

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –**  
**PPGECE**

**CLÁUDIO JÚLIO CÉSAR PINHEIRO**

**CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO**  
**MÉDIO: O USO DE TRIBUTOS EM TAREFAS DE SALA DE AULA**

**SOROCABA**

**2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –**  
**PPGECE**

**CLÁUDIO JÚLIO CÉSAR PINHEIRO**

**CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO**  
**MÉDIO: O USO DE TRIBUTOS EM TAREFAS DE SALA DE AULA**

**Cláudio Júlio César Pinheiro**  
**Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira**

**SOROCABA**

**2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –**  
**PPGECE**

**CLÁUDIO JÚLIO CÉSAR PINHEIRO**  
**ORIENTADOR: PROF. DR. PAULO CÉSAR OLIVEIRA**

**CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO**  
**MÉDIO: O USO DE TRIBUTOS EM TAREFAS DE SALA DE AULA**

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

*Orientação: Prof. Dr. Paulo César Oliveira*

**SOROCABA**

**2016**

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P654cm Pinheiro, Cláudio Júlio César  
Contribuições da matemática financeira para o ensino médio : O uso de tributos em tarefas de sala de aula / Cláudio Júlio César Pinheiro. -- São Carlos : UFSCar, 2016.  
85 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

1. Matemática financeira. 2. Tributos. 3. Educação financeira. 4. Ensino médio. I. Título.



---

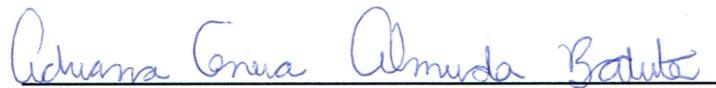
**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Cláudio Júlio César Pinheiro, realizada em 05/04/2016:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira  
UFSCar

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Antonio Luis Venezuela  
UFSCar

  
\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Adriana Correia de Almeida Batista  
IFSULDEMINAS

*Dedico este trabalho primeiramente a Deus e as pessoas que tiveram compreensão e lutam diariamente ao meu lado, transmitindo fé, amor, alegria, determinação, paciência, e coragem, tornando os meus dias felizes e bonitos. A minha esposa Daniela, minha filha Ana Júlia e meu filho Miguel. Sem vocês eu não seria nada!*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço

Primeiramente, a Deus pelas bênçãos que sempre me concedeu durante esta trajetória.

À minha esposa, Daniela, pelo apoio em todos os momentos dedicados a este trabalho e também pela revisão que fez no texto.

Aos meus filhos Ana Júlia e Miguel, pela força que sempre transmitiram.

Ao Professor Dr. Paulo César Oliveira, pela serenidade, sabedoria, amizade, entusiasmo, paciência, ideias, com que conduziu as suas orientações.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE pelas convivências e troca de ideias.

Aos Professores e colegas do Colégio Cristão Antenor Tomazi, Colégio Galileu pela convivência e incentivo.

E aos alunos que participaram das pesquisas, proporcionando elementos para minhas reflexões e tornaram este trabalho possível.

***A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro.***

*Albert Einstein*

## Resumo

O objetivo da pesquisa foi verificar as contribuições do estudo de tributos em conteúdos de Matemática Financeira para o Ensino Médio. A tributação da renda envolve diversas áreas de interesse público e privado. A arrecadação tributária é uma das principais fontes de recursos públicos, necessários para a realização das funções estatais. Discutir a história dos tributos junto com a Matemática Financeira e relacionando com o cotidiano do aluno, foi o foco desta dissertação de Mestrado na construção da educação financeira de nossos sujeitos participantes da pesquisa. O trabalho foi desenvolvido, por meio de tarefas, em um colégio da rede particular de ensino particular de Votorantim, interior do Estado de São Paulo. O professor-pesquisador trabalhou a disciplina de matemática durante todo o Ensino Fundamental II e Ensino Médio; uma peculiaridade que designou uma pesquisa de natureza qualitativa. Para a produção de informações de nosso trabalho, inicialmente fizemos um diagnóstico com nossos alunos e constatamos o desconhecimento deles quanto às siglas e finalidades dos tributos usuais em nossa sociedade. Dedicamos apresentar neste trabalho o significado de cada abreviatura (sigla do tributo), o processo de arrecadação e a distribuição tributária. Elaboramos e aplicamos tarefas divididas em duas etapas: uma pesquisa sobre tributos e questões envolvendo a aplicabilidade de tributos com os conteúdos de matemática financeira. A questão norteadora de nossa pesquisa teve a seguinte formulação: **Que contribuições o estudo de tributos pode gerar no aprendizado de matemática financeira para alunos do Ensino Médio?** Os resultados de nossa pesquisa mostraram que inserir o aluno no contexto histórico dos tributos, associando-os com questões relacionadas ao contexto social dos nossos sujeitos de pesquisa, contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos programáticos de matemática financeira, os quais geralmente são abordados pela perspectiva da aplicação de fórmulas e algoritmos, desprovidos de significados.

**Palavras-chave:** Matemática Financeira; Tributos; Educação Financeira, Ensino Médio.

## Abstract

The aim of this research is to verify the contributions of the tribute studies of Financial Mathematics contents for High School. The income tax implicates several areas of public and private interests. The tax collection is one of the mainly public funds resources, it's necessary for the accomplishment of state functions. To discuss the taxes history with Financial Mathematics relating to the student routine was the center of attention in this Master's Thesis in the financial education construction of the participating subjects of the research. The task was developed, by lessons, in a private school in Votorantim, in São Paulo's countryside. The research-professor worked with the subject of Mathematics all along the Middle School and High School; the peculiarity that appointed a qualitative nature research. To the produce of our labor's information, initially we did a diagnostic with our students and we determined their acknowledge about the abbreviations and conventional taxes' purposes in our society. We aim to present in this labor the meaning of each abbreviation (taxes' initials), tax collection and distribution tax. We elaborated and applied lessons divided in two steps: the research about taxes and questions about applicability of taxes with financial mathematics contents. The leading question of our research had the following elaboration: **What contributions the study of taxes can generate in the learning of financial mathematics for High School students?** The outcomes of our research showed that to insert the student in the historical taxes context, associating them with questions related to social context of our research subjects, contributes to the learning of the financial mathematics program contents, which are usually approached by the perspective of formulas application and algorithms, meaningless.

**Key-words:** Financial Mathematics; Taxes; Financial Education; High School.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01– Diagnóstico sobre tributos	47
Figura 02 – protocolo do aluno H.	56
Figura 03 – protocolo do aluno E.	57
Figura 04 – protocolo do aluno C.	58
Figura 05 – protocolo do aluno D.	58
Figura 06 – protocolo do aluno J.	59
Figura 07 – protocolo do aluno B.	64
Figura 08 – protocolo do aluno G.	64
Figura 09 – protocolo do aluno H.	65
Figura 10 – protocolo do aluno I.	65
Figura 11 – protocolo do aluno E.	69
Figura 12 – protocolo do aluno E.	69
Figura 13 – protocolo do aluno F.	72
Figura 14 – protocolo do aluno I.	73
Quadro 01- Respostas dos alunos da questão 7.	75
Tabela 01- Distribuição de dissertações e teses (1999 a 2013)	24
Tabela 02- Pesquisas com foco e subfoco na tecnologia	26
Tabela 03 - Pesquisas com foco e subfoco na formação de professores	30
Tabela 04 - Pesquisas com foco e subfoco nos diferentes níveis de ensino	32
Tabela 05 - Pesquisas com foco e subfoco em educação e finanças	35
Tabela 06 - Acertos da tarefa 1	56

## Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>2. OS TRIBUTOS E A MATEMÁTICA FINANCEIRA</b>	<b>15</b>
2.1 Matemática Financeira e Tributária	15
2.2 História do tributo no Brasil	16
2.3 Características do Tributo	18
<b>3. CAMINHOS TRILHADOS PARA A CONSTRUÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA</b>	<b>21</b>
3.1 O conteúdo da monografia de um curso de especialização	21
3.2 O ingresso no PPGECE	23
3.2.1 Contribuições do Curso de Disseminadores de Educação Fiscal	23
3.3 A Matemática Financeira como tema de pesquisa	24
3.4 A abordagem de tributos nas dissertações	39
<b>4. METODOLOGIA: DEMANDAS DO PROBLEMA DE PESQUISA</b>	<b>41</b>
4.1 Opção metodológica de pesquisa	41
4.2 Colégio Cristão Antenor Tomazi	42
4.3 A turma da terceira série do Ensino Médio	42
4.4 A Matemática Financeira nos documentos oficiais	43
4.5 A Matemática Financeira no Sistema de Ensino Positivo	44
4.6 O planejamento das tarefas envolvendo Tributos	46
<b>5. A ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DOS ALUNOS</b>	<b>50</b>
5.1 Processos de raciocínio do problema 1	52
5.1.1 Resoluções dos alunos (problema 1)	55
5.2 Processos de raciocínio do problema 2	60
5.2.1 Resoluções dos alunos (problema 2)	61
5.3 Processos de raciocínio do problema 3	62
5.3.1 Resoluções dos alunos (problema 3)	63
5.4 Processos de raciocínio do problema 4	66
5.4.1 Resoluções dos alunos (problema 4)	68
5.5 Processos de raciocínio do problema 5	70
5.5.1 Resoluções dos alunos (problema 5)	71

<b>5.6 Processos de raciocínio do problema 6</b>	<b>73</b>
5.6.1 Resoluções dos alunos (problema 6)	74
<b>5.7 Processos de raciocínio do problema 7</b>	<b>74</b>
5.7.1 Resoluções dos alunos (problema 7)	75
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>78</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>83</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O tributo tem um grande peso no bolso do cidadão, no entanto, é comum pessoas desconhecerem que “os tributos são impostos, taxas e contribuições de melhoria” que, “por dever, é entregue ao Estado” (BRASIL, 2009, p.22). É necessário compreender que os tributos que pagamos são a principal fonte de financiamento do Estado, os quais são responsáveis pela consecução das políticas sociais de saúde, educação, previdência, segurança, moradia, saneamento básico e outras. Neste sentido, o estudo da história do tributo no contexto escolar potencializa a compreensão sobre esse processo de arrecadação e distribuição tributária, bem como sua utilização em prol da nação brasileira.

Na condição de professor, tenho a preocupação em produzir significado ao que está sendo ensinado articulando, quando possível, uma perspectiva utilitarista para determinado conceito matemático. Nesses cinco últimos anos de carreira docente tenho atuado com 3ª séries do Ensino Médio e, para este público de alunos, tenho procurado inserir em minha prática docente, tarefas de Matemática Financeira no contexto de tributos.

Na condição de pesquisador, o objetivo dessa pesquisa foi verificar as contribuições do estudo de tributos em conteúdos de Matemática Financeira, sob a forma de aplicação de tarefas associadas ao cotidiano de onze alunos da 3ª série do Ensino Médio.

O termo cotidiano, nessa pesquisa, implicou na utilização de impostos reconhecidos pelos referidos alunos na formulação dos enunciados das tarefas, mediante uma sondagem feita pelo professor-pesquisador na sala de aula.

A pesquisa que desenvolvemos contribui na relação entre conteúdos pertinentes à Matemática Financeira e o campo da Educação Financeira, o qual visa capacitar o indivíduo na tomada de decisões seguras e fundamentadas frente à utilização do dinheiro. Assim, será possível educarmos cidadãos conscientes do valor do dinheiro, que possam comprar e que saibam analisar qual o melhor investimento, calcular taxas de juros, cobrar seus

governantes, e principal, repassar esta conscientização na educação dos seus futuros filhos.

A Matemática Financeira está presente em situações comerciais (compra de um produto ou venda de alguma mercadoria), na remuneração por um serviço contratado, no empréstimo de dinheiro ou pagamento de contas contraídas, entre outras.

Nestas situações que acabamos de citar temos a incidência do tributo e, portanto, consideramos relevante este assunto para a constituição do nosso problema de pesquisa. É fato que vivemos em um país com uma alta carga tributária e em uma sociedade com pouca informação da prática do pagamento de tributos e suas implicações no orçamento familiar.

O conteúdo da redação deste relatório de pesquisa foi composto por seis capítulos, sendo a introdução; o primeiro deles. Os demais capítulos são constituídos por:

- a) Capítulo II: apresentamos aspectos históricos dos tributos no contexto brasileiro, bem como uma apresentação sucinta dos principais ônus vigentes em nossa carga tributária;
- b) Capítulo III: descrevemos o processo que culminou na formulação da questão de investigação, bem como a revisão bibliográfica de nossa pesquisa;
- c) Capítulo IV: apresentamos o percurso metodológico da pesquisa, descrevendo a natureza da investigação, o cenário da pesquisa e a forma como foi obtida a produção de informações submetida à análise;
- d) Capítulo V: apresentamos a análise da produção escrita dos onze alunos da 3ª série do Ensino Médio;
- e) Capítulo VI: composto pelas considerações finais deste relatório de pesquisa. Trata-se de um momento de resgate das intenções deste processo de investigação que culminou em resultados para a busca de respostas à questão de investigação.

Após o término dos referidos capítulos, listamos em ordem alfabética, a apresentação das referências bibliográficas que subsidiaram diretamente o processo dessa investigação.

## 2. OS TRIBUTOS E A MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste capítulo descrevemos aspectos históricos dos tributos no contexto brasileiro, bem como uma apresentação sucinta dos principais ônus vigentes em nossa carga tributária.

### 2.1. Matemática Financeira e Tributária

A abordagem de conteúdos ligados à educação financeira, especificamente em tributos, pode capacitar os alunos a entenderem melhor o mundo capitalista em que vivemos e torná-los cidadãos aptos a compreender as notícias veiculadas através dos meios de comunicação, prepara-los para ingressar no mundo do trabalho, consumir, questionar, indagar sobre seus direitos e analisar quais os seus deveres.

Carvalho (1999, p.61) mostrou que o conhecimento em Matemática Financeira não fica apenas na escola, indo além;

[...] a contribuição da matemática nas tarefas que lidam com o dinheiro não reside apenas em apoiar as ações do cálculo correto, no que se refere a especificações de determinadas somas ou casos como troco ou pagamento de um total no caixa. Diversos conceitos e procedimentos da matemática são acionados para entendermos nossos holerites (contracheques), calcular ou avaliar aumentos e descontos nos salários, aluguéis, mercadorias, transações financeiras, entre outros.

A matemática também pode promover o exercício do desenvolvimento e da cidadania. Para tal, é essencial a participação de todos os envolvidos no processo educacional: gestores, docentes, família e comunidade. No sistema capitalista vigente e, em quase todo o mundo, as noções de Matemática Financeira transformam-se cada vez mais num instrumento imprescindível para contribuir no exercício da cidadania da população. Ter noções que permitam aferir percentuais, índices de endividamento, créditos disponíveis, tributos pagos, entre outros, pode evitar dissabores e contribuir de forma significativa para a formação do cidadão, o que traduz um dos grandes propósitos de qualquer processo educacional.

## 2.2 História do tributo no Brasil

Etimologicamente a expressão tributo deriva do latim, tributum, e tem, dentre outras acepções, arrecadação e distribuição (CAMPOS, 2004). Desde a descoberta e das primeiras expedições 1500-1532, o primeiro ônus fiscal no Brasil refere-se à indústria extrativa (extração do Pau-Brasil). A Coroa Portuguesa, desde o início, considerou o pau-brasil como monopólio real, autorizando sua extração mediante o compromisso de que o extrator erguesse fortificações ao longo da costa, iniciasse a colonização e pagasse, a título de tributo, uma quantia pré-estipulada.

No período 1532-1548, com o propósito de resguardar as terras recém-descobertas, D. João III resolveu povoar o Brasil servindo-se dos nobres e fidalgos portugueses. O litoral do Brasil foi dividido em quinze partes atribuído a donatários (capitão, chefe superior), com direito de sucessão, por isso denominadas capitanias hereditárias.

Nessa época, os tributos eram divididos da seguinte forma:

a) Rendas do Real Erário (Portugal):

- Monopólio do comércio do Pau-Brasil, de especiarias e drogas;
- direitos régios cobrados nas alfândegas reais sobre importação e exportação de mercadorias (em geral 10% do valor comercializado);
- quinto (20% do valor obtido pela extração) dos metais e pedras preciosas (ouro, cobre, prata, coral, pérola, chumbo, estanho etc.);
- dízimo (10% do valor obtido com a venda) do pescado e das colheitas de todos os produtos da terra, colhidos ou fabricados e um imposto cobrado sobre cada índio tornado escravo.

b) Rendas do donatário (capitão-mor e governador):

- monopólio das explorações de moendas d'água e de quaisquer outros engenhos;
- direitos de passagem dos rios (barcagem);
- quinto (20%) do produto do Pau-Brasil, especiarias e drogas;

- dízimo do quinto (2%) dos metais e pedras preciosas que se encontrassem na capitania;
- redizima (ou seja, 10% da dízima, ou ainda 1%) de todas as rendas da Coroa.

Nesse período, não existia nenhuma organização fiscal e os tributos eram pagos em espécie, sendo enviados para Portugal.

Com o período de estadia da família real no Brasil entre 1763-1822, iniciou-se um novo período histórico na colônia: o Brasil passa a ser, de fato e de direito, a sede da monarquia portuguesa. Nessa fase, foram tomadas várias medidas de cunho político e econômico e criadas instituições com vistas ao estabelecimento da administração real na então colônia.

O Príncipe D. João VI, abriu os portos do Brasil às nações amigas, liberando a atividade comercial, até então permitida apenas com Portugal. A partir desse momento, permitiu-se o ingresso no Brasil de produtos estrangeiros, criando a aduana brasileira. A mudança da família real para o Brasil trouxe grandes despesas para os cofres públicos com instituição de novos serviços exigindo, por consequência, o aumento das alíquotas dos tributos já existentes ou a criação de novos, na modalidade que hoje denominamos taxa.

O Brasil na condição de território independente teve, em sua estrutura, traçado os limites e os fundamentos do Direito Tributário Nacional. A partir de então se sucederam as disposições que criaram, alteraram e suprimiram tributos, modificando as competências tributárias. Com a evolução das concepções de Estado e a criação de novas cartas constitucionais, os tributos passaram a ser definidos tendo em vista o bem-estar social. Cada vez mais, foram sendo criadas leis para definir a aplicação social dos recursos arrecadados com os tributos.

Segundo Aristóteles (BRASIL, 2009), filósofo grego (384-322 a.C.), o Estado existe para prover a boa qualidade de vida, não simplesmente a vida. Para prover isto, é preciso a tributação, para arrecadar e distribuir para programas e ações do Estado nas áreas da saúde, segurança, educação, moradia, saneamento, energia e transporte, entre outras.

Na concepção de Machado (2007, p 55), “a tributação é, sem sombra de dúvida, o instrumento de que se tem valido a economia capitalista para sobreviver. Sem ele não poderia o Estado realizar seus fins sociais, a não ser que monopolizasse toda a atividade econômica”. Percebemos a importância do tributo para o Estado, sem ele é impossível de oferecer serviços públicos para os cidadãos.

### **2.3- Características do Tributo**

Atualmente os tributos são arrecadados por um ente público (Federal, Estadual ou Municipal), que tem a finalidade de servir de meio para o atendimento das necessidades financeiras do Estado de modo que este possa realizar sua função social. A seguir apresentamos alguns tributos do nosso cotidiano e suas siglas no âmbito Federal:

- a) IR (Imposto de Renda): recolhido sobre os ganhos de pessoas físicas e jurídicas. Seu cálculo é progressivo e segue uma tabela na qual quem ganha mais paga uma alíquota maior;
- b) IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados): cobrado sobre o valor de venda dos produtos industrializados. Pode ser recolhido em vários momentos da produção, mas os montantes são abatidos total ou parcialmente na próxima etapa da cadeia, o que é chamado de “creditamento”. Geralmente, exportações têm o incentivo da isenção do IPI;
- c) PIS (Contribuição para o Programa de Integração Social): incide sobre renda das pessoas jurídicas através de uma alíquota de 0,65% a 1,65% da receita bruta, ou 1% sobre a folha de salários. Os valores arrecadados compõem um fundo, denominado “Programa de Integração Social”, que financia o abono salarial anual pago aos trabalhadores;
- d) PASEP (Contribuição para o Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público): equivale ao PIS, mas para servidores públicos;
- e) FGTS (Fundo de Garantia do Tempo de Serviço): o empregador recolhe 8% do valor pago como salário ao empregado e deposita este dinheiro em uma conta da Caixa Econômica Federal, em nome do mesmo funcionário. É uma poupança compulsória que poderá ser sacada pelo empregado em de

demissão ou compra de casa própria. A segunda função do FGTS é financiar o Sistema Financeiro de Habitação (SFH);

- f) Cide Combustíveis (Contribuição de Intervenção no Domínio Econômico): cobrada sobre a importação de combustíveis e sobre o refino e transformação dos respectivos produtos. Sua função é desestimular a importação e estimular a produção interna. Os valores arrecadados são utilizados pelo governo para financiar programas ambientais para reduzir os efeitos da poluição, comprar combustíveis e realizar obras de infraestrutura de transportes. Geralmente, as contribuições de intervenção sobre domínio econômico são de natureza extrafiscal, pois visam incentivar ou não determinadas condutas de mercado;
- g) Previdência (Contribuição para a Previdência Social): é paga pelos trabalhadores e financia a Seguridade Social. Inclui a Contribuição para o Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS) desde a formação da "Super Receita" (fusão da Receita Federal e INSS, em 2007).

Os tributos estaduais mais comuns são:

- a) ICMS (Imposto sobre a Circulação de Mercadorias e Serviços): principal meio de arrecadação dos Estados, o ICMS é cobrado sobre quase todas as atividades efetuadas dentro dos Estados e, muitas vezes, também sobre importados. Apesar de ser devido apenas sobre mercadorias e serviços, o ICMS também é cobrado sobre a mera circulação de objetos de um lugar a outro, mesmo que este deslocamento não resulte em alteração do valor do produto. Por exemplo: deslocar um produto entre dois armazéns pode ser objeto de cobrança de ICMS, mesmo que não exista, nesta operação, alteração do valor do produto;
- b) IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores): pago sobre a propriedade de veículo automotor, independentemente do uso que é dado ao veículo;
- c) Licenciamento (Taxa de Licenciamento de Veículos Automotores): paga para obtenção ou renovação da licença que dá o direito à circulação do veículo;
- d) DPVAT (Danos Pessoais Causados por Veículos Automotores de Via Terrestre): seguro obrigatório contratado por todo proprietário de veículo. Ele pode ser acionado toda vez que há acidente de trânsito com ferido grave ou

com morte. No entanto, poucos parentes de vítimas de acidente de trânsito sabem de sua existência e o dispositivo é pouco acionado, apesar de ser obrigatório.

Na esfera municipal temos os seguintes tributos:

- a) ISS (Imposto sobre Serviços): imposto devido principalmente pelo profissional liberal ou autônomo. Deveria ser recolhido na cidade onde o prestador de serviços possui sede, mas hoje é recolhido no município onde o serviço é prestado;
- b) IPTU (Imposto sobre Propriedade Territorial Urbana): cobrado sobre a propriedade de território em área urbana, seu cálculo segue uma tabela progressiva aplicada ao valor estimado pela prefeitura para aquele imóvel (valor venal);
- c) COSIP (Contribuição para Custeio da Iluminação Pública): destinada à expansão e manutenção dos serviços de iluminação pública, principalmente postes de luz e transformadores.

Dos tributos descritos, utilizamos IPTU, IPVA, PIS, Cofins ,IPI e IR na elaboração das tarefas aplicadas para onze alunos de uma turma de 3ª série do Ensino Médio. A escolha destes tributos deu-se através de uma sondagem com a turma levando em conta seus conhecimentos prévios sobre os impostos mais comuns, quais situações do cotidiano os impostos são utilizados e com que finalidade?

A seguir apresentamos um mapeamento das pesquisas acadêmicas brasileiras (teses e dissertações) envolvendo a Matemática Financeira e suas contribuições em nosso processo de investigação.

### **3. CAMINHOS TRILHADOS PARA A CONSTRUÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA**

Neste capítulo apresentamos episódios da trajetória profissional e de educação continuada deste professor-pesquisador, suas implicações nas aulas ministradas na Educação de Jovens e Adultos e no Ensino Médio e as inquietações que culminaram na formulação do problema dessa pesquisa.

#### **3.1 O conteúdo da monografia de um curso de especialização**

O meu ingresso na carreira do Magistério teve início em 2007, após o término da graduação em matemática. Na condição de substituir o professor efetivo do Centro Estadual de Educação de Jovens e Adultos de Votorantim (CEEJA), que se afastou por licença prêmio, trabalhei como professor eventual, assumindo as aulas do mesmo. Nesse período ocorreu o primeiro contato com a relação entre Matemática Financeira e tributos. Propus uma tarefa na qual os alunos deveriam trazer um cupom fiscal de compra para a sala de aula.

O desenvolvimento da tarefa matemática decorreu do fato de proporcionar aos alunos a apresentação de um vídeo sobre tributos e a partir daí, instigá-los a calcular e interpretar o pagamento de impostos e representá-los na forma percentual.

A Matemática Financeira era presente na vida dos alunos da Educação de Jovens e Adultos, na forma de operações bancárias ou comerciais como a realização de uma compra; cujo cupom fiscal continha o percentual pago de imposto. Como tínhamos poucos materiais editoriais disponíveis para essa modalidade de escolarização, acreditamos que foi de grande importância abordar a Educação Financeira.

Decorridos dois anos trabalhando com alunos do Centro Estadual de Educação de Jovens e Adultos de Votorantim, presenciei algumas dificuldades frequentes dos alunos com o estudo de tópicos da Matemática Financeira, especificamente, calcular a porcentagem, representá-la por meio de uma razão e aplicar a regra de três para obter o valor do desconto.

A partir de 2008, dividi a atuação docente na rede pública estadual com turmas regulares do Ensino Fundamental II privado, no Colégio Cristão Antenor Tomazi. Neste segmento escolar trabalhava-se pouco com a Matemática Financeira. O material didático disponível em sala de aula era o sistema apostilado Positivo, na qual, a partir do 6º ano os alunos começavam a estudar o conceito de porcentagem no quarto bimestre relacionando a expressão “por cento” com números racionais e o cálculo de porcentagem em diversas situações de proporcionalidade.

No 7º ano, no segundo bimestre, tratava-se as operações com números racionais explorando a porcentagem; no quarto bimestre, algumas noções de Matemática Financeira foram abordadas a partir do conceito de razão e proporção, dado o procedimento da regra de três para o cálculo de porcentagem.

No 8º ano não havia nenhum conteúdo previsto para a área financeira. Já no quarto bimestre do 9º ano, sob o título de Matemática Financeira, eram previstos os conceitos de razão, proporção e grandezas diretamente e inversamente proporcionais, porcentagem e juros simples.

Decorridos quatros anos de trabalho com alunos do Ensino Fundamental II, em 2012, assumi aulas no Ensino Médio do Colégio Cristão Antenor Tomazi e continuei utilizando o material apostilado do Sistema Positivo. Nesse mesmo ano, também estava lecionando na rede estadual e houve a oportunidade de cursar o programa “Rede São Paulo de Formação Docente” (REDEFOR), na modalidade de Pós-Graduação nível Especialização. Esse programa voltado à área de Matemática foi disponibilizado pela UNICAMP, na modalidade Educação à Distância. Para efeito de conclusão foi necessário desenvolver uma monografia intitulada ‘Tributos no Orçamento Doméstico’.

O objetivo dessa monografia foi propor um estudo teórico sobre o ônus dos impostos para os consumidores de classe média. Para isto, abordei os processo de arrecadação e a distribuição tributária. A tributação da renda envolve diversas áreas de interesse público e privado. A arrecadação tributária é uma das principais fontes de recursos públicos, necessários para a

realização das funções estatais. Redigimos também uma revisão dos conceitos básicos de Matemática Financeira como material de apoio para professores.

### **3.2 O ingresso no PPGECE**

Logo após o término da especialização, no ano de 2013, participei do processo seletivo do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos - Campus Sorocaba. Com o ingresso no programa, desenvolvi o projeto de pesquisa na área de matemática financeira no decorrer do primeiro semestre de curso, na disciplina Fundamentos Metodológicos da Educação em Ciências e Matemática; ministrada pelo professor e orientador Paulo César Oliveira.

Posteriormente, este projeto de pesquisa foi revisto, incorporando novos elementos a partir de um curso de formação continuada que serviu de suporte à elaboração da questão de investigação, a qual apresentamos na sequencia.

#### **3.2.1 Contribuições do Curso de Disseminadores de Educação Fiscal**

No segundo semestre de 2013, com a ideia de adquirir saberes sobre os impostos e suas funções, participei do curso “Disseminadores de Educação Fiscal” oferecido pela Escola de Administração Fazendária (ESAF), que teve como objetivo promover e institucionalizar a Educação Fiscal para o efetivo exercício da cidadania, visando ao constante aprimoramento da relação participativa e consciente entre o Estado e o cidadão e da defesa permanente das garantias constitucionais.

O propósito desse curso de formação continuada era formar o participante como disseminador, cujo papel do mesmo era compartilhar conhecimentos e interagir com indivíduos sobre a origem, aplicação e controle dos recursos públicos, visando estimular a participação social de cada cidadão, concorrendo para o fortalecimento do ambiente democrático.

O curso foi ministrado em 120 horas-aulas, dividido em quatro etapas: Educação Fiscal no Contexto Social, A Relação Estado-Sociedade, Função Social dos Tributos e Gestão Democrática dos Recursos Públicos.

Na finalização do curso, apresentei um projeto de pesquisa destinado aos alunos do Ensino Médio, porém, não houve aplicação em sala de aula. Esse projeto tinha como objetivo articular conteúdos de Matemática Financeira e tributos, proporcionando uma aprendizagem via cálculos de impostos. No entanto, ele foi contemplado no projeto de pesquisa do mestrado, o qual desencadeou a investigação desenvolvida com o propósito de responder a seguinte indagação: **que contribuições o estudo de tributos pode gerar no aprendizado de matemática financeira para alunos do Ensino Médio?**

A seguir apresentamos uma revisão parcial da literatura acadêmica sobre a matemática financeira, em especial, quanto à utilização do tema tributos nas pesquisas.

### 3.3 A Matemática Financeira como tema de pesquisa

Nosso levantamento bibliográfico iniciou com o estado da arte publicado por Rolim e Motta (2014). Posteriormente recorremos à Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD (<http://bdtd.ibict.br/>), para finalizar a composição da nossa amostra de trabalhos: 12 dissertações de mestrado acadêmico (M) e 6 dissertações de mestrados profissionalizantes (MP).

**Tabela 1:** Distribuição de dissertações e teses (1999 a 2013)

Ano-nível	Título	Autor	Instituição
1999-M	Educação matemática: Matemática & educação para o consumo	Valéria de Carvalho	UNICAMP
2001-M	A matemática financeira na escola e no trabalho: uma abordagem histórico cultural	Sandra Mara Marisini	UPF-RS
2004-M	Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública	Adriana Correa Almeida	UNICAMP
2004-M	A formação do aluno e a visão do professor do ensino médio em relação à matemática financeira	Pedro Lopes Nascimento	PUC-SP

2006-M	Novos Caminhos para o Ensino e Aprendizagem de Matemática Financeira: construção e aplicação de Webquest	Simone Aparecida Silva Gouveia	UNESP
2007 MP	Noções de porcentagem, descontos e acréscimos na Educação de Jovens e Adultos.	Antônio Sergio Abrahão Monteiro Bastos	UNICSUL
2008-M	Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas.	Ido Schneider José	UPF-RS
2008-M	Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas	Marcelo Salvador Cóser Filho	UFRGS
2008-M	Matemática financeira: um enfoque da resolução de problemas como metodologia	Paulo Henrique Hermínio	UNESP
2009-M	Educação Financeira e sua influência nas decisões de consumo e investimento: proposta de inserção da disciplina na matriz curricular	João Ricardo Amadeu	UNOESTE-SP
2009 MP	O estudo de tópicos de Matemática Financeira com tecnologias informáticas: opiniões de professores participantes de um grupo de formação continuada	Merielen Fátima Caramori	UNIFRA-RS
2009-M	Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio.	Rosa Cordélia Novellino de Novaes	UFRJ-RJ
2010-M	Elaboração de um Objeto para Aprendizagem - OPA: aplicações na matemática financeira, "capitalização, financiamento e desvalorização"	Victor Marcelo Rojas Santander	UNIBAN-SP
2011-M	A relevância da educação financeira na formação de jovens.	Alex Ferranti Pelicioli	PUC-RS
2011 MP	Uma proposta de formação continuada sobre matemática financeira para professores de matemática do ensino médio.	Raphael Pereira dos Santos	USS-RJ
2013 MP	Investigando como a educação financeira crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens-indivíduos consumidores	André Bernardo Campos	UFJF-MG
2013 MP	Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica	Simone Regina dos Reis	UFMS-RS
2013 MP	O ensino da matemática financeira no Ensino Médio	Marcio Lucio Rodrigues	UTFP-PR

Fonte: arquivo do pesquisador

A seguir reagrupamos os trabalhos listados segundo focos e subfocos temáticos, bem como nossas considerações a respeito de cada um deles.

**Tabela 2:** Pesquisas com foco e subfoco na tecnologia

FOCO TEMÁTICO	Nº	SUBFOCO	Nº	AUTORES
<b>Tecnologia:</b> pesquisas relacionadas ao ensino de matemática financeira	6	Tecnologias Educacionais	3	Merielen Fátima Caramori (2009) Victor Marcelo Rojas Santander (2010) Raphael Pereira dos Santos (2011)
		Calculadora e planilhas eletrônicas	2	Marcelo Salvador Cóser Filho (2008) Simone Regina dos Reis (2013)
		Construção e Aplicação de WebQuest	1	Simone Aparecida Silva Gouveia (2006)

Fonte: arquivo do pesquisador

No subfoco Tecnologias Educacionais na Matemática Financeira, temos Caramori (2009) que apresentou um trabalho que teve por objeto de investigação, as opiniões dos professores de um Grupo de Formação Continuada sobre o uso da Calculadora HP-12C e da Planilha Excel para o ensino e aprendizagem de tópicos de Matemática Financeira.

Os professores participantes do curso consideraram o uso da calculadora HP-12C complexa devido à linguagem de programação, mas acreditavam que era um recurso auxiliar no estudo de porcentagem e juros compostos, não sendo recomendável no estudo de juros simples.

Em relação ao uso da Planilha Excel, os resultados apresentados por Caramori (2009) revelaram que havia recursos disponíveis para o trabalho na sala de aula como visualização, discussão e exploração despertando o interesse do aluno para o estudo de Matemática Financeira.

O trabalho de Santander (2010) teve como objetivo construir um Objeto Para Aprendizagem (OPA) a respeito das operações financeiras de Capitalização, Financiamento e Desvalorização, por meio de investigação e análise de processos envolvidos na elaboração de atividades educacionais referentes às progressões aritméticas e geométricas, aplicadas à Matemática Financeira para o Ensino Médio.

Com a participação de duas professoras atuantes na rede pública de Ensino Médio e alunos-professores da educação básica de um programa de Mestrado profissionalizante, Santander (2010) ofereceu como produto de pesquisa uma versão do Objeto Para Aprendizagem com visualização baseada

em tabelas, diagramas, setas indicativas do fluxo monetário (diversidade de registros de representação semiótica). Outra característica desse OPA foi a dinâmica e rapidez de apresentação dos vários registros semióticos, que permite ao aprendiz exercitar diversas alternativas em pequeno espaço de tempo, trazendo possibilidades mais ricas do despertar do conhecimento.

De acordo com Santander (2010) o OPA possibilita o entendimento dos objetos matemáticos por meio de diversas representações semióticas, de forma integrada, o que permite a compreensão conceitual mais ampla dos conceitos e de como eles estão interligados.

Santos (2011) apresentou os resultados de um curso de formação continuada sobre Matemática Financeira para professores de Matemática do ensino médio, sobre a relação dos conceitos básicos da Matemática Financeira com os conteúdos tradicionais da Matemática. Para o cumprimento desse objetivo foi ressaltado a importância da visualização e de *softwares* educativos no processo ensino-aprendizagem. Foi criado um *software* especificamente para a pesquisa, ferramenta de fundamental importância no processo ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, tais como juros simples e juros compostos, preço à vista e a prazo, amortização e capitalização.

Santos (2011) observou a preocupação dos professores no aprendizado do aluno, mostrando a importância dos recursos tecnológicos no ensino aprendizagem, e de fazer a ligação da Matemática Financeira com situações reais de vida dos alunos. A visualização no fluxo de caixa, com o auxílio de uma ferramenta computacional, revelou-se de extrema importância tanto para entendimento de conteúdos de Matemática Financeira como para resolver problemas do cotidiano.

Nessas três pesquisas (CARAMORI (2009), SANTANDER (2010) e SANTOS (2011)) foi abordado o ensino de conteúdos de matemática financeira para o ensino médio com o apoio das tecnologias para a ação docente.

No subfoco Calculadora e das planilhas eletrônicas na Matemática Financeira, encontramos a pesquisa de Cóser Filho (2008), que teve como objetivo a elaboração de um material para atender uma demanda de estudantes de Ensino Médio, que era vincular o estudo de temas da

matemática mais próximos ao cotidiano deles. Para isso, o autor apresentou uma proposta de trabalho de Matemática Financeira no Ensino Médio aplicada para estudantes de turmas da segunda série do Ensino Médio de um colégio da rede particular de Porto Alegre, utilizando planilhas eletrônicas. O objetivo foi resolver alguns dos principais problemas inerentes a certas movimentações financeiras via recursão, tais como o planejamento de uma previdência privada e o pagamento parcelado de dívidas, dentre outros.

Cóser Filho (2008, p.136-137) defendeu que o seu material proposto diferenciou dos livros didáticos analisados pela

facilidade com que se trabalha recursivamente via planilhas eletrônicas. Trabalhar recursivamente, em Matemática Financeira, é vantajoso: enfatiza a movimentação financeira e evidencia-se a variação à medida que os períodos de tempo vão se sucedendo, não se limitando a informar somente um *resultado final*. (...)

Já o trabalho via recursão depende unicamente do conceito de porcentagem e do conhecimento da essência de cada movimentação financeira. Ou seja, toda a matemática necessária é estudada, destacada, explicitada, permite ao aluno compreensão do que está sendo feito e pode ter a lógica alterada caso necessário.

A pesquisa de Reis (2013) teve como objetivo apresentar sugestões para o ensino da Matemática Financeira por meio de uma proposta pedagógica orientada pela educação matemática crítica (EMC). Ensinar Matemática Financeira, na perspectiva da EMC, significa explorar e desenvolver competências que tornem os estudantes participativos e críticos no modo como a Matemática Financeira influencia nossas vidas. Dessa forma, justificou-se a abordagem de ensino de conteúdos de Matemática Financeira, a partir da inserção de reportagens ou de textos, coletados por meio de informações disponíveis na mídia impressa ou digital, que refletem as diferentes situações vivenciadas pelos alunos e que poderão ser úteis em algum momento da vida social e/ou profissional dos estudantes.

Reis (2013, p.34) sugeriu a resolução de exercícios por meio de planilhas eletrônicas, em particular, por meio do software Microsoft Excel, por este oferecer mais recursos do que uma calculadora:

1) As planilhas possuem maior precisão que as calculadoras, portanto possibilitam a visualização e o tratamento de dados numéricos com mais casas decimais.

2) Os recursos das planilhas também oferecem a possibilidade de manusear os dados das atividades de forma mais dinâmica e com menos uso de teclas, uma vez que as fórmulas e dados digitados em uma célula podem ser generalizados para outras por meio do recurso de arrastar.

3) As planilhas geram automaticamente um registro tanto das operações e funções matemáticas empregadas no problema, quanto dos dados da solução. Para guardar tais registros com o uso da calculadora, é preciso manter um controle paralelo em papel.

4) Os símbolos encontrados nas calculadoras de bolso são essencialmente os mesmos e obedecem às mesmas regras com que os alunos estão acostumados a lidar desde a alfabetização matemática nos anos iniciais, enquanto as planilhas eletrônicas possuem simbologia e sintaxe próprias, cuja aprendizagem por si só demanda maior maturidade por parte do aluno.

O trabalho de Cóser Filho (2008) focalizou a aprendizagem no contexto de um colégio particular, enquanto o trabalho de Reis (2013) apresentou uma proposta de ensino para o Ensino Médio. Em ambos trabalhos, a tecnologia proposta para o trabalho com os conteúdos de matemática financeira foi a planilha eletrônica. Enquanto Caramori (2009) abordou paralelamente a calculadora e a planilha excel em sua pesquisa, Reis (2013) cita tais aparatos tecnológicos, porém defendeu que o tratamento dos conteúdos de matemática financeira é mais adequado se inserirmos a planilha eletrônica.

O trabalho de Reis (2013, p.44) contribuiu diretamente para o planejamento das nossas tarefas pelo fato de trabalhar com a leitura e interpretação de textos. De acordo com esta autora,

a escolha deste material por reportagens de jornais ou revistas eletrônicas justifica-se pela facilidade de acesso, aos meios eletrônicos, de alunos do Ensino Médio. Como o objetivo deste material é abordar conteúdos matemáticos a partir de situações reais, cada reportagem escolhida foi com o intuito de informação e também de conhecimento matemático nela inserido.

No subfoco Construção e Aplicação de *WebQuest* na Matemática Financeira, temos a pesquisa de Gouvea (2006) que teve como objetivo investigar a atuação de futuros professores de Matemática, construindo e aplicando, a alunos do Ensino Fundamental, tarefas sob o contexto da Matemática Financeira. Para tanto, um curso de Extensão sobre construção de *WebQuests* foi oferecido aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática

da UNESP (Rio Claro), os quais, posteriormente, utilizaram as WebQuests construídas como material didático durante as atividades de regência no Estágio Supervisionado.

A WebQuest construída pelos licenciandos, foi a tecnologia empregada para que alunos do Ensino Fundamental pudessem vivenciar situações do dia-a-dia. Baseados no estudo realizado com esses alunos. Gouveia (2006) acreditou que a partir do momento que os licenciandos vivenciarem uma formação inicial diferenciada, que privilegiou também o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na educação, além dos conteúdos específicos de matemática financeira; estaremos formando professores mais propensos a usarem as tecnologias em sua prática docente, de forma a propor a seus alunos situações nas quais eles terão que criar, discutir e refletir sobre suas ações.

Em síntese, a pesquisa de Gouveia forneceu contribuições sobre a investigação da tecnologia WebQuest como material de apoio pedagógico para o estudo de conteúdos da matemática financeira.

**Tabela 3:** Pesquisas com foco e subfoco na formação de professores

FOCO TEMÁTICO	Nº	SUBFOCO	Nº	AUTORES
Formação de Professores: pesquisas voltadas à elaboração de materiais	2	Formação de Professores que Ensinam Matemática Financeira	1	Valéria de Carvalho (1999)
		Matemática Financeira e Resolução de Problemas	1	Paulo Henrique Hermínio (2008)

Fonte: arquivo do pesquisador

No subfoco formação de professores que ensinam Matemática Financeira, temos o trabalho de Carvalho (1999), a qual elaborou uma proposta de intervenção na formação profissional de dois professores de matemática, considerando a questão da Educação para o Consumo e o uso do vídeo em aulas de matemática.

No caso de vídeos, Carvalho (1999) observou que diferentes tipos podem ser utilizados e aproveitados de forma diversa em sala de aula. Um vídeo jornalístico tem grande potencial de produzir significados que aproximem a matemática escolar da matemática usada na vida diária. Nesse estudo, tanto professores quanto alunos refletiram e incorporaram explicações e esclarecimentos sobre suas relações com o consumo. Isto acabou permitindo

que eles se posicionassem como cidadãos e atuassem para além da sala de aula, esclarecendo aos familiares, colegas e até questionando as relações de exploração da sociedade capitalista.

De modo a trabalhar os conteúdos matemáticos preferencialmente envolvidos com a educação para o consumo no ensino fundamental e médio, Carvalho (1999, p.61), discutiu com os dois professores formas de pagamento, destacando

noções de fração, porcentagem, operações numéricas, descontos e acréscimos (simples e sucessivos), juros (simples e composto), resolução de equações, valor numérico de uma expressão, equivalência de capitais, razão e soma de progressões aritméticas (PA) e geométricas (PG).

A investigação de Herminio (2008) foi fruto de algumas muitas indagações sobre a Matemática Financeira ensinada na escola: (1) será que os alunos gostariam de adquirir conhecimentos sobre Matemática Financeira?; (2) como os professores abordaram esse tema de estudo?; (3) qual é a relevância desse trabalho para os alunos de acordo com a visão docente?

Nessa pesquisa o autor realizou um estudo introdutório sobre o início das relações comerciais e financeiras em nossa humanidade e procurou abordar alguns aspectos sobre a história dessas relações em nosso país. Analisou, também, a maneira como os livros didáticos de Matemática traziam e trazem o conteúdo de Matemática Financeira no contexto da Matemática escolar, assim como a opinião dos professores com relação a esse conteúdo.

Herminio (2008) criou um projeto de ensino que foi trabalhado através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, voltado para o trabalho com alunos em uma sala de aula de Ensino Médio, de forma investigativa e construtiva, sobre os conceitos de Matemática Financeira. Buscamos, através da aplicação desse projeto em sala de aula, tratar das reflexões sociais que envolveram conceitos de Matemática Financeira.

O que ocorreu, durante o desenvolvimento das atividades de aplicação do projeto de ensino, segundo Hermínio (2008, p.224)

foi uma espécie de fórum ou de debate, onde os alunos e o professor-pesquisador puderam manifestar suas ideias, discutir e tirar conclusões sobre os conceitos de matemática envolvidos em cada um dos problemas. Além disso, também houve algumas reflexões sobre de que maneira podemos encontrar esses conceitos na sociedade em que vivemos.

**Tabela 4:** Pesquisas com foco e subfoco nos diferentes níveis de ensino

FOCO TEMÁTICO	Nº	SUBFOCO	Nº	AUTORES
<b>Educação Básica ao Ensino Superior:</b> pesquisas que buscam estabelecer propostas para um trabalho significativo nos diferentes níveis de ensino.	7	Matemática Financeira no Ensino Médio	5	Adriana Correa Almeida (2004) Pedro Lopes Nascimento (2004) Alex Ferranti Pelicioli (2011) Marcio Lucio Rodrigues (2013)
		Matemática Financeira e o Ensino Superior	1	João Ricardo Amadeu (2009)
		Aprendizagem da Matemática Financeira no EJA	1	Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos (2007)

Fonte: arquivo do pesquisador

No subfoco Matemática Financeira no Ensino Médio temos a pesquisa de Almeida (2004) que tratou da investigação acerca da abordagem de alguns conteúdos de Matemática Financeira na primeira série do Ensino Médio de uma escola pública estadual.

Durante o trabalho de campo a pesquisadora observou atitudes, ações e reações dos sujeitos envolvidos na pesquisa, que levaram à pesquisadora uma série de questionamentos. O estudo contemplou reflexões acerca da prática de sala de aula como professora-pesquisadora e dos contrastes entre as intenções iniciais, de estabelecer a participação e a colaboração em sala de aula, e o proceder em certos momentos.

Almeida (2004) citou como resultado, o Projeto Cálculo tendo como um dos objetivos instigar e propiciar a participação dos alunos em discussões acerca dos conteúdos abordados. O tema matemático foi um bom caminho para o projeto, calcado na perspectiva de participação dos alunos, pois ele possibilitou à criação de um ambiente rico de discussões e curiosidades acerca de fatos próximos a vivência dos estudantes e instigou discussões que eles mesmos afirmavam ser importantes para “usar mais para frente” ou “para

entender o comércio” ou “coisas que aparecem no jornal” (referiam-se aqui ao entendimento de termos como alíquota, déficit e valor cambial).

Um dos fatores importantes do Projeto Cálculo foi o fato de que os alunos puderam elaborar atividades para os colegas envolvendo conteúdos de Matemática Financeira, relacionando situações que conheciam com outras vivenciadas nas aulas. O tema Matemática Financeira e a proposta pedagógica instituída proporcionaram a possibilidade de trabalho com atividades com os alunos, ressaltando a importância das suas participações em sala de aula e dando significância aos saberes discentes.

A pesquisa de Nascimento (2004) refletiu sobre o que sabem os alunos e o que pensam os professores do Ensino Médio a respeito da Matemática Financeira nesta etapa da escolaridade. Para isso ele faz uma investigação com professores e alunos de rede estadual. Os resultados de sua pesquisa reforçaram as hipóteses de que a Matemática Financeira traz conhecimentos que envolvem toda atividade humana, relacionada ao trabalho, consumo e finanças. Entretanto, constatou que existe uma divergência entre o que se pretendem e o que se faz, uma vez que o Ensino Médio continua a oferecer conteúdos que não favorecem ao jovem o espaço devido para o desenvolvimento do exercício pleno de sua cidadania, tratando de conhecimentos não aplicáveis ao seu cotidiano.

Pelicioli (2011) investigou sobre a importância da Educação Financeira na formação de estudantes do ensino médio. O objetivo de sua pesquisa foi compreender as iniciativas pedagógicas na área de Matemática que podem ser colocadas em prática com a clara intenção de qualificar a aprendizagem dos estudantes em relação à Educação Financeira, preparando-os para o futuro.

Os dados empíricos foram obtidos por meio de entrevistas semiestruturadas com alunos do Ensino Médio e com profissionais atuantes na área financeira. A análise desses dados contribuiu para mostrar a importância da Educação Financeira no ensino de Matemática nesse segmento escolar.

O trabalho de Pelicioli (2011) possibilitou perceber a importância da Educação Matemática para a formação associada à visão econômico-

financeira dos alunos para que exerçam plena cidadania e organizem sua vida financeira.

A pesquisa Rodrigues (2013) teve como objetivo desenvolver atitudes positivas em relação à matemática financeira, como autonomia, confiança quanto às capacidades matemáticas e perseverança na solução de problemas, despertando o interesse dos alunos para um assunto que gera muitas dúvidas e discussões na sociedade. Rodrigues (2013) entendeu que as ideias centrais dos assuntos presentes atualmente na matemática vão além daquilo que se define e demonstra e que conceitos não são independentes, estão correlacionados e que ao iniciar um estudo é necessários fundamentos e pré-requisitos, cabendo ao professor uma análise daquilo que se pretende ensinar.

No subfoco Matemática Financeira e o Ensino Superior encontramos o trabalho de Amadeu (2009) que teve como objetivo de verificar se os conhecimentos apreendidos de finanças e cálculos financeiros possibilitam que os alunos se tornem mais conscientes sobre suas decisões financeiras; e se isso se traduz em suas atitudes. Contribuir com os estudos sobre Educação Financeira, destacando sua influência nas decisões de consumo e investimento. Buscou, ainda, saber se os alunos usam os conhecimentos adquiridos nos cursos de Administração, Ciências Contábeis, Ciências Econômicas e Matemática, de uma maneira concreta no seu campo pessoal.

O estudo realizado por Amadeu (2009) visou detectar habilidades em reconhecer e manipular conceitos chave em finanças, bem como determinar as atitudes em relação ao risco e ao consumo, o grau de interesse na introdução de uma disciplina específica de Educação Financeira na grade curricular dos cursos.

Apresentou uma contribuição para a elaboração de futuras pesquisas sobre a influência da Educação Financeira na tomada de decisões de consumo, investimento e endividamento, bem como oferece subsídios para futuras propostas de inserção da disciplina de Educação Financeira na grade curricular de outros cursos de outras instituições de ensino com o uso de planilhas eletrônicas.

No subfoco Aprendizagem da Matemática Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA), encontramos a pesquisa de Abrahão (2007), que teve como objetivo realizar um estudo diagnóstico com os alunos da EJA sobre questões relacionadas à Matemática Financeira no sentido de fazer uma intervenção para que estes alunos apropriem-se dessas noções.

Para Abrahão (2007) as práticas metodológicas, mais relevantes do que cumprir uma formalidade, é poder oferecer a outros a possibilidade de refazer o caminho e, assim, terem a oportunidade de avaliar com mais segurança as observações que fizemos, utilizando-se do recurso da pesquisa qualitativa que, apesar dos riscos e dificuldades impostos, revela-se sempre um empreendimento instigante e desafiador. Concordamos com Abrahão (2007) que afirma ser imprescindível apropriar-se, mesmo que de maneira bastante elementar, de conceitos e procedimentos da Matemática Financeira que, sem dúvida, são condições necessárias para politização do cidadão, no sentido amplo, fazendo parte das condições básicas da busca para aumentar a atitude crítica do cidadão, da sociedade e da própria cultura.

**Tabela 5:** Pesquisas com foco e subfoco em educação e finanças

FOCO TEMÁTICO	Nº	SUBFOCO	Nº	AUTORES
Educação e Finanças: pesquisas com propostas pedagógicas para o uso das finanças no cotidiano das pessoas	4	Educação Financeira	3	Sandra Mara Marisini (2001) Ido José Schneider (2008) Rosa Cordélia Novellino de Novaes (2009)
		Aplicações da Matemática Financeira	1	André Bernardo Campos (2013)

Fonte: arquivo do pesquisador

No subfoco Educação Financeira, temos o trabalho de Marisini (2001) propõe uma pesquisa que proporcionasse uma análise comparativa da matemática financeira utilizada em diferentes contextos, como estabelecimentos comerciais e bancários, e a matemática financeira que é desenvolvida na escola, em nível de ensino fundamental, com o intuito de estabelecer algumas relações e implicações educacionais que possam contribuir qualitativamente no desenvolvimento dessa parte da matemática nas escolas.

Os procedimentos metodológicos aplicados por Marasini (2001, p.26) foram resumidos em sete etapas:

1. coleta de informações em um estabelecimento comercial e em três instituições bancárias do município de Passo Fundo: uma instituição de nível nacional, uma estadual e uma particular, todas agências matrizes e centrais da cidade;
2. identificação e análise dos conceitos, modelos e estratégias matemáticas utilizadas nesses dois contextos;
3. apresentação do projeto para a equipe administrativa e professores de matemática de quatro escolas do município de Passo Fundo, consideradas escolas centrais e pertencentes às diferentes redes do sistema de ensino: uma da rede municipal, duas da rede estadual e uma da rede particular;
4. coleta de dados junto aos professores de matemática do ensino fundamental das escolas envolvidas, indicados pelas direções;
5. comparação dos conceitos de matemática financeira e modelos de utilização no trabalho e na escola;
6. análise comparativa da matemática financeira na cultura do trabalho e na cultura da escola;
7. proposição de algumas implicações pedagógicas para o processo ensino-aprendizagem dos conceitos de matemática financeira no nível fundamental da escola, utilizando as situações cotidianas como práticas sociais de referência, isto é, como elementos mediadores na formação dos conceitos científicos.

Os resultados da pesquisa de Marasini (2001) revelaram implicações pedagógicas tanto na distribuição de conteúdos ao longo do Ensino fundamental II, quanto na ação docente.

No que diz respeito aos conteúdos, a autora sugeriu que, no caso da matemática financeira, o uso das fórmulas exige que o aluno detenha alguns conceitos mínimos da álgebra. A pesquisa apontou para a possibilidade de se desenvolverem os conceitos de razão, proporção, regra de três simples e composta, montante e juros simples e composto em nível de ensino fundamental. Mais especificamente, a razão e a proporcionalidade, que exigem apenas conceitos referentes aos conjuntos dos números dos inteiros e racionais, poderiam ser desenvolvidas juntamente com o conceito de equação; esse também seria o caso de porcentagem, que se caracteriza como uma razão especial. Quanto aos conceitos de montante, juros simples e composto, poderiam ser desenvolvidos nos últimos dois anos do ensino fundamental, dado o pressuposto de que nessa fase de escolaridade, o adolescente tem condições de desenvolver processos de generalização. Outra sugestão de

Marasini (2001) foi que os conceitos de álgebra fossem introduzidos com situações práticas de juros e montante.

Em relação à ação docente, Marasini (2001) salientou que o papel do professor na organização e orientação do processo ensino-aprendizagem também é importante para a identificação dos significados sociais da matemática financeira pelo aluno. Nas concepções manifestadas pelos entrevistados em sua pesquisa, pôde-se perceber que a matemática financeira foi considerada um elemento de poder e sucesso pessoal, mas, muito mais, de autonomia pessoal, a qual, portanto, deve ser permitida dentro do ambiente escolar, na análise e síntese dos valores, interesses e significados presentes. Porém, pelos dados obtidos, percebeu-se que, sendo o professor responsável pela ação pedagógica, a transposição didática realizada por ele demonstrou suas crenças e preferências nas atividades de sua prática.

O trabalho de Schneider (2008) questionou e analisou a importância dos conteúdos de Matemática Financeira para a vida das pessoas, mostrando a necessidade de apropriar-se dos significados desses conceitos para a tomada de decisões adequadas e conscientes diante das facilidades de crédito proporcionadas pelo comércio e por financeiras.

Como instrumento de produção de informações, foram utilizados questionários, aplicados a alunos do 9º ano do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio e também a professores de matemática de escolas do município de Marau/RS, além de documentos que registraram as situações reais sobre compras, empréstimos e financiamentos oferecidos em estabelecimentos comerciais e instituições financeiras.

As análises do autor indicaram um conhecimento fragmentado, incompleto e superficial, pelas dificuldades dos alunos de lembrar algo sobre os conteúdos de matemática financeira estudados na escola. Mesmo que a totalidade dos alunos e professores pesquisados considerava importante o conhecimento desses conteúdos para a vida das pessoas, essa parte da matemática não estava sendo priorizada na educação básica, especialmente no ensino médio, pois constava apenas em alguns livros didáticos. As situações reais evidenciaram a necessidade do conhecimento de conteúdos da

matemática financeira para não se configurarem como armadilhas do crediário e do crédito fácil.

Com base nas constatações produzidas, Schneider (2008) sugeriu um ensino contextualizado mediante o uso de materiais informativos provenientes do cotidiano das pessoas, como artigos de jornais, revistas, folders promocionais, e relacionados com os conceitos da matemática financeira, que propicie uma educação financeira para os alunos.

Novaes (2009) desenvolveu sua dissertação de mestrado baseada em uma experiência de ensino da matemática financeira, segundo uma abordagem visual. O objetivo da matemática financeira é estudar a evolução do dinheiro no tempo, pois a sua aplicação e sua própria existência só fazem sentido quando existir taxa que remunere o capital investido. Nesta abordagem utilizamos extensivamente o diagrama por nós denominado de eixo das setas. Esta forma gráfica ajuda na visualização de quaisquer operações financeiras.

A representação no eixo das setas consistiu de um eixo horizontal, funcionando como uma escala de tempo, que evolui da esquerda para a direita, setas verticais, posicionadas sobre datas indicando valores, que podem ser recebimentos ou pagamentos. A unidade de tempo entre parcelas periódicas deve coincidir com o período de capitalização de juros.

Novaes (2009) elaborou uma sequência de aulas organizadas em cinco sessões, envolvendo os conceitos de porcentagem, juros simples, fator de aumento e de desconto, juros compostos e o valor do dinheiro no tempo. As tarefas foram aplicadas e analisadas para uma turma de composta de vinte e três alunos da 2ª série do Ensino Médio do Centro Educacional “Alexis Novellino”, escola localizada na cidade de Cabo Frio (RJ).

Os resultados da produção escrita dos alunos na resolução de cada problema revelaram para Novaes (2009) que a abordagem visual através do eixo das setas, levou os alunos à compreensão dos principais conceitos da matemática financeira, já que estes conseguiram resolver os problemas propostos sem a necessidade de se apoiar em fórmulas.

No subfoco Aplicações da Matemática Financeira, temos o único trabalho encontrado de Campos (2013) no qual teve como objetivo investigar a

produção de significados em sete estudantes do Ensino Médio em relação às situações problemas financeiras apresentadas. Partindo de um projeto de extensão universitária, propôs situações-problemas e discussões sobre o tema, buscando provocar reflexões, bem como oferecer acesso a informações para a tomada de decisões de consumo.

O curso de extensão teve o propósito de apresentar uma possibilidade de trabalhar a Educação Financeira sob três pilares centrais: textos, propagandas e vídeos; produtos financeiros e seus mecanismos de funcionamento e Código de Defesa do Consumidor

Campos (2013) entendeu que uma das mais importantes contribuições do seu trabalho é trazer à tona a questão da Educação Financeira, isto é, retirá-la dos discursos que prezam e enfatizam sua importância para um espaço onde ela possa ser efetivada, sobretudo com ações que busquem verdadeiramente educar os cidadãos, valorizando as mais diversas realidades.

### **3.4 A abordagem de tributos nas dissertações**

No trabalho de Reis (2013, p.90) encontramos uma proposta didática com várias atividades, sendo que uma delas contemplou a seguinte sondagem:

Você já deve ter ouvido falar de vários impostos: IPVA, IPTU, INSS, ICMS, FGTS, IRPF etc. Você sabe o que significa cada imposto e quanto pagamos? Faça algumas pesquisas sobre isso e anote abaixo aqueles impostos de que você conseguiu encontrar informação.

Outra atividade envolveu a identificação de tributos: “Pegue uma nota fiscal que você ou alguém da sua família recebeu nesses últimos tempos. Cole no seu caderno e enumere os impostos que foram pagos nessa nota fiscal” (REIS, 2013, p.91).

No caso de Caramori (2009, p.48), em uma das oficinas trabalhadas com os professores, “os estudos centraram-se em problemas que envolviam cálculos de porcentagem em impostos, como do INSS e do Imposto de Renda”.

Na aplicação das tarefas envolvendo resolução de problemas, Herminio (2008, p.181) dedicou uma delas para abordar a cobrança do ICMS. Associado ao cálculo deste tributo, propôs as seguintes questões:

- a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?
- b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?
- c) Para que servem os impostos?
- d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

Almeida (2004) trabalhou com a leitura de reportagens em jornais em sala de aula e, no que diz respeito aos tributos, apesar da prática escolar dessa professora-pesquisadora

estar centrada na resolução das tarefas e alguns problemas, havia espaço e um pouco de tempo para discussões que acreditava ser conscientizadoras e que geralmente eram geradas por um ou outro aluno a partir de situações vivenciadas por eles, geralmente no comércio, e que eram trazidas em forma de perguntas ou relatos (...).

Citamos, por exemplo, “o desconto do INSS que aparece no hollerith”, bem como “o Leão do Imposto de Renda que a Globo mostra no Jornal” (ALMEIDA, 2004, p.4).

Nascimento (2004) aplicou questões para os alunos resolverem envolvendo o cálculo de impostos, como a CPMF (Contribuição Provisória sobre a Movimentação Financeira).

Nas pesquisas que acabamos de citar o tema tributos foi abordado via diagnóstico ou na resolução de questões. No entanto, nenhuma destas pesquisas teve como foco tal tema.

## **4. METODOLOGIA: DEMANDAS DO PROBLEMA DE PESQUISA**

Neste capítulo nos dedicamos a apresentar a natureza desta pesquisa, os sujeitos participantes, os propósitos didático-pedagógicos da Matemática Financeira para o Ensino Médio e o planejamento das tarefas aplicadas na fase empírica da pesquisa.

### **4.1. Opção metodológica de pesquisa**

Na busca de resposta para as possíveis contribuições que o estudo de tributos pode gerar no aprendizado de matemática financeira para uma turma de 3ª série do Ensino Médio, desenvolvemos um estudo de natureza qualitativa e interpretativa, por estarmos interessados em noções de compreensão, significado e ação (COUTINHO, 2008). De acordo com esta autora estávamos interessados em saber com os referidos alunos interpretaram as tarefas propostas e, conseqüentemente, que atividades matemáticas são produzidas neste processo.

O percurso qualitativo desta pesquisa foi permeado pela modalidade de estudos naturalistas ou de campo, especificamente, uma pesquisa de intervenção (NACARATO et al, 2005). A produção de informações para nossa pesquisa foi obtida via registros escritos das atividades desenvolvidas pelos alunos em sala de aula. Trata-se de uma pesquisa de intervenção, devido à presença do professor-pesquisador na análise da aprendizagem de conteúdos financeiros atrelados ao conceito de tributos.

Nosso estudo apresentou singularidades, em face de ser a primeira turma de nossa escola a vivenciar uma proposta de educação financeira envolvendo o sistema de arrecadação de impostos brasileiros nos conteúdos programáticos de matemática financeira. Além disso, o professor na condição de pesquisador; lecionou para essa turma desde o 6º ano do Ensino Fundamental II até a 3ª série do Ensino Médio, sendo assim o único docente de matemática desta turma.

Nas próximas seções apresentamos características do contexto investigado, ou seja, a escola e a turma da 3ª série do Ensino Médio.

## **4.2 Colégio Cristão Antenor Thomazi**

O Colégio Cristão Antenor Thomazi, foi fundado em 1987. Iniciou como Maternal e Pré-Escola com o nome de 'Anjinho'. Em 1991 tem seu nome mudado para Escola Cristã Infantil e Primeiro Grau "Missionário Antenor Thomazi", e hoje Colégio Cristão Antenor Thomazi. Recebeu esse nome em homenagem ao missionário Antenor Thomazi, fundador da Igreja do Evangelho Quadrangular em Votorantim-SP.

Nossa atividade docente nesta instituição teve início em 2008 com aulas de matemática para as turmas de 6º ao 8º ano do Ensino Fundamental II. A partir de 2012, passamos a ministrar aulas somente para o Ensino Médio.

Durante todo o período de nosso trabalho, havia apenas uma turma de cada ano do Ensino Fundamental II, bem como, turmas únicas para as séries que compõe o Ensino Médio. Em todas as classes, o número médio de alunos era 12, o que configurava um ambiente favorável e agradável para lecionar.

## **4.3 A turma da terceira série do Ensino Médio**

Os onze alunos desta turma foram sujeitos de nossa pesquisa, com a particularidade de que este professor-pesquisador foi o único docente de matemática a partir do 6º ano do Ensino Fundamental II, ministrando aulas para eles no período de 2009 a 2015. A afetividade e o entrosamento, construído ao longo dos anos, afastou problemas escolares comuns como a indisciplina; propiciando a construção de um ambiente de mútuo respeito.

A turma composta por 6 meninas e 5 meninos, residiam na zona urbana de Votorantim, nas proximidades da escola e, a maioria deles, pertencia à comunidade cristão do colégio. Todos possuíam um bom poder aquisitivo e tinham acesso a vários meios de comunicação. Ao longo da escolaridade, todos eles possuíam uma grande bagagem de conhecimentos e pretendiam dar continuidade aos estudos, ingressando em cursos de nível graduação.

Como já mencionamos, o material apostilado do Sistema Positivo era adotado em todo o segmento do Ensino Fundamental II e Médio. A elaboração do conteúdo das apostilas levou em conta as orientações contidas nos

documentos curriculares vigentes em nosso país. Descrevemos a seguir o que tem sido proposto para a Matemática Financeira em termos de orientações curriculares e o que é contemplado em na elaboração das apostilas disponibilizadas pelo Sistema Positivo.

#### **4.4- A Matemática Financeira nos documentos oficiais**

Com base na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) propõe para este segmento escolar um processo de ensino-aprendizagem sem ser profissionalizante, mas que propicie um aprendizado útil à vida e ao trabalho, no qual as informações, o conhecimento, as competências, as habilidades e os valores desenvolvidos sejam instrumentos reais de percepção, satisfação, interpretação, julgamento, atuação, desenvolvimento pessoal ou de aprendizado permanente, evitando tópicos cujos sentidos só possam ser compreendidos em outra etapa de escolaridade.

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 2000, p.40)

Conforme as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), para a Matemática Financeira não há algo específico, apenas competências e habilidades que podemos utilizar para os conteúdos deste tema e na formação individual do aluno.

A necessidade de compreensão dos assuntos ligados à Matemática Financeira e finanças pessoais permite que o indivíduo tome decisões mais seguras e fundamentadas, tornando-o ser participativo da sociedade, tendo essa compreensão o indivíduo saberá onde investir seu dinheiro, fazer uma compra sem cair em financiamento com taxa de juro abusivas.

Conforme as orientações curriculares complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), em nossa sociedade, o conhecimento

matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento. Neste documento, os conteúdos de Matemática Financeira estão contidos no eixo estruturador, Álgebra (números e funções), que

(...) na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (BRASIL, 2002, p.120).

Em 2006 foi produzido as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM). No bloco temático Números e Operações, o objetivo para a aprendizagem é

[...] proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do cotidiano, tais como: [...] operar com frações, em especial com porcentagens; [...] Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários. (BRASIL, 2006, p. 71).

Ambos os documentos curriculares tratam os conteúdos de Matemática Financeira como aplicações no contexto da disciplina de matemática. Nas orientações curriculares complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) a abordagem da Matemática Financeira se dá no tema Taxas de variação de grandezas. Já, nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, este tópico da matemática deve “ser tratado quando do estudo da função exponencial – juros e correção monetária fazem uso desse modelo” (BRASIL, 2006, p.75).

#### **4.5 A Matemática Financeira no Sistema de Ensino Positivo**

O sistema de Ensino Positivo é um modelo de educação desenvolvido para as escolas particulares a partir da metodologia criada pelos professores fundadores do Grupo Positivo, em suas unidades próprias em Curitiba. A matemática no Ensino Médio para o Sistema Positivo tem o objetivo de levar os

alunos a compreenderem os conceitos e procedimentos matemáticos para que adquiram confiança e possam aplicá-los nas mais diversas situações. Em concordância com as orientações curriculares complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), uma das preocupações atuais dessa disciplina é a interatividade em seus dois aspectos principais: a questão intrínseca aos programas, ou seja, evitar a apresentação dos tópicos de forma estanque, e a vinculação entre Matemática e cotidiano.

No Ensino Médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e Profissional. (BRASIL, 2002, p.111)

A proposta curricular do Sistema de Ensino Positivo, embasado nos documentos curriculares nacionais vigentes, propõe o surgimento de alunos questionadores e conscientes na busca constante de contribuição para a intenção maior, a qual deve nortear qualquer processo educacional, que é a educação plena, visando não só à qualificação dos alunos, mas também à sua formação como cidadãos.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) sinalizam a necessidade dos conteúdos não serem concebidos como um acúmulo de informações, mas como instrumento que desenvolve continuamente a capacidade de aprender, bem como a compreensão do mundo físico, social e cultural.

Em consonância com esses referenciais, o material didático Positivo do Ensino Médio de Matemática proporciona uma aprendizagem por meio de resolução de problemas, apresentando situações que visam integrar alunos e professor, buscando reflexões e resgate de conhecimentos prévios, a fim de construir um novo conhecimento.

As apostilas adotam como metodologia de ensino-aprendizagem a resolução de problemas segundo a perspectiva de Puig e Cerdán (1998, p.20):

[...] a resolução de problemas tem a ver com a produção de conhecimentos significativos para aquele que aprende. O conhecimento que se valoriza pela sua significação não é o conhecimento transmitido, mas o conhecimento produzido por quem está em situação de aprender. Assim, se a resolução deve ser o lugar da produção do conhecimento, a tarefa de resolver problemas é uma tarefa privilegiada para a aprendizagem.

Ao incentivar o registro e as discussões acerca das estratégias utilizadas para resolução de problemas, propondo compará-las com as de outros alunos ou apresentando diferentes estratégias, desenvolvendo a autonomia e a capacidade de lidar com novas situações. Dessa forma, no sistema apostilado Positivo, o processo de ensino-aprendizagem da Matemática deve contribuir com a formação da cidadania, possibilitando a inserção do indivíduo no mundo do trabalho, da cultura e das relações sociais.

No Ensino Médio, a Matemática Financeira foi abordada na 1ª série com o estudo das progressões aritmética e geométrica e no segundo bimestre da 3ª série com o título Noções de Matemática Financeira. Os conteúdos previstos e tratados foram a razão, porcentagem e proporção, juros simples, juros compostos, taxas equivalentes e desconto.

#### **4.6. O planejamento das tarefas envolvendo Tributos**

A realidade escolar para o professor que atua com materiais apostilados dos mais diversos sistemas de ensino é a dificuldade de flexibilidade frente à abordagem dos conteúdos disciplinares distribuídos em apostilas; no caso do Sistema Positivo, eram quatro apostilas por período letivo. A ação docente geralmente é norteadada pelo cumprimento dos conteúdos programáticos previstos nas apostilas.

No Colégio Cristão Antenor Thomazi, em função da quantidade de alunos por turma, o compromisso deles com os estudos e um ambiente de respeito mútuo entre professor e alunos nas aulas de matemática, conseguimos cumprir os conteúdos programáticos em tempo hábil. Isto

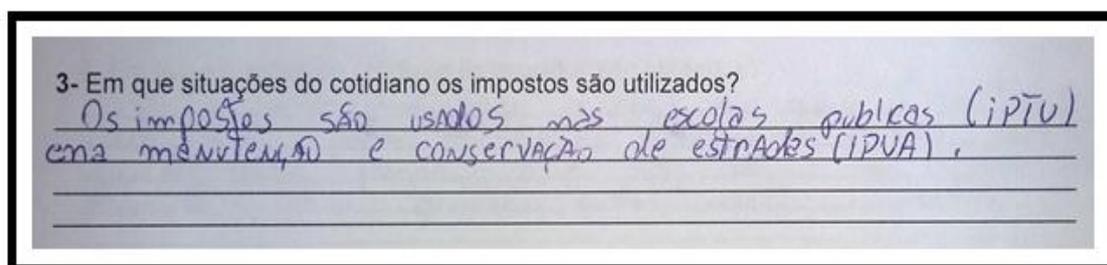
possibilita trabalharmos além do que é proposto nas apostilas, buscando atender uma das orientações curriculares complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) que a interatividade sob o aspecto de vincular matemática ao cotidiano dos alunos.

Esta forma de interatividade está em conformidade com os pressupostos do sistema apostilado Positivo para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, o qual deve contribuir com a formação da cidadania, possibilitando a inserção do indivíduo no mundo do trabalho, da cultura e das relações sociais.

No que diz respeito às noções de Matemática Financeira envolvendo cálculo de taxa de juros, sistemas de capitalização e desconto, as mesmas foram tratadas de acordo com a programação dos conteúdos previstos para o segundo bimestre da 3ª série do Ensino Médio.

Durante essas aulas foi abordado o assunto impostos em situações cotidianas, como na compra de um celular. Como professor, percebi os equívocos dos alunos sobre o assunto, como no registro escrito e disponibilizado a seguir:

**Figura 1:** Diagnóstico sobre tributos



Fonte: arquivo do pesquisador

Essa sondagem sobre possíveis informações de impostos foi feita com os onze alunos, sujeitos de nossa pesquisa. Eles relacionaram a cobrança de impostos apenas com imóveis, carros e salário. Não perceberam que em produtos como, por exemplo, a geladeira, continha o tributo IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados).

Esses alunos na discussão sobre o assunto em sala de aula proferiram frases como: 'pagamos impostos como IPTU (Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana), IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos

Automotores) e IRPF (Imposto de Renda Pessoa Física)'. Essa manifestação oral foi oriunda de conversas ocorridas em seus vínculos familiares; os quais pagavam, mas também não sabiam como funcionava o sistema de arrecadação de impostos.

A formação obtida no curso 'Disseminadores de Educação Fiscal' capacitou esse professor-pesquisador, por um lado, promover interações com esses alunos com o objetivo de esclarecer como funcionava nosso sistema de arrecadação de impostos, seu processo histórico e as conexões que podemos estabelecer com conteúdos da Matemática Financeira. Por outro lado, tal formação contribuiu na formulação de tarefas que valorizaram os tributos conhecidos pelos alunos articulados com os conteúdos trabalhados no material apostilado.

A formulação dos enunciados de cada tarefa também levou em conta a metodologia de resolução de problemas propostas por Puig e Cerdán (1990), utilizada no material do Sistema de Ensino Positivo. Nesse processo de resolução de problemas para um determinado enunciado, esses autores elaboraram um modelo de fases semelhante aquele proposto por George Polya na década de 50, na sua versão original.

No livro 'A arte de resolver problemas', Polya (1978) definiu as estratégias, os padrões e analogias e indicou que há quatro etapas fundamentais e necessárias para a resolução de problemas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

As fases propostas por Puig e Cerdán (1990) são: leitura, compreensão, tradução, cálculo, solução e revisão-comprovação.

A fase denominada por Polya (1978) de elaboração do plano,

denominamos, no nosso caso, de tradução. A razão para isso é que este momento crucial na resolução de qualquer problema consiste ao nosso entender, para os problemas aritméticos, na transição do enunciado verbal para a expressão aritmética correspondente (PUIG e CERDÁN, 1990, p.1)

Puig e Cerdán (1990) contemplaram em seu processo a resolução de problemas envolvendo a combinação de várias operações aritméticas, bem como a resolução de problemas algébricos.

A aplicação de sete tarefas para os alunos da 3ª série do Ensino Médio ocorreu no mês de junho de 2015, após a abordagem das noções de matemática financeira.

Dedicamos o próximo capítulo os resultados do trabalho de campo de nossa pesquisa, os quais foram utilizados para responder nossa questão de investigação.

## 5. A ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DOS ALUNOS

Organizamos a análise da produção de informações geradas pelos alunos da 3ª série do Ensino Médio, mediante protocolos de suas atividades matemáticas. Mais especificamente, apresentamos o enunciado de cada problema, a resolução esperada, o desempenho quantitativo da turma e detalhes qualitativos das resoluções apresentadas pelos alunos.

Para a análise qualitativa das resoluções dos problemas, adotamos três categorias utilizadas por Ponte, Henriques e Mata-Pereira (2012) em um modelo que articula raciocínio, representações e significação.

O raciocínio com base nesses autores (2012, p.358), utilizado na resolução de problemas na matemática financeira pauta-se na “generalização, que parte de uma conclusão ou conjectura específica para formular uma conjectura de âmbito mais geral”.

No que diz respeito às representações, Ponte, Henriques e Mata-Pereira (2012) apoia-se na teoria de Raymond Duval que considera que o acesso ao objeto matemático que é de natureza abstrata, ocorra por meio de uma atividade de representação. Esta atividade envolve a mobilização e coordenação de, pelo menos, dois registros distintos de representação semiótica.

O termo semiótica diz respeito, no contexto da matemática, à diversidade de linguagem que um aluno pode mobilizar como forma de externalizar um saber apreendido. No caso de matemática financeira, podemos trabalhar com as seguintes representações semióticas: língua natural (enunciado dos problemas), linguagem algébrica (fórmulas, aplicação da regra de três), numérica (operações aritméticas) e registro figural (esquema de setas para representar a evolução do dinheiro numa linha do tempo). Em nossa pesquisa, não abordamos esta última forma de representação.

Duval (2003) apresentou duas transformações de representações semióticas distintas: tratamentos e conversões. Tratamentos são transformações de representação que ocorrem dentro de um mesmo registro e que revelam o papel intrínseco dos registros semióticos de representação na

atividade matemática. No caso da matemática financeira, podemos citar como exemplo de tratamentos os procedimentos utilizados na aplicação da regra de três (proporção). Por outro lado, conversões são transformações que consistem em transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação de um dado registro semiótico numa outra representação do mesmo objeto, situação ou informação de outro registro semiótico. As conversões consistem, assim, em mudanças de registro semiótico de representação. No contexto da matemática financeira podemos citar como exemplo de conversão a passagem do enunciado de um problema para as operações aritméticas pertinentes.

Finalmente, a significação para Ponte, Henriques e Mata-Pereira (2012) apenas é possível quando o aluno é capaz de estabelecer conexões com as ideias matemáticas. Estes autores (2012, p.364) destacaram que:

no seu conjunto, raciocínio, representações e significação devem ser desenvolvidos no ensino e aprendizagem da Matemática para que os alunos a possam compreender de forma a conseguirem ser bem sucedidos não só na continuidade do seu percurso escolar como também enquanto cidadãos.

No caso da resolução de problemas, apresentamos o raciocínio utilizado pelo aluno na compreensão do enunciado que permitiu converter o enunciado (registro na língua natural) para um registro na forma numérica (operações aritméticas) ou na forma algébrica (aplicação de fórmula ou a construção do algoritmo da regra de três). Ao converter os registros de representação semiótica, apresentamos a transformação de tratamento, cujo resultado da resolução do problema foi utilizado para promover a significação das ideias matemáticas contempladas no processo de raciocínio.

A seguir dedicamos á discussão de cada uma das sete tarefas propostas. Para a formulação dos enunciados de cada problema, o professor-pesquisador foi pesquisar sobre assuntos sobre tributos e como funcionava a arrecadação do município de Votorantim-SP. Na condição de disseminador da educação fiscal, foi elaborado as questões envolviam tributo de modo que o aluno ao resolver a tarefa refletisse sobre o assunto.

Cada questão criada buscava a realidade dos alunos dessa pesquisa, com a finalidade de articular conceitos de matemática financeira com tributos.

### **5.1 Processos de raciocínio do problema 1.**

Esta tarefa tem como objetivo analisar a interpretação de texto do aluno, na qual ele aplicará seus conhecimentos em MF, trata-se de um problema que pode ser resolvido por regra de três. Na realização espera-se que os alunos apliquem seus conhecimentos em porcentagem e regra de três. Tendo a ideia principal de a questão mostrar para o aluno que devemos sempre no possível realizar o pagamento á vista, e evitar realizarmos empréstimos. O aprendizado conquistado faz parte da Educação Financeira, tornando o aluno um cidadão consciente. Introduzimos um texto explicativo sobre o tributo IPTU, a partir disso elaboramos as questões, conforme podemos observar:

1-Leia o texto abaixo:

#### **IPTU AMIGO DE VOTORANTIM**

É uma lei municipal (2099/2009) que oferece benefício para quem mantém em dia o pagamento do Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana, o IPTU. Esse benefício é dividido em duas partes: 1ª parte: garante ao proprietário/compromissário, pessoa física de um imóvel utilizado como residência ou terreno o desconto de 10% para quem efetuar o pagamento do IPTU à vista, e 8% para aqueles que fizeram o parcelamento da dívida e do imposto do ano seguinte. 2ª parte: ganha até 10% de desconto a mais quem fizer alguma ação em prol do município.

<http://www2.votorantim.sp.gov.br/site/images/site/iptu/iptuamigo2012.pdf>

#### **Faça as contas para ver se vale a pena pagar IPTU e IPVA à vista**

As regras do IPTU da cidade de Votorantim em 2015: são pagamentos à vista ou parcelado, é possível pagar à vista com desconto de 2% ou parcelar

em até dez vezes. Ao optar pelo parcelamento, o consumidor paga, embutida, uma taxa de 1,71% ao mês para a prefeitura. Essas são para os proprietários que não participam do IPTU amigo.

O começo do ano é conhecido pelo impacto negativo que costuma causar no orçamento. Vários compromissos financeiros, como impostos sobre carros (IPVA) e começa a ser pago em janeiro. Em São Paulo, quem pagar o IPVA à vista ganha um desconto de 3%. A outra opção é fazer o parcelamento em até três vezes. Ao abrir mão do desconto, o consumidor acaba pagando uma taxa de juros embutida de 3,13% ao mês.

<adaptado <http://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2015/01/06/faca-as-contas-para-ver-se-vale-a-pena-pagar-iptu-e-ipva-a-vista.htm>>

Responda cada item conforme o texto:

a) O valor do IPTU de uma casa é de R\$ 1225,69. Determine o valor a ser pago para o proprietário que participa do IPTU AMIGO, sendo efetuado o pagamento à vista:

R\$	%	
1225,69	100	$100.X = 1225,69.90$
X	90	$X=1103,12$

b) Um banco oferece crédito consignado, com taxa de juro de 6,20% ao mês, no regime composto. Uma pessoa está com dúvida, se compensa pagar a taxa de juro embutida no parcelamento do IPTU conforme o texto ou fazer o empréstimo no banco com prazo de 10 pagamentos para realizar o pagamento à vista. Sabendo que o proprietário não participa do IPTU AMIGO, e valor do IPTU é de R\$ 1225,00?

*Para o pagamento à vista temos um desconto de 2%, logo teremos:*

R\$	%	
1225	100	$100.X = 1225.98$
X	98	$X=1200,50$

*Logo o valor do empréstimo bancário será de R\$ 1200,50; sendo assim temos:*

$$M=C.(1+i)^n$$

$$M=? \quad M = 1200,50.(1+0,062)^{10}$$

$$C = 1200,50 \quad M = 2190,82 \quad \text{em 10 pagamentos teríamos R\$ 219,08}$$

$$n = 10$$

$$i = 0,062$$

Com a taxa de juro embutida no parcelamento do IPTU, teríamos  $1225 : 10 = 122,50 + 1,71\% = 124,59$

*Fica evidente que compensa fazer o parcelamento do IPTU direto com a prefeitura, pelo simples fato do valor das parcelas.*

c) Nem sempre temos o dinheiro certo para efetuar os pagamentos. Vamos supor que o valor da parcela 02 do IPTU da casa de um indivíduo é de R\$67.00, e sabendo que após o vencimento da parcela, a esse valor será acrescido 1% de juros e 2% de multa, calcule o valor total a ser pago.

*Nessa situação as taxas de juros são aplicadas no valor da parcela, assim temos:*

<i>Juros</i>	<i>multa</i>
$67 \times 1\% = 0,67$	$67 \times 2\% = 1,34$

*Logo o valor da parcela será  $67 + 0,67 + 1,34 = 69,01$ , ou seja, R\$ 69,01.*

mês, para efetuar o pagamento do IPVA, ele está com dúvida na forma de pagamento. Faz-se uma retirada da poupança e realiza o pagamento à vista ou parcelado. Conforme a taxa informada pelo texto compare os dois pagamentos e indique a melhor opção.

*Nessa situação o aluno pode escolher um valor qualquer para simular a situação acima.*

*Vamos considerar o valor de R\$ 1000,00; para o pagamento à vista teríamos um desconto de 3%, logo*

R\$	%	
1000	100	$100 \cdot X = 97000$
X	97	$X = 970$

*Com a taxa de juro embutida no parcelamento do IPVA, teríamos*

*$1000 : 3 = 333,33 + 3,31\% = 344,36$  logo o valor da parcela é de R\$ 344,36 totalizando 1033,08.*

*Se o dinheiro ficar aplicado na poupança que é remunerada mensalmente a partir da data base do depósito, temos, considerando que ocorram os três meses e consideremos juros compostos temos:*

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = ?$$

$$C = 1000 \quad M = 1000 \cdot (1 + 0,006)^3$$

$$n = 3 \quad M = 1018,11$$

$$i = 0,006$$

*Analisando as situações podemos concluir que compensa sacar o dinheiro da poupança para o pagamento à vista, pois teríamos um desconto de R\$ 30,00 e enquanto o capital ficar aplicado na poupança renderia apenas R\$ 18,11 e o parcelamento do IPVA pagaria a mais R\$ 33,08.*

### 5.1.1 Resoluções dos alunos (problema 1)

Nesse item destacaremos algumas resoluções dos alunos, comentando as repostas com maior número de erros, sendo mostrando o raciocínio do aluno. Nessa tabela apresentaremos as respostas dos alunos, seus acertos e o tributo utilizado no seu cotidiano.

**Tabela 06:** Acertos da tarefa 1

Item	Quantidade de acertos	Tributo
Item (a)	11	IPTU
Item (b)	0	IPTU
Item (c)	10	IPTU
Item (d)	8	IPVA

Fonte: arquivo do pesquisador

No item b, temos a resolução do aluno H, na qual ele aplica a fórmula de juros compostos, dessa maneira  $M = 1225 \cdot (1,062)^{10}$  encontrando a montante de R\$ 2.229,50. Após esse cálculo o aluno H aplica novamente a fórmula com a taxa de juros de 1,71%, ficando assim  $M = 1225 \cdot (1 + 0,0171)^{10}$  resultando R\$ 1450,40. É notório que, apesar do início da resolução a estratégia que permitiria chegar a resposta do problema, o aluno H não consegue interpretar bem a questão e concluir sua estratégia. Mas o aluno percebe que o recurso do empréstimo não é melhor caminho para sanar uma dívida, na qual ele relata “não compensa fazer o empréstimo bancário”; sendo atingindo o conhecimento da educação fiscal.

**Figura 2** Protocolo do aluno H.

b) Um banco oferece crédito consignado, com taxa de juro de 6,20% ao mês, no regime composto. Uma pessoa está com dívida, se compensa pagar a taxa de juro embutida no parcelamento do IPTU conforme o texto ou fazer o empréstimo no banco com prazo de 10 pagamentos para realizar o pagamento à vista. Sabendo que o proprietário não participa do IPTU AMIGO, e valor do IPTU é de R\$ 1225,00?

$M_b = C \cdot (1 + i)^n$   
 $M_b = 1225 \cdot (1 + 0,062)^{10}$   
 $M_b = 1225 \cdot (1,062)^{10}$   
 $M_b = 1225 \cdot 1,782$

$M_b = 2.229,50$

$M_v = C \cdot (1 + i)^n$   
 $M_v = 1225 \cdot (1 + 0,0171)^{10}$   
 $M_v = 1225 \cdot (1,0171)^{10}$   
 $M_v = 1225 \cdot 1,184$   
 $M_v = 1.450,40$

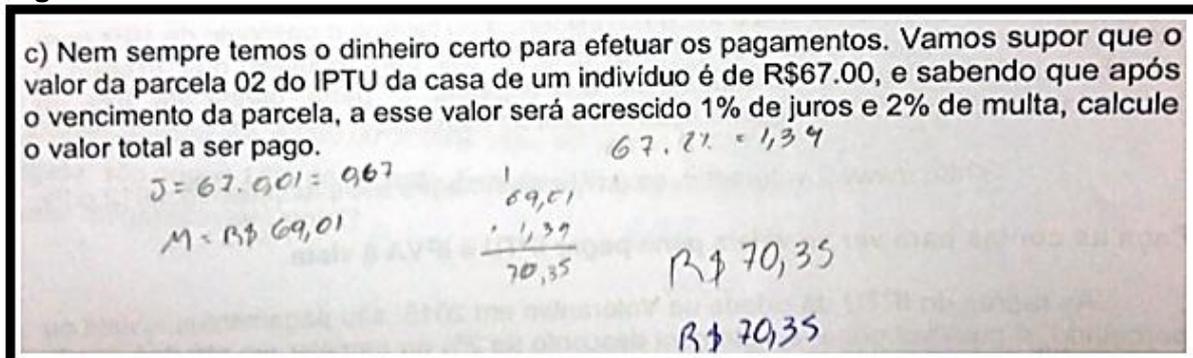
R: Não compensa fazer o empréstimo bancário.

Fonte: arquivo do pesquisador

No item (c) tivemos apenas o aluno E que cometeu um erro, como podemos observar o cálculo realizado, sendo feito da seguinte maneira:  $J = 67,0,01 = 0,67$  chegando à montante  $M = R\$ 69,01$ , após aplicou  $67,2\% = 1,34$  e adicionou a R\$ 69,01 obtendo o resultado R\$ 70,35. Percebemos a estratégia utilizada de maneira correta, porém o aluno se perdeu

ao adicionar o valor do juro duas vezes, abordamos essa questão com a intenção de conscientização que devemos pagar as contas no período certo, e o não cumprimento do prazo arcamos com multa e pagamos a mais.

**Figura 3:** Protocolo do aluno E.



Fonte: arquivo do pesquisador

No item (d) abordamos o tributo IPVA, com a intenção de relacionar o investimento feito na poupança e o pagamento à vista do tributo, sendo possível compreender que às vezes devemos retirar o dinheiro da poupança e efetuar o pagamento do tributo à vista, pois economizamos mais dinheiro do que se deixasse ele aplicado. O aluno tendo esse conhecimento, o seu futuro como cidadão será mais tranquilo em relação à gestão financeira, com essa educação financeira será bem útil para escapar das dívidas do seu cotidiano. Como resultado tivemos 8 acertos no qual os alunos perceberam a importância do pagamento à vista e o ganho do desconto é maior que o rendimento da poupança, porém os alunos C,D e J erraram, fizeram o cálculo de rendimento da poupança conforme a imagem, do desconto ganho do pagamento à vista. Nessa situação faltaram fazer o fechamento da questão de indicar a melhor opção, percebemos que os cálculos realizados da MF foram satisfeitos, mas faltou a interpretação e conclusão final da questão.

O aluno C, utilizou como estratégia escolher o valor do IPVA de R\$ 2000,00 e aplicar o cálculo da porcentagem de 3%, sendo assim chegando a resposta de R\$ 60,00 de taxa e chegando a conclusão “essa taxa é mais que compensa”; ficou evidente que sua estratégia foi falha, pois apenas identificou e calculou o desconto para pagamento à vista, mesmo sem o cálculo do rendimento da poupança concluiu que o pagamento à vista compensa, deixando claro que entendeu a importância do desconto no caso de pagamento à vista.

**Figura 4:** Protocolo do aluno C.

d) João tem dinheiro aplicado na poupança com rendimento 0,6% ao mês, para efetuar o pagamento do IPVA, ele está com dúvida na forma de pagamento. Faz-se uma retirada da poupança e realiza o pagamento à vista ou parcelado. Conforme a taxa informada pelo texto compare os dois pagamentos e indique a melhor opção.

$2000 \begin{cases} \sim 100\% \\ x \sim 3\% \end{cases}$        $x = 60$       Essa taxa é mais  
 $\frac{6000}{100} = x$       R\$ 60 de taxa.      que compensa.

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno D, utilizou como estratégia escolher o valor do IPVA de R\$ 2000,00 e aplicar o cálculo da porcentagem de 3% identificou que era um desconto de R\$ 60,00 para pagamento à vista, realizou o seguinte cálculo  $M=2000 \cdot 0,313 = 62,6$  para o pagamento parcelado, é notório que ficou perdido na sua estratégia e calculando errada e aplicando a taxa de juro erradamente. , e ainda não efetuou o cálculo do rendimento da poupança e a conclusão do que o pagamento à vista compensa.

**Figura 5:** Protocolo do aluno D.

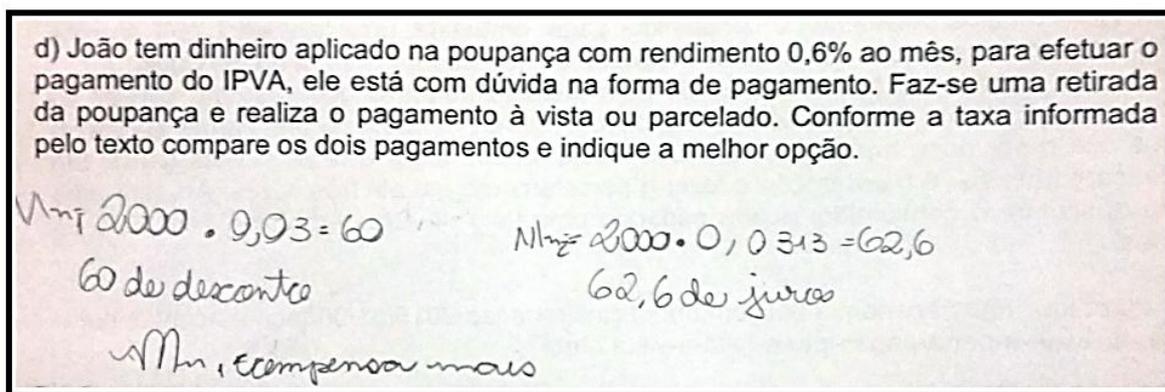
d) João tem dinheiro aplicado na poupança com rendimento 0,6% ao mês, para efetuar o pagamento do IPVA, ele está com dúvida na forma de pagamento. Faz-se uma retirada da poupança e realiza o pagamento à vista ou parcelado. Conforme a taxa informada pelo texto compare os dois pagamentos e indique a melhor opção.

$2000 \cdot 0,3 = 60$        $M = 2000 \cdot 0,313 = 62,6$   
 60 de desconto      62,6 de juros

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno J, utilizou como estratégia escolher o valor do IPVA de R\$ 2000,00 e aplicar o cálculo da porcentagem de 3% identificou que era um desconto de R\$ 60,00 para pagamento à vista, realizou o seguinte cálculo  $M=2000 \cdot 0,0313 = 62,6$  para o pagamento parcelado, é notório que ficou perdido na sua estratégia e calculando errada e aplicando a taxa de juro erradamente, e ainda não efetuou o cálculo do rendimento da poupança e conclui que entendeu a importância do desconto no caso de pagamento à vista.

**Figura 6 protocolo do aluno J.**



Fonte: arquivo do pesquisador

## Representações

Como podemos observar o item (a) todos os alunos chegaram à resposta esperada, é uma questão de interpretação na qual o aluno tinha que encontrar a taxa de desconto de 10% no texto, a habilidade para contexto é resolver problemas do cotidiano envolvendo Matemática Financeira. No item(b) não atingiram a proposta esperada, pois faltou a interpretação do texto de que o pagamento realizado à vista ganha um desconto de 2%, porém todos eles perceberam que compensa sempre efetuar o pagamento à vista como podemos observar o aluno H. No item (c) o representou a taxa de juros duas vezes, mostrando a dificuldade na interpretação do problema. No item (d) o aluno C demonstra sua dificuldade em compreender a diferença entre taxa de juro e juro, conversando com o mesmo mostrou que era a mesma coisa, ao final chegou à compreensão das diferenças. O aluno D mostrou usar o raciocínio do desconto, porém aplicou a taxa de juros no capital sendo que era na parcela, e representou a taxa de maneira errada mesmo chegando no cálculo correto. Os alunos citados acima mostraram dificuldades na

interpretação do problema, e na maneira de representar alguns conceitos de MF vistos acima.

### **Processos de raciocínio**

As estratégias iniciais dos alunos têm um caráter eminentemente indutivo, pois partem da observação de exemplos já praticados em sala de aula e conceitos já vistos. Deste modo quando aplicam às fórmulas corretas os resultados obtidos são corretos devido a interpretação do problema. Porém alguns alunos conhecem a fórmula a maneira de aplicá-la, e erram devido ao fato de compreensão do problema, assim fazendo cálculo e não entendendo o motivo daquele cálculo realizado.

### **Significação**

A exploração da tarefa proposta permitiu aos alunos desenvolver a compreensão sobre a MF e Educação Fiscal, na qual desenvolveram o conceito de regra de três, porcentagem, juros simples e juros compostos. Os alunos usaram conceitos de porcentagem, por exemplo, calculando de maneira simples e depois efetuando o desconto, outros preferiram usar a regra de três para esse cálculo. No juro composto recorreu à fórmula, já no simples um cálculo mais aleatório não ficando presa a fórmula. Na formação como cidadão com base na Educação Financeira, ficou o significado de efetuarmos sempre o pagamento á vista, e que o empréstimo bancário não é viável fazer para pagar um tributo parcelado.

### **5.2 Processos de raciocínio do problema 2.**

Esta tarefa tem como objetivo mostrar os tributos utilizados no cotidiano do aluno, com base na MF aplicar a regra de três ou cálculo de porcentagem simples. É necessário o conhecimento do aluno em porcentagem, e reconhecer situações problemas do seu dia a dia.

2- Governo eleva PIS e Cofins da gasolina; Cide terá alta em 90 dias sobre os combustíveis, assim o litro de gasolina sofreu, um aumento de 7% e passou a custar R\$ 3,1499. Quanto custava antes do aumento?

Fonte<[http://www.olhardireto.com.br/agro/noticias/exibir.asp?noticia=Governo\\_eleva\\_PIS\\_e\\_Cofins\\_da\\_gasolina\\_Cide\\_tera\\_alta\\_em\\_90\\_dias&id=18030](http://www.olhardireto.com.br/agro/noticias/exibir.asp?noticia=Governo_eleva_PIS_e_Cofins_da_gasolina_Cide_tera_alta_em_90_dias&id=18030)>

*Essa questão tem como o objetivo é identificar que houve um aumento de 7% sobre o valor referencial, ou ainda, o novo preço passa a ser 107%.*

Preço	%	
3,1499	107	$107.X = 3,1499.100$
X	100	$X = 2,944$

### 5.2.1 Resoluções dos alunos (problema 2).

Nessa questão tivemos 100% de acertos dos alunos compreenderam bem a situação do exercício, usaram regra três para resolver partindo da estratégia do aumento percentual passando a 107% e valor desejado o 100%, identificando que houve um aumento percentual sobre valor de referência conforme foi visto antes em sala de aula. O tributo considerado nessa situação foi PIS e Cofins.

#### **Representações**

Nesta tarefa, os alunos não tiveram dificuldades na linguagem da situação do problema. A dificuldade não encontrada leva a crer que o aprendizado visto antes desta pesquisa foi significativo. Quando questionados sobre essa tarefa, relataram ser de fácil compreensão e um cálculo simples.

#### **Processos de raciocínio**

As estratégias iniciais dos alunos têm um caráter eminentemente indutivo, pois partem da observação de exemplos já praticados em sala de aula e conceitos já vistos. Quando aplicado esses conhecimentos o raciocínio foi mesmo, tornando a tarefa simples.

## Significação

A exploração da tarefa proposta permitiu aos alunos desenvolver a compreensão sobre a MF e Educação Fiscal, na qual desenvolveram o conceito de regra de três e porcentagem. Na formação como cidadão com base na Educação Financeira, ficou o aprendizado de um tributo que encarece o combustível.

### 5.3 Processos de raciocínio do problema 3.

Esta tarefa tem como objetivo mostrar os tributos utilizados no cotidiano do aluno, com base na MF aplicar a regra de três, cálculo de porcentagem simples e juros compostos. É necessário o conhecimento do aluno em porcentagem, juros compostos e reconhecer situações problemas do seu dia a dia.

3- Quem comprar carro zero quilômetro a partir do dia 1º de janeiro de 2015 vai sentir diferença no preço com o fim da redução da alíquota do Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Para os carros populares, a alíquota sobe dos atuais 3% para 7%. No caso dos carros com motor flex. (gasolina e etanol), que hoje recolhem 9% de IPI, a alíquota sobe para 11%, e os carros movidos só a gasolina, que pagam 10%, terão a alíquota aumentada para 13%.

<fonte [http://acritica.uol.com.br/noticias/comeca-reducao-IPI\\_automoveis\\_0\\_1276672339.html](http://acritica.uol.com.br/noticias/comeca-reducao-IPI_automoveis_0_1276672339.html)>

a) Determine o novo preço de um carro popular Fiat Palio Fire 1.0 flex que custava R\$ 25.430, com o aumento do IPI.

R\$	%	
25430	100	$100.X = 25430.111$
X	111	$X=28.227,30$

b) Sendo vendido o carro do item A, da seguinte forma 60% de entrada e 12 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga após 30 dias da compra. Se os juros são de 1,49% ao mês, determine o valor das prestações.

*Como temos 60% de entrada restou 40% do valor do automóvel a ser paga.*

R\$	%	
28.227,30	100	$100.X = 28.227,30.40$
X	40	$X = 11.290,92$

Temos o restante de R\$ 11.290,92; que será financiado, aplicaremos a fórmula dos juros compostos, sendo:

$$M = C.(1+i)^n$$

$$M = ? \quad M = 11290,92.(1+0,0149)^{12}$$

$$C = 11.290,92 \quad M = 13483,68$$

$n = 12$  *para encontrar a parcela basta dividir 13483,68 por 12*

$i = 0,0149$  *que é o valor das prestações de R\$1.123,64*

### 5.3.1 Resoluções dos alunos (problema 3)

No item (a) todos os alunos entenderam e realizaram a tarefa corretamente. O tributo considerado nessa situação foi o IPI e utilizaram o conceito de porcentagem com regra de três.

Nesta atividade Item (b) o enunciado foi para analisar se as dificuldades de interpretação, conforme a compreensão alteraria a resolução da tarefa. A partir de uma situação-problema simples, com enunciado direto e sucinto.

Esperava-se que os alunos verificassem a relação entre valor de entrada e o valor restante do veículo. Três alunos usaram a quantia paga de entrada para calcular o juro ocorrido e um aluno fez o uso correto do saldo devedor, porém no cálculo do montante restante a ser pago colocou como porcentagem a resolução, segue protocolos dos alunos que resolveram a tarefa.

**Figura 7:** Protocolo do aluno B.

b) Sendo vendido o carro do item A, da seguinte forma 60% de entrada e 12 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga após 30 dias da compra. Se os juros são de 1,49% ao mês, determine o valor das prestações.

$$28.227,30 - 100\% \quad M = C \cdot (1+i)^m$$

$$x - 60\% \quad M = 16.936,38 \cdot (1+0,0149)^{12}$$

$$1.693,638 = 100x \quad M = 16.936,38 \cdot 1,0149^{12}$$

$$x = 16.936,38 \quad M = 16.936,38 \cdot 1,194$$

$$M = 20.225,52$$

$$\frac{20.225,52}{12} \approx 1685,45$$

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno B, partiu da estratégia de considerar o valor resultante do item (a) de R\$ 28.227,30 como 100% e calcular 60% utilizando regra de três, no qual chegou ao valor de R\$ 16.936,38 partindo para o segundo cálculo de juros composto, na qual utilizou como capital  $C = 16.936,38$  ficando assim  $M = 16.936,38 \cdot (1,0149)^{12}$  obtendo o resultado de R\$ 20.225,52. Assim efetuou a divisão por 12 para encontrar a parcela R\$ 1685,45. É notório que ele se perdeu na estratégia na qual não entendeu que 60% eram referentes ao valor de entrada do veículo e utilizou como valor a ser financiado. Deixando claro que entendeu os cálculos a ser realizado, porém faltou a interpretação do enunciado.

**Figura 8:** Protocolo do aluno G.

b) Sendo vendido o carro do item A, da seguinte forma 60% de entrada e 12 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga após 30 dias da compra. Se os juros são de 1,49% ao mês, determine o valor das prestações.

$$28.227,30 \cdot 0,60 = 16.936,38 \quad M_n = 11.263,92 (1+0,0149)^{12}$$

$$28.227,30 - 16.936,38 = 11.263,92 \quad M_n = 11.263,92 \cdot 1,194$$

$$M_n = 13,451\%$$

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno G, partiu da estratégia de considerar o valor resultante do item (a) de R\$ 28.227,30 como 100% e calcular 60% utilizando regra de três, no qual chegou ao valor de R\$ 16.936,38 partindo para o segundo cálculo de juros composto, na qual utilizou como capital  $C = 11.263,92$  ficando assim  $M = 11.263,92 \cdot (1,0149)^{12}$  obtendo o resultado de 13,451%. É notório que esse aluno se perdeu na estratégia e não compreendeu a tarefa corretamente, mostrando dificuldade a chegar no resultada montante em porcentagem e não calculando o valor da parcela.

**Figura 9:** Protocolo do aluno H.

b) Sendo vendido o carro do item A, da seguinte forma 60% de entrada e 12 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga após 30 dias da compra. Se os juros são de 1,49% ao mês, determine o valor das prestações.

$28.227,30 \text{ --- } 100\%$   
 $x \text{ --- } 60\%$   
 $16.936,38 = 100x$   
 $x = 16.936,38$

$M = C \cdot (1+i)^n$   
 $M = 16.936,38 (1,0149)^{12}$   
 $M = 16.936,38 \cdot 1,194$   
 $M = 20.225,52$

cada prestação  
 $= \frac{20.225,52}{12}$   
 $= 1.685,45$

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno H, partiu da estratégia de considerar o valor resultante do item (a) de R\$ 28.227,30 como 100% e calcular 60% utilizando regra de três, no qual chegou ao valor de R\$ 16.936,38 partindo para o segundo cálculo de juros composto, na qual utilizou como capital  $C = 16.936,38$  ficando assim  $M = 16.936,38 \cdot (1,0149)^{12}$  obtendo o resultado de R\$ 20.225,52. Assim efetuou a divisão por 12 para encontrar a parcela R\$ 1685,45. É notório que ele se perdeu na estratégia na qual não entendeu que 60% eram referentes ao valor de entrada do veículo e utilizou como valor a ser financiado. Deixando claro que entendeu os cálculos a ser realizado, porém faltou a interpretação do enunciado.

**Figura 10:** Protocolo do aluno I.

b) Sendo vendido o carro do item A, da seguinte forma 60% de entrada e 12 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga após 30 dias da compra. Se os juros são de 1,49% ao mês, determine o valor das prestações.

$28.227,30 \text{ --- } 100\%$   
 $x \text{ --- } 60\%$   
 $16.936,38 = 100x$   
 $x = 16.936,38$

$M = C \cdot (1+i)^n$   
 $M = 16.936,38 (1,0149)^{12}$   
 $M = 16.936,38 \cdot 1,194$   
 $M = 20.225,52$

$= \frac{20.225,52}{12}$   
 $= 1.685,45$

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno I, partiu da estratégia de considerar o valor resultante do item (a) de R\$ 28.227,30 como 100% e calcular 60% utilizando regra de três, no qual chegou ao valor de R\$ 16.936,38 partindo para o segundo cálculo de juros composto, na qual utilizou como capital  $C = 16.936,38$  ficando assim  $M = 16.936,38 \cdot (1,0149)^{12}$  obtendo o resultado de R\$ 20.225,52. Assim efetuou a divisão por 12 para encontrar a parcela R\$ 1685,45. É notório que ele se perdeu na estratégia na qual não entendeu que 60% eram referentes ao valor de entrada do veículo e utilizou como valor a ser financiado. Deixando claro

que entendeu os cálculos a ser realizado, porém faltou a interpretação do enunciado.

### **Representações**

Nesta tarefa, os alunos B,H e I não entenderam completamente a tarefa pelo fato de não fazer a diferença entre o valor inicial do carro e o valor de entrada, mostrando a dificuldade na interpretação do problema. Já o aluno G entendeu essa parte do problema, porém na hora de calcular o montante colocou o valor encontrado como se fosse porcentagem mostrando dificuldade na linguagem da MF. Porém todos fizeram o cálculo correto do valor da entrada, mas faltou a interpretação e organizar sua estratégia.

### **Processos de raciocínio**

Os alunos mostram utilizar um processo de raciocínio a dedução, na qual seguem padrões já vistos em aula, seguem uma estratégia de resolução geralmente chegam às respostas erram apenas por falta de uma interpretação.

### **Significação**

A exploração da tarefa proposta permitiu aos alunos desenvolver a compreensão sobre a MF como conceitos porcentagem e juros compostos e Educação Fiscal, na qual desenvolveram o conceito de regra de três, porcentagem e juros compostos. Na formação como cidadão com base na Educação Financeira, ficou o aprendizado de um tributo que encarece os produtos industrializados.

#### **5.4 Processos de raciocínio do problema 4.**

Esta tarefa tem como objetivo mostrar o tributo IR utilizado no cotidiano do aluno, com base na MF aplicar a regra de três e cálculo de porcentagem simples. É necessário o conhecimento do aluno em porcentagem e reconhecer situações problemas do seu dia a dia.

4- O contribuinte paga Imposto de Renda ao longo de todo o ano. O valor é descontado mensalmente na folha de pagamento dos trabalhadores assalariados. Se ele tiver apenas uma fonte de renda, a tendência é que ele não tenha de pagar mais imposto quando entregar a declaração anual. Mas, se ele tem duas fontes ou mais de renda, a tendência é que ele tenha imposto a pagar. Vamos considerar o exemplo de uma pessoa que tem duas fontes de renda: uma de R\$ 2.000 por mês e outra que paga R\$ 3.000 (ambas líquidas, já descontado o INSS).

- para o ano-calendário de 2014:

Base de Cálculo (R\$)	Alíquota (%)
Até 1.787,77	-
De 1.787,78 até 2.679,29	7,5
De 2.679,30 até 3.572,43	15
De 3.572,44 até 4.463,81	22,5
Acima de 4.463,81	27,5

a) Conforme tabela mensal do IR essa pessoa está sujeita a um imposto sobre o salário de R\$ 2.000 e a um imposto sobre o salário de R\$ 3.000. Calcule o valor do imposto a ser pago por cada salário.

*Para o salário de R\$ 2000 temos a alíquota de 7,5 % e para o salário de R\$ 3000 temos a alíquota de 15%.*

*Calculando a alíquota 7,5%, temos:*

$$2000 \cdot 7,5\% = 150 \text{ ou seja, R\$ } 150,00$$

*Calculando a alíquota 15%, temos*

$$3000 \cdot 15\% = 450 \text{ ou seja, R\$ } 450,00$$

b) Na hora de fazer a declaração anual de IR, porém, essas duas rendas são somadas e resultam em R\$ 5.000. Pela tabela do IR, a alíquota de imposto sobre esse valor é 27,5%. Calcule o valor do imposto a ser pago:

*Calculando a alíquota 27,5%, temos:*

$$5000 \cdot 27,5\% = 1375 \text{ ou seja, R\$ } 1375,00$$

c) Compare os resultados do item a) e b) e calcule o percentual em relação ao item b)

*Para compararmos esses dois resultados têm que no item A o cálculo separado, mas se juntarmos pagaremos R\$ 600,00. No item B como realmente é calculado as rendas são somadas, aonde pagaremos R\$ 1375,00. Dessa forma fica evidente que pagamos mais pelo método do item B.*

*Para calcular o percentual tem como o objetivo é o identificar que porcentagem representa o valor 600 do valor referencial 1375. Sendo*

$$\frac{600}{1375} \cong 0,44, \text{ logo temos o percentual de } 44\%.$$

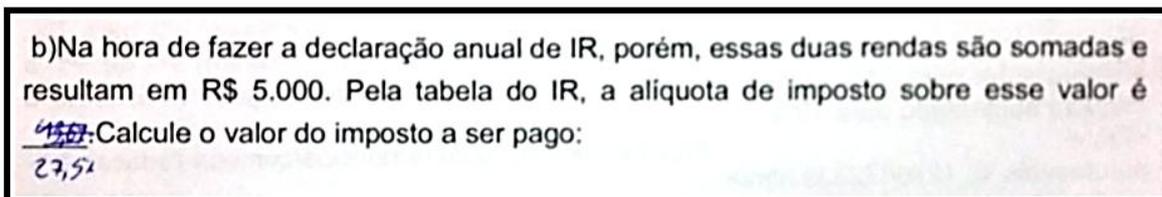
#### 5.4.1 Resoluções dos alunos (problema 4).

O objetivo dessa questão é levar ao aluno a reflexão e ao entendimento de como funciona o tributo IR, e compreender que nem sempre é cobrado justamente do cidadão.

No item (a) todos os alunos entenderam e realizaram a tarefa corretamente.

No item (b) apenas o aluno E não calculou o valor do imposto a ser pago, ao completar o percentual da alíquota do imposto, observamos que no primeiro momento preencheu incorretamente, mas depois fez a correção. Segue protocolo do aluno E.

**Figura 11:** Protocolo do aluno E.

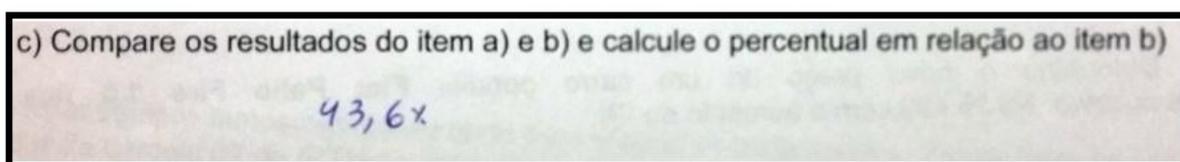


Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno E, partiu da estratégia de considerar o valor resultante do item (b) erradamente, na qual ele percebeu seu erro e riscou acrescentando o de valor de 27,5%. É notório que ele se perdeu na estratégia na qual não entendeu que apenas colocar o valor da porcentagem referente à tabela. Faltou realizar o cálculo de 27,5% sobre o valor de R\$ 5000,00. Deixando claro que a princípio não entendeu o que tinha que ser realizado, porém logo após a interpretação do enunciado alterou a resposta e deixou de calcular o valor da porcentagem.

No Item (c) a realização é esperada que os alunos calculassem o valor percentual do item (a) em relação ao item (b) como realmente é cobrado, e percebesse o quanto pagamos a mais na forma cobrada pelo IR. O aluno E, apenas identificou a porcentagem, porém sem nenhuma explicação de seu significado, deixando claro apenas a cópia do valor de outro aluno. Segue protocolo do aluno E que apenas indicou a porcentagem.

**Figura 12:** Protocolo do aluno E.



Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno E, partiu da estratégia de considerar o valor resultante do item (c), porém não demonstrou nenhum cálculo realizado, dando impressão de ter realizado uma cópia de um colega. Apenas colocou o valor de 43,6% .

### **Representações**

Nesta tarefa, o aluno E não entendeu completamente a tarefa pelo fato de não fazer o cálculo de porcentagem do valor de R\$ 5000,00; mostrando a dificuldade na interpretação do problema. No item (c) apenas apresentou a resposta sem cálculos, faltou organizar sua estratégia e interpretar a situação proposta.

### **Processos de raciocínio**

Os alunos mostram utilizar um processo de raciocínio a dedução, na qual seguem padrões já vistos em aula, seguem uma estratégia de resolução geralmente chegam às respostas erram apenas por falta de uma interpretação.

### **Significação**

A exploração da tarefa proposta permitiu aos alunos desenvolver a compreensão sobre a MF como conceitos porcentagem e Educação Fiscal, na qual desenvolveram o conceito de regra de três, porcentagem. Na formação como cidadão com base na Educação Financeira, ficou o aprendizado de um tributo que os cidadãos que possuem mais de um emprego com carteira assinada, realizam o pagamento alto sendo que, se fosse ao mesmo emprego receberia restituição e pagaria menos.

## **5.5 Processos de raciocínio do problema 5.**

Essa questão tem como objetivo mostrar o princípio básico da equivalência de capitais. Para resolver esse problema os alunos precisam saber os conceitos de juro composto e porcentagem.

5- Daniel aplicou R\$ 8.000,00 a uma taxa de juros compostos de 15% a.a. No ato do resgate, são pagos 15% de imposto de renda (IR) sobre os juros. Ao final de 3 anos, qual o valor resgatado por Daniel?

Para resolver essa situação temos:  $M = C \cdot (1+i)^n$

$$M=? \quad M = 8000 \cdot (1+0,15)^3$$

$$C = 8000 \quad M = 12167$$

$$n = 3 \quad \text{Juros} = 12165 - 8000 = 4167$$

$$i = 0,15$$

Afinal da aplicação teríamos R\$ 12167,00; porém não podemos esquecer o fato da contribuição IR, que é de 15% sobre os juros, ou seja,  $4167 \cdot 15\% = 625,05$ . Logo a aplicação líquida a receber é de R\$ 11.541,95.

### 5.5.1 Resoluções dos alunos (problema 5)

A ideia de utilizar esse conceito é porque o cidadão se depara com situações que analisam quantias no tempo. Essa questão tem como objetivo mostrar o princípio básico da equivalência de capitais. A ideia de utilizar esse conceito é porque o cidadão se depara com situações que analisam quantias no tempo. Nessa tarefa proposta, nenhum aluno atingiu a resposta esperada, sendo que todos os alunos calcularam o montante final, e alguns não determinando o valor do imposto a ser pago conforme protocolo do aluno F abaixo.

**Figura 13:** Protocolo do aluno F.

5- Daniel aplicou R\$ 8.000,00 a uma taxa de juros compostos de 15% a.a. No ato do resgate, são pagos 15% de imposto de renda (IR) sobre os juros. Ao final de 3 anos, qual o valor resgatado por Daniel?

$$M = C (1+i)^n$$

$$M = 8.000 (1+0,15)^3$$

$$M = 8.000 (1,15)^3$$

$$M = 8.000 \cdot 1,520875$$

$M = 12.167$

Fonte: arquivo do pesquisador

Nessa tarefa, como nenhum aluno atingiu a proposta, tomamos dois exemplos que representa os equívocos dos alunos, temos o aluno F que começou certo seu raciocínio, na qual ele aplica na fórmula o capital de R\$ 8.000,00 ficando assim  $M=8000 \cdot (1,15)^3$  ficando o resultado de R\$ 12167, faltou descontar o capital inicial e calcular os 15% que representa o tributo IR.

Tivemos também alguns alunos que calcularam o valor do imposto a ser pago em cima do montante, fica evidente que faltou interpretação do enunciado, esperávamos que o cálculo realizado descontasse o capital do montante, assim encontrando o juro e calculasse o tributo correto. Conforme o protocolo do aluno I.

**Figura 14:** Protocolo do aluno I.

5- Daniel aplicou R\$ 8.000,00 a uma taxa de juros compostos de 15% a.a. No ato do resgate, são pagos 15% de imposto de renda (IR) sobre os juros. Ao final de 3 anos, qual o valor resgatado por Daniel?

$M = 8000 \cdot (1 + 0,15)^3$   
 $M = 8000 \cdot (1,15)^3$   
 $M = 8000 \cdot 1,52$   
 $M = 12.167,00$

$12.167$        $100\%$   
 $x$                $15\%$

$100x = 182.505$   
 $x = \frac{182.505}{100}$   
 $x = 1.825,05$

$Total = 12.167 - 1.825,05$   
 $= 10.341,95$

Fonte: arquivo do pesquisador

O aluno I fez da seguinte maneira seu cálculo, aplicou-se a fórmula do juro composto, sendo  $M=8000 \cdot (1,15)^3$  chegando na resposta correta de R\$ 12167,00; logo após esse cálculo de forma equivocada aplicou a regra de três considerando R\$ 12167,00 como 100% e 15% o valor desconhecido (x) chegando no valor de R\$1825,05. Após esse cálculo descontou do valor de R\$12167,00 encontrando o resultado de R\$10341,95. Faltou organizar seu raciocínio.

## Representações

Nesta tarefa, os alunos não entenderam completamente a tarefa pelo fato de não fazer o cálculo de porcentagem do valor de R\$ 12167,00; mostrando a dificuldade na interpretação do problema, porém todos chegaram neste

resultado. Contudo, efetuam os tratamentos associados às representações externas de fórmulas matemáticas com facilidade.

### Processos de raciocínio

As estratégias iniciais dos alunos têm um caráter eminentemente indutivo, pois partem da observação de exemplos já praticados em sala de aula e conceitos já vistos. Deste modo quando aplicam às fórmulas corretas os resultados obtidos são corretos devido à interpretação do problema. Porém alguns alunos conhecem a fórmula a maneira de aplicá-la, e erram devido ao fato de compreensão do problema, assim fazendo cálculo e não entendendo o motivo daquele cálculo realizado.

### Significação

A exploração da tarefa proposta permitiu aos alunos desenvolver a compreensão sobre a MF como conceitos porcentagem, juro composto e Educação Fiscal, na qual desenvolveram o conceito de juro composto e porcentagem. Na formação como cidadão com base na Educação Financeira, ficou o aprendizado de um tributo que os cidadãos que aplicam seu dinheiro também são obrigados a pagarem o tributo IR.

### 5.6 Processos de raciocínio do problema 6

Essa questão tem como o objetivo é identificar e calcular taxas de juros embutidas nas compras a prazo. Para resolver esse problema os alunos precisam saber os conceitos de juro composto e porcentagem.

6- Uma loja está vendendo uma geladeira por R\$ 2.899,89 com pagamento sendo feito 12 meses após a compra. Se cliente optar pelo pagamento no ato da compra, ou seja, à vista, a loja dá um desconto de 5%. Qual a taxa de juros compostos mensal, embutido, para pagamento em 12 meses, sendo o valor a prazo R\$ 3.188,40?

Usaremos a fórmula  $M = C \cdot (1+i)^n$ , onde temos:

$$M = 3188,40$$

$$3188,40 = 2899,89 \cdot (1+i)^{12}$$

$$C = 2899,89$$

$$1,0994 = (1+i)^{12}$$

$$n = 12$$

$$i = 0,00792 \quad \text{logo } i = 0,792\%$$

$$i = ?$$

### 5.6.1 Resoluções dos alunos (questão 6).

Essa questão tem como o objetivo é identificar e calcular taxas de juros embutidas nas compras a prazo. Cabe observar que nessa situação problema não trabalhamos com o tributo, por isso optou-se por analisar o conteúdo da MF. Nessa tarefa todos os alunos chegaram à resposta esperada. Os alunos utilizaram uma estratégia semelhante de resolução da tarefa.

#### **Representações**

Nesta tarefa, os alunos entenderam completamente a tarefa pelo fato de fazer o cálculo, e aplicar corretamente a fórmula; mostrando a facilidade na interpretação do problema, na quais todos chegaram ao mesmo resultado.

#### **Processos de raciocínio**

As estratégias iniciais dos alunos têm um caráter eminentemente indutivo, pois partem da observação de exemplos já praticados **Processos de raciocínio**

em sala de aula e conceitos já vistos. Deste modo quando aplicam às fórmulas corretas os resultados obtidos são corretos devido à interpretação do problema.

#### **Significação**

A exploração da tarefa proposta permitiu aos alunos desenvolver a compreensão sobre a MF como conceitos radiciação e juro composto, na qual desenvolveram o conceito de juro composto e radiciação.

### **5.7 Processos de raciocínio do problema 7**

7- Qual a contribuição que a matemática financeira pode fazer no seu cotidiano?

Nessa questão esperamos que os alunos percebam que a Matemática Financeira possui diversas aplicações no nosso sistema econômico, algumas situações estão presentes no cotidiano deles, como financiamentos de casa e carros, realizações de empréstimos, aplicações financeiras, compras a

crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras, investimentos em bolsas de valores, entre tantas outras situações. E que o aluno seja capaz de reconhecer a MF nas relações sociais, desenvolvendo consciência para tomar decisões, perceber que pagamos tributos de mais e cobrar nossos governantes. Mas para essa cobrança é fundamental o entendimento da MF nas suas vidas, pois com essa ideia os alunos passarão a identificar, interpretar, e avaliar de forma que contribua na formação de cidadãos livres e pensantes.

#### 5.7.1 Resoluções dos alunos (problema 7).

Nessa etapa das tarefas, espera-se o entendimento por parte dos alunos das diferentes formas de contribuição da MF em suas vidas. Segue as respostas dos alunos.

**Quadro 1:** Respostas dos alunos da questão 7.

<b>Alunos</b>	<b>Resposta dada</b>
Aluno A	A matemática Financeira pode ajudar nas compras, para fazer empréstimos. Para decidir fazer investimentos do dinheiro e, buscar a melhor compra.
Aluno B	A matemática financeira ajuda a descobrir preços e valores de descontos.
Aluno C	Ajuda-me a descobrir os juros que vou pagar ao comprar algo.
Aluno D	Ajuda-me a entender os pagamentos que irei fazer.
Aluno E	Ajudar na hora de pagar os impostos de forma consciente e não ser enganado, ou acabar cometendo erros.
Aluno F	O aluno será despertado em seus motivos, necessidades e objetivos, ter conhecimento científico da matemática financeira e não ficará somente com senso comum, pois ele perceberá que com a descoberta deste conhecimento, facilitará o rendimento da sua matéria, e caso ele tenha interesse em administração, isso o ajudará muito.
Aluno G	Ajudara pedir descontos, comprar algo financiado.
Aluno H	Ajuda a entender e a descobrir quanto dinheiro eu deixo para o governo e quanto eu realmente ganho.

Aluno I	Ajuda a calcular a porcentagem de valores de impostos juros, etc...
Aluno J	Ela me ajuda, a saber, como posso investir melhor meu dinheiro e onde investir.
Aluno K	Aprender descontos, financiamentos.

Fonte: arquivo do pesquisador

## Representações

Para responder essa questão, os alunos tinham que expressar seu entendimento sobre a matemática financeira, mostrando que compreenderam o significado da matemática no seu cotidiano.

## Processos de raciocínio

As estratégias iniciais dos alunos têm um caráter eminentemente indutivo, pois partem da observação de exemplos já praticados em sala de aula e conceitos já vistos. Deste modo quando expressão suas conclusões são de resultados obtidos à interpretação do problema.

## Significação

A Matemática Financeira é aplicada em diversas situações do dia a dia, como o observamos nas tarefas aplicadas, para calcular as prestações de um financiamento de um móvel ou imóvel optando pelo pagamento à vista ou parcelado, no pagamento de tributos, além de ser um instrumento necessário à avaliação de negócios, de modo a identificar os recursos mais atraentes em termos de custos e os mais rentáveis no caso de investimentos financeiros ou de bens de capital. Nas situações mais simples e corriqueiras do cotidiano, por exemplo, se você tem dinheiro em algum tipo de poupança/investimento, ou em um pequeno negócio, ou ambos, e quer comprar um carro ou um eletrodoméstico, você deve decidir se paga à vista mediante saque da aplicação ou do capital de giro da empresa, ou se acolhe o financiamento

oferecido pelo vendedor, às ferramentas da MF vão indicar-lhe a melhor decisão. Assim podemos ver que os alunos dessa pesquisa compreenderam a ideia da MF, e a parte principal, que é o funcionamento dos tributos. Decidimos colocar os protocolos acima para mostrarmos como eles entenderam a contribuição da MF. Ao terminar o EM, o aluno tem que ser capaz de reconhecer a Matemática nas relações sociais, para tomar decisões nas suas interações na sociedade.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho foi realizar um estudo sobre a importância da Matemática Financeira, na abordagem de tributos no cotidiano do aluno, na perspectiva da educação financeira, conforme a pesquisa da fundamentação esse trabalho aborda um estudo aprofundado sobre tributos. Esse trabalho se encaixa no subfoco Matemática Financeira no Ensino Médio, mostrou um pouco da história do tributo no Brasil, para a construção do aprendizado do aluno, as alíquotas pagas em certos produtos, o aparecimento em movimentações financeiras. A matemática financeira é de grande importância, pois com inspiração na própria experiência de vida, por perceber que pagamos taxas, juros, embutidos nos produtos, sem fazer questão de entender tais cobranças.

A matemática financeira pode auxiliar no processo de construção da cidadania, pois além de facilitar a integração do homem ao meio social, pode orientar às pessoas a lidarem melhor com o dinheiro, propiciando um maior controle dos gastos, permitindo que questione qualquer forma de dominação econômica, elementos importantes no processo de conscientização popular.

Na primeira parte desse trabalho, procuramos demonstrar, os motivos pelos quais resolvemos trabalhar com tributos e a matemática financeira, as contribuições do curso Disseminador de Educação Fiscal na qual o professor pesquisador fez um estudo sobre o tributo e meios de arrecadação sendo transmitido para seus alunos, a especialização e suas contribuições. Buscamos refletir sobre a importância do ensino aprendizagem de matemática, devido ao fato de nosso cotidiano ser interferido pela matemática. Assim, o ensino da Matemática para ser mais eficiente possível, é necessário à apresentação dela conforme as transformações necessárias à sociedade.

Posteriormente procuramos apresentar a história do tributo no Brasil, aspectos históricos dos tributos no contexto brasileiro, bem como uma apresentação sucinta dos principais ônus vigentes em nossa carga tributária. A ideia foi apresentar esses conceitos visando o aluno, com crescimento de um

cidadão, na formação de seu conhecimento com a aplicação da pesquisa sobre os tributos mais conhecidos. Durante a pesquisa, quando aplicamos as questões sobre os tributos, percebemos que o desenvolvimento de uma prática pedagógica que leve os alunos a identificar, interpretar, avaliar e pensar na maneira de arrecadação de nosso país e compreender a matemática, na forma de contribuição na formação de cidadãos livres, responsáveis e pensantes.

Feito isso, realizamos uma análise da Matemática Financeira no Ensino Médio, com base nos documentos oficiais, analisamos também o sistema de ensino apostilado Positivo, na forma de compreendermos o trabalho de Matemática Financeira, sendo assim fazendo as adequações das questões aplicadas. Esse estudo evidenciou a importância que os documentos curriculares dão ao ensino de Matemática Financeira, no qual observamos o aprendizado na formação de cidadão.

O curso de Disseminadores de Educação Fiscal teve como objetivo oferecer ao professor pesquisador conhecimentos que envolvem a relação Estado-sociedade. Sendo a proposta estudar o Estado, na sua concepção, suas missões, competências, fontes de recursos, orçamento, gestão financeira, destinação das finanças públicas, controle social, ética, cidadania, entre outros. Como professor disseminador foi possível aplicar as atividades na perspectiva de educação financeira e tributos, na qual a matemática financeira foi a principal ferramenta para aplicação. Ao iniciar essa pesquisa, partir no intuito de ensinar os alunos ao compreender os tributos da nossa sociedade, sendo que no primeiro momento após conversas e debates sobre o assunto, dei início ao meu trabalho de disseminador, de passar os conhecimentos adquiridos no curso.

Nas aulas fui introduzindo sutilmente esses conhecimentos, ao aplicar a pesquisa aos alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola particular, pude também traçar uma comparação entre os saberes dos alunos no início e após o final. Na qual percebi através das respostas dadas nas atividades, que o aprendizado foi eficiente, devido ao fato que inicialmente os alunos tinham pouco conhecimento sobre o tema. Após essa atividade percebi o quanto colaborei no aprendizado do aluno. De tal maneira que, citamos um exemplo de resposta da atividade sete, na qual o aluno E respondeu da seguinte

maneira “Ajudar na hora de pagar os impostos de forma consciente e não ser enganado, ou acabar cometendo erros”. Sinto o papel cumprido de disseminador, pois quando o aluno fala de pagar impostos de forma consciente, significa a compreensão e a importância do tributo para que o Estado possa aplicar, de maneira que, o resultado seja o retorno em serviços públicos. Ao citar não ser enganado, o aluno estará fazendo o papel de cidadão cobrando seus governantes, que não cometam erros com o dinheiro público fazendo uma boa gestão pública, sendo assim exercendo a cidadania. Concluo que o aprendizado foi significativo, e que corroborarei o fato de que utilizar tributos e a matemática financeira é de grande importância para os alunos viverem em nossa sociedade, sendo assim ficando satisfeito com a minha formação na parte de Educação Fiscal e pude transmitir conhecimentos sobre o assunto.

Buscamos situar as contribuições das dissertações e teses para o desenvolvimento de nossa pesquisa. Posteriormente dedicamos a redigir o percurso metodológico da investigação, cuja análise da produção escrita dos alunos revelou dificuldades em interpretar tarefas, ocasionando erros na atividade matemática produzida por eles.

No decorrer das tarefas, os alunos foram percebendo que pagamos tributos em todo lugar; o que instigou os alunos refletirem sobre a arrecadação de nosso país. Ao final da aplicação e análise das tarefas foi possível obtermos respostas para nossa questão norteadora desta dissertação: **Que contribuições o estudo de tributos pode gerar no aprendizado de matemática financeira para alunos do Ensino Médio?**

Para respondermos essa questão, não podemos deixar de citarmos que os alunos dessa pesquisa conheciam o professor pesquisador dessa dissertação desde o 6º ano, sendo assim um estudo de caso. Conhecíamos bem os alunos, ficaram evidentes as contribuições, pelas respostas dadas na questão sete. Na qual percebemos o entendimento dos alunos, para fazer um investimento ou uma compra, existe um tributo naquela transação e ainda mais como a Matemática Financeira é presente no seu cotidiano.

Concluimos que nas dissertações e teses que algumas trabalham ou dão ideias de uso de tributos para aplicação da Matemática Financeira, como só uma aplicação de porcentagem, esse trabalho buscou mostrar a importância e a aplicação de tributos no dia a dia do aluno, na perspectiva da educação financeira visando o crescimento do aluno para viver nessa sociedade como um ser ativo, que possa cobrar seus governantes por melhorias no nosso país, e tendo a base da Matemática Financeira para o futuro ter uma vida financeira boa.

Nos documentos oficiais, entendemos que a Matemática Financeira tem que estar presente em todas as séries do Ensino Médio, na perspectiva da educação financeira, na qual o professor possa criar e desenvolver projetos do cotidiano do aluno, e não ficando isolado apenas em uma série e maneira de trabalhar a Matemática Financeira. Precisamos ter certeza de que, ao final do Ensino Médio, o aluno seja capaz de reconhecer a Matemática Financeira nas transações corriqueiras do nosso dia a dia, e assim tornado alunos pensantes e grandes cidadãos.

Dessa maneira, a proposta apresentada nesta dissertação, é de que professores de Matemática façam uma abordagem de conteúdos de Matemática Financeira que seja um aprendizado significativo aos alunos, mostrando o a importância dos tributos na nossa sociedade, e que venham no futuro cobrar seus governantes para a melhor utilização da verba arrecadada.

Inicialmente, os raciocínios dos alunos, do 3º ano do Ensino Médio, tendem a desenvolver-se do particular para o geral. Os alunos usam essencialmente processos indutivos, como observação de casos particulares, partindo de conhecimentos obtidos em aula. No processo de raciocínio os alunos de modo geral atenderam as expectativas, pois eles aplicaram as fórmulas corretamente, tendo alguns casos de aplicação equivocada. De um modo geral, não sentiram a necessidade de refazer uma nova leitura para obter a interpretação correta do problema. Nas resoluções dos alunos podemos observar de maneira geral, que eles aplicam as fórmulas corretamente, mas de maneira equivocadas apresentam cálculos por falta de interpretação. Nas representações os alunos não mostraram dificuldades na linguagem dos problemas propostos, sabendo relacionar os exercícios com os conteúdos

vistos em sala de aula. Ficando evidente o aprendizado conquistado em sala de aula e adquirindo conhecimentos sobre tributos para levarem para suas vidas. As representações dos alunos mostraram seus conhecimentos adquiridos nas aulas de Matemática, ficando o aprendizado da Educação Financeira e Educação Fiscal, na qual foram vistos assuntos na matemática financeira e a parte sobre tributos, sendo que esses conhecimentos ajudaram na formação de cidadãos. De modo geral, a significação do aprendizado adquirido após essa pesquisa, podemos observar as respostas dadas na questão sete, na qual observamos que a matemática financeira irá auxiliar suas vidas no futuro, em transações envolvendo dinheiro, em situações de compras na qual o aluno procurará sempre a melhor opção. Na parte fiscal, os alunos observaram o quanto pagamos por impostos e a importância da arrecadação para os governos oferecerem serviços públicos de qualidade.

Os resultados obtidos nessa dissertação serão de grande importância para a minha profissão, como educador desenvolvi um novo olhar sobre o ensino aprendizagem, diferente do início desse trabalho no qual era obcecado em ensinar determinado conteúdo, e não dar valor em situações reais do cotidiano do aluno. Este processo de pesquisa contribuiu para refletirmos sobre o aprendizado do aluno, na perspectiva de melhoria de ensino de matemática em situações do cotidiano.

Esperamos que esse trabalho possa auxiliar e promover ideias para os professores desenvolverem aulas relacionadas com o cotidiano, e que alunos percebam o quanto pagamos por imposto, e serem pensadores, questionadores, e no futuro cobrem seus governantes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Adriana Correa. **Trabalhando Matemática Financeira em uma Sala de aula do Ensino Médio da Escola Pública**. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação matemática), UNICAMP, Campinas, 2004.

AMADEU, João Ricardo. **A Educação Financeira e sua influência nas decisões de consumo e investimento**: proposta de inserção da disciplina na matriz curricular. Dissertação (Mestrado em Educação), UNOESTE, Presidente Prudente, 2009.

BRASIL. Ministério da Fazenda. Escola de Administração Fazendária. Programa Nacional de Educação Fiscal – PNEF. **Função Social do Tributo**: Programa Nacional de Educação Fiscal. 4. Ed. Brasília: ESAF, 2009; (Série Educação Fiscal, caderno 3).

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000.109p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+**: Ensino médio - orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC, 2002.141p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 135p., 2006, v.2.

CAMPOS, André Bernardo. **Investigando como a Educação Financeira crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens-indivíduos consumidores**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), UFJF, Juiz de Fora, 2013.

CAMPOS, Hélio Sílvio Ourem. O Brasil: uma breve visão histórica do Estado, das constituições e dos tributos. **Revista Esmafe**: Escola de Magistratura Federal da 5ª Região, Recife, n.6, p.75-123, abr. 2004. Disponível em: <<http://bdjur.stj.jus.br/dspace/handle/2011/27710>>. Acesso em: 10 fev. 2016.

CARAMORI, Merielen Fátima. **O estudo de tópicos de Matemática Financeira com tecnologias informáticas**: opiniões de professores participantes de um grupo de formação continuada. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática), UNIFRA, Santa Maria, 2009.

CARVALHO, Valéria de. **Educação Matemática**: Matemática e educação para o consumo. Dissertação (Mestrado em Educação), UNICAMP, Campinas, 1999.

COUTINHO, Clara Pereira. A qualidade da investigação educativa de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade. *Educação Unisinos*, v.12, n.1, p.5-15, jan./abr. 2008.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, Silvia D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003, p. 11-33

FARAGO, Jorge Luiz, CARNEIRO, Lucio Nicolau Santos. **Matemática: 3ª série**, 2º volume, Curitiba: Positivo, 2011.

FIEL, Mercedes Villar. **Um Olhar para o Elo entre Educação Matemática e Cidadania**: a Matemática Financeira sob a perspectiva da Etnomatemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), PUC, São Paulo, 2005.

CÓSER FILHO, Marcelo Salvador. **Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio**: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática), UFRGS, Porto Alegre, 2008.

GOUVEIA, Simone Aparecida Silva. **Novos Caminhos para o Ensino e Aprendizagem de Matemática Financeira**: construção e aplicação de Webquest. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UNESP, Rio Claro, 2006.

HERMÍNIO, Paulo Henrique. **Matemática Financeira**: um enfoque da resolução de problemas como metodologia. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UNESP, Rio Claro, 2008.

MACHADO, Hugo de Brito. **Curso de Direito Tributário**. 28ª. Ed. – revista atualizada e ampliada. Editora Malheiros, São Paulo, 2007.

MARASINI, Sandra Mara. **A Matemática Financeira na escola e no trabalho**: uma abordagem histórico-cultural. Dissertação (Mestrado em Educação), UPF, Passo Fundo, 2001.

NACARATO, Adair Mendes et al. Modalidades de pesquisas em educação matemática: um mapeamento de estudos qualitativos do GT-19 da Anped. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 28., 2005, Caxambu. **Anais...** 19p. Caxambu, 2005. CD-ROM.

NASCIMENTO, Pedro Lopes do. **A formação do aluno e a visão do professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2004.

NOVAES, Rosa Cordélia Novellino de. **Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), UFRJ, Rio de Janeiro 2009.

PELICIOLO, Alex Ferranti. **A relevância da Educação Financeira na formação de jovens**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), PUC, Porto Alegre 2011.

PONTE, João Pedro; HENRIQUES, Ana; MATA-PEREIRA, Joana. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PUIG, Luis; CERDÁN, Fernando. **Problemas aritméticos escolares**. Madri: Síntesis Editorial, 1988.

PUIG, Luis; CERDÁN, Fernando. La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. In: REUNIÓN CENTROAMERICANA Y DEL CARIBE SOBRE FORMACIÓN DE PROFESORES E INVESTIGACIÓN EM MATEMÁTICA EDUCATIVA, 4., 1990, Acapulco, Guerrero, México. **Anais...** 32p. Acapulco, Guerrero, México, 1990.

REIS, Simone Regina dos. **Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática), UFSM, Santa Maria, 2013.

RODRIGUES, Marcio Lucio. **O ensino da Matemática Financeira no ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática), UTFPR Curitiba, 2013.

SANTANDER, Victor Marcelo Rojas. **Elaboração de um Objeto para Aprendizagem - OPA: aplicações na Matemática Financeira, "capitalização, financiamento e desvalorização"**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UNIBAN, São Paulo, 2010.

SANTOS, Raphael Pereira dos. **Uma proposta de formação continuada sobre Matemática Financeira para professores de matemática do ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), USS, Vassouras, 2011.

SCHNEIDER, Ido José. **Matemática Financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. Dissertação (Mestrado em Educação), UPF, Passo Fundo, 2008.