

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – DF  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA – PPGFIS

ESTUDO DO MODO COLETIVO MASSIVO DO LÍQUIDO DE FERMI  
FERROMAGNÉTICO.

HENRIQUE BRITO BRENTAN

São Carlos – SP

2014

ESTUDO DO MODO COLETIVO MASSIVO DO LÍQUIDO DE FERMI  
FERROMAGNÉTICO.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – DF  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA – PPGFIS

ESTUDO DO MODO COLETIVO MASSIVO DO LÍQUIDO DE FERMI  
FERROMAGNÉTICO.

HENRIQUE BRITO BRENTAN

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de São  
Carlos, ao Programa de Pós  
Graduação em Física, como parte  
dos requisitos necessários para  
obtenção do grau de Mestre em  
Física, sob orientação do Prof. Dr.  
Paulo E. F. Farinas.

São Carlos, Fevereiro de 2014

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

B839em

Brentan, Henrique Brito.

Estudo do modo coletivo massivo do líquido de Fermi ferromagnético / Henrique Brito Brentan. -- São Carlos : UFSCar, 2014.

85 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

1. Física. 2. Matéria condensada. 3. Modo massivo. 4. Líquidos quânticos. I. Título.

CDD: 530 (20<sup>a</sup>)

**Henrique Brito Brentan**

Dissertação de mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade Federal de São Carlos, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em física.

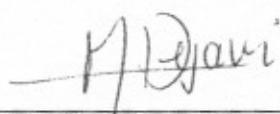
**Aprovado em: 25 de fevereiro de 2014**

**BANCA EXAMINADORA**



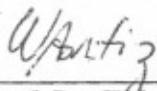
---

*Prof. Dr. Paulo Eduardo Fornasari Farinas (Orientador)*  
*Universidade Federal de São Carlos - DF*



---

*Prof. Dr. Marcos Henrique Degani*  
*Universidade Estadual de Campinas - FCA*



---

*Prof. Dr. Wilson Aires Ortiz*  
*Universidade Federal de São Carlos - DF*



---

*Prof. Dr. Marcelo Zoéga Maialle*  
*Universidade Estadual de Campinas - FCA*

Não existe grande conquista sem esforço. Esforço requer muitas vezes dedicação e isto leva a alguns momentos de ausência. É pensando nos momentos que gostaria de estar junto daqueles que amo que faço esta dedicatória.

À minha mãe que sempre confiou plenamente em mim.

Ao meu pai que, apesar das dificuldades, trabalhou muito para que não passássemos necessidade.

À Bruna, o amor que tanto aturou meus momentos de apreço à física.

Ao meu irmão.

Aos meus amigos.

Também dedico ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo Farinas que acreditou em minha formação.

## Resumo

A presente dissertação foi dividida em 4 capítulos. Nos capítulos 1 e 2, revemos alguns conceitos básicos da teoria de líquido de Fermi normal (um conjunto de férmions interagentes em correspondência com o gás de Fermi) como o conceito de quase-partículas, algumas propriedades de equilíbrio e derivamos as equações cinéticas de onda de spin para o líquido de Fermi neutro na presença e na ausência de um campo magnético externo. A finalidade principal do trabalho é o estudo do modo massivo (com gap no espectro de energia onde  $\omega(q=0) \neq 0$ ) que ocorre na fase ferromagnética isotrópica do líquido. Assim, a idéia do capítulo 3 é rever como a interação entre os férmions leva a transições de fase no líquido de Fermi e revisar os conceitos de quebra de simetria e parâmetro de ordem. O capítulo 4 pode ser dividido em 3 momentos. No primeiro, apresentamos as bases da teoria de líquido de Fermi ferromagnético (FFLT – Sigla em inglês para ferromagnetic Fermi liquid theory) e discutimos como a transição da fase normal para a ferromagnética é acompanhada por uma quebra espontânea de simetria levando a modos propagantes, descritos por excitações elementares como o modo de Nambu-Goldstone e o modo massivo. No segundo momento do capítulo 4 faz-se revisão dos artigos que discutem desde a existência do modo massivo no líquido de Fermi ferromagnético até a sua caracterização como um modo massivo do tipo Anderson-Higgs. Por fim, no terceiro momento são apresentados os resultados obtidos para o comportamento do modo massivo sob aplicação de um campo magnético externo ao sistema. Realiza-se uma comparação entre os resultados obtidos para o fator de estrutura dinâmico e aqueles obtidos em trabalhos anteriores.

## Abstract

The present dissertation is divided in 4 chapters. From chapter 1 to 2, we review some basic concepts of the normal Fermi liquid theory (a set of interacting fermions in correspondence with the Fermi gas) such as quasiparticles, some equilibrium properties, and we also derive the kinetic equation for spin waves in presence and in absence of an external magnetic field. The main purpose of this work is the study of the massive mode (which has a gap in the energy spectrum,  $\omega(q=0) \neq 0$ ) that exists in the liquid's isotropic ferromagnetic phase. The idea of chapter 3 is to review how the interaction between fermions leads to phase transitions in Landau Fermi liquid theory and also the concepts of broken symmetry and order parameter. Chapter 4 can be divided in three parts. In the first, we present the basis for ferromagnetic Fermi liquid theory (FFLT) and discuss how the phase transition from normal to ferromagnetic is accompanied by spontaneously broken symmetry, leading to propagating modes described by elementary excitations such as the Nambu-Goldstone mode and the massive mode. A second part, a review is taken in order to discuss the massive mode from "birth" to characterization as a massive mode like the Anderson-Higgs mode. Lastly, the third part presents the results obtained for the behavior of the massive mode in the presence of an external magnetic field. We compare the results obtained for the dynamic structure form factor with the ones obtained in previous works.

## Lista de Figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 – Gás de Fermi em equilíbrio contido numa caixa de volume $V = L^3$ .....   | 5  |
| Figura 2 – Superfície de Fermi (SF) definida pelos níveis preenchidos de menor energia. (a) – Ilustração dos níveis de energia preenchidos até o nível $E = 2$ . Conforme o princípio de exclusão de Pauli, dois férmions com os mesmos números quânticos não podem ocupar o mesmo estado quântico. (b) Níveis de energia preenchidos no espaço de momentos. Quando o número de partículas é grande, ou seja, da ordem do número de Avogadro ( $6.02 \cdot 10^{23}$ partículas), nota-se que a superfície de Fermi, que contém todos os estados preenchidos, tende a uma esfera, que é denominada esfera de Fermi..... | 6  |
| Figura 3 – Definição de quase-partícula. Pela correspondência um-para-um, estados excitados do gás são levados a estados excitados do líquido, onde também é possível fazer a contagem destes (não há cruzamento entre os estados). Como existe interação, a forma da energia, não mais $p^2/2m$ , passa a uma relação funcional $\varepsilon_{\vec{p}\sigma}\{n_{\vec{p}\sigma}\}$ (ver capítulo 2).....  | 6  |
| Figura 4 – Momentos $\vec{p}$ e $\vec{p}'$ definidos nas proximidades da superfície de Fermi. A interação $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'}$ depende do ângulo $\theta$ entre $\vec{p}$ e $\vec{p}'$ .....  | 11 |
| Figura 5 – Forma genérica da distribuição (2.13) onde $T \neq 0$ .....   | 13 |
| Figura 6 – Representação esquemática da energia livre como função do parâmetro de ordem a) $T > T_c$ antes da ocorrência da transição b) $T < T_c$ , depois da ocorrência da transição.....  | 39 |
| Figura 7 – Representação esquemática da energia livre como função do parâmetro de ordem complexo nas proximidades do ponto de transição. (a) $T > T_c$ (b) $T < T_c$ .....   | 40 |
| Figura 8 – Representação esquemática do desbalanço de spins da esfera de Fermi na fase ferromagnética. (a) Ferromagneto normal. Claramente a energia de Fermi é mal definida quando o número de quase-partículas com spin “up” torna-se muito maior que o número de quase-partículas com spin “down”. (b) Ferromagneto fraco. Apesar da fraca magnetização, a energia de Fermi ainda é bem definida.....   | 42 |
| Figura 9 – Representação esquemática dos modos propagantes devido à quebra espontânea de simetria resultante da magnetização. Em vermelho temos o modo de Anderson-Higgs e em azul o modo de Nambu-Goldstone.....  | 44 |
| Figura 10 – Representação esquemática da excitação quase-partícula/quase-buraco nas proximidades da superfície de Fermi.....   | 45 |
| Figura 11 – Figura 1 na Ref. [5]. Relação de dispersão em $T = 0$ . $H^* = \frac{e \vec{H}_0 }{m^*} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)$ .....  | 50 |
| Figura 12 – Figura 2 na Ref. [5]. Espectro em unidades arbitrárias para $\frac{c_s}{\omega_+} q = 0.1$ . Amplitudes são da ordem de $10^{-2}$ das amplitudes do modo (que não está visível) de Nambu-Goldstone que não abre na presença do campo magnético. As curvas estão transladadas verticalmente para facilitar a análise. Aqui,   |    |

$\Omega_{\uparrow}^* = m^* \omega_{\uparrow}^* / e \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)$  e os valores de  $\Delta H_0$  correspondem a aproximadamente  $4T$ , por exemplo, para o *MnSi* .....51

Figura 13 – Representação esquemática de uma quase-partícula de spin “down” sendo virada. A quase-partícula é realocada nas proximidades da superfície de Fermi de spins “up” variando a magnetização do sistema.....54

Figura 14 – Figura 2 na Ref. [14]. (Linhas coloridas) Função de estrutura dinâmica para diferentes valores de  $F_1^a$ . Quando  $F_1^a$  é ligado, o modo de Higgs sai da região do contínuo partícula-buraco (pico mais largo ao meio), enquanto o modo de Nambu-Goldstone praticamente não se altera.....56

Figura 15 – Esquematização da distribuição espacial dos vetores momento ( $\vec{p}$ ), vetor de onda ( $\vec{q}$ ), campo magnético externo ( $\vec{H}_0$ ) e densidade de magnetização de equilíbrio ( $\vec{\sigma}_p^0$ ).....58

Figura 16 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = 0$  e  $\varphi_q = 0$  .....65

Figura 17 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = 0$  e  $\varphi_q = 0$  .....66

Figura 18 – Diferença entre os fatores de estrutura dinâmicos  $S_a(q, \omega)$  e  $S_b(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_c(q, \omega)$  da figura 17 em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$  e  $\varphi_q = 0$  .....67

Figura 19 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_q = 0$ . a)  $H^* = 0$ . b)  $H^* = 0.015meV$ . c)  $H^* = 0.09meV$  .....68

Figura 20 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$ , em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_q = 0$  e  $e = 0$  (a carga da quase-partícula é nula). a)  $H^* = 0$ . b)  $H^* = 0.015meV$ . c)  $H^* = 0.09meV$  .....69

Figura 21 – Diferença entre os fatores de estrutura dinâmicos  $S_a(q, \omega)$  e  $S_b(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_c(q, \omega)$  da figura 20 em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_q = 0$  e  $e = 0$  .....70

Figura 22 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = 0.09meV$ ,  $\varphi_q = 0$ . a)  $\theta_q = 0$ . b)  $\theta_q = \frac{\pi}{6}$ . c)  $\theta_q = \frac{\pi}{4}$ . d)  $\theta_q = \frac{\pi}{3}$ . e)  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$  .....71

Figura 23 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = 0$ ,  $\varphi_q = 0$ . a)  $\theta_q = 0$ . b)  $\theta_q = \frac{\pi}{6}$ . c)  $\theta_q = \frac{\pi}{4}$ . d)  $\theta_q = \frac{\pi}{3}$ . e)  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$  .....73

Figura 24 – Diferença entre os fatores de estrutura dinâmicos  $S_a(q, \omega)$  e  $S_b(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_c(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_d(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_e(q, \omega)$  da figura 23 em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$  e  $\varphi_q = 0$  .....74

## Índice

|  |    |
|--|----|
| Introdução.....  | 1  |
| Capítulo 1 – Excitações elementares de um sistema de férmions – Quase-partículas .....     | 5  |
| Capítulo 2 – O líquido de Fermi normal.....  | 8  |
| 2.1 – Propriedades de equilíbrio .....   | 9  |
| 2.1.1 – Distribuição, energia, interação de quase-partícula e os parâmetros de Landau..... | 9  |
| 2.1.2 – Massa efetiva .....  | 13 |
| 2.1.3 – Susceptibilidade magnética de spin.....  | 15 |
| 2.1.4 – Resumo das propriedades de equilíbrio.....   | 19 |
| 2.2 – O líquido de Fermi ligeiramente fora do equilíbrio.....                              | 20 |
| 2.2.1 – Operador energia e o tensor de interação.....                                      | 20 |
| 2.2.2 – Equação cinética generalizada .....  | 23 |
| 2.2.3 – Ondas de spin .....  | 27 |
| 2.2.4 – Equação cinética generalizada com acoplamento carga-campo.....                     | 29 |
| 2.2.5 – Ondas de spin para quase-partículas na presença de $\vec{H}_0$ .....               | 31 |
| Capítulo 3 – Estabilidade da superfície de Fermi.....                                      | 33 |
| 3.1 – Condições de Pomeranchuk.....  | 33 |
| 3.2 – Transições de fase de Landau .....   | 35 |
| 3.2.1 – Quebra de simetria e parâmetro de ordem .....                                      | 35 |
| 3.2.2 – Expansão da energia livre .....  | 36 |
| Capítulo 4 – O líquido de Fermi ferromagnético .....                                       | 41 |
| 4.1 – Ferromagnetismo itinerante fraco.....  | 41 |
| 4.2 – Expansão da energia livre e parâmetro de ordem na FFLT.....                          | 42 |
| 4.3 – Modos propagantes elementares no líquido de Fermi ferromagnético.....                | 45 |
| 4.3.1 – O contínuo partícula-buraco .....  | 45 |
| 4.3.2 - O modo tipo Anderson-Higgs e o modo de Nambu-Goldstone na FFLT.....                | 47 |
| 4.3.2.1 - O surgimento do modo massivo na FFLT.....  | 47 |
| 4.3.2.2 - O modo massivo na presença de um campo magnético externo na FFLT ..              | 49 |
| 4.3.2.3 – O modo massivo como um modo tipo Anderson-Higgs na FFLT .....                    | 51 |
| 4.3.2.4 – Uma descrição mais abrangente do modo massivo tipo Anderson-Higgs..              | 56 |
| Conclusões.....  | 75 |
| Apêndice A – Proposta experimental .....   | 76 |
| Apêndice B – Alguns resultados úteis.....  | 78 |
| Apêndice C – Derivação do campo efetivo $\vec{h}_p$ .....                                  | 81 |
| Referências .....  | 83 |

## Introdução

A teoria de líquidos de Fermi de Landau, em física de matéria condensada, descreve propriedades termodinâmicas, de transporte e modos coletivos de sistemas fermiônicos interagentes.

Problemas de muitos corpos são de difícil tratamento devido à interação entre as partículas do sistema. Em baixas temperaturas ( $T \ll T_f$ , onde  $T_f$  é a temperatura de Fermi), tal problema pode ser abordado considerando-se apenas a interação entre uma coleção de excitações elementares ou quase-partículas [1].

A teoria desenvolvida por Landau estrutura-se, fundamentalmente, na hipótese de uma correspondência um-para-um entre o estado de mais baixa energia de um gás de Fermi e de um sistema de férmions interagentes. Assim, preserva-se a estatística de Fermi-Dirac nas proximidades da superfície de Fermi onde  $p \sim p_f$  ( $p_f$  é o momento de Fermi).

As interações entre quase-partículas são descritas pelos parâmetros de Landau,  $F_l^{s,a}$ , em que “ $l$ ” denota a  $l$ -ésima projeção da interação (escrita no espaço de momentos) em funções base que têm a simetria da superfície de Fermi. Tipicamente considera-se a superfície de Fermi esférica e usam-se os polinômios de Legendre como base. Os índices  $a$  e  $s$  referem-se aos “canais” de simetria ou anti-simetria dos spins das quase-partículas.

Pomeranchuk [2] estudou as condições de estabilidade do líquido de Fermi de Landau. Para que exista estabilidade, quando o líquido encontra-se no estado fundamental, os parâmetros de Landau devem satisfazer a condição  $F_l^{s,a} > -(2l + 1)$ . Caso esta condição não seja satisfeita, existirá uma instabilidade no líquido conhecida como instabilidade de Pomeranchuk e o líquido de Fermi pode passar por uma transição de fase. Flutuações no líquido devido a perturbações no sistema levam à formação de modos propagantes que podem ser descritos por uma equação cinética como veremos adiante.

A teoria do líquido de Fermi ferromagnético ou FFLT (sigla em inglês para ferromagnetic Fermi liquid theory) teve seu desenvolvimento iniciado por Abrikosov e Dzyaloshinskii em 1959 [3]. A teoria descreve interações entre spins em ferromagnetos fracos tais como  $ZrZn_2$ ,  $Sc_3In$  e  $MnSi$ . Em 2000, Bedell e Blagoev [4], usando a teoria de Abrikosov e Dzyaloshinskii, notaram a existência de um modo massivo, ainda não observado em ferromagnetos, e estudaram as condições sob as quais este modo se propaga. Bedell e

Farinas [5] estudaram o modo massivo usando a FFLT na presença de um campo magnético externo  $\vec{H}_0$ . Segundo Bedell e Farinas [5], o modo massivo possui uma degenerescência intrínseca que desaparece ao ser aplicado o campo magnético  $\vec{H}_0$  a um ângulo  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$  em relação ao vetor de onda  $\vec{q}$  do modo massivo. Nas Refs. [4] e [5], a chamada “aproximação hidrodinâmica” foi usada, em que os coeficientes da interação  $F_l^a = 0$  para  $l > 1$ . Em geral, manter apenas os dois primeiros parâmetros de Landau justifica-se na prática, pela pequena amplitude que distorções de ordem alta têm na interação em relação às de ordem mais baixa. É importante ressaltar que mesmo nesta aproximação, a teoria de líquido de Fermi vai além do “modelo de Stoner” [6], [7] cujos resultados são produzidos quando mantemos apenas  $F_0^a \neq 0$ . Essa aproximação é diferente da que usamos neste trabalho (em que cortamos as amplitudes das flutuações, como veremos adiante).

Estes trabalhos estudaram o ferromagnetismo isotrópico e concluíram que existe um modo que tem massa no espectro, no sentido de que  $\omega(q=0) \neq 0$ . Portanto, a quebra espontânea de simetria do sistema resultante da magnetização do material leva a dois tipos fundamentais de excitação: o modo propagante sem massa conhecido como modo de Nambu-Goldstone e o modo massivo de amplitude.

As conhecidas “ondas de spin”, que se propagam em um ferromagneto isotrópico (e cujas quantas são chamados de “magnons”), tem o espectro sem massa em  $q=0$ . Um modo como este, sem massa, é o conhecido modo previsto pelo teorema de Goldstone (em sua “versão não relativística”) [8],[9]. O teorema associa um modo sem massa a cada quantidade conservada em um sistema em que há quebra espontânea de uma simetria contínua. Em um modelo efetivo para o ferromagnetismo (por exemplo, o modelo de Heisenberg), a simetria SU(2) das interações entre os spins impõe conservação do spin total (ou seja, do módulo da magnetização), e o estado fundamental, que quebra esta simetria, as oscilações de comprimentos de onda infinitamente longos não requerem energia para serem excitadas, já que o modelo não tem gap [6]. O modo de Nambu-Goldstone é um modo composto por oscilações em que um (ou mais) ângulo(s) associado(s) ao parâmetro de ordem (sua fase, em uma representação complexa no caso de dois campos) varia, mas o módulo do parâmetro de ordem, que é a quantidade conservada associada a esta quebra de simetria, permanece constante. Como exemplo prático de oscilações de ondas de spin neste modo, podemos imaginar a precessão do vetor magnetização variando localmente em uma superfície cônica. Esta característica, de compor-se por oscilações na fase do parâmetro de ordem é

comum aos modos de Nambu-Goldstone que acompanham as fases em que há quebra espontânea de simetria. Uma teoria mais completa das interações pode prever também a existência de modos massivos no espectro, como nas Refs. [4] e [5], para o caso de um ferromagneto fraco. Em modelos efetivos, isto é conseguido pela adição de um termo para quebrar a simetria original. No exemplo do modelo de Heisenberg, pode-se adicionar um termo de anisotropia que dá massa às excitações, no sentido de que um “gap de anisotropia” aparece. Como veremos adiante, a teoria de líquidos de Fermi não parte de um modelo efetivo específico, mas sim de ingredientes fundamentais, microscópicos, como o princípio de exclusão, impostos à equação de movimento da distribuição de quase-partículas. Assim, as interações contêm naturalmente termos simétricos e não simétricos e os modos inerentes a esses casos surgem naturalmente, restando-nos analisar em que condições dos parâmetros de Landau é possível a propagação dos modos. Os modos massivos têm despertado interesse recente, em parte pela possibilidade de serem análogos, em matéria condensada, de modos do tipo Anderson-Higgs [10],[11],[12]. Um exemplo deste interesse é a discussão presente (que não analisaremos nesta dissertação) para o estado supercondutor, em que a quebra de simetria de calibre  $U(1)$  origina modos de ondas de densidade de carga, que oscilam com o módulo do parâmetro de ordem constante, e modos de amplitude, em que o módulo (ou amplitude) do parâmetro de ordem varia, que tem sido estudados [13].

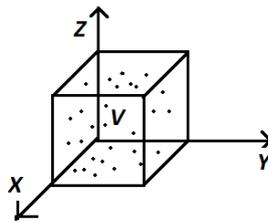
No caso do ferromagnetismo, uma proposta recente [14] argumenta que o modo massivo estudado em [4] e [5] é um modo de oscilação de amplitude, e portanto, um modo massivo do tipo Anderson-Higgs. Entretanto, em tal trabalho, não levou-se em consideração a presença de cargas e considerou-se oscilações livres.

O presente trabalho estuda o modo massivo das Refs. [4] e [5], usando uma abordagem ligeiramente diferente, em que as aproximações consistem em descartar amplitudes de ordem alta nas flutuações da distribuição (e não na interação). Esta abordagem tende a produzir resultados que valem para vetores de onda maiores que a abordagem usada nas Refs. [4] e [5]. Além disso, ampliamos o estudo do comportamento com o campo magnético para incluir ângulos arbitrários entre o vetor de onda e o campo, já que a Ref. [5] estudou apenas os casos de ângulo nulo ou igual a 90 graus. Um dos resultados obtidos é a observação de que o modo de Higgs possui uma “degenerescência” em relação ao campo magnético (o que foi preliminarmente observado em [5]). A motivação para o presente trabalho é tentar avançar o entendimento do comportamento com o campo, em particular a validade do resultado obtido em [5] para vetores de onda maiores e a razão pela qual a

degenerescência existe (que continua em aberto para nós). Acreditamos que estes resultados poderão servir de base para experimentos de espalhamento inelástico de nêutrons da fase ferromagnética de materiais como o *MnSi*, cuja magnetização, abaixo da temperatura crítica e sob um campo magnético que destrói o ordenamento helicoidal da magnetização [\[15\]](#), comporta-se como um ferromagneto fraco. No momento da escrita deste texto, estes experimentos estão em progresso. A proposta aprovada no final de 2013 encontra-se no Apêndice A.

# Capítulo 1 - Excitações elementares de um sistema de férmions - Quase-partículas

Seja um gás de Fermi não interagente contido em um volume  $V$  (figura 1). Cada férmion é caracterizado pelos seguintes números quânticos: o seu momento  $\vec{p}$  e a projeção do spin em um eixo arbitrário,  $\sigma = \pm \frac{1}{2}$ . A energia e a função de onda normalizada para cada férmion são, respectivamente, dadas por  $\varepsilon(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  (ou ainda  $\varepsilon(n_x, n_y, n_z) = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$ , onde  $n$  são inteiros) e  $\psi_p(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}}$ , função de onda total, é uma função de onda anti-simétrica que pode ser escrita usando o determinante de Slater [16].



**Figura 1** – Gás de Fermi em equilíbrio contido numa caixa de volume  $V = L^3$ .

A energia total do sistema de férmions é  $E = \sum_{\vec{p}, \sigma} n_{\vec{p}, \sigma} \frac{\vec{p}^2}{2m}$  onde  $n_{\vec{p}, \sigma}$  é a distribuição estatística de Fermi-Dirac,  $p$  e  $m$  são, respectivamente, o momento e a massa de cada férmion.

O estado fundamental do gás é caracterizado pela superfície de Fermi no espaço de momentos (superfície que contém todos os estados ocupados do sistema com  $N$  férmions quando este se encontra no estado de menor energia), como mostra a figura 2.

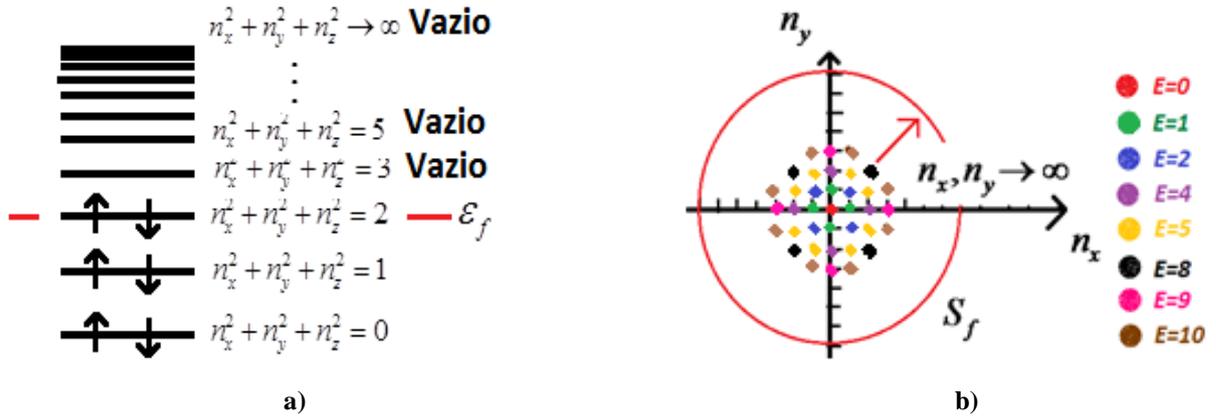


Figura 2 – Superfície de Fermi (SF) definida pelos níveis preenchidos de menor energia. (a) – Ilustração dos níveis de energia preenchidos até o nível  $E = 2$ . Conforme o princípio de exclusão de Pauli, dois férmions com os mesmos números quânticos não podem ocupar o mesmo estado quântico. (b) Níveis de energia preenchidos no espaço de momentos. Quando o número de partículas é grande, ou seja, da ordem do número de Avogadro ( $6.02 \cdot 10^{23}$  partículas), nota-se que a superfície de Fermi, que contém todos os estados preenchidos, tende a uma esfera, que é denominada esfera de Fermi.

Agora, considere o gás não interagente e um determinado estado deste gás. Ligando a interação entre as partículas adiabaticamente, obtém-se um estado do sistema interagente, e, devido ao tempo infinitamente grande que a interação demorou para ser ligada, prevalece uma correspondência um-para-um entre os estados do sistema interagente e os estados do gás de Fermi ideal. Define-se então quase-partícula como as excitações elementares do sistema interagente que correspondem às excitações de partícula do sistema ideal (figura 3).

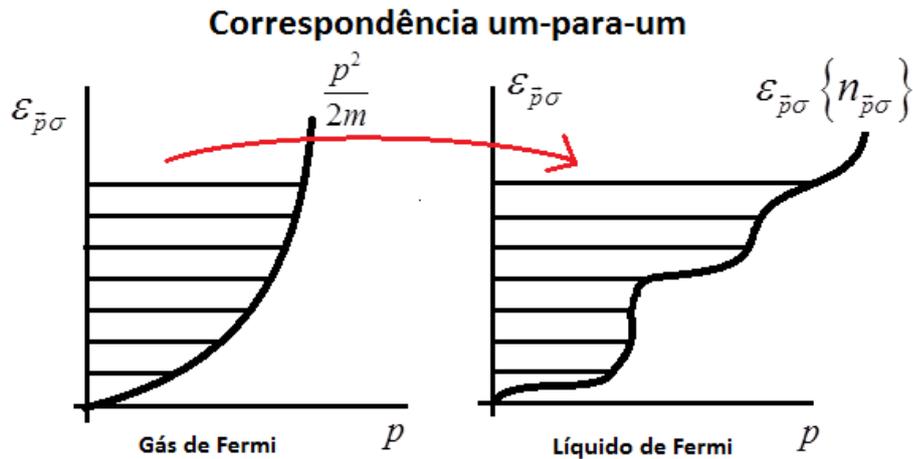


Figura 3 – Definição de quase-partícula. Pela correspondência um-para-um, estados excitados do gás são levados a estados excitados do líquido, onde também é possível fazer a contagem destes (não há cruzamento entre os estados). Como existe interação, a forma da energia, não mais  $\frac{p^2}{2m}$ , passa a uma relação funcional  $\epsilon_{\vec{p}\sigma} \{n_{\vec{p}\sigma}\}$  (ver capítulo 2).

Mais que uma simples definição, esta correspondência um-para-um leva a uma distribuição de quase-partículas similar à distribuição de partículas no gás de Fermi, ou seja, as quase-partículas obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. Para a teoria dos líquidos de Fermi, esta correspondência precisa ser suposta rigorosamente apenas nas vizinhanças da superfície de Fermi, pois é o corte abrupto no espaço de momentos que está por traz dos resultados obtidos pela teoria (incluindo estados coletivos que não têm correspondência no gás, como veremos). Este argumento, do levantamento adiabático da interação, é uma construção teórica, abstrata (devida à Landau), que se presta a motivar a plausibilidade da existência de um estado fundamental interagente cujas excitações estão em correspondência com as do gás, baseando esta hipótese no conhecido resultado, da mecânica quântica, da manutenção da ordem de contagem dos estados em relação ao ordenamento das respectivas energias, da menor para a maior (o “não cruzamento” de níveis, que terá consequências diretas na estatística do líquido e descende, em uma análise mais profunda, da invariância adiabática de integrais ângulo-ação da mecânica clássica). Em última análise, são as propriedades obtidas de experimentos que vão determinar se a descrição é válida, isto é, questões como a existência de uma superfície de Fermi são respondidas experimentalmente para cada sistema observado.

## Capítulo 2 – O líquido de Fermi normal

Quando a temperatura de um sistema físico é diminuída gradativamente, o sistema pode passar por transições de fase, por exemplo, de gasoso a líquido e posteriormente de líquido a sólido. Imagine agora um sistema de muitos férmions a uma temperatura bem abaixo da sua temperatura de Fermi (regime em que efeitos quânticos devem ser considerados). Suponha, porém, que este sistema permaneça em uma fase desordenada (não há transição de fase). Este é o regime de líquidos quânticos no qual a teoria de líquidos de Fermi de Landau pode ser aplicada.

Em uma primeira abordagem, poderíamos pensar em resolver a equação de Schrödinger, já que devemos levar em conta efeitos quânticos. Entretanto, a dificuldade de lidar com sistemas interagentes reside na inviabilidade de se resolver a equação de Schrödinger na presença de muitos corpos. A teoria de líquidos de Fermi contorna este problema. A abordagem de quase-partículas e a correspondência um-para-um entre o gás ideal de férmions e o sistema interagente foi proposta por Landau em 1956. Tal correspondência conserva no líquido as propriedades do gás (por exemplo, mantém a superfície de Fermi bem definida).

Ao definir quase-partículas, apesar do sistema ser interagente, não é realizada nenhuma suposição acerca do tipo ou forma da interação. Não interessa se as partículas envolvidas são tipo elétrons, prótons, moléculas, se possuem ou não estrutura interna, etc. A única suposição adotada é que são férmions e que interagem entre si. A interação, como será visto adiante, é um funcional dos momentos e dos spins das quase-partículas que contém em si toda a informação sobre a interação entre os férmions.

A seguir, introduzimos a abordagem da teoria de líquidos de Fermi no cálculo de propriedades de equilíbrio, para fixar notação e linguagem, e também ilustrar como emergem as diferenças entre o gás e o líquido. A seção 2.1.4 resumirá, através de uma tabela, as propriedades de equilíbrio derivadas e incluirá algumas outras não derivadas (do gás e do líquido).

## 2.1 – Propriedades de equilíbrio

### 2.1.1 – Distribuição, energia, interação de quase-partícula e os parâmetros de Landau

O efeito da interação sob a distribuição de Fermi-Dirac faz com que ela adquira uma dependência com o módulo do momento que difere da função degrau do gás mesmo à temperatura zero. Supondo que a interação não altera o número de férmions no sistema, o traço desta função sob seus índices (momento e spin) deve retornar o número total de férmions, independente do valor da interação. A suposição essencial da teoria é que ela ainda tem uma descontinuidade no momento de Fermi,  $p_f$  (esta descontinuidade define, no espaço de momentos, o que chamamos de “superfície de Fermi”). Mais sutil do que isto é o que estabelece o teorema de Luttinger: Existindo superfície de Fermi, a relação do momento  $p_f$  com o número de férmions no sistema interagente prevalece a mesma que a do gás [17]. Estes resultados são baseados nas propriedades analíticas da função de Green sob hipóteses bastante gerais, e não são objeto da presente análise (citação com fins informativos). Em outras palavras, o volume da superfície de Fermi é preservado quando “ligamos a interação” a partir do gás (supondo que o sistema prevaleça na condição de férmions desordenados, isto é, não haja transição de fase). Assim, tanto o líquido quanto o gás podem ser descritos pela mesma estatística (a estatística de Fermi-Dirac) nas proximidades da superfície de Fermi.

Apesar da relação entre o momento de Fermi e a densidade de partículas ser mantida, a energia de Fermi é em geral diferente da do gás (em férmions pesados ela pode ser milhares de vezes menor, por exemplo). De um modo geral, a energia das quase-partículas como objetos individuais, requer uma análise mais cuidadosa, pois no sistema interagente, os autovalores do hamiltoniano completo, ainda que indexados por números quânticos que preservam o ordenamento e a contagem das excitações em valores de energia, não satisfazem a uma relação direta com a energia total do sistema, isto é,

$$E \neq \sum_{\vec{p}\sigma} \varepsilon_{\vec{p}\sigma} n_{\vec{p}\sigma}, \quad (2.1)$$

o que decorre diretamente da não separabilidade do hamiltoniano na soma de operadores independentes de partícula única. Em outras palavras, a energia total é, no sistema interagente, um funcional de  $n_{\vec{p}\sigma}$ , mas em geral um funcional mais complicado do que a forma linear do

gás, que permite uma igualdade para a relação acima. Para definir o conceito de energia de quase-partícula, partimos da relação funcional,

$$\delta E = \sum_{\bar{p}\sigma} \varepsilon_{\bar{p}\sigma} \delta n_{\bar{p}\sigma}, \quad (2.2)$$

onde  $\varepsilon_{\bar{p}\sigma}$  é a derivada funcional da energia total em relação à distribuição,

$$\varepsilon_{\bar{p}\sigma} = \frac{\delta E}{\delta n_{\bar{p}\sigma}}. \quad (2.3)$$

Chamamos  $\varepsilon_{\bar{p}\sigma}$  de “energia de quase-partícula”. Veremos que este conceito adquire significado bastante similar ao da energia de excitações individuais, nas proximidades da superfície de Fermi (que é a região que contribui para as propriedades observadas no sistema).

A equação acima define a energia de quase-partícula  $\varepsilon_{\bar{p}\sigma}$  como uma derivada funcional da distribuição (ou densidade) de quase-partículas. Portanto,  $\varepsilon_{\bar{p}\sigma}$  é ela mesma um funcional de  $n_{\bar{p}\sigma}$  e podemos escrever  $\delta \varepsilon_{\bar{p}\sigma} = \sum_{\bar{p}'\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\bar{p}'\sigma'}$  ou  $\varepsilon_{\bar{p}\sigma} = \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0 + \sum_{\bar{p}'\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\bar{p}'\sigma'}$ , onde  $\varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0$  é o valor do funcional calculado para uma função distribuição  $n_{\bar{p}\sigma}^0$  escolhida, em geral a função distribuição no equilíbrio (ou estado fundamental).

Vemos, portanto, que os desvios do equilíbrio modificam a energia das quase-partículas pela adição de termos que são energias da interação com outras quase-partículas, já que os coeficientes da expansão envolvem momentos e spins diferentes. Concluímos que os

coeficientes  $f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} = \frac{\delta^2 E}{\delta n_{\bar{p}\sigma} \delta n_{\bar{p}'\sigma'}}$  resultam das interações entre duas quase-partículas cujos

momentos e spins são  $\bar{p}$ ,  $\sigma$  e  $\bar{p}'$ ,  $\sigma'$ . Este é um argumento heurístico, mas é possível identificar estes coeficientes como resultantes do potencial de interação, em teoria de perturbação, partindo de um hamiltoniano geral com interações entre dois férmions (quatro campos fermiônicos) e tendo o gás como estado não perturbado [18].

É usual definir  $f_{\bar{p}\bar{p}'}^s$  e  $f_{\bar{p}\bar{p}'}^a$  pelas relações

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\uparrow\uparrow} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\downarrow\downarrow} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^s + f_{\vec{p}\vec{p}'}^a \quad \text{ou} \quad (2.4)$$

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\uparrow\downarrow} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\downarrow\uparrow} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^s - f_{\vec{p}\vec{p}'}^a, \quad (2.5)$$

onde as igualdades à esquerda se justificam quando há equivalência entre as componentes de spin. Isto acontece rigorosamente na ausência de campos magnéticos ou magnetizações, mas pode ser uma aproximação consistente com as demais no caso em que o desbalanço de spins é pequeno, como discutiremos melhor posteriormente (seção 4.1). Além disso, como a interação depende dos momentos  $p$  da quase-partícula 1 e  $p'$  da quase-partícula 2 e como a superfície de Fermi no espaço de momentos é considerada tipicamente esférica [1], devido à simetria da superfície de Fermi, a interação pode ser expandida em termos dos polinômios de Legendre (figura 4).

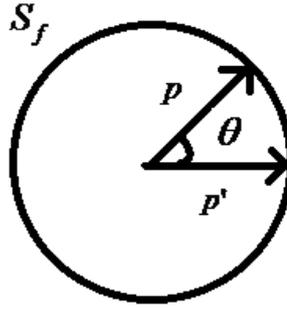


Figura 4 – Momentos  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  definidos nas proximidades da superfície de Fermi. A interação  $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'}$  depende do ângulo  $\theta$  entre  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$ .

Assim,

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} = \sum_l f_l^{\sigma\sigma'} P_l(\cos(\theta)), \quad (2.6)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  assumidos sobre a superfície de Fermi no espaço de momentos. Usando as relações (2.4), (2.5) e (2.6), definem-se os parâmetros de Landau,

$$F_l^s = N(0)f_l^s \quad \text{e} \quad (2.7)$$

$$F_l^a = N(0)f_l^a, \quad (2.8)$$

em que (ver Apêndice B)

$$N(0) = \frac{p_f m^*}{\pi^2 \hbar^3} \quad (2.9)$$

é a densidade de quase-partículas na superfície de Fermi. A quantidade  $m^*$  é a massa efetiva de quase-partícula (seção 2.1.2).

Os parâmetros de Landau são quantidades adimensionais que renormalizam as propriedades do gás. Mais adiante, veremos também que, considerando  $F_l^{s,a} = 0$  nas derivações realizadas para o líquido, retornamos as propriedades do gás.

Vejamos como estas considerações levam a uma relação funcional entre  $n_{\vec{p}\sigma}$  e  $\varepsilon_{\vec{p}\sigma}$  que tem a mesma forma da distribuição de Fermi-Dirac.

Por um lado temos a relação,

$$n = \sum_{\vec{p}\sigma} n_{\vec{p}\sigma} , \quad (2.10)$$

ou seja, o número de quase-partículas do sistema interagente é o mesmo número de partículas do gás.

Por outro lado, uma vez que vale a correspondência um-para-um, a densidade de entropia pode ser considerada a mesma que a do gás de Fermi [\[1\]](#),

$$s = -k_B \sum_{\vec{p}\sigma} [n_{\vec{p}\sigma} \ln(n_{\vec{p}\sigma}) + (1 - n_{\vec{p}\sigma}) \ln(1 - n_{\vec{p}\sigma})] . \quad (2.11)$$

Usando as expressões (2.2) e (2.11) na relação termodinâmica

$$\delta E = T \delta s + \mu \delta n , \quad (2.12)$$

onde  $\mu$  é o potencial químico e  $T$  a temperatura, obtemos a relação funcional,

$$n_{\vec{p}\sigma} = \frac{1}{e^{\frac{(\varepsilon_{\vec{p}\sigma} - \mu)}{k_B T}} + 1}. \quad (2.13)$$

Se  $T \rightarrow 0$ ,  $\mu = \varepsilon_f$  e a (2.13) fica

$$n_{\vec{p},\sigma}^0 = \frac{1}{e^{\frac{(\varepsilon_{\vec{p}\sigma} - \varepsilon_f)}{k_B T}} + 1}, \quad (2.14)$$

onde,  $n_{\vec{p}\sigma}^0 = 1$  se  $\varepsilon_{\vec{p}\sigma} < \varepsilon_f$  ou  $n_{\vec{p}\sigma}^0 = 0$  se  $\varepsilon_{\vec{p}\sigma} > \varepsilon_f$ . Assim, a forma é similar à distribuição estatística de Fermi-Dirac, na qual  $\vec{p}$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  são, respectivamente, o momento, o potencial químico e o spin das quase-partículas. Entretanto, cabe lembrar que no contexto do líquido de Fermi, esta distribuição é uma relação funcional, e sua “projeção” como uma função (como no caso da função de distribuição de Fermi-Dirac) é válida somente nas proximidades da superfície de Fermi (figura 5). A característica essencial, como será visto, é a existência de uma descontinuidade no espaço de momentos, que define a superfície de Fermi, em que  $\varepsilon_{p\sigma} \sim \varepsilon_f$  onde  $\varepsilon_f$  é a energia de Fermi, cuja relação com  $p_f$  não é a mesma que a do gás, já que não se conhece, a priori, uma relação de dispersão entre  $\varepsilon_{\vec{p}\sigma}$  e  $\vec{p}\sigma$ .

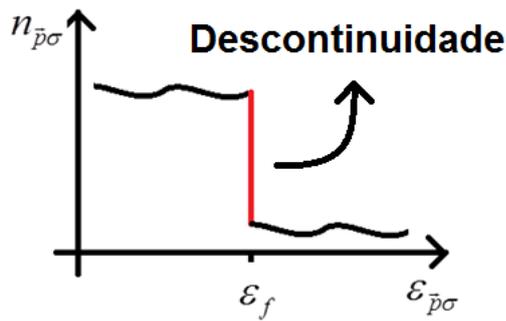


Figura 5 – Forma genérica da distribuição (2.13) onde  $T \neq 0$ .

### 2.1.2 – Massa efetiva

Definimos a massa efetiva  $m^*$  para o sistema interagente pela relação

$\varepsilon_f = \frac{p_f^2}{2m^*}$ . Esta massa efetiva é renormalizada pelas interações entre os férmions e é diferente

da “massa de banda” usualmente definida em sólidos para excitações nas vizinhanças do “fundo” da banda. A teoria de líquidos de Fermi provê um modo geral para que se obtenha a relação entre  $m^*$  e a massa dos férmions nus (ou sua “massa efetiva de banda”, no caso de elétrons em sólidos, por exemplo). Uma relação simples pode ser obtida sob certas restrições como veremos adiante.

No caso do líquido de Fermi, uma quase-partícula que se mova nas proximidades da superfície de Fermi modifica a sua “inércia” devido à interação. Para se derivar a massa efetiva, considera-se o líquido Galileu invariante (restrição necessária para as considerações a seguir), onde acoplamentos que modificam a energia, a distribuição ou a interação de quase-partículas (por exemplo, acoplamento do tipo spin-órbita) são desconsiderados. A invariância de Galileu imposta ao sistema é o análogo de um incremento na fase da função de onda. Esta imposição não modifica as variáveis de spin, mas quantidades com termos de interação são modificadas (não são invariantes de Galileu) e isso modifica a massa das quase-partículas, como veremos. Assim, seja uma quase-partícula movendo-se com velocidade constante  $-\vec{u}$  relativa às coordenadas de laboratório. Devido ao seu movimento, a quase-partícula é excitada e, se temos invariância de Galileu,

$$\varepsilon'_{\vec{p}'\sigma} = \varepsilon_{\vec{p}\sigma} - \vec{p} \cdot \vec{u} + \frac{1}{2} m u^2 \quad \text{e} \quad (2.15)$$

$$\vec{p}' = \vec{p} - m\vec{u}, \quad (2.16)$$

o que resulta na variação da energia de quase partícula,

$$\varepsilon'_{\vec{p}\sigma} = \varepsilon_{\vec{p}\sigma} + \left( \frac{m}{m^*} - 1 \right) \vec{p} \cdot \vec{u}. \quad (2.17)$$

Define-se o potencial químico como a mudança na energia devida à adição de uma quase-partícula ao sistema e a sua variação será exatamente a energia de excitação. Assim,

$$\varepsilon_{\vec{p}\sigma} - \mu = \varepsilon'_{\vec{p}'\sigma} - \mu' \quad (2.18)$$

e valendo a (2.13), podemos escrever  $n_{\vec{p}\sigma} = n_{\vec{p}'\sigma}$ , ou seja,

$$n_{\vec{p}} = n_{\vec{p}+m\vec{u}}. \quad (2.19)$$

onde omitiram-se os índices de spin. Podemos expandir a (2.19) em série de potências de  $u$ , o que resulta em

$$\delta n_{\vec{p}} = \frac{m}{m^*} \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}} \vec{p} \cdot \vec{u}. \quad (2.20)$$

Mas,

$$\delta \varepsilon_{\vec{p}\sigma} = \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\vec{p}'\sigma'}, \quad (2.21)$$

é a variação de energia de quase-partícula. Utilizando-se a (2.20), e passando o somatório a uma integral no espaço de momentos (Apêndice B), obtemos

$$\delta \varepsilon_{\vec{p}} = \frac{m}{m^*} \frac{F_1^s}{3} \vec{p} \cdot \vec{u}. \quad (2.22)$$

Uma comparação entre a (2.22) e a (2.17), resulta em

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{F_1^s}{3}, \quad (2.23)$$

que é a relação entre a massa do férmion do gás e a massa efetiva de quase-partícula. Note que o parâmetro  $F_1^s$  renormaliza a massa e que no limite  $F_1^s \rightarrow 0$ ,  $m^* = m$ .

### 2.1.3 – Susceptibilidade magnética de spin.

Consideraremos agora o problema da susceptibilidade magnética de spin pelo fato de ser o problema de relevância central deste trabalho. Como mencionado anteriormente,

pretendemos estudar o modo massivo do tipo Anderson-Higgs quando este se encontra na presença um campo magnético externo e perturbativo. Para tal, pretende-se calcular a susceptibilidade magnética do líquido ligeiramente fora do equilíbrio. Uma vez calculada a susceptibilidade magnética (função resposta em termos da teoria de resposta linear), podemos obter o seu fator de forma. No que segue será tratada a susceptibilidade no líquido de Fermi em equilíbrio. Para tanto, seja a ação de um campo magnético externo  $H_0$  estático ao qual o líquido é submetido por um tempo suficiente para que o sistema esteja em equilíbrio. A magnetização total do sistema é

$$M = \frac{\gamma \hbar}{2} \sum_{\vec{p}\sigma} \sigma n_{\vec{p}\sigma}, \quad (2.24)$$

onde a distribuição de equilíbrio não possui nenhuma magnetização resultante,  $\sigma$  é a densidade de magnetização,  $n_{\vec{p}\sigma}$  a distribuição de quase-partículas,  $\gamma$  o raio giromagnético e  $\hbar$  a constante de Planck sobre  $2\pi$ .

Se o campo magnético aplicado é baixo, a resposta do sistema é linear e

$$M = \chi H_0. \quad (2.25)$$

Seja agora uma leve perturbação

$$\delta M = \frac{\gamma \hbar}{2} \sum_{\vec{p}\sigma} \sigma \delta n_{\vec{p}\sigma} \quad (2.26)$$

$$\delta M = \chi \delta H \quad (2.27)$$

produzida quase-estaticamente para que efeitos de correntes de spin sejam ignorados onde  $\delta H = H - H_0$  tomado paralelo ao eixo de magnetização ambos na direção  $\hat{z}$ .

A variação da magnetização resulta na variação da distribuição,

$$\delta n_{\vec{p}\sigma} = \sum_{\vec{p}\sigma} \frac{\partial n_{\vec{p}\sigma}^0}{\partial \mathcal{E}_{\vec{p}\sigma}^0} (\delta \mathcal{E}_{\vec{p}\sigma} - \delta \mu_\sigma), \quad (2.28)$$

que é a relação entre a variação da distribuição e a variação da energia de quase-partícula.

Agora, a variação da energia de quase-partícula não depende somente do campo molecular mas também do acoplamento com o campo externo. Temos,

$$\delta\varepsilon_{\bar{p}\sigma} = -\frac{\gamma\hbar}{2}\sigma \cdot \delta H + \sum_{\bar{p}'\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\bar{p}'\sigma'} \quad (2.29)$$

Usando (2.29), (2.27) e (2.25), deriva-se a relação

$$\delta M = \frac{\gamma\hbar}{2} \left\{ -\frac{\gamma\hbar}{2} \delta H \sum_{\bar{p}\sigma} \sigma^2 \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} + \sum_{\bar{p}'\sigma'} \left( \sum_{\bar{p}\sigma} \sigma \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \right) \delta n_{\bar{p}'\sigma'} - \sum_{\bar{p}\sigma} \sigma \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} \delta \mu_{\sigma} \right\} \quad (2.30)$$

que é a variação da densidade de magnetização.

Passando o somatório a uma integral no espaço de momentos ( $\sum_{\bar{p}\sigma} \rightarrow \sum_{\sigma} \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}$ )

e considerando que (Apêndice B)

$$\sum_{\bar{p}\sigma} \sigma^2 \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} = -N(0), \quad (2.31)$$

$$\sum_{\bar{p}'\sigma'} \left( \sum_{\bar{p}\sigma} \sigma \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \right) \delta n_{\bar{p}'\sigma'} = -F_0^a \sum_{\bar{p}'\sigma'} \sigma' \delta n_{\bar{p}'\sigma'}, \quad \text{e} \quad (2.32)$$

$$-\sum_{\bar{p}\sigma} \sigma \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} \delta \mu_{\sigma} = +N(0) \frac{(\delta \mu_{\uparrow} - \delta \mu_{\downarrow})}{2}, \quad (2.33)$$

e como o índice sob a soma é mudo,

$$\delta M = \frac{\gamma\hbar}{2} \frac{N(0)}{(1+F_0^a)} \left\{ \frac{\gamma\hbar}{2} \delta H + \frac{(\delta \mu_{\uparrow} - \delta \mu_{\downarrow})}{2} \right\} \quad (2.34)$$

é a variação da densidade de magnetização resultante.

Podemos escrever o potencial químico em termos da energia livre de Gibbs e da magnetização

$$\mu = \frac{1}{N}G - \frac{1}{N}HM. \quad (2.35)$$

Expandindo a energia livre de Gibbs em série de potências de  $M$ ,

$$\mu = \frac{1}{N} \left\{ G_0 + \left[ \left( \frac{\partial G}{\partial M} \right)_{T,P,N} - H \right] M + O(M^2) \right\}, \quad (2.36)$$

onde a variação de ordem mais baixa  $\mu$  é desprezível para aplicação de um campo magnético de baixa intensidade, a (2.34) resulta em

$$\chi = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{4} \frac{N(0)}{(1 + F_0^a)}, \quad (2.37)$$

que é a conhecida susceptibilidade de Pauli, renormalizada pelas interações.

No caso do gás de Fermi,

$$\chi = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{4} g(0), \quad (2.38)$$

onde  $g(0)$  é a densidade de estados do gás, cuja relação com o líquido é mediada pela razão entre as massas efetivas, em três dimensões,  $N(0) = \frac{m^*}{m} g(0)$ . Portanto, a diferença entre os

dois resultados é o fator  $\frac{m^*}{1 + F_0^a}$ . Mais que uma renormalização, o fator tem implicações

físicas bastante relevantes. De fato, os parâmetros de Landau variam conforme as condições físicas aplicadas ao sistema (pressão, temperatura, etc.). Tal variabilidade dos parâmetros de Landau é consequência da resposta do sistema às condições físicas, refletindo na interação entre as quase-partículas.

Note que a susceptibilidade (2.37), no limite de  $F_0^a \rightarrow 0$  toma a mesma forma que a do gás (2.38) e no limite  $F_0^a \rightarrow -1$  existe uma singularidade, o que sugere uma instabilidade no líquido (capítulo 4). Esta é a conhecida instabilidade de Stoner, que é consequência não trivial da presença da interação, que não existe no gás.

#### 2.1.4 – Resumo das propriedades de equilíbrio.

A tabela 1 mostra propriedades de equilíbrio do líquido e do gás de Fermi (algumas não derivadas anteriormente). Nota-se que, para retornar aos resultados do gás a partir dos resultados do líquido, basta considerar  $F_1^{s,a} \rightarrow 0$  e  $m^* \rightarrow m$ . Na compressibilidade,  $n$  é a densidade de partículas do sistema.

**Tabela 1 – Propriedades de equilíbrio.**

|  | <b>Gás de Fermi</b>                      | <b>Líquido de Fermi</b>                                      |
|--|--|--|
| <b>Massa</b>                               | Massa nua ou massa de banda<br>$m$       | Massa efetiva<br>$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{F_1^s}{3}$       |
| <b>Densidade de estados</b>                | $g(0) = \frac{mp_f}{\pi^2 \hbar^3}$      | $N(0) = \frac{m^*}{m} g(0)$                                  |
| <b>Susceptibilidade de Pauli</b>           | $\chi = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{4} g(0)$ | $\chi = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{4} \frac{N(0)}{(1 + F_0^a)}$ |
| <b>Compressibilidade</b>                   | $\kappa = \frac{1}{n^2} g(0)$            | $\kappa = \frac{1}{n^2} \frac{N(0)}{(1 + F_0^s)}$            |
| <b>Calor específico a volume constante</b> | $c_v = \frac{\pi^2}{3} g(0) k_B T$       | $c_v = \frac{\pi^2}{3} N(0) k_B T$                           |

## 2.2 – O líquido de Fermi ligeiramente fora do equilíbrio.

Até o momento, consideramos o líquido de Fermi em equilíbrio. Entretanto, perturbações externas (aplicação de campos, variações de pressão e temperatura) podem ocasionar flutuações no líquido de modo que, uma vez presente a interação entre as quase-partículas, existam fenômenos ondulatórios e modos coletivos propagantes. Um exemplo prático de modo coletivo são as ondas de spin cujas equações que governam sua dinâmica serão derivadas posteriormente. Consideremos então situações ligeiramente fora do equilíbrio, em que uma perturbação fraca e dependente do tempo é aplicada ao estado fundamental, levando a distorções na superfície de Fermi. Assim, a distribuição, a interação e a energia de quase-partícula passam a depender do tempo e da posição.

### 2.2.1 – Operador energia e o tensor de interação.

Vamos relaxar as seguintes condições restritivas adotadas até agora: a de que há um eixo global de quantização (em que cada um dos férmions tem seu spin completamente especificado por um único número), e a de que a distribuição de quase-partículas é a mesma em qualquer tempo e posição, em todo o volume do sistema. A razão de relaxarmos estas condições é antecipar a notação e a linguagem necessárias para os capítulos com os nossos resultados, cujo desenvolvimento depende da adoção de condições mais gerais, de localidade, para que o formalismo possa ser usado para tratar ondas de spin.

Podemos pensar em um subsistema (micro-ensemble) de férmions, pequeno o suficiente em relação ao tamanho do sistema todo, para que uma posição  $\vec{r}$  possa ser atribuída a ele, mas grande o suficiente para que uma média possa ser definida no entorno da posição  $\vec{r}$  e no tempo  $t$ :  $n_{\vec{p}\sigma}(\vec{r}, t)$  é o número médio de férmions com momento  $\vec{p}$  e projeção  $\sigma$  no entorno da posição  $\vec{r}$  e no tempo  $t$ . Esta distribuição é a média do operador número tomada sobre o micro-ensemble designado pela posição  $\vec{r}$  (mas cujo volume não é nulo, resguardando o princípio de incerteza de Heisenberg, que, rigorosamente, impede a especificação simultânea de autovalores de  $\vec{p}$  e  $\vec{r}$ ). Estas considerações estendem a discussão com vistas a um tratamento local em termos de posição e tempo, isto é, para sistemas em que há pequenos desvios da condição de equilíbrio. Elas presumem um eixo global de quantização para o spin, isto é, podemos escrever o operador número fermiônico  $n_{\vec{p}\sigma}$  (com uma representação matricial 2x2 para spin 1/2) cujos autovalores  $n_{\vec{p}\sigma}(\vec{r}, t)$  dão o

número (1 ou 0) de férmions no estado de momento  $\vec{p}$  e projeção  $\sigma$  do spin. Conseqüentemente a média no micro-ensemble  $n_{\vec{p}\sigma}(\vec{r}, t)$  também pode ser representada por uma matriz diagonal. Relaxar a adoção de um eixo global de quantização é assumir a condição mais geral de que o operador número não é diagonal no espaço de spins, isto é, o operador número é especificado pelos elementos de uma matriz  $n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}$ , cuja média sobre o micro-ensemble é especificada pelos elementos  $n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}, t)$ . Portanto, de uma forma mais geral, a energia total do sistema é um funcional do tipo  $E\{n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}, t)\}$ , com variação funcional,

$$\delta E = \sum_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}} \frac{\delta E}{\delta n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}} \delta n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}, \quad (2.39)$$

onde a energia de quase-partícula é, agora, um operador no espaço de spins com elementos de matriz dados por

$$\varepsilon_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}} = \frac{\delta E}{\delta n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}}. \quad (2.40)$$

Portanto, seguindo o mesmo argumento feito após a Eq. (2.2), a interação é dada por um tensor de quarta ordem no espaço de spins,

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\alpha\tilde{\alpha}\alpha'\tilde{\alpha}'} = \frac{\delta^2 E}{\delta n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}} \delta n_{\vec{p}'\alpha'\tilde{\alpha}'}}. \quad (2.41)$$

É importante ressaltar aqui como a teoria de líquidos de Fermi aborda a interação entre muitos corpos. A interação (2.41) não possui nenhuma forma específica. A única consideração feita até o momento é que ela é de dois corpos. Uma vez que colisões que resultem em interações efetivas de mais de dois corpos são consideráveis apenas em regimes extremamente densos ou pressões muito elevadas, esta consideração é bastante razoável. Uma estimativa dos limites de densidades ou pressões em que esta suposição deixa de valer pode ser encontrada em referências tradicionais de livro texto. Aqui colocamos a ressalva de que

sistemas metálicos, incluindo os ferromagnetos em que o presente trabalho tem interesse, enquadram-se no regime de validade desta consideração.

Como (para spin 1/2) as matrizes de Pauli mais a identidade 2X2 formam uma base no espaço de spins, podemos expandir a distribuição (2.13) e a energia de quase-partícula (2.40) e o tensor de interação (2.41) em termos das matrizes de Pauli,

$$\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\bar{p}}\delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}, \quad (2.42)$$

$$n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = n_{\bar{p}}\delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{\sigma}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \quad \text{e} \quad (2.43)$$

$$f_{\bar{p},\bar{p}'}^{\alpha\bar{\alpha}'\bar{\alpha}'} = f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta_{\alpha\bar{\alpha}} \delta_{\alpha'\bar{\alpha}'} + f_{\bar{p}\bar{p}'}^a \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'}, \quad (2.44)$$

onde  $\vec{\tau}$  é o usual arranjo das três matrizes de Pauli em forma de vetor que, quando indexado forma um vetor com os elementos das três matrizes, retirados da posição (linha e coluna) que é especificada pelos índices. Estas expansões, em particular a do tensor de interação, são válidas no limite em que o sistema fermiônico pode ser tratado como isotrópico, isto é, não há uma polarização efetiva, e a invariância expressa nos produtos escalares pode ser justificada. A escala pertinente para estabelecer a validade destas relações é a energia de Fermi que, em geral está relacionada com campos externos e polarizações bem maiores dos que são experimentalmente acessíveis. A razão pela qual esta teoria, em sua versão ferromagnética desenvolvida mais adiante, se aplica ao ferromagnetismo “fraco” é essencialmente esta. As aspas subentendem uma polarização pequena em relação às energias de Fermi (diferentes) das duas espécies de spin. No caso do ferromagnetismo, há também outro problema, mais técnico, que tem relação com a dificuldade de definir-se quase-partículas na presença de duas superfícies de Fermi, já que em um processo de “spin-flip” uma excitação assintoticamente próxima à superfície de Fermi que a gerou tem energia consideravelmente acima da outra superfície, para a qual irá decair o que, para polarizações grandes, invalida a definição de quase-partícula, que só tem sentido em domínios muito próximos da superfície de Fermi [18]. Estas questões são contornadas se a polarização é pequena em relação à escala dada pela energia de Fermi (por exemplo, o campo magnético “de Fermi”, em um sistema eletrônico, é dado por  $H_f \sim \frac{2\varepsilon_f}{\hbar\gamma}$ , onde  $\gamma$  é o fator giromagnético do elétron).

Utilizando as três relações acima juntamente com

$$\varepsilon_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}} = -\frac{\gamma\hbar}{2}\vec{H}\cdot\vec{\tau}_{\alpha\tilde{\alpha}} + \varepsilon_{\vec{p}}^0\delta_{\alpha\tilde{\alpha}} + \sum_{\vec{p}'\alpha'\tilde{\alpha}'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\alpha\tilde{\alpha}\alpha'\tilde{\alpha}'}\delta n_{\vec{p}'\alpha'\tilde{\alpha}'}, \quad (2.45)$$

onde o primeiro termo representa o acoplamento paramagnético do spin fermiônico com um campo magnético externo, pode-se mostrar (Apêndice C) diretamente (usando as propriedades das matrizes de Pauli) que

$$\vec{h}_{\vec{p}} = -\frac{\gamma\hbar}{2}\vec{H} + 2\sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^a\vec{\sigma}_{\vec{p}'}. \quad (2.46)$$

A interação (2.41) também é um funcional que depende da distribuição de quase-partículas e também a definimos sob um eixo de quantização qualquer.

### 2.2.2 – Equação cinética generalizada

Nas proximidades da superfície de Fermi, as flutuações podem “criar” uma quase-partícula na posição  $\vec{r}_1$ , com spin “up” ou “down” e no momento  $t_1$ , enquanto outra quase-partícula pode ser “destruída” no momento  $t_2$ , em uma posição  $\vec{r}_2$  que possuía spin up ou down. O propagador,

$$N_{\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}_1, t_1; \vec{r}_2, t_2) = \langle C_{\alpha}^+(\vec{r}_1, t_1)C_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}_2, t_2) \rangle, \quad (2.47)$$

fornece a descrição de criação e aniquilação das quase-partículas onde é feito uma média no estado fundamental. Os índices  $\alpha, \tilde{\alpha}$ , como considerado na seção 2.2.1, referem-se aos elementos de matrizes 2x2 de um eixo de quantização qualquer dos spins da quase-partícula 1 e da quase-partícula 2,  $C_{\alpha}^+(t_1, \vec{r}_1)$  é o operador de criação e  $C_{\tilde{\alpha}}(t_2, \vec{r}_2)$  o operador de aniquilação, respectivamente.

Podemos também realizar uma abordagem do problema através do operador número  $\hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}} = C_{\alpha}^+C_{\tilde{\alpha}}$  cuja relação com o propagador (2.47) é direta. O operador número atuando em um auto-estado do sistema fornece o número de quase-partículas presente neste

auto estado. Devemos ter em mente que  $\hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}}$  também é um operador no espaço de spins, ou seja, uma matriz  $2 \times 2$  que pode ser expandida em termos das matrizes de Pauli e da identidade, onde os índices  $\alpha, \tilde{\alpha}$  representam seus elementos, ou seja, seguem os argumentos da seção anterior onde “relaxamos” a condição do eixo global de quantização e de que a distribuição de quase-partículas é a mesma em qualquer tempo e posição e em todo volume do sistema. A equação que rege o movimento na mecânica quântica é a equação de Heisenberg,

$$\frac{d\hat{A}_H}{dt} = \frac{\partial\hat{A}_H}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{\varepsilon}, \hat{A}_H], \quad (2.48)$$

onde  $\hat{\varepsilon}$  é o operador hamiltoniano e  $\hat{A}_H$  um operador qualquer.

Temos que

$$A_{\vec{p}}(\vec{r}) = \int d^3 r' e^{\frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}'}{\hbar}} \left\langle \vec{r} - \frac{\vec{r}'}{2} \left| \hat{A} \right| \vec{r} + \frac{\vec{r}'}{2} \right\rangle \quad (2.49)$$

é a função de distribuição de Wigner [19], onde  $A_{\vec{p}}(x)$  é uma função com representação mista  $r-p$  que corresponde ao operador  $\hat{A}$ . Assim, podemos definir as funções com representações mistas para energia e distribuição de quase-partículas,

$$\varepsilon_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 r' e^{\frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}'}{\hbar}} \left\langle \vec{r} - \frac{\vec{r}'}{2} \left| \hat{\varepsilon}_{\alpha\tilde{\alpha}} \right| \vec{r} + \frac{\vec{r}'}{2} \right\rangle, \quad (2.50)$$

$$n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 r' e^{\frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}'}{\hbar}} \left\langle \vec{r} - \frac{\vec{r}'}{2} \left| \hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}} \right| \vec{r} + \frac{\vec{r}'}{2} \right\rangle \quad (2.51)$$

e as suas transformadas inversas,

$$\left\langle \vec{r} - \frac{\vec{r}'}{2} \left| \hat{\varepsilon}_{\alpha\tilde{\alpha}} \right| \vec{r} + \frac{\vec{r}'}{2} \right\rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 p \cdot e^{\frac{-i\vec{p}\cdot\vec{r}'}{\hbar}} \varepsilon_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}), \quad (2.52)$$

$$\left\langle \vec{r} - \frac{\vec{r}'}{2} \left| \hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}} \right| \vec{r} + \frac{\vec{r}'}{2} \right\rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 p \cdot e^{\frac{-i\vec{p}\cdot\vec{r}'}{\hbar}} n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}), \quad (2.53)$$

onde os argumentos utilizados para indexar  $\hat{\varepsilon}$  são os mesmos utilizados para se indexar  $\hat{n}$ . Note que a função de distribuição de Wigner “enxerga” somente a posição e o momento da quase-partícula, ou seja, as quantidades  $\varepsilon_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})$  e  $n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})$  definidas pela (2.50) e (2.51) tem uma representação mista  $r$ - $p$ , mas ainda são operadores no espaço de spins.

Considerando o operador número  $\hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}}$  na equação de movimento de Heisenberg, encontra-se a expressão

$$\frac{\partial \langle \vec{r}_1 | \hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}} | \vec{r}_2 \rangle}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \int d^3 \vec{r}' \left[ \langle \vec{r}_1 | \hat{\varepsilon}_{\alpha\tilde{\alpha}} | \vec{r}' \rangle \langle \vec{r}' | \hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}} | \vec{r}_2 \rangle - \langle \vec{r}_1 | \hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}} | \vec{r}' \rangle \langle \vec{r}' | \hat{\varepsilon}_{\alpha\tilde{\alpha}} | \vec{r}_2 \rangle \right] = I[\hat{n}_{\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)], \quad (2.54)$$

onde se omite o tempo para que a notação fique menos carregada. Então, utiliza-se as transformadas inversas (2.52) e (2.53), para qual se faz uma adequada mudança de variáveis. Assim,

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})}{\partial t} + \frac{i}{(2\pi)^6 \hbar} \int d^3 p' \cdot d^3 q \cdot d^3 r' \cdot d^3 \eta' \cdot e^{i[(\vec{p}' - \vec{p}) \cdot \vec{\eta} + (\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{q}]} \times \\ \times [\varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}' + \frac{\hbar\vec{q}}{2}}(\vec{r}' + \frac{\hbar\vec{\eta}}{2}) n_{\vec{p}'\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}') - n_{\vec{p}'\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}') \varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}' - \frac{\hbar\vec{q}}{2}}(\vec{r}' - \frac{\hbar\vec{\eta}}{2})] = I[n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})]. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Expandindo a energia ( $\varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}' + \frac{\hbar\vec{q}}{2}}(\vec{r}' + \frac{\hbar\vec{\eta}}{2})$ ) em uma série de Taylor em potências de  $\vec{q}$  nas variáveis  $\vec{p}$  e  $\vec{r}$ , se reconhece uma série de potências em  $\hbar$ . Truncando a série em primeira ordem e retornando a expressão (2.55), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\varepsilon_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}), n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})] + \frac{i}{2(2\pi)^6 \hbar} \int d^3 p' \cdot d^3 q \cdot d^3 r' \cdot d^3 \eta' \cdot e^{i[(\vec{p}' - \vec{p}) \cdot \vec{\eta} + (\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{q}]} \times \\ \times \sum_{i=1}^3 \left[ [\vec{\eta} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}'}(\vec{r}')}{\partial r'_i} + \vec{q} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}'}(\vec{r}')}{\partial p'_i}] n_{\vec{p}'\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}') - n_{\vec{p}'\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r}') [\vec{\eta} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}'}(\vec{r}')}{\partial r'_i} + \vec{q} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\tilde{\alpha}, \vec{p}'}(\vec{r}')}{\partial p'_i}] \right] = I[n_{\vec{p}\alpha\tilde{\alpha}}(\vec{r})], \end{aligned} \quad (2.56)$$

em que as integrais do terceiro termo a esquerda da igualdade são solúveis, pois definem deltas de Dirac. Assim, depois de alguma álgebra, a (2.56) fica

$$\frac{\partial n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r})}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \left[ \varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}), n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}) \right] - \frac{1}{2} \{ \varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}), n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}) \} + \frac{1}{2} \{ n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}), \varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}) \} = I[n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r})]. \quad (2.57)$$

A equação (2.57) é uma equação de representação mista  $r - p$ , pois, decorre da distribuição de Wigner. Como é sabido, a distribuição (2.49), define um espaço de fases de momentos e posições para os respectivos operadores quânticos [19]. Observe que é presente na equação o comutador  $[\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}), n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r})]$  que é um objeto usual no contexto da mecânica quântica, e os parênteses de Poisson  $\{ \varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}), n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}) \}$ ,  $\{ n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}, \varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}) \}$ , que são usualmente definidos na mecânica clássica.

Temos que

$$\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\bar{p}} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \quad \text{e} \quad (2.58)$$

$$n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = n_{\bar{p}} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{\sigma}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}, \quad (2.59)$$

são as expansões de  $n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}, t)$  e  $\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}(\vec{r}, t)$  em termos das matrizes de Pauli mais a identidade.

Usando (2.58), (2.59) e (2.57), depois de alguma álgebra, encontramos

$$\begin{aligned} \partial_t n_{\bar{p}} + \partial_i (\vec{\sigma}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}) + \{ n_{\bar{p}}, \varepsilon_{\bar{p}} \} + \{ n_{\bar{p}}, \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau} \} + \{ \vec{\sigma}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}, \varepsilon_{\bar{p}} \} + \\ + \{ h_{p_j}, \sigma_{p_k} \} (\tau_j \tau_k - i \epsilon_{jks} \tau_s) = -\frac{2}{\hbar} (\vec{\sigma}_{\bar{p}} \times \vec{h}_{\bar{p}}) \cdot \vec{\tau} + I(n_{\bar{p}}, \vec{\sigma}_{\bar{p}}), \quad (2.60) \end{aligned}$$

que é a equação cinética generalizada na forma matricial no espaço de spins que rege o movimento das quase-partículas na superfície de Fermi. A quantidade  $\vec{\sigma}_{\bar{p}} = \vec{\sigma}_{\bar{p}}(\vec{r}, t)$ , como na seção (2.1.3), é a densidade de magnetização e  $\vec{h}_{\bar{p}} = \vec{h}_{\bar{p}}(\vec{r}, t)$  é o campo magnético efetivo (2.46). O grafo  $\epsilon_{jks}$  é o símbolo de Levi-Civita,  $\{, \}$  são os parênteses de Poisson e  $I(n_{\bar{p}}, \vec{\sigma}_{\bar{p}})$  é

a integral de colisão. Note que os índices  $\alpha, \tilde{\alpha}$  estão omitidos em  $\vec{\tau}$  para que a equação fique menos carregada.

Os parênteses de Poisson são dados, na equação (2.60), por

$$\{\vec{M}_{\vec{p}}, \alpha_{\vec{p}}\} = \sum_i \left( \frac{\partial \vec{M}_{\vec{p}}}{\partial r_i} \frac{\partial \alpha_{\vec{p}}}{\partial p_i} - \frac{\partial \vec{M}_{\vec{p}}}{\partial p_i} \frac{\partial \alpha_{\vec{p}}}{\partial r_i} \right). \quad (2.61)$$

O traço direto da equação (2.60) e do seu produto pelas matrizes de Pauli, retornam, respectivamente,

$$Tr(M) = \partial_t n_{\vec{p}} + \{n_{\vec{p}}, \varepsilon_{\vec{p}}\} + \{h_{p_j}, \sigma_{p_j}\} = I'(n_{\vec{p}}, \vec{\sigma}_{\vec{p}}) \text{ e} \quad (2.62)$$

$$Tr(M \cdot \vec{\tau}) = \partial_t \vec{\sigma}_{\vec{p}} + \{n_{\vec{p}}, \vec{h}_{\vec{p}}\} + \{\vec{\sigma}_{\vec{p}}, \varepsilon_{\vec{p}}\} = -\frac{2}{\hbar} (\vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}) + J'(n_{\vec{p}}, \vec{\sigma}_{\vec{p}}), \quad (2.63)$$

que são equações de movimento independentes para as partes de carga e spin da distribuição dada pela equação (2.59).

### 2.2.3 – Ondas de spin

Quando uma perturbação ocorre, flutuações criam no líquido de Fermi modos de excitação coletiva que podem se propagar, como ondas de spin transversais, ou serem rapidamente atenuados, como o “zero sound”, experimentando o chamado Landau damping.

Silin [20] em 1958 foi o primeiro a descrever ondas de spin no contexto de líquidos de Fermi de Landau em um líquido paramagnético na presença de um campo magnético externo.

Posteriormente, Leggett e Rice [21],[22] também contribuíram para o desenvolvimento do estudo de ondas de spin. Eles foram os primeiros a encontrar uma equação para a corrente de spin no contexto da teoria de Landau além de notarem o fato de que existe uma precessão dos spins em torno da magnetização de equilíbrio (efeito Leggett-Rice).

Ondas de spin são fenômenos que não existem no gás ideal. As ondas de spin podem ser tratadas teoricamente, no contexto da teoria de líquidos de Fermi, a partir pequenos

desvios do estado fundamental causados pela variação de um campo magnético externo (um pulso) aplicado ao sistema. Isto gera pequenos desvios na magnetização e, conseqüentemente, no campo molecular, o que equivale às linearizações,

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \delta\vec{H}, \quad (2.64)$$

$$\vec{\sigma}_{\vec{p}} = \vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 + \delta\vec{\sigma}_{\vec{p}} \quad \text{e} \quad (2.65)$$

$$\vec{h}_{\vec{p}} = \vec{h}_{\vec{p}}^0 + \delta\vec{h}_{\vec{p}}, \quad (2.66)$$

onde,  $\vec{h}_{\vec{p}}$  é proporcional ao campo molecular de spin (seção 2.2.1). O índice zero refere-se ao estado fundamental ou estado de equilíbrio do sistema. Segundo a (2.46) e (2.66), podemos escrever

$$\vec{h}_{\vec{p}}^0 = -\frac{\gamma\hbar}{2}\vec{H}_0 + 2\sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^a \vec{\sigma}_{\vec{p}'}^0, \quad \text{e} \quad \delta\vec{h}_{\vec{p}} = -\frac{\gamma\hbar}{2}\delta\vec{H} + 2\sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^a \delta\vec{\sigma}_{\vec{p}'}, \quad (2.67)$$

que são os campos efetivos para o equilíbrio e para a situação ligeiramente fora do equilíbrio.

Na seção (2.2.2) vimos que a (2.63) é a equação que define a dinâmica ondulatória de spins. Portanto, utilizando as linearizações (2.64), (2.65), (2.66) e a (2.63) e tomando somente os termos em primeira ordem, chegamos à expressão

$$\frac{\partial\delta\vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial t} - \vec{\nabla}_{\vec{p}} n_{\vec{p}}^0 \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} \delta\vec{h}_{\vec{p}} + \vec{\nabla}_{\vec{r}} \delta\vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} \varepsilon_{\vec{p}}^0 = -\frac{2}{\hbar} \left( (\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 \times \delta\vec{h}_{\vec{p}}) + (\delta\vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}^0) \right) + J'. \quad (2.68)$$

Verifica-se diretamente a partir da (2.13) que

$$\vec{\nabla}_{\vec{p}} n_{\vec{p}}^0 = \vec{v}_{\vec{p}} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \quad \text{e} \quad \vec{\nabla}_{\vec{p}} \varepsilon_{\vec{p}}^0 = \vec{v}_{\vec{p}}, \quad (2.69)$$

onde  $\vec{v}_{\vec{p}}$  é a velocidade da quase-partícula nas proximidades da superfície de Fermi. Usando (2.69) e (2.68), temos

$$\frac{\partial \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial t} + \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_r \left[ \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \mathcal{E}_{\vec{p}}^0} \delta \vec{h}_{\vec{p}} \right] = -\frac{2}{\hbar} \left( (\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 \times \delta \vec{h}_{\vec{p}}) + (\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}^0) \right) + J' \quad (2.70)$$

que é a expressão para ondas de spin. O termo  $-\frac{2}{\hbar} \left( (\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 \times \delta \vec{h}_{\vec{p}}) + (\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}^0) \right)$ , que caracteriza a precessão de spin, é responsável pela variação da distribuição devido à precessão das quase-partículas em torno da magnetização de equilíbrio e  $J'$  é a integral de colisão. A competição entre esses dois termos é o que caracteriza se o regime é sem colisão, onde os modos coletivos propagantes dominam, ou se o regime é de caráter difusivo.

#### 2.2.4 - Equação cinética generalizada com acoplamento carga-campo.

Consideremos as quase-partículas com carga  $e$ . No líquido de Fermi neutro, o intervalo de interação entre quase-partículas é tipicamente microscópico ( $\frac{\hbar}{p_f}$ ) [1]. Ao considerar as quase-partículas carregadas, deve se ter em mente que acoplamentos do tipo coulombiano (carga-carga) não são considerados, ou seja, as quase-partículas não interagem a longas distâncias. Considerar interações de longo alcance leva a instabilidades e a fases não Fermi-líquidas. Em outras palavras, o intervalo de interação, mesmo que a quase-partícula possua carga  $e$ , é considerado microscópico, onde as interações de curto alcance somente acontecem via pares de quase-partículas, ou seja, a interação continua definida como a (2.41).

Caso o líquido encontre-se na presença de um campo externo, uma vez que a quase partícula possui carga  $e$ , existirá o acoplamento campo-carga (força de Lorentz) o que modifica a interação, energia e distribuição das quase-partículas. No que segue, derivaremos a equação cinética generalizada considerando que ocorre o acoplamento campo-carga no líquido.

A quase-partícula, possuindo carga  $e$ , sente uma força magnética quando se encontra na presença de um campo externo  $\vec{H}$ . Assim, devemos considerar na equação (2.57), a transformada

$$\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}, \quad (2.71)$$

que relaciona o momento canônico com o momento físico. A quantidade  $\vec{A}$  é o potencial vetor, tal que  $\vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ .

Todas as quantidades na equação (2.57) permanecem invariantes sob a transformada (2.71). Os parênteses de Poisson para duas quantidades quaisquer  $M(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}, \vec{r})$ ,  $N(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}, \vec{r})$  podem ser escritos como

$$\{M, N\}_{\vec{A}} = \{M, N\}_{\vec{A}=0} + \left( \frac{\partial M}{\partial \vec{p}} \times \frac{\partial N}{\partial \vec{p}} \right) \cdot \left( \frac{e}{c} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right). \quad (2.72)$$

Pela (2.72), a equação (2.57) fica

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \left[ \varepsilon_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r}), n_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r}) \right] + \{n_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r}), \varepsilon_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})\}_{\vec{A}=0} + \\ + \frac{e}{c} \left( \frac{\partial n_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})}{\partial \vec{p}} \times \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})}{\partial \vec{p}} \right) \cdot \vec{H} = I[n_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})] \quad , \end{aligned} \quad (2.73)$$

que também encontra-se parcialmente derivada em [5].

Expandindo  $n_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})$  e  $\varepsilon_{\vec{p}\alpha\vec{\alpha}}(\vec{r})$  em termos das matrizes de Pauli mais a identidade (equações (2.58)) e (2.59), e considerando a (2.73) e depois de alguma álgebra, encontramos

$$\begin{aligned} \partial_t n_{\vec{p}} + \partial_t (\vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}) + \{n_{\vec{p}}, \varepsilon_{\vec{p}}\} + \{n_{\vec{p}}, \vec{h}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}\} + \{\vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}, \varepsilon_{\vec{p}}\} + \\ + \{h_{p_j}, \sigma_{p_k}\} (\tau_j \tau_k - i \phi_{jks} \tau_s) + \frac{2}{\hbar} (\vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}) \cdot \vec{\tau} + \\ + \frac{e}{c} \left\{ \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \times \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \right) + \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \times \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}}{\partial \vec{p}} \right) + \left( \frac{\partial \vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}}{\partial \vec{p}} \times \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \right) + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial \vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}}{\partial \vec{p}} \times \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}} \cdot \vec{\tau}}{\partial \vec{p}} \right) \right\} \cdot \vec{H} = I(n_{\vec{p}}, \vec{\sigma}_{\vec{p}}) \quad , \end{aligned} \quad (2.74)$$

que é a equação generalizada na forma matricial no espaço de spins que rege o movimento de quase-partículas na superfície de Fermi quando é presente o acoplamento campo-carga.

O traço direto da equação (2.74) e do seu produto pelas matrizes de Pauli, retornam, respectivamente,

$$\begin{aligned} Tr(M) = & \partial_t n_{\vec{p}} + \{n_{\vec{p}}, \varepsilon_{\vec{p}}\} + \{h_{p_j}, \sigma_{p_j}\} + \\ & + \frac{e}{c} \left( \left( \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \right) + \left( \frac{\partial \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \right) \right) \times \vec{H} = I'(n_{\vec{p}}, \vec{\sigma}_{\vec{p}}) \quad e \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} Tr(M \cdot \vec{\tau}) = & \partial_t \vec{\sigma}_{\vec{p}} + \{n_{\vec{p}}, \vec{h}_{\vec{p}}\} + \{\vec{\sigma}_{\vec{p}}, \varepsilon_{\vec{p}}\} + \frac{2}{\hbar} (\vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}) + \\ & + \frac{e}{c} \left( \left( \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \times \vec{H} \right) \cdot \frac{\partial \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \left( \vec{H} \times \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \right) \cdot \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} \right) = \vec{J}'(n_{\vec{p}}, \vec{\sigma}_{\vec{p}}), \end{aligned} \quad (2.76)$$

onde  $\vec{J}' = \frac{1}{2} Tr(\vec{\tau} I)$  e  $I' = \frac{1}{2} Tr(I)$ . As (2.75) e (2.76) são equações de movimento independentes para as partes de carga e spin da distribuição dada pela equação (2.59) quando se considera o acoplamento campo-carga. O termo com carga que aparece em (2.75) e (2.76) é devido a força magnética que a quase-partícula carregada “sente” ao se mover nas proximidades da superfície de Fermi na presença do campo magnético externo.

### 2.2.5 – Ondas de spin para quase-partículas na presença de $\vec{H}_0$

Derivemos então a equação cinética de spin (2.62) onde as quase-partículas encontram-se na presença de um campo externo  $\vec{H} = \vec{H}_0 + \delta \vec{H}$ . Para tanto, procederemos com as considerações realizadas na seção (2.2.3). Usando as (2.64), (2.65), (2.66) e (2.76) onde somente os termos de primeira ordem são considerados, temos,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial t} - \vec{\nabla}_{\vec{p}} n_{\vec{p}}^0 \cdot \vec{\nabla}_r \delta \vec{h}_{\vec{p}} + \vec{\nabla}_r \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} \varepsilon_{\vec{p}}^0 + \\
& \quad - e \left( \vec{\nabla}_{\vec{p}} \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} \varepsilon_{\vec{p}}^0 + \vec{\nabla}_{\vec{p}} n_{\vec{p}}^0 \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} \delta \vec{h}_{\vec{p}} \right) \times \vec{H}_0 = \\
& \quad = -\frac{2}{\hbar} \left( (\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 \times \delta \vec{h}_{\vec{p}}) + (\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}^0) \right) + J'.
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Pelas relações (2.69) e (2.77), encontra-se

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial t} + \left[ \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_r + e \left( \vec{v}_{\vec{p}} \times \vec{H}_0 \right) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} \right] \left[ \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \delta \vec{h}_{\vec{p}} \right] = \\
& \quad = -\frac{2}{\hbar} \left( (\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 \times \delta \vec{h}_{\vec{p}}) + (\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}^0) \right) + J',
\end{aligned} \tag{2.78}$$

que é a equação (2.70) para quase-partículas carregadas na presença de um campo externo  $\vec{H}_0$ .

## Capítulo 3 – Estabilidade da superfície de Fermi

### 3.1 – Condições de Pomeranchuk

Pomeranchuk [2] estudou a condição de estabilidade termodinâmica da superfície de Fermi onde pontos de instabilidade são caracterizados sob os parâmetros de Landau. Para que a superfície de Fermi seja estável, é necessário que no equilíbrio, o estado fundamental seja um mínimo absoluto. Assim, alguma energia livre do sistema, quando a superfície de Fermi é distorcida, deve variar somente em segunda ordem e essa variação deve ser positiva. Entretanto, a energia livre deve ser um mínimo absoluto onde  $\mu = \mu_0$  (ou  $p = p_0$ ). Da termodinâmica, o potencial que possui esse vínculo é a energia livre grande potencial,

$$\Omega = E - \mu N, \quad (3.1)$$

onde  $E$  é a energia interna do sistema definida pelas quase-partículas,  $\mu$  o potencial químico e  $N$  o número total de quase-partículas. Realizando uma variação em (3.1), obtêm-se

$$\delta\Omega = \sum_{\bar{p}\sigma} (\varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0 - \mu) \delta n_{\bar{p}\sigma} + \frac{1}{2} \sum_{\bar{p}\bar{p}'\sigma\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\bar{p}\sigma} \delta n_{\bar{p}'\sigma'}, \quad (3.2)$$

onde considerou-se todos os spins sob o mesmo eixo de quantização.

A distorção causada na superfície de Fermi que resulta na variação (3.2), também varia o momento de Fermi  $p_f$  de forma que podemos expandir a variação da distribuição próxima de  $p_f$ . Assim,

$$\delta n_{\bar{p}\sigma} = \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial p} \delta p_f + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial p^2} (\delta p_f)^2 + \dots \quad (3.3)$$

Agora,

$$\frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial p} = \frac{p}{m^*} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 n_{\bar{p}}^0}{\partial p^2} = \left( \frac{\partial^2 n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^{02}} + \frac{m^*}{p} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \right) \left( \frac{p}{m^*} \right)^2. \quad (3.4)$$

Usando (3.4), (3.3) e (3.2), encontramos a variação do grande potencial,

$$\begin{aligned} \delta\Omega = & \sum_{\bar{p}\sigma} (\varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0 - \mu) \frac{p}{m^*} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \delta p_f + \\ & + \frac{1}{2} \left[ \sum_{\bar{p}\sigma} (\varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0 - \mu) \left( \frac{\partial^2 n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^{02}} + \frac{m^*}{p} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \right) \left( \frac{p}{m^*} \right)^2 (\delta p_f)^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{\bar{p}\bar{p}'\sigma\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'\sigma\sigma'} \frac{p}{m^*} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \delta p_f \frac{p'}{m^*} \frac{\partial n_{\bar{p}'}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}'}^0} \delta p_{f'} \right]. \quad (3.5) \end{aligned}$$

Passando o somatório a uma integral  $\left( \sum_{\bar{p}\sigma} \rightarrow \sum_{\sigma} \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \right)$  e expandindo a interação nos polinômios de Legendre (2.6) (Apêndice B), temos que o termo de primeira ordem em (3.5) anula-se e

$$\delta\Omega = \frac{N(0)}{16} \left( \frac{p}{m^*} \right)^2 \sum_l \left( \frac{1}{2l+1} \right)^2 \left[ (v_l^\uparrow + v_l^\downarrow)^2 \left( 1 + \frac{F_l^s}{2l+1} \right) + (v_l^\uparrow - v_l^\downarrow)^2 \left( 1 + \frac{F_l^a}{2l+1} \right) \right]. \quad (3.6)$$

A variação da energia livre grande potencial é então de segunda ordem e deve ser positiva para que o mínimo seja absoluto, ou seja,  $\delta\Omega > 0$ . Tal condição imposta sob a (3.6) fornece

$$F_l^{s,a} > -(2l+1), \quad (3.7)$$

que são as condições de estabilidade de Pomeranchuk. Para cada condição que seja violada, existe uma instabilidade na superfície de Fermi e o sistema pode passar a um novo estado de equilíbrio, ou seja, outros mínimos absolutos.

## 3.2 – Transições de fase de Landau

As condições de estabilidade de Pomeranchuk (3.7) fornecem os pontos de instabilidade nos quais o líquido de Fermi de Landau pode sofrer uma transição de fase. Já observamos na equação (2.37) que no limite de  $F_0^a \rightarrow -1$ , a susceptibilidade de spin “explode” ( $\chi \rightarrow \infty$ ), o que sugere uma transição de fase do líquido normal para uma ferromagnética (condição de Stoner). Tal suspeita é confirmada pela (3.7) quando  $l=0$ , ou seja, se  $F_0^a > -1$ , então a fase não é ferromagnética onde no limite  $F_0^a \rightarrow -1$  temos a uma instabilidade que pode levar a fase ferromagnética (ver seção 4.2).

Quando as condições físicas em que o sistema se encontra são alteradas (diminui-se a temperatura, aumenta-se a pressão, aplica-se campos externos), depois de algum tempo, pode ser que o sistema passe por uma transição de fase onde sua estrutura e propriedades físicas são modificadas globalmente. Geralmente, quando as propriedades globais e estrutura do sistema são modificadas, existe uma quebra de simetria. No que segue, faremos uma breve discussão de como uma transição de fase é quantitativamente descrita através da idéia de quebra de simetria e de parâmetro de ordem.

### 3.2.1 – Quebra de simetria e parâmetro de ordem

Se alguma propriedade do sistema é invariante sob algum tipo de operação diz-se que essa propriedade tem simetria em relação à operação realizada. Tomando o líquido de Fermi normal como exemplo, onde a magnetização é nula e nenhum campo externo é aplicado, este possui simetria de rotação e translação devido à homogeneidade e isotropia do sistema.

Quando condições macroscópicas são alteradas (no caso do nosso exemplo aplica-se um campo externo  $\vec{H}_0$  ou o sistema passa a ser ferromagnético), elementos de simetria podem desaparecer. De fato é o que acontece. Ao se aplicar o campo externo  $\vec{H}_0$ , ocorre o alinhamento dos spins e o sistema possui uma magnetização líquida pequena e portanto, perde-se a simetria de inversão da magnetização e perde-se a de rotação em direções diferentes da magnetização. Este é o fenômeno conhecido como quebra de simetria onde o sistema, depois da transição, não tem toda simetria que possuía anteriormente.

O líquido de Fermi de Landau é, *a priori*, um sistema de muitos corpos que interagem entre si. A configuração das quase-partículas no líquido surge devido à interação

entre elas, o que define uma fase do líquido. Isto é o que dizem as condições de Pomeranchuk (3.7). Mudando-se a interação através de quantidades macroscópicas (o que reflete no valor dos parâmetros de Landau), pode-se mudar a fase do líquido (mudança global na estrutura do líquido). Mas a mudança estrutural é acompanhada por quebra de simetria. Assim, uma transição de fase leva a uma quebra de simetria.

Na natureza também é frequente encontramos sistemas que possuem estados degenerados. Para estes sistemas, o estado fundamental verdadeiro pode ser qualquer um dos possíveis estados degenerados e este não possuirá nenhuma ou terá somente algumas simetrias de todas que o estado degenerado carrega. Neste caso as simetrias não foram quebradas por um fator externo. Esta é a chamada quebra espontânea de simetria.

Quando um sistema sofre uma transição de fase acompanhada de uma quebra de simetria, uma quantidade física  $\sigma_0$  relativa ao sistema (por exemplo, a magnetização se o sistema é ferromagnético) chamada parâmetro de ordem que varia desde zero, quando o sistema encontra-se em uma simetria mais alta e passa a assumir valores não nulos quando a simetria do sistema torna-se menor. O parâmetro de ordem  $\sigma_0$  fornece uma descrição quantitativa da transição de fase, pois está diretamente ligado à simetria do sistema. De acordo com a teoria de transições de fase de Landau,  $\sigma_0$  é uma variável termodinâmica que resulta da média de variáveis microscópicas  $\phi_i$ , onde estas são funções da posição e do tempo em torno do ponto  $i$ , ou seja, pode ser determinada a partir das condições de equilíbrio térmico. A temperatura que caracteriza a transição de fase é a temperatura crítica do sistema ( $T_c$ ). Quando o sistema encontra-se acima de sua temperatura crítica,  $\langle \phi_i \rangle$  anula-se e conseqüentemente  $\sigma_0 = 0$ , pois a cada quantidade  $\phi_i$  relaciona-se uma quase-partícula que encontra-se em um movimento rápido e aleatório. Abaixo da temperatura crítica, os movimentos das quase-partículas têm correlação e são lentos, o que faz a simetria ser perdida devido à distribuição. Assim,  $\langle \phi_i \rangle \neq 0$  e conseqüentemente,  $\sigma_0 \neq 0$ .

### 3.2.2 – Expansão da energia livre

Seja alguma energia livre  $\Omega$  do sistema que possua uma dependência explícita em relação ao parâmetro de ordem  $\sigma_0$ . Como já mencionado,  $\sigma_0$  pode ser determinado a partir do equilíbrio térmico do sistema. Antes da transição, no equilíbrio,  $\Omega(\sigma_0)$  deve ser

mínimo (figura 6 – (a)), ou seja, o sistema encontra-se em uma fase bem definida. Quando alteramos as condições que sistema está submetido, surgem instabilidades (pontos críticos) onde  $\Omega(\sigma_0)$  pode não ser um mínimo. Nas proximidades do ponto crítico podemos assumir  $\sigma_0$  cada vez menor, o que possibilita realizar a expansão

$$\Omega(\sigma_0) = \Omega_0 + a\sigma_0 + b\sigma_0^2 + c\sigma_0^3 + d\sigma_0^4 + \dots \quad (3.8)$$

onde  $\Omega_0$  é a energia livre para o equilíbrio e  $a, b, c, d$  são parâmetros que dependem de quantidades físicas como temperatura e pressão. No líquido de Fermi ferromagnético, caso que trataremos no presente trabalho, assumir  $\sigma_0$  (magnetização) cada vez menor é bastante razoável, pois, a magnetização é fraca nas proximidades do ponto de transição (ver seção 4.1). Temos que

$$a = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_0} = 0 \quad \text{e} \quad b = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \sigma_0^2} > 0, \quad (3.9)$$

são as condições de estabilidade que minimizam  $\Omega(\sigma_0)$ . Estas condições, combinadas com (3.8) permitem determinar o parâmetro  $\sigma_0$  no equilíbrio termodinâmico. Como já mencionado, para  $T > T_c$ ,  $\sigma_0 = 0$  a fase possui mais simetrias e isso requer que  $b > 0$ . Para  $T < T_c$ ,  $\sigma_0 \neq 0$ , a fase possui menos simetrias e  $b < 0$ . Entretanto, no ponto de transição,  $T = T_c$  e  $b = 0$ .

Se o ponto de transição de fase é um ponto de estabilidade, então as condições

$$b(T_c) = \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \sigma_0^2} \right)_{\sigma_0=0} = 0, \quad c(T_c) = \left( \frac{\partial^3 \Omega}{\partial \sigma_0^3} \right)_{\sigma_0=0} = 0 \quad \text{e} \quad d(T_c) = \left( \frac{\partial^4 \Omega}{\partial \sigma_0^4} \right)_{\sigma_0=0} > 0 \quad (3.10)$$

devem ser satisfeitas.

Assumindo a mesma possibilidade da quebra de simetria para  $\sigma_0$  e  $-\sigma_0$ , o termo ao cubo em (3.8) anula-se (o que requer isotropia do sistema) e considerando,

$$a = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_0} = 0,$$

$$\Omega(\sigma_0) = \Omega_0 + b\sigma_0^2 + d\sigma_0^4 + \dots \quad (3.11)$$

é a expansão resultante.

Negligenciando os termos de ordem mais alta em (3.11), encontra-se a equação de estado

$$\sigma_0(b + 2d\sigma_0^2) = 0, \quad (3.12)$$

onde

$$\sigma_0 = \begin{cases} 0 & T > T_c \\ \pm \left( \frac{-b}{2d} \right)^{1/2} & T < T_c \end{cases} \quad (3.13)$$

são as soluções. Podemos assim, determinar o parâmetro de ordem em termos das quantidades físicas das quais o sistema depende. Note que se  $T > T_c$  e  $\sigma_0 = 0$ , a fase é estável, mas se  $T < T_c$  e  $\sigma_0 = 0$ , temos uma instabilidade e o ponto crítico corresponde a um máximo da energia livre e somente a solução não-nula em (3.13) é estável, o que corresponde ao aparecimento da fase ordenada, ou seja, com menos simetrias. A figura 6 ilustra o aparecimento dos mínimos da fase de menos simetria quando se atravessa o ponto crítico. Tal figura é o conhecido chapéu mexicano ao qual se pode associar uma oscilação de amplitude e outra de fase (ver seção 4.2).



**Figura 6 – Representação esquemática da energia livre como função do parâmetro de ordem a)  $T > T_c$  antes da ocorrência da transição b)  $T < T_c$ , depois da ocorrência da transição.**

Suponhamos agora que o parâmetro de ordem seja complexo, ou seja,

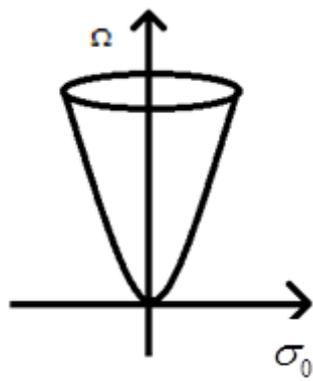
$$\sigma_0 = |\sigma_0| e^{i\theta}. \quad (3.14)$$

Parâmetros de ordem complexos descrevem o surgimento de ondas macroscópicas devido à quebra de simetria que ocorre durante uma transição de fase. Tomando a equação (3.14), temos que os resultados (3.13) continuam válidos. Para  $T > T_c$ ,  $\sigma_0 = 0$ ,  $\theta$  pode assumir qualquer valor e a simetria permanece inalterada. Quando  $T < T_c$  e  $\sigma_0 \neq 0$ ,  $\theta$  assume um valor específico (a fase não pode assumir valores ambíguos) e como resultado a simetria é quebrada. Porém, seja a transformação:

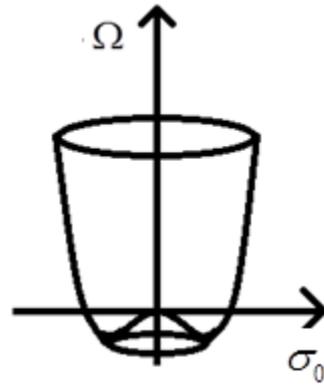
$$\sigma_0 \rightarrow \sigma_0' = |\sigma_0| e^{i\theta'}, \quad (3.15)$$

onde  $\theta'$  é uma fase adicional. Temos que a expansão da energia livre não se altera. A transformação (3.15) corresponde a uma rotação no plano complexo e leva estados ordenados a estados ordenados diferentes, porém, com mesma energia livre (figura 7). Estes estados são, portanto degenerados e a simetria se quebra espontaneamente.

Como podemos notar na figura 7 – (b), o mínimo da energia livre em relação ao parâmetro de ordem é um círculo. Cada ponto do círculo é um estado ordenado porém todos possuem a mesma energia livre. A onda macroscópica propagante gerada pela quebra espontânea de simetria é o conhecido modo propagante de Nambu-Goldstone.



(a)



(b)

Figura 7 – Representação esquemática da energia livre como função do parâmetro de ordem complexo nas proximidades do ponto de transição. (a)  $T > T_c$  (b)  $T < T_c$ .

## Capítulo 4 – O líquido de Fermi ferromagnético

A teoria de líquido de Fermi de Landau foi pela primeira vez utilizada para descrever sistemas ferromagnéticos itinerantes, por Abrikosov e Dzyaloshinskii [3]. Posteriormente, Dzyaloshinskii e Kondratenko [23] realizaram uma formulação microscópica da teoria de líquidos de Fermi ferromagnética (FFLT – sigla em inglês para ferromagnetic Fermi liquid theory –). Bedell e Blagoev [4] generalizaram a FFLT de Abrikosov e Dzyaloshinskii considerando parâmetros de Landau de maior ordem. A generalização de Bedell e Blagoev tem levado a descoberta de modos coletivos devido às instabilidades geradas na superfície de Fermi quando se considera a  $l$ -ésima projeção da interação ( $l=0,1,2,3\dots$ ). Na Ref. [4], partindo dos fundamentos da FFLT para ferromagnetos itinerantes, encontraram-se dois modos propagantes: o conhecido modo de Nambu-Goldstone e um modo massivo (com gap). Yi Zhang, Bedell e Farinas [14] recentemente abordaram o modo encontrado na Ref. [4] como um modo massivo de oscilação de amplitude, ou seja, um modo massivo tipo Anderson-Higgs. A seguir, apresentaremos as condições do regime ferromagnético fraco (condição necessária para descrição de sistemas ferromagnéticos através da FFLT). Posteriormente será realizada uma abordagem de quebra de simetria e parâmetro de ordem para entender o modo massivo de Higgs no contexto do líquido de Fermi ferromagnético.

### 4.1 – Ferromagnetismo itinerante fraco

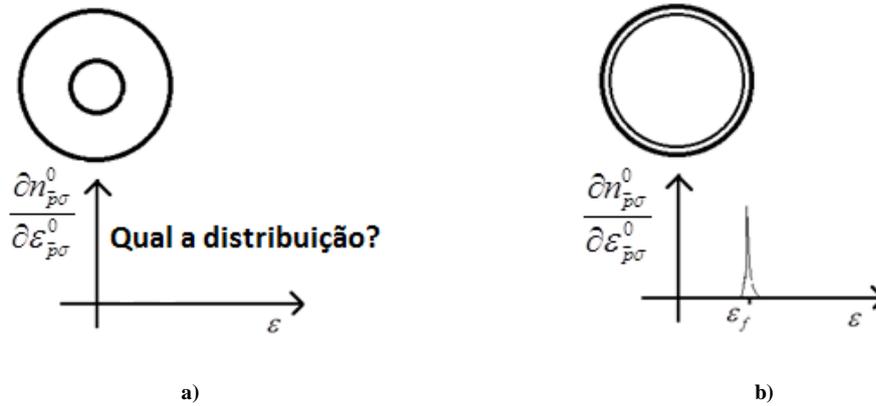
A fase ferromagnética é caracterizada por um desbalanço do número de quase-partículas que possuem spin “up” e “down”, ou seja,  $\sigma_0 = n_\uparrow - n_\downarrow$ , onde  $n = n_\uparrow + n_\downarrow$  é o número total de quase-partículas. Logo, o estudo de sistemas com uma magnetização forte, através da teoria de líquidos quânticos, torna-se de difícil tratamento pelo fato de existirem duas superfícies de Fermi: uma com spin “up” e outra com spin “down”. Assim, tanto as interações quanto os parâmetros de Landau e as velocidades das quase-partículas na superfície de Fermi ficam indefinidas, pois, não se consegue definir a energia de Fermi, ou seja, a (2.13) não permanece válida (figura 8 – (a)).

Entretanto, o ferromagnetismo fraco itinerante ocorre quando a magnetização é muito fraca. Assim, se a magnetização for uma função da temperatura e do campo magnético ( $\sigma_0 = \sigma_0(T, H)$ ), o ferromagnetismo fraco é o regime em que  $\frac{\sigma_0(0,0)}{n} \ll 1$ . Se o campo

aplicado não é muito forte, podemos admitir que  $\frac{\sigma_0(T, H)}{n} \ll 1$ , o que significa  $\frac{k_b T}{E_f} \ll 1$ .

Note que não importa temperatura em que o ferromagneto se encontre desde que seu raio de Fermi cresça proporcionalmente a esta temperatura satisfazendo a condição anterior, ou seja,  $\frac{k_b T}{E_f} \ll 1$ . Tais considerações permitem tratar os parâmetros de Landau e as velocidades como

usualmente se faz na teoria de líquido de Fermi (figura 8 – (b)).



**Figura 8 – Representação esquemática do desbalanço de spins da esfera de Fermi na fase ferromagnética. (a) Ferromagneto normal. Claramente a energia de Fermi é mal definida quando o número de quase-partículas com spin “up” torna-se muito maior que o número de quase-partículas com spin “down”. (b) Ferromagneto fraco. Apesar da fraca magnetização, a energia de Fermi ainda é bem definida.**

No líquido de Fermi, o ferromagnetismo fraco fica evidente na relação

$$\bar{\sigma}_{\vec{p}}^0 = \frac{-1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \bar{\sigma}_0$$

que é diferente de zero somente nas proximidades da superfície de Fermi,

onde a delta de Dirac definida por  $\frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0}$  não se anula. Esta relação impõe a condição do ferromagnetismo fraco ao sistema.

Alguns dos ferromagnetos fracos encontrados na literatura são:  $ZrZn_2$ ,  $Sc_3In$ ,  $MnSi$ . Espera-se verificar o modo propagante tipo Anderson-Higgs através de resultados experimentais em espalhamento de nêutrons realizados com o composto  $MnSi$  (Apêndice A)

#### 4.2 – Expansão da energia livre e parâmetro de ordem na FFLT

Temos que as condições de Pomeranchuk (capítulo 3), fornecem pontos de instabilidade do líquido de Fermi. Na (seção 2.1.3), vimos que existe uma instabilidade da

superfície de Fermi quando  $F_0^a \rightarrow -1$ , caso em que o líquido tem uma fase ferromagnética (condição de Stoner), ou seja, existe um desbalanço entre as populações de spins “up” e “down” levando a uma magnetização. Para solidificar esta afirmação, suponhamos, entretanto, que o regime seja o ferromagnético fraco (baixa magnetização). Isto nos leva a considerar termos de maior ordem na expansão da energia livre do sistema quando nos aproximamos do ponto de instabilidade, ou seja,

$$\Omega(\sigma_0) = \Omega_0 + a|\sigma_0| + b|\sigma_0|^2 + c|\sigma_0|^3 + d|\sigma_0|^4 + \dots, \quad (4.1)$$

onde  $\sigma_0(\vec{r}) = |\sigma_0(\vec{r})|e^{i\theta(\vec{r})}$  é a magnetização (parâmetro de ordem complexo). A adição de termos de maior ordem na energia livre garante que a magnetização seja pequena e evita a polarização completa do sistema (a magnetização, de fato, é cada vez menor quanto mais se aproxima do ponto de transição), o que romperia a hipótese do ferromagneto fraco. Devido à isotropia do líquido, a energia livre não pode ser uma função ímpar. Assim,

$$\Omega(\sigma_0) = \Omega_0 + b|\sigma_0|^2 + d|\sigma_0|^4. \quad (4.2)$$

Vimos na seção (3.2.2) que  $T < T_c$  (fase ferromagnética no líquido de Fermi),  $b < 0$  e  $d > 0$  minimiza a energia livre cuja forma do potencial é o conhecido “chapéu mexicano”.

É possível determinar os parâmetros  $b$  e  $d$  em termos dos parâmetros de Landau [24], [25]. Seja a variação da energia total do sistema

$$\delta E = \sum_{\vec{p}\sigma} \varepsilon_{\vec{p}\sigma}^0 \delta n_{\vec{p}\sigma} + \frac{1}{2} \sum_{\vec{p}\vec{p}'\sigma\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\vec{p}\sigma} \delta n_{\vec{p}'\sigma'} \quad (4.3)$$

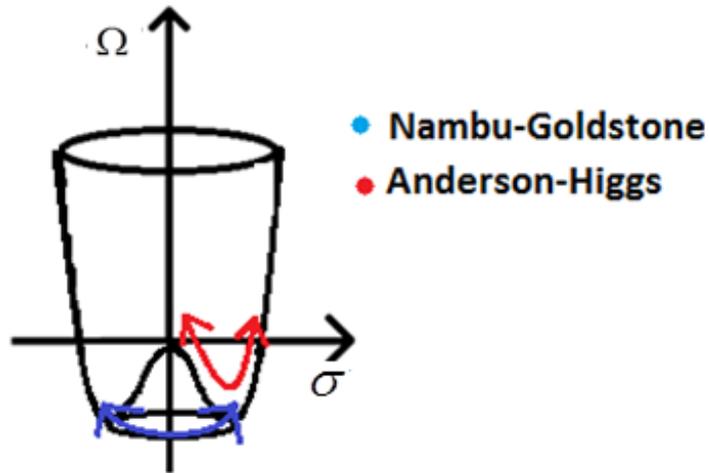
(note que a (4.3) tem a mesma forma (3.2) a menos de uma transformação de Legendre). Os parâmetros de Landau, perto do ponto crítico, podem ser expandidos até segunda ordem em termos da magnetização  $\sigma_0$  [25]. Considerando esta expansão e a (4.3), encontramos

$$\delta E = \frac{1+F_0^a}{2N(0)}|\sigma_0|^2 + g \frac{1}{(N(0))^3}|\sigma_0|^4 + \dots, \quad (4.4)$$

que possui a mesma forma que a (4.2). Assim,  $b = \frac{1+F_0^a}{2N(0)}$  e  $d = g \frac{1}{(N(0))^3} > 0$ . O mínimo da

energia do sistema para  $F_0^a < -1$  (condição de Stoner) ocorre quando  $\sigma_0 \sim |1+F_0^a|^{\frac{1}{2}}$ . Note que no limite  $F_0^a \rightarrow -1^-$  a magnetização se anula.

Também foi visto que a quebra espontânea de simetria pode gerar uma onda propagante (no caso líquido de Fermi ferromagnético, a quebra espontânea da simetria SU2 do spin pode levar à formação de ondas de spin) de oscilação de fase ou de oscilação de amplitude. O modo de oscilação de fase no qual a amplitude do parâmetro de ordem é constante e somente a fase oscila é o conhecido modo de Nambu-Goldstone (magnons no ferromagnetismo). Como a (4.4) tem a mesma forma que (3.11), os resultados da teoria de transição de fase de Landau são aplicáveis ao caso ferromagnético do líquido de Fermi. Outro modo propagante que também pode surgir da quebra espontânea de simetria é o modo de oscilação de amplitude (a fase do parâmetro de ordem é constante) caracterizado por possuir massa (gap de energia) e intitulado como modo massivo tipo Anderson-Higgs no contexto do líquido de Fermi ferromagnético [14]. A figura 9 mostra esquematicamente como as duas formas de oscilação aparecem no “chapéu mexicano”.

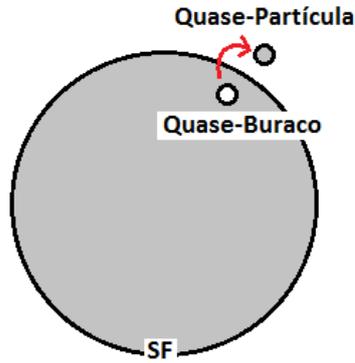


**Figura 9 – Representação esquemática dos modos propagantes devido à quebra espontânea de simetria resultante da magnetização. Em vermelho temos o modo de Anderson-Higgs e em azul o modo de Nambu-Goldstone.**

### 4.3 – Modos propagantes elementares no líquido de Fermi ferromagnético

#### 4.3.1 – O contínuo partícula-buraco

Se uma quase-partícula é excitada e se a energia de excitação for maior que  $\varepsilon_f$ , a quase-partícula se encontrará fora da superfície de Fermi (ainda que nas proximidades desta). Assim, um par quase-partícula/quase-buraco é formado (figura – 10).



**Figura 10 – Representação esquemática da excitação quase-partícula/quase-buraco nas proximidades da superfície de Fermi**

A região, no espaço  $(\omega, q)$ , na qual os pares quase-partícula/quase-buraco podem ser criados é chamada de contínuo partícula-buraco e é dada pela sua relação de dispersão cuja derivação é feita a seguir.

Consideremos

$$\vec{\sigma}_p^0 = \sigma_p^0 \hat{z} \quad \text{e} \quad \delta \vec{\sigma}_p = \delta \sigma_p^x \hat{x} + \delta \sigma_p^y \hat{y}, \quad (4.5)$$

ou seja, a variação da densidade de magnetização ocorre no plano -  $xy$ . Analogamente para o campo efetivo,

$$\vec{h}_p^0 = h_p^0 \hat{z} \quad \text{e} \quad \delta \vec{h}_p = \delta h_p^x \hat{x} + \delta h_p^y \hat{y}. \quad (4.6)$$

Utilizando (4.5), (4.6) e (2.70), depois de alguma álgebra encontra-se duas equações: uma para a componente  $\hat{x}$ ,

$$\frac{\partial \delta \sigma_{\vec{p}}^x}{\partial t} + \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_r \left[ \delta \sigma_{\vec{p}}^x - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \delta h_{\vec{p}}^x \right] = -\frac{2}{\hbar} \left( -\sigma_{\vec{p}}^0 \delta h_{\vec{p}}^y + \delta \sigma_{\vec{p}}^y h_{\vec{p}}^0 \right) + J_x', \quad (4.7)$$

e outra para a componente  $\hat{y}$ ,

$$\frac{\partial \delta \sigma_{\vec{p}}^y}{\partial t} + \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_r \left[ \delta \sigma_{\vec{p}}^y - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \delta h_{\vec{p}}^y \right] = -\frac{2}{\hbar} \left( -\sigma_{\vec{p}}^0 \delta h_{\vec{p}}^x + \delta \sigma_{\vec{p}}^x h_{\vec{p}}^0 \right) + J_y'. \quad (4.8)$$

Fazendo  $x \pm iy$ , onde  $x$  é a equação (4.7) e  $y$  a equação (4.8), temos,

$$\frac{\partial \delta \sigma_{\vec{p}}^{\pm}}{\partial t} + \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_r \left[ \delta \sigma_{\vec{p}}^{\pm} - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \delta h_{\vec{p}}^{\pm} \right] = \mp \frac{2i}{\hbar} \left( \sigma_{\vec{p}}^0 \delta h_{\vec{p}}^{\pm} - \delta \sigma_{\vec{p}}^{\pm} h_{\vec{p}}^0 \right) + J_{\pm}', \quad (4.9)$$

que é a equação de onda transversal de spin, ou seja, a oscilação é perpendicular ao vetor densidade de magnetização (a oscilação ocorre no plano -  $xy$ ).

Agora, temos que  $\sigma_{\vec{p}}^0 = \frac{-1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \sigma_0$  e  $h_{\vec{p}}^0 = -H_0 + 2 \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^a \sigma_{\vec{p}'}^0$ . Fazendo uma

transformada de Fourier em (4.9) e passando a soma a uma integral ( $\sum_{\vec{p}} \rightarrow \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}$ ),

obtemos

$$\left( \omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} \pm 2\sigma_0 f_0^a - 2H_0 \right) \delta \sigma_{\vec{p}}^{\pm} = \left( N(0) \vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} \pm 2\sigma_0 \right) \delta h_{\vec{p}}^{\pm} + J_{\pm}', \quad (4.10)$$

onde consideramos  $\hbar = 1$ .

Em  $T=0$ , o termo referente às colisões entre quase-partículas pode ser desconsiderado (regime sem colisão). Como já mencionado na seção (2.2.3),  $\delta h_{\vec{p}}^{\pm}$  é variação do campo efetivo. A variação deste termo é o responsável por haver propagação de ondas de spin. Fazendo este termo nulo ( $\delta h_{\vec{p}}^{\pm} = 0$ ), impomos ao sistema um amortecimento e a partir da relação (4.10), encontramos,

$$\omega - 2H_0 - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} \pm \frac{2\sigma_0 F_0^a}{N(0)} = 0, \quad (4.11)$$

que é a relação de dispersão para o contínuo partícula-buraco onde  $\omega$  é a frequência do contínuo,  $-2H_0$  é a frequência de Larmor e  $\sigma_0$  a densidade de magnetização.

Veremos adiante, na revisão das referências, que o contínuo partícula-buraco amortece os modos coletivos propagantes no líquido de Fermi quando estes possuem uma energia da mesma ordem de grandeza do contínuo.

#### 4.3.2 - O modo tipo Anderson-Higgs e o modo de Nambu-Goldstone na FFLT

No que se segue faremos um breve resumo dos trabalhos que contêm resultados que demonstram a existência de um modo massivo no líquido de Fermi ferromagnético além do conhecido modo de Nambu-Goldstone.

##### 4.3.2.1 - O surgimento do modo massivo na FFLT

A primeira constatação de um modo massivo no líquido de Fermi ferromagnético ocorre na Ref. [4]. O modo massivo é encontrado partindo da descrição da FFLT de um ferromagneto fraco tridimensional, onde consideram a equação cinética de spin (2.70) derivada na seção (2.2.2), e a equação dinâmica de corrente de spin,

$$\frac{\partial \vec{j}_{\vec{\sigma},i}(\vec{r},t)}{\partial t} + \frac{\partial T_{\vec{\sigma},im}}{\partial x_m} = \left[ \frac{\partial \vec{j}_{\vec{\sigma},i}}{\partial t} \right]_{prec} + \left[ \frac{\partial \vec{j}_{\vec{\sigma},i}}{\partial t} \right]_{col}, \quad (4.12)$$

onde  $\vec{j}_{\vec{\sigma},i}$  é a densidade de corrente de spin e  $T_{\vec{\sigma},im}$  é o tensor de stress de spin,

$$T_{\vec{\sigma},im} = 2 \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar^3)} v_{pi} v_{pm} \left( \vec{\sigma}_{\vec{p}} - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0(\vec{r})}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \vec{h}_{\vec{p}} \right). \quad (4.13)$$

A equação (4.13) pode ser obtida multiplicando (2.70) pela velocidade de quase-partícula ( $v_{pi}$ ) e integrando sob os momentos.

Assumem também

$$\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \sigma_0 \hat{z} \quad (4.14)$$

que define a magnetização fraca nas proximidades da superfície de Fermi (seção 4.1) e uma pequena variação da densidade (4.14) que ocorre devido à aplicação de um pulso magnético perpendicular à magnetização de equilíbrio. Isto gera uma pequena variação no campo magnético efetivo ( $\delta \vec{h}_{\vec{p}}$ ). Então, consideram que a variação da densidade de magnetização pode ser definida por quantidades que, devido à pequena deformação da superfície de Fermi (gerada pela ação do pulso), são expansíveis em termos de esféricos harmônicos. Logo,

$$\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \vec{v}_{\vec{p}} \quad (4.15)$$

é a variação da densidade de magnetização, onde  $\vec{v}_{\vec{p}} = \sum_{l,m} \vec{v}_{l,m} Y_l^m(\theta, \varphi)$  e

$$\delta \vec{h}_{\vec{p}} = -\delta \vec{H} + 2 \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p},\vec{p}'}^a \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}'}, \quad (4.16)$$

é a variação do campo efetivo perpendicular à direção de magnetização de equilíbrio (4.14).

Assim, tomando as projeções em esféricos harmônicos para  $l=0,1,2,\dots$  Bedell e Blagoev encontram, onde  $F_l^a = 0$  para  $l > 1$  (aproximação sem colisão),

$$\frac{\partial^2 \delta \sigma^+}{\partial t^2} \vec{j}_{\vec{\sigma},i} + c_s^2 \frac{\partial^2 \delta \sigma^+}{\partial x_i^2} - 2i\sigma_0 \left( f_0^a - \frac{f_1^a}{3} \right) \frac{\partial \delta \sigma^+}{\partial t} = 0, \quad (4.17)$$

que é a equação de onda de spin, perpendicular à densidade de magnetização (onda transversal),  $c_s^2 = \left| 1 + F_0^a \right| \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) \frac{v_f^2}{3}$  é a velocidade da onda de spin e  $v_f$  é a velocidade de

Fermi. Eles assumem então que a solução seja

$$\delta\sigma^+ = \sigma_0^+ e^{i(\vec{q}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \quad (4.18)$$

o que leva a

$$\omega_0(q) = \frac{c_s^2}{\omega_1^+} q^2 \quad \text{e} \quad \omega_1(q) = \omega_1^+ - \frac{c_s^2}{\omega_1^+} q^2, \quad (4.19)$$

que é a relação de dispersão na condição dos momentos transferidos serem pequenos. Temos que  $\omega_1^+ = 2\sigma_0 \left( F_0^a - \frac{F_1^a}{3} \right)$  é a frequência de precessão dos spins em torno da magnetização de equilíbrio.

Como podemos perceber pelas (4.19)  $\omega_0$  é o conhecido modo de Nambu-Goldstone, pois não possui gap ( $\omega_0 \rightarrow 0$  com  $q^2 \rightarrow 0$ ) e  $\omega_1$  é o modo massivo.

O trabalho de Bedell e Blagoev generalizou a FFLT formulada por A.A. Abrikosov e I.E. Dzyaloshinski, pois consideraram mais canais parciais de onda ( $l = 0, 1, 2, \dots$ ). Isto levou ao novo modo no líquido de Fermi ferromagnético (4.19).  $\omega_0 \sim q^2$  é o conhecido modo de Nambu-Goldstone e  $\omega_1^+$  é um modo massivo onde  $\omega_1(q=0) \neq 0$ . Note que o trabalho de Bedell e Blagoev não considera a presença de acoplamento campo-carga e não é encontrado o fator de estrutura dinâmico do líquido (resultados encontrados em trabalhos posteriores como veremos)

#### 4.3.2.2 - O modo massivo na presença de um campo magnético externo na FFLT

Posteriormente ao trabalho de Bedell e Blagoev, Farinas e Bedell [5] também estudaram o modo massivo, porém na presença de um campo magnético externo (consideram o acoplamento campo-carga) utilizando as linearizações (4.5) e (4.6) na resolução da equação cinética (2.76).

Em seu trabalho, enfatizam que o campo magnético externo é perpendicular à direção de propagação do vetor de onda ( $\vec{q} \perp \vec{H}_0$ ) onde  $\vec{H}_0$  é paralelo à densidade de magnetização de equilíbrio (ambos na direção  $\hat{z}$ ). Esta condição quando imposta, gera uma abertura do modo massivo que é possível ser visualizada tanto na relação de dispersão quanto

no fator de estrutura dinâmico do líquido (figuras 11 e 12) onde a relação de dispersão é obtida considerando oscilações livres ( $\delta\vec{H} = 0$ ) na resolução da (2.76).

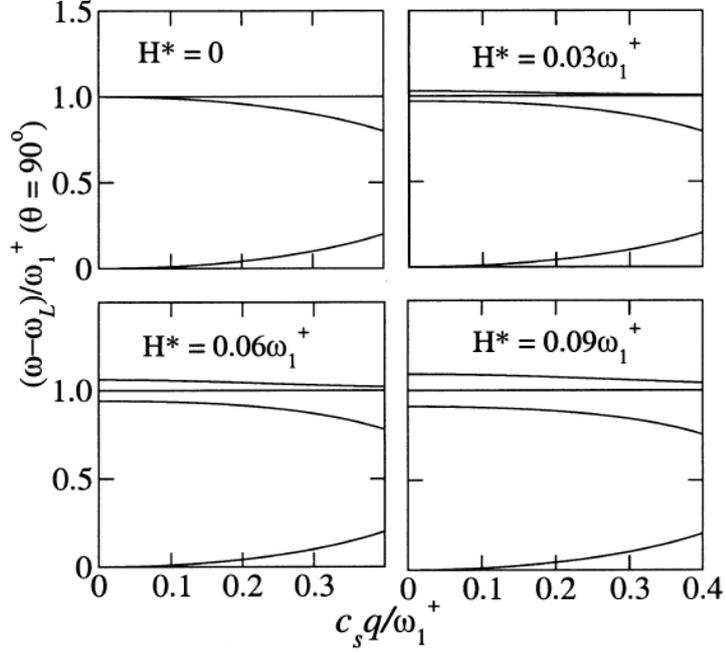


Figura 11 – Figura 1 na Ref. [5]. Relação de dispersão em  $T = 0$ .  $H^* = \frac{e|\vec{H}_0|}{m^*} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right)$

Note que na figura 11,  $\theta = \frac{\pi}{2}$  é o ângulo entre o vetor de onda  $\vec{q}$  e o campo externo  $\vec{H}_0$ ,  $m^*$  é a massa efetiva de quase-partícula e  $\omega_L$  é a frequência de Larmor. Em  $\vec{H}_0 = 0$ , não há abertura de gap. Para  $\vec{H}_0 \neq 0$ , nota-se abertura do gap que cresce conforme a intensidade do campo aumenta.

Na figura 12, observando o comportamento do fator de estrutura dinâmico em função da frequência do modo, fica evidente a abertura do gap quando  $\vec{H}_0 \neq 0$  e que a abertura não ocorre quando o acoplamento campo-carga não é considerado.

Farinas e Bedell pontuam que a abertura do modo massivo quando este se encontra na presença de um campo magnético externo pode ser relevante na observação experimental do modo massivo. Entretanto, como já mencionado, a direção do campo magnético externo é restrita a  $\theta = \frac{\pi}{2}$  em relação ao vetor de onda  $\vec{q}$ .

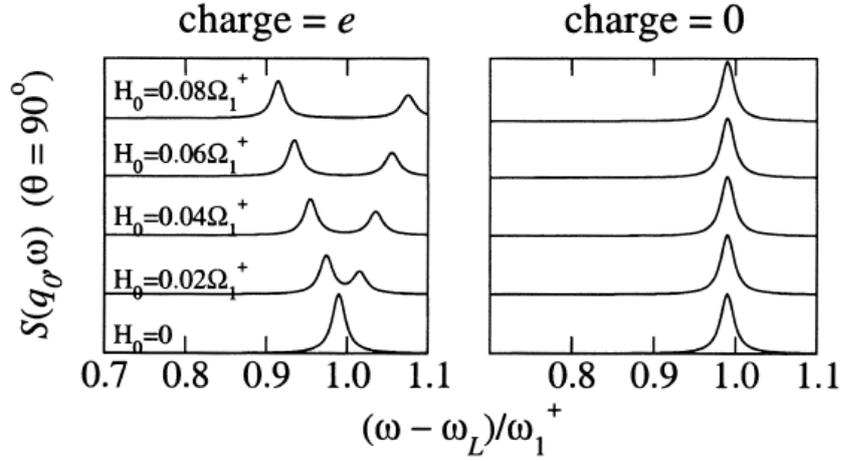


Figura 12 – Figura 2 na Ref. [5]. Espectro em unidades arbitrárias para  $\frac{c_s}{\omega_1^+} q = 0.1$ . Amplitudes são da

ordem de  $10^{-2}$  das amplitudes do modo (que não está visível) de Nambu-Goldstone que não abre na presença do campo magnético. As curvas estão transladadas verticalmente para facilitar a análise. Aqui,  $\Omega_1^+ = m^* \omega_1^+ / e \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)$  e os valores de  $\Delta H_0$  correspondem a aproximadamente  $4T$ , por exemplo, para o

*MnSi*.

O presente trabalho possibilita visualizar o comportamento do modo em relação à aplicação do campo externo em um intervalo  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , ou seja, mais abrangente que aquele considerado por Farinas e Bedell. Outro ponto relevante é que na derivação dos modos propagantes é feito um corte nas interações, ou seja, trunca-se a expansão nos parâmetros de Landau no termo  $F_1^a$  (aproximação hidrodinâmica). Esta é outra diferença entre o trabalho de Farinas e Bedell e o presente trabalho. Como será visto (seção 4.3.2.4), durante a derivação da susceptibilidade dinâmica de spin, realizou-se o truncamento nas séries de amplitude.

#### 4.3.2.3 – O modo massivo como um modo tipo Anderson-Higgs na FFLT

Recentemente Yi, Farinas e Bedell [14] reconheceram o modo massivo estudado em [4] e [5] como um modo de oscilação de amplitude quando a simetria é quebrada espontaneamente pela transição de fase onde o líquido passa da fase normal para a ferromagnética.

Partindo da descrição da FFLT do ferromagnetismo itinerante fraco e das equações usuais da teoria de líquido de Fermi derivada no capítulo 2, consideram a densidade de magnetização e a sua variação como segue

$$\vec{\sigma}_{\vec{p}} = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \sigma_0 \hat{z} \quad \text{e} \quad \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \vec{v}_{\vec{p}} \quad (4.20)$$

onde  $\vec{v}_{\vec{p}} = \sum_{l,m} \vec{v}_{l,m} P_l(\theta, \varphi)$ , e o campo molecular efetivo bem como sua variação

$$\vec{h}_{\vec{p}}^0 = -\vec{H} + 2 \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p},\vec{p}'}^a \vec{\sigma}_{\vec{p}'}^0, \quad \delta \vec{h}_{\vec{p}} = -\delta \vec{H} + 2 \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p},\vec{p}'}^a \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}'} \quad (4.21)$$

em que  $\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} = \delta \sigma_{\vec{p}}^x \hat{x} + \delta \sigma_{\vec{p}}^y \hat{y}$  e  $\delta \vec{h}_{\vec{p}} = \delta h_{\vec{p}}^x \hat{x} + \delta h_{\vec{p}}^y \hat{y}$ , ou seja, as pequenas variações da densidade de magnetização e do campo efetivo são perpendiculares à direção destas mesmas quantidades no equilíbrio. Note que as (4.20) e (4.21) são as mesmas da seção 4.3.2.1 a menos de uma expansão em termos dos polinômios de Legendre.

Primeiramente, Yi, Bedell e Farinas encontram a relação de dispersão. Como realizado nas Refs. [4] e [5] consideram modos de oscilação da magnetização como livres, ou seja,  $\vec{H} = 0$  e  $\delta \vec{H} = 0$ . A partir da equação de onda de spin (2.70), encontra-se um par de equações: uma para a direção  $\hat{x}$  e outra para a direção  $\hat{y}$ . Como já realizado em seções precedentes, temos  $a^\pm = x \pm iy$  como equação resultante, onde  $x$  representa a equação na direção  $\hat{x}$ ,  $y$  a equação na direção  $\hat{y}$  e  $a^\pm$  a equação no plano perpendicular à direção de equilíbrio. A partir de uma transformada de Fourier obtemos a equação

$$(\omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_p \pm 2\sigma_0 f_0^a) \sum_l v_l^\pm P_l(\hat{p} \cdot \hat{z}) = (N(0) \vec{q} \cdot \vec{v}_p \pm 2\sigma_0) \sum_l \frac{f_l^a}{2l+1} v_l^\pm P_l(\hat{p} \cdot \hat{z}). \quad (4.22)$$

Tomando  $l = 0, 1, 2, \dots$  na equação (4.22) e projetando cada componente de  $P_l$ , onde se considera até o termo  $F_1^a$  (aproximação hidrodinâmica) da interação, encontra-se um sistema de equações que pode ser resolvido. No limite de transferência de pequenos momentos, derivam-se as relações

$$\omega_0(q) = \frac{c_s^2}{\omega_1^+} q^2 \quad \text{e} \quad \omega_1(q) = \omega_1^+ - \frac{c_s^2}{\omega_1^+} q^2, \quad (4.23)$$

que são as mesmas (4.19). Na (4.22) denominamos como amplitudes os termos  $v_{\hat{p}}^{\pm} = \sum_l v_l^{\pm} P_l(\hat{p} \cdot \hat{z})$  que não apresentam, a priori, nenhuma restrição e poderíamos tomar quaisquer valores para  $l$  (desde que naturais). O  $l$ -ésimo termo representa uma distorção de ordem  $l$  da superfície de Fermi. Na derivação da relação de dispersão, foi realizado um corte nas amplitudes. Os resultados do trabalho [14] valem para vetores de onda maiores do que quando consideramos um corte nas interações, pois, as amplitudes carregam todas as distorções da superfície de Fermi. É possível mostrar que as distorções na superfície de Fermi de ordem  $l \geq 3$  são pequenas comparadas com distorções de ordem  $l = 2$ , ou seja,

$$qv_f \sim \left| \frac{2\sigma_0}{N(0)} \frac{v_2}{v_3} \right|. \text{ Entretanto, é razoável considerar a aproximação de regime sem colisão, onde}$$

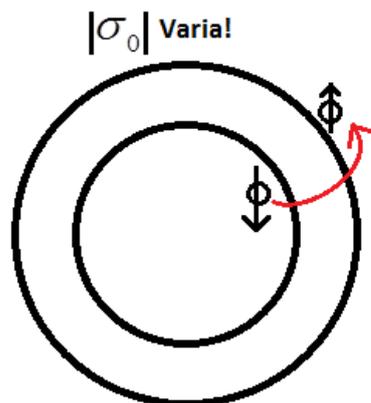
seja  $F_l^a = 0$  para  $l \geq 2$ . O presente trabalho segue a abordagem do regime sem colisão apreciado nesta referência (corte nas amplitudes), porém, se diferencia desta ao considerar a presença do acoplamento campo-carga, o que possibilita estudar a abertura do modo massivo com o incremento do campo magnético externo.

Yi, Bedell e Farinas pontuam que para o ferromagnetismo, o “modelo padrão” (em alusão ao nome utilizado em física de partículas) é o ferromagnetismo de Stoner e que pode ser caracterizado por excitações elementares.

O modo de Nambu-Goldstone é um modo de oscilação da magnetização (ou parâmetro de ordem) com módulo constante. O módulo da magnetização é a quantidade conservada associada à simetria de rotação SU(2), do sistema isotrópico. Esta simetria é quebrada espontaneamente pelo estado fundamental. Ao se fixar uma das componentes da magnetização ( $\sigma_0^z = cte$ ), apenas para ilustrar, a oscilação das outras duas componentes pode ser vista como uma “oscilação de fase”. Na expressão da energia livre (na forma de um chapéu mexicano que pode ser representado com esses dois campos), a oscilação ocorre com  $(\sigma_0^x)^2 + (\sigma_0^y)^2 = cte$ , por isso, com o vetor  $\vec{\sigma}_0$  apontando para a aba do chapéu. Na prática, a magnetização tem três componentes que podem todas oscilar sob o vínculo  $(\sigma_0^x)^2 + (\sigma_0^y)^2 + (\sigma_0^z)^2 = cte$ , o que leva a um “chapéu mexicano em três dimensões”, que não pode ser desenhado plenamente.

Quando o parâmetro  $F_1^a$  é levado em conta, além do modo de Nambu-Goldstone, temos como resultado o modo massivo. Este modo é responsável por mudar a magnitude do parâmetro de ordem ( $\sigma_0$  não é mais constante), pois spins passam de “down” para “up” (spin-flip process). A magnetização, como já mencionado, é caracterizada por um desbalanço entre as populações de spins “up” e “down” e isto define duas esferas de Fermi. O processo de virar o spin ocorre durante a flutuação em que um spin “down”, nas proximidades da superfície de Fermi de spins “down”, é invertido e pelo princípio da exclusão de Pauli deve ser realocado nas proximidades da superfície de Fermi de spins “up” como estado excitado. Este processo exige um gap de energia e altera a densidade de magnetização de equilíbrio do sistema (figura 13).

Yi, Farinas e Bedell, reconhecem esta oscilação de amplitude do parâmetro de ordem (densidade de magnetização) como um modo de amplitude de Higgs. Pontuam ainda que no ferromagnetismo de Stoner, este modo encontra-se dentro do contínuo partícula-buraco e portanto sofre amortecimento. Quando se considera o parâmetro  $F_1^a \neq 0$ , este modo torna-se propagante, ou seja,  $F_1^a$  é o responsável por retirar o modo do contínuo partícula-buraco e torna-lo coletivo (figura 14).



**Figura 13 – Representação esquemática de uma quase-partícula de spin “down” sendo virada. A quase-partícula é realocada nas proximidades da superfície de Fermi de spins “up” variando a magnetização do sistema.**

Yi Farinas e Bedell também calculam o fator de estrutura dinâmico ( $S(q, \omega)$ ) partindo da equação cinética de onda de spin (2.70), onde

$$S(q, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\chi) \quad (4.24)$$

e  $\chi = \frac{\delta\sigma}{\delta H}$  é a susceptibilidade magnética dinâmica (função resposta spin-spin) do líquido.

Ainda em [14], encontramos que

$$\frac{\chi(q, \omega)}{N(0)} = \frac{-\chi_0^+ + \frac{2\sigma_0 F_1^a}{qv_f \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)} \chi_1^+}{1 - F_0^a \chi_0^+ - \frac{\omega}{qv_f} \frac{F_1^a}{\left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)} \chi_1^+}, \quad (4.25)$$

é a susceptibilidade magnética de spin onde

$$\chi_0^+ = -\frac{1}{2qv_f} [\omega + 2\sigma_0(1 + F_0^a)] \ln \left( \frac{\omega + 2\sigma_0 F_0^a + qv_f}{\omega + 2\sigma_0 F_0^a - qv_f} \right) e$$

$$\chi_1^+ = -\frac{1}{qv_f} [\omega + 2\sigma_0(1 + F_0^a)] \left[ 1 - \frac{1}{2qv_f} (\omega + 2\sigma_0 F_0^a) \ln \left( \frac{\omega + 2\sigma_0 F_0^a + qv_f}{\omega + 2\sigma_0 F_0^a - qv_f} \right) \right],$$

cujo comportamento é mostrado na figura 14.

As figuras 12, 13 e 14 serão importantes para posterior comparação dos resultados obtidos no presente trabalho.

No trabalho de Yi, Bedell e Farinas, apesar da resolução da equação cinética ser realizada de outra maneira (corte nas amplitudes), não é considerado o acoplamento campo-carga, o campo magnético é paralelo à densidade de magnetização e ao vetor de onda ( $\vec{H}_0 \parallel \sigma_{\vec{p}}^0 \parallel \vec{q}$ ). A figura 14 mostra o pico do modo de Higgs saindo do contínuo partícula-buraco quando  $F_1^a$  é aumentado gradativamente. O modo massivo encontrado pela primeira vez em [4] é caracterizado como um modo de oscilação de amplitude e portanto como um modo tipo Anderson-Higgs.

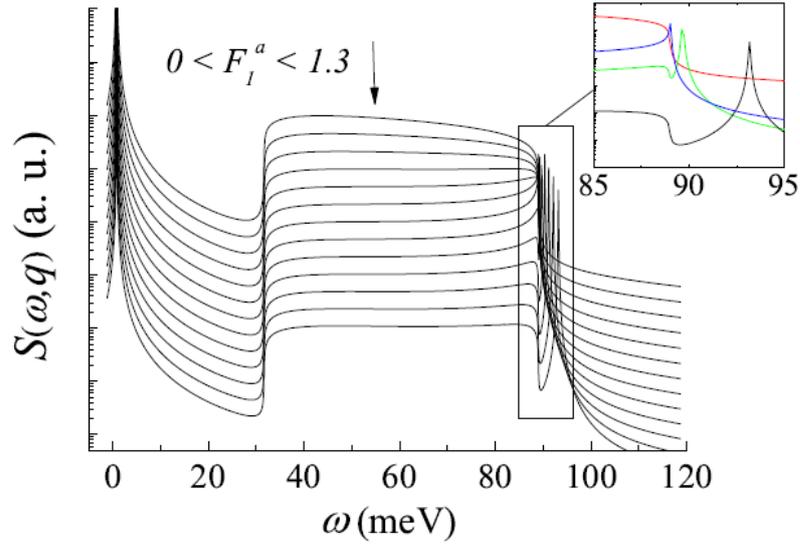


Figura 14 – Figura 2 na Ref. [14]. (Linhas coloridas) Função de estrutura dinâmica para diferentes valores de  $F_1^a$ . Quando  $F_1^a$  é ligado, o modo de Higgs sai da região do contínuo partícula-buraco (pico mais largo ao meio), enquanto o modo de Nambu-Goldstone praticamente não se altera.

#### 4.3.2.4 – Uma descrição mais abrangente do modo massivo tipo Anderson-Higgs.

No presente trabalho, partindo da descrição da FFLT para ferromagnetos fracos, onde se consideram as equações usuais do líquido de Fermi, derivamos a susceptibilidade magnética de spin quando se considera o acoplamento campo-carga. Assim, encontrou-se o fator dinâmico do líquido e foram construídos gráficos para diversas situações onde se fez uma comparação dos resultados obtidos com resultados anteriores. Também se contataram comportamentos ainda não relatados em trabalhos precedentes como a degenerescência tripla do modo massivo. A derivação da susceptibilidade magnética de spin na presença de acoplamento campo-carga é feita a seguir.

Seja então o líquido de Fermi ferromagnético usual em três dimensões onde está presente o acoplamento campo-carga. Vimos na seção 2.2.3 que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial t} + \left[ \vec{v}_{\vec{p}} \cdot \vec{\nabla}_r + e (\vec{v}_{\vec{p}} \times \vec{H}_0) \cdot \vec{\nabla}_p \right] \left[ \delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} - \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \delta \vec{h}_{\vec{p}} \right] = \\ = -\frac{2}{\hbar} \left( (\vec{\sigma}_{\vec{p}}^0 \times \delta \vec{h}_{\vec{p}}) + (\delta \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}^0) \right) + J' \end{aligned} \quad (4.26)$$

é a equação cinética que descreve ondas de spin para situação que existe o acoplamento. Devemos ter em mente as linearizações (2.64), (2.65) e (2.66) onde consideramos um pulso

externo provocado pelo campo magnético que leva a uma pequena variação na densidade de magnetização e então a uma pequena variação no campo molecular. Como nos trabalhos anteriores ([4], [5] e [14]),

$$\vec{\sigma}_{\bar{p}} = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \sigma_0 \hat{z} \quad \text{e} \quad \delta \vec{\sigma}_{\bar{p}} = -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \vec{v}_{\bar{p}} \quad (4.27)$$

são, respectivamente, a densidade de magnetização e a sua variação onde  $\vec{v}_{\bar{p}} = \sum_{l,m} \vec{v}_{l,m} Y_l^m(\theta, \varphi)$  são as amplitudes e

$$\vec{h}_{\bar{p}}^0 = -\vec{H} + 2 \sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p},\bar{p}'}^a \vec{\sigma}_{\bar{p}'}^0 \quad \text{e} \quad \delta \vec{h}_{\bar{p}} = -\delta \vec{H} + 2 \sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p},\bar{p}'}^a \delta \vec{\sigma}_{\bar{p}'} \quad (4.28)$$

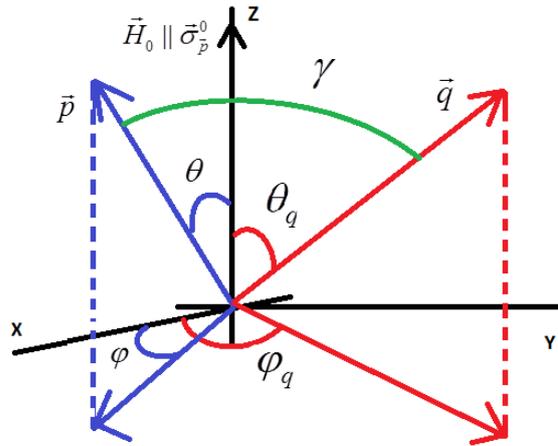
são, respectivamente, o campo efetivo molecular e a sua variação em que  $\delta \vec{\sigma}_{\bar{p}} = \delta \sigma_{\bar{p}}^x \hat{x} + \delta \sigma_{\bar{p}}^y \hat{y}$  e  $\delta \vec{h}_{\bar{p}} = \delta h_{\bar{p}}^x \hat{x} + \delta h_{\bar{p}}^y \hat{y}$ , ou seja, a variação da densidade de magnetização e do campo efetivo são perpendiculares a suas quantidades no equilíbrio. Usando as (4.27), (4.28) e (4.26), encontramos uma equação para a direção  $\hat{x}$  e outra para a direção  $\hat{y}$ . Tomando  $a = x \pm iy$ , onde novamente,  $x$  é a equação na direção  $\hat{x}$ ,  $y$  é a equação na direção  $\hat{y}$ ,  $a$  (equação resultante) é dada por

$$\frac{\partial \delta \sigma_{\bar{p}}^{\pm}}{\partial t} + \left[ \vec{v}_{\bar{p}} \cdot \vec{\nabla}_r + e (\vec{v}_{\bar{p}} \times \vec{H}_0) \cdot \vec{\nabla}_p \right] \left[ \delta \sigma_{\bar{p}}^{\pm} - \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \delta h_{\bar{p}}^{\pm} \right] = \mp 2i \left( \sigma_{\bar{p}}^0 \delta h_{\bar{p}}^{\pm} - \delta \sigma_{\bar{p}}^{\pm} h_{\bar{p}}^0 \right). \quad (4.29)$$

Agora, vale a identidade matemática  $(\vec{v}_{\bar{p}} \times \vec{H}_0) \cdot \vec{\nabla}_p = -\frac{H_0}{m^*} \frac{\partial}{\partial \varphi}$ . Realizando uma transformada de Fourier em (4.29) e considerando que a variação na densidade de magnetização e a variação do campo molecular podem ser expandidas em termos dos harmônicos esféricos, temos,

$$\begin{aligned} & \left( \omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\bar{p}} \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a \right) \sum_{l,m} v_{l,m}^{\pm} Y_l^m(\theta, \varphi) + \frac{eH_0}{m^*} \sum_{l,m} m v_{l,m}^{\pm} Y_l^m(\theta, \varphi) = \\ & = \left( N(0) \vec{q} \cdot \vec{v}_{\bar{p}} \pm 2\sigma_0 \right) \left[ -\delta H^{\pm} + \sum_l \frac{f_l^a}{2l+1} v_{l,m}^{\pm} Y_l^m(\theta, \varphi) \right] - N(0) \frac{eH_0}{m^*} \sum_{l,m} m \frac{f_l^a}{2l+1} v_{l,m}^{\pm} Y_l^m(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (4.30)$$

A Ref. [5] pontua que a visualização da abertura do gap do modo massivo ocorre quando  $\vec{q} \perp \vec{H}_0$ . Para encontrarmos os mesmos resultados da Ref.[5] é necessário pensarmos na disposição vetorial de  $\vec{q}$ ,  $\vec{H}_0$ ,  $\vec{\sigma}_p^0$ ,  $\vec{p}$  com as mesmas restrições, ou seja, considerar  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor de onda  $\vec{q}$  e o campo externo  $\vec{H}_0$ . Como queremos ir além, relaxaremos esta condição para um ângulo qualquer no intervalo  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ . Assim, devemos pensar em uma disposição vetorial que forneça a condição da hipótese. Pelas (4.27) vemos que  $\vec{\sigma}_p^0 = \sigma_p^0 \hat{z}$  e como em trabalhos anteriores, seja  $\vec{H}_0 \parallel \vec{\sigma}_p^0$ . Definiremos como  $(\theta_q, \varphi_q)$  o par ordenado que fornece a direção de  $\vec{H}_0$  em relação à  $\vec{q}$ , onde o vetor de onda  $\vec{q}$  pode assumir qualquer direção em relação ao eixo  $\hat{z}$  e que está a uma direção  $\gamma$  do momento  $\vec{p}$ . A disposição espacial dos vetores para que possamos desenvolver as equações com segurança é como mostra a figura 15.



**Figura 15 – Esquematização da distribuição espacial dos vetores momento ( $\vec{p}$ ), vetor de onda ( $\vec{q}$ ), campo magnético externo ( $\vec{H}_0$ ) e densidade de magnetização de equilíbrio ( $\vec{\sigma}_p^0$ ).**

Ao considerar o esquema da figura 15 e a inclusão do acoplamento carga-campo, onde as variações podem ser descritas por quantidades que podem ser expandidas em termos dos harmônicos esféricos, podemos realizar um tratamento mais abrangente da equação cinética (4.29).

Tendo em mente o esquema da figura 15, vemos que o ângulo entre o momento  $\vec{p}$  (e, portanto, a velocidade de quase-partícula  $\vec{v}_p$ ) e o vetor de onda ( $\vec{q}$ ) é  $\gamma$ . Logo, podemos desenvolver o produto escalar em (4.30) tal que

$$\vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} = qv_f \cos(\gamma) = qv_f \frac{4\pi}{3} \sum_{m'=-1}^1 [Y_1^{m'}(\theta_q, \varphi_q)]^* Y_1^{m'}(\theta, \varphi), \quad (4.31)$$

onde utilizou-se o teorema da adiç3o. Usando (4.31) e (4.30) e realizando uma projeç3o em harm4nicos esf3ricos ( $Y_{l''}^{m''}(\theta, \varphi)$ ), obtemos,

$$\begin{aligned} & (\omega \mp 2\vec{H}_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a) \sum_{l,m} v_{l,m}^{\pm} \delta_{l',l} \delta_{m'',m} + \\ & -qv_f \left( \frac{4\pi}{3} \right) \sum_{m'=-1}^1 [Y_1^{m'}(\theta_q, \varphi_q)]^* \sum_{l,m} v_{l,m}^{\pm} \int Y_{l''}^{m''}(\theta, \varphi) Y_{l'}^{m'}(\theta, \varphi) Y_l^m(\theta, \varphi) d\Omega + \\ & + \frac{eH_0}{m^*} \sum_{l,m} m v_{l,m}^{\pm} \delta_{l',l} \delta_{m'',m} = \\ & = -\delta H^{\pm} N(0) qv_f \left( \frac{4\pi}{3} \right) \sum_{m'=-1}^1 [Y_1^{m'}(\theta_q, \varphi_q)]^* \delta_{l',1} \delta_{m'',m'} + \\ & \mp 2\sigma_0 (4\pi)^{1/2} \delta H^{\pm} \delta_{l'',0} \delta_{m'',0} + \\ & + N(0) qv_f \left( \frac{4\pi}{3} \right) \sum_{m'=-1}^1 [Y_1^{m'}(\theta_q, \varphi_q)]^* \sum_{l,m} \frac{f_l^a v_{l,m}^{\pm}}{2l+1} \int Y_{l''}^{m''}(\theta, \varphi) Y_{l'}^{m'}(\theta, \varphi) Y_l^m(\theta, \varphi) d\Omega + \\ & \pm 2\sigma_0 \sum_{l,m} \frac{f_l^a v_{l,m}^{\pm}}{2l+1} \delta_{l',l} \delta_{m'',m} + \\ & -N(0) \frac{eH_0}{m^*} \sum_{l,m} m \frac{f_l^a v_{l,m}^{\pm}}{2l+1} \delta_{l',l} \delta_{m'',m}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Note que aparecem harm4nicos com 3ndices  $l$ ,  $l'=1$  e  $l''$ , onde  $l, l''$ , variam de zero a infinito e que  $-l < m < l$ ,  $-1 < m' < 1$ , pois  $l'=1$  e  $-l'' < m'' < l''$ . Truncou-se a s3rie de amplitude no termo  $l''=1$  por ser uma boa aproximaç3o do regime hidrodin4mico (ver seç3o 4.3.2.3)

Em (4.32) cada valor de  $l''$  representa uma projeç3o nos harm4nicos esf3ricos. Se  $l''=0$ , temos ent3o  $m''=0$  e encontramos

$$\begin{aligned}
& (\omega \mp 2H_0) \nu_{0,0}^\pm - \frac{qv_f}{3} (4\pi)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^* \nu_{1,1}^\pm + \\
& \quad + \frac{qv_f}{3} (4\pi)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) [Y_1^0(\theta_q, \varphi_q)]^* \nu_{1,0}^\pm \\
& \quad - \frac{qv_f}{3} (4\pi)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) [Y_1^1(\theta_q, \varphi_q)]^* \nu_{1,-1}^\pm = \mp 2\sigma_0 (4\pi)^{\frac{1}{2}} \delta H^\pm. \quad (4.33)
\end{aligned}$$

$$\text{Se } l'' = 1, m'' = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ 1 \end{cases} \text{ e temos três equações. Para } l'' = 1 \text{ e } m'' = -1,$$

$$\begin{aligned}
& \left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 \left(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}\right) - \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \right) \nu_{1,-1}^\pm + \\
& \quad - qv_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^* \nu_{0,0}^\pm = \\
& \quad = -N(0)qv_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^* \delta H^\pm, \quad (4.34)
\end{aligned}$$

para  $l'' = 1$  e  $m'' = 0$ ,

$$\begin{aligned}
& \left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 \left(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}\right) \right) \nu_{1,0}^\pm + \\
& \quad - qv_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^0(\theta_q, \varphi_q)]^* \nu_{0,0}^\pm = \\
& \quad = -N(0)qv_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^0(\theta_q, \varphi_q)]^* \delta H^\pm \quad (4.35)
\end{aligned}$$

e para  $l'' = 1$  e  $m'' = 1$ ,

$$\begin{aligned}
& \left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 \left( f_0^a - \frac{f_1^a}{3} \right) + \frac{eH_0}{m^*} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) \right) \nu_{1,1}^\pm + \\
& -q\nu_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^1(\theta_q, \varphi_q)]^* \nu_{0,0}^\pm = \\
& = -N(0)q\nu_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^1(\theta_q, \varphi_q)]^* \delta H^\pm.
\end{aligned} \tag{4.36}$$

As (4.33), (4.34), (4.35) e (4.36) são importantes para obtenção da susceptibilidade dinâmica de spin, definida como

$$\chi = \frac{\delta \sigma_{\bar{p}}^\pm}{\delta H^\pm} = \frac{\nu_{0,0}^\pm}{\delta H^\pm}. \tag{4.37}$$

Reescrevendo a (4.30) como

$$\begin{aligned}
\nu_{\bar{p}}^\pm = & \frac{(N(0)\vec{q} \cdot \vec{v}_{\bar{p}} \pm 2\sigma_0)}{(\omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\bar{p}} \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a)} \left[ -\delta H^\pm + f_0^a \nu_{0,0}^\pm Y_0^0(\theta, \varphi) + \frac{f_1^a}{3} (\nu_{1,-1}^\pm Y_1^{-1}(\theta, \varphi) + \nu_{1,0}^\pm Y_1^0(\theta, \varphi) + \nu_{1,1}^\pm Y_1^1(\theta, \varphi)) \right] + \\
& - \frac{eH_0}{m^*} \frac{1}{(\omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\bar{p}} \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a)} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) (-\nu_{1,-1}^\pm Y_1^{-1}(\theta, \varphi) + \nu_{1,1}^\pm Y_1^1(\theta, \varphi)),
\end{aligned} \tag{4.38}$$

notando que  $\delta \sigma_{\bar{p}}^\pm = \sum_{\bar{p}} -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0} \nu_{\bar{p}}^\pm$ , usando as (4.34), (4.35), (4.36) e multiplicando por

$2 \sum_{\bar{p}} -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\bar{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}^0}$  de ambos os lados, obtemos

$$\chi^\pm = \frac{-(4\pi)^{\frac{1}{2}} \chi_{0,0}^\pm - \alpha \chi_{1,-1}^\pm - \Omega \chi_{1,0}^\pm - \xi \chi_{1,1}^\pm - \psi X_{1,-1}^\pm + \rho X_{1,1}^\pm}{1 - \chi_{0,0}^\pm f_0^a - \beta \chi_{1,-1}^\pm - \eta \chi_{1,0}^\pm - \tau \chi_{1,1}^\pm - \mu X_{1,-1}^\pm + \kappa X_{1,1}^\pm}, \tag{4.39}$$

que é a susceptibilidade magnética para o intervalo  $0 \leq \theta_q \leq \frac{\pi}{2}$  onde  $\theta_q$  é o angulo entre  $\vec{q}$  e

$\vec{H}_0$ , onde definimos

$$\chi_{l,m}^{\pm} = 2 \sum_{\vec{p}} -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \frac{(N(0) \vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} \pm 2\sigma_0)}{(\omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a)} Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (4.40)$$

$$X_{l,m}^{\pm} = 2 \sum_{\vec{p}} -\frac{1}{N(0)} \frac{\partial n_{\vec{p}}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}}^0} \frac{1}{(\omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{\vec{p}} \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a)} Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (4.41)$$

e as quantidades  $\alpha, \Omega, \xi, \psi, \rho, \beta, \eta, \tau, \mu$  e  $\kappa$ , são dadas por:

$$\alpha = \frac{N(0) q v_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 (f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) - \frac{eH_0}{m^*} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) \right)}, \quad (4.42)$$

$$\beta = \left( \frac{f_1^a}{3} \right) \frac{q v_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 (f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) - \frac{eH_0}{m^*} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) \right)}, \quad (4.43)$$

$$\Omega = \frac{N(0) q v_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^0(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 (f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) \right)}, \quad (4.44)$$

$$\eta = \left( \frac{f_1^a}{3} \right) \frac{q v_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^0(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left( \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 (f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) \right)}, \quad (4.45)$$

$$\xi = \left(\frac{f_1^a}{3}\right) \frac{N(0)qv_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^0(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left(\omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) + \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)\right)}, \quad (4.46)$$

$$\tau = \left(\frac{f_1^a}{3}\right) \frac{qv_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^1(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left(\omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) + \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)\right)}, \quad (4.47)$$

$$\psi = -\frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \frac{N(0)qv_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left(\omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) - \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)\right)}, \quad (4.48)$$

$$\mu = \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \frac{qv_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^{-1}(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left(\omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) - \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)\right)}, \quad (4.49)$$

$$\rho = \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \frac{N(0)qv_f \frac{4\pi}{3} [Y_1^1(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left(\omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) + \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)\right)} \quad e \quad (4.50)$$

$$k = -\frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \frac{qv_f \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} (1 + F_0^a) [Y_1^1(\theta_q, \varphi_q)]^*}{\left(\omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0(f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) + \frac{eH_0}{m^*} \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right)\right)} \quad (4.51)$$

Agora, integrando as (4.40) e (4.41) sob os momentos, obtemos

$$\begin{aligned} \chi_{l,m}^{\pm} = \frac{3}{16\pi^2} \left\{ N(0) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{b}{a} \right)^{n+1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \left[ \sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta) \right] \sin(\theta) Y_l^m(\theta, \varphi) d\theta + \right. \\ \left. + \frac{2\sigma_0}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{b}{a} \right)^{n+1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \left[ \sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta) \right] Y_l^m(\theta, \varphi) d\theta \right\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

e

$$X_{l,m}^{\pm} = \frac{3}{16\pi^2} \frac{1}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{b}{a} \right)^{n+1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \left[ \sin(\theta_q) \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi_q) + \cos(\theta_q) \cos(\theta) \right] \sin(\theta) Y_l^m(\theta, \varphi) d\theta, \quad (4.53)$$

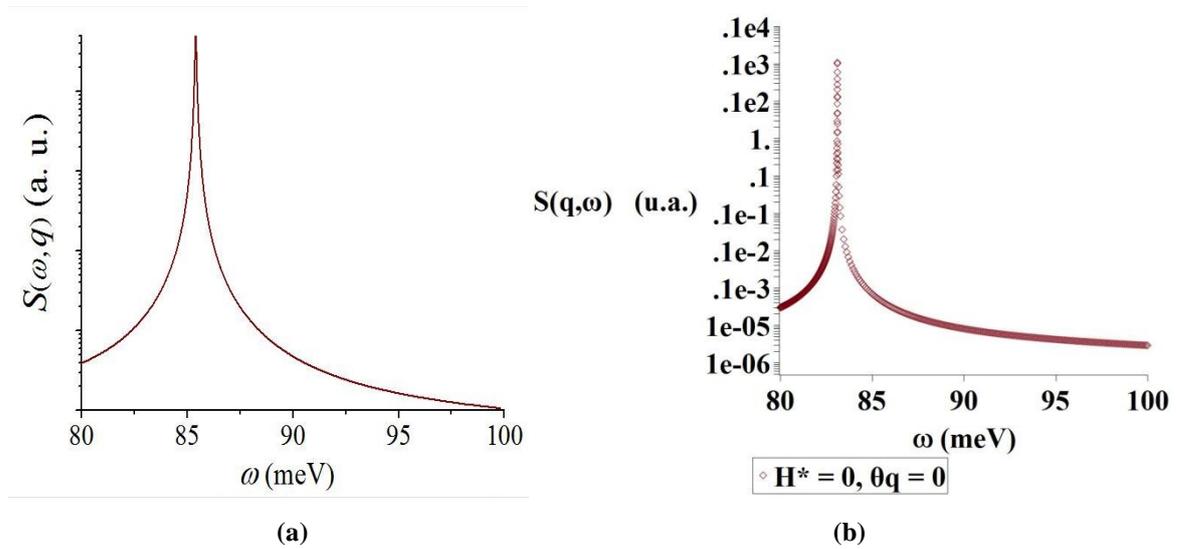
onde  $a = \omega \mp 2H_0 \pm 2\sigma_0 f_0^a$  e  $b = \frac{3}{4\pi} qv_f$ . Assim, a função resposta spin-spin fica bem definida e podemos encontrar o fator de estrutura dinâmico (4.24).

A figura 16 mostra o fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  na faixa do espectro do pico de Anderson-Higgs (pico do modo massivo). A figura 16 – (a) é um dos casos apresentados na figura 14 (plot em preto na janela de cores) e servirá de controle dos resultados obtidos. Os parâmetros utilizados no controle são todos do *MnSi*, onde  $q = 0.05 \left( \text{\AA} \right)^{-1}$  (vetor de onda),  $v_f = 3,63 \cdot 10^4 \text{ m/s}$  (velocidade de Fermi),  $N(0) = 6,64 \cdot 10^{29} (\text{eV})^{-1} (\text{m})^{-3}$  (densidade de estados das quase-partículas),  $m^* = 39,3m_e$  ( $m^*$  é a massa efetiva e  $m_e$  é a massa do elétron) e  $M_0 = \frac{2\sigma_0}{N(0)} = 52 \text{ meV}$  (magnetização do material) e também serão considerados no presente trabalho. Pelas condições de Pomeranchuk, podemos estimar  $F_0^a = -1.16$  (próximo da instabilidade de Stoner) e, uma vez que  $F_0^a$  e  $F_1^a$  possuem uma relação direta,  $F_1^a = 1.32$ . Estes valores foram utilizados no controle e também o serão no presente trabalho.

Visando reproduzir a figura 16 – (a), consideramos  $\theta_q = 0$  e  $H = 0$  nos resultados obtidos (na descrição mais abrangente do modo massivo realizada no presente trabalho) que são as mesmas condições da Ref. [14], ou seja, não existe campo magnético

externo e o vetor de onda é paralelo à densidade de magnetização (ver fig. 15). Notamos que o pico do modo massivo do controle encontra-se aproximadamente na faixa de  $84\text{ meV}$  a  $86\text{ meV}$  enquanto que o pico obtido no presente trabalho (figura 16 – (b)) encontra-se na faixa de  $82\text{ meV}$  a  $84\text{ meV}$ , ou seja, ambos os picos estão aproximadamente na mesma faixa de frequência. A diferença de aproximadamente  $2\text{ meV}$  pode ser um problema numérico, uma vez que o fator de estrutura obtido no presente trabalho depende das aproximações em série (4.52) e (4.53), ou seja, não é um resultado exato como o obtido na Ref. [14].

A Ref. [5] menciona o fato de que não é possível visualizar uma abertura do gap de energia no espectro (abertura do modo massivo) quando o vetor de onda  $\vec{q}$  é paralelo ao campo magnético externo  $\vec{H}_0$  aplicado ao sistema. Outro “teste” do presente trabalho é verificar se, partindo da descrição mais abrangente do modo massivo, este fato é reproduzido. Para tanto, considera-se  $\theta_q = 0$ , ou seja, o vetor de onda é paralelo ao campo magnético externo aplicado e a densidade de magnetização, e aumenta-se gradativamente o valor do campo magnético aplicado a partir do zero. O resultado é mostrado na figura 17.



**Figura 16 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,**

$$H^* = \frac{eH_0}{m^*}, \theta_q = 0 \text{ e } \varphi_q = 0.$$

A figura 17 mostra, aparentemente, que quando aumentamos o valor de  $H_0$  gradativamente a partir do zero, não se nota abertura alguma do modo massivo, como previsto na Ref. [5].

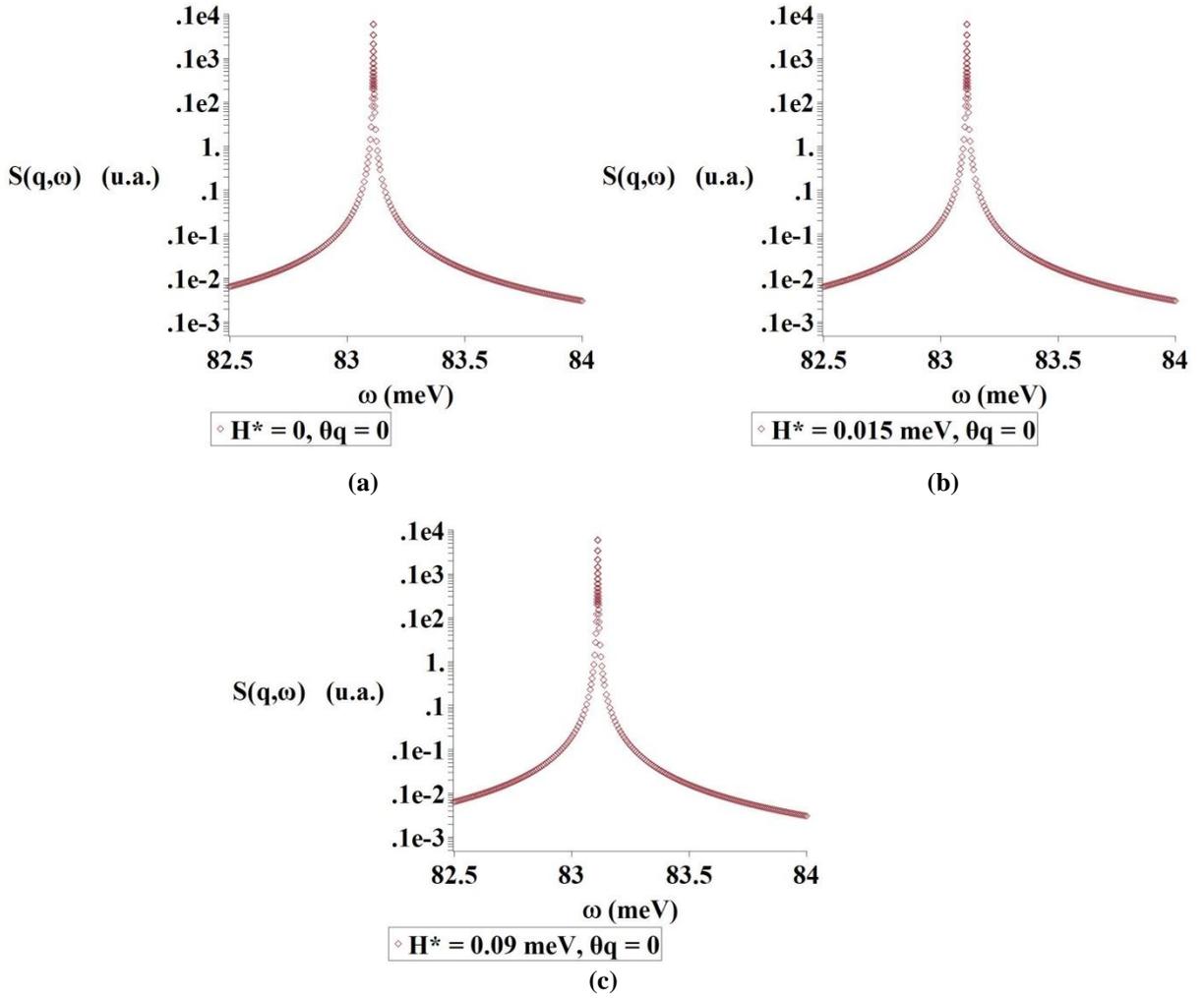
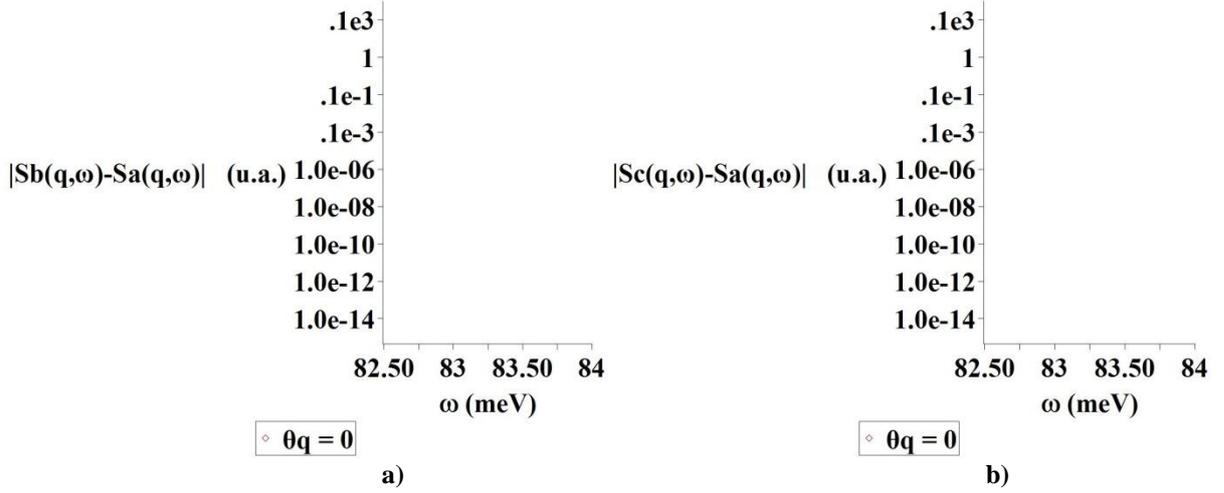


Figura 17 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,

$$H^* = \frac{eH_0}{m^*}, \theta_q = 0 \text{ e } \varphi_q = 0.$$

Entretanto, pode ser que exista uma diferença entre os espectros “escondida” por um fator de escala. Para verificar este fato, realizou-se um plot da diferença das figuras 17 – (a) e 17 – (b) e também da diferença das figuras 17 – (a) e 17 – (c). Os resultados são mostrados na figura 18 – (a) e (b) onde notamos que o plot da diferença é nulo em ambos os casos, ou seja, realmente não existe uma abertura do gap de energia na situação em que o campo aplicado é paralelo ao vetor de onda, o que concorda com as previsões da Ref. [5].



**Figura 18 – Diferença entre os fatores de estrutura dinâmicos  $S_a(q, \omega)$  e  $S_b(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_c(q, \omega)$  da figura 17 em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$  e  $\varphi_q = 0$ .**

A figura 12 deste trabalho, também presente na Ref. [5], mostra duas situações. Em ambas as situações, o vetor de onda  $\vec{q}$  é perpendicular ao campo magnético aplicado  $\vec{H}_0$ . Na primeira, existe o acoplamento campo-carga e a medida que se aumenta o campo  $\vec{H}_0$  a partir do zero, uma abertura no gap de energia (uma abertura do modo massivo) é evidenciada. Na segunda situação, não é presente o acoplamento campo-carga (a carga  $e$  da quase-partícula é considerada nula) e nota-se que apesar do campo magnético ser aumentado a partir do zero, a abertura do modo massivo não ocorre. Com a finalidade de verificar se estas situações são reproduzidas a partir dos resultados obtidos no presente trabalho, consideramos  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ , ou seja, se escolhe o vetor de onda perpendicular ao campo magnético aplicado e aumenta-se o valor deste gradativamente a partir do zero. Os resultados para o fator de estrutura dinâmico são mostrados nas figuras 19 e 20. O valor  $H^* = 0.015 meV$  corresponde a um campo magnético de aproximadamente  $5T$ . Este valor pode ser alcançado por experimentos (como do Apêndice A) e corresponde, como observado na figura 19 – (b), ao campo magnético necessário para que o gap de energia do espectro comece a abrir. Notamos ainda uma continuidade na abertura do modo massivo, ou seja, quanto mais intenso o campo fica, mais o gap abre. Isso fica evidente na figura 19, onde se extrapolou o campo fazendo  $H^* = 0.09 meV$ . Também notamos que existe uma diferença entre as alturas dos picos quando o modo massivo é aberto onde o pico esquerdo é mais alto que o direito. Este comportamento também é presente na figura 12. Apesar de evidenciarmos esta “anisotropia” referente aos picos, não é entendido o porquê dela ocorrer. A Ref. [5] também não menciona nada acerca da

anisotropia da abertura do modo massivo que também pode ser notado na figura 12. Mesmo a abertura do gap de energia não é algo completamente entendido. A Ref. [5] realiza uma analogia com o efeito Zeeman sugerida já no título do artigo, pois existem duas populações de spins (“up” e “down”) influenciadas por um campo magnético externo. Entretanto é necessário um tratamento mais qualitativo do problema uma vez que a origem do fenômeno pode ser outra. Na sequência, veremos que os resultados do presente trabalho, indica que a abertura do gap pode não ser do mesmo tipo que o efeito Zeeman. Através da figura 19 verificamos a primeira situação da figura 12, ou seja, o gap de energia abre conforme o campo magnético tem seu valor aumentado a partir do zero.

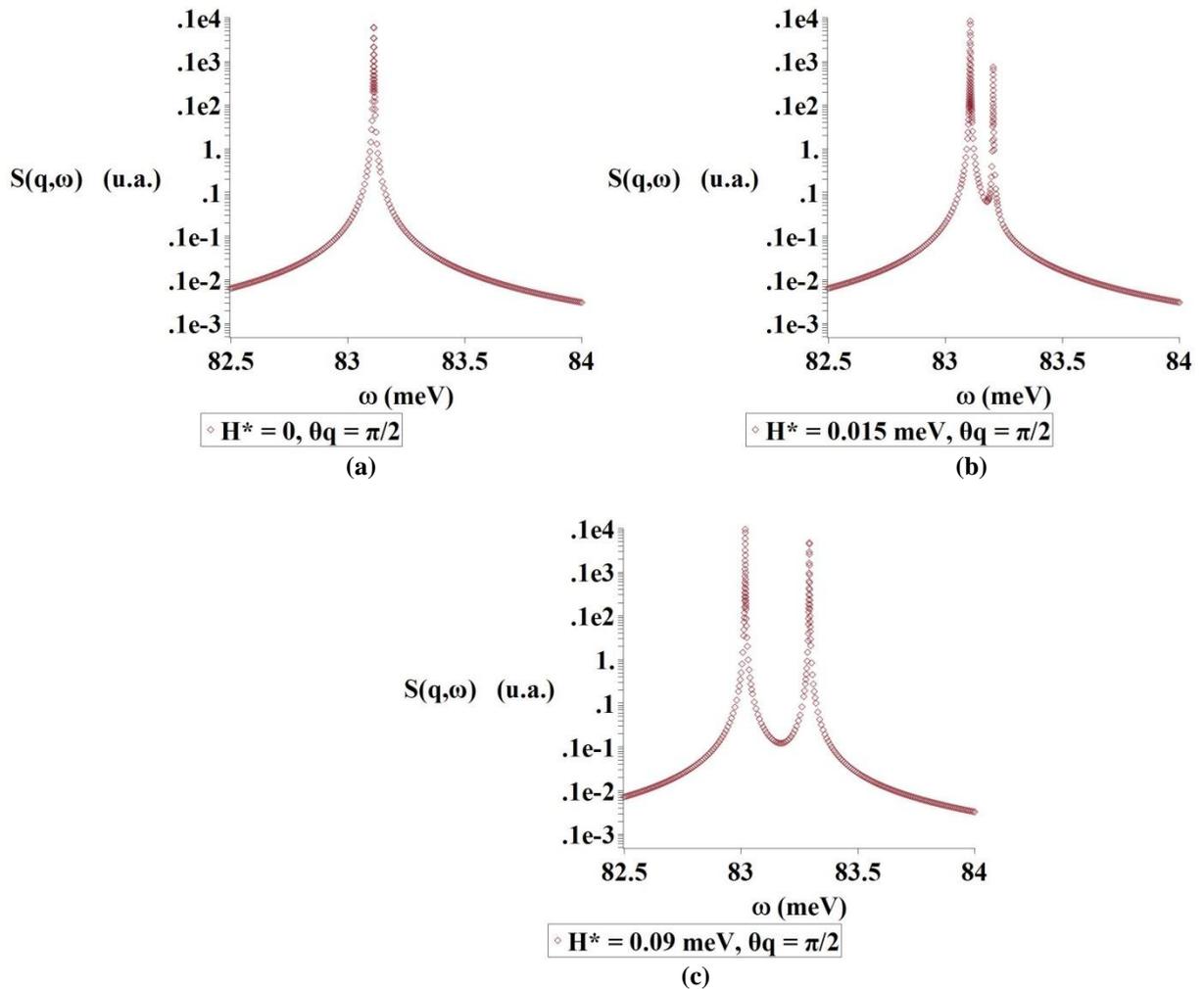
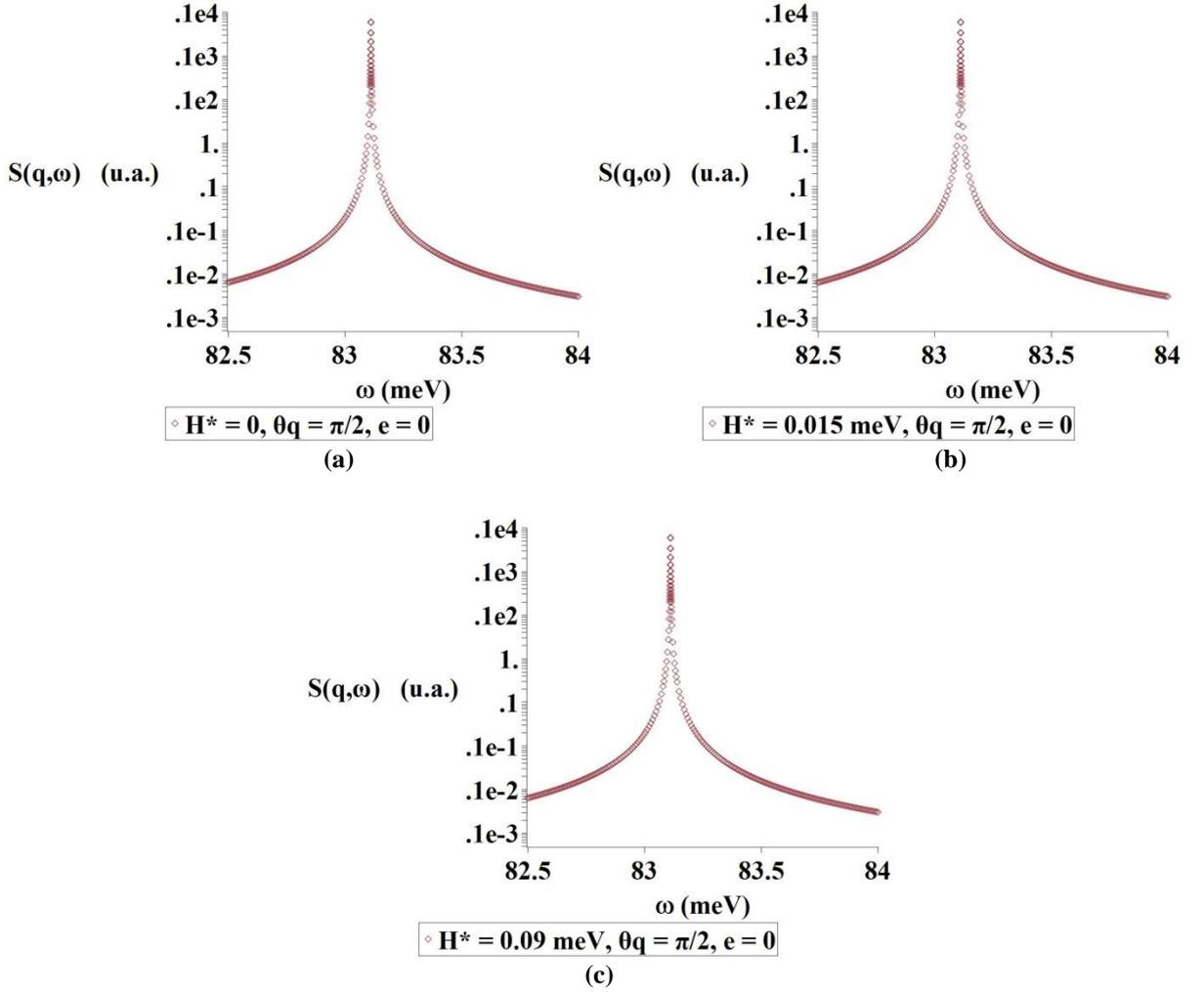


Figura 19 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,

$$\theta_q = \frac{\pi}{2}, \varphi_q = 0. \text{ a) } H^* = 0. \text{ b) } H^* = 0.015 \text{ meV}. \text{ c) } H^* = 0.09 \text{ meV}.$$

A segunda situação da figura 12 encontra-se na figura 20 onde consideramos a carga da quase partícula nula (não há acoplamento campo-carga) e o vetor de onda  $\vec{q}$  é

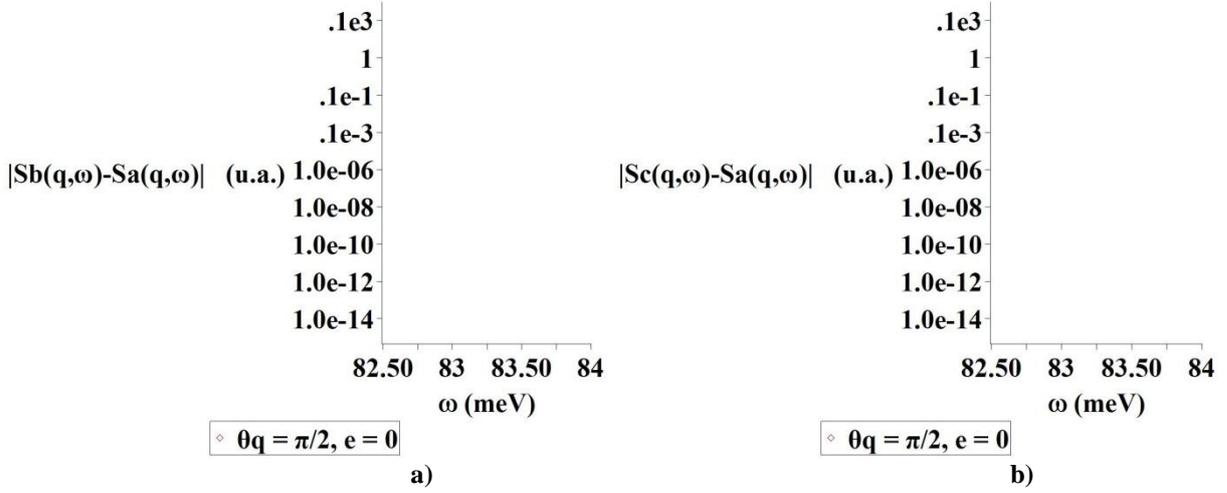
perpendicular ao campo magnético  $\vec{H}_0$ , ou seja,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ . Assim como na figura 19, aumentamos gradativamente o valor do campo externo a partir do zero assumindo os valores  $H^* = 0.015 \text{ meV}$  (que corresponde ao campo de  $5T$ ) e  $H^* = 0.09 \text{ meV}$ . Aparentemente (pois este efeito pode estar “escondido” devido um fator de escala), não ocorre abertura do gap quando é ausente o acoplamento campo-carga.



**Figura 20** – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$ , em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_q = 0$  e  $e = 0$  (a carga da quase-partícula é nula). a)  $H^* = 0$ . b)  $H^* = 0.015 \text{ meV}$ .  
c)  $H^* = 0.09 \text{ meV}$ .

A fim de verificar se a escala “esconde” uma mudança do fator de estrutura dinâmico quando aumentamos o valor do campo magnético externo a partir do zero, foi realizado um plot da diferença das figuras 20 – (a) e 20 – (b) e das figuras 20 – (a) e 20 – (c), visualizado na figura 21, evidenciando que, apesar de aumentarmos o valor do campo

magnético aplicado a partir do zero, realmente não ocorre abertura do gap quando é ausente o acoplamento campo-carga.



**Figura 21 – Diferença entre os fatores de estrutura dinâmicos  $S_a(q, \omega)$  e  $S_b(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_c(q, \omega)$  da figura 20 em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,  $H^* = \frac{eH_0}{m^*}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_q = 0$  e  $e = 0$ .**

Pelas figuras 20 e 21, vemos que, ao partir das considerações do presente trabalho, a segunda situação da figura 12 também é reproduzida.

A figura 22 é obtida explorando a descrição mais abrangente do modo massivo, onde relaxamos a direção do vetor de onda em relação ao campo magnético aplicado. Adotou-se  $H^* = 0.09 \text{ meV}$  e  $\theta_q = 0$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{6}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{3}$  e  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ , ou seja, foram considerados valores intermediários aos da Ref. [5] para o ângulo entre o vetor de onda e o campo. Como podemos observar, existe uma degenerescência tripla que surge quando ângulos intermediários são considerados. Este resultado é inédito (ainda não havia sido observado em referências anteriores). Analisando a diferença entre as figuras 22 – (a), (b), (c), (d) e (e), neste sentido, vemos que o pico central diminui enquanto os dois externos aumentam, o que sugere a existência de uma regra de soma da abertura do pico do modo massivo, ou seja, o número total de spins e, portanto de quase-partícula do sistema não varia. Apesar de termos evidenciado a degenerescência tripla também não entendemos o porquê dela ocorrer quando variamos a direção do vetor de onda em relação ao campo magnético aplicado ao sistema.

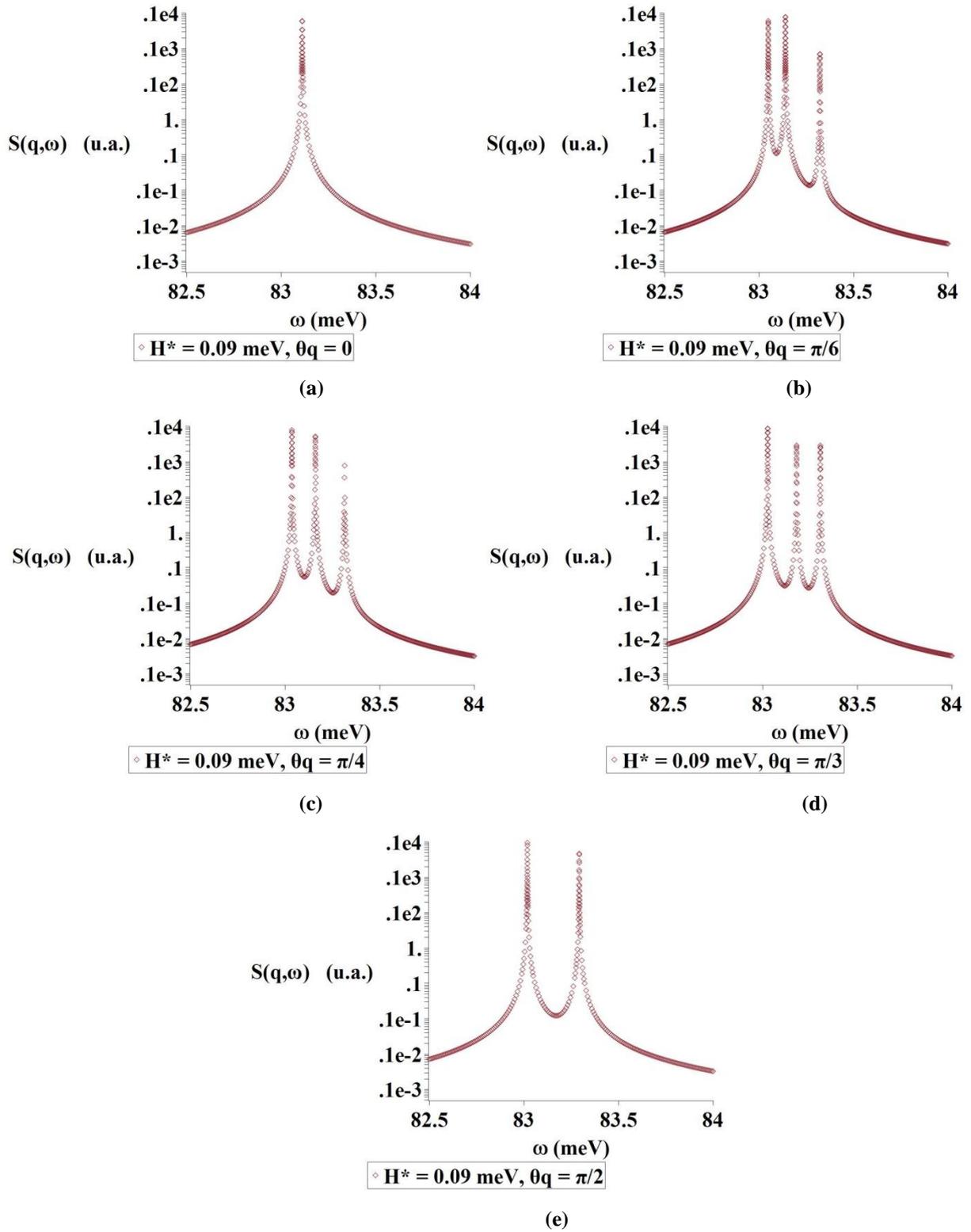


Figura 22 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,

$$H^* = 0.09 \text{ meV}, \varphi_q = 0. \text{ a) } \theta_q = 0. \text{ b) } \theta_q = \frac{\pi}{6}. \text{ c) } \theta_q = \frac{\pi}{4}. \text{ d) } \theta_q = \frac{\pi}{3}. \text{ e) } \theta_q = \frac{\pi}{2}.$$

A degenerescência tripla é uma evidência de que o fenômeno da abertura do gap de energia não é do mesmo tipo do efeito Zeeman já que neste a degenerescência tripla não ocorre. Uma expansão em série de Taylor, das equações encontradas no presente trabalho, em torno de  $H_0 = 0$  e  $\theta_q = 0$  pode fornecer um entendimento melhor da abertura do gap do modo massivo.

Na Ref. [5] e no presente trabalho, constatou-se que quando não é presente o campo magnético externo (e portanto o acoplamento campo-carga), o modo massivo não sofre abertura quando se considera o vetor de onda paralelo a densidade de magnetização. Na figura 23, analisamos não só os dois casos extremos da Ref. [5] como também verificamos se a abertura do gap deixa de ocorrer em valores intermediários entre 0 e  $\frac{\pi}{2}$ . Assim, figura 23 é obtida partindo da descrição mais abrangente do modo massivo onde consideramos  $H^* = 0$  e variamos o ângulo entre o vetor de onda e a densidade de magnetização fazendo  $\theta_q = 0$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{6}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta_q = \frac{\pi}{3}$  e  $\theta_q = \frac{\pi}{2}$ . Aparentemente, o comportamento do fator de estrutura dinâmico também não se altera quando variamos a direção o vetor de onda em relação à densidade de magnetização. Entretanto, este pode ser um efeito “escondido” pela escala. Para verificar se o comportamento do fator de estrutura dinâmico realmente não se altera, realizaram-se as diferenças entre as figuras 23 – (a) e 23 – (b), 23 – (a) e 23 – (c), 23 – (a) e 23 – (d), 23 – (a) e 23 – (e). Os resultados são encontrados na figura 24.

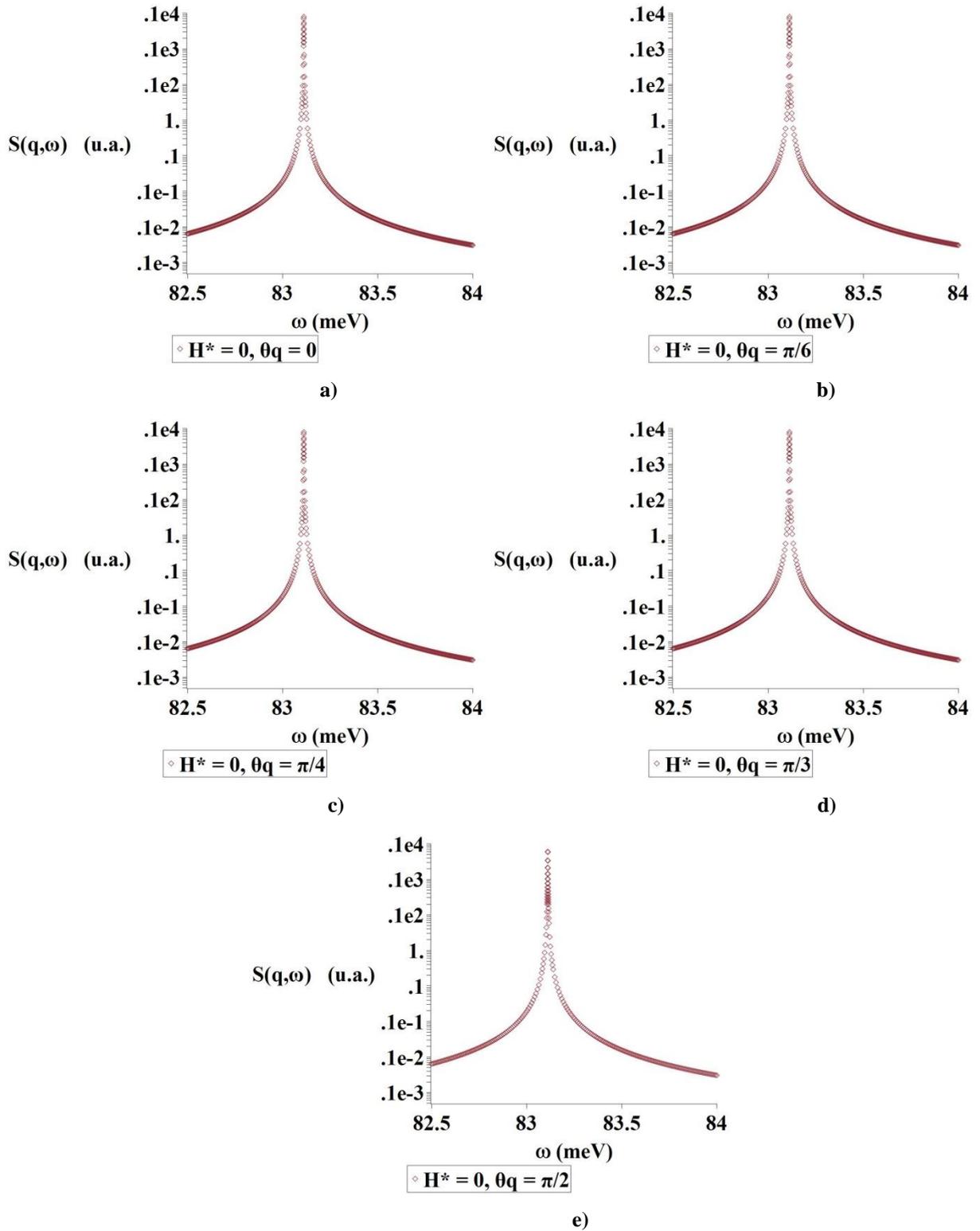
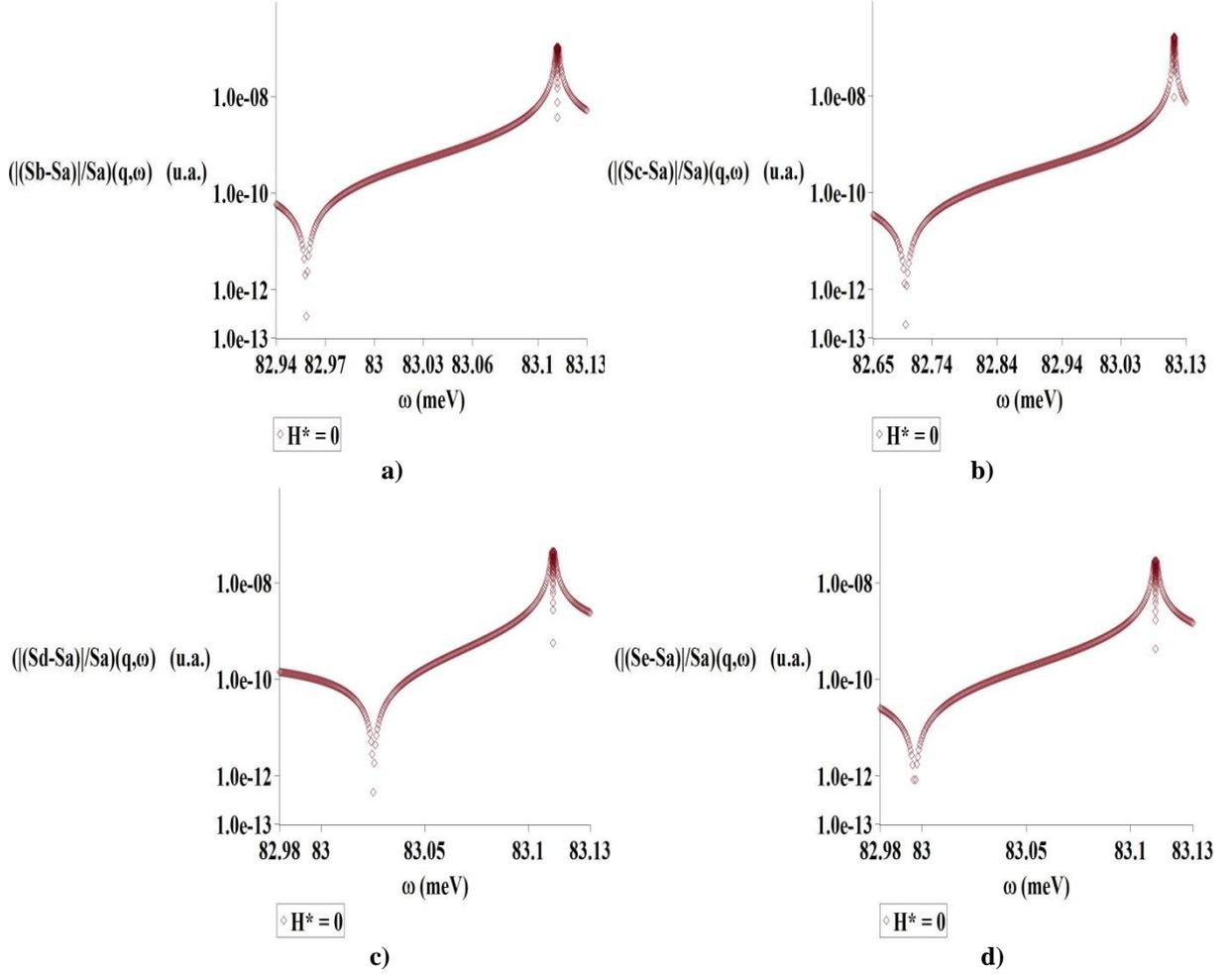


Figura 23 – Fator de estrutura dinâmico  $S(q, \omega)$  em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,

$$H^* = 0, \varphi_q = 0. \text{ a) } \theta_q = 0. \text{ b) } \theta_q = \frac{\pi}{6}. \text{ c) } \theta_q = \frac{\pi}{4}. \text{ d) } \theta_q = \frac{\pi}{3}. \text{ e) } \theta_q = \frac{\pi}{2}.$$



**Figura 24** – Diferença entre os fatores de estrutura dinâmicos  $S_a(q, \omega)$  e  $S_b(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_c(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_d(q, \omega)$ ,  $S_a(q, \omega)$  e  $S_e(q, \omega)$  da figura 23 em unidades arbitrárias onde  $F_0^a = -1.16$ ,  $F_1^a = 1.32$ ,

$$H^* = \frac{eH_0}{m^*}, \theta_q = \frac{\pi}{2} \text{ e } \varphi_q = 0.$$

Na figura 24, a diferença realizada mostra que existe uma variação do fator de estrutura quando se altera a direção do vetor de onda em relação à densidade de magnetização. Entretanto, esta variação é muito baixa, pois se encontra na faixa de  $10^{-12}$  a  $10^{-6}$  unidades arbitrárias, ou seja, bem abaixo da escala na situação onde não se considerou a diferença, que fica na faixa entre  $10^{-4}$  e  $10^2$  (ver figura 23 – (a)). Este comportamento também pode ser uma consequência da aproximação em série realizada no presente trabalho, que talvez esteja provocando algum erro numérico (justificável pela ordem de grandeza envolvida na situação em que é realizada a diferença).

## Conclusões

O objetivo inicial do trabalho era compreender e analisar os modos propagantes de Nambu-Goldstone (modo sem massa) e o modo massivo, reconhecido como modo de Higgs. Através da teoria de transições de fase de Landau, procurou-se descrever como a instabilidade no canal  $F_0^a$  (critério de Stoner para o ferromagnetismo) gera quebra espontânea de simetria e conseqüentemente modos propagantes surgem no líquido de Fermi ferromagnético. No capítulo 4, na revisão dos trabalhos, comentamos como Yi, Farinas e Bedell descrevem o modo massivo como um modo tipo Anderson-Higgs (de oscilação de amplitude). Todo o conteúdo do texto foi desenvolvido para que se conseguisse derivar um fator de estrutura dinâmico que abrangesse valores de ângulos intermediários, entre os dois extremos considerados nos trabalhos anteriores, do vetor de onda em relação ao campo magnético aplicado. A partir desta derivação, gráficos com comportamentos encontrados nas referências foram obtidos bem como o caráter mais geral do fator de estrutura possibilitou visualizar novos comportamentos como a degenerescência tripla do modo massivo. A descrição do presente trabalho pode contribuir na verificação experimental do modo massivo em espalhamento de nêutrons uma vez que a resolução do fator de estrutura permite que o campo magnético externo esteja em uma direção tal que  $0 \leq \theta_q \leq \frac{\pi}{2}$ , onde  $\theta_q$  é o ângulo entre o campo externo e o vetor de propagação da onda de spin.

## Apêndice A – Proposta experimental

Abaixo, incluímos uma cópia da proposta, elaborada pelo Prof. Stephen Wilson do Department of Physics do Boston College, e aprovada no Oak Ridge Spallation Neutron Source para o experimento que tentará detectar o modo massivo. O grupo estima que o experimento estará completo (incluindo análise dos dados tomados) até o meio de 2014.

### **Background:**

Spontaneously broken symmetries in nature often result in the appearance of two types of low energy excitations: (1) massless Goldstone bosons associated with phase fluctuations of the corresponding order parameter and (2) massive Higgs bosons associated with amplitude modes of the order parameter. Aside from the well-known search for the Higgs boson in elementary particle physics, bosonic excitations mapped to the Higgs mechanism have been identified in a number of condensed matter systems as well. These include systems manifesting charge density wave order, superconductivity, superfluid and Mott phases. In a similar vein, a recent theoretical prediction has been put forward which identifies a new magnetic mode within ferromagnetic metals as a manifestation of the Higgs mechanism [1].

In a ferromagnetic metals below the ordering temperature, fundamentally spin-1/2 quasiparticles couple into gapless  $S=1$  modes which define the precessional directions of the equilibrium magnetization. These modes comprise transverse spin waves and are the massless Goldstone excitations of the long-range ferromagnetic order. Transverse spin waves are thus the collective phase fluctuations of the order parameter, which propagate with a fixed amplitude (its equilibrium value). In the typical Stoner model, the corresponding amplitude fluctuations are gapped at  $q=0$  (Stoner gap) and are incoherent at finite momentum transfers, resulting in no collective Higgs or amplitude mode. Instead, the transverse spin waves decay into this incoherent particle-hole continuum via Landau damping. Recently, however, a more complete description of the Fermi liquid state in a ferromagnetic metal by Bedell and Blagoev using a spin hydrodynamic model and a higher order Fermi liquid parameter ( $F_1^a$ ) has predicted the presence of an additional gapped, collective, mode arising out of the particle-hole continuum in metallic ferromagnets [1,2]. This new mode is built out of amplitude fluctuations and is predicted to couple into the spin fluctuation response making it accessible to neutron scattering measurements. The core of the theoretical prediction here is that this new mode comprises the Higgs mode for a ferromagnetic metal [1] and, given the right material, is accessible to direct detection via inelastic neutron scattering.

Our theoretical collaborators have recently identified MnSi as a promising system to search for this magnetic Higgs mode [1]. While better known as a helimagnetic metal, MnSi can be easily driven into a ferromagnetic state via a modest magnetic field of  $\sim 1$ T [3], and the well-characterized electronic and magnetic parameters for this system enable an quantitative prediction for the dynamic range and scattering intensity of its corresponding Higgs mode (Fig. 1). One ambiguity remains regarding the sign of the  $F_1^a$  Fermi parameter, meaning that

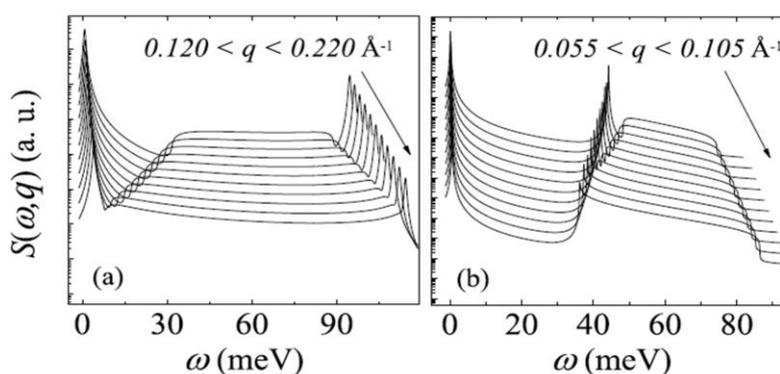


Fig. 1: Collective spin modes predicted for MnSi for two values of the  $F_1^a$  parameter, (a)  $F_1^a > 0$  and (b)  $F_1^a < 0$ . The low energy peak is the transverse spin wave (phase mode) and the high-energy peaks either just above or below the p-h continuum are the predicted collective amplitude mode.

the Higgs mode potentially resides either just above or just below the particle-hole continuum in this material---both are cases accessible via neutrons. Here we propose to utilize time-of-flight neutron scattering techniques in order to search for the predicted Higgs magnetic mode within MnSi driven into the ferromagnetic regime, and we hope to establish ferromagnetic metals as a new class of materials where the Higgs mechanism can be explored. If we are successful, we envision our results being of interest to both condensed matter and broader physics communities.

### **Proposed Experiment on SEQUOIA:**

We propose to explore the high-energy spin dynamics of MnSi within the ferromagnetic phase in search of a predicted, collective amplitude mode of the magnetic order parameter. We will utilize the same high quality crystal as that utilized in earlier experiments exploring the low energy excitations within the spiral phase with a total volume of  $12 \text{ cm}^3$  [4]. The sample will be aligned within the [H,H,L] scattering plane, mounted within a 5 T magnet, and cooled under field below  $T_c$  ( $\sim 30\text{K}$ ). A modest magnetic field of  $\sim 1\text{T}$  is all that is required to induce MnSi into the ferromagnetic regime (Fig. 2). Our search will focus on the sample cooled within the ferromagnetic phase near the magnetic zone center (110) in the energy regions of  $\Delta E \sim 40 \text{ meV}$  (just below the p-h continuum) and  $90 \text{ meV}$  (just above p-h continuum). The structure factor of this high-energy mode is predicted to build with increasing reduced  $q$ ; however the lifetime is simultaneously damped, so we will search for an optimal point slightly away from the magnetic zone center.

Time-of-flight techniques are ideal for this search for a high-energy mode, and SEQUOIA is the optimal instrument for the neutron flux and resolution in the energy-range required.

One of the challenges of this experiment is the predicted weak signal of the amplitude mode relative to the spin wave modes at lower energies. Using realistic parameters, the high energy mode is predicted to be  $\sim 10$  times weaker than the traditional magnon modes; however given the advances in both our crystal volume and the SNS neutron flux relative to previous experiments in the ferromagnetic phase [5], our preliminary estimates show that the signal should be resolvable. There are two key parameters that we can exploit to unambiguously discriminate whether we have seen the amplitude mode: (1) It should disappear immediately above  $T_c$  and (2) It should also vanish if the system enters the helimagnetic phase at zero field. Both of these metrics provide consistency checks and a means for removing phonon and background scattering, which may be large due to the necessary magnet. Due to the predicted weak signal, we request 8 days of time on SEQUOIA and the use of the 5T magnet. This experiment is part of the thesis work of Xiang Chen.

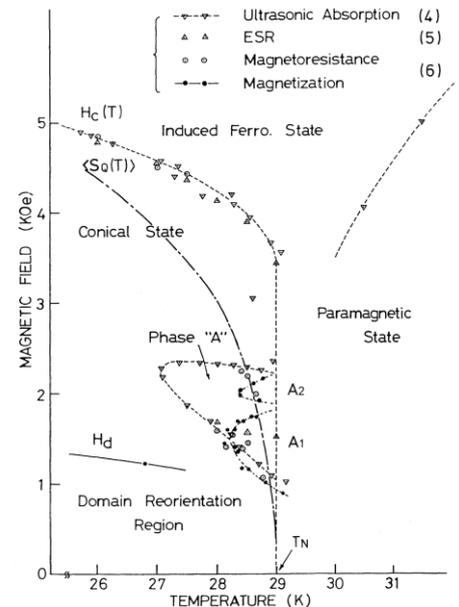


Fig. 2: Magnetic phase diagram of MnSi (Ref. 3)

- [1] Y. Zhang, P. Farinas, and K. Bedell, PRL (in review); arXiv:1305.4674
- [2] K. Bedell and K Blagoev, Phil. Mag. Lett. 81, 511 (2001).
- [3] Y. Ishikawa and M. Arai, JPSJ 53, 2726 (1984).
- [4] C. Pfleiderer et al. Phys. Rev. Lett., 99, 156406 (2007).
- [5] Y. Ishikawa et al., Phys. Rev. B. 16, 4956 (1977).

## Apêndice B – Alguns resultados úteis

I. Soma sob os spins

$$\sum_{\sigma} 1 = 2 \quad (\text{B-1})$$

$$\sum_{\sigma} \sigma = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\sum_{\sigma} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} = \sum_{\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} = 2f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \quad (\text{B.3})$$

$$\sum_{\sigma} \sigma\sigma' f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} = \sum_{\sigma'} \sigma\sigma' f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} = 2f_{\bar{p}\bar{p}'}^a \quad (\text{B.4})$$

II. Derivada da energia e da distribuição de quase-partícula em relação ao momento

Temos que a definição de velocidade de quase-partícula é

$$\frac{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial p} = \vec{v}_p = \frac{p}{m^*}, \quad (\text{B.5})$$

o que implica

$$\frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial p} = \frac{p}{m^*} \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0}. \quad (\text{B.6})$$

III. Derivada da distribuição de quase-partícula em relação a energia

$$\frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0} = -\delta(\varepsilon_{\bar{p}\sigma}^0 - \varepsilon_f) = \frac{-m^*}{p} \delta(p - p_f) \quad (\text{B.7})$$

IV. Soma sob os momentos

$$\sum_{\bar{p}'\sigma'} \frac{\partial n_{\bar{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}'\sigma'}^0} \rightarrow \sum_{\sigma'} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \delta(p' - p_f) = -\frac{m^* p_f}{2\pi\hbar^3} = -N(0) \quad (\text{B-8})$$

$$\sum_{\bar{p}'\sigma'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\bar{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}'\sigma'}^0} \rightarrow \sum_l \sum_{\sigma'} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \times \\ \times \delta(p' - p_f) f_l^{\sigma\sigma'} P_l(\cos(\theta)) = -F_0^s \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{p}'\sigma'} \sigma\sigma' f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\vec{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}'\sigma'}^0} \rightarrow \\
& \sum_l \sum_{\sigma'} \sigma\sigma' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \times \sim \\
& \quad \times \delta(p' - p_f) f_l^{\sigma\sigma'} P_l(\cos(\theta)) = -F_0^a \quad (\text{B.10})
\end{aligned}$$

Se  $\mathcal{G}_{\vec{p}'} = \sum_l \mathcal{G}_l P_l(\cos(\theta))$ , então,

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{p}'\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\vec{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}'\sigma'}^0} \nu_{\vec{p}'} \rightarrow \\
& \sum_{l'l'} \sum_{\sigma'} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \delta(p' - p_f) f_l^{\sigma\sigma'} \nu_{l'} P_l(\cos(\theta)) P_{l'}(\cos(\theta)) = \\
& \quad = -\frac{F_l^s \nu_{l'}}{2l+1} \delta_{ll'} \quad (\text{B.11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{p}'\sigma'} \sigma\sigma' f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\vec{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}'\sigma'}^0} \nu_{\vec{p}'} \rightarrow \\
& \sum_{l'l'} \sum_{\sigma'} \sigma\sigma' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \delta(p' - p_f) f_l^{\sigma\sigma'} \nu_{l'} P_l(\cos(\theta)) P_{l'}(\cos(\theta)) = \\
& \quad = -\frac{F_l^a \nu_{l'}}{2l+1} \delta_{ll'} \quad (\text{B.12})
\end{aligned}$$

Se  $\mathcal{G}_{\vec{p}'} = \sum_l \mathcal{G}_{l,m} Y_l^m(\theta, \varphi)$ , então,

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{p}'\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\vec{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{p}'\sigma'}^0} \nu_{\vec{p}'} \rightarrow \\
& \sum_{l'm'} \sum_{\sigma'} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\alpha \sin(\alpha) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \delta(p' - p_f) f_l^{\sigma\sigma'} \nu_{l',m'} P_l(\cos(\alpha)) Y_l^{m'}(\theta, \varphi),
\end{aligned}$$

onde  $\alpha$  é o angulo entre  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$ , mas, pelo teorema da adição,

$$P_l(\cos(\alpha)) = \sum_{l'=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2(l')+1} \sum_{m'=-l'}^{l'} [Y_{l'}^m(\theta'', \varphi'')]^* Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (\text{B.13})$$

então,

$$\sum_{lm'l'm'} \sum_{\sigma'} \frac{4\pi}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \varphi'')]^* \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \times$$

$$\times \delta(p' - p_f) f_l^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}'} \nu_{l'm'} Y_l^m(\theta, \varphi) Y_{l'm'}^m(\theta, \varphi) = - \sum_{lm} \frac{F_l^s \nu_{l,m'}}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \varphi'')]^* \delta_{ll'} \delta_{mm'}, \quad (\text{B.14})$$

e

$$\sum_{\bar{p}'\sigma'} \sigma \sigma' f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\sigma\sigma'} \frac{\partial n_{\bar{p}'\sigma'}^0}{\partial \varepsilon_{\bar{p}'\sigma'}^0} \nu_{\bar{p}'} \rightarrow$$

$$\sum_{lm'l'm'} \sum_{\sigma'} \sigma \sigma' \frac{4\pi}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \varphi'')]^* \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \int_0^{p_f} \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} (p')^2 \left( \frac{-m^*}{p'} \right) \times$$

$$\times \delta(p' - p_f) f_l^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}'} \nu_{l'm'} Y_l^m(\theta, \varphi) Y_{l'm'}^m(\theta, \varphi) = - \sum_{lm} \frac{F_l^a \nu_{l,m'}}{2l+1} [Y_l^m(\theta'', \varphi'')]^* \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (\text{B.15})$$

V – Integral do produto de três harmônicos esféricos [\[26\]](#)

$$\int Y_{l''}^{m''}(\theta, \varphi) Y_{l'}^{m'}(\theta, \varphi) Y_l^m(\theta, \varphi) d\Omega = (-1)^{m''} (i)^{l'-l''+l} \begin{pmatrix} l'' & l' & l \\ m'' & m' & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'' & l' & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{(2l''+1)(2l'+1)(2l+1)}{4\pi}} \quad (\text{B.16})$$

onde  $\begin{pmatrix} l'' & l' & l \\ m'' & m' & m \end{pmatrix}$  são os símbolos  $3j$  de Wigner. A integral (B.16) é nula a menos que a condição triangular seja satisfeita, ou seja,  $m = m'' + m'$  e  $|l' - l| \leq l'' \leq |l' + l|$ , ou seja, em acordo com a regra de adição de momento angular. Assim,  $l'' + l' + l$  deve ser ímpar.

## Apêndice C – Derivação do campo efetivo $\vec{h}_{\bar{p}}$

Temos que

$$n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = n_{\bar{p}}\delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{\sigma}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}, \quad (\text{C.1})$$

$$\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\bar{p}}\delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}, \quad (\text{C.2})$$

$$f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\alpha\bar{\alpha}'\bar{\alpha}'} = f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta_{\alpha\bar{\alpha}} \delta_{\alpha'\bar{\alpha}'} + \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^a, \quad (\text{C.3})$$

$$\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = \varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}^0 + \sum_{\bar{p}'\alpha'\bar{\alpha}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^{\alpha\bar{\alpha}'\bar{\alpha}'} \delta n_{\bar{p}'\alpha'\bar{\alpha}'}, \quad (\text{C.4})$$

$$n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}^0 = n_{\bar{p}}^0 \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{\sigma}_{\bar{p}}^0 \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \quad \text{e} \quad (\text{C.5})$$

$$\varepsilon_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}}^0 = \varepsilon_{\bar{p}}^0 \delta_{\alpha\bar{\alpha}} - \frac{\gamma\hbar}{2} \vec{H} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}. \quad (\text{C.6})$$

Agora, seja uma variação da equação (C.1),

$$\delta n_{\bar{p}\alpha\bar{\alpha}} = \delta n_{\bar{p}} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \delta \vec{\sigma}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \quad (\text{C.7})$$

e uma variação análoga da equação (C.2). Usando (C.3), (C.6) e (C.7) sob a equação (C.4), temos

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\bar{p}} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} &= \varepsilon_{\bar{p}}^0 \delta_{\alpha\bar{\alpha}} - \frac{\gamma\hbar}{2} \vec{H} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} + \\ &+ \sum_{\bar{p}'\alpha'\bar{\alpha}'} \left( f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta_{\alpha\bar{\alpha}} \delta_{\alpha'\bar{\alpha}'} + \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^a \right) \times (\delta n_{\bar{p}'\alpha'\bar{\alpha}'} + \delta \vec{\sigma}_{\bar{p}'} \cdot \vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'}), \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

onde os termos com índices cruzados resultantes do produto vetorial se anulam. Assim, a (C.5) fica

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\bar{p}} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} &= \varepsilon_{\bar{p}}^0 \delta_{\alpha\bar{\alpha}} - \frac{\gamma\hbar}{2} \vec{H} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} + \\ &+ \sum_{\bar{p}'\alpha'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta n_{\bar{p}'} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \sum_{\bar{p}'\alpha'\bar{\alpha}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^a (\delta \vec{\sigma}_{\bar{p}'} \cdot \vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'}) (\vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}), \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

onde

$$\sum_{\bar{p}'\alpha'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta n_{\bar{p}'} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} = 2 \sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta n_{\bar{p}'} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} \quad \text{e} \quad (\text{C.7})$$

$$\sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^a (\delta \vec{\sigma}_{\bar{p}'} \cdot \vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'}) (\vec{\tau}_{\alpha'\bar{\alpha}'} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}) = \sum_{\bar{p}'\alpha'\bar{\alpha}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^a \text{Tr}(\delta \vec{\sigma}_{\bar{p}'} \cdot \vec{\tau}) (\vec{\tau} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}). \quad (\text{C.9})$$

Entretanto,  $(\vec{A} \cdot \vec{\tau})(\vec{B} \cdot \vec{\tau}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + i(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{\tau}$  e  $Tr[(\vec{A} \cdot \vec{\tau})(\vec{B} \cdot \vec{\tau})] = 2\vec{A} \cdot \vec{B}$ . Então, obtemos

$$\varepsilon_{\bar{p}} \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \vec{h}_{\bar{p}} \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}} = \left( \varepsilon_{\bar{p}}^0 + 2 \sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^s \delta n_{\bar{p}'} \right) \delta_{\alpha\bar{\alpha}} + \left( -\frac{\gamma\hbar}{2} \vec{H} + 2 \sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p}\bar{p}'}^a \delta \vec{\sigma}_{\bar{p}'} \right) \cdot \vec{\tau}_{\alpha\bar{\alpha}}. \quad (\text{C.10})$$

## Referências

(com links ativos na versão eletrônica)

- [1] G. Baym & C. Pethick, *Landau Fermi-Liquid Theory* (Wiley, New York, 1991).
- [2] I. I. Pomeranchuk, Sov. Phys. JETP **8**, 351 (1959).
- [3] A.A. Abrikosov, I.E. Dzyaloshinski, Sov. Phys. JETP **35**, 535 (1959).
- [4] K. S. Bedell and K. B. Blagoev, Philos. Mag. Lett. **81**, 511 (2001).
- [5] P. Farinas and K. S. Bedell, Phil. Mag. B **83**, 789 (2003).
- [6] R. M. White, *Quantum Theory of Magnetism*, 3rd Ed. (Springer, New York, 2007).
- [7] E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems* (Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1991).
- [8] J. Goldstone, Nuovo Cimento **19**, 154 (1961).
- [9] J. Goldstone, A. Salam and, S. Weinberg, Phys. Rev. **127**, 965 (1962).
- [10] F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964).
- [11] P.Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).
- [12] G. Guralnik, C. Hagen and, T. Kibble, Phys. Rev. Lett. **13**, 585 (1964).
- [13] M. Endres, T.Fukuhara, D. Pekker, M. Cheneau, P. Schaub, C.Gross, E. Demler, S. Kuhr, I. Bloch, NATURE, **487**, 454 (2012).

[14] Y. Zhang, P. Farinas and, K. Bedell, Phys. Rev. Lett. arXiv:1305.4674[cond-mat.str-el] (2013).

[15] Y. Ishikawa and M. Arai, JPSJ **53**, 2726 (1984).

[16] D. Pines & P. Nozières, *The Theory of Quantum Liquids – Vol. 1* (Perseus, Cambridge, MA, 1999).

[17] J. M. Luttinger, Phys. Rev. **119**, 1153 (1960).

[18] L. D. Landau & E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics - Statistical Physics – Vol.9* (Pergamon Press, Oxford, 1980).

[19] M. Hillery, R. F. O’Connell, M. O. Scully and E. P. Wigner, PHYSICS REPORTS (Review Section of Physics Letters) **106**, No. 3 121—167. North-Holland, Amsterdam (1984).

[20] V.P. Silin, J. Exp. Theor. Phys. **33**, 1227 (1957). [Sov. Phys. JETP **6**, 945 (1958)].

[21] A. J. Legget and M. J. Rice, Phys. Rev. Lett. **18**, 586 (1968).

[22] A. J. Legget, J. Phys. C **3**, 448 (1970).

[23] I. E. Dzyaloshinskii and P. S. Kondratenko, Sov. Phys. JETP **43**, (1976).

[24] K. B. Blagoev, J. R. Engelbrecht and K. S. Bedell, Philos. Mag. Lett. **78**, 169 (1998).

[25] K.S. Bedell and C. Sanchez-Castro, Phys. Rev. Lett. **57**, 854 (1986).

[26] L.D. Landau & E.M. Lifshitz, *Quantum Mechanics – Vol3* (Pergamon Press, New York, 1965).

- [27] Y. Zhang and K. S. Bedell, Phys. Rev. B **87**, 115134 (2013); arXiv:1211.1691v1 [cond-mat.str-el] (2012).
- [28] V. Oganesyan, S. A. Kivelson and E. Fradikin, Phys. Rev. B **64**, 195109 (2001).
- [29] C. Wu and S. C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **93**, 036403 (2004).
- [30] C. Wu, K. Sun, E. Fradkin, and S. C. Zhang, Phys. Rev B **75**, 115103 (2007).
- [31] J. D. Feldmann, *Novel Itinerant Transverse Spin Waves*, (PhD. Thesis, Boston College, Boston, 2009).
- [32] P. E. F. Farinas, *New results from Landau's Fermi-Liquid Theory*, (Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1997).
- [33] B.I. Halperin and P.C. Hohenberg, Phys. Rev. **188**, 898 (1969).
- [34] R.D. Lowde, Proc. R. Soc. A **235**, 305 (1956).
- [35] P. M. Platzman & P. A. Wolf, *Waves and interactions in solid state plasmas* (Academic Press, New York and London, 1973).
- [36] F. Duan & J. Guojun, *Introduction to Condensed Matter Physics*, (World Scientific, Singapore, 2005).