

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

MARIANGELA SALVIATO BALBÃO GOUVÊA

**A APRENDIZAGEM COOPERATIVA NAS AULAS DE MATEMÁTICA:
UMA EXPERIÊNCIA NAS TURMAS DE 8º E 9º ANOS**

SÃO CARLOS

2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

MARIANGELA SALVIATO BALBÃO GOUVÊA

**A APRENDIZAGEM COOPERATIVA NAS AULAS DE MATEMÁTICA:
UMA EXPERIÊNCIA NAS TURMAS DE 8º E 9º ANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre, sob orientação do Professor Doutor João Carlos Vieira Sampaio.

SÃO CARLOS

2012

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

G719ac

Gouvêa, Mariangela Salviato Balbão.

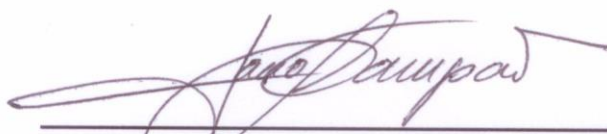
A aprendizagem cooperativa nas aulas de matemática :
uma experiência nas turmas de 8º e 9º anos / Mariangela
Salviato Balbão Gouvêa. -- São Carlos : UFSCar, 2015.
194 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São
Carlos, 2012.

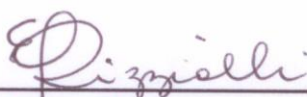
1. Matemática - estudo e ensino. 2. Aprendizagem
cooperativa. 3. Jogos em educação matemática. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Joao Carlos Vieira Sampaio (Orientador)
DM – UFSCar



Profa. Dra. Eliris Cristina Rizzioli
IGCE-UNESP



Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
DM – UFSCar

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Federal de São Carlos pela oportunidade de desenvolver as atividades necessárias à obtenção do título de mestre, através do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

Agradeço aos docentes e coordenadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas pela dedicação e apoio constantes.

Agradeço ao meu orientador, Professor João, pelo carinho e paciência, pelas valiosas sugestões e orientações durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à direção, à coordenação e aos estudantes do colégio em que leciono, por acreditarem no meu trabalho e me ajudarem a concretizá-lo.

Agradeço aos meus familiares, todos eles, que torceram por mim, se preocuparam, ajudaram a traduzir artigos e livros, opinaram sobre a escrita, a gramática e a ortografia, e principalmente, me apoiaram todo o tempo.

Agradeço a Deus por cada momento da minha vida, pelas oportunidades que vivi, pela força e coragem de nunca desistir.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é averiguar se atividades matemáticas, elaboradas com base na aprendizagem cooperativa, produzem mudanças na forma como os educandos aprendem e veem a Matemática. Para tanto, foram elaboradas, desenvolvidas e analisadas seis aulas cooperativas de matemática, ocorridas em um 8º e um 9º ano do ensino fundamental de um colégio privado. As atividades propostas em grupo consistem de problemas matemáticos escritos na forma de cartões de pistas. Cada grupo de estudantes recebe um envelope contendo seis cartões, que devem ser distribuídos entre os membros da equipe. Para resolver o problema todos os estudantes devem contribuir explicando sua pista e discutindo ideias. Ficam disponíveis aos estudantes diversos materiais de apoio como régua, esquadros, compassos, papéis, tesouras, calculadoras, cubos coloridos, dados, canudos, feijões, tabelas etc. Os resultados obtidos por cada grupo são descritos em folhas de respostas previamente preparadas pela professora. Antes e após as aulas cooperativas, foi aplicado um questionário com a finalidade de conhecer a opinião dos estudantes sobre o trabalho em grupo e suas habilidades em Matemática. Os resultados obtidos com as atividades cooperativas foram profícuas discussões sobre conceitos e propriedades matemáticas, maior clareza por parte da professora quanto às dificuldades matemáticas dos estudantes, maior envolvimento social, respeito às ideias e opiniões dos membros de grupo, possibilidade de representação de situações matemáticas por meio de materiais concretos, desenhos, gráficos e textos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Aprendizagem cooperativa; Jogos matemáticos.

ABSTRACT

The objective of this study is to establish whether mathematical activities, prepared based on cooperative learning, produce changes in how students learn and confront with mathematics. Thus, were designed, developed and analyzed six math classes cooperatives, which occurred in an 8 and a 9 th grade of elementary education at a private school. The proposed group of activities consists of mathematical problems written in the form of clue cards. Each group receives an envelope containing six cards, which must be distributed among team members. To solve the problem all students must contribute explaining their clues and sharing ideas. The teacher provides various materials to support the activities such as ruler, squares, compasses, paper, scissors, calculators, colored cubes, dice, straws, beans, charts etc. The results obtained by each group are described in the answer sheets, previously prepared by the teacher. Before and after cooperative classes, a questionnaire was applied in order to know the opinion of students about group work and their skills in mathematics. The results achieved with the cooperative activities were fruitful discussions on mathematical concepts and their properties, greater clarity from teachers regarding students' mathematical difficulties, greater social involvement, respect for ideas and opinions of group members, ability to represent mathematical situations by using concrete materials, drawings, graphics and text.

Keywords: Mathematics Teaching, Cooperative learning, Mathematical games.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	8
1 REFERENCIAL TEÓRICO	9
1.1 A Aprendizagem Cooperativa.....	9
1.2 A Aprendizagem Cooperativa Proposta por Erickson	13
2 METODOLOGIA	15
2.1 O Tipo de Pesquisa	15
2.2 Justificativa Metodológica	16
2.3 O Método de Aprendizagem Cooperativa de Erickson	16
2.3.1 Organização dos estudantes.....	17
2.3.2 O papel do professor.....	18
3 RELATO E ANÁLISES DAS AULAS	20
3.1 Caracterização das Turmas	20
3.2 Relatos e Análises das Aulas Cooperativas	22
3.2.1 Análise da Aula 1 – 9º ano	22
3.2.2 Análise da Aula 2 – 9º ano	34
3.2.3 Análise da Aula 3 – 9º ano	55
3.2.4 Análise da Aula 1 – 8º ano	61
3.2.5 Análise da Aula 2 – 8º ano	71
3.2.6 Análise da Aula 3 – 8º ano	86
4 O QUESTIONÁRIO PRÉ E PÓS-ATIVIDADES.....	93
4.1 O Questionário no 8º ano	93
4.2 O Questionário no 9º ano	98
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	104
6 BIBLIOGRAFIA.....	108
APÊNDICES	111
ANEXOS	141

INTRODUÇÃO

Durante meus doze anos de experiência docente, constatei a imensa dificuldade da maioria dos estudantes em desenvolver uma estrutura lógica de raciocínio para resolver problemas matemáticos. Esta dificuldade está presente desde a educação básica até o ensino superior, e pode comprometer o pleno desenvolvimento das habilidades e competências necessárias à formação cognitiva.

De fato, os Parâmetros Curriculares Nacionais têm, entre seus objetivos, que os estudantes do ensino fundamental sejam capazes de: “(...) questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (PCN, 1998, p. 10).

A elaboração desta dissertação de mestrado abriu as portas para a pesquisa de metodologias de aprendizagem que valorizassem o desenvolvimento do raciocínio lógico no estudo da matemática. A partir da leitura do artigo de Munakata (2005), que trata de problemas cooperativos envolvendo lógica, interessou-nos conhecer mais profundamente a obra de Erickson (1989) sobre problemas cooperativos. A forma lúdica e simples de sua metodologia nos levou a desenvolver aulas cooperativas utilizando jogos em forma de pistas.

O objetivo destas aulas é verificar se as atividades cooperativas propostas por Erickson (1989), baseadas na estruturação de um raciocínio lógico, podem alterar a forma como os estudantes aprendem a Matemática.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 A Aprendizagem Cooperativa

A evolução da ciência e da tecnologia tem provocado mudanças em diversos âmbitos da sociedade, como na indústria, nas organizações empresariais, na política, na economia, nos meios familiares, assim como nas questões educacionais. Tais mudanças trazem discussões acerca de novas questões que se apresentam à sociedade atual, como a degradação do meio ambiente, o uso inadequado de recursos naturais, a geração de combustíveis renováveis, a destinação do lixo tecnológico etc. (SCHEIBEL et al., 2009).

Todas estas transformações interferem na forma como o homem interage com o mundo, seja no modo de agir, pensar e se relacionar com o meio. Faz-se necessário, portanto, propiciar aos educandos uma formação que os conduza a uma postura mais crítica, que lhes permita refletir acerca de todas estas mudanças e suas consequências para o meio no qual vive e para o mundo.

Partindo do pressuposto de que a educação atual privilegia o aprender em vez do ensinar, o principal desafio é proporcionar “condições favoráveis para que os educandos possam desenvolver habilidades, onde o aprender a aprender, o aprender na coletividade por meio das interações e da cooperação, sejam contemplados em sua formação” (SCHEIBEL et. al., 2009, p. 82).

Dessa forma, a Aprendizagem Cooperativa apresenta-se como uma metodologia viável na formação de educandos. Esta metodologia estimula o trabalho em conjunto, o auxílio entre membros do grupo, a troca de ideias, e facilita as discussões (ERICKSON, 1989).

Scheibel et al., (2009) cita Niquini (1997) quando afirma que a Aprendizagem Cooperativa é uma metodologia que oferece aos educandos uma formação que vai além da transmissão de conteúdos: é uma metodologia mais ativa, diferenciada, que desenvolve habilidades sociais como a comunicação, a cooperação e o trabalho em equipe.

Desde os anos de 1920 encontramos pesquisas relacionadas à cooperação na psicologia social. No entanto, as aplicações da Aprendizagem Cooperativa em sala de aula tornaram-se tema de pesquisa somente depois de 1970. Atualmente, encontramos

inúmeras referências relacionadas à atividade cooperativa nos meios acadêmicos (SLAVIN, 1995), com aplicações nos diversos níveis de ensino: da educação básica ao ensino superior, assim como nos diversos conteúdos didáticos (SLAVIN, 1995; JOHNSON, JOHNSON, STANNE, 2000). Sua aplicação contempla desde programas de capacitação de professores, formação e capacitação profissional, desenvolvimento de softwares, publicações editoriais e na educação escolar. (JOHNSON, JOHNSON, STANNE, 2000; GAVA, MENEZES, 2003).

Johnson, Johnson e Stanne (2000) apresentam em sua meta-análise da Aprendizagem Cooperativa os principais motivos do amplo uso desta metodologia. Primeiramente, trata-se de um processo consolidado, com bases em teorias da antropologia, da sociologia, da economia, da ciência política, da psicologia, entre outras.

Segundo, a grande quantidade de pesquisas em atividades cooperativas, competitivas e individualistas tem validado o uso da Aprendizagem Cooperativa, possivelmente mais do que outros métodos de ensino. Estas pesquisas são provenientes de diferentes países, com diferentes contextos e em diferentes períodos, e mostram uma extensa gama de resultados, como a satisfação, o alto nível de raciocínio e de fixação, o tempo na tarefa, a motivação, a realização, o desenvolvimento social e cognitivo, o raciocínio moral, a mudança de perspectiva, o suporte social, a redução de estereótipos e preconceitos, a valorização das diferenças, a saúde psicológica, a auto-estima, as competências sociais, a internalização de valores, a qualidade do ambiente de aprendizagem, e muitos outros resultados. Existem inúmeros trabalhos de investigação sobre Aprendizagem Cooperativa destinados à prevenção e ao tratamento de problemas sociais “tais como a diversidade (racismo, sexismo e inclusão de deficientes), o comportamento anti-social (delinqüência, abuso de drogas, bullying, violência, incivilidade), a falta de valores pró-sociais e egocentrismo, alienação e solidão, patologia psicológica, baixa auto-estima, e muitos mais” (JOHNSON, JOHNSON, STANNE, 2000, p. 3).

O terceiro motivo para o uso da Aprendizagem Cooperativa é a grande variedade de métodos disponíveis ao professor. A Aprendizagem Cooperativa pode ser utilizada por professores rígidos ou flexíveis, tradicionais ou inovadores, pois adapta-se facilmente à sua filosofia e prática. Existem diferentes métodos de aprendizagem cooperativa, mas todos têm a mesma finalidade: promover a realização individual e a corresponsabilização pelo desempenho do grupo.

De acordo com Slavin (1995), nas últimas quatro décadas, quatro grupos de pesquisa independentes iniciaram o desenvolvimento e a pesquisa de métodos de aprendizagem cooperativa em grupos, nos ambientes escolares. Atualmente, é possível encontrar diversos métodos de Aprendizagem Cooperativa, desenvolvidos por pesquisadores do mundo todo. Alguns dos métodos mais utilizados nos ambientes escolares estão detalhadamente descritos em Slavin (1995) e apresentados sucintamente a seguir.

- Aprendizagem em Grupos de Estudantes (Student Team Learning): consiste de um conjunto de técnicas desenvolvidas por pesquisadores da Universidade Johns Hopkins, e envolve mais da metade das pesquisas relacionadas à prática da Aprendizagem Cooperativa. Nas palavras de Slavin (1995, p. 5): “A Aprendizagem em Grupos de Estudantes enfatiza o uso de objetivos de grupo e sucesso de grupo, as quais podem ser alcançadas somente se todos os membros do grupo entenderem os objetivos a serem alcançados”. A atividade não visa fazer algo em grupo, mas aprender algo como um grupo.

- Divisão de Escopos entre Equipes de Estudantes (Student Teams-Achievement Divisions - STAD): os estudantes são organizados em grupos heterogêneos de quatro membros. Logo que o professor apresenta a tarefa, os grupos se reúnem para verificar se todos os membros compreenderam a atividade. Em seguida, os estudantes retiram questionários individuais que devem ser respondidos sem a ajuda uns dos outros. A pontuação de cada estudante é comparada com suas médias anteriores, e os pontos são atribuídos ao grupo de acordo com o grau de evolução de cada um. Os grupos que alcançam um determinado número de pontos recebem certificados ou outras premiações. Toda a atividade dura de 3 a 5 aulas, e pode ser aplicada em diversas áreas, especialmente naquelas em que os objetivos são claros, como a Matemática.

- Torneios de Jogos em Equipes (Teams-Games-Tournaments - TGT): é o primeiro método de aprendizagem cooperativa desenvolvido na Johns Hopkins. Assemelha-se com o STAD, exceto quando substitui os questionários por torneios semanais. No TGT, os estudantes participam de jogos acadêmicos com membros de outras equipes para pontuar a sua equipe. “Os estudantes jogam em ‘mesas de torneio’ de três pessoas, com colegas que tenham pontuação anterior similar em matemática” (SLAVIN, 1995, p.6). O artilheiro de cada mesa leva 60 pontos para sua equipe, o que permite que todos tenham as mesmas chances de sucesso.

- Jigsaw II (Quebra-cabeças II): é uma adaptação do método de Elliot Aronson (1978). Os estudantes formam os mesmos grupos de 4 indivíduos heterogêneos, como nas propostas anteriores. Recebem textos para leitura, e cada membro da equipe é aleatoriamente selecionado para estudar um aspecto do texto. Em seguida, os ‘especialistas’ de cada equipe se reúnem para discutir seus temas comuns, e depois voltam aos seus grupos para ensinar seus tópicos. A atividade é encerrada com uma avaliação sobre todo o texto.

- Ensino Acelerado por Equipe (Team Accelerated Instruction - TAI): também organiza os estudantes em equipes de 4 indivíduos heterogêneos e premia os grupos de maior desempenho. No entanto, o TAI combina a aprendizagem cooperativa com o ensino individualizado. Os estudantes desenvolvem uma sequência individualizada, que respeita seu nivelamento. Cada membro de uma equipe estuda uma unidade diferente, e todos checam os trabalhos dos demais, colaborando no que for preciso. Ao final de cada unidade, os estudantes respondem questionários sem o apoio dos colegas de grupo. Semanalmente o professor soma o total de pontos nas unidades completadas por cada equipe e as premia com certificados, por exemplo.

- Leitura e Composição por Cooperação Integrada (Cooperative Integrated Reading and Composition – CIRC): é adequado para o ensino da leitura e da escrita no ensino fundamental. As equipes são formadas por duplas de estudantes com diferentes níveis de leitura, trabalham com romances ou leituras básicas, e desenvolvem diversas atividades cognitivas.

Outros métodos de Aprendizagem Cooperativa são apresentados de forma simplificada na mesma obra de Slavin (1995). São eles:

- Investigação em Grupo: os estudantes se organizam em grupos de 2 a 6 membros, escolhem tópicos de um assunto que está sendo abordado em sala de aula, dividem estes tópicos em tarefas individuais e organizam a preparação do trabalho de grupo. Cada grupo deve apresentar suas descobertas para toda a turma.

- Instrução Complexa: método desenvolvido na Universidade de Stanford por diversos pesquisadores, dentre eles Elisabeth Cohen, ressalta o uso de projetos de ‘descobertas orientadas’ em Ciências, Matemática e Estudos Sociais. Requer uma série de regras e habilidades, e tem como principal objetivo ressaltar as habilidades de cada membro do grupo.

- Métodos de Dupla Estruturada: o conceito deste método é o de que os estudantes são capazes de ensinar uns aos outros. Cada membro da dupla alterna sua posição de professor e aprendiz, dependendo, entre outros fatores, da atividade desenvolvida e do conhecimento prévio de cada um.
- Aprendendo Juntos: corresponde ao método de Aprendizagem Cooperativa adotado no presente trabalho. Foi desenvolvido por pesquisadores da Universidade de Minnesota, dentre eles David Johnson e Roger Johnson, e publicado em seu livro de 1986. Os métodos de Aprendizagem Cooperativa desta equipe estão entre os mais utilizados nos meios escolares. Neles são enfatizados 4 elementos: a interação entre os estudantes, a interdependência, a responsabilidade individual e as habilidades interpessoais. O método Aprendendo Juntos enfatiza ainda a construção em grupo e a autoavaliação em grupo. Os estudantes trabalham em grupos heterogêneos de 4 ou 5 participantes e desenvolvem uma mesma atividade, apresentada na forma de folha de tarefa. As equipes recebem notas, ao invés de certificados ou outro tipo de reconhecimento. De acordo com Slavin apud Johnson e Johnson (1995, p. 129), as notas por equipe são mais positivas quando se pensa na realização do estudante, além de apresentar efeitos positivos tanto no aprendizado quanto nas relações raciais e na aceitação das diferenças.

1.2 A Aprendizagem Cooperativa Proposta por Erickson

O presente trabalho utiliza a metodologia da Aprendizagem Cooperativa sugerida por Erickson (1989). Em sua obra, *Get it Together*, há uma coleção de problemas de matemática elaborados pelo programa *Equals*, da Universidade da Califórnia. Estes problemas abrangem diversos níveis de ensino, do 4º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, e incluem uma ampla gama de tópicos matemáticos.

Todos os problemas têm um mesmo formato: as informações necessárias para a resolução de um problema estão descritas em cartões de pistas. Os estudantes se organizam em grupos; cada membro de um grupo recebe uma única informação contida em um cartão de pista; logo, todos precisam cooperar para resolver o problema.

As atividades propostas variam das mais simples e fáceis – que estimulam o interesse do estudante em prosseguir - até as mais complexas, mas não intratáveis, de modo que os estudantes sintam-se estimulados a persistir e ter sucesso.

Segundo Erickson (1989), problemas como estes permitem incluir outras disciplinas na aula de matemática, desse modo integrando o currículo. Também instiga a atração por novos interesses e mostra que a matemática pode ser importante fora da sala de aula. Outra vantagem do uso das atividades cooperativas em sala de aula é que todos se beneficiam da aprendizagem para explicar a si mesmos com mais clareza e consciência. Observou-se, durante a elaboração destas atividades, que estudantes com maiores dificuldades conseguem atuar efetivamente na resolução dos problemas, e que estudantes mais aptos percebem que podem ir além da solução do grupo.

Alguns aspectos da Aprendizagem Cooperativa beneficiam o professor. Um deles é a facilidade para supervisionar as atividades, já que a formação de grupos reduz o trabalho de orientação. Desse modo, o professor tem mais oportunidades para encorajar grupos que confrontam problemas complexos, além de ter mais tempo para observar e entender o que realmente pensam (ERICKSON, 1989).

A cooperação na aula de matemática ajuda a colocar os estudantes em situações de resolução de problemas genuínas, permite avaliar o seu real entendimento por meio das discussões em grupo, auxilia na formação de aprendizes autônomos, independentes do professor e livres das respostas prontas.

É fundamental que os estudantes descubram como fazer matemática por si próprios, que discutam a matemática e construam o conhecimento com o apoio dos colegas. É importante que elaborem muitas estratégias, que percebam a matemática como algo que não acontece isoladamente.

“Aprender a trabalhar em grupo é importante de fato. A maioria dos trabalhos requer isso, embora isso não pareça ser ensinado explicitamente em nenhum lugar. Em parte alguma isso é mais verdadeiro do que nos campos relacionados à matemática” (ERICKSON, 1989, p. 9).

2 METODOLOGIA

2.1 O Tipo de Pesquisa

O papel do professor pesquisador nas escolas tem sido discutido com grande frequência nos meios acadêmicos. Zeichner (1998) aponta a necessidade de se desenvolver pesquisas no ambiente escolar que realmente beneficiem o aprendizado, e que não sejam apenas um mero produto acadêmico. O autor defende a inclusão dos professores como co-investigadores e participantes das pesquisas – na análise dos dados na formulação das conclusões.

Para corroborar sua opinião, Zeichner cita em sua obra uma frase de Mike Atkin, ex-diretor das Universidades de Stanford e Illinois: “Acredito que pesquisa educacional, como a temos hoje, não é um empreendimento que faz diferença nas questões educacionais, tanto na sala de aula quanto nos fóruns nos quais as decisões são tomadas.” (ZEICHNER, 1998. p. 210)

Seguindo esta perspectiva, o presente trabalho consiste em uma pesquisa qualitativa, na qual o pesquisador coloca-se na posição de professor reflexivo, construindo e avaliando sua própria prática docente. Trata-se, portanto, de uma pesquisa-ação, pois preocupa-se com o impacto da pesquisa na prática do pesquisador, bem como no impacto sobre o seu crescimento profissional, além do conhecimento gerado pela pesquisa.

Busca-se, então, responder à seguinte questão: as atividades propostas com base na aprendizagem cooperativa produzem mudanças na forma como os educandos aprendem e veem a Matemática?

Os registros das aulas ocorreram na forma de gravação de áudio e por meio de fichas de controle de observações em aula, preenchidas pela professora e anexadas neste trabalho. A gravação das aulas em vídeo foi desconsiderada por interferir diretamente no comportamento dos estudantes durante a execução das atividades.

2.2 Justificativa Metodológica

A educação promovida pela grande maioria das instituições de ensino do mundo ocidental reflete uma postura hierárquica e centralizadora, em que o professor assume o papel de detentor e transmissor do conhecimento. Por outro lado, os educandos apresentam-se como meros expectadores, sem qualquer conhecimento prévio, prontos para ‘absorver’ aquilo que for transmitido pelo professor. Nesta abordagem, o conhecimento é algo que pode ser transmitido de uma pessoa para outra.

Em contrapartida, a teoria sobre o desenvolvimento do conhecimento humano elaborada por Piaget, denominada Epistemologia Genética, afirma que “todo e qualquer crescimento cognitivo só ocorre a partir de uma ação, concreta ou abstrata, do sujeito sobre o objeto de seu conhecimento” (NITZKE, 2002). Nesse sentido, o conhecimento é construído pelo sujeito, que torna-se agente ativo, responsável pelo próprio desenvolvimento. O professor, por sua vez, deixa de ser o detentor e transmissor do conhecimento e passa a ser o estimulador do desequilíbrio cognitivo – na busca do reequilíbrio para assumir um nível cognitivo mais elevado.

Ainda sobre o desenvolvimento cognitivo humano, Nitzke (2002) ressalta a teoria de Vigotizky, que considera o conhecimento como algo que acontece inicialmente através da interação do indivíduo com outros sujeitos. A partir de então, o aprendizado seria, em parte, consequência desta interação social. “O processo de mediação se estabelece quando duas ou mais pessoas cooperam em uma atividade (interpessoal), possibilitando uma reelaboração (intrapessoal)” (NITZKE, 2002, p. 24).

A partir de teorias como estas desenvolveu-se uma proposta metodológica de aprendizagem que considera a interação entre os estudantes como fator primordial do processo de ensino-aprendizagem: a Aprendizagem Cooperativa. Esta metodologia estimula a cooperação entre os membros de uma equipe, trabalhando juntos para alcançar um objetivo comum.

2.3 O Método de Aprendizagem Cooperativa de Erickson

A proposta de trabalho sugerida na obra de Erickson (1989) – e adotada neste trabalho – baseia-se nas diversas experiências do grupo *Equals* com a

Aprendizagem Cooperativa em sala de aula, considerando variações nos modelos de problemas, na organização dos grupos, no posicionamento do professor etc.

Trata-se de uma coleção de problemas, todos elaborados na forma de cartões de pistas e acompanhados de orientações detalhadas. O professor seleciona cuidadosamente os problemas do livro que deseja aplicar em sala de aula, faz cópias, recorta os cartões e os organiza em envelopes etiquetados. É importante que o professor esteja atento a termos ou conceitos nos problemas que podem ser novos para os estudantes.

Seguindo a sugestão do autor, foram selecionados problemas mais fáceis para o primeiro dia de atividades. O intuito é garantir que a primeira ação dos estudantes seja bem sucedida e assim evitar a desmotivação. Além disso, permite à professora observar apenas a ação cooperativa, sem se preocupar com a Matemática. Nas aulas cooperativas seguintes a professora optou por mesclar os problemas: selecionou alguns sugeridos por Erickson, que abordavam conceitos trabalhados em sala, e elaborou vários outros com base nos exercícios do livro-texto. Nem todos foram utilizados nas aulas, mas estão descritos nos apêndices deste trabalho.

2.3.1 Organização dos estudantes

Propõe-se que os estudantes sentem-se em mesas de 4 ou 5 lugares, e devem escolher um participante para ser o assistente: aquele responsável pelos envelopes de problemas e materiais de apoio. Assim como sugerido pelo autor, os grupos foram definidos pela professora de forma heterogênea e inconstante, mas não aleatória, já que as turmas são pequenas.

De acordo com Erickson, algumas regras comportamentais devem estar claras antes de se iniciar a atividade cooperativa, e revisadas quando necessário, de modo que a aula transcorra com tranquilidade e a atividade seja bem-sucedida. Na sala de aula, as normas comportamentais foram apresentadas em uma folha impressa, afixada na lousa e explicada pela professora antes de se iniciar a atividade. Esta folha encontra-se nos anexos deste trabalho e apresenta as seguintes informações:

- Siga as regras da atividade. Isso inclui: sem perguntas para o professor até que todos no grupo confirmem que não sabem responder.
- Todos devem participar. Isso significa que todos devem falar, todos devem utilizar os materiais de apoio.

- Escute o que outras pessoas dizem.
- Tente explicar o que você diz.
- Peça a opinião dos colegas.
- Ajude os outros - sem dizer o que fazer ou dar respostas.
- Peça ajuda se você precisar. Essa ajuda deve vir do grupo primeiro e do professor por último.

Cada assistente de grupo deve retirar um envelope indicado pela professora. Quando for começar, abre-se o envelope, retiram-se os cartões de pistas e os distribui aos membros do grupo. Cada estudante deve olhar somente para o seu cartão, ler a informação para seu grupo, mas sem mostrar o cartão a ninguém. Se o estudante tiver uma pergunta, deve compartilhá-la primeiramente com seu grupo. Se o seu grupo concordar que todos têm a mesma dúvida, então solicita-se a orientação da professora.

Os materiais de apoio (lápiz, régua, compasso, feijões, calculadora, folhas de rascunho etc.) foram organizados em uma mesa e podiam ser retirados a qualquer momento pelos assistentes de grupo.

Para a análise das soluções encontradas por cada grupo, foram elaboradas folhas de resposta, que eram preenchidas após o término de cada problema e entregues à professora. Em seguida, o assistente devolvia o envelope do problema resolvido e retirava outro envelope.

Em muitos dos problemas encontram-se um ou dois cartões opcionais. É possível resolver o problema sem eles, porém, em alguns casos, o uso destes cartões facilita o entendimento de problemas mais difíceis. Eles também podem ser utilizados para tornar a atividade possível para grupos de 4, 5 ou 6 estudantes. Há duas estratégias para lidar com estes cartões: passar todos os cartões – algumas pessoas pegarão dois – ou retirar os cartões opcionais e usá-los para ajudar na verificação. A professora optou por inserir os cartões opcionais nos envelopes, considerando-se que a atividade era nova para os estudantes e exigia certa ‘facilidade’ para não desmotivá-los.

2.3.2 O papel do professor

Erickson (1989) ressalta que, enquanto acompanha as atividades, o professor deve lembrar-se de:

- Observar o que se estabeleceu para observar;
- Tentar interagir com os grupos sem intervir em relação às pessoas;
- Não dar respostas.

É importante que o professor pergunte aos estudantes o que aconteceu. Não deve contar o que pensou, e sim deixar que eles falem. Deve fazer perguntas e ouvir atentamente as respostas. Eles acham que todos tiveram chance para falar? Alguém aprendeu algo de um membro do grupo? Que estratégias os grupos disseram usar para resolver os problemas? Como os grupos decidiram que sua resposta estava certa? Todos os grupos e indivíduos devem opinar.

3 RELATO E ANÁLISES DAS AULAS

3.1 Caracterização das Turmas

Aas aulas cooperativas foram desenvolvidas em uma turma de 8º ano e outra de 9º ano de um colégio privado no município de Sertãozinho, estado de São Paulo. O colégio adota livros didáticos como principal recurso didático, mas não o único: existem também laboratórios de informática e de ciências, sala de vídeo, biblioteca, sala de jogos educativos e um amplo ateliê de artes. Com base nos problemas e exercícios dos livros didáticos foram elaboradas as atividades cooperativas propostas neste trabalho.

As turmas que participaram das atividades cooperativas são pequenas: a do 9º ano é composta por 5 estudantes apenas, referenciados neste trabalho por A1, A2, A3, A4 e A5. O 8º ano é formado por 8 estudantes, que são citados aqui por B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7 e B8.

No 8º ano, dois estudantes são portadores de necessidades especiais. O estudante B7 é portador de esquizofrenia, um transtorno severo do funcionamento cerebral, que tem origem multifatorial como alterações na química cerebral, fatores genéticos, alterações estruturais ou mesmo traumas. A esquizofrenia é um tipo de demência precoce, com raros casos de recuperação. Os principais sintomas deste transtorno são as perturbações do pensamento, as alucinações – principalmente as auditivas –, os delírios – em especial os de perseguição –, apatia, indiferença nos sentimentos afetivos e isolamento social (MAROT. Acesso em 12 nov. 2011).

O estudante B7 tem dificuldades acentuadas de aprendizagem. Suas atividades de sala de aula são diferenciadas e, em relação à Matemática, limitam-se às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números racionais, a potenciação e radiciação de números inteiros, ao reconhecimento de figuras planas e algumas medições. Normalmente apresenta-se um tanto agitado, levanta-se da cadeira diversas vezes, faz perguntas constantes aos colegas, a maioria delas desconexas. Tem um bom relacionamento com os companheiros de sala, que o acompanham desde o ensino infantil. Frequentemente solicita dos professores alguma atividade, está sempre disposto a desenvolvê-las, mas sempre requer a orientação do professor. A estudante B1, irmã de B7, o apoia e orienta sempre que necessário.

O estudante B6 é portador da síndrome de Asperger, um transtorno relacionado ao autismo, mas com a diferença de não apresentar “atraso ou retardo global no desenvolvimento cognitivo ou de linguagem” (Mundo Asperger. Acesso em 20 ago. 2011). Algumas das características dos portadores desta síndrome, que se apresenta mais comumente em meninos, são:

- O interesse específico por um determinado tema;
- Deficiências qualitativas na interação social;
- Rituais ou comportamentos repetitivos;
- Peculiaridades na fala;
- Transtornos motores, às vezes muito desajeitados;

O estudante B6 foi recentemente transferido de outro colégio. A própria mãe relatou comportamentos específicos de seu filho, com o intuito de cooperar no trabalho da escola e dos professores:

- Adora inglês;
- Tem dificuldade em leitura, interpretação e elaboração de textos;
- Quase sempre leva ‘ao pé da letra’ o que é dito;
- Muitas vezes não consegue olhar nos olhos de quem está falando, o que não significa que não esteja prestando atenção;
- Não gosta de brincadeiras de mau gosto;
- Não se coloca no lugar do outro.

É atendido regularmente por dois profissionais da saúde: psiquiatra e psicóloga, que orientaram a coordenação do colégio na convivência com o estudante. No caso de alguma situação em sala de aula o deixar nervoso, por exemplo, é necessária a intervenção imediata no sentido de esclarecer os fatos e reorientá-lo para a atividade. Em alguns casos, é preciso retirá-lo da sala para que possa se acalmar.

3.2 Relatos e Análises das Aulas Cooperativas

3.2.1 Análise da Aula 1 – 9º ano

Esta primeira aula cooperativa ocorreu no dia 02/9/2011, com duração de 90 minutos, isto é, numa aula dupla. Uma desvantagem – e talvez a única – na formação de grupos nesta turma é o pequeno número de estudantes, o que impossibilita a formação de mais de uma equipe de trabalho.

A aula foi registrada com gravação de áudio, o que permitiu a reprodução de diversas falas dos estudantes. Além disso, a professora efetuou o registro de fatos considerados por ela relevantes na ficha de Controle de Observações em Aula, que se encontra nos anexos deste trabalho. As informações desta ficha permitiram a análise mais detalhada dos comportamentos sociais do grupo, como a participação dos integrantes, o respeito aos colegas e as reações diante de desacordos.

Seguindo as orientações de Erickson (1989, p. 11), os problemas selecionados para a primeira aula cooperativa, tanto do 8º quanto do 9º ano, abordam uma matemática fácil, priorizando as habilidades sociais. De acordo com o autor, esta escolha assegura que o primeiro problema seja bem sucedido e, conseqüentemente, evita decepções iniciais por parte dos estudantes e a desmotivação para prosseguir. Além disso, o professor tem a oportunidade de observar apenas a ação cooperativa na aula de matemática, verificando se todos jogam em sua vez, se respeitam as normas comportamentais e demais regras estipuladas. Nas aulas seguintes, as atividades acadêmicas podem ser mais facilmente planejadas para observar o desenvolvimento matemático dos problemas.

Por estas razões, os problemas da primeira aula foram selecionados de Erickson (1989), com base na sua grade de tópicos (p. 180) e nas sugestões de problemas para iniciantes (p. 11). Foram escolhidos problemas das famílias *Caçada ao Quadro de Cem*, *Encontre o Número* e *Figuras de Números*. Além de serem problemas fáceis, são criativos, bem elaborados e verificados por testes de campo. Como foram traduzidos do inglês para o português, considerou-se adequado alterar apenas os nomes dos personagens em cada problema para nomes comuns da língua portuguesa. Por exemplo, trocou-se John por Joãozinho.

Os problemas da família *Caçada ao Quadro de Cem* (p.16) envolvem conceitos de lógica, processo de eliminação, inequações, propriedades dos números e multiplicações. Logo, os estudantes serão levados a utilizar palavras como par, ímpar, diferença, soma, algarismo, produto, maior que, menor que, não.

Os materiais necessários ao desenvolvimento desta atividade são: Um quadro numérico, também chamado *Quadro de Cem* – que encontra-se nos anexos deste trabalho – e no mínimo 100 peças manipulativas (feijões ou botões), para fazer as contas.

Cada grupo precisa encontrar um número específico no *Quadro de Cem*. Os cartões individuais tanto selecionam como eliminam subconjuntos do quadro, e variam do mais simples (“O número é par”) ao mais complexo (“a soma dos algarismos do número é maior que nove”). Os estudantes podem marcar o *Quadro de Cem* com os objetos manipulativos para acompanhar as deduções do grupo.

Os problemas desta família são bons para iniciantes de todas as idades. As questões são simples, pois deixam claro qual é o objetivo do grupo em cada problema – encontrar um número específico em algum lugar do quadro. A solução de cada problema é única e exige um bom uso de materiais de apoio – o quadro e os manipulativos. Normalmente é mais fácil resolver o problema com o quadro do que de outra forma.

A aula iniciou-se com a formação do grupo, reunido em uma única mesa. A professora explicou como a atividade seria desenvolvida, a organização dos problemas na forma de cartões de pistas, bem como sua utilização; a seqüência dos envelopes de problemas, o uso dos materiais de apoio disponibilizados sobre outra mesa, o papel do aluno assistente. Os estudantes conversam bastante entre si, o que exigiu intervenção da professora em vários momentos, inclusive na organização da mesa do grupo. A professora não deixou claro qual seria o tema dos problemas, o que levou o estudante A3 a questioná-la. Quando a professora informou que só deveriam solicitar seu apoio quando todos do grupo concordassem que não sabiam a resposta, a estudante A4 preocupou-se em como faria para conferir a solução. A professora avisou que, ao final das atividades, discutiriam as soluções encontradas. Em seguida, foram apresentadas as normas comportamentais, descritas em um quadro fixado na parede.

Decidiram que A4 ficaria responsável pela organização dos envelopes e dos materiais de apoio. Depois de distribuídos os cartões de pistas do primeiro envelope do *Quadro de Cem* – apresentados na Figura 1 –, cada membro decidiu ler sua pista para os demais, um após o outro, e iniciaram a discussão das informações. Quando os

estudantes pediram para rabiscar o Quadro de Cem a professora se deu conta de entregar folhas de anotações para cada um e ressaltou a disponibilidade dos materiais de apoio.

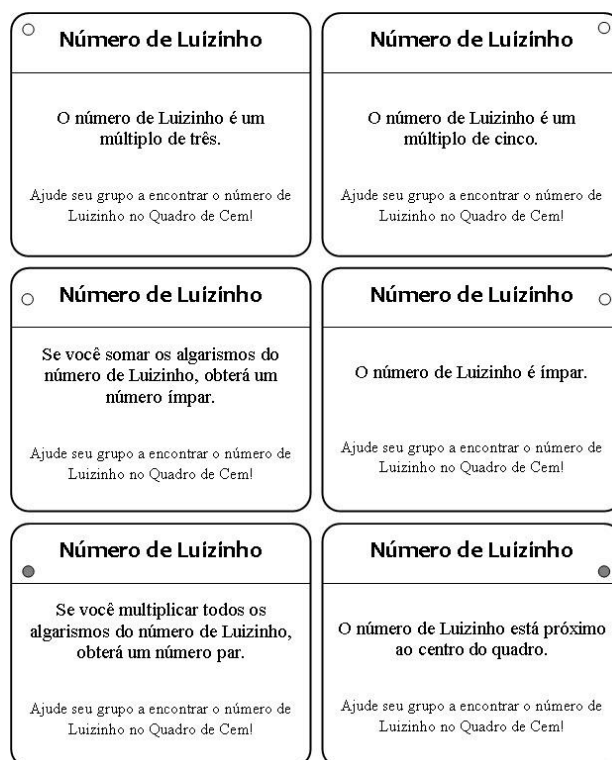


Figura 1. Primeiro problema da família *Quadro de Cem*.

Associando as duas primeiras pistas, o estudante A2 rapidamente sugeriu o número 15 como solução. Tentando acrescentar as pistas 3, 4 e 6, o estudante A3 considerou o número 45 como possível solução do problema. Já a estudante A4 propôs 49 como solução. Cada um considerava sua solução como correta, até que A1 ponderou:

A1 – Mas 45 não é múltiplo de 3!

A4 – Não é de 3?

A3 – É de 3.

O estudante A2 percebeu que a quinta pista não havia sido considerada pelo grupo, e resolveu fazer a leitura do respectivo cartão a os colegas. Fazendo a conta mentalmente, todos verificaram que o produto de 4 por 5 é 20 e, como 20 é um número par, então 45 seria uma solução possível. A4 ressaltou que a solução procurada deveria estar próxima ao centro do *Quadro de Cem*, o que foi confirmado por A2 e A3 ao observar o quadro. O grupo sentiu-se entusiasmado, especialmente A2 e A3.

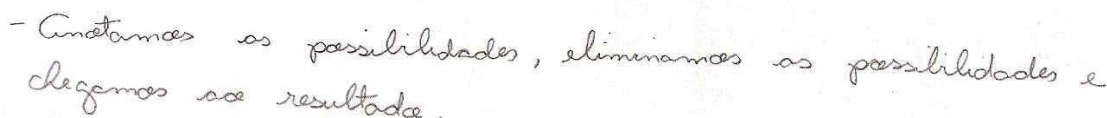
Normalmente, os dois estudantes são mais determinados e engajados nas atividades de sala de aula, e muitas vezes são capazes de encorajar os demais. Este entusiasmo era esperado considerando-se que as atividades desta aula foram elaboradas com este propósito.

A estudante A4 questionou, frustrada, porque seu cartão havia sobrado. Enquanto isso, A3 queria saber da professora se a solução obtida era correta. A professora não respondeu; ao contrário, levantou as seguintes questões:

P – Vocês leram todos os cartões? Usaram todas as informações?

O estudante A2 olhou para o cartão de A4 e afirmou que todas as pistas foram lidas. A professora pediu, então, que escrevessem na folha de resposta como haviam chegado à solução apresentada. A estudante A4 ficou responsável por escrever a solução na folha de respostas, enquanto os meninos decidiam um nome para o grupo, para preencher os campos da folha: ‘Le ninjas rosas’.

A solução foi descrita por A4 assim: “Anotamos as possibilidades, eliminamos as possibilidades e chegamos ao resultado”.



- Anotamos as possibilidades, eliminamos as possibilidades e chegamos ao resultado.

Figura 2. Resolução do primeiro problema do *Quadro de Cem* na folha de resposta.

Esta resposta indica claramente a dificuldade dos estudantes em organizar e registrar suas ideias. De fato, os problemas matemáticos convencionais exigem apenas uma resposta, e não a descrição do processo de resolução. No entanto, quando o estudante é levado a refletir sobre o procedimento utilizado para se chegar a uma solução, é necessário desconstruir e reconstruir sua estrutura de pensamento.

Ao final de cada problema, cada grupo deveria responder à pergunta proposta na folha de respostas: “O que você aprendeu com esta atividade? Ela foi importante? Por quê?” O objetivo era tentar levar os estudantes a refletirem tanto sobre os conceitos matemáticos envolvidos quanto sobre seu comportamento durante o trabalho em grupo. Os estudantes não conseguiram identificar o objetivo da pergunta, e solicitaram a professora. A professora orientou-os a escrever qual (ou quais) informações novas a atividade lhes trouxe, sem atentar-se para os aspectos das

habilidades sociais - que eram justamente o foco da aula. A estudante A4 leu a pergunta seguinte:

- A4 – Esta atividade foi importante?
 A3 – Foi! Foi a coisa mais fácil que eu já fiz em toda a minha vida.
 A4 – Por quê?
 A3 – Porque a gente aprendeu a...

Enquanto o estudante pensava e aguardava ajuda dos colegas, uma estudante de outra sala interrompeu a aula para solicitar informações da turma. Terminada a conversa, a professora pediu que terminassem a atividade rapidamente para iniciar o próximo problema. A argumentação do grupo para a questão final da folha de respostas foi bem simples: “Já sabíamos os múltiplos. Sim. Aprendemos.”

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?
 Já sabíamos os múltiplos. Sim. Aprendemos.

Figura 3. Comentário dos estudantes sobre a importância do primeiro problema do *Quadro de Cem*.

Imediatamente a assistente A4 recolheu os cartões do primeiro problema, colocou-os no envelope e o trocou pelo envelope do problema seguinte, também da família *Caçada ao Quadro de Cem*.

<p><input type="radio"/> Número de Ana</p> <p>A soma dos algarismos do número de Ana é maior que dez.</p> <p>Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!</p>	<p><input type="radio"/> Número de Ana</p> <p>A diferença entre os dois algarismos do número de Ana é maior que três.</p> <p>Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!</p>
<p><input type="radio"/> Número de Ana</p> <p>O número de Ana é um múltiplo de sete.</p> <p>Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!</p>	<p><input type="radio"/> Número de Ana</p> <p>O primeiro algarismo do número de Ana é maior que o segundo.</p> <p>Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!</p>
<p><input checked="" type="radio"/> Número de Ana</p> <p>O número de Ana não é ímpar.</p> <p>Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!</p>	<p><input checked="" type="radio"/> Número de Ana</p> <p>Os dois algarismos do número de Ana são pares.</p> <p>Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!</p>

Figura 4. Segundo problema da família *Quadro de Cem*.

Depois de solucionado o primeiro problema, todos se entusiasmaram. A4 distribuiu os cartões aos colegas, iniciou a leitura da sua pista e pediu que A2 anotasse as pistas na folha enquanto cada um lia seu cartão, mas A3 se ofereceu para escrever. O estudante A2 os interrompeu pedindo que esperassem para discutir as informações já lidas, mas A3 queria terminar a leitura de qualquer modo. Embora esta seja uma turma pequena, ficou clara a dificuldade em cumprir as normas comportamentais propostas no início da aula. Alguns se recusavam a ouvir a opinião dos colegas, ou queriam impor sua ideia aos demais.

Quando o estudante A5 leu a quarta pista, A4 ficou confusa:

A5 – O primeiro algarismo do número de Ana é maior que o segundo.
 A4 – Mas são iguais!
 A3 – É maior que o segundo!
 A4 – Olha aqui: ‘Os dois algarismos do número de Ana são pares’ e ‘O número de Ana não é ímpar’.
 A3 – Então! Pode ser 2 e 4, 2 e 6, 2 e 8.
 A1 – Mas o número de Ana é múltiplo de sete!
 A4 – Nada a ver!
 A1 – E o primeiro é maior que o segundo.
 A4 – É mesmo! Então pode ser 4...
 A2 – E a diferença entre os algarismos é maior que 3.
 A1 – Eu acho que é 42.
 A2 e A4 – Não pode ser!
 A1 – Por quê?
 A4 – Porque 4 e 2, a diferença é 2 e 3, que passa do 4.

O diálogo entre A1 e A4 continuou produtivamente, ambos utilizando as pistas para justificar suas opiniões. Para resolver o problema, A2 colocava os dedos sobre os números do *Quadro de Cem* que considerava possíveis soluções. A professora sugeriu que trocasse os dedos por feijões e A2 concordou imediatamente.

A discussão entre todos ficou acalorada, todos queriam opinar, sugerir soluções; todos queriam ser ouvidos, mas ninguém queria ouvir. O estudante A2 pediu que todos se acalmassem e, em seguida, pediu que A4 relesse sua pista. A3 interrompeu afirmando que a solução deveria ser um número maior que 55, pois a soma dos algarismos era maior que 10.

A3 – Então pode ser 55, 56, 57, 58... E tem que ser o que?
 A1 – Múltiplo de sete.
 A3 – Pega a tabuada do sete.

A1 e A3 analisavam a tabuada do sete a partir de 7 vezes 5 – pois perceberam que as opções de solução eram poucas -, foram contando e verificando quais

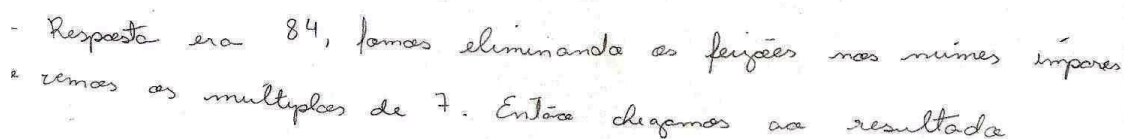
resultados tinham os dois Algarismos pares. Enquanto isso, A2 testava sua pista marcando no *Quadro de Cem* todos os números formados por Algarismos pares. Os estudantes A1 e A3 se irritaram porque o amigo estava colocando muitos feijões no quadro, e a professora interferiu recordando as normas comportamentais.

P - (...) Ouçam o que o outro está falando! Respeitem a opinião do colega! Escutaram o que ele falou? “Eu vou utilizar o processo de eliminação”. Ele vai construir um conjunto maior e depois eliminar os que estão fora das pistas. Se alguém tiver outra sugestão pra resolver pode dar opinião, mas tem que dar o direito ao colega de falar.

Todos entenderam e decidiram ajudar o amigo, relendo pista a pista para que pudesse eliminar os feijões desnecessários. A discussão continuou frutífera entre todos os membros do grupo, abordando os conceitos de números pares e ímpares, múltiplos e primos, e relações entre Algarismos. Percebendo que as pistas eram muitas e estava difícil organizá-las, consideraram que o quadro de feijões realmente ajudaria bastante na eliminação das soluções incompatíveis. Rapidamente resolveram o problema, chegando ao número 84 como solução. O estudante A2 não conteve sua satisfação e ironizou:

A2 – Viu! Não vamos usar feijão!

A1 e A4 ainda verificaram se existiam outras possibilidades de solução, mas concluíram que 84 era definitivamente a resposta desejada. A solução apresentada pelo grupo na folha de resposta descreve bem resumidamente os procedimentos aplicados do que no primeiro problema: “Resposta era 84, fomos eliminando os feijões nos números ímpares. Vimos os múltiplos de 7. Então chegamos ao resultado.”



Resposta era 84, fomos eliminando os feijões nos números ímpares. Vimos os múltiplos de 7. Então chegamos ao resultado.

Figura 5. Resolução do segundo problema do *Quadro de Cem* na folha de resposta.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

Respeitar o João Marcos. Sim. Aprendemos

Figura 6. Comentário dos estudantes sobre a importância do segundo problema do *Quadro de Cem*.

Além disso, deixaram clara a compreensão da importância de se ouvir e respeitar a opinião dos colegas quando responderam à questão “O que você aprendeu com esta atividade? Ela foi importante? Por Quê?”. Na resposta do grupo: “Respeitar o A2. Sim. Aprendemos”.

O terceiro problema pertence à família *Encontre o Número*, em Erickson (1989, p. 22). Esta família de problemas também é considerada pelo autor como adequada para iniciantes da atividade cooperativa. Envolve conceitos variados, como lógica, processo de eliminação, conectores lógicos E e NÃO, sucessor e antecessor, inequações, divisibilidade, tipos de números como primos, palíndromos, números perfeitos e números triangulares. Alguns problemas podem usar máximo divisor comum.

Os materiais de apoio são papel, lápis e calculadora. Estes problemas são semelhantes aos anteriores; porém, podem não aparecer no *Quadro de Cem*. Cada cartão individual ajuda o grupo a diminuir as possíveis soluções. Alguns dos cartões introduzem ou usam mais propriedades do que a família anterior, como o número ser um primo, um palíndromo ou um número triangular. Erickson (1989) alerta para o posicionamento do professor diante da possibilidade de os estudantes não conhecerem tais propriedades. Sugere que, de acordo com a propriedade a ser abordada, o professor pode explicar a propriedade do número no cartão com a pista; outras vezes pode explicar com outro cartão; e outras vezes não explicar. Neste último caso, os estudantes precisam aprender a confiar nos membros do seu grupo. Mas é fundamental que o professor contenha-se em atender as solicitações dos estudantes antes da certeza de que todos no grupo precisam de ajuda.

As diferenças desta família de problemas para a *Caçada ao Quadro de Cem* é que as pistas deste conjunto são mais difíceis, isto é, usam conceitos mais difíceis. Além disso, o leque de respostas é maior do que os explicitados no *Quadro de Cem*. E o mais importante, os estudantes têm que estabelecer sua própria ordem no problema pra resolvê-lo. Por causa desta falta de estrutura imposta, é possível observar uma grande variedade de métodos de solução de problemas quando se conversa com os estudantes posteriormente. Por exemplo, eles podem usar ainda o processo de eliminação, mas também podem ainda usar o adivinhar e checar, ou ainda um raciocínio mais sofisticado (ERICKSON, p. 22).

O problema selecionado pela professora chama-se Número de Alex, e está apresentado na Figura 6. A primeira pista foi lida por A4, e informava que o número

procurado era um palíndromo. A1 pediu que a colega lesse novamente a pista tentando compreender, assim como A2, o significado da palavra palíndromo. Imediatamente A3 afirmou:

A3 – “A resposta é 770.”

Como esta atitude de citar respostas aleatórias era constante por parte do estudante, os demais membros do grupo não deram ouvidos à sua sugestão.

Os estudantes decidiram usar o *Quadro de Cem*, mas em virtude da confusão gerada pelos feijões que se espalharam pela sala, dos cartões que se perdiam, a professora recolheu o material, informando-os que o quadro não ajudaria. Após a leitura da segunda pista, decidiram usar as calculadoras para verificar os números primos. Cada um tomou uma calculadora da mesa e A4 recordou aos amigos o seu papel de assistente do grupo e, portanto, responsável pelos materiais.

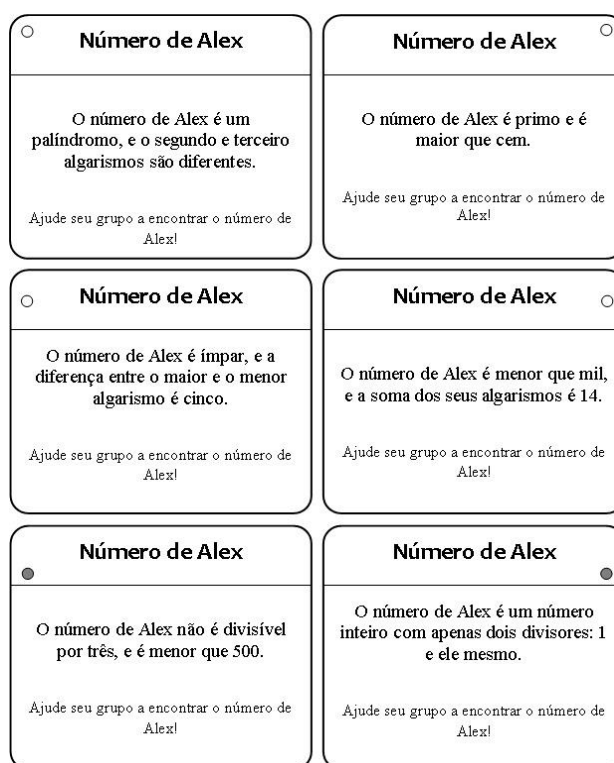


Figura 7. Problema da família Encontre o Número.

Como A2, A3 e A4 discutiam constantemente, os estudantes A1 e A5 participaram apenas quando deviam ler seus cartões, ou quando percebiam que estavam desviando da solução. Em alguns momentos foi preciso recordar as normas comportamentais para que todos se concentrassem na atividade.

Ao ser questionada por A2 sobre o que é um palíndromo, a professora perguntou se já havia perguntado aos colegas. Como ninguém soube responder, a professora sugeriu que consultassem o dicionário. Enquanto a estudante A4 pesquisava A2 e A5 reviam as pistas e anotavam as informações no papel.

- “* É um palíndromo
- * e o 2º e 3º algarismo são diferentes
- * É primo e maior que 100
- * número inteiro e dividido por 1 e por ele mesmo
- * não é divisível por 3, e é menor que 500
- * é ímpar e diferença entre o maior e menor algarismo é 5.”

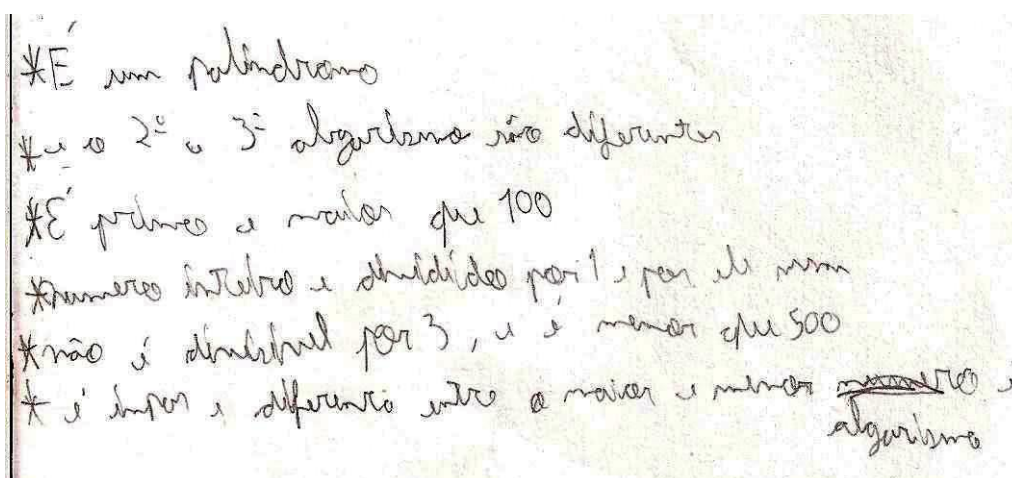


Figura 8. Anotações do estudante A5, a respeito do terceiro problema, na folha de rascunho.

Como o dicionário não continha a palavra palíndromo, novamente a professora questionou os alunos sobre o significado da palavra, perguntou se tal informação fazia falta na resolução do problema, o que os deixou em dúvida. A2 sugeriu rever todas as pistas, e então concluíram que o fato de ser um número palíndromo era informação essencial na resolução.

O estudante A2 pediu à professora o *Quadro de Cem*, mas pensando no pouco tempo restante de aula, decidiu explicar que o quadro não ajudaria, pois pertencia a outra família de problemas. Era nítida a expressão de desapontamento do estudante, já que lembrou-se do quadro quase que como uma salvação.

Momentos depois, A3 afirmou: “O número 101 é primo”.

Percebendo que o estudante parecia saber o conceito de palíndromo, a professora afirmou: “101 é um palíndromo”. Imediatamente o estudante respondeu: “Eu sei. Eu sei o que é palíndromo”.

Os demais ficaram intrigados para ouvir a explicação do amigo.

A3 – Professora, eu sei o que é, mas não sei explicar.

P – Por que 101 é palíndromo?

A3 – Porque o primeiro e o último número é igual.

Reiniciaram, então, nova discussão sobre a solução do problema; alguém sugeria um palíndromo e os demais contestavam com as pistas. Os cartões já estavam espalhados pela mesa, e cada um podia ler as pistas dos colegas; a professora pediu que cada um recolhesse a sua pista para organizar as informações.

O estudante A5 experimentou alguns palíndromos pelo método de tentativa e erro, mas mantendo o segundo algarismo igual a zero. Quando as opções se acabaram, chamaram a professora porque não sabiam chegar a uma solução. Depois que A2 leu a terceira pista, a professora apontou:

P – Observem: a diferença entre o maior e o menor algarismo é cinco!

A3 – E a soma dos algarismos é 14. por isso eu falei 707.

A5 – E eu ia falar 505.

A3 – Mas é menor que 500...

Depois de alguns minutos de releitura A3 levantou a seguinte pergunta:

A3 – Professora, número primo só pode ser ímpar? Não existe primo par?

P – Todo número par, sem contar o 2, ele é também divisível por...

A3 – Dois.

P – Então 2 é o único primo par.

Entusiasmado, o estudante chamou a atenção dos colegas para explicar: “Então pensa: é um número primo; pode ser 101, 303.”

Ao tentarem conferir as duas possibilidades com as pistas, perceberam que nenhuma delas era solução do problema. Sem saber o que fazer, chamaram a professora.

P – O que é palíndromo?

A3 – O primeiro e o último são iguais.

P – Fala alguma coisa sobre o algarismo do meio?

A4 – Não.

P – Então pode ser qualquer coisa.

A3 – Então pode ser: zero, um e zero?

Os colegas olharam quase que assombrados. A1 lembrou que o número tinha que ser maior que cem.

P – O algarismo do meio pode ser que número?

A3 – Do um ao nove.

P – Do zero ao nove! Então vocês precisam tomar cuidado porque estão limitando o algarismo do meio.

Depois de muitas discussões sobre as possíveis soluções, cada um com uma resposta diferente obtida pelo método de tentativa e erro, concordaram que 383 – obtido por A5 - era a resposta procurada. A1, A3 e A5 verificaram que o número era primo efetuando divisões na calculadora. A solução escrita por A4 na folha de resposta foi sucinta: “383. Conversamos e chegamos ao resultado”. A brevidade na escrita demonstra uma possível dificuldade em descrever os passos seguidos para se chegar à solução, considerando-se que a discussão foi longa, repleta de informações, conceitos e propriedades.

Figura 9. Resolução do problema da família *Encontre o Número* na folha de resposta.

Quando o grupo deparou-se com a pergunta ‘O que você aprendeu com esta atividade?’, a primeira e imediata resposta foi palíndromo. Depois, cada um sugeriu, como brincadeira, outras respostas como: usar feijões de um modo diferente, ou usar primos, ou ainda a tabuada. A estudante A4, que preenchia a folha de respostas, desconsiderou as ‘brincadeiras’ dos garotos e respondeu apenas: “Aprendemos o que é palíndromo.”

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

Figura 10. Comentário dos estudantes sobre a importância do problema da família *Encontre o Número*.

Enquanto escrevia, os demais membros do grupo começaram a duvidar da solução encontrada. A3 encerrou o assunto conferindo o número com as pistas.

Na avaliação da aula cooperativa, todos os estudantes contaram que gostaram da atividade. A2 achou os números difíceis, mas quando os demais disseram

que números fáceis iam tornar a atividade chata, ele concordou. O estudante A5 contou que achou a atividade fácil, mas também interessante. Esta afirmação mostrou que, sob o aspecto da motivação, a atividade cooperativa cumpriu seu papel, pois o estudante A5 sempre mostrou-se apático e desinteressado nas aulas de matemática, deixando de realizar as atividades de sala de aula e de tarefa de casa. Já a estudante A4 achou que poderia ter participado mais opinando durante as atividades. A única informação dos cartões que os estudantes disseram não conhecer era a definição de palíndromo.

A resolução das atividades cooperativas tomou um tempo muito maior do que o planejado. Por esta razão, os problemas da família *Figuras de Números* não foram abordados nesta aula. Isto não significa que a aula não tenha sido produtiva; ao contrário, as discussões acerca de conceitos e propriedades dos números superaram, e muito, as expectativas da professora. Tais discussões trouxeram uma incomensurável familiaridade e um nível de compreensão dos temas abordados.

3.2.2 *Análise da Aula 2 – 9º ano*

A segunda aula cooperativa no 9º ano ocorreu no dia 14 de setembro de 2011, ocupando duas aulas, num total de 90 minutos. Nesta aula abordou-se problemas de trigonometria, como o cálculo das medidas dos lados de triângulos retângulos por meio das relações trigonométricas seno, cosseno e tangente. Este tema foi abordado em duas aulas anteriores, seguindo as definições do livro didático de Imenes e Lellis (2006) e trabalhando a resolução de exercícios. Entretanto, era visível a dificuldade na compreensão das propriedades dos triângulos e as suas relações com as fórmulas do seno, do cosseno e da tangente por parte de alguns estudantes. Em especial, os estudantes A1 e A5 apresentaram grandes dificuldades em distinguir medidas de comprimento e medidas de ângulos.

A professora decidiu, então, reescrever os problemas do livro didático na forma de pistas. Desse modo, seria possível analisar as formas de resolução adotadas pelos estudantes no trabalho em grupo cooperativo, bem como compará-las com as resoluções dos exercícios do livro didático.

Os problemas de trigonometria elaborados envolvem conceitos como ângulos, triângulos retângulos, lógica, processo de eliminação e operações algébricas.

Termos como maior que, menor que, lado, cateto, hipotenusa, ângulo, ângulo reto são essenciais para compreensão, análise e resolução destes problemas cooperativos.

Os materiais de apoio disponibilizados para esta aula foram papel, lápis, régua, transferidor, compasso, canudo, feijões e uma tabela trigonométrica. O objetivo desta atividade é encontrar um número (ou dois) que represente(m) a(s) medida(s) do(o) lado(s) do triângulo retângulo. Os estudantes podem construir as figuras com o uso de papel, régua e transferidor. Os feijões servem para marcar os pontos de referência do rio. A tabela trigonométrica é necessária para o cálculo das medidas dos lados do triângulo retângulo com base no seno, cosseno e tangente dos ângulos internos. No problema de medir a largura do rio, os estudantes podem utilizar um transferidor e um canudo de refresco para construir uma mira e utilizá-la na compreensão da medição de ângulos. O livro didático utilizado em sala de aula explica como construir uma mira para medir ângulos utilizando o transferidor e o canudo. Para confeccioná-la, basta fixar uma ponta do canudo no centro do compasso, deixando a outra extremidade livre para girar entre os valores do compasso. Esta mira já foi construída e utilizada pelos estudantes quando, no 8º ano, estudaram o Teorema de Pitágoras. Entretanto, pode-se acrescentar um cartão ao jogo, contendo as instruções da construção da mira. Este objeto não é essencial para a resolução do problema, mas facilita a compreensão.

Os estudantes tradicionalmente têm mais dificuldade com problemas de palavras do que com problemas de técnicas tradicionais (ERICKSON, 1989). Alguns dos problemas desta família envolvem apenas a construção do triângulo e o cálculo da medida do lado; já outros são problemas que envolvem a representação de uma situação concreta em linguagem matemática – são problemas de abstração. Aprender técnicas sem um contexto – totalmente separado, tanto das situações quanto do significado dos números – pode fazer com que os estudantes adquiram o domínio da técnica, mas sem a habilidade de abstrair.

Os problemas desta família são específicos para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, mas podem ser aplicados também no Ensino Médio. Nesta família de problemas:

- As questões são objetivas: está claro qual é o objetivo do grupo em cada problema: encontrar a medida de um ou dois lados do triângulo retângulo.
- Cada problema tem uma única solução.
- Cada problema faz bom uso de materiais concretos.

Em cada problema foram elaboradas cinco pistas, considerando-se que cada estudante deveria receber um cartão de pista contendo uma informação essencial à resolução do problema. O sexto cartão ficou em branco, de modo que os estudantes pudessem criar uma nova pista.

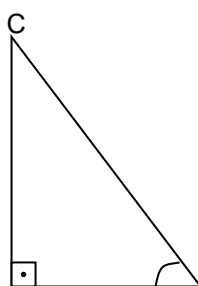
Os estudantes organizaram suas carteiras, formando uma única mesa. A professora colocou os materiais de apoio sobre outra mesa e iniciou as orientações para a atividade. Relembrou a metodologia da atividade cooperativa, o papel do assistente na organização dos materiais e as normas comportamentais. Devido à confusão de pistas criada na aula cooperativa anterior, quando os estudantes passaram a compartilhar seus cartões de pistas com os colegas, a professora ressaltou a importância de que cada estudante estivesse atento apenas ao seu cartão, sem ler os demais.

O estudante A3 se ofereceu para ser assistente com o consentimento dos colegas, mas logo começaram a discutir quando perceberam que o amigo brincava com os envelopes das pistas. Para amenizar a situação, a professora determinou que em cada aula cooperativa um estudante diferente seria o assistente.

O primeiro problema abordado aparece no livro didático da seguinte forma:

“Faça o que se pede:

- Meça os lados do triângulo retângulo ABC e calcule $\sin 53^\circ$, $\cos 53^\circ$ e $\operatorname{tg} 53^\circ$.
- Qual é a medida do ângulo \hat{C} ?
- Quais são os valores de $\sin \hat{C}$, $\cos \hat{C}$ e $\operatorname{tg} \hat{C}$?” (IMENES E LELLIS, 2006, p. 167)



Este exercício foi reescrito na forma de pistas, como mostra a Figura 11.

A estudante A4 recebeu o cartão em branco, e a professora pediu que A3 o recolhesse de volta ao envelope e entregasse à colega outro cartão. Como ninguém questionou a função do cartão sem pista, a professora se absteve de explicar.

O estudante A2 iniciou a leitura da sua pista, a quarta do problema, que informa que um dos ângulos é reto. A3 prontamente escreveu a informação na folha de

papel. Depois, A4 leu seu cartão; alguns minutos se passaram até que A5 decidiu ler sua pista, a primeira do problema.

Quando o estudante A2 viu o desenho de um triângulo equilátero na folha de rascunho de A3, imediatamente avisou: “É retângulo, não quer dizer que é equilátero. Triângulo retângulo não tem que ter todos os lados iguais.”

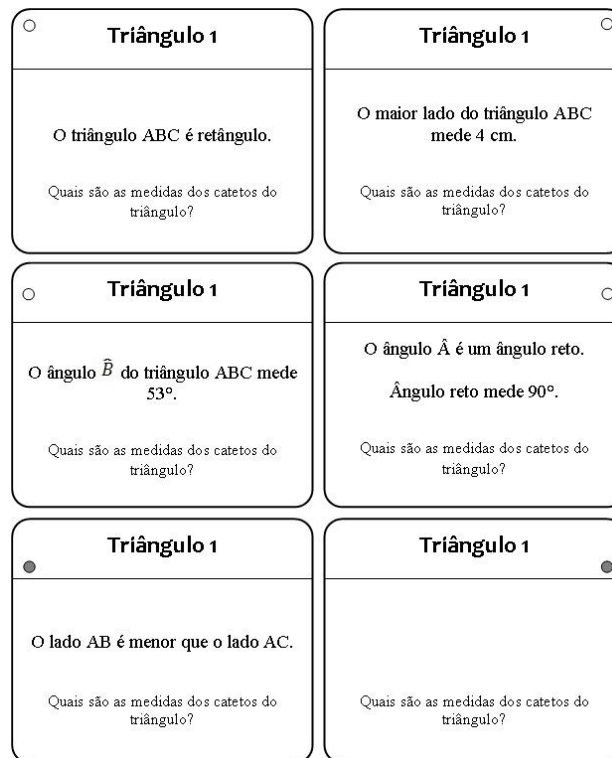


Figura 11. Cartões de pistas do primeiro problema de trigonometria.

Não tendo certeza do que acabava de afirmar aos membros do grupo, A2 decidiu perguntar à professora, mas lembrou-se da regra da atividade: ‘Peça ajuda se você precisar: do grupo primeiro e do professor por último’. Decidiu, então, perguntar aos colegas, mas ninguém soube responder. Resolveram todos chamar a professora:

A3 – Triângulo retângulo tem todos os lados iguais?
 P – Boa pergunta!

A professora sugeriu que pesquisassem sobre o assunto. Resolveram todos pesquisar nos livros didáticos disponíveis na sala os conceitos de triângulo retângulo e triângulo equilátero. A2 leu cada uma das definições para os demais membros do grupo, porém a dúvida persistiu. Como em outros momentos das aulas, a professora notou a

dificuldade dos estudantes em interpretar textos e enunciados. O estudante A2 pareceu ter compreendido as definições, mas não conseguiu convencer os colegas.

Após alguns minutos de pausa para atender à coordenadora da escola, a professora retomou a aula perguntando: “Qual é a pergunta do problema?”

A estudante A4 repetiu a pergunta que haviam feito anteriormente à professora, indagando se um triângulo retângulo poderia ter todos os lados de mesma medida. A2 tentou explicar-lhe que não, e a professora respondeu com outra pergunta:

- P – O que é um triângulo retângulo?
 A2 – Que tem ângulo de noventa graus.
 P – Que tem um ângulo de 90° ? É isso?

Os estudantes concordaram com a afirmação da professora.

- P – O livro fala alguma coisa sobre os lados?
 A4 – Não.

A professora pediu a A3 que desenhasse um triângulo retângulo na folha de papel, diferente do triângulo retângulo isósceles que A5 havia desenhado. O estudante pensou um pouco, e desenhou outro triângulo com os catetos de medidas diferentes. A professora apontou a diferença entre os dois triângulos e, então, explicou que um triângulo retângulo poderia ser também escaleno.

- P – O que é um triângulo escaleno?
 A2 – Que tem os lados iguais?
 A4 – Não, que tem dois ângulos de 45° ?
 P – É um triângulo isósceles?

Ninguém respondeu. A professora continuou.

- P – É um triângulo equilátero?
 A2 – Tem todos os lados iguais!
 P – Isso mesmo! É um triângulo isósceles?
 A2 – Todos os ângulos iguais?

A professora percebeu que a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos não era clara aos estudantes, mesmo sabendo que este assunto já fora estudado em anos anteriores. Decidiu recordar com eles as classificações, fazendo perguntas que direcionassem o reconhecimento das figuras.

P - A gente classifica os triângulos quanto aos lados, certo? E também classifica de outro jeito diferente, quanto aos ângulos. Quanto aos lados, o triângulo pode ser equilátero, que vocês já responderam; ele pode ser isósceles, ele pode ser escaleno. Isso quanto aos lados. Quanto aos ângulos, um triângulo pode ser: retângulo, que é o triângulo que tem ângulo de ...?

A2 - Noventa graus.

P - Pode ser obtusângulo ou acutângulo, lembram disso?

A expressão nos rostos dos estudantes era de desconhecimento total, mas A3 alegou, depois de alguns instantes, que lembrava-se da aula do ano passado.

P - O triângulo retângulo tem ângulo de 90° . Acutângulo: o que é um ângulo agudo?

A3 - Menor que noventa graus.

P - Menor que noventa graus! Então o acutângulo é um triângulo que tem ângulos...

A3 - Menores que noventa graus.

P - E um ângulo obtuso?

A3 e A4 - Maior que noventa.

P - Maior que noventa! Então um triângulo obtusângulo tem ...

A3 - Um ângulo maior que noventa.

P - O triângulo do problema é retângulo, não é isso que está na pista?

A4 - É.

P - Tem alguma pista dizendo que ele é isósceles, ou equilátero, ou escaleno?

A2 - Não.

Os estudantes permaneceram sem saber o que fazer com as informações discutidas. Por isso, a professora indagou: “Por que essa informação é importante para resolver o exercício? Por que essa dúvida surgiu?”

Ninguém soube explicar. Neste ponto da aula, foi possível notar claramente que os tipos de triângulos, suas medidas e classificações continuavam nada claros nas mentes dos estudantes. A professora insistiu:

P - Por que vocês queriam saber isso?

A3 - É porque A4 falou que o maior lado tinha 4 centímetros, e se fosse todos os lados iguais, todos teriam 4 centímetros.

O estudante A2 interrompeu o debate solicitando da professora a tabela de razões trigonométricas. Como todos se voltaram ansiosos para a tabela, na tentativa de resolver o problema, a professora decidiu esperar para ver os resultados da nova discussão. Provavelmente a questão sobre triângulos retângulos e equiláteros voltaria à tona mais tarde. Além disso, a primeira aula cooperativa mostrou que a discussão prolongada acerca de um mesmo tema torna-se desinteressante aos estudantes.

O grupo recordou cada uma das pistas do problema e o estudante A2 sugeriu aos colegas que tomassem o caderno para relembrar as fórmulas de seno,

coosseno e tangente no triângulo retângulo. A3 havia memorizado as fórmulas e as ditou ao colega, mas os demais membros do grupo não se convenceram e pediram ajuda da professora.

A2 – Professora, você pode falar a fórmula do coosseno pra gente?

P – A3 acabou de falar as fórmulas pra vocês, não foi?

A4 – É, mas está certo?

A3 – Seno e coosseno é só dividir pela hipotenusa!

P – Do seno é...?

A3 – Cateto oposto pela hipotenusa.

P – Do coosseno é...?

A3 – Cateto adjacente.

Com o sinal de confirmação da professora, A3 não se conteve: “Tá vendo! Eu falei, eu falei!”

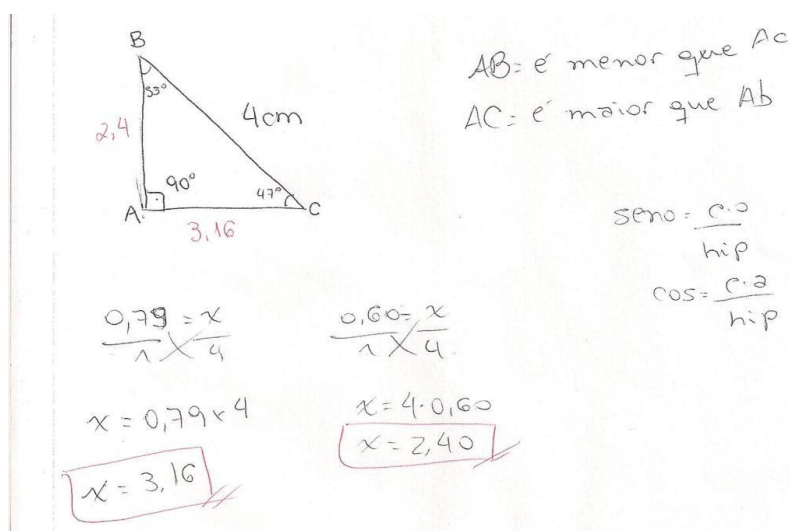


Figura 12. Resolução do primeiro problema de trigonometria obtida pelos estudantes.

Imediatamente o grupo resolveu os cálculos com o uso das fórmulas de seno e coosseno. Aproximando-se do grupo, a professora quis saber se haviam chegado a uma solução sem a informação das medidas dos lados, solicitada inicialmente. Todos afirmaram que sim. A professora decidiu deixar a problematização acerca dos triângulos retângulos e isósceles para o fechamento da aula, o que não foi conveniente porque os problemas cooperativos tomaram longo tempo, inviabilizando a discussão apropriada. Além do mais, para uma turma tão pequena, a discussão no momento da resolução do problema talvez produzisse resultados mais efetivos de aprendizagem. A solução apresentada pelo grupo está na Figura 12.

Apesar de toda a discussão acerca da classificação dos triângulos, o grupo considerou que esta atividade foi importante apenas para o convívio social da turma, em relação à necessidade de se ouvir e respeitar a opinião dos colegas, como mostra a Figura 13 que se segue. Possivelmente, a compreensão das relações entre as medidas dos ângulos e dos lados dos triângulos fosse maior se a professora insistisse na problematização do tema, sugerindo a pesquisa a respeito dos triângulos equiláteros em livros, ou levantando questões acerca das medidas dos ângulos do triângulo equilátero, ou ainda trabalhando a construção de triângulos diversos.

A dificuldade na compreensão destes conceitos ficou evidente quando os estudantes explicitaram o que foi aprendido com a atividade: apenas relacionado ao convívio social do grupo: “Aprendemos a respeitar a opinião do outro”.

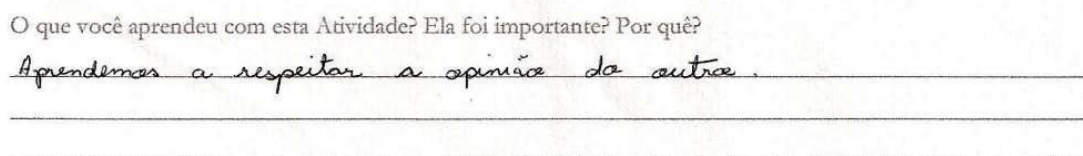


Figura 13. Opinião dos estudantes sobre a importância do primeiro problema de trigonometria.

O próximo problema cooperativo foi representado na forma de cartões de pistas (Figura 14), da seguinte maneira:

O assistente A3 pediu a cada membro do grupo para ler suas pistas, enquanto anotava as informações numa folha de papel. Como os colegas conversavam bastante, a professora interferiu pedindo que cada um lesse sua pista em voz alta. Enquanto liam as pistas, A3 tentava adequar o triângulo desenhado às informações que surgiam. Os colegas opinavam, buscando entender a posição dos vértices e dos ângulos. Por diversas vezes a professora precisou intervir, solicitando a atenção dos membros às perguntas dos colegas. Isso provavelmente ocorreu por que os estudantes notaram a semelhança entre o problema em questão e o problema anterior, e logo se desinteressaram. A2, A3 e A4 resolveram a segunda atividade praticamente sozinhos, aplicando as fórmulas e utilizando a tabela trigonométrica. A2 decidiu que seria o aluno responsável pela pesquisa na tabela e A4 assumiu o controle dos cartões de pistas, como mostra a foto da Figura 15.

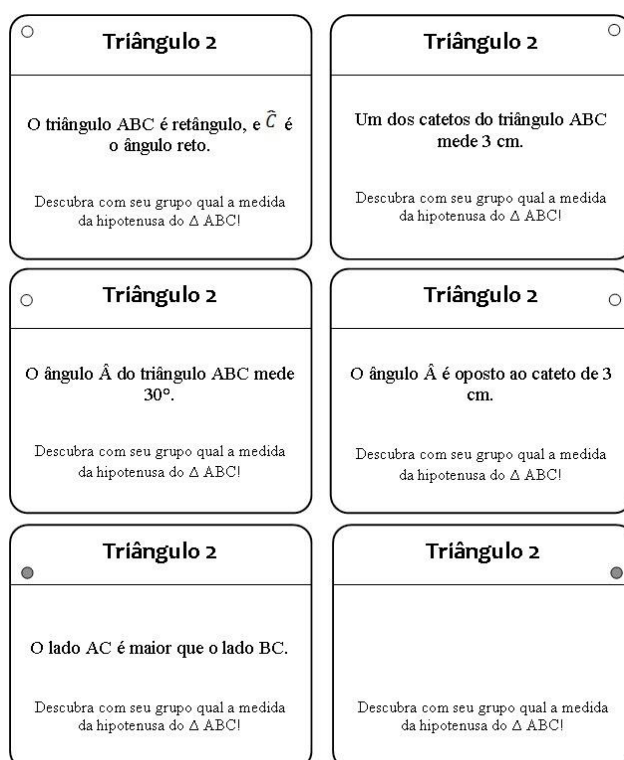


Figura 14. Cartões de pistas do segundo problema de trigonometria.



Figura 15. Organização dos cartões de pistas pelos estudantes.

Enquanto A2 e A3 calculavam a medida do cateto BC, sem se atentar para a pergunta do problema, A4 tentava determinar a medida da hipotenusa aplicando a fórmula do seno; porém, não sabia como resolver os cálculos, e perguntou a A3 se podia “fazer o produto em cruz”. O estudante A2 sugeriu que esperasse terminar o cálculo do cateto BC para então aplicar a fórmula de Pitágoras. Após algum tempo terminaram as operações e, antes de utilizar a fórmula de Pitágoras para a hipotenusa, A2 percebeu que o problema pedia apenas a medida da hipotenusa, ou seja, haviam feito cálculos desnecessários.

Diante da desatenção dos estudantes A1 e A5, a professora recordou as normas comportamentais da atividade cooperativa, em especial a importância de todos os membros do grupo participarem lendo, escrevendo, manipulando os materiais, opinando. Ressaltou a necessidade de todos colaborarem no preenchimento da folha de respostas, que estava por conta de A4. Neste momento, uma dúvida surgiu:

A3 – “A2, por que você dividiu 3 por 0,5 e deu 6?”

A2 – “Três dividido por meio dá seis!”

Os colegas não conseguiam compreender porque o resultado da divisão de um número natural por um decimal positivo menor que 1 daria um número maior que o dividendo. Imediatamente A4 tomou uma calculadora – disponível nos materiais de apoio – e A3 efetuou o cálculo. Surpreso, perguntou a A2:

A3 – “Por que é que dá seis?”

A – “Porque, divide uma coisa por meio: dá o dobro!”

A4 – “Nossa, como você é inteligente...”

A3 – “Tá brincando... não pode ser isso aí...”

A4 – “Não tá brincando, nada! Está certo!”

A professora sugeriu que A3 resolvesse a conta no papel para se certificar mas, um pouco constrangido, disse que havia entendido. Enquanto A4 escrevia a solução na folha de resposta, o colega conferia a conta novamente na calculadora. Observe na Figura 16 a resolução do segundo problema.

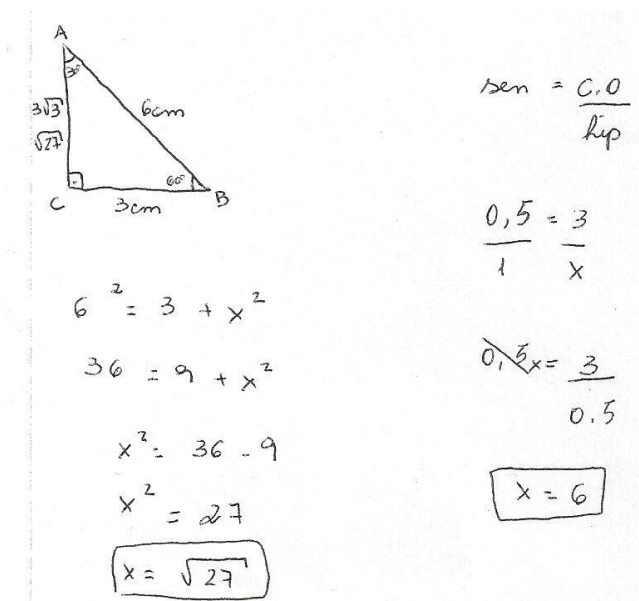


Figura 16. Resolução do segundo problema de trigonometria pelos estudantes.

A polêmica acerca do resultado da divisão foi tão interessante aos olhos dos estudantes que consideraram o maior aprendizado da atividade, como apontaram na folha de resposta: “Aprendemos que $3 \div 0,5$ dá 6, compartilhar conhecimentos”.

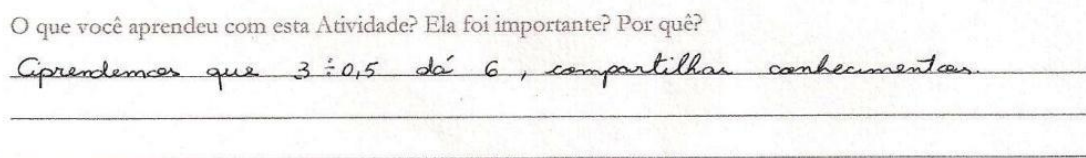


Figura 17. Opinião dos estudantes sobre a importância do segundo problema de trigonometria.

Enquanto a estudante A4 escrevia o aprendizado adquirido com a atividade, A2 brincava com o fato de a professora ter permitido que consultassem o livro e utilizassem a calculadora:

A2 – “Coloca aí: aprendemos que colar não é colar, é compartilhar conhecimento.”

Este comentário evidencia a cultura enraizada de que o uso de calculadora é algo prejudicial ao aprendizado. Diversos autores tem apontado o uso adequado da calculadora como um eficiente recurso na aprendizagem da matemática. Uma calculadora simples, capaz de realizar operações básicas e memorizar dados, pode ser utilizada quando se pretende levar o estudante a refletir sobre o problema, em lugar de preocupar-se com os extensos cálculos (FROTA, M. C. R. e BORGES, A., 2004, p. 5). Os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam os benefícios do uso de recursos como calculadores e computadores:

- “relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
- evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
- possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;
- permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo.” (PCN: Matemática, 1998, p. 43 – 44).

Iniciaram o terceiro problema distribuindo os cartões de pistas entre os membros do grupo, e prosseguiram com a leitura das pistas.

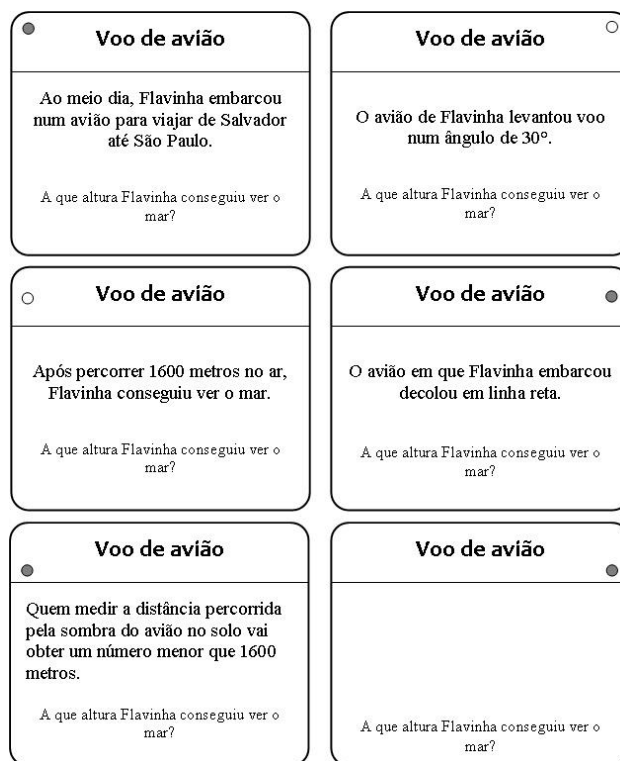


Figura 18. Cartões de pistas do terceiro problema de trigonometria.

Decidiram que cada um deveria ler sua pista logo no início, como no problema anterior, e A3 anotaria as informações indicadas. Tentaram representar o problema por meio de um desenho; entretanto, quando A4 leu a pista “O avião em que Flavinha embarcou decolou em linha reta”, A3 questionou:

A3 – “Como que decolou em linha reta? Ele não pode ter decolado em linha reta, porque fala que, a hora que ele decolou deu 30° em linha reta... seria... ah, não! Seria ângulo reto. Tá certo.”

Em algumas situações os estudantes confundem o movimento em linha reta com o movimento na horizontal; foi o que aconteceu com A3.

Tiveram certa dificuldade em transpor as informações dos cartões para o desenho, possivelmente porque não se atentaram aos detalhes das pistas. Ficaram por algum tempo discutindo como seria a representação do desenho, e a professora achou conveniente interferir:

P – “Que figura vocês conseguiram obter?”

A5 – “Triângulo.”

P – “Onde está o triângulo?”

O estudante A5 apontou uma figura que consistia de duas linhas horizontais: uma representando o solo e outra representando o caminho que o avião faria depois da decolagem. Um segmento de reta inclinado, unindo as duas retas horizontais, representava a decolagem do avião.

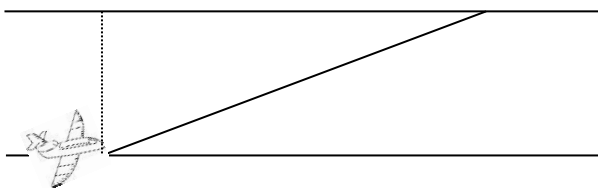


Figura 19. Primeiro esboço do segundo problema de trigonometria.

Analisando o desenho, a professora questionou: “Esta figura contém todas as pistas?”

Começaram, então a conferir apenas os valores das pistas, sem analisar a construção do desenho.

Como A3 desenvolvia a atividade quase sozinho, tentando descobrir onde se localizavam as medidas no desenho, a professora pediu que explicasse aos colegas o que estava fazendo. Imediatamente, A4 reclamou que não concordava com a resolução estabelecida pelo amigo porque não considerava a informação de que o voo partia ao meio dia. A2 disse que tal pista não faria diferença no desenho. A professora perdeu, neste momento, a oportunidade de verificar se a estudante estava visualizando outra forma de representação e/ou resolução do problema, simplesmente perguntando a ela por quê.

Resolveram reler as pistas, na tentativa de completar o desenho com as medidas indicadas. Surgiram dúvidas quanto à posição da hipotenusa no desenho e o seu valor, que medidas teriam os catetos, qual deles seria a medida da sombra, qual a medida procurada. Como sempre acontece nas aulas desta turma, as atividades são acompanhadas de uma quase constante conversa entre os estudantes, sobre os mais variados assuntos. No final da aula e com dificuldades para resolver o problema, a turma se dispersou num bate-papo, e foi preciso que a professora retomasse a atenção de todos.

A pista que tratava da medida da sombra era o maior problema para eles. O estudante A3 pediu que os colegas A1 e A5 ajudassem tentando construir uma figura diferente. Enquanto isso, A2 percebeu que a pista sobre o voo ao meio dia era importante porque garantia que a sombra projetada formaria o ângulo de 90° com o solo.

Quando A3 concluiu que a medida da sombra era -1600 , isto é, um número negativo, a professora investigou:

- P – “No seu desenho, explica pra mim o que é esta medida aqui.” (apontando para o segmento indicado por -1600 metros)
 A4 – “A distância que o avião percorreu até o mar.”
 P – “(...) Então ele saiu desse ponto... esse segmento é o solo, então?”
 A3 – “Esse aqui é o V_0 .”
 P – “Isso aqui é o solo?”
 A4 – “Não, é o quanto que ela percorreu pra conseguir ver o mar.”
 P – “De que ponto o avião partiu?”

A estudante A4 apontou o ponto da linha horizontal superior, acima do desenho do avião.

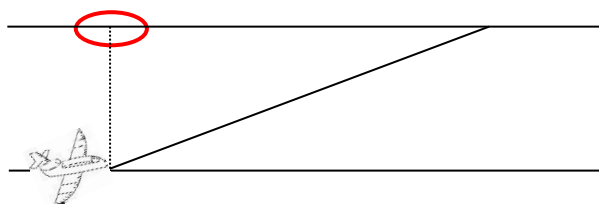


Figura 20. Indicação do ponto de partida do voo do avião.

A intenção da professora era levar os estudantes a perceberem as falhas na elaboração do desenho, mas sem dizer o quê, nem como.

- P – “Então o avião vai sair deste ponto e subir?”
 A4 – “Não...”
 A3 – “E a hora que ele subiu deu 30 graus.”
 P – “Então ele saiu daqui (do ponto em vermelho) ou daqui (do ponto onde está desenhado o avião)?”

Ninguém percebia que o caminho percorrido pelo avião era, na verdade, o segmento inclinado.

- A2: “Eu acho que eu entendi, espera aí.”
 P: “Explica o que você pensou.”

A2 pensou, rabiscou, mas não apresentou nenhuma ideia. Buscando a cooperação dos outros membros do grupo, a professora solicitou alguma sugestão de A5, mas ele manteve-se calado: “Quando começou a ler os cartões, sem olhar para o desenho de A3, você tinha pensado uma coisa diferente disso?” O estudante fez que não com a cabeça. Repetindo a pergunta a A1, a resposta foi a mesma; ele ainda tentou pensar em algo, leu algumas pistas, mas desistiu. A2 decidiu colocar algumas medidas no papel e utilizar a tangente de 60° para determinar a altura desejada. Observe na Figura 21 um esboço das medidas desenhadas.

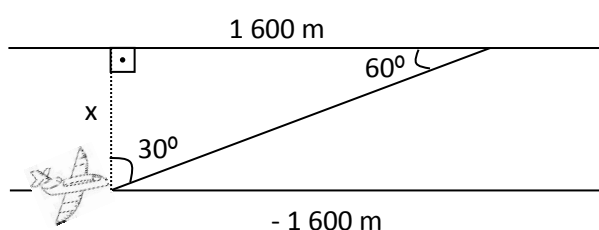


Figura 21. Indicações das medidas obtidas pelos estudantes nos dos cartões de pistas.

O resultado obtido foi 2768 metros.

A2 – “Acabei. Não sei se está certo, eu acho que está certo.”

A3 – “Falei, era bem alto... Não, não tá certo porque é menor que 1 600.”

A2 – “A sombra!”

A3 – “E o que é isso aqui?”

A2 – “Professora, tá certo?”

P – “Eu não sei, eu quero que os colegas vejam pra avaliar e dizer o que eles acham.”

Percebendo a dúvida dos demais, a professora prosseguiu.

P – “Todos os cartões tem a pergunta do problema, ou tem algum cartão que não tem?”

A4 – “Todos tem.”

P – “Qual é a pergunta do cartão?”

A estudante A4 leu a informação solicitada. Depois que todos observaram a resolução elaborada pelo colega, a professora perguntou o que acharam. A4 disse que não estava correto, A3 disse que estava e os outros dois colegas, A1 e A5, não opinaram. A professora insistiu: “Que medida é essa que vocês acharam? No triângulo, que medida é essa?”

Ninguém tinha certeza, nem mesmo A2. Neste momento, uma fala mais entusiasmada da professora, tentando reforçar a motivação e atuação de todos, fez com que o diálogo do grupo retomasse. A2 explicou com detalhes os cálculos, mas disse que não parecia estar correto.

P – “Por quê?”

A2 – “Porque é estranho você achar a altura do negócio com um triângulo, entende?”

A4 – “É igual aquele exercício do livro, que a gente usa o transferidor.”

A3 – “É, você não lembra?”

A2 – “Ah, então tá certo.”

Todos acreditaram que estava correto, já que não conseguiram outra forma de resolver o problema. A resposta final ficou assim.

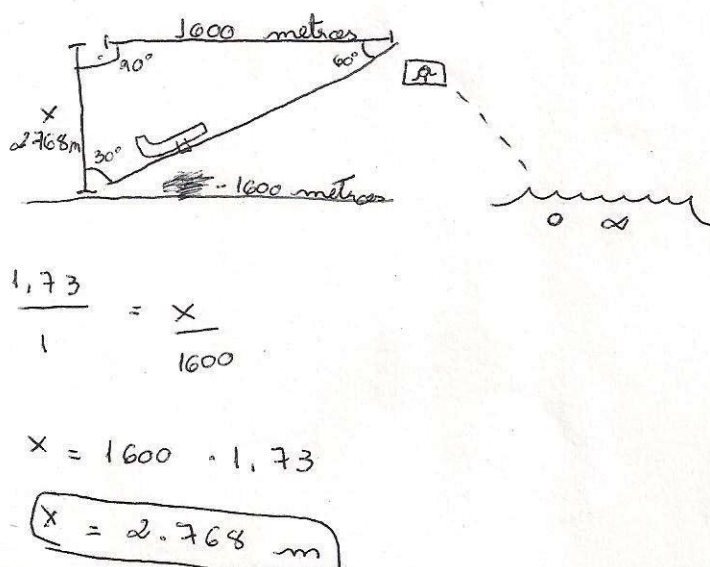


Figura 22. Resolução do terceiro problema de trigonometria pelos estudantes.

Terminada a resolução do problema na folha de respostas, a professora iniciou a discussão acerca do desenvolvimento da aula. Indagou, primeiramente, sobre o trabalho em grupo, e todos afirmaram ter sido bom. A professora pediu que comparassem com a primeira aula cooperativa, e então A1 disse que havia participado mais na primeira aula porque o assunto era mais fácil, e também porque ainda não tinha entendido muito bem a trigonometria. Questionado pela professora, A5 concordou que sua participação foi maior na aula anterior.

P – “Na aula de hoje, você acha que não participou muito por quê?”

A5 – “Porque eu ainda não estou bem...”

P – “Não está muito seguro na matéria?”

A5 – “É.”

A3 – “Professora, eu também não tava muito seguro, mas comecei fazer os negócio aqui... aí eu fiz os negócio de boa.”

Ao ser questionado, o estudante A2 disse que os problemas desta aula foram mais difíceis que os da aula anterior porque, nos anteriores bastava olhar para o *Quadro de Cem* e verificar os intervalos de valores para encontrar a solução. No geral, apenas A3 considerou que o grau de dificuldade dos problemas foi o mesmo nas duas aulas. Era de se esperar que os problemas de trigonometria fossem mais difíceis para os estudantes, já que os problemas da primeira aula foram selecionados por Erickson (1989, p. 16, 22 e 34) como problemas para principiantes, simples e fáceis para estimular o envolvimento dos participantes.

Em relação à contribuição, A3 afirmou ter contribuído efetivamente na resolução de todos os problemas. Os estudantes A1 e A5 mantiveram-se calados, e a professora insistiu:

P – “Vocês disseram que ainda tem dúvidas em relação à matéria, mas vocês acham que poderiam ter contribuído mais com o grupo, fazendo perguntas, por exemplo?”

A5 – “Sim.”

Na percepção da professora, assim como na maioria das aulas, os estudantes A2, A3 e A4 tomam a frente das atividades e, por conta disso, A1 e A5 acomodam-se.

A4 afirmou que ainda tem dúvidas sobre a trigonometria, por isso não contribuiu o quanto gostaria. Já o estudante A2 considerou que sua contribuição foi adequada.

A seguinte questão foi feita pela professora: “Depois de fazer esses exercícios vocês acharam que estão bem na matéria, ou que vocês ainda tem algumas dificuldades?”

A2, A3 e A4 responderam “mais ou menos”; A1 e A5 disseram que tem dificuldades.

Retomando as folhas de respostas e os cartões dos três problemas resolvidos nesta aula cooperativa, a professora quis saber quais pistas foram realmente utilizadas na resolução do problema. No primeiro deles, os estudantes disseram que as

pistas de números 2, 3 e 4 foram necessárias. A quinta pista foi utilizada apenas para confirmar. Os estudantes ficaram confusos ao avaliar a primeira pista, já que a pista de número 4 continha a mesma informação, mas concluíram que era desnecessária.

O estudante A5 quis saber o motivo de haver um cartão sem pista, apenas com a pergunta do problema. Aproveitando a oportunidade, a professora ressaltou: “Este cartão branco é pra acrescentar uma pista. Tem alguma pista que vocês acrescentariam nesta atividade?”

Na brincadeira, A3 respondeu:

A3 – “Tem. A resposta!”

P – “Sem ser a resposta?”

A2 – “Não, eu acho que não.”

A3 – “Poderia falar assim, que o ângulo tem 47 graus. Mas só pra conferir.”

Neste momento, a professora não percebeu o erro de cálculo cometido pelo estudante, quando diz que o outro ângulo do triângulo media 47° , e não 37° para que a soma resultasse em 90° .

Os estudantes queriam saber se a solução apresentada por eles estava correta. A professora, não querendo simplesmente dizer sim ou não, perguntou se todos haviam conferido a solução com as dicas. Aproximou-se da folha de respostas e pediu que explicassem os cálculos efetuados. Precisaram refazer as contas para saber onde fora aplicado seno e cosseno do ângulo de 53° .

Antes de verificar o segundo problema, a professora ponderou a necessidade de verificar se houve problemas com o vocabulário aplicado nos cartões de pistas.

P: “No primeiro exercício vocês me fizeram uma pergunta sobre o triângulo retângulo, lembram? De tudo aquilo que a gente conversou no primeiro exercício, tem alguma palavra que eu usei, ou que vocês leram nos cartões, que vocês não conheciam? E que vocês não se lembravam?”

Todos responderam que não. A professora insistiu.

P – “Todas as palavras usadas nos cartões são palavras conhecidas de vocês?”

A4 – “Tem aqueles nomes de triângulos...”

P – “Escaleno, isósceles, equilátero...”

A4 – “Não, isso eu sei!”

P – “Retângulo, obtusân...”

A4 – “É isso! Obtusângulo!”

Como a aula chegava ao final, a professora sugeriu que a turma verificasse estes conceitos no livro do 8º ano, na próxima aula.

Já no segundo problema, o estudante A3 concluiu (os demais apenas acompanhavam e concordavam ou discordavam) que todas as pistas foram importantes na resolução. Quanto ao cartão em branco, os estudantes acharam desnecessário acrescentar pistas. Possivelmente esta opinião deve-se ao fato de que o segundo problema era semelhante ao primeiro. A aula terminou e a professora continuou a verificação das soluções na aula seguinte, dois dias após.

Foram entregues aos estudantes apenas os cartões de pistas do segundo problema. A professora pediu que lessem as pistas e explicassem como o desenho deveria ser construído, para que ela o representasse na lousa. Alguns preferiram fazer um esboço no caderno antes de explicar o problema, pois não recordavam a solução definida na aula anterior. O estudante A3 logo se recordou de algumas ideias discutidas na resolução do problema:

A3 – “Ao meio dia, Flavinha embarcou num avião para viajar de Salvador até São Paulo. Essa é a pista que a gente achava que não precisava, mas que o A2 descobriu que era importante, por causa do sol.”

A2 – “É mesmo!”

P – “Tem alguma pista que vocês acham desnecessária para resolver o problema?”

Os estudantes A2 e A3 cogitaram a quarta pista, mas A3 mudou de ideia, afirmando que era importante saber que o avião não voava na vertical. A professora percebeu a falha na interpretação da pista e argumentou:

P – “O que vocês entendem por ‘voar em linha reta’?”

A3 – “Que o avião voa assim” (fazendo movimentos horizontais com a mão).

P – “O que é linha reta?”

A4 – “Que não é torta!”

P – “Isso! Uma linha reta pode estar na horizontal, mas também pode ser na vertical, inclinada (explicou fazendo desenhos na lousa). O que significa, então, falar que o avião voou em linha reta?”

Os estudantes pensaram brevemente e A2 concluiu: “Que ele não faz curva no ar”.

Foi neste momento que a professora se deu conta do motivo pelo qual os estudantes interpretaram incorretamente as pistas na aula anterior: o estudante A3 – responsável pela representação do problema com um desenho – entendeu que o avião já decolara voando na horizontal. A professora pediu que cada um lesse uma pista e explicasse como ela deveria representar a informação correspondente na lousa. Quando leram a quarta pista, a professora perguntou:

- P – “Como um avião decola?”
 A1 – “Levantando aos poucos. Inclinando.”
 P – “Como eu desenho isso?”
 A2 – “Com uma linha inclinada.”

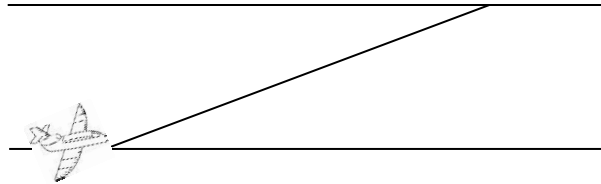


Figura 23. Esboço inicial do terceiro problema de trigonometria, feito pela professora na lousa.

Aproveitou-se a discussão para voltar à terceira pista, que indicava a distância de 1600 metros percorrida pelo avião no ar.

- P – “Qual foi o caminho que o avião fez? Por onde ele passou?”
 A2 – “Passou nessa linha que você fez por último, essa inclinada.”
 P – “Então esse é o caminho que o avião fez? É ele que mede 1600 m, certo?”

Todos concordaram. A última pista era sobre a sombra do avião, e a professora pediu que indicassem qual parte da figura representava a sombra. A3 indicou a linha horizontal de baixo.

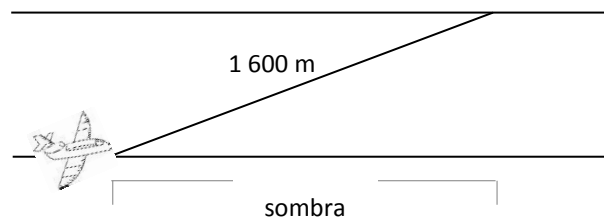


Figura 24. Complementação do esboço do terceiro problema de trigonometria, feito pela professora na lousa.

- P: “Falta uma informação nessa figura; qual é?”
 A3: “O ângulo. É 30 graus!”
 P: “Que ângulo é esse?”
 A2: “De quando o avião levantou voo.”
 P: “E de onde ele partiu? De que ponto?”
 A4: “Ali de baixo, onde tá o desenho.”

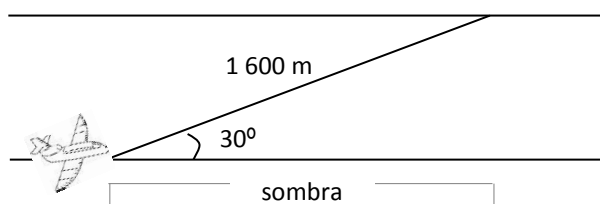


Figura 25. Determinação do ângulo de 30° no triângulo retângulo do esboço feito pela professora na lousa.

A partir do esboço na lousa, representado pela figura acima, a professora pediu que os estudantes que tentassem explicar como o problema deveria ser resolvido. Imediatamente A3 reclamou que faltava fechar o triângulo, e a professora quis saber como. Ele levantou-se até a lousa apontou o lado oposto ao ângulo de 30° . A partir daí, ninguém soube mais como prosseguir. Após alguns minutos, a professora decidiu recordar:

P – “Vocês lembram como esse problema foi resolvido na semana passada? Que materiais vocês usaram?”

A3 – “Calculadora.”

P – “Que mais?”

A2 – “Aquela tabela... a de seno, cosseno...”

P – “Pra que serviu aquela tabela? Como vocês usaram?”

Os estudantes ficaram confusos, tentando lembrar como haviam feito os cálculos na aula anterior. A professora achou por bem entregar a folha de respostas ao grupo e pedir que comparassem a solução dada por eles com a figura desenhada na lousa. A2, A3 e A4 se espantaram com as diferenças mas, observando as fórmulas descritas no papel, rapidamente souberam explicar como resolver o problema. A professora pediu que registrassem o problema e a resolução no caderno.

Nesta aula, a professora poderia ter aproveitado diversos momentos para levar os estudantes a uma reflexão mais profunda dos conceitos, como por exemplo, a construção de um retângulo contendo dois triângulos retângulos congruentes, a relação entre ângulos que são complementares, a possibilidade de se indicar a altura alcançada pelo avião em outros pontos da figura, além de retomar a discussão sobre os triângulos retângulos e os equiláteros, que ficou esquecida na aula anterior.

Foi possível perceber, nesta atividade, a dificuldade encontrada pela maioria dos estudantes na interpretação de textos, especialmente os que se referem a problemas matemáticos, na organização e representação das informações na forma de esquemas ou desenhos. Está fato está evidenciado na frase escrita pelos estudantes no questionário da folha de resposta do terceiro problema: “Interpretar o exercício e passá-lo para o papel”.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

Interpretar o exercício e passá-lo para o papel

Figura 26. Opinião dos estudantes sobre a importância do segundo problema de trigonometria.

Por outro lado, uma turma pequena como a do 9º ano, mesmo possuindo vantagens, também apresenta suas desvantagens, como a dificuldade de socialização com outros grupos, a dificuldade de organização nas aulas e a conversação intensa durante as atividades escolares.

3.2.3 Análise da Aula 3 – 9º ano

A terceira e última aula cooperativa do 9º ano ocorreu no dia 21 e setembro de 2011. Assim como ocorreu no 8º ano, a atividade cooperativa aconteceu nos 45 minutos da segunda aula de Matemática. Nos primeiros 45 minutos a professora desenvolveu atividades de revisão para a avaliação escrita, que aconteceria na aula seguinte. Nesta escola, as avaliações escritas são agendadas previamente pela direção, as provas são elaboradas pelos professores e passam por averiguação da coordenadora pedagógica.

Os problemas selecionados para esta aula cooperativa envolvem o conceito de função. Este tema seria abordado na aula seguinte, de acordo com o cronograma do livro texto. O intuito de se propor uma atividade cujos conceitos ainda não foram abordados em aula – com exercícios e problemas tradicionais - é de perceber como os alunos interpretam situações novas, novos termos e conceitos, como elaboram relações e percebem propriedades.

Dos três problemas escolhidos para esta aula, os dois primeiros constam da obra de Erickson (1989), e o último foi elaborado pela professora. Estes problemas estão apresentados nos anexos deste trabalho. A dificuldade na resolução do primeiro problema por parte dos estudantes, assim como o tempo reduzido para esta última aula, impediram que os demais fossem aplicados.

Nesta aula abordou-se problemas que envolvem conceitos como sequências de números, padrões de uma sequência, e álgebra para relacionar os números uns com os outros.

Os materiais de apoio necessários para esta aula são: materiais manipulativos, lápis e papel. Entretanto, adotou-se por parte da professora o critério de disponibilizar todos os materiais em mãos: calculadora, régua, compasso, transferidor, palitos, feijões, cubos coloridos e dados.

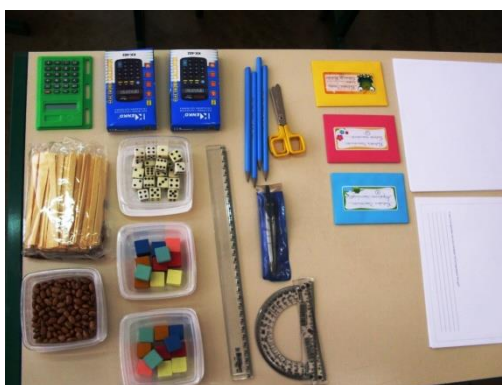


Figura 27. Materiais de apoio disponíveis nesta aula cooperativa.

Cada problema representa uma sequência de números, que deve ser determinada pelos estudantes. O objetivo é encontrar o próximo número da sequência. Algumas pistas relacionam os membros da sequência, como por exemplo: “A segunda pilha tem metade da terceira pilha”. Para resolver estes problemas é preciso considerá-los como problemas de álgebra, e então tentar descobrir o padrão baseado nos resultados. É claro que o método de tentativa e erro também é uma forma de resolução aceita. Erickson (1998, p. 40) aponta que, embora seja importante que os estudantes desenvolvam o pensamento analítico, aqueles com maiores dificuldades no aprendizado da matemática podem necessitar dessa fase de tentativa e erro para desenvolver algum senso sobre os números do problema. O professor pode, contudo, ensinar os alunos

“(…) a não seguir a esmo na tentativa e erro, mas antes tentar um número razoável primeiro, e então, quando trocar os números de teste, observar quais soluções estão ficando mais próximas ou mais distantes. Experimentar alguns

números ajuda todos os estudantes a sentir o problema. O método de tentativa e erro se estende até a solução e fornece uma estratégia de retorno viável se uma técnica de análise não funcionar.” (ERICKSON, 1998, p.40)

Estes problemas, constituídos de várias etapas, exigem que o grupo envolva várias ideias diferentes simultaneamente. Uma vez que os números da sequência estão estabelecidos, o grupo ainda tem que determinar a regra para encontrar o próximo termo da sequência. Problemas que envolvem sequências podem ajudar os estudantes a entender melhor o conceito de funções, tema central na matemática algébrica.

Os estudantes acomodaram suas mesas formando um único grupo. O estudante A1 foi escolhido pela turma para ser o assistente, responsável pela organização dos problemas e materiais de apoio. A professora recordou rapidamente as regras da atividade, especialmente em relação à distribuição e leitura dos cartões.

O primeiro problema foi o da família *Pilhas de Padrões*, formado pelos cartões da Figura 28. A primeira questão foi de A1, assim que observou o nome do problema: “O que são padrões?”

Embora tenha lembrado as regras e normas aos estudantes, a professora esqueceu-se da sua mais importante regra: não dar respostas! Imediatamente respondeu: “O que é um padrão? É algo que tem sequência. Compreenderam?”

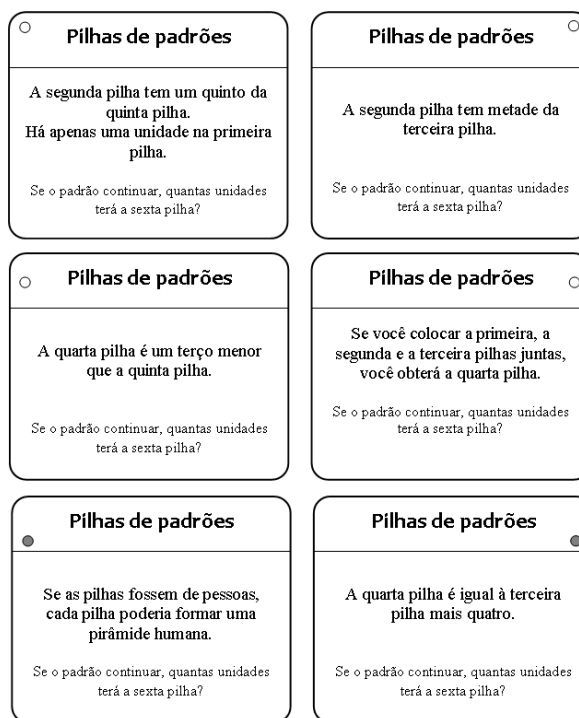


Figura 28. Cartões de pistas do problema da família *Pilhas de Padrões*.

Todos na turma sinalizaram positivamente. Depois de cada um ler seu cartão com os olhos, A4 leu seu cartão para a turma – o quarto cartão do conjunto - e imediatamente A2 demonstrou a sensação de ser um problema muito difícil. A3 respondeu ao colega que era preciso ler as pistas e anotá-las em papel. A4 começou a desenhar pilhas no papel e a professora lembrou-os dos materiais de apoio disponíveis na mesa ao lado. Retiraram um conjunto de dados e A2 começou a formar as pilhas.

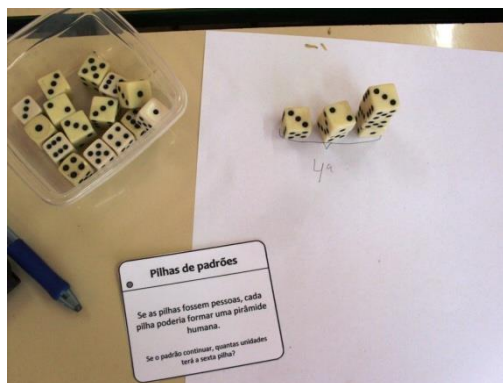


Figura 29. Estratégia inicial do estudante A2 para resolver o problema da família *Pilhas de Padrões*.

Como A4 tinha a intenção de resolver o problema desenhando em papel, não concordou com o uso dos cubos, expressando a seguinte frase: “Esses dadinhos só estão atrapalhando”.

Percebeu-se que A1 tentava resolver o problema sozinho, usando os dados, e a professora entrevistou, lembrando que todos devem trabalhar juntos na solução do problema, cada um apresentando suas ideias e sugestões, mas respeitando as opiniões dos demais.

A1 leu a quinta pista, que é opcional, e o grupo considerou a informação desnecessária. Como A3 não manifestava qualquer opinião, a professora questionou-o sobre o que pensava do exercício. Ele mostrou a folha com vários rascunhos na tentativa de encontrar a solução. Leu sua pista, a última, que é opcional. A4 tentou representar o problema desenhando grupos de quadrados, pediu que todos os membros lessem suas pistas para revisar as informações, mas o grupo não conseguia dar continuidade à resolução. Quando a professora notou que poderiam desistir do problema, ponderou lembrando:

P – “Quais são as formas que vocês têm de resolver exercícios? Como é que a gente consegue resolver um exercício?”

A4 – “Lendo”.

A3 – “Interpretação”.

P – “Fazendo cálculos. Alguns cálculos são com números, outros são algébricos.”

No início desta aula foi feita a correção da tarefa de casa, composta de vários exercícios sobre trigonometria. A professora aproveitou os cálculos na lousa para exemplificar cálculos numéricos e cálculos algébricos, e salientar a aplicabilidade dos cálculos algébricos. Além disso, propôs também a resolução por tentativa e erro como método de resolução de problemas.

P – “Vocês precisam agora adotar uma estratégia para resolver o problema. Querem tentar *no chute*? *No chute* vocês podem usar os cubinhos, podem usar os outros materiais. Pode fazer um cálculo algébrico relacionando as pilhas. Por exemplo, a primeira pilha tem x cubinhos, a segunda pilha é metade da primeira, e aí vocês vão construindo. Cada um pode tentar de um jeito diferente: por exemplo, o A1 pode tentar de forma algébrica, o A2 pode tentar indutivamente. O que é trabalhar de forma indutiva? É resolver na tentativa e erro, usando os cubinhos.”

O estudante A2 afirmava que o problema era muito difícil, e a professora perguntou:

P – “Vocês já leram todas as pistas?”

A2 – “Falta só a minha.”

A3 – “Tem mais uma aqui comigo”.

A professora considerou que era preciso direcioná-los na leitura dos cartões, e pediu que cada membro relesse seus cartões, acrescentando os dois últimos que faltavam. Depois de lerem o quinto cartão, perguntou a eles qual o formato de uma pirâmide e A3 iniciou a construção de uma pirâmide de dados. Rapidamente a estudante A4 desenhou uma pirâmide de quadrados no papel e mostrou à professora.

P – “Quantos cubinhos tem essa pirâmide?”

A4 – “Dez.”

P – “Ok. Agora, desenhe outra pirâmide menor que essa... Quantos cubinhos tem essa?”

A4 – “Seis.”

P – “Tem jeito de fazer uma menor?”

A4 – “Tem, dois e um.”

P – “Quantos cubinhos tem nessa?”

A4 – “Tem três.”

P – “E aí? Ajuda em alguma coisa?”

A4 – “Tá aumentando.”

Os demais membros do grupo observavam meio desatentos, e a professora recordou a primeira pergunta feita sobre o nome do problema: “O que é mesmo um padrão?”

Antes que alguém respondesse, a estudante A4 imediatamente afirmou que já havia solucionado o problema. Explicou seus desenhos à professora que, percebendo a desatenção dos demais, chamou-os a entender o padrão encontrado por A4.

P – “A colega A4 encontrou um padrão para o crescimento das pirâmides, pessoal! (...) A menor pirâmide que ela construiu contém 3 cubinhos, aumentando um cubinho na base, ela acrescentou mais 3 cubinhos na pirâmide, a próxima tem que acrescentar 4, a próxima tem que acrescentar 5, a próxima agora ela está deduzindo que precisa acrescentar 6.”

Em seguida, perguntou aos demais membros se esta ideia representava a solução do problema. Ninguém respondeu. Então a professora pediu que conferissem com as pistas. Todos começaram a ler suas pistas, mas elas não conferiam com as pilhas desenhadas. Então a professora sugeriu construir uma pirâmide menor que a de 3 cubinhos. A4 concluiu: “Só se for de 1 cubinho.”

A estudante A4 imediatamente percebeu que esta era a solução do problema.

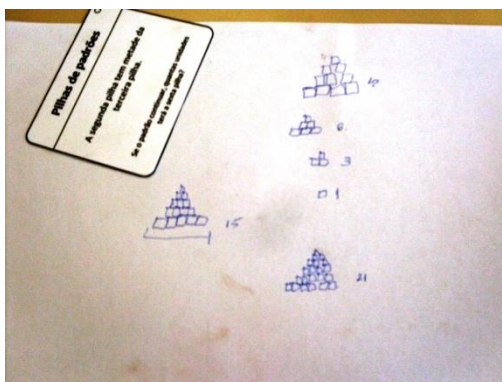


Figura 30. Estratégia da estudante A4 para resolver o problema da família *Pilhas de Pedrões*.

A sequência de pilhas desenhada por A4, constituída respectivamente por 1 cubo, 3 cubos, 6 cubos, 10 cubos, 15 cubos e 21 cubos foi considerada pelo grupo como resposta final do problema. A aula encerrou quando o grupo começava a conclusão do problema na folha de respostas.

Sob o ponto de vista da professora, esta atividade exigiu dos estudantes um maior nível de abstração, o que provavelmente dificultou a resolução do problema e conseqüentemente desmotivou os estudantes a perseverar na determinação da solução. Este fato era previsível, já que não estão habituados ao desenvolvimento de atividades investigativas, que estimulem a criação de ideias, a análise de dados e objetos e a elaboração de conjecturas.

3.2.4 *Análise da Aula 1 – 8º ano*

A primeira aula cooperativa do 8º ano foi a segunda desenvolvida na escola; a primeira ocorreu no 9º ano, no mesmo dia 02/9/2011, com a mesma duração de 90 minutos, isto é, numa aula dupla. O registro da professora na ficha de Controle de Observações em Aula foi mais preciso e detalhado nesta aula do 8º ano do que na primeira aula do 9º ano porque houve momentos de falha na gravação do áudio.

Assim como na primeira aula cooperativa do 9º ano, os problemas selecionados para a primeira aula do 8º ano envolviam uma matemática fácil, com ênfase nas habilidades sociais. O propósito era garantir que a primeira aula cooperativa fosse bem sucedida e, como consequência, motivasse os estudantes para prosseguir. O papel do professor neste primeiro momento seria apenas observar a ação cooperativa, verificando se todos participariam, se respeitariam as normas comportamentais.

Os problemas da primeira aula foram os mesmos aplicados no 9º ano, todos selecionados de Erickson (1989), com base na sua grade de tópicos (p. 180) e nas sugestões de problemas para iniciantes (p. 11). Foram escolhidos problemas das famílias *Caçada ao Quadro de Cem*, *Encontre o Número* e *Figuras de Números*, mas, devido ao tempo, somente problemas das duas primeiras famílias foram aplicados.

A intenção inicial era permitir que os próprios estudantes decidissem pela formação dos grupos; nas aulas seguintes eles se alternariam. A dificuldade para decidir em qual grupo o estudante B6 ficaria levou a professora a intervir e formar os grupos, que ficaram assim organizados:

- Grupo 1: Estudantes B1, B3, B5, B7 (B1 como assistente)
- Grupo 2: Estudantes B2, B4, B6, B8 (B2 como assistente)

A professora iniciou a atividade explicando o conteúdo dos envelopes de problemas e a forma como deveriam ser trabalhados, apresentou os materiais de apoio –

à disposição em uma mesa à parte – e leu calmamente as normas comportamentais afixadas no quadro negro, confirmando em seguida se houve a compreensão de todos.

Ao se solicitar um aluno assistente para cada grupo, as alunas B1 e B2 prontamente se ofereceram, sem opiniões em contrário. No momento indicado pela professora, as assistentes foram até a mesa, retiraram o envelope 1 da família *Quadro de Cem*, que corresponde ao problema “O número de Luizinho”, juntamente com o respectivo quadro e a folha de respostas. A professora distribuiu uma folha de rascunho para cada estudante. Nos envelopes constavam todos os cartões, inclusive os opcionais.

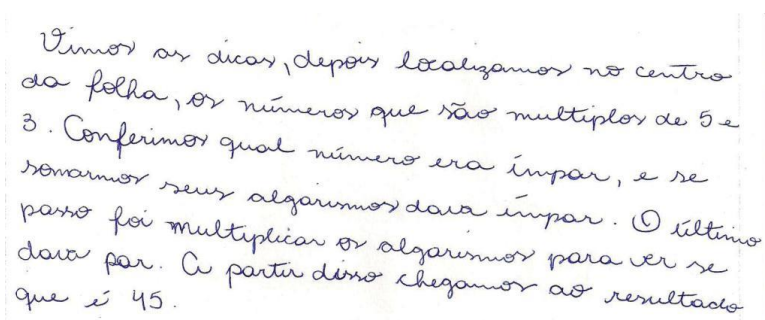


Figura 31. Cartões do Problema 1 da família *Quadro de Cem*.

A estudante B1 entregou um cartão para cada membro do Grupo 1, virado para baixo, pediu que cada um fizesse a leitura de sua pista apenas com os olhos e depois a explicasse aos demais, sem ler o cartão. Vendo que o estudante B7 teria dificuldades, B1 pediu à professora que deixasse outro colega explicar em seu lugar. A professora sugeriu que B7 apenas lesse o seu cartão em voz alta. De fato, estes foram os únicos momentos em que o estudante participou da atividade. Como nas outras aulas, ele saiu para o banheiro, voltou e permaneceu circulando pela sala.

O Grupo 1 não apresentou dificuldades para resolver os dois problemas da família *Quadro de Cem*. Utilizaram calculadoras e feijões já no primeiro problema. O estudante B3 prontamente anotou as pistas apresentadas por cada colega. Depois de resolvido o problema, a estudante B5 preencheu a folha de resposta, descrevendo as etapas seguidas pelo grupo até a obtenção da solução final.

“Vimos as dicas, depois localizamos no centro da folha, os números que são múltiplos de 5 e 3. Conferimos qual número era ímpar, e se somarmos seus algarismos dará ímpar. O último passo foi multiplicar os algarismos para ver se dava par. A partir disso chegamos ao resultado que é 45”.



Vimos as dicas, depois localizamos no centro da folha, os números que são múltiplos de 5 e 3. Conferimos qual número era ímpar, e se somarmos seus algarismos dava ímpar. O último passo foi multiplicar os algarismos para ver se dava par. A partir disso chegamos ao resultado que é 45.

Figura 32. Resolução do primeiro problema do *Quadro de Cem* pelo Grupo 1.

No Grupo 2 cada estudante leu seu cartão para os demais, um após o outro. Em seguida, a estudante B2 recolheu todos os 6 cartões e escreveu um resumo das informações na folha de rascunho. A professora entrevistou, lembrando que cada um deveria estar atento ao seu cartão, sem mostrar a ninguém.

O Grupo 2 apresentou dificuldades no entendimento do conceito de múltiplos até o momento em que B4 lembrou-se da relação com a tabuada. As dificuldades surgiram novamente quando tentaram combinar os múltiplos do 3 com os do 5. Depois de algum tempo de reflexão, o estudante A8 escreveu numa folha o número 15 – obtido pelo cálculo do mínimo múltiplo comum (m.m.c.) entre 3 e 5 – e logo abaixo os seus múltiplos: 30, 45, 60, 75, 90. Os estudantes B4 e B8 resolveram o primeiro problema do *Quadro de Cem* testando os valores descritos com as demais pistas, e B4 preencheu a folha de resposta.

“Jogo 1: 45

Fizemos o m.m.c. de 3 e 5 pois era o que falava nas dicas, selecionamos os resultados iguais e fizemos a multiplicação e adição até ver se o resultado batia com as dicas”.

jogo 1: 45
fizemos o m.m.c. de 3 e 5 pois era o que falava nas dicas, selecionamos os resultados iguais e fizemos a multiplicação e adição até ver se o resultado batia com as dicas.

Figura 33. Resolução do primeiro problema do Quadro de Cem pelo Grupo 2.

Ao final de cada problema, cada grupo deveria responder à pergunta proposta na folha de respostas: “O que você aprendeu com esta atividade? Ela foi importante? Por quê?” Neste momento, o Grupo 1 salientou as vantagens do trabalho em grupo como facilitador do aprendizado, já que todos contribuem, cooperam e apoiam os colegas no entendimento e na resolução de cada problema. Além disso, os estudantes perceberam claramente as dificuldades que tinham para se ajudarem num trabalho em grupo e para compreender as dúvidas um do outro:

“Que quando trabalhamos em grupo é bem mais fácil, do que sozinhos. Sim, porque aprendemos a trabalhar em grupo e compreender uns aos outros”.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

Que quando trabalhamos em grupo é bem mais fácil, do que sozinhos. Sim, porque aprendemos a trabalhar em grupo e compreender uns aos outros.

Figura 34. Comentário do Grupo 1 sobre o primeiro problema da família Quadro de Cem.

Já o Grupo 2 ressaltou apenas o aspecto cooperativo, do apoio que cada membro do grupo deve dar aos demais.

“É um jogo de raciocínio que precisa das dicas de todos para descobrir o resultado, foi importante para aprendermos a ajudar os outros”.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?
 É um tipo de raciocínio que prova
 das dicas de todos para dividir o
 resultado, foi importante para aprend-
 dremos a ajudar os outros.

Figura 35. Comentário do Grupo 1 sobre o primeiro problema da família *Quadro de Cem*.

No segundo problema do *Quadro de Cem*, os membros do Grupo 1 leram todas as pistas, uma de cada vez, e rapidamente decidiram iniciar a resolução marcando no quadro os números formados por dois algarismos pares. Em seguida, foram excluindo os múltiplos de 7 que não satisfaziam as demais pistas e logo encontraram a solução 84.

“Vimos que os dois algarismos são pares, e o número é múltiplo de 7. A diferença dos algarismos é maior que 3. Os dois algarismos são pares e maior que 10. O primeiro é maior que o segundo algarismo, então descobrimos que o número é 84”.

Vimos que os dois algarismos são pares, e o número é múltiplo de 7. A diferença dos algarismos é maior que 3. Os dois algarismos são pares e maior que 10. O primeiro é maior que o segundo algarismo, então descobrimos que o número é 84.

Figura 36. Resolução do segundo problema do *Quadro de Cem* pelo Grupo 1.

No caso do Grupo 2, a estudante B2 retirou feijões e a calculadora, como fez o Grupo 1 desde a primeira atividade, mas não conseguiram utilizar o material na resolução do problema. Depois de repetidas leituras dos cartões, enquanto tentavam organizar as pistas, a professora percebeu a dificuldade e aproximou-se do grupo questionando: “Vocês compreenderam todas as pistas deste problema? Tem alguma informação que vocês não entenderam?”

Os estudantes afirmaram que as pistas estavam claras e fáceis de serem compreendidas, e que a dificuldade consistia em organizá-las para descobrir como resolver o problema. A professora sugeriu que comesçassem pela ‘melhor pista’. É claro que esta sugestão é bastante subjetiva, já que cada grupo pode eleger uma ‘melhor pista’ diferente dos demais. O importante, neste caso, era que o grupo discutisse qual pista seria utilizada para determinar um primeiro conjunto de possíveis soluções. A estudante

B4 comentou: “A melhor pista é a que fala dos múltiplos, porque podemos achar o m.m.c.”.

A professora, então, solicitou que apontassem quais eram as pistas que falavam sobre os múltiplos e B4 apontou o terceiro cartão, que indica que o número procurado é múltiplo de 7.

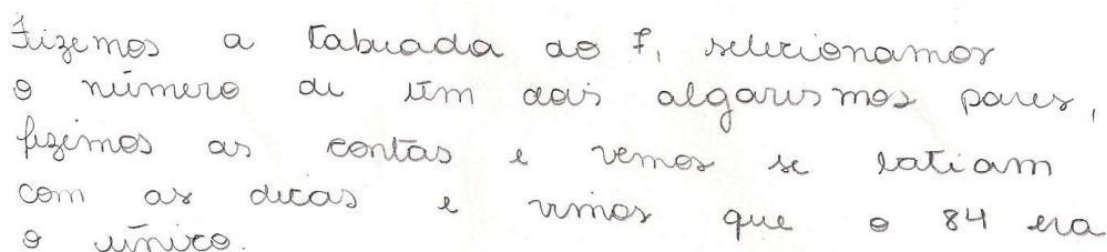
P – “Ótimo! E qual outra pista fala de múltiplo?”

B4 – “Nenhuma, só essa.”

P – “Como você pretende usar o m.m.c.?”

Os estudantes B4 e B8 pensaram, rabiscaram algumas contas, e concluíram que não havia mínimo múltiplo comum a ser determinado. Provavelmente a determinação do mínimo múltiplo comum entre 3 e 5 no primeiro problema os levou a induzir que a resolução do segundo problema seguiria o mesmo processo. A estudante B2 decidiu iniciar pela tabuada do 7: escreveu todos os múltiplos do 7 e depois excluiu aqueles que não acatavam as demais pistas. A solução apresentada pelo Grupo 2 na folha de resposta está descrita a seguir.

“Fizemos a tabuada do 7, selecionamos o número de tem dois algarismos pares, fizemos as contas e vemos se batiam com as dicas e vimos que o 84 era o único”.



Fizemos a tabuada do 7, selecionamos o número de tem dois algarismos pares, fizemos as contas e vemos se batiam com as dicas e vimos que o 84 era o único.

Figura 37. Resolução do segundo problema do *Quadro de Cem* pelo Grupo 2.

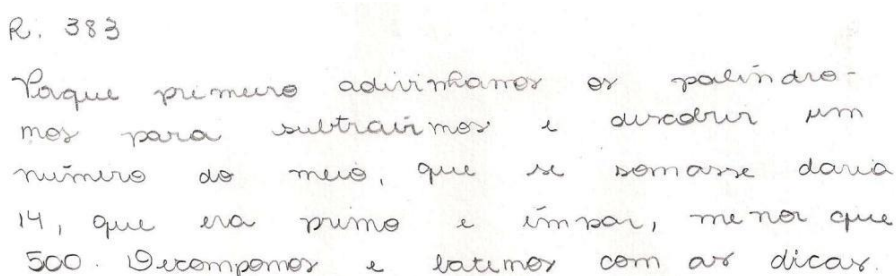
O estudante B6 permaneceu isolado durante quase toda a atividade: leu seu cartão para os demais, pegou sua própria calculadora e iniciou os cálculos, mas ficou à parte do grupo. Quando a folha de resposta já estava preenchida, se deu conta de que não havia participado da atividade.

O problema da família *Encontre o Número* tomou um pouco mais de tempo dos grupos. A pista sobre o número palíndromo foi um dos motivos do alongamento. No Grupo 2, a estudante B2 sabia o que era palíndromo, mas ficou receosa

de explicar aos colegas. Ao chamar a professora, foram questionados se alguém do grupo sabia o significado. B2 disse que conhecia palíndromos, mas não conseguia explicar. A professora pediu um exemplo, e foi atendida com 3 deles. Imediatamente os colegas compreenderam e continuaram a atividade. Nesta atividade, o estudante B6 se propôs a ouvir as pistas dos colegas e discuti-las com B8. Veja a seguir a resposta dada pelo grupo.

“R. 383

Porque primeiro adivinhamos os palíndromos para subtrairmos e descobrir um número do meio, que se somasse daria 14, que era primo e ímpar, menor que 500. Decompomos e batemos com as dicas”.



R. 383
 Porque primeiro adivinhamos os palíndromos para subtrairmos e descobrir um número do meio, que se somasse daria 14, que era primo e ímpar, menor que 500. Decompomos e batemos com as dicas.

Figura 38. Resolução do primeiro problema da família *Encontre o Número* pelo Grupo 2.

A mesma dúvida sobre os palíndromos surgiu no Grupo 1, e a professora pediu que procurassem no dicionário. Como a palavra palíndromo não constava no dicionário da classe, a professora questionou se a informação era realmente necessária para a solução do problema. Depois de reavaliar os cartões restantes, concluíram que precisavam da informação. A professora pediu que B2 (do Grupo 2) desse um exemplo de palíndromo aos colegas do Grupo 1, e foi prontamente atendida com a explicação: “É um número que, lido de trás para frente, é o mesmo que lido de frente para trás”.

Todos recordaram a definição. A discussão em torno das demais pistas durou longo tempo, mas sem que considerassem necessária a intervenção da professora. Todos levantavam hipóteses, discutiam conceitos e propriedades numéricas como a de números primos, pares e ímpares, múltiplos etc. A resposta do Grupo 1 para o terceiro problema da aula está descrito a seguir.

“Primeiro pegamos um número palíndromo em que a soma dos algarismos da 14. Depois verificamos se era menor que 500 e maior que 100”.

Primeiro pegamos um número palíndromo em que a soma dos algarismos deu 14. Depois verificamos se era menor que 500 e maior que 200. Depois fizemos o plano trabalho de ~~o~~ verificar se o número era primo e inteiro. Quando se concluiu verificamos se era ímpar e a diferença do maior para o ~~menor~~ ^{menor} é 5 e se o segundo e o terceiro número são diferentes. Com isso o resultado é 383

Figura 39. Resolução do primeiro problema da família *Encontre o Número* pelo Grupo 1.

A análise feita pelos grupos acerca do terceiro problema, da família *Encontre o Número*, está apresentada nas duas figuras a seguir. No Grupo 1, os estudantes consideraram que o terceiro problema abordou os mesmos conceitos e exigiu os mesmos conhecimentos. A falta de hábito em escrever e relatar discussões, mesmo que repetidas, fica evidente na escrita dos membros do grupo: “Nada de novidade”.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

Nada de novidade

Figura 40. Comentário do Grupo 1 sobre o primeiro problema da família *Encontre o Número*.

Os membros do Grupo 2 fizeram relato semelhante ao do Grupo 1, no sentido de não se preocupar em detalhar ideias e cálculos: “Fizemos as contas juntos, juntando dicas etc.”.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

Fizemos as contas juntos, juntando dicas, etc

Figura 41. Comentário do Grupo 2 sobre o primeiro problema da família *Encontre o Número*.

Terminadas as atividades, a professora iniciou a discussão com a classe. A primeira pergunta: “O que vocês acharam desta atividade?” foi respondida com expressões como ‘legal’, ‘da hora’, ‘gostamos’, ‘foi bom’.

“Houve alguma parte da atividade que vocês não gostaram?” foi respondido que sim apenas por B6, que disse não ter participado muito porque os colegas pensam mais rápido, logo não foi possível ajudá-los. A aula foi interrompida pela coordenadora para organização de uma viagem cultural, o que impossibilitou a

finalização da discussão. Na aula seguinte, então, os grupos foram refeitos e os jogos redistribuídos, um de cada vez. A professora solicitou que relessem os cartões para lembrarem o problema, mas o estudante B3 mostrou que a aula cooperativa foi marcante para a turma quando imediatamente respondeu: “Não precisamos ler, professora! Nós lembramos até da resposta!”

A primeira pergunta da professora foi sobre a existência de pistas repetidas ou desnecessárias à resolução do problema. A primeira e imediata resposta de todos foi não. Insistindo na pergunta, o estudante B3 ficou na dúvida da afirmação de ser múltiplo de 3 e de 5, mas logo confirmou a necessidade de todos.

A pergunta seguinte foi: “Tem algum cartão do jogo que é o mais importante? Ou dois, três?” O Grupo 1 afirmou que a pista mais importante é a que indica que o número está no centro do cartão, enquanto o Grupo 2 achou que o fato de ser múltiplo de 3 e de 5 são as pistas mais importantes.

Ao pedir que cada grupo explicasse a sua estratégia de solução, os estudantes leram a folha de respostas explicando quando cada pista foi utilizada. “Vocês usaram os feijões em algum problema?” foi respondido afirmativamente apenas pelo Grupo 1, que os utilizou para indicar as possíveis soluções. O Grupo 2 usou a calculadora para testar os números primos. Enquanto explicava para a professora como a calculadora foi utilizada, a estudante B4 mostrou certa confusão em relação aos conceitos de múltiplo e primo, pois falava de números primos apontando os cartões com pistas de múltiplos:

B4 – “Como a gente usou número primo, a gente tava tentando ver se era primo mesmo, sabe. Ia testando.”

P – “Ah, esse é do outro (jogo), do *Encontre o Número*, em que o número é primo. Nesse aí, ele é múltiplo de 3 e de 5; se ele é múltiplo de alguém, ele não pode ser primo, concorda?”

Neste momento, a estudante B4 esboçou expressão de entendimento, como se tivesse, naquele instante, compreendido a relação entre as definições.

Comparando os dois problemas do *Quadro de Cem*, o Grupo 1 achou o segundo problema mais difícil, ao contrário do Grupo 2. Os estudantes B3 e B1 do Grupo 1 afirmaram que as pistas “O número é divisível apenas por 1 e por ele mesmo” e “O número não é divisível por 3” são redundantes e, portanto, a segunda informação é desnecessária. A estudante B2 do grupo 2 alegou que a pista “O número não é ímpar” é desnecessária, já que outra pista informa que “Os dois algarismos do número são pares”.

As pistas mais importantes para o Grupo 1 são a primeira, a segunda e a quarta; B3 afirmou que estas três pistas eram suficientes para resolver o problema. Para o Grupo 2, as três primeiras pistas foram as mais importantes. O *Quadro de Cem* foi importante na resolução dos dois problemas para ambos os grupos, especialmente quando uma das pistas apontava que o número procurado estava no centro do quadro.

Ao serem questionados pela professora sobre o terceiro problema – o primeiro da família *Encontre o Número* - os estudantes imediatamente lembraram-se da resposta: 383. Todos o consideraram como o problema mais difícil porque o número procurado era maior, porque não sabiam o significado de palíndromo, e também pela dificuldade em determinar o algarismo da dezena.

Neste problema, os estudantes ficaram indecisos quanto à maior ou menor importância dos cartões. Nenhum deles descartaria qualquer uma das pistas, com exceção de B2, que considerou o quinto cartão desnecessário já que suas informações eram semelhantes às do segundo e do quarto cartões. A estudante B2 afirmou que a parte mais difícil na resolução deste problema foi determinar o algarismo do meio. Em sua fala fica clara a confusão entre os termos número e algarismo:

B2 – “O mais difícil foi, por exemplo, falava que o número era palíndromo. Como que um número é palíndromo? Um? Aí a gente teve que ficar testando. Depois que eu fui pensar, o primeiro e último são iguais, falta só o do meio.”

Em seguida, a colega B1 agradeceu os membros do Grupo 2 pela ajuda durante a resolução do problema, quando explicaram o significado do termo palíndromo.

Buscando levar os estudantes a uma avaliação mais detalhada das pistas, a professora insistiu na pergunta: “Pessoal, tem algum cartão aqui que vocês eliminariam?” A estudante B1 considerou importante o segundo cartão, que informa que o número é primo e maior que 100. A colega B5 lembrou-se do sexto cartão, que diz que o número possui apenas dois divisores (1 e ele próprio). Logo B1 concluiu que o sexto cartão era irrelevante, que sua informação constava no segundo cartão. O estudante B3 considerou que a pista referente ao palíndromo foi essencial.

Sobre o grau de dificuldade do problema, os estudantes afirmaram que o problema da família *Encontre o Número* foi mais fácil do que os anteriores. Já em relação à confiabilidade do resultado obtido, ambos os grupos afirmaram ter total certeza de que o resultado 383 estava correto.

De modo geral, os membros do Grupo 1 – com exceção de B7 – participaram positivamente das atividades cooperativas, explicando suas pistas, discutindo informações, conceitos e propriedades numéricas, além da elaboração das respostas finais escritas em cada folha de reposta.

3.2.5 *Análise da Aula 2 – 8º ano*

A segunda aula cooperativa no 8º ano ocorreu no dia 14 de setembro de 2011, ocupando duas aulas, num total de 90 minutos.

Nesta aula cooperativa o tema abordado foi probabilidade. Nas três últimas aulas anteriores este assunto foi desenvolvido, trabalhando-se conceitos e problemas do livro didático de Imenes e Lellis (2006). Diante das dificuldades apresentadas pelos estudantes neste tema, a professora considerou apropriado transformar os problemas do livro-texto em problemas cooperativos, reescritos na forma de cartões de pistas. Embora tais problemas já tivessem sido resolvidos pelos estudantes, o intuito era comparar o raciocínio e as estratégias de solução adotadas, assim como as possíveis dificuldades de resolução, quando se trabalha em um grupo cooperativo.

A resolução de tais problemas envolve conceitos como frações, proporção, porcentagem e probabilidade. O objetivo é encontrar um número que corresponde à única solução do problema. Este número representa a chance, em porcentagem, de ocorrer um determinado evento. Nestas atividades não há pistas adicionais; os cartões das pistas adicionais foram colocados em branco nos envelopes para que os estudantes pudessem, sob a orientação da professora, elaborar novas pistas para o problema. Não há a necessidade do uso de fórmulas para a resolução das atividades contidas nesta família.

Os materiais sugeridos pela professora para esta família de problemas são: papel e lápis, calculadora, dados de jogo e, nos problemas de sorteio, etiquetas numeradas em cada envelope.

A professora definiu os grupos buscando modificar a formação anterior. Assim ficou estabelecido:

- Grupo 1: Estudantes B1, B2, B7, B8
- Grupo 2: Estudantes B3, B4, B5, B6

Depois, pediu aos estudantes para decidirem quem seria o aluno-assistente – responsável pelos materiais de apoio e organização dos envelopes. No Grupo 1, a

estudante B1 se ofereceu e os demais membros do grupo concordaram. No Grupo 2, B3 e B5 decidiram no par ou ímpar; o estudante B3 venceu. A professora explicou as regras da atividade, salientando a importância de cada estudante atentar-se apenas ao seu cartão; leu as normas comportamentais, explicando a relevância de cada uma delas para o bom desenvolvimento da atividade.

Cada assistente foi até a mesa da professora para retirar os envelopes, as folhas de rascunho e os materiais de apoio. A estudante B1 não sabia ao certo quais materiais deveria pegar, e a professora orientou-a a iniciar a atividade apenas com os cartões; se fosse necessário algum material, ela poderia retirá-lo depois.

Dos problemas de probabilidade elaborados pela professora, dois foram abordados nesta aula. O primeiro deles apresenta-se no livro didático assim: “Dois dados não viciados são lançados. Qual é a chance de se obter 6 nos dois dados?”. A professora o reescreveu na forma de pistas, que estão descritas nos cartões da Figura 42.

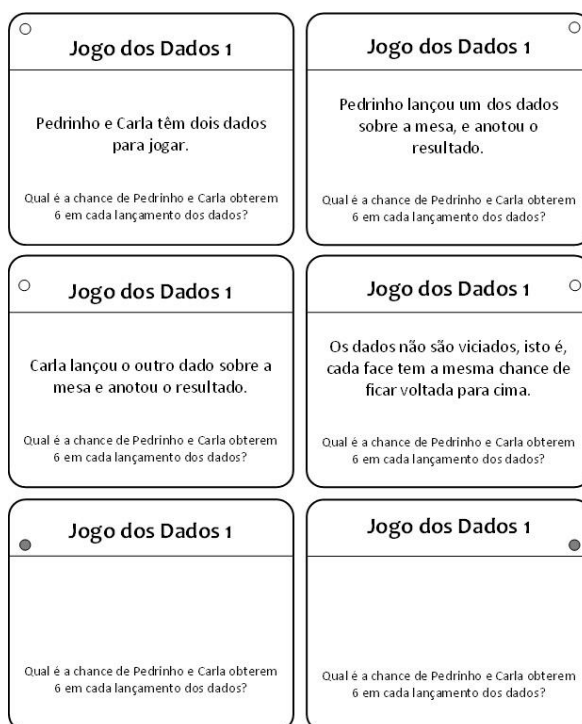


Figura 42. Primeiro problema de Probabilidade para o 8º ano.

Os membros do Grupo 1 leram seus cartões, mas não conseguiram desenvolver qualquer ideia a respeito do problema. Solicitaram o apoio da professora, que questionou: “O que o problema está pedindo? Qual é a pergunta do problema?”

A estudante B1 leu a pergunta no seu cartão:

- B1 – “Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?”
 P – “Como é que nós calculamos a chance de um evento acontecer?”
 B1 – “Não sei.”
 P – “Vocês se lembram que nós resolvemos na aula passada problemas parecidos com este? Como nós fizemos para resolvê-los?”
 B1 – “Não lembro.”
 P – “Vamos pensar. Se eu lançar dois dados, o que pode dar?”
 B2 – “Seis e seis.”
 P – “Mas também pode sair um e um, não pode? E o que mais?”
 B1 – “Um e dois, um e três...”
 P – “Quantos resultados diferentes podem sair, então?”

Os estudantes continuaram confusos. A professora sugeriu que escrevessem estas possibilidades no papel, com o intuito de organizar as ideias. Lembrou a representação de possibilidades em forma de árvore, como sugerido no livro didático. A estudante B1 rascunhou uma ideia inicial, como mostra a Figura 43.

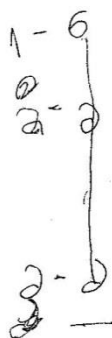


Figura 43. Representação dos possíveis resultados do lançamento de dois dados, pela estudante B1.

Percebendo que os estudantes não haviam compreendido o método de representação em árvore, perguntou a B8, que mantinha-se calado até o momento:

- P – “Você tem alguma sugestão para resolver este problema?”
 B8 – “Não, professora. Não tenho nem ideia.”

Perguntado se sabia fazer a representação em árvore, esboçou no papel, com certa dificuldade e com apoio da professora, uma pequena estrutura, apresentada na Figura 44.

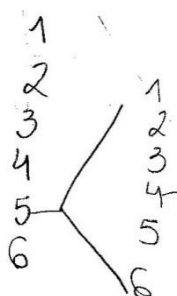


Figura 44. Representação dos possíveis resultados do lançamento de dois dados, pelo estudante B8.

Mostrando o desenho aos demais membros do grupo, a professora questionou o significado de cada coluna de números. B2 respondeu que cada coluna representava os resultados de um dado.

P – “O que significa esse ramo saindo do 5?”

B8 – “Que pode sair cinco e um, cinco e dois, cinco e três...”

P – “Bom, isso se no primeiro dado sair cinco. E se no primeiro dado sair um, podemos fazer o mesmo ramo, não podemos? E se no primeiro dado sair dois? Podemos fazer um ramo para cada número da primeira coluna, o que acham?”

A estudante B1 começou a contar de seis em seis, olhou para a professora e argumentou:

B1 – “São trinta e seis, não é professora?”

P – “Trinta e seis o quê?”

B1 – “Resultados diferentes!”

P – “Como você chegou nesse número?”

B1 – “Contando de seis em seis. Pra cada valor do primeiro dado tem seis diferentes pro segundo dado.”

P – “O que os colegas acham, está correto?”

Todos concordaram com a colega, mas não com tanta certeza como ela. Foram lembrados pela professora que a chance de um evento ocorrer é sempre dada em porcentagem, e novamente outra dúvida se apresentou ao grupo: como calcular a porcentagem.

Neste momento, o estudante B7 encontrava-se bastante inquieto e distraía os colegas de grupo. Pedia constantemente à professora para explicar o que deveria fazer. A professora elaborou rapidamente uma pequena lista de expressões numéricas para serem resolvidas e entregou a ele que, satisfeito, iniciou rapidamente a resolução.

Atividade -

① Resolva as operações:

a) $6 + 11 + 7 - 9 = 15$

b) $20 - 8 + 4 + 15 = 31$

c) $40 - 35 + 8 = 13$

d) $7 \times 4 = 28$

e) $5 \times 3 = 15$

f) $9 \times 6 = 54$

g) $4 \times 12 =$

Figura 45. Lista de expressões numéricas resolvidas pelo estudante B7.

Em alguns momentos, entretanto, o estudante B7 solicitou a ajuda do colega B8, fazendo com que sua irmã, a estudante B1, interferisse, pedindo a todos que o deixassem resolver sozinho. B7 é um garoto que cativa, com facilidade, a simpatia dos colegas. Por este motivo, todos querem ajudá-lo sempre, às vezes em excesso.

Depois de vários minutos refletindo sobre o cálculo da porcentagem, o Grupo 1 não chegou a um consenso e solicitou novamente a professora, perguntando se a fração obtida era a resposta procurada.

$$\frac{30}{100}$$

$$\frac{36}{100}$$

Figura 46. Tentativa de representar uma probabilidade na forma fracionária.

A professora, tentando não dar a resposta final, indagou: “São trinta e seis chances em um total de cem? Quantas vezes aparece seis e seis na árvore?”

Sem muita certeza, B2 responde corretamente que há apenas uma chance de aparecer seis e seis. Logo a professora responde: “Então há apenas uma chance de sair seis e seis! Num total de quantas possibilidades?”

Finalmente os estudantes perceberam que a fração que representa a solução do problema é $\frac{1}{36}$. A transformação da fração em porcentagem foi tranquila. Observe na figura a seguir a resposta dada pelo grupo na folha de respostas.

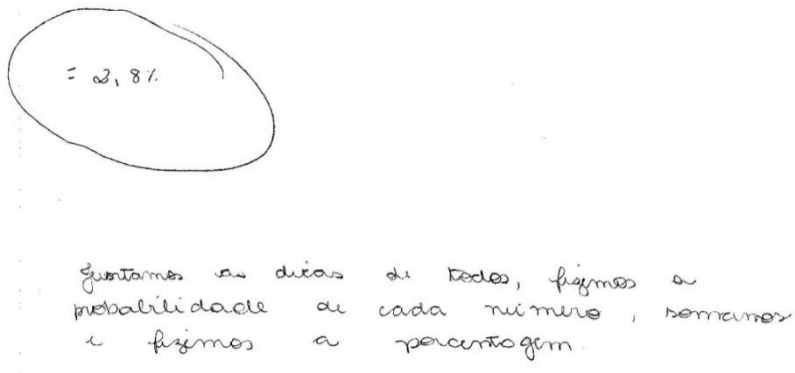


Figura 47. Solução do Grupo 2 para o Problema 1, apresentada na folha de respostas.

A justificativa apresentada para a solução aponta para o fato de que os estudantes não compreenderam com profundidade o método de resolução aplicado – a representação das possibilidades em forma de árvore.

Enquanto B1 escrevia a solução na folha de respostas, no Grupo 2, o estudante B3 escrevia os possíveis resultados para o lançamento de dois dados.

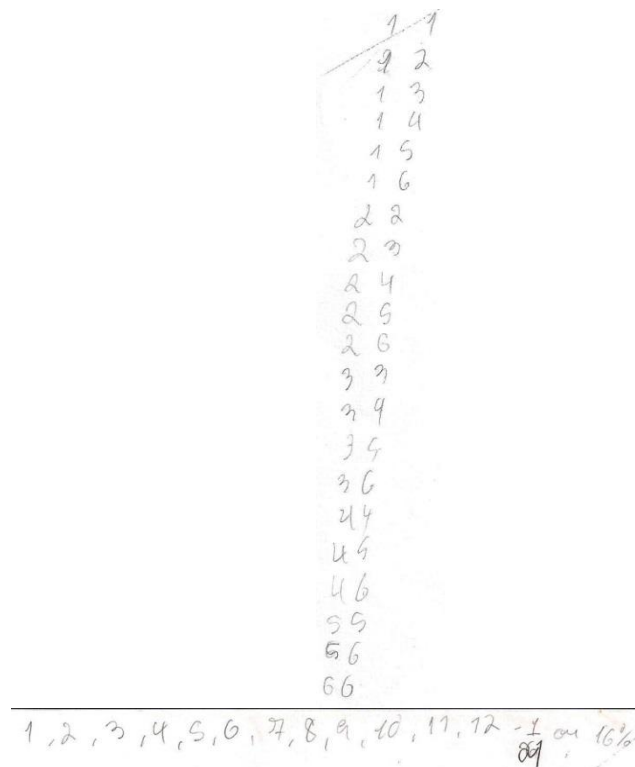


Figura 48. Representação dos possíveis resultados no lançamento de dois dados, pelo Grupo 2.

Escutando as orientações da professora para o Grupo 1, B3 percebeu que algo não estava correto em seus cálculos - havia apenas 21 possibilidades, como mostra a figura acima – e como os colegas não conseguiam ajudá-lo, chamou a professora.

B3 – “Professora, está faltando alguma coisa no nosso exercício!”
 P – “O quê é que falta?”
 B3 – “Só tem 21 respostas...”
 P – “E por que vocês acham que não são 21 respostas?”
 B3 – “Porque tem que dar 36, igual ao outro grupo. Era o que dava na aula passada”.

A professora observou a folha de rascunhos e indagou o significado dos pares de números escritos. O estudante B3 respondeu explicando que cada par de números representava os possíveis resultados no lançamento de dois dados. Tomando dois dados na mão, a professora explicou:

P – “Vou lançar estes dois dados. O que pode sair neste primeiro dado?”
 B3 – “Um, dois, três, quatro, cinco, seis.”
 P – “Vamos imaginar que a primeira coluna de números represente os resultados do primeiro dado, certo? Então a segunda coluna representa os resultados do segundo dado, ok? Que valores podem sair no segundo dado?”
 B3 – “A mesma coisa: um, dois, três, quatro, cinco, seis.”
 P – “Pode sair três no primeiro dado e um no segundo?”
 B4 – “Pode.”
 P – “Onde está esse resultado na sua lista?”

O estudante B3 apontou o par 1 e 3, e logo a professora explicou que aquele par indicava outra possibilidade: a de sair 1 no primeiro dado e 3 no segundo.

B3 – “Mas não é a mesma coisa?”
 P – “Lembra que nós separamos as colunas? A primeira coluna é do primeiro dado, certo? Precisa contar todas as possibilidades pra cada dado”.

B3 escreveu, com a ajuda de B4, as possibilidades que faltavam, totalizando as 36 possibilidades esperadas. A professora permaneceu ao lado do Grupo 2 para acompanhar o próximo passo do problema, o que não foi adequado já que os estudantes aproveitaram a oportunidade para se apoiarem nas suas sugestões.

B3 – “E agora, professora, o que tem que fazer?”
 P – “O que o problema está pedindo?”

Os estudantes leram a pergunta nos cartões de pistas: “Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?”. A professora lembrou-os de que as chances devem ser dadas sempre em porcentagem, e afastou-se do grupo. Pouco tempo depois B3 apresentou o resultado mostrado na Figura 49.

Handwritten calculation showing the division of 100 by 36. The result is written as 2,7% and circled. Below it, another calculation shows 280 minus 243 equals 360.

Figura 49. Cálculo da chance, em porcentagem, de se obter o número 6 em cada lançamento dos dois dados.

A professora questionou: “O que significa esta divisão no problema? São 100 chances de sair 6 e 6?”

Todos os membros do grupo se deram conta de que a divisão efetuada não correspondia à resposta do problema, mas não conseguiram construir a divisão correta. Diante do impasse dos estudantes, a professora interferiu:

P – “Quantos resultados diferentes no lançamento de dois dados vocês encontraram?”

B3 – “Trinta e seis?”

P – “Então, desses 36 resultados diferentes, em quantos aparece 6 e 6?”

B3 – “Só um!”

P – “Então existe uma chance de sair 6 e 6 num total de...”

B4 – “Trinta e seis.”

P – “Como fica a divisão, então?”

B4 – “Ah, vai ser 1 dividido por 36, não é?”

A estudante B4 rapidamente tomou a calculadora e efetuou a divisão. A solução apresentada pelo Grupo 2 foi:

“Escrevemos todas as possibilidades possíveis dos dados e verificamos quantas vezes o 6 e 6 saiu. De fração que é $\frac{1}{36}$ transformamos em porcentagem que dá 2,7%”.

Handwritten text from a student's answer sheet: “Escrevemos todas as possibilidades possíveis dos dados e verificamos quantas vezes o 6 e 6 saiu. De fração que é $\frac{1}{36}$ transformamos em porcentagem que dá 2,7%”.

Figura 50. Solução do Grupo 1 para o Problema 1, apresentada na folha de respostas.

Em relação às perguntas propostas em cada folha de resposta, o Grupo 1 afirmou que a atividade não acrescentou novas ideias ou conceitos, já que o assunto já havia sido abordado em outras aulas.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?
Nada de diferente das aulas

Figura 51. Comentário do Grupo 1 sobre o primeiro problema de probabilidade.

Já o Grupo 2 afirmou que a atividade possibilitou uma melhor compreensão do assunto quando respondeu: “A fazer possibilidades, sim foi, pois aprendemos melhor”.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?
A fazer possibilidades, sim foi, pois aprendemos melhor.

Figura 52. Comentário do Grupo 2 sobre o primeiro problema de probabilidade.

O estudante B3, assistente do Grupo 2, levantou-se para entregar a folha de respostas preenchida, entregou o envelope do primeiro problema e tomou o envelope seguinte, cujos cartões estão apresentados na Figura 53.

Resolvendo o segundo problema, a estudante B1, membro do Grupo 1, solicitou atenção da professora para explicar suas ideias. Os colegas do grupo não conseguiam dizer se estava correto e, por isso, não chegaram a uma conclusão. B1 explicou à professora:

B1 – “Vê se você concorda. Pode sair até 36 números na soma, 36 chances. A soma ou pode ser par ou ímpar, então são duas possibilidades: par ou ímpar. Então 28 pode ser par e 28 pode ser ímpar.”

P – “Mas 28 mais 28 não dá 36, dá?”

B1 – “Não...”

P – “Dessas 36 respostas possíveis, algumas delas a soma dá par, outras a soma dá ímpar. Certo?”

B1 – “Certo.”

P – “Se cinco somas derem par, obviamente trinta e uma tem que dar ímpar porque o total é 36. Certo?”

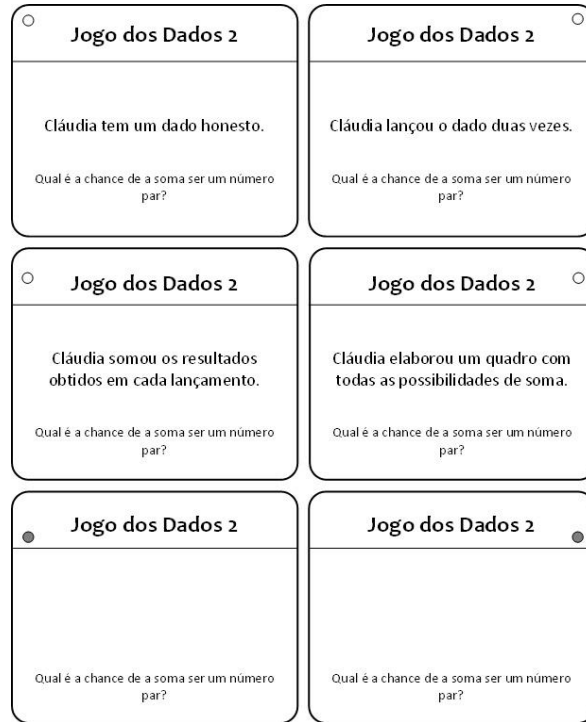


Figura 53. Segundo problema de Probabilidade para o 8º ano.

Todos os membros do grupo demonstraram dificuldades no entendimento da explicação e a professora sugeriu que relembassem o quadro de somas feito no livro, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1. Possíveis somas dos valores de dois dados lançados.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Observando o quadro, B1 imediatamente afirmou que a resposta era 18. A professora solicitou que justificasse tal resposta.

B1 – “Tem 36 chances, 36 possibilidades de sair. (...) Ou tem que ser par, ou é ímpar; então são duas possibilidades. A soma, uma parte tem que dar par, outra parte tem que dar ímpar. Então, 18 mais 18 vai dar 36. Dezoito números vão ser soma ímpar e outros 18 vão dar soma par.”

P – “Mas quem disse que é exatamente metade?”

B1 – “Na tabela é. Aqui!”

A estudante contou os termos pares e os termos ímpares para a professora. Os demais membros do grupo pareciam não entender a fala da colega, e a professora explicou a todos porque B1 usou o quadro para responder à pergunta feita. A resposta dada pelo grupo, escrita por B1, está apresentada na figura a seguir.

Usamos a tabela de soma, e a partir disso contamos as somas que davam par que são 18 números. Depois fizemos a porcentagem, o resultado que é 50%.

Figura 54. Solução do Grupo 1 para o Problema 2, apresentada na folha de respostas.

Percebendo que os membros do Grupo 2 se distraíam da atividade, a professora dirigiu-se a eles, indagando o andamento do problema. O grupo já iniciava o terceiro problema, mas a professora interrompeu para questionar a solução do problema número 2. Na folha de rascunhos, o estudante B3 apresentou o seguinte esquema de resolução:

1	1e1, 1e3, 1e5	2	3	4	5	6	7
2	2e2, 2e4, 2e6	8	9	10	11	12	
3	3e3, 3e5, 3e7						
4	4e2, 4e4, 4e6						
5	5e1, 5e3, 5e5						
6	6e2, 6e4, 6e6						

Figura 55. Esquema desenvolvido pelo Grupo 2 na resolução do segundo problema.

Todos os membros do grupo concordaram que a chance de se obter soma par no lançamento de dois dados é de 50%.

Professora: “Por que 50%?”

B3: “Porque metade das respostas vai dar par, e metade é 50%”.

A solução apresentada pelo Grupo 2 é sucinta: “Verificamos todas as possibilidades de soma dos dados e depois vimos quantos tinham o resultado par e deu 50% par de todos os resultados”.

Verificamos todas as possibilidades de soma dos dados e depois vimos quantos tinham o resultado par e deu 50% par de todos os resultados

Figura 56. Solução do Grupo 2 para o problema 2, apresentada na folha de resposta.

Novamente ao responder à pergunta proposta na folha de resposta, o Grupo 1 se absteve de discutir os pontos positivos da atividade.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?
 Apenas usamos a tabela do livro, para resolver esta atividade.

Figura 57. Comentário do Grupo 1 a respeito do segundo problema de probabilidade.

Os membros do Grupo 2 apontaram a vantagem de discutir entre os membros do grupo as ideias, possibilidades ou dúvidas de cada um.

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?
 Aprendemos a trabalhar em grupo, bem, porque podemos discutir as ideias juntos de cada um.

Figura 58. Comentário do Grupo 2 a respeito do segundo problema de probabilidade.

Tomando os cartões do terceiro problema, os estudantes iniciaram a leitura das pistas, como indica a Figura 59.

No rascunho elaborado por B3, notou-se que estavam aplicando, como no problema anterior, a soma dos resultados, e não a multiplicação. A professora pediu que B5 relese seu cartão - o terceiro do jogo, que indica a operação efetuada - e enfatizou o produto apontado na pista.

B3 perguntou se poderia anotar os possíveis resultados no lançamento de dois dados como pares ordenados. A professora concordou e imediatamente apontou a mesma estrutura feita para o problema anterior. Os estudantes não perceberam a semelhança e insistiram em reescrever os pares, mas logo a professora - inapropriadamente – insistiu em apontar a representação já feita. Nenhum deles optou por desenhar o quadro de possibilidades sugerido no cartão de pista, mesmo com a sugestão da professora.

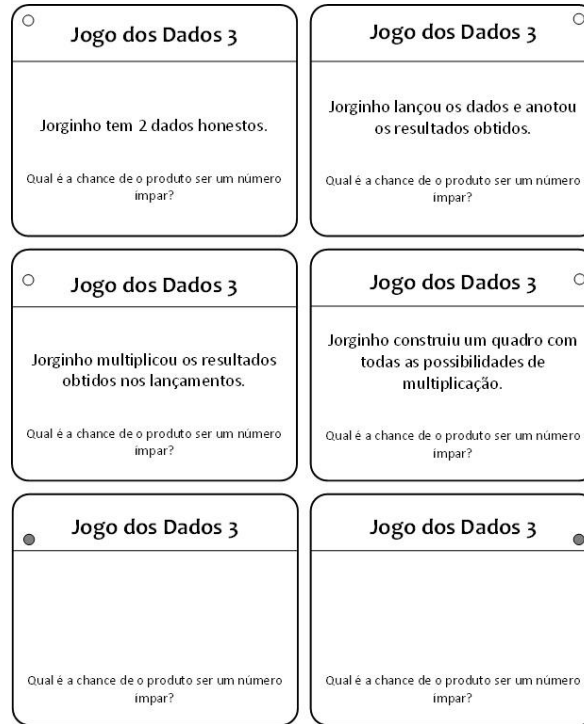


Figura 59. Terceiro problema de probabilidade para o 8º ano.

Notando que o estudante B6 permanecia calado, aparentemente desatento às ideias dos colegas, a professora perguntou-lhe se já havia pensado nos possíveis resultados no lançamento dos dados. Sua expressão de desconhecimento fez com que a professora explicasse mais claramente o que significavam tais resultados:

Professora: “Pode sair 1 e 1: 1 num dado e 1 no outro. Pode sair um e dois, um e três...”

B6: “Por isso eu peguei a calculadora, e é bem possível...”

Neste momento B3 interrompeu com a resposta do total de produtos ímpares. A professora deixou-se levar pela satisfação do estudante e deixou de atender a B6 para ouvir a solução do colega. O estudante B3 explicou sua descrição de todas as possibilidades de resultados no lançamento de dois dados: escreveu no papel pares de números, assim como foi feito na resolução do problema 1, e circulou os pares cujo produto era ímpar. O resultado foi de nove produtos ímpares, num total de 36 possibilidades. Observe que o resultado em porcentagem, calculado sem auxílio da calculadora, está incorreto.

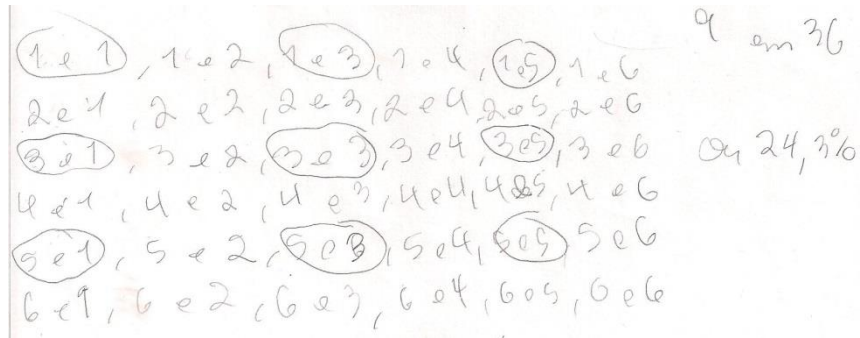


Figura 60. Resolução do terceiro problema pelo estudante B3.

Enquanto B1 tentava confirmar a solução do segundo problema com a professora, B7 solicitava sua colaboração na resolução da sua atividade. A professora atendeu-o brevemente e pediu que tentasse continuar sozinho, já que ele interrompia com muita frequência os colegas. Aproveitou para conferir se B8, que mantinha-se tão somente ajudando B7, compreendia a resolução do problema pela sua colega. Um sinal positivo com a cabeça confirmou seu entendimento.

O Grupo 2 rapidamente entregou a folha de resposta do terceiro problema. A solução apresentada é a mesma elaborada por B3, inclusive no erro de cálculo da porcentagem.

fizemos todas as possibilidades de multiplicações e verificamos quantas davam par, e o resultado é 24,3%.

Figura 61. Solução do Grupo 2 para o terceiro problema de probabilidade.

Percebendo que a aula já chegava ao seu final, já que haviam tomado longo tempo na resolução dos problemas, a professora pediu que os assistentes recolhessem os materiais de cada grupo e os recolocassem na mesa central.

Iniciada a discussão acerca das atividades cooperativas desenvolvidas, a professora levantou algumas questões.

Professora: “Em relação às atividades desenvolvidas na aula anterior, quais problemas vocês acharam mais difíceis: os da semana passada ou de hoje?”

As atividades cooperativas da primeira aula foram retiradas na íntegra de ERICKSON (1989), enquanto as atividades da segunda aula, que envolviam probabilidade, foram elaboradas pela professora, transformando os exercícios do livro didático em problemas cooperativos. Os estudantes consideraram que os problemas de

probabilidade foram mais difíceis ou mais complicados. A estudante B1 afirmou que a dificuldade foi apenas no início quando, de acordo com a própria estudante, o grupo “deu uma bobeadá” no primeiro problema. A professora insistiu, perguntando:

P – “Por que você achou que vocês ‘bobearam’?”

B1 – “Eu achei que no começo, quando a gente leu as dicas, que não iam ajudar em nada”.

Estudantes dos dois grupos interromperam a colega para concordar com sua afirmação. E prosseguiu:

B1 – “Por exemplo, quando a gente leu que dava soma, dados não viciados, que no começo não parece que é importante, mas depois quando você fica pensando, vamos supor, por exemplo, com dados viciados não dá pra calcular. Que nem no segundo problema, se não tivesse usado a tabela, a gente ia ficar uma hora pra descobrir tudo aquilo.”

P – “Precisou usar a tabela, então?”

B1 – “Na verdade eu já sabia que ia dar aquilo.”

A fala da estudante B1 indica que foi necessário entender/recordar o método utilizado na aula anterior para resolver os problemas do livro didático, para que fosse possível solucionar os problemas cooperativos. Esta recordação só aconteceu porque, depois de longos minutos de discussões infrutíferas dos grupos, quando já estavam abandonando o problema, a professora acompanhou e direcionou a reflexão. Em seguida, quando B1 afirma que já sabia o resultado do problema, ela deixa claro que lembrou o resultado do exercício resolvido no livro.

A professora continuou questionando: “Vocês acham que pra fazer os exercícios de hoje precisaria ter uma sequência correta dos cartões? Se ler qualquer um primeiro ou por último não faz diferença?” Os estudantes responderam que não. A estudante B2 completou dizendo que poderiam organizá-los para verificar qual seria a pista mais importante. Os dois grupos afirmaram que leram todos os cartões de pistas primeiro, para depois iniciar a resolução de cada problema.

Ao serem questionados sobre a existência de cartões desnecessários, B3 lembrou-se dos cartões de pistas opcionais que estavam em branco nos envelopes. A professora relembrou que sua função é acrescentar novas pistas aos problemas. Aproveitou a oportunidade para perguntar se os estudantes tinham pistas para acrescentar aos problemas trabalhados. B1 sugeriu colocar uma pista indicando um

intervalo de valores no qual se encontra a solução, como na família de problemas *Encontre o Número* da aula anterior.

B1 – “Vamos supor que a gente não pudesse usar o livro nem a tabela. A pessoa ia demorar muito pra descobrir. Eu acho que podia colocar assim: o número está entre 10 e 25.”

A fala da estudante levou a professora a apresentar a metodologia de resolução do segundo problema utilizada por cada grupo. Enquanto o Grupo 1 fez uso do quadro de soma do livro didático, como sugerido pela própria professora, o Grupo 2, por sugestão de B3, tomou todos os pares de resultados possíveis no lançamento de dois dados e circulou as somas pares, indicada na Figura 60.

Ao perguntar sobre o trabalho em grupo, a professora ouviu o seguinte comentário de B1: “É legal. É mais fácil.”

P – “Todo mundo consegue participar, tá todo mundo dando opinião? B4?”

Todos afirmaram que sim, embora tenha sido bem visível a atuação quase que exclusiva de B1 e B3 em cada grupo. A professora fez questão de enfatizar a pergunta a B4, que manteve-se desatenta na maior parte do tempo. Os estudantes B1 e B3 são mais desinibidos, não sentem-se constrangidos em fazer perguntas ou errar respostas, além de possuírem espírito de liderança mais salientado. Estas características podem justificar seu bom desempenho no trabalho em grupo, assim como acontece durante as aulas tradicionais.

Quanto à utilização dos materiais de apoio, os dados foram pouco ou nada utilizados. Embora a professora intencionasse inserir os cartões de pistas opcionais em branco nos envelopes para que os estudantes criassem novas pistas, esta atividade não foi desenvolvida em aula devido ao tempo gasto para se resolver os problemas.

3.2.6 *Análise da Aula 3 – 8º ano*

A terceira aula cooperativa no 8º ano aconteceu no dia 21 de setembro de 2011, nos 45 minutos da segunda aula de Matemática. Nos primeiros 45 minutos a

professora havia desenvolvido atividades de revisão para a avaliação escrita, que aconteceria na aula seguinte.

Na aula anterior foram introduzidas noções de construção de blocos tridimensionais em malhas quadriculadas e triangulares, seguindo sempre o cronograma do livro didático. Para reforçar a noção de objetos no espaço, foram selecionados para esta aula problemas cooperativos que envolvem geometria espacial, razão e lógica em um conjunto geométrico. Nestes problemas, todos elaborados por Erickson (1989, p.44), o grupo precisa construir uma pequena estrutura de cubos coloridos. Cada pista diz algo sobre a estrutura, por exemplo: “Um dos blocos é amarelo” ou “Os dois blocos azuis não se tocam”. Em alguns problemas, os estudantes tem que deduzir quais blocos serão necessários a partir das pistas.

Erickson (1989) considera que estes problemas são ideais para iniciantes, são divertidos e fáceis, mas sem serem triviais. Os materiais de apoio sugeridos por Erickson são cubos coloridos: um conjunto de onze cubos é suficiente para resolver todos os problemas desta família. Destes onze cubos, dois de cada são vermelhos, azuis, amarelos, verdes e laranjas, além de um rosa. Como na terceira aula do 9º ano, adotou-se por parte da professora o critério de disponibilizar todos os materiais em mãos: calculadora, régua, compasso, transferidor, palitos, feijões, cubos coloridos e dados.

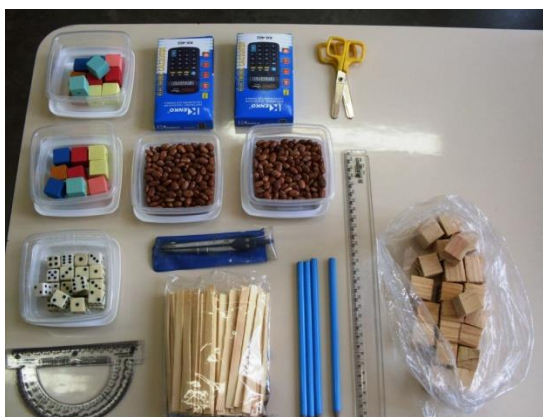


Figura 62. Materiais de apoio disponíveis para os grupos nesta aula cooperativa.

Os problemas desta família são importantes porque forçam os solucionadores de problemas a usar termos da Geometria como face e aresta para obter suas pistas através das outras. Além disso, os estudantes desenvolvem boas discussões acerca dos conceitos e das propriedades da Geometria em duas e três dimensões. Percebe-se que a maior parte da geometria abordada nas escolas é bidimensional, apesar

de vivermos em um mundo 3D. Aprender a pensar em três dimensões desenvolve a visualização espacial, o que é essencial à sensibilidade da realidade.

Ao se iniciar a formação dos grupos, a diretora do colégio surgiu para uma conversa com os estudantes a respeito dos eventos culturais que seriam realizados no mês seguinte. Discutidas e resolvidas as questões do evento, o que durou cerca de 20 minutos, iniciamos a atividade. A professora definiu a formação dos grupos, buscando colocar o estudante B8 num grupo diferente, já que na aula cooperativa anterior ele havia mostrado pouca participação. Além disso, como o segundo grupo ficaria com apenas 3 estudantes devido à falta de B5, colocou-se o aluno B6 com duas meninas – B2 e B4, na tentativa de estimular sua participação. Mesmo sabendo que a síndrome Asperger afeta a interação social do estudante B6, a professora tentou, num grupo menor e sem outros meninos, estimular sua participação. A opção de não colocá-lo com outros meninos deve-se ao fato de que os garotos tem um alto espírito competitivo, o que deixa B6 bastante irritado e contrariado. Os grupos foram definidos assim:

- Grupo 1: Estudantes B1, B3, B7, B8 (B8 como assistente)
- Grupo 2: Estudantes B2, B4, B6 (B6 como assistente)

Foram recordadas as regras da atividade, assim como as normas comportamentais. Ressaltou-se a importância de cada um ler apenas o seu cartão, sem ler os dos demais. Os estudantes B6 e B8 ficaram responsáveis pela organização dos materiais de seus grupos. Retiraram o primeiro envelope com os problemas e as folhas para rascunho. B6 retirou um kit de cubos coloridos e uma calculadora.

Cada aluno-assistente distribuiu os cartões do primeiro problema entre os membros do grupo. Estes cartões estão apresentados na Figura 63.

Ao ler seu cartão, o estudante B3 perguntou à professora se poderia utilizar papel quadriculado na resolução do problema. Provavelmente esta ideia tenha surgido devido à aula do dia anterior, cujo tema era justamente a construção de blocos em malhas.

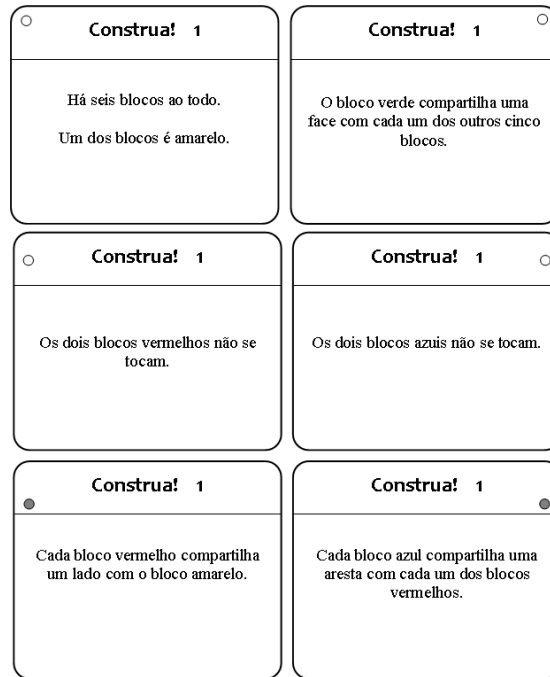


Figura 63. Cartões de pistas do problema da família *Construa!*

Em poucos minutos o Grupo 1 leu os cartões e o estudante B3 chamou a professora para mostrar que já haviam solucionado o problema. Apresentou o desenho a seguir, e explicou a posição de cada cubo: dois cubos vermelhos, um sobre o outro, dois cubos amarelos compartilhando faces opostas do cubo vermelho, e dois cubos azuis compartilhando as outras duas faces opostas do mesmo cubo vermelho.

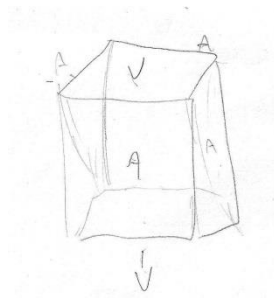


Figura 64. Estrutura elaborada pelo estudante B3 para solucionar o problema.

A professora solicitou que explicassem esta solução na folha de respostas e B8 perguntou:

A8 – “Tem que desenhar todos os cubos no papel?”

A3 – “Que nem um cubo mágico?”

A professora concordou. Ficaram por alguns instantes sem saber o que fazer, e a professora sugeriu o uso dos materiais de apoio para facilitar a visualização da solução. Rapidamente o estudante B8 retirou um kit de cubos coloridos e o Grupo 1 iniciou a montagem da estrutura.

O estudante B7, que até o momento copiava as atividades da lousa, terminou a tarefa e sentou-se junto a seu grupo – o Grupo 1 – e pediu à professora que explicasse o que deveria fazer. A professora esclareceu que a atividade consistia da montagem de uma estrutura de cubos, e pediu que acompanhasse o trabalho dos colegas, já que a distribuição e leitura das pistas já havia acontecido. No segundo problema ele participaria mais ativamente.

Relendo as pistas com os cubos em mãos, os estudantes começaram a discutir o significado de arestas, faces e vértices. A professora apenas acompanhou sem interferir, e o grupo conseguiu chegar a um consenso.



Figura 65. Estudantes do Grupo 1 manuseando os materiais de apoio.

Os membros do Grupo 2 leram as pistas e manusearam os cubos, mas não conseguiam concluir a estrutura, e então solicitaram a professora. O estudante B6 leu sua pista acreditando que era a chave para resolver a questão “O bloco verde compartilha uma face com cada um dos outros cinco blocos.” As meninas continuaram manuseando os blocos, sem dar atenção à pista lida. A professora insistiu: “Entenderam o que ele falou? Leia de novo, B6!”

B6 releu a pista, e em seguida leu seu outro cartão. As meninas construíram a estrutura e apresentaram-na à professora, que questionou sobre a verificação das demais pistas do problema. O grupo iniciou a verificação de todas as

pistas, de modo a validar a estrutura obtida. Durante este processo, surgiu, como no Grupo 1, a discussão sobre a definição de arestas, faces e vértices.

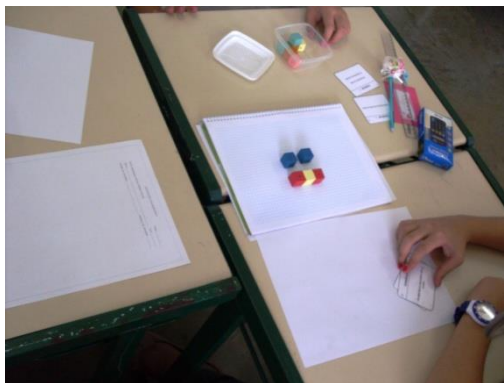


Figura 66. Estudantes do Grupo 2 buscando solucionar o problema através do material de apoio.

B2 – “Aresta é uma linha ou é uma ponta?”

B4 – “Vértice é que é ponta.”

P – “Vocês estão usando três palavras: aresta, vértice e face. Qual é a diferença entre eles?”

O estudante B6 apontou corretamente no cubo o que é aresta e B4 insistiu que vértice é a “ponta” do cubo. Como B6 se mostrou confuso com as definições, a professora fez novas perguntas ao grupo, até que todos tivessem claras as definições de cada parte do cubo.

B2 – “Acabou?”

P – “Não sei. Se conferiu todas as pistas e todas bateram...”

B6 – “Falta uma!”

O estudante B6 leu a última pista, o penúltimo cartão do jogo, e a professora percebeu um erro na elaboração do cartão. A afirmação “Cada bloco vermelho compartilha um lado com o bloco amarelo” deveria ser “Cada bloco vermelho compartilha uma aresta com o bloco amarelo”. Provavelmente esta confusão entre “lado” por “aresta” tenha dificultado a conclusão da solução.

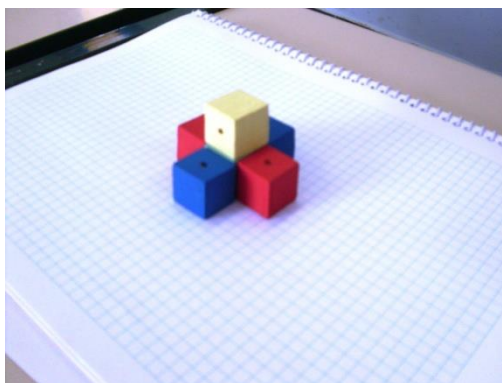


Figura 67. Solução apresentada pelo Grupo 2 utilizando os materiais de apoio.

Imediatamente a professora dirigiu-se ao outro grupo para fazer a correção do cartão. Esta era justamente a última pista que faltava para confirmar a construção obtida por eles.

B3 – “Eu acho que é isso. É assim, professora?”

P – “Não sei. É preciso conferir as outras pistas para ver se está certo.”

O estudante B8 discordava da construção elaborada por B3. Tentou outra forma de arranjar os blocos, mas relendo as pistas terminou refazendo a montagem de B3.

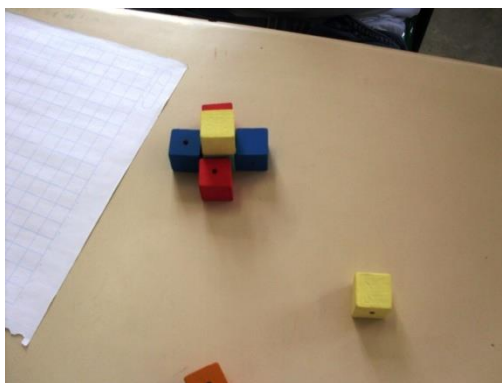


Figura 68. Solução apresentada pelo Grupo 1 utilizando os materiais de apoio.

Apenas um problema da família *Construa!* (ERICKSON, 1989, p.44) foi desenvolvido nesta aula em função do curto tempo disponível.

4 O QUESTIONÁRIO PRÉ E PÓS-ATIVIDADES

Para responder à questão de pesquisa, isto é, para verificar se as atividades baseadas na aprendizagem cooperativa produzem mudanças na forma como os educandos aprendem e veem a Matemática, foi aplicado um mesmo questionário com as turmas do 8º ano e do 9º ano: uma primeira vez antes da realização das atividades cooperativas, e uma segunda vez após o término das mesmas atividades.

Não há aqui a intenção de apresentar uma pesquisa qualitativa, até porque as turmas são pequenas e as atividades são em pequeno número. Pretende-se apenas observar os comportamentos e as mudanças provocadas nos estudantes a partir dos ambientes cooperativos. Optou-se por manter o anonimato das respostas para que os estudantes se sentissem à vontade ao escrever.

A primeira parte do questionário é composta de nove questões de múltipla escolha, conforme modelo anexo. Estas questões buscavam entender a opinião dos estudantes em relação às atividades em grupo.

A segunda parte do questionário compôs-se de quatro frases que deveriam ser completadas pelos estudantes. Nelas, buscava-se compreender os principais receios dos estudantes frente à Matemática e ao trabalho em grupo.

A terceira e última parte do questionário consistiu de dez questões interrogativas a respeito dos pontos positivos e negativos do trabalho em grupo e do estudo da Matemática.

A elaboração de três diferentes formas de questionário tem como objetivo compreender mais precisamente as opiniões dos estudantes e tentar eliminar as possíveis contradições de pensamento.

4.1 O Questionário no 8º ano

Para simplificar a análise, serão comparadas as respostas do questionário pré-atividades com o pós-atividades, para cada uma das três partes elaborada.

A primeira parte pode ser analisada mais objetivamente por meio de um quadro, como mostrado a seguir. A Tabela 2 indica as respostas dos oito estudantes do 8º ano, antes de participar das atividades cooperativas.

Tabela 2. Primeira parte do questionário pré-atividades, respondido pelos estudantes do 8º ano.

Questionário pré-atividade – 1ª parte	Resposta Sim	Resposta Não	Resposta Tanto faz	Resposta Não sei
1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a Matemática.	3	3	2	-
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em Matemática.	6	1	1	-
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.	2	2	3	1
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe.	6	-	2	-
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.	4	1	-	3
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.	8	-	-	-
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.	4	1	-	3
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.	4	-	3	1
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender Matemática.	6	-	1	1

Observando as respostas das questões 2 e 9 da Tabela 1, percebe-se que os estudantes concordam, de modo geral, que resolver problemas em grupo facilita o aprendizado. Entretanto, pelas respostas das questões 1 e 3, nota-se que resolver cálculos em grupo ou individualmente é indiferente para os estudantes. É unânime a concordância de que as opiniões dos colegas são respeitadas num trabalho em grupo, como mostram as respostas da questão 6; este resultado aponta o que os estudantes pensam, mas não necessariamente o que realmente acontece, como veremos nas análises das aulas. Respeitar opiniões é algo bem mais complexo, pois requer paciência, atenção, habilidades de argumentação e espírito democrático. Percebe-se isto nas respostas das questões 4 e 7. Como se imaginava, nem todos os estudantes concordaram com a afirmação 5, que todos os membros de um grupo sentem-se estimulados a participar das atividades. No entanto, de acordo com as respostas da questão 8, nenhum deles mostrou-se incomodado em falar quando trabalha em grupo; isto mostra que o uso de grupos é um bom meio de estimular a participação efetiva dos estudantes.

Depois de participar das atividades cooperativas, os estudantes foram solicitados a responder novamente o mesmo questionário. No dia da aplicação deste segundo questionário dois estudantes haviam faltado, e os demais relutaram em responder novamente as mesmas questões. Isto possivelmente ocorreu porque se tratava de um dia de eventos no colégio, e os estudantes estavam ansiosos para ir até o pátio iniciar as festividades. Dos seis participantes, dois assinalaram “tanto faz” para todas as

questões, sem fazer a leitura das perguntas. Foram consideradas todas as seis respostas na elaboração da Tabela 3.

Tabela 3. Primeira parte do questionário pós-atividades, respondido pelos estudantes do 8º ano.

Questionário pós-atividade – 1ª parte	Resposta Sim	Resposta Não	Resposta Tanto faz	Resposta Não sei
1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a Matemática.	3	-	3	-
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em Matemática.	3	-	3	-
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.	2	-	4	-
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe.	4	-	2	-
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.	3	-	2	1
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.	1	-	2	3
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.	-	-	6	-
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.	3	-	3	-
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender Matemática.	1	-	5	-

Embora os estudantes não tenham dado a devida atenção à leitura das questões, nenhum deles discordou das afirmações do questionário. Na Tabela 2, observa-se pela questão 7, que os estudantes perceberam que, numa atividade em grupo, nem todos os membros estão de acordo com a solução obtida para um problema, mas concordam que esta é a melhor das soluções, ou então a única possível. Pelas respostas das questões 1, 2 e 9, observa-se que uma incoerência nas opiniões: para a maioria é indiferente discutir problemas de Matemática individualmente ou em grupos, mas metade deles concorda que é mais fácil raciocinar e entender em grupos. Nenhum deles discordou que o trabalho em grupos ajuda a resolver cálculos, como aconteceu na Tabela 1. Ainda que ninguém tenha discordado que as opiniões dos colegas são respeitadas num trabalho em grupo, de acordo com a questão 6, os estudantes perceberam que isto não ocorreu em todas as atividades cooperativas. As respostas das questões 4 e 5 mostram que os estudantes continuam concordando que as atividades em grupos são estimuladoras do bom relacionamento entre colegas. O mesmo acontece com as respostas da questão 8: os estudantes não se mostraram inibidos para falar entre colegas de um grupo.

Analisando a segunda parte de questionário, notou-se que:

- Para a frase “O que mais me ajuda nas aulas de matemática é...”, as respostas do questionário pré-atividades cooperativas foram, na grande maioria, a explicação da professora e os exercícios. No questionário pós-atividades cooperativas, a maioria das respostas apontou a resolução de exercícios.
- Para a frase “Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando...”, os estudantes apontaram exercícios difíceis, problemas difíceis, muitos exercícios, matéria difícil e nota baixa no questionário pré-atividades. Já no questionário pós-atividades cooperativas, a dificuldade em resolver expressões e problemas foi o principal motivo da frustração nas aulas de matemática.
- Na frase “A parte da matemática que mais me assusta é...”, vários estudantes citaram contas enormes e expressões enormes. Um estudante afirmou que são ângulos e polígonos, outro disse que é a álgebra, e outro ainda afirmou que não há nada na matemática que o assuste. No questionário pós-atividades cooperativas, dois estudantes afirmaram que nada em matemática os assusta, outros citaram as expressões, frações e álgebra, e um deles disse que a estatística o assusta nas aulas de matemática.
- Na frase “Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja...”, as respostas do questionário pré-atividades apontaram que os estudantes querem verdadeiros colaboradores: alguém inteligente, incentivador, ativo, que respeite as opiniões dos colegas, amigo. No questionário pós-atividades, os estudantes afirmaram que gostariam de trabalhar com colegas educados, ‘legais’, inteligentes e que ajudassem.

Na terceira parte do questionário pré-atividades cooperativas, os estudantes consideraram que as atividades em grupos devem acontecer somente em momentos específicos, quando há dúvidas e os colegas podem ajudar, no momento de revisão, quando os exercícios são difíceis, em conteúdos particulares da matemática. A mesma opinião foi apresentada no questionário pós-atividades.

A parte mais proveitosa do trabalho em grupo é, para os estudantes, aquela em que uns ajudam os outros, discutem e formulam ideias, e encontram a solução. Um dos estudantes apontou os jogos, a diversão, como a parte mais proveitosa da atividade em grupo. Esta opinião deixa clara a importância dos jogos como metodologia de aprendizagem estimuladora, agradável e descontraída. Na segunda aplicação do questionário, os estudantes apontaram a conversa entre os membros do grupo, a participação de todos e a troca de ideias como a parte mais proveitosa da atividade em equipe.

Já a parte menos proveitosa é, segundo os estudantes, aquela em os colegas deixam o grupo de lado para conversar sobre outros assuntos, não colaboram, ou quando chega o momento de resolver os exercícios. Após as atividades colaborativas, os alunos citaram as conversas, a falta de atenção e os desentendimentos como a parte menos proveitosa do trabalho em grupo.

Quando perguntado se “As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?”, os estudantes responderam, em sua maioria, que as discussões ajudam. Alguns ponderaram que há discussões desnecessárias e outras que podem atrapalhar o momento de leitura. No questionário pós-atividades, os estudantes afirmaram que as discussões podem ajudar ou atrapalhar, dependendo das circunstâncias.

Ao responderem sobre “O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?”, as opiniões foram diversas: desde a atenção à matéria, até uma solução mais fácil para o problema, ou mesmo que façam silêncio. As respostas a esta pergunta no questionário pós-atividades foram vagas ou desconexas com a pergunta. Apenas dois estudantes afirmaram que esperam ouvir sugestões que ajudem o grupo.

Seis dos oito estudantes do 8º ano afirmaram não ter problemas em corrigir seus colegas em grupos ou diante da turma como um todo. Um deles afirmou que corrige um colega apenas em grupo, e outro afirmou que não corrige seus colegas porque tem medo de estar errado. Já no questionário pós-atividades, três estudantes afirmaram que sentem-se à vontade para corrigir seus colegas e outros três responderam que não.

Um bom colega para os estudantes do 8º ano é aquele estudante que ajuda os colegas com dificuldade, que saber ouvir e aceitar as opiniões dos demais, inteligente, educado. Já um mau colega é aquele que atrapalha as atividades do grupo, que não

ajuda, não aceita opiniões. Após as atividades cooperativas, os estudantes acrescentaram a estas opiniões a ideia de que um mau colega também é aquele que cria discussões desnecessárias no grupo.

O que mais ajudou em matemática foram os exercícios e as explicações da professora, de acordo com os estudantes no questionário pré-atividades. O que menos ajudou foram as expressões longas e os cálculos. No questionário pós-avaliação, os estudantes explicitaram a dificuldade que a maioria dos alunos tem em se adaptar à mudança de professor. A professora efetiva havia se afastado e, em menos de quatro meses, três diferentes professores de matemática já haviam assumido as turmas. Estas mudanças foram consideradas como o fator que menos ajudou em matemática.

Dentre os assuntos que os estudantes mais gostam em matemática estão desafios, equações, potências, operações algébricas. O que menos gostam são provas, m.m.c., contas extensas. Na segunda aplicação do questionário, os estudantes citaram problemas, jogos e álgebra como os assuntos que mais gostam, e as expressões e cálculos difíceis como os assuntos que menos gostam em matemática.

Para os estudantes do 8º ano, o melhor jeito de aprender a resolver um problema novo em matemática é estar atento às explicações da professora, ou estudando e resolvendo exercícios, ou ainda através de jogos. No questionário pós-atividades as opiniões não mudaram.

4.2 O Questionário no 9º ano

A análise dos questionários do 9º ano está estruturada como na do 8º ano: por comparação das respostas do questionário pré-atividades com o pós-atividades, para cada uma das três partes elaborada.

A primeira parte do questionário pré-atividades está organizada na Tabela 3 a seguir, e indica as respostas dos cinco estudantes do 9º ano, antes de participar das atividades cooperativas.

Tabela 4. Primeira parte do questionário pré-atividades, respondido pelos estudantes do 9º ano.

Questionário pré-atividade – 1ª parte	Resposta Sim	Resposta Não	Resposta Tanto faz	Resposta Não sei
1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a Matemática.	3	1	1	-
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em Matemática.	4	-	-	1
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.	2	2	1	-
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe.	5	-	-	-
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.	5	-	-	-
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.	4	1	-	-
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.	2	-	2	1
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.	5	-	-	-
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender Matemática.	5	-	-	-

A Tabela 4 evidencia, pelo grande volume de respostas positivas, a opinião da maioria dos estudantes em concordar com os benefícios do trabalho em grupo.

Analisando as respostas das questões 1, 2 e 9, percebe-se que os estudantes acreditam que o trabalho em grupo pode facilitar a compreensão e o aprendizado da matemática. Entretanto, ficaram divididos em relação à possibilidade do trabalho em grupo melhorar as habilidades nos cálculos, conforme respostas da questão 3. Todos concordam que a atividade em grupo contribui para um melhor relacionamento social dos estudantes, estimula a participação de todos, além de deixá-los mais à vontade para falar – mesmo em sala com tão pequeno número de alunos. Um dos estudantes considerou que nem todas as ideias são tratadas com respeito numa atividade em grupo; de fato, durante as aulas cooperativas foi possível notar a dificuldade de alguns estudantes em aceitar as ideias, sugestões e opiniões dos demais. A concordância em relação à solução dos problemas, discutida na questão 7, foi ponto de discordância entre os estudantes: alguns ponderaram que o fato de nem todos os membros do grupo chegarem à mesma solução não é importante. Se por um lado isto mostra que a discussão em grupo é mais relevante que a solução em si, por outro lado, mostra que os estudantes ainda não são capazes de argumentar e verificar a veracidade da solução obtida.

Assim como a turma do 8º ano, os estudantes do 9º ano também responderam ao mesmo questionário após a participação das atividades cooperativas. As

respostas da primeira parte do questionário pós-atividades cooperativas estão resumidas na Tabela 5.

Tabela 5. Primeira parte do questionário pós-atividades, respondido pelos estudantes do 9º ano.

Questionário pré-atividade – 1ª parte	Resposta Sim	Resposta Não	Resposta Tanto faz	Resposta Não sei
1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a Matemática.	3	-	1	-
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em Matemática.	2	2	-	-
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.	1	-	2	1
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe.	3	-	1	-
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.	-	1	-	3
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.	3	-	-	1
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.	2	-	1	1
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.	2	-	2	-
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender Matemática.	3	-	1	-

A turma do 9º ano também mostrou certa resistência em responder novamente o mesmo questionário, e alguns assinalaram as alternativas sem dar a devida atenção às perguntas. Dos 5 estudantes da sala, um deles se ausentou por motivo de doença.

Observando as respostas das questões 1 e 9, pode-se concluir que a turma ainda concorda que o trabalho em grupo facilita o aprendizado de matemática. Os estudantes mostraram-se indecisos quanto às facilidades que a atividade em grupo pode trazer para o raciocínio e os cálculos matemáticos, segundo as respostas das questões 2 e 3. Uma possível justificativa seriam as dificuldades encontradas pela turma em trocar ideias e opiniões, ouvir os colegas e refletir sobre seus pensamentos. As atividades cooperativas podem, em médio prazo, estimular a atenção, a concentração e a reflexão dos membros do grupo acerca de determinada ideia apresentada. De acordo com as respostas das questões 4 e 6, os estudantes continuam concordando que o trabalho em grupo melhora o relacionamento e o respeito para com os colegas de sala. Após as atividades cooperativas, a opinião da turma mudou em relação à afirmação da questão 5, que todos se sentem estimulados a contribuir. Como era esperado, todos se interessaram

em participar da atividade, mas nem todos os estudantes sentiram-se estimulados a contribuir para a resolução dos problemas. Entretanto, nenhum deles se mostrou inibido para falar em grupo.

Na segunda parte de questionário, notou-se que:

- Para a frase “O que mais me ajuda nas aulas de matemática é...”, as respostas do questionário pré-atividades cooperativas foram diversas, como relacionar a Matemática com assuntos que sejam interessantes, ter raciocínio rápido ou ainda dividir opiniões e dúvidas com os colegas. No questionário pós-atividades cooperativas, a maioria das respostas apontou a resolução de exercícios e a explicação da professora. A professora percebeu que os estudantes se habituaram de tal maneira com as aulas tradicionais que, em alguns momentos, pediam listas de exercícios extras para a professora.
- Para a frase “Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando...”, os estudantes apontaram a dificuldade em entender ou resolver exercícios e problemas, tanto no questionário pré quanto no pós-atividades cooperativas.
- Na frase “A parte da matemática que mais me assusta é...”, os estudantes citaram as contas muito grandes nos dois questionários. Um estudante afirmou que nada na matemática o assusta.
- Na frase “Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja...”, as respostas do questionário pré-atividades apontaram qualidades como: inteligente, compreensivo, ‘legal’, que não atrapalhe o grupo. No questionário pós-atividades os estudantes afirmaram que gostariam de trabalhar com colegas inteligentes, ‘legais’, espertos e compreensivos.

Na terceira e última parte do questionário pré-atividades cooperativas, a turma do 9º ano, assim como a do 8º ano, concluiu que o trabalho em grupo deve acontecer apenas em momentos específicos, como em situações de dúvidas ou dificuldades dos alunos, ou em ‘trabalhos grandes’.

A parte mais proveitosa do trabalho em grupo é, para os estudantes do 9º ano, quando todos aprendem juntos, discutindo os exercícios com o apoio de todos. Um dos estudantes apontou o relacionamento social como a parte mais proveitosa da atividade em grupo. As respostas foram diferentes na segunda aplicação do questionário: alguns estudantes responderam que a parte mais proveitosa é quando todos aprendem, ou no raciocínio em grupo, e outro respondeu que é a parte ‘sem conversa’.

A parte menos proveitosa apontada pelos estudantes no primeiro questionário é a distração com conversas que fogem ao tema de trabalho. Um dos estudantes não respondeu a esta pergunta, possivelmente porque não conseguiu, no momento, encontrar algo que não fosse proveitoso no trabalho em grupo. As mesmas respostas surgiram na segunda aplicação do questionário.

Na pergunta “As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?”, apenas um estudante respondeu que as discussões atrapalham; os demais concordaram que as discussões ajudam no entendimento da matemática. No questionário pós-atividades, todos os estudantes afirmaram que as discussões ajudam.

Ao responderem sobre “O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?”, a turma mostrou preocupação com a execução da atividade. Explicações, ajuda na resolução do problema, ideias sobre o trabalho foram os apontamentos dos estudantes. Na segunda aplicação do questionário, os estudantes mantiveram essa preocupação, afirmando que gostariam que os colegas conversassem especialmente sobre os problemas que eles têm dificuldade de entendimento, que os ajudassem a resolvê-los.

Os cinco estudantes do 9º ano afirmaram não ter problemas em corrigir seus colegas quando trabalham em grupos, mas dois se mostraram desconfortáveis em corrigir os colegas diante da turma e do professor. No questionário pós-atividades ocorreram respostas semelhantes: todos sentem-se à vontade para corrigir seus colegas diante do grupo, mas um deles afirmou que somente em alguns momentos corrige seus colegas diante da turma toda. A atividade em grupos apresenta mais esta vantagem: os estudantes sentem-se mais confortáveis em falar, opinar, discordar ou corrigir os colegas, propiciando a participação de todos e a interação dos membros do grupo.

No questionário pré-atividades, os estudantes do 9º ano afirmaram que um bom colega é aquele que participa da atividade, que ajuda os colegas, inteligente, que saber ouvir as opiniões dos demais. Já um mau colega é aquele que atrapalha as

atividades do grupo, que não ajuda, só ‘brinca’. Após as atividades cooperativas, os estudantes responderam que um bom colega de grupo é compreensivo, inteligente, ajuda, interage. Já o mau colega é aquele que não contribui, que não participa do trabalho. As opiniões dos estudantes, tanto do 9º ano como do 8º ano, mostram que o bom colega de grupo é aquele que está realmente interessado na atividade do grupo, que contribui com ideias, opiniões, mas que também aceita as ideias e opiniões dos demais com respeito. Os estudantes conhecem claramente o perfil de um bom membro de grupo, seja na escola, no ambiente de trabalho ou social.

O que mais ajudou em matemática foram os professores, as listas de exercícios e o trabalho em grupo, de acordo com as respostas do questionário pré-atividades. O que menos ajudou foram as contas longas. No questionário pós-atividades cooperativas, os estudantes apontaram as explicações e o professor como fatores que mais ajudaram em matemática, e as conversas desnecessárias como fator que menos ajudou. Um estudante afirmou que o que menos ajuda é sua própria dificuldade em aprender. Outro estudante não respondeu a esta pergunta.

Dois estudantes afirmaram que não gostam de nada na matemática e outros dois disseram que gostam das contas fáceis que conseguem resolver. Já os problemas complicados, as contas difíceis e a falta de entendimento dos exercícios são apontados como os pontos menos interessantes da matemática. Na segunda aplicação do questionário, um estudante afirmou gostar de tudo em matemática, outro disse que não gosta de nada em matemática, outro não respondeu à pergunta e outro ainda afirmou que gosta de matemática apenas quando acerta o resultado das contas. Estas observações refletem a visão limitada que os estudantes possuem da matemática escolar, resumida apenas em exercícios e problemas teóricos, sem qualquer relação com a realidade e com seu cotidiano. Esta visão fica ainda mais clara nas respostas dadas à última pergunta.

Para os estudantes do 9º ano, o melhor jeito de aprender a resolver um problema novo em matemática é com a ajuda da professora, explicando e resolvendo exemplos, ou ainda refazendo vários exercícios semelhantes. No questionário pós-atividades, a explicação, a ajuda de colegas ‘inteligentes’ e o ato de refazer o exercício são as melhores formas de aprender a resolver um novo tipo de problema de matemática. A ajuda do colega ‘inteligente’ pode ser promovida por meio das atividades cooperativas, estimulando a troca de ideias, a reflexão e a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As mudanças na sociedade, provocadas pelas constantes transformações tecnológicas e científicas, acendem as discussões acerca das consequências de tais transformações, como a degradação do meio ambiente, o uso inadequado de recursos naturais, a geração de combustíveis renováveis e a destinação do lixo tecnológico. Diante deste processo de mudanças, é fundamental que se considere uma postura mais crítica na formação dos educandos, que lhes permita refletir acerca de todas estas mudanças e suas consequências.

Sob este olhar, a Aprendizagem Cooperativa apresenta-se como uma metodologia viável, pois oferece aos educandos uma formação que vai além da transmissão de conteúdos: é uma metodologia mais ativa, diferenciada, que desenvolve habilidades sociais como a comunicação, a cooperação e o trabalho em equipe.

A Aprendizagem Cooperativa é uma metodologia amplamente pesquisada e referenciada, com bases em teorias da antropologia, da sociologia, da economia, da ciência política, da psicologia, entre outras. Existem inúmeros trabalhos de investigação sobre Aprendizagem Cooperativa destinados à prevenção e ao tratamento de problemas sociais de toda espécie (JOHNSON, JOHNSON, STANNE, 2000, p. 3). Além disso, há uma grande variedade de métodos de aprendizagem cooperativa disponíveis ao professor, seja qual for sua filosofia e prática.

Nesta pesquisa-ação, pretendeu-se responder à seguinte questão: as atividades propostas com base na aprendizagem cooperativa produzem mudanças na forma como os educandos aprendem e veem a Matemática? Para isso, foram utilizadas atividades cooperativas baseadas no trabalho de Erickson (1998), que consistem de problemas escritos na forma de cartões de pistas. Cada membro de um grupo recebe uma única e essencial informação do problema; logo, todos devem cooperar para ajudar a resolver a atividade.

As aulas cooperativas ocorreram em duas turmas: uma do 8º ano e outra do 9º ano do ensino fundamental de um colégio privado. No decorrer das aulas – com gravação de áudio e fotografia –, a professora teve a oportunidade de observar e avaliar a ação dos estudantes durante as atividades cooperativas.

Na primeira aula, destinada apenas à observação comportamental dos estudantes, foram desenvolvidas atividades que abordam uma matemática fácil. O que se

viu foram discussões extremamente produtivas entre os membros dos grupos, com um considerável aprofundamento dos conceitos e das propriedades matemáticas.

Entretanto, em ambas as turmas, a professora pôde notar claramente a dificuldade dos estudantes em ouvir e respeitar as opiniões dos colegas, em aceitar ideias e sugestões, em manter a divisão das tarefas do grupo. Frequentemente algum estudante recolhia os cartões dos colegas para tentar resolver sozinho o problema e era preciso que a professora intervisse.

As respostas dos problemas, escritas de forma sucinta ou mal estruturadas pelos grupos, mostraram a dificuldade na escrita matemática. Muitos apresentaram dificuldade em interpretar os enunciados dos problemas, ou na organização e representação das informações na forma de esquemas ou desenhos. Outros tinham clara compreensão das informações de cada cartão, mas houve dificuldade em relacionar as pistas para compreender o problema. Nestes casos, a professora sugeriu iniciar com a ‘melhor pista’, isto é, a pista que fornecia claramente um conjunto inicial de soluções. Os demais cartões serviriam para reduzir este conjunto até a solução desejada. A turma do 9º ano, porém, se embaraçou ao tentar avaliar a importância de cada pista nos problemas da segunda e da terceira aulas.

Os estudantes não consideraram a atividade em grupo como forma de aprendizagem de conteúdos. Mesmo com as ricas discussões acerca de vários temas matemáticos, os estudantes muitas vezes valorizaram apenas o aspecto social das aulas cooperativas. Este fato ficou claro nos comentários dos estudantes nas folhas de respostas, quando lhes foi perguntado sobre a importância de cada atividade. Tal opinião reflete a força da metodologia tradicional da aprendizagem, centrada no professor.

Nas duas últimas aulas cooperativas, foram abordados problemas relacionados com o conteúdo das aulas. A professora considerou que todos foram produtivos, mas alguns exigiram longo tempo para resolução. Percebeu-se que nos problemas mais longos, cuja solução demorou muito tempo a ser obtida, houve desmotivação da maioria dos membros dos grupos.

Outras atividades exigiram dos estudantes um maior nível de abstração, como os problemas com triângulos retângulos da terceira aula do 9º ano. Nestes, as longas discussões prejudicaram o interesse dos estudantes na determinação da solução.

Algumas equipes consideraram que os materiais de apoio foram essenciais na resolução dos problemas cooperativos; outras equipes não conseguiram visualizar a

importância dos materiais de apoio como facilitadores, capazes de representar concretamente as informações dos problemas, como na aula de probabilidade do 8º ano.

Estudantes de um mesmo grupo divergiram quanto à resolução de problemas cooperativos para introduzir um novo conteúdo matemático: alguns consideraram que o fato de estar iniciando um novo conteúdo dificultou a resolução dos problemas cooperativos, enquanto outros ponderaram que os problemas cooperativos ajudaram a compreender o tema.

O método de tentativa e erro foi utilizado pelos estudantes por várias vezes, principalmente quando havia dificuldades em associar as pistas.

A turma do 8º ano ressaltou, no momento de discussão final da aula, as vantagens do trabalho em grupo como facilitador do aprendizado, porque todos ajudam uns aos outros. Neste mesmo momento de discussão, os estudantes sugeriram o uso dos cartões em branco – presentes em alguns problemas cooperativos – para acrescentar novas pistas que facilitem a resolução, como o intervalo de valores a que pertence a solução, por exemplo.

Na análise dos questionários pré e pós-atividades cooperativas, foi possível notar que, de modo geral, os estudantes concordam que o trabalho em grupo é mais agradável e mais eficiente no estudo da matemática. A maioria sente-se mais à vontade para opinar, participar e discordar das atividades propostas.

De maneira geral, a professora considerou que as atividades cooperativas aconteceram como previsto no seu planejamento. Assim como relata Erickson (1998), as atividades cooperativas permitiram à professora avaliar os comportamentos dos estudantes, suas facilidades e dificuldades tanto no trabalho em equipe quanto nos conteúdos matemáticos. Foi possível tratar com maior profundidade e mais concretamente diversos conceitos e propriedades matemáticas.

Quanto ao papel da professora nas aulas cooperativas, sua maior dificuldade ficou evidente logo na primeira aula: não dar respostas logo que os estudantes expressam dúvida. Isto ocorreu, por exemplo, quando disse aos grupos que o *Quadro de Cem* não seria útil nos problemas família *Encontre o Número*. Em alguns momentos, a professora ponderou que a decisão de intervir nas discussões dos grupos não foi adequada. Poderia, por exemplo, ter incentivado a discussão acerca das medidas dos triângulos na segunda aula do 9º ano. Portanto, além da atenção na elaboração das pistas para verificar possíveis erros ou inconsistências, a professora considerou

importante preparar a aula pós-atividade cooperativa, a fim de retomar conceitos mal esclarecidos, dúvidas notadas em aula e não discutidas com a devida clareza.

Para trabalhos futuros, esta pesquisa sugere a elaboração e aplicação de novas atividades cooperativas para o 8º e 9º anos, abordando outros temas da matemática. Outra sugestão é a elaboração e aplicação de novas atividades cooperativas em matemática para outros anos escolares, do ensino fundamental II ou ensino médio.

6 BIBLIOGRAFIA

- DEMO, Pedro. **Metodologia da investigação em educação**. Curitiba: Ibepex, 2005. 186 p.
- ERICKSON, T. **Get it together**. Lawrence Hall of Science, University of California: Berkeley, C.A., 1989.
- FROTA, Maria Clara Rezende; BORGES, Oto. **Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na educação matemática**. GT: Educação Matemática / n. 19. Agência Financiadora: CNPq.
- GAVA, T. B. S.; MENEZES, C. S. de. **Uma ontologia de domínio para a aprendizagem cooperativa**. XIV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - NCE - IM/UFRJ, 2003, p. 336-345.
- GUERREIRO, M. H. L.; PORTUGAL, M. J. S. **O trabalho cooperativo nas aulas de matemática numa turma do 5º ano: uma experiência curricular**. Universidade de Santiago de Compostela.
- JOHNSON, D. W.; JOHNSON, R. T.; STANNE, M. B. **Cooperative Learning Methods: a Meta-Analysis**. Universidade de Minnesota, Minneapolis, maio de 2000.
- MAROT, Rodrigo. **Psicosite**. Disponível em: <http://www.psicosite.com.br/tra/psi/esquizofrenia.htm>. Acesso em 12 nov. 2011.
- MCFEETORS, P. J.; MASON, R. T. **Learning deductive reasoning through game**. Mathematics Teacher, v. 10, nº 4, p. 284 – 290, novembro de 2009.
- MUNAKATA, M. **Constructing cooperative logic problems**. Mathematics Teacher, v. 98, nº 6, p. 386 – 389, fevereiro de 2005.
- Mundo Asperger**. Disponível em: http://www.mundoasperger.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=27&Itemid=30. Acesso em 20 ago. 2011.
- NITZKE, J. A.; FRANCO, S. R. K. **Aprendizagem cooperativa: utopia ou possibilidade?** Informática na Educação: Teoria e Prática. PGIE – UFRGS. v. 5, nº 2. Porto Alegre, novembro de 2002, p. 23-30.
- Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.
- SCHEIBEL, M. R. et al. **Aprendizagem cooperativa: uma opção metodológica para se trabalhar as questões da Ciência e da Tecnologia nos cursos de formação de professores**. R. B. E. C. T., v. 2, nº 2, mai./ago. 2009.
- SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher, v. 15, nº 2, fevereiro de 1986, p. 4 – 14.

SLAVIN, Robert E. **Cooperative learning: theory, research and practice**. 2. ed. Allyn & Bacon, 1995. 208 p.

ZASLAVSKY, Claudia. **Multicultural mathematics**. J Weston Walch, Publisher, 1993. 156 p.

ZEICHNER, K. M. **Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico**. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (Orgs.). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 1998. p. 207-236.

WANKO, Jeffrey J. **Japanese logic puzzles**. *Mathematics Teacher*, Oxford, V. 103, nº 4, p. 266 – 271, novembro de 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Orientações da família de jogos *Caçada ao Quadro de Cem*.

CAÇADA AO QUADRO DE CEM

Áreas conceituais: lógica, processo de eliminação, inequações, propriedades dos números, multiplicações.

Vocabulário: par, ímpar, diferença, soma, algarismo, produto, maior que, menor que, não.

Para cada grupo:

- Um Quadro de Cem
- Pelo menos 100 peças manipulativas (feijões ou botões) para fazer as contas.

Descrição:

Cada grupo precisa encontrar um número específico no Quadro de Cem. Os cartões individuais tanto selecionam como eliminam subconjuntos do quadro, e variam do mais simples (“O número é par”) ao mais complexo (“a soma dos algarismos do número é maior que nove”). Os estudantes podem marcar o Quadro de Cem com lápis ou objetos manipulativos para acompanhar as deduções do grupo.

Características:

Os problemas desta família são bons para iniciantes de todas as idades. Eles tem muitas coisas a seu favor:

- As questões são simples. Diferente de outros problemas a seguir está claro qual é o objetivo do grupo em cada problema – encontrar um número específico em algum lugar do quadro.
- Os cartões não contem informações estranhas.
- Cada problema tem uma solução, e todas elas tem apenas uma.
- Cada problema faz bom uso de materiais concretos – o quadro e os manipulativos. Normalmente é mais fácil resolver o problema com o quadro do que de outra forma.

Os problemas nesta família são excelentes problemas *jigsaw*.

Possíveis questões para discussão

- Vocês precisaram de todos os cartões para resolver o problema?
- Que padrões você vê no Quadro para os números pares? E para os múltiplos de cinco? E para os múltiplos de três?
- Você colocou um feijão sobre um número para mostrar que ele é uma possibilidade ou para mostrar que ele foi eliminado?

APÊNDICE B – O *Quadro de Cem*.**QUADRO DE CEM**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

APÊNDICE C – Primeiro jogo da *Caçada ao Quadro de Cem*: O número de Luizinho.
(Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T.)

Número de Luizinho

O número de Luizinho é um múltiplo de três.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Luizinho no Quadro de Cem!

Número de Luizinho

O número de Luizinho é um múltiplo de cinco.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Luizinho no Quadro de Cem!

Número de Luizinho

Se você somar os algarismos do número de Luizinho, obterá um número ímpar.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Luizinho no Quadro de Cem!

Número de Luizinho

O número de Luizinho é ímpar.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Luizinho no Quadro de Cem!

Número de Luizinho

Se você multiplicar todos os algarismos do número de Luizinho, obterá um número par.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Luizinho no Quadro de Cem!

Número de Luizinho

O número de Luizinho está próximo ao centro do quadro.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Luizinho no Quadro de Cem!

APÊNDICE D – Segundo jogo da *Caçada ao Quadro de Cem*: O número de Ana.
(Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T.)

Número de Ana

A soma dos algarismos do número de Ana é maior que dez.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!

Número de Ana

A diferença entre os dois algarismos do número de Ana é maior que três.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!

Número de Ana

O número de Ana é um múltiplo de sete.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!

Número de Ana

O primeiro algarismo do número de Ana é maior que o segundo.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!

Número de Ana

O número de Ana não é ímpar.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!

Número de Ana

Os dois algarismos do número de Ana são pares.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Ana no Quadro de Cem!

APÊNDICE E – Orientações da família de jogos *Encontre o Número*.

ENCONTRE O NÚMERO

Áreas conceituais: lógica, processo de eliminação, conectores lógicos como E e NÃO, sucessor e antecessor, inequações, divisibilidade, tipos de números como primos, palíndromos, números perfeitos e números triangulares. Um dos problemas usa máximo divisor comum.

Para cada grupo:

- Papel e lápis
- Calculadora

Descrição:

Os grupos tentarão encontrar um número, como na família “Caçada ao Quadro de Cem”, mas agora o número provavelmente não aparecerá no Quadro de Cem. Cada cartão individual ajuda o grupo a diminuir as possíveis soluções. Alguns dos cartões introduzem ou usam mais propriedades esotéricas que a família anterior, como o número ser um primo, um palíndromo ou um número triangular.

Outros comentários:

O que fazer se Marcy recebe um cartão alegando que o número é um palíndromo, e ela não sabe o que é um palíndromo? Algumas vezes explicamos a propriedade do número no cartão com a pista; outras vezes explicamos com outro cartão; e outras vezes não explicamos. Os estudantes aprenderão a confiar nos membros do seu grupo quando eles não podem se ajudar. Lembre-se: tenha certeza de que todos no grupo concordam que eles precisam de ajuda de fora do grupo antes de você ajudar.

Características:

O que estes problemas diferem da “Caçada ao Quadro de Cem”?

- As pistas deste conjunto são mais difíceis, usam conceitos mais difíceis.
- O leque de respostas é maior, não confinado ao Quadro dos Cem.
- Mais importante, os estudantes tem que estabelecer sua própria ordem no problema pra resolvê-lo. Nós não damos a eles a estrutura.
- Por causa desta falta de estrutura imposta, você observará uma grande variedade de métodos de solução de problemas quando você conversar com os estudantes posteriormente. Por exemplo, eles podem usar ainda o processo de eliminação (“nós sabíamos que era menor que 1000 e maior que 750”...), mas também podem ainda usar o adivinhar e checar (“Quando tentamos o 5, ficou muito pequeno, então tentamos o 6...”) ou ainda um raciocínio mais sofisticado (“Como havia apenas 3 fatores, devia ser um quadrado perfeito”).

Problemas desta família são também bons candidatos a *jigsaw*.

Possíveis questões para discussão

- Será que alguém deparou com alguma palavra que você não conhecia?
- Por que os números triangulares chamam-se triangulares?
- Você acha que poderia escolher uma pista que fosse a mais importante?
- Se você resolveu um problema e a resposta foi 258, escreva (ou diga-me) algumas pistas que você pode dar a alguém.

APÊNDICE F – Primeiro jogo do *Encontre o Número*: O número de Andrea. (Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T.)

Número de Andrea

O produto dos algarismos do número de Andrea é 36.

Qual é o número de Andrea?

Número de Andrea

O número de Andrea é um primo.

Qual é o número de Andrea?

Número de Andrea

O número de Andrea é menor que cem.

Qual é o número de Andrea?

Número de Andrea

O número de Andrea é o maior número que satisfaz todas as outras condições.

Qual é o número de Andrea?

Número de Andrea

O antecessor do número de Andrea é divisível por cinco.

Qual é o número de Andrea?

Número de Andrea

O sucessor do número de Andrea é divisível por seis.

Qual é o número de Andrea?

APÊNDICE G – Segundo jogo do *Encontre o Número*: O número de Alex. (Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T.)

Número de Alex

O número de Alex é um palíndromo, e o segundo e terceiro algarismos são diferentes.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Alex!

Número de Alex

O número de Alex é primo e é maior que cem.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Alex!

Número de Alex

O número de Alex é ímpar, e a diferença entre o maior e o menor algarismo é cinco.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Alex!

Número de Alex

O número de Alex é menor que mil, e a soma dos seus algarismos é 14.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Alex!

Número de Alex

O número de Alex não é divisível por três, e é menor que 500.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Alex!

Número de Alex

O número de Alex é um número inteiro com apenas dois divisores: 1 e ele mesmo.

Ajude seu grupo a encontrar o número de Alex!

APÊNDICE H – Segunda aula cooperativa do 8º ano: Orientações da família *Jogos de Dados*.

JOGOS DE DADOS

Áreas conceituais: frações, proporção, porcentagem, probabilidade.

Para cada grupo:

- Papel e lápis
- Calculadora
- Dados de jogo
- Etiquetas em cada envelope

Descrição:

Os grupos devem encontrar um número que é a única solução do problema. Este número representa a chance, em porcentagem, de ocorrer um determinado evento. Nestas atividades não há cartões de pistas adicionais. O professor pode entregar os cartões opcionais aos estudantes e solicitar que escrevam novas pistas para o problema. Não é necessário o uso de fórmulas para a resolução das atividades contidas nesta família.

Características:

Os problemas desta família são específicos para estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, mas podem ser aplicados também no Ensino Médio. Nesta família de problemas:

- Os estudantes tem que estabelecer uma ordem no problema pra resolvê-lo.
- Utilizam-se diferentes operações na resolução.
- As questões são objetivas: o grupo precisa encontrar um número que seja solução do problema.
- Cada problema tem uma única solução.

Possíveis questões para discussão

- Que padrões vocês encontraram nas atividades?
- Você acha que é possível escolher uma pista que seja a mais importante?
- Você acrescentaria uma nova pista em algum problema?
- Como vocês resolveram os problemas?

APÊNDICE I – Primeiro *Jogo de Dados*: Jogo de Dados 1. (Elaborado pela professora)

Jogo dos Dados 1

Pedrinho e Carla têm dois dados para jogar.

Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?

Jogo dos Dados 1

Pedrinho lançou um dos dados sobre a mesa, e anotou o resultado.

Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?

Jogo dos Dados 1

Carla lançou o outro dado sobre a mesa e anotou o resultado.

Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?

Jogo dos Dados 1

Os dados não são viciados, isto é, cada face tem a mesma chance de ficar voltada para cima.

Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?

Jogo dos Dados 1

Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?

Jogo dos Dados 1

Qual é a chance de Pedrinho e Carla obterem 6 em cada lançamento dos dados?

APÊNDICE J – Segundo *Jogo de Dados*: Jogo de Dados 2. (Elaborado pela professora)

Jogo dos Dados 2

Cláudia tem um dado honesto.

Qual é a chance de a soma ser um número par?

Jogo dos Dados 2

Cláudia lançou o dado duas vezes.

Qual é a chance de a soma ser um número par?

Jogo dos Dados 2

Cláudia somou os resultados obtidos em cada lançamento.

Qual é a chance de a soma ser um número par?

Jogo dos Dados 2

Cláudia elaborou um quadro com todas as possibilidades de soma.

Qual é a chance de a soma ser um número par?

Jogo dos Dados 2

Qual é a chance de a soma ser um número par?

Jogo dos Dados 2

Qual é a chance de a soma ser um número par?

APÊNDICE K – Terceiro *Jogo de Dados*: Jogo de Dados 3. (Elaborado pela professora)

Jogo dos Dados 3

Jorginho tem 2 dados honestos.

Qual é a chance de o produto ser um número ímpar?

Jogo dos Dados 3

Jorginho lançou os dados e anotou os resultados obtidos.

Qual é a chance de o produto ser um número ímpar?

Jogo dos Dados 3

Jorginho multiplicou os resultados obtidos nos lançamentos.

Qual é a chance de o produto ser um número ímpar?

Jogo dos Dados 3

Jorginho construiu um quadro com todas as possibilidades de multiplicação.

Qual é a chance de o produto ser um número ímpar?

Jogo dos Dados 3

Qual é a chance de o produto ser um número ímpar?

Jogo dos Dados 3

Qual é a chance de o produto ser um número ímpar?

APÊNDICE L – Terceira aula cooperativa do 8º ano: Orientações da família de jogos *Construa!*.

CONSTRUA!

Atividade do livro: Build it!

Áreas conceituais: geometria e razão espacial em três dimensões, lógica em um conjunto geométrico.

Vocabulário utilizado: cubo, face, aresta, lado, toque, aresta, acima, abaixo, cada, todo.

Para cada grupo:

- Cubos coloridos. É possível resolver todos os problemas nesta família usando um conjunto de onze cubos: dois de cada vermelhos, azuis, amarelos, verdes e laranjas, e um rosa.

Descrição:

O grupo precisa construir uma pequena estrutura de cubos coloridos. Cada pista diz algo sobre a estrutura, por exemplo: “há um bloco vermelho abaixo do bloco verde” ou “os dois blocos alaranjados compartilham uma aresta”. Em alguns problemas, os estudantes tem que deduzir quais blocos serão necessários a partir das pistas. Em um dos problemas, cada pista restringe seu titular a tocar uma só cor do bloco.

Estes problemas são tradicionais jogos para iniciantes. Eles são divertidos e os primeiros são bem fáceis, mas sem serem triviais.

Proposta:

Poderíamos continuar por páginas falando da importância da geometria como parte do aprendizado matemático em todos os níveis. Vamos fazer três apontamentos aqui:

- Primeiro, as pistas usam linguagem matemática e forçam os solucionadores de problemas a usar palavras como “face” e “comprimento” para obter suas pistas através das outras. Além disso, os estudantes desenvolvem boas discussões sobre quando “acima” significa “acima e próximo”.
- Segundo, a maior parte da geometria instrucional é bidimensional, ainda que nós vivamos em um mundo 3D. Aprender a pensar em três dimensões é poderoso e útil.
- Terceiro, incorporar a linguagem matemática e o pensamento 3D ajudará aqueles estudantes que mais precisam – os estudantes que não brincam com frequência com brinquedos que desenvolvem a visualização espacial.

Possíveis questões para discussão

- Como você tornaria estes problemas mais difíceis?
- Você usou alguma palavra que tenha mais de um significado para o grupo?
- Qual foi o seu problema favorito? Por quê?

APÊNDICE M – Primeiro jogo da família *Construa!*: Construa! 1. (Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T.)

○ **Construa! 1**

Há seis blocos ao todo.
Um dos blocos é amarelo.

Construa! 1 ○

O bloco verde compartilha uma face com cada um dos outros cinco blocos.

○ **Construa! 1**

Os dois blocos vermelhos não se tocam.

Construa! 1 ○

Os dois blocos azuis não se tocam.

● **Construa! 1**

Cada bloco vermelho compartilha um lado com o bloco amarelo.

Construa! 1 ●

Cada bloco azul compartilha uma aresta com cada um dos blocos vermelhos.

APÊNDICE N – Segundo jogo da família *Construa!*: Construa! 2. (Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T. – não desenvolvido em aula)

○ **Construa! 2**

Há seis blocos ao todo, em uma torre de seis blocos de altura.

Há um bloco amarelo no topo.

Construa! 2 ○

O bloco vermelho está acima do bloco verde.

○ **Construa! 2**

Um dos blocos amarelos está acima do bloco verde; o outro está abaixo.

Construa! 2 ○

Cada um dos blocos azuis compartilha uma face com o bloco verde.

● **Construa! 2**

Blocos de mesma cor não se tocam.

Construa! 2 ●

Há dois blocos amarelos, dois azuis, um verde e um vermelho, no conjunto de blocos.

APÊNDICE O – Terceiro jogo da família *Construa!*: Construa! 3. (Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T. – não desenvolvido em aula)

○ **Construa! 3**

Há um bloco vermelho diretamente abaixo de um bloco amarelo.

Há um bloco verde no nível inferior.

Construa! 3 ○

Há um bloco vermelho diretamente no topo de um bloco amarelo.

O bloco mais alto está no terceiro nível.

○ **Construa! 3**

Há seis blocos ao todo.

Um bloco laranja compartilha uma face com um bloco verde e dois outros.

Construa! 3 ○

Um bloco azul compartilha uma face com um bloco amarelo.

Há um bloco vermelho no nível mais baixo.

● **Construa! 3**

Um bloco azul toca blocos vermelho e verde apenas nas arestas.

Há três blocos no nível mais baixo.

Construa! 3 ●

Um bloco amarelo toca um bloco laranja apenas em uma aresta.

APÊNDICE P – Quarto jogo da família *Construa!*: Construa entre... (Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T. – não desenvolvido em aula)

○ **Construa entre ...**

O cubo verde está entre o cubo laranja e o cubo amarelo.

Construa esta fila de seis cubos!

Construa entre ... ○

O cubo vermelho está entre o cubo rosa e o cubo verde.

Construa esta fila de seis cubos!

○ **Construa entre ...**

O cubo laranja está entre o cubo verde e o cubo vermelho.

Construa esta fila de seis cubos!

Construa entre ... ○

O cubo azul está entre o cubo verde e o cubo amarelo.

Construa esta fila de seis cubos!

● **Construa entre ...**

Os cubos amarelo e rosa não estão posicionados entre outros cubos.

Construa esta fila de seis cubos!

Construa entre ... ●

Todo cubo tem uma cor diferente dos demais.

Construa esta fila de seis cubos!

APÊNDICE Q – Segunda aula cooperativa do 9º ano: Orientações da família de jogos
Trigonometria.

TRIGONOMETRIA

Áreas conceituais: lógica, processo de eliminação, operações, ângulos, triângulos retângulos, álgebra.

Vocabulário: maior que, menor que, lado, cateto, hipotenusa, ângulo, ângulo reto.

Para cada grupo:

- Papel e lápis
- Régua, transferidor, compasso, canudo, feijões
- Tabela trigonométrica

Descrição:

Cada grupo precisa encontrar um número que representa a medida de um lado (ou dois) do triângulo retângulo. Os estudantes podem construir as figuras com o uso de papel, régua e transferidor. No problema de medir a largura do rio, os estudantes podem utilizar o transferidor e o canudo para entender a medição de ângulos com o uso de mira. Os feijões servem para marcar os pontos de referência do rio.

A tabela trigonométrica é necessária para o cálculo das medidas dos lados do triângulo retângulo com base no seno, cosseno e tangente dos ângulos internos.

Outros comentários:

O livro didático utilizado em sala de aula explica como construir uma mira para medir ângulos utilizando transferidor e um canudo de refresco. Entretanto, pode-se acrescentar um cartão ao jogo, contendo as instruções da construção da mira. Este objeto não é essencial para a resolução do problema, mas facilita a compreensão.

Os estudantes tradicionalmente têm mais dificuldade com problemas de palavras do que com problemas de técnicas tradicionais. Alguns dos problemas desta família envolvem apenas a construção do triângulo e o cálculo da medida do lado; já outros são problemas que envolvem a representação de uma situação concreta em linguagem matemática – são problemas de abstração. Aprender técnicas sem um contexto – totalmente separado, tanto das situações e do significado dos números – pode fazer com que os estudantes adquiram o domínio da técnica, mas sem a habilidade de abstrair.

Características:

Os problemas desta família são específicos para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, mas podem ser aplicados também no Ensino Médio. Nesta família de problemas:

- As questões são objetivas: está claro qual é o objetivo do grupo em cada problema: encontrar a medida de um ou dois lados do triângulo retângulo.
- Cada problema tem uma única solução.
- Cada problema faz bom uso de materiais concretos.

Possíveis questões para discussão

- Vocês precisaram de todos os cartões para resolver o problema?
- Que padrões você encontrou nas atividades?
- Será que alguém deparou com alguma palavra que não conhecia?
- Você acha que é possível escolher uma pista que seja a mais importante?
- Como seu grupo usou os materiais manipulativos?

APÊNDICE R – Primeiro jogo da família *Trigonometria*: Triângulo 1. (Elaborado pela professora)

Triângulo 1

O triângulo ABC é retângulo.

Quais são as medidas dos catetos do triângulo?

Triângulo 1

O maior lado do triângulo ABC mede 4 cm.

Quais são as medidas dos catetos do triângulo?

Triângulo 1

O ângulo \hat{B} do triângulo ABC mede 53° .

Quais são as medidas dos catetos do triângulo?

Triângulo 1

O ângulo \hat{A} é um ângulo reto.

Ângulo reto mede 90° .

Quais são as medidas dos catetos do triângulo?

Triângulo 1

O lado AB é menor que o lado AC.

Quais são as medidas dos catetos do triângulo?

Triângulo 1

Quais são as medidas dos catetos do triângulo?

APÊNDICE S – Segundo jogo da família *Trigonometria*: Triângulo 2. (Elaborado pela professora)

Triângulo 2

O triângulo ABC é retângulo, e \hat{C} é o ângulo reto.

Descubra com seu grupo qual a medida da hipotenusa do Δ ABC!

Triângulo 2

Um dos catetos do triângulo ABC mede 3 cm.

Descubra com seu grupo qual a medida da hipotenusa do Δ ABC!

Triângulo 2

O ângulo \hat{A} do triângulo ABC mede 30° .

Descubra com seu grupo qual a medida da hipotenusa do Δ ABC!

Triângulo 2

O ângulo \hat{A} é oposto ao cateto de 3 cm.

Descubra com seu grupo qual a medida da hipotenusa do Δ ABC!

Triângulo 2

O lado AC é maior que o lado BC.

Descubra com seu grupo qual a medida da hipotenusa do Δ ABC!

Triângulo 2

Descubra com seu grupo qual a medida da hipotenusa do Δ ABC!

APÊNDICE T – Terceiro jogo da família *Trigonometria*: Voo de avião. (Elaborado pela professora)

Voo de avião

Ao meio dia, Flavinha embarcou num avião para viajar de Salvador até São Paulo.

A que altura Flavinha conseguiu ver o mar?

Voo de avião

O avião de Flavinha levantou voo num ângulo de 30° .

A que altura Flavinha conseguiu ver o mar?

Voo de avião

Após percorrer 1600 metros no ar, Flavinha conseguiu ver o mar.

A que altura Flavinha conseguiu ver o mar?

Voo de avião

O avião em que Flavinha embarcou decolou em linha reta.

A que altura Flavinha conseguiu ver o mar?

Voo de avião

Quem medir a distância percorrida pela sombra do avião no solo vai obter um número menor que 1600 metros.

A que altura Flavinha conseguiu ver o mar?

Voo de avião

A que altura Flavinha conseguiu ver o mar?

APÊNDICE U – Quarto jogo da família *Trigonometria*: Passeio de teleférico 1.
(Elaborado pela professora)



Passeio de teleférico 1

Um teleférico será construído, partindo do pé de um morro até seu ponto mais alto.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 1

O ponto mais alto do morro está a 114 metros de altura na vertical.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 1

Quem está no pé do morro consegue visualizar o topo do morro com um ângulo de inclinação de 35° .

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 1

Para construir o teleférico, um cabo de aço deve ser instalado do pé do morro até seu topo.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 1

O cabo do teleférico corresponde à hipotenusa do triângulo obtido pelo pé do morro, o topo do morro e a base do morro.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 1

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!

APÊNDICE V – Quinto jogo da família *Trigonometria*: Passeio de teleférico 2.
(Elaborado pela professora)



Passeio de teleférico 2

Um teleférico será construído, saindo do pé de um morro até seu ponto mais alto.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 2

O ponto mais alto do morro está a 114 metros de altura na vertical.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 2

Quem está no pé do morro consegue visualizar o topo do morro com um ângulo de inclinação de 35° .

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 2

Para construir o teleférico, um cabo de aço deve ser instalado do pé do morro até seu topo.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 2

O cabo de aço do teleférico é curvo devido ao seu peso. Essa curvatura torna o comprimento do cabo 2% maior do que se fosse reto.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!



Passeio de teleférico 2

O cabo do teleférico corresponde à hipotenusa do triângulo obtido pelo pé do morro, o topo do morro e a base do morro.

Descubra qual deve ser o comprimento do cabo do teleférico!

APÊNDICE W – Sexto jogo da família *Trigonometria*: Medindo a largura do rio.
(Elaborado pela professora)

○ Medindo a largura do rio

Carlinhos quer medir a largura do rio que faz divisa com o sítio de seu avô. Para isso, vai usar uma trena e uma mira.

Obs: A mira é feita de transferidor e canudo.

Ajude seu grupo a descobrir a largura do rio!

○ Medindo a largura do rio

Carlinhos avistou uma árvore bem à sua frente, do outro lado do rio. Carlinhos marcou sua posição na margem com uma pedra.

Ajude seu grupo a descobrir a largura do rio!

○ Medindo a largura do rio

Carlinhos colocou a ponta da trena ao lado da pedra, e esticou-a paralelamente à margem do rio por 12 metros.

Ajude seu grupo a descobrir a largura do rio!

Medindo a largura do rio ○

Depois de esticar a trena, Carlinhos marcou a posição do fim da trena com um galho de árvore.

Ajude seu grupo a descobrir a largura do rio!

○ Medindo a largura do rio

Usando a mira exatamente no ponto marcado com o galho, Carlinhos conseguiu ver a árvore do outro lado do rio a um ângulo de 30° .

Ajude seu grupo a descobrir a largura do rio!

Medindo a largura do rio ●

Ajude seu grupo a descobrir a largura do rio!

APÊNDICE X – Terceira aula cooperativa do 9º ano: Orientações da família de jogos *Padrões Numéricos*.

PADRÕES NUMÉRICOS

Atividade do livro: Number Patterns

Áreas conceituais: sequências de números. Encontrar o próximo número no padrão. Os estudantes também usam álgebra para relacionar os números uns com os outros.

Para cada grupo:

- Material manipulativo.
- Lápis e papel.

Descrição:

Cada problema tem uma sequência de números que deve ser determinada pelos estudantes. Em alguns problemas, as pistas relacionam os membros da sequência (“O terceiro número é duas vezes o segundo número mais um.”). É importante pensar em resolver o problema como se fosse um problema de álgebra, e então tentar descobrir o padrão baseado nos resultados. Outros problemas são mais específicos na natureza, representando uma situação onde o padrão de um número surge naturalmente.

De qualquer forma, o problema é configuração, são problemas de várias etapas ideais para grupos. O grupo precisa envolver várias ideias diferentes simultaneamente.

Características:

Uma vez que os números da sequência estão estabelecidos, o grupo ainda tem que determinar a regra. Problemas com sequências são clássicos que aparecem em todo tipo de teste matemático. E mais importante, as sequências podem ajudar os estudantes a aprofundar seu conhecimento de funções. A ideia de função é central na matemática algébrica e é vital para o sucesso numa carreira de base matemática.

O problema *Feeding Frenzy* (ERICKSON, p. 137) tem um atributo comum a vários dos problemas mais avançados: há mais de uma solução sem o cartão opcional. O cartão opcional torna a solução única. Há chances de os estudantes aparecerem com a solução única de qualquer modo, mas caso contrário, esteja preparado com uma boa pergunta, ou duas.

Possíveis questões para discussão

- Que padrões foram mais difíceis de determinar?
- O que foi mais fácil: encontrar os números nos padrões ou determinar como estender os padrões?
- Que tipo de estratégia seu grupo usou para estender os padrões?
- Se você determinou um padrão, como você sabe que está correto?

APÊNDICE Y – Primeiro jogo da família *Padrões Numéricos*: Pilhas de padrões.
(Retirado do livro *Get it together*, ERICKSON, T.)



Pilhas de padrões

A segunda pilha tem um quinto da quinta pilha.

Há apenas uma unidade na primeira pilha.

Se o padrão continuar, quantas unidades terá a sexta pilha?



Pilhas de padrões

A segunda pilha tem metade da terceira pilha.

Se o padrão continuar, quantas unidades terá a sexta pilha?



Pilhas de padrões

A quarta pilha é um terço menor que a quinta pilha.

Se o padrão continuar, quantas unidades terá a sexta pilha?



Pilhas de padrões

Se você colocar a primeira, a segunda e a terceira pilhas juntas, você obterá a quarta pilha.

Se o padrão continuar, quantas unidades terá a sexta pilha?



Pilhas de padrões

Se as pilhas fossem de pessoas, cada pilha poderia formar uma pirâmide humana.

Se o padrão continuar, quantas unidades terá a sexta pilha?



Pilhas de padrões

A quarta pilha é igual à terceira pilha mais quatro.

Se o padrão continuar, quantas unidades terá a sexta pilha?

APÊNDICE Z – Segundo jogo da família *Padrões Numéricos*: Sequência numérica
(Elaborado pela professora)

Sequência numérica

O quarto número é igual ao segundo número mais seis.

Qual é o sétimo número do padrão?

Sequência numérica

O quinto número é igual ao segundo número vezes quatro.

Qual é o sétimo número do padrão?

Sequência numérica

O primeiro número mais o terceiro número é igual ao terceiro número.

Qual é o oitavo número da sequência?

Sequência numérica

O terceiro número é igual à metade do quinto número.

Qual é o oitavo número da sequência?

Sequência numérica

O quarto número é igual à soma do segundo número com o terceiro.

Qual é o oitavo número da sequência?

Sequência numérica

Os números da sequência numérica são múltiplos do segundo número.

Qual é o oitavo número da sequência?

APÊNDICE AA – Atividade elaborada pela professora para o 9º ano e não desenvolvida em aula: Orientações da família de jogos *Juros simples e juros compostos*.

Juros Simples e Juros Compostos

Áreas conceituais: álgebra, porcentagem, regra de três, conceitos de matemática financeira como juros, capital, montante, taxa.

Para cada grupo:

- Papel e lápis
- Calculadora

Descrição:

Os grupos devem encontrar um número que é a única solução do problema. Este número pode representar o valor de um capital, de um montante, de uma taxa, ou ainda dos juros obtidos da aplicação. Para isso, devem seguir as informações contidas em cada cartão de pista. Os estudantes podem utilizar fórmulas da matemática financeira para os cálculos necessários em cada problema contido nesta família.

Outros comentários:

Os problemas de juros são problemas de abstração, isto é, envolvem situações contextualizadas que buscam dar significado ao conteúdo matemático.

Características:

Os problemas desta família são específicos para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, mas podem ser aplicados também no Ensino Médio. Nesta família de problemas:

- Os estudantes tem que estabelecer sua própria ordem no problema pra resolvê-lo.
- Usa diferentes operações na resolução.
- As questões são objetivas: o grupo precisa encontrar um número que seja solução do problema.
- Cada problema tem uma única solução.

Possíveis questões para discussão

Vocês precisaram de todos os cartões para resolver o problema?

Que padrões você encontrou nas atividades?

Você acha que é possível escolher uma pista que seja a mais importante?

Você acrescentaria uma nova pista em algum problema?

Como vocês resolveram os problemas?

Vocês acharam estes problemas fáceis, difíceis ou adequados? Por quê?

APÊNDICE AB – Primeiro jogo da família *Juros simples e juros compostos*: Cofrinho de Paulinha.

○ **Cofrinho de Paulinha**

Paulinha aplicou R\$ 300,00 do seu cofrinho na poupança.

Quanto Paulinha tem hoje na poupança?

Cofrinho de Paulinha ○

A poupança rende juros a uma taxa de 0,5% ao mês.

Quanto Paulinha tem hoje na poupança?

○ **Cofrinho de Paulinha**

A poupança segue o regime de juros compostos.

Quanto Paulinha tem hoje na poupança?

Cofrinho de Paulinha ○

Paulinha aplicou seu dinheiro na poupança há três meses atrás.

Quanto Paulinha tem hoje na poupança?

● **Cofrinho de Paulinha**

Paulinha tem hoje mais do que R\$ 304,50 na poupança.

Quanto Paulinha tem hoje na poupança?

Cofrinho de Paulinha ●

Quanto Paulinha tem hoje na poupança?

$$J = C.i.t$$

$$M = C + J$$

APÊNDICE AC – Segundo jogo da família *Juros simples e juros compostos*: Dinheiro de Julinho.

Dinheiro de Julinho

Julinho emprestou dinheiro a seu primo nove meses atrás.

Descubra quanto Julinho emprestou a seu primo!

Dinheiro de Julinho

O primo de Julinho devolveu o valor emprestado, mais R\$ 54,00 de juros.

Descubra quanto Julinho emprestou a seu primo!

Dinheiro de Julinho

Julinho cobrou juros pelo empréstimo, a uma taxa de 3% ao mês.

Descubra quanto Julinho emprestou a seu primo!

Dinheiro de Julinho

Julinho usou o regime de juros simples para calcular o juro do empréstimo feito a seu primo.

Descubra quanto Julinho emprestou a seu primo!

Dinheiro de Julinho

Julinho usou a mesma taxa de juros em todos os meses em que seu dinheiro ficou com seu primo.

Descubra quanto Julinho emprestou a seu primo!

Dinheiro de Julinho

Descubra quanto Julinho emprestou a seu primo!

APÊNDICE AD – Terceiro jogo da família *Juros simples e juros compostos*: Presente de Aninha.

Presente de Aninha

Aninha comprou um presente de aniversário para sua mãe, no valor de R\$ 250,00.

Que taxa mensal de juros foi cobrada de Aninha?

Presente de Aninha

Aninha dividiu o pagamento do presente em duas parcelas: uma no ato da compra, e outra depois de 30 dias.

Que taxa mensal de juros foi cobrada de Aninha?

Presente de Aninha

Aninha pagou R\$ 130,00 na primeira parcela do presente.

Que taxa mensal de juros foi cobrada de Aninha?

Presente de Aninha

A segunda parcela do presente de Aninha foi de R\$ 130,00.

Que taxa mensal de juros foi cobrada de Aninha?

Presente de Aninha

Aninha pagou juros apenas pela segunda parcela.

Que taxa mensal de juros foi cobrada de Aninha?

Presente de Aninha

Que taxa mensal de juros foi cobrada de Aninha?

APÊNDICE AE – Quarto jogo da família *Juros simples e juros compostos*: Casa para Robertinho.

○ **Casa para Robertinho**

Robertinho fez um financiamento para comprar sua casa, no valor de R\$ 70.000,00.

Descubra quanto Robertinho pagou de juros!

Casa para Robertinho ○

O banco cobrou de Robertinho uma taxa de juros de 60% ao ano.

Descubra quanto Robertinho pagou de

○ **Casa para Robertinho**

Robertinho pagou a primeira parcela do financiamento dia 1º de fevereiro de 2011.

Descubra quanto Robertinho pagou de juros!

Casa para Robertinho ○

Robertinho quitou a dívida em 1º de agosto de 2011.

Descubra quanto Robertinho pagou de juros!

Casa para Robertinho ●

A taxa de juros cobrada no financiamento obedece ao regime de juros simples.

Descubra quanto Robertinho pagou de juros!

Casa para Robertinho ●

Descubra quanto Robertinho pagou de juros!

APÊNDICE AF - Pesquisa com os estudantes do 8º e 9º anos, antes e após as aulas cooperativas: questionário aplicado.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é _____

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando _____

3. A parte da matemática que mais me assusta é _____

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja _____

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é “novo” para você?

APÊNDICE AG – Normas comportamentais apresentadas pela professora aos estudantes, e afixadas na lousa antes do início das aulas cooperativas.

Normas Comportamentais

- ✓ Apenas um estudante está habilitado a pegar novos problemas ou materiais.
- ✓ Siga as regras da atividade: sem perguntas para o professor até que todos no grupo confirmem que não sabem responder.
- ✓ Garanta que todos estejam participando: todos devem falar, todos devem utilizar os materiais de apoio.
- ✓ Escute o que outras pessoas dizem.
- ✓ Tente explicar o que você diz.
- ✓ Peça a opinião dos colegas.
- ✓ Ajude os outros - sem dizer o que fazer ou dar respostas.
- ✓ Peça ajuda se você precisar: do grupo primeiro e do professor por último.

APÊNDICE AH – Folha para resolução das atividades cooperativas.

ATIVIDADE COOPERATIVA

Profa. Mariangela Salviato Balbão Gouvêa

Data: ___/___/___

Aluno: _____ Ano: _____

Família da Atividade: _____ Número da Atividade: _____

O que você aprendeu com esta Atividade? Ela foi importante? Por quê?

APÊNDICE AJ – Folha para registro das observações da professora durante as aulas cooperativas do 9º ano.

ATIVIDADE COOPERATIVA - 9º ANO

Nome ou Descrição do Exercício: _____ Data: ___/___/___

Relatório de Observações em Aula

Critérios	A1	A2	A3	A4	A5
Participação					
Cooperação					
Apresentação de ideias					
Domínio da matéria					
Entendimento do problema					
Atenção a detalhes					
Crítica construtiva					
Reforço positivo aos parceiros					
Reação a desacordos					
Relação com outros grupos					

ANEXOS

ANEXO A – Respostas dos estudantes do 8º ano ao questionário pré-atividades cooperativas.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.
 Sim Não Tanto faz Não sei
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.
 Sim Não Tanto faz Não sei
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.
 Sim Não Tanto faz Não sei
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe.
 Sim Não Tanto faz Não sei
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.
 Sim Não Tanto faz Não sei
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.
 Sim Não Tanto faz Não sei
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.
 Sim Não Tanto faz Não sei
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.
 Sim Não Tanto faz Não sei
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.
 Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é a explicação do professor
2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando a professora chama só a minha atenção, onde que os outros tem mais tempo e as coisas vão ficando mais
3. A parte da matemática que mais me assusta é as questões muito difíceis
4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja legal, e que compreenda minhas ideias

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando estamos fazendo exercícios,
pelos pedidos de ajuda e chegar em
uma conclusão errada

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Durante a formulação de ideias

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Nenhuma

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Chegar todos em uma conclusão

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, também

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

É aquela que te ajuda, sabe usar a
sua voz e não se aborrece, e orientar

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Exercícios, nada.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Nada.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

fazendo o trabalho em
grupo.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.
 Sim Não Tanto faz Não sei
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.
 Sim Não Tanto faz Não sei
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.
 Sim Não Tanto faz Não sei
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe
 Sim Não Tanto faz Não sei
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.
 Não Tanto faz Não sei
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.
 Não Tanto faz Não sei
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.
 Sim Não Tanto faz Não sei
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.
 Não Tanto faz Não sei
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.
 Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é as atividades
2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando vejo que a matéria será difícil
3. A parte da matemática que mais me assusta é expressões enormes
4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja mais amiga minha porque tem mais finalidade

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando não houver variações e
estarmos sem dúvidas, ou na revisão

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Porque você pode ajudar e ser
ajudado pelos amigos

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Porque tem pessoas que não
respeitam e ficam conversando

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

As vezes atrapalham quando eu
quero ler e ouvir

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Assunto sobre a matéria, e não
fugir do assunto

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Me sinto à vontade de qual-
quer forma, sempre falso

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Bom: que ajuda você
Mal: que atrapalha

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Explicações e atividades; não é

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Equação, Potência, resto de tudo

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Treinando todos os dias

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é Aprender em sala de aula quando a professora está explicando

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando quando eu não tiro boa nota

3. A parte da matemática que mais me assusta é calculo

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja trabalha - dura, que seja, não fique parada sem fazer nada

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

~~Em trabalho, pois a maioria das pessoas não~~
 não sei, depende da matéria

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

depende das pessoas

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

depende das pessoas

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, sim

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Um bom colega é aquele que sabe ouvir e considera todas as opiniões. Um mal colega é aquele que não quer fazer nada.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

As explicações em sala de aula

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Gosto dos desafios de matemática.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Ouvindo a explicação da professora

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é livro

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando são muitos exercícios

3. A parte da matemática que mais me assusta é as contas enormes

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja meia

e que possa me ajudar

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando um dos colegas precisa de ajuda e outro colega pode ajudar.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando todos trabalham juntos.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando os alunos não querem nada com nada.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

As vezes ajudam.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Resoluções mais fáceis para os problemas de matemática.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Não, pois às vezes eu posso estar errada. Então nem do papinho :)

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Bom: aquele que se que você está com dificuldade e ajuda.

Mal: que se que você tá com dificuldade e não ajuda.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Tá a professora que mais me ajuda, as contas me ajudam.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Mais gosto são as formas de resolver as contas.

Menos gosto, conta estença.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Entender primeiro e pedir ajuda ao professor.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática são as opiniões dos outros alunos, a explicação e os exercícios.

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando tem alguma coisa difícil de entender.

3. A parte da matemática que mais me assusta é são as expressões entre outros cálculos.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja muito educada e que respeite minhas opiniões também.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando tem cálculos mais difíceis, para todos terem a oportunidade de aprenderem juntos.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Jogar, discussão.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Exercícios, contar.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam e muito.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Eles ficarem em silêncio, para podermos raciocinar melhor.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim. Também.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Uma educada, e concentrada.

Uma que não aceita opiniões.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Os exercícios extras. As expressões longas.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Desafios e alguns cálculos. Expressões.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Gincanas, jogos.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é O professor, pois ele tira
minha dúvida

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando as contas são difíceis

3. A parte da matemática que mais me assusta é Singulares e polinômios

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja interessante
para o grupo

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando um colega sabe me ajudar

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Aquela em que todos pensam um pouco

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

A conversa desnecessária

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Atrapaalha mas só as desnecessárias

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Coisas boas

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, mas para a classe inteira não

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Um bom é aquele que ajuda de verdade, é aquele que não ajuda

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Coisas que ajudam para não errar contar que eu faça no dia a dia não usa a matemática que eu estou aprendendo

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Álgebra, nome

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Estudando

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.
Sim Não Tanto faz Não sei
2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.
Sim Não Tanto faz Não sei
3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.
Sim Não Tanto faz Não sei
4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe.
 Sim Não Tanto faz Não sei
5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.
 Sim Não Tanto faz Não sei
6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.
 Sim Não Tanto faz Não sei
7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.
 Sim Não Tanto faz Não sei
8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.
Sim Não Tanto faz Não sei
9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.
 Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é a professora
2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não consigo resolver um problema
3. A parte da matemática que mais me assusta é a álgebra
4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja inteligente

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando a professora pedir. Porque alguns exercícios não requerem trabalho

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa? *em grupo*

As soluções

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

A dificuldade

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

A respostas corretas

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim. Também.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Alguém inteligente.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

A professora. Nada.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

(Os sistemas de matemática ($\sqrt{\quad}$, \div , \times , x^2)).
Provar.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Ouvir a professora

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é

ler fazer as contas. E aprender

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando

que eu fico muito atento E quando

3. A parte da matemática que mais me assusta é

o que mais me assusta é a divisão. a que divide.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja

Eu gostaria de trabalhar com os meus amigos e também queria que eles me ajudasse.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Eu gosto de trabalhar em grupos e a hora que precisa.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Eu aproveito a parte de fazer desenho.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

A hora dos exercícios.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

As discussões.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Eu ouço eles conversa de outras coisas.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, porque eu ajudo.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

O bom colega de grupo é aquele que ajuda. E o que não ajuda. O bom é aquele que não ajuda.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

O que ajuda é a matemática. E o que não ajuda é quando eu não consigo entender.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Eu gosto das contas fáceis? E que menos gosto é as contas mais difíceis.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Eu aprendo mais matemática.

ANEXO B – Respostas dos estudantes do 8º ano ao questionário pós-atividades cooperativas.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz ~~Não sei~~

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não ~~Tanto faz~~ Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não ~~Tanto faz~~ Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é longas induções

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando longos centros

quadrados

3. A parte da matemática que mais me assusta é nada

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja educado

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando os problemas são difíceis

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Dizendo ideias

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Nenhuma

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

As ideias

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Espero que ele diga a solução e
exija a opinião de todos

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, também

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Educado e que ouça as outras
opiniões, quando se concentra

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Principalmente a Katia e o Ivo, onde a aula,
quando o Eduardo e a Marjorie
assumiram as aulas.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Os problemas e jogos, fazer impressões

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Em grupo.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não ~~Tanto faz~~ Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

~~Sim~~ Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não ~~Tanto faz~~ Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é exercícios.

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando fazer as
expressões.

3. A parte da matemática que mais me assusta é expressões.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja educada.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando não entende a matéria

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

A conversa

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando alguém discute (lucrar)

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Os dois, depende da situação

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Cosas que ajudem no grupo

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, também.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Uma que respeita e não discute,
uma que não entende e sempre
cria brigas.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

As explicações da Katia. Cosas que
não entendi.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Álgebra. Expressões.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Em grupo.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é o professor

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não sei

3. A parte da matemática que mais me assusta é matéria

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja legal

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Sempre faz

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Conversa

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Sempre o trabalho

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Sempre faz

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Profeca

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim e sim

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Uma pessoa firmeza. Um coquetim

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Sudeu foi igual

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Sudeu, nada

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Pensar a professora fazer

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é faça exercícios

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando quando me atrapalho

3. A parte da matemática que mais me assusta é fração

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja meu amigo e ajudasse

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando a professora pede

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando todos se ajudam

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

a conversa

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Os dois

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Nada

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Não

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Os que falam e discutem

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

a ida da Katia; não sei

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Estudo

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Perguntar particularmente

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é fazer exercícios

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não sei fazer o exercício

3. A parte da matemática que mais me assusta é entretística e possibilidade

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja educada

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

quando temos dúvidas

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

toda

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Não sei

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Não ajuda

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

isso é legal e ajuda muito

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Não

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

O legal, o chato

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

tudo, depois das férias até metade de setembro

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

A explicação da Kátia, cap 8

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

tentando

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é a professora

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não sei as respostas

3. A parte da matemática que mais me assusta é as expressões

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja educada,

legal

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando estou com dúvida, ajuda.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando todos participam

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando ninguém presta atenção.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

As vezes ajudam.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Cosas que me ajuda entender a matéria

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Não, tenho medo de errar também.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Aquele que me ajuda, aquele que não está nem aí para os colegas

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

A professora, nada ajudou menos

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Mais gosto são a maneira de resolução dos problemas. Menos gosta contas difíceis

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Ajuda da professora

ANEXO C – Respostas dos estudantes do 9º ano ao questionário pré-atividades cooperativas.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é Relacionar a matemática com coisas legais

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando Não consigo resolver problemas.

3. A parte da matemática que mais me assusta é contos complicados

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja compreensiva

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Trabalhar quando

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

o Relacionamento social

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Atrapalham

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Explicações

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, de vez em quando.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Alguem que participa e é um bom colega de grupo

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Nenhuma

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Ideias problemas complicadas,

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Com paciência

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é fazer exercícios

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não consigo chegar na conclusão correta

3. A parte da matemática que mais me assusta é Nenhuma

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja curioso(a) para acabar o exercício

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando são questões grandes. Assim ^{os alunos} podem discutir respostas, para chegar em uma conclusão.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Discussão obs. exercícios.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Conversas desnecessárias

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Ajuda na resolução.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Aquela que se interessa. E o que não se interessa.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Professores.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Gosto: fazer contas e chegar na conclusão.

Não gosto muito quando não compreendo o exercício.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Refazendo várias vezes problemas semelhantes.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é a professora.

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando eu não consigo fazer alguns cálculos.

3. A parte da matemática que mais me assusta é os contos gigantes.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja Inteligente e não atrapalhe o grupo.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando você está com dificuldade.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando toda mundo ajuda.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando começa as brigas.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Ouvir coisas do trabalho.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, no grupo é não na classe como um todo.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Um pessoa que ajuda, o mal colega é aquele que atrapalha.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Os professores, lista de exercícios. O que menos me ajudou foi as contas gerais.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Não gosto de nada...

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

O professor fazendo exemplos na minha frente.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é Todos darem sua opinião e compartilhar as dúvidas.

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando Eu não conseguia fazer um exercício simples.

3. A parte da matemática que mais me assusta é Cálculos grandes, exercícios certos

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja legal

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Na meio da matéria

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando entendemos a matéria juntas

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando fazemos prova

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

As conclusões dos problemas

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, sim

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Que ouve sua opiniões

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

O que mais ajudou foram as listas de exercícios

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Não gosto de matemática

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

O professor ajudando na lição, e explicando

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é trabalhar as coisas mais
rápido

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando eu não consigo
entender exercícios.

3. A parte da matemática que mais me assusta é as contas grandes.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja muito
inteligente que eu.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando aparece uma dúvida. Pelo o amigo pode
saber, te explicar.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando não aprende coisa.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando começa as brincadeiras

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Vamos fazer logo!

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim. Sim

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Uma pessoa inteligente. Uma pessoa que não brinca e
não ajuda em nada.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Estudar em grupo. Contar difíceis de entender.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Contar fáceis. Contar difíceis.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Pedindo ajuda o professor

ANEXO D – Respostas dos estudantes do 9º ano ao questionário pós-atividades cooperativas

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é fazer exercícios.

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não consigo resolver exercícios

3. A parte da matemática que mais me assusta é nenhuma.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja esperta.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Discussão dos exercícios

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Tudo

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

O relaxo e as conversas desnecessárias.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Espero, que eles me ajudem a resolver o exercício.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Bom = quem ajuda e interage.

Ruim = quem não contribui.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Os Professores. As conversas desnecessárias.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Tudo. Eu gosto de matemática.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Refazendo.

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é _____

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando Não consigo resolver
problemas

3. A parte da matemática que mais me assusta é Problemas grandes

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja compreen-
siva

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Sempre

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Discussões

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Explicações

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Uma pessoa compreensiva é um bom colega de grupo

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é Explicações

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando minha carteira fica cheia de exercícios

3. A parte da matemática que mais me assusta é contas grandes

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja legal

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Na meia da matéria

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

Quando aprendemos

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

Quando brincamos

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

A discussão do problema

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim, Sim

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Todos da classe são colegas de grupo

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

As explicações

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Não gosto de matemática

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Explicando

Atitudes em relação ao Trabalho em Grupo e à Matemática

Circule a resposta que melhor representa sua opinião.

1. Trabalhar em grupos me ajuda a entender melhor a matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

2. Trabalhar em grupos me ajuda a raciocinar melhor em matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

3. Trabalhar em grupos me ajuda a ter mais habilidade em cálculos.

Sim Não Tanto faz Não sei

4. Trabalhar em grupos melhora minha relação com meus colegas de classe

Sim Não Tanto faz Não sei

5. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, todos são estimulados a contribuir.

Sim Não Tanto faz Não sei

6. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, ideias e opiniões são tratadas com respeito.

Sim Não Tanto faz Não sei

7. Quando eu trabalho em um pequeno grupo, consideramos que o problema foi resolvido somente quando todos estão de acordo.

Sim Não Tanto faz Não sei

8. Eu fico à vontade para falar quando participo de um grupo de trabalho.

Sim Não Tanto faz Não sei

9. Discutir problemas em grupo é um ótimo meio para aprender matemática.

Sim Não Tanto faz Não sei

Complete as frases.

1. O que mais me ajuda nas aulas de matemática é profunduras que aplicam
lem.

2. Eu me sinto frustrado na aula de matemática quando não entendo um
exercício

3. A parte da matemática que mais me assusta é Contas grandes.

4. Quando trabalho em grupo, eu gostaria de trabalhar com uma pessoa que seja inteligem-
tu.

Entrevista

1. Quando você acha que é a melhor hora para trabalhar em grupos? Por quê?

Quando é uma matéria que eu tenho dúvidas. Pois assim
alguém pode saber a minha explicação.

2. Qual parte do trabalho em grupo é mais proveitosa?

A parte sem conversa.

3. Qual parte do trabalho em grupo é menos proveitosa?

A parte da conversa.

4. As discussões em classe ajudam ou atrapalham seu entendimento da matemática?

Ajudam.

5. O que você espera ouvir de seus colegas quando estão conversando em pequenos grupos?

Espero que eles estejam apresentando sobre um
exercício que eu não entendi.

6. Você se sente à vontade para corrigir seus colegas quando discute em pequenos grupos? E na classe como um todo?

Sim. Às vezes.

7. Que tipo de pessoa é um bom colega de grupo? E um mal colega de grupo?

Um colega inteligente. Um colega que não faz
nada.

8. O que mais ajudou você este ano, em matemática? E o que menos ajudou?

Bom explicações, menos dificuldade de aprender.

9. O que você mais gosta em matemática? E o que você menos gosta em matemática?

Eu gosto quando os contos dão o resultado certo.
Contos grandes.

10. Qual é o melhor jeito de aprender a resolver um problema de matemática que é "novo" para você?

Juntar com colegas inteligentes.