UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA-CCET
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE

ANDRÉA MAGALHÃES BINOTTI

ENSINO CONTEXTUALIZADO DE ÁREA E VOLUME DE CILINDRO

SÃO CARLOS- SP

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA-CCET
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE

ANDRÉA MAGALHÃES BINOTTI

ENSINO CONTEXTUALIZADO DE ÁREA E VOLUME DE CILINDRO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas como requisito para a obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: Professor Dr. Roberto Ribeiro Paterlini

SÃO CARLOS- SP

2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Binotti, Andréa Magalhães
B614e   Ensino contextualizado de área e volume de cilindro / Andréa Magalhães Binotti. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
138 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

1. Ensino da geometria. 2. Folhas de atividades. 3. Autonomia na aprendizagem. 4. Área e volume de cilindro. I. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Andréa Magalhães Binotti, realizada em 03/09/2016:

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
UFSCar

Profa. Dra. Esther de Almeida Prado Rodrigues
USP

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
UFSCar

Dedico este trabalho a meu esposo e filhas que são a minha razão de viver e aos meus pais que me deram a vida e toda a estrutura para enfrentar desafios e dificuldades.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao meu pai, Antônio Carlos Magalhães e mãe Maria das Graças Magalhães, pela oportunidade e incentivo para que eu tivesse amor pelos estudos.

Aos professores que fazem parte do programa de mestrado PPGECE (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências), que com dedicação e atenção me auxiliaram durante todo esse processo de aprendizagem.

Um agradecimento especial ao meu orientador Professor Doutor Roberto Ribeiro Paterlini pela paciência e dedicação ao meu trabalho.

Aos meus colegas de mestrado, cujo o convívio permitiu trocas de experiências que contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional.

A meu esposo Oséias e minhas filhas Júlia, Ana Beatriz e filha de coração Camila que souberam me apoiar durante todo o tempo, inclusive na minha ausência, a minha profunda gratidão.

Resumo

O estudo da Geometria Métrica Espacial é muito importante no Ensino Médio. Ao observar, analisar e avaliar o corpo discente para qual leciono, percebe-se a falta de interesse e muitas dificuldades em relação ao aprendizado da Geometria, especialmente a Geometria Espacial. Com o intuito de estimular os estudantes e contribuir para a superação de tais dificuldades propomos neste trabalho uma sequência didática contextualizada para o ensino desses conteúdos. Devido ao tempo disponível para a realização deste projeto nos limitamos ao assunto particular de área e volume de cilindros circulares retos. A sequência didática mescla o uso do material didático oficial do Estado de São Paulo (Caderno do aluno e do professor) e aplicação de Folhas de Atividades elaboradas por nós. Consiste de quatro aulas expositivas utilizando o material oficial, três aulas para resolução de problemas, quatro aulas para aplicação das Folhas de Atividades e duas aulas para socialização dos resultados. Nas aulas que antecedem a aplicação das Folhas de Atividades os alunos devem reconhecer cilindros circulares que fazem parte do cotidiano, estudar os conceitos de áreas de superfície e volume de cilindros retos circulares, revisar regra de três simples, unidades de medidas de comprimento, área e volume e método de arredondamento de valores. Em seguida devem resolver situações-problema para avaliar a compreensão dos assuntos mencionados anteriormente. Em relação a aplicação das Folhas de Atividades, os estudantes, em grupo e com pouca intervenção da professora, devem calcular a área da chapa de alumínio necessária para construir uma panela de pressão e depois verificar se a capacidade indicada pelo fabricante é real. Depois são solicitados a encontrar a área mínima da panela com volume fixado, com a ideia de obter economia de material na sua fabricação. Após a aplicação das Folhas de Atividades os alunos, com a mediação da professora, fazem a correção. Esta sequência foi aplicada em duas turmas da segunda série do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino de São Paulo em uma cidade do interior. É importante destacar que esta proposta adota sugestões dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e requer poucos recursos, podendo ser útil a outros profissionais da área. Para validação deste trabalho de pesquisa seguimos, em passos gerais, as quatro fases da metodologia de investigação denominada Engenharia Didática.

Palavras-chaves: Ensino da Geometria, Folhas de Atividades, autonomia na aprendizagem, área e volume de cilindro.

ABSTRACT

The study Geometry Metric Space is very important in high school. To observe, analyze and evaluate the student body to what I teach, we see the lack of interest and a lot of difficulties in relation to learning geometry, especially the spatial geometry. In order to stimulate the students and contribute to overcoming these difficulties we propose in this paper a contextualized teaching sequence for teaching such content. Because of the time available to carry out this project to go beyond the particular subject area and volume of right circular cylinders. The didactic sequence mix the use of official teaching materials of the State of São Paulo (Notebook student and teacher) and application activities leaves prepared for us. It consists of four lectures using the official materials, three classes for problem solving, four classes for implementation of activities leaves and two classes for socialization of results. In class prior to the implementation of activities leaves students must recognize circular cylinders that are part of everyday life, study the surface areas of concepts and volume of circular straight cylinder review simple rule of three, length measurement units, area and volume and method of rounding values. Then must solve problem situations to assess the understanding of the issues mentioned above. Regarding the implementation of activities leaves the students, in groups and with little intervention teacher, calculate the area of aluminum sheet required to build a pressure cooker and then check if the capacity specified by the manufacturer is real. They are then asked to find the minimum size of the pot with volume set, with the idea of getting material savings in manufacturing. After the implementation of activities leaves students with the mediation of the teacher, make the correction. This sequence was applied in two classes of the second high school grade of a school of the São Paulo State Education Network in a country town. It is important to note that this proposal adopts suggestions from the National Curriculum Guidelines for Secondary Education (PCNEM) and requires few resources and can be useful to other professionals. For validation of this research follow in general steps, the four phases of research methodology called Didactic Engineering.

Keywords: Teaching Geometry, Activity Sheets, autonomy in learning area and cylinder volume.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Apresento minha dissertação de mestrado profissional realizada junto ao Programa de Ensino em Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR).

Descrevo neste texto uma sequência didática contextualizada, ou seja, uma sequência didática que relaciona os conceitos matemáticos de área e volume do cilindro circular reto a situações do cotidiano dos estudantes. Ela foi aplicada em outubro de 2015 para duas classes do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de uma cidade do interior de São Paulo. Em seguida é analisado o resultado dessa aplicação com o objetivo de validar esta proposta.

Em 1998 me graduei em Licenciatura plena em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP-São Carlos). Desde 1999 sou professora de Matemática do Ensino Fundamental II e Médio. Iniciei trabalhando em escolas particulares e em 2004 me efetivei como professora da rede estadual de São Paulo. Em 2011 conclui o curso de Pós Graduação “Latu Senso” - Modalidade Especialização em Matemática para Professores do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, do programa REDEFOR (Rede de formação de professores). Há dois anos, além de lecionar no Ensino Médio do Estado de São Paulo também leciono no Ensino Superior da rede pública municipal de Mogi Guaçu.

Durante esses anos de magistério percebi que os alunos encontram dificuldades no aprendizado da Geometria. Essas dificuldades ocorrem na interpretação dos textos didáticos, particularmente dos enunciados dos problemas, na manipulação e medição de objetos do cotidiano, na percepção de padrões, na representação e abstração de objetos geométricos e no uso da dedução para justificar resultados da teoria

As escolas estaduais de São Paulo, no que diz respeito ao ensino da Geometria, acompanham a sequência didática colocada pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Os primeiros contatos dos estudantes com a Geometria ocorrem durante o Ensino Fundamental I (ciclo I - 1º ao 5ºano), quando lhes são apresentadas várias formas geométricas. Esse aprendizado continua nos anos seguintes do Ensino Fundamental II, quando os estudantes trabalham com vários conceitos da Geometria Plana e devem ser iniciados em processos de dedução informal. Nos dois últimos anos do Ensino Fundamental II, 8°e 9º ano, ocorre uma introdução aos sólidos geométricos através de construções de modelos e cálculo de volumes de prisma e cilindros. O ensino da Geometria Espacial é retomado no 2º ano do Ensino Médio, com o estudo da classificação e da nomenclatura dos sólidos geométricos, assim como algumas propriedades, principalmente volumes e áreas de superfície.

Ao retomar o ensino da Geometria Espacial com meus estudantes do 2º ano do Ensino Médio, observo certas dificuldades. Alguns estudantes verbalizam que não se lembram mais dos conceitos já estudados tanto em Geometria Plana quanto em Geometria Espacial. Outros estudantes chegam mesmo a afirmar que desconhecem esses conceitos. Assim é necessário fazer uma recordação dos conceitos trabalhados no Ensino Fundamental. O fato destes alunos chegarem ao Ensino Médio com tantas dificuldades nos mostrou que que possivelmente a Geometria foi deixada de lado ou, quando trabalhada, não proporcionou aos alunos a aprendizagem.

Observando esta situação pensei em contribuir para a superação desses obstáculos com a construção de uma sequência didática que mesclasse o uso do Caderno do Aluno e Caderno do Professor (material da rede pública do estado de São Paulo) com a aplicação de Folhas de Atividades. Pelo tempo disponível para a realização deste projeto escolhemos fazer o estudo do cilindro circular reto. Após ter decidido o tema, surgiu a seguinte questão: Quais as contribuições do desenvolvimento desta sequência didática para o estudo de área e volume de cilindro no Ensino médio? A ideia é que, em relação ao aluno, ele possa sentir-se mais estimulado em conhecer o conteúdo mencionado e tenha maior autonomia na sua aprendizagem. Além de contribuir para a aprendizagem do aluno, penso que este trabalho pode ampliar meus conhecimentos em relação a Geometria Métrica Espacial e pode colaborar significativamente para a minha prática pedagógica.

A sequência didática é composta por quatro etapas. Na primeira são revistos os conteúdos de unidades de medidas, regra de três simples e arredondamento. Ainda nesta etapa são introduzidos os conceitos de áreas de superfície e volume de cilindros circulares retos. A segunda etapa é composta por situações-problema utilizadas para a verificação da assimilação dos conteúdos trabalhados na etapa anterior. Logo em seguida são aplicadas Folhas de

Atividades que apresentam problemas inseridos em situações contextualizadas, a serem trabalhadas pelos estudantes organizados em pequenos grupos. A interferência do professor durante a resolução dos problemas das Folhas de Atividades deve ser a menor possível. Será atribuída uma nota de zero a dez para cada Folha de Atividade, que irá compor a nota do quarto bimestre. A última etapa é o momento em que será feita a correção das Folhas de Atividades

Este trabalho de pesquisa segue os passos gerais do método proposto pelo que se convencionou denominar Engenharia Didática. Com isso localizamos nosso trabalho em uma metodologia de validação de pesquisa em ensino.

A Engenharia Didática surgiu como metodologia de pesquisa em ensino em meados dos anos oitenta e se caracteriza por utilizar um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula. Uma pesquisa que se baseia nos pressupostos da Engenharia Didática inclui quatro fases as quais estão presentes neste trabalho. Passamos a descrever essas quatro fases e suas conexões com o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Fase 1: Análise Prévia

A primeira fase é denominada Análise Prévia e tem como objetivo analisar a situação do ensino onde ocorre o problema didático em que se pretende atuar com a proposta de uma intervenção para melhorar a realidade atual. Em nosso trabalho esta análise é feita no Capítulo 1. Ali procuramos esclarecer os obstáculos que detectamos no aprendizado da Geometria. Consideramos as orientações da proposta oficial assim como as opiniões de alguns autores e pesquisadores. São feitas algumas considerações sobre as consequências do ensino tradicional tendo por base considerações desses autores.

Fase 2: Construção da proposta didática

A segunda fase consiste na construção de uma proposta didática. Segundo Artigue (1996), esta fase comporta uma fase descritiva e uma fase preditiva. Nesta dissertação introduzimos esta fase no Capítulo 2 quando descrevemos as Folhas de Atividades as quais apresentam problemas contextualizados, interessantes e elaborados para promover uma aprendizagem autônoma, com a mínima interferência do professor. Ainda no Capítulo 2 fazemos a análise *à priori* onde procuramos antecipar as respostas e prever possíveis dificuldades dos nossos estudantes.

Fase 3: Implementação da experiência

A implementação da experiência é a terceira fase da Engenharia Didática. Ela aparece no terceiro capítulo deste trabalho, onde descrevemos a aplicação da sequência didática. Aqui apresentamos como ocorreu o desenvolvimento dos pré-requisitos e a aplicação das Folhas de Atividades, fazemos um breve relato sobre a escola e os estudantes participantes, apresentamos como foi realizada a organização da sala para sua aplicação e para finalizar analisamos as respostas dos alunos às atividades propostas.

Fase 4: Conclusão e validação da experiência

A quarta fase é a Análise *a Posteriori* e validação da experiência a qual se encontra na Conclusão, quarto capítulo deste trabalho. Segundo Artigue (1996) esta é a fase em que fazemos o confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori, o que é necessário para ocorrer a validação da pesquisa. Isto é exatamente o que fazemos neste quarto capítulo, pois comparamos as hipóteses descritas no Capítulo 2 com os resultados apresentados no Capítulo 3. Em seguida descrevemos algumas modificações das Folhas de Atividades que se fizeram necessárias após essa análise.

A base teórica deste trabalho está respaldada em várias fontes. O conceito de "Folhas de Atividades" tem sido usado pelo orientador deste trabalho e por mais de uma dezena de seus orientandos. Estas dissertações podem ser consultadas em Paterlini (2010 a 2016). Particularmente foi consultado Bernardini (2014). A ideia de usar a panela de pressão para calcular área e volume de cilindro foi visto em Juliani (2008). O conteúdo de Matemática sobre área e volume foi visto em Moise (1971), Lima (1998), Cilindro-Geometria Espacial (1998) e outras fontes diversas citadas nas referências. Acompanhamos também as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais, como Brasil (1997), Brasil (2000) e Brasil(2006).

CAPÍTULO 1

1 SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

1.1 Introdução

A Geometria é uma parte da Matemática tão importante quanto a Álgebra. Ela desenvolve a percepção do espaço, a visualização, o reconhecimento e a abstração das formas, assim como a capacidade de representá-las. A Geometria aproxima o aluno da realidade, pois pode ser trabalhada com materiais concretos despertando-lhe a atenção para a aprendizagem geral da matéria.

Neste capítulo observamos fatos importantes da história do ensino da Geometria no século XX e início do século XXI, fatos que marcaram e fizeram com que o ensino da Geometria não avançasse e também apresentasse problemas.

Em um segundo momento, ainda neste capítulo, serão trabalhados os conceitos de cilindro, suas aplicações e a opinião de alguns autores de livros didáticos e pesquisadores sobre como deve ser ensinado esse tema.

1.2 Observações sobre a história do ensino da Geometria

Segundo Martins (2008) o estudo dos números e das formas geométricas surgiu do contato do homem com a natureza e das interações sociais. A matemática é a construção abstrata desses dois campos do conhecimento.

Na antiguidade essas matérias de estudo foram desenvolvidas pelos sumérios e pelos antigos egípcios, dentre outros povos. Seu método era de observação e dedução informal. Os antigos gregos introduziram a dedução formal. Destaca-se o trabalho de Euclides, que resumiu o conhecimento da época em sua coleção de livros denominada Os elementos. Nessa obra Euclides apresenta a Geometria sob o ponto de vista axiomático. Essa ideia influenciou o ensino da Geometria até os dias de hoje.

No final século XVIII, com a Revolução Industrial o ensino da Matemática ganhou forte presença nas escolas. Durante as guerras mundiais, no século XX, a Matemática continuou com grande importância na escola. Entretanto seu ensino aplicava uma metodologia muito distante da vida e do cotidiano dos alunos. Os professores praticamente se preocupavam apenas em transmitir o conteúdo determinado pela comunidade ou por documentos oficiais.

No início da segunda metade do século XX alguns setores da intelectualidade propuseram uma reforma do ensino da Matemática, que se convencionou denominar Matemática Moderna. Essa proposta procurava trazer para o ensino básico o conhecimento da Matemática conseguido pelos pesquisadores com a adoção da Teoria dos Conjuntos e da construção das grandes estruturas Matemáticas.

Esse movimento distanciou a Matemática da realidade do aluno. Em particular trouxe grande prejuízo ao ensino da Geometria. Segundo Pavanello:

> Quanto à Geometria, opta-se num primeiro momento, por acentuar as noções de figura geométrica e intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para a sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos. Procura-se trabalhá-la segundo uma abordagem "intuitiva" que se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização dos teoremas como postulados, mediante os quais pode-se resolver alguns problemas. Não existe qualquer preocupação com a construção de uma sistematização a partir das noções primitivas e empiricamente elaboradas. (PAVANELLO,1993, p. 13)

A disciplina de desenho tinha grande importância no currículo escolar e centralizava o ensino da Geometria em grande parte do século XX. O currículo escolar só foi sofrer efetivas mudanças em 1971 com a promulgação da Lei n. 5692 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. A escola passou a ter a liberdade de escolha da sua própria grade escolar. Com esta lei há uma substituição do Desenho Geométrico pela Educação Artística e segundo Pavanello (1993) neste período os professores das séries iniciais passaram a trabalhar somente os conteúdos aritméticos e a noção de conjunto. No ginásio, atualmente conhecido como Ensino Fundamental II, sem o suporte do desenho geométrico e a popularização do ensino, os alunos passaram a encontrar maiores dificuldades em Geometria. Nesta época a Geometria passa a ficar de lado ou, se houvesse tempo, era ensinada no final do quarto bimestre de cada ano/série ginasial.

Na década de 80, alguns matemáticos mostravam-se inquietos em relação ao abandono da Geometria, pois a ausência do ensino desta e a ênfase na álgebra limitava a formação dos alunos que não estavam desenvolvendo integralmente todos os processos do pensamento os quais seriam necessários para a resolução de problemas, foco do ensino de Matemática nesta década.

Surge, nos anos 90, a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs – Brasil, 1998) com a finalidade de orientar as práticas escolares do ensino brasileiro. Neste momento os PCNs retomam a importância do estudo da Geometria. Lorenzato (1995) observa que o ensino da Geometria ainda estava fragilizado pois havia muitos professores despreparados e inseguros que deixavam de trabalhá-la ou só a abordavam no final do último bimestre de cada ano/série quando eles e os alunos já estavam esgotados.

Na primeira década do século XXI foram publicadas os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e o parâmetros curriculares mais (PCN+), os quais constituem um projeto governamental de reforma curricular aprovado pelo Conselho Nacional de Educação e de acordo com os princípios definidos pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB - Lei 9394/96), têm como objetivo orientar o professor do Ensino Médio a buscar dar significado ao conhecimento escolar mediante a contextualização, evitar a compartimentalização mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender.

No ano de 2008 é lançada a Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ciclo II e Ensino Médio. Este outro importante documento oficial tem como finalidade organizar melhor o sistema educacional do Estado São Paulo, mapear informações relevantes e organizá-las em narrativas significativas em cada território disciplinar. Ele destaca a Geometria e a importância de trabalhá-la de forma espiralada, ou seja, os grandes temas podem aparecer tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Apesar destas novas publicações reafirmarem a importância do ensino da Geometria, esta ainda se encontra prejudicada pois, de acordo com Bernardini (2014), os professores tratam este assunto somente no final do bimestre, de forma desconectada do cotidiano do aluno e apresentam este tema através do acúmulo de informações dando ênfase à parte algébrica. Em alguns casos, por falta de tempo, o professor faz cortes de conteúdos importantes da Geometria e outras vezes nem chega a trabalhá-los.

1.3 O conceito de Cilindro

Escolhemos o cilindro como o sólido principal para ser objeto do nosso produto didático. Trata-se de um sólido que é estudado na matéria de Geometria Espacial no Ensino Médio. Sua forma geométrica é bastante comum tanto na natureza quanto nas construções e objetos utilizados pela civilização. Seu formato faz parte do cotidiano dos estudantes. Apresentamos nessa seção um resumo de sua definição e principais resultados, particularmente volume e área de superfície.

1.3.1 Definições

Consideremos α e β planos paralelos distintos e L uma reta que intersecta esses dois planos. Seja C uma curva em α (por exemplo uma circunferência ou uma elipse). Para cada ponto $P \in C$, consideremos a reta L_P paralela a L. Seja P’ o ponto em que L_P intersecta β. Faremos as seguintes definições:

a) Cilindro

A coleção dos pontos dos segmentos PP’ com $P \in C$ chama-se *cilindro* determinado por α, β, L e C.

b) Altura e geratriz de um cilindro

A distância de α a β chama-se *altura* do cilindro. Se $P \in C$, o segmento PP’ chama-se *geratriz* do cilindro.

c) **Bases de um cilindro**

As curvas C e C’ chamam-se *bases* do cilindro (sendo C’ o conjunto dos pontos P’ correspondentes a $P \in C$).

d) **Superfície lateral de um cilindro**

A coleção dos pontos dos segmentos PP' com P ϵ C chama-se superfície lateral do cilindro.

e) **Cilindros circulares retos e oblíquos**

Se C é uma circunferência, o cilindro se diz cilindro circular. Se L for perpendicular à α, ele se diz cilindro reto. Caso contrário, o cilindro se diz oblíquo.

f) **Cilindro sólido**

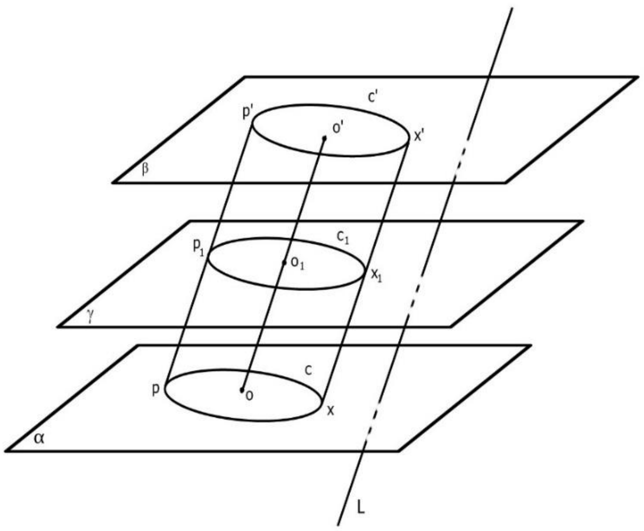
Se C é uma curva fechada com interior C^0, a coleção dos pontos dos segmentos PP' com P ϵ C ou P ϵ C^0 chama-se cilindro sólido. Nesse caso, a coleção dos pontos PP' com P ϵ C chama-se superfície lateral do *cilindro sólido*. O conjunto $C \cup C^0$ chama-se base do cilindro, assim como o correspondente conjunto dos pontos P' com P ϵ $C \cup C^0$.

g) **Cilindro Limitado**

Pode-se considerar também a coleção dos pontos de L_P com P ϵ C ou P ϵ $C \cup C^0$. Nesse caso o cilindro se diz ilimitado. Nesse trabalho vamos considerar apenas os cilindros limitados.

Apresentamos seguinte teorema que não costuma aparecer nos livros didáticos.

Teorema: Toda seção transversal de um cilindro circular determinada por um plano paralelo aos planos de suas bases é uma circunferência de mesmo raio da base.



Fonte: da autora

Figura 1: Seções transversais de um cilindro circular

Demonstração: Sejam α e β planos paralelos e C uma circunferência de raio r e centro O em α. Seja L uma reta que intersecta α e β. Seja L' a reta paralela a L por O, e $O' = L' \cap \beta$. Seja γ um plano, paralelo a α e a β que intersecta OO' no ponto O_1.

Dado $P \in C$, seja L_P a reta paralela a L por P. Seja $P' = L_P \cap \beta$. Então γ intersecta PP' num ponto P_1. Seja C_1 a coleção dos pontos P_1 para todo $P \in C$. Assim, C_1 é a seção determinada por γ no cilindro.

Vamos provar que C_1 é uma circunferência de raio r e centro O_1. Como $PP_1 // L$ e $OO_1 // L$, temos $PP_1 // OO_1$. Assim POO_1P_1 é um quadrilátero plano. Como $\alpha // \gamma$ temos $PO // P_1O_1$. Portanto o quadrilátero POO_1P_1 é um paralelogramo de modo que $O_1P_1 = OP = r$. Provamos que C_1 está contida na circunferência de γ com centro O_1 e raio r. Seja agora X_1 um ponto dessa circunferência. Seja L_X a reta paralela a L por X_1. Essa reta intersecta α em X. O quadrilátero O_1X_1XO também é um paralelogramo de modo que $XO = X_1O_1$, logo $XO = r$. Assim $X \in C$ e X_1 está na seção de γ com o cilindro. Provamos assim que a seção C_1 é uma circunferência de raio r.

Escólio 1: A base do cilindro em β é uma circunferência de raio r.

De fato, essa base também é uma seção transversal como outra qualquer dada no teorema.

Escólio 2: Os centros das seções transversais consideradas no teorema estão em uma mesma reta.

De fato, é a reta paralela a L contendo O.

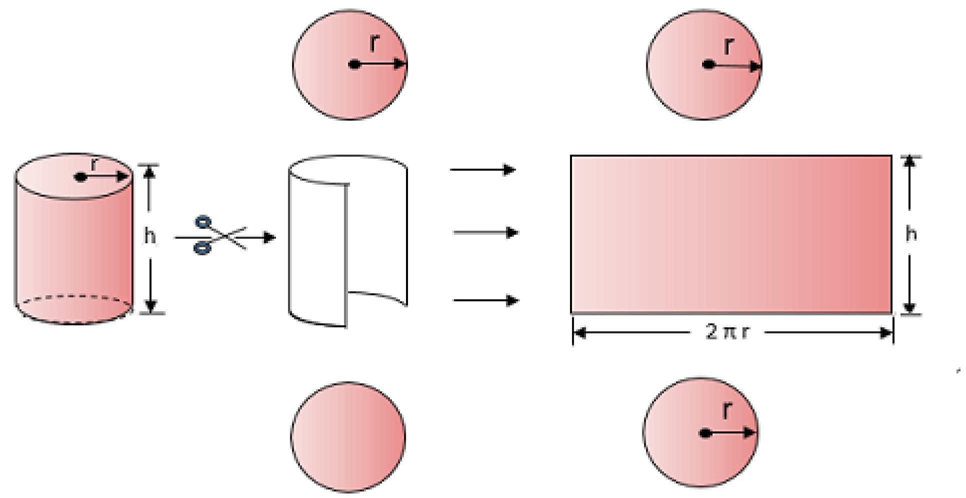
É importante ressaltar que as definições, alguns teoremas e suas respectivas demonstrações aqui citados não costumam aparecer nos livros didáticos normalmente utilizados no Ensino Médio.

1.3.2 Áreas de superfície do cilindro circular reto

1.3.2.1 Área lateral do cilindro circular reto

Sendo α e β planos paralelos distintos e L uma reta que intersecta perpendicularmente um deles (portanto intersecta o outro também). Seja C uma circunferência em α. Para cada ponto P ϵ C, consideremos a reta L_P paralela a L. Seja P' o ponto em que L_P intersecta β. A coleção dos pontos dos segmentos PP' com P ϵ C chama-se *cilindro reto circular* determinado por α, β, L e C. A coleção dos pontos PP' com P ϵ C chama-se superfície lateral do cilindro.

Considerando a definição anterior podemos obter a expressão algébrica da área da superfície lateral de um cilindro circular reto de raio da base r e altura h usando a sua planificação. Segue uma figura explicativa similar às que são normalmente utilizadas nos livros didáticos.



Fonte: da autora

Figura 2: Planificação do cilindro circular reto

Observando a figura acima temos que a planificação da superfície lateral do cilindro circular reto é um retângulo de base $2\pi r$ e altura h. Logo a área lateral A_L deste cilindro será dada pelo produto do comprimento da circunferência de raio r da sua base pela sua altura h, ou seja, $\mathbf{A_L = 2\pi r\, h}$.

Observamos que a área lateral do cilindro circular oblíquo obedece a mesma fórmula, sendo que nesse caso h é a altura do cilindro, isto é, a distância entre os planos das bases. Entretanto nos livros didáticos, esta informação não costuma aparecer.

1.3.2.2 Área da base

A área da base A_B de um cilindro circular reto é a área de um círculo de raio r. Logo $\mathbf{A_B = \pi r^2}$.

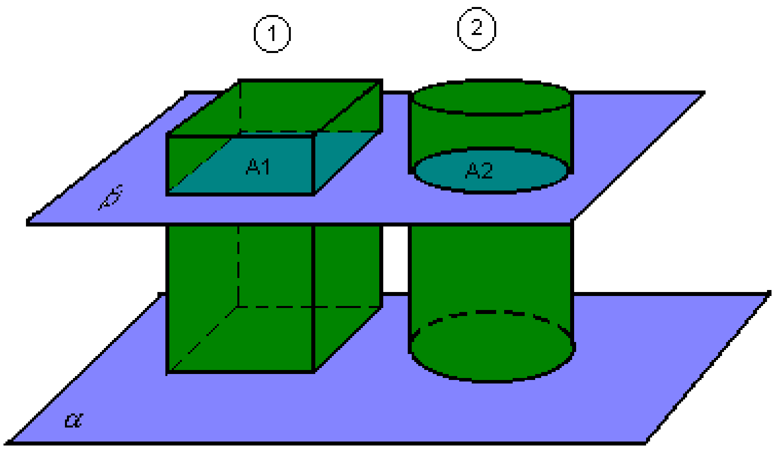
1.3.2.3 Área total

A área total A_T de um cilindro circular reto é dada pela soma da área lateral com as áreas das bases, como pode ser visto a seguir:

$$\mathbf{A_T = A_L + 2A_B}$$
$$\mathbf{= 2\pi r\, h + 2\pi r^2}$$
$$\mathbf{= 2\pi r\,(h + r)}$$

1.3.3 Volume de um cilindro circular

O volume de um cilindro circular é dado pelo produto da área da base pela altura. Alguns livros didáticos do Ensino Médio utilizam o Princípio de Cavalieri para justificar esta fórmula. Esse princípio é aplicado comparando o cilindro circular com um prisma de mesma altura e com área da base igual a área da base do cilindro. Supõe-se que o volume do prisma já foi deduzido, e é a área da base vezes a sua altura. Fazendo um desenho com o cilindro e o prisma assentados no mesmo plano, se conclui que o volume do cilindro também é igual a área da base vezes a altura.



Fonte: www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial16.php

Figura 3: volume do cilindro usando o Princípio de Cavalieri

Mais detalhes sobre volumes de sólidos podem ser vistos no livro Matemática do Ensino Médio vol2. (autores Elon Lages Lima, Paulo César Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado-SBM)

Portanto o volume do cilindro é $\mathbf{V_c = A_B\, h = \pi r^2 h}$

1.4 Como alguns livros didáticos apresentam a Geometria Métrica Espacial

Nesta seção vamos fazer uma breve análise de alguns livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Este programa tem como principal objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. Assim, a cada ano o MEC adquire e distribui livros para todos os alunos de um segmento, que pode ser: anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental ou ensino médio.

Os materiais distribuídos pelo MEC às escolas públicas de educação básica do país são escolhidos pelas escolas, desde que inscritos no PNLD e aprovados em avaliações pedagógicas, hoje realizadas em parceria com universidades públicas em todo o país.

As obras são inscritas pelos detentores de direitos autorais, conforme critérios estabelecidos em edital, e avaliadas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento. Se aprovadas, compõem o Guia do Livro Didático, que orienta o corpo discente e o corpo diretivo da escola na escolha das coleções para aquela etapa de ensino (Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio).

Analisaremos os livros didáticos indicados pela PNLD no que diz respeito às suas apresentações do conceito de cilindro, área de superfície e volume. Mais especificamente, vamos comentar os livros propostos para a segunda série do ensino médio: "Conexões com a Matemática" obra coletiva (editora Moderna), "Matemática: Contexto e aplicações" de Luis Roberto Dante (editoras Ática e Scipione) e "Matemática ciência e aplicações" de Gelson Iezzi e outros (editora Atual).

No primeiro livro "Conexões com a Matemática" os autores optam por iniciar os capítulos descrevendo os objetivos a serem alcançados e apresentam textos de situações cotidianas que tenham relação com o tema a ser estudado. Em seguida expõem a parte teórica acompanhada de exercícios resolvidos e propostos e apresentam os boxes "Reflita" e "Explore" nos quais o professor pode abrir um espaço para pesquisas e um diálogo entre os alunos sobre o tema em questão.

No decorrer do capítulo de Geometria Métrica Espacial os autores fazem algumas demonstrações dedutivas que são bem realizadas e justificadas adequadamente. Os conceitos são desenvolvidos de maneira tradicional e articulados entre si, apoiados por uma boa quantidade de exemplos, de exercícios e de desenhos, favorecendo uma formação sólida. Ela também é relacionada com outros campos e com aplicações práticas, como por exemplo, alguma atividade profissional. Observamos que o estudo de volumes de prismas, pirâmides e do cilindro é realizado após apresentação do Princípio de Cavalieri e o estudo das áreas de superfície destes sólidos é realizado através da observação de suas planificações. Ao final de cada capítulo são apresentados exercícios complementares, um resumo teórico e questões de auto avaliação. A maioria dos exercícios apresentados são contextualizados mas para resolvê-los basta uma simples aplicação de fórmulas.

No segundo livro "Matemática: Contexto e aplicações", as apresentações dos conteúdos são contextualizadas, mas no decorrer das unidades são pouco exploradas. Muitos exercícios são propostos para serem resolvidos em grupo e as unidades incentivam o uso das tecnologias e de materiais concretos. Nesta obra também aparecem boxes como, Para refletir, Fique atento! e Você sabia? para chamar a atenção do estudante e fazer com que eles reflitam sobre o conteúdo que está sendo estudado. No final dos capítulos são apresentados exercícios que aprofundam o conhecimento e são voltados para o ENEM e vestibulares.

Em relação à Geometria Métrica Espacial o autor utiliza os boxes mencionados acima para abordar os conhecimentos prévios dos alunos, o que favorece a aprendizagem. Ele define os Poliedros como sólidos geométricos tridimensionais, mas deixa de mencionar que as planificações referem-se apenas às superfícies que formam as fronteiras desses sólidos. Ao trabalhar volumes ele faz uma dedução do volume do paralelepípedo retângulo e recorre ao Princípio de Cavalieri para deduzir as fórmulas de outros sólidos geométricos. No final deste capítulo além dos exercícios voltados para o ENEM e para os vestibulares, Dante apresenta uma sessão de leitura em que fala sobre a importância da Geometria para o desenvolvimento científico.

No terceiro livro, "Matemática ciência e aplicações" de Gelson Iezzi os capítulos iniciam com uma seção intitulada por introdução. Os temas são apresentados com exemplos ou com atividades, seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos.

Notamos na seção “Aplicação” alguns exemplos de outras áreas do conhecimento e textos da história da Matemática. Além dos exercícios propostos é lançado um exercício com maior grau de dificuldade que é apresentado na seção desafio.

Entendemos que o eixo principal desta obra é o domínio científico e tecnológico os quais podem ser percebidos pelas demonstrações e argumentos construídos com o rigor esperado para este nível escolar, sendo que uns podem ser resolvidos de modo intuitivo e outros mais formalmente.

Em relação à Geometria o autor dá ênfase ao estudo da Geometria Métrica Espacial. É cuidadoso com as deduções das fórmulas de volume de poliedros e corpos redondos, utilizando o Princípio de Cavalieri.

Observamos que os livros didáticos utilizam-se normalmente de uma pedagogia diretiva, servindo como fonte de informação para os estudantes. São propostos problemas contextualizados mas muitos deles podem ser resolvidos com uma simples aplicação de fórmulas. Por isso vimos a necessidade de elaborar um produto didático com atividades contextualizadas, ou seja, atividades que relacionem os conceitos matemáticos de área e volume do cilindro circular reto à situações do cotidiano dos estudantes, as quais devem ser interessantes e desafiadores. A intenção é que ao resolver estas atividades em grupo e com a mínima interferência do professor, o estudante possa construir seu conhecimento.

1.5 Opinião de pesquisadores sobre o ensino da Geometria

Como proposto na Introdução deste capítulo, esta seção apresenta a opinião de alguns pesquisadores sobre o ensino desse tema.

Segundo Pavanello, o abandono do ensino da Geometria tem um histórico que perpassa por todo seu desenvolvimento e acentua-se com a Lei 5692/71. Assim ela diz:

> A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto a decisão do programa das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros pra trabalhar com a Geometria, deixassem de incluí-la em sua programação. Por outro lado, mesmo dentre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservaram o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula talvez numa tentativa, ainda

> que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão. (PAVANELLO,1993, p. 7)

Para Lorenzato (1995), também há um abandono do ensino da Geometria e isto ocorre possivelmente devido à atuação de professores que muitas vezes não detém o conhecimento necessário para o seu ensino. Segundo ele:

> Considerando que o professor que não conhece a Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (Lorenzato,1995, p. 3-4).

A dificuldade apontada por Lorenzato (1995, p. 4) em relação ao conhecimento dos professores ocorre devido à formação destes. O ensino da Geometria nos cursos de Licenciatura de Matemática "possui uma fragilíssima posição" o que acarreta uma deficiência no conhecimento, tanto em termos de conteúdo quanto de metodologia. É possível, portanto, que os professores, não tendo um bom conhecimento sobre a Geometria, muitas vezes prefiram não ensiná-la em sala de aula.

Mais recentemente, Nacarato também considera que há um abandono do ensino da Geometria e diz:

> [...]alguns fatores vêm contribuindo para isto como, a própria história do ensino de Matemática no Brasil e, em especial o de Geometria; e a não compreensão, por parte dos professores, da importância da formação de conceitos geométricos para o desenvolvimento do pensamento matemático (NACARATO, 2002, p. 84).

E ainda para Nacarato (2002, p. 85):

> ausência da Geometria na escolarização formal vem formando gerações de profissionais, principalmente professores, que desconhecem os fundamentos desse campo da Matemática, pouco discutidos no âmbito da prática pedagógica.

Para Bernardini, assim como para os outros pesquisadores, a Geometria é deixada de lado pelos professores e podemos observar esta sua ideia quando ele diz:

> [...] é comum o ensino de Geometria ficar para o final do ano letivo e faltar tempo para tratar do tema, ocasionando cortes de conteúdos importantes. A falta de tempo também faz o professor apresentar os conteúdos por meio do acúmulo de informação, memorização de fórmulas e realização de cálculos excessivos e sem sentido para os estudantes, abrindo mão da oportunidade de desenvolver o raciocínio dedutivo, a compreensão visual do espaço e de proporcionar um ensino significativo. (BERNARDINI, 2015, p.29).

Para Martins (2008) há uma ausência da Geometria na escola e isto ocorre devido a algumas situações como a má formação dos professores, tempo insuficiente das aulas para chegar no conteúdo de Geometria e por ela ser trabalhada de forma fragmentada por assunto ou por série. Ela ainda comenta que a falta do concreto e do experimental no ensino da Geometria é um dos principais motivos que levam os estudantes a não compreenderem este conteúdo. Segundo Martins (2008, p. 29), “A ideia de conhecimento tem ligação com a de significado, pois conhecer é cada vez mais, entender o significado, e o processo de atribuições de significados depende das experiências de vida de cada um.”

Ao analisar os relatos acima dos autores desse tema percebemos que nas escolas há a ausência da abordagem dos conteúdos geométricos ou seu ensino é proposto de forma superficial e, mesmo quando esta área é contemplada, muitas vezes coloca-se ênfase em aspectos algébricos. Além dessas observações eles também falam sobre a falta do concreto e do experimental na Geometria, o que não contribui para uma aprendizagem significativa.

1.6 Conclusão

Neste capítulo ao apresentar um pouco da história do ensino da Geometria na seção 1.2 e ao observarmos os relatos de autores e investigadores desse tema percebemos que ela vem sendo deixada de lado nas escolas. Mas devido a importância da Geometria para a Matemática e para os estudantes nos propomos a fazer um produto didático que contribuísse para a sua aprendizagem.

Com isso escolhemos este tema e nos propomos a elaborar um produto didático com atividades bem contextualizadas que pudessem ajudar os professores em sua prática pedagógica e que leve os estudantes a uma aprendizagem significativa.

CAPÍTULO 2

2 DESCRIÇÃO DE NOSSA PROPOSTA DIDÁTICA

2.1 Introdução

Esta dissertação foi dividida em capítulos que acompanham as fases propostas pela metodologia da Engenharia Didática. O presente capítulo está relacionado à sua segunda fase: "concepção e análise *a priori*".

Aqui descrevemos a metodologia que será utilizada em nossa proposta didática e a justificativa da sua escolha. Em seguida apresentamos e descrevemos as Folhas de Atividades, as quais são o produto de nosso trabalho de conclusão do curso de pós graduação em ensino de ciências exatas.

2.2 A escolha da metodologia didática

No decorrer dos nossos anos de magistério percebemos que os alunos do Ensino Médio temem o estudo da Geometria e muitas vezes sentem-se desestimulados, querendo saber o porquê de aprender aquele conteúdo. Alguns autores como Pavanello(1993), Lorenzato (1995), Luis (2010) e Bernardini (2014) concluíram que isso ocorre pelo fato da Geometria ser ensinada sem uma contextualização adequada e com excesso de ênfase em fórmulas algébricas.

Com o objetivo de contribuir para a superação destes obstáculos, pensamos estimular a aprendizagem através de um produto didático que usa como metodologia as Folhas de Atividades, as quais apresentam situações problemas onde a contextualização é explorada e incentiva a autonomia do aluno.

Com base em alguns princípios defendidos pelo húngaro George Polya, como por exemplo levar o aluno a pensar, criamos as Folhas de Atividades. Segundo alguns teóricos o “pensamento matemático” compreende descobrir demonstrações rigorosas e construir sistemas axiomáticos. Porém, segundo Polya (1985), existem outras habilidades mentais, menos aparentes, mas não menos importantes que são: reconhecer e extrair um conceito matemático de uma situação concreta; prever resultados e linhas de demonstrações; fazer generalizações a partir de casos observados; ter um raciocínio indutivo e fazer uma argumentação por analogia.

Para Polya (1985) não existe um melhor método de ensino, mas um bom método seria aquele que considera as necessidades locais da comunidade e com isto determine os objetivos, os assuntos a serem ensinados. Este é mais um ponto em comum que observamos entre as Folhas de Atividades e os princípios defendidos por POLYA, pois para a sua elaboração é necessário propor atividades que apresentam situações interessantes que envolvam a realidade do local em que será aplicada.

Durante a aplicação das Folhas de Atividades o professor deve, se necessário, colaborar apenas com breves sugestões e não fornecer soluções que não foram pensadas pelos estudantes. Este é um outro ponto em que nos aproximamos Polya (1985), pois segundo ele: “Para aprender eficazmente, o aluno deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas as circunstâncias".

Além desta metodologia estar de acordo com alguns princípios de Polya ela também se adequa às Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006, p.81) pois nestas orientações é proposto que sejam trabalhados problemas interessantes, desafiadores, que contribuam para o desenvolvimento intelectual e que não sejam apenas resolvidos através de simples aplicações de fórmulas (exercícios rotineiros). Além disso o professor, deve agir intervindo o mínimo possível na construção do conhecimento do estudante e desta forma lhe proporcionando maior autonomia.

A metodologia de ensino através de Folhas de Atividades também trabalha com a ideia do coletivo a qual é defendida no PCNEM (2000, p. 120) quando relata que: “A aprendizagem não se dá com o indivíduo isolado, sem possibilidade de interagir com seus colegas e com o professor, mas em uma vivência coletiva de modo a explicitar para si e para os outros o que pensa e as dificuldades que enfrenta."

O PCNEM também defende o uso de atividades contextualizadas como podemos observar logo abaixo:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, **contextualizados**, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. (PCNEM,2000, p. 6)

Como a intenção deste trabalho é que o aluno aplique os conceitos de área e volume de sólidos geométricos, cilindros circulares retos, de forma autônoma e significativa, seguindo as ideias de Polya, das Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006, p. 81) e do PCNEM (2000) achamos que o caminho mais eficaz seria a utilização do ensino através das Folhas de Atividades, cujas características serão discutidas a seguir.

2.3 Características pedagógicas

No primeiro momento da elaboração da nossa proposta didática discutimos qual seria o tema. Pensamos em Áreas e Volumes de Corpos Redondos, mas pelo tempo determinado para a pesquisa, nos limitamos ao estudo de áreas de superfície e volume de cilindro circular reto.

Com a escolha do tema decidimos aplicar uma sequência didática para duas turmas do 2°ano do Ensino Médio, nas quais leciono. Estas turmas fazem parte de uma escola Estadual de Ensino Integral do interior do Estado de São Paulo. Elas têm em média 20 alunos cada uma.

A sequência didática que propomos é composta por quatro etapas. Na primeira são revistos os conteúdos de unidades de medidas, regra de três simples e arredondamento. Ainda nesta etapa são introduzidos os conceitos de áreas de superfície e volume de cilindros circulares retos. A segunda etapa é composta por situações-problema utilizadas para a verificação da assimilação dos conteúdos trabalhados na etapa anterior. Logo em seguida são aplicadas Folhas de Atividades que apresentam problemas contextualizados, a serem trabalhadas pelos estudantes organizados em pequenos grupos. A última etapa é o momento em que será feita a correção das Folhas de Atividades. Será atribuída uma nota de zero a dez para cada Folha de Atividade, que irá compor a nota do quarto bimestre.

Para elaborarmos as Folhas de Atividades fizemos pesquisas em livros didáticos, dissertações e sítios da internet que apresentavam problemas e sugestões de situações cotidianas. Em uma dessas pesquisas encontramos na dissertação de Juliani (2008), uma interessante discussão sobre a panela de pressão. Nela o autor relaciona o cozimento do feijão a processos físicos e químicos e dando ainda ênfase ao formato cilíndrico desta panela. Como a panela de pressão faz parte do cotidiano dos alunos e abriria um grande leque para a exploração dos conceitos de cilindros este assunto foi escolhido como eixo principal do desenvolvimento das nossas Folhas de Atividades.

Algumas atividades foram criadas por nós, outras foram retiradas de textos já publicados e adaptadas de acordo com a nossa necessidade. Nossas principais fontes foram os livros didáticos analisados no Capítulo 1 e o trabalho de Juliani (2008).

As Folhas de Atividades têm como característica principal os textos explicativos, contextualizados e questões norteadoras. Mesclando estes aspectos podemos proporcionar maior autonomia aos alunos que podem ler, interpretar, discutir em grupo e sem interferência direta do professor conseguir solucionar as questões propostas.

As atividades podem ser técnicas e conceituais mas sempre significativas para os estudantes, provocando-lhes motivação para a busca de suas soluções. Elas aparecem em determinada sequência na qual inicialmente, propomos questões simples, que gradualmente se tornam mais complexas e elaboradas, exigindo o conhecimento adquirido com as atividades e textos anteriores.

A proposta é que estas Folhas de Atividades sejam aplicadas para pequenos grupos de alunos, proporcionando a oportunidade de haver uma discussão entre eles sobre os textos e os problemas norteadores. Com isso os estudantes aprendem a ser mais cooperativos e participantes ativos da sua aprendizagem, pois exigiriam pouca interferência do professor na busca das soluções.

Na subseção seguinte vamos descrever as atividades propostas e apontar os objetivos que pretendemos alcançar com cada uma delas. As folhas de atividades completas estão no anexo A, conforme foram apresentadas aos estudantes.

2.3.1 Folha de Atividade 1

Nesta primeira Folha de Atividade apresentamos uma situação-problema, questões norteadoras e um desafio em que os alunos, para resolvê-los, deverão aplicar os conceitos de área de superfície e volume de cilindro. Além de aplicar estes conceitos os alunos devem saber transformar unidades de medidas, regra de três simples e manipular expressões algébricas.

É importante ressaltar que os alunos, organizados em grupos, devem resolver os problemas apenas com as instruções desta Folha de Atividade e o professor deve atuar apenas como mediador.

Esta primeira Folha de Atividade foi planejada para uma aula de 100 minutos para estudantes da 2º série do Ensino Médio.

Ela começa com uma situação–problema, que esperamos, seja motivadora e atrativa. Nesse momento os alunos já devem ser conhecedores das nomenclaturas próprias de área e volume de cilindro, assim como área da base, área lateral e área total. Estes conceitos foram adquiridos por eles através de aulas expositivas nas quais utilizamos o material do Governo do Estado de São Paulo (Caderno do Aluno, vol. 2, p. 71 à 82).

Segue a introdução da primeira Folha de Atividade.

> Olá turma, observem a seguinte situação:
>
> "Luana, uma jovem curiosa e muito esperta, encontrava-se conversando com sua mãe enquanto ela cozinhava feijão em uma panela de pressão. Em certo momento ela parou, observou a panela, e lembrou-se da aula de Matemática, em que sua professora Marta havia explicado que o cilindro é o formato ideal de uma panela de pressão. Imediatamente aquela situação lhe despertou a curiosidade em relação à área da chapa de alumínio utilizada para se fazer aquela panela e se realmente a sua capacidade era de 7 litros, conforme o fabricante informava."

Agora vou lhes lançar um desafio.

Imaginem que vocês são a Luana e com uma panela de pressão em mãos devem calcular a área da chapa de alumínio necessária para construí-la e também verificar se a capacidade indicada pelo fabricante é real.

Figura 4: Introdução Folha de Atividade 1

Esperamos que os alunos não encontrem dificuldades em interpretar o problema e ainda fique claro que, para solucioná-lo, será preciso calcular a área total e o volume de um cilindro.

Após o problema apresentamos a dica:

Dica: Numa panela de pressão real a base e a tampa têm bordas arredondadas e, além disso, a tampa tem um sistema de encaixe. Mas aqui consideramos uma aproximação supondo que a panela é um cilindro perfeito.

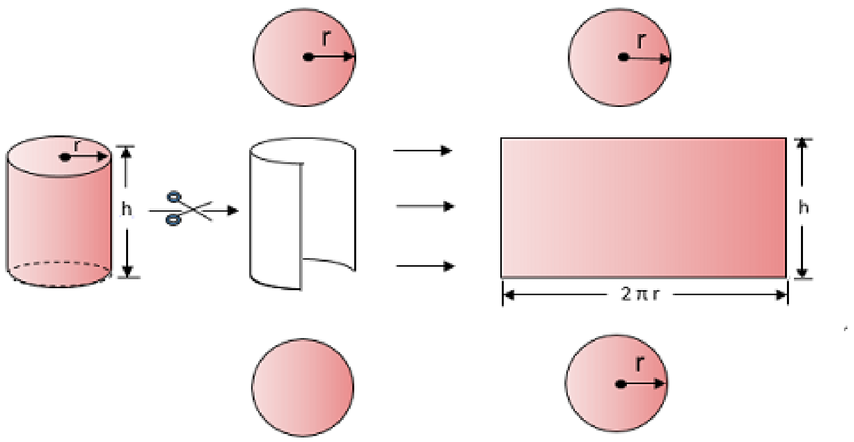
Figura 5: Dica da Folha de Atividade 1

O objetivo da dica é que os alunos entendam que para facilitar os cálculos de área e volume será necessário "ajustar" as partes arredondadas da panela, como por exemplo a sua tampa e o encontro da face lateral com as bases.

A partir de agora descreveremos os itens desta Folha de Atividade.

Segue o item 1:

Atividade 1: Lembrando que a panela de pressão tem o formato aproximado de um cilindro, observe a planificação abaixo e encontre as expressões que fornecem a área lateral, a área da base e a área total do cilindro.



Área da lateral do cilindro: A_L =

Área da base do cilindro: A_B =

Área da tampa: A_T =

Área total do cilindro: A_{To} =

Fonte: da autora

Figura 6: Item 1 da Folha de Atividade 1

Esperamos que nesta atividade os alunos relembrem como se faz a planificação do cilindro para calcular a sua a área lateral, que passa a ser a área de um retângulo, cujo comprimento tem a mesma medida do comprimento do círculo de raio r (base do cilindro) e altura igual à altura do cilindro. Para calcular a área da base deve ser calculada a área do círculo de raio r. Finalmente para o cálculo da área total, basta somar a área lateral com duas vezes a área da base.

É importante ressaltar que as fórmulas de área de retângulos e áreas de círculos serão revisadas antes da aplicação desta atividade. Esperamos que os alunos escrevam as seguintes respostas:

Área da lateral do cilindro: $A_L = 2\pi r\, h$

Área da base do cilindro: $A_B = \pi r^2$

Área da tampa: $A_T = \pi r^2$

Área total do cilindro: $A_{To} = A_L + A_B + A_T$

$$= 2\pi r\,h + \pi r^2 + \pi r^2$$

$$= 2\pi r\,h + 2\,\pi r^2$$

$$= 2\pi r\,(h + r).$$

Segue o item 2:

Atividade 2: Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e paquímetro determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h =_____ cm =_____ m.

Raio da base da panela de pressão: r =_____ cm =_____ m.

Figura 7: Item 2 da Folha de Atividade 1

O texto dessa atividade sugere que os estudantes devem trazer para a aula algumas panelas de pressão, pelo menos uma por grupo. Isso deve ser avisado de antemão. O objetivo desta atividade é obter os dados numéricos necessários para o cálculo da área da chapa que foi utilizada para construir uma panela de pressão semelhante à da mãe de Luana. Aproveitamos também este momento para verificar como os alunos utilizam instrumentos de medida e se conhecem essas unidades e suas transformações.

Nesta atividade esperamos que os alunos usem uma fita métrica e o paquímetro para medir a altura e o diâmetro da circunferência da panela e ainda lembrem que o raio é metade desse diâmetro.

Após as medições eles deverão fazer as transformações de unidades de medidas pedidas. Neste item provavelmente encontrarão dificuldades em recordar o processo para fazê-las e nesse caso o professor dará algumas dicas para os alunos.

Para a resolução dos itens 3 e 4 foi dada a dica:

Dica: Para as atividades 3 e 4 utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3{,}14$ e faça a aproximação da área e do volume com duas casas decimais.

Figura 8: Dica do item 2 da Folha de Atividade 1

Com esta dica pretendemos otimizar o tempo, motivar os estudantes na busca da resposta do problema e estimular o uso correto da calculadora na escola.

Descrevemos a seguir o método de arredondamento que deverá ser utilizado (o qual será previamente explicado pela professora):

- Se o dígito a ser eliminado for maior do que cinco, acrescentamos uma unidade ao primeiro algarismo que está situado à sua esquerda.
- Se o dígito a ser eliminado for menor do que cinco, devemos manter inalterado o algarismo da esquerda.
- Se o dígito a ser eliminado for igual a cinco, temos dois casos a considerar:
- Se ao 5 seguir em qualquer casa um algarismo diferente de zero, aumenta-se uma unidade no algarismo a permanecer.
- Se o 5 for o último algarismo ou se ao 5 só seguirem zeros, o último algarismo a ser conservado só será aumentado de uma unidade se for ímpar.

Segue o item 3:

Atividade 3: Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm² e em m² da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de_____cm²=______m².

Figura 9: Atividade 3 da Folha de Atividade 1

Neste item esperamos que os alunos compreendam que para calcular a área da superfície da chapa basta substituírem na fórmula da área total do cilindro os valores da altura e raio (já encontrados nos itens anteriores).

Apesar do professor ter feito uma revisão sobre unidades de medida de comprimento, área e volume, acreditamos que alguns estudantes ainda encontrarão dificuldades para fazer tais mudanças pois este conteúdo foi trabalhado apenas no 6ºano.

Provavelmente devido a esta dificuldade de fazer as transformações de unidades de medida eles optem por fazer o cálculo da área da chapa utilizando primeiramente a altura e o raio em cm. Em seguida, farão o mesmo processo só que utilizando o metro como unidade de medida da altura e do raio, ao invés de simplesmente utilizar o método de transformação de unidade de medida de áreas.

Neste item cada grupo poderá trazer panelas com capacidades distintas e consequentemente, os resultados encontrados para a área da chapa serão diferentes.

Segue o item 4:

Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm^3 e m^3.

Volume da panela de pressão: V = ____cm^3=______m^3.

Figura 10: Atividade 4 da Folha de Atividade 1

O objetivo deste item é calcular o volume do cilindro. Esperamos que os alunos calculem a capacidade da panela utilizando a fórmula $V = A_b\ h$, a qual, será trabalhada em sala antes da aplicação desta Folha de Atividade. Para a realização deste item eles devem recorrer aos dados numéricos obtidos nos itens anteriores.

Segue o item 5:

Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

Figura 11: Atividade 5 da Folha de Atividade 1

Este item tem por objetivo levar o aluno a verificar se as informações dadas pelo fabricante, em relação a capacidade da panela, é real ou não. Aqui é importante ressaltar que o fabricante fornece o volume da panela em litros e o aluno deve saber o valor do litro no sistema métrico decimal.

Imaginando que os alunos fariam a comparação sem fazer as transformações de unidades de medida, fornecemos a dica para evitar este tipo de erro.

Possivelmente os alunos observarão uma pequena diferença no valor encontrado no item 4 em relação ao valor informado pelo fabricante. Neste caso, esperamos que os estudantes percebam que a diferença encontrada é devido, provavelmente, aos pequenos erros cometidos ao medir a altura e o diâmetro da circunferência da panela, (pois optamos em desprezar as partes arredondadas da tampa e da sua lateral com as bases). Além disso, teriam sido feitos os arredondamentos com duas casas decimais e a aproximação sugerida para o número π.

Ainda esperamos que o estudante perceba que se esta diferença entre o valor encontrado neste item e o valor informado pelo fabricante, for muito grande, ele provavelmente cometeu algum erro nos cálculos deste item ou até mesmo nos itens anteriores.

Apresentamos agora o item 6:

Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.
Observem que o planetário tem o formato de um cilindro seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

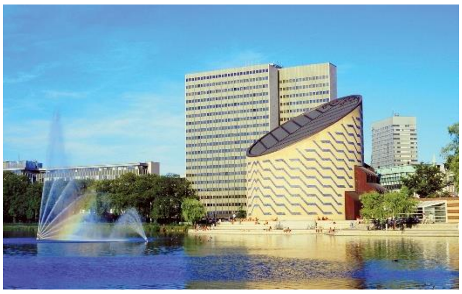


Figura I: Planetário Thyco Brahe

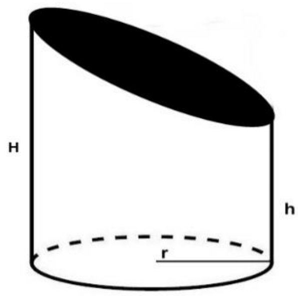


Figura II: Cilindro seccionado

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: ____________
Como vocês obtiveram esta expressão?____________________________________

Foto disponível em http://escola.britannica.com.br/assembly/173460/O-moderno-edificio-do-Planetario-Tycho-Brahe-em-Copenhague-capital

Figura 12: Desafio da Folha de Atividade 1

O desafio é o item de maior grau de dificuldade e foi pensado para motivar ainda mais os alunos quanto à aprendizagem do assunto volume de cilindro. Com este item pensamos em levar o estudante a ampliar sua capacidade de observação, de abstração, de compreensão do espaço, de objetos tridimensionais e também sua familiarização com as expressões algébricas.

Esperamos que os alunos observem com muita atenção o texto e a Figura II, pois deixam claro que o volume procurado é o de um cilindro seccionado. Em seguida devem notar que se completarem a Figura II, com outra igual a ela obterão, um cilindro de raio **r** e altura (H + h). O volume desse cilindro será dado por πr^2 (H + h), mas o que está sendo procurado, é a secção deste cilindro a qual corresponde a sua metade. Logo a expressão procurada é $V = \frac{\pi r^2(H+h)}{2}$.

Possivelmente os estudantes encontrarão muita dificuldade em resolver este desafio podendo até não o solucionar. Acreditamos que isto aconteça provavelmente pelo fato das habilidades de observação, de abstração e de compreensão do espaço e de objetos tridimensionais serem deixadas de lado nos anos anteriores ou trabalhadas de forma mais tecnicista sem a prática e sua relação com o cotidiano do aluno.

Segue o item 7:

Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não
Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim
Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil
Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?
____
____-
____

Figura 13: Atividade 7 da Folha de Atividade 1

Este item tem como propósito o relato e a justificativa das opiniões dos grupos em relação aos exercícios da Folha de Atividade 1.

2.3.2 Folha de Atividade 2

Nesta Folha de Atividade apresentamos situações-problema em que os alunos, para resolvê-la, deverão aplicar os conceitos de áreas de superfície e volume de cilindro, e outros conhecimentos matemáticos como tabelas, gráficos e expressões algébricas.

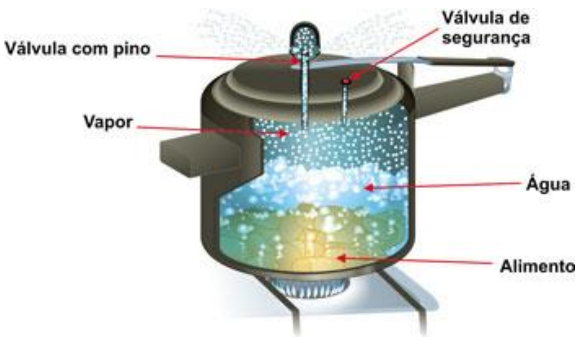
Esta Folha de Atividade foi planejada para uma aula de 100 minutos.

Ela inicia-se com uma situação–problema, a qual possui os mesmos personagens da Folha de Atividade 1. Os estudantes terão que encontrar a área mínima de uma chapa de alumínio para que haja economia na fabricação de uma panela de pressão com capacidade de 7 litros.

A professora Marta após discutir o texto "cilindro o formato ideal de uma panela de pressão" lança o seguinte desafio à Luana e a seus colegas:

"Imaginem que vocês sejam fabricantes de panelas de pressão de 7 litros e desejam economizar. Para isto é necessário calcular a menor área de chapa de alumínio para se fabricar tal panela.

Agora é com vocês. Respondam às questões abaixo e encontrem esta área."



Ajude Luana e sua turma a resolver este desafio lançado pela professora Marta.

Imagem obtida em https://celoilustrativo.wordpress.com/2007/10/01/

Figura 14: Problema da Folha de Atividade 2

Assim como no problema da Folha de Atividade 1, esperamos que os alunos não encontrem dificuldades em interpretar este problema.

Em seguida apresentamos a dica:

Dica: Considere que as panelas que serão fabricadas têm 7 litros de capacidade e para facilitar o cálculo vamos imaginar novamente que as bases (fundo da panela e tampa) são discos, ou seja, figuras planas, pois, geralmente, o encontro entre a face lateral e as bases são um pouco arredondadas, portanto, descarte esses detalhes.

Figura 15: 1º dica da Folha de Atividade 2

O objetivo da dica é que os alunos entendam que para facilitar o cálculo da área mínima será necessário fixar o volume em 7 litros e "ajustar" as partes arredondadas (fundo da panela e tampa), ou seja, considerá-la um cilindro perfeito.

Apresentamos o item 1:

Atividade 1: De acordo com a folha de atividade 1 o volume da panela de pressão pode ser calculado pela fórmula $V=\pi r^2 h$. Com esta informação encontre a expressão algébrica da altura **h** da panela em função do seu raio, usando V = 7000 cm^3. Conserve a letra π.

RESPOSTA: **h** =

Figura 16: atividade 1 da Folha de Atividade 2

O objetivo deste item é manipular a expressão algébrica $V= \pi r^2 h$ para obtermos uma outra, em que a altura fique em função do raio da panela, ou seja, $h = \frac{7000}{\pi r^2}$ e possa ser utilizada no próximo item.

Provavelmente, devido ao trabalho feito com expressões matemáticas da Folha de Atividade 1 os alunos não encontrarão dificuldades em chegar na solução esperada.

Segue o item 2:

Atividade 2- Assim como no exercício anterior a área da placa de alumínio também foi dada na folha de atividade 1 como sendo $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r\ h$. Utilizando esta informação encontre a expressão algébrica da área da placa de alumínio em função do raio da base dessa panela (elimine o h). Conserve a letra π.

RESPOSTA: $\mathbf{A_T}$ =

Figura 17: Atividade 2 da Folha de Atividade

O objetivo deste item é o de encontrar uma expressão matemática para o cálculo da área da chapa de alumínio, utilizada na fabricação de uma panela de pressão de capacidade de 7 litros. Para isso, esperamos que os alunos substituam o h pela expressão encontrada no item 1 obtendo $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{7000}{\pi r^2}$ e em seguida, simplifiquem πr com πr^2 chegando na expressão $A_T = 2\pi r^2 + \frac{14000}{r}$.

Possivelmente os alunos não farão a simplificação, pois observamos que encontram dificuldade em fazê-la em outras situações propostas em sala e isto ocorre devido a uma defasagem em relação ao estudo de frações.

Segue o item 3:

Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3,14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

r(cm)	A_T (cm²)
6	
8	
10	
12	
14	
16	

Tabela I

b) Responda para que valores de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.

Resposta:____

____

Figura 18: Atividade 3 da Folha de Atividade 2

O propósito desta atividade é que os estudantes observem para que valor de r, dentre os sugeridos na tabela, se obtém a menor área de chapa de alumínio.

No item a) desta atividade é dada uma dica em que os alunos poderão utilizar a calculadora para agilizar os cálculos e também, como já foi dito, para incentivá-los quanto ao uso correto desta ferramenta. Ainda nesta dica aparece que o aluno deve utilizar $\pi = 3{,}14$ e fazer arredondamentos com duas casas decimais (técnica ensinada previamente pelo professor e citada na descrição da Folha de Atividade 1). Com isso o aluno obterá valores aproximados das áreas procuradas. Para este item esperamos que os alunos substituam na expressão $A_T = 2\pi r^2 + \frac{14000}{r}$, os valores de r iguais a 6, 8, 10, 12, 14 e 16 centímetros para obtermos respectivamente as áreas 2559,41 cm², 2151,92 cm², 2028 cm², 2070,99 cm², 2230,88 cm² e 2482,68 cm².

No item b**)** se espera que os alunos, por simples observação da tabela do item a), comparem os valores das áreas basta e respondam que a área mínima é 2028 cm² correspondente ao raio de 10 cm.

Possivelmente os estudantes encontrarão dificuldades em manipular a calculadora. Caso a calculadora seja a científica não teriam problemas, pois ela obedece a ordem das operações básicas. Mas em uma calculadora padrão, isto não acontece e consequentemente os alunos não chegarão na solução esperada. Ainda em relação à manipulação da calculadora eles podem não se lembrar que o ponto é a vírgula que separa a parte decimal da inteira e a vírgula na verdade é o ponto dos milhares e seus múltiplos. Caso esta situação ocorra o professor deverá fazer a mediação.

Segue o item 4:

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe com **precisão** o gráfico de A_T em função de r. Note que para fazer o gráfico dividimos por 100 os valores das áreas.

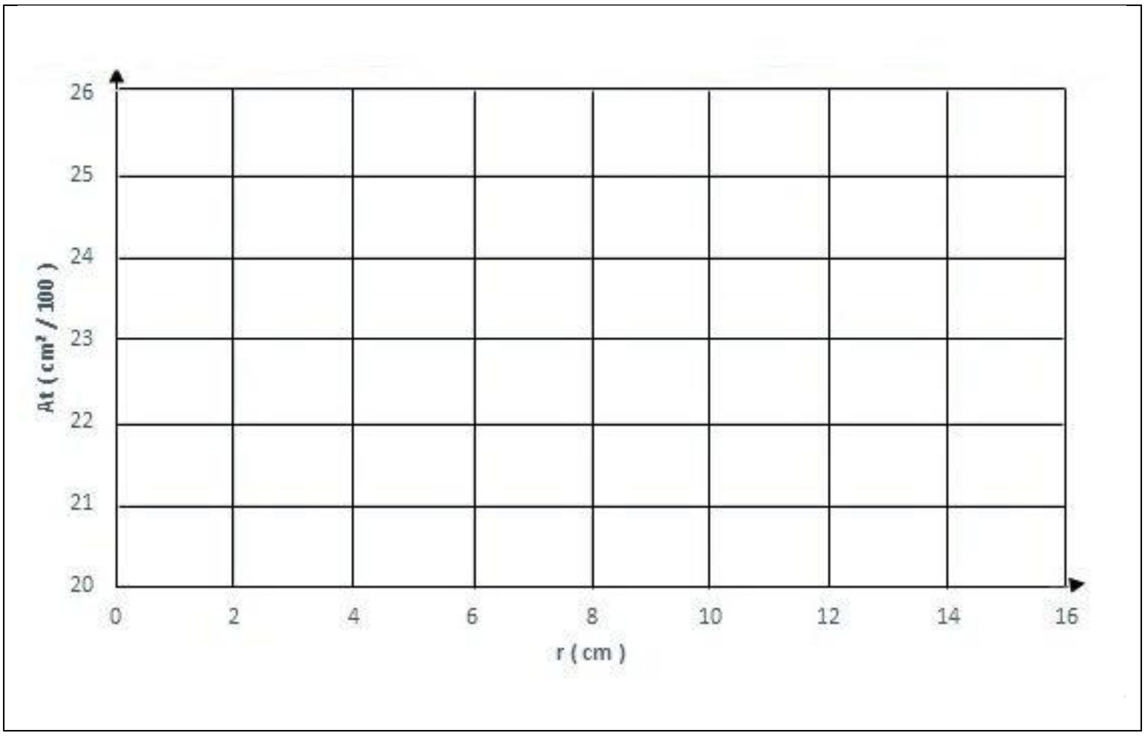


Figura 19: Atividade 4 da Folha de Atividade 2

Aqui o objetivo é a observação da tabela da atividade anterior. Em seguida é necessário fazer sua representação gráfica. Esperamos que os estudantes se atentem ao enunciado, utilizem os valores de A_T dividindo-os por cem e depois encontrem a melhor aproximação decimal destes valores (para que haja maior precisão na construção do gráfico de A_T em relação a r). Para esta atividade é possível que os grupos apresentem as seguintes soluções:

- Primeiro caso:

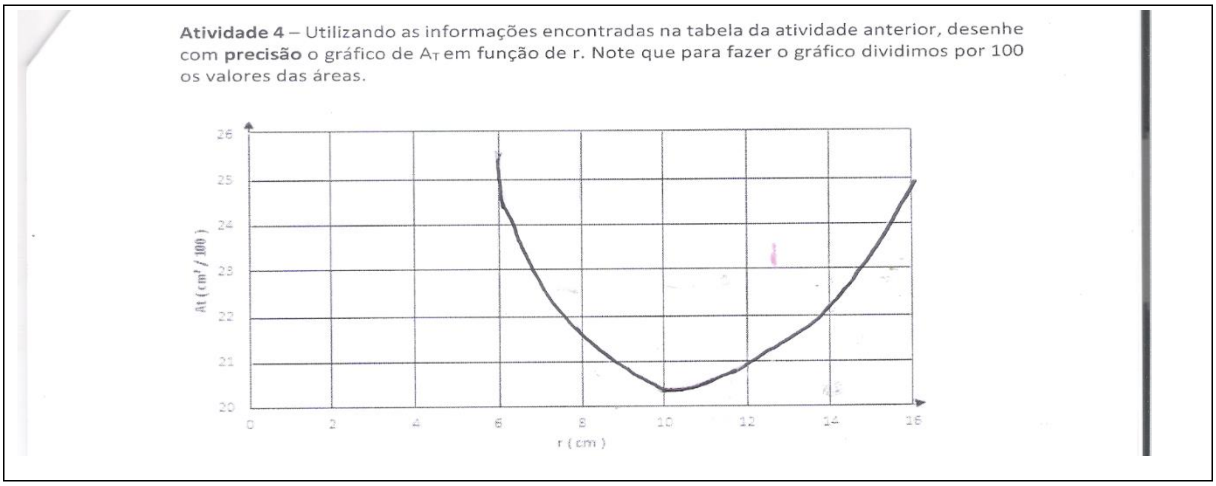


Figura 20: Possível resolução do item 4.

Este é um possível gráfico que será apresentado pelos alunos. Nesse caso o grupo estaria confirmando que a área mínima se dá em r = 10 cm. Vamos considerar este caso como certo apesar de não ser a solução esperada para este item.

- Segundo caso:

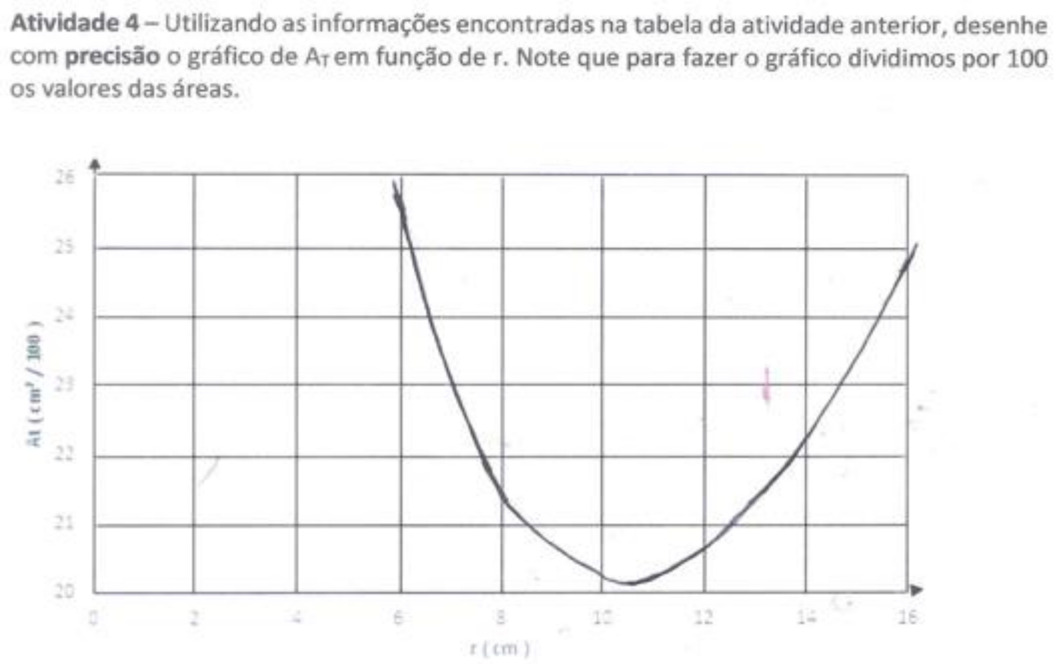

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe com **precisão** o gráfico de A_T em função de r. Note que para fazer o gráfico dividimos por 100 os valores das áreas.

Figura 21: Solução esperada para o item 4

Outro possível gráfico que pode ser feito pelos alunos é este que se apresenta logo acima. Nesse o aluno perceberia que r =10 cm não fornece a melhor aproximação da área mínima da chapa de alumínio. Esta é a solução esperada para este item.

Segue o item 5:

Atividade 5: Considerando agora o gráfico, para que valor de r a área é mínima?

____
____

Figura 22: Atividade 5 da Folha de Atividade 2

Aqui esperamos que o estudante analise o seu gráfico do item 4 para dar a resposta. Se o grupo apresentar um gráfico igual ao da figura 20, ele confirmará que a área mínima se dá em r = 10 cm. Vamos considerar esta situação como certa apesar de não ser a solução esperada.

Se o grupo apresentar um gráfico igual ao da figura 21 esperamos que perceba que o valor mínimo da área se encontra, quando o valor de r está entre 10 e 11. Mas ainda neste caso, é possível que alguns alunos apresentem como resposta o intervalo de 10 à 12, devido a graduação do eixo que representa o raio, o que não estaria errado, mas sim menos preciso.

Esta atividade é interessante pois ela mostra que a ideia inicial de que a área mínima ocorria quando r =10 cm não forneceria a melhor aproximação de A_T mínima.

Então qual será exatamente o melhor valor para r tornar A_T mínima? Os alunos encontrarão esta resposta resolvendo a próxima atividade.

Segue o item 6:

Atividade 6-Você deve ter observado que o gráfico sugere que o valor mínimo é atribuído para algum **r** entre 10 e 11.Vamos prosseguir nossos estudos para descobrir esse valor com maior precisão.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3{,}14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais

a) Complete a tabela seguinte:

r(cm)	A_T(cm)
10,0	
10,1	
10,2	
10,3	
10,4	
10,5	

Rascunho

Tabela II

b) Analisando a tabela 2 dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.

____
____

c) Agora vocês põem concluir que:
Para economizar, o raio da panela deve ser: __________________________

Nesse caso a área total será:______________________________________

Figura 23: Atividade 6 da Folha de Atividade 2

O intuito desta atividade é encontrar o raio entre 10 e 11, o qual torna a área da chapa de alumínio mínima. Neste item, assim como na atividade 3, é dada uma dica em que o aluno poderá utilizar a calculadora para otimizar o tempo de resolução do item a), fornece o valor do π como aproximadamente 3,14 para facilitar os cálculos e propõe arredondamentos com duas casas decimais (técnica ensinada previamente pelo professor e citada na descrição da folha de atividade 1) para encontrar a área mínima.

Para o item a) desta atividade esperamos que os alunos substituam na expressão $A_T = 2\pi r^2 + \frac{14000}{r}$ os valores para r iguais a 10,0 cm, 10,1 cm, 10,2 cm, 10,3 cm, 10,4 cm e 10,5 cm para obtermos respectivamente as áreas 2028 cm², 2026,76 cm², 2025,92 cm², 2025,47 cm², 2025,39 cm² e 2025,70 cm².

Possivelmente os estudantes não encontrarão dificuldades para chegar na solução esperada, por ser um item semelhante ao item a) da atividade 3 onde o professor já teria feito a mediação conforme as necessidades.

Caso os alunos encontrem a solução esperada do item a), facilmente através da observação da tabela, conseguirão chegar na resposta correta do item b) a qual é r =10,4 cm e também do item c), cujas respostas devem ser respectivamente 10,4 cm e 2025,40 cm².

Segue o item 7:

Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula. a) Seu grupo gostou da atividade? ( ) Sim ( ) Não b) Como seu grupo avalia a atividade? ( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim c) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade? ( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Figura 24: Atividade 7 da Folha de Atividade 2

Nesse item o estudante tem a oportunidade de expressar sua opinião sobre a atividade realizada na aula 2.

2.4 Conclusão

A proposta deste capítulo foi o de descrever a metodologia e o passo a passo das Folhas de Atividades as quais compõem o nosso produto didático. Dentro deste passo a passo, descrevemos a intenção pedagógica de cada item das Folhas de Atividades, o que esperávamos que os estudantes fossem aprender, o que poderiam responder e ainda procuramos antecipar possíveis dificuldades que encontrariam para chegar nas soluções corretas.

Esperamos que as atividades auxiliem os estudantes quanto à aprendizagem de áreas e volume de cilindro. Além disso a análise destas Folhas de Atividades devem permitir ao professor que queira utilizá-la, possa se programar em relação as aulas anteriores ou posteriores à sua aplicação.

No próximo capítulo iremos descrever os procedimentos para a aplicação das Folhas de Atividades em sala de aula e as respostas dadas pelos alunos.

CAPÍTULO 3

3 APLICAÇÕES E RESULTADOS

3.1 Introdução

Este capítulo corresponde à “implementação da experiência”, fase 3 da Engenharia Didática. Descrevemos a escola onde foram aplicadas as Folhas de Atividades e explicamos como foi a aplicação. Analisamos as respostas dos alunos e fazemos o confronto com o que era esperado na análise *a priori*. Por fim apresentamos uma análise geral do desempenho dos estudantes.

3.2 Um breve relato sobre a escola e os estudantes participantes da aplicação

Leciono em uma escola estadual de um bairro da periferia na cidade de Mogi Guaçu, Estado de São Paulo. Os estudantes que participaram da aplicação de meu produto didático pertencem a esta escola.

Até o ano de 2013 a escola atendia os alunos do Ensino Fundamental no período vespertino e os estudantes do Ensino Médio, no período matutino e noturno. No ano seguinte tornou-se uma escola de Ensino Médio de tempo integral. Neste novo modelo, os alunos permanecem na escola durante nove horas. As disciplinas que fazem parte do currículo da escola são aquelas da base nacional comum (Matemática, Português, História, Geografia, etc) e as diversificadas (Mundo do Trabalho, Projeto de vida, Orientação de Estudos, etc). As aulas de Matemática acontecem tanto de manhã quanto à tarde.

Os alunos distribuem-se na escola em três turmas de primeiro ano, duas turmas do segundo ano e duas do terceiro ano. Cada turma tem em média 20 alunos.

Além das sete salas de aula, a escola conta com uma sala de Multimídia, Laboratório de Informática com 12 computadores, Laboratório de Química e Biologia, l Laboratório de Matemática e Física, uma quadra Poliesportiva coberta, uma Biblioteca (sala de leitura) e um Pátio coberto para alimentação. A área administrativa é constituída pela Secretaria, uma sala para a Direção e Coordenação Pedagógica, uma sala para a Vice- Diretora e uma sala para os Professores.

A escola conta também com dois projetores multimídia, duas televisões, dois notebooks, uma câmera fotográfica, uma filmadora, um aparelho de DVD e uma caixa de som amplificada que podem ser utilizados em sala de aula.

O quadro de funcionários da escola é composto por 30 funcionários, entre direção, coordenação, administração, cozinheiras, auxiliares de limpeza, responsável pela biblioteca e professores.

Os alunos atendidos por essa escola são, em sua maioria, do próprio bairro e de bairros vizinhos. Alguns são de Mogi Mirim, cidade vizinha de Mogi Guaçu e também de Martinho Prado, distrito de Mogi Guaçu.

Este projeto será aplicado em Outubro de 2014 para os estudantes de dois segundos anos do Ensino Médio nos quais leciono. Cada turma tem em média 20 alunos. Poucos têm hábitos de estudo e a maioria não faz as tarefas em casa, mesmo com a cobrança sistemática dos professores, o que reflete diretamente na qualidade da aprendizagem. A maioria deles estão juntos desde o primeiro ano do Ensino Médio, e há um grande vínculo de amizade entre eles, pois permanecem juntos por nove horas diárias durante a semana.

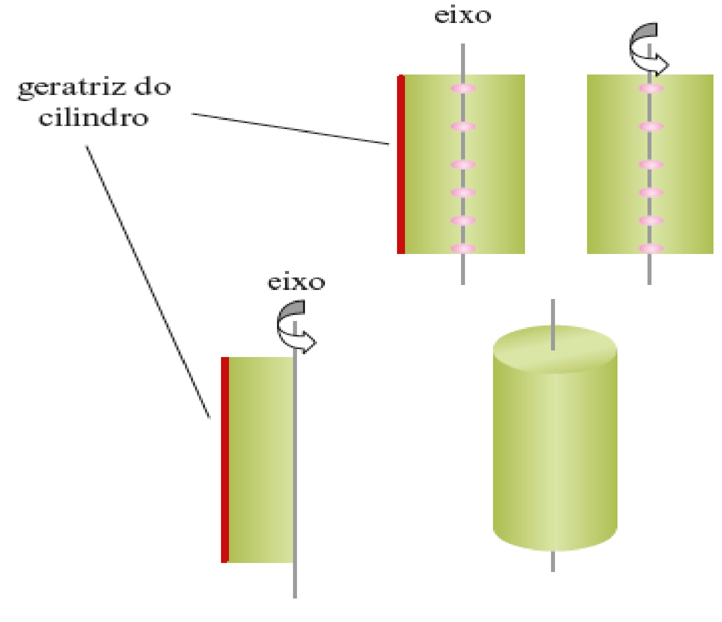
3.3 Desenvolvimento dos pré-requisitos

Antes da aplicação das Folhas de Atividades foi necessária uma revisão do conteúdo de cilindro, incluindo área e volume. Observamos que os estudantes tinham uma defasagem em seus conhecimentos à Geometria Espacial. Para esta revisão foram utilizadas 7 aulas de 50 minutos.

As duas primeiras aulas desenvolveram-se da seguinte forma: iniciou com aula expositiva dialogada onde foi proposto o reconhecimento do cilindro em embalagens e estruturas do cotidiano. Após isso, foram feitas breves analogias entre prismas (conteúdo estudado em aulas anteriores) e cilindros. Em seguida, o cilindro foi estudado como sólido de revolução. Foi solicitado aos alunos que recortassem um retângulo em um papelão, fixassem com fita adesiva, um barbante, passando-o de modo a dividir o retângulo em duas regiões.

Fazendo a figura girar em torno do barbante eles observaram que o movimento de revolução do retângulo em torno de um eixo gerou um cilindro e deste modo entenderam o porquê do cilindro ser chamado **sólido de revolução**. Observaram também, que ao trocar o eixo que passava pelo meio do retângulo por um de seus lados, conseguiram obter uma figura que também era um cilindro.

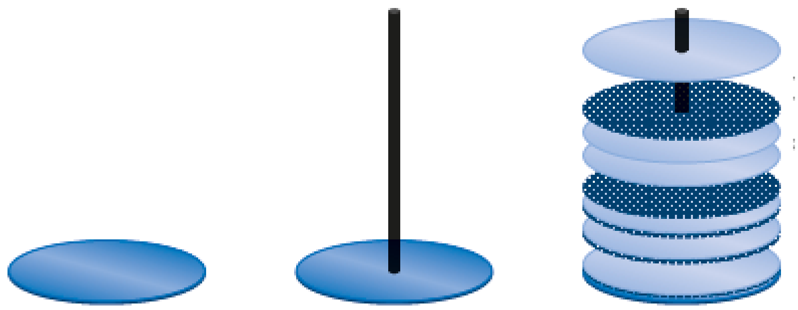
Finalizando lhes informei que o lado do retângulo que gerou o cilindro é chamado de **geratriz.**



Fonte: Caderno do aluno, vol..2 p.72

Figura 25: Proposta de construção do cilindro de revolução - Aulas de revisão

Nas duas aulas seguintes, trabalhamos de forma expositiva dialogada sobre o volume do cilindro. Consideramos o cilindro como uma figura espacial formada pela sobreposição ou empilhamento em uma mesma direção de círculos iguais, uns sobre os outros. Com a observação deste empilhamento e através do Princípio de Cavalieri (estudado no conteúdo volume de prismas) o aluno chegou à conclusão de que o volume de um cilindro, assim como o do prisma, é produto da área da sua base pela altura: $\mathbf{V = A_B\, h.}$



Fonte: Caderno do aluno, vol.2, p.74

Figura 26: figura utilizada para fazer analogia do cálculo do volume de um prisma e de um cilindro através do Princípio de Cavalieri.

Em seguida revisamos as unidades de medidas de comprimento, área e volume.

As aulas seguintes foram utilizadas para aplicação dos exercícios do caderno do aluno da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo para avaliar a compreensão dos conteúdos trabalhados até aquele momento.

Para finalizar e complementar a revisão necessária para a aplicação das Folhas de Atividades, foi trabalhada a técnica de arredondamento, citada no capítulo 2.3.1.

3.4 Organização da aplicação das Folhas de Atividades

As Folhas de Atividades foram aplicadas nas duas classes do segundo ano do Ensino Médio nas quais leciono. No dia da aplicação informamos, em cada classe, que teriam as duas aulas de 50 minutos consecutivas para resolverem as atividades propostas em cada

Folha de Atividade. Nesse momento organizamos os estudantes em grupos com três integrantes. Explicamos que cada estudante deveria preencher sua Folha de Atividade mas que poderiam e deveriam fazer discussões sobre os problemas propostos para explorarem da melhor maneira possível tais atividades. Nesse momento deixei claro que a minha intervenção seria a menor possível.

A segunda série A, foi dividida em 8 grupos de três alunos e a segunda série B, em 7 grupos de três alunos. Ambas as turmas e grupos foram formados a partir da livre escolha dos estudantes.

Na segunda série A, houve ausência de um grupo na aplicação da Folha de Atividade 1, assim como em outro grupo na aplicação da Folha de Atividade 2. Em relação à segunda série B, durante a resolução da Folha de Atividade 2, houve um desentendimento entre um aluno e seu grupo, então, ele participou de outra equipe da qual havia faltado um colega. Mesmo assim, uma das equipes ficou com 2 alunos.

Para a resolução da primeira Folha de Atividade os alunos trouxeram panelas de pressão e puderam utilizar a calculadora de seus celulares para a otimização de tempo.

A professora forneceu aos grupos uma caixa com réguas, trenas e fitas métricas para que medissem os raios e alturas das suas panelas. Ainda neste item é sugerida a utilização de um paquímetro mas não encontramos para disponibilizar aos estudantes.

Figura 27: Grupos de alunos fazendo as medições pedidas na Folha de Atividade 1

Em outro dia, na resolução Folha de Atividade 2 cada grupo pode novamente utilizar a calculadora existente no celular para agilizar os cálculos propostos.

3.5 Análise dos resultados

Aqui faremos uma análise detalhada das respostas dos estudantes para as atividades. Pretendemos assim efetuar possíveis correções. As turmas participantes deste produto didático são bem heterogêneas e de rendimento semelhantes e por este motivo, optamos por fazer a análise dos resultados de todos os grupos, sem fazer a separação das turmas A e B.

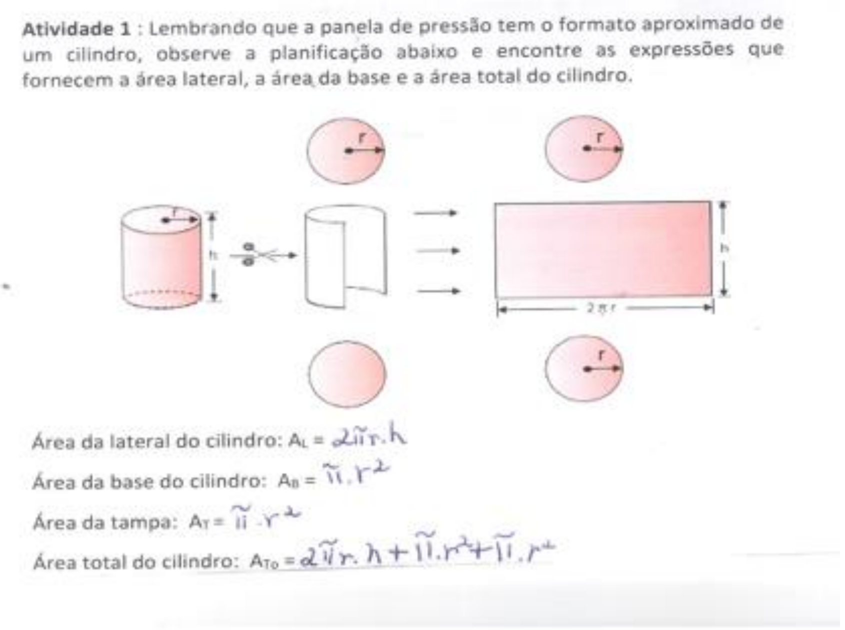
3.5.1 Análise dos resultados da Folha de Atividade 1

A Folha de Atividade 1 foi aplicada para um total de 14 grupos nas duas classes.

A atividade 1 pedia que os alunos encontrassem as expressões matemáticas da área lateral, área da base, área da tampa e área total do cilindro.

Nesta atividade, em um primeiro momento, os alunos não entenderam que deveriam encontrar expressões algébricas como solução e indagaram sobre os valores numéricos. Foi necessária a intervenção da professora para que observassem a planificação do cilindro, quais eram a base, a tampa (outra base) e a sua lateral. Em seguida eles foram questionados quanto ao formato das partes do cilindro e também em relação às fórmulas da área de cada uma delas. Essa intervenção foi necessária pois as outras atividades desta folha dependiam destas expressões.

Todas as equipes chegaram à solução esperada, havendo apenas uma pequena diferença na resposta da área total do cilindro. Dos 14 grupos, 5 chegaram à solução $A_{To} =$
$= 2\pi r\ h + 2\pi r^2$ e 9 grupos $A_{To} = 2\pi r\ h + \pi\ r^2 + \pi\ r^2$.


Atividade 1 : Lembrando que a panela de pressão tem o formato aproximado de um cilindro, observe a planificação abaixo e encontre as expressões que fornecem a área lateral, a área da base e a área total do cilindro.

Área da lateral do cilindro: $A_L = 2\pi r.h$

Área da base do cilindro: $A_B = \pi.r^2$

Área da tampa: $A_T = \pi.r^2$

Área total do cilindro: $A_{To} = 2\pi r.h + \pi.r^2 + \pi.r^2$

Fonte: da autora

Figura 28: Respostas corretas com a expressão algébrica A_{To} diferentes

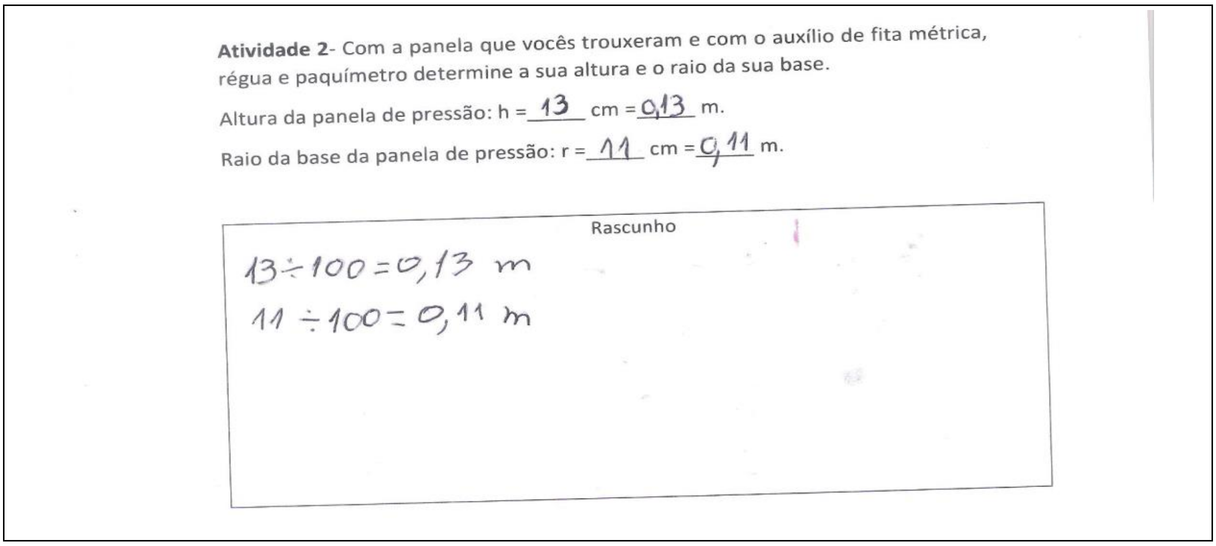
Para as atividades seguintes a professora pediu que os grupos trouxessem uma panela de pressão cujo volume fosse de 4,5 litros. Um grupo não encontrou a panela com este volume e utilizou uma de 3 litros. Dois grupos levaram panelas em que a informação da capacidade estava apagada mas elas foram substituídas por outras que a professora providenciou.

A atividade 2 pede para os grupos, com a panela de pressão em mãos, medirem o seu raio e a sua altura em centímetros e em metros. Aqui verificamos apenas a dificuldade de alguns grupos em realizar as medições do raio e da altura da panela. Em parte essa dificuldade pode ter sido ocasionada pelo fato de não dispormos, nesse momento, de um paquímetro. Alguns grupos tomaram as medidas por dentro da panela e outros tomaram as medidas por fora e se esqueceram de dar um desconto para a espessura das paredes da panela.

Com a entrega da Folha de Atividade a professora realizou as medições dos raios e das alturas das panelas de pressão que os grupos trouxeram para fazer a verificação das medidas. Sobre isso observamos que:

- 3 grupos erraram a medida, pois não perceberam que na trena e na régua que utilizaram havia a medida em centímetros e polegadas. Esses grupos mediram o raio e a altura em polegadas e utilizaram estas medidas como se fossem centímetros. A panela que eles trouxeram foi de 4,5 litros.

- 11 grupos fizeram medições que considerei dentro de uma aproximação adequada. Uma medida típica obtida foi r =11 cm = 0,11 m e h = 13 cm = 0,13 m. O grupo que trouxe a panela de 3 litros obteve r = 9 cm =0,09 m e h = 10 cm= 0,1 m, que também estava dentro de uma boa aproximação.



Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e paquímetro determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h = 13 cm = 0,13 m.

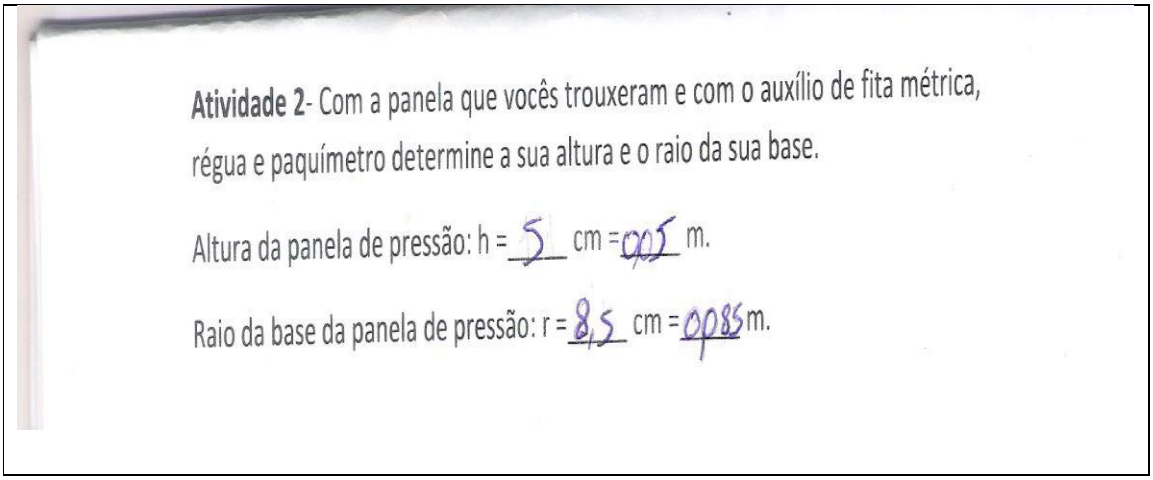
Raio da base da panela de pressão: r = 11 cm = 0,11 m.

Rascunho

13 ÷ 100 = 0,13 m

11 ÷ 100 = 0,11 m

Figura 29: Resposta de um grupo com medições que considerei como uma boa aproximação



Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e paquímetro determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h = 5 cm = 0,05 m.

Raio da base da panela de pressão: r = 8,5 cm = 0,085 m.

Figura 30: Resposta de um grupo com medidas erradas, pois sem querer usaram polegadas.

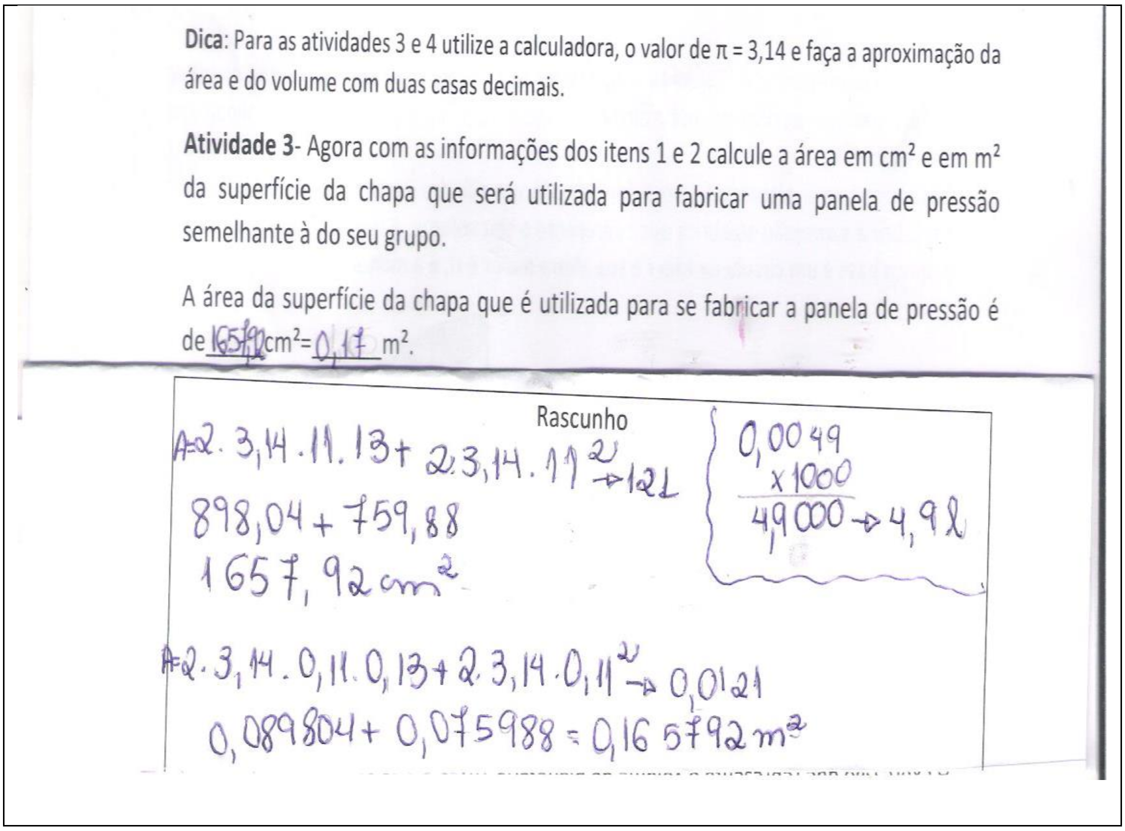
A atividade 3 solicitava o cálculo da área da superfície da chapa (área total do cilindro) que seria utilizada para fabricar a panela de pressão que eles trouxeram. Para verificar os cálculos da panela de pressão de 4,5 l utilizei as medidas r = 11 cm e h = 13 cm. Assim o cálculo de referência foi de $A_{To} = 1657{,}92\ cm^2 \cong 0{,}17\ m^2$.

- Os três grupos que adotaram polegadas não chegaram na solução esperada. Os três grupos utilizaram a fórmula da área total corretamente, mas um deles errou ao realizar as operações na calculadora.

- O grupo que trouxe a panela de 3 litros fez os cálculos corretos mas errou ao fazer os arredondamentos com duas casas decimais obtendo $A_{To} = 1074\ cm^2 \cong 0{,}10\ m^2$, sendo que a resposta esperada era $A_{To} = 1073{,}88\ cm^2 \cong 0{,}11\ m^2$.

-10 grupos que trouxeram a panela de 4,5 litros fizeram os cálculos e arredondamentos de forma correta, aproximando-se da solução esperada $A_{To} = 1657{,}92\ cm^2 \cong 0{,}17\ m^2$.

A figura representada logo abaixo deixa um espaço para rascunho do item 3, mas o grupo resolveu também utilizá-lo para fazer a mudança de unidade de medida do item 5.



Dica: Para as atividades 3 e 4 utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3{,}14$ e faça a aproximação da área e do volume com duas casas decimais.

Atividade 3- Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm² e em m² da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de 1657,92 cm² = 0,17 m².

Rascunho

A = 2 . 3,14 . 11 . 13 + 2 . 3,14 . 11² → 121

898,04 + 759,88

1657,92 cm²

0,0049
x 1000
49000 → 4,9 l

A = 2 . 3,14 . 0,11 . 0,13 + 2 . 3,14 . 0,11² → 0,0121

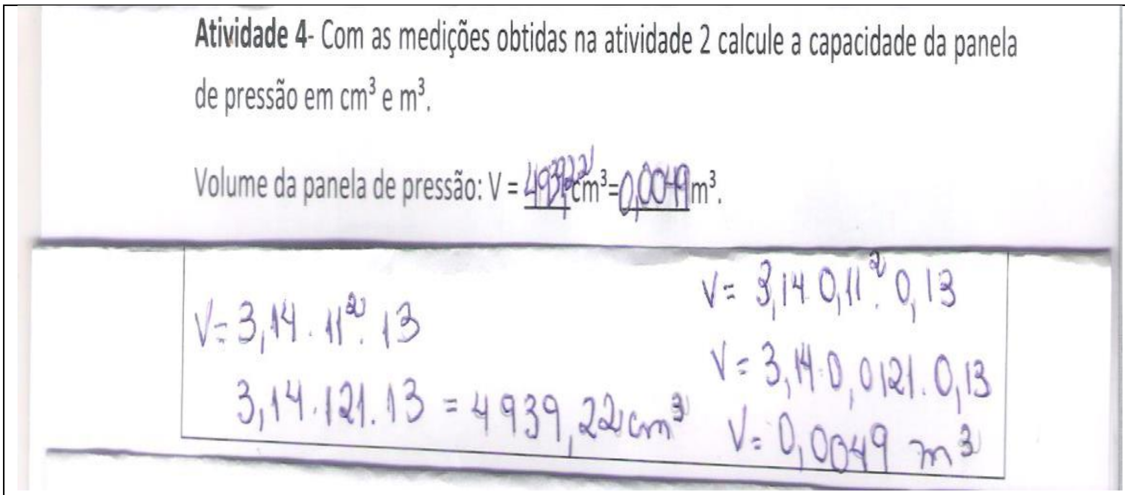
0,089804 + 0,075988 = 0,165792 m²

Figura 31: Resposta correta de um grupo para o item 3 da Folha de Atividade 1

A atividade 4 pede para os estudantes calcularem o volume da panela que trouxeram em cm³ e m³. Aqui usei como referência a medida em litros fornecida pelo fabricante.

- Os três grupos que erraram as medidas do raio e da altura não chegaram na solução esperada. Os três grupos utilizaram a fórmula do volume de maneira correta, mas um deles errou ao fazer as operações na calculadora.
- O grupo que trouxe a panela de três litros fez os cálculos e arredondamento corretos, mas obteve V=2543,4 cm³ ≅ 0,0025 m³. A medida do fabricante seria V= 3 l = 3000 cm³ = 0,003 m³. Essa diferença provavelmente ocorreu por erros na medição do raio e da altura.
- 10 grupos que tinham a panela de pressão de 4,5 litros chegaram na medida V = 4939,22 cm³ ≅ 0,0049 m³. Essa medida deveria se aproximar melhor da fornecida pelo fabricante, que seria

V = 4,5 l = 4500 cm³ = 0,0045 m³. Aqui novamente o erro foi grande e ocorreu provavelmente devido a erros na medição do raio e da altura da panela.



Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm³ e m³.

Volume da panela de pressão: V = 4939,22 cm³ = 0,0049 m³.

V = 3,14 . 11² . 13

3,14 . 121 . 13 = 4939,22 cm³

V = 3,14 0,11² . 0,13

V = 3,14 . 0,0121 . 0,13

V = 0,0049 m³

Figura 32: Resposta de um grupo para o item 4 da Folha de Atividade 1

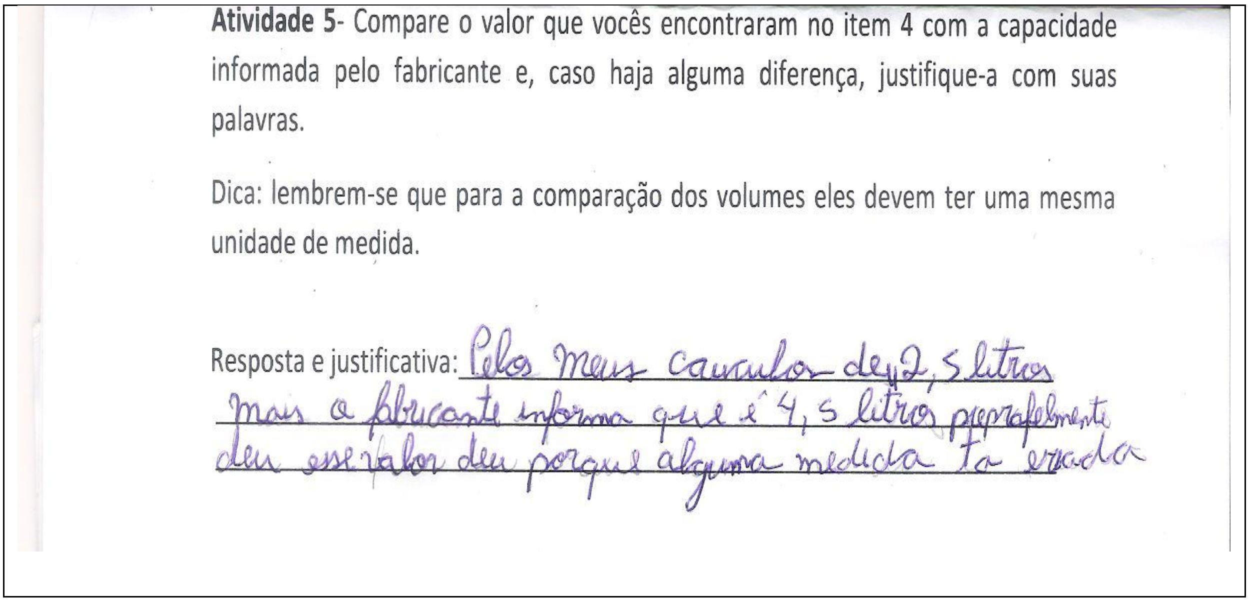
A atividade 5 pedia para os grupos compararem o volume encontrado na atividade anterior com o indicado pelo fabricante. Nesta atividade havia uma dica para lembrar os alunos que deveriam fazer uma mudança de unidade de medida para realizarem a comparação.

A resposta esperada para esta atividade era que: existia uma pequena diferença entre o volume encontrado na atividade anterior e o indicado pelo fabricante, devido à panela não ser um cilindro perfeito e devido as aproximações das medidas do raio e da altura. Outra possibilidade de ter ocorrido esta diferença são as aproximações feitas nos cálculos.

- 2 grupos que tiraram as medidas erradas não chegaram na resposta esperada e perceberam o seu erro nesta questão, mas não havia tempo hábil para arrumar as outras atividades e deram preferência em fazer o desafio.

- 1 grupo teve sua questão considerada parcialmente correta, pois apesar de não chegarem na solução esperada perceberam o seu erro e o justificaram. Como os outros dois grupos citados acima, este grupo também não conseguiu arrumar as atividades anteriores e optou por fazer o desafio.

- 11 grupos calcularam corretamente a diferença entre sua resposta para o volume e aquela fornecida pelo fabricante.



Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

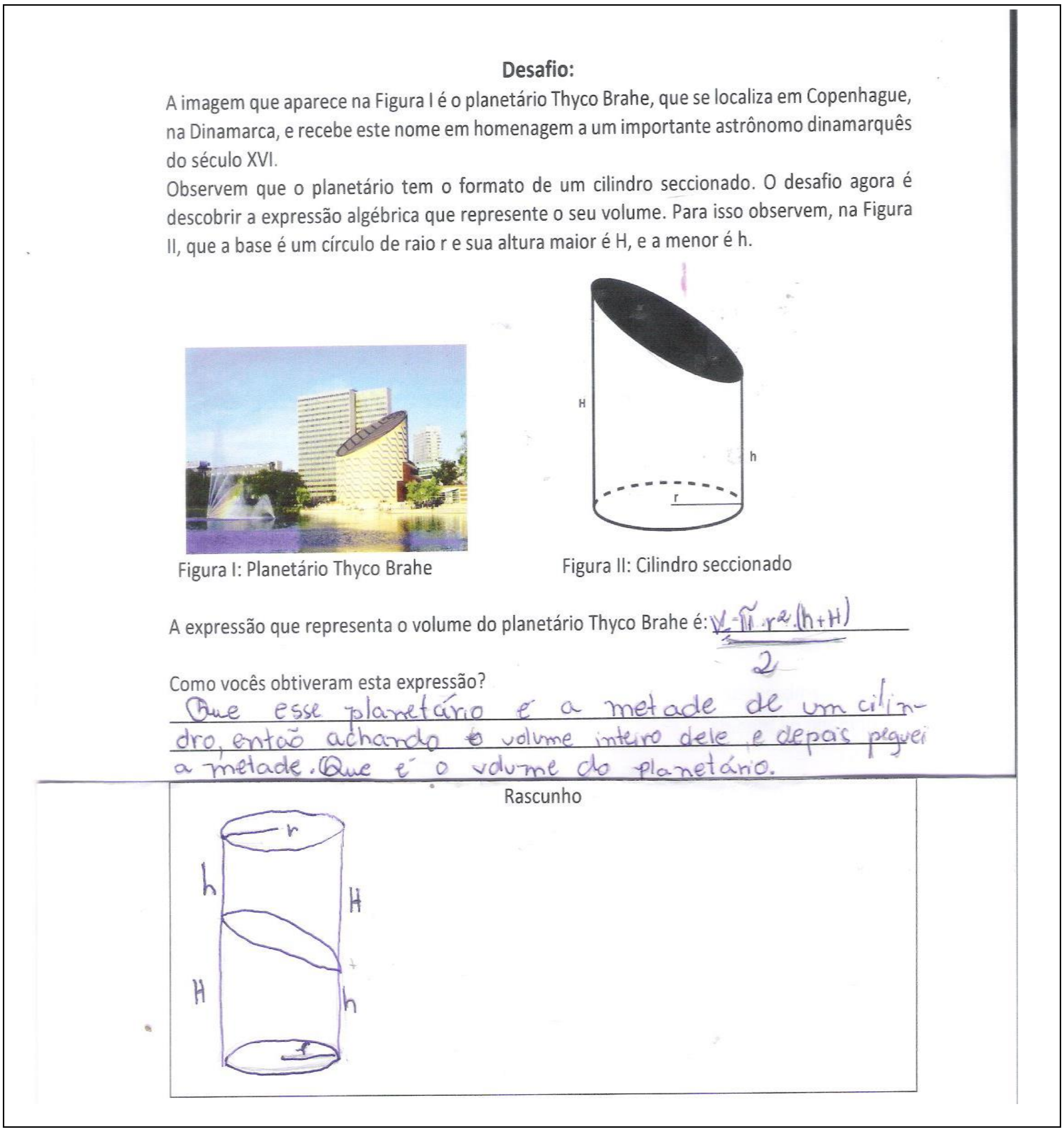
Resposta e justificativa: Pelos meus cauculos deu 2,5 litros mais o fabricante informa que é 4,5 litros provavelmente deu esse valor deu porque alguma medida ta errada

Figura 33: Resposta de um grupo para o item 5 da Folha de Atividade 1

A última atividade previa a solução de um problema desafio. O problema apresenta um planetário que tem o formato de um cilindro seccionado e os estudantes devem achar a fórmula do seu volume.

- 7 grupos chegaram na solução esperada, ou seja, $V = \frac{\pi r^2 (H+h)}{2}$ e justificaram sua resposta escrevendo que pensaram em completar o cilindro seccionado para obter um cilindro completo de raio r e altura (H + h) cujo o volume seria $V_{cilindro} = \pi r^2 (H + h)$. Como o que estava sendo procurado era metade do volume deste cilindro, calcularam $V = \frac{\pi r^2 (H+h)}{2}$.

- Os outros sete grupos encontraram $V = \frac{\pi r^2 (H+h)}{2}$ mas não justificaram sua resposta ou a fizeram de forma errada. Talvez esses grupos copiaram a solução de outros grupos e por este motivo esta atividade foi considerada errada para eles.



Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.

Observem que o planetário tem o formato de um cilindro seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

Figura I: Planetário Thyco Brahe

Figura II: Cilindro seccionado

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot (h+H)}{2}$

Como vocês obtiveram esta expressão?

Que esse planetário é a metade de um cilindro, então achando ~~o~~ volume inteiro dele e depois peguei a metade. Que é o volume do planetário.

Rascunho

Figura 34: Resposta correta de um grupo para o desafio da Folha de Atividade 1

O item 6 solicita que seja emitida uma opinião sobre a atividade. Esse item foi dividido em quatro perguntas:

a) o grupo gostou da atividade?

- 13 grupos responderam sim
- 1 grupo respondeu que não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

- 1 grupo respondeu ótima
- 13 grupos avaliam como boa
- nenhum grupo respondeu ruim

c) Como o seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?

- 1 grupo respondeu fácil
- 10 grupos responderam médio
- 3 grupos responderam difícil

d) Qual a atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?

Mais difícil:

-2 grupos acharam a atividade 2 mais difícil

-2 grupos acharam a atividade 3 mais difícil

-3 grupos acharam a atividade 4 mais difícil

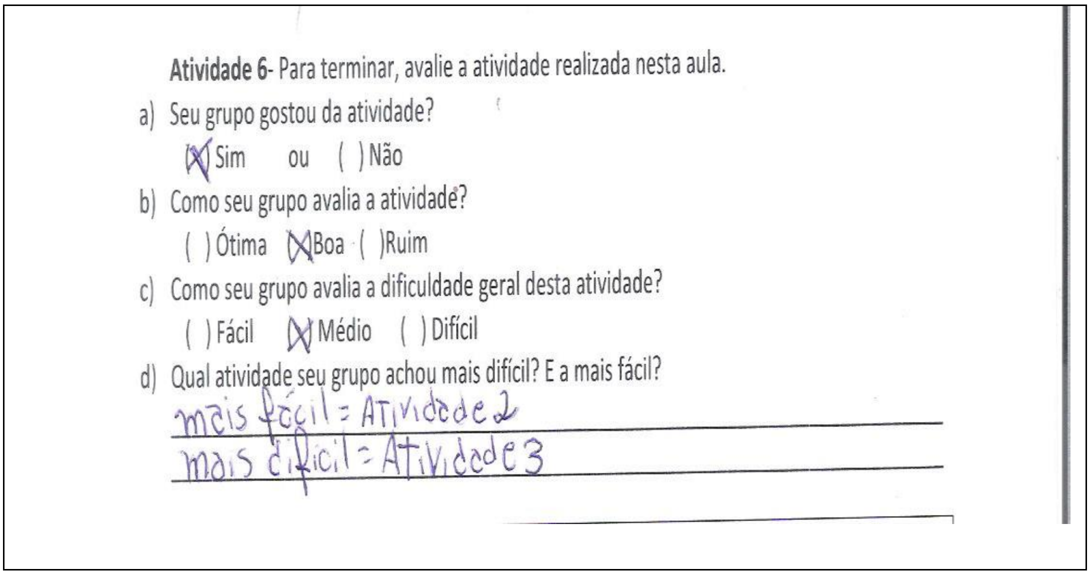
-1 grupo achou a atividade 5 mais difícil

-4 grupos acharam a atividade 6 mais difícil

-2 grupos não responderam

Mais fácil:

- 7 grupos acharam a atividade 1 mais fácil
- 3 grupos acharam a atividade 2 mais fácil
- 4 grupos não responderam



Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?

(X) Sim ou ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima (X) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?

( ) Fácil (X) Médio ( ) Difícil

d) Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?

mais fácil = Atividade 2

mais dificil = Atividade 3

Figura 35: Resposta de um grupo para o item 6 da Folha de Atividade 1

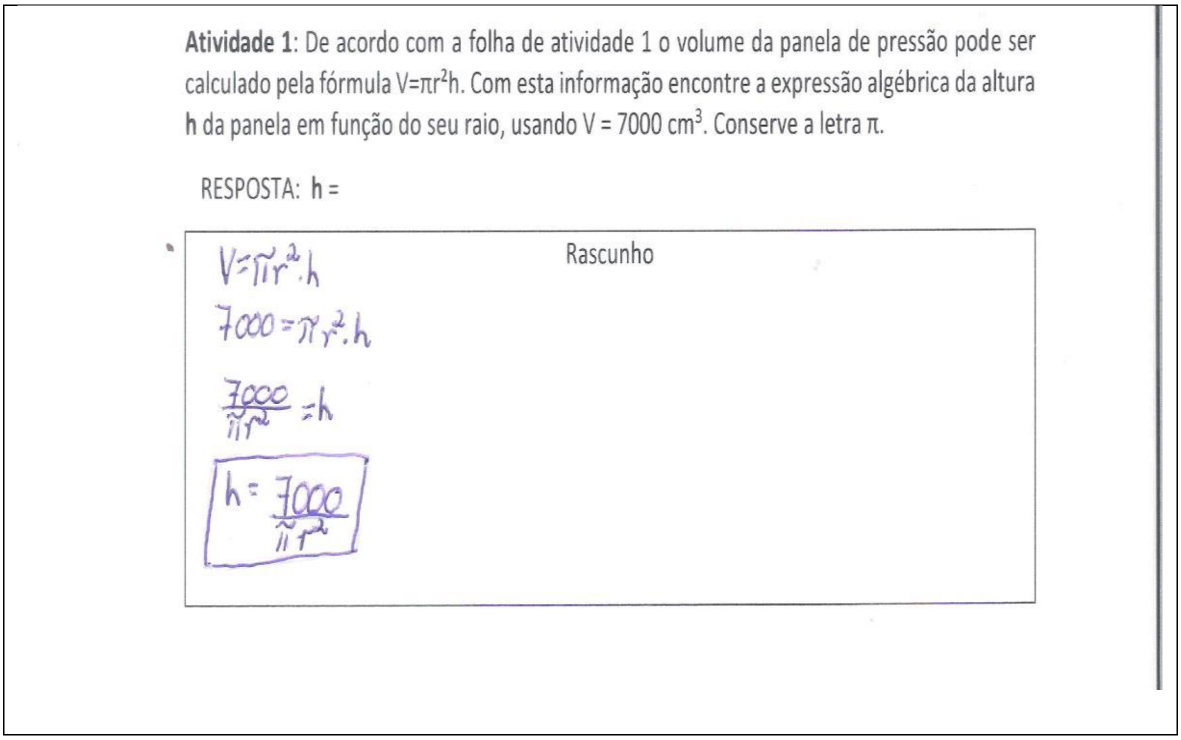
De acordo com o que pudemos observar os grupos que encontraram muita dificuldade ao fazer os cálculos avaliaram a atividade como ruim e deixaram de responder o item d) da atividade 6. Em relação as atividades 1,2,3,4 e 5 observamos que em média 80% dos grupos atingiram os objetivos propostos nestes itens. Ainda observamos que no desafio os alunos encontraram maior dificuldade, pois apenas 50% dos grupos atingiram o objetivo.

3.5.2 Análise dos resultados da Folha de Atividade 2

A atividade 1 fornece a fórmula do volume de uma panela de pressão ($V = \pi.r^2.h$) e este volume é de 7000 cm^3. Em seguida é pedido que com estas informações os grupos escrevam a expressão algébrica da altura.

- 12 grupos chegaram na resposta esperada $h = \frac{7000}{\pi.r^2}$ cm.

- 2 grupos acertaram parcialmente a atividade pois não substituíram V por 7000, obtiveram como solução $h = \frac{V}{\pi.r^2}$.



Atividade 1: De acordo com a folha de atividade 1 o volume da panela de pressão pode ser calculado pela fórmula $V=\pi r^2 h$. Com esta informação encontre a expressão algébrica da altura **h** da panela em função do seu raio, usando V = 7000 cm^3. Conserve a letra π.

RESPOSTA: **h =**

Rascunho

$V=\pi r^2.h$

$7000=\pi r^2.h$

$\frac{7000}{\pi r^2}=h$

$\boxed{h=\frac{7000}{\pi r^2}}$

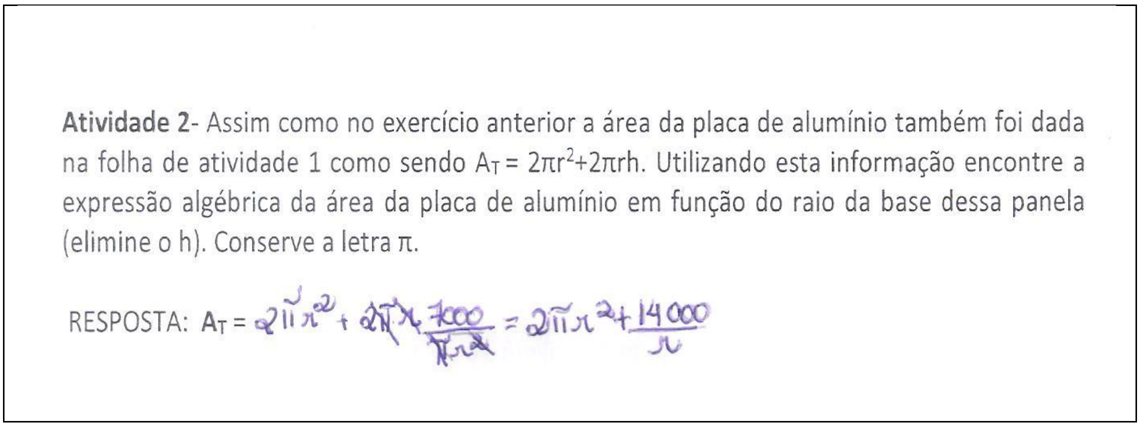
Figura 36: Resposta correta de um grupo para o item 1 da Folha de Atividade 2

A atividade 2 fornece em seu enunciado a expressão da área da placa de alumínio $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r\ h$ e solicita aos grupos que utilizem esta informação eliminando o h e conservando o π.

- 12 grupos chegaram nas respostas esperadas $A_T = 2\pi r^2 + \frac{14000}{r}$ ou

$A_T = 2\pi r^2 + 2\,\frac{7000}{r}$.

- 2 grupos acertaram parcialmente esta atividade pois não substituíram V por 7000 e chegaram na expressão $A_T = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$.



Atividade 2- Assim como no exercício anterior a área da placa de alumínio também foi dada na folha de atividade 1 como sendo $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Utilizando esta informação encontre a expressão algébrica da área da placa de alumínio em função do raio da base dessa panela (elimine o h). Conserve a letra π.

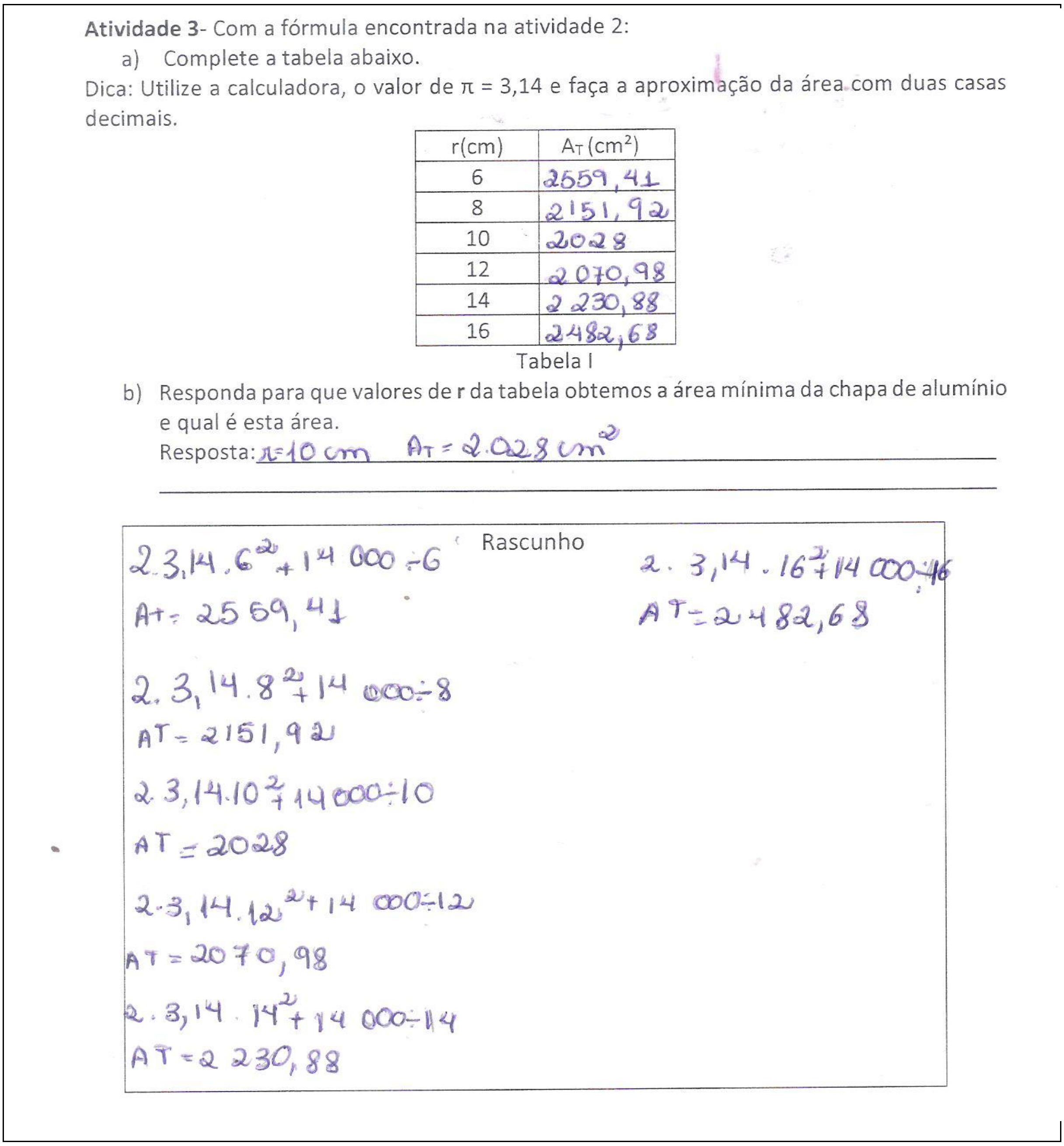
RESPOSTA: $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{7000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{14000}{r}$

Figura 37: Resposta correta de um grupo para o item 2 da Folha de Atividade 2

A atividade 3 consta de dois itens sendo que no primeiro os estudantes devem completar uma tabela em que são dados valores dos raios e com a fórmula da atividade anterior devem achar A_T para cada r fornecido. No item b) pede-se que os grupos respondam para qual valor de r se obtém área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.

- Todos os 14 grupos responderam corretamente o item a), ou seja, para os valores de r iguais a 6 cm, 8 cm, 10 cm, 12 cm, 14 cm e 16 cm obtiveram respectivamente as áreas 2559,41 cm², 2151,92 cm², 2028 cm², 2070,98 cm², 2230,88 cm² e 2482,68 cm².

-13 grupos responderam corretamente o item b) (r = 10 cm e A_T = 2028 cm²) e um grupo respondeu parcialmente pois não especificou o raio.



Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3{,}14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

r(cm)	A_T (cm²)
6	2559,41
8	2151,92
10	2028
12	2070,98
14	2 230,88
16	2482,68

Tabela I

b) Responda para que valores de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.

Resposta: r=10 cm $A_T = 2.028$ cm²

Rascunho

2.3,14.6² + 14 000 ÷ 6

AT = 2559,41

2.3,14.8² + 14 000 ÷ 8

AT = 2151,92

2.3,14.10² + 14 000 ÷ 10

AT = 2028

2.3,14.12² + 14 000 ÷ 12

AT = 2070,98

2.3,14.14² + 14 000 ÷ 14

AT = 2 230,88

2.3,14.16² + 14 000 ÷ 16

AT = 2482,68

Figura 38: Resposta correta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 2

A atividade 4 solicitava que, os grupos utilizando a tabela da atividade anterior e A_T/100 cm² construíssem com precisão o gráfico de A_T em função de r.

- 9 grupos chegaram na solução esperada. O gráfico destes grupos apresentava a área entre os raios de 10cm e 11cm.

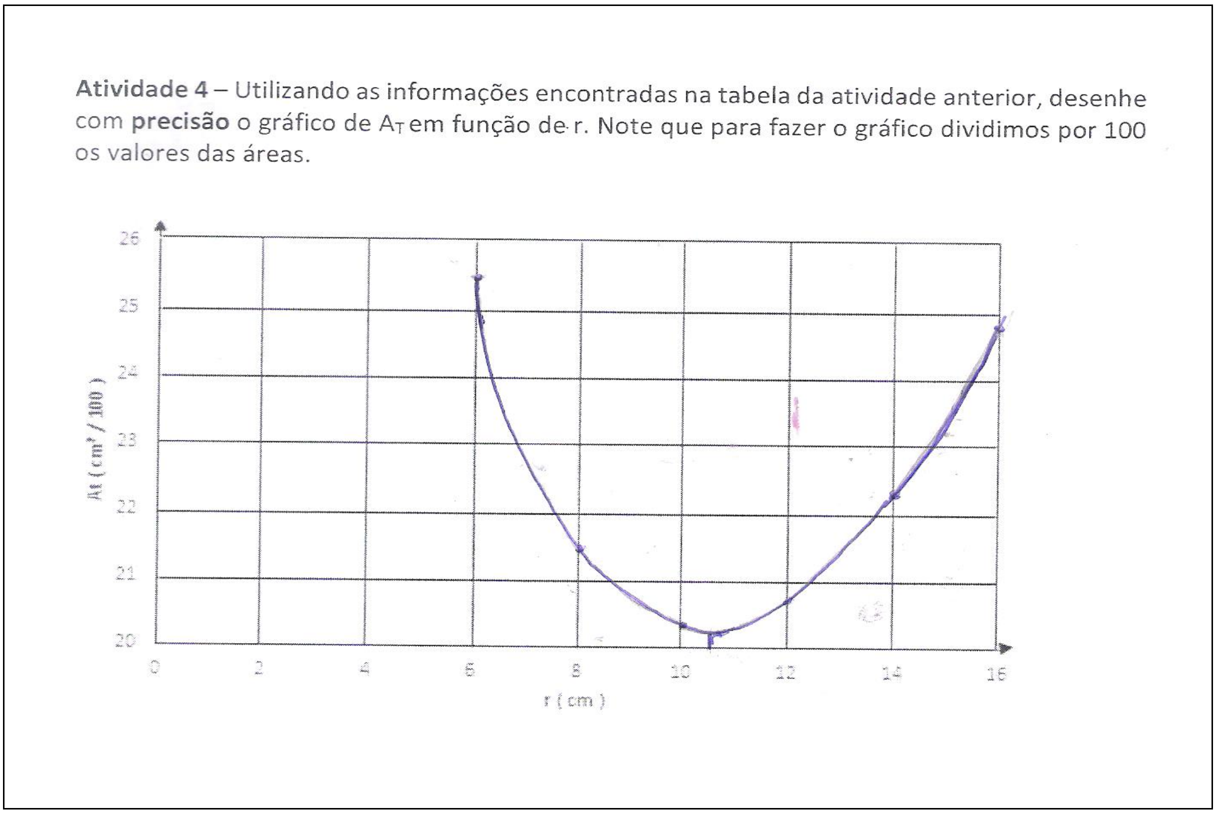


Figura 39: Resposta de um grupo para o item 4 da Folha de Atividade 2

- 5 grupos não construíram o gráfico como esperado pela professora, pois apresentava A_T mínimo ocorrendo quando r =10 cm. Apesar desta solução não ser a esperada foi contada em nossas estatísticas como correta. Vemos na figura 40 um exemplo desse tipo de resposta. Poderia também ocorrer que o grupo volte a esta questão depois de responder a atividade seguinte, corrigindo o gráfico. No momento da aplicação não percebi que isto tenha acontecido.

Figura 40: Outra resposta de um grupo para o item 4 da Folha de Atividade 2

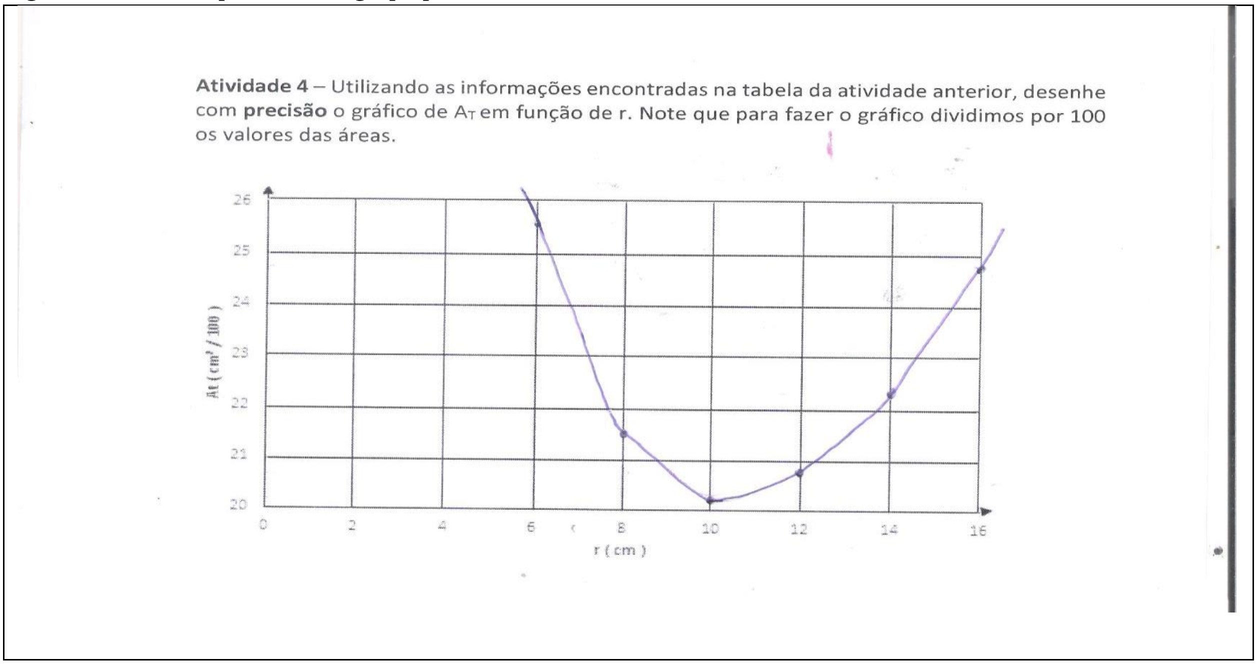


Figura 40: Outra resposta de um grupo para o item 4 da Folha de Atividade 2

A atividade 5 solicitava que os alunos observassem o gráfico que construíram na atividade anterior e em seguida deveriam responder para qual valor de r a área se tornava mínima. Todos os grupos tiveram este item considerado como certo. Mas apenas 9 grupos chegaram na resposta que esperávamos, ou seja, que r ficava entre 10cm e 11cm. Dois grupos obtiveram área mínima quando r = 10cm e os outros 3 grupos chegaram em r entre 10cm e 12cm.

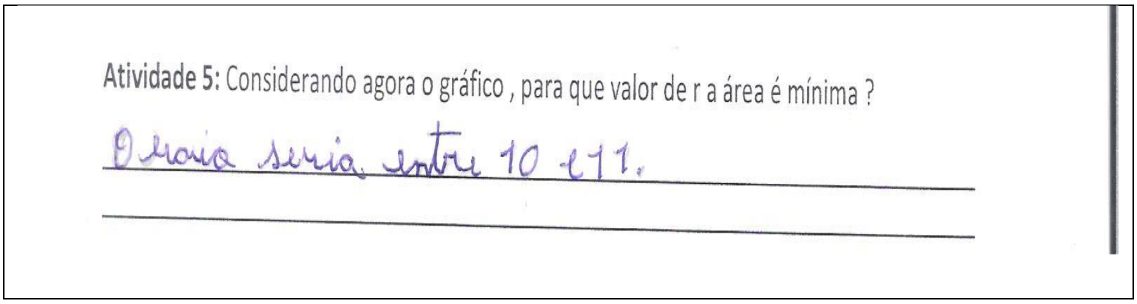


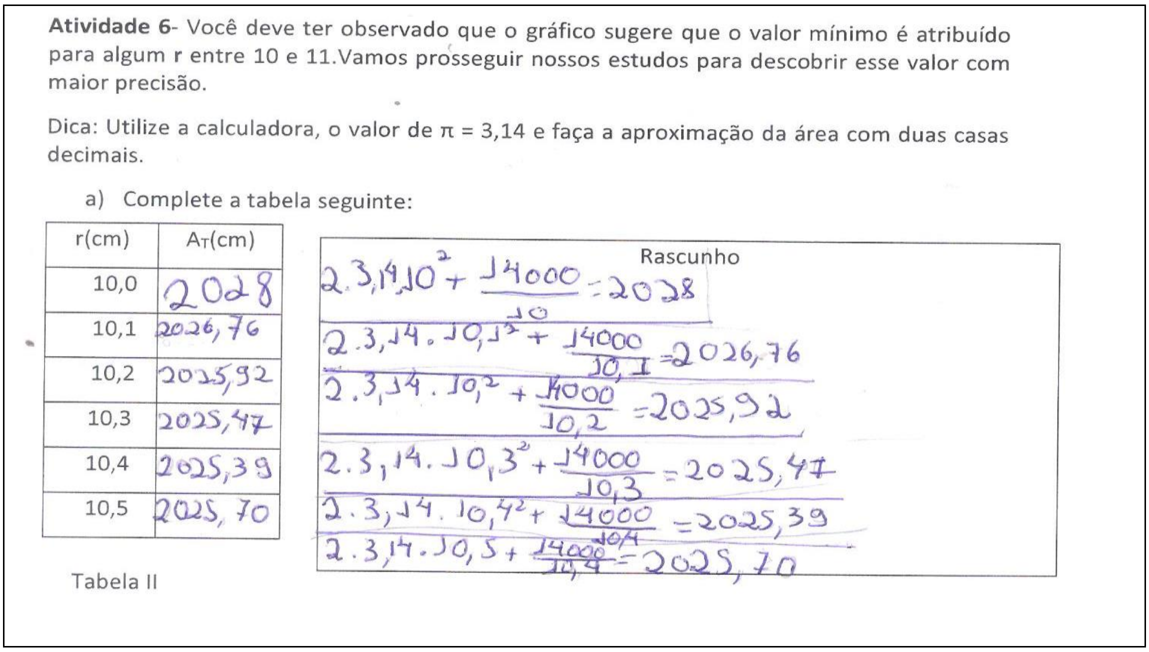
Figura 41: Resposta correta de um grupo para o item 5 da Folha de Atividade 2

A atividade 6 é dividida em três itens. No primeiro item os alunos devem preencher uma tabela em que são dados valores para r de 10,0 à 10,5 e com a fórmula da atividade 2, devem achar A_T para cada r fornecido. No segundo item, com a análise da tabela preenchida anteriormente, devem localizar um valor mais preciso de r, para o qual, a área é mínima. Para finalizar esta atividade, o terceiro item, pede para os alunos concluírem qual dever ser o raio para obter a área mínima da chapa de alumínio e qual seria essa área.

Nesta atividade obtemos os seguintes resultados:

Item a):

- Todos os 14 grupos obtiveram sucesso neste item, ou seja, todos chegaram à solução em que tomando os raios iguais a 10,0 cm, 10,1 cm, 10,2 cm, 10,3 cm, 10,4 cm e 10,5 cm eles obtiveram respectivamente as áreas 2028 cm², 2026,76 cm², 2025,92 cm², 2025,47 cm², 2025,39 cm² e 2025,70 cm².


Atividade 6- Você deve ter observado que o gráfico sugere que o valor mínimo é atribuído para algum **r** entre 10 e 11.Vamos prosseguir nossos estudos para descobrir esse valor com maior precisão.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

a) Complete a tabela seguinte:

r(cm)	A_T(cm)
10,0	2028
10,1	2026,76
10,2	2025,92
10,3	2025,47
10,4	2025,39
10,5	2025,70

Tabela II

Rascunho

$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 + \frac{14000}{10} = 2028$

$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}1^2 + \frac{14000}{10{,}1} = 2026{,}76$

$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}2^2 + \frac{14000}{10{,}2} = 2025{,}92$

$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}3^2 + \frac{14000}{10{,}3} = 2025{,}47$

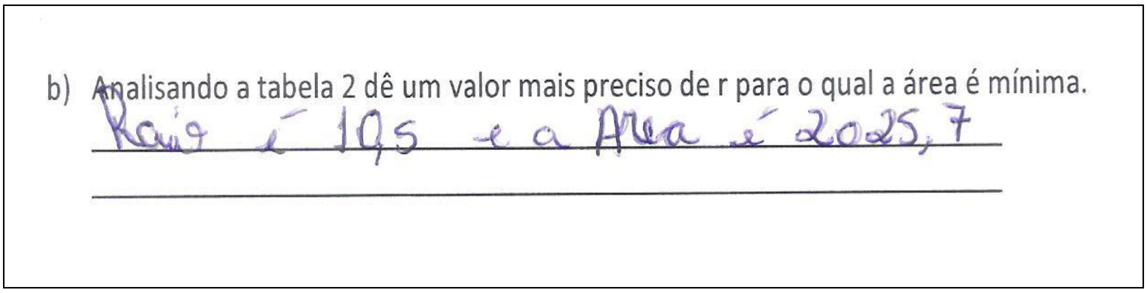
$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}4^2 + \frac{14000}{10{,}4} = 2025{,}39$

$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}5 + \frac{14000}{10{,}4} = 2025{,}70$

Figura 42: Resposta correta de um grupo para o item a da atividade 6 da Folha de Atividade 2

Item b):

- 12 grupos acertaram. (r = 10,4 cm);
- 2 grupos erraram ao fazer a análise da tabela do item a.



b) Analisando a tabela 2 dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.

Raio é 10,5 e a Área é 2025,7

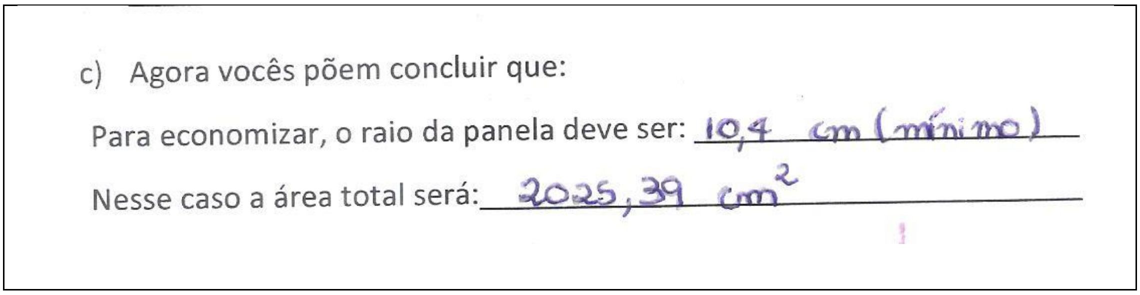
Figura 43: Resposta errada de um grupo para o item b da atividade 6 da Folha de Atividade 2

Item c):

-12 grupos chegaram às respostas corretas 10,4 cm e 2025,39 cm²;

- 1 grupo encontrou a resposta errada sendo r =10,5 cm e A_T = 2025,7 cm², pois fez análise errada da tabela do item a;

- 1 grupo não resolveu este item devido ao término da aula.



c) Agora vocês põem concluir que:

Para economizar, o raio da panela deve ser: 10,4 cm (mínimo)

Nesse caso a área total será: 2025,39 cm²

Figura 44: Resposta correta de um grupo para o item c da atividade 6 da Folha de Atividade 2

O item 7 solicita que seja emitida uma opinião sobre a atividade. Esse item foi dividido em três perguntas com seguintes conclusões:

a) Seu grupo gostou da atividade?

- 13 grupos responderam afirmativamente;
- 1 grupo não opinou, devido ao término da aula.

b) Como seu grupo avalia a atividade?

- 3 grupos disseram que tinha sido ótima;

- 10 grupos avaliaram como boa;

- Nenhum grupo respondeu ruim;

-1 grupo não respondeu devido ao término da aula.

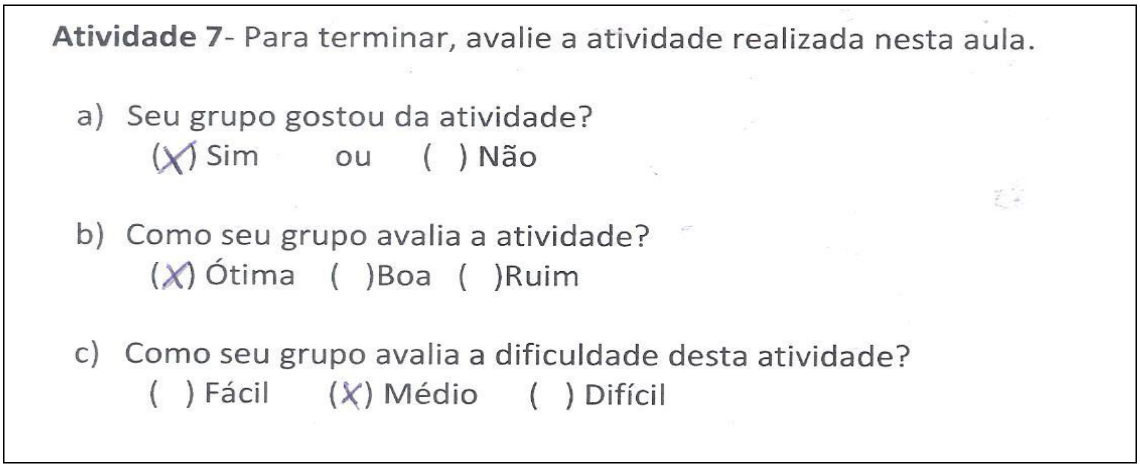
c) Como o seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?

- 1 grupo respondeu que tinha sido fácil;

- 10 grupos avaliaram por mediano;

- 2 grupos disseram estar difícil;

- 1 grupo não respondeu devido, ao término da aula.



Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
(X) Sim ou ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
(X) Ótima ( )Boa ( )Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade?
( ) Fácil (X) Médio ( ) Difícil

Figura 45: Resposta de um grupo para o item 7 da Folha de Atividade 2

Após a aplicação da Folha de Atividade 2 observamos que em média 83% dos grupos atingiram o objetivo proposto em cada um dos itens 1,2,3,4 e 5. Através da análise do item 6 pudemos concluir que a grande maioria dos estudantes gostaram das atividades.

3.6 Análise geral dos resultados

Os resultados da Folha de Atividade 1 estão representados na tabela I.

Folha de Atividade 1	Objetivo atingido	Objetivo parcialmente atingido	Objetivo não atingido
Atividade 1	14	-	-
Atividade 2	11	-	3
Atividade 3	10	1	3
Atividade 4	11	-	3
Atividade 5	11	1	2
Desafio	7	-	7

Tabela I: Contagem de erros e acertos da Folha de Atividade Folha de Atividade 1

Os resultados da Folha de Atividade 2 estão representados na tabela II

Folha de Atividade 1	Objetivo atingido	Objetivo parcialmente atingido	Objetivo não atingido
Atividade 1	12	2	-
Atividade 2	12	2	-

Atividade 3	14	-	-
Atividade 4	14	-	-
Atividade 5	14	-	-
Atividade 6- a	14	-	-
Atividade 6- b	12	-	2
Atividade 6- c	12	-	2

Tabela II: Contagem de erros e acertos da Folha de Atividade 2

Estes foram os resultados obtidos na aplicação das Folhas de Atividades 1 e 2. Após a análise dos resultados observamos dois pontos positivos. O primeiro ocorreu durante a aplicação das Folhas de Atividades onde percebemos que houve uma boa integração entre os estudantes. O segundo ocorre no momento em que os grupos foram chamados para fazer a correção das Folhas de Atividades na lousa e discutiram as soluções apresentadas, sempre mediados pela professora. Com isto entendemos que ocorreu a aprendizagem de forma autônoma, objetivo deste trabalho.

É interessante ressaltar, que foi atribuída uma nota de zero a dez para cada Folha de Atividade, que iriam compor a nota do quarto bimestre e isto contribuiu para que houvesse maior empenho dos alunos.

Figura 46: imagem dos alunos fazendo a correção das Folhas de Atividades

No próximo capítulo faremos nossas considerações finais e explicaremos as modificações que fizemos nas Folhas de Atividades tendo em vista do que foi observado na aplicação.

CAPÍTULO 4

4 CONCLUSÃO

4.1 Introdução

Este capítulo corresponde à "*Análise a posteriori*", quarta fase da Engenharia Didática. Comparamos as hipóteses descritas no Capítulo 2 com os resultados apresentados no Capítulo 3. Em seguida descrevemos algumas modificações das Folhas de Atividades que se fizeram necessárias após essa análise. No final deste capítulo fazemos as considerações finais para o encerramento deste trabalho.

4.2 Confronto da análise *a priori* com análise *a posteriori*

Iniciamos fazendo alguns comentários sobre as atividades 1 e 2 da primeira Folha de atividade.

Vimos que na atividade 1 os estudantes tiveram dificuldades para elaborar as expressões algébricas relativas às áreas do cilindro. Houve a necessidade da intervenção da professora. Atribuímos isso a inexperiência dos estudantes e pensamos que não há a necessidade de modificar o texto da atividade.

Para a resolução da atividade 2 a professora pediu que os alunos trouxessem uma panela de 4,5 litros. Após a aplicação e feita uma análise quanto a este item, concluímos que seria melhor se os alunos trouxessem panelas de capacidades diferentes.Com isto abriríamos um espaço para que eles fizessem comparações e análises dos seus resultados. Esta foi uma atividade em que os alunos deveriam medir o raio e a altura das suas panelas. Ficamos surpresos ao observar que alguns grupos encontraram muita dificuldade em utilizar o material disponibilizado para a realização destas medições (trenas, réguas e fita métricas). Ocorreu que 3 dos 14 grupos cometeram o erro de utilizar as medidas em polegadas ao invés de centímetros. Este erro acarretou outros erros nos itens subsequentes. Aconteceu também que alguns grupos tomaram as medidas externas e se esqueceram de descontar a espessura da parede da panela para obter o volume interno. A professora resolveu não fazer intervenção.

Nesse ponto observo que nem os estudantes e nem a professora têm experiência com atividades que exigem medições de objetos. No planejamento é necessário levar isso em conta. Por exemplo, para encontrar o diâmetro da parte circular da panela, à falta de um instrumento mais adequado, foi usada a fita métrica, régua e trena. Uma forma de proceder seria instruir os estudantes sobre a propriedade de que o diâmetro de uma circunferência é a maior de suas cordas. Para medir o diâmetro interno da panela fica um pouco incômodo e isso certamente acarreta algum erro de medida. Vejo também que na escola, nas aulas do Ensino Fundamental, os professores devem apresentar mais atividades de medição de objetos para que os estudantes se acostumem com os vários instrumentos de medida.

Ainda na atividade 2 e nas atividades 3 e 4 esperávamos que os alunos encontrassem dificuldades quanto às transformações de unidades de medida de comprimento, área e volume. Mais uma vez ficamos surpresos com a análise feita no capítulo 3, onde observamos que os grupos realizaram sem dificuldades tais transformações.

Com relação as atividades 2,3,4 achamos melhor trocar metro por decímetro. A unidade metro é muito grande para a situação apresentada. Por outro lado usar o decímetro é mais conveniente para a transformação para litros.

No planejamento imaginamos que os alunos não iriam encontrar dificuldades em resolver a atividade 5 e através dela encontrariam possíveis erros nas atividades anteriores. Isto realmente aconteceu, mas para alguns grupos não houve tempo hábil para arrumá-las.

A atividade 6 era um desafio que imaginamos que os grupos teriam muita dificuldade em resolvê-lo. Durante a aplicação deste item no 2°ano A 4 grupos rapidamente perceberam o que deveriam fazer. Ao comentar com a professora sua resolução os outros grupos ouviram e possivelmente copiaram esta resposta. De forma semelhante esta situação ocorreu no 2°ano B, mas foram 3 grupos que realmente souberam resolver. Apesar deste ocorrido ficamos surpresos em relação aos grupos que rapidamente conseguiram chegar na sua solução.

Quanto ao desafio que está no final da Folha de Atividade1, fiquei surpresa pelo fato de alguns grupos conseguirem resolvê-lo. Isso me leva a considerar que talvez eu esteja subestimando os estudantes. Com certeza esse desafio me fez ter outra visão quanto ao nível de dificuldade das questões que podemos aplicar em sala de aula.

Em relação à Folha de Atividade 2 imaginamos que os alunos encontrariam dificuldades para fazer simplificações nas expressões algébricas da atividade 2 e na manipulação da calculadora para resolução da atividade 3, mas conforme já observamos, isso não ocorreu. Já na atividade 4 esperávamos que os alunos não encontrassem dificuldades. No entanto alguns grupos não foram precisos na construção do gráfico, o que promoveu o erro desta e da próxima atividade. Quanto à atividade 6 a grande maioria dos grupos obtiveram sucesso na sua resolução.

Quanto a avaliação das atividades feitas pelos estudantes constatamos que eles gostaram de realizá-las e a maioria dos grupos acharam que as questões eram de nível médio.

Com essa análise podemos constatar que houve algumas falhas e podemos fazer melhorias na diagramação e nos enunciados. Assim nos propomos a fazer tais alterações para apresentá-las na próxima unidade deste capítulo. As folhas com as alterações estão apresentadas em sua totalidade no Anexo C.

4.3 Descrição das modificações

As primeiras modificações feitas na Folha de Ativividade1 foram quanto à sua diagramação. Acrescentamos o nome do sitio de onde foi copiada a figura que se encontra no problema da Folha de Atividade 1.

Figura 47: Desenho do texto que antecede os itens da Folha de Atividade 1- original

Figura 48: Desenho do texto que antecede os itens da Folha de Atividade1- Modificada

Na atividade 2 diminuímos o espaço para rascunho. Nas atividades 2, 3 e 4 aumentamos os espaços das respostas e acrescentamos, respectivamente, as unidades de medidas dm, dm^2 e dm^3 na redação destes itens. Tomamos a decisão de acrescentá-las por serem importantes unidades do sistema métrico decimal e por também auxiliar os alunos no item 5, onde devem passar o volume do sistema métrico decimal para litros. Nos itens 2, 3, 4 optamos por tirar a unidade de medida m. A unidade metro é muito grande para a situação apresentada. Por outro lado usar o decímetro é mais conveniente para a transformação para litros.

Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e paquímetro determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h=_____cm =_____m

Raio da base da panela de pressão: r =______cm =_____m

Figura 49: Atividade 2 da Folha de Atividade 1- Original

Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e barbante determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h =__________cm =__________dm.

Raio da base da panela de pressão: r =_________cm =________dm.

Figura 50: Atividade 2 da Folha de Atividade 1- Modificada

Atividade 3- Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm² e em m² da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de_____cm²=_____m².

Figura 51: Atividade 3 da Folha de Atividade 1- Original

Atividade 3- Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm² e dm² da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de__________cm²=__________dm².

Figura 52: Atividade 3 da Folha de Atividade 1- Modificada

Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm³ e m³.

Volume da panela de pressão: V = ____cm³=____m³.

Figura 53: Atividade 4 da Folha de Atividade 1- Original

Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm^3 e dm^3.

Volume da panela de pressão: V = ________cm^3=________ dm^3.

Figura 54: Atividade 4 da Folha de Atividade 1- Modificada

Na atividade 5 aumentamos o espaço para a resposta e justificativa.

Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

Resposta e justificativa: ____

____

____

Figura 55: Atividade 5 da Folha de Atividade 1- Original

Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

Resposta e justificativa:

____

____

____

____

Figura 56: Atividade 5 da Folha de Atividade 1- Modificada

Em relação ao desafio aumentamos o espaço para a resposta, diminuímos o espaço do rascunho e alteramos a redação. Em relação a redação deste item tínhamos um trecho que dizia “Observem que o planetário tem o formato de um cilindro seccionado.” e foi substituído por “Observem que o planetário tem o formato de um cilindro circular reto seccionado.” Ainda em relação ao desafio, acrescentamos o sitio do qual copiamos a Figura I.

Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.

Observem que o planetário tem o formato de um cilindro seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

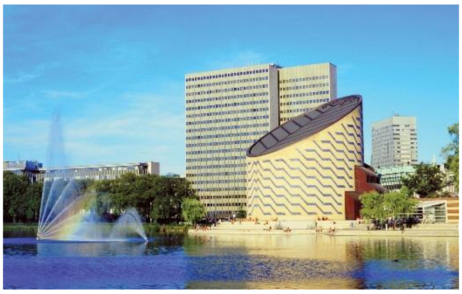


Figura I: Planetário Thyco Brahe

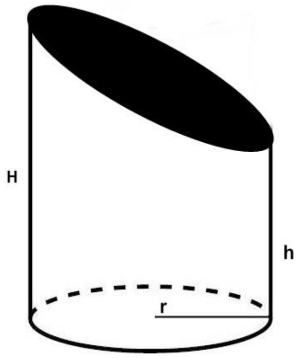


Figura II: Cilindro seccionado

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: ___________________

Como vocês obtiveram esta expressão?

____

____

____

Figura 57: Desafio da Folha de Atividade 1- Original

Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.

Observem que o planetário tem o formato de um cilindro circular reto seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

Figura I: Planetário Thyco Brahe

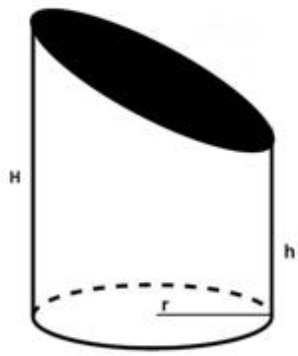


Figura II: Cilindro seccionado

Foto disponível em http://escola.britannica.com.br/assembly/173460/O-moderno-edificio-do-Planetario-Tycho-Brahe-em-Copenhague-capital

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: ________________

Como vocês obtiveram esta expressão?

____
____
____
____
____
____

Figura 58: Desafio da Folha de Atividade 1- Modificada

Na atividade 6 houve uma alteração na redação do primeiro item onde retiramos a palavra ou.

Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.
Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ou ( ) Não
Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim
Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil
Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?
____
____
____

Figura 59: Atividade 6 da Folha de Atividade 1- Original

Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.
a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não
b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim
c) Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil
Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?
____
____
____

Figura 60: Atividade 6 da Folha de Atividade 1- Modificada

Em relação à Folha de Atividade 2, começamos fazendo uma modificação no item3. Neste item acrescentamos na tabela os raios 5, 7, 11, 13 e 15 cm. Com receio de que os alunos não conseguiriam resolver os itens propostos no tempo planejado, optamos, na primeira aplicação, por eliminar os números ímpares da tabela. Mas após a aplicação desta Folha de Atividade verificamos que o tempo foi suficiente e daria tempo para resolvê-lo.

Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3{,}14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

r(cm)	A_T (cm²)
6	
8	
10	
12	
14	
16	

Tabela I

b) Responda para que valores de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.
Resposta:____
____
____

Figura 61: Atividade 3 da Folha de Atividade 2- Original

Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3,14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

r(cm)	A_T (cm²)
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Tabela I

b) Responda para que valor de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.
Resposta:____
____
____

Figura 62: Atividade 3 da Folha de Atividade 2- Modificada

Em relação à atividade 4 alteramos o enunciado. Esta alteração ocorreu pois observamos que alguns grupos ao desenhar não fizeram o gráfico como uma linha contínua e suave e com isto os seus desenhos mostravam que a área mínima acontecia quando r = 10cm.

Esta não era a solução esperada para este item. E ainda neste foi necessário incluir os números ímpares no eixo r (cm) do plano cartesiano devido a alteração da tabela do item 3.

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe com **precisão** o gráfico de A_T em função de r. Note que para fazer o gráfico dividimos por 100 os valores das áreas.

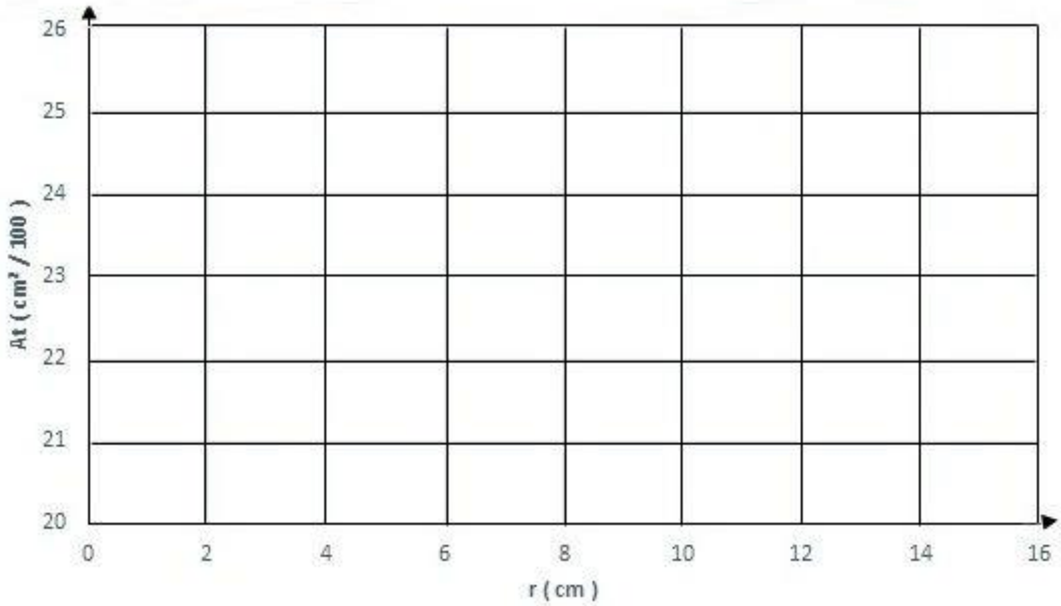


Figura 63: Atividade 4 da Folha de Atividade 2- Original

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe o gráfico usando uma linha contínua e suave para A_T em função de r. Note que para não usar números muito grandes mudamos a escala o eixo das ordenadas dividindo por 100 os valores das áreas.

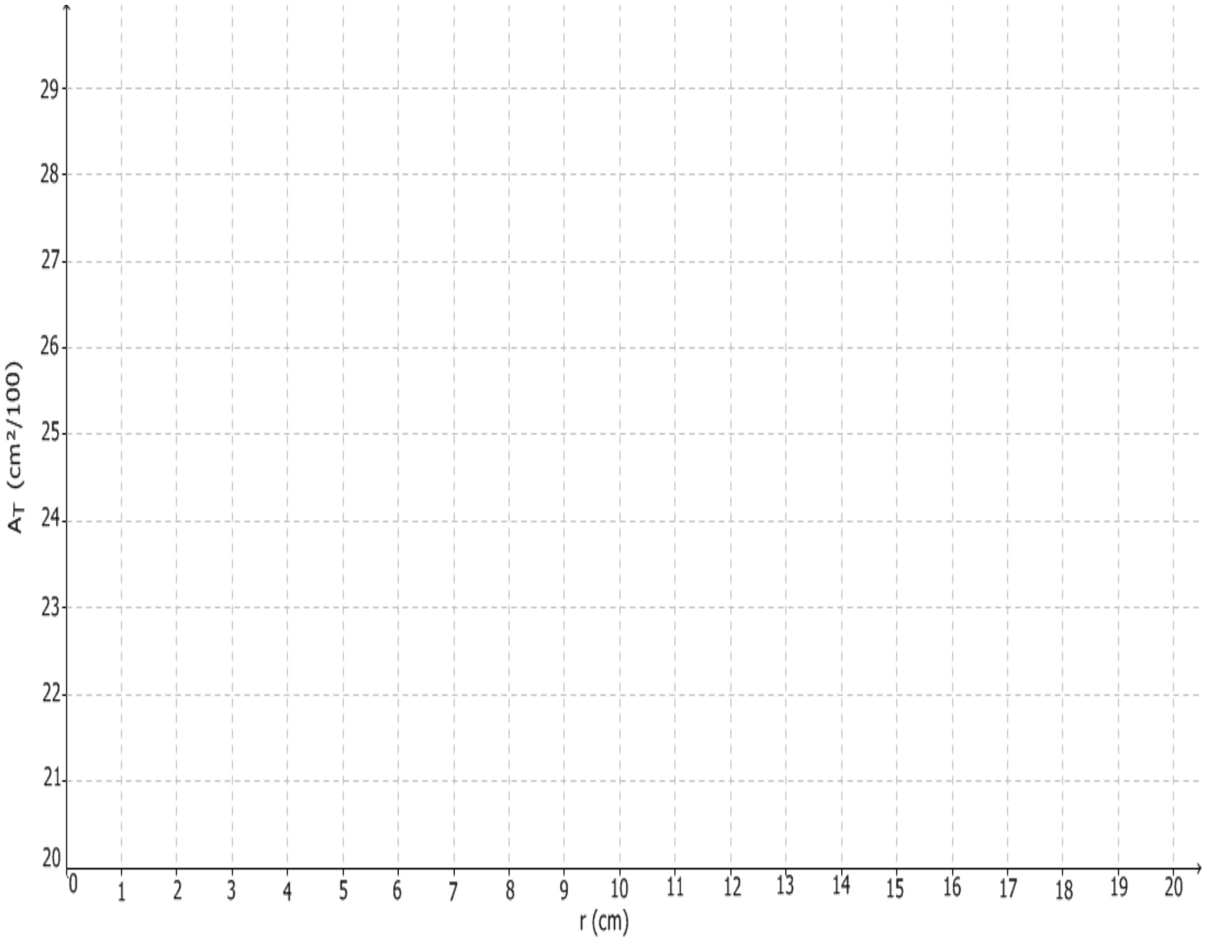


Figura 64: Atividade 4 da Folha de Atividade 2- Modificado

Na atividade 6 fizemos uma modificação na redação do enunciado, da tabela, do item b), do item c) e aumentamos o espaço para rascunho. Observamos que alguns grupos não tinham encontrado área mínima quando r estava entre 10 e 11. Diante disto entendemos que seria conveniente substituirmos as frases “Você deve ter observado que o gráfico sugere que o valor mínimo é atribuído para algum **r** entre 10 e 11.Vamos prosseguir nossos estudos para descobrir esse valor com maior precisão." pelas frases "Você sabe que um gráfico pode não ser muito preciso. Vamos examinar com mais detalhes o que ocorre com A_T quando **r** pertence ao intervalo [10, 11].". Como convidamos os alunos à verificar o que ocorre com A_T quando r pertence ao [10 ,11] incluímos os raios de 10,6 cm à 11cm na tabela deste item.

Atividade 6- Você deve ter observado que o gráfico sugere que o valor mínimo é atribuído para algum **r** entre 10 e 11.Vamos prosseguir nossos estudos para descobrir esse valor com maior precisão.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3{,}14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais

Complete a tabela seguinte:

r(cm)	A_T(cm)
10,0	
10,1	
10,2	
10,3	
10,4	
10,5	

Tabela II

Rascunho

a) Analisando a tabela 2 dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.
____
____

b) Agora vocês põem concluir que:

Para economizar, o raio da panela deve ser: ________________________

Nesse caso a área total será: ____

Figura 65: Atividade 6 da Folha de Atividade 2- Original

Atividade 6- Você sabe que um gráfico pode não ser muito preciso. Vamos examinar com mais detalhes o que ocorre com A_T quando **r** pertence ao intervalo [10 ,11].

Dica: Utilize a calculadora, o valor de $\pi = 3,14$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais

a) Complete a tabela seguinte:

r(cm)	$A_T(cm^2)$
10,0	
10,1	
10,2	
10,3	
10,4	
10,5	
10,6	
10,7	
10,8	
10,9	
11	

Tabela II

Rascunho

b) Analisando a Tabela II dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.
____
____

c) Agora vocês podem concluir que:

Para economizar, o raio da panela deve ser: ______________________

Nesse caso a área total será: __________________________________

Figura 66: Atividade 6 da Folha de Atividade 2- Modificada

Na atividade 7 alteramos a redação do item a).

Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim **ou** ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Figura 67: Atividade 7 da Folha de Atividade 2- Original

Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Figura 68: Atividade 7 da Folha de Atividade 2- Modificada

4.4 Considerações finais

Pudemos observar no desenvolvimento deste trabalho como a Geometria Métrica Espacial veio, durante algumas décadas, sendo deixada de lado. Uma consequência é que ainda em nossos dias percebemos um descaso em relação ao ensino da Geometria nas escolas. Algumas vezes os professores não trabalham este conteúdo ou o fazem no final do ano letivo. Assim não há tempo hábil para seu ensino sem fazer cortes de conteúdos importantes.Com isso quando nos deparamos com estes alunos no Ensino Médio verificamos que apresentam muitas dificuldades e dizem que não se lembram de temas importantes deste conteúdo.

A partir dessas observações começamos uma busca por alternativas para o ensino da Geometria. Propomos o desafio de criar um material que apresentasse uma proposta diferente com atividades interessantes, desafiadoras que pudessem desenvolver no estudante o raciocínio espacial e algébrico. Nesta dissertação propomos uma sequência didática que mescla o uso do material didático oficial do estado de São Paulo com a aplicação de Folhas de Atividades. As Folhas de Atividades que construímos ao longo desta pesquisa são compostas por 8 páginas e exigiram cerca de 4 aulas de 50 minutos para serem aplicadas. Além disso, a proposta supõe pouca intervenção do professor com o propósito de proporcionar o desenvolvimento da autonomia dos estudantes na elaboração das soluções e, consequentemente, em seu processo de aprendizagem.

No início da sequência didática foi necessário trabalhar alguns pré-requisitos os quais se mostraram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Os alunos conheceram os conceitos de unidades de medidas, regra de três simples, arredondamento, áreas de superfície e volume de cilindros circulares retos para em seguida responder os itens propostos nas Folhas de Atividades.

No momento da aplicação das Folhas de Atividades, percebemos algumas falhas na diagramação e no enunciado e por este motivo foram feitas as modificações apresentadas no item 4.3 deste trabalho.

Após a aplicação das Folhas de Atividades confrontamos as nossas expectativas com os resultados obtidos. Nos surpreendemos com a dificuldade dos alunos em realizar medições e construir gráficos, mas em contrapartida a maioria dos grupos obtiveram sucesso ao fazer as transformações de unidades de medidas, simplificações de expressões algébricas e o desafio.

Através da observação das Tabelas I e II da unidade "Análise geral dos resultados", das respostas do item 6 da Folha de Atividade 1 e 7 da Folha de Atividade 2 notamos que os alunos na sua maioria conseguiram resolver e gostaram das atividades proposta. Considerando estas observações e a correção das Folhas de Atividades, realizada pelos alunos com mediação da professora, entendemos que ocorreu uma aprendizagem de forma autônoma e assim atingimos nossos objetivos.

Executamos este trabalho em Outubro de 2015. Neste ano de 2016, também no mês de Outubro pretendemos reaplicá-lo, agora com as modificações incluídas. Inclusive, as minhas turmas do segundo ano, que no ano passado cursavam o primeiro ano, estão me cobrando isso.

A confecção de um produto didático na forma de Folha de Atividades foi um desafio. Essa nova forma de apresentar as atividades aos alunos, que requer o mínimo de intervenção do professor e muda a dinâmica das aulas, nunca foi prática comum da autora dessas notas. Além disto esta dissertação me proporcionou um contato com muitos materiais como: textos, artigos, dissertações, teses, etc. A contribuição para o conhecimento próprio da pesquisadora foi inestimável.

Esperamos que este trabalho possa contribuir para o ensino de áreas de superfície e volume de cilindros circulares retos. As Folhas de Atividades aqui presentes podem ser aplicadas por outros professores fazendo as adaptações necessárias.

5 Referências e Bibliografias

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: CARNEIRO, Vera Clotilde GARCIA. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. Zetetike, Campinas UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118.

BARROSO, Juliane Matsubara et al. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, v. 2, p. 202-208, 2010.

BERNARDINI, Geferson. **Uma Atividade Didática Envolvendo Área e Volume de Cilindro e de Prismas.** 2014. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

BRASIL**. Guia de livros didáticos: PNLD 2015: matemática: ensino médio. –** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014. Disponível em: <file:///C:/Users/User/Downloads/pnld_2015_matematica%20(2).pdf>. Acesso em:10 de Jan. 2016

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais de Matemática. Brasília, 1997. 88 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 5 de Jan. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília, 2006. v. 2, 135 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 4 de Jan. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais:** ensino médio, ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2000, p. 144. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 5 jan. 2016.

CARVALHO, Luis Carlos de. **Análise da organização didática da geometria espacial métrica dos livros didáticos.** 2008. 164 f. Tese (mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

CILINDRO-GEOMETRIA ESPACIAL. 1998. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial16.php>. Acesso em: 26 jan. 2016.

CRESCENTI, Eliane Portalone. **Os professores de matemática e a geometria: opiniões sobre a área e seu ensino**. 2005. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Metodologia de Ensino) – Universidade Federal de São Carlos–UFSCar, São Carlos.

COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, 2, Florianópolis: UFSC, 1981. p. 89-93.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática : Contexto & Aplicações.** São Paulo: Ática, 2014.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: Ciência e Aplicações.** São Paulo: Saraiva, 2013.

JULIANI, Kleber Sebastião. **Geometria Espacial**: uma visão do espaço para a vida. 2008. p.134. Proposta de produção didática pedagógica apresentada ao Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria de Estado da Educação do Paraná – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

LIMA, Elon Lages (Org). **Volumes e Áreas**. In: A matemática do ensino médio. 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. p.251-266.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** In: A Educação Matemática em Revista, SBEM, n.4, p. 3-13. set/1995.

LUIS, Larissa Couto. **A utilização de sólidos geométricos com alunos do ensino fundamental.** 2010. 108 f. Tese (Graduação) - Curso de Graduação de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Guaratinguetá, 2010.

MARTINS, Leocadia Figueredo. **Motivando o Ensino de Geometria.** 2008. 60 f. Tese (Doutorado) - Curso de Curso de Pós Graduação Especialização em Educação Matemática, Universidade do Extremo Sul Catarinense-unesc, Criciúma, 2008

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. PCN+ Ensino Médio-Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf> Acesso em 6 Jan. 2016.

MOISE, Edwin E.; DOWNS, Floyd L. Geometria Moderna, parte I. **São Paulo: Universidade de Brasília**, 1971.

NACARATO, Adair M. **A Geometria no ensino fundamental:** fundamentos de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, Fermino F.;DOBRÀNSKY, Enid A.; MONTEIRO, Alexandria (org). Cotidiano Escolar: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: USF, 2002. p. 84-89.

PATERLINI, Roberto Ribeiro. **Orientações de dissertações em mestrados profissionai**s. São Carlos, Departamento de Matemática da UFSCAR, 2010 à 2016. Disponíveis em:www.dm.ufscar.br/profs/ptlini. Acesso em: 20 març 2015.

PATERLINI, Roberto Ribeiro. **Geometria Elementar gênese e desenvolvimento**. São Carlos, Departamento de Matemática da UFSCAR, 2010. Disponíveis em: www.ufscar.br/~ptlini/livros/livro_geo.html. Acesso em: 28 març 2015.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências**. Revista Zetetiké. Campinas: UNICAMP, Ano 1, n. 1, 1993.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

_______. O ensino por meio de problemas. **Revista do Professor de Matemática**, n .7,1985.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Proposta Curricular.** Caderno do Professor. Matemática**.** São Paulo: IMESP. 2008.

SILVA, Marcos Noé Pedro Da. **"Cilindro"**; *Brasil Escola*. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/matematica/cilindro.htm>. Acesso 26 Jan. 2016.

WALDOMIRO, Tatiana de Camargo. **Abordagem histórico-epistemológica do ensino da geometria fazendo uso da geometria dinâmica**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

6 Apêndice A

Folhas de Atividades aplicadas em sala de aula

Folha de atividade nº 1 – EE Padre Longino Vastbinder

Nomes: ____**Série:**________

____ **Série:**________

____ **Série:**________

Folha de Atividade 1: Cilindro: o formato ideal de uma panela de pressão

Olá turma, observem a seguinte situação:

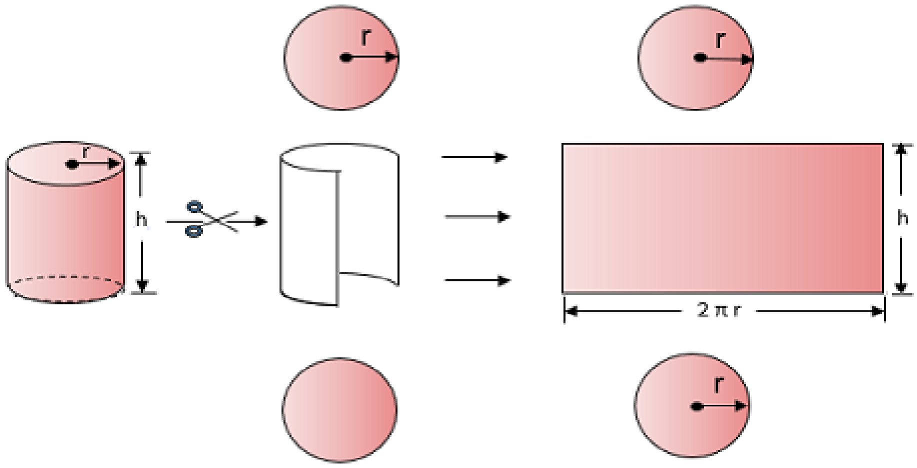
“Luana, uma jovem curiosa e muito esperta, encontrava-se conversando com sua mãe enquanto ela cozinhava feijão em uma panela de pressão. Em certo momento ela parou, observou a panela, e lembrou-se da aula de Matemática, em que sua professora Marta havia explicado que o cilindro é o formato ideal de uma panela de pressão. Imediatamente aquela situação lhe despertou a curiosidade em relação à área da chapa de alumínio utilizada para se fazer aquela panela e se realmente a sua capacidade era de 7 litros, conforme o fabricante informava. ”

Agora vou lhes lançar um desafio.

Imaginem que vocês são a Luana e com uma panela de pressão em mãos devem calcular a área da chapa de alumínio necessária para construí-la e também verificar se a capacidade indicada pelo fabricante é real.

Dica: Numa panela de pressão real a base e a tampa têm bordas arredondadas e, além disso, a tampa tem um sistema de encaixe. Mas aqui consideramos uma aproximação supondo que a panela é um cilindro perfeito
Pessoal vamos lá, mãos à obra!

Atividade 1 : Lembrando que a panela de pressão tem o formato aproximado de um cilindro, observe a planificação abaixo e encontre as expressões que fornecem a área lateral, a área da base e a área total do cilindro.



Área da lateral do cilindro: A_L =

Área da base do cilindro: A_B =

Área da tampa: A_T =

Área total do cilindro: A_{To} =

Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e barbante determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h =_____ cm =_____ m.

Raio da base da panela de pressão: r =_____ cm =_____ m.

Rascunho

Dica: Para as atividades 3 e 4 utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais e do volume com três.

Atividade 3- Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm^2 e em m^2 da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de_________cm^2=________m^2.

Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm^3 e m^3.

Volume da panela de pressão: V = _________cm^3=_________m^3.

Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

Resposta e justificativa:
____
____
____
____
____
____

Rascunho

Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.

Observem que o planetário tem o formato de um cilindro seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

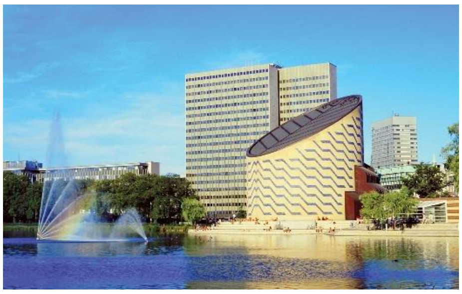


Figura I: Planetário Thyco Brahe

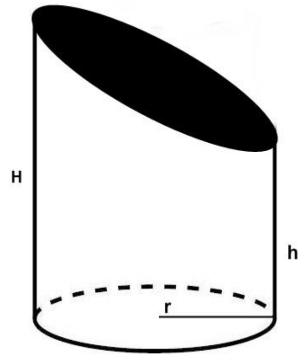


Figura II: Cilindro seccionado

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: ______________________

Como vocês obtiveram esta expressão?

____
____
____
____
____
____

Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

m) Seu grupo gostou da atividade?
   ( ) Sim ( ) Não
n) Como seu grupo avalia a atividade?
   ( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim
o) Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?
   ( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil
p) Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?

____
____

Rascunho

Aula2-100min

Folha de atividade nº 2 – EE Padre Longino Vastbinder

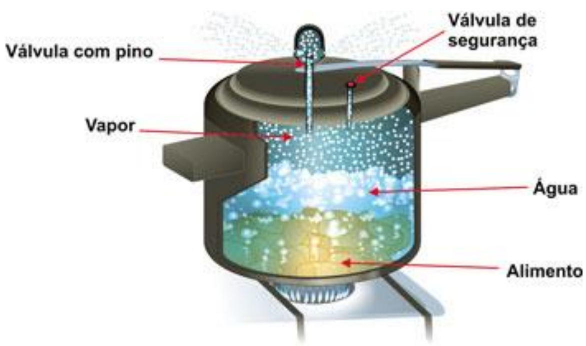
Nomes: ____**Série:**_________
____**Série:**_________
____**Série:**_________

Folha de Atividade 2: Geometria métrica espacial – Área e volume do cilindro

A professora Marta após discutir o texto "cilindro o formato ideal de uma panela de pressão" lança o seguinte desafio à Luana e a seus colegas:

"Imaginem que vocês sejam fabricantes de panelas de pressão de 7 litros e desejam economizar. Para isto é necessário calcular a menor área de chapa de alumínio para se fabricar tal panela.

Agora é com vocês. Respondam às questões abaixo e encontrem esta área."



Ajude Luana e sua turma a resolver este desafio lançado pela professora Marta.

Dica: Considere que as panelas que serão fabricadas têm 7 litros de capacidade e para facilitar o cálculo vamos imaginar novamente que as bases (fundo da panela e tampa) são discos, ou seja, figuras planas, pois, geralmente, o encontro entre a face lateral e as bases são um pouco arredondadas, portanto, descarte esses detalhes.

Atividade 1: De acordo com a folha de atividade 1 o volume da panela de pressão pode ser calculado pela fórmula $V=\pi r^2 h$. Com esta informação encontre a expressão algébrica da altura **h** da panela em função do seu raio, usando $V = 7000\ cm^3$. Conserve a letra π.

RESPOSTA: **h** =

Rascunho

Atividade 2- Assim como no exercício anterior a área da placa de alumínio também foi dada na folha de atividade 1 como sendo $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Utilizando esta informação encontre a expressão algébrica da área da placa de alumínio em função do raio da base dessa panela (elimine o h). Conserve a letra π.

RESPOSTA: $\mathbf{A_T}$ =

Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

r(cm)	A_T (cm²)
6	
8	
10	
12	
14	
16	

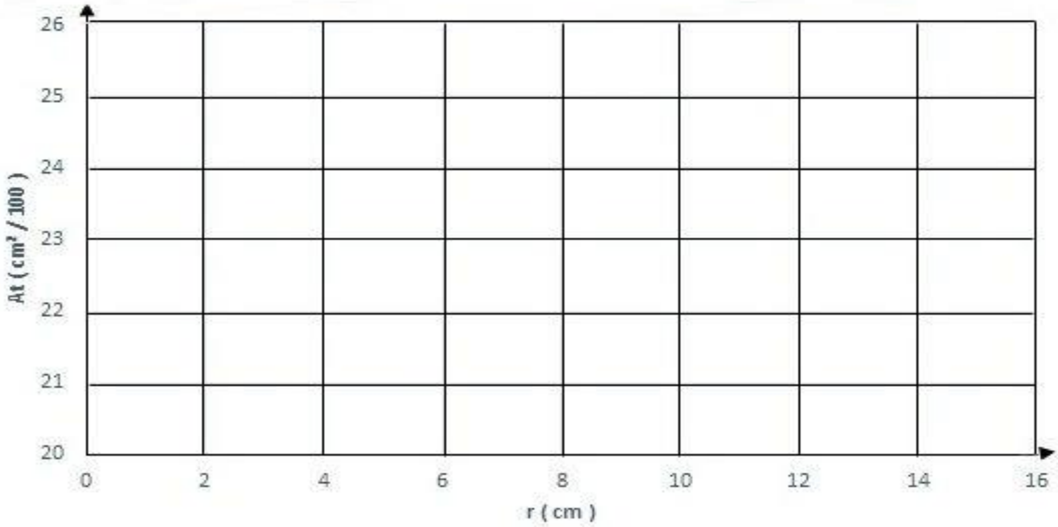
Tabela I

b) Responda para que valores de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.

Resposta:____
____

Rascunho

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe com **precisão** o gráfico de A_T em função de r. Note que para fazer o gráfico dividimos por 100 os valores das áreas.



Atividade 5: Considerando agora o gráfico, para que valor de r a área é mínima?

____

____

Atividade 6- Você deve ter observado que o gráfico sugere que o valor mínimo é atribuído para algum **r** entre 10 e 11.Vamos prosseguir nossos estudos para descobrir esse valor com maior precisão.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

a) Complete a tabela seguinte:

r(cm)	A_T(cm)
10,0	
10,1	
10,2	
10,3	
10,4	
10,5	

Tabela II

Rascunho

b) Analisando a tabela 2 dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.
____
____

c) Agora vocês põem concluir que:

Para economizar, o raio da panela deve ser: _______________________

Nesse caso a área total será:____________________________________

Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

d) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ou ( ) Não

e) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim

f) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

8 **Apêndice B**

Folhas de Atividades modificadas

Aula1-100min

Folha de atividade nº 1 – EE Padre Longino Vastbinder

Nomes: ____ Série:________

____ Série:________

____ Série:________

Folha de Atividade 1: Cilindro: o formato ideal de uma panela de pressão

Olá turma, observem a seguinte situação:

"Luana, uma jovem curiosa e muito esperta, encontrava-se conversando com sua mãe enquanto ela cozinhava feijão em uma panela de pressão. Em certo momento ela parou, observou a panela, e lembrou-se da aula de Matemática, em que sua professora Marta havia explicado que o cilindro é o formato ideal de uma panela de pressão. Imediatamente aquela situação lhe despertou a curiosidade em relação à área da chapa de alumínio utilizada para se fazer aquela panela e se realmente a sua capacidade era de 7 litros, conforme o fabricante informava."

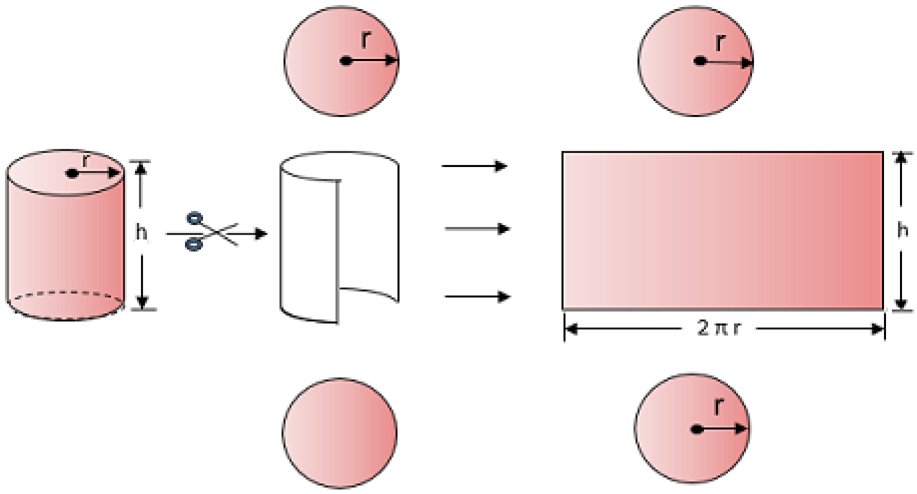
Agora vou lhes lançar um desafio.

Imaginem que vocês são a Luana e com uma panela de pressão em mãos devem calcular a área da chapa de alumínio necessária para construí-la e também verificar se a capacidade indicada pelo fabricante é real.

Dica: Numa panela de pressão real a base e a tampa têm bordas arredondadas e, além disso, a tampa tem um sistema de encaixe. Mas aqui consideramos uma aproximação supondo que a panela é um cilindro perfeito.

Pessoal vamos lá, mãos à obra!

Atividade 1 : Lembrando que a panela de pressão tem o formato aproximado de um cilindro, observe a planificação abaixo e encontre as expressões que fornecem a área lateral, a área da base e a área total do cilindro.



Área da lateral do cilindro: A_L =

Área da base do cilindro: A_B =

Área da tampa: A_T =

Área total do cilindro: A_{To} =

Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e paquímetro determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h =_______cm=_________dm.

Raio da base da panela de pressão: r =_______cm=_________dm.

Rascunho

Dica: Para as atividades 3 e 4 utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área e do volume com duas casas decimais.

Atividade 3- Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm², dm² e em m² da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de_________cm²=________dm².

Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm³, dm³ e m³.

Volume da panela de pressão: V = _________cm³=_________dm³.

Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

Resposta e justificativa:
____
____
____
____
____
____

Rascunho

Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.Observem que o planetário tem o formato de um cilindro circular reto seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

Figura I: Planetário Thyco Brahe

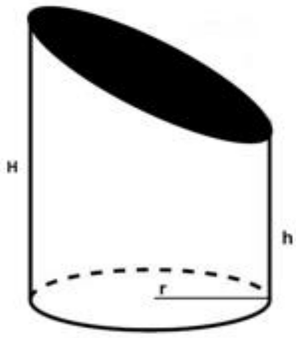


Figura II: Cilindro seccionado

Foto disponível em http://escola.britannica.com.br/assembly/173460/O-moderno-edificio-do-Planetario-Tycho-Brahe-em-Copenhague-capital

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: ____________________

Como vocês obtiveram esta expressão?

____

____

____

____

____

Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
   ( ) Sim ( ) Não
b) Como seu grupo avalia a atividade?
   ( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim
c) Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?
   ( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?

____

____

Rascunho

Folha de atividade nº 2 – EE Padre Longino Vastbinder

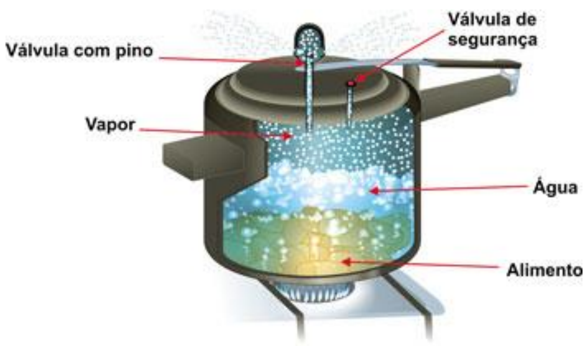
Nomes: ____**Série:**________
____**Série:**________
____**Série:**________

Folha de Atividade 2: Geometria métrica espacial – Área e volume do cilindro

A professora Marta após discutir o texto “cilindro o formato ideal de uma panela de pressão” lança o seguinte desafio à Luana e a seus colegas:

“Imaginem que vocês sejam fabricantes de panelas de pressão de 7 litros e desejam economizar. Para isto é necessário calcular a menor área de chapa de alumínio para se fabricar tal panela.

Agora é com vocês. Respondam às questões abaixo e encontrem esta área.”



Ajude Luana e sua turma a resolver este desafio lançado pela professora Marta.

Dica: Considere que as panelas que serão fabricadas têm 7 litros de capacidade e para facilitar o cálculo vamos imaginar novamente que as bases (fundo da panela e tampa) são discos, ou seja, figuras planas, pois, geralmente, o encontro entre a face lateral e as bases são um pouco arredondadas, portanto, descarte esses detalhes.

Atividade 1: De acordo com a folha de atividade 1 o volume da panela de pressão pode ser calculado pela fórmula $V=\pi r^2 h$. Com esta informação encontre a expressão algébrica da altura **h** da panela em função do seu raio, usando $V = 7000\ cm^3$. Conserve a letra π.

RESPOSTA: **h** =

Rascunho

Atividade 2- Assim como no exercício anterior a área da placa de alumínio também foi dada na folha de atividade 1 como sendo $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Utilizando esta informação encontre a expressão algébrica da área da placa de alumínio em função do raio da base dessa panela (elimine o h). Conserve a letra π.

RESPOSTA: $\mathbf{A_T} =$

Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

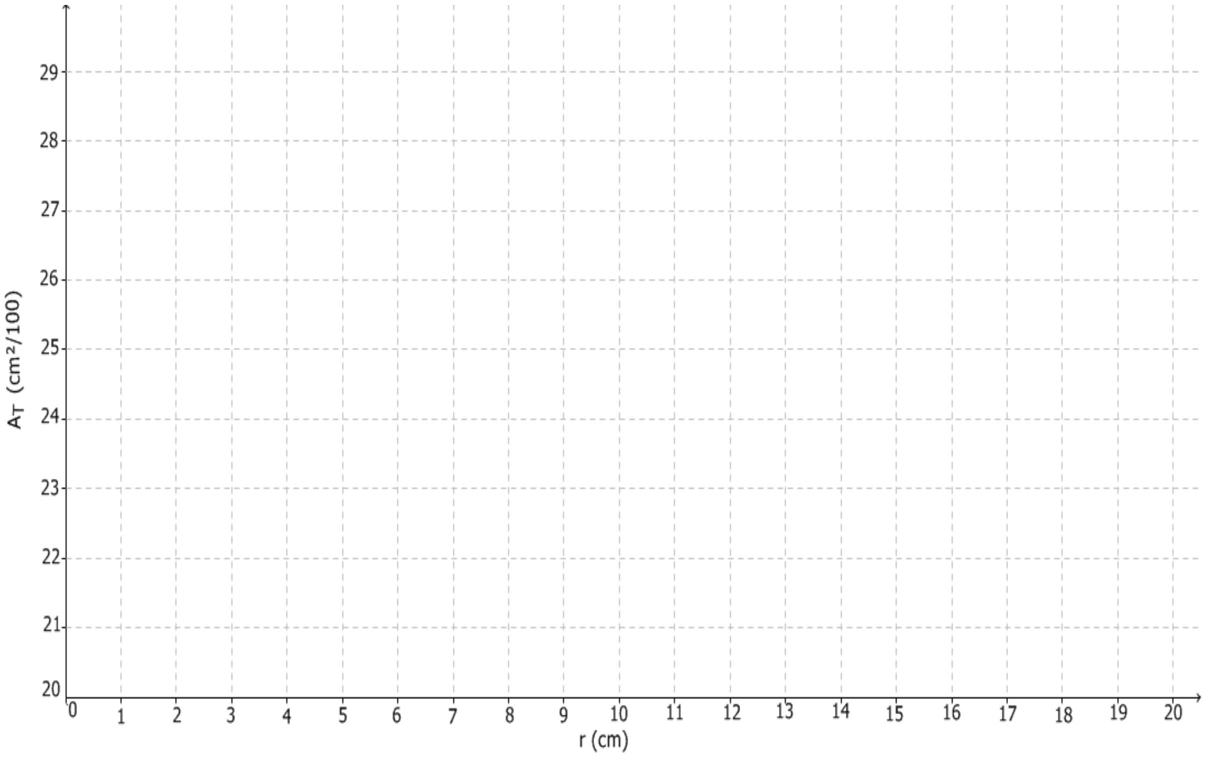
r(cm)	A_T (cm²)
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Tabela I

b) Responda para que valores de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.
Resposta:____
____

Rascunho

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe o gráfico usando uma linha contínua e suave para A_T em função de r. Note que para não usar números muito grandes mudamos a escala o eixo das ordenadas dividindo por 100 os valores das áreas.



Atividade 5: Considerando agora o gráfico, para que valor de r a área é mínima?

____

____

Atividade 6- Você sabe que um gráfico pode não ser muito preciso. Vamos examinar com mais detalhes o que ocorre com A_T quando **r** pertence ao [10 ,11].

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

a) Complete a tabela seguinte:

b) r(cm)	$A_T(cm^2)$
10,0	
10,1	
10,2	
10,3	
10,4	
10,5	
10,6	
10,7	
10,8	
10,9	
11	

Tabela II

Rascunho

c) Analisando a Tabela II dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.
____
____

d) Agora vocês podem concluir que:

Para economizar, o raio da panela deve ser: ________________________

Nesse caso a área total será:_______________________________________

Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

7 Apêndice C

Folhas de Atividades com as respostas esperadas

Aula1-100min

Folha de atividade nº 1 – EE Padre Longino Vastbinder

Nomes: ____**Série:**_________

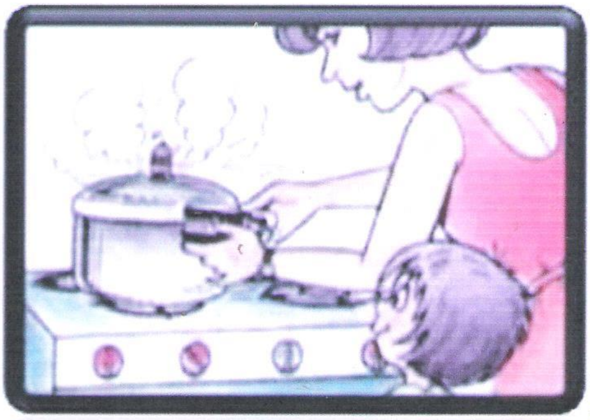
____ **Série:**_________

____ **Série:**_________

Folha de Atividade 1: Cilindro: o formato ideal de uma panela de pressão

Olá turma, observem a seguinte situação:

"Luana, uma jovem curiosa e muito esperta, encontrava-se conversando com sua mãe enquanto ela cozinhava feijão em uma panela de pressão. Em certo momento ela parou, observou a panela, e lembrou-se da aula de Matemática, em que sua professora Marta havia explicado que o cilindro é o formato ideal de uma panela de pressão. Imediatamente aquela situação lhe despertou a curiosidade em relação à área da chapa de alumínio utilizada para se fazer aquela panela e se realmente a sua capacidade era de 7 litros, conforme o fabricante informava."



http://internetparatodos.blogs.sapo.pt/651400.html

Agora vou lhes lançar um desafio.

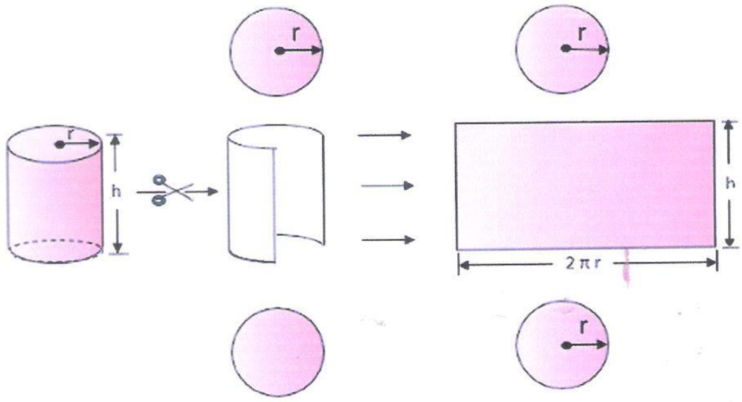
Imaginem que vocês são a Luana e com uma panela de pressão em mãos devem calcular a área da chapa de alumínio necessária para construí-la e também verificar se a capacidade indicada pelo fabricante é real.

Dica: Numa panela de pressão real a base e a tampa têm bordas arredondadas e, além disso, a tampa tem um sistema de encaixe. Mas aqui consideramos uma aproximação supondo que a panela é um cilindro perfeito.

Pessoal vamos lá, mãos à obra!

PPGECE- Professora Andréa Campos Magalhães Data:___/___/_____

Atividade 1 : Lembrando que a panela de pressão tem o formato aproximado de um cilindro, observe a planificação abaixo e encontre as expressões que fornecem a área lateral, a área da base e a área total do cilindro.



Área da lateral do cilindro: $A_L = 2\pi r h$

Área da base do cilindro: $A_B = \pi r^2$

Área da tampa: $A_T = \pi r^2$

Área total do cilindro: $A_{To} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r(h+r)$

Atividade 2- Com a panela que vocês trouxeram e com o auxílio de fita métrica, régua e barbante determine a sua altura e o raio da sua base.

Altura da panela de pressão: h = 13 cm= 1,3 dm.

Raio da base da panela de pressão: r = 10,5 cm= 1,05 dm.

Rascunho
13cm ÷ 10 = 1,3dm 10,5cm ÷ 10 = 1,05dm

Dica: Para as atividades 3 e 4 utilize a calculadora, o valor aproximado de $\pi = 3{,}1415$ e faça a aproximação da área com duas casas decimais e do volume com três.

Atividade 3- Agora com as informações dos itens 1 e 2 calcule a área em cm^2 e dm^2 da superfície da chapa que será utilizada para fabricar uma panela de pressão semelhante à do seu grupo.

A área da superfície da chapa que é utilizada para se fabricar a panela de pressão é de 1550,33 cm^2= 15,50 dm^2.

Atividade 4- Com as medições obtidas na atividade 2 calcule a capacidade da panela de pressão em cm^3 e dm^3.

Volume da panela de pressão: V = 4502,555 cm^3= 4,502 dm^3.

Atividade 5- Compare o valor que vocês encontraram no item 4 com a capacidade informada pelo fabricante e, caso haja alguma diferença, justifique-a com suas palavras.

Dica: lembrem-se que para a comparação dos volumes eles devem ter uma mesma unidade de medida.

Resposta e justificativa:
O volume obtido na atividade 4 foi de 4,502 dm^3 = 4,502 l. Este volume ficou bem próximo da capacidade indicada pelo fabricante (4,5 l). A pequena diferença possivelmente ocorreu devido aos arredondamentos, a aproximação do valor do π e também das medidas do raio e da altura da panela.

Rascunho

Atividade 3
$A_{TO} = 2\pi r(h+r) = 2 \cdot 3{,}1415 \cdot 10{,}5 \cdot (13+10{,}5) = 1550{,}33\ cm^2$
$A_{TO} = 1550{,}33 \div 100 \cong 15{,}50\ dm^2$

Atividade 4
$V = \pi r^2 h = 3{,}1415 \cdot (10{,}5)^2 \cdot 13 = 4502{,}555\ cm^3$
$V = 4502{,}555 \div 1000 \cong 4{,}502\ dm^3$

Desafio:

A imagem que aparece na Figura I é o planetário Thyco Brahe, que se localiza em Copenhague, na Dinamarca, e recebe este nome em homenagem a um importante astrônomo dinamarquês do século XVI.

Observem que o planetário tem o formato de um cilindro circular reto seccionado. O desafio agora é descobrir a expressão algébrica que represente o seu volume. Para isso observem, na Figura II, que a base é um círculo de raio r e sua altura maior é H, e a menor é h.

Figura I: Planetário Thyco Brahe

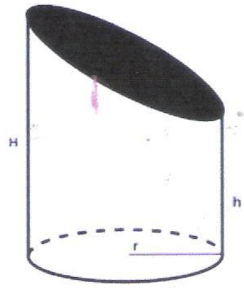


Figura II: Cilindro seccionado

Foto disponível em http://escola.britannica.com.br/assembly/173460/O-moderno-edificio-do-Planetario-Tycho-Brahe-em-Copenhague-capital

A expressão que representa o volume do planetário Thyco Brahe é: $V = \frac{\pi r^2 (H+h)}{2}$

Como vocês obtiveram esta expressão?

Basta completar o cilindro da Figura II com outro idêntico a ele. Assim obtemos um cilindro circular reto de raio r e altura (H+h) cujo o volume será $\pi r^2 . (H+h)$. Como o volume que está sendo procurado é metade do volume do cilindro circular reto de altura (H+h) e raio r temos $V = (\pi r^2 . (H+h))/2$.

Atividade 6- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade geral desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

d) Qual atividade seu grupo achou mais difícil? E a mais fácil?

____

____

Rascunho

Aula2-100min

PPGECE **Folha de atividade nº 2 – EE Padre Longino Vastbinder**

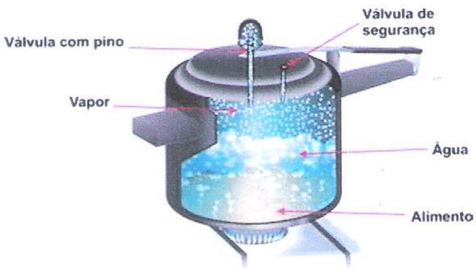
Nomes: ____**Série:**________
____ **Série:**________
____ **Série:**________

Folha de Atividade 2: Geometria métrica espacial – Área e volume do cilindro

A professora Marta após discutir o texto "cilindro o formato ideal de uma panela de pressão" lança o seguinte desafio à Luana e a seus colegas:

"Imaginem que vocês sejam fabricantes de panelas de pressão de 7 litros e desejam economizar. Para isto é necessário calcular a menor área de chapa de alumínio para se fabricar tal panela.

Agora é com vocês. Respondam às questões abaixo e encontrem esta área."



Ajude Luana e sua turma a resolver este desafio lançado pela professora Marta.

Dica: Considere que as panelas que serão fabricadas têm 7 litros de capacidade e para facilitar o cálculo vamos imaginar novamente que as bases (fundo da panela e tampa) são discos, ou seja, figuras planas, pois, geralmente, o encontro entre a face lateral e as bases são um pouco arredondadas, portanto, descarte esses detalhes.

Atividade 1: De acordo com a folha de atividade 1 o volume da panela de pressão pode ser calculado pela fórmula $V=\pi r^2 h$. Com esta informação encontre a expressão algébrica da altura **h** da panela em função do seu raio, usando V = 7000 cm^3. Conserve a letra π.

RESPOSTA: **h** = $\frac{7000}{\pi r^2}$

Rascunho

$V = \pi r^2 h$

$7000 = \pi r^2 h$

$h = \frac{7000}{\pi r^2}$

Atividade 2- Assim como no exercício anterior a área da placa de alumínio também foi dada na folha de atividade 1 como sendo $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Utilizando esta informação encontre a expressão algébrica da área da placa de alumínio em função do raio da base dessa panela (elimine o h). Conserve a letra π.

RESPOSTA: $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{7000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{14000}{r}$

Atividade 3- Com a fórmula encontrada na atividade 2:

a) Complete a tabela abaixo.

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais.

r(cm)	A_T (cm²)
5	2957
6	2559,41
7	2307,72
8	2151,92
9	2064,24
10	2028
11	2032,61
12	2070,98
13	2138,24
14	2230,88
15	2346,33
16	2482,68

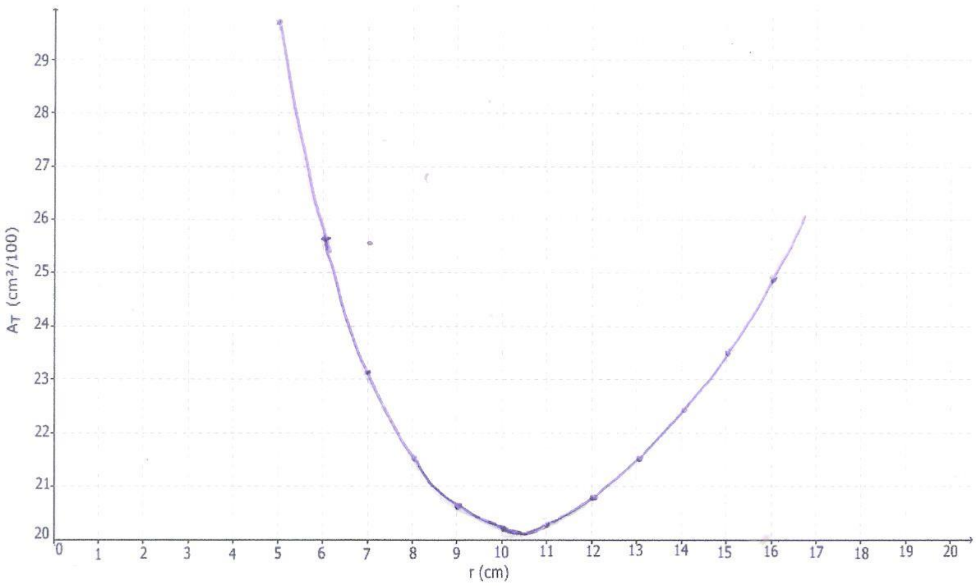
Tabela I

b) Responda para que valores de **r** da tabela obtemos a área mínima da chapa de alumínio e qual é esta área.

Resposta: Observando a tabela temos área mínima igual a 2028cm² quando o raio é igual a 10cm.

Rascunho	
$r = 5 \to A_T = 2.(3,14).(5)^2 + 14000/5 = = 2957 cm^2$	$r = 11 \to A_T = 2.(3,14).(11)^2 + 14000/11 = = 2032,61 cm^2$
$r = 6 \to A_T = 2.(3,14).(6)^2 + 14000/6 = = 2559,41 cm^2$	$r = 12 \to A_T = 2.(3,14).(12)^2 + 14000/12 = = 2070,98 cm^2$
$r = 7 \to A_T = 2.(3,14).(7)^2 + 14000/7 = = 2307,72 cm^2$	$r = 13 \to A_T = 2.(3,14).(13)^2 + 14000/13 = = 2138,24 cm^2$
$r = 8 \to A_T = 2.(3,14).(8)^2 + 14000/8 = = 2151,92 cm^2$	$r = 14 \to A_T = 2.(3,14).(14)^2 + 14000/14 = = 2230,88 cm^2$
$r = 9 \to A_T = 2.(3,14).(9)^2 + 14000/9 = = 2064,24 cm^2$	$r = 15 \to A_T = 2.(3,14).(15)^2 + 14000/15 = = 2346,33 cm^2$
$r = 10 \to A_T = 2.(3,14).(10)^2 + 14000/10 = = 2028 cm^2$	$r = 16 \to A_T = 2.(3,14).(16)^2 + 14000/16 = = 2482,68 cm^2$

Atividade 4 – Utilizando as informações encontradas na tabela da atividade anterior, desenhe o gráfico usando uma linha contínua e suave para A_T em função de r. Note que para não usar números muito grandes mudamos a escala o eixo das ordenadas dividindo por 100 os valores das áreas.



Atividade 5: Considerando agora o gráfico, para que valor de r a área é mínima?

Observando o gráfico a área é mínima para r entre 10cm e 11cm.

Atividade 6- Você sabe que um gráfico pode não ser muito preciso. Vamos examinar com mais detalhes o que ocorre com A_T quando **r** pertence ao intervalo [10 ,11].

Dica: Utilize a calculadora, o valor de π = 3,14 e faça a aproximação da área com duas casas decimais

a) Complete a tabela seguinte:

r(cm)	$A_T(cm^2)$
10,0	2028
10,1	2026,76
10,2	2025,92
10,3	2025,47
10,4	2025,40
10,5	2025,70
10,6	2026,38
10,7	2027,41
10,8	2028,80
10,9	2030,53
11	2032,61

Tabela II

Rascunho
$r = 10 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10)^2 + 14000/10 = 2028\ cm^2$
$r = 10,1 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,1)^2 + 14000/10,1 = 2026,76\ cm^2$
$r = 10,2 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,2)^2 + 14000/10,2 = 2025,92\ cm^2$
$r = 10,3 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,3)^2 + 14000/10,3 = 2025,47\ cm^2$
$r = 10,4 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,4)^2 + 14000/10,4 = 2025,4\ cm^2$
$r = 10,5 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,5)^2 + 14000/10,5 = 2025,70\ cm^2$
$r = 10,6 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,6)^2 + 14000/10,6 = 2026,38\ cm^2$
$r = 10,7 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,7)^2 + 14000/10,7 = 2027,41\ cm^2$
$r = 10,8 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,8)^2 + 14000/10,8 = 2028,80\ cm^2$
$r = 10,9 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (10,9)^2 + 14000/10,9 = 2030,53\ cm^2$
$r = 11 \to A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot (11)^2 + 14000/11 = 2032,61\ cm^2$

b) Analisando a Tabela II dê um valor mais preciso de r para o qual a área é mínima.

Observando a Tabela II a área mínima é obtida quando r = 10,4 cm.

c) Agora vocês podem concluir que:

Para economizar, o raio da panela deve ser: 10,4 cm

Nesse caso a área total será: 2025,40 cm²

Atividade 7- Para terminar, avalie a atividade realizada nesta aula.

a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( )Boa ( )Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade desta atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil