

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

“ABORDAGENS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE RUÍDO POISSON”

ALUNO: André de Andrade Bindilatti
ORIENTADOR: Prof. Dr. Nelson D. A. Mascarenhas

São Carlos
Maior/2014

CAIXA POSTAL 676
FONE/FAX: (16) 3351-8233
13565-905 - SÃO CARLOS - SP
BRASIL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**ABORDAGENS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE
RUÍDO POISSON**

ANDRÉ DE ANDRADE BINDILATTI

ORIENTADORA: PROF. DR. NELSON DELFINO D'ÁVILA MASCARENHAS

São Carlos - SP
Maio/2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**ABORDAGENS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE
RUÍDO POISSON**

ANDRÉ DE ANDRADE BINDILATTI

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, área de concentração: Processamento de Imagens e Sinais.

Orientador: Dr. Nelson D. A. Mascarenhas

São Carlos - SP
Maio/2014

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

B612an Bindilatti, André de Andrade.
Abordagens não-locais para filtragem de ruído Poisson /
André de Andrade Bindilatti. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
82 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São
Carlos, 2014.

1. Processamento de imagens. 2. Restauração de
imagens. 3. *Nonlocal-means*. 4. Ruído Poisson. 5. Filtragem
de ruído. 6. Distâncias estocásticas. I. Título.

CDD: 006.42 (20^a)

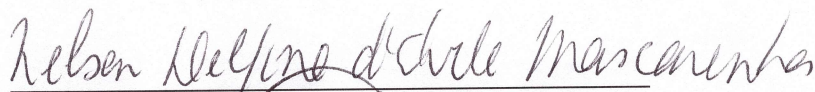
Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

**“Abordagens Não-Locais para
Filtragem de Ruído Poisson”**

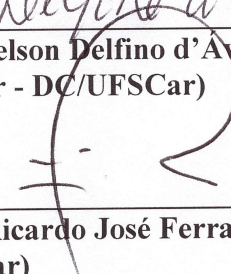
André de Andrade Bindilatti

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação

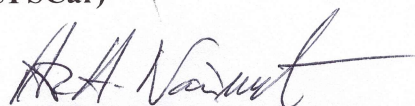
Membros da Banca:



Prof. Dr. Nelson Delfino d'Avila Mascarenhas
(Orientador - DC/UFSCar)



Prof. Dr. Ricardo José Ferrari
(DC/UFSCar)



Prof. Dr. Vitor Heloiz Nascimento
(LPS/EPUSP)

São Carlos
Maio/2014

À minha família

Gilmar, Tere e Andressa.

AGRADECIMENTO

Agradeço aos meus pais e a minha irmã pelo apoio, amizade e suporte que me foi dado durante todos esses anos, fundamental para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

Ao Professor Dr. Nelson D. A. Mascarenhas, meu orientador, pela confiança, pelo conhecimento compartilhado, pela orientação e amizade. Esses anos de trabalho têm sido uma experiência muito valorosa.

Ao Professor Dr. Marcelo A. C. Viera, pela colaboração e trabalho em conjunto no desenvolvimento dos estudos relacionados à filtragem de projeções de tomossíntese. Também agradeço aos pesquisadores Predrag R. Bakic, Andrew D. A. Maidment e Susan Ng que disponibilizaram as imagens de tomossíntese e possibilitaram a reconstrução das projeções filtradas.

Aos meus amigos Tatiana, Amandia, Mirela, Tomé, Thiago, Felipe e Augusto e a todos os outros que me acompanharam e me apoiaram durante essa etapa da minha vida, e também aos meus amigos Tassiana, Rafael, Tiago, Guilherme e Lucas que me acompanham desde outras datas e que sempre estiveram presentes.

A todos os professores que tive ao longo da vida e ao longo do mestrado, pelo conhecimento transmitido, que foi sem dúvida essencial para que eu pudesse chegar até aqui.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro durante o desenvolvimento da pesquisa.

E agradeço a Deus por tudo que me foi dado.

RESUMO

Um problema comum a aplicações como tomografia por emissão de pósitrons, imageamento por baixa exposição de raios-X, microscopia de fluorescência, astronomia ótica ou por infravermelho, dentre outras, é a degradação do sinal original por ruído Poisson. Esse problema surge em aplicações nas quais o processo de aquisição de imagem se baseia na contagem de fótons atingindo a superfície de um detector durante um dado tempo de exposição. Recentemente, um novo algoritmo para a redução de ruído em imagens, chamado *Non Local-Means* (NLM) foi proposto. O algoritmo NLM consiste em uma abordagem não-local que explora a redundância inerente da imagem para a filtragem de ruído, isto é, explora o princípio em que, em imagens naturais existem muitas regiões similares, porém, localmente disjuntas. Essa abordagem foi originalmente proposta para a redução de ruído aditivo. O objetivo deste trabalho foi estender o algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, que é dependente de sinal. Para alcançar esse propósito, divergências simétricas, também conhecidas como distâncias estocásticas, foram utilizadas como métricas de similaridade para o algoritmo NLM. Distâncias estocásticas assumem um modelo paramétrico sobre a distribuição dos dados, portanto podem acomodar diferentes modelos estocásticos de ruído. No entanto, conhecimento dos parâmetros de modelo é necessário para o cálculo das distâncias estocásticas. Neste trabalho de pesquisa, esquemas de estimativa e filtragem não-local foram considerados sobre hipótese de ruído Poisson, levando a resultados competitivos com o estado-da-arte.

Palavras-chave: Processamento de Imagens, Restauração de Imagens, Nonlocal-Means, Ruído Poisson, Filtragem de Ruído, Distâncias Estocásticas.

ABSTRACT

A common problem to applications such as positron emission tomography, low-exposure X-ray imaging, fluorescence microscopy, optical and infrared astronomy, and others, is the degradation of the original signal by Poisson Noise. This problem arises in applications in which the image acquisition process is based on counting photons reaching a detector surface during a given exposure time. Recently, a new algorithm for image denoising, called Nonlocal-Means (NLM), was proposed. The NLM algorithm consists of a nonlocal approach that explores the inherent image redundancy for denoising, that is, it explores the principle in which, in natural images, there are similar regions, yet locally disjoint. NLM was originally proposed for additive noise reduction. The goal of this work is to extend the NLM algorithm for Poisson noise filtering. To achieve this goal, symmetric divergences, also known as stochastic distances, have been applied as similarity metrics to the NLM algorithm. Stochastic distances assume a parametric model for the data distribution. Therefore they can accommodate different stochastic noise models. However, knowledge of the model parameters is necessary to calculate the stochastic distances. In this research, estimation and non-local filtering schemes were considered under Poisson noise hypothesis, leading to competitive results with the state-of-the-art.

Keywords: Image Processing, Image Restoration, Nonlocal-Means, Poisson noise, Image denoising, Stochastic distances.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Conjuntos de <i>Patches</i> Similares.....	15
Figura 2.2 – Diagrama representativo da estimativa básica do algoritmo BM3D.	23
Figura 2.3 – Diagrama representativo da estimativa final do algoritmo BM3D.	24
Figura 4.1 – Diagrama de bloco da filtragem em dois estágios.....	45
Figura 4.2 – Diagrama de blocos da filtragem iterativa.	46
Figura 4.3 – Resultados visuais obtidos com a imagem “ <i>Boat</i> ” com pico de intensidade $Q = 20$	52
Figura 4.4 – Resultados visuais obtidos com a imagem “ <i>Boat</i> ” com pico de intensidade $Q = 10$	54
Figura 4.5 – Resultados visuais obtidos com a imagem “ <i>Boat</i> ” com pico de intensidade $Q = 1$	56
Figura 4.6 – Resultados visuais obtidos com a imagem “ <i>Lena</i> ” com pico de intensidade $Q = 20$	58
Figura 4.7 – Resultados visuais obtidos com a imagem “ <i>Lena</i> ” com pico de intensidade $Q = 10$	60
Figura 4.8 – Resultados visuais obtidos com a imagem “ <i>Lena</i> ” com pico de intensidade $Q = 1$	62
Figura 4.9 – Regiões de interesse contendo a presença de agrupamentos de microcalcificações.	65
Figura A.1 – Resultado de filtragem do algoritmo NLM no domínio de Anscombe com pico de intensidade $Q = 10$	80
Figura A.2 – Resultado de filtragem do algoritmo SPNLM com pico de intensidade $Q = 10$ utilizando a distância Hellinger.	81
Figura A.3 – Resultado de filtragem do algoritmo ISPnLM com pico de intensidade $Q = 10$ utilizando a distância Bhattacharya.	81
Figura A.4 – Resultado de filtragem do algoritmo Poisson NLM com pico de intensidade $Q = 10$	82
Figura A.5 – Resultado de filtragem do algoritmo BM3D com pico de intensidade $Q = 10$	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Sumário das distâncias estocásticas para a distribuição Poisson.....	40
Tabela 2 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 20$	51
Tabela 3 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 10$	53
Tabela 4 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 1$	55
Tabela 5 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 20$	57
Tabela 6 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 10$	59
Tabela 7 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 1$	61
Tabela 8 – Valores médios de PSNR e SSIM obtidos após a filtragem das projeções de tomossíntese.....	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BM3D – *Block-Matching 3-D*

EM – *Expectation-Maximization*

FDP – *Função de Densidade de Probabilidade*

ISPNLM – *Iterative Stochastic Poisson Non-Local Means*

K-L – *Kullback-Leibler*

ML – *Maximum-Likelihood – Maxima Verossimilhança*

MSE – *Mean Square Error – Erro Quadrático Médio*

NLM – *Non-local Means*

OMP – *Orthogonal Matching Pursuit*

PSNR – *Peak Signal-to-Noise Ratio*

PURE – *Poisson Unbiased Risk Estimate*

PCA – *Principal Component Analysis*

SPNLM – *Stochastic Poisson Non-Local Means*

SSIM – *Structural Similarity index*

TV – *Total Variation*

VST – *Variance-Stabilizing Transformation – Transformada Estabilizadora de Variância*

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Contexto	1
1.2 Motivação.....	3
1.3 Objetivos	4
1.4 Modelo de Ruído Poisson	5
1.5 Técnicas de Filtragem de Ruído Poisson.....	6
1.6 Metodologia de Desenvolvimento do Trabalho	9
1.7 Organização do Trabalho	10
CAPÍTULO 2 - TÉCNICAS NÃO-LOCAIS PARA A FILTRAGEM DE RUÍDO	11
2.1 Considerações Iniciais.....	11
2.2 Abordagens Locais.....	12
2.3 O Algoritmo NLM.....	14
2.3.1 Descrição do Algoritmo	15
2.3.2 Complexidade do Algoritmo	17
2.3.3 Parâmetros.....	18
2.3.4 Métricas de similaridade.....	20
2.4 Outras Abordagens Relacionadas.....	21
2.4.1 <i>Block-Matching</i> 3-D	22
2.4.2 Estimativa não-local por máxima verossimilhança	24
2.4.3 Filtragem iterativa baseada na estimativa por ML ponderada	25
2.4.4 Poisson NLM	26
2.5 Considerações Finais.....	27
CAPÍTULO 3 - DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS	29
3.1 Considerações Iniciais.....	29
3.2 Métricas de Divergência	30
3.3 Distâncias Estocásticas.....	31
3.4 Distâncias Estocásticas para a Distribuição Poisson	33
3.4.1 Distância Kullback-Leibler	33
3.4.2 Distância Rényi	35

3.4.3 Distância Hellinger	36
3.4.4 Distância Bhattacharyya.....	37
3.5 Considerações Finais.....	38
CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA E EXPERIMENTOS.....	39
4.1 Considerações Iniciais.....	39
4.2 Filtragem Não-Local de Ruído Poisson.....	41
4.2.1 Estimador Não-Local por Máxima Verossimilhança	43
4.2.2 Estimativa iterativa	45
4.3 Avaliação dos Resultados	47
4.3.1 <i>Peak Signal-to-Noise Ratio</i> – PSNR	47
4.3.2 <i>Structural Similarity Index</i> – SSIM.....	47
4.4 Experimentos em Imagens com Ruído Simulado.....	49
4.4.1 Simulação de Ruído	50
4.4.2 Resultados obtidos com a imagem “ <i>Boat</i> ”	50
4.4.3 Resultados imagem “ <i>Lena</i> ”	57
4.5 Experimentos em <i>Phantoms</i> de Tomossíntese Mamária	63
4.5.1 Projeções Sintéticas de Tomossíntese	63
4.5.2 Resultados Experimentais.....	64
4.6 Considerações Finais.....	66
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO.....	67
5.1 Conclusões Gerais	67
5.2 Contribuições	69
5.3 Limitações	70
5.4 Lições aprendidas	71
5.5 Trabalhos Futuros	72
REFERÊNCIAS.....	74
APÊNDICE A.....	79

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Aplicações como a tomografia por emissão de pósitrons, imageamento por baixa exposição de raios-X, microscopia de fluorescência e astronomia ótica ou por infravermelho sofrem de um problema em comum: a degradação da imagem resultante por ruído Poisson. O algoritmo NLM, recentemente proposto para o modelo de ruído aditivo, busca reduzir ruído preservando pequenas estruturas, detalhes, bordas e texturas. Dado seu bom desempenho e simplicidade de implementação, o algoritmo NLM tem ganhado destaque na comunidade de processamento de imagens e sinais. O presente trabalho de pesquisa visa adaptar o algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson dependente de sinal.

1.1 Contexto

Ruído é um problema comum a diversas aplicações de imageamento digital e surge de forma inerente ao processo de aquisição e formação da imagem. Como consequência, flutuações randômicas nos valores de pixel são observadas na imagem formada. Existe uma grande diversidade de métodos para a formação e aquisição de imagens e, portanto, existem diferentes modelos de ruído.

Em aplicações nas quais o processo de aquisição de imagem se baseia na contagem de fótons, o ruído pode ser modelado como Poisson. Exemplos de tais aplicações são: a tomografia por emissão de pósitrons; imageamento por baixa exposição de raios-X; microscopia de fluorescência; e astronomia ótica ou por infravermelho (BERTERO *et al.* 2010; BERRY; BURNELL, 2005; WERNICK; AARSVOLD, 2004).

Ruído Poisson ocorre devido à natureza estocástica do processo de contagem. Dado que cada fóton atinge a superfície de uma grade de detectores de forma independente e aleatória, a contagem de fótons observada em cada detector (ou pixel) é descrita como a realização de um processo Poisson.

Recuperar ou aproximar uma imagem livre de ruído a partir de uma observação ruidosa da mesma é o objetivo do processo de **filtragem de ruído**. A filtragem de ruído corresponde a uma ramificação mais específica do problema de **restauração de imagens**, na qual apenas a degradação por ruído é levada em consideração.

Em uma imagem corrompida por ruído Poisson, a variância do ruído depende da taxa média de fótons em cada região da imagem, portanto o ruído Poisson é dito dependente de sinal. Além disso, a relação sinal-ruído decresce junto com a taxa média de fótons, ou seja, a degradação se manifesta de modo não uniforme ao longo da imagem, sendo mais severa em regiões cuja incidência de fótons é menor.

O algoritmo *Non-local Means* (NLM), proposto por Buades, Coll e Morel (2005), introduz uma nova abordagem para a redução de ruído baseada em um princípio **não-local**, em que a redundância inerente à imagem é explorada na redução de ruído.

Aqui, redundância refere-se à presença de diversas regiões similares, porém, não necessariamente conexas em imagens naturais (não sintéticas). Para mensurar a similaridade entre vizinhanças da imagem, o algoritmo NLM emprega uma métrica de distância. Em sua formulação original, a distância euclidiana é utilizada como métrica.

Neste trabalho de pesquisa, estratégias de estimativa e filtragem não-local foram exploradas no intuito de adaptar a formulação do algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, originalmente formulado para a filtragem de ruído aditivo. Para tal, divergências simétricas, também conhecidas como distâncias estocásticas, foram utilizadas como novas métricas de similaridade para o algoritmo NLM.

Em particular, um método baseado na estimativa não-local de parâmetros e no uso de distâncias estocásticas foi proposto durante o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa e publicado no *journal* IEEE Signal Processing Letters (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013).

1.2 Motivação

Aplicações de aquisição e formação de imagens baseadas na contagem de fótons, de modo geral, sofrem com a degradação do sinal por ruído Poisson. Como mencionado anteriormente, esse é o caso de uma vasta gama de aplicações importantes que vão desde imageamento em aplicações de medicina nuclear, até imagens astronômicas.

A presença de ruído pode comprometer a capacidade de interpretação ou de processamento da informação contida na imagem. Uma solução para melhorar a relação sinal-ruído nas imagens formadas, é por meio do prolongamento do tempo de exposição durante a etapa de aquisição do sinal.

Por sua vez, um tempo de exposição maior implica em outros problemas: em imageamento por raios-X, significa submeter o paciente a uma dosagem maior de radiação; movimento pode ocorrer durante a exposição prolongada, introduzindo borramento na imagem; queda na capacidade de emissão de fluorescência, fenômeno conhecido como *photobleaching* (VONESCH *et al.*, 2006); dentre outros exemplos.

Visto que o aumento no tempo de aquisição pode ser inviável em algumas aplicações, a filtragem de ruído se faz necessária como uma etapa de pós-processamento, permitindo que a imagem possa então ser submetida à análise por meio de especialistas de domínio, ou a outras etapas de processamento como a segmentação, classificação, detecção de objetos e etc..

Recentemente, Buades, Coll e Morel (2005) propuseram um novo algoritmo para a filtragem de ruído, denominado NLM, que se destaca por introduzir uma nova estratégia na qual a redundância inerente da imagem é explorada. Sendo que, por redundância, compreende-se a presença de diversas regiões similares distribuídas ao longo da imagem.

O algoritmo NLM estima o valor livre de ruído de um pixel, realizando uma média ponderada de todos os pixels da imagem. Os pesos são atribuídos de acordo com a semelhança entre a vizinhança do pixel a ser estimado, com relação às vizinhanças dos demais pixels. Para determinar a similaridade entre vizinhanças, uma medida de distância é empregada como critério de similaridade.

NLM apresenta diversas características atrativas, como a simplicidade de implementação; preservação de bordas, pequenos detalhes e estruturas da imagem; bom desempenho na preservação de texturas; e alto potencial para paralelismo. Contudo, o algoritmo NLM foi proposto para a redução de ruído aditivo.

A motivação para este trabalho de pesquisa foi, em vista de suas características atrativas, buscar por aperfeiçoar e estender o algoritmo NLM para a solução do problema de filtragem de ruído Poisson, aplicando distâncias estocásticas como novas métricas de similaridade.

Distâncias estocásticas são métricas capazes de comparar distribuições de probabilidade. Por essa razão, são úteis para comparar vizinhanças de pixels ruidosos, assumindo explicitamente o modelo estocástico do ruído Poisson. É importante observar que as distâncias podem acomodar diferentes modelos estocásticos de ruído, além do modelo Poisson.

1.3 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho foi estender o algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, aplicando distâncias estocásticas como novas métricas de similaridade para comparação de vizinhanças de pixels ruidosos. Para tal foi necessário obter expressões de forma fechada para o cálculo das distâncias estocásticas entre distribuições Poisson.

Distâncias estocásticas assumem um modelo paramétrico dos dados e assim sendo, a estimativa dos parâmetros do modelo é necessária para o cálculo das distâncias. Uma maneira de se obter tais estimativas é por meio do estimador por máxima verossimilhança (ML – *Maximum-Likelihood*).

Em imagens digitais, no entanto, frequentemente os dados não possuem rótulos de classe, ou seja, dado um conjunto de amostras extraídas da imagem, a classe ou distribuição de origem das amostras é desconhecida. Por esse motivo, propor técnicas e métodos para a estimativa dos parâmetros de modelo também foi um dos objetivos deste trabalho de pesquisa.

Constatar a validade das distâncias estocásticas como novas métricas de similaridade para o algoritmo NLM fez parte dos objetivos deste trabalho. Para tal

finalidade, experimentos práticos foram realizados para comparar o desempenho da abordagem proposta com relação ao algoritmo NLM original e outros algoritmos relacionados.

1.4 Modelo de Ruído Poisson

Ruído Poisson é o modelo estocástico para o ruído que surge em aplicações nas quais a imagem é formada pela contagem de fótons atingindo uma grade de detectores, dentro de um determinado período de exposição. Uma vez que a detecção de cada fóton pode ser vista como um evento aleatório e independente (BERRY; BURNELL, 2005; VONESCH *et al.*, 2006), a contagem resultante em cada detector é descrita por um processo aleatório Poisson.

Desse modo, o valor resultante da contagem observado em cada pixel y_i é considerado como a realização de um processo aleatório Poisson $y_i \sim P(\lambda_i)$, cuja distribuição de probabilidade é dada pela seguinte equação,

$$P(y_i = k | \lambda_i) = \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^k}{k!} \quad (1.1)$$

em que λ_i é a taxa média de fótons incidente em um determinado detector i e y_i é a contagem observada. A expressão $P(y_i = k | \lambda_i)$ descreve a probabilidade de y_i assumir o valor k , com $k \in \mathbb{Z}^+$, quando a verdadeira taxa de fótons é dada por λ_i .

Para a distribuição Poisson, tanto a média quanto a variância são iguais à taxa de contagem λ_i . Portanto em uma imagem corrompida por ruído Poisson, a variância do ruído é igual à taxa média de fótons em cada posição da imagem, logo esse modelo de ruído é dito dependente de sinal (STARCK; MURTAGH; FADILI, 2010).

A relação sinal-ruído para sinais corrompidos por ruído Poisson é dada pela seguinte equação (BERRY; BURNELL, 2005),

$$SNR = \frac{\lambda_i}{\sqrt{\lambda_i}} = \sqrt{\lambda_i}. \quad (1.2)$$

Pela equação (1.2), é possível observar que a relação sinal-ruído aumenta em função crescente da taxa média de fótons incidente em um dado detector. Desse modo, regiões com baixa incidência de fótons possuem relação sinal-ruído inferiores

a regiões com maior incidência. Também fica claro que a degradação da imagem não se sucede de modo uniforme.

Quando a contagem λ_i é suficientemente alta, mais precisamente, quando seu valor é de 20 detecções ou mais, a distribuição Poisson pode ser aproximada por uma distribuição gaussiana com média e variância iguais a λ_i (STARK; MURTAGH, 2001; BERRY; BURNELL, 2005):

$$\mathcal{N}(y_i = k; \mu = \lambda_i, \sigma^2 = \lambda_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_i}} \exp\left\{-\frac{(y_i - \lambda_i)^2}{2\lambda_i}\right\}, \quad (1.3)$$

com k pertencente aos inteiros positivos $k \in \mathbb{Z}^+$ e $\lambda_i \geq 20$.

1.5 Técnicas de Filtragem de Ruído Poisson

Existem diversas técnicas para a filtragem de ruído Poisson. De modo geral, essas técnicas se baseiam no emprego de transformações estabilizadoras de variância (VST – *Variance-Stabilizing Transformation*); no processamento em domínio da frequência ou em domínio esparso; no uso de campos aleatórios Markovianos; e na minimização de critérios baseados na regularização pela variação total da imagem (RUDIN; OSHER; FATEMI, 1992). Mais recentemente, novas técnicas baseadas no algoritmo NLM também foram propostas para a filtragem de ruído Poisson (DELEDALLE; TUPIN; DENIS, 2010).

Em imagens corrompidas por ruído Poisson, a variância do ruído depende do sinal medido. Essa propriedade dificulta na formulação de filtros para a redução de ruído Poisson. Uma abordagem bastante comum para lidar com esse problema consiste no emprego de VSTs, como a transformada de Anscombe (ANSCOMBE, 1948), para a estabilização da variância.

Em linhas gerais, o processo de filtragem com o emprego de VSTs pode ser resumido em três passos básicos: (1) aplicação da transformada; (2) filtragem de ruído por meio de algoritmos formulados para ruído aditivo; e (3) aplicação de uma transformada inversa.

Segundo Starck, Murtagh e Fadili (2010), no domínio de Anscombe o ruído passa a se comportar de maneira semelhante a ruído Gaussiano branco com variância aproximadamente unitária e constante. Nessas circunstâncias, algoritmos

formulados para redução de ruído aditivo podem ser empregados, como exemplos, o filtro de Wiener e o algoritmo NLM.

A transformada de Anscombe é dada pela seguinte expressão,

$$Z = 2\sqrt{Y + 3/8}, \quad (1.4)$$

sendo que Y é uma variável aleatória Poisson e Z é uma nova variável obtida pela transformação, possuindo variância aproximadamente unitária e constante.

Uma transformada inversa precisa ser aplicada após a filtragem para que os dados retornem a seu domínio de origem. A fórmula para a transformada inversa algébrica de Anscombe é dada pela equação (1.5),

$$Y = \left(\frac{Z}{2}\right)^2 - \frac{3}{8}. \quad (1.5)$$

Devido à não linearidade da transformada de Anscombe, sua inversa algébrica (1.5) introduz um viés. Uma alternativa é o emprego da inversa assintoticamente não enviesada (ANSCOMBE, 1948),

$$Y = \left(\frac{Z}{2}\right)^2 - \frac{1}{8}. \quad (1.6)$$

No caso de imagens obtidas em regime de baixa incidência de fótons, a transformada inversa dada na equação (1.6) também pode apresentar viés (STARCK; MURTAGH, 2001). Mäkitalo e Foi (2011) propõem uma transformada inversa de Anscombe otimizada para dados de baixa contagem.

Zhang, Fadili e Starck (2008) introduzem uma nova VST baseada na extensão da transformada de Anscombe para dados de baixa contagem. Essa transformada é aplicada ao sinal filtrado e utilizada em combinação com bancos de filtros *wavelets*, *ridgelets* e *curvelets* para redução de ruído Poisson. Coeficientes significativos são detectados por meio de um teste de hipótese e o sinal é reconstruído utilizando métodos iterativos de reconstrução para representações esparsas.

Um método baseado na representação multi-escala do processo Poisson, e em uma versão regularizada do algoritmo EM (*Expectation-Maximization*) para a estimativa por ML das taxas de contagem é proposto por Lefkimmiatis, Maragos e Papandreou (2009).

Luisier *et al.* (2010) propõem um método baseado na limiarização de coeficientes *wavelets* (*wavelet soft thresholding*) para a filtragem de imagens na presença de ruído Poisson. O sinal é decomposto por uma transformada baseada

nas *wavelets* de Haar. A parametrização do processo de limiarização é determinada de modo a minimizar a estimativa PURE (*Poisson Unbiased Risk Estimate*) do erro quadrático médio para o modelo Poisson.

Xiao e Zeng (2010) utilizam um método de aprendizado de dicionário baseado em uma adaptação do algoritmo K-SVD para imagens corrompidas por ruído Poisson. Esse método pode ser resumido nos seguintes passos básicos: (1) aplicação de uma VST para estabilização da variância; (2) aprendizado do dicionário pelo algoritmo K-SVD adaptado; (3) representação esparsa e redundante da imagem utilizando o algoritmo OMP (*Orthogonal Matching Pursuit*); e (4) reconstrução da imagem pela minimização de uma função objetivo utilizando o método numérico de Newton.

Salmon *et al.* (2012) propõem um método de filtragem baseado na extensão da técnica PCA (*Principal Component Analysis*) para imagens corrompidas por ruído Poisson. Nessa abordagem um dicionário é aprendido a partir dos dados ruidosos, dispensando o uso de VST's.

No trabalho de Landi e Piccolomini (2012), o problema de filtragem de ruído Poisson se baseia na minimização de uma função objetiva composta por um termo de fidelidade dos dados, definido pela divergência de Kullback-Leibler (K-L), somada a um termo de regularização pelo critério TV. Os autores propõem um método numérico eficiente para a otimização do referido funcional.

Uma abordagem semelhante foi anteriormente proposta por Zanella *et al.* (2009), em que o funcional a ser otimizado consiste em um termo dado pela divergência K-L e outros termos de regularização definidos pelo critério de TV e outros critérios elaborados para a preservação de bordas. Nessa abordagem, o parâmetro de regularização é selecionado por meio de um princípio de discrepância proposto para o modelo Poisson (BERTERO *et al.*, 2010).

Deledalle, Tupin e Denis (2010) propõem uma extensão do algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, denominada Poisson NLM. O algoritmo Poisson NLM explora a similaridade tanto entre pequenas regiões da imagem ruidosa, quanto em uma pré-estimativa da imagem livre de ruído. Para tal, duas métricas de similaridade adaptadas para ruído Poisson são adotadas. Mais detalhes sobre o algoritmo Poisson NLM e outros algoritmos inspirados pelo algoritmo NLM serão revisados no Capítulo 2.

1.6 Metodologia de Desenvolvimento do Trabalho

Com base no trabalho de Nascimento, Cintra e Frery (2010), expressões de forma fechada para as distâncias estocásticas foram deduzidas para a distribuição Poisson. Das oito distâncias exploradas em (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010), expressões de forma fechada só puderam ser obtidas para as seguintes quatro distâncias: (1) Kullback–Leibler (K-L); (2) Renyi; (3) Hellinger; e (4) Bhattacharyya.

Expressões de forma fechada não puderam ser obtidas para as seguintes distâncias: Jensen–Shannon; aritmética–geométrica; triangular; e média–harmônica. As expressões finais para essas distâncias possuem termos envolvendo somas infinitas.

As expressões de forma fechada para as distâncias K-L, Renyi, Hellinger e Bhattacharyya foram aplicadas como novas métricas de similaridade entre vizinhanças de pixels ruidos no algoritmo NLM, substituindo a distância euclidiana originalmente empregada como critério de similaridade.

Para a estimativa dos parâmetros, duas abordagens foram consideradas: (1) o estimador não-local por ML; e (2) uma abordagem iterativa na qual os dados ruidosos são utilizados como estimativa inicial dos parâmetros de modelo, e a cada iteração, os dados filtrados são fornecidos como nova estimativa para a iteração seguinte.

O estimador não-local mencionado acima, se baseia em uma extensão do algoritmo proposto por He e Greenshields (2009) para a redução de ruído em imagens de ressonância magnética. Essa abordagem foi adaptada ao modelo de ruído Poisson neste trabalho.

Experimentos comparativos foram realizados incluindo os métodos propostos e os seguintes métodos relacionados: NLM; NLM no domínio de Anscombe; BM3D no domínio de Anscombe; e Poisson NLM (DELEDALLE; TUPIN; DENIS, 2010). Para os métodos aplicados no domínio de Anscombe, a transformada inversa exata de Anscombe, proposta por Mäkitalo e Foi (2011), foi utilizada.

A implementação dos experimentos foi realizada utilizando o ambiente de desenvolvimento MATLAB. Experimentos foram realizados em imagens padrões

com ruído Poisson simulado e em *phantoms* realistas de tomossíntese mamária. Como forma de avaliação, as métricas SSIM e PSNR foram utilizadas.

1.7 Organização do Trabalho

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira:

- No Capítulo 2 é descrita a formulação original do algoritmo NLM, sua complexidade computacional, seus parâmetros e algumas de suas extensões e trabalhos relacionados;
- No Capítulo 3 é introduzido o conceito de distâncias estocásticas. Também são apresentadas as deduções necessárias para a derivação das distâncias para a distribuição Poisson;
- No Capítulo 4 são apresentadas as abordagens propostas neste trabalho de pesquisa e os resultados obtidos a partir dos experimentos realizados;
- No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões finais sobre esse trabalho, as limitações da pesquisa realizada, lições aprendidas e intenções para trabalhos futuros.

Capítulo 2

TÉCNICAS NÃO-LOCAIS PARA A FILTRAGEM DE RUÍDO

O algoritmo NLM tem sido utilizado com sucesso em aplicações como a filtragem de vídeo e restauração de texturas (BUADES; COLL; MOREL, 2005). Esse algoritmo se baseia em uma abordagem não-local que leva em consideração a redundância presente na maioria das imagens naturais, reduzindo ruído ao mesmo tempo que preserva pequenos detalhes e estruturas da imagem, que às vezes são removidos ou suavizados por outras técnicas de filtragem. O bom desempenho do algoritmo NLM inspirou vários outros trabalhos.

2.1 Considerações Iniciais

O algoritmo NLM tem sido utilizado com sucesso em aplicações de filtragem de textura e sequências de vídeo (BUADES; COLL; MOREL, 2005). Neste trabalho, abordagens para a redução de ruído Poisson baseadas no algoritmo NLM foram exploradas, mais especificamente, com o uso de distâncias estocásticas como métricas de similaridade na presença de ruído Poisson.

Métodos baseados na suavização local (*local smoothing*) possuem como foco a atenuação do ruído e a restauração das principais estruturas geométricas da imagem. No entanto, tais métodos nem sempre apresentam bom desempenho na preservação de pequenos detalhes e de estruturas menores ou na restauração de textura.

Dois aspectos fundamentais se destacam na formulação do algoritmo NLM: (1) o algoritmo compara pequenas regiões da imagem, e não os pixels

individualmente. Isso permite uma melhor captura de características de textura ou de estruturas locais da imagem; e (2) a distância espacial entre as vizinhanças de pixel não é levada em consideração, permitindo melhor explorar a redundância inerente à imagem. Devido a esse segundo aspecto, o algoritmo NLM é referido como um filtro não-local.

Tais características contrastam com outras abordagens adaptativas previamente propostas, como o filtro bilateral de Tomasi e Manduchi (1998), que explora a similaridade pontual entre pixels e privilegia amostras mais próximas ao pixel sendo filtrado.

Uma breve descrição sobre métodos locais é feita na seção 3.2; o algoritmo NLM e suas principais características são discutidos na seção 3.3; na seção 3.4 serão descritos alguns algoritmos inspirados pelo NLM; e na seção 3.5 são realizadas as considerações finais sobre este capítulo.

2.2 Abordagens Locais

Filtros como o filtro de médias ou o filtro gaussiano são exemplos dos métodos mais simples para a redução de ruído em imagens. Uma característica comum aos dois exemplos consiste no fato em que, o processo de filtragem pode ser interpretado como uma operação **local** em **vizinhança**. Em outras palavras, o valor de um dado pixel é substituído pela combinação de seus vizinhos,

$$\hat{x}_i = \sum_{b \in P} w_b y_{i+b}. \quad (2.1)$$

Na equação (2.1), P representa uma janela quadrada e é definido como sendo um conjunto de coordenadas bidimensionais $b = (k_1, k_2)$, tendo como origem $b_0 = (0, 0)$ o centro da janela. Os coeficientes $\{w_b\}_{b \in P}$ representam os pesos das amostras de pixel na janela local definida por P . É importante ressaltar que os filtros citados também podem ser expressos como operações de convolução.

Formalmente, $P = \{-\tau, \dots, \tau\} \times \{-\tau, \dots, \tau\}$ e τ é a distância horizontal ou vertical da origem (centro da janela) até uma de suas fronteiras. O tamanho da janela é dado pela cardinalidade de P , $|P| = (2\tau + 1)^2$. Como exemplo, para uma janela de dimensões 7×7 , $\tau = 3$, $P = \{-3, \dots, 0, \dots, 3\} \times \{-3, \dots, 0, \dots, 3\}$ e $|P| = 7^2 = 49$.

No caso do filtro de médias, cada pixel é substituído pela média dos pixels em sua vizinhança local,

$$\hat{x}_i = \frac{1}{|P|} \sum_{b \in P} y_{i+b}. \quad (2.2)$$

De modo semelhante para o filtro gaussiano, cada pixel é substituído pela média ponderada de seus vizinhos,

$$\hat{x}_i = \sum_{b \in P} G_\sigma(b) y_{i+b}, \quad (2.3)$$

$$G_\sigma(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\|b\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.4)$$

Em ambos os casos, o ruído é atenuado pela suavização da imagem por meio de uma **média local** (aritmética ou ponderada). Entretanto, bordas, pequenos detalhes e estruturas da imagem são suavizados juntamente com o ruído.

O filtro pontual adaptativo de Wiener (LEE, 1980) procura solucionar esse problema incluindo conhecimento *a priori* no processo de filtragem,

$$\hat{x}_i = \mu_x + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma^2} (y_i - \mu_x). \quad (2.5)$$

Em outras palavras, conhecimento sobre medidas como a variância do ruído σ^2 , variância do sinal σ_x^2 e a média do sinal μ_x são incluídas no projeto do filtro. No filtro da equação (2.5), as medidas σ_x^2 e μ_x são atualizadas para cada vizinhança local. Logo o filtro adaptativo de Wiener pode ser visto como um filtro **variante no espaço** (LIM, 1990).

A equação (2.5) pode ser reescrita da seguinte forma (LEE, 1980),

$$\begin{aligned} \hat{x}_i &= (1 - k_i)\mu_x + (k_i)y_i, \\ k_i &= \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma^2}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Pela equação (2.6) fica mais claro que em regiões nas quais a variância do sinal é muito menor que a variância do ruído $\sigma_x^2 \ll \sigma^2$, k_i se aproxima de zero e o filtro de Wiener tende a um filtro de médias $\hat{x}_i \rightarrow \mu_x$. Por outro lado, em regiões de alta relação sinal ruído, $\sigma_x^2 \gg \sigma^2$, $k_i \rightarrow 1$ e o resultado do filtro tende a $\hat{x}_i = y_i$, suprimindo o efeito de suavização.

Outro exemplo de filtro local adaptativo é o filtro bilateral de Tomasi e Manduchi (1998). O filtro bilateral combina duas medidas de similaridade para obter os coeficientes do filtro: (1) a distância espacial entre pixels, também chamada de

distância de domínio; e (2) a distância entre tons de cinza ou cores, referida como distância fotométrica ou distância *range*.

O filtro bilateral pode ser expresso da seguinte maneira,

$$\hat{x}_i = \frac{1}{W_i} \sum_{b \in P} w_b y_{i+b},$$

$$w_b = \exp\left(-\frac{\|y_i - y_{i+b}\|^2}{2\sigma_r^2} - \frac{\|b\|^2}{2\sigma_d^2}\right) \quad (2.7)$$

onde $W_i = \sum_{b \in P} w_b$ é um fator responsável pela normalização dos coeficientes do filtro. Os parâmetros σ_r e σ_d controlam a influência das distâncias fotométrica $\|y_i - y_{i+b}\|^2$ e de domínio $\|b\|^2$, respectivamente.

A motivação para a revisão feita nesta seção foi esclarecer o que se refere por abordagens locais, tornando mais evidente o contraste entre tais abordagens e a abordagem não-local introduzida pelo algoritmo NLM. Uma revisão mais ampla e completa sobre filtros locais e outras abordagens de redução de ruído é feita em (BUADES; COLL; MOREL, 2005).

2.3 O Algoritmo NLM

Técnicas tais como as descritas na seção anterior, aproximam o valor livre de ruído de um pixel com base apenas em sua vizinhança local. O algoritmo NLM, por outro lado, leva em conta a imagem toda, partindo do princípio que imagens naturais são inerentemente redundantes. Conforme ilustra a Figura 1, pequenas regiões semelhantes são observadas em diversas partes da imagem. Essas regiões podem tanto estar próximas umas as outras, ou distantes.



Figura 2.1 – Conjuntos de Patches Similares.

2.3.1 Descrição do Algoritmo

Seja $X = \{x_i | i \in I\}$ uma imagem livre de ruído definida sobre uma grade discreta bidimensional I , e seja x_i o valor do pixel na coordenada i . Dada uma imagem ruidosa $Y = \{y_i | i \in I\}$ resultante da degradação de X por ruído, o objetivo do algoritmo NLM é obter uma estimativa $\hat{X} = \{\hat{x}_i | i \in I\}$ da imagem original, onde \hat{x}_i é obtido pela média ponderada de todos os pixels da imagem,

$$\hat{x}_i = \sum_{j \in I} w_{ij} y_j, \quad (2.8)$$

em que as seguintes condições usuais são satisfeitas: $0 \leq w_{ij} \leq 1$ e $\sum_{j \in I} w_{ij} = 1$.

Os coeficientes $\{w_{ij}\}$ do filtro dependem da distância euclidiana entre os valores de pixels nas vizinhanças localizadas em i e j , respectivamente. Por simplicidade, a vizinhança de um pixel é definida como uma janela quadrada centralizada a seu redor. Contudo, diferentes formatos e de janelas podem ser utilizados.

A equação (2.9) define a expressão para o cálculo dos coeficientes $\{w_{ij}\}$,

$$w_{ij} = \frac{1}{W_i} \exp\left(-\frac{1}{h^2} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_{2,a}^2\right), \quad (2.9)$$

$W_i = \sum_{j \in I} w_{ij}$ é um fator de normalização; h é referido como **parâmetro de filtragem**; \mathbf{y}_i e \mathbf{y}_j são os vetores $|P|$ -dimensionais de valores de pixel das vizinhanças centralizadas em i e j .

O parâmetro h da equação (2.9) controla a intensidade do filtro; quando h tende a zero $h \rightarrow 0$, a imagem filtrada se aproxima da imagem ruidosa $\hat{x}_i \rightarrow y_i$; e para $h \rightarrow \infty$, o algoritmo NLM se comporta de modo semelhante a um filtro de médias $\hat{x}_i \rightarrow \frac{1}{|I|} \sum_{j \in I} y_j$.

Na equação (2.9), $\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_{2,a}^2$ representa a distância euclidiana ponderada por um *kernel* gaussiano \mathcal{G}_a com desvio padrão a . Para tornar mais claro os detalhes de como essa distância é computada, considere a equação (2.10) a seguir,

$$\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_{2,a}^2 = \frac{1}{\sum_{b \in P} \mathcal{G}_a(b)} \left(\sum_{b \in P} \mathcal{G}_a(b) \cdot (y_{i+b} - y_{j+b})^2 \right). \quad (2.10)$$

De acordo com Milanfar (2013), ao comparar as equações (2.7) e (2.9), o algoritmo NLM pode ser visto como uma extensão do filtro bilateral, considerando $h^2 = 2\sigma_r^2$, $\sigma_d^2 = \infty$ e substituindo a distância euclidiana pontual, pela distância euclidiana entre as vizinhanças de pixel da equação (2.10).

O algoritmo NLM foi inicialmente formulado para a redução de ruído aditivo gaussiano branco, formalmente descrito pelo seguinte modelo,

$$Y = X + Z, \quad (2.11)$$

com $Z = \{z_i\}_{i \in I}$ sendo um conjunto de variáveis aleatórias independentes com distribuição normal de média zero e variância igual a σ^2 , $z_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$.

Segundo Buades, Coll e Morel (2005), a ordem de similaridade entre duas vizinhanças de pixels é preservada (em expectativa) pela distância euclidiana, uma vez que o ruído aditivo altera a similaridade entre as vizinhanças de forma uniforme,

$$E \left[\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_{2,a}^2 \right] = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|_{2,a}^2 + 2\sigma^2 \quad (2.12)$$

onde σ^2 é a variância do ruído aditivo.

Do ponto de vista da equação (2.12), a distância euclidiana é uma métrica de similaridade entre vizinhanças confiável na hipótese do modelo de ruído da equação (2.11). Em outras palavras, a distância entre vizinhanças de pixels ruidosos é uma aproximação razoável para a distância entre as vizinhanças livres de ruído, quando o ruído não é excessivo.

2.3.2 Complexidade do Algoritmo

De modo intuitivo, é possível observar a partir da equação (2.8) que para obter a estimativa \hat{x}_i , a métrica da equação (2.10) precisa ser computada para cada coordenada de pixel na imagem. Supondo uma imagem de N pixels e vizinhanças de $|P|$ pixels, a complexidade do algoritmo NLM é de $O(N^2|P|)$. Esse dado também é confirmado em (BROX; KLEINSCHMIDT; CREMERS, 2008) e em (BUADES; COLL; MOREL, 2005).

Uma abordagem bastante utilizada na prática consiste em comparar apenas vizinhanças situadas em uma **janela de busca** ao redor do pixel sendo filtrado (BUADES; COLL; MOREL, 2005), ao invés de utilizar todos os pixels da imagem. Para evitar possíveis confusões, de agora em diante a vizinhança local ao redor de uma coordenada de pixel será referida como **janela de similaridade** ou *patch*.

Assim como a janela de similaridade, a janela de busca pode ser definida como uma janela quadrada centralizada no pixel sendo processado. Seja Ω_i o conjunto de coordenadas pertencentes à janela de busca centralizada em i , nessas condições as equações (2.8) e (2.9) podem ser reescritas da seguinte maneira,

$$\hat{x}_i = \sum_{j \in \Omega_i} w_{ij} y_j \quad (2.11)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{W_{\Omega_i}} \exp\left(-\frac{1}{h^2} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_{2,a}^2\right) \quad (2.12)$$

Ao limitar o número de comparações a uma janela de busca, a complexidade do algoritmo passa a ser de $O(N \cdot |P| |\Omega|)$. Como N é o número total de pixels na imagem e $|\Omega|$ é o número de pixels em uma sub-região da imagem, dada pela janela de busca, então $|\Omega| < N$ e a nova complexidade do algoritmo é evidentemente menor.

A justificativa heurística para o uso de janelas de busca pode ser enunciada de modo simples: se há redundância em uma dada imagem, também deverá haver redundância em uma sub-região suficientemente grande dessa imagem.

Mahmoudi e Sapiro (2005) propõem o uso de filtros para pré-seleção de janelas de similaridade como forma de diminuir o tempo de execução do algoritmo NLM. A partir de critérios baseados em medidas locais de intensidade média e gradiente da imagem, o número de patches envolvidos na estimativa é reduzido pela eliminação prévia de *patches* não similares.

Darbon *et al.* (2008) propõem uma reescrita do algoritmo NLM, levando a uma implementação com maior potencial para paralelismo e programação vetorial, com complexidade de $O(N \cdot |\Omega|)$. Por programação vetorial refere-se à forma de programação na qual o algoritmo pode ser implementado como uma sequência de instruções e operações em matrizes.

Uma variação do algoritmo NLM com complexidade $O(|P| \cdot N \cdot \log N)$ é proposta por Brox, Kleinschmidt e Cremers (2008). Tal abordagem se baseia na construção de uma árvore binária, na qual os nós armazenam grupos de *patches* similares. A estimativa do valor livre de ruído de um dado pixel é realizada utilizando os elementos do nó ao qual o *patch* sendo filtrado foi atribuído, evitando uma busca diretamente na imagem.

2.3.3 Parâmetros

O algoritmo NLM possui alguns parâmetros que devem ser ajustados de maneira adequada para que bons resultados possam ser obtidos. Os principais parâmetros do algoritmo NLM são: (1) o parâmetro de filtragem h ; (2) o tamanho da janela de similaridade; (3) o tamanho da janela de busca; e (4) o desvio padrão a do *kernel* gaussiano \mathcal{G}_a .

O parâmetro de filtragem h controla o compromisso entre redução de ruído e suavização da imagem. Como foi mencionado anteriormente no item 2.3.1, quanto menor o valor de h , menor será a atenuação do ruído. Por outro lado, valores muito grandes resultam no borramento da imagem.

Uma boa escolha para o parâmetro h deve equilibrar a preservação de detalhes e pequenas estruturas da imagem e a atenuação de ruído. No caso do modelo de ruído aditivo gaussiano branco, Buades, Coll e Morel (2005) sugerem $h = \gamma \cdot \sigma$, em que γ é uma constante selecionada experimentalmente e σ é o desvio padrão do ruído.

O tamanho da janela de similaridade deve ser grande o suficiente para proporcionar robustez com respeito a ruído, porém, ao mesmo tempo deve ser mantida pequena para melhor capturar informações relacionadas às estruturas locais da imagem.

Uma janela de similaridade demasiadamente grande pode levar a introdução de conteúdo não local, comprometendo os resultados do filtro. Escolhas típicas para

as dimensões da janela de similaridade são 5×5 , 7×7 e 9×9 (BUADES; COLL; MOREL, 2005; SALMON, 2010).

Na formulação teórica do algoritmo NLM, a estimativa do valor livre de ruído de um pixel é obtida pela média ponderada de todos os pixels na imagem. O uso de uma janela de busca é uma alternativa que visa reduzir o custo computacional do algoritmo. Contudo, conforme será discutido a seguir, a janela de busca não é somente um artifício para a redução do custo computacional do algoritmo, mas também é vital para o bom desempenho em preservação de detalhes.

Salmon (2010) demonstrou experimentalmente que no caso de imagens naturais, o ganho em filtragem não é substancial ao utilizar janelas de busca com dimensões superiores a 15×15 , podendo inclusive ocorrer perdas no desempenho do algoritmo em termos de PSNR. O mesmo não se verifica em imagens periódicas ou *quasi*-periódicas.

Uma possível interpretação para o resultado apresentado por Salmon (2010), é que ao aumentar o tamanho da janela de busca, um número maior de *patches* não similares é incluído na estimativa do algoritmo. O cálculo dos coeficientes do filtro se baseia em uma função exponencial da distância entre *patches*, que decresce de forma suave. Logo, o peso entre *patches* dissimilares costuma ser diferente de zero. Além disso, os pesos são normalizados de modo que sua soma seja unitária.

Portanto, ao ajustar a janela de busca para tamanhos muito grandes, haverá uma grande quantidade de *patches* dissimilares com peso diferente de zero. Imagens periódicas ou *quasi*-periódicas por outro lado, evidentemente possuem maior redundância e por esse motivo não sofrem do mesmo problema.

Kervrann, Boulanger, e Coupé (2007) propõem o uso de dicionários adaptativos para melhorar o processo de filtragem. Para cada janela de busca ao redor de um pixel, testes de hipótese são aplicados aos *patches*, realizando uma pré-seleção dos *patches* que deveriam fazer parte da estimativa. O conjunto dos *patches* não rejeitados forma o dicionário adaptativo.

O *kernel* gaussiano \mathcal{G}_a faz com que maior peso seja atribuído às diferenças entre os pixels mais próximos ao centro dos *patches*. Em algumas implementações ou variações do algoritmo NLM, \mathcal{G}_a é negligenciado sem grande influência nos resultados (DARBON *et al.*, 2008; ZHONG; YANG; ZHANG, 2012).

2.3.4 Métricas de similaridade

A princípio, o algoritmo NLM foi proposto para a filtragem de imagens corrompidas por ruído aditivo gaussiano branco. Como foi apontado anteriormente, o NLM utiliza a distância euclidiana como métrica de similaridade entre *patches*. Diversos autores propuseram novas métricas de similaridade como forma de melhorar a eficácia do algoritmo ou adaptá-lo a outros modelos de ruído.

No trabalho de Heidarzadeh e Avanaki (2007), informações sobre conteúdo de bordas da imagem são incorporadas à métrica original proposta por Buades, Coll e Morel (2005). O intuito dessa abordagem é proporcionar maior preservação de bordas. Os pesos passam a ser obtidos pela seguinte equação,

$$w_{ij} = \frac{1}{W_{\Omega_i}} \exp \left\{ -\frac{1}{h_1^2} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|_{2,a}^2 - \frac{1}{h_2^2} \|\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j\|_{2,b}^2 \right\} \quad (2.13)$$

na qual \mathbf{e}_i e \mathbf{e}_j são vetores binários obtidos pelo detector de bordas de Canny (CANNY, 1986).

Tasdizen (2009) propõe que os vetores de tons de cinza dos *patches* sejam projetados em um espaço de menor dimensionalidade, obtido pela técnica de PCA. A métrica de similaridade do algoritmo NLM (a distância euclidiana) é então computada sobre os coeficientes dos *patches* em uma dimensionalidade menor. Essa abordagem permite melhorar os resultados do algoritmo NLM e reduzir seu custo computacional.

Ji *et al.* (2009) propõem uma métrica de similaridade baseada nos momentos normalizados de Zernike, computados a partir das janelas de similaridade da imagem. Essa nova métrica é invariante a rotação devido às propriedades dos momentos de Zernike, permitindo explorar redundância mesmo na presença de rotação.

Binaee e Hasanzadeh (2011) exploram o uso de métricas de similaridade baseadas em lógica *fuzzy* para imagens de ultrassom com ruído *speckle* multiplicativo e dependente de sinal. Teuber e Lang (2012) também propõem uma nova métrica para a filtragem de ruído multiplicativo.

Na presença de ruído, *patches* similares tendem a se tornar dissimilares, logo a distância euclidiana entre *patches* ruidosos é apenas uma medida aproximada da similaridade real entre os *patches*. Zhong, Yang e Zhang (2012) propõem um

método de filtragem baseado em dois estágios que tem por objetivo aproximar a distância entre *patches* na ausência de ruído.

No primeiro estágio, a imagem é pré-filtrada utilizando o algoritmo NLM. No segundo estágio, o resíduo da imagem é obtido pela diferença entre a imagem ruidosa e a imagem pré-filtrada. A imagem é então filtrada novamente, porém utilizando uma nova métrica de distância baseada na imagem pré-filtrada e na imagem de resíduo,

$$\begin{aligned} \|x_i - x_j\|^2 &= \|\hat{x}_i - \hat{x}_j\|^2 + \|\Delta x_i - \Delta x_j\|^2 \\ &+ 2 \sum_{b \in P} (\hat{x}_{i+b} - \hat{x}_{j+b})(\Delta x_{i+b} - \Delta x_{j+b}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde \hat{x}_i e \hat{x}_j são vetores de tons de cinza dos *patches* da imagem pré-filtrada; e Δx_i e Δx_j são vetores de tons de cinza dos *patches* da imagem de resíduo.

Bancos de filtros de Gabor são utilizados por Wang *et al.* (2012) para extrair características de textura de *patches*. A similaridade entre *patches* é então calculada com base em tais características. Essa nova métrica de similaridade é então utilizada para tornar o algoritmo NLM mais robusto na filtragem de texturas e na preservação de bordas.

O problema específico de comparar pequenos *patches* de imagem é abordado por Deledalle, Denis e Tupin (2012), que consideram vários critérios de similaridade sobre a hipótese de diferentes modelos de ruído como o modelo Gama e o modelo Poisson, propondo a razão de verossimilhança generalizada como uma nova métrica de similaridade.

2.4 Outras Abordagens Relacionadas

Inspiradas pela abordagem introduzida pelo algoritmo NLM, diversas outras técnicas foram propostas. Essas técnicas se baseiam principalmente na busca de funções de peso mais robustas; teorias de estimação de parâmetros; esquemas iterativos de filtragem; e em transformações esparsas do sinal. Nesta seção é realizada uma breve revisão dessas novas técnicas.

2.4.1 Block–Matching 3-D

O algoritmo NLM se destaca por explorar a similaridade entre pequenas regiões da imagem no processo de redução de ruído. Inspirado no mesmo princípio, o algoritmo *Block–Matching* 3-D (BM3D) proposto por Dabov *et al.* (2007), introduz uma nova estratégia baseada no agrupamento de *patches* similares e na filtragem colaborativa. Essa estratégia deu origem a uma nova família de filtros, considerados como estado–da–arte.

O BM3D consiste em um algoritmo de dois estágios: (1) estimativa básica; e (2) estimativa final. O primeiro estágio pode ser visto como uma etapa de pré-processamento, na qual uma estimativa inicial da imagem livre de ruído é obtida. No segundo estágio, a estimativa básica é utilizada para realizar um agrupamento mais eficiente dos *patches*, e como conhecimento *a priori* do sinal livre de ruído para o filtro empírico de Wiener.

Na estimativa básica, *patches* similares são agrupados utilizando a técnica de *block–matching*, também amplamente utilizada em algoritmos de compressão de vídeo. Os *patches* 2-D são empilhados em uma estrutura 3-D, e em seguida uma transformada 3-D de domínio esparso é aplicada sobre o grupo de *patches*.

A filtragem colaborativa é então realizada por meio de um processo de *hard–thresholding* aplicado aos coeficientes da representação esparsa dos grupos de *patches*. O agrupamento de *patches* similares permite melhor explorar a esparsidade no domínio da transformada 3-D, tornando a filtragem pela limiarização de coeficientes mais eficiente.

Após a filtragem colaborativa, uma transformada 3-D inversa é aplicada aos grupos, obtendo estimativas individuais dos *patches* (estimativas em blocos). Os *patches* filtrados são reposicionados em seus respectivos locais de origem na imagem sendo processada. No caso de sobreposição entre *patches*, as estimativas dos pixels sobrepostos são agregadas (combinadas) pela média ponderada das estimativas. Todos os passos envolvidos na estimativa básica são ilustrados no diagrama da Figura 2.2.

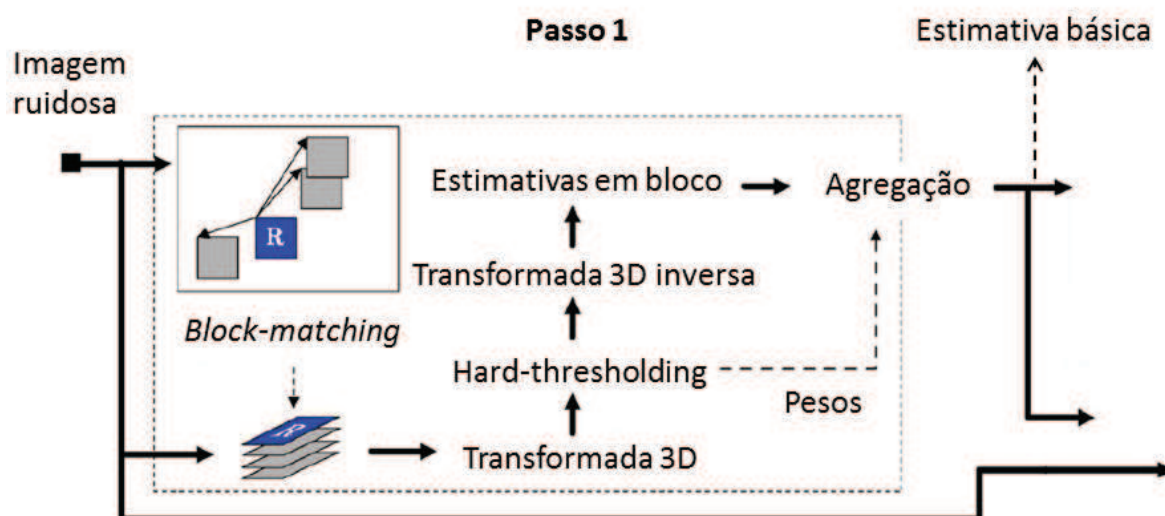


Figura 2.2 – Diagrama representativo da estimativa básica do algoritmo BM3D.

Fonte: Traduzido de (DABOV *et al.*, 2007).

Na estimativa final, a técnica de *block-matching* é utilizada novamente para o agrupamento de patches similares, porém, desta vez o procedimento é computado a partir da estimativa básica, obtida no primeiro passo do algoritmo. Como resultado dessa etapa, duas pilhas de *patches* são formadas: uma pilha composta com os *patches* obtidos pelo *block-matching* realizado na imagem resultante da estimativa básica; e uma segunda pilha com os patches correspondentes na imagem ruidosa.

Uma transformada esparsa é aplicada aos grupos 3-D de *patches*, da mesma forma como na estimativa básica. Contudo, a estimativa final é realizada aplicando o filtro de Wiener aos grupos de *patches* ruidosos, tendo os grupos de *patches* da imagem pré-filtrada como piloto para o processo de filtragem.

Finalmente, uma transformada 3-D inversa é aplicada e os *patches* filtrados são reposicionados de volta a seus respectivos locais de origem, como no primeiro estágio do algoritmo. Assim como na estimativa básica, a agregação de estimadores deve ser empregada para tratar as sobreposições entre *patches*. O procedimento completo utilizado na estimativa final é representado pelo diagrama da Figura 2.3.

A partir da Figura 2.2 e da Figura 2.3, é possível observar que os pesos utilizados no processo de agregação dos estimadores possuem dependência com a etapa de filtragem (*hard-thresholding* na estimativa básica e filtragem Wiener na estimativa final). A razão para isso é que os pesos dos estimadores são atribuídos de acordo com uma medida inversamente proporcional a variância amostral total das estimativas de blocos que originaram os respectivos estimadores.

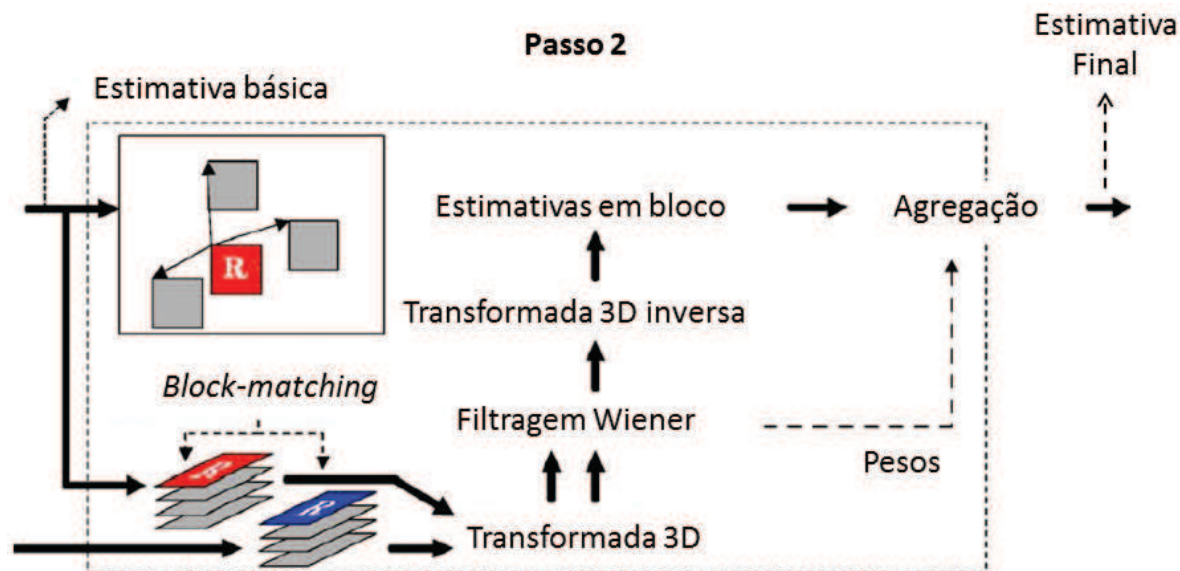


Figura 2.3 – Diagrama representativo da estimativa final do algoritmo BM3D.

Fonte: Traduzido de (DABOV et al., 2007).

2.4.2 Estimativa não-local por máxima verossimilhança

He e Greenshields (2009) propõem um método de estimativa por ML, baseado na abordagem não-local introduzida pelo algoritmo NLM, para a redução de ruído em imagens de magnitude de ressonância magnética. Os autores denominam essa técnica por *Nonlocal Maximum Likelihood Estimation (NLML)*.

Partindo da heurística em que *patches* similares tendem a pertencer a uma mesma população estatística, a estimativa por ML pode ser aplicada na estimativa do valor livre de ruído de um pixel, tomando como amostras sua vizinhança não-local.

Seja $i \in I$ uma coordenada de pixel, a vizinhança não-local de i é definida como sendo o conjunto ζ_i formado pelos k pixels cujas vizinhanças locais (*patch*), são mais similares à vizinhança de i . A busca por *patches* similares pode ser resumida a uma janela de busca ao redor de um pixel, de forma semelhante ao que é feito na prática para o algoritmo NLM.

A similaridade entre *patches* é definida por meio de uma métrica de distância. No caso do algoritmo NLML, a distância d_{ij} entre os vetores y_i e y_j é dada pela distância euclidiana usual,

$$d_{ij} = \|y_i - y_j\|. \tag{2.15}$$

Uma vez obtida a vizinhança não-local de um dado pixel, o estimador por máxima verossimilhança pode ser computado. No trabalho de He e Greenshields (2009), em particular, o estimador de máxima verossimilhança é utilizado para estimar os valores de amplitude livre de ruído em imagens de ressonância magnética. Apesar de o algoritmo NLML ter sido inicialmente proposto como um método para a redução de ruído em imagens de ressonância magnética, também pode ser generalizado como um *framework* para a estimativa de parâmetros em imagens.

2.4.3 Filtragem iterativa baseada na estimativa por ML ponderada

Deledalle, Denis e Tupin (2009) propõem uma generalização do algoritmo NLM, baseada em justificativas probabilísticas para a função responsável pela atribuição dos pesos do filtro. Além disso, a típica média ponderada de pixels é interpretada como uma estimativa ponderada por máxima verossimilhança. Esse novo filtro é denominado *Probabilistic Patch-Based* (PPB).

Partindo do ponto de vista da teoria de estimação de parâmetros, o objetivo do filtro PPB é estimar a matriz de parâmetros de modelo $\theta = \{\theta_i\}_{i \in I}$ a partir de uma imagem ruidosa $Y = \{y_i\}_{i \in I}$. A estimativa $\hat{\theta} = \{\hat{\theta}_i\}_{i \in I}$ dos parâmetros é obtida por meio do estimador por máxima verossimilhança ponderado,

$$\hat{\theta}_i = \arg \max_{\theta_i} \left\{ \sum_{j \in I} w_{ij} \log p(y_j | \theta_i) \right\}. \quad (2.16)$$

O estimador da equação (2.16) é particularmente útil no caso de dados não rotulados, uma situação bastante frequente em aplicações de imageamento digital.

Os pesos $\{w_{ij}\}$ da equação (2.16) dependem dos dados e são definidos de acordo com a seguinte métrica probabilística, que expressa a probabilidade de dois *patches* ruidosos compartilharem os mesmos parâmetros de modelo,

$$w_{ij} = p(\theta_i = \theta_j | \mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j)^{1/h}, \quad (2.17)$$

\mathbf{y}_i e \mathbf{y}_j são vetores de observações ruidosas dos *patches* centralizados em i e j , e os vetores θ_i e θ_j representam seus respectivos parâmetros. O parâmetro h é análogo ao parâmetro de filtragem do algoritmo NLM.

A função de probabilidade $p(\theta_i = \theta_j | y_i, y_j)$ descreve a probabilidade dos *patches* y_i e y_j serem realizações de um processo estocástico com parâmetros θ_i e θ_j idênticos, e sua definição depende da hipótese de modelo de ruído assumido para o problema em questão.

Os pesos da equação (2.17) podem ser refinados iterativamente, incluindo conhecimento sobre as estimativas obtidas em uma iteração anterior. O filtro PPB também pode ser utilizado sobre diferentes hipóteses de ruído. Na hipótese de ruído aditivo gaussiano branco, é possível mostrar que o filtro PPB não iterativo coincide com o algoritmo NLM (DELEDALLE; DENIS; TUPIN, 2009).

2.4.4 Poisson NLM

O filtro Poisson NLM, proposto por Deledalle, Tupin e Denis (2010), é uma extensão do algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, que se destaca pelo uso de uma pré-estimativa da imagem livre de ruído como auxiliar para o processo de filtragem. Para tal, duas métricas de distância são empregadas: uma para comparar *patches* na imagem ruidosa; e uma segunda para comparar *patches* na imagem pré-filtrada.

Os coeficientes do filtro são calculados de acordo com a seguinte expressão,

$$w_{ij} = \frac{1}{W_{\Omega_i}} \exp\left(-\frac{F_{ij}}{\alpha} - \frac{G_{ij}}{\beta}\right), \quad (2.18)$$

$$F_{ij} = \sum_{b \in P} f(y_{i+b}, y_{j+b}), \quad G_{ij} = \sum_{b \in P} g(\hat{x}_{0_{i+b}}, \hat{x}_{0_{j+b}}),$$

em que α e β são parâmetros de filtragem; f é a métrica de distância utilizada na imagem ruidosa; e g é a métrica de distâncias utilizada na imagem pré-filtrada.

As escolhas das funções f e g levam em conta as características estocásticas do modelo de ruído Poisson. A função $f(y_1, y_2)$ representa a razão de verossimilhança, equivalente ao teste da hipótese de que y_1 e y_2 são realizações do mesmo processo Poisson com parâmetro λ , contra a hipótese de y_1 e y_2 serem realizações de dois processos Poisson independentes,

$$f(y_1, y_2) = y_1 \log y_1 + y_2 \log y_2 - (y_1 + y_2) \log \left(\frac{y_1 + y_2}{2}\right). \quad (2.19)$$

A imagem pré-filtrada corresponde a uma estimativa preliminar das taxas de contagem $\{x_i\}_{i \in I}$. Assim sendo, $g(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)$ é definida pela divergência K-L simétrica,

$$g(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) = (\hat{\lambda}_1 - \hat{\lambda}_2) \log\left(\frac{\hat{\lambda}_1}{\hat{\lambda}_2}\right). \quad (2.20)$$

No trabalho de Deledalle, Tupin e Denis (2010), os parâmetros α e β da equação (2.18) são obtidos por meio de um procedimento numérico iterativo baseado na minimização do critério de risco PURE (*Poisson Unbiased Risk Estimator*). O critério PURE serve como uma medida substituta para o erro quadrático médio quando a imagem livre de ruído (imagem referência) é desconhecida.

2.5 Considerações Finais

O algoritmo NLM, proposto por Buades, Coll e Morel (2005), é um filtro adaptativo variante no espaço que processa uma imagem como uma coleção de pequenas regiões ou vizinhanças, referidas por *patches*. Esse algoritmo é atrativo por sua simplicidade de implementação, bom desempenho em filtragem de texturas, preservação de pequenos detalhes e estruturas, e por seu alto potencial para paralelismo.

O valor livre de ruído de um pixel é aproximado pela média ponderada dos demais pixels da imagem, na qual os pesos dependem da similaridade entre *patches*. Comparar todos os *patches* da imagem torna o custo computacional do algoritmo demasiadamente oneroso. Por esse motivo, na prática apenas *patches* dentro de uma janela de busca ao redor do pixel sendo estimado são utilizados.

Diversas extensões e novos algoritmos foram propostos com base no algoritmo NLM. Frequentemente, o uso de abordagens iterativas ou baseadas no uso de uma pré-estimativa do sinal livre de ruído são empregadas com sucesso. Ao explorar outras métricas de distância, o algoritmo NLM pode ser aperfeiçoado ou estendido para outros modelos de ruído.

No capítulo seguinte será descrito o conceito de distâncias estocásticas. O objetivo deste trabalho foi estender o algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson. Para tal, o uso de distâncias estocásticas como métrica de distância foi explorado. Os trabalhos revisados neste capítulo formaram uma base importante para a abordagem proposta.

O algoritmo Poisson NLM, proposto por Deledalle, Tupin e Denis (2010), combina duas métricas de similaridade, sendo que uma das métricas é computada a partir dos *patches* ruidosos e a segunda é computada a partir de uma versão pré-suavizada dos mesmos.

As abordagens propostas neste trabalho se diferem por seguir um princípio baseado no modelo estocástico do ruído e na teoria de estimação de parâmetros. O valor de contagem observado em cada pixel da imagem é assumido como a realização de um processo Poisson. Os parâmetros de modelo são estimados de modo não-local e os *patches* são comparados utilizando a distância estocástica entre as distribuições envolvidas.

Capítulo 3

DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS

Divergências estatísticas são métricas capazes de expressar a discrepância entre distribuições de probabilidade, amostras ou populações estatísticas. Essas métricas, porém, não são rigorosamente métricas de distância uma vez que a propriedade de simetria e a desigualdade triangular nem sempre são satisfeitas. A propriedade de simetria pode ser importante em algumas aplicações. Métricas de divergência estatística acrescidas da propriedade de simetria são conhecidas como distâncias estocásticas.

3.1 Considerações Iniciais

No capítulo anterior, o algoritmo NLM foi discutido de modo detalhado. Pode ser dito que a métrica de distância empregada na comparação de *patches* desempenha um papel fundamental no desempenho do algoritmo. Distâncias estocásticas são métricas capazes de medir a “distância” entre distribuições de probabilidade, isto é, quanto maior a discrepância entre duas distribuições de probabilidade, maior será o coeficiente de distância entre elas.

Dados ruidosos podem ser vistos como realizações de processos estocásticos. Logo, distâncias estocásticas são boas candidatas a métricas de similaridade na hipótese de um modelo paramétrico de ruído. Uma vez que distâncias estocásticas podem ser utilizadas sobre definição de diferentes distribuições de probabilidade, também podem ser generalizadas para diferentes modelos de ruído.

Como descrito na seção 2.3, o algoritmo NLM utiliza a distância euclidiana como métrica de similaridade para a comparação de *patches*. A distância euclidiana

pode ser uma métrica confiável na presença de ruído gaussiano (DELEDALLE; DENIS; TUPIN, 2012), mas sobre hipótese de outros modelos de ruído pode não ser uma métrica robusta.

Nascimento, Cintra e Frery (2010) exploraram o uso de distâncias estocásticas baseadas na classe (h, ϕ) de divergências para o problema de teste de hipótese em dados corrompidos por ruído *speckle*. Mais especificamente, as seguintes oito distâncias foram exploradas: distância K–L; distância Rényi; distância Hellinger; distância Bhattacharyya; distância Jensen–Shannon; distância Aritmética–Geométrica; distância Triangular; e distância Média–Harmônica.

Com base na metodologia de Nascimento, Cintra e Frery (2010), fórmulas de forma fechada para as distâncias estocásticas foram deduzidas para a distribuição Poisson. Das oito métricas supracitadas, foi possível deduzir expressões de forma fechada para apenas quatro métricas. São elas: (1) distância K-L; (2) distância Rényi; (3) distância Bhattacharya; e (4) distância Hellinger.

O método proposto por esse trabalho de pesquisa, bem como os resultados obtidos serão apresentados no próximo capítulo. Neste capítulo serão fornecidos os conceitos teóricos relacionados às distâncias estocásticas.

Na seção 3.2 será introduzido o conceito de métricas de divergência; na seção 3.3 será definido o conceito de distâncias estocásticas; na seção 3.4 serão apresentadas as deduções das distâncias estocásticas para a distribuição Poisson, realizadas para o desenvolvimento do presente trabalho de pesquisa; e na seção 3.5 serão realizadas as considerações finais deste capítulo.

3.2 Métricas de Divergência

O conceito de distâncias estocásticas vem do conceito de métricas de divergência. Métricas de divergência são coeficientes que possuem a propriedade de assumir valores maiores ao passo que a discrepância entre duas distribuições aumenta, portanto são ferramentas úteis para a comparação de distribuições de probabilidade (PARDO 2006). Existe uma grande variedade de medidas de divergência conhecidas na literatura e propostas em diferentes contextos de aplicação.

Em (ESCOLANO; SUAU; BONEV, 2009) é feita uma revisão de várias aplicações de métricas de informação e divergência estatística para problemas de visão computacional e reconhecimento de padrões. E em (BASSEVILLE, 2013) é feita uma revisão bastante ampla sobre a bibliografia de medidas de divergência e suas aplicações.

Para unificar o estudo de diversas medidas de divergência, Salicrú *et al.* (1994) propuseram uma classe mais generalizada de divergências, denominada como a classe (h, ϕ) de divergências. Essa classe possui como casos específicos a divergência K-L (KULLBACK; LEIBLER, 1951) e a distância de Bhattacharyya (BHATTACHARYYA, 1943), além de outras.

De acordo com a notação de Nascimento, Cintra e Frery (2010), a expressão geral para as divergências (h, ϕ) pode ser dada pela seguinte equação,

$$D_{\phi}^h(X, Y) = h \left(\int_J \phi \left(\frac{f_X(x; \theta_1)}{f_Y(x; \theta_2)} \right) f_Y(x; \theta_2) dx \right) \quad (3.1)$$

onde X e Y são duas variáveis aleatórias definidas sobre o mesmo espaço probabilístico, com funções de densidade de probabilidades dadas por $f_X(x; \theta_1)$ e $f_Y(x; \theta_2)$ respectivamente, com mesmo suporte $J \subset \mathbb{R}$. A função $h: (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ é estritamente crescente e $h(0) = 0$. A função $\phi: (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ é convexa.

Quando X e Y são variáveis aleatórias obedecendo a uma distribuição Poisson, f_X e f_Y são dadas pela equação (1.1) com parâmetros λ_X e λ_Y respectivamente. A integral na equação (3.1) também é substituída por uma somatória discreta, uma vez que a distribuição Poisson é definida no domínio discreto.

3.3 Distâncias Estocásticas

Tomando escolhas apropriadas para as funções h e ϕ na equação (3.1), diferentes divergências podem ser obtidas. Entretanto, tais divergências não são rigorosamente medidas de distância, uma vez que a propriedade de simetria e a desigualdade triangular nem sempre são satisfeitas. Ainda assim, são eficazes em comparar distribuições de probabilidade.

As divergências obtidas a partir da equação (3.1) podem ser simetrizadas de modo direto utilizando a seguinte equação,

$$d_{\phi}^h(X, Y) = \frac{D_{\phi}^h(X, Y) + D_{\phi}^h(Y, X)}{2} \quad (3.2)$$

Nascimento, Cintra e Frery (2010) atribuem o nome de distâncias estocásticas às divergências simétricas obtidas conforme a equação (3.2).

No trabalho de Nascimento, Cintra e Frery (2010), oito distâncias estocásticas baseadas na classe de divergências (h, ϕ) foram avaliadas no teste de hipótese em dados corrompidos por ruído *speckle*. As expressões gerais para essas distâncias estocásticas são dadas pelas seguintes equações:

- Kullback–Leibler;

$$d_{KL}(X, Y) = \frac{1}{2} \int (f_X - f_Y) \ln \left(\frac{f_X}{f_Y} \right) \quad (3.3)$$

- Rényi de ordem β , com $0 < \beta < 1$;

$$d_R^{\beta}(X, Y) = \frac{1}{\beta - 1} \ln \left(\frac{\int f_X^{\beta} f_Y^{1-\beta} + f_X^{1-\beta} f_Y^{\beta}}{2} \right) \quad (3.4)$$

- Hellinger;

$$d_H(X, Y) = 1 - \int \sqrt{f_X f_Y} = 1 - \exp \left(-\frac{1}{2} d_R^{1/2}(X, Y) \right) \quad (3.5)$$

- Bhattacharyya;

$$d_B(X, Y) = -\ln \left(\int \sqrt{f_X f_Y} \right) = -\ln(1 - d_H(X, Y)) \quad (3.6)$$

- Jensen–Shannon;

$$d_{JS}(X, Y) = \frac{1}{2} \left[\int f_X \ln \left(\frac{2f_X}{f_Y + f_X} \right) + \int f_Y \ln \left(\frac{2f_Y}{f_Y + f_X} \right) \right] \quad (3.7)$$

- Aritmética–Geométrica;

$$d_{AG}(X, Y) = \frac{1}{2} \int (f_X + f_Y) \ln \left(\frac{f_Y + f_X}{2\sqrt{f_Y f_X}} \right) \quad (3.8)$$

- Triangular; e

$$d_T(X, Y) = \int \frac{(f_X - f_Y)^2}{f_X + f_Y} \quad (3.9)$$

- Média–harmônica

$$d_{HM}(X, Y) = -\ln \left(\int \frac{2f_X f_Y}{f_X + f_Y} \right) = -\ln \left(1 - \frac{d_T(X, Y)}{2} \right) \quad (3.10)$$

Segundo algumas propriedades assintóticas estabelecidas por Salicrú *et al.* (1994), as divergências D_{ϕ}^h obtidas a partir da equação (3.1) podem ser empregadas em problemas de teste de hipótese. De modo análogo, o mesmo foi demonstrado para as divergências simétricas d_{ϕ}^h obtidas com a equação (3.2) em (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010).

Contudo, o foco deste trabalho de pesquisa foi na aplicação das distâncias estocásticas como métricas capazes de comparar distribuições de probabilidade, e não como teste de hipótese. Em outras palavras, o problema a ser resolvido consiste em obter o coeficiente de distância entre distribuições aleatórias, e não na decisão binária entre hipóteses.

3.4 Distâncias Estocásticas para a Distribuição Poisson

Para o desenvolvimento deste trabalho, expressões para a distribuição Poisson foram deduzidas a partir das equações (3.3)-(3.10). Porém, só foi possível obter expressões de forma fechada para as distâncias Kullback–Leibler, Rényi, Hellinger e Bhattacharyya. O mesmo foi constatado em (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010) para o modelo de ruído *speckle*.

3.4.1 Distância Kullback-Leibler

A distância K-L se baseia na forma simétrica da divergência de K-L, proposta por Kullback e Leibler (1951) e definida pela seguinte fórmula:

$$D_{KL}(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left(\frac{f_X(x)}{f_Y(x)} \right) f_X(x) dx \quad (3.11)$$

em que X e Y são variáveis aleatórias contínuas com funções de densidade de probabilidade f_X e f_Y respectivamente. Para variáveis aleatórias discretas, a divergência de K-L é enunciada como segue:

$$D_{KL}(X, Y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \ln \left(\frac{P_X(x)}{P_Y(x)} \right) P_X(x) \quad (3.12)$$

A divergência D_{KL} não possui a propriedade de simetria, contudo, seguindo a mesma abordagem de (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010), a divergência D_{KL} pode ser feita simétrica fazendo uso da equação (3.2),

$$d_{KL}(X, Y) = \frac{D_{KL}(X, Y) + D_{KL}(Y, X)}{2} \quad (3.13)$$

onde d_{KL} representa a distância K-L.

Substituindo a expressão (3.12) na equação (3.13), obtemos:

$$\begin{aligned} d_{KL}(X, Y) &= \frac{1}{2} \left[\sum_{-\infty}^{+\infty} \ln \left(\frac{P_X(x)}{P_Y(x)} \right) P_X(x) + \sum_{-\infty}^{+\infty} \ln \left(\frac{P_Y(x)}{P_X(x)} \right) P_Y(x) \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{+\infty} \left[\ln \left(\frac{P_X(x)}{P_Y(x)} \right) P_X(x) - \ln \left(\frac{P_X(x)}{P_Y(x)} \right) P_Y(x) \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{+\infty} [P_X(x) - P_Y(x)] \cdot \ln \left(\frac{P_X(x)}{P_Y(x)} \right) \end{aligned}$$

e substituindo P_X e P_Y por distribuições Poisson com parâmetros λ_X e λ_Y respectivamente,

$$\begin{aligned} d_{KL}(X, Y) &= \frac{1}{2} \sum_{x=0}^{+\infty} \left[\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} - \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right] \cdot \ln \left(\frac{\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!}}{\frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{x=0}^{+\infty} \left[\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} - \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right] \cdot \ln \left(\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{x=0}^{+\infty} \left[\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} - \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right] \cdot [-\lambda_X + x \ln \lambda_X - (-\lambda_Y + x \ln \lambda_Y)] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{x=0}^{+\infty} \left[\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} - \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right] \cdot [(\lambda_Y - \lambda_X) + x \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y}] \end{aligned}$$

aplicando a distributividade,

$$\begin{aligned} d_{KL}(X, Y) &= \frac{1}{2} \left[\lambda_Y \sum_{x=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} - \lambda_X \sum_{x=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} + \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} \sum_{x=0}^{+\infty} x \cdot \frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} - \lambda_Y \sum_{x=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right. \\ &\quad \left. + \lambda_X \sum_{x=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} - \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} \sum_{x=0}^{+\infty} x \cdot \frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right] \end{aligned}$$

e finalmente, utilizando o fato de que a somatória da distribuição de probabilidade é unitária,

$$\sum_{x=0}^{+\infty} P(x) = \sum_{x=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = 1 \quad (3.14)$$

e o fato de que o valor esperado de uma variável aleatória Poisson é igual a seu parâmetro λ ,

$$E[X] = \sum_{x=0}^{+\infty} x \cdot P(x) = \sum_{x=0}^{+\infty} x \cdot \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \lambda \quad (3.15)$$

obtemos a fórmula para a distância K-L para a distribuição Poisson,

$$d_{KL}(X, Y) = \frac{1}{2} \left[\lambda_Y - \lambda_X + \lambda_X \cdot \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} - \lambda_Y + \lambda_X - \lambda_Y \cdot \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} \right] = \frac{1}{2} \left[(\lambda_X - \lambda_Y) \cdot \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} \right].$$

Portanto, a distância K-L simétrica entre duas variáveis aleatórias Poisson, X e Y , é uma função de seus parâmetros λ_X e λ_Y dada pela equação (3.16).

$$d_{KL}(X, Y) = \frac{1}{2} \left[(\lambda_X - \lambda_Y) \cdot \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} \right] \quad (3.16)$$

3.4.2 Distância Rényi

A distância Rényi consiste em uma forma simétrica da divergência Rényi de ordem β , que por sua vez está relacionada com a entropia Rényi, originalmente proposta em (RÉNYI, 1961). A divergência Rényi de ordem β é definida como segue:

$$d_R^\beta(X, Y) = \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\int f_X(x)^\beta f_Y(x)^{1-\beta} dx \right) \quad (3.17)$$

A divergência Rényi de ordem $\beta = 1$ é conhecida na literatura como um caso especial no qual a divergência Rényi coincide com a divergência de K-L (VAN ERVEN; HARREMOËS, 2014).

Observando a equação (3.17) é possível notar que a propriedade simétrica é apenas garantida no caso particular onde $\beta = 1/2$. A distância Rényi (simétrica) é dada pela equação (3.4). Assumindo variáveis discretas e substituindo os operadores de integração por somatórias, obtemos a distância para o caso discreto:

$$d_R^\beta(X, Y) = \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{\sum P_X(x)^\beta P_Y(x)^{1-\beta} + \sum P_X(x)^{1-\beta} P_Y(x)^\beta}{2} \right) \quad (3.18)$$

Para obter a expressão da distância Rényi para variáveis distribuídas de acordo com a distribuição Poisson, P_X e P_Y da equação (3.18) são substituídos por distribuições Poisson com parâmetros λ_X e λ_Y respectivamente,

$$\begin{aligned} d_R^\beta(X, Y) &= \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{\sum \left(\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} \right)^\beta \left(\frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right)^{1-\beta} + \sum \left(\frac{e^{-\lambda_X} \lambda_X^x}{x!} \right)^{1-\beta} \left(\frac{e^{-\lambda_Y} \lambda_Y^x}{x!} \right)^\beta}{2} \right) \\ &= \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{1}{2} \left[\sum \frac{e^{-\beta \lambda_X} \lambda_X^{\beta x} e^{-(1-\beta) \lambda_Y} \lambda_Y^{(1-\beta)x}}{x!} + \sum \frac{e^{-(1-\beta) \lambda_X} \lambda_X^{(1-\beta)x} e^{-\beta \lambda_Y} \lambda_Y^{\beta x}}{x!} \right] \right) \\ &= \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{1}{2} \left[e^{-\lambda_Y + \beta(\lambda_Y - \lambda_X)} \sum \frac{(\lambda_X^\beta \lambda_Y^{(1-\beta)})^x}{x!} + e^{-\lambda_X + \beta(\lambda_X - \lambda_Y)} \sum \frac{(\lambda_X^{(1-\beta)} \lambda_Y^\beta)^x}{x!} \right] \right) \end{aligned}$$

utilizando o fato de que $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{k^x}{x!} = e^k$,

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{e^{-\lambda_Y + \beta(\lambda_Y - \lambda_X)} e^{\lambda_X^\beta \lambda_Y^{(1-\beta)}} + e^{-\lambda_X + \beta(\lambda_X - \lambda_Y)} e^{\lambda_X^{(1-\beta)} \lambda_Y^\beta}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{e^{-\lambda_Y + \beta(\lambda_Y - \lambda_X) + \lambda_X^\beta \lambda_Y^{(1-\beta)}} + e^{-\lambda_X + \beta(\lambda_X - \lambda_Y) + \lambda_X^{(1-\beta)} \lambda_Y^\beta}}{2} \right) \end{aligned}$$

Assim sendo, a expressão de forma fechada para a distância Rényi de ordem β é dada pela equação (3.19).

$$\begin{aligned} d_R^\beta(X, Y) &= \frac{1}{(\beta - 1)} \ln \left(\frac{e^{-\lambda_Y + \beta(\lambda_Y - \lambda_X) + \lambda_X^\beta \lambda_Y^{(1-\beta)}} + e^{-\lambda_X + \beta(\lambda_X - \lambda_Y) + \lambda_X^{(1-\beta)} \lambda_Y^\beta}}{2} \right) \quad (3.19) \end{aligned}$$

3.4.3 Distância Hellinger

A distância Hellinger para variáveis contínuas é dada pela equação (3.5) e no caso discreto pela equação (3.20):

$$d_H(X, Y) = 1 - \sum \sqrt{P_X(x)P_Y(x)} \quad (3.20)$$

Partindo da distância Rényi de ordem $\beta = 1/2$ da equação (3.18), obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} d_R^{1/2}(X, Y) &= -2 \ln \left(\sum P_X(x)^{1/2} P_Y(x)^{1/2} \right) \\ &= -2 \ln \left(\sum \sqrt{P_X(x)P_Y(x)} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Dividindo os dois lados da equação (3.21) por -2 e aplicando a função exponencial natural, a distância Hellinger da equação (3.20) pode ser expressa em função da distância Rényi de ordem $\beta = 1/2$, resultando na equação (3.22),

$$d_H(X, Y) = 1 - \exp \left(-\frac{1}{2} d_R^{1/2}(X, Y) \right) \quad (3.22)$$

ou ainda, substituindo $d_R^{1/2}(X, Y)$ pela equação (3.19) com $\beta = 1/2$:

$$d_H(X, Y) = 1 - \exp \left(-\frac{1}{2} (\lambda_X + \lambda_Y) + \sqrt{\lambda_X \lambda_Y} \right) \quad (3.23)$$

3.4.4 Distância Bhattacharyya

Proposta por Bhattacharyya (1943), a distância de Bhattacharyya, também relacionada ao coeficiente de Bhattacharyya, que representa a medida de sobreposição entre duas populações estatísticas, consiste em uma medida de divergência entre duas distribuições de probabilidade. A distância de Bhattacharyya é definida como segue:

$$d_B(X, Y) = -\ln \sum \sqrt{P_X(x)P_Y(x)} \quad (3.24)$$

É possível observar que a distância Hellinger pode ser relacionada à distância Bhattacharyya,

$$\begin{aligned}
d_B(X, Y) &= -\ln \sum \sqrt{P_X(x)P_Y(x)} \\
&= -\ln \left(1 - \left(1 - \sum \sqrt{P_X(x)P_Y(x)} \right) \right) \\
&= -\ln(1 - d_H(X, Y))
\end{aligned} \tag{3.25}$$

e assim, a expressão da distância Bhattacharyya para distribuições Poisson é obtida substituindo $d_H(X, Y)$ da equação (3.23) em (3.25):

$$d_B(X, Y) = \frac{1}{2}(\lambda_X + \lambda_Y) - \sqrt{\lambda_X \lambda_Y} \tag{3.26}$$

3.5 Considerações Finais

Distâncias estocásticas emergem de métricas de divergência estatística, com a diferença de exibirem a propriedade de simetria, importante para diversas aplicações. Em particular, no problema de filtragem de ruído é desejável que o coeficiente de similaridade d_{ij} entre dois *patches* centralizados em i e j , respectivamente, seja sempre um valor maior ou igual a zero ($d_{ij} \geq 0$) e simétrico ($d_{ij} = d_{ji}$).

Distâncias estocásticas assumem um modelo paramétrico dos dados, e assim sendo, conhecimento dos parâmetros do modelo é necessário para o cálculo das distâncias. Tais parâmetros, porém, não são conhecidos na prática e precisam ser estimados a partir dos dados ruidosos.

Portanto, um obstáculo no uso de distâncias estocásticas e outras medidas de divergências estatísticas, é a dificuldade em estimar os parâmetros do modelo. Além disso, nem todas as distâncias estocásticas possuem forma fechada (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010).

Para este trabalho, duas abordagens baseadas no algoritmo NLM foram propostas para a filtragem de ruído Poisson utilizando as distâncias estocásticas. Na primeira abordagem, uma pré-estimativa da imagem livre de ruído é utilizada como estimativa inicial dos parâmetros de modelo. A segunda abordagem consiste em um esquema iterativo. Tais abordagens serão apresentadas no próximo capítulo.

Capítulo 4

METODOLOGIA E EXPERIMENTOS

Neste trabalho de pesquisa, abordagens de estimativa de parâmetros e filtragem de ruído foram propostas tendo como base a formulação do algoritmo NLM, utilizando distâncias estocásticas como métricas de distância para comparação de patches na presença de ruído Poisson. Experimentos foram conduzidos em imagens com ruído simulado e em imagens de phantoms de tomossíntese mamária. Os métodos propostos foram comparados com outros métodos de estado-da-arte.

4.1 Considerações Iniciais

Como descrito na seção 2.3, o algoritmo NLM utiliza um critério de similaridade para a comparação entre *patches*. Em sua formulação original, a métrica utilizada é a distância euclidiana. Este trabalho de pesquisa tem como objetivo estender o algoritmo NLM para o modelo de ruído Poisson, utilizando distâncias estocásticas como novas métricas de similaridade entre *patches*.

A distância euclidiana pode ser vista como uma métrica confiável no caso de ruído aditivo (BUADES; COLL; MOREL, 2005; DELEDALLE; DENIS; TUPIN, 2012). Porém, ruído Poisson é dependente de sinal. Isso implica que a variância do ruído varia de acordo com a média do sinal, ou seja, a variância do ruído não é constante para a imagem toda. Logo a distância euclidiana pode não ser uma métrica adequada para a similaridade entre *patches*.

Assim como foi relatado no Capítulo 3, com base nas oito distâncias estocásticas exploradas no trabalho de Nascimento, Cintra e Frery (2010), distâncias estocásticas para a distribuição Poisson foram deduzidas para esse trabalho. Foi

possível obter expressões de forma fechada para apenas quatro das oito distâncias: (1) distância K-L; (2) distância Rényi; (3) distância Bhattacharya; e (4) distância Hellinger.

Por clareza, as expressões das distâncias estocásticas para variáveis aleatórias Poisson deduzidas para este trabalho estão sumarizadas na Tabela 1. As fórmulas originais e as deduções realizadas foram apresentadas no Capítulo 3.

Tabela 1 – Sumário das distâncias estocásticas para a distribuição Poisson.

Distâncias estocásticas para a distribuição Poisson	
Distância Estocástica	Fórmula Fechada
Kullback-Leibler	$d_{KL}(X, Y) = \frac{1}{2} \left[(\lambda_X - \lambda_Y) \cdot \ln \frac{\lambda_X}{\lambda_Y} \right]$
Rényi	$d_R^\beta(X, Y) = \frac{1}{(1-\beta)} \ln \left(\frac{e^{-\lambda_Y + \beta(\lambda_Y - \lambda_X) + \lambda_X^\beta \lambda_Y^{(1-\beta)}} + e^{-\lambda_X + \beta(\lambda_X - \lambda_Y) + \lambda_X^{(1-\beta)} \lambda_Y^\beta}}{2} \right)$
Bhattacharyya	$d_B(X, Y) = \frac{1}{2} (\lambda_X + \lambda_Y) - \sqrt{\lambda_X \lambda_Y}$
Hellinger	$d_H(X, Y) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} (\lambda_X + \lambda_Y) + \sqrt{\lambda_X \lambda_Y}\right)$

Como é possível observar pelas fórmulas na Tabela 1, conhecimento sobre os parâmetros de modelo é necessário para o cálculo das distâncias estocásticas. No caso da distribuição Poisson, os parâmetros de modelo representam a taxa média de fótons incidente em cada região da imagem.

Em aplicações reais, no entanto, esses parâmetros são desconhecidos e precisam ser estimados. Para problemas de teste de hipótese, as estimativas de parâmetro são obtidas pelo estimador por máxima verossimilhança (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010).

Idealmente, seria desejável ter acesso a um conjunto de várias realizações ruidosas diferentes da mesma imagem para a estimativa dos parâmetros, porém, na prática isso também nem sempre é possível. Assim sendo, uma alternativa é realizar a estimativa de parâmetros a partir de um conjunto de *patches* similares encontrados na imagem ruidosa.

Para suprir a necessidade da estimativa das taxas de contagem, duas abordagens foram propostas neste trabalho: (1) estimativa não-local por ML; e (2) estimativa pela filtragem iterativa da imagem.

4.2 Filtragem Não-Local de Ruído Poisson

O método proposto consiste na extensão do algoritmo NLM, empregando distâncias estocásticas como novas métricas de distância. Uma vez que as distâncias estocásticas são expressões envolvendo os parâmetros das distribuições Poisson, os pesos devem ser calculados em uma pré-estimativa da imagem livre de ruído.

Assim sendo, o valor livre de ruído \hat{x}_i de um pixel passa a ser computada da seguinte maneira,

$$\hat{x}_i = \sum_{j \in \Omega_i} w_{ij}^{\hat{\lambda}_0} y_j, \quad (4.1)$$

em que $w_{ij}^{\hat{\lambda}_0}$ indica que os pesos são obtidos a partir de uma imagem (matriz) $\hat{\lambda}_0 = \{\hat{\lambda}_{0i}\}_{i \in I}$ das pré-estimativas das taxas de fótons em cada posição da imagem. No caso do modelo de ruído Poisson, a matriz de parâmetros $\hat{\lambda}_0$ pode ser vista como uma pré-estimativa da imagem livre de ruído.

É importante observar que apesar dos pesos serem calculados a partir de uma pré-estimativa do sinal livre de ruído, o valor estimado do pixel livre de ruído é obtido a partir da média ponderada das amostras ruidosas. Além disso, é possível mostrar que a equação (4.1) é consistente com o estimador por máxima verossimilhança ponderado para a família exponencial (DELEDALLE; DENIS; TUPIN, 2009).

Na formulação original do algoritmo NLM, o parâmetro de filtragem h é constante em toda a imagem e ajustado como sendo o desvio padrão do ruído, multiplicado por alguma constante obtida experimentalmente. Como ruído Poisson é dependente de sinal, é proposto que o parâmetro h seja substituído por $\gamma \cdot \hat{\lambda}_{0i}^{1/2}$, sendo que γ é uma constante fornecida como parâmetro e $\hat{\lambda}_{0i}^{1/2}$ é a estimativa do desvio padrão do processo Poisson em i .

O intuito por trás desta configuração é tornar o parâmetro de filtragem adaptativo, uma vez que a variância e o desvio padrão do ruído variam de acordo com o sinal. Nessas condições, a equação para o cálculo dos coeficientes do filtro é dada pela equação (4.2),

$$w_{ij}^{\hat{\lambda}_0} = \frac{1}{W_{\Omega_i}} \exp\left(\frac{-\sum_{b \in P} d_{\Lambda}(\hat{\lambda}_{0_{i+b}}, \hat{\lambda}_{0_{j+b}})}{\gamma \cdot \hat{\lambda}_{0_i}^{1/2}}\right), \quad (4.2)$$

em que d_{Λ} representa a escolha de uma das distâncias estocásticas da Tabela 1; e $\hat{\lambda}_{0_{i+b}}$ e $\hat{\lambda}_{0_{j+b}}$ são as estimativas das taxas de contagem. O Algoritmo 1 descreve os passos necessários para a execução do filtro proposto.

Algoritmo 1: $\hat{X} = spnlm(Y, \hat{\lambda}_0, \gamma)$. Recebe como entrada a imagem ruidosa Y ; uma imagem pré-filtrada $\hat{\lambda}_0$; e γ parâmetro de filtragem. Retorna a imagem filtrada \hat{X} .

- 01:** Para cada $i \in I$:
 - 02:** $\hat{x}[i] \leftarrow 0$;
 - 03:** $W \leftarrow 0$;
 - 04:** $w_{max} \leftarrow 0$;
 - 05:** Para cada $j \in \Omega_i, j \neq i$:
 - 06:** $d_{ij} \leftarrow \sum_{b \in P} d_{\Lambda}(\hat{\lambda}_0[i+b], \hat{\lambda}_0[j+b])$;
 - 07:** $w_{ij} \leftarrow \exp\{-d_{ij}/(\gamma \cdot \hat{\lambda}_0[i]^{1/2})\}$;
 - 08:** $W \leftarrow W + w_{ij}$;
 - 09:** $w_{max} \leftarrow \max\{w_{max}, w_{ij}\}$;
 - 10:** $\hat{x}[i] \leftarrow \hat{x}[i] + w_{ij}y[j]$;
 - 11:** **Fim para**
 - 12:** $\hat{x}[i] \leftarrow w_{max} \cdot y[i]$;
 - 13:** $W \leftarrow W + w_{max}$;
 - 14:** $\hat{x}[i] \leftarrow \hat{x}[i]/W$
 - 15:** **Fim para**
 - 16:** **Retorna** $\hat{X} = \{\hat{x}[i]\}_{i \in I}$;
-

O Algoritmo 1 itera sobre cada pixel dentro de uma janela de busca, exceto pelo pixel central (linhas 05-11), calculando os pesos do filtro (linha 07) e acumulando uma média ponderada das amostras ruidosas de pixel (linha 10). A cada iteração, o peso máximo é armazenado (linha 09). Na linha 12, o maior peso computado é atribuído à amostra central, e a soma dos pesos é atualizada (linha 13). A estimativa obtida é então normalizada na linha 14.

O *patch* ao redor do pixel central da janela de busca coincide com o *patch* ao redor do pixel sendo filtrado, logo o peso atribuído ao pixel central será muito maior do que o peso atribuído aos demais pixels na janela de busca. Em outras palavras, o

valor ruidoso do pixel sendo filtrado pode sobrepor a influência dos demais pixels. É por essa razão que o algoritmo atribui o maior peso da janela de busca ao pixel central, e não o peso usual dado pela equação (4.2). Essa correção é uma heurística bastante utilizada na implementação do algoritmo NLM.

No Algoritmo 1, detalhes envolvendo o tratamento de bordas foram omitidos por simplicidade. Na prática, as bordas da imagem são replicadas simetricamente, de modo que nenhuma janela de busca ou *patch* tenham coordenadas fora das fronteiras da imagem.

Como mencionado anteriormente, o Algoritmo 1 exige a estimativa prévia dos parâmetros de modelo $\hat{\lambda}_0$. Essa estimativa também pode ser vista como uma etapa de pré-filtragem. Duas abordagens para a estimativa desses parâmetros serão apresentadas a seguir.

4.2.1 Estimador Não-Local por Máxima Verossimilhança

Dado um conjunto de k observações estatisticamente independentes obedecendo à distribuição Poisson, a função de probabilidade conjunta das k amostras é dada pela seguinte equação,

$$P(y_1, y_2, \dots, y_k | \lambda) = \prod_{i=1}^k \frac{e^{-\lambda} \lambda^{y_i}}{y_i!}. \quad (4.3)$$

A expressão da equação (4.3) pode ser vista como uma função do parâmetro λ . Tal função é conhecida como função de verossimilhança de λ , denotada $L(\lambda)$. Tomando o logaritmo da função $L(\lambda)$,

$$\ln L(\lambda) = \sum_{i=1}^k \ln \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^{y_i}}{y_i!} \right) = -k\lambda + \sum_{i=1}^k (y_i \ln \lambda - \ln y_i!), \quad (4.4)$$

diferenciando com respeito a λ e igualando a zero,

$$\frac{d}{d\lambda} \ln L(\lambda) = -k + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^k y_i = 0 \quad (4.5)$$

Finalmente, resolvendo a equação (4.5) para λ obtemos o estimador por máxima verossimilhança $\hat{\lambda}_{ML}$, que corresponde à média das observações ruidosas,

$$\hat{\lambda}_{ML} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i \quad (4.6)$$

As amostras podem ser obtidas localmente, ou seja, as amostras podem ser selecionadas como sendo os pixels localizados dentro de uma janela quadrada ao redor de um dado pixel, como é feito em (RABBANI, 1988). Essa abordagem assume a premissa de que o sinal é aproximadamente estacionário para uma janela suficientemente pequena.

Nessas circunstâncias, o tamanho da janela representa um compromisso entre precisão de estimativa e significância estatística. Em outras palavras, uma janela muito pequena favorece a premissa de que as amostras pertençam à mesma distribuição, mas por outro lado, o tamanho da amostra pode não ser grande o suficiente para obter uma boa estimativa.

Uma abordagem alternativa é selecionar as amostras aplicando o conceito de vizinhança não-local, utilizado no trabalho de He e Greenshields (2009). Deste modo, um número maior de elementos pode ser utilizado na estimativa com menor risco de haver elementos de diferentes distribuições na amostra.

Em linhas gerais, é possível obter uma estimativa por ML para cada pixel, tomando como amostras os pixels centrais dos k *patches* mais similares ao *patch* centralizado no pixel sendo estimado. O estimador por máxima verossimilhança da equação (4.6) é então aplicado a esse conjunto de amostra. O Algoritmo 2 detalha o procedimento descrito.

O algoritmo 2 utiliza uma estrutura de lista para armazenar os coeficientes de distância entre o *patch* do pixel sendo processado, com os demais *patches* dentro da janela de busca ao seu redor. A lista dos coeficientes é ordenada em ordem crescente. Na linha 09, a vizinhança não local ζ_i do pixel sendo processado é definida como o conjunto de coordenadas j , tal que d_{ij} está entre os primeiros k coeficientes da lista.

Ao combinar o Algoritmo 1 com a pré-estimativa obtida pelo Algoritmo 2, uma abordagem baseada em dois estágios é obtida. Na primeira etapa o sinal livre de ruído é estimado pelo Algoritmo 2; e na segunda etapa a filtragem não-local com as distâncias estocásticas é empregada, utilizando o Algoritmo 1. O diagrama de blocos da Figura 4.1 ilustra essa metodologia. O nome de SPNLM (*Stochastic Poisson Non-Local Means*) foi atribuído a essa abordagem.

Novamente, detalhes relacionados ao tratamento de bordas foram omitidos no Algoritmo 2. Assim como é feito para o Algoritmo 1, as bordas da imagem são

replicadas de modo que nenhum *patch* ou janela de busca tenham coordenadas inválidas, isto é, coordenadas além das fronteiras da imagem.

Algoritmo 2: $\hat{\lambda} = \text{poiss_nlml}(Y, k)$. Recebe como entrada a imagem ruidosa Y e k , o número de amostras desejadas. Retorna a matriz de estimativas $\hat{\lambda}$.

- 01: **Para cada** $i \in I$:
 - 02: $\hat{\lambda}[i] \leftarrow 0$;
 - 03: $L \leftarrow \{\emptyset\}$; // Inicia uma estrutura de lista vazia.
 - 04: **Para cada** $j \in \Omega_i, j \neq i$:
 - 05: $d_{ij} \leftarrow \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|$;
 - 06: $L \leftarrow L \cup \{d_{ij}\}$;
 - 07: **Fim para**
 - 08: Ordenar a lista L em ordem crescente;
 - 09: $\zeta_i \leftarrow \{j \in I \mid d_{ij} \in L[1:k]\}$;
 - 10: $\hat{\lambda}[i] \leftarrow \frac{1}{k} \sum_{j \in \zeta_i} \mathbf{y}[j]$;
 - 11: **Fim para**
 - 12: **Retorna** $\hat{\lambda} = \{\hat{\lambda}[i]\}_{i \in I}$;
-

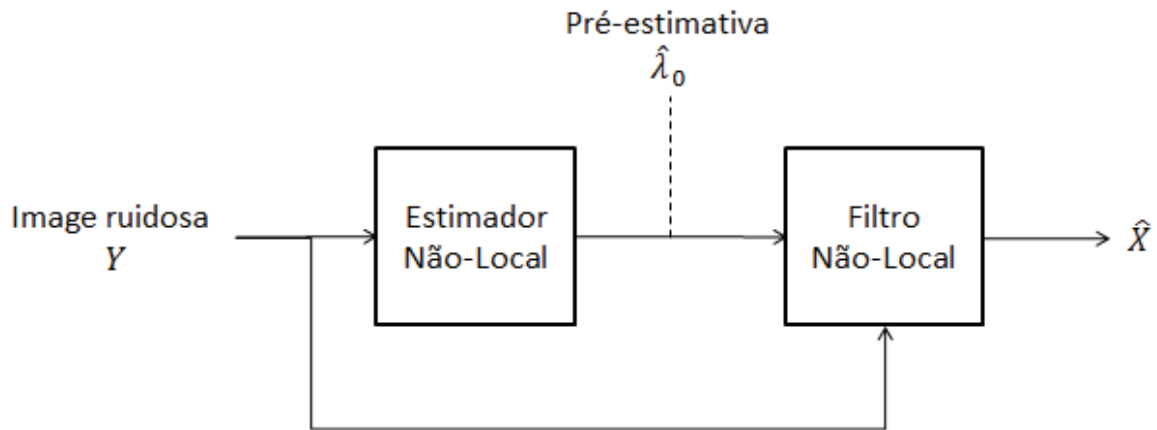


Figura 4.1 – Diagrama de bloco da filtragem em dois estágios.

4.2.2 Estimativa iterativa

Após a passagem do sinal pelo filtro não-local proposto no Algoritmo 1, uma estimativa $\hat{\lambda}_1$ mais próxima da imagem livre de ruído é obtida. O processo de filtragem pode então prosseguir iterativamente utilizando a nova estimativa da imagem livre de ruído na etapa seguinte. O diagrama de blocos da Figura 4.2 ilustra esse esquema.

Essa segunda abordagem pode ser vista como uma extensão iterativa do algoritmo SPNLM,

$$\hat{x}_{l_i} = \sum_{j \in \Omega_i} w_{ij}^{\hat{\lambda}_{(l-1)}} y_j, \quad (4.7)$$

$$w_{ij}^{\hat{\lambda}_{(l-1)}} = \frac{1}{W_{\Omega_i}} \exp \left(\frac{-\sum_{b \in P} d_{\Lambda}(\hat{\lambda}_{(l-1)_{i+b}}, \hat{\lambda}_{(l-1)_{j+b}})}{\gamma \cdot \hat{\lambda}_{(l-1)_i}^{1/2}} \right), \quad (4.8)$$

onde \hat{x}_{l_i} representa a estimativa do pixel livre de ruído na iteração l e $\hat{\lambda}_{(l-1)}$ representa a imagem estimada na iteração $l - 1$.

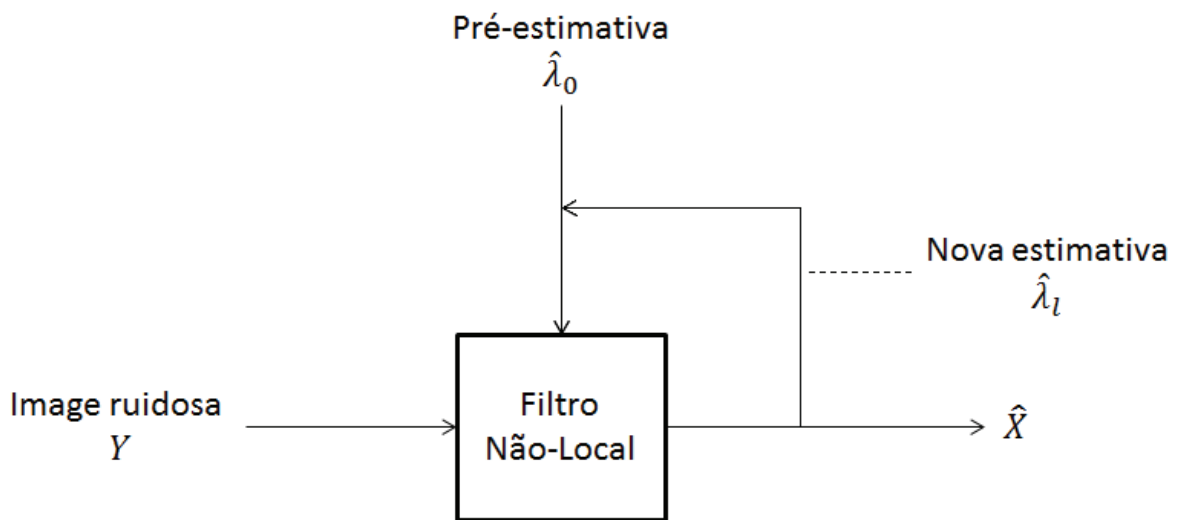


Figura 4.2 – Diagrama de blocos da filtragem iterativa.

Observando a equação (4.7), é possível notar que apenas os coeficientes do filtro são atualizados iterativamente, enquanto a imagem sendo filtrada permanece constante. Isso significa que a estimativa do valor livre de ruído de um pixel continua sendo definida pela média ponderada das observações ruidosas $\{y_j\}_{j \in \Omega_i}$, limitadas a uma janela de busca Ω_i . A razão para manter a imagem ruidosa constante é que após a filtragem dos dados, a hipótese de ruído Poisson não é mais garantida.

A estimativa inicial pode ser definida como sendo a própria imagem ruidosa $\hat{\lambda}_0 = Y$. A cada iteração l , uma nova estimativa $\hat{\lambda}_l$ é obtida e pode ser fornecida como a pré-estimativa na iteração seguinte $l + 1$. O nome de ISPnLM (*Iterative Stochastic Poisson Non-Local Means*) foi atribuído a essa abordagem.

O algoritmo ISPnLM se mostrou particularmente útil em contextos onde a preservação de pequenos detalhes é mais crítica que a necessidade de atenuação de ruído, como é o caso no problema de filtragem de projeções de tomossíntese

mamária, em que a perda de detalhes muito pequenos como microcalcificações, pode comprometer o diagnóstico.

4.3 Avaliação dos Resultados

Para a avaliação quantitativa dos resultados de filtragem, neste trabalho foram utilizadas as métricas PSNR (*peak signal-to-noise ratio*) e SSIM (*structural similarity index*). Ambas as métricas dependem da existência de uma imagem referência. O PSNR é uma métrica baseada no erro médio quadrático entre as imagens sendo comparadas. Já o SSIM se trata de uma métrica conhecida por possuir boa correlação com o sistema de visão humano.

4.3.1 Peak Signal-to-Noise Ratio – PSNR

O PSNR se baseia na razão entre a potência máxima de um sinal (*peak*) e o erro médio quadrático de sua estimativa. A expressão para o cálculo do PSNR é definida da seguinte maneira:

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{MAX}_X^2}{\text{MSE}(X, \hat{X})} \right), \quad (4.9)$$

sendo X a imagem referência; \hat{X} a imagem filtrada; MAX_X^2 é o valor máximo possível que o sinal pode assumir, normalmente $\text{MAX}_X^2 = 255^2$ para imagens de 8-bits; e MSE é o erro médio quadrático entre as imagens.

O erro médio quadrático MSE é obtido pela seguinte fórmula,

$$\text{MSE}(X, \hat{X}) = \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2 \quad (4.10)$$

4.3.2 Structural Similarity Index – SSIM

O SSIM é uma métrica para a avaliação da similaridade entre duas imagens, proposta por Wang *et al.* (2004), que leva em consideração características relacionadas ao sistema de visão humano. Essa métrica é obtida pela combinação

de três critérios de comparação: (1) comparação da luminância, $L(X_1, X_2)$; (2) comparação de contraste $C(X_1, X_2)$; e (3) comparação estrutural $S(X_1, X_2)$.

Mais precisamente,

$$SSIM = [L(X_1, X_2)]^\alpha \cdot [C(X_1, X_2)]^\beta \cdot [S(X_1, X_2)]^\gamma \quad (4.11)$$

em que $\alpha > 0$, $\beta > 0$ e $\gamma > 0$ são parâmetros responsáveis por determinar a importância de cada um dos critérios de comparação no resultado final. O índice SSIM assume valores no intervalo $[-1, 1]$.

$L(X_1, X_2)$ é definido pela equação (4.12),

$$L(X_1, X_2) = \left(\frac{2\mu_{X_1}\mu_{X_2} + C_1}{\mu_{X_1}^2 + \mu_{X_2}^2 + C_1} \right), \quad (4.12)$$

$C(X_1, X_2)$ é definido pela equação (4.13),

$$C(X_1, X_2) = \left(\frac{2\sigma_{X_1}\sigma_{X_2} + C_2}{\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + C_2} \right) \quad (4.13)$$

e $S(X_1, X_2)$ é definido pela equação (4.14),

$$S(X_1, X_2) = \left(\frac{\sigma_{X_1 X_2} + C_3}{\sigma_{X_1} \cdot \sigma_{X_2} + C_3} \right) \quad (4.14)$$

sendo que μ_{X_1} e μ_{X_2} são as médias de X_1 e X_2 , σ_{X_1} e σ_{X_2} são os desvios padrões de X_1 e X_2 e $\sigma_{X_1 X_2}$ é o coeficiente de correlação entre X_1 e X_2 . C_1 , C_2 e C_3 são constantes positivas responsáveis pela estabilização dos termos.

O índice SSIM costuma ser computado localmente, isto é, as medidas estatísticas μ_{X_1} , μ_{X_2} , σ_{X_1} , σ_{X_2} e $\sigma_{X_1 X_2}$ são obtidas utilizando uma janela local que se move ao longo da imagem, e a equação (4.11) é calculada em cada posição. Portanto o *score* SSIM reportado ao comparar duas imagens, é na verdade obtido pela média de todos os valores locais do índice.

Neste trabalho, os parâmetros α , β e γ foram ajustados com $\alpha = \beta = \gamma = 1$, atribuindo a mesma importância aos três critérios de comparação. As constantes C_1 , C_2 e C_3 foram ajustadas com $C_1 = (K_1 \mathcal{L})^2$, $C_2 = (K_2 \mathcal{L})^2$ e $C_3 = C_2/2$, conforme sugerido em (WANG *et al.*, 2004), sendo \mathcal{L} é o nível máximo de cinza (255 para imagens de 8-bits) e K_1 e K_2 constantes positivas com $K_1 \ll 1$ e $K_2 \ll 1$. Os valores padrões $K_1 = 0,01$ e $K_2 = 0,03$ foram adotados nos experimentos realizados. Janelas gaussianas de tamanho 11×11 com desvio padrão $\sigma = 1,5$ foram utilizadas para o cálculo das estatísticas locais, de modo que maior peso é atribuído para amostras de pixel mais próximas aos centros das janelas.

4.4 Experimentos em Imagens com Ruído Simulado

Nesta seção serão apresentados os resultados dos experimentos conduzidos em duas imagens padrões com ruído simulado. Para cada uma das imagens, ruído é simulado utilizando três diferentes picos de intensidade, 1, 10, 20. Os picos de intensidade representam a taxa máxima de fótons da imagem simulada e estão diretamente relacionados com a relação sinal-ruído. Os detalhes do processo de simulação do ruído são descritos no item 4.4.1.

Como referencial para comparação, alguns métodos relacionados foram selecionados. São eles: (1) algoritmo NLM; (2) filtragem NLM no domínio de Anscombe, (3) filtragem com o algoritmo BM3D no domínio de Anscombe; e (4) o algoritmo Poisson NLM (DELEDALLE; TUPIN; DENIS, 2010). A inversa exata de Anscombe, proposta por Mäkitalo e Foi (2011), foi utilizada para os métodos aplicados no domínio de Anscombe.

Em cada experimento, dez realizações de ruído foram simuladas. Medidas de SSIM e PSNR foram computadas a partir da imagem filtrada, tendo a imagem original (antes da simulação do ruído) como imagem referência. O tempo de execução em segundos também foi medido para cada algoritmo. Para a execução dos experimentos, um *notebook* com processador Intel® Core™ i5-2450M, 2,50GHz e 6 GB de memória RAM foi utilizado.

Nos experimentos realizados nesta seção, todos os métodos foram configurados com uma janela de busca de tamanho 15×15 e janela de similaridade (*patch*) de tamanho 7×7 . O parâmetro k do estimador não local por ML foi ajustado para $k = 27$ amostras. Esse valor foi definido experimentalmente. O algoritmo BM3D possui como parâmetro o desvio padrão do ruído σ . Como o algoritmo BM3D foi aplicado no domínio de Anscombe, é assumido $\sigma = 1$.

Os parâmetros de filtragem do algoritmo NLM e do método proposto também foram obtidos experimentalmente. Para diferentes picos de intensidade, diferentes configurações foram utilizadas para esses parâmetros. Os parâmetros utilizados são reportados junto aos resultados dos experimentos. Os parâmetros de filtragem do algoritmo Poisson NLM são determinados automaticamente. O algoritmo ISPNLM foi avaliado somente com a distância Bhattacharyya por apresentar menor custo computacional e resultados similares às demais distâncias.

4.4.1 Simulação de Ruído

Para simular imagens de baixa contagem, foi adotado o seguinte procedimento: (1) obter o maior valor de pixel existente na imagem, Δ ; e (2) multiplicar cada pixel da imagem por Q/Δ , em que Q é o pico de intensidade desejado. O resultado é uma imagem simulada de baixa contagem com valor máximo de pixel igual a Q .

A partir das imagens de baixa contagem obtidas utilizando o procedimento supracitado, o ruído foi simulado substituindo cada pixel da imagem por um número obtido a partir de uma rotina geradora de números aleatórios Poisson, utilizando como parâmetro (taxa de contagem), o valor original do pixel. A maioria das linguagens e plataformas de programação possui bibliotecas com rotinas para tal finalidade, MATLAB e Python são exemplos.

4.4.2 Resultados obtidos com a imagem “Boat”

As Tabelas 2, 3 e 4 exibem os resultados quantitativos dos experimentos realizados com a imagem “Boat” de dimensões (256×256) , para picos de intensidade de $Q = 20$, $Q = 10$ e $Q = 1$, respectivamente. Os valores de PSNR, SSIM e tempo de execução reportados nas tabelas são os valores médios calculados a partir da execução dos algoritmos sobre dez realizações diferentes de ruído. O tempo de execução é dado em segundos.

Pela Tabela 2, é possível notar que o algoritmo BM3D apresentou o melhor desempenho levando em consideração as métricas de PSNR, SSIM e tempo de execução. O algoritmo SPNLM obteve resultados superiores ao algoritmo NLM para todas as distâncias estocásticas consideradas, e resultados competitivos com o algoritmo Poisson NLM e com o algoritmo NLM no domínio de Anscombe.

Assim como esperado, o estimador não-local e o algoritmo NLM, ambos baseados na distância euclidiana como métrica de similaridade, exibiram os piores resultados. Ao comparar o resultado do algoritmo SPNLM com o resultado do estimador não-local, é possível constatar que a partir da estimativa inicial produzida pelo estimador não-local, uma nova estimativa superior é obtida pelo algoritmo SPNLM.

Tabela 2 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 20$.

Imagem “Boat” (256 × 256)				
Método	PARÂMETRO	PSNR	SSIM	TEMPO
Nonlocal-Means	$h = 3$	23,78	0,596	70,57
Nonlocal-Means Anscombe	$h = 1$	24,24	0,627	73,83
Poisson NLM	\emptyset	24,56	0,659	67,12
BM3D Anscombe	$\sigma = 1$	25,43	0,718	0,67
Estimador Não-Local	$k = 27$	22,81	0,521	16,60
SPNLM Hellinger	$\gamma = 0,3$	24,20	0,638	47,43
SPNLM Kullback-Leibler	$\gamma = 0,8$	24,53	0,654	50,72
SPNLM Rényi	$\gamma = 0,8$	24,33	0,644	342,97
SPNLM Bhattacharyya	$\gamma = 0,3$	24,30	0,642	36,82
ISPnLM Bhattacharyya	$\gamma = 1$	23,88	0,630	22,82

Para os experimentos reportados na Tabela 2, o algoritmo Poisson NLM precisou de cerca de nove iterações em cada simulação. O algoritmo ISPnLM alcançou resultados razoáveis com apenas uma iteração, porém, apresentou desempenho inferior com respeito aos demais métodos em termos de PSNR. Em termos de SSIM, o algoritmo ISPnLM foi melhor que o algoritmo NLM e NLM no domínio de Anscombe.

Ao passo que o número de iterações realizadas pelo algoritmo ISPnLM cresce, a relação sinal-ruído da imagem resultante tende a melhorar, porém, borramento é introduzido. Assim sendo, o número de iterações do algoritmo ISPnLM representa um compromisso entre redução de ruído e preservação de pequenos detalhes e bordas. Portanto, para pico de intensidade de $Q = 20$, foi determinado experimentalmente que duas iterações são o bastante para alcançar resultados razoáveis.

A Figura 4.3 exibe os resultados visuais correspondentes aos experimentos da Tabela 2. As imagens de (c)–(f) exibem alguns artefatos visuais, indicando a certa ineficácia na redução de ruído Poisson; as imagens de (g)–(j), correspondentes ao algoritmo SPNLM com as quatro distâncias estocásticas, apresentam borramento em regiões homogêneas; a imagem (k), obtida pelo algoritmo Poisson NLM,

apresenta alguns artefatos de *ringing*; e a imagem (l), correspondente ao algoritmo BM3D, apresenta os melhores resultados visuais.

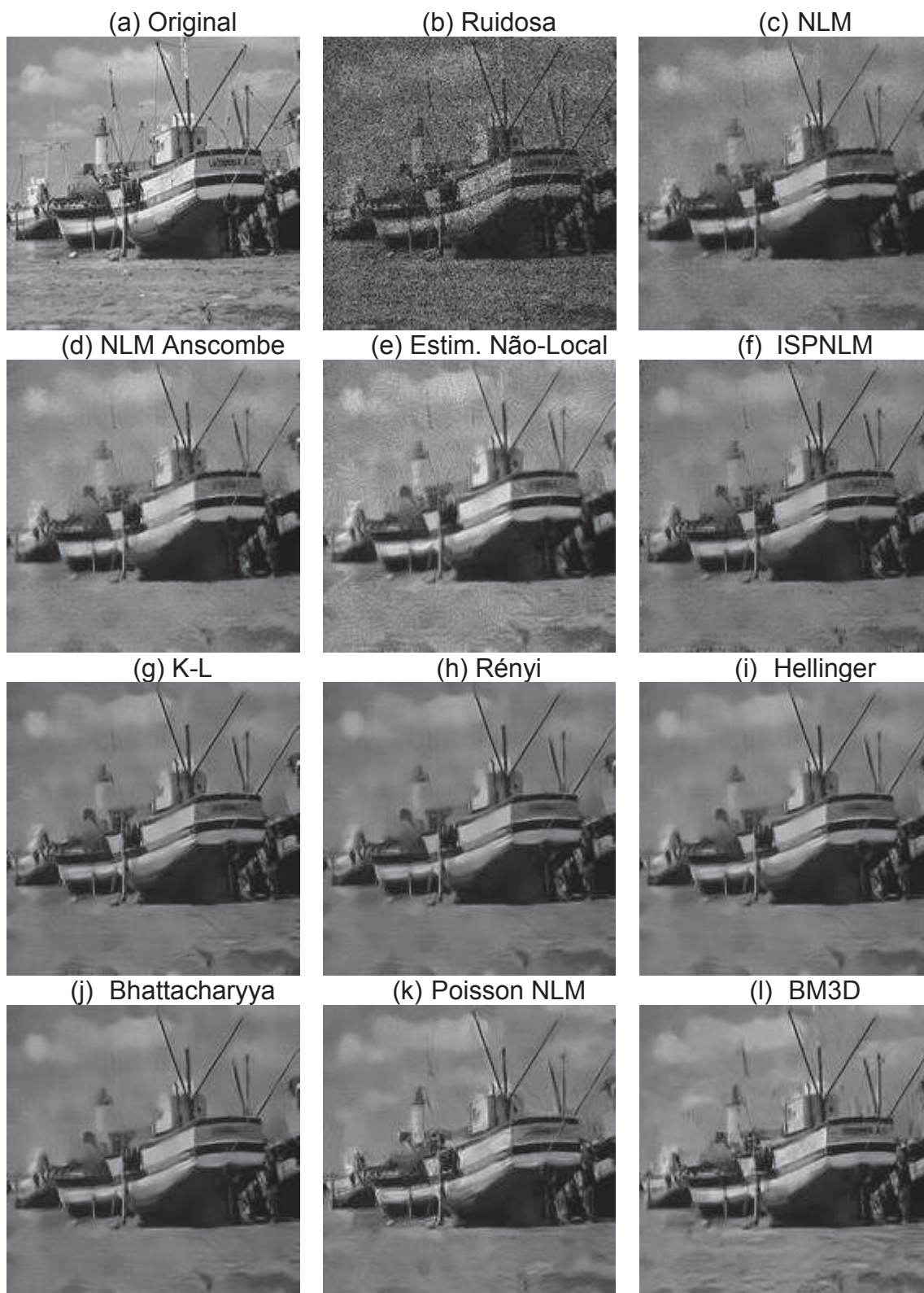


Figura 4.3 – Resultados visuais obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 20$.

Conforme os resultados exibidos na Tabela 3, o algoritmo BM3D obteve os melhores resultados novamente. O algoritmo SPNLM (com as quatro distâncias estocásticas) obteve resultados competitivos com relação ao algoritmo BM3D e resultados superiores aos algoritmos NLM, NLM no domínio de Anscombe e Poisson NLM.

Na segunda de dez realizações de ruído utilizadas para o experimento da Tabela 3, uma instabilidade foi observada no desempenho do algoritmo Poisson NLM. Os resultados de PSNR e SSIM foram de 15,74 e 0,267 para essa realização específica. A média para as outras nove realizações (excluindo a segunda realização) é de 23,09 para PSNR e de 0,576 para SSIM.

O algoritmo Poisson NLM obteve os parâmetros ótimos com a média aproximada de nove iterações. O algoritmo ISPnLM obteve resultados razoáveis em duas iterações e teve um desempenho um pouco melhor que o algoritmo NLM em termos de PSNR. Em termos de SSIM, o algoritmo ISPnLM teve melhor desempenho que o algoritmo NLM, NLM no domínio de Anscombe e desempenho similar ao Poisson NLM.

Tabela 3 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 10$.

Imagem “Boat” (256 × 256)				
Método	PARÂMETRO	PSNR	SSIM	TEMPO
Nonlocal-Means	$h = 2$	22,03	0,485	71,21
Nonlocal-Means Anscombe	$h = 1$	22,62	0,530	71,74
Poisson NLM	\emptyset	22,35	0,545	67,71
BM3D Anscombe	$\sigma = 1$	23,94	0,651	0,70
Estimador Não-Local	$k = 27$	21,00	0,414	16,19
SPNLM Hellinger	$\gamma = 0,3$	23,15	0,584	45,01
SPNLM Kullback-Leibler	$\gamma = 1$	23,21	0,585	49,05
SPNLM Rényi	$\gamma = 0,8$	23,20	0,586	344,03
SPNLM Bhattacharyya	$\gamma = 0,3$	23,19	0,585	36,55
ISPnLM Bhattacharyya	$\gamma = 1$	22,21	0,546	46,79

A Figura 4.4 exibe os resultados visuais obtidos com a imagem “Boat” para pico de intensidade de $Q = 10$. As imagens (c) e (d) apresentam artefatos; a imagem (f) apresenta borramento nas regiões homogêneas do fundo da imagem; as imagens

de (g)–(k) também apresentam alguns artefatos de *ringing*; e a (l) correspondente ao algoritmo BM3D, novamente correspondendo aos melhores resultados visuais.

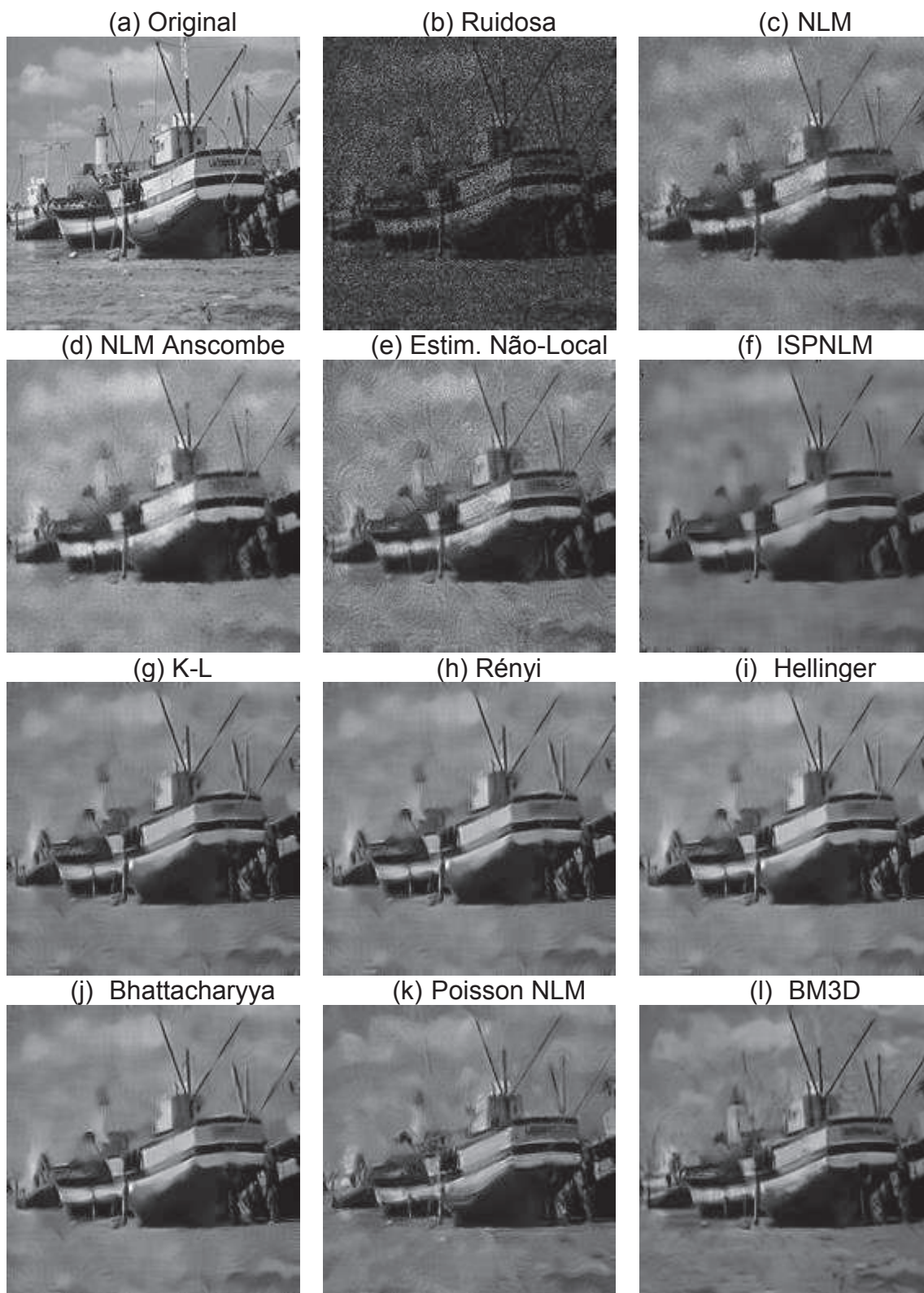


Figura 4.4 – Resultados visuais obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 10$.

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos na menor relação sinal-ruído utilizada nas simulações realizadas. O algoritmo BM3D demonstrou mais uma vez os melhores resultados, seguido pelo algoritmo Poisson NLM com os segundos melhores resultados.

Os algoritmos SPNLM e ISPnLM tiveram resultados melhores que o algoritmo NLM e NLM no domínio de Anscombe em termos de PSNR, e resultados competitivos em termos de SSIM. Desta vez, o algoritmo ISPnLM teve resultados um pouco melhores que o algoritmo SPNLM.

O algoritmo Poisson NLM realizou em média aproximadamente onze iterações para obter os parâmetros ótimos do filtro. O algoritmo ISPnLM precisou de sete iterações para obter resultados razoáveis, devido à baixa relação sinal-ruído.

Tabela 4 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 1$.

Imagem “Boat” (256 × 256)				
Método	PARÂMETRO	PSNR	SSIM	TEMPO
Nonlocal-Means	$h = 10$	18,65	0,320	70,16
Nonlocal-Means Anscombe	$h = 2$	18,70	0,321	71,85
Poisson NLM	\emptyset	19,17	0,391	81,19
BM3D Anscombe	$\sigma = 1$	19,42	0,429	0,83
Estimador Não-Local	$k = 27$	12,72	0,108	16,43
SPNLM Hellinger	$\gamma = 3$	18,79	0,321	46,03
SPNLM Kullback-Leibler	$\gamma = 30$	18,73	0,323	48,88
SPNLM Rényi	$\gamma = 10$	18,77	0,321	343,57
SPNLM Bhattacharyya	$\gamma = 3$	18,76	0,319	36,54
ISPnLM Bhattacharyya	$\gamma = 1$	18,94	0,337	159,74

A Figura 4.5 exhibe os resultados visuais correspondentes aos experimentos da Tabela 4. Nas condições de degradação da imagem (b), a maioria dos métodos falha em estimar a imagem original. A imagem (e), resultante do estimador não-local, apresenta muitos artefatos; as imagens de (c)–(d) e de (f)–(j) apresentam resultados semelhantes entre si; a imagem (k) apresenta bastante borramento; e a imagem (l), obtida pelo algoritmo BM3D, apresenta o melhor resultado visual.

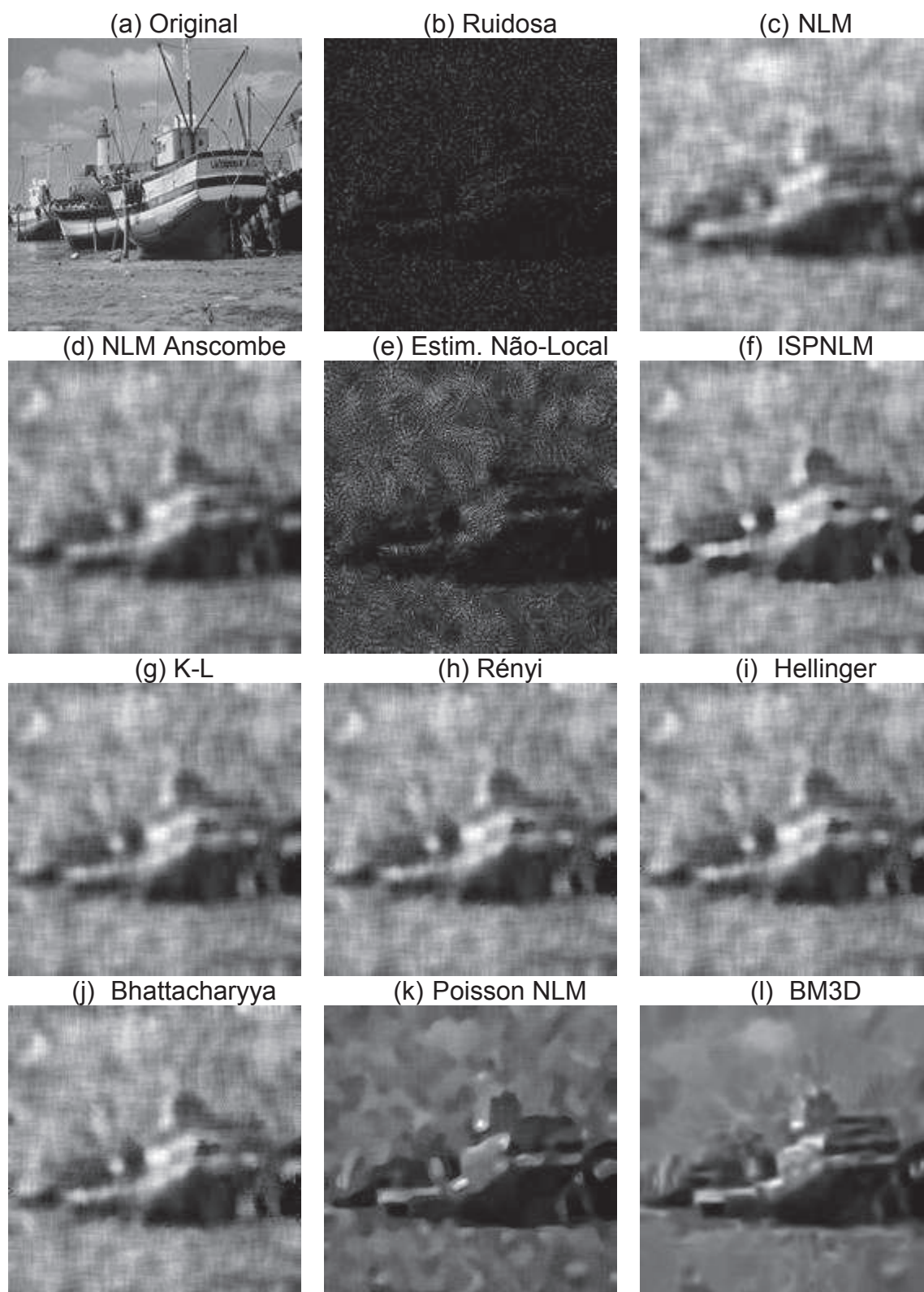


Figura 4.5 – Resultados visuais obtidos com a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 1$.

4.4.3 Resultados imagem “Lena”

As Tabelas 5, 6 e 7 apresentam os resultados quantitativos dos experimentos realizados com a imagem “Lena” de dimensões (512×512) , para picos de intensidade de $Q = 20$, $Q = 10$ e $Q = 1$, respectivamente. Novamente, os valores de PSNR, SSIM e tempo de execução reportados nas tabelas são os valores médios calculados a partir da execução dos algoritmos sobre dez realizações diferentes de ruído Poisson. O tempo de execução é dado em segundos.

Pela Tabela 5 é possível observar que o algoritmo BM3D ofereceu os melhores resultados em termos de PSNR, SSIM e tempo de execução em segundos. O algoritmo SPNLM obteve resultados competitivos para as quatro distâncias e resultados superiores aos algoritmos NLM, NLM no domínio de Anscombe e Poisson NLM, em termos de PSNR e SSIM.

Tabela 5 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 20$.

Imagem “Lena” (512×512)				
Método	PARÂMETRO	PSNR	SSIM	TEMPO
Nonlocal-Means	$h = 3$	28,01	0,679	296,74
Nonlocal-Means Anscombe	$h = 1$	28,64	0,697	296,49
Poisson NLM	\emptyset	29,35	0,744	228,89
BM3D Anscombe	$\sigma = 1$	30,09	0,777	2,85
Estimador Não-Local	$k = 27$	26,53	0,542	65,44
SPNLM Hellinger	$\gamma = 0,3$	29,50	0,751	182,86
SPNLM Kullback-Leibler	$\gamma = 0,8$	29,50	0,747	197,02
SPNLM Rényi	$\gamma = 0,8$	29,55	0,752	1389,08
SPNLM Bhattacharyya	$\gamma = 0,3$	29,53	0,751	153,16
ISPnLM Bhattacharyya	$\gamma = 1$	28,48	0,723	186,85

O método ISPnLM obteve bons resultados utilizando apenas duas iterações, e mostrou melhor desempenho que os algoritmos NLM e NLM no domínio de Anscombe, considerando as métricas de PSNR e SSIM. O algoritmo Poisson NLM realizou em média aproximadamente oito iterações para obter os parâmetros ótimos.



Figura 4.6 – Resultados visuais obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 20$.

A Figura 4.6 exibe os resultados visuais correspondentes aos experimentos da Tabela 5. É possível observar a presença de alguns artefatos visuais nas imagens de (c)–(e); o algoritmo ISPNLM provocou suavização excessiva na imagem

(f); o algoritmo SPNLM obteve resultados similares e satisfatórios com as quatro distâncias estocásticas, imagens (g)–(j); as imagens (k) e (l), obtidas pelos algoritmos Poisson NLM e BM3D respectivamente, também apresentam bons resultados. A presença de falsos contornos é notável nas imagens de (g)–(k).

Tabela 6 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 10$.

Imagem “Lena” (512 × 512)				
Método	PARÂMETRO	PSNR	SSIM	TEMPO
Nonlocal-Means	$h = 2$	26,11	0,587	286,43
Nonlocal-Means Anscombe	$h = 1$	26,90	0,611	287,88
Poisson NLM	\emptyset	26,97	0,653	306,70
BM3D Anscombe	$\sigma = 1$	28,70	0,739	2,96
Estimador Não-Local	$k = 27$	24,02	0,413	65,82
SPNLM Hellinger	$\gamma = 0,3$	28,07	0,695	177,66
SPNLM Kullback-Leibler	$\gamma = 1$	27,88	0,680	188,32
SPNLM Rényi	$\gamma = 0,8$	28,01	0,690	1335,18
SPNLM Bhattacharyya	$\gamma = 0,3$	28,04	0,692	149,76
ISPnLM Bhattacharyya	$\gamma = 1$	27,10	0,694	176,53

A partir dos resultados reportados na Tabela 6, é possível notar que o algoritmo BM3D obteve os melhores resultados e melhor tempo de execução. O algoritmo SPNLM apresentou resultados de PSNR e SSIM superiores em comparação aos algoritmos NLM, NLM no domínio de Anscombe e Poisson NLM. O algoritmo ISPnLM apresentou resultados superiores aos algoritmos NLM e NLM no domínio de Anscombe.

O resultado inferior do algoritmo Poisson NLM, neste caso, se justifica pela sua instabilidade em uma das realizações de ruído. Na quarta de dez realizações, os resultados de PSNR e SSIM foram de 17,46 e 0,180 respectivamente. Excluindo essa realização específica, a média resultante nas demais nove simulações foi de 28,02 para PSNR e 0,706 para o SSIM.

O método ISPnLM obteve bons resultados utilizando apenas duas iterações. Em média, dez iterações foram necessárias para que o algoritmo Poisson NLM encontrasse os parâmetros ótimos. Observa-se que ambos os algoritmos iterativos exigiram um número maior de iterações com a queda na relação sinal-ruído.



Figura 4.7 – Resultados visuais obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 10$.

A Figura 4.7 exhibe os resultados visuais correspondentes aos experimentos da Tabela 6. Houve um aumento na presença de artefatos visuais nas imagens (c)–(e); o algoritmo ISPNLM provocou bastante borramento na imagem (f); as imagens

(g)–(k) passaram a exibir alguns artefatos, principalmente no caso da imagem (k), obtida pelo algoritmo Poisson NLM, onde artefatos de *ringing* são bem visíveis; a imagem (l) exibe resultados relativamente melhores, porém, apresenta alguns artefatos de *blocking*.

Conforme os resultados da Tabela 7, o algoritmo BM3D teve maior desempenho em termos das três medidas quantitativas. O algoritmo Poisson NLM foi superior aos algoritmos propostos. O algoritmo obteve SPNLM teve resultados similares para as quatro distâncias estocásticas.

Tabela 7 – Resultados quantitativos obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 1$.

Imagem “Lena” (512 × 512)				
Método	PARÂMETRO	PSNR	SSIM	TEMPO
Nonlocal-Means	$h = 10$	22,99	0,519	290,42
Nonlocal-Means Anscombe	$h = 2$	22,98	0,513	288,68
Poisson NLM	\emptyset	23,38	0,575	377,66
BM3D Anscombe	$\sigma = 1$	23,72	0,608	3,27
Estimador Não-Local	$k = 27$	14,80	0,094	64,63
SPNLM Hellinger	$\gamma = 3$	23,06	0,495	178,89
SPNLM Kullback-Leibler	$\gamma = 30$	23,09	0,515	187,86
SPNLM Rényi	$\gamma = 10$	23,06	0,498	1315,51
SPNLM Bhattacharyya	$\gamma = 3$	23,01	0,489	146,90
ISPnLM Bhattacharyya	$\gamma = 1$	23,43	0,536	628,96

Os algoritmos SPNLM e ISPnLM tiveram resultados superiores aos algoritmos NLM e NLM no domínio de Anscombe para as métricas de PSNR e SSIM. Neste último experimento, o algoritmo ISPnLM teve melhores resultados que o algoritmo SPNLM com as quatro distâncias.

Um total de sete iterações foi necessário para obter resultados competitivos com o método ISPnLM. Uma média aproximada de treze iterações foi necessária para que o algoritmo Poisson NLM obtivesse os parâmetros ótimos.

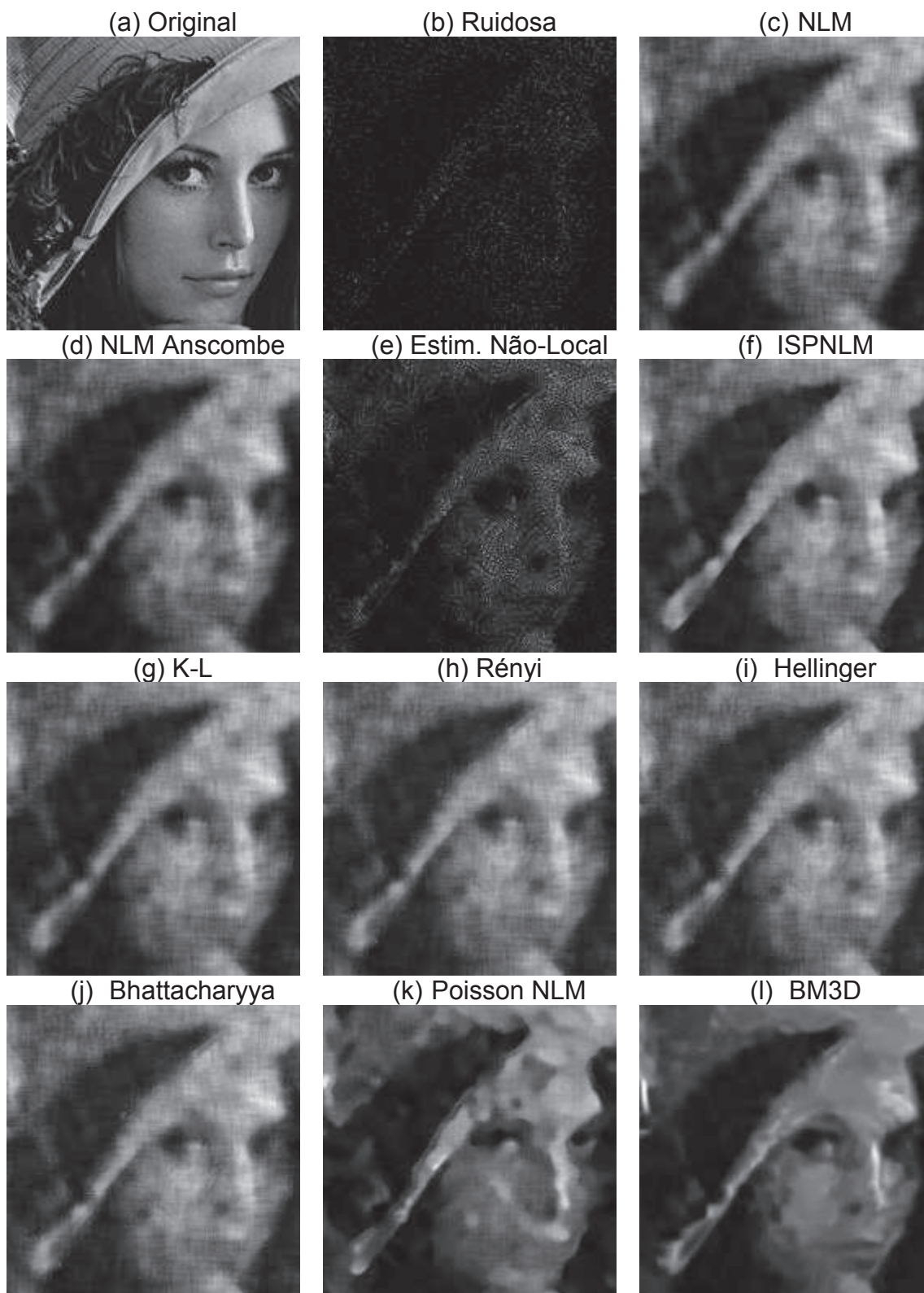


Figura 4.8 – Resultados visuais obtidos com a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 1$.

A Figura 4.8 exhibe os resultados visuais obtidos com a imagem “Lena” e pico de intensidade $Q = 1$. Nota-se pelas imagens de (c)–(d) e de (f)–(j) que as principais estruturas e formas da imagem puderam ser restauradas, porém, detalhes e

estruturas pequenas foram perdidos. A estimativa não-local, imagem (e), apresenta muitos artefatos. As imagens (k) e (l) representam resultados visuais relativamente bons, destacando-se a imagem (l), obtida pelo algoritmo BM3D, como o melhor resultado.

4.5 Experimentos em *Phantoms* de Tomossíntese Mamária

A tomossíntese é uma técnica relativamente nova de imageamento por raios-X, que permite a reconstrução de um volume tridimensional a partir de um conjunto limitado de projeções realizadas dentro de um intervalo angular estreito, enquanto um tubo se move ao longo de um arco.

Em exames de tomossíntese mamária, um conjunto de cortes tomográficos da mama é obtido, ao passo que em exames convencionais de mamografia, apenas uma única imagem bidimensional é formada. A vantagem da tomossíntese em relação à mamografia está na redução de problemas provenientes da sobreposição de tecidos.

Para manter a dosagem total de radiação em um nível similar ao da tomografia convencional, apenas uma quantidade pequena de projeções de baixa dose é realizada. Isso implica em uma maior degradação das projeções por ruído Poisson. Para manter a qualidade final das imagens, técnicas de filtragem de ruído podem ser aplicadas.

4.5.1 Projeções Sintéticas de Tomossíntese

Os experimentos apresentados nesta seção foram realizados a partir de um conjunto de projeções sintéticas de tomossíntese, simuladas por meio de um software especializado para a geração de *phantoms* anatômicos realistas. Os *phantoms* se baseiam em quatro modelos diferentes de mama em 3-D. Em cada caso, agrupamentos de microcalcificações de aproximadamente $15\text{cm}^3 \sim (2,5\text{cm}^2 \times 2,5\text{cm}^2 \times 2,5\text{cm}^2)$ foram inseridos em localizações aleatórias.

Para cada um dos quatro modelos, quinze projeções de tomossíntese foram simuladas levando em conta a geometria de aquisição correspondente a um

equipamento real de tomossíntese. As projeções foram realizadas considerando uma faixa angular de $\pm 20,0$ graus e o nível de ruído similar ao encontrado em exames clínicos reais. Projeções livres de ruído também foram geradas para facilitar na análise quantitativa dos resultados.

No total, 120 projeções foram geradas, $60 = 4 \times 15$ projeções ruidosas e outras $60 = 4 \times 15$ projeções livres de ruído. Cada projeção possui dimensões de 1920×2304 pixels com profundidade de pixel de 14-bits e resolução de $100\mu\text{m}$. As fatias tomográficas foram reconstruídas a partir das projeções sintéticas utilizando um software proprietário Briona™ 3D (Real-Time Tomography, Villanova, USA).

É importante relatar que as projeções de 14-bits supracitadas simulam projeções “cruas” obtidas diretamente a partir de um equipamento de imageamento, isto é, sem nenhum processamento adicional. As imagens finais, utilizadas por clínicos, podem possuir uma profundidade menor de bits.

4.5.2 Resultados Experimentais

Todas as projeções foram filtradas utilizando os algoritmos: NLM com $h = 20$; NLM no domínio de Anscombe com a inversa exata proposta por Mäkitalo e Foi (2011), com $h = 5,4$; SPNLM com $\gamma = 0,72$; e o método ISPnLM também com $\gamma = 0,72$. Para todos os métodos, o tamanho da janela de busca foi de 11×11 e o tamanho da janela de similaridade foi de 3×3 . No caso do método iterativo ISPnLM, apenas duas iterações foram executadas e a imagem ruidosa foi utilizada como estimativa inicial.

Para avaliação dos resultados, regiões de interesse de dimensões 256×256 foram extraídas das projeções filtradas e comparadas com suas correspondentes nas projeções livres de ruído. A Figura 4.9 ilustra uma dessas regiões de interesse. O mesmo foi feito após a reconstrução das projeções, considerando as fatias tomográficas.

A Tabela 8 exibe as médias e desvios padrões para as métricas de PSNR e SSIM calculados utilizando 60 projeções ruidosas (15 projeções \times 4 modelos de *phantom*) e o mesmo para as 36 fatias tomográficas (9 fatias \times 4 modelos de *phantom*).

É possível observar pela Tabela 8 que os métodos SPNLM e ISPnLM demonstraram melhores resultados. No entanto, a diferença é significativa apenas

na filtragem das projeções de tomossíntese. A diferença é pouco relevante quando os resultados são medidos nas fatias tomográficas reconstruídas.

Uma possível explicação para esse resultado é que o algoritmo de reconstrução é otimizado somente para a reconstrução de projeções ruidosas. É possível que alguma técnica de suavização ou filtragem de ruído esteja embutida no processo de reconstrução. Infelizmente, devido ao fato do software de reconstrução se tratar de um software proprietário, não foi possível obter conhecimento sobre tais detalhes.

Tabela 8 – Valores médios de PSNR e SSIM obtidos após a filtragem das projeções de tomossíntese.

Método	PSNR		SSIM	
	Projeções	Fatias	Projeções	Fatias
Nonlocal-Means	39,72±0,43	45,44±0,40	0,932±0,01	0,982±0,01
Nonlocal-Means Anscombe	39,93±0,43	45,53±0,38	0,935±0,01	0,983±0,01
SPNLM	40,37±0,43	45,68±0,39	0,944±0,01	0,984±0,01
ISPnLM	40,63±0,43	45,71±0,35	0,948±0,01	0,984±0,01

A Figura 4.9 exibe um exemplo de região de interesse contendo a presença de agrupamentos de microcalcificação. Na linha superior estão as regiões extraídas a partir das projeções de tomossíntese. As regiões de interesse na linha inferior foram extraídas a partir das fatias tomográficas, após o processo de reconstrução. As fatias da Figura 4.9 foram escolhidas de modo a exibir melhor os agrupamentos de microcalcificações.

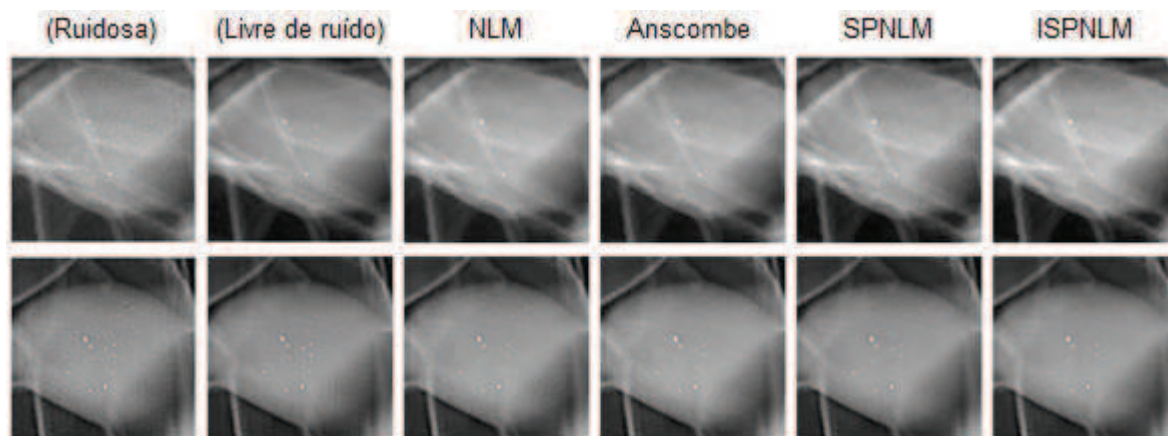


Figura 4.9 – Regiões de interesse contendo a presença de agrupamentos de microcalcificações.

A partir da Figura 4.9 é possível observar que o ruído presente nas projeções foi consideravelmente reduzido pelos algoritmos de filtragem, preservando na medida do possível as pequenas microcalcificações. O método iterativo ISPNLM foi formulado com o intuito de priorizar a preservação de detalhes mesmo ao custo de menor redução de ruído. Ainda assim, é possível observar que alguns pequenos detalhes foram perdidos.

4.6 Considerações Finais

O algoritmo NLM foi estendido para a filtragem de ruído Poisson, utilizando distâncias estocásticas como novas métricas de similaridade entre *patches*. Duas abordagens foram consideradas para tal, uma abordagem baseada em uma imagem pré-filtrada, denominada SPNLM, e uma segunda abordagem iterativa, denominada ISPNLM.

Experimentos comparativos com ruído simulado foram realizados e os métodos propostos se mostraram competitivos com outros algoritmos de estado-da-arte, como o BM3D e o algoritmo Poisson NLM. Também foi possível constatar que os métodos propostos superam o algoritmo NLM original e no domínio de Anscombe em boa parte dos experimentos.

Ainda existe bastante espaço para trabalhos futuros, principalmente considerando a filtragem de projeções de tomossíntese. É evidente a necessidade de algoritmos de filtragem de ruído capazes de restaurar e preservar detalhes tão pequenos como microcalcificações.

Capítulo 5

CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho de pesquisa foi propor abordagens baseadas no algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, considerando o uso de distâncias estocásticas como novas métricas de similaridade. Para o cálculo das distâncias, parâmetros de modelo devem ser estimados a partir da imagem ruidosa. Para tal, duas estratégias de estimativa foram consideradas: a estimativa não local das taxas de contagem; e a estimativa por filtragem iterativa. As abordagens propostas se mostraram competitivas com métodos de estado da arte.

5.1 Conclusões Gerais

O objetivo principal deste trabalho de pesquisa foi estender o algoritmo NLM para a filtragem de imagens corrompidas por ruído Poisson. Ruído Poisson é um problema que surge em diversas aplicações importantes, como no imageamento por fluorescência; em diversas modalidades de imageamento médico; e até mesmo em imagens astronômicas.

O algoritmo NLM se baseia, principalmente, na comparação de pequenas regiões da imagem para realizar a tarefa de filtragem de ruído. Por essa razão, o uso de distâncias estocásticas como métricas de distância foi proposto. Uma vantagem dessa abordagem é que as distâncias estocásticas podem ser estendidas para diferentes modelos paramétricos de ruído. Distâncias estocásticas para a distribuição Poisson foram deduzidas para este trabalho.

As expressões das distâncias estocásticas envolvem o conhecimento dos parâmetros de modelo, que no caso do modelo Poisson, representam as taxas de fótons incidentes em cada fotodetector durante a aquisição da imagem. Para obter as estimativas das taxas, duas abordagens foram consideradas. Uma abordagem não-local (item 4.2.1) e uma abordagem iterativa (item 4.2.2).

O método de estimativa não-local para as taxas de contagem foi baseado no algoritmo NLML de He e Greenshields (2009), originalmente proposto para a redução de ruído Riciano em imagens de ressonância magnética. O algoritmo NLML foi estendido para o modelo Poisson substituindo o estimador por ML da amplitude pelo estimador por ML das taxas de contagem.

Esse método de pré-estimativa se mostrou rápido em termos de tempo de execução nos experimentos realizados. Uma desvantagem desse método é que em imagens obtidas em regime muito baixo de fótons, as estimativas obtidas são pouco precisas. Uma possível explicação para esse problema é que o estimador não-local ainda depende da distância euclidiana como métrica de similaridade.

O método iterativo fornece uma alternativa que não depende da distância euclidiana como métrica de similaridade. A imagem ruidosa pode ser utilizada como inicialização para os parâmetros de modelo, e a cada iteração, a imagem resultante da iteração anterior é utilizada como uma nova estimativa das taxas.

O método iterativo forneceu bons resultados nos experimentos com *phantoms* de tomossíntese e nos experimentos com picos de intensidade de $Q = 1$. Entretanto, nos demais experimentos o algoritmo SPNLM foi melhor que o algoritmo ISPNLM.

A escolha da distância estocástica utilizada como métrica de similaridade influencia pouco nos resultados em termos de PSNR ou SSIM, isto é, as quatro distâncias exploradas produzem resultados similares. Por outro lado, o tempo de execução do algoritmo é menor quando a distância Bhattacharyya é escolhida. Em contraste, o cálculo da distância Rényi exige um custo computacional maior, tornando a execução do algoritmo demasiadamente onerosa.

A distância Bhattacharyya pode ser expressa em função da distância Hellinger, que por sua vez pode ser expressa em função da distância Rényi. A distância K-L também pode ser vista como um caso especial da distância Rényi. Além disso, todas as quatro distâncias exploradas são baseadas na classe (h, ϕ) de divergências. Esse alto grau de relacionamento entre as métricas pode ser uma possível explicação para os resultados semelhantes obtidos nos experimentos.

Os algoritmos SPNLM e ISPnLM se mostram superiores ao algoritmo NLM e NLM no domínio de Anscombe na maior parte dos experimentos realizados. Isso comprova que as abordagens propostas apresentam uma melhoria efetiva com relação ao algoritmo original.

Em comparação a outros algoritmos de estado-da-arte, como o algoritmo BM3D no domínio de Anscombe e o algoritmo Poisson NLM, os algoritmos SPNLM e ISPnLM se mostraram competitivos. O algoritmo BM3D alcançou resultados superiores aos outros métodos em termos de PSNR, SSIM e tempo médio de execução. O algoritmo Poisson NLM possui a vantagem de obter os parâmetros de filtragem automaticamente, enquanto os demais métodos exigem o ajuste experimental dos parâmetros.

Conclui-se que foi possível estender o algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson com o uso de distâncias estocásticas como métricas de similaridade. As abordagens propostas dispensam a necessidade do emprego de VSTs e são mais eficazes na redução de ruído Poisson que o algoritmo original. Além disso, ainda há muito espaço para o aperfeiçoamento das metodologias utilizadas neste trabalho de pesquisa.

5.2 Contribuições

Ruído compromete na qualidade visual da imagem, dificultando diversas tarefas de processamento tais como a segmentação, detecção de objetos, reconhecimento de padrões, dentre muitas outras. O ruído também prejudica na análise da imagem por um especialista de domínio. Em imagens médicas, o ruído pode interferir em diagnósticos.

Este trabalho estendeu o algoritmo NLM para a filtragem de ruído Poisson, dependente de sinal, oferecendo dois novos algoritmos (SPNLM e ISPnLM) com as características atrativas do algoritmo NLM, tais como a preservação de pequenos detalhes da imagem e bom desempenho na restauração de texturas. O algoritmo NLM também oferece simplicidade de implementação e alto potencial para paralelismo. Os resultados obtidos com o algoritmo SPNLM foram divulgados no *journal* IEEE Signal Processing Letters (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013).

Distâncias estocásticas podem acomodar diferentes tipos de distribuições de probabilidade, permitindo que a abordagem proposta possa ser generalizada para outros modelos de ruído. As abordagens de estimativa não-local e iterativa também podem ser estendidas para outros modelos de ruído. Portanto, os métodos propostos podem ser generalizados como *frameworks* de estimativa e filtragem não-local.

A metodologia proposta, baseada no uso de distâncias estocásticas como métricas para a comparação de *patches* na presença de ruído, pode ser estendida para outros problemas, tais como a detecção de bordas ou objetos, teste de hipótese ou reconhecimento de padrões em imagens.

5.3 Limitações

Os algoritmos propostos, SPNLM e ISPnLM, se baseiam na formulação do algoritmo NLM. Por esse motivo, também estão sujeitos a algumas das mesmas limitações. A principal delas é a ineficácia do algoritmo na filtragem de estruturas ou detalhes “pouco redundantes”, isto é, detalhes que não se repetem com frequência ao longo da imagem.

Na prática, uma janela de busca precisa ser utilizada para reduzir o tempo de execução original do algoritmo, que de outro modo exigiria um custo computacional proibitivo. A partir desse ponto de vista, pode ser dito que o algoritmo NLM passa a ser um filtro semi-local e deixa de ser um filtro essencialmente não-local.

O algoritmo SPNLM depende da pré-estimativa da imagem livre de ruído. Para imagens com baixa relação sinal-ruído, obtidas a partir de taxas muito baixas de fótons, o método de estimativa não-local (Algoritmo 2) tende a produzir estimativas pouco precisas. Além disso, o estimador não-local ainda depende da distância euclidiana como métrica de similaridade.

Tanto o algoritmo SPNLM quanto o algoritmo ISPnLM sofrem de uma considerável perda na qualidade de filtragem quando o pico máximo de intensidade na imagem é de $Q = 1$. Ainda assim, em geral o algoritmo ISPnLM apresenta resultados ligeiramente melhores que o algoritmo SPNLM nessas situações.

5.4 Lições aprendidas

O algoritmo NLM é de fácil implementação e possui alto potencial para paralelismo. Diversos autores propõem formas de reduzir seu custo computacional, em destaque, a estratégia proposta por Darbon *et al.* (2008) reduz significativamente o tempo de execução do algoritmo.

O uso de distâncias estocásticas torna imperativa a necessidade da estimativa de parâmetros de modelo. Contudo, obter boas estimativas não é uma tarefa trivial em imagens digitais, uma vez que frequentemente os dados são não rotulados. Essa foi a maior dificuldade na aplicação das distâncias estocásticas como métricas de similaridade.

A estimativa dos parâmetros pôde ser realizada por meio de estratégias não-locais, utilizando o conceito de vizinhança não-local definido por He e Greenshields (2009). Essa estratégia é consistente com a abordagem empregada pelo algoritmo NLM.

Existem diversas métricas de distâncias estocásticas, porém, encontrar expressões de forma fechada para algumas delas não foi possível. Expressões de forma fechada foram encontradas para as distâncias K-L, Hellinger, Rényi e Bhattacharya. Contudo, expressões de forma fechada para distâncias como a Jensen-Shannon, Triangular, Aritmética-Geométrica e Média Harmônica não foram encontradas.

O uso de métodos numéricos para a aproximação das distâncias estocásticas, para as quais expressões de forma fechada não foram encontradas, deve ser analisado com cuidado. Uma vez que o número de comparações entre *patches* é bastante alto em algoritmos como o NLM, o cálculo das distâncias deve ser eficiente. Caso contrário, o custo computacional do algoritmo pode se tornar proibitivo.

Os resultados experimentais revelaram que as quatro distâncias estocásticas exploradas neste trabalho levam a resultados de filtragem similares, porém, a distância Rényi exige maior custo computacional, tornando o uso das demais distâncias preferível.

5.5 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros, pretende-se pesquisar métodos alternativos para a estimativa de distâncias estocásticas para as quais, expressões de forma fechada não podem ser obtidas. Tais métodos precisam ser eficientes uma vez que algoritmos como o NLM realizam o cálculo das distâncias de forma intensiva.

Outra possibilidade é explorar métodos de estimativa de divergência que não exijam a estimativa das funções de densidade de probabilidade como passo intermediário. Sugiyama, Suzuki e Kanamori (2012) abordam vários estimadores que seguem esse princípio no contexto da estimativa da razão entre funções de densidade de probabilidade para problemas de aprendizado de máquina.

Buscar por métodos mais robustos de estimativa de parâmetros também é uma necessidade. Utilizar métodos de estimativa baseados no algoritmo EM é uma possibilidade. Alternativamente, verificar a viabilidade do uso de distâncias estocásticas com técnicas de estimativa não paramétrica também pode ser considerado em trabalhos futuros.

Neste trabalho, foram realizados estudos aplicando a filtragem não-local em projeções de tomossíntese de modo individual. Para trabalhos futuros, pode ser considerada a possibilidade de explorar a similaridade entre *patches* de diferentes projeções do mesmo objeto de interesse no processo de filtragem.

Uma janela de busca ao redor de cada pixel é considerada na implementação prática do algoritmo NLM. Desse modo, possíveis *patches* similares localizados fora do alcance da janela de busca não são incluídos na estimativa, enquanto *patches* dissimilares localizados dentro da janela de busca serão utilizados. O uso de algoritmos de agrupamento ou de mapas auto-organizáveis para o agrupamento dos *patches* pode evitar esse problema.

O algoritmo NLM introduz a ideia da representação da imagem como uma coleção de *patches* e explora a redundância entre eles por meio de métricas de similaridade. Pretende-se estender essa metodologia para outros problemas de processamento de imagens, como na segmentação, agrupamento, detecção de bordas ou objetos e na classificação de imagens. Para tal, distâncias estocásticas podem ser utilizadas como testes de hipótese.

O modelo de ruído misto Poisson-Gaussiano é frequentemente utilizado em imagens de fluorescência. Esse modelo de ruído se trata de um modelo mais geral, que possui como casos específicos o modelo Poisson e o modelo gaussiano aditivo. Esse modelo também deve ser considerado em trabalhos futuros.

O algoritmo BM3D demonstrou excelente desempenho, tanto em eficácia na redução de ruído quanto em tempo de execução. Propor abordagens para a extensão do algoritmo BM3D para a filtragem de ruído Poisson (ou modelo misto Poisson-Gaussiano) também é uma possibilidade a ser considerada.

REFERÊNCIAS

ANSCOMBE, F. J. The transformation of Poisson, binomial and negative-binomial data. **Biometrika**, v. 35, n. 3–4, p. 246–254, dezembro 1948.

BASSEVILLE, M. Divergence measures for statistical data processing – An annotated bibliography. **Signal Processing**, v. 93, n. 4, p. 621–633, abril 2013.

BERTERO, M.; BOCCACCI, P.; TALENTI, G.; ZANELLA, R.; ZANNI, L. A discrepancy principle for Poisson data. **Inverse Problems**, v. 26, n. 10, p. 105004, outubro 2010.

BERRY, R.; BURNELL, J. **The Handbook of Astronomical Image Processing**. Second Ed., Willmann-Bell, Inc., 2005.

BINAEI K.; HASANZADEH, R. P. R. A non local means method using fuzzy similarity criteria for restoration of ultrasound images. In: **7th Iranian Machine Vision and Image Processing**, p. 1–5, novembro 2011.

BINDILATTI, A. B.; MASCARENHAS, N. D. A. A nonlocal Poisson denoising algorithm based on stochastic distances. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 20, n. 11, p. 1010–1013, novembro 2013.

BHATTACHARYYA, A. On a measure of divergence between two statistical populations defined by their probability distributions. **Sankhyā: The Indian Journal of Statistics**, v. 7, n. 4, p. 401–406, julho 1946.

BROX, T.; KLEINSCHMIDT, O.; CREMERS, D. Efficient nonlocal means for denoising of textural patterns. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 17, n. 7, p. 1083–1092, julho, 2008.

BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J. M. A review of image denoising algorithms, with a new one. **Multiscale Model & Simulation**, v. 4, n. 2, p. 490–530, janeiro 2005.

CANNY, J. A computational approach to edge detection. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. PAMI-8, n. 6, p. 679–698, novembro 1986.

DABOV, K.; FOI, A.; KATKOVNIK, V.; EGIAZARIAN, K. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 16, n. 8, p. 2080–2095, agosto 2007.

DARBON, J.; CUNHA, A.; CHAN, T. F.; OSHER, S. Fast nonlocal filtering applied to electron cryomicroscopy. In: **5th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro**, maio 2008. p. 1331–1334.

DELEDALLE, C.-A.; DENIS, L.; TUPIN, F. Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 12, p. 2661–2672, dezembro 2009.

DELEDALLE, C.-A.; DENIS, L.; TUPIN, L.. How to compare noisy patches? Patch similarity beyond Gaussian noise. **International Journal of Computer Vision**, v. 99, n. 1, pp. 86–102, agosto 2012.

DELEDALLE, C.-A.; TUPIN, F.; DENIS, L. Poisson NL Means: unsupervised non local means for Poisson noise. In: **Proceedings of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing**, 2010, p. 801–804.

ESCOLANO, F.; SUAU, P.; BONEV, B.. **Information theory in computer vision and pattern recognition**. New York: Springer, 2009.

HE, L.; GREENSHIELDS, I. R. A nonlocal maximum likelihood estimation method for Rician noise reduction in MR images. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, v. 28, n. 2, p. 165–172, fevereiro 2009.

HEIDARZADEH, A.; NASIRI AVANAKI, A. An enhanced nonlocal-means algorithm for image denoising. In: **9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications**, 2007, p. 1–4.

JI, Z.; CHEN, Q.; SUN, Q.-S.; XIA, D.-S. A moment-based nonlocal-means algorithm for image denoising. **Information Processing Letters**, v. 109, n. 23-24, p. 1238–1244, novembro 2009.

KERVANN, C.; BOULANGER, J.; COUPÉ, P. Bayesian non-local means filter, image redundancy and adaptive dictionaries for noise removal. In: SGALLARI, F.; MURLI, A.; PARAGIOS, N. **Scale Space and Variational Methods in Computer Vision**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007, v. 4485, p. 520–532.

KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A. On information and sufficiency. **The Annals of Mathematical Statistics**. v. 22, n. 1, p. 79–86, março 1951.

LANDI, G.; PICCOLOMINI, E. L. An efficient method for nonnegatively constrained total variation-based denoising of medical images corrupted by Poisson noise. **Computerized Medical Imaging and Graphics**, v. 36, n. 1, p. 38–46, janeiro 2012.

LEE, J.-S. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. PAMI-2, n. 2, p. 165–168, março 1980.

LEFKIMMIATIS, S.; MARAGOS, P.; PAPANDREOU, G. Bayesian inference on multiscale models for Poisson intensity estimation: Applications to photon-limited image denoising. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 8, p. 1724–1741, agosto 2009.

LIM, J. S. **Two-dimensional signal and image processing**. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1990.

LUISIER, F.; VONESCH, C.; BLU, T.; UNSER, M. Fast interscale wavelet denoising of Poisson-corrupted images. **Signal Processing**, v. 90, n. 2, p. 415–427, fevereiro 2010.

MAHMOUDI, M.; SAPIRO, G.. Fast image and video denoising via Nonlocal Means of similar neighborhoods. **IEEE Signal Processing Letters**. v. 12, n. 12, p. 839-842, dezembro 2005.

MÄKITALO, M.; FOI, A. Optimal inversion of the Anscombe transformation in low-count Poisson image denoising. **IEEE Transactions on Image Processing**. v. 20, n. 1, p. 99-109, janeiro 2011.

MILANFAR, R. A tour of modern image filtering: New insights and methods, both practical and theoretical. **IEEE Signal Processing Magazine**. v. 30, n. 1, p. 106-128, janeiro, 2013.

NASCIMENTO, A. D. C.; CINTRA, R. J.; FRERY, A. C. Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 48, n. 1, p. 373-385, janeiro 2010.

PARDO, L. **Statistical Inference Based on Divergence Measures**. Taylor & Francis Group, LLC, 2006.

RABBANI, M. Bayesian filtering of Poisson noise using local statistics. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v.36, n. 6, p. 933–937, junho 1988.

RÉNYI, A. On measures of entropy and information. In: **Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics Statistics and Probability**, 1960. Berkeley: University of California Press, v. 1, 1961. p. 547–561.

RUDIN, L.; OSHER, S.; FATEMI, E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 60, n. 1-4, p. 259–268, novembro 1992.

SALICRU, M.; MORALES, D.; MENENDEZ, M. L.; PARDO, L. On the applications of divergence type measures in testing statistical hypotheses. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 51, n. 2, p. 372–391, novembro 1994.

SALMON, J. On Two Parameters for Denoising With Non-Local Means. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 17, n. 3, p. 269–272, 2010.

SALMON, J.; DELEDALLE, C.-A.; WILLETT, R.; HARMANY, Z. Poisson noise reduction with non-local PCA. In: **IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)**, 2012. p. 1109–1112.

STARCK, J.-L.; MURTAGH, F. Astronomical image and signal processing: looking at noise, information and scale. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 18, n. 2, p. 30–40, 2001.

STARCK, J.-L.; MURTAGH, F.; FADILI, J. M. **Sparse Image and Signal Processing: Wavelets, Curvelets, Morphological Diversity**. Cambridge University Press, 2010.

SUGIYAMA, M.; SUZUKI, T.; KANAMORI, T. **Density ratio estimation in machine learning**. New York: Cambridge University Press, 2012.

TASDIZEN, T. Principal neighborhood dictionaries for nonlocal means image denoising. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 12, p. 2649–2660, dezembro 2009.

TEUBER, T.; LANG, A. A new similarity measure for nonlocal filtering in the presence of multiplicative noise. **Computational Statistics & Data Analysis**, v. 56, n. 12, p. 3821–3842, dezembro 2012.

TOMASI, C.; MANDUCHI, R. Bilateral filtering for gray and color images. In: **Sixth International Conference on Computer Vision**, 1998. pp. 839–846.

VAN ERVEN, T.; HARREMOËS, P. Rényi divergence and Kullback-Leibler divergence. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 60, n. 7, p. 3797–3820, julho 2014.

VONESCH, C.; AGUET, F.; VONESCH, J.-L.; UNSER, M. The colored revolution of bioimaging. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 23, n. 3, p. 20–31, maio 2006.

XIAO, Y.; ZENG, T. Poisson noise removal via learned dictionary. In: **IEEE 17th International Conference on Image Processing**, 2010. p. 1177–1180.

ZANELLA, R.; BOCCACCI, P.; ZANNI, L.; BERTERO, M. Efficient gradient projection methods for edge-preserving removal of Poisson noise. **Inverse Problems**, v. 25, n. 4, p. 045010, abril 2009.

ZHANG, B.; FADILI, J. M.; STARCK, J. L. Wavelets, ridgelets, and curvelets for Poisson noise removal. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 17, n. 7, p. 1093–1108, julho 2008.

ZHONG, H.; YANG, C.; ZHANG, X. A new weight for nonlocal means denoising using method noise. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 19, n. 8, p. 535–538, agosto 2012.

WANG, Z.; BOVIK, A. C.; SHEIKH, H. R.; SIMONCELLI, E. P. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 13, n. 4, p. 600–612, 2004.

WANG, S.; XIA, Y.; LIU, Q.; LUO, J.; ZHU, Y.; FENG, D. D. Gabor feature based nonlocal means filter for textured image denoising. **Journal of Visual Communication and Image Representation**, v. 23, n. 7, p. 1008–1018, outubro 2012.

WERNICK, M. N.; AARSVOLD, J. N. Introduction to emission tomography. In: WERNICK, M. N.; AARSVOLD, J. N. **Emission Tomography: The Fundamentals of PET and SPECT**. San Diego: Elsevier Academic Press, 2004. p. 11–23.

Apêndice A

ARTEFATOS VISUAIS

Alguns artefatos visuais podem ser observados nos resultados da seção 4.4. Tais artefatos surgem devido a imperfeições no processo de filtragem, principalmente em situações nas quais a relação sinal ruído é baixa (situações em que a imagem sofreu uma degradação mais severa). Este apêndice complementa a argumentação realizada na seção 4.4, exemplificando e descrevendo os artefatos visuais de modo mais detalhado e com ilustrações ampliadas.

A Figura A.1 corresponde ao resultado visual obtido pela filtragem da imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 10$ utilizando o algoritmo NLM no domínio de Anscombe. A presença de artefatos devido à ineficácia do algoritmo na remoção de ruído Poisson é evidente. Os mesmos tipos de artefatos também são visíveis para os algoritmos NLM no domínio da imagem e para a estimativa não-local por máxima verossimilhança.

O algoritmo SPNLM é mais eficaz em reduzir ruído Poisson, porém, em alguns casos tende a causar borramento em regiões uniformes da imagem. Esse efeito pode estar relacionado ao ajuste adaptativo do parâmetro de filtragem do algoritmo SPNLM, que leva em consideração uma estimativa do desvio padrão do ruído para a coordenada do pixel sendo filtrado. A Figura A.2 exemplifica essa situação com o resultado de filtragem do algoritmo SPNLM para a imagem “Boat” com pico de intensidade $Q = 10$, utilizando a distância Hellinger como métrica de similaridade.

Resultados similares também foram observados para o algoritmo IPSNLM (versão iterativa do algoritmo SPNLM), porém, nesse caso a suavização é ainda

maior nas regiões homogêneas. A Figura A.3 exibe o resultado de filtragem do algoritmo ISPNLM para a imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 10$.

O algoritmo Poisson NLM apresenta alguns artefatos de “ringing” (presença de detalhes “falsos” próximos a transições abruptas do sinal) ao redor de bordas e pequenos detalhes da imagem. Esse tipo de artefato pode ser ocasionado devido à perda de conteúdo de alta frequência durante o processo de filtragem. A presença de falsos contornos também é notável para imagens filtradas pelo algoritmo Poisson NLM. A Figura A.4 ilustra tais problemas.

O algoritmo BM3D apresenta bons resultados, porém, em alguns casos introduz alguns artefatos similares a artefatos de “blocking” (surgimento de falsas estruturas de blocos). Esse efeito pode ser ocasionado devido ao uso da técnica de “blocking matching”, e possivelmente, também pode estar associado com o uso da técnica de *hard-thresholding* na formulação do algoritmo BM3D. A Figura A.5 exibe o resultado de filtragem da imagem “Lena” com pico de intensidade $Q = 10$ para o algoritmo BM3D.



Figura A.1 – Resultado de filtragem do algoritmo NLM no domínio de Anscombe com pico de intensidade $Q = 10$.

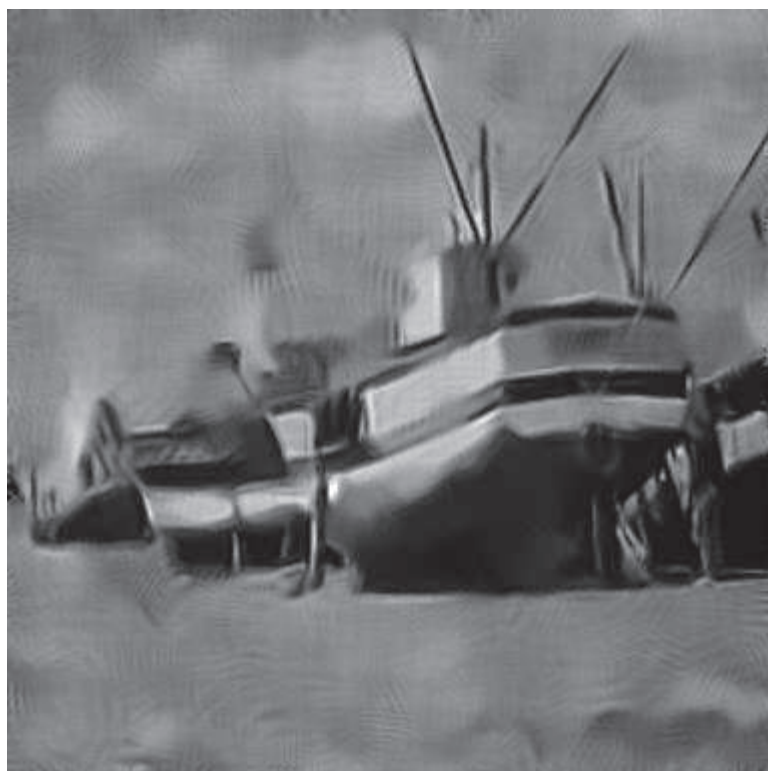


Figura A.2 – Resultado de filtragem do algoritmo SPNLM com pico de intensidade $Q = 10$ utilizando a distância Hellinger.



Figura A.3 – Resultado de filtragem do algoritmo ISPnLM com pico de intensidade $Q = 10$ utilizando a distância Bhattacharya.



Figura A.4 – Resultado de filtragem do algoritmo Poisson NLM com pico de intensidade $Q = 10$.



Figura A.5 – Resultado de filtragem do algoritmo BM3D com pico de intensidade $Q = 10$.