UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALEM MATEMÁTICA EM

REDE NACIONAL-PROFMAT

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ROSÂNGELA DE LOURDES ROSSI

INTERPOLAÇÃO LINEAR LOGARÍTMICA

SÃO CARLOS

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALEM MATEMÁTICA EM

REDE NACIONAL-PROFMAT

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ROSÂNGELA DE LOURDES ROSSI

INTERPOLAÇÃO LINEAR LOGARITMICA

Dissertação de mestrado profissional

Apresentada ao Programa de Mestrado
Profissional em Matemática em rede nacional
Da universidade Federal de São Carlos,como
Parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Matemática
Orientação:
Prof. Dr. Márcio de Jesus Soares

SÃO CARLOS

2015

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Rossi, Rosângela de Lourdes
R833i   Interpolação linear logaritmica / Rosângela de Lourdes Rossi. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
96 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2015.

1. Logaritmos. 2. Logaritmos decimais. 3. Aproximação linear logarítmica. 4. Interpolação linear logarítmica. 5. Matemática. I. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Rosangela de Lourdes Rossi, realizada em 04/09/2015:

Prof. Dr. Marcio de Jesus Soares
UFSCar

Profa. Dra. Janete Crema
USP

Prof. Dr. Ivo Machado da Costa
UFSCar

Dedico este precioso trabalho de dissertação à minha família, que incondicionalmente foram coautores da minha pesquisa, pois compartilharam da minha angústia,desafio, paciência e conquista em cada instante da minha trajetória.

“A Matemática possui uma força maravilhosa capaz de nos fazer compreender muitos mistérios de nossa fé.”

SÃO JERÔNIMO

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me fazer perseverante e dotada de força de vontade para nunca desistir diante das adversidades.

A todos os professores pela dedicação, pelo afeto, pela amizade, pelo incentivo e aprendizado, contribuindo para a minha formação.

À direção, coordenação, professores e funcionários da escola ¨Chico Pereira¨ de Tatuí que colaboraram para que pudesse concretizar este projeto.

Aos queridos alunos do Ensino Médio que compartilharam seus esforços para que eu atingisse esta meta.

Aos professores do PROFMAT que foram muito especiais e importantes, proporcionando, além da dedicação, amizade e aprendizagem, sua ímpar experiência acadêmica.

Em particular, ao professor Márcio de Jesus Soares que se dispôs, de forma muito competente, a me orientar nesta dissertação.

Aos meus colegas que durante dois anos do curso PROFMAT dividiram as mesmas expectativas e desafios. E agora são meus grandes amigos

Em especial a três anjos muito importantes, que estão em outro plano: Nelson Amauri Pereira, Scipione Di Pierro Netto e meu pai, Antônio Rossi.

Finalmente, a toda minha família, meu amor e marido, Hederson Antônio Teixeira, meus dois amados filhos, Daniel e Felipe, e minha nora, Gabi, que contribuíram com enorme paciência e carinho para a finalização deste meu projeto de vida.

RESUMO

Este projeto de dissertação tem por objetivo o Ensino da Interpolação Linear Logarítmica, tendo como público-alvo estudantes do Ensino médio bem como seus educadores visando facilitar o encontro dos valores de logaritmos sem o uso da tábua de logaritmos decimais existentes nem das máquinas de calcular. Os conceitos, as propriedades dos logaritmos e as interpolações inseridas nas atividades baseadas na Engenharia Didática são a marca e o propulsor do desenvolvimento desta dissertação. A manipulação de materiais, a visualização dos resultados e as atividades desenvolvidas pelos alunos do Ensino Médio da escola pública garantiu a originalidade da relação ensino/aprendizagem da Matemática, em especial na Interpolação Linear Logarítmica, circunscrevendo de forma proposital o referido objetivo.

Chaves:Logaritmos, logaritmos decimais,característica,mantissa,matemática, tábua de logaritmos, aproximação linear logarítmica, interpolação linear logarítmica.

ABSTRACT

This dissertation project aims at the Teaching of Linear Interpolation logarithmic, with the target group students from High school and their teachers to facilitate the meeting of the logarithms of values without the use of board existing common logarithms or the calculating machines. The concepts, the properties of logarithms and interpolations inserted in activities based on the Didactic Engineering are the brand and the engine of development of this work. The materials handling, visualization of results and activities developed by high school students from public schools ensured the originality of the teaching relationship / learning of mathematics, especially in the Linear Interpolation logarithmic, circumscribing on purpose that objective..

Key:logarithms, decimal logarithms, feature, mantissa, math, board logarithms, logarithmic linear approximation, logarithmic linear interpolation.

LISTA DE FIGURAS

Lista de tabelas

Sumário

Capítulo 1. HISTÓRIA, CONTEXTO E DESCRIÇÃO

1.1 História da Escola Chico Pereira

A escola ¨Chico Pereira¨ foi criada, em Tatuí, no ano de 1946 pelo interventor federal Dr. José Carlos de Macedo Soares e Dona Francisca Pereira Rodrigues (Chiquinha Rodrigues).A Escola Chico Pereira era conhecida como ¨Ginasinho¨, porque a grande escola da cidade até então era chamada ¨Barão de Suruí¨. A Escola ¨Chico Pereira¨ foi implantada à rua Santo Antônio, no antigo Mangueirão que era o lugar onde ficavam depositados os maquinários da Prefeitura da cidade.

1.2 Histórico do Patrono

Francisco Evangelista Pereira de Almeida nasceu em 1857, em Tatuí, numa família humilde. Era conhecido como Chico Pereira e, segundo Paulo Setúbal, era ¨O homem mais rico da minha terra¨, essa frase se deve ao fato de apresentar notável bondade,caráter,valor cívico e religioso.No desfile cívico do dia 11/08/2014, aniversário da cidade de Tatuí, foi homenageado o Patrono Chico Pereira e um dos temas foi a história contada por Paulo Setúbal,em seu livro*Confiteor*. Relata que ¨Seo Chico¨chegou ao céu, Jesus entregou a ele uma caixa dourada contendo uma Bíblia, pois lia aos velhinhos do Asilo todas as tardes exatamente às 17h. Após a morte de suas três irmãs, Chico vendeu a casa e distribuiu o valor aos pobres. Em seguida, colocou seus pertences em uma caixa e foi ao asilo, lá foi a sua última morada, pois ali mesmo veio falecer no dia 12/08/1944. E em sua homenagem foram feitosum busto e uma Ala dedicada a ele.

A Escola ¨Chico Pereira¨ completa 69 anos no dia 17/10/2015.Ao longo desses anos,já contou com curso primário (ciclo I), Ginasial (Ensino Fundamental-ciclo II), Colegial (Ensino Médio), Curso Normal (Formação de professores) e escola Padrão.

1.3 A cidade, a escola e as pessoas

A unidade escolar EE¨Chico Pereira¨ está localizada na região central da cidade de Tatuí. É uma cidade composta por aproximadamente 120.000 habitantes, situada no estado de São Paulo,na região Sudoeste,segundo o IBGE.A economia da cidade gira em torno de ceramistas,comércio,prestação de serviços públicos e privados e industrialização diversificada na área urbana. No espaço rural, desenvolvem-se atividades econômicas como agricultura e pecuária.O grande orgulho da cidade é a mais importante escola musical da América Latina o Conservatório Dramático e Musical ¨Dr. Carlos de Campos¨ (CDMCC). No centro da cidade, além dos bancos, comércio, lojas e consultórios temos algumas escolas tradicionais e antigas da rede pública. Nos bairros, a população residente apresenta condição socioeconômica de classe média e, na periferia, mais distante, reside a população mais pobre.

O sistema educacional voltado para a educação básica, na cidade, é composto por escolas públicas estaduais, escolas municipais e escolas particulares. O Ensino Fundamental I é de responsabilidade do município, enquanto que o Ensino Fundamental II e o Ensino Médio é de responsabilidade do estado.

Devido à localização das escolas em relação a moradia dos alunos, é necessário disponibilizar transporte escolar para que os alunos tanto da periferia quanto da zona rural tenham acesso garantido até suas escolas.

Além desse problema, nossos alunos enfrentam outros, tais como: famílias desestruturadas, pobreza, saneamento básico ineficiente, trabalho informal, drogas,etc.

A escola ¨Chico Pereira¨, apesar de estar localizada numa área central, recebe alunos de bairros pobres e distantes. Com isso, a rotina escolar sofre inúmeros problemas de assiduidade, pontualidade, disciplinar e baixo desempenho de aprendizagem.

1.4 A escola e os alunos

A escola ¨Chico Pereira¨, atualmente, conta com 42 classes, distribuídas em 3 períodos de ciclo II, Ensino Médio, EJA Fundamental e Médio, somando aproximadamente 1500 alunos.Possui, também, o Programa Escola da Família e CEL (Centro de Estudo de Línguas) com cursos de Inglês, espanhol e Italiano, abrangendo todos os alunos das escolas da região.

Os alunos da 1ª e 2ª série do Ensino Médio, protagonistas deste projeto educacional,estudam no período matutino. Devido à indisciplina de uma das salas da 2ª série, relatei as experiências nas duas outras salas, uma da 1ª e outra da 2ª série. A faixa etária destes estudantes oscila entre 15 a 18 anos.

1.5 História da educadora

Sou professora de Matemática da Educação Básica (Ensino Fundamental II e Ensino Médio) na rede particular e pública do estado de São Paulo e da Educação Superior da rede particular do Estado de São Paulo.

Iniciei minha carreira como educadora em 1987, ainda cursando a faculdade, na Organização de Ensino Tatuiense (OET) para turmas do Ensino Fundamental II do EJA e Ensino Médio do EJA. Em agosto daquele ano comecei a ministrar aulas também na rede pública estadual na EE¨Barão de Suruí¨, substituindo meu antigo professor em sua licença-prêmio. Tornei-me professora efetiva da rede estadual na EE ¨Chico Pereira¨, em 2004.

Nesta trajetória, ministrei, e ministro, aulas de matemática para alunos da rede pública de 6º ao 9º ano do Ensino fundamental II e 1º a 3º série do Ensino Médio.

Desde criança, já sabia que seria professora de matemática,tendo um excelente desempenho escolar enquanto estudante. Meus professores, da época, perceberam minha facilidade com os números e me incentivaram.O incentivo maior veio de um professor de matemática muito querido que, ao falecer,deixou-me como herança todos os seus livros.

Ingressei na Universidade de Sorocaba (UNISO) em 1986,concluindo a graduação em Licenciatura Plena em Matemática em 1988.

Em 1989, iniciei uma especialização na USP- Universidade de São Paulo. Após seis meses de estudo, fui obrigada deixar o curso por haver engravidado. Em 1994, retornei a uma universidade, como aluna especial,no curso de Mestrado na UNESP de Rio Claro,cursando créditos na área da Matemática Pura.Após dois anos de curso, tive novamente que parar, pois novamente engravidei.

Em 1997, conclui uma pós-graduação em Matemática Aplicada na UNIFRAN –Universidade de Franca, abrindo portas para o ensino superior.

Em 1999, recebi o convite para escrever, com o professor Scipioni Di Pierro Netto, quatro livros didáticos de quinta à oitava série, voltado ao ensino deMatemática naescola pública estadual, municipal e particular.

Figura 1: Livro Didático – Pensar Matemática

Em 2013, soube do curso de Mestrado Profissional (PROFMAT) oferecido para professores da rede pública, inscrevi-me e iniciei os estudos, na UFSCAR - Universidade Federal de São Carlos.

Na verdade, não imaginava o quanto seria proveitoso o aprofundamento dos meus conhecimentos matemáticos, pois os tenho usado de forma muito intensa em minha prática pedagógica.

Capítulo 2. Engenharia Didática

Existem muitas frases pertinentes em nossa sociedade, como: ¨Para que serve a Matemática?¨; ¨Por que eu preciso estudar Matemática?¨; ¨Qual é a importância da Matemática na minha vida?¨ .

Se substituirmos a palavra Matemática por logaritmos, essas frases acabam se repetindo nas salas de aula.

Essas e outras perguntas realizadas por pessoas que não gostam de Matemática ou (prefiro pensar assim) que não sentem a importância da Matemática em nosso cotidiano, me instiga e me faz crer que é preciso mostrar que ela está presente em muitas situações vividas, diariamente; portanto, faz-se necessário o aluno conhecer e aprender a Matemática, desenvolvendo, assim, um raciocínio lógico. Da mesma forma que equações, fórmulas e teoremas são conclusões de pensamentos matemáticos; quaisquer pensamentos sociais, psicológicos ou artísticos, são processos mentais matemáticos que irão nos acompanhar enquanto seres pensantes.

A Matemática é uma ciência muito importante no mundo moderno, sendo apresentada desde a série escolar inicial. Possui muitas aplicações práticas como: operações comerciais de compra e venda, financiamento de móveis e imóveis, compra parcelada, construções, investimentos financeiros, etc.

Nota-se que muitos alunos possuem grande dificuldade tanto processo aritmético (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação), como em procedimentos algébricos dos quais necessitam do processo aritmético para a sua construção e desenvolvimento.

Em ambientes escolares que frequentei e frequento, sempre ouvi, e ainda ouço, amigos, colegas e educadores dizendo que caso o aluno não apresente condições suficientes e necessárias para o recebimento de informações sobre Trigonometria, Sistemas Lineares, Logaritmos, Números Complexos, outros na aprendizagem da matemática que saiba pelo menos tabuada, divisão, regra de três simples e porcentagem para a sua sobrevivência.

Incomodada com essa informação e preocupada com o ensino-aprendizagem dos nossos alunos, resolvi associar essas informações em um único tema desafiante para os alunos do ensino médio, assim pensei em abordar algo, que trouxesse mais avivado a tabuada, a divisão, a notação científica e mesmo a regra de três (substituída por interpolação linear), casado com um tema temido no Ensino Médio que é Logaritmo, em especial Interpolação Linear Logarítmica.

A escolha do tema, também surgiu da vontade de valorizar a aprendizagem dos Logaritmos, trazendo à tona seu desenvolvimento longe das máquinas de calcular, proporcionando o desenvolvimento do intelecto de quem o estuda. O conhecimento bem sedimentado deste tema garante uma grande habilidade com os números e suas aproximações.

Depois do tema escolhido, senti a necessidade de fazer uma investigação pedagógica baseada em uma metodologia. A escolhida é a Engenharia Didática da Matemática.

No início dos anos 80, a noção da Engenharia Didática emergiu nas pesquisas da didática em Matemática (enfoque da didática francesa) e inclui-se a parte experimental.Segundo Michèle Artigue (1988):

> (...) este termo foi ¨cunhado¨ para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que se dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta.(p.283)

A Engenharia Didática é caracterizada por um esquema experimental, baseado em ¨realizações didáticas¨ em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino, provocando, assim, um professor pesquisador e/ou reflexivo.

O processo experimental da engenharia didática compõe-se de quatro fases: Análises Preliminares; Concepção e Análise à priori das situações didáticas; Experimentação e Análise à posterior e validação

A primeira fase, Análises Preliminares é a concepção da engenharia didática analisando o conteúdo, visando resolver as dificuldades, transpor os obstáculos, enfim, tentando evitar os entraves, para que o aluno tenha evolução.

A segunda fase, Análise à Priori é o momento da criação prevendo a aplicação das atividades. Sondando o local, prevendo e assegurando o comportamento possível da aprendizagem do aluno.

Na terceira fase, Experimentação os alunos são colocados na prática das atividades preparadas, no local estabelecido. É o momento de registrar todas as observações, satisfatórias ou não, na realização das atividades.

E, finalmente, a quarta fase, Análise a Posteriori é a confrontação entre as análises à priori e à posteriori, validando ou não cada atividade aplicada.

As análises preliminares da Engenharia Didática são feitas principalmente para embasar a concepção da engenharia didática, contendo as seguintes análises:

- epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;

- do ensino atual e de seus efeitos;

- da concepção dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que norteiam sua evolução;

- do campo dos entraves para consolidar a realização didática.

Grande parte dos alunos têm muita dificuldade nas operações básicas: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Coloquei para os alunos o ensino de logaritmos, pois as funções logarítmicas constituem modelos ideais para descrever, matematicamente, certos fenômenos de variação, juntamente com as funções exponenciais. As funções têm participação especial na química, na física, na biologia, na medicina, na economia, na geografia, na informática, na polícia científica, na ciência da computação entre outros. Para chegarmos a essas funções logarítmicas, precisamos conhecer a definição de logaritmos e suas propriedades, a importância do conhecimento desse tema contará com a habilidade numérica e percepção das tábuas de logaritmos.Deixando bem claro que, quando precisamos descobrir o expoente de um número, estaremos tratando de logaritmos.

Capítulo 3. Segunda fase: Análise à priori

Trata-se de uma fase investigativa, cabendo a descrição e previsão das possíveis situações que se quer criar e aplicar aos alunos.

A análise a priori comporta uma parte de descrição e outra de previsão. Deve-se descrever:

- A escolha das variáveis locais e as características de situações adidáticas decorrentes;
- Uma análise do desafio para o aluno, tornando esse aluno responsável por sua aprendizagem. O professor é o mediador no processo, facilitando ao aluno as ações e escolhas para a construção de estratégias, tomada de decisão, controle e validação que ele disporá durante a experimentação;
- A previsão dos comportamentos possíveis e mostrar no que a análise efetuada permite controlar o sentido desses comportamentos, assegurando que os comportamentos esperados resultarão do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem.

Com todo esse embasamento, expliquei o processo das atividades, fazendo um contrato didático com os alunos: trabalho em equipe, leitura consciente e atenção nos cálculos numéricos. Inseri perguntas desafio ou perguntas de análise da atividade, observando as reações do grupo e, consequentemente, de cada aluno ali presente. Cada atividade foi desenvolvida em aulas duplas somando 100 minutos. Foram necessárias 20 aulas para o desenvolvimento de 10 atividades. Junto à direção da escola, resolvemos usar o laboratório de física/química para a realização das atividades. Os alunos sentaram-se em grupos, e como havia 9 mesas e 40 alunos presentes,organizei os grupos com 4 ou 5 alunos. Elaborei 10 atividades visando que os próprios alunos fossem responsáveis pelo desenvolvimento e aprendizagem das mesmas.

Antes de iniciar a primeira atividade, expliquei como calcular expoentes de equações exponenciais diversas. E antes de iniciar a quinta atividade, demonstrei as propriedades operatórias dos logaritmos.

3.1 História e contextualização do Logaritmo

Textos babilônicos, cerca de 600 a.C., trazem a frase: ¨A que potência deve ser elevado um certo número real positivo diferente de um, para fornecer um número real positivo dado? ¨ Atualmente temos: Qual o logaritmo de um número real positivo dado, tendo um certo número real positivo diferente de um, como base?

Também existem registros de tabelas contendo potências sucessivas de um dado número, semelhante as nossas tabelas, de forma que as lacunas em suas tabelas são maiores. Os babilônios tinham receio em interpolar para obter valores intermediários aproximados**.**

Michael Stifel (1486-1567) é considerado o maior algebrista alemão do século XVI. Escreve sobre a vantagem de associar uma PA a uma PG, prenunciando assim, em quase um século a invenção de logaritmos.

Por exemplo: A tabela abaixo, apresenta na primeira linha elementos de uma Progressão Aritmética (PA) e na segunda linha uma Progressão Geométrica. Se queremos multiplicar 32 por 512, bastará somar seus elementos correspondentes (5 + 9 = 14) e em seguida localizar a coluna 14 da segunda linha, encontrando o resultado 16394. Logo, 32 x 512 = 16394.

5+9=14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16394	32788

32x512=16394

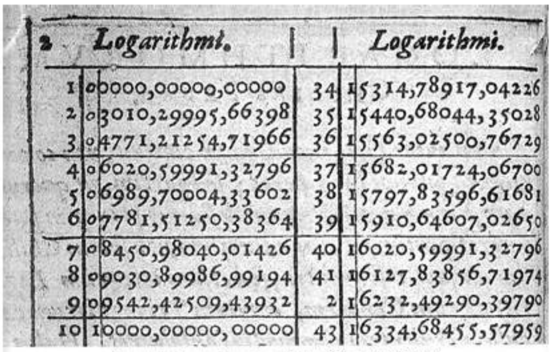
Tabela1: Elementos de PA e PG

Percebemos também que esta tabela facilita o cálculo de logaritmos na base 2, por exemplo, $\log_2 32768 = 15$. Lembrando que para apenas logaritmos de base 2, com resultados de números naturais.A principal ideia dos inventores dos logaritmos era transformar operações mais complicadas em outras operações mais simples por meio de tabelas que permitissem voltar aos cálculos iniciais. Por exemplo, transformar multiplicação em adição, divisão em subtração, potenciação em multiplicação e radiciação em divisão. Mais tarde, essa ideia foi melhorada para expoentes negativos e fracionários.

A astronomia, a navegação, o comércio, a engenharia e a guerra fizeram com que as demandas desses cálculos se tornassem cada vez mais rápidos e precisos. O logaritmo é um grande dispositivo poupador de trabalho. Inventado por John Napier (1550-1617), barão escocês, também conhecido por Neper (latinizado). Neper nasceu quando seu pai tinha 16 anos de idade e morou no majestoso castelo de Merchiston da família, perto de Edimburgo na Escócia. Gastou grande parte de sua vida em assuntos políticos e religiosos. Existem muitas histórias sobre as astúcias de Neper. Ele não alcançou grau universitário, e, portanto, não era matemático profissional. Para descontrair, ele estudava matemática e ciência, resultando em 4 obras que entraram para a história da Matemática, uma delas é a Invenção do Logaritmo. Há relatos em que Laplace afirma que a invenção de Neper fez com que, na astronomia, ¨ao diminuir o trabalho, dobrou a vida dos astrônomos¨.

A palavra *logaritmo*, inventada por Neper, deriva do grego *logos* (razão) e *arithmos* (números). Ou seja, significa número de razão, isso depois de ter usado a expressão número artificial.

A primeira tábua de logaritmos foi publicada em 1614, por John Napier. Ele trabalhou ativamente nascendo assim a tábua de logaritmos, intitulado ¨*Mirifice logarithmorum canonis descriptio*¨ (Descrição da maravilhosa lei dos logaritmos).Trata-se de uma tábua que dá os logaritmos dos senos de ângulos para minutos sucessivos de arco.A obra de Neper despertou um entusiasmo muito forte na ciência, inclusive em Henry Briggs (1561-1631), professor de Gresham College de Londres, e depois, professor de astronomia na Universidade de Oxford, Henry visitou Neper na Escócia em 1615. Nesse encontro, houve algumas discussões no sentido de aprimorar os métodos logarítmicos. Briggs sugeriu então o uso da base 10, Neper disse que era de acordo, inclusive já havia pensado sobre essa base. Como fruto de uma pesquisa de alguns anos, Briggs lançou a obra *Arithmética logaríthmica*, com tábua de logaritmos decimais (logaritmos comuns ou logaritmos briggsianos), com 14 casas decimais,dos números de 1 a 20.000 e de 90.000 a 100.000.



2	Logarithmi.			Logarithmi.
1	0	0000,00000,00000	34	1	5314,78917,04226
2	0	3010,29995,66398	35	1	5440,68044,35028
3	0	4771,21254,71966	36	1	5563,02500,76729
4	0	6020,59991,32796	37	1	5682,01724,06700
5	0	6989,70004,33602	38	1	5797,83596,61681
6	0	7781,51250,38364	39	1	5910,64607,02650
7	0	8450,98040,01426	40	1	6020,59991,32796
8	0	9030,89986,99194	41	1	6127,83856,71974
9	0	9542,42509,43932	2	1	6232,49290,39790
10	1	0000,00000,00000	43	1	6334,68455,57959

Figura 2: Tábua de Logaritmo Briggs 1617.

A lacuna entre 20.000 e 90.000 foi completada por Adriaen Vlacq (1600-1660), um livreiro e editor holandês.Briggs e Vlacq publicaram 4 tábuas de logaritmos fundamentais. As palavras característica e mantissa foram dadas por Briggs. Mantissa é termo latino de origem etrusca e significa adição ou contrapeso,e que no século XVI, passou a significar apêndice. O termo característica, também foi usado por Vlacq.

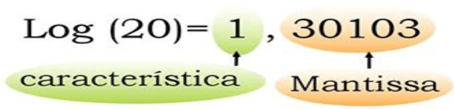


Figura 3: Valor do logaritmo de 20

Na criação das primeiras tábuas de logaritmos decimais, vinham editadas as características, juntamente com as mantissas. A partir do século XVIII, as tábuas de logaritmos decimais foram editadas apenas com as mantissas. Em comemoração ao tricentenário da descoberta dos logaritmos,publicaram extensas tábuas de 20 casas decimais entre os anos de 1924 e 1949.

Em 1971, a Nicarágua lançou 10 selos postais, cada selo representava uma das 10 fórmulas mais importantes do mundo. O selo número 4 foi para os Logaritmos de John Napier. Na figura do selo, temos um sextante astronômico e a Lei de Napier.

Lei de Napier: $e^{\ln N} = N$

Figura 4: Selo nº4 Lei de Napier 1971.

Durante muitos anos, foi usada a famosa régua de cálculo (considerada a mãe das calculadoras científicas) de logaritmo, pendurada no cinto, num estojo de couro, principalmente em estudantes de engenharia e ciências.

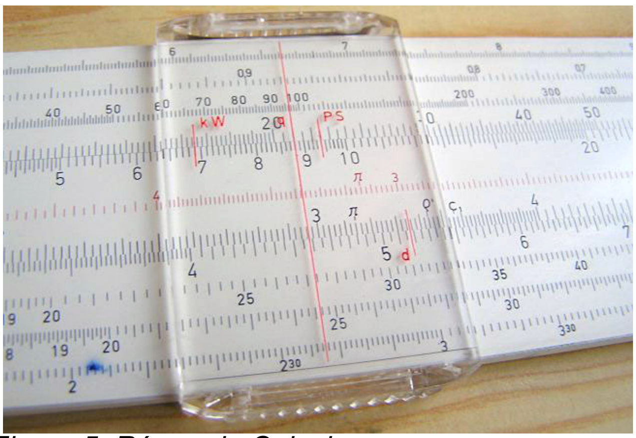


Figura 5: Régua de Calculo.

Com o advento de calculadoras mais baratas, ninguém mais quis usar a famosa régua e muito menos as grandes tábuas de logaritmos.Devido as tábuas conterem muitas mantissas, houve a necessidade de se publicar livros com tábuas de logaritmos.

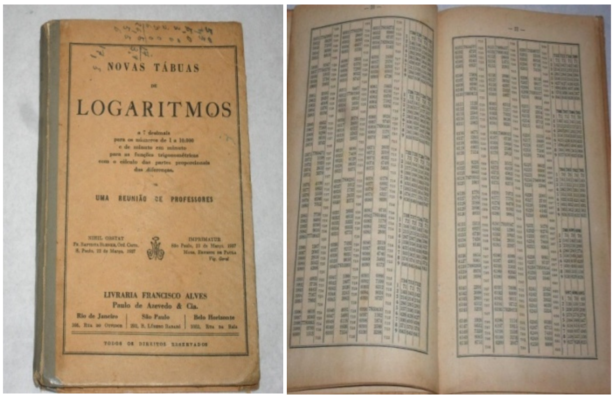


Figura 6: Livro Novas Tábuas de Logaritmos 1937.

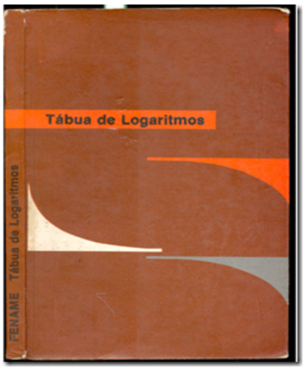


Figura 7: Livro Tábua de Logaritmo 1967

As tábuas de logaritmos de Neper tornaram-se peças de museu. Mas a função logarítmica NUNCA MORRERÁ, pelo simples fato de que as variações logarítmicas e exponenciais fazerem parte vital da natureza, logo os estudos dos Logaritmos continuarão existindo no ensino da matemática.

3.2 PARTE TEÓRICA

Nesta seção será visto a definição de logaritmos, suas propriedades, logaritmos decimais, tábua de logaritmos e função logarítmica na base dez.

3.2.1 Definição de Logaritmos

A definição de logaritmos proposta por Leonhard Euler (1707-1783) em 1728 (MAOR, 2004, p.22) é:

Logaritmo de um número real **a** maior que zero, na base **b**, real positiva e diferente de 1, é igual a **x**,**b** elevado a **x** seja igual a **a**.Assim,

$$\log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a,\ 0 < b \neq 1 \text{ e } a > 0$$

Nomenclatura:

b é a base do logaritmo; a é antilogaritmo ou logaritmando; x é o logaritmo

Os valores reais a,b: a> 0 e b > 0 e b≠ 1.

Exemplos:

1º) Quando temos $2^3 = 8$ dizemos que o 3 é o logaritmo de 8 na base 2 e representamos por:

$$\log_2 8 = 3$$

2º) Quando temos $e^0 = 1$, dizemos que o zero é o logaritmo de 1 na base e (*), representamos por:

$$\log_e 1 = 0 \text{ ou } \ln 1 = 0 \ (**)$$

(*) **e** é constante irracional denominado número de Euler, cujo valor é

$$e \cong 2{,}71828$$

(**) lnx é o logaritmo natural de x

3º) $\log_2 32 = 5 \Leftrightarrow 2^5 = 32$

4º) $\log_3 1/9 = -2 \Leftrightarrow 3^{-2} = 1/9$

Consequência direta da definição:

1) $\log_b 1 = 0$ ∀ b ϵ IR, b> 0 e b ≠ 1

2) $\log_b b = 1$

3) $\log_b b^n = n$

4) $b^{\log_b a} = a$

Pois, supor que $\log_b a = n$ (I), n real e que pela definição de logaritmos temos $b^n = a$ (II), então, substituindo (I) e (II) teremos: $b^{\log_b a} = b^n = a$.

Propriedades operatórias do logaritmo

Propriedade 1) Logaritmo de um produto

$$\log_b a \cdot c = \log_b a + \log_b c \; \forall a, c, b \in IR^*_+ \text{ e } b \neq 1$$

Exemplo: $\log_2(4 \cdot 32) = \log_2 4 + \log_2 32$ = 2+5 = 7

Propriedade 2) Logaritmo da razão

$$\log_b\left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c \; \forall a, c, b \in IR^*_+, c \neq 0 \text{ e } b \neq 1$$

Exemplo: $\log_2 \frac{32}{4} = \log_2 32 - \log_2 4$ = 5-2 = 3

Propriedade3) Logaritmo da potência

$$\log_b a^n = n . \log_b a \; \forall \; a, b \in IR^*_+, n \in IR \text{ e } b \neq 1$$

Exemplo:

$$\log_2 1024 = \log_2 4^5 = 5. \log_2 4 = 5.2 = 10$$

ou

$$\log_2 1024 = \log_2 2^{10} = 10. \log_2 2 = 10.1 = 10$$

Em particular, Logaritmo da raiz

$$\log_b \sqrt[n]{a^m} = \frac{m}{n} . \log_b a$$

Exemplo:

$$\log_3 \sqrt[3]{81} = 1/3 . \log_3 81 = 1/3 . 4 = 4/3$$

Ou podemos resolver fatorando o radicando,assim:

$$\log_3 \sqrt[3]{81} = \log_3 \sqrt[3]{3^4} = 4/3 . \log_3 3 = 4/3 . 1 = 4/3$$

Na situação em que precisamos utilizar tábua de logaritmo ou calculadora científica na determinação do logaritmo de um número, podemos considerar os logaritmos na base 10, pois as calculadoras mais simples e as tábuas de logaritmos operam nessas condições.

Propriedade4) Mudança de base

$$\log_b a = \frac{\log_K a}{\log_K b} \text{ para } \forall a,b, K \in IR^*_+, b \neq 1 \text{ e } K \neq 1$$

Exemplo:

Queremos calcular $\log_{16} 64$,mudando para a base 4, logo

$$\log_{16} 64 = \frac{\log_4 64}{\log_4 16} = \frac{3}{2}$$

Consequência da mudança de base

$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ para a,b ϵ IR^*_+, a ≠1 e b ≠ 1

Pois, mudando para a base A teremos:

$$\log_b a = \frac{\log_a a}{\log_a b} = \frac{1}{\log_a b}$$

Exemplo: $\log_{16} 2 = \frac{1}{\log_2 16} = \frac{1}{4}$

Demonstração das propriedades operatórias

Propriedade 1) $\mathbf{\log_b (a.c) = \log_b a + \log_b c}$

De fato, fazendo $\log_b a =$ x e $\log_b c =$ y, temos que b^x = a e b^y = c. Assim,

$$b^x . b^y = b^{x+y} = a.\ c$$

Pela definição de logaritmo

$$\log_b (a.c) = x + y.$$

Portanto, $\log_b (a.c) = \log_b a + \log_b c$

Propriedade 2) $\mathbf{\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c}$

De fato, fazendo

$$\log_b a = x \text{ e } \log_b c = y,$$

temos que

$$b^x = a \text{ e } b^y = c$$

Assim $\frac{b^x}{b^y} = \frac{a}{c}$, logo

$$b^{x-y} = \frac{a}{c}$$

Aplicando a definição de logaritmos, temos

$$\log_b (\frac{a}{c}) = x - y.$$

Portanto, $\log_b (\frac{a}{c}) = \log_b a - \log_b c$

Propriedade3) $\mathbf{\log_b a^n = n . \log_b a}$

$\log_b a^n = \log_b (a \cdot a \cdot ... \cdot a) = \log_b a + \cdots + \log_b a = n \cdot \log_b a$

Propriedade5) $\mathbf{\log_b a = \frac{\log_K a}{\log_K b}}$

De fato, fazendo:

$\log_k a$ = x => k^x = a (I) e$\log_k b$ = y => k^y = b=> k = $b^{\frac{1}{y}}$(II)

Substituindo II em I, temos$(b^{\frac{1}{y}})^{x}$ = a logo $b^{\frac{x}{y}}$ = a

Aplicando a definição de logaritmos, temos: $\log_b a = \frac{x}{y}$

Portanto:$\log_b a = \frac{\log_K a}{\log_K b}$

Observação: Antilogaritmo e Cologaritmo

1) Antilogaritmo

Se a, b ϵ IR, 0<b≠1 e a >0, então, $\text{antilog}_b\, a = b^a$. Exemplo: $\text{antilog}_3\, 2 = 3^2 = 9$

2) Cologaritmo

Se a, b ϵ IR, 0<b≠1 e a >0, então, $\text{colog}_b\, a = -\log_b a = \log_b \frac{1}{a}$. Exemplo: $\text{colog}_2 8 = -\log_2 8$ = - 3 ou $\text{co}\log_2 8 = \log_2 \frac{1}{8}$ = - 3

3.2.2 Logaritmos decimais e Tábua de logaritmos

Devemos lembrar que existem algumas omissões na escrita da matemática, para facilitar a escrita da mesma. Exemplos: $N^1 = N$, $\sqrt[2]{N} = \sqrt{N}$. Em logaritmos omitimos o 10 quando colocado na base, devido ao fato do nosso sistema de numeração ser escrito na base 10. Exemplo:

$$\log 10000 = \log_{10} 10000 = 4$$

Entre a infinidade de sistemas de Logaritmos existentes, daremos uma atenção especial para o sistema de logaritmos decimais ou sistema de base 10. Também conhecido por sistema de logaritmos vulgares ou sistema de logaritmos de Briggs.

Considere n um número real não negativo, log n = c+ m, em que c é a parte inteira do número, que será chamada de característica,e m é a parte decimal, que será chamada de mantissa. No livro *Fundamentos de Matemática Elementar* de Iezzi, Dolce, Murakami apresentam tábua delogaritmos decimais de 100 a 999 com 4 casas decimais. Nessa tábua, não são fornecidos os valores dos respectivos logaritmos, e sim a MANTISSA de logaritmo dos valores correspondentes.

TÁBUA DE LOGARITMOS

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670

Figura8:Tábua de logaritmos decimais (uma parte)

Essa tábua de logaritmos apresenta linhas de 10 a 99 e colunas de 0 a 9, compondo assim 900 mantissas de logaritmos decimais. Para obtermos cada logaritmo decimal, primeiramente devemos obter a característica, e em seguida procurarmos a mantissa na tábua de logaritmos. Por exemplo:

1) Se queremos log 324, bastará verificar na tábua de logaritmos a intersecção da linha 32 com a coluna 4. Encontramos, 5105, isso significa que a mantissa é aproximadamente igual a 0,5105. Como a característica desse logaritmo é 2, então log324 = 2 + 0,5105 ≅ 2,5105.

2) Se queremos log 23, bastará verificar a intersecção da linha 23 com a coluna 0. Encontramos, 3617, isso significa que a mantissaé aproximadamente igual a0,3617. Como a característica desse logaritmo é 1, então log23 = 1+ 0,3617≅1,3617

Os logaritmos dos números: 2,34; 2340; 234000; 0,0234 apresentarão a mesma mantissa do log 234. Pois, para qualquer um desses números, deveremos procurar a linha 23 e coluna 4. Uma vez que não temos linha 2 e coluna 34 ou não temos linha 234 e coluna 0.

Os logaritmos dos números: 2,3; 230; 23000 e 0,00023 apresentarão a mesma mantissa que o log 23, pois nós não temos linha 2 e coluna 3.

A mantissa é a mesma, pois apresentam o mesmo dígito da intersecção da linha com a coluna diferindo apenas na posição da vírgula, modificando apenas a característica do logaritmo. De fato, considerando a,b números reais positivos, tais que $b = a.10^n$, com n inteiro, temos que $\log a = C_1+m_1$, em que C_1 é um número inteiro e $0 \leq m_1 < 1$.Assim,

$$\log b = \log (a.\ 10^{n}) = \log a + \log 10^{n} = \log a + n = C_1 + m_1 + n.$$

Como $C_2 = C_1+n$ (é número inteiro), C_2é a característica desse logaritmo,

$$\log b = C_2 + m_1$$

Logo, as mantissas do log a e log b são iguais.Observe os exemplos abaixo:

$$\log 5 \cong 0,6989;$$

$$\log 50 \cong 1,6989;$$

$$\log 500 \cong 2,6989;$$

$$\log 5000 \cong 3,6989.$$

Note que a mantissa permaneceu a mesma, enquanto que a parte inteira foi modificada.

Para nós calcularmos a característica do logaritmo de n, quando n>1, bastará transformarmos o número em notação científica e considerarmos o expoente do 10, assim a característica do logaritmo dado, ou seja, para inteiro entre 1 e 9 multiplicado por potências de 10, isto é, $n \cdot 10^m$ a característica é m= 0,1,2, ...,9. Em outras palavras, basta verificar o número de algarismos da parte inteira, subtraindo uma unidade. Exemplos:

1) Para log 5000, sabemos que $5000=5 \cdot 10^3$, logo a característica do log 5000 é 3.

2) Para log 2,3, sabemos que $2,3 = 2,3 \cdot 10^0$, logo a característica do log 2,3 é 0.

Observemos o gráfico de logaritmos decimais abaixo e consideremos, log n = c+m, em que n está localizada no eixo x e a característica c no eixo y

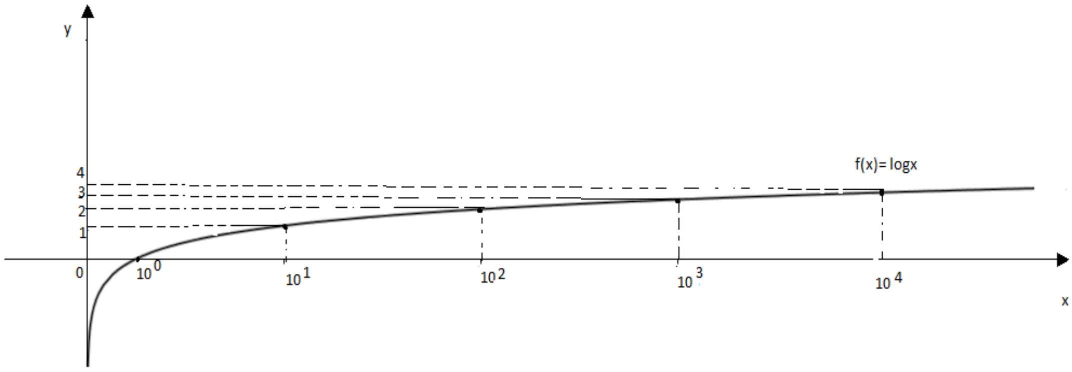


Figura 9: Gráfico da função logarítmica decimal destacando as características

Eixo x: n	***Eixo y: característica C***
$10^0 \leq n < 10^1$	*0*
$10^1 \leq n < 10^2$	*1*
$10^2 \leq n < 10^3$	*2*
$10^3 \leq n < 10^4$	*3*
$10^4 \leq n < 10^5$	*4*

Tabela2: Característica dos logaritmos decimais indicados

Vejamos, agora, o que ocorre com a característica de um logaritmo de n quando n é positivo e menor que 1, ou seja para log n, $0 < n < 1$.

Sabemos que:

log1 =0	log0,1 = -1	log0,01 = -2	log 0,001 = -3	log0,0001 = -4

Percebemos que a quantidade de zeros determina a característica deste logaritmo,porém, negativo. Podemos dizer, então, que log 0,1 é negação de um; log de 0,01 é negação de 2 e assim por diante.Escreveremos assim:

log 0,1 = $\bar{1}$	log 0,01 = $\bar{2}$	log 0,001= $\bar{3}$	log 0,0001= $\bar{4}$

Com isto, chamaremos o logaritmo decimal de n, de negação do número mais a mantissa. Observe um exemplo para logaritmo menor que 1 e positivo:

$$\log 0{,}000123 \cong \overline{4}{,}089905,$$

observando a tábua de logaritmos, mas

$$\log 0{,}000123 \cong -3{,}910095,$$

observado pela calculadora científica.

Embora a característica não seja -3 e sim -4, o fato de apresentar tal resultado é que a calculadora realiza o cálculo da característica com a mantissa, isto é:

$$\log 0{,}000123 = \overline{4}{,}089905 = -4 + 0{,}089905 \cong -3{,}910095.$$

$\overline{4}$,089905 é a forma mista ou preparada, e -3,910095 é a forma da calculadora. E, se temos a forma da calculadora e queremos encontrar a forma mista, bastará somarmos uma unidade na mantissa e subtrairmos uma unidade na característica.

Assim

$$-3{,}910095 = -3-0{,}910095 = -3 -1 +1-0{,}910095 = -4 + 0{,}089905 \cong \overline{4}{,}089905$$

3.3 Função Logarítmica na base dez

Para todo número real positivo $a\neq1$, a função exponencial de base a

$$f(x)=a^x$$

é uma correspondência biunívoca entre IR e IR^*_+. Tal função é crescente se $a>1$, decrescente se $0<a<1$, e com a propriedade

$$f(x+y) = f(x)\cdot f(y).$$

A inversa da função exponencial de base a é a função logaritmo na base a, denotada por $\log_a$, que associa a cada número real positivo x o número real y, tal que

$$a^y = x.$$

Ou seja, $\log_a x$ é o expoente ao qual se deve elevar a base a para obter o número x.

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x,$$

temos que

$$\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y.$$

Consideremos f e g, funções inversas uma da outra. A função f de IR^*_+ em IR definida por $f(x) = \log_a x$ e g de IR em IR^*_+ definida por $g(x) = a^x$.

A função logarítmica $f(x)=\log_a x$ é crescente se, e somente se, $a > 1$.

Demonstração

$a > 1 \Rightarrow (\forall\ x_2 \in IR^*_+,\ \forall\ x_1 \in IR^*_+,\ x_2 > x_1 \Rightarrow \log_a x_2 > \log_a x_1)$

De fato: quaisquer que sejam x_1 e x_2 positivos e $x_2 > x_1$ tem-se pela consequência da definição de logaritmos $a^{\log_a x_2} > a^{\log_a x_1}$, concluímos que $\log_a x_2 > \log_a x_1$. Mostremos que:

$(\forall\ x_2 \in IR^*_+,\ \forall\ x_1 \in IR^*_+,$ se $\log_a x_2 > \log_a x_1 \Rightarrow x_2 > x_1) \rightarrow a > 1$

Consideremos que:

$\log_a x_2 = y_2 \Rightarrow x_2 = a^{y_2}$ e $\log_a x_1 = y_1 \Rightarrow x_1 = a^{y_1}$, temos:

$y_2 > y_1 \Rightarrow a^{y2} > a^{y1}$, pelo fato da função exponencial ser crescente para base maior que 1.

Logo quando a base é maior que 1 a função logarítmica é crescente, o que ocorre também para função logarítmica decimal, $f(x) = \log x$.

3.4 Interpolação Linear Logarítmica (ILL)

Quando queremos o logaritmo de um número que não encontramos na tábua, devemos realizar um cálculo de aproximação. Por exemplo: Se queremos log128,4 notaremos que a mantissa que procuramos não se encontra na tábua de logaritmos.

Consideremos o gráfico da função $f: IR^*_+ \rightarrow IR$ / $y = \log x$

x	logx
1/2	-0,30
1	0
2	0,30
4	0,60
6	0,78
8	0,90
10	1
12	1,08
14	1,14
16	1,20
18	1,25

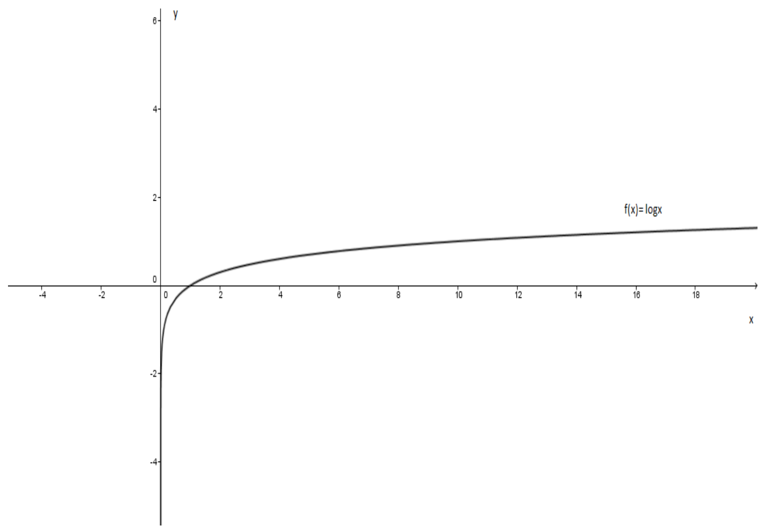


Figura 10:Tabela e gráfico da função logarítmica decimal

Consideremos os valores dos logaritmos, com as respectivas mantissas da tábua de logaritmos: log128 = 2,1072 e log129 = 2,1106. Sabemos que 128,4, encontra-se entre 128 e 129, já que o logx é crescente.Observe o gráfico (ilustrativo), abaixo:

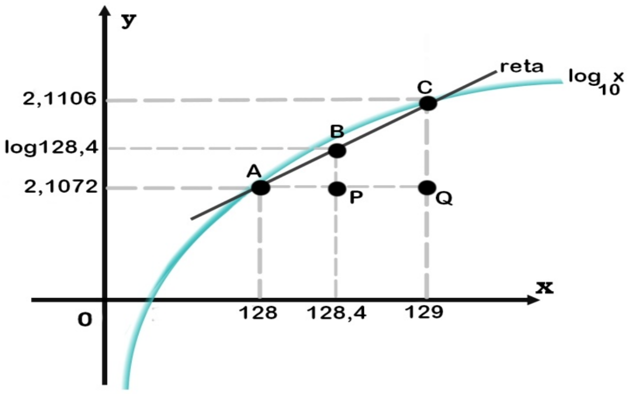


Figura 11: Gráfico da função logarítmica (ilustrativo)

Considerando-se os pontos:

A= (128; 2,1072); B= (128,4; log128,4) e C= (129; 2,1106) e, considerando os pontos P e Q, de forma que os triângulos ABP e ACQ são retângulos.

Vemos o triângulo ABP ser semelhante ao triângulo ACQ.Logo, os lados homólogos são proporcionais:

$$\frac{\overline{PB}}{\overline{QC}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AQ}} \Leftrightarrow \frac{x}{2{,}1106-2{,}1072} = \frac{128{,}4-128}{129-128} \Leftrightarrow \frac{x}{0{,}0034} = \frac{0{,}4}{1} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x = 0{,}4 \cdot 0{,}0034 \Leftrightarrow x \cong 0{,}00136$

Se $\log 128{,}4 = 2{,}1072 + x = 2{,}1072 + 0{,}00136 \cong 2{,}1086$

Então, $\log 128{,}4 \cong 2{,}1086$

Visto que todas as vezes que fizermos esse processo, cairemos em triângulos semelhantes, o cálculo aproximado da mantissa pode ser visto dessa forma:

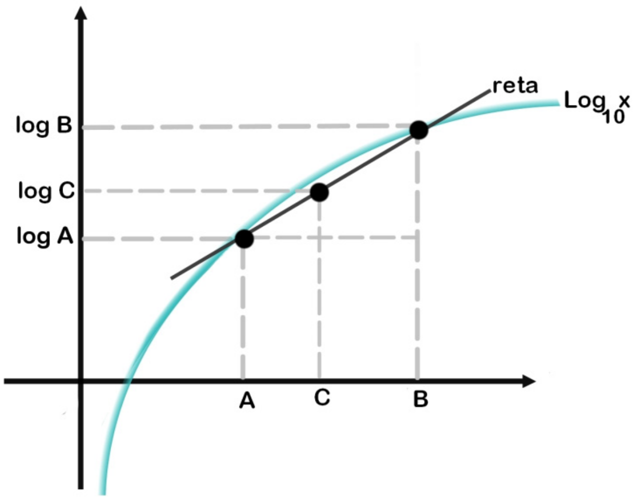


Figura 12: Gráfico da função logarítmica (ilustrativo)

Consideremos os pares ordenados (A, logA), (B,logB) e (C,x), em que são conhecidos os valores de A,B,C, logA e logB. E, queremos descobrir o logC = x

A...................................log A

C.................................... x <=> B – A .... log B - log A

B.....................................log B C – A .... x - log A

Como:

$\frac{B-A}{C-A} = \frac{logB-logA}{X-logA} \Leftrightarrow x - logA = \left(\frac{logB-logA}{B-A}\right).(C-A) \Leftrightarrow x = logA + \left(\frac{logB-logA}{B-A}\right).(C-A)$

Esse processo recebe o nome de **Interpolação linear logarítmica**.

Um dos objetivos desta dissertação é fazer a interpolação linear logarítmica sem precisar de nenhum recurso, calculadora científica ou tábua de logaritmos. Para tal, faz-se necessário memorizar a tabela abaixo e através dos valores dessa tabela, realizamos a interpolação linear logarítmica.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mantissa	0	30	48	60	70	78	85	90	95

Tabela 3: Valores das mantissas dos logaritmos decimais de 1 a 9

Exemplo1) Baseado nesses valores, para calcularmos o log128,4 devemos:

Em primeiro lugar, calcularemos a mantissa do log1,284 pois 1,284 está entre 1 e 2.

Sabemos que log 1 = 0 e log 2 = 0,30, considerando A = 1, B = 2,

C=1,284, logA=0 e logB= 0,30, temos:

$x = \log A + \left(\frac{\log B - \log A}{B-A}\right) \cdot (C-A)$

$x = 0 + [\ (0{,}30 - 0) / (2-1)\ ] \cdot (1{,}284 - 1)$

$x = (0{,}30) \cdot (0{,}284) \cong 0{,}0852$

Com isso temos o valor da mantissa que é aproximadamente igual a 0,0852. Em seguida, acertamos o valor da característica desse logaritmo:

Log128,4 tem característica 2, com isso para obtermos log128,4, faremos característica somado com a mantissa.

Logo log128,4 = 2 + 0,0852 ≅ 2,0852

Comparando com a interpolação anterior, verificamos uma diferença de 0,0234.

Exemplo 2:

Vejamos um outro exemplo, log 279, calculados de duas formas diferentes:

1ª resolução:

Podemos dizer que 279 está entre 200 e 300.

Conhecemos log200≅2,30 e log300≅2,48 queremos obter log279, logo:

200............................2,30 <=> 100........................0,18 <=>

279............................X 79........................ Y

300............................2,48

<=> $Y = \frac{79 \cdot 0{,}18}{100} \cong 0{,}1422$. Logo $X = 2{,}30 + 0{,}1422 \cong 2{,}4422$

Portanto, log279 ≅ 2,4422

2ª resolução:

Em primeiro lugar, calcularemos a mantissa do log 2,79 pois 2,79, está entre 2 e 3.

Sabemos que log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48, considerando A=2, B=3, C=2,79, logA=0,30 e logB= 0,48, temos

$$x = \log A + \left(\frac{\log B - \log A}{B-A}\right).(C-A)$$

$$x = 0,30 + [\ (0,48 - 0,30) / (3-2)\ ].(\ 2,79 - 2)$$

$$x = 0,30 + 0,1422 \cong 0,4422.$$

Com isso temos o valor da mantissa do log 2,70 que é aproximadamente igual a 0,4422. Em seguida, acertamos o valor da característica desse logaritmo. A característica de log 279 é 2.Com isso, para obtermos log 279, somaremos a característica com a mantissa.Logo log279 = 2 + 0,4422 ≅ 2,4422

Comparando as duas formas, vimos que o resultado não difere!

3.4.1 Validação das duas casas decimais nos cálculos de ILL

Devemos verificar onde ocorre o erro máximo nos intervalos [a, b], ou seja [n, n+1] , onde b-a = 1. Consideremos a função erro:

$$e(x) = \log x - \left[\frac{(\log b - \log a)}{b-a}.\ (x - a) + \log a\ \right],$$

ou seja:

$$e(x) = \log x - [(\log b - \log a)\ .\ (x - a) + \log a\ ],$$

note que e(x) ≥ 0

Para sabermos o máximo de e(x) em [a, b] é preciso determinar os pontos críticos de e(x) em (a,b). Para isso, é preciso resolver a equação

$$e'(x) = 0.$$

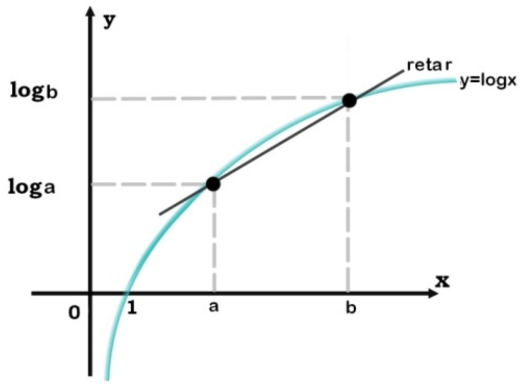


Figura13: Função logarítmica decimal com a reta r

A equação da reta é

$$r: y = \frac{logb - loga}{b-a}. (x\text{-}a) + \log a.$$

E, a função erro é dada por

$$e(x) = \log x - [\frac{(logb - loga)}{b-a}. (x\text{- } a) + loga].$$

Note que resolver a equação e'(x) =0 é resolver

$$(\log x)' \text{-} \frac{(logb - loga)}{b-a} = 0,$$

que é equivalente a resolver

$$(\log x)' = \frac{(logb - loga)}{b-a}.$$

Está última equação é na verdade o Teorema do valor médio, ou seja é preciso determinar em que ponto a derivada coincide com a variação média do intervalo. Como

$$e'(x) = \frac{1}{x.\ln 10} - \frac{\log b - \log a}{b-a}$$

Basta resolvermos a equação,

$$x . \ln 10 = \frac{b-a}{logb - loga},$$

que é equivalente a

$$x . \ln 10 = \frac{b-a}{\frac{lnb - lna}{ln10}}.$$

Portanto,

$$x_m = \frac{b-a}{lnb - lna}$$

É o ponto de máximo da função erro em (a, b). Consideraremos a situação em que a e b sã inteiros positivos e b-a = 1, ou seja, a=n e b=n+1, para algum n natural.

Com isso, temos o erro máximo em $x_m = \frac{1}{ln\, b - ln\, a}$ em[a, b]. Logo

$$a < \frac{1}{ln\, b - ln\, a} < b$$

ou seja,

$$n < \frac{1}{ln(n+1) - ln(n)} < n+1,$$

para qualquer $n \in$ IN. Pelo Teorema do Valor Médio, existe $c \in (n,n+1)$ tal que

$$\ln(n+1) - \ln(n) = 1/c \cdot (n+1-n) = 1/c.$$

Portanto,

$$x_m = c = \frac{1}{\ln(n+1) - \ln(n)}.$$

Intervalos	x_m	$e(x_m)$
[1, 2]	1,4426950	0,025910
[2 , 3]	2,4663035	0,008905
[3 , 4]	3,4760595	0,004488
[4 , 5]	4,4814201	0,002701
[5 ,6]	5,4848149	0,001804
[6 , 7]	6,4871592	0,001290
[7 , 8]	7,4888757	0,000968
[8 , 9]	8,4901870	0,000753
[9, 10]	9,4912216	0,000603
[10, 11]	10,4920587	0,000493

Tabela 4: Erros máximos de 1 a 11

Notamos por esses cálculos realizados pelos alunos tem sua precisão de 10^{-2}, exceto no intervalo de [1, 2]. Logo, para valores entre 1 e 2 sugerimos que sejam analisados os valores entre 10 e 20, que nos retornam uma precisão de duas casas decimais.

Intervalos	x_m	$e(x_m)$
[11 , 12]	11,4927499	0,000411
[12 , 13]	12,4933304	0,000347
[13 , 14]	13,4938249	0,000298
[14 , 15]	14,4942510	0,000258

[15 , 16]	15,4946221	0,000226
[16 , 17]	16,4949482	0,000199
[17 , 18]	17,4952370	0,000177
[18 , 19]	18,4954946	0,000158
[19 , 20]	19,4957257	0,000142
[20 , 21]	20,4959343	0,000129

Tabela 5:Erros máximos de 11 a 21

Depois de realizado o cálculo do erro, percebemos que, ao invés de propormos a tabela sugerida anteriormente para os alunos realizarem ILL, reformularemos a tabela com mais alguns valores:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mantissa Logx	0	30	48	60	70	78	85	90	95	0
X	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Mantissa Logx	04	08	11	15	18	20	23	25	27	30

Tabela 6: Mantissas dos logaritmos decimais de 1 a 20

Ou seja, podemos resumir essa tábua (tabela), pois temos as propriedades a nosso favor. Logo:

X	2	3	7	9	11	13	17	19
Mantissa Logx	30	48	85	95	04	11	23	27

Tabela 7: Nova tábua de logaritmos decimais

Com isso, fica concluído que a vasta tábua de logaritmos(usada nos colégios) com 900 mantissas são desnecessárias, podendo ser substituída por essa última tábua com apenas 8 mantissas, para a realização de qualquer logaritmo decimal, de antilogaritmo maior que um, com garantia de duas casas decimais.

3.5 Objetivos das atividades

As folhas das atividades aplicadas estão no final desta dissertação.

Nesta primeira atividade, o intuito principal era relembrar as potências com expoente zero, um, negativo e fracionário.Na segunda atividade, o objetivo principal era calcular os expoentes possíveis, e para os não possíveis, saber que existe nomenclatura para resposta e ensiná-los a escrever o logaritmo, reconhecendo o antilogaritmo, a base e o logaritmo, ou seja, saber a nomenclatura correta para cada elemento que compõe o logaritmo dado.

O principal objetivo da terceira atividade foi induzir o cálculo mental e em seguida, quando não possível, escrever uma equação exponencial parapoder encontrar o expoente desconhecido.Na quarta atividade, o objetivo principal foi o reconhecimento dos logaritmos decimais, com antilogaritmos. Ensiná-los a escrever os antilogaritmos em notação científica, reconhecendo os logaritmos indicados.

Para o cálculo da característica, saber responder as características positivas quando o antilogaritimo é maior que um, e característica negativa quando o antilogaritmo está entre 0 e 1.O principal objetivo na atividadecinco é a memorização das propriedades dos logaritmos e saber usá-las.

A atividade 6 foi criada para que o aluno saiba responder, com tranquilidade, logaritmos decimais do número mencionado. Para isso é necessário que os alunos memorizem as mantissas dos logaritmos decimais de 1 a 9, e também saibam obter a característica. É claro que, ao responderem a todos os logaritmos, estão cientes de que se tratam de resultados aproximados

O principal objetivo da sétima atividade é tentar fazer com que os alunos memorizassem a tabela dos logaritmos decimais de 1 a 9. Deveriam saber calcular os logaritmos através da interpolação linear logarítmica, manipulando muito bem a aritmética que envolve o processo de interpolação linear logarítmica. Na atividade 8 foi usada a tábua de logaritmos para o valor das mantissas, com o objetivo de reconhecimento da tábua destes para a localização da relacionada mantissa. Em seguida, quando não foi possível obter na tábua, utilizar o processo de interpolação linear logarítmica para obter o valor do logaritmo decimal indicado. O enfoque na atividade nove foi perceber que quando o antilogaritmo for entre 0 e 1, a característica é negativa e saber distinguir a forma preparada e a forma da calculadora, sabendo ir e voltar de uma forma para outra. Reconhecer logaritmo natural ou neperiano.

O objetivo principalda atividade dez foi apresentar as definições de antilogaritmo e cologaritmo para obtenção dos valores pedidos. Saber manipular o expoente que pode aparecer na base de um logaritmo. E, finalmente ser livre para o cálculo de qualquer logaritmo, usando propriedades e / ou tábua de logaritmos.

Capítulo 4. Terceira fase: Experimentação

Essa fase é clássica, pois são colocadas em prática as atividades preparadas,essa é a fase da realização da engenharia com os alunos.

Ela propõe:

- A explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa;
- O estabelecimento do contrato didático;
- Aplicação dos instrumentos de pesquisa;
- Registro das observações feitas no decorrer da experimentação.

Em local apropriado, com as atividades impressas, eu, como mediadora das ações, iniciei as atividades.Expliquei o processo das atividades, fazendo um contrato didático com eles: trabalho em equipe, leitura consciente e atenção nos cálculos numéricos.Os alunos sentaram-se em grupo e como havia 9 mesas e 40 alunos presentes,organizeios grupos com 4 ou 5 alunos.

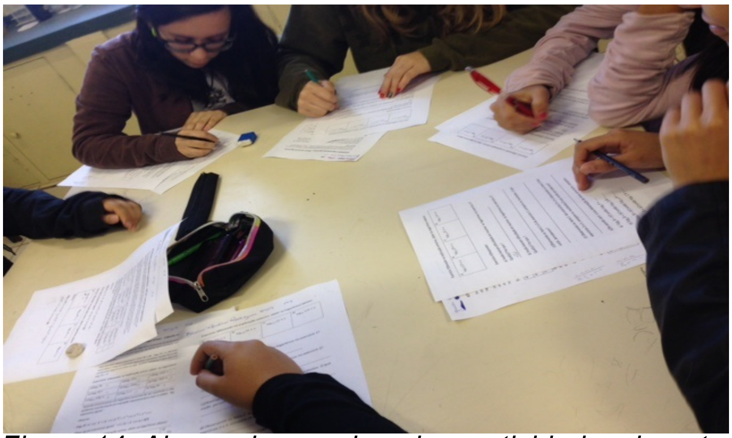


Figura 14: Alunos desenvolvendo as atividades durante a experimentação.

Cada atividade foi desenvolvida em aulas duplas, cada uma delas com 50.minutos.Assim que começamos, observei e anotei as reações do grupo. Cada detalhe era extremamente significativo para reestruturar o trabalho, caso algo não apresentasse viabilidade. E uma vez funcionando, repetir na próxima atividade.

As atividades foram iniciadas em 6 de outubro de 2014 e finalizadas em 26 de novembro do mesmo ano. No início contei com a presença de todos,o que facilitava o desenvolvimento das atividades.No final de novembro os alunos foram evadindo-se das aulas, o que dificultou a sequência didática, comprometendo o aprendizado dos alunos ausentes.

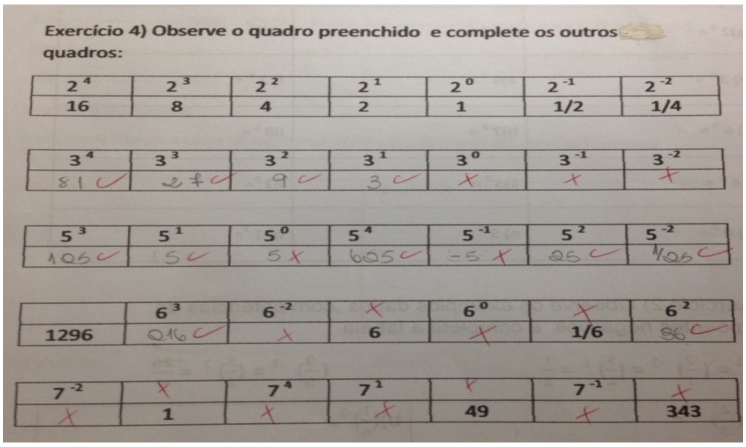
A seguir os comentários das anotações feitas durante a experimentação.

4.1 Atividade 1

A atividade 1, dada nas páginas 77 e 78, inicialmente foi aceita com sucesso, pois conheciam potenciação e também gostavam desse assunto, resolvendo assim a primeira parte.

Ao chegar ao exercício 2, as dificuldades começaram. Aoapresentar fração(com numerador e denominador) estava tudo tranquilo, no entanto quandoapresentei 4^{-4}, reclamaram. Alguns, pacientemente perceberam o exemplo dado, colocando 1 no denominador e fizeram, não precisando de explicação.

No exercício 3, notei que tiveram um pouco de dificuldade na fatoração do 81. Fiquei surpresa em relação ao quadro no exercício 4, pois tinha certeza de que fariam com facilidade, encontrando a lógica da sequência, o que me fez perceber que, nem sempre, a tal lógica está bem clara para todos alunos. E as dificuldades aumentaram, principalmente quando coloquei a sequência das potências em ordem aleatória, chegando ao ponto de deixarem em branco alguns exemplos.



Exercício 4) Observe o quadro preenchido e complete os outros quadros:

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}
16	8	4	2	1	1/2	1/4

3^4	3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}	3^{-2}
81	27	9	3			

5^3	5^1	5^0	5^4	5^{-1}	5^2	5^{-2}
125	5	5	625	-5	25	1/25

	6^3	6^{-2}		6^0		6^2
1296	216		6		1/6	36

7^{-2}		7^4	7^1		7^{-1}	
	1			49		343

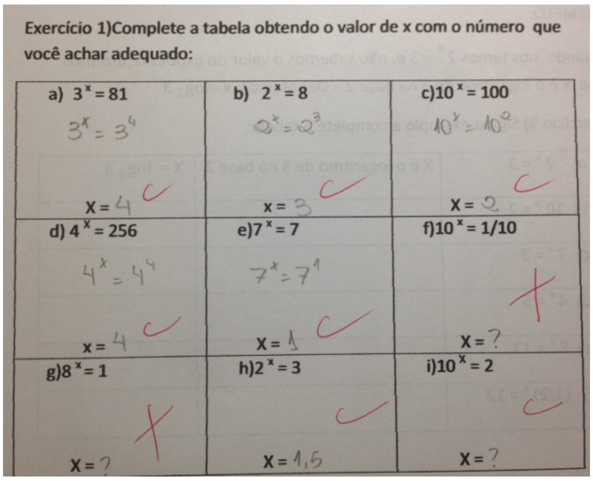
Figura 15: Exercício 4 da atividade 1

4.2 Atividade 2- Introdução a Logaritmos

Ao iniciar a atividade 2 (páginas 79 e 80), os alunos ficaram empolgados até aparecer, no exercício 1, a letra f, $10^{x} = 1/10$, pois ainda encontramos alunos com dificuldade em transferir conhecimentos de uma atividade para a outra.

Na letra h, $2^{x} = 3$, achei interessante, pois com ousadia apresentaram resultado 1,5. Muitos alunos entraram em pânico, indagando que não existia resultado para o x.

Na letra i, $10^{x} = 2$, apresentaram muitos erros,principalmente os alunos que queriam adivinhar o resultado.Mesmo assim, a maioria dos alunos foi consciente ao responder.


Exercício 1)Complete a tabela obtendo o valor de x com o número que você achar adequado:

a) $3^x = 81$ $3^x = 3^4$ $x = 4$	b) $2^x = 8$ $2^x = 2^3$ $x = 3$	c) $10^x = 100$ $10^x = 10^2$ $x = 2$
d) $4^x = 256$ $4^x = 4^4$ $x = 4$	e) $7^x = 7$ $7^x = 7^1$ $x = 1$	f) $10^x = 1/10$ $x = ?$
g) $8^x = 1$ $x = ?$	h) $2^x = 3$ $x = 1,5$	i) $10^x = 2$ $x = ?$

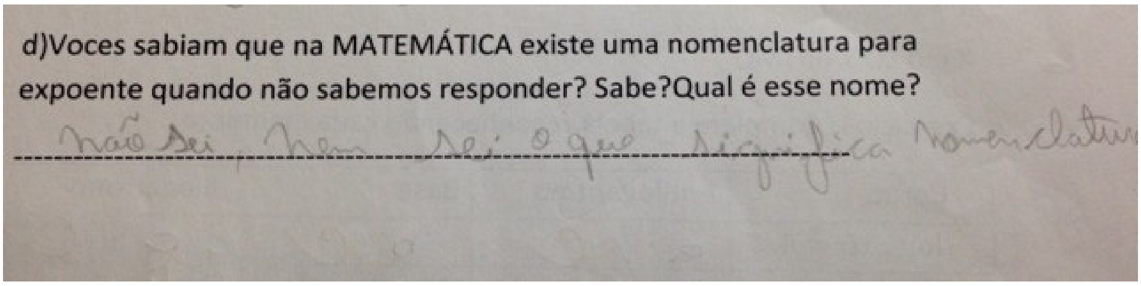
Figura 16: Exercício 1 da atividade 2.

Já era claro que todos deveriam errar h e i, mas não esperava tantos erros na letra f. Poucos erraram a letra g,alguns responderam 1/8 e alguns nada responderam.

Quando mencionei as perguntas dessa atividade 2, na letra a, a maioria dos alunos foram coerentes respondendo SIM ou NÃO, conforme os acertos e erros cometidos. Algumas respostas chamaram a atenção:“Sim, porque entendi”; “Sim, porque segui meus pensamentos”; “Somente alguns, pois os números não eram lógicos”;“Não, porque fizemos em conjunto, e dois colegas não chegaram à conclusão”; “Não, porque não encontramos uma maneira";"Não porque uns usam logaritmos"; "Não porque não tem lógica"; "Não, porque não consegui os exatos".

Quanto as respostas obtidas na letra c, detectei que não foram coerentes, pois deveriam responder que não são exatas. Alguns alunos responderam o resultado era "número quebrado".

Na letra d, a metade da turma respondeu SIM e a outra metade NÃO, apenas 3 alunos responderam "não sei"; 2 responderam "logaritmos ", 4 alunos não responderam e 1 aluno confessou não sabero significado de nomenclatura.



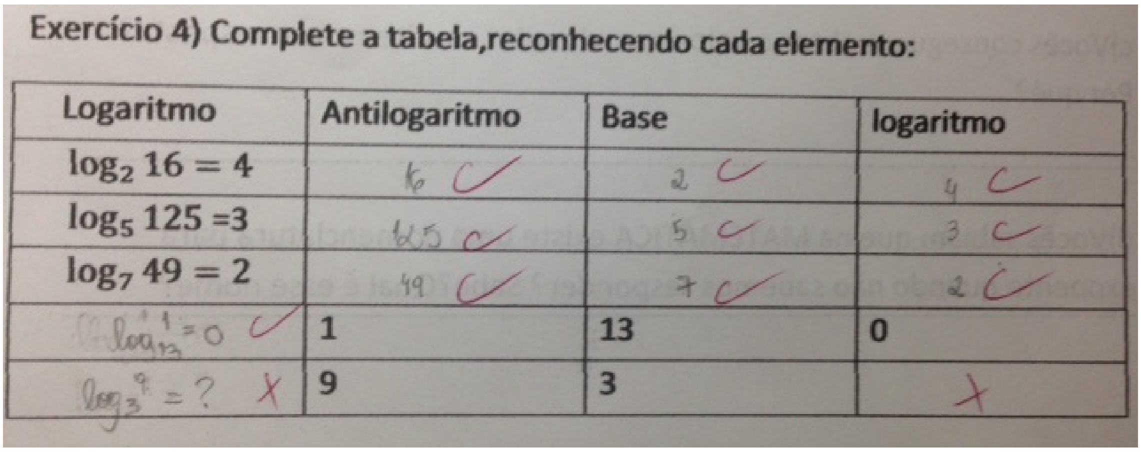
d)Voces sabiam que na MATEMÁTICA existe uma nomenclatura para expoente quando não sabemos responder? Sabe?Qual é esse nome?

não sei, nem sei o que significa nomenclatura

Figura 17: Item d do exercício 2 da atividade 2.

Considero o exercício 3 um exemplo muito feliz, afinal percebi que os alunos souberam escrever o antilogaritmo e a base em seu devido lugar.

Quanto ao exercício 4, a maior porcentagem de erro acabou sendo onde esperava mesmo, isto é, no último item, pois não revelei o valor do logaritmo, e alguns se atrapalharam, achando que eu havia esquecido.



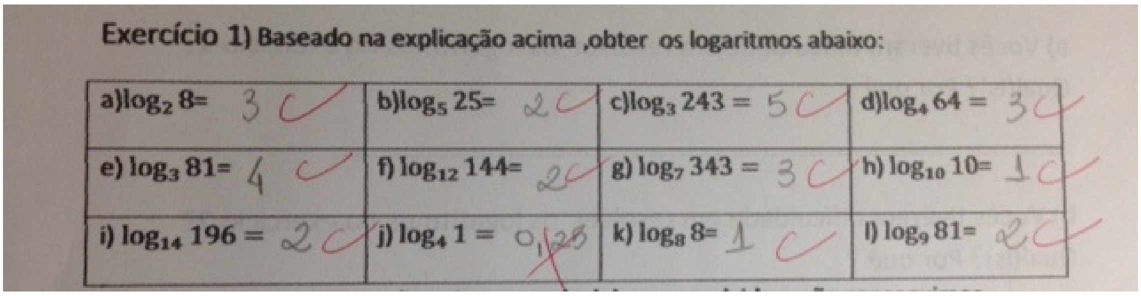
Exercício 4) Complete a tabela,reconhecendo cada elemento:

Logaritmo	Antilogaritmo	Base	logaritmo
$\log_2 16 = 4$	16	2	4
$\log_5 125 = 3$	125	5	3
$\log_7 49 = 2$	49	7	2
$\log_{13} 1 = 0$	1	13	0
$\log_3 9 = ?$ X	9	3	X

Figura 18: Exercício 4 da atividade 2.

4.3 Atividade 3 -Cálculo mental dos Logaritmos

Na atividade 3 (páginas 81 e 82), no 1º exercício, a maior quantidade de erros foi na letra j. Responderam outro número, menos o zero.



Exercício 1) Baseado na explicação acima ,obter os logaritmos abaixo:

a) $\log_2 8=$ 3	b) $\log_5 25=$ 2	c) $\log_3 243 =$ 5	d) $\log_4 64 =$ 3
e) $\log_3 81=$ 4	f) $\log_{12} 144=$ 2	g) $\log_7 343 =$ 3	h) $\log_{10} 10=$ 1
i) $\log_{14} 196 =$ 2	j) $\log_4 1 =$ 0,25	k) $\log_8 8=$ 1	l) $\log_9 81=$ 2

Figura 19: Exercício 1 da atividade 3.

Quando perguntei se tiveram dificuldade em resolver os logaritmos no exercício1, em quais e por quê, embora alguns tenham errado o exercício, acabaram respondendo: “Não, porque entendi a explicação”; “Não, porque tava fácil”.

Outros, porém, responderam:“Um pouco pois estava com dúvida em uma questão”; “Um pouco confuso”; “Alguns exercícios diferentes”; “Dificuldade em fatorar o número”.

No exercício 2, a maior quantidade de erros foi na letra b, pois apresentaram dificuldades na fatoração do 343.

Quando perguntei se encontraram dificuldade em resolver logaritmos no exercício 2, em quais e por quê, os que responderam não, disseram porque estava confuso ou porque estava difícil, outros disseram que “não sei fazer muito bem”. Os que responderam sim, justificaram-se, dizendo que o exemplo facilitou,que a explicação dada pela professora ajudou.

No exercício 3, tiveram um baixo desempenho. Nos itens b,c e d, houve um grande número de erros.

Logo abaixo, temos dois exemplos de situação:

O primeiro exemplo (figura 19), o aluno teve uma grande quantidade de erros nos exercícios, mas não apresenta consciência de seu erro.

O segundo exemplo (figura 20), o aluno acerta quase todos os exercícios e afirma que estava fácil.

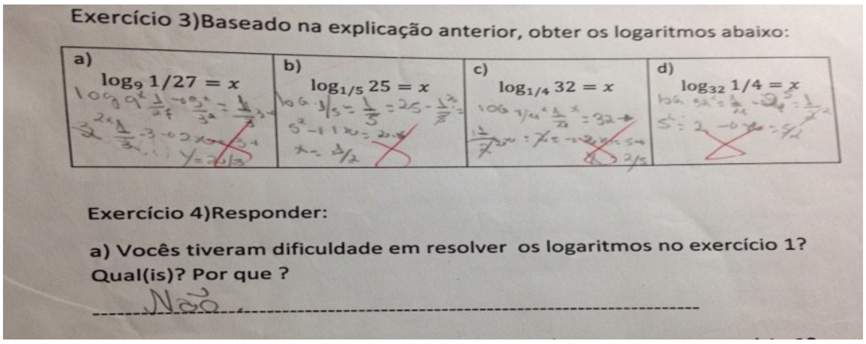


Figura 20: Exercício 3 da atividade 3 (resolvido errado).

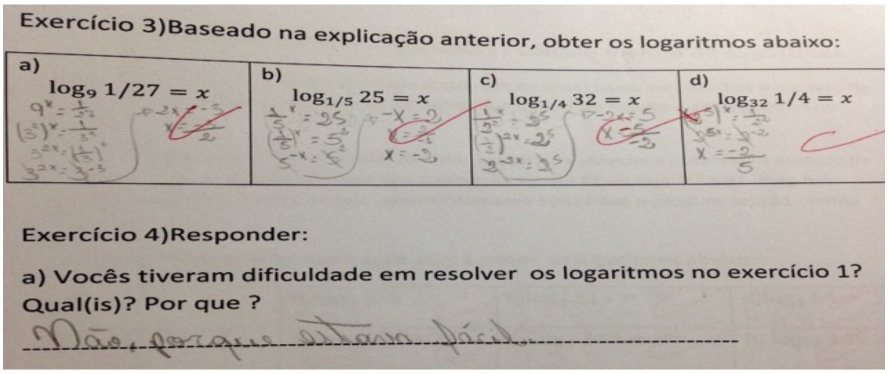


Figura 21: Exercício 3 da atividade 3 (resolvido corretamente).

Nas perguntas do exercício 4, mesmo os alunos que erraram muitos itens dentre os exercícios de 1 a 3, nãohesitaram em responder que não tiveram dificuldades em realizar os exercícios. Tenho certeza de que esses alunos não tiveram,naquele momento, a consciência do erro.

Na letra e do exercício 4, acabaram não concluindo o que eu esperava, pois como se atrapalharam nas frações, notei que o pensamento lógico da maioria dos alunos ficou bloqueado.

Quando perguntei sobre o que perceberam na comparação dos itens c e d do exercício 2 e item c dos exercícios 2 e 3, item d dos exercícios 2 e 3, alguns que não quiseram tomar conhecimento do fato responderam ¨NADA¨, outros disseram que permaneceu o resultado (um absurdo!). E alguns mais atentos responderam corretamente.

Notei que, a presença de fração desestruturou a linha de pensamento deles.Acredito que o pavor de encontrar frações é tão grande que, na maioria das vezes, os alunos têm seu raciocícnio bloqueado na hora de resolver o exercício.

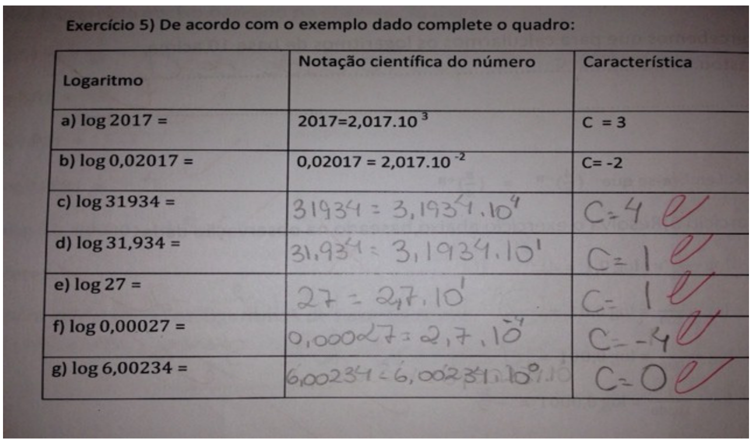
Não escondendo a realidade da aplicação desta atividade, confesso que fiquei um pouco decepcionada pela grande quantidade de erros encontrados.

4.4 Atividade4: Logaritmos na base 10

No exercício 1 desta atividade (páginas 83 e 84), o que chamou a atenção, mais uma vez, é que, por mais que a maioria dos alunos tenha acertado a primeira e segunda questões, houve, na letra a alguns alunos que cometeram novamente o erro relacionado com expoente zero.

Na resposta dos exercícios 2 e 4, fiquei satisfeita com o total de acertos nas respostas dadas que é ¨contagem de zeros¨.

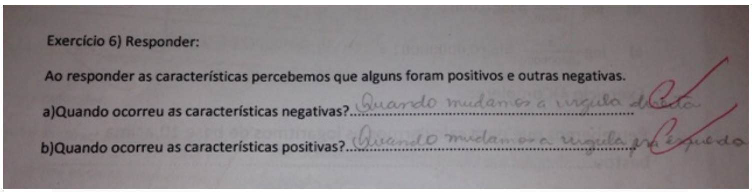
No exercício 5 e 6trata-se de cálculo de característica do logaritmo. No instante em que precisaram escrever os antilogaritmos em notação cientifica, ficaram inseguros, pois alguns alunos haviam esquecido o processo. Precisei acalmá-los. Percorri a sala, auxiliando cada um dos alunos fazendo-os lembrar do conceito. Assim que lembraram, preencheram toda a tabela.



Exercício 5) De acordo com o exemplo dado complete o quadro:

Logaritmo	Notação científica do número	Característica
a) log 2017 =	$2017=2,017.10^{3}$	C = 3
b) log 0,02017 =	$0,02017 = 2,017.10^{-2}$	C= -2
c) log 31934 =	$31934 = 3,1934.10^{4}$	C= 4
d) log 31,934 =	$31,934 = 3,1934.10^{1}$	C= 1
e) log 27 =	$27 = 2,7.10^{1}$	C= 1
f) log 0,00027 =	$0,00027 = 2,7.10^{-4}$	C= -4
g) log 6,00234 =	$6,00234 = 6,00234.10^{0}$	C= 0

Figura 22: Exercício 5 da atividade 4.



Exercício 6) Responder:

Ao responder as características percebemos que alguns foram positivos e outras negativas.

a)Quando ocorreu as características negativas?Quando mudamos a vírgula direita

b)Quando ocorreu as características positivas?Quando mudamos a vírgula pra esquerda

Figura 23: Exercício 6 da atividade 4.

4.5 Atividade 5: Propriedades dos Logaritmos

Antes da aplicação da atividade 5 (páginas 85 e 86), foram demonstradas as propriedades do logaritmo em aula e foram dados alguns exemplos para terem um melhor desempenho na aplicação de cada propriedade. Foi criada uma música para uma melhor memorização das propriedades.

Letra e música ¨ Eu só quero é ser feliz “ : Cidinho e Doca Pessoal
Origem é o Funk, mas foi transformado em Rap com o grupo Rap Brasil

Título da música: Rap do Log
Autoria: Rosângela Rossi
Letra da música:
O que eu quero, é ser feliz, usar o logaritmo do jeito que aprendi. É!
E poder me orgulhar, usando as propriedades, sem ter medo de errar.
O log do produto é a soma de logs,
O log da razão é a subtração de logs,
O log da potência, tombamos o expoente,
Fazemos o mesmo com o log da raiz!
É!
O que eu quero é ser feliz e nunca esquecer das propriedades que aprendi!

Figura 24: Rap do Log

No primeiro exercício desta atividade, a principal dificuldade apresentada pelos alunos foi na fatoração do antilogaritmo. Uma vez feita a fatoração, o exercício era feito com muita facilidade. Alguns alunos cantavam o refrão da música que continha as propriedades. A maior quantidade de erros foi na letra g, log 70, porque haviam esquecido que log10 é 1.

O erro marcante nessa atividade foi verificar que alguns alunos, não sabiam somar números decimais. Exemplo:0,845 + 1 = 0,846 (absurdo!)

Observe a figura a seguir:

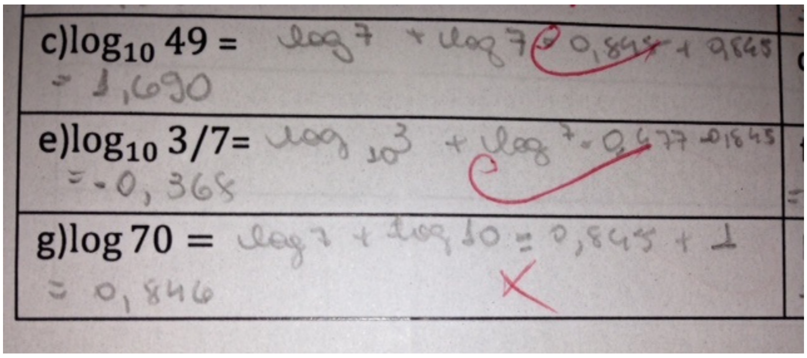


Figura 25: Exercício 1 da atividade 5.

No exercício 2, meu objetivo principal foi trabalhar a volta das propriedades. Percebi que fizeram com facilidade, encontrando um pouco mais de dificuldade na letra e, pelo simples fato de envolver a adição e subtração simultaneamente.

No exercício 3, apresentaram um pouco mais de dificuldade.Novamente, notei alunos com dificuldades na fatoração.

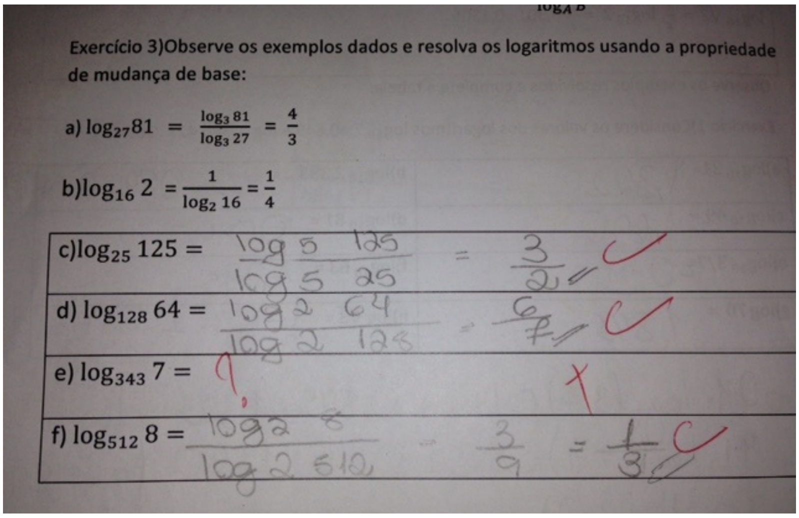


Figura 26: Exercício 3 da atividade 5.

4.6 Atividade 6: Cálculo de cabeça dos logaritmos

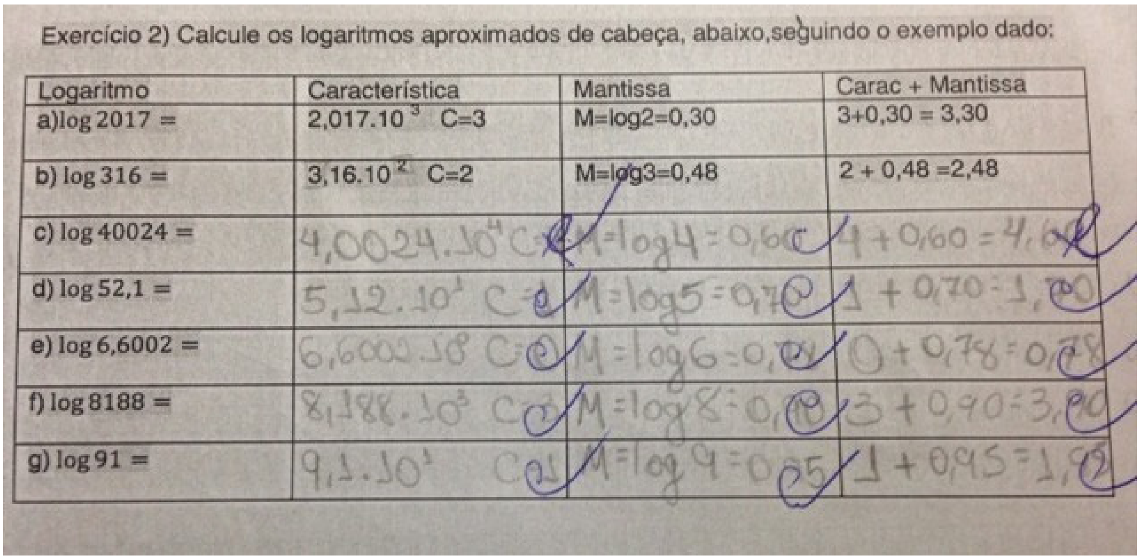
Nesta atividade (páginas 87 e 88), alguns alunos questionaram o porquê de alguns valores de logaritmos decimais.A explicação dada para a aproximação do log2:

Sabemos que $2^{10} = 1024$, se considerarmos $2^{10} \cong 1000$, com uma margem de erro, teremos assim $2^{10} \cong 10^3$, dividindo ambos membros os expoentes por 10, ficamos com, $2^1 \cong 10^{0,3}$, logo temos $\log 2 \cong 0,30$.

Percebi que, nesta atividade, os alunos estavammais confiantes e mais seguros nas propriedades do logaritmo, de forma que, foi mínima a porcentagem de erro.Fizeram os exercícios, alguns alunos cantando e enfrentaram os antilogaritmos de forma natural.

Em seguida, eles memorizaram as respectivas mantissas para o desenvolvimento do exercício 2. Quanto a característica de cada logaritmo, foi trabalhada a notação cientifica. E, com isso, perceberam que para os logaritmos pedidos havia necessidade de somar a característica com a mantissa.

No instante em que precisaram escrever os antilogaritmos em notação cientifica, poucos alunos,novamente tiveram dúvidas. Assim que lembraram, preencheram toda a tabela e, mesmo assim, poucoscometeram erros.


Exercício 2) Calcule os logaritmos aproximados de cabeça, abaixo,seguindo o exemplo dado:

Logaritmo	Característica	Mantissa	Carac + Mantissa
a)log 2017 =	$2,017.10^3$ C=3	M=log2=0,30	3+0,30 = 3,30
b) log 316 =	$3,16.10^2$ C=2	M=log3=0,48	2 + 0,48 =2,48
c) log 40024 =	$4,0024.10^4$ C=4	M=log4=0,60	4+0,60=4,60
d) log 52,1 =	$5,12.10^1$ C=1	M=log5=0,70	1+0,70=1,70
e) log 6,6002 =	$6,6002.10^0$ C=0	M=log6=0,78	0+0,78=0,78
f) log 8188 =	$8,188.10^3$ C=3	M=log8=0,90	3+0,90=3,90
g) log 91 =	$9,1.10^1$ C=1	M=log9=0,95	1+0,95=1,95

Figura 27: Exercício 2 da atividade 6.

No exercício 3, fiz algumas perguntas:

a) confira os quatro primeiros resultados dos logaritmos anterior com a calculadora? Existe diferença? De quanto?

b) confira os três últimos logaritmos do exercício anterior com a calculadora. Existe diferença? De quanto?

Na primeira pergunta feita todos acertaram,mas não souberam responder corretamente o quanto era a diferença. Algumas respostas: “de um número a menos“ e “a diferença foi um“. Poucos alunos responderam corretamente dizendo, que a diferença é um centésimo.

Na segunda pergunta, não houve acerto na letra f. Algumas respostas: “a diferença é de um milésimo“ e “os números não são iguais“.

Na letra c, houve alunos que acertaram, respondendo que “devemos recorrer a uma aproximação logarítmica“. Os demais responderam:“não sei“ e “não tenho ideia“.

Alguns arriscaram em responder “recorrer a notação científica“. Em seguida, perguntei o porquê dessa resposta e me responderam que acharam ¨chique¨ esse nome.

4.7 Atividade 7: Interpolação Linear Logarítmica (ILL)

Confesso que tive muito trabalho em atendê-los nesta atividade(páginas 89 e 90), não pelo conhecimento das mantissas e das características, mas pela falta de treino em multiplicação e divisão de números decimais. Cada vez que eu explicava para um determinado aluno uma divisão, quando esse mesmo aluno se deparava com outra divisão, me chamava novamente, como se a regra da divisão tivesse mudado de um exemplo para o outro.

Analisando os erros e os acertos dos exercícios feitos, a margem de erro foi maior nas multiplicações e divisões, concluindo que o processo de interpolação linear logarítmica foi assimilado.

Na foto abaixo, temos um exemplo dos muitos erros cometidos nas operações.

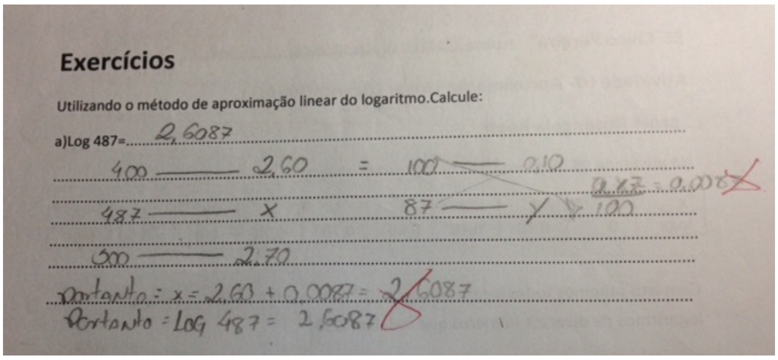


Figura 28: Item a do exercício 1 da atividade 7 (resolvido errado).

Na próxima foto, temos um exemplo, muito satisfatório, na interpolação linear logarítmica.

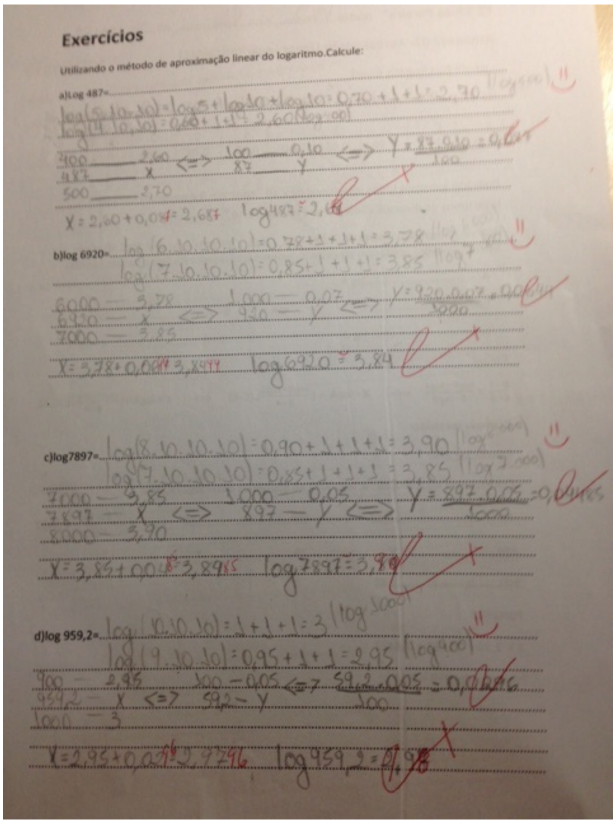


Figura 29: Exercício 1 da atividade 7.

4.8 Atividade8: Usando a tábua de logaritmos

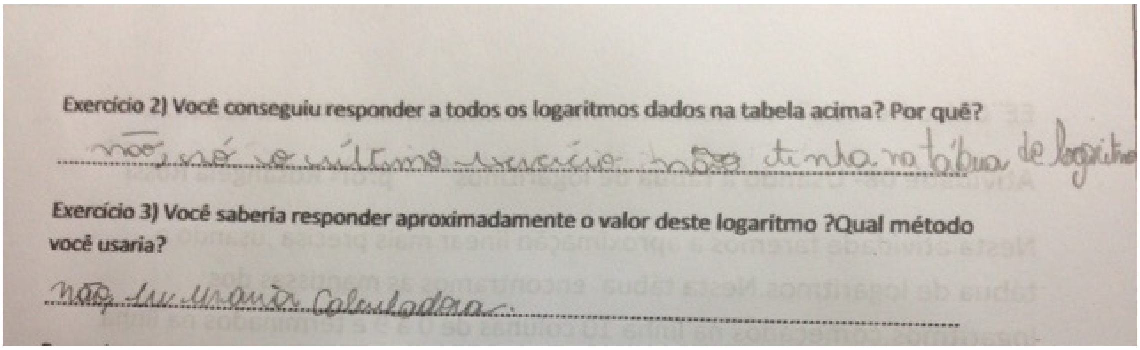
Na atividade 8 (páginas 91 e 92) foi usada a tábua de logaritmos para o valor das mantissas.

No exercício 1, percebi que eles não apresentaram dificuldade no uso da tábua de logaritmos. No entanto, a maior parte dos alunos,quando perguntados sobre terem conseguido responder a todos os logaritmos dados, responderam: ¨sim, porque estavam contidas na tábua”;“sim, pois segui as instruções” e “sim, porque tinha a tábua para ajudar”.

Os alunos que responderam NÃO, focaram no item (i) deste exercício, que é log 5585, escrevendo que não existia na tábua de logaritmos a coluna 85.

Para a minha surpresa, alguns alunos, mesmo respondendo que não havia a coluna 85, conseguiram abstrair a ideia de poder existir coluna 8,5 e calcular uma média aritmética das mantissas relativas às colunas 8 e 9.

Outros acabaram respondendo que realmente não sabiam ou que só seria possível se usassem calculadora ou uma tabela muito completa com muitas colunas.


Exercício 2) Você conseguiu responder a todos os logaritmos dados na tabela acima? Por quê?

não, só o último exercício não tinha na tábua de logaritmo

Exercício 3) Você saberia responder aproximadamente o valor deste logaritmo ?Qual método você usaria?

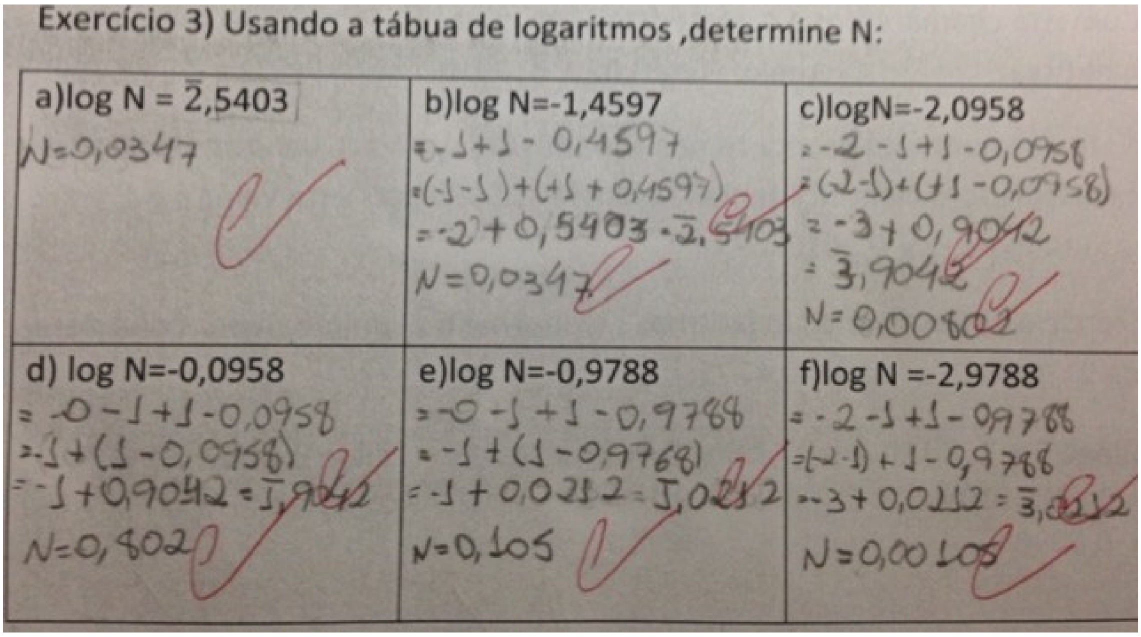
não. eu usaria calculadora.

Figura 30: Exercícios 2 e 3 da atividade 8.

No exercício 4 desta atividade, precisaram usar a interpolação linear logarítmica, e, mais uma vez, o erro aconteceu, em menor porcentagem, em operações com números decimais.

4.9 Atividade9: Logaritmos negativos e Neperianos

No exercício 1 e 2 desta atividade 9 (páginas 93 e 94), foi mínima a quantidade de erros cometidos pelos alunos. Quando iniciaram o exercício 3, tive muito trabalho para fazê-los entender, notei que estavam um pouco resistentes, diziam estar cansados. A maioria não aceitava o fato de somar 1 e subtrair 1 para encontrarmos o antilogaritmo e a mantissa sempre não negativa.Assim que aceitaram, os que entenderam, fizeram com muita facilidade.


Exercício 3) Usando a tábua de logaritmos ,determine N:

a)log N = $\bar{2}$,5403 N=0,0347	b)log N=-1,4597 =-1+1-0,4597 =(-1-1)+(+1+0,4597) =-2+0,5403 = $\bar{2}$,5403 N=0,0347	c)logN=-2,0958 =-2-1+1-0,0958 =(-2-1)+(+1-0,0958) =-3+0,9042 = $\bar{3}$,9042 N=0,00802
d) log N=-0,0958 =-0-1+1-0,0958 =-1+(1-0,0958) =-1+0,9042 = $\bar{1}$,9042 N=0,802	e)log N=-0,9788 =-0-1+1-0,9788 =-1+(1-0,9788) =-1+0,0212 = $\bar{1}$,0212 N=0,105	f)log N =-2,9788 =-2-1+1-0,9788 =(-2-1)+1-0,9788 =-3+0,0212 = $\bar{3}$,0212 N=0,00105

Figura 31: Exercício 3 da atividade 9.

No logaritmo natural, desenvolveram muito bem. A porcentagem maior de erros foi na letra e do exercício 4, por se tratar de raiz quadrada.

4.10 Atividade10: Antilogaritmos e Cologaritmos

No decorrer das atividades, os alunos que não faltaram e que ficaram empolgados pelo Logaritmo, investigaram o assunto e me perguntaram sobre cologaritmos, com isso, realizei a atividade 10 (páginas 95 e 96)sobre essa informação.

Ao pegarem a folha para fazer a atividade, falaram que iam entregar em branco porque nada sabiam fazer. Levando em conta que já era final de novembro, as provas estavam marcadas e que o cansaço estava grande. Pedi a eles, mais uma vez, que lessem e procurassem fazer. Pacientemente eles sentaram, resmungando, procurando desenvolver. De repente, o silêncio volta a reinar e eles fizeram, desempenhando muito bem os exercícios 1 e 2. No exercício 3, demoraram para chegar à conclusão que deveriam fazer primeiro os parênteses, havendo assim, uma grande margem de erros. Estando um pouco desestruturados emocionalmente, devido ao cansaço, não tiveram muita paciência em entender o exercício 4, onde houve uma grande quantidade de erros.

No exercício 5, eles precisaram das propriedades operacionais do logaritmo, e foram à luta, pesquisaram caso por caso e, com isso, a porcentagem de acerto foi maior em relação ao exercício anterior.

Capítulo 5. Quarta fase: Análise à posteriori e validação

Essa fase se apoia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação. Finalmente, após as aplicações das atividades, fiz confronto das análises à priori e posteriori, anotei alguns comentários, pois é nessa fase que se validam ou não, as hipóteses levantadas no início do processo da engenharia.Resolvi escrever os comentários por atividade, pois algumas atividades apresentaram focos diferentes.

Na primeira atividade, o objetivo principal foi alcançado. Eu mudaria apenas o exercício 4 (pág.77), deixando 2 exemplos resolvidos e as tabelas propostas na ordem igual aos exemplos. Apenas na última tabela colocaria as potências fora de ordem.

Gostei muito de ver a realização da atividade dois, por isso, não mudaria os exercícios.

Na terceira atividade, faria algumas modificações. Percebi um desânimo devido à dificuldade na manipulação das frações. Tinha 8 logaritmos envolvendo frações (pág.81),logo mudaria a quantidade desses exercícios deixando no máximo com 4 logaritmos desse tipo, acompanhado de uma orientação antes de iniciar essa atividade. E, por isso, os alunos não tiveram paciência em concluir cuidadosamente às observações pedidas.

Fiquei muito satisfeita com a atividade quatro, pois a maioria acertou os exercícios de 1 a 4.A única providência a ser tomada, seria uma preparação em notação científica em forma de atividade ou aula expositiva.

Fiquei muito satisfeita com o resultado da atividade 5, percebi queas duas turmas se empolgaram com o refrão da música Rap do Log (figura 23), não errando a aplicação das propriedades. A única providência a ser tomada antes de iniciar essa atividade, é a sondagem das operações com números decimais.

Considero que foi mágica a aplicação das atividades 6 e 7. Todos os alunos concentrados e dedicados à realização dessas atividades, não apresentando dificuldades no processo. Como os erros, novamente, foram aritméticos, única providência a ser tomada antes é verificação das operações com números decimais.

Na atividade oito, foi tranquilo o manuseio da tábua de logaritmos e também foi tranquilo a interpolação linear logarítmica, havendo menor erro na parte aritmética.

Na atividade nove,notei um desânimono exercício 3 (pág.93),na verdade foi um dia difícil para eles, estavam muito exaustos e resistentes a novas informações (pág.95). Mesmo com esse impasse, houve validação da atividade.

Finalmente, na atividade dez, houve uma grande resistência ao iniciar. Quando consegui convencê-los, pude ver que a atividade foi satisfatória. Percebi, também, muita eficácia no último exercício, pois eles o resolveram de forma diversa, o que me deixou muito satisfeita.

5.1 Conclusão Geral das atividades

Houve acertos e erros,vantagens e desvantagens,mas que no final da contabilidade, resultou em um saldo positivo e satisfatório no ensino/aprendizagem da Interpolação Linear Logarítmica.Percebi que o maior erro ao realizar essas atividades, foi a ausência de atividades anteriores, envolvendo fatoração de números inteiros, operações decimais e habilidade para a notação científica.

As quatro etapas didáticas nos garantiram uma eficiência no processo aprendizagem. Existem muitas outras metodologias com sequências didáticas. Confesso que a Engenharia Didática me proporcionouum fascínio, verificando o empenho do alunado, ao colocá-los como responsáveis pela própria aprendizagem, obtendo um resultado otimizado.

Por mais que muitos textos e muitos discursos digam que o estudo de logaritmos, em especial, da tábua de logaritmos, está com seus dias contados, noto que são inverdades, pois enquanto houver ciência haverá aplicações das funções exponenciais e logarítmicas, havendo a necessidade de saber os valores dos logaritmos decimais.

Assim, o estudo do logaritmo permanecerá sendo uma parte importante no ensino da Matemática, acredito e dou fé que se faz necessária, uma adaptação do ensino de logaritmos a esta nova realidade.

Capítulo 6. Painel dos Logaritmos e Tábua dos Logaritmos

As dez primeiras atividades foram realizadas em 2014 com as séries 1ºA, 2ºB e 2ºC. O painel e a tábua de logaritmos foram desenvolvidos em 2015 com os mesmos alunos do 2º que são hoje 3ºA e 3ºB.Aideia de fazer o painel de logaritmos surgiu dos próprios alunos, juntamente com a minha disposição de criar algum experimento. Os alunos indagaram, uma vez que em nosso laboratório Física/Química e agora Matemática, existiam experimentos de Teorema de Pitágoras, Torre de Hanói, Produtos Notáveis,Poliedros de Platão e outros.

Devido à vontade e disposição dos alunos, pedi para pensarem em algum experimento, e depois juntamente com os demais professores da mesma área, escolheríamos a melhor ideia.

Eis que surgiram diversas ideias: jogos, marcador de livro com tábua de logaritmo, tábua de logaritmo igual tabela periódica (química), cortina de tábua de logaritmos, cortina de régua de logaritmos e outros.

Analisando as ideias, juntamente com os demais professores, gostamos da cortina de régua de logaritmos. Logo percebi que a cortina não daria certo por ser ondulada e aí, eis que surge o painel de logaritmos.

Essa atividade aconteceu em 3 segundas-feiras, no período da tarde, no laboratório, com 100 minutos de duração.Contei com a presença de apenas 9 alunos, cinco alunos confeccionaram a tábua de logaritmos e quatro alunos confeccionaram o painel de logaritmos.

6.1 Tábua de logaritmos decimais com duas casas decimais

Começamos com cinco alunosa construção da tábua de logaritmos com apenas duas casas decimais, realizando truncamento. A tábua de logaritmos construída por eles, apresentam 90 linhas, de 10 a 99 e com 10 colunas de 1 a 9. Logo, temos 900 mantissas com duas casas decimais.

Fiquei muito impressionada ao ver a disposição dos alunos em realizar a construção da tábua. Visto que havia muitas interpolações a serem realizadas, e que o tempo não era o suficiente. Os alunos continuaram a confecção da mesma no período da manhã, e que propiciou uma participação maior dos alunos, como se contagiassem a todos.

As mantissas foram calculadas através da interpolação linear, considerado os valores dos logaritmos da tabela abaixo:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mantissa	0	30	48	60	70	78	85	90	95

Tabela 3: Valores das mantissas dos logaritmos de 1 a 9(pág.39)

Figura 32: Tábua de Logaritmos com duas casas decimais feitos pelos alunos.

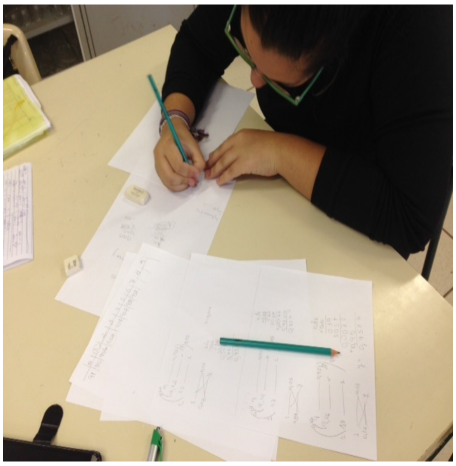


Figura 33 e 34: Confecção da tábua de logaritmos com duas casas decimais.

Visualização da Tábua de logaritmos Decimais

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	00	00	00	01	01	02	02	02	02	02
11	03	03	03	03	04	04	04	05	05	05
12	06	06	06	06	07	07	07	08	08	08
13	09	09	09	09	10	10	10	11	11	11
14	12	12	12	12	13	13	13	14	14	14
15	15	15	15	15	16	16	16	17	17	17
16	18	18	18	18	19	19	19	20	20	20
17	21	21	21	21	22	22	22	23	23	23
18	24	24	24	24	25	25	25	26	26	26
19	27	27	27	27	28	28	28	29	29	29
20	30	30	30	30	30	30	31	31	31	31
21	31	32	32	32	32	32	32	33	33	33
22	33	33	33	34	34	34	34	34	35	35
23	35	35	35	35	36	36	36	36	36	37
24	37	37	37	37	37	38	38	38	38	38
25	39	39	39	39	39	39	40	40	40	40
26	40	40	41	41	41	41	42	42	42	42
27	42	42	43	43	43	43	43	43	44	44
28	44	44	44	44	45	45	45	45	45	46
29	46	46	46	46	46	47	47	47	47	47
30	48	48	48	48	48	48	48	48	49	49
31	49	49	49	49	49	49	49	50	50	50
32	50	50	50	50	50	51	51	51	51	51
33	51	51	51	51	52	52	52	52	52	52
34	52	52	53	53	53	53	53	53	53	53
35	54	54	54	54	54	54	54	54	54	55
36	55	55	55	55	55	55	55	56	56	56
37	56	56	56	56	56	57	57	57	57	57
38	58	58	58	58	59	59	59	59	59	59
39	58	58	59	59	59	59	59	59	59	59
40	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
41	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61
42	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62
43	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63
44	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64
45	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
46	66	66	66	66	66	66	66	66	66	66
47	67	67	67	67	67	67	67	67	67	67
48	68	68	68	68	68	68	68	68	68	68
49	69	69	69	69	69	69	69	69	69	69
50	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
51	70	70	70	71	71	71	71	71	71	71
52	71	71	71	71	71	72	72	72	72	72
53	72	72	72	72	72	72	72	72	73	73
54	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73
55	74	74	74	74	74	74	74	74	74	74
56	74	74	74	75	75	75	75	75	75	75

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
57	75	75	75	75	75	76	76	76	76	76
58	76	76	76	76	76	76	76	76	77	77
59	77	77	77	77	77	77	77	77	77	77
60	78	78	78	78	78	78	78	78	78	78
61	78	78	78	78	79	79	79	79	79	79
62	79	79	79	79	79	79	79	79	80	80
63	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
64	80	80	80	81	81	81	81	81	81	81
65	81	81	81	81	81	81	81	82	82	82
66	82	82	82	82	82	82	82	82	82	82
67	82	83	83	83	83	83	83	83	83	83
68	83	83	83	83	83	83	84	84	84	84
69	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84
70	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85
71	85	85	85	85	85	85	85	85	85	86
72	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86
73	86	86	86	86	86	86	86	86	86	86
74	87	87	87	87	87	87	87	87	87	87
75	87	87	87	87	87	87	87	87	87	87
76	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
77	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
78	89	89	89	89	89	89	89	89	89	89
79	89	89	89	89	89	89	89	89	89	89
80	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
81	90	90	90	90	90	90	90	90	90	91
82	91	91	91	91	91	91	91	91	91	91
83	91	91	91	91	91	91	91	91	91	92
84	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92
85	92	92	92	92	92	92	92	92	92	93
86	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93
87	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93
88	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94
89	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94
90	95	95	95	95	95	95	95	95	95	95
91	95	95	95	95	95	95	95	95	95	96
92	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96
93	96	96	96	96	96	96	96	96	96	97
94	97	97	97	97	97	97	97	97	97	97
95	97	97	97	97	97	97	97	97	97	98
96	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98
97	98	98	98	98	98	98	98	98	98	99
98	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99
99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99

Tabela 8: Tábua de logaritmos com duas casas decimais interpolados pelos alunos.

6.2 O painel de logaritmos e sua confecção

Para a confecção do painel, contei com a presença de apenas quatro alunos.Para uma melhor organização na confecção, dividi em 3 etapas. O primeiro passo foi medir as dimensões do vão da janela da sala de laboratório. Mediram e marcaram 1,48m de altura por 1,68m de largura.Compramos 3,80 m de lonita, as tintas de tecido (acrilex), fitas adesivas.Cortamos e costuramos as duas partes do painel, na parte da esquerda ficaram as colunas coloridas e à direita uma régua para os respectivos valores de cada logaritmo.

Nasegunda etapa, os alunos cortaram um pedaço de lonita e fizeram a experiência com as cores, analisando o tempo de secagem e a harmonia das cores, percebendo que as cores clarase escuras deveriam ser alternadas para termos uma melhor visualização dos valores dos logaritmos. Riscaram as colunas e a régua, usando a escala de 1:150. Para riscar a régua, resolveram a respectiva regra de três, com muita atenção, por se tratar de painel feito com pano já mencionado, as medidas deveriam ser milimetricamente calculadas.Pensei que eles não iriam gostar dessa etapa por se tratar de medição; fiquei surpresa, pois amaram e o tempo passou muito rapidamente.

A terceira etapa foi pintar as colunas. Como tínhamos 9 colunas e apenas 8 cores, fizemos uma mistura com amarelo e vermelho, encontrando um laranja mais escuro que compôs a nona cor.

Figura 35: Confecção do painel de logaritmos.

.

Figura 36: Término da confecção do painel de logaritmos.

Figura37: Confecção da régua no painel dos logaritmos.

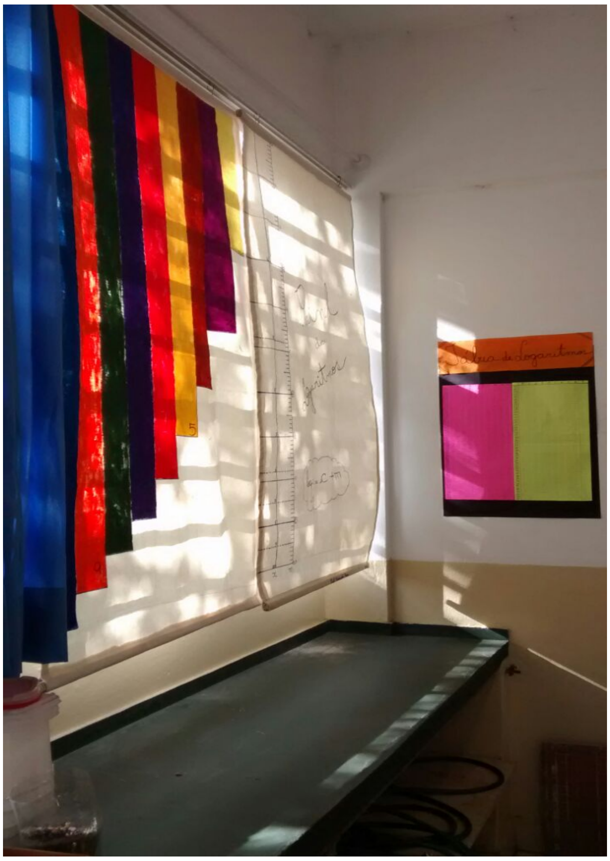


Figura 38: Foto do Painel com a tábua dos logaritmos.

6.2.1 Os valores dos logaritmos decimais de 2 a 10

A régua do painel de logaritmos foi feita numa escala de 1:150, ou seja, o 1,5m equivale a 1 centímetro.

As medições para cada logaritmo são feitas em cm. Por exemplo, $\log 2 \cong 0{,}30$. Logo, o 0,30 corresponde à mantissa aproximada do log2.

Figura 39: log2 ≅ 0,30 (cor amarelo)

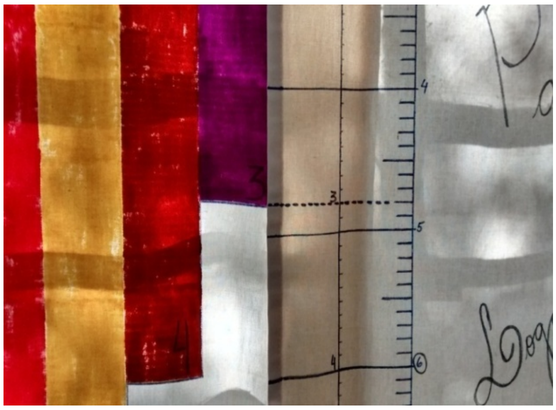


Figura *40: log3 ≅ 0,48 (cor lilás)*

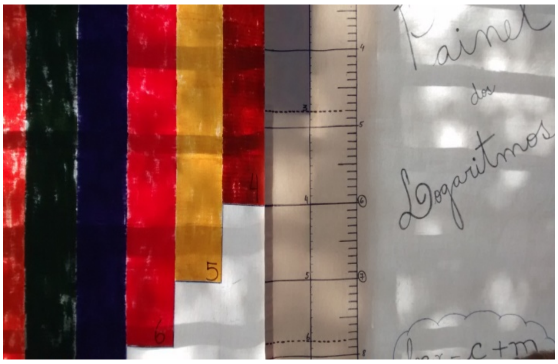


Figura 41: log4 ≅ 0,60 (cor marrom)

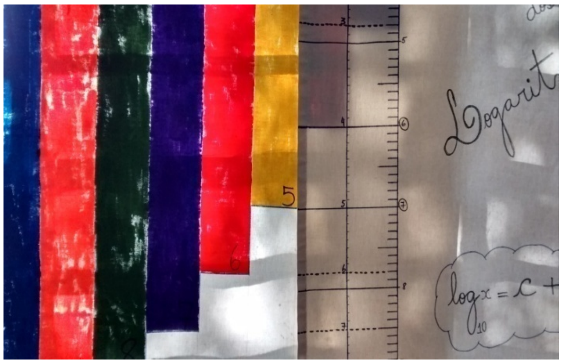


Figura 42: log5 ≅ 0,70 (cor amarelo escuro)

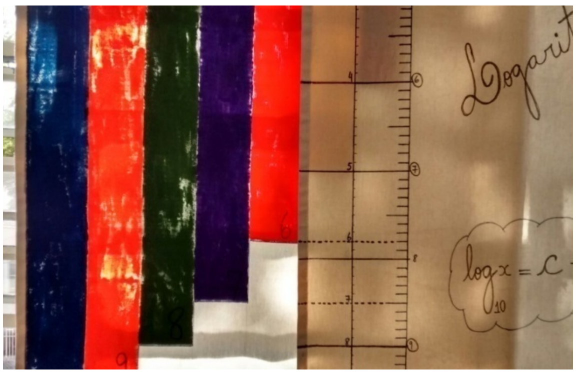


Figura43: log6 ≅ 0,78 (cor laranja escuro)

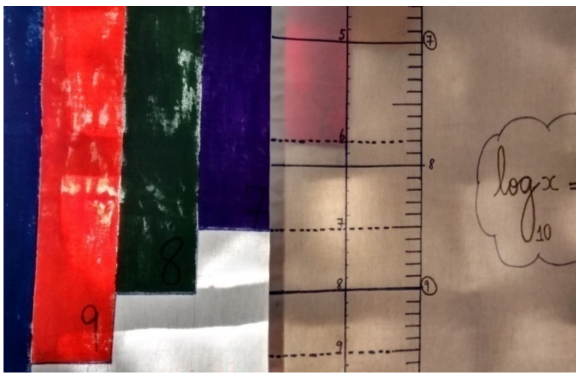
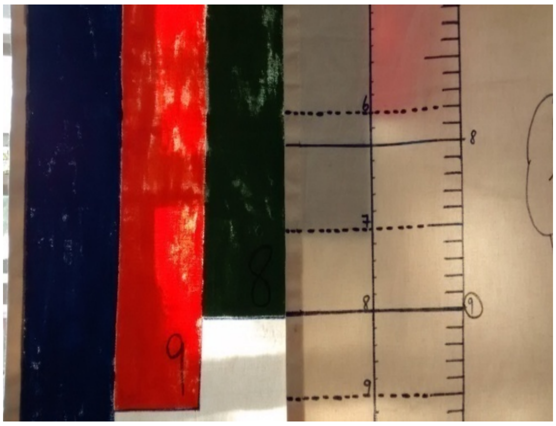


Figura 44: log7 ≅ 0,85 (cor roxo)



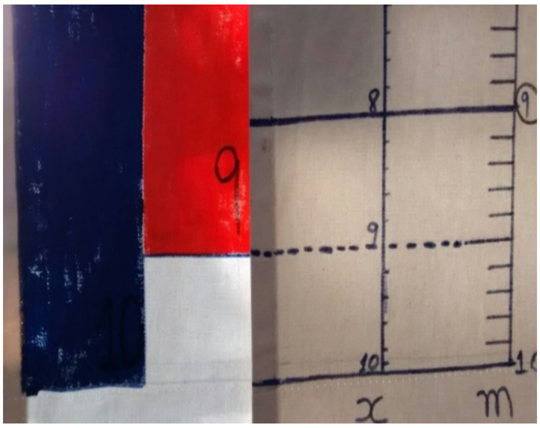


Figura 45: log8≅ 0,90 (cor verde)

Figura 46: log 9 ≅ 0,95 (cor laranja)

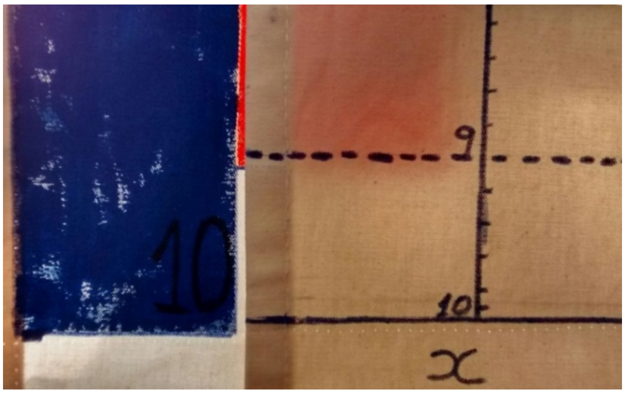


Figura 47: log 10 = 1 (cor azul)

Capítulo 7. Apêndice

Nós sabemos que $2^{10} = 1024$. Se considerarmos $2^{10} \cong 1000$,teremos $2^{10} \cong 10^3$.Ao dividir os expoentes por 10, de ambos os lados,obtemos que $2^1 \cong 10^{0,3}$. Logo, podemos considerar log2 ≅ 0,3.

De forma análoga, como $3^9 = 19683$ e se considerarmos $3^9 \cong 20000$, teremos $3^9 \cong 2.10^4$. Substituindo$2 \cong 10^{0,3}$,teremos $3^9 \cong 10^{0,3}\ 10^4$, que equivale a $3^9 \cong 10^{4,3}$. Dividindo os expoentes, de ambos os lados, por 9, teríamos $3^1 \cong 10^{0,48}$.Logo,log3≅ 0,48.

Como $7^{11} = 1977326743$, podemos considerar $7^{11} \cong 2.000.000.000$. Assim, temos $7^{11} \cong 2.10^9$.Considerando $2 \cong 10^{0,3}$, obtemos $7^{11} \cong 10^{0,3}\ 10^9$, que equivale a $7^{11} \cong 10^{9,3}$. Dividindo os expoentes por 11, temos$7^1 \cong 10^{0,85}$. Logo, log7≅0,85

Como $9^{11} = 31.381.059.609$, podemos considerar $9^{11} \cong 30.000.000.000$. Assim, $9^{11} \cong 3.10^{10}$.Considerando $2 \cong 10^{0,3}$, temos $9^{11} \cong 10^{0,3}.10^{10}$, que equivale a $9^{11} \cong 10^{10,3}$. Dividindo os expoentes por 11, obtemos $9^1 \cong 10^{0,952}$. Logo,log9 ≅0,95.

Os demais logaritmos (4, 5, 6, 8 e 10) nós utilizamos as propriedades operatórias com os referidos valores adquiridos.

Log1 = $\log 2^0 = 0.\log 2 = 0$

Log 4 = $\log 2^2 = 2.$ Log2 = 2.0,30 ≅ 0,60

Log 5 = log10/2 = log10-log2 = 1- 0,30 ≅ 0,70

Log 6 = log 2.3 = log2+ log3 = 0,30 + 0,48 ≅ 0,78

Log 8 = $\log 2^3 = 3.$ Log2 = 3. 0,30 ≅ 0,90

Log10 = log 2.5 = log2 + log5 = 0,30 + 0,70 = 1

Assim, temos a pequena tábua de logaritmos na base 10.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
logx	0	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,95

Tabela 3: Valores das mantissas dos logaritmos decimais de 1 a 9(pág.39)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almouloud, Saddo A.***Fundamentos da Didática da Matemática***. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BOYER, Carl B. ***História da matemática*** / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. – São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

Dante, Luiz R. Matemática: ***Contexto e Aplicações***. 2ª edição. São Paulo: editora Ática, 2013.

Domingos, Higyno H. ***Introdução à História da Matemática***. 4ª edição. Campinas: Editora Unicamp, 2004.

Iezzi, G.; Dolce, O.; Degenszajn, D.; Périgo, R.; Almeida, N. ***Matemática: ciência e aplicações***. 2ª edição. São Paulo: Atual Editora, 2004.

Iezzi, Gelson. ***Fundamentos da Matemática Elementar***: Logaritmo. 7ª edição. São Paulo: Atual Editora Ltda,1985.

Lima, Elon L***. Números e Funções Reais***. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2013.

Nery,C.; Trotta, F. ***Matemática: Curso Completo***. São Paulo: Editora Moderna, 1983.

Revista do Professor de Matemática nº 04. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

Revista do Professor de Matemática nº 18. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

Revista do Professor de Matemática nº 26. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1994.

Vasconcellos, Fernando A. ***História das Matemáticas na Antiguidade***. Lisboa: Aillaud e Bertrand, 1925.

Zago,G.J.; Sciani,W.A. ***Exponencial e Logaritmos***. São Paulo: Editora Érica Ltda,1996.

E.E.¨Chico Pereira¨ nome..n°....série........

ATIVIDADE 01 -Introdução a Logaritmos Profª Rosângela Rossi

Exercício 1) Calcule as potências indicadas,observando os exemplos dados:

EXEMPLOS:

$5^{0} = 1$ $7^{1} = 7$

$4^{3} = 4.4.4 = 64$ $3^{4} = 3.3.3.3 = 81$

$0^{5} = 0.0.0.0.0 = 0$ $1^{6} = 1.1.1.1.1.1 = 1$

a) $2^{3} =$	b) $3^{4} =$	c) $5^{2} =$
d) $3^{2} =$	e) $4^{3} =$	f) $2^{5} =$
g) $6^{4} =$	h) $7^{3} =$	i) $9^{1} =$
j) $4^{6} =$	k) $3^{7} =$	l) $2^{9} =$
m) $0^{8} =$	n) $5^{0} =$	o) $1^{7} =$

Exercício 2) Observe os exemplos dados, com potências de expoentes negativos e complete a tabela.

$2^{-1} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1} = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2} = \frac{25}{9}$

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} =$	b) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} =$
c) $\left(\frac{8}{5}\right)^{-3}$	d) $4^{-4} =$

$Exercício$ 3) $Observeosexemplosdados$,com potências de expoentes fracionários e complete a tabela.

$a)4^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4^3} = 2^3 = 8$ $b)27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = 3^2 = 9$ $c)625^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{625^3} = 5^3 = 125$

a) $49^{\frac{3}{2}}$	b)$8^{\frac{2}{3}}$ =
c)$16^{\frac{3}{4}}$ =	d)$81^{\frac{3}{4}}$ =

Exercício 4) Observe o quadro preenchido e complete os outros dois quadros:

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}
16	8	4	2	1	1/2	1/4

3^4	3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}	3^{-2}

5^3	5^1	5^0	5^4	5^{-1}	5^2	5^{-2}

	6^3	6^{-2}		6^0		6^2
1296			6		1/6	

7^{-2}		7^4	7^1		7^{-1}	
	1			49		343

EE¨Chico Pereira¨ nome...n°....série........

ATIVIDADE 02 -Introdução a Logaritmos profª Rosângela Rossi

Exercício 1)Complete a tabela obtendo o valor de x com o número que você achar adequado:

a) $3^x = 81$ X =	b) $2^x = 8$ x =	c) $10^x = 100$ X =
d) $4^X = 256$ x =	e) $7^x = 7$ X =	f) $10^x = 1/10$ X =
g) $8^x = 1$ X =	h) $2^x = 3$ X =	i) $10^X = 2$ X =

Exercício 2)Responder:

a) Vocês conseguiram encontrar todos os resultados? Por quê?

----

b)Qual (is) vocês não conseguiram?

----

c)Vocês conseguem obter o valor aproximado, dos itens sem resposta? Por quê?

----

d)Vocês sabiam que na MATEMÁTICA existe uma nomenclatura para expoente quando não sabemos responder? Qual é esse nome?

LOGARITMO (logos= razão e aritmos=número) e indica o expoente desconhecido da potência indicada.

EXEMPLO:

Quando nós temos $2^{\mathbf{x}} = 3$ e, não sabemos o valor do expoente, dizemos que **x** é o logaritmo de 3 na base 2. Denotamos: **x** $=\log_2 3$

Exercício 3) Siga o exemplo e complete a tabela:

a) $2^x = 3$	X é o logaritmo de 3 na base 2	X = $\log_2 3$
b) $10^x = 2$		
c) $7^x = 3$		
d) $4^x = 5$		
e) $8^x = 13$		
f) $(1/2)^x = 12$		

No estudo de logaritmos cada elemento que compõe a escrita tem um nome ex: $\log_b a$ = x

a é ANTILOGARITMO ou LOGARITMANDO

b é BASE

x é LOGARITMO

Exercício 4) Complete a tabela,reconhecendo cada elemento:

Logaritmo	Antilogaritmo	Base	logaritmo
a)$\log_2 16 = 4$			
b) $\log_5 125$ =3			
c)$\log_7 49 = 2$			
d)	1	13	0
e)	9	3	

EE¨Chico Pereira¨ nome...n°....série........

ATIVIDADE 3- Cálculo mental de logaritmos.Profª Rosângela Rossi

Para encontrarmos o valor do logaritmo (expoente da base),basta verificarmos o número de vezes que esta base deverá ser multiplicada, de forma que o produto resulte no antilogaritmo ou logaritmando.

Veja que para determinarmos o valor de x em$\log_3 81$ = x , devemos observar o número de vezes que o 3 deverá aparecer para que o produto resulte em 81,ou seja $3^X = 81$ .Verificamos que 3.3.3.3=81 ou seja ¨quatro¨números 3 para que o produto seja 81. Então,$\log_3 81 = 4$

Exercício 1)Baseado na explicação acima, obter os logaritmos abaixo:

a)$\log_2 8$=	b)$\log_5 25$=	c)$\log_3 243 =$	d)$\log_4 64 =$
e)$\log_3 81$=	f)$\log_{12} 144$=	g)$\log_7 343 =$	h)$\log_{10} 10$=
i)$\log_{14} 196 =$	j)$\log_4 1 =$	k)$\log_8 8$=	l)$\log_9 81$=

Quando encontramos um logaritmo possível de ser resolvido e não conseguimos podemos transformá-lo em equação exponencial e usar a frase: ¨Bases iguais expoentes iguais¨

Observe: $\mathbf{\log_4 8}$ **= x**<=> $4^x = 8$ <=> $(2^2)^x = 2^3$<=> $2^{2x} = 2^3$

Como temos bases iguais, osexpoentes são iguais.Então: 2x = 3 <=>**x = 3/2**

Exercício 2)Baseado na explicação acima, obtenha os logaritmos abaixo:

a) $\log_{27} 81 = x$	b) $\log_{343} 49 = x$	c) $\log_4 32 = x$	d) $\log_{32} 4 = x$

Observe:

$\mathbf{\log_{16} 1/8}$ **= x**<=> $16^x = \frac{1}{8}$<=>$(2^4)^x = \frac{1}{2^3}$<=> $2^{4x} = (\frac{1}{2})^3$<=>

<=> $2^{4x} = 2^{-3}$ <=> 4x = -3 <=>**x = -3/4**

Exercício 3) Baseado na explicação anterior, obter os logaritmos abaixo:

a) $\log_9 1/27 = x$	b) $\log_{1/5} 25 = x$	c) $\log_{1/4} 32 = x$	d) $\log_{32} 1/4 = x$

Exercício 4)Responder:

a) Vocês tiveram dificuldade em resolver os logaritmos no exercício 1? Qual(is)? Por quê?

----

b) Vocês tiveram dificuldade em resolver os logaritmos no exercício 2? Qual(is)? Por quê?

----

c)Observando os itens C e D do exercício 2, compare os resultados. O que vocês perceberam?

----

d) Observando os itens C dos exercícios 2 e 3 e observando os itens D dos exercícios 2 e 3, compare os resultados. O que vocês perceberam?

----

e)De acordo com a sua observação do itens anteriores ,complete :

a) $\log_4 8$ = 3/2 então $\log_8 4$ = ...

b)$\log_4 8$ = 3/2 então $\log_4 1/8$ = ...

c)$\log_4 8$ = 3/2 então $\log_{1/4} 8$ = ...

d)$\log_4 8$ = 3/2 então $\log_8 1/4$ = ...

E.E.¨Chico Pereira¨ nome..n°....série........

ATIVIDADE 4- Logaritmos na base 10profª Rosângela Rossi

Saiba que $\log_{10} A$ = $\log A$,ou seja quando a base é 10,não é necessário colocá-lo.

Exercício 1) Calcule mentalmente os logaritmos decimais:

a)$\log 1 =$ b) $\log 10 =$ c)$\log 100 =$

d)$\log 1000 =$ e)$\log 10000 =$ f)$\log 1000000 =$

Exercício 2) Complete:

Percebemos que para calcularmos os logaritmos de base 10, acima, bastou..

....

OBS: Lembre-se que $\left(\frac{A}{B}\right)^{-n}$ **=** $\left(\frac{B}{A}\right)^{+n}$

Exercício 3) Resolva o exercício abaixo, baseado na observação dada:

a) $\log \frac{1}{10}$ = $\log 0{,}1$ =

b) $\log \frac{1}{100}$ = $\log 0{,}01$ =

c)$\log \frac{1}{1000}$ = $\log 0{,}001$ =

d)$\log \frac{1}{10000}$ = $\log 0{,}0001$ =

e) $\log \frac{1}{100000000}$ =$\log 0{,}00000001$ =

Exercício 4) Complete:

Percebemos que para calcularmos os logaritmos de base 10, acima , bastou...
....

CARACTERÍSTICA do Logaritmo

A característica de um logaritmo é a parte inteira do logaritmo,ou seja, se log 300 = 2,477, dizemos que a característica é 2 pois é a parte inteira.

Para calcularmos a característica de qualquer logaritmo, bastará transformarmos o número em notação científica e considerarmos o expoente do 10, assim teremos a característica do logaritmo dado.

Exemplo:

Considere o log 327 o número 327 é escrito na forma $3{,}27 .10^{2}$, como o expoente do 10 é 2, a característica é 2.

Notamos que a característica é 2 também para todos os log x, com $100 \leq x < 1000$.

De acordo com o exemplo dado complete o quadro:

Logaritmo	Notação científica do número	Característica
a)$\log 2017$ =	$2017=2{,}017.10^{3}$	C = 3
b)$\log 0{,}02017$ =	$0{,}02017 = 2{,}017.10^{-2}$	C= -2
c)$\log 31934$ =		
d)$\log 31{,}934$ =		
e)$\log 27$ =		
f)$\log 0{,}27$=		
g)$\log 6{,}00234$ =		

Exercício 6) Responder:

Ao obtermos as características percebemos que algunsresultados foram positivos.

a)Quando ocorreu as características negativas?

....

b)Quando ocorreu as características positivas?

....

EE¨Chico Pereira¨ nome...n°...série........

ATIVIDADE 5 -Propriedades dos logaritmos.   ProfªRosângela Rossi

PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS:

1º)O logaritmo do PRODUTO é a SOMA de logaritmos.

$\log_K A.B = \log_K A + \log_K B$

2°)O logaritmo da DIVISÃOé a SUBTRAÇÃO de logaritmos.

$\log_K A/B = \log_K A - \log_K B$

3º)O logaritmo da POTENCIAÇÃOé o PRODUTO do expoente pelo logaritmo.

$\log_K A^n = n.\log_K A$

4°)O logaritmo da RADICIAÇÃO é o PRODUTO do expoentefracionário pelo logaritmo.

$\log_k \sqrt[n]{A^m} = \log_k A^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} \cdot \log_K A$

Exemplo resolvido:

Considere os valores dos logaritmos $\log_{10} 2$ =0,301 e $\log_{10} 3$=0,477. Calcule:

$\log_{10} 3.2 = \log_{10} 3 + \log_{10} 2$ = 0,477 + 0,301 =0,778
$\log_{10} 3/2 = \log_{10} 3 - \log_{10} 2$ = 0,477 – 0,301 =0,176
$\log_{10} 3^4 = 4.\log_{10} 3$= 4. 0,477 =1,908
$\log_{10} \sqrt[2]{2} = \frac{1}{2}.\log_{10} 2 = \frac{1}{2}$. 0,301 =0,1505

Observe os exemplos resolvidos e complete a tabela:

Exercício 1)Considere os valores dos logaritmos $\log_{10} 7$ =0,845 e $\log_{10} 3$=0,477 .Obter:

a)$\log_{10} 21$=	b)$\log_{10} 2{,}333$ ...=
c)$\log_{10} 49$ =	d)$\log_{10} 81$ =
e)$\log_{10} 3/7$=	f)$\log_{10} 63$ =
g)$\log 70 =$	h)$\log \sqrt[3]{3}$ =

Exercício 2) Observe o exemplo resolvido e resolva os logaritmos usando as propriedades:

a) $\log 2 + \log 5 = \log(2.5) = \log 10 = 1$

b) $\log_5 200 - \log_5 8 = \log_5(\frac{200}{8}) = \log_5 25 = 2$

c) $\log 50 + \log 5 + \log 4 =$
d) $\log_3 63 - \log_3 7 =$
e) $\log_2 5 + \log_2 8 - \log_2 20 =$
f) $2 \log 5 + 2 \log 20 =$

Propriedade 5)MUDANÇA de BASE

Quando temos um logaritmo com base não conveniente,fazemos uma divisão de logaritmo do antilogaritmo na base desejada pelo logaritmo da antiga base na base desejada.

Assim: $\log_B A = \frac{\log_K A}{\log_K B}$

Consequência da mudança de base: $\log_B A = \frac{1}{\log_A B}$

Exercício 3)Observe os exemplos dados e resolva os logaritmos usando a propriedade de mudança de base:

a) $\log_{27} 81 = \frac{\log_3 81}{\log_3 27} = \frac{4}{3}$

b) $\log_{16} 2 = \frac{1}{\log_2 16} = \frac{1}{4}$

c) $\log_{25} 125 =$
d) $\log_{128} 64 =$
e) $\log_{343} 7 =$
f) $\log_{512} 8 =$

EE¨Chico Pereira¨ nome..n°....série........
ATIVIDADE 6-Cálculo dos logaritmos de cabeça   ProfªRosângela Rossi

O logaritmo decimal é composto da parte inteira (característica) e da parte decimal (mantissa).

$\log x$= característica**,** mantissa

Antes de calcularmos de cabeça alguns logaritmos decimais,calcularemos os log4,lo5,log6 e log8, uma vez,sabendo log2,log 3 e log 7, através das propriedades dos logaritmos.

Exercício 1) Sabendo que log 2 ≅ 0,30 e log 3 ≅ 0,48 .Calcule:

a) $\log 4 \cong$
b)$\log 5 \cong$
c)$\log 6 \cong$
d)$\log 8 \cong$
e)$\log 9 \cong$

Consideraremos log 7 ≅ 0,85 e log 9≅ 0,95 (melhor aproximação, pois log 3 ≅ 0,4771).
Lembre-se que log 1=0 e log 10=1

Log 2 = 0,30	Log 3 = 0,48	Log 4 = 0,60	Log 5 = 0,70
Log 6 = 0,48	Log 7 = 0,85	Log 8 = 0,90	Log 9 = 0,95

Dica: Memorize os algarismos após a vírgula.

Os **décimos** na ordem: 3 4 – 6 7 – 7 8 – 9 9 (três quatro - seis sete – sete oito - nove nove)

Os **centésimos** sempre serão um destes: 0,5, 8 nesta ordem: 0 8 - 0 0 - 8 5 - 0 5(zero oito – zero zero – oito cinco – zero cinco)

x	Decimal da mantissa	Centesimal da mantissa	Log x
2	3	0	Log2 = 0,30
3	4	8	Log3 = 0,48
4	6	0	Log4 = 0,60
5	7	0	Log5 = 0,70
6	7	8	Log 6 =0,78
7	8	5	Log7 = 0,85
8	9	0	Log8 = 0,90
9	9	5	Log9 = 0,95

Ao ser dado o númerox,para calcular o logaritmo dex, deixaremos em notação cientifica

$x= a,bcd.10^{n}$. Precisaremos de um roteiro para encontrarmos o valor final. ROTEIRO:

1°)Dado o x temos a suacaracterística é n.

2º) Dado o x a sua mantissa é log a.

3º)Some a característica com a mantissa e com isto temos o logaritmo desejado.

Calcule, de cabeça, os logaritmos aproximados,seguindo o exemplo dado:

Logaritmo	Característica	Mantissa	Carac + Mantissa
a)$\log 2017 =$	$2{,}017.10^{3}$ C=3	M=log2≅0,30	3+0,30 ≅ 3,30
b)$\log 316 =$	$3{,}16.10^{2}$ C=2	M=log3≅0,48	2 + 0,48 ≅2,48
c)$\log 40024 =$			
d)$\log 52{,}1 =$			
e)$\log 6{,}6002 =$			
f)$\log 8188 =$			
g)$\log 91 =$			

OBS:Quando conferimos os resultados com os da calculadora, vemos que a diferença é de um centésimo, o que observamos sua aproximação.

E se quiséssemos calcular o log 2917? Não teríamos a mesma certeza, pois a diferença é maior, daí devemos recorrer a uma aproximação logarítmica.

Exercício3)Responder:

a) Confira os 3 primeiros resultados dos logaritmos do exercício anterior com a calculadora. Existediferença? De quanto?

....

b)Confira os 3 últimos logaritmos do exercício anterior com a calculadora. Existe diferença?

De quanto?

....

c)Nos logaritmos calculados da tabela, feita de cabeça, existiu um deles que o resultadocomparado com a calculadora foi maior. Para que o resultado não seja tão grande, o que vocês sugerem, para termos um resultado mais preciso? (sugestão diferente da calculadora ☺)

EE¨Chico Pereira¨ nome..nº........ série......

Atividade 07- Aproximação Linear Logarítmica (ALL)

profª Rosângela Rossi

Na atividade 06 memorizamos os logaritmos abaixo:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Logx	0	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,95

Com isto sabemos todos logaritmos de $x.10^{n}$ com $n \geq 0$ e podemos calcular logaritmos de diversos números que rodeiam $x.10^{n}$.

Quando sabemos os valores de A,B, logA, logB e queremos calcular logC, de modo que A<C<B, podemos utilizar um processo de aproximação logarítmica. Este processo consiste:

A....................................log A

C................................... X <=> B – A.............................. log B - log A

B....................................log B C – A .... X - log A

Como:

$\frac{B-A}{C-A} = \frac{logB-logA}{X-logA}$ **<=> X –logA = (** $\frac{logB-logA}{B-A}$**).(C-A) <=> x = logA +(** $\frac{logB-logA}{B-A}$**).(C-A)**

Exemplo resolvido:

Calcule log 279:

Conhecemos log200≅2,30 e log300≅2,48 queremos obter log279,logo:

200............................2,30 <=> **100.........................0,18 <=> Y =** $\frac{79\ .0,18}{100}$ ≅ **0,1422**

279............................X 79........................ Y

300............................2,48

Portanto:

X = 2,30 + 0,1422≅ 2,4422

Portanto: log279≅ 2,44

Exercícios

Utilizando o método de aproximação linear do logaritmo. Calcule:

a)Log 487≅..

....
....
....
....
....

....

b)log 6920≅...

....

....
....
....
....
....

.

c)log7897≅...

....
....
....
....
....
....

d)log 959,2≅...

....
....
....
....
....
....

EE¨Chico Pereira¨   nome...nº........ série......

Atividade 08- Usando a tábua de logaritmos   profª Rosângela Rossi

Nesta atividade faremos a aproximação linear mais precisa, usando a tábua de logaritmos. Nestatábua encontramos as mantissas dos logaritmos, começados na linha 10 colunas de 0 a 9 e terminados na linha 99 colunas de 0 a 9.

Logo quando queremos a mantissa do log134 procuramos na linha 13 e coluna 4.Caso precise do log1340; log13400; log134000000; log13,4; log1,34; log0,134, procuraremos também na linha 13 e coluna 4,alterando apenas a característica de cada um destes logaritmos.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Exemplo resolvido:

Calcule o logaritmolog 3470, usando a tábua de logaritmos:

Para calcularmos este logaritmo, devemos primeiro calcular a característica

$3470 = 3{,}47 \cdot 10^{3}$, logo a característica é 3 . Para obtermos a mantissa veremos a linha 34 e coluna 7 que é 5403 . Logo log 3470 ≅ 3, 5403

Exercício 1) Observando a tábua de logaritmos obter os logaritmos abaixo:

a)log 291 =	b)log291000=	c) log 2,91 =
d)log 970=	e)log9,7 =	f)log97000=
g)log5580=	h)log55,8=	i)log5585=

Exercício 2) Você conseguiu responder a todos os logaritmos dados na tabela acima? Por quê?

....

Exercício 3) Você saberia responder aproximadamente o valor do logaritmo que não encontrou na tabela?Qual método você usaria?

....

Exemplo resolvido:

Calcule o logaritmo log3472, usando a tábua de logaritmos:

Para calcularmos este logaritmo devemos fazer a aproximação linear logarítmica (ALL), pois não temos coluna 72 e diremos que a coluna é 7,2.

Assim:

347----------------------5403 <=>1-----------------------13 <=> y = 13 . 0,2 = 2,6 ≅ 3

347,2-------------------- x 0,2--------------------- y x = 5403 + 3 ≅ 5406

348---------------------5416

Logo log 3472 ≅ 2,5406 ou seja, log5472≅ 2,54

Exercício 4) Usando a tábua de logaritmos e fazendo o cálculo da ALL,obter os logaritmos abaixo:

a)log23460≅	b)log76592≅
c)log4,8761≅	d)log 68,185≅

EE¨Chico Pereira¨ nome..nº........ série......

Atividade 09 – Logaritmos negativos e neperianos **profª Rosângela Rossi**

Nesta atividade trataremos de logaritmos com antilogaritmos menores que 1 . Isto é log x , $0 < x < 1$.

Sabemos que:

Log1 =0	Log 0,1 = -1	Log 0,01 = -2	Log 0,001 = -3	Log 0,0001 = -4	

Percebemos que a quantidade de zeros determina a característica deste logaritmo,porém negativo. Podemos dizer então que log 0,1 é negação de um; log de 0,01 é negação de 2 e assim por diante. Escreveremos assim:

Log 0,1 = $\bar{1}$	Log 0,01 = $\bar{2}$	Log 0,001= $\bar{3}$	Log 0,0001= $\bar{4}$

Com isto chamaremos o logaritmo dado, de negação do número mais a mantissa. Exemplo: Log 0,02 ≅ $\bar{2}$,3010

Note que com esta escrita, temos a mantissa positiva. Quando calculamos na calculadora científica temos resposta -1,6990 pois este valor é o resultado de -2 + 0,3010.

Exercício 1) Resolver os logaritmos, conforme o exemplo dado. Considere log 2 ≅ 0,3010 e log 3 ≅ 0,4771:

a)log0,2 ≅ $-0{,}6990$ Pois: $log0{,}2 = \bar{1},3010$ = = -1 + 0,3010= ≅ -0,6990	b)log 0,002≅	c)log 0,0002 ≅
d)log0,3 ≅	e)log 0,03≅	f)log0,0006≅

Exercício 2) Usando a tábua de logaritmos, determine os valores aproximados dos logaritmos:

a)log161=	b)log0,161=	c)log0,0161=
d) log 54=	e)log0,54=	f) log 0,0054=

Observe que log 0,03 $\cong$ -1,5229; onde 5229 não é mantissa!!

Para encontrarmos a mantissa devemos somar 1 e subtrair 1, assim:

Log 0,03 = -1 -**1 +1** - 0,5229 = (-1-1) + (+1-0,5229) = -2 + 0,4771 $\cong \bar{2}$,4771

Assim a característica é negação de 2 e a mantissa 0,4771(positiva)

Exercício 3) Usando a tábua de logaritmos, determine N:

a)log N = $\bar{2}$,5403	b)log N=-1,4597	c)logN=-2,0958
d) log N=-0,0958	e)log N=-0,9788	f)log N =-2,9788

LOGARITMO NEPERIANO

Todo logaritmo Natural ou Neperiano é escrito na base e, assim:

$\log_e x$ = ln x. Onde e é um número irracional denominado número de Euler, com valor e = 2,7182818284590... (e$\cong$ 2,72).

Exercício 4) Calcule os logaritmos abaixo,não há a necessidade de substituir o valor de e:

a)ln1 =	b)ln e =	c)ln e^2 =	d)ln $(\frac{1}{e})$ =	e) ln $(\sqrt{e^3})$ =

EE¨Chico Pereira¨ nome..nº........ série......

Atividade 10 – Antilogaritmos e cologaritmos profª Rosângela Rossi

Para podermos calcular antilogaritmos devemos ter a base e o logaritmo.

$\text{antilog}_B\, x$ = A <=> $\log_B A$ = x <=> A = B^x

Exercício 1)Observe o exemplo e calcule os antilogaritmos abaixo:

a)$\text{antilog}_2\, 5$= 2^5 = 32	b) $\text{antilog}_3\, 4$=	c)$\text{antilog}_4\, 3$=
d) $\text{antilog}_5(\,1/2)$=	e)$\text{antilog}_7(-3)$=	f) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$=

Para calcularmos cologaritmos,bastará calcularmos os logaritmos e em seguida **co**ntrariar o sinal.

$\text{Colog}_B\, A$= -$\log_B A$= $\log_B A^{-1}$= $\log_B \frac{1}{A}$

Exercício 2)Observe o exemplo e calcule os cologaritmos abaixo:

a)$\text{colog}_2\, 8$= -3	b)$\text{colog}_2\, 32$=	c)$\text{colog}_{32}\, 2$=
d)$\text{colog}_7\, 49$ =	e)$\text{colog}_{49}\, 7$=	f)$\text{colog}\, 100$=

Exercício 3)Calcule :

a)$antilog\ (co\log_2 1/4)$=	b)antilog$_3$($\log_2 8$) =
c) colog$_{100}(anti \log 1)$	d) colog$_4(anti \log_2 3)$ =

Saiba que:

$\mathbf{\log_{B^n} A^n}$ = $\mathbf{\log_{\sqrt[n]{B}} \sqrt[n]{A}}$ = $\mathbf{\log_B A}$

Exercício 4)Considere que $\mathbf{\log_B A}$ = **k**; calculeos logaritmos abaixo :

$a)\ \log_{B^2} A^2$=	b)$\log_B A^3 =$	c)$\log_B \sqrt[4]{A}$=
d)colog$_B\ A =$	e)$\log_{B^3} A^4$=	f)$\log_A B =$

Exercício 5) Calcule os valores de x abaixo, lembrando que:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
logx	0	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,95

a)$\log_{100} 4$ = x	b)$\log_3 10$ = x	c) $1000^{\,x}$ = 125	d)10^x = 0,08