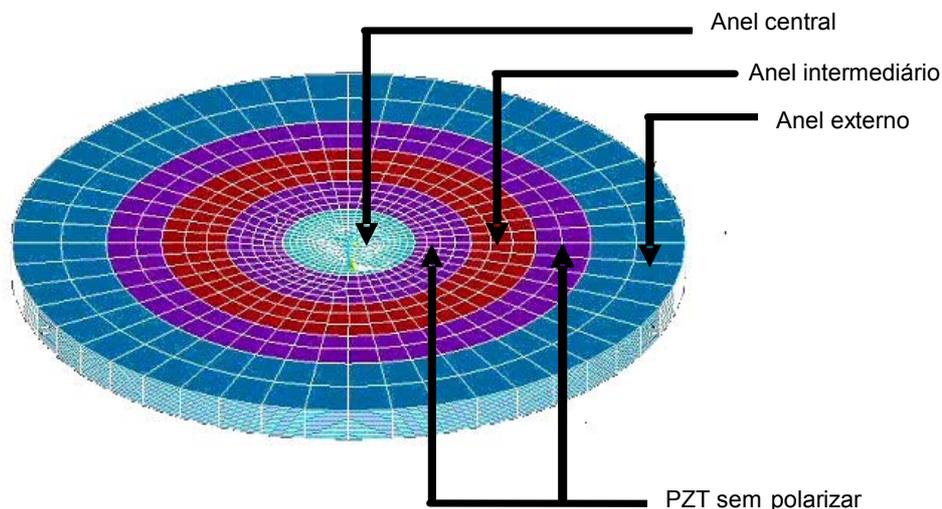


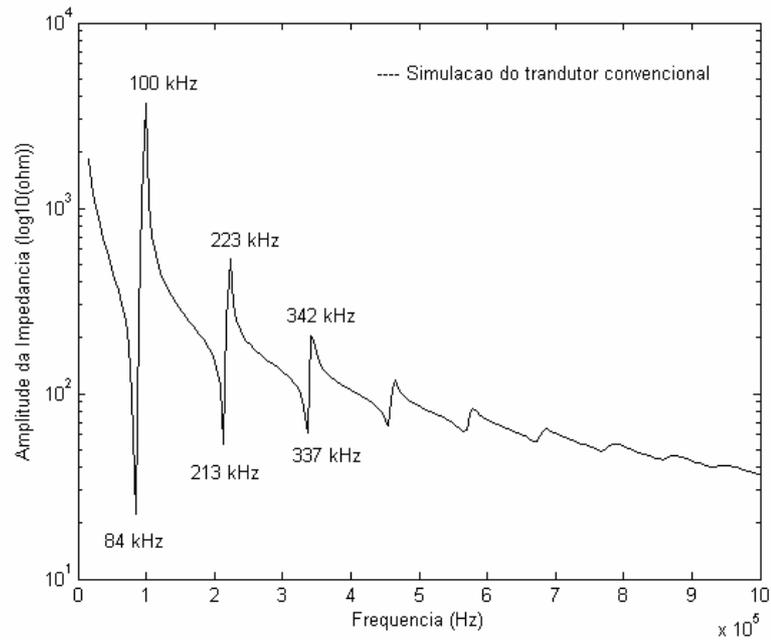
Figura 5.2- 3 Representação em 3D da cerâmica Bessel.

Para o caso bidimensional, os transdutores foram excitados harmonicamente para se obter as curvas de impedância e fase elétrica em função da frequência. As curvas simuladas de impedância e fase elétricas em 3D, não apresentaram diferenças em relação às obtidas no caso bidimensional, isto é: os picos de frequência coincidiram nas duas análises embora os valores de amplitude de impedância elétrica forma diferentes. Mas, como o nosso interesse estava nos valores de frequência, essas curvas não são apresentadas aqui. A desvantagem foi o tempo de cálculo utilizado para a simulação. A vantagem foi poder visualizar mais claramente os modo de vibração destes discos polarizados não uniformemente.

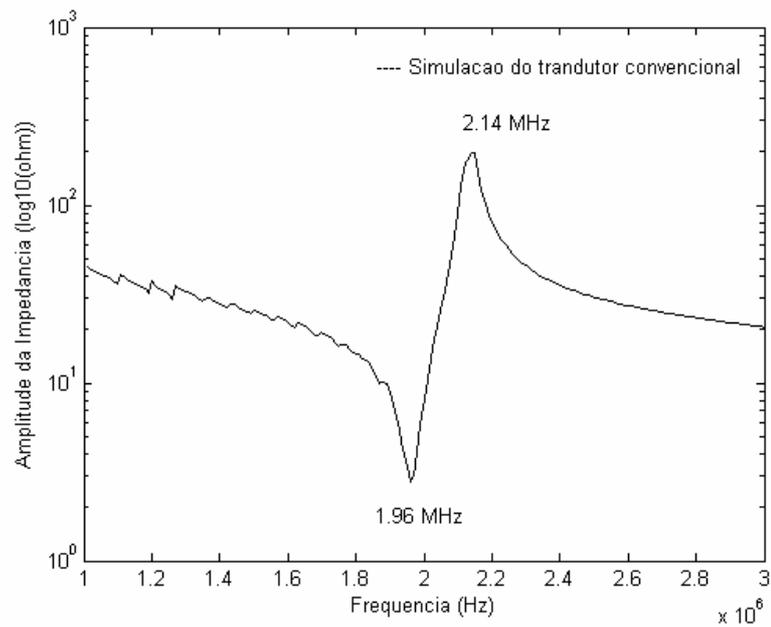
O intervalo de valores de frequência analisados foi de 10 kHz até 3 MHz, com o intuito de abranger todos os modos de vibração. Como a constante elástica  $c_{33}$  depende da frequência, não tem o mesmo valor para frequências radiais que para frequências de espessura. Assim, as simulações foram divididas em duas faixas de frequência, uma para os modos de vibração radiais e outra para o modo de espessura. Feita esta divisão, as frequências dos modos simulado e experimental coincidiram como mostra-se na Figura 5.2- 10 e Figura 5.2- 11.

Nas Figura 5.2- 4 e Figura 5.2- 5 representam-se as curvas simuladas da impedância elétrica em função da frequência para as geometrias desenhadas do transdutor convencional e do transdutor Bessel, respectivamente.

Nessas curvas observa-se os pontos de mínima impedância ( $|Z| \rightarrow 0$ ), que correspondem às frequências de ressonância elétrica, e os pontos de máxima impedância ( $|Z| \rightarrow \infty$ ), que correspondem às frequências de anti-ressonância elétrica.

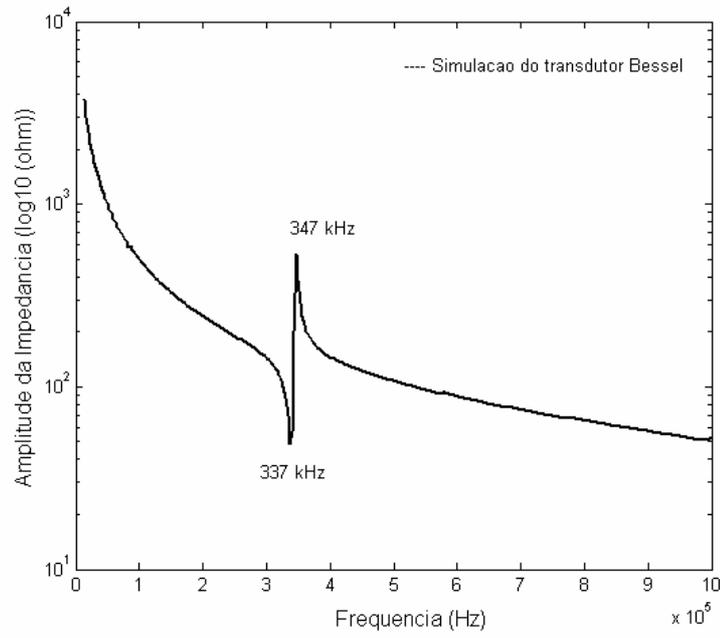


a)

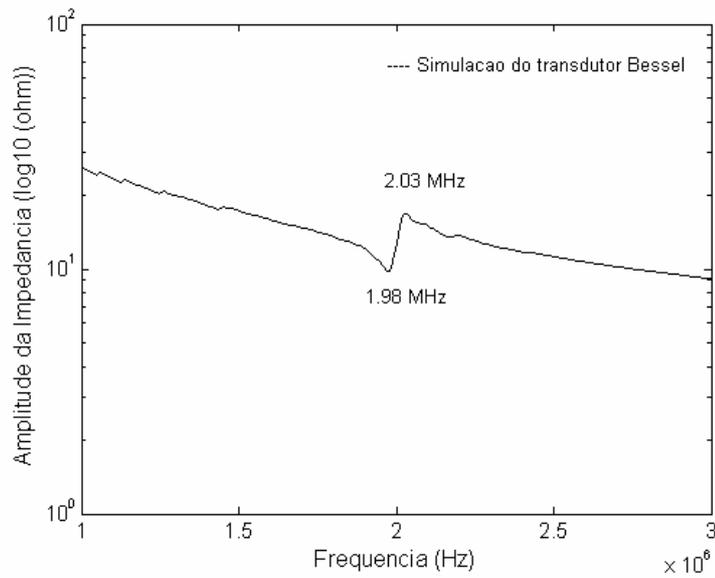


b)

Figura 5.2- 4 Curva simulada de impedância em função da frequência do transdutor convencional a) modos radiais, b) modo espessura.



a)



b)

Figura 5.2- 5 Curva simulada de impedância em função da frequência do transdutor Bessel a) modos radiais, b) modo espessura.

Especificamente, na Figura 5.2- 4 a), aparece o modo de vibração radial do transdutor convencional (polarizado uniformemente) e seus harmônicos, como esperado para a geometria em forma de disco; e em b) aparece o correspondente ao modo de vibração de espessura.

Na Figura 5.2- 5 a) aparece um único modo de vibração radial que permanece no transdutor Bessel construído com esta técnica de polarização não uniforme. Em b) representa-se seu modo de vibração de espessura.

Na Figura 5.2- 6 mostram-se as simulações das deformações mecânicas correspondentes à vibração dos modos radiais  $U_x$  e de espessura  $U_y$  da cerâmica convencional nas freqüências de ressonância 84, 213, 337 kHz e na freqüência de anti-ressonância: 2,14 MHz.

As vibrações mecânicas radiais foram obtidas nas freqüências de ressonância elétrica da curva de impedância (Figura 5.2- 4, a), e a vibração mecânica no modo de espessura obteve-se na freqüência de anti-ressonância elétrica da curva de impedância da mesma figura, (caso b), que coincide com a ressonância mecânica, como foi mostrado no Capítulo 2, equação (2.3-24), para esta geometria em forma de disco.

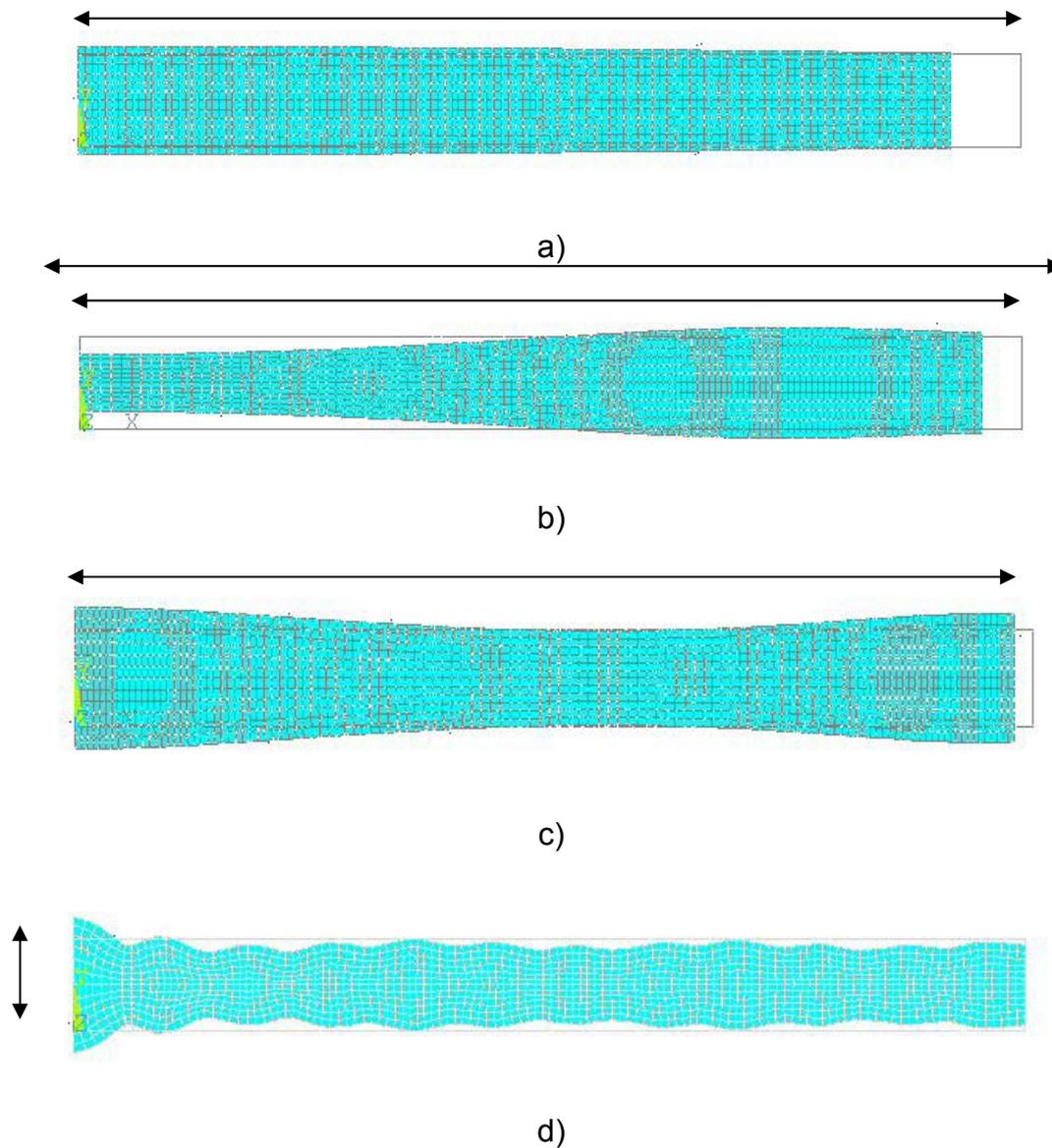


Figura 5.2- 6 Deformação mecânica da cerâmica convencional nas freqüências de ressonância dos modos de vibração radiais: a) 84 kHz, b) 213 kHz, e c) 337 kHz, e na freqüência de anti-ressonância elétrica d) 2,14 MHz (espessura).

Na Figura 5.2- 7 mostram-se as simulações das deformações mecânicas da cerâmica Bessel nos seus dois modos: radial na freqüência de ressonância elétrica: 337 kHz e espessura na freqüência de anti-ressonância: 2,03 MHz.

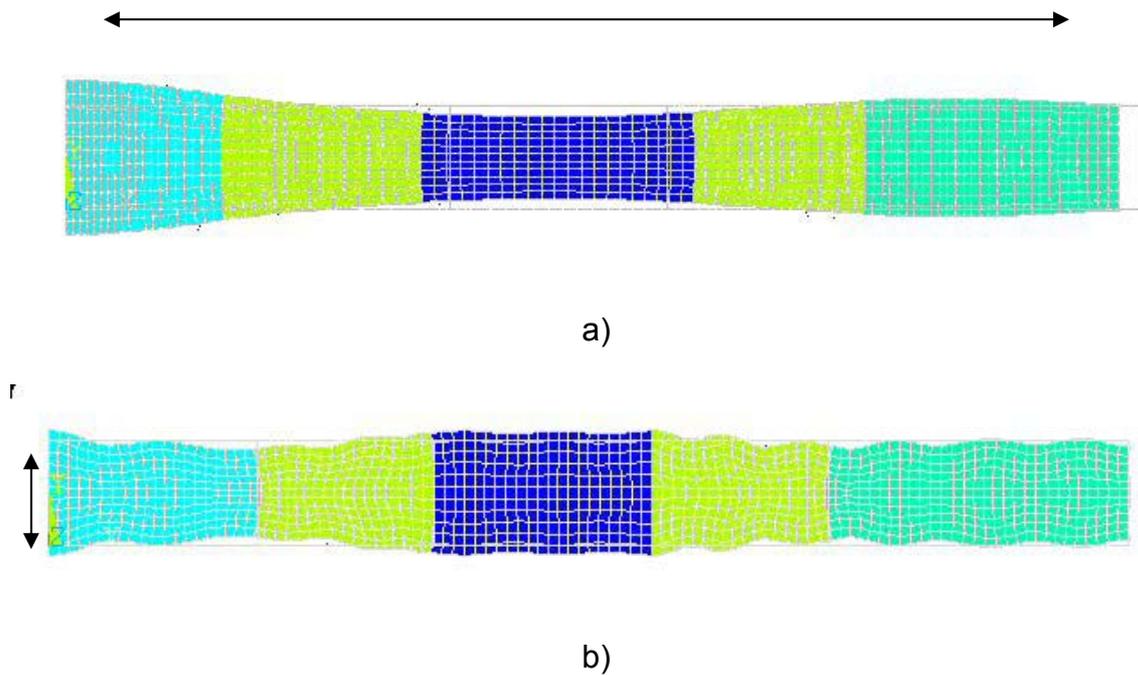


Figura 5.2- 7 Deformação mecânica da cerâmica Bessel nas frequências dos modos de vibração a) radial (ressonância: 337 kHz) e b) espessura (anti-ressonância: 2,03 MHz).

Se comparamos o caso c) da Figura 5.2- 6 com o caso a) da Figura 5.2- 7, observa-se o mesmo perfil de deformação, para as duas cerâmicas (convencional e de Bessel), pela similitude no valor da frequência radial (337 kHz).

Como resultado da mesma excitação harmônica, na Figura 5.2- 8 mostra-se a simulação da amplitude de deformação (normalizada) de três pontos distintos na face do transdutor Bessel em função da frequência.

Os pontos na face do transdutor foram selecionados aleatoriamente mas pertencentes a cada anel  $(x,y)$  (mm):

a coordenada  $(0,9: 0)$  corresponde ao anel central

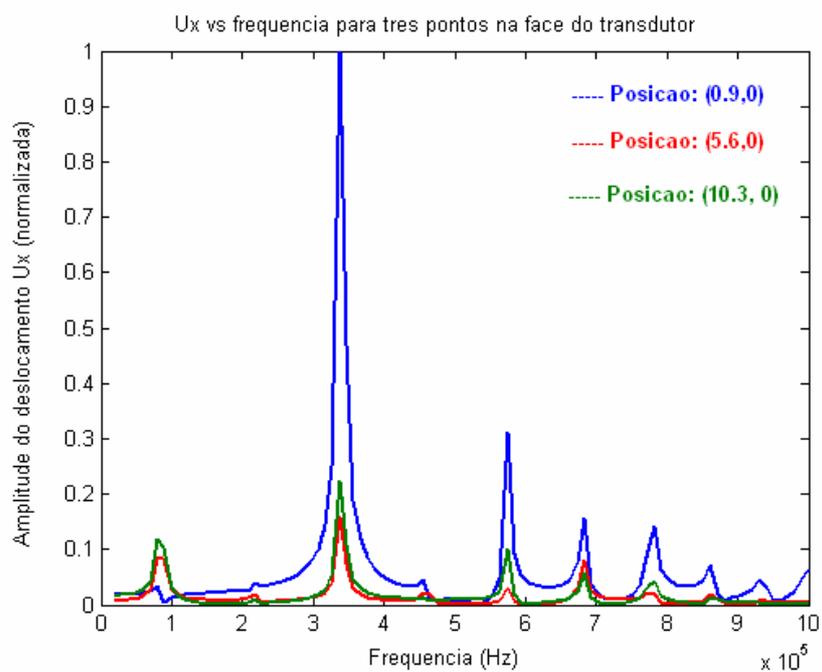
a coordenada  $(5,6: 0)$  corresponde ao anel intermediário

a coordenada  $(10,3: 0)$  corresponde ao anel externo.

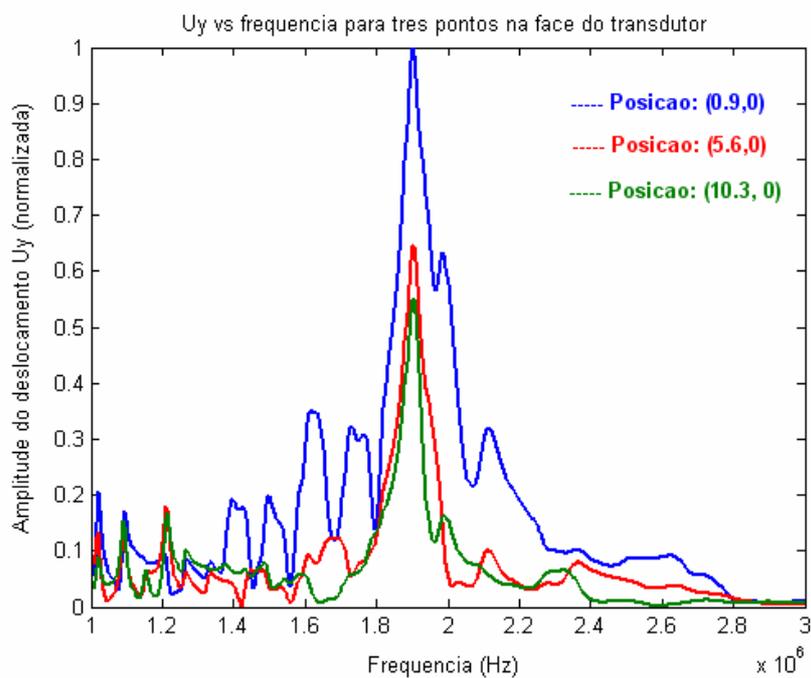
Essas deformações seguem as frequências de ressonância dos modos de vibração radial para o caso a) e de espessura para o caso b).

Desses gráficos pode-se observar que os picos máximos de deformação ocorrem para as frequências radial e de espessura mostrados na Figura 5.2- 5.

Como o anel central foi polarizado com maior valor de campo elétrico, vibra com maior amplitude que os outros anéis, tanto no modo radial como espessura.



a)



b)

Figura 5.2- 8 Amplitude do deslocamento mecânico (normalizada) da cerâmica Bessel em função da frequência de três pontos da face: a) Ux em um intervalo de frequências de 10 kHz a 1 MHz, b) Uy em um intervalo de frequências de 1 a 3 MHz.

Para uma melhor visualização das vibrações da cerâmica Bessel, na Figura 5.2- 9 representam-se as deformações simuladas em 3D. Em a) aparece a vibração do modo radial (337 kHz ) e em b) a do modo espessura (2,03 MHz).

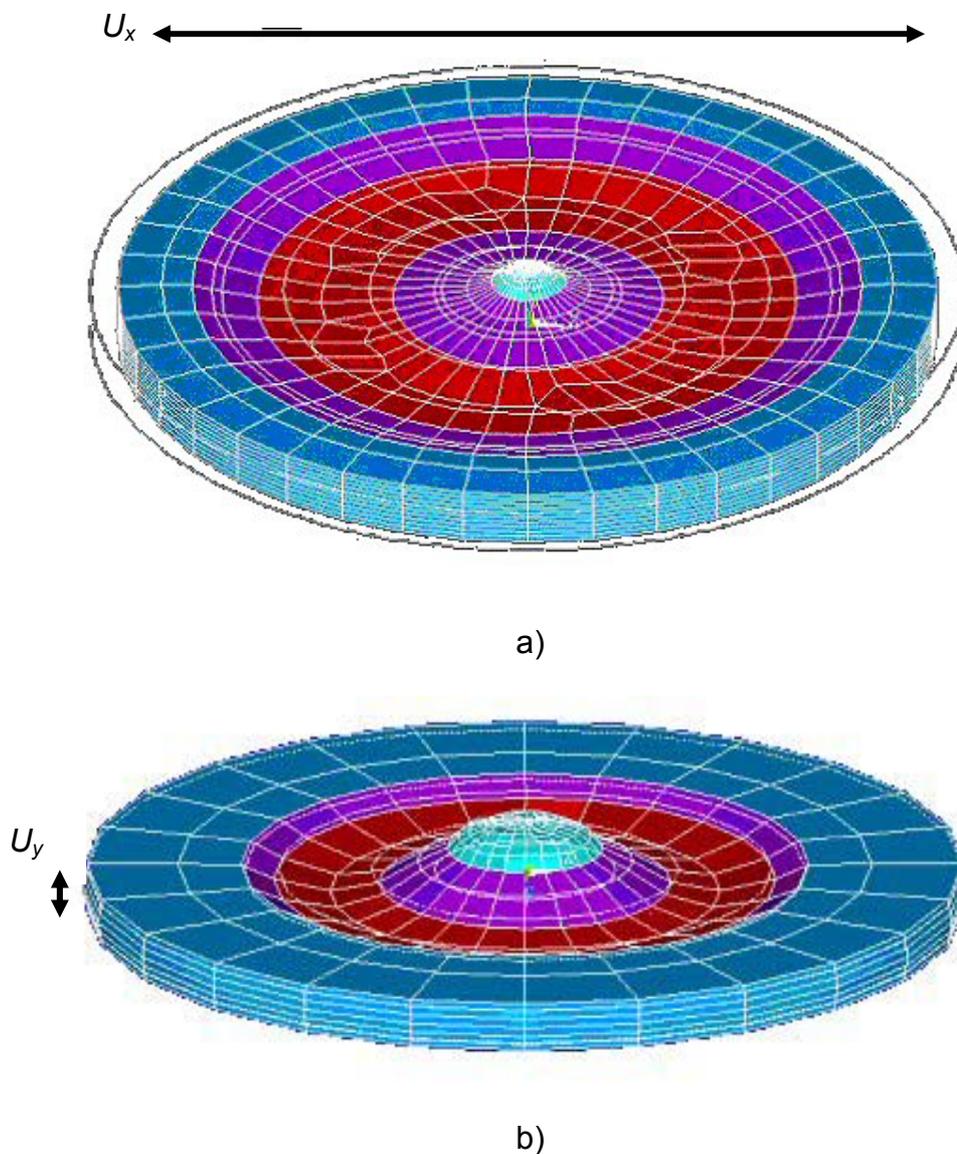


Figura 5.2- 9 Modos de vibração simulados em 3D da cerâmica Bessel: a) modo radial (337 kHz) e b) modo espessura (2,03 MHz).

Nessa figura visualiza-se a forma de vibração da cerâmica de difração limitada nas frequências fundamentais: as deformações do anel central e do anel

externo vão em um sentido enquanto a deformação do anel intermediário vai a sentido contrário. No caso da vibração do modo espessura (b) enquanto o anel central e o externo se expandem o intermediário contrai-se. Essas deformações mecânicas em 3D se correspondem com as mostradas em 2D na Figura 5.2- 7.

### **5.2.2 Resultados experimentais e análises.**

Na Figura 5.2- 10 apresentam-se as curvas de impedância elétrica simuladas e medidas experimentalmente, do transdutor convencional, nos dois intervalos de frequência usados nas simulações e na Figura 5.2- 11 aparecem as curvas correspondentes ao transdutor de difração limitada ou Bessel.

Em todas as simulações das curvas de impedância elétrica em função da frequência, foi incluído o amortecimento mecânico (ver arquivo das constantes usadas em Anexo E). Nas vibrações dos transdutores piezoelétricos, normalmente o amortecimento é viscoso, utilizando-se neste caso (excitação: harmônica [51]):

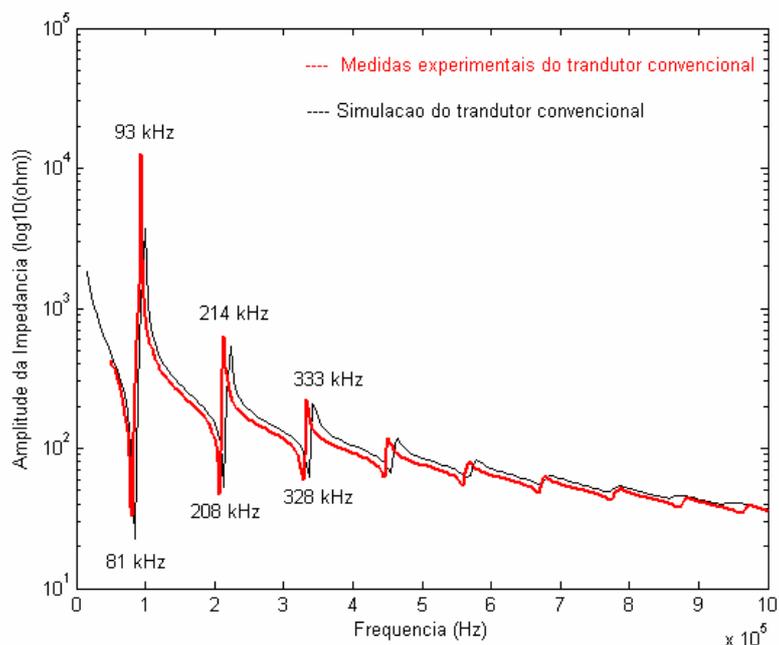
$$\alpha = 0, \quad \beta = \frac{1}{\omega Q_m} \quad \omega: \text{frequência de ressonância de interesse.}$$

$Q_m$  : fator de qualidade mecânico do material piezoelétrico [35].

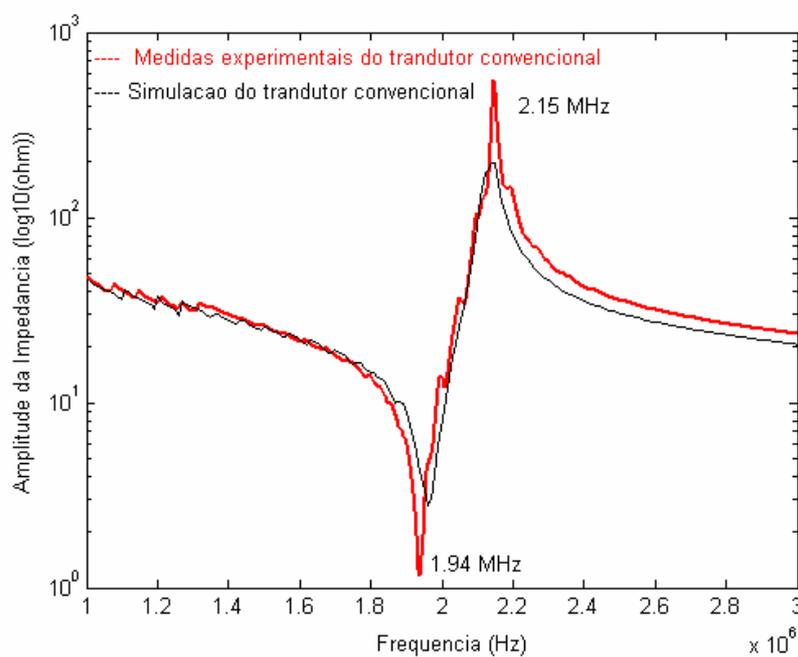
$\alpha$  e  $\beta$ ; ctes.

Seus valores dependem das características de dissipação de energia da estrutura [52].

Foi calculado o desvio entre as frequências fundamentais dos modos de vibração medidas e simuladas para quantificar a concordância entre as mesmas. Os resultados são apresentados nas Tabela 5.2- 1 e Tabela 5.2- 2.

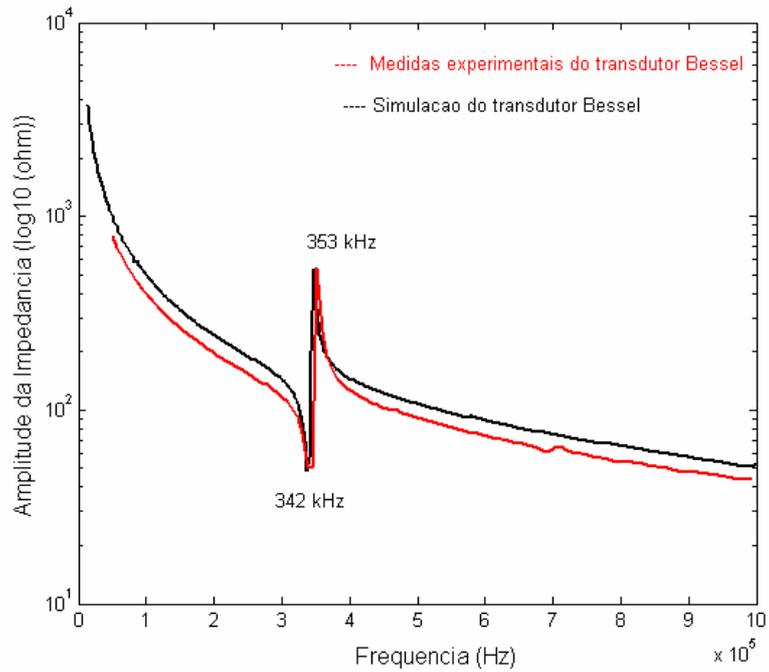


a)

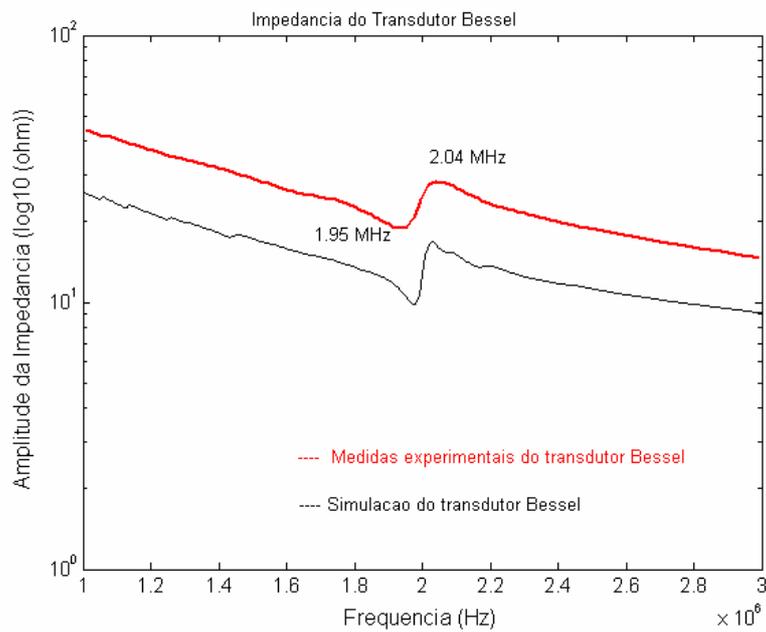


b)

Figura 5.2- 10 Curvas de impedância em função da frequência do transdutor convencional, medidas e simuladas a) intervalo de frequência de 10 kHz a 1 MHz, b) intervalo de frequência de 1 a 3 MHz (os valores de frequência colocados nos gráficos correspondem aos medidos).



a)



b)

Figura 5.2- 11 Curvas de impedância em função da frequência do transdutor Bessel medidas e simuladas a) intervalo de frequência de 10 kHz a 1 MHz, b) intervalo de frequência de 1 a 3 MHz (como no gráfico anterior, os valores de frequência colocados sobre as curvas correspondem aos medidos).

A seguir, mostram-se na Figura 5.2- 12 as curvas de impedância elétrica, simuladas e experimentais, na faixa das frequências radiais, para cada anel do transdutor Bessel, primeiro excitados individualmente e a seguir quando o transdutor é excitado com os três anéis em curto-circuito.

O comportamento da vibração radial individual de cada anel dá lugar à intensificação de um dos modos harmônicos e à eliminação dos outros. Desta forma verifica-se que com o transdutor Bessel se eliminam frequências radiais correspondentes aos transdutores convencionais polarizados uniformemente.

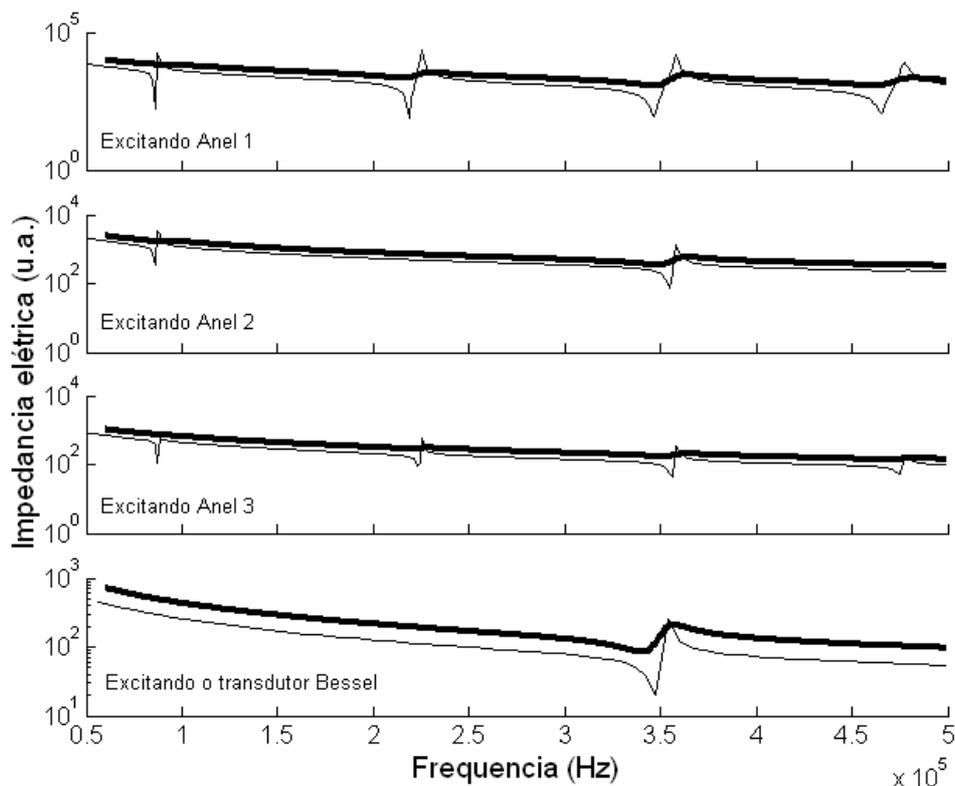


Figura 5.2- 12 Curvas de impedância elétrica para os anéis do transdutor Bessel, excitados de forma independente e excitados simultaneamente, no intervalo de frequência de 10 a 500 kHz (linhas escuras: medidas experimentais, linhas claras: resultados simulados).

Na Figura 5.2- 13 apresenta-se uma comparação entre as freqüências de ressonância para o modo radial de vibração do transdutor convencional e o Bessel. No caso do transdutor convencional observa-se o modo fundamental de vibração radial e seus harmônicos, conhecidos na literatura para esta geometria de disco. No caso do transdutor Bessel o modo fundamental radial do convencional é suprimido junto com alguns harmônicos, sobrevivendo só um.

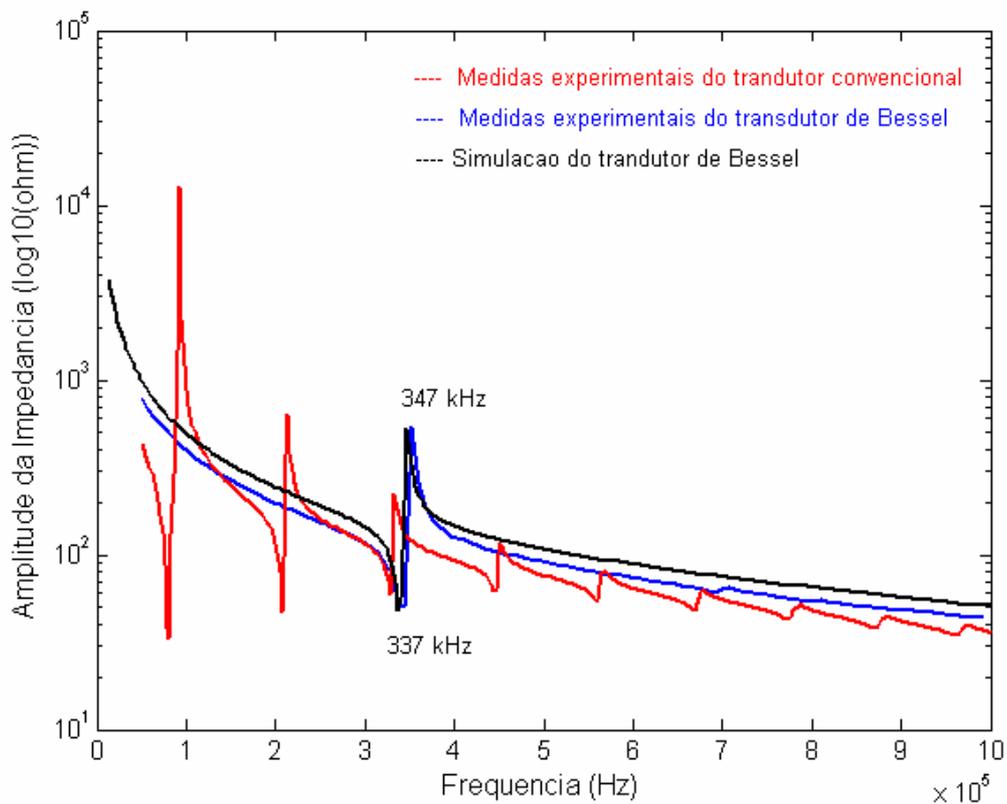


Figura 5.2- 13 Comparação das curvas de impedância elétrica em função da freqüência para o transdutor convencional e o Bessel.

Na Tabela 5.2- 1 são apresentados os valores simulados das freqüências de ressonância para o transdutor convencional, comparados com seus valores medidos. O mesmo para as freqüências de ressonância do transdutor Bessel é mostrado na Tabela 5.2- 2.

Tabela 5.2- 1 Valores de freqüências de ressonância do transdutor convencional.

	Simuladas	Experimentais	Desvios (%)
Radiais (kHz)	84	81	3,7
	213	208	2,4
	337	328	2,7
	455	445	2,2
	570	560	1,8
	673	670	0,5
Espessura (MHz)	1,96	1,94	1,0

Tabela 5.2- 2 Valores de freqüências de ressonância do transdutor Bessel.

	Simuladas	Experimentais	Desvios (%)
Radiais (kHz)	337	342	1,5
Espessura (MHz)	1,98	1,95	1,5

O desvio entre esses valores calculado e medido experimentalmente diminui para freqüências de ressonância maiores. As constantes das matrizes utilizadas nas simulações referem-se ao material *PZT-5A* da referência [57], sendo que o material utilizado neste trabalho foi o mesmo mas, com 1 % em peso de Nióbio. Este tipo de dopante pode modificar algumas das constantes em relação às utilizadas nas simulações aparecendo assim esses desvios.

Os modos fundamentais de vibração (radiais e espessura) de discos piezoelétricos uniformemente polarizados têm sido bem estudados na literatura,

ao contrário dos modos de vibração de discos polarizados não uniformemente. Na revista *Smart Materials and Structures*, encontra-se só um estudo dos modos radiais destes últimos, que citamos na referência [66]. A importância crescente dos feixes emitidos por este tipo de transdutores de difração limitada e o fato de que, para aplicações médicas, excita-se o modo de vibração de espessura [41], [51], serviram de motivação para a construção de transdutores Bessel e a análise dos seus modos fundamentais de vibração. Um acoplamento entre os modos de vibração radial e espessura influencia negativamente o campo acústico irradiado pelos transdutores, de forma tal que, para aplicações mencionadas, os mesmos se constroem favorecendo o modo fundamental de espessura, livre de outros modos de vibração.

Com os resultados mostrados até aqui, obtivemos um transdutor que, comparado com um polarizado uniformemente, apresenta só um modo radial de vibração (corresponde ao terceiro modo do transdutor convencional e é de menor amplitude que o fundamental). Este fenômeno pode ser atribuído ao comportamento da vibração radial de cada anel, como foi mostrado nas simulações e medidas, dando lugar à intensificação desse modo harmônico e à eliminação dos outros. Lembra-se que o anel intermediário foi polarizado em direção oposta aos outros dois e as condições de contorno de cada um dos anéis muda em relação às de uma cerâmica convencional.

Com as dimensões utilizadas, foi construído um transdutor Bessel com frequência fundamental de espessura da ordem de 2 MHz.

Para avaliar a concordância entre os resultados simulados e experimentais, mostrados até aqui, foram comparados os valores das frequências de ressonância elétricas dos transdutores convencional e Bessel, de todos os modos

de vibração, encontrando-se desvios inferiores a 4 % entre eles. Estas discrepâncias podem ser atribuídas ao fato das constantes elásticas, piezoelétricas e dielétricas tabeladas [57], utilizadas na simulação das vibrações, não serem exatamente as correspondentes ao material com que foi construído o transdutor Bessel.

## 5.3 Campo acústico de radiação.

### 5.3.1 Simulações.

Para as simulações correspondentes ao campo irradiado pelos transdutores, realizou-se uma análise transiente. Nesta caracterização se tratou com um acoplamento fluido - estrutura. Foi considerado o modelo axi-simétrico bidimensional, para diminuir o tempo de cálculo. A divisão em elementos finitos foi da ordem de  $\frac{\lambda}{20}$  como foi explicado na Seção 3.3.2. Os resultados da excitação transiente aplicada aos transdutores em contacto com o fluido, resultam em ondas acústicas geradas por eles.

Na Figura 5.3- 1 mostra-se a geometria desenhada para a simulação da propagação do campo acústico emitido pelo transdutor convencional, com a cerâmica piezoelétrica, a camada de casamento ou “*matching*” e a água como meio fluido. Devido à pequena espessura da camada de casamento (0,1 mm) em comparação com a espessura da cerâmica (1,2 mm), e por causa das condições de contorno colocadas acima das faces da cerâmica, não se observa claramente no desenho. Estão representadas as condições de contorno do sistema, os extremos do fluido fixos, e os eletrodos na cerâmica, como foi explicado no Capítulo 3, na seção 3.3.2.

Na Figura 5.3- 2, visualizam-se as ondas acústicas emitidas pelo transdutor convencional propagando-se na água. A análise dos gráficos mostrados aqui, em função do tempo, vai de 0,5 até 2,5 useg. O sinal de excitação foi de 3 ciclos e 2 MHz de frequência central (duração temporal do sinal de excitação: 1,5 useg).

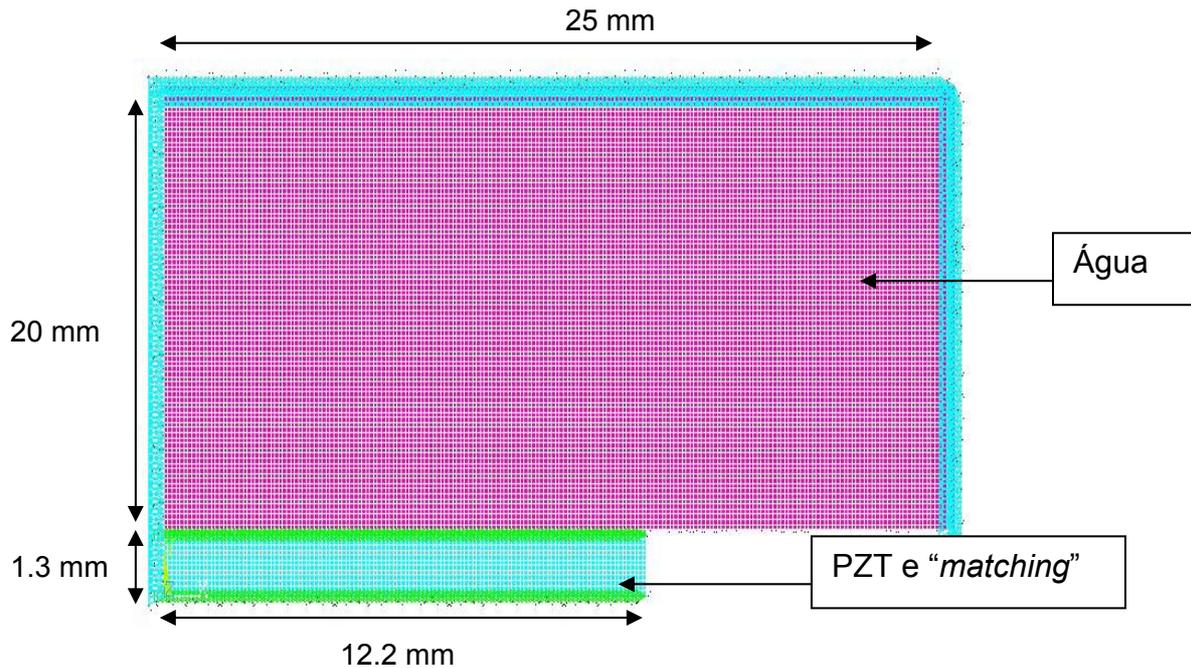


Figura 5.3- 1 Geometria desenhada no ANSYS™ para estudar a propagação das ondas acústicas emitidas por um transdutor convencional.

Através do método de elementos finitos foram adquiridos da ordem de 100 vetores com os graus de liberdade correspondentes à amplitude do campo de pressão para diferentes tempos (profundidade), mas aqui mostram-se só alguns representativos.

Observa-se a vibração da cerâmica piezoelétrica na Figura 5.3- 2, para cada tempo mostrado. Essas deformações que sofre a cerâmica vão se propagando na água gerando as ondas acústicas. Este campo irradiado, para diferentes profundidades representa-se através de uma frente de ondas planas emitidas pela superfície do transdutor convencional e ondas de borda emitidas desde o extremo direito da cerâmica.

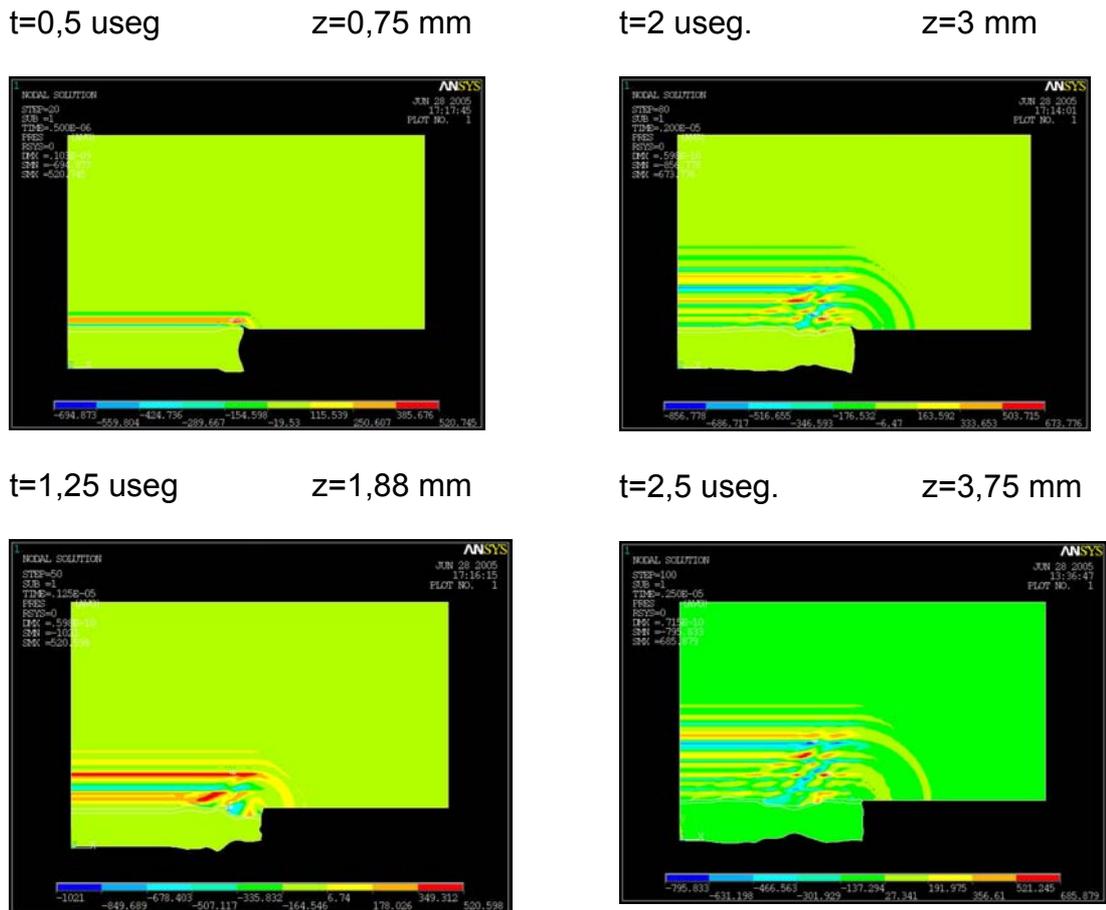


Figura 5.3- 2 Ondas emitidas pelo transdutor convencional propagando-se na água em uma análise transiente.

No caso da Figura 5.3- 3 mostra-se a geometria para o transdutor Bessel. Estão representados os três anéis, cada cor indicando as diferentes polarizações, assim como as condições de contorno do sistema.

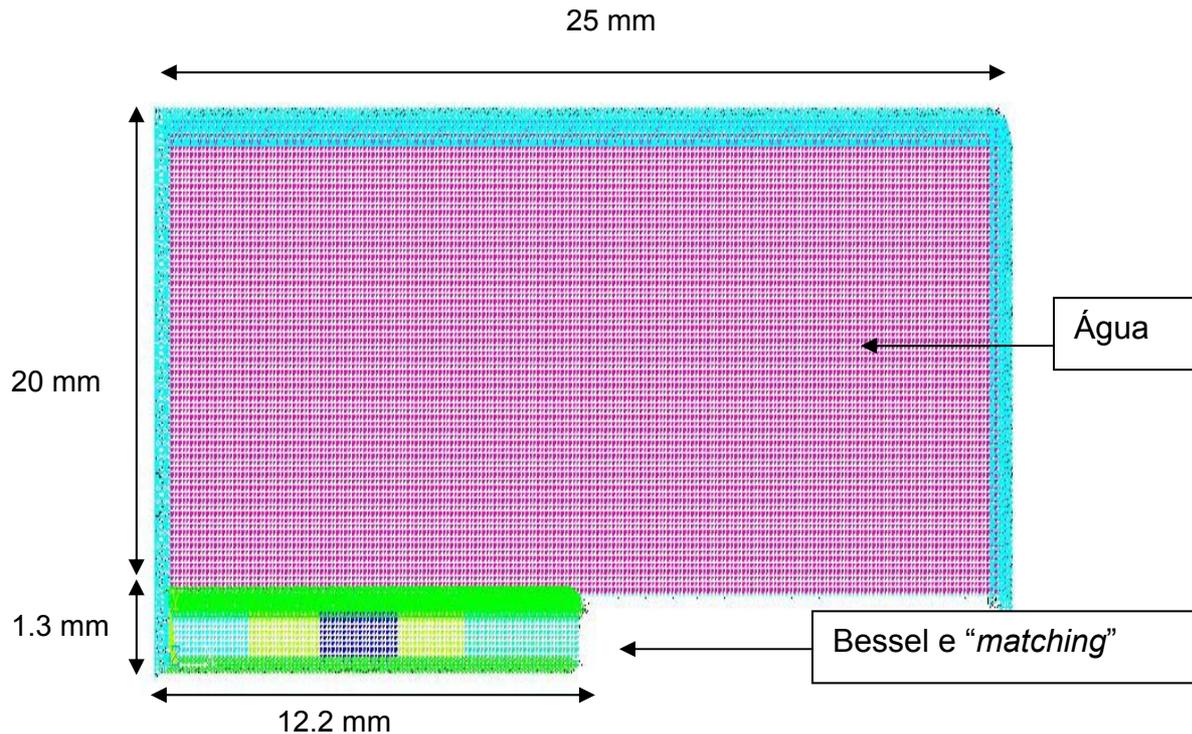


Figura 5.3- 3 Geometria desenhada no ANSYS<sup>TM</sup> para estudar a propagação das ondas acústicas emitidas por um transdutor Bessel.

Na seqüência que é mostrada na Figura 5.3- 4 observa-se o campo acústico emitido por esse transdutor em diferentes tempos.

A análise temporal mostrada aqui vai de 1,25 até 5,5 useg. Manteve-se o mesmo sinal de excitação para o transdutor Bessel. A diferença com o transdutor convencional pode ser observada na forma das ondas emitidas pelos anéis polarizados não uniformemente, que conformam os lóbulos laterais deste transdutor Bessel.

Com esse transdutor observa-se que, quando a cerâmica é excitada, o feixe acústico irradiado provém da vibração de cada anel por separado. As ondas propagadas originam-se nas vibrações dos anéis. (Lembrar que o material entre

os anéis não é piezoelétrico, portanto, embora acompanhe a vibração dos anéis, não emite ondas).

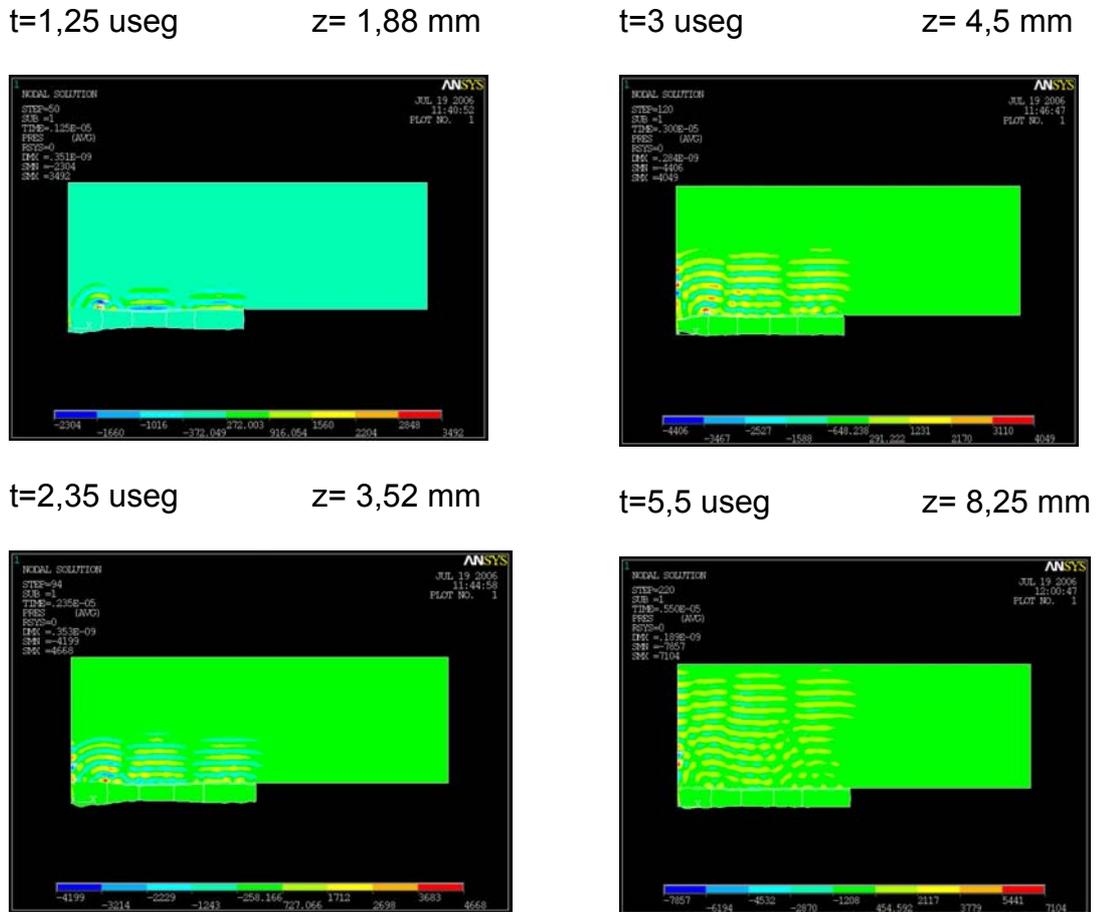


Figura 5.3- 4 Ondas emitidas pelo transdutor Bessel propagando-se na água em uma análise transiente.

Com esta análise se obtiveram também os deslocamentos axiais em função do tempo para os pontos pertencentes à superfície dos transdutores.

Para o transdutor convencional mostra-se na Figura 5.3- 5 a amplitude de vibração da face da cerâmica ( $U_y$ ), em função do tempo e da distância radial.

Observa-se que todos os pontos da superfície (segundo o raio) vibram com a mesma amplitude e fase em um tempo determinado. Ou seja, a vibração de todos os pontos da superfície propaga-se para cada tempo com o mesmo perfil. Com esse tipo de vibração, o transdutor convencional considera-se um pistão.

Desse gráfico foi selecionado o vetor da amplitude de vibração em função do tempo para um ponto na superfície, mostrado na Figura 5.3- 6.

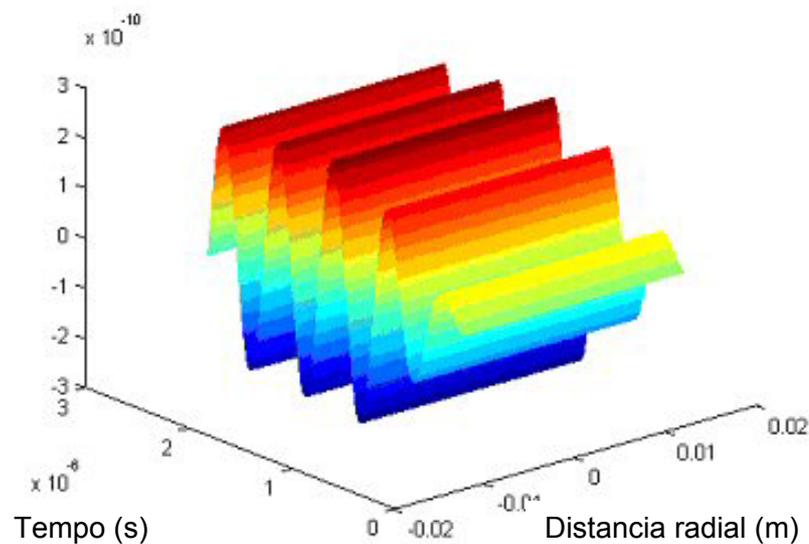


Figura 5.3- 5 Amplitude de vibração  $U_y$  simulada por elementos finitos, em função do tempo e da posição radial, do transdutor convencional.

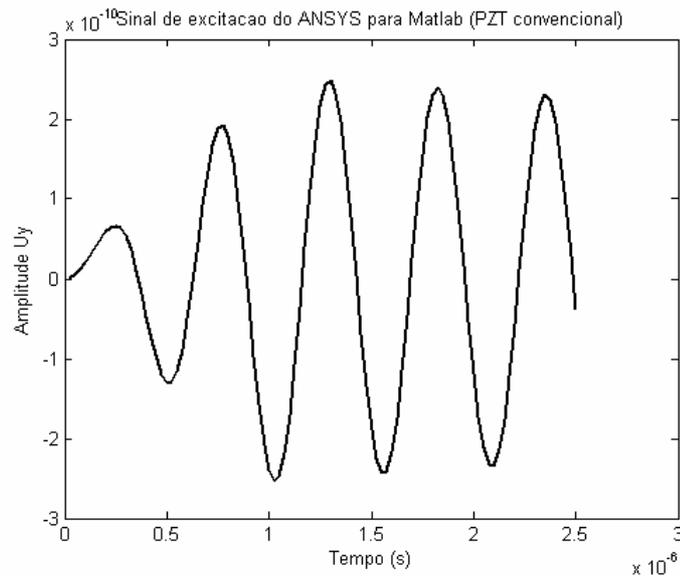


Figura 5.3- 6 Amplitude de vibração  $U_y$  em função do tempo para um ponto na superfície do transdutor convencional, obtido através da simulação por elementos finitos.

Essas amplitudes de deformação são proporcionais à velocidade com que vibram os pontos da superfície do transdutor quando são excitadas. Assim, esses vetores de dados, que resultam da simulação por elementos finitos, podem ser utilizados como sinal de entrada na equação (2.4-22) e com um programa implementado no Matlab, obter a pressão do campo acústico emitido. Desta forma a entrada é convoluída com a resposta impulsional, como foi visto no Capítulo 2, seção 2.4.3.2, para obter a saída que, neste caso, pode ser o campo de pressão simulado.

Na Figura 5.3- 7 mostra-se a projeção do campo acústico que resultou da convolução do sinal de entrada anterior com a resposta impulsional espacial do transdutor convencional [45], e na Figura 5.3- 8 o contorno em dB desse campo de pressão (-3, -6, -8, -10, -14, -16 e -18 dB). Nos dois gráficos representa-se o perfil conhecido do campo dos transdutores convencionais com a presença de zonas focais e o espalhamento do feixe devido à difração.

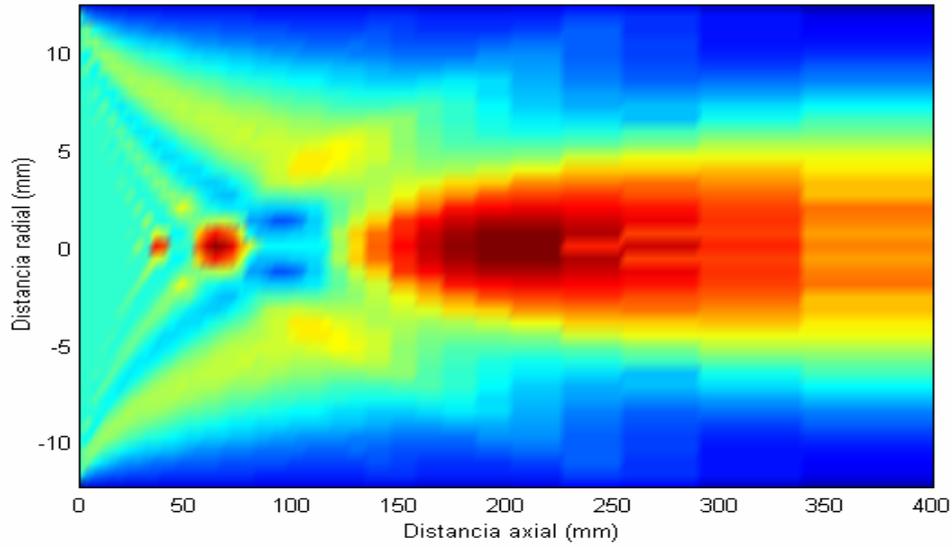


Figura 5.3- 7 Campo acústico simulado do transdutor convencional.

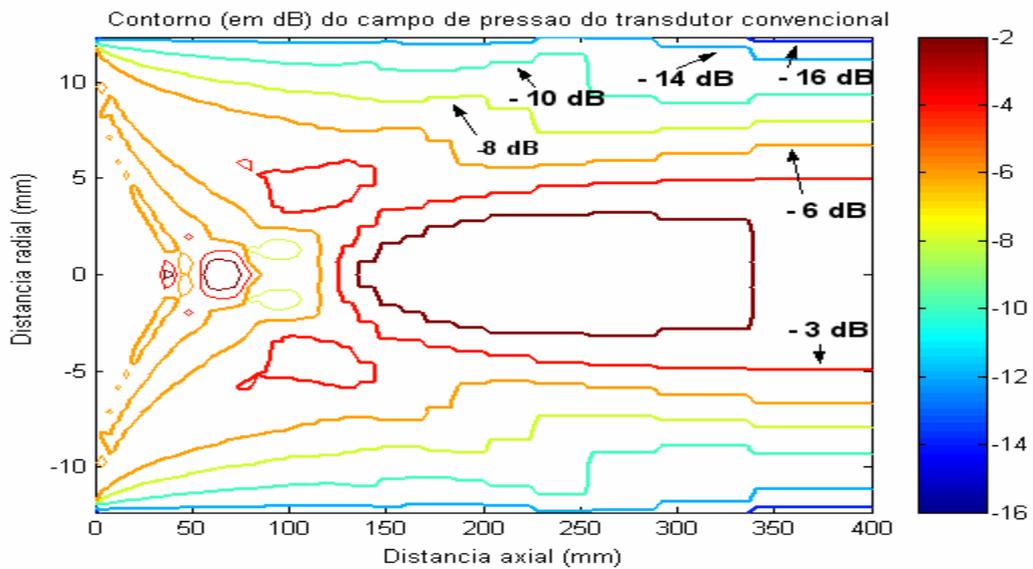


Figura 5.3- 8 Contorno do campo de pressão (em dB) do transdutor convencional.

Esse perfil é produto da interferência entre as ondas planas e as ondas de borda mostradas na Figura 5.3- 2. Nestes gráficos, o campo acústico caracteriza-se por apresentar máximos locais no campo próximo (até aproximadamente 140 mm) que degradam a colimação do feixe e a homogeneidade do mesmo.

Observa-se também que a largura de banda lateral do feixe não é constante ao longo do eixo central.

Para o transdutor Bessel, na Figura 5.3- 9 mostram-se as amplitudes de deformação para três pontos selecionados na face do mesmo, pertencentes a cada anel. Verifica-se que os anéis central e externo vibram com a mesma fase enquanto o anel intermediário vibra 180 graus fora de fase como era de se esperar com a polarização não uniforme do transdutor Bessel.

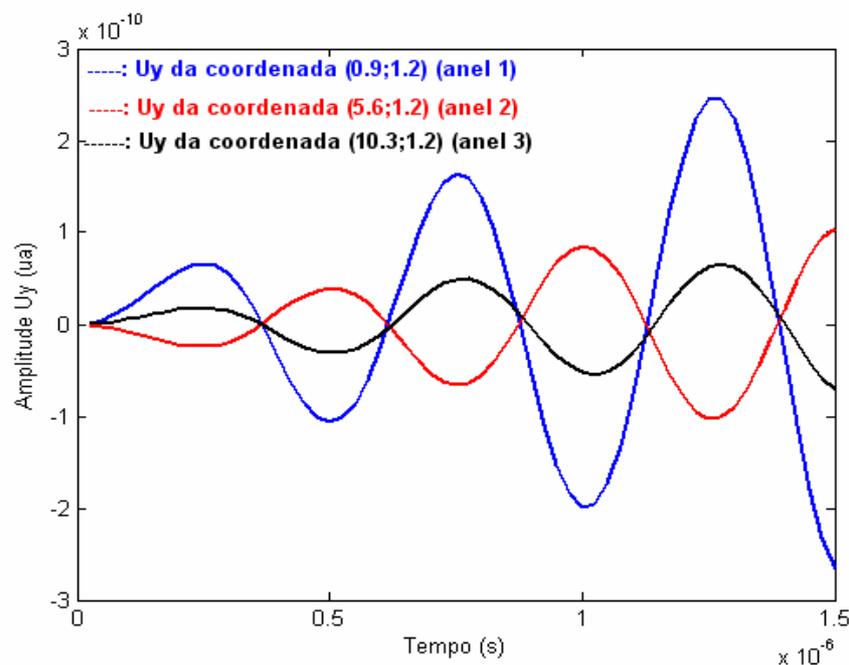


Figura 5.3- 9 Amplitude do deslocamento da superfície do transdutor Bessel ( $U_y$ ) em função do tempo.

Como foi feito para o transdutor convencional, do cálculo através do programa implementado no Matlab, na Figura 5.3- 10 mostra-se a projeção do campo acústico que resultou do sinal de entrada anterior com a resposta impulsional espacial do transdutor Bessel, equação (2.4.24), e na Figura 5.3- 11 o

feixe de difração limitada aparece representado em linhas de contornos também para -3, -6, -8, -10, -14, -16 e -18 dB.

No transdutor de difração limitada ou Bessel, esse perfil se corresponde ao mostrado na Figura 5.3- 4, onde o campo acústico irradiado é formado por um feixe central emitido pelo anel central e por feixes que formam os lóbulos laterais, emitidos pelos anéis intermediário e externo. Esses lóbulos levam aproximadamente a mesma energia que o lóbulo principal [18] constituindo uma desvantagem destes transdutores de difração limitada.

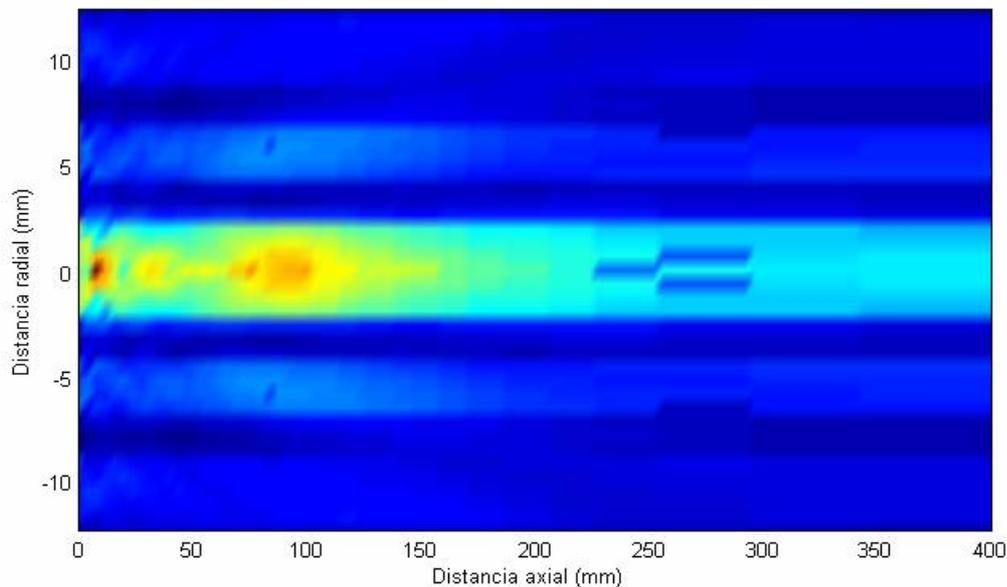


Figura 5.3- 10 Projeção do campo acústico do transdutor Bessel, em função da distância axial (simulado em Matlab).

Na Figura 5.3- 11 observa-se que, a distância de propagação do feixe acústico atinge uma profundidade da ordem de 120 mm (a - 6 dB), com poucos efeitos de espalhamento. O valor da profundidade de campo calculada (fórmula na Tabela 2.2- 1) foi de 128,4 mm.

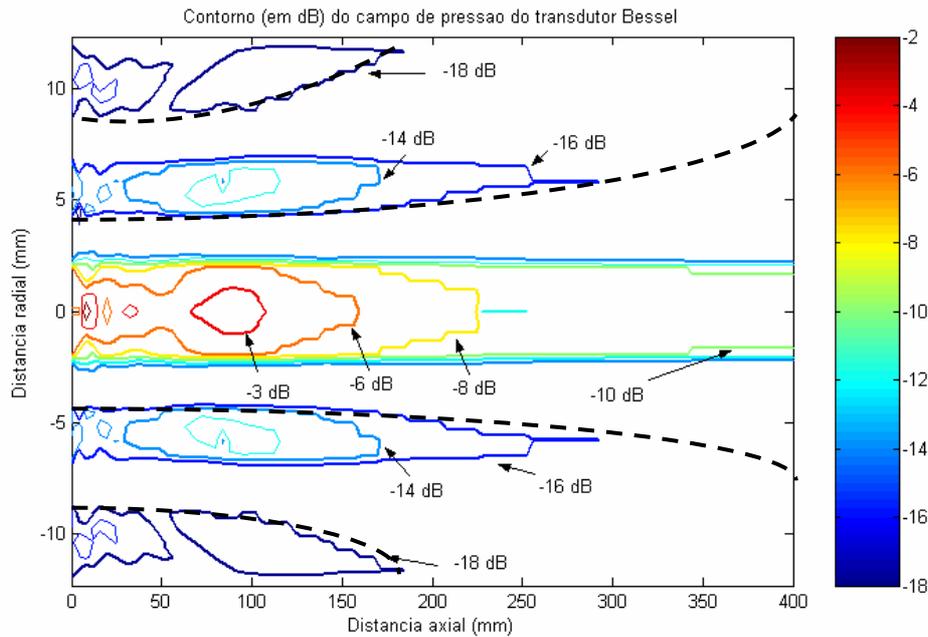


Figura 5.3- 11 Contorno do campo de pressão (em dB), do transdutor Bessel.

Mostra-se uma largura de banda do feixe central da ordem de 4,3 mm entre uma distância axial de 60 a 120 mm a uma intensidade de pressão de -6 dB, e entre a face do transdutor e 200 mm a -8 dB. Estão representadas também as linhas de contorno dos lóbulos laterais a -14, -16 e -18 dB, produzidos pelos anéis intermediário e externo, constituindo feixes difratantes.

A uma profundidade do campo de 200 mm, o perfil do campo acústico do transdutor Bessel é mais homogêneo que aquele do transdutor convencional. A uma intensidade de pressão de -6 dB, e atingindo uma maior distância axial, o feixe do transdutor Bessel apresenta um perfil colimado. Para o transdutor Bessel os máximos locais apresentam-se até 20 - 40 mm no campo próximo.

Fazendo uma comparação entre os feixes emitido pelos dois transdutores, no caso do transdutor convencional a largura lateral é proporcional a duas vezes o raio ( $2a$ ) e a resolução lateral depende da profundidade, da frequência (através do comprimento de onda) e do raio ( $\frac{z\lambda}{a}$ ). Se o raio diminui aumenta a resolução

lateral. No transdutor Bessel, é proporcional a  $(\frac{3.04}{\alpha})$ , dependendo das dimensões do feixe central do transdutor através do parâmetro de escala  $\alpha$ .

Mas, a profundidade do campo do transdutor convencional é proporcional ao raio do transdutor  $(\frac{a^2}{\lambda})$ , se este diminui então diminui a profundidade aumentando o ângulo de espalhamento, como foi visto na Figura 2.2- 2, que é uma forma de avaliar e quantificar a difração nestes transdutores.

Portanto, deve-se estabelecer um compromisso entre o tamanho do emissor, a resolução lateral, a frequência e a profundidade do campo que se deseja atingir como poucos efeitos de difração.

No nosso caso, do transdutor Bessel, também deve-se estabelecer um compromisso entre esses parâmetros, incluindo o fator de escala  $\alpha$  que controla a resolução lateral da imagem formada.

### **5.3.2 Resultados experimentais e análises.**

Na Figura 5.3- 12 mostram-se os resultados experimentais do mapeamento do campo acústico irradiado pelo transdutor Bessel. A recepção da tensão elétrica pico a pico para diferentes distâncias radiais desde o transdutor, foi realizada com um hidrofone. Esses valores de tensão, proporcionais à pressão acústica irradiada, representam-se no eixo z da figura. Os eixos x, y: representam a distância radial varrida. Como foi explicado na Figura 4.3- 3, foram varridos os planos XY, perpendiculares à direção de propagação do campo de radiação, em uma área de 30 mm x 30 mm. Mostram-se os planos z= 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100 e 120 mm.

Para as distâncias perto da face do transdutor de difração limitada observa-se o perfil da função de Bessel com seus três lóbulos: o lóbulo principal de maior amplitude e os lóbulos laterais com menores amplitudes. Esses lóbulos laterais aparecem pronunciados no campo próximo, não estando presentes a maior profundidade, acima de 100 mm. O perfil do campo mostrado nesses gráficos concorda com o perfil do campo do transdutor Bessel construído por Hsu [12] e mostrado a uma profundidade do campo z = 28 mm.

O campo irradiado por esse transdutor Bessel possui simetria axial. Os gráficos estão normalizados com respeito à resposta de maior energia, aquela mais próxima da superfície do transdutor.

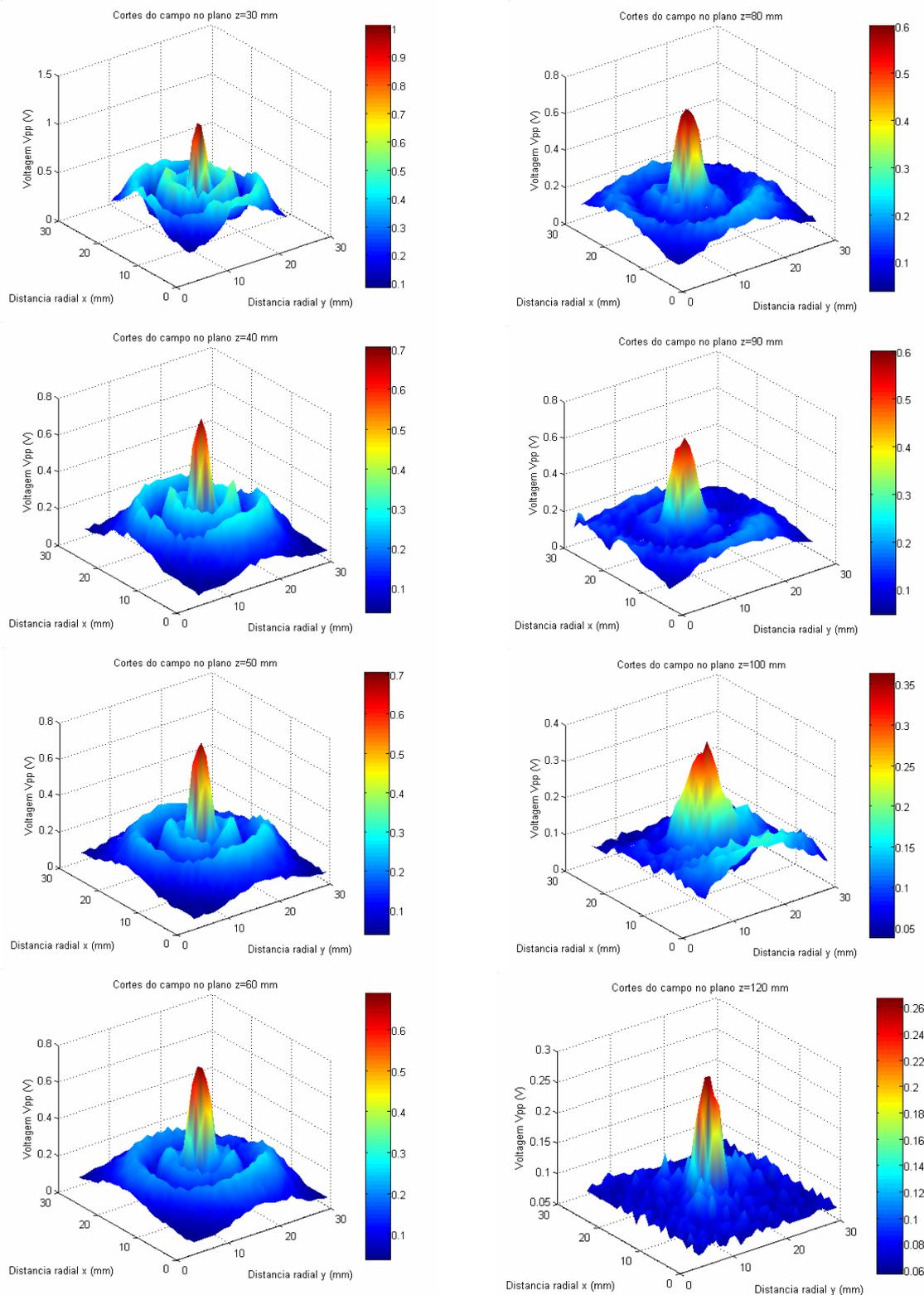


Figura 5.3- 12 Medidas experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor de difração limitada para diferentes profundidades ( $z= 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100$  e  $120$  mm).

5.3.-Campo acústico de radiação.

Na Figura 5.3- 13 representam-se em 3D os perfis dos campos acústicos de pressão medidos, do transdutor Bessel, nos planos  $xy$  de propagação. Observam-se claramente os lóbulos laterais na zona do campo próximo não estando presentes no campo distante.

A largura da banda do lóbulo principal mantém-se relativamente constante com a profundidade do campo onde o feixe é colimado.

Cortes do campo medido do T. Bessel em cada plano  $xy$

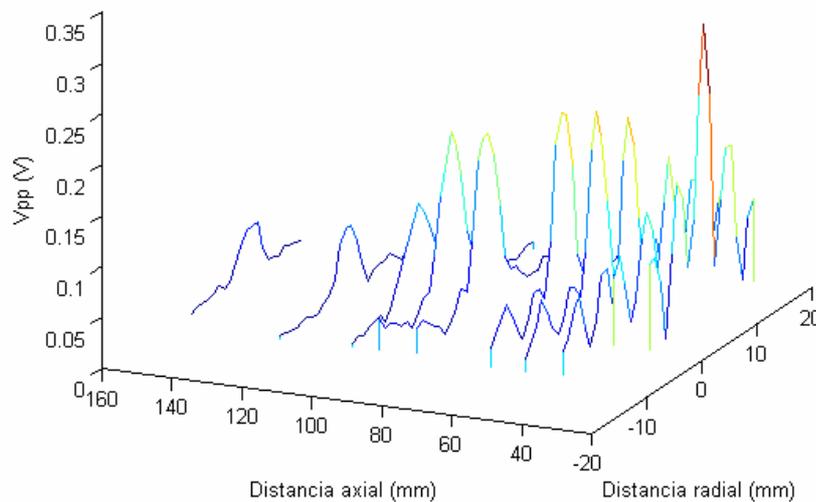


Figura 5.3- 13 Perfis dos campos acústicos medidos, nos plano  $xy$  de propagação, para o transdutor de difração limitada. (Distância axial  $z=20, 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100, 120$  e  $150$  mm).

Na Figura 5.3- 14 são mostrados os resultados experimentais do mapeamento do campo acústico irradiado pelo transdutor convencional. Mostram-se os planos  $z= 40, 60, 80,$  e  $100$  mm. No eixo  $z$  representa-se a amplitude pico a pico medida com o hidrofone e nos eixos  $x,y$  a distância radial varrida.

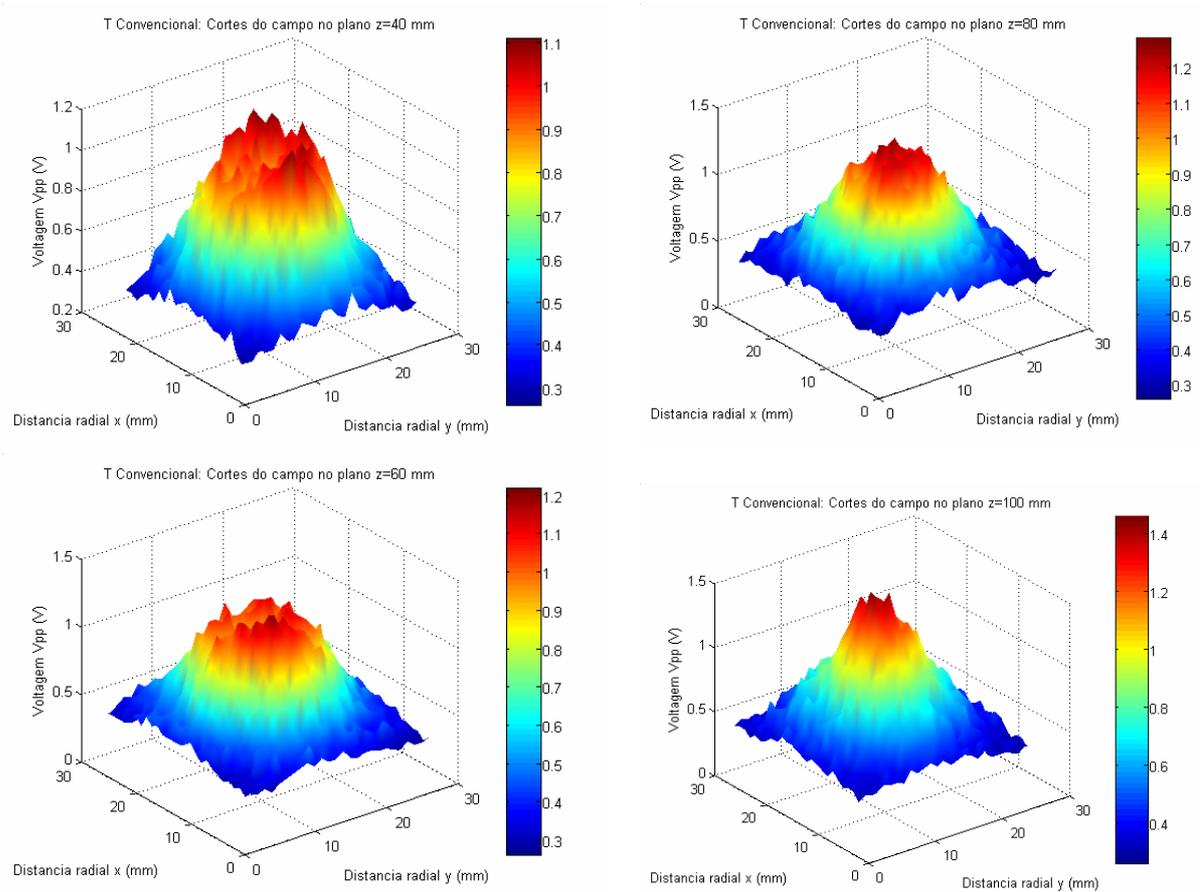


Figura 5.3- 14 Medidas experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor convencional para diferentes profundidades  $z= 40, 60, 80, \text{ e } 100 \text{ mm}$ .

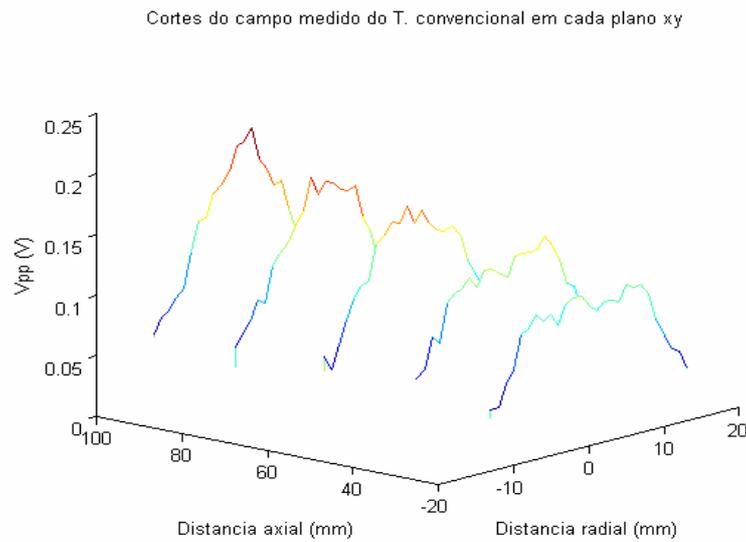


Figura 5.3- 15 Perfis dos campos acústicos medidos, no plano xy de propagação, para o transdutor convencional para cada plano z.

5.3.-Campo acústico de radiação.

Como se fez para o transdutor Bessel, na Figura 5.3- 15 representam-se em 3D, os perfis dos campos acústicos medidos, nos planos  $xy$ , para o transdutor convencional. Assim, na Figura 5.3- 15 pode-se observar maior largura de banda lateral que possui o transdutor convencional em comparação com o transdutor de difração limitada.

Ainda foi caracterizado o campo acústico de um transdutor focalizado industrial<sup>5</sup> de dimensões e frequência similares. Na Figura 5.3- 16 representam-se as medidas do levantamento do campo acústico irradiado por esse transdutor. Mostram-se os planos para  $z= 30, 50, 75, e 90$  mm.

Na Figura 5.3- 17 representam-se em 3D os perfis dos campos acústicos medidos, nos planos  $xy$ , para o transdutor focalizado.

Uma das diferenças entre os campos acústicos emitidos pelos transdutores Bessel, convencional e focalizado encontra-se quando se analisa a largura de banda lateral dos feixes.

Lembrando que a largura de banda lateral está relacionada diretamente com a resolução lateral da imagem obtida através do transdutor, comparam-se na Figura 5.3- 18 e Figura 5.3- 19 os perfis dos campos dos transdutores nos planos medidos.

Na Figura 5.3- 18 a comparação é feita entre os transdutores Bessel e convencional para  $z= 40, 60, 80 e 100$  mm. Observa-se para as quatro distâncias axiais, que o feixe do transdutor Bessel tem menor largura de banda central, portanto, melhor resolução lateral.

---

<sup>5</sup> Panametrics, V304,  $f=2,25$  MHz, foco em 75 mm, diâmetro: 25,4 mm

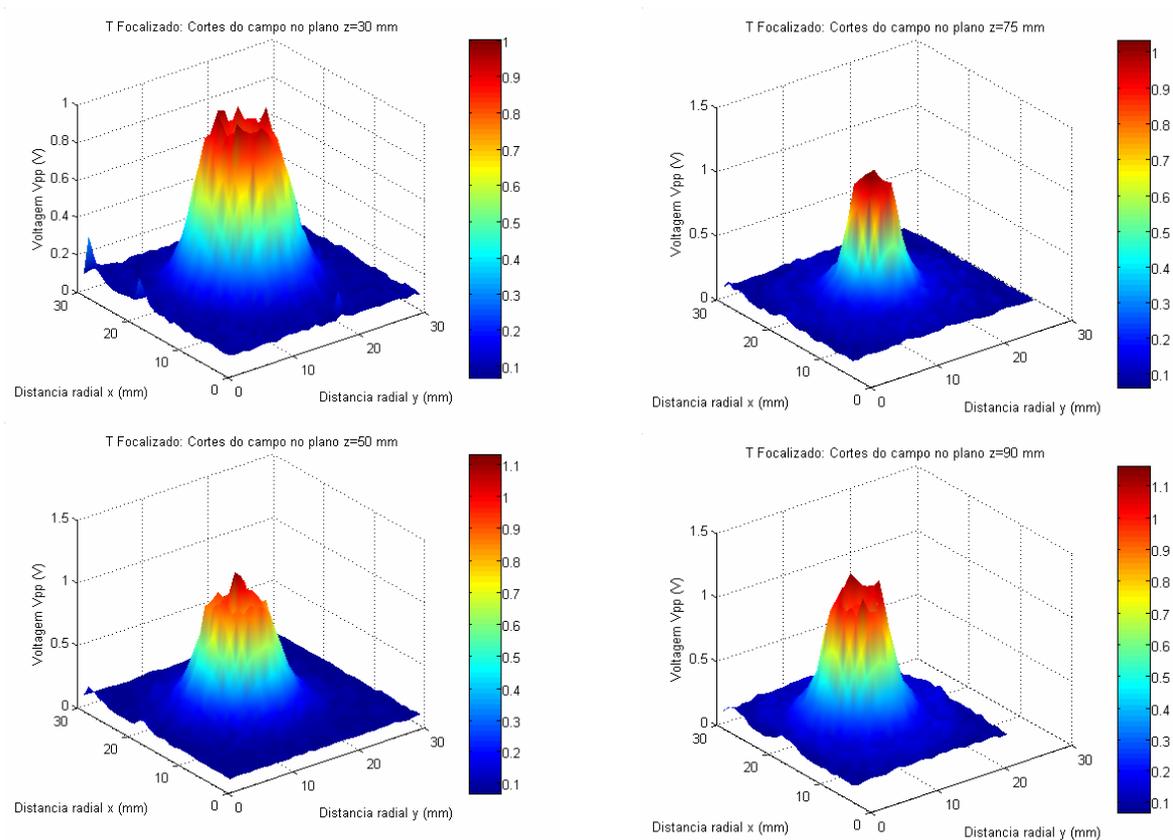


Figura 5.3- 16 Medidas experimentais do campo de radiação emitido pelo transdutor focalizado para diferentes profundidades  $z= 30, 50, 75,$  e  $90$  mm.

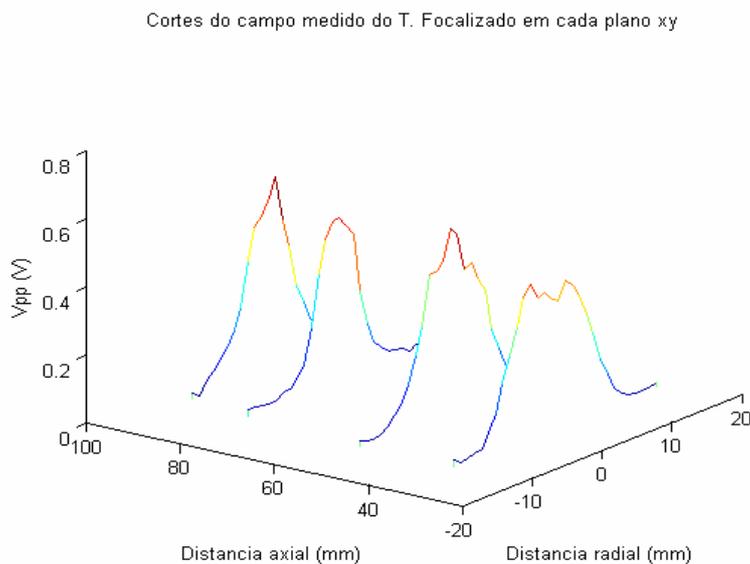


Figura 5.3- 17 Perfis dos campos acústicos medidos, nos planos xy de propagação, para o transdutor focalizado.

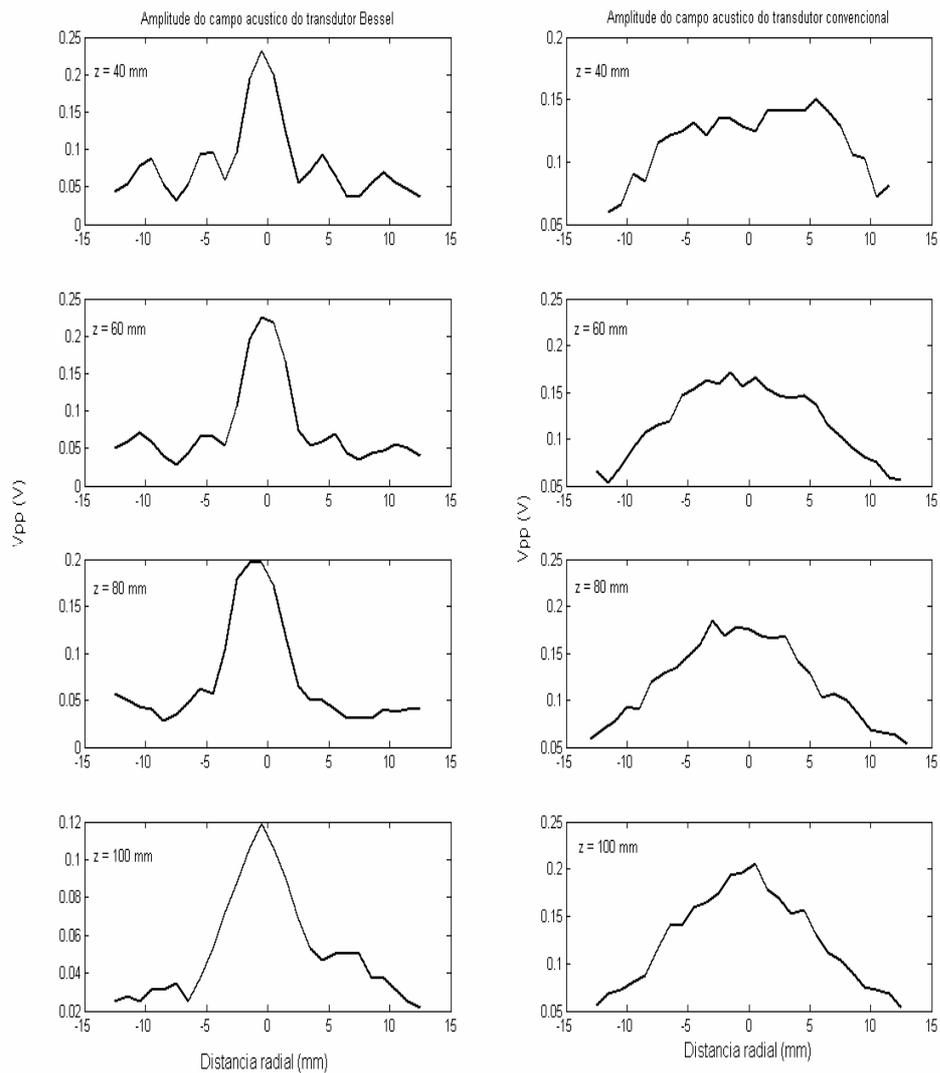


Figura 5.3- 18 Comparação das larguras de banda lateral dos feixes acústicos do transdutor Bessel e convencional para as profundidades  $z = 40, 60, 80$  e  $100$  mm.

Na Figura 5.3- 19 a comparação é feita entre os transdutores Bessel e focalizado para  $z = 30, 30, 75$  e  $90$  mm. Nesta comparação se vê novamente que o feixe do transdutor Bessel tem menor largura de banda lateral do lóbulo central do feixe emitido, portanto, também melhor resolução lateral.

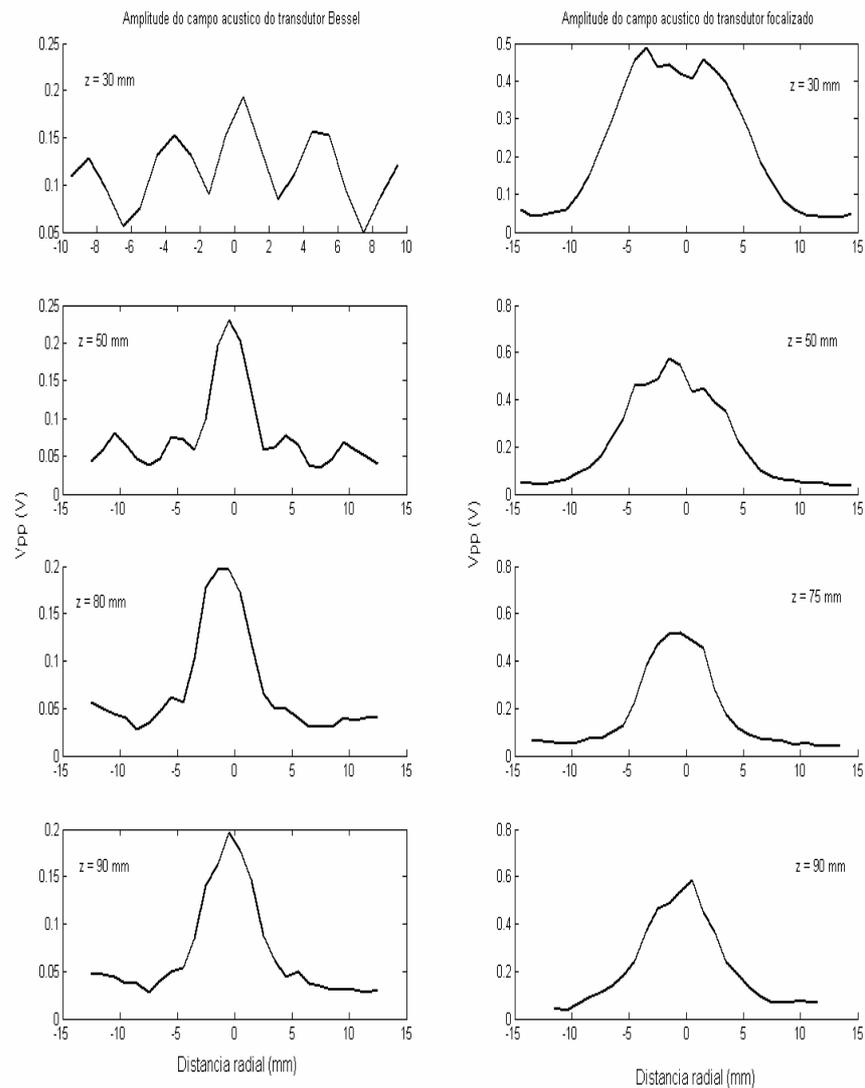


Figura 5.3- 19 Comparação entre os campos acústicos dos transdutores Bessel e focalizado para as profundidades  $z = 30, 50, 75$  e  $90$  mm.

Os valores de largura de banda do lóbulo central do feixe acústico, definidos na metade do valor máximo de amplitude do campo, para os três transdutores, mostram-se na Tabela 5.3- 1, para as diferentes profundidades do campo.

Tabela 5.3- 1 Valores da largura lateral (em mm) do lóbulo central do feixe acústico para os transdutores Bessel, convencional e focalizado.

z (mm)	Largura lateral do feixe (Bessel)	Largura lateral do feixe (convencional)	Largura lateral do feixe (focalizado)
30	3,68	----	13
40	3,95	20,52	----
50	4,10	---	10
60	4,53	18,8	---
75	----	---	7
80	5,48	18,5	---
90	7,30	----	7,20
100	7,30	17,5	----

A largura de banda lateral do transdutor focalizado é menor que a do convencional, embora maior que aquele do transdutor Bessel.

Finalmente, verificamos que o transdutor Bessel, comparado com um transdutor convencional ou um focalizado, além de apresentar maior profundidade do campo (com poucos efeitos de difração) apresenta melhor resolução lateral, características requeridas para aplicações em imagens médicas e que não são satisfeitas simultaneamente em um só transdutor com polarização uniforme.

Na Figura 5.3- 20 observam-se as imagens dos feixes acústicos do transdutor Bessel e convencional pelo método de Schlieren [63]: no eixo das ordenadas representa-se a distância radial e no eixo das abscissas a distância axial.

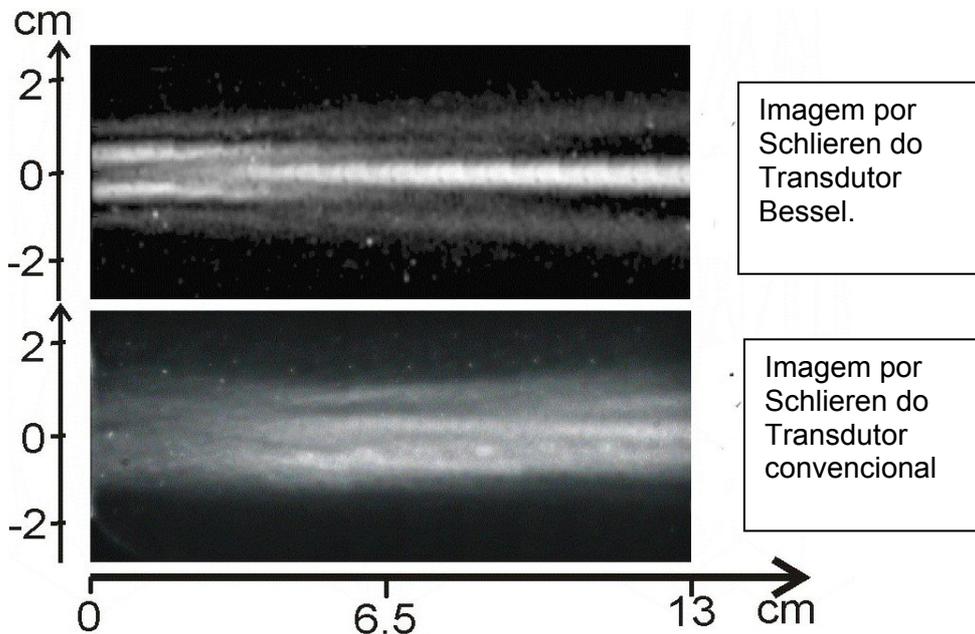


Figura 5.3- 20 Imagens por Schlieren do feixe acústico emitido pelo transdutor Bessel e convencional.

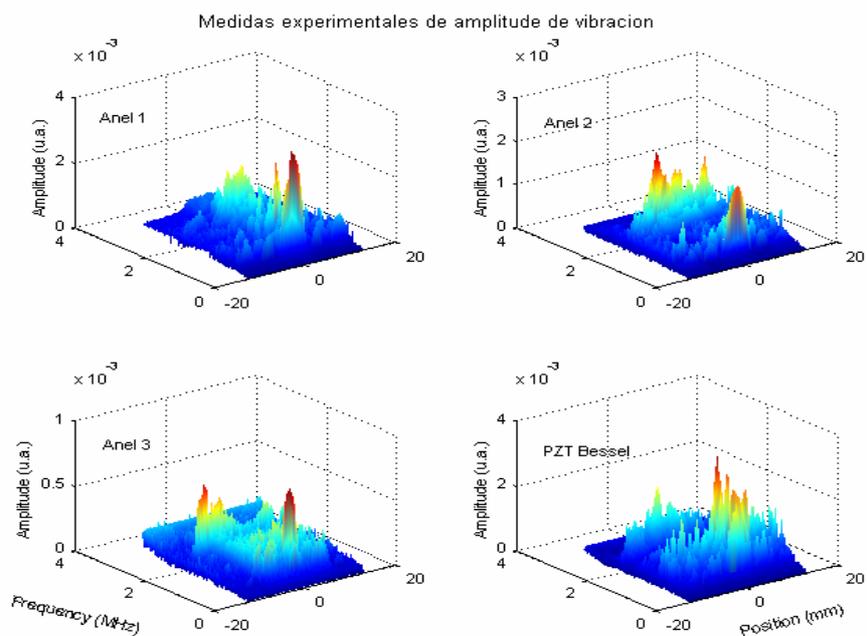
Com este tipo de imagem, para o caso do transdutor Bessel observa-se que o feixe acústico emitido pelo anel central apresenta-se colimado em um intervalo de 60 a 100 mm. Esta imagem está em concordância com as medidas acústicas realizadas e mostradas na Figura 5.3- 12 e os valores calculados na Tabela 5.3- 1. Ainda os feixes que dão lugar aos lóbulos laterais, que coincidem com os mostrados na Figura 5.3- 13, são visualizados nesta imagem pela técnica de Schlieren. Os mesmos são pronunciados perto da superfície do transdutor e espalham-se a maior profundidade do campo constituindo uma desvantagem para as aplicações médicas.

Por sua vez, a imagem do campo do transdutor convencional mostra os efeitos de difração com o espalhamento do feixe central. Esse resultado também está em acordo com as medidas realizadas do campo e mostrado na Figura 5.3- 14 e Figura 5.3- 15.

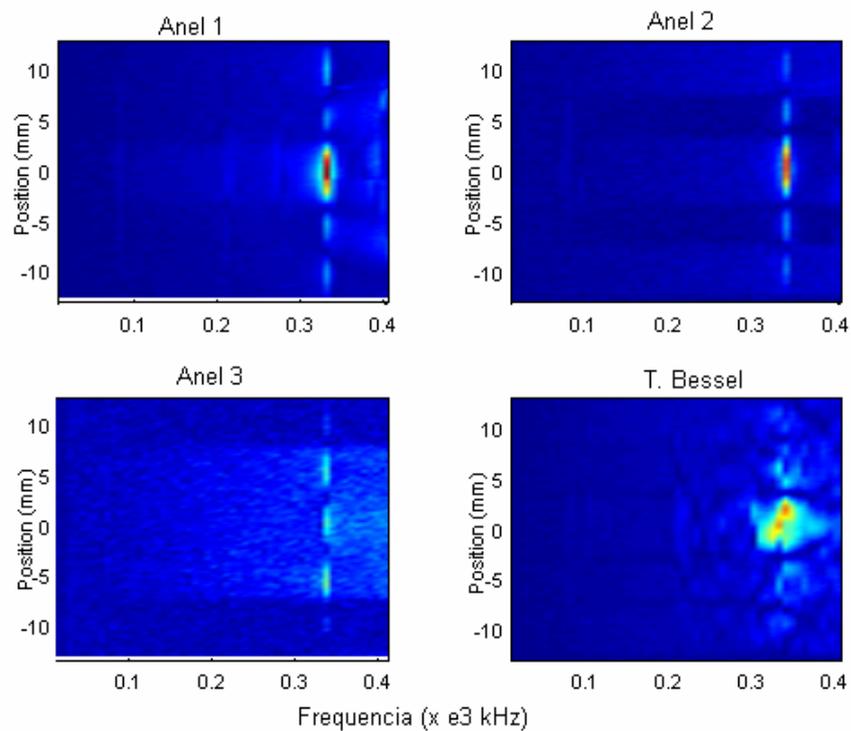
## 5.4 Espectroscopia acústica de superfície.

Na Figura 5.3-21 mostram-se as medidas de amplitude de vibração das cerâmicas, obtidas a partir da técnica de espectroscopia acústica de superfície explicada no Capítulo 4.3.3.

As medidas foram realizadas excitando primeiro cada anel por separado das cerâmicas Bessel (o anel 1 corresponde ao anel central, o anel 2 ao anel intermediário e o anel 3 ao anel externo) e logo excitando os três anéis. No caso A), representam-se as amplitudes de vibração em função da distância radial e da frequência. As amplitudes máximas obtêm-se, de forma geral, nas frequências de ressonância dos modos fundamentais de vibração. No caso B) representam-se as projeções das amplitudes anteriores em função da frequência correspondente ao modo radial. Para cada caso, essas curvas mostram coincidências com os valores das frequências de ressonância dos modos radiais, simulados e medidos que já foram mostrados na Figura 5.2-12.



A)



B)

Figura 5.3- 21 Espectroscopia acústica de superfície: A) Amplitudes de vibração em função da freqüência e da posição e B) Projeções das amplitudes anteriores.

---

---

## 6 Conclusões e propostas de trabalhos futuros

---

---

Neste trabalho de tese, foram construídos transdutores ultra-sônicos piezoelétricos de difração limitada (ou de Bessel) para aplicações na área de imagens médicas.

Na literatura aparecem reportados dois transdutores de difração limitada: um construído por Hsu et al [13], aplicando uma polarização não uniforme sobre três anéis mas, utilizando uma técnica complicada na construção dos mesmos. Outro construído por Jian-yu Lu et al [6], a partir de um arranjo de anéis de material piezocomposite 1-3, emitindo feixe de difração limitada através de uma excitação eletrônica.

No nosso trabalho, partindo de cerâmicas ferroelétricas aplicou-se uma técnica direta de polarização não uniforme sobre três anéis conformados com pintura de prata. O perfil da polarização não uniforme seguiu a função de Bessel. Posterior ao processo de polarização realizou-se uma deposição de um eletrodo de ouro nas faces das cerâmicas, mediante a técnica de “*sputtering*”, curto-circuitando desta forma todos os anéis concêntricos. Com este procedimento basta aplicar uma excitação simples (contínua ou pulsada) sobre os eletrodos para gerar o perfil de difração limitada.

Assim, foram construídos transdutores Bessel com freqüência fundamental de espessura da ordem de 2 MHz.

Na caracterização dos seus modos naturais de vibração, tema que não tem sido tratado na literatura, obtiveram-se transdutores que, comparado com aqueles polarizados uniformemente, apresentam só um modo radial de vibração, fenômeno que pode ser atribuído ao comportamento da vibração radial de cada anel que, quando excitado em conjunto, intensifica-se esse modo e eliminam-se os outros. A vantagem frente aos transdutores convencionais encontra-se no desacoplamento maior entre os modos de vibração radial e espessura.

A concordância entre os resultados simulados e experimentais, dos modos de vibração dos transdutores caracterizados: convencional e Bessel, através das frequências de ressonância elétricas foi ótima, encontrando-se desvios inferiores a 4 % entre eles, os quais podem atribuir-se ao fato das matrizes das constantes elásticas, dielétricas e piezoelétricas tabuladas, utilizadas nas simulações, não corresponderem exatamente às do material piezoelétrico usado.

Da comparação entre os campos experimentais dos transdutores para avaliar a largura do lóbulo central do feixe acústico (resolução lateral) e os efeitos de difração dos feixes, obtiveram-se transdutores de tipo Bessel que mostraram maior profundidade de campo com difração limitada, boa colimação do feixe, campo homogêneo e ótima resolução lateral, frente aos transdutores convencionais.

Uma desvantagem do transdutor de difração limitada é a presença de lóbulos laterais emitidos pelos anéis intermediário e externo.

O feixe acústico, emitido por estes transdutores, construídos com o método de polarização não uniforme, não reportado antes e caracterizados neste trabalho, mostraram características similares àqueles reportados na literatura,

obtidos por outros métodos, entre eles: Hsu et al [12] e Jian-yu Lu et al [14] respectivamente.

A profundidade do campo para um dos transdutores Bessel de diâmetro igual a 24,4 mm, e parâmetro de escala  $\alpha$  igual a  $709 \text{ m}^{-1}$ , foi de 128,4 mm. Para o transdutor de dez anéis e diâmetro de 50 mm, (Jian-yu Lu et al [6]) obteve-se um valor igual a 216,3 mm para um parâmetro de escala  $\alpha$  de  $1202,45 \text{ m}^{-1}$ .

A largura de banda lateral do feixe central deste transdutor Bessel, calculado na profundidade do campo, foi da ordem de 4,3 mm. Experimentalmente encontrou-se este valor médio da ordem de 4,5 mm. (O valor de 2,53 mm do transdutor de Jian-yu Lu de dez anéis [14], origina-se pelo maior valor do parâmetro de escala  $\alpha$ ). Mesmo assim, nosso transdutor apresenta uma ótima resolução lateral do feixe de Bessel comparado com um dos transdutores convencionais que foi da ordem de 20 mm.

Neste trabalho foram utilizadas quatro técnicas experimentais para caracterizar os modos de vibração e o campo acústico irradiado pelos transdutores ultra-sônicos piezoelétricos, que mostraram a validade dos resultados simulados pelo Método de Elementos Finitos.

#### Sugestões para trabalhos futuros.

A partir dos resultados obtidos neste trabalho, têm surgido temas interessantes como propostas de trabalhos futuros, para dar continuidade às pesquisas com os transdutores Bessel.

Entre esses temas encontra-se o estudo de técnicas para eliminar os lóbulos laterais presentes nos transdutores com polarização não uniforme.

---

Também o estudo do ajuste das constantes elásticas, piezoelétricas e dielétricas utilizadas nas simulações por elementos finitos a partir dos trabalhos de Kaltenbacher; et al [67]. Considera-se a realização de medições experimentais das mesmas a partir do material ferroelétrico base.

Um outro tema a seguir é aquele de ajuste do valor do parâmetro de escala  $\alpha$  que controla a resolução lateral do feixe.

Necessário o estudo das técnicas de obtenção de imagens médicas nos modos de operação de pulso-eco, transmissão e recepção, utilizando os transdutores Bessel construídos.

E ainda o estudo do comportamento do transdutor de difração limitada com a temperatura visando possíveis aplicações em fisioterapia.

# ANEXOS

## ANEXO A - Sistemas lineares: técnica de convolução.

A integral de convolução é uma ferramenta matemática para expressar a saída de um sistema LTI baseado em um sinal arbitrário:  $x(t)$ , e a resposta ao impulso:  $h(t)$ . A integral de convolução define-se como<sup>6</sup>:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

Representa-se pelo símbolo  $\otimes$ , e pode ser escrita como:

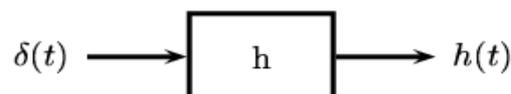
$$y(t) = x(t) \otimes h(t)$$

A convolução é comutativa:

$$x(t) \otimes h(t) = h(t) \otimes x(t)$$

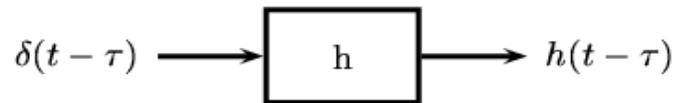
Seja um sistema linear e invariante no tempo, para “visualizar” o processo de convolução podem seguir-se as seguintes etapas:

Se o sistema está definido por sua resposta ao impulso: um impulso de entrada  $\delta(t)$  dá como saída uma resposta ao impulso  $h(t)$ .

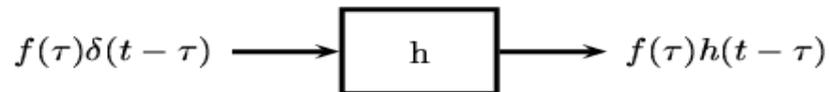


<sup>6</sup> <http://cnx.org/content/m12828/latest>

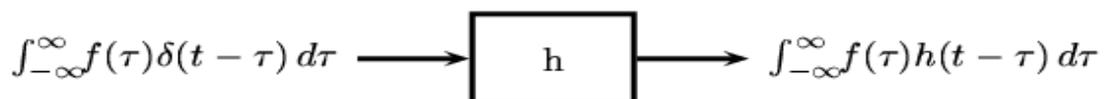
Um impulso deslocado dá como saída uma resposta ao impulso deslocado (devido à invariância do sistema no tempo).



Podemos escalar o impulso de entrada para obter como saída um impulso escalado (usando a propriedade de linearidade da multiplicação escalar).



Podemos somar um número infinito desses impulsos escalados para obter um número infinito de somas de respostas ao impulso escaladas (usando a aditividade da linearidade).



Essa soma infinita é exatamente uma integral, que é conhecida como integral de convolução.

## ANEXO B – Teoria escalar da difração (segundo Durnin).

Existe uma classe de soluções à equação de Helmholtz (que é a equação que governa o fenômeno da difração) livres de difração. Com a luz (onda EM) foi demonstrado experimentalmente um feixe tal que não sofre difração [9].

A equação de onda no espaço livre vem dada por:

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t) = 0$$

Na região livre  $z \geq 0$ , a solução exata para essa equação é da forma:

$$E(x, y, z \geq 0, t) = e^{i(\beta z - \omega t)} \int_0^{2\pi} A(\phi) e^{i\alpha(x \cos \phi + y \sin(\phi))} d\phi$$

onde:

$$\beta^2 + \alpha^2 = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 = k^2$$

$A(\phi)$ : função arbitrária de  $(\phi)$

$k$ : número de onda.

$\alpha \leq k$ , parâmetro de escala, real e positivo.

$\beta$ : parâmetro real.

$\rho$ : distância desde o centro do sistema de eixos do transdutor.

Quando  $\beta$  é real, a equação representa um tipo de campo que não se difrata no sentido em que o perfil da intensidade temporal – média em  $z = 0$ :

$$I(x, y, z \geq 0) = \frac{1}{2} \left| E(\vec{r}, t) \right|^2 = I(x, y, z = 0)$$

se reproduz exatamente para todo  $z > 0$  em qualquer plano normal ao eixo  $z$ .

O único campo não difratado que tem simetria axial é aquele para o qual  $A(\phi)$  é independente de  $(\phi)$ , ou seja, um campo cuja amplitude é proporcional a:

$$E(\vec{r}, t) = e^{i(\beta z - \omega t)} \int_0^{2\pi} e^{i\alpha(x \cos \phi + y \sin \phi)} \frac{d\phi}{2\pi}$$

$$\text{Se } A(\phi) = \frac{1}{2\pi}$$

então:

$$E(\vec{r}, t) = \left[ e^{i(\beta z - \omega t)} \right] J_0(\alpha \rho)$$

$$\rho = [x^2 + y^2]^{1/2} \quad \text{e} \quad J_0 : \text{função de Bessel de ordem zero.}$$

Logicamente quando  $\alpha = 0$  a solução é uma onda plana.

Para  $0 < \alpha \leq \frac{\omega}{c}$  a solução é um feixe não difratado cuja intensidade diminui à

razão inversa a  $\alpha \rho$ .

Mas para uma abertura finita, a partir de argumentos geométricos, Durnin [9] mostrou que a profundidade do campo do feixe de difração limitada (o de Bessel) definida como a distância no qual o campo máximo diminui à metade daquele na superfície do transdutor, é da forma:

$$z_{\max} = a \sqrt{\left(\frac{k}{\alpha}\right)^2 - 1}$$

$a$ : raio do transdutor.

A profundidade do campo aumenta com o tamanho da abertura.

Para os feixes de Bessel, define-se a largura de banda [6], [68] correspondente aos - 6 dB (ou à metade do máximo valor da amplitude do feixe) como:

$$\rho_{lat} = \frac{3,04}{\alpha}$$

considerando que cada elemento do transdutor tem igual área (ver Tabela 2.2- 1).

Assim, para incrementar a resolução lateral deve aumentar o parâmetro livre  $\alpha$ , fato que entra em contradição com a expressão para a profundidade do campo máximo já que, para aumentar essa profundidade deve diminuir-se o parâmetro  $\alpha$ .

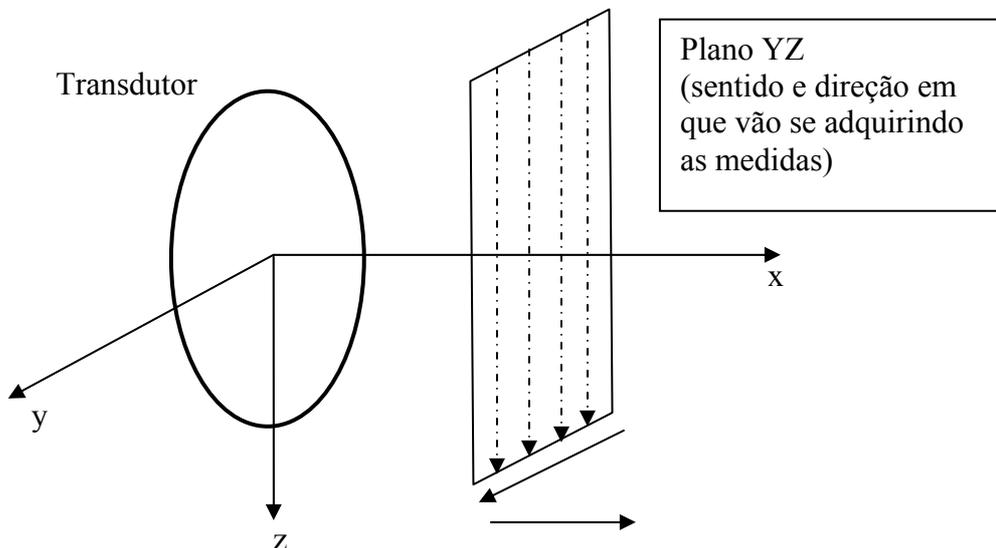
Com respeito à frequência, se esta aumenta, aumentará diretamente a profundidade do campo, embora não aumente diretamente a resolução lateral do feixe de Bessel. O importante daqui é salientar que, com os feixes de Bessel ou de difração limitada, pode ser obtida maior profundidade do campo com a mesma resolução lateral que a dos convencionais, importante para aplicações em imagens médicas.

## ANEXO C - Protocolo para medidas do campo de radiação.

Equipamento experimental:

- Cuba
- Motores de posicionamento passo a passo
- PC
- Osciloscópio
- Gerador de pulsos SONIC
- Hidrofone
- Amplificador do hidrofone
- Dados dos eixos dos motores:
  - No. eixo do motor: 0, corresponde ao eixo x (eixo axial)
  - No. eixo do motor: 1, corresponde ao eixo y (eixo radial)
  - No. eixo do motor: 2, corresponde ao eixo z (eixo de profundidade)

Desenho experimental para aquisição das medidas.



Posicionamento do transdutor e hidrofone:

Antes de executar os programas de Matlab, deve-se posicionar o hidrofone na frente do transdutor, no canto inferior esquerdo do mesmo (assim o sistema avança na direção positiva representada no desenho)

1- Antes de executar o programa de aquisição, executar o arquivo c:\hplib\hplibdde.exe (esta num ícone no escritório)

2- Todos os programas descritos abaixo estão no diretório:

c:\usuarios\alicia\adquirir\_2005\_adquirir\_a

3- Quando entrar no Matlab, situar-se no diretório onde estão os programas de aquisição e executar o programa (duas vezes):

```
>> inicio_gpib
```

- Esta é a rotina que inicia os dispositivos controlados pela porta GPIB.

4- Executar os seguintes programas:

```
>> config_secuencia_motor
```

- Esta é a rotina onde são definidos pelo usuário os deslocamentos nos três eixos, e o passo dos mesmos.

**CONFIGURA SECUENCIA BARRIDO MOTORES**

Numero de posiciones en x:  
1

Numero de posiciones en y:  
20

Numero de posiciones en z:  
1

Tamaño (entero) de paso en x:  
1

Tamaño (Entero) de pasos en y:  
1

Tamaño (Entero) de pasos en z:  
1

retardo temporal (segundos)  
1

Numero de puntos adquirir sinal  
512

OK Cancel

As explicações sobre como preencher este quadro, a seguir:

Completar o número de posições (para cada eixo), isto é: quantos deslocamentos percorrerão os eixos.

Exemplo: se o número de posições define-se:

eixo  $x = 1$

eixo  $y = 30$

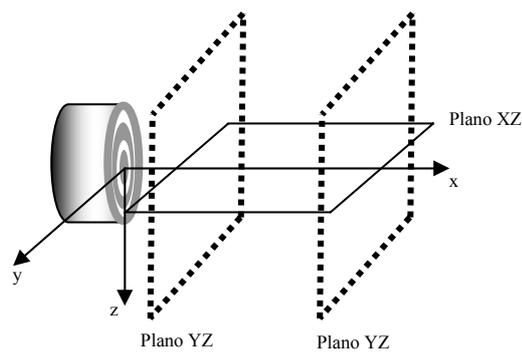
eixo  $z = 30$

significa que o eixo  $z$  percorrerá 30 deslocamentos e o eixo  $y$  idem.

Em tamanho de passo escrever um número inteiro de 10.

10 correspondem a 1 mm de passo, 20 a 2 mm de passo e assim sucessivamente.

Com os exemplos anteriores, estaria-se varrendo um plano  $YZ$  de 30 mm x 30 mm para uma posição fixa do eixo  $x$ .



Esses dados são guardados no arquivo: "datos\_SecuenciaMotor.dat" que é lido pela rotina a seguir.

>>adquirir\_barrido

- rotina que realiza o mapeamento segundo os eixos e os passos definidos anteriormente.

Grava-se o sinal adquirido desde o osciloscópio num arquivo de nome:

AscanXYZ.

A ordem em que realiza as aquisições está definida como:

Primeiro movimenta-se segundo o eixo  $z$ , logo volta à sua posição inicial e movimenta-se segundo o eixo  $y$ . Volta à posição inicial e desloca-se segundo o eixo  $x$ .

Rotinas que não precisam ser executadas pelo usuário:

**fin\_gpib.m** – rotina que finaliza os dispositivos controlados pela porta GBIP.

**dados.dat\_** – arquivo que guarda a informação usada por **motor.exe** para enviar o comando aos motores.

**prueba.exe** ou **motor.exe** – executável de programa desenvolvido em linguagem C (por Nicalas Pérez, do Laboratório de Acústica Ultra-sonora da UdelaR) que movimenta os motores.



## **ANEXO D – Características do equipamento utilizado nas medidas experimentais.**

ANALIZADOR DE IMPEDANCIAS / ANALIZADOR DE GANANCIA Y FASE,  
HEWLETT PACKARD MODELO HP 4194A.

O analisador HP 4194 A é um equipamento desenhado para prover medidas de grande precisão até frequências de 100 MHz (para medidas de ganância e fase) y 40 MHz (para medidas de impedâncias). Tem sido desenhado para aplicações em pesquisa de materiais e trabalhos em laboratórios de certificação entre outros.

### CARACTERISTICAS GENERALES

RANGO DE FRECUENCIA: 100 Hz - 40 MHz (IMPEDANCIA)

100 Hz - 100 MHz ( GANANCIA Y FASE)

RANGO DE MEDIDAS DE IMPEDANCIA 10 m $\Omega$  A 100 M $\Omega$ .

PARÁMETROS A MEDIR:  $|Z|$ ,  $|Y|$ ,  $\theta$ , R, X,G,B,L,C,D,Q.

INCLUI SISTEMA DE MEDIDAS PARA:

MATERIAIS DIELÉTRICOS: (HP16451B), MATERIAIS SÓLIDOS:  
(HP16452A) E LÍQUIDOS (OPERATIVO CON FRECUENCIAS HASTA 30 MHz)

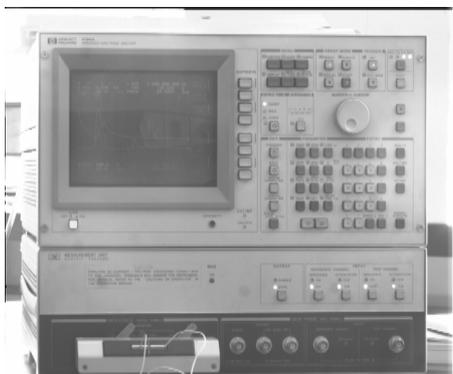


Figura D- 1

OSCILOSCOPIO PROGRAMABLE DIGITAL DE LA SERIE HP 54600 – 100 MHz.

CARACTERÍSTICAS GENERALES:

Dos canales, largo de banda em freqüência: 100 MHz

Intervalo de muestreo: 20 Msa/s,

Comprimento da sinal 4 K; configuração automática do panel frontal, medidas automáticas e mediante cursores de freqüência, tempo e tenso.

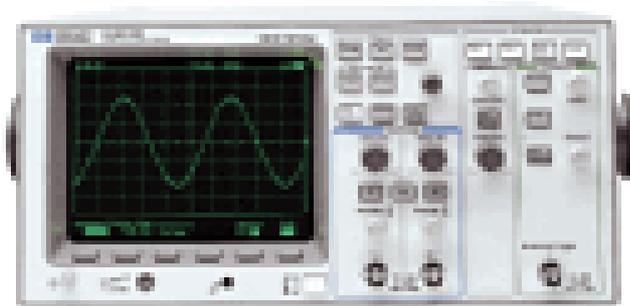


Figura D- 2

GERADOR-RECEPTOR DE PULSOS DE ULTRA-SOM (Sonic)

Model FTS Mark IV.

O SONIC é um emissor-receptor de pulsos de ultra-som, usado como um “tester” para a realização de ensaios não destrutivos sobre os materiais a investigar e como medidor de espessuras de materiais. Gera vibrações de ultra-som e os envia a través do objeto sob estudo, em forma de pulsos curtos de energia. Qualquer descontinuidade no recorrido do feixe de ultra-som, assim como nas faces do objeto, é refletida para o aparelho novamente. O tempo requerido para que o pulso inicial viaje até o material e os ecos que retornam, são

visualizados na tela do equipo, assim como a espessura o distância recorrida pelo pulso.

#### CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DE INSTRUMENTACIÓN:

Pode ser utilizado para operações nos seguintes modos:

Modo NORMAL: Método pulso-eco.

Modo THRU-TRANS: Método emissão, recepção .

FRECUENCIAS DE TESTEO: 1, 2.25, 5, 10 MHz e LARGO DE BANDA.

CONTROLES DE GANANCIA (dB): LARGO:0 a 90 em passos de 10 dB

FINO: 0 a 15 em incrementos de 1 dB

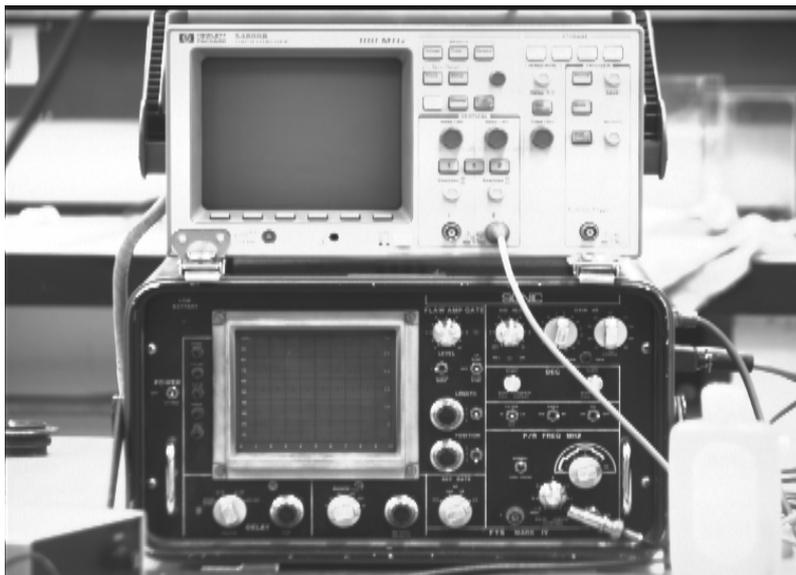


Figura D- 3

## ANEXO E – Arquivos de propriedades físicas dos materiais utilizados nas simulações pelo ANSYS™.

As matrizes utilizadas na simulação por elementos finitos, para o material piezoelétrico, foram as correspondentes ao grupo de simetria 6 mm [29]. Assim:

$$c^E = \begin{pmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{pmatrix}$$

$$c_{66}^E = \frac{c_{11}^E - c_{12}^E}{2}$$

$$e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon^T = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{pmatrix}$$

A continuação o código dos arquivos no software ANSYS™ dos materiais utilizados na simulação pelo método de elementos finitos.

```
!Arquivo para ser utilizado no ajustes da cerâmica Bessel
/FILNAME,transdutor
/PREP7
!----- DEFINIR ELEMENTOS -----
!
!*----- Elemento Piezoelétrico -----
ET,1,PLANE13,7,1,1
!* PLANE13, 7 = DOF:X,Y,VOLT, 1 = exclude extra shapes, 0 = plane strain
!*                                     1 = axisymmetric
!*                                     2 = plane stress
```

```

!* ----- Elemento Sólido -----
ET,2,PLANE42, ,1,1
!* PLANE42, 0 = paralel to global, 1 = suppress extra displacement,0 = plane stress
!*                                     1 = axisymetric
!*                                     2 = plane strain
!* ----- Elemento fluido com estrutura -----
!* usado como superficie de amortecimento de propagação de ondas acústicas.
!* e casamento de impedância ou casamento fluid0-estrutura
ET,3,FLUID29
!*
KEYOPT,3,2,0  !DOF: UX, UY, PRES
KEYOPT,3,3,1
!* FLUID29, 0 = structure present at interface, 1 = axisymetric

!* ----- Elemento fluido sem estrutura -----
!* meio no qual a onda acústica se propaga.
ET,4,FLUID29
!*
KEYOPT,4,2,1  !DOF: PRES
KEYOPT,4,3,1
!* FLUID29, 1 = No structure at interface, 1 = axisymetric

! ----- Propriedades dos materiais:
!----- Piez - material 1 - PZT-5A grupo de simetria 6 mm
! Constantes piezoelétricas:
e31=-5.4
e33=16.5
e15=12.3
TB,PIEZ,1                !*   PZT-5A - classe de simetria 6mm
TBDATA,1,0,e31,0        !* | 0 e31 0 |
TBDATA,4,0,e33,0        !* | 0 e33 0 |
TBDATA,7,0,e31,0        !* | 0 e31 0 |
TBDATA,10,e15,0,0       !* |e15 0 0 |
TBDATA,13,0,0,e15       !* | 0 0 e15|
                        !* | 0 0 0 |

!*** Elastic constants at E cst
c11=12.1E10
c12=7.54E10
c13=7.52E10
c33=15.5E10             ! para espessura !!!!!
!c33=11.5E10           ! segundo tabela, para radial!!!!
c44=2.11E10
c66=.5*(c11-c12)
TB,ANEL,1              !*   PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TBDATA,1,c11,c13,c12,0,0,0 !* | c11 c13 c12 0 0 0|
TBDATA,7,c33,c13,0,0,0   !* |      c33 c13 0 0 0|
TBDATA,12,c11,0,0,0      !* |      c11 0 0 0 |
TBDATA,16,c44,0,0        !* |      c44 0 0 |
TBDATA,19,c44,0          !* |      c44 0 |
TBDATA,21,c66            !* |      c66|

```

!\* Constantes dielectricas a strain (S) constante.

e00=8.85E-12

eps1=916\*8.85E-12

eps3=830\*8.85E-12

!\* PZT-5A - classe de simetria 6mm (\*10<sup>-9</sup>)

MP,PERX,1,eps1           !\* | eps11 0 0 |

MP,PERY,1,eps3           !\* | 0 eps33 0 |

MP,PERZ,1,eps1           !\* | 0 0 eps11 |

!\*

!\* Densidade e amortecimento

MP,DENS,1,7750

QM=75

!FR=337000           ! se radial

FR=1.9e6           ! se espessura

OMEGA=2\*3.1416\*FR

BETA=1/(OMEGA\*QM)

MP,DAMP,1,BETA

!\*\*\*\*\* Vidro - glass ----- Material 2

UIMP,2,EX, , ,70e9,

UIMP,2,DENS, , ,2.51e3,

UIMP,2,PRXY, , ,0.27,

!\*UIMP,2,GXY, , ,26e9,

!\*MP,DAMP,2,5e-8

!\*\*\*\*\* Resina Epoxi - Araldite 502/956 - Material 3

UIMP,3,EX, , ,4.25e9,   !\* Valor aproximado

UIMP,3,DENS, , ,1.16e3,   !\* Valor determinado por Selfrigde

UIMP,3,PRXY, , ,0.38,   !\* Valor aproximado

!\* MP,DAMP,3,4e-7

!\*\*\*\*\* Aluminio - Aluminum -----Material 4

UIMP,4,EX, , ,70e9,

UIMP,4,DENS, , ,2.8e3,

UIMP,4,PRXY, , ,0.33,

!\* MP,DAMP,4,4e-7

!\*\*\*\*\* Agua - Water ----- material 5

UIMP,5,DENS, , ,998,

UIMP,5,MU, , ,1.0,

UIMP,5,SONC, , ,1500,

!\*\*\*\*\* Acrilico ----- material 6

!\*\*\* matching layer PMMA

UIMP,6,EX, , ,0.552e10,

UIMP,6,DENS, , ,1.18e3,

UIMP,6,PRXY, , ,0.35,

!\* UIMP,6,GXY, , ,0.204e10,

!\* MP,DAMP,6,3e-8

```

***** Latao - Brass ----- material 7
UIMP,7,EX, , ,1000000000000,
UIMP,7,DENS, , ,8.4e3,
UIMP,7,PRXY, , ,0.34,
!* UIMP,7,GXY, , ,0.204e10,
!* MP,DAMP,7,3e-8

***** Aco - Steel ----- material 8
UIMP,8,EX, , ,210E9,
UIMP,8,DENS, , ,7.85e3,
UIMP,8,PRXY, , ,0.3,
!* UIMP,8,GXY, , ,80e9,
!* MP,DAMP,8,3e-8
!* .....
!----- - material 9 (no piezoelectrico) - PZT-5A grupo de simetria 6 mm
*** piezo constants
e31=0
e33=0
e15=0
TB,PIEZ,9                !* PZT-5A - classe de simetria 6mm
TBDATA,1,0,e31,0         | 0 e31 0 |
TBDATA,4,0,e33,0         | 0 e33 0 |
TBDATA,7,0,e31,0         | 0 e31 0 |
TBDATA,10,e15,0,0        |e15 0 0 |
TBDATA,13,0,0,e15        | 0 0 e15|
*** Elastic constants at E cst
c11=12.1E10
c12=7.52E10
c13=7.52E10
c33=12.1E10    ! c11=c33
c44=2.11E10
c66=2.11E10
TB,ANEL,9                !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TBDATA,1,c11,c13,c12,0,0,0 !* | c11 c12 c12 0 0 0 |
TBDATA,7,c33,c13,0,0,0    !* |      c11 c12 0 0 0 |
TBDATA,12,c11,0,0,0       !* |           c11 0 0 0 |
TBDATA,16,c44,0,0         !* |           c44 0 0 |
TBDATA,19,c44,0           !* |           c44 0 |
TBDATA,21,c66             !* |           c44|
!*
!* Constantes dieletricas a strain (S) constante.
e00=8.85E-12
eps1=916*8.85E-12
eps3=916*8.85E-12
!* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^-9)
MP,PERX,9,eps1           !* | eps11 0 0 |
MP,PERY,9,eps3           !* | 0 eps11 0 |
MP,PERZ,9,eps1           !* | 0 0 eps11 |
!* Densidade e amortecimento
MP,DENS,9,7750

```

```

QM=75
!FR=337000          ! se radial
FR=1.9e6            ! se espessura
OMEGA=2*3.1416*FR
BETA=1/(OMEGA*QM)
MP,DAMP,9,BETA

!*****---A partir daqui: ctes. piezo de 40 y 30 % de polarização
!----- Piez - material 10 - PZT-5A grupo de simetria 6 mm
!*** piezo constants con 40 % de polarizacion
!Para conformar a equipontencial da Bessel, mudar aa polarizacion del MATERIAL 10.
e31=5.4*40/100
e33=-16.5*40/100
e15=-12.3*40/100
TB,PIEZ,10          !* PZT-5A - classe de simetria 6mm
!*** Elastic constants at E cst
c11=12.1E10
c12=7.54E10
c13=7.52E10
c33=15.5E10        ! para espessura !
!c33=11.5E10      !segundo tabela para radial
c44=2.11E10
c66=.5*(c11-c12)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
TB,ANEL,10         !* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^10)
!* Constantes dieletricas a strain (S) constante.
e00=8.85E-12
eps1=916*8.85E-12
eps3=830*8.85E-12
!* PZT-5A - classe de simetria 6mm (*10^-9)
MP,PERX,10,eps1    !* | eps11 0 0 |
MP,PERY,10,eps3    !* | 0 eps33 0 |
MP,PERZ,10,eps1    !* | 0 0 eps11 |
!*
!* Densidade e amortecimento
MP,DENS,10,7750
QM=75
!FR=337000          ! se radial
FR=1.9e6            ! se espessura
OMEGA=2*3.1416*FR

```

BETA=1/(OMEGA\*QM)  
MP,DAMP,10,BETA

!----- Piez - material 11 - PZT-5A grupo de simetria 6 mm

!\*\*\* piezo constants con 30 % de polarizacion

e31=-5.4\*30/100

e33=16.5\*30/100

e15=12.3\*30/100

TB,PIEZ,11 !\* PZT-5A - classe de simetria 6mm

TBDATA,1,0,e31,0 !\* | 0 e31 0 |

TBDATA,4,0,e33,0 !\* | 0 e33 0 |

TBDATA,7,0,e31,0 !\* | 0 e31 0 |

TBDATA,10,e15,0,0 !\* | e15 0 0 |

TBDATA,13,0,0,e15 !\* | 0 0 e15 |

!\*\*\* Elastic constants at E cst

c11=12.1E10

c12=7.54E10

c13=7.52E10

c33=15.5E10 ! para espessura !!!!!

!c33=11.5E10 !segun tabela para radial

c44=2.11E10

c66=.5\*(c11-c12)

TB,ANEL,11 !\* PZT-5A - classe de simetria 6mm (\*10^10)

TBDATA,1,c11,c13,c12,0,0,0 !\* | c11 c13 c12 0 0 0 |

TBDATA,7,c33,c13,0,0,0 !\* | c33 c13 0 0 0 |

TBDATA,12,c11,0,0,0 !\* | c11 0 0 0 |

TBDATA,16,c44,0,0 !\* | c44 0 0 |

TBDATA,19,c44,0 !\* | c44 0 |

TBDATA,21,c66 !\* | c66 |

!\*

!\* Constantes dielectricas a strain (S) constante.

e00=8.85E-12

eps1=916\*8.85E-12

eps3=830\*8.85E-12

!\* PZT-5A - classe de simetria 6mm (\*10^-9)

MP,PERX,11,eps1 !\* | eps11 0 0 |

MP,PERY,11,eps3 !\* | 0 eps33 0 |

MP,PERZ,11,eps1 !\* | 0 0 eps11 |

!\*

!\* Densidade e amortecimento

MP,DENS,11,7750

QM=75

!FR=337000 ! se radial

FR=1.9e6 ! se espessura

OMEGA=2\*3.1416\*FR

BETA=1/(OMEGA\*QM)

MP,DAMP,11,BETA

```

/BATCH          *****      Arquivo de geometria dos materiais do transdutor
Bessel

! /COM,ANSYS RELEASE 6.0  UP20010919      12:03:26  02/21/2005
/PREP7
/INPUT,'mat_bessel_probando','lgw','",", 0      ! arquivo de propriedades de materiais
RECTNG,0,12.2e-3,0,1.2e-3,
CM,_Y,AREA
ASEL,,,, 1
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
AATT, 1,, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
CM,_Y,AREA
ASEL,,,, 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
ESIZE,1.18e-4,0,      ! tamanho do mesh
CM,_Y,AREA
ASEL,,,, 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
ACLEAR,_Y1
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
/UI,MESH,OFF
K,1000,2.39e-3,1.25e-3,,      !Geometria dos anéis
K,1001,4.4e-3,0.00125,,
K,1002,6.78e-3,0.00125,,
K,1003,8.78e-3,0.00125,,
FLST,2,231,2,ORDE,22
EMODIF,P51X,MAT,10,
FLST,2,319,2,ORDE,22
EMODIF,P51X,MAT,11,
EMODIF,P51X,MAT,9,
EMODIF,P51X,MAT,9,
FLST,4,105,1,ORDE,3

```

## **ANEXO F – Produção científica derivada deste trabalho.**

**IEEE International Ultrasonics Proceeding.** v. 1, p. 1314-1317, 2003.

José A. Eiras, E. Moreno, H. Calas, A. Aulet, C. A. Negreira, L. Leija and G. Gonzáles.

“Vibration modes in Ultrasonic Bessel Transducer”.

**Smart Materials and Structures.** v.15, n.4, p. 904-908, August 2006.

H. Calas, E. Moreno, J. A. Eiras, A. Aulet, J. Figueredo and L. Leija.

“Non-uniformly polarized piezoelectric modal transducer: fabrication method and experimental results”.

**Ferroelectrics.** Volume 333, Number 1, Volume 333/Julho 2006.

A. Aulet, H. Calas, E. Moreno, J. A. Eiras, and C. Negreira.

“Electrical and acoustical characterization of the Bessel Transducers”.

p. 131-137

I. Nuñez, D. Dodat, A. Aulet, A. Arzúa, C. Negreira and J. A. Eiras.

“Fast reconstruction of the ultrasonic Bessel Transducer field by using Schlieren Techniques”. p. 107-113

**Congresso IBERSENSOR 2006,** Montevidéo Uruguai (setembro 2006)

G. Cortela, A. Aulet, H. Calas, W. Pereira, J. A. Eiras, E. Moreno y C. Negreira

“Análisis comparativo del campo de temperatura generado por transductores Bessel y circulares planos”.

---

---

## 7 Referências bibliográficas.

---

---

- [1] HADJICOSTIS, N.A. et al., Ultrasonic Transducer Materials for Medical Applications. **Ferroelectrics** v. 60, p. 107-125, 1984.
- [2] SILK, M.G., **Ultrasonic Transducers for Nondestructive Testing**. Bristol:Adam Hilger Ltd, Techno House, Redcliffe Way, 1984.
- [3] KINO, G.S., **Acoustic Waves: Devices, Imaging and Analog Signal Processing**. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, Cap.3, 1987.
- [4] FATEMI, M.;GHASEMI-NEJAJ, K., Propagation of limited diffraction beams in biological soft tissues. **Ultrasonics Symposium Proceedings**. p.1083-1086, 1993
- [5] STRATTON, J.A., **Electromagnetic Theory**. New York: McGraw-Hill, p.356, 1941.
- [6] LU, J.; ZOU, H.; GREENLEAF, J.F., Biomedical ultrasound beam forming. **Ultrasound in Medicine and Biology** v. 20, n.5, p. 403-428, July 1994.
- [7] BRITTINGHAM, J.N., Focus wave modes in homogeneous Maxwell's equations: Transverse electric mode. **Journal of Applied Physics** v. 54, n.3, p. 1179-1189, 1983.
- [8] ZIOLKOWSKI, R.W., Exact solutions of the wave equation with complex source locations. **Journal of Mathematics Physics** v. 26, n. 4, p. 861-863, April 1985.
- [9] DURNIN, J., Exact solutions for non-diffracting beams. The scalar theory. **Journal of the Optical Society of America**. v. 4, p. 651-654, 1987.
- [10] LU, J.; GREENLEAF, J.F., Diffraction-limited beams and their applications for ultrasonic imaging and tissue characterization. New Developments in Ultrasonic Transducers and Transducer Systems. **Proceedings of SPIE**, v. 1733, p. 92-119, 1992.
- [11] KARPELSON, A.E., Possibilities of forming narrow, weakly divergent ultrasonic beams. **Soviet Journal of Nondestructive Testing** v.24, n. 5, p. 303-310, Jan. 1989.

- 
- [12] HSU, D. K.; MARGETAN, F.J.; Thompson, D.O., Bessel beam ultrasonic transducer: fabrication method and experimental results. **Applied Physics Letter** v. 55, n. 20, p. 2066-2068, Nov. 1989.
- [13] HSU, D. K., et al. Non-uniformly poled Gaussian and Bessel Function Transducer. **Ultrasonics Symposium Proceedings** p. 789-792, 1989.
- [14] LU, J.; GREENLEAF, J.F., Ultrasonic nondiffracting transducer for medical imaging. **IEEE - Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics ; Frequency Control**, v. 37, n.5, p. 438-447, Sept.1990.
- [15] LU, J., Limited diffraction array beams. John Wiley & Sons, Inc. v. 8, p.126-136, 1997.
- [16] LU, J., Paper invited by Dr. Michel Zamboni Rached (on behalf of all editors) appointed by the Editor-in-Chief, Professor J. A. Kong, of PIER for the book, **Localized Waves, Theory ; Experiments** 2005.
- [17] CHENG, J.; LU, J., Extended high frame rate imaging method with limited diffraction beams. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, Frequency Control** v. 53, n.5, p. 880-899, 2006.
- [18] CHENG, J., **A Study of Wave Propagation ; Limited-Diffraction Beams for Medical Imaging**. Dissertation (Doctor of Philosophy degree) - Engineering, University of Toledo, EEUU. 2005.
- [19] HUNT, W.J.; ARDITI, M.; FOSTER, F.S., Ultrasound transducers for pulse-echo medical imaging. **IEEE Transaction on Biomedical Engineering BME-** v. BME-30, n. 8, p. 453-481, August 1983.
- [20] DESILETS, C.S.; FRASER, J.D.; KINO, G.S., The design of efficient broadband piezoelectric transducers. **IEEE Transaction on Sonic and Ultrasonics**. v. SU-25, n. 3, p 115 125, May 1978.
- [21] AULET, A., **Cerámicas Piezo-composites 1-3 para emisión-recepción de Ultrasonidos**. Disertación (Maestría en Física), Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2001.
- [22] HETCH, E., **Optics**. Califórnia-EUA: Addison- Wesley 2ª ed. 1987.
- [23] AULD, B. A., Wave propagation and resonance in piezoelectric materials. **Journal of the Acoustical Society of América** v. 70, n. 6, p. 1577-1585, Dec. 1981.

- 
- [24] BERLINCOURT, D., Piezoelectric ceramics: characteristics and applications. **Journal of the Acoustical Society of América** v. 70,n. 6, p. 1586-1595, Dec. 1981.
- [25] ZHELUDEV, S., **Physics of Crystalline Dielectrics. Electrical Properties** New York-London: Plenum Press, v. 2, 1971.
- [26] JAFFE, B.; COOK, W. R.; JAFFE, H., **Piezoelectric Ceramics**, London-New York : Academic Press, 1971.
- [27] KITTEL,C., **Introduction to Solid State Physics** New York-London: John Wiley ; Sons, Fourth Edition, (1971).
- [28] TIERSTEN, H. F., **Linear piezoelectric plate vibrations** New York: Plenum, 1969.
- [29] NYE,J. F., **Physical properties of Crystals**, Oxford: Clarendon Press, 1977.
- [30] IKEDA, T., **Fundamentals of Piezoelectricity**, Oxford: University Press, 1990.
- [31] DIEULESAINT, E.; ROYER, D., **Elastic Waves in Solids**, Chichester-New York- Brisbane-Toronto: Ed. John Wiley ; Sons.1980.
- [32] REITZ; MILFORD; CHRISTY., **Fundamentos de la teoría electromagnética**, Cuarta Edición, Adisson-Wesley Iberoamericana. 1996.
- [33] D.A. BERLINCOURT, D.R. CURRAN ; H. JAFFE., **Piezoelectric and Piezomagnetic Materials: Their Function in Transducers**, Physical Acoustic IA New York : Ed Mason W.P. Academic, 1964.
- [34] I.R.E. Standards on Piezoelectric Crystals: *Measurements of Piezoelectric Ceramics* Proc. **IRE** v. 49, p. 1161- 1961.
- [35] IEEE - Standards on Piezoelectricity 176-1987, **IEEE - Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics ; Frequency Control**, v. 43, p. 5 1996.
- [36] LU, J.; GREENLEAF, J.F., Nondiffracting transducer for medical imaging. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics ; Frequency Control**, v. 37, n.5, p. 438-447, 1990.
- [37] KINSLER, L. E.; Frey, A. R., **Fundamentos de Acústica**. Montevideo: Editorial LIMUSA, ISBN 968-18-2026-6 1998.
- [38] MORSE, P.M.; INGARD, K.U., **Theoretical Acoustic**. New York: McGraw-Hill (1968).

- 
- [39] GODMAN, J.W., **Introduction to Fourier Optics**. New York: McGraw-Hill (1996).
- [40] ZEMANEK, J., Beam Behavior within the Nearfield of a Vibrating Piston. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 49, n. 1, p. 181-191, 1971.
- [41] HUTCHINS, D.A., et al., Continuous-wave pressure fields of ultrasonic transducers. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 80, n.1, p. 1-12, 1986.
- [42] FREEDMAN, A., Transient Fields of Acoustic Radiators. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 48, n. 1-B, p. 135-138, 1970.
- [43] HUTCHINS, D. A.; HAYWARD, G., **Radiated Fields of Ultrasonic Transducers, Physical Acoustics** Vol XIX Ultrasonic Measurements Methods, Academic, Boston (1990).
- [44] HARRIS, G.R., Review of transient field theory for a baffled planar piston. **Journal of the Acoustical Society of América** v. 70, n. 1, p. 10-20, 1981.
- [45] STEPANISHEN, P. R., Transient Radiation from Pistons in an Infinite Planar Baffle. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 49, n. 5, p. 1629-1638, 1971.
- [46] STEPANISHEN, P. R., The Time-Dependent Force and Radiation Impedance on a Piston in a Rigid Infinite Planar Baffle. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 49, n. 3, p. 841-849, 1971.
- [47] CALAS, H. et al., Simulation of Bessel beam transducers using impulse response technique. **Revista Mexicana de Física**. v. 52, p.86, 2006.
- [48] STEPANISHEN, P. R., Acoustic transients from planar axisymmetric vibrators using the impulse response approach. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 70, n. 4, p. 1176-1181, 1981.
- [49] PÉREZ, N., **Dinámica de Estructuras Piezocomposites Complejas: Aplicación a Transductores de Ultrasonido**. Disertación (Maestría), Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2002.
- [50] SILVA, E. C. N., **Modelagem Vibracional de Transdutores de Ultra-som Piezelétricos pelo Método de Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1993.

- 
- [51] LERCH, R., Simulation of piezoelectric devices by two- and three-dimensional finite elements. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics; Frequency Controls**, v. 37, n. 3, p. 233-247, 1990.
- [52] NAILLON, M.; COURSAANT, R.H.; BESNIER, F. Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method. **Acta Electronica**, v. 25, n. 4, p. 341-362, 1983.
- [53] NADER, G., **Desenvolvimento de Técnicas de Caracterização de Transdutores Piezoelétricos**. Tese (Doutor em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2002.
- [54] ALLIK, R.H.; HUGHES, J. R., Finite element method for piezoelectric vibration, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, .v. 2, 151-157, 1970.
- [55] LERCH, R., Finite Element Analysis of Piezoelectric Transducers. **Proceedings. IEEE Ultrasonic Symposium**, p 643-654, 1988.
- [56] ANSYS Coupled-Field Analysis Guide, Release 5.5, ANSYS Inc, (1998).
- [57] HAYWARD, G.; BENNETT, J.; HAMILTON, R., A theoretical study on the influence of some constituent material properties on the behavior of 1-3 connectivity composite transducers. **Journal of the Acoustical Society of America** v. 98, n. 4, p. 2187-2196, 1995.
- [58] NUNEZ, I.; NEGREIRA, C., Avoiding diffraction grid effect in ultrasonic fields of 1-3 PZT polymer piezocomposite transducers. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control** v. 46, n. 2, p. 467-472, 1999.
- [59] GARCIA, D., **Cerâmicas de Titanato de Chumbo Dopadas com La, Sr, Nb e Mn: Preparação e Caracterização**, Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – São Paulo, Brasil, 1989.
- [60] KOSSOFF, G., The Effects of Backing and Matching on the Performance of Piezoelectric Ceramic Transducers. **IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics** v. 13, n. 1, p. 20-30, 1966.
- [61] MATTHEW, O.; BUSSE, L.J.; MILLER, J.G., **Methods of experimental physics** Physical Acoustics IA (Ed Mason W.P.), Academic, New York. Vol. XIX Cap. 1 Piezoelectric transducers, 1964.

- 
- [62] BORN, M.; WOLF, E., **Principles of Optics**. Cambridge - Inglaterra: Cambridge University Press, 6a ed. 1997.
- [63] NUNEZ, I. et al., Fast reconstruction of the ultrasonic Bessel Transducer field by using Schlieren Techniques. **Ferroelectrics** v. 333, n. 1, Julho 2006.
- [64] KORPEL, A., **Acousto-optics**. Marcel Dekker, Inc. NY, Basel, Hong Kong, 1997.
- [65] SCRUBY, C. B.; DRAIN, L.E., **Laser Ultrasonics. Techniques applications**. "Sec. 4.1.3", Bristol, Philadelphia ; New York : Adam Hilger, 1990.
- [66] CALAS, H. et al., Non-uniformly polarized piezoelectric modal transducer: fabrication method and experimental results. **Smart Materials and Structures** v. 15, n. 4, p. 904-908, 2006.
- [67] KALTERNBACHER, B. et al. Identification of material tensors for piezoceramic materials. **IEEE Ultrasonics Symposium** v. 2, p.1033-1036, 2000.
- [68] HOLM, S.; JAMSHIDI, G. H., Approximation of Bessel beams with annular arrays. **IEEE Ultrasonics Symposium** v.2, p. 881-884, Nov. 1996.