UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

CAMILA DOS SANTOS SANT'ANNA

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY: DA SIMULAÇÃO AO LETRAMENTO PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Sorocaba
2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY: DA SIMULAÇÃO AO LETRAMENTO PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Camila dos Santos Sant'Anna

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Magda da Silva Peixoto

Sorocaba
2017

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY: DA SIMULAÇÃO AO LETRAMENTO PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre sob orientação da Professora Doutora Magda da Silva Peixoto.

Sorocaba

2017

Ficha Catalográfica

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Camila dos Santos Sant'Anna, realizada em 14/08/2017:

Magda Peixoto

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto
UFSCar

Prof. Dr. Antonio César Germano Martins
UNESP

Paulo Cesar Oliveira

Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira
UFSCar

Este trabalho é dedicado à todos que direta ou indiretamente contribuíram para a minha formação pessoal e profissional. Em especial, à Magda da Silva Peixoto, pela dedicação em me orientar.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus por ser extremamente paciente e piedoso comigo, por seu amor e direção, pois sem Ele nada seria possível.

Ao meu querido e amado Amor Lindo, pelo apoio incondicional em todos os momentos, exemplo de amor, carinho e companheirismo sempre.

À minha orientadora Magda da Silva Peixoto, pelos ensinamentos e orientações, que com sua paciência, dedicação, companheirismo, credibilidade, confiança e amizade me conduziram por toda a trajetória da minha formação acadêmica, humana e ética.

Aos membros da Banca Examinadora Prof. Dr. Paulo César Oliveira e prof. Dr. Antonio César Germano Martins pela avaliação, dedicação dispensada e sugestões dadas no intuito de melhorar a qualidade deste trabalho.

Aos professores Wladimir Seixas, Silvia M. Carvalho, Antônio Luiz Venezuela, Renato F. Cantão e Paulo César Oliveira, que durante esses anos foram fundamentais para minha formação acadêmica e que sempre tiveram disposição para me atender fora dos horários de aula.

À todos os professores que tive durante toda minha jornada de desenvolvimento, pela paciência, dedicação e comprometimento em formar profissionais e cidadãos.

À todos os colegas e companheiros nas aulas do Mestrado, principalmente à Beatriz Krabbe Laghetto, que sempre compartilhou conhecimento e força para que tudo acontecesse de forma mais divertida e menos solitária.

À minha querida amiga Tiemi, pela amizade, apoio e ajuda com o latex, em todos os momentos em que precisei perguntar alguma coisa, sempre esteve pronta a me atender, até mesmo tarde da noite.

À minha família, pelo apoio e incentivo à prática de estudo.

Muito Obrigada!

Eu te amarei do coração, ó Senhor, fortaleza minha.
O Senhor é o meu rochedo, e o meu lugar forte, e o meu libertador; o meu Deus,
a minha fortaleza, em quem confio; o meu escudo, a força da minha salvação,
e o meu alto refúgio.
Invocarei o nome do Senhor, que é digno de louvor.
Salmo 18

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma pesquisa realizada em sala de aula com o objetivo de tratar questões subjetivas por meio da Lógica Fuzzy com alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Iniciamos com o estudo dos conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy e sistemas baseados em regras fuzzy. Em seguida, visando uma aplicação, elaboramos um sistema fuzzy para avaliar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes do tipo 2, a partir de fatores de risco. Por fim, propomos uma sequência didática aos alunos, por meio de um questionário e de uma aula ministrada pela autora. Os resultados da pesquisa são apresentados e, se por um lado indicaram a dificuldade dos alunos com o raciocínio fuzzy, por outro lado, demonstraram o interesse e o papel da Lógica Fuzzy, e portanto, da Matemática na solução de problemas do nosso cotidiano.

Palavras-chaves: Modelo Matemático, Conjuntos Fuzzy, Diabetes, Ensino.

ABSTRACT

In this work we present a research carried out in the classroom with the objective of treating subjective questions through the Fuzzy Logic with students of the third year of high school. We begin with the study of the basic concepts of Fuzzy Set Theory and systems based on fuzzy rules. Then, aiming at an application, we developed a fuzzy system to evaluate the risk of an individual developing type 2diabetes, from risk factors. Finally, we propose a didactic sequence to the students, through a questionnaire and a lecture given by the author. The results of the research are presented and, if on the one hand they indicate the difficulty of the students with the fuzzy reasoning, on the other hand, demonstrated the interest and the role of Logica Fuzzy, and therefore, of Mathematics in solving problems of our daily life.

Key-words: Mathematical Modeling, Fuzzy Sets, Diabetes, Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nos dias de hoje, onde cada vez mais o homem quer ter controle sobre o mundo que o cerca, é crescente o interesse por processos quantitativos para predizer fenômenos da realidade. Estes processos são, via de regra, obtidos por meio de modelos matemáticos. Acrescenta-se o uso cada vez maior de termos subjetivos aplicados a problemas reais.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy tem sido uma ferramenta com fundamentação teórica para se estudar quantitativamente fenômenos onde aspectos de gradualidades (e, portanto de qualidades) são julgados fundamentais para seu modelamento matemático (BARROS; BASSANEZI, 2011).

Os conceitos e técnicas da Teoria dos Conjuntos Fuzzy têm se mostrado capazes de incorporar subjetividades inerentes ao fenômeno estudado.

De acordo com (LAGHETTO, 2016), a modelagem computacional com sistemas fuzzy mostra-se aplicável a várias áreas distintas do conhecimento, como por exemplo, controle de populações herbívoras, diagnóstico de defeitos em peças de uma produção e logística de distribuição física. No cenário da logística de distribuição, essa ferramenta possui importante papel em trabalhos de tomada de decisão por especialistas, uma vez que, na maioria dos casos, as decisões sobre distribuição são tomadas utilizando-se critérios qualitativos na escolha, que nem sempre podem ser mensurados. ((PEIXOTO; BARROS; BASSANEZI, 2008b), (PEIXOTO; BARROS; BASSANEZI, 2008a), (PEIXOTO; BARROS, 2004))

Para a realização deste trabalho, foram estudados conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy, com ênfase nos Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF), isto é, as maneiras de modelar matematicamente as incertezas por meio dos sistemas fuzzy. Em seguida, desenvolvemos um modelo via sistema baseado em regras fuzzy para avaliar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes do tipo 2. E, por fim, propomos uma sequência didática que visa a introdução e tratamento de termos subjetivos, utilizando conceitos apropriados para discentes do 3º Ano do Ensino Médio da Rede Pública Estadual.

Essa dissertação está organizada como segue:

O capítulo 1 traz as definições e conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy.

No capítulo 2 propomos um sistema baseado em regras fuzzy para elaborar um modelo matemático que estima o risco de um indivíduo desenvolver diabetes tipo 2 a partir dos fatores de risco, isto é, índice de massa corpórea (IMC), hereditariedade, sedentarismo, estresse e faixa etária.

Apresentamos, no capítulo 3, uma introdução de conceitos subjetivos, provenientes da Lógica Fuzzy por meio de uma sequência didática com alunos da 3ªSérie do Ensino Médio de uma Escola Estadual de São Paulo.

Por fim, foram feitas as considerações finais.

1 CONCEITOS BÁSICOS DA TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

1.1 UM BREVE RELATO ATRAVÉS DA HISTÓRIA

Ao longo do tempo, filósofos e pesquisadores têm se preocupado com questionamentos a respeito de incertezas. A certeza e a incerteza foram amplamente debatidas pelos filósofos gregos; não interessando saber como as coisas são, pois tudo é relativo e depende da opinião de cada um a respeito. De acordo com Platão, o mais importante não é o conceito final, mas o caminho para se chegar até ele (BARROS; BASSANEZI, 2001).

Há uma grande dificuldade em se falar a respeito de certeza ou incerteza. Ao procurarmos no dicionário o significado da palavra incerteza, encontraremos termos como subjetividade, imprecisão, aleatoriedade, dúvida, indecisão, ambiguidade. O que se pode perceber é que, em relação a um tratamento quantitativo, há uma distinção dos vários tipos de incertezas.

Matematicamente, a incerteza que provém da aleatoriedade de eventos ocupa lugar de destaque. Em contrapartida, algumas variáveis (variáveis linguísticas provenientes da necessidade de se distinguir qualificações por meio de graduações), utilizadas em nosso dia-a-dia e que são compreendidas linguisticamente, frequentemente permanecem fora do tratamento matemático tradicional.

Alguns conceitos como alto, fumante, infeccioso que são relacionados ao mundo sensível, são descritos por meio de graus que representam qualidades ou verdades parciais.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy tem contribuído exatamente nesses tipos de incertezas, fazendo uso de uma linguagem conjuntista, definindo, por exemplo, ao "conjunto" das pessoas altas, fumantes ou infecciosas; ou seja, que são definidos por meio de propriedades subjetivas.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy surgiu a partir de desafios como esse, no qual a propriedade que define o conjunto é incerta e tem crescido consideravelmente em nossos dias, tanto do ponto de vista teórico, como nas aplicações nas diversas áreas de estudo, sobretudo na tecnologia. Foi introduzida pelo matemático Lofti Asker Zadeh em 1965, após observar que os recursos tecnológicos disponíveis na época eram incapazes de automatizar as atividades de natureza industrial, biológica ou química, que resultassem em situações ambíguas, cujo processamento não era possível por meio do uso da lógica computacional clássica, com a principal intenção de dar um tratamento matemático a certos termos linguísticos subjetivos, como "aproximadamente", "em torno de", entre outros. (BARROS; BASSANEZI, 2011).

De todo modo, a Lógica Fuzzy, também denominada Nebulosa, de alguma maneira

- inspirada na Lógica Clássica - vem sendo utilizada para abordar problemas em que modos de raciocínio aproximado, observados comumente na comunicação humana, são utilizados para expressar uma ideia, uma tomada de decisão ou para comunicar um resultado. Tal organização lógica, baseada na Teoria dos Conjuntos Fuzzy, difere da lógica tradicional em diferentes características e detalhes, para ir ao encontro, por exemplo, do fato de que "quase todas as coleções de objetos que encontramos no mundo real não são definidas com precisão". (SPINA, 2010)

Em um artigo publicado em 1965, Zadeh resumiu os conceitos dos conjuntos fuzzy, solucionando e revolucionando o assunto com a criação de sistemas fuzzy. (ZADEH, 1965). A palavra "fuzzy" tem origem inglesa e significa incerto, vago, impreciso, subjetivo, nebuloso, difuso. Porém, nenhuma dessas traduções contempla o sentido amplo da palavra. Além disso, em quase todos os países a palavra fuzzy tem sido utilizada sem tradução para a língua pátria, salvo exceções como França e alguns países latinos.

Ao conseguir controlar uma máquina de vapor usando a teoria de Zadeh em 1974, o professor Mamdani da Queen Mary College- Universidade de Londres, aplicou o raciocício fuzzy. (ORTEGA, 2001).

Em 1985, foi desenvolvido o primeiro chip fuzzy no laboratório Bell (EUA). Em 1987, foi inaugurado o primeiro trem controlado com Lógica Fuzzy, no metrô de Sendai, no Japão. Nesse mesmo ano, a Yamaha desenvolveu seu helicóptero não tripulado, Yamaha-50, totalmente controlado por um controlador fuzzy, originando a era do desenvolvimento tecnológico proporcionado por essa teoria. Em 1988, começou a operar no Yamaichi Fuzzy Fund o primeiro sistema de comércio financeiro fuzzy. Mas, foi em 1990, que essa teoria atingiu popularidade com o lançamento no mercado da primeira máquina de lavar roupas fuzzy, da Matsushita Electric Industrial Co., marcando o início do desenvolvimento de produtos de consumo. Atualmente, é possível encontar, principalmente no Japão, todo o tipo de eletrodoméstico cujo sistema é baseado em controladores fuzzy (televisão, câmera fotográfica, panela para cozimento de arroz, vídeos, etc.) e existem várias empresas (Siemens, Daimler-Benz, Klockner-Moeller, SGS-Tomson, General Motors, Motorola, Hewlett-Packard, etc.) que possuem laboratórios de pesquisa em lógica fuzzy para desenvolver seus produtos (ORTEGA, 2001).

Por atribuir subjetividades que vão além do raciocínio clássico, a Lógica Fuzzy vem sendo cada vez mais utilizada em diversas áreas do conhecimento, como na Biologia, Economia, Agricultura, Medicina e Geologia. (WASQUES, 2015)

Um diagnóstico médico, por exemplo, deve considerar diversos sintomas do paciente para "tentar" chegar a um laudo conclusivo. O raciocínio médico baseia-se muito mais em graus de possibilidades (certeza) do que em graus de probabilidade. Os médicos, normalmente não expressam suas conclusões por meio de números, mas utilizam termos linguísticos para associar o quanto os sintomas dos pacientes estão ligados à doença. Além disso, o paciente que procura um médico não está interessado em saber qual a chance de ter a doença, mas sim, se ele está ou não com ela. (MERLI, 2012)

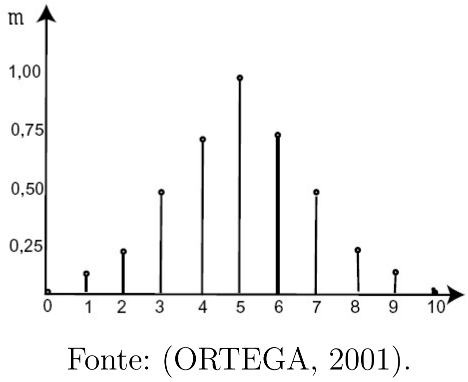
1.2 A NECESSIDADE DE APLICAR A LÓGIA FUZZY

Ao longo da ciência, alguns pesquisadores, assim como Zadeh, demonstraram grande desconforto com a lógica binária, relatando sua fragilidade em lidar com situações mais realistas. Pois, existem muitas situações em que a relação de pertinência não está bem definida e, nesses casos, não sabemos dizer se o elemento pertence ou não a determinado conjunto.

De acordo com (ORTEGA, 2001), a intenção de Zadeh foi flexibilizar a pertinência de elementos aos conjuntos criando a ideia de *grau de pertinência*. Dessa forma, um elemento poderia pertencer parcialmente a um dado conjunto. Esta sua ideia foi publicada em 1965, sendo esse artigo considerado o marco do nascimento da Teoria dos Conjuntos Fuzzy.

Em muitos problemas, não há dificuldades em classificar elementos como pertencentes ou não a determinado conjunto clássico. Assim, dado um conjunto A e um elemento x do conjunto universo U é possível dizer se $x \in A$ ou se $x \notin A$. Um exemplo disso, é que é possível afirmar com certeza que o número 5 *pertence* ao conjunto dos *números naturais* e que o número -5 *não pertence* a esse mesmo conjunto. Porém, não há a mesma certeza quanto ao fato de o número $4,5$ pertencer ou não ao conjunto dos números *aproximadamente iguais* a 5. Neste caso, a resposta não é única e objetiva, pertencer ou não poderá depender do tipo do problema em questão. A Figura 1 apresenta a função de pertinência do conjunto fuzzy que corresponde aos números *aproximadamente iguais* a 5. Neste caso, a função de pertinência é discreta.

Figura 1 – Função de pertinência do conjunto fuzzy que corresponde aos números *aproximadamente iguais* a 5, no universo dos N.



Fonte: (ORTEGA, 2001).

Dessa forma, nas áreas onde se é preciso lidar com a imprecisão, com a subjetividade e o desconhecimento, como na Medicina, essa teoria têm se mostrado com grande capacidade de aplicação, pois permite a produção de modelos mais eficazes, conforme as necessidades e realidades de cada problema.

A seguir, apresentamos os conceitos básicos desta teoria.

1.3 CONCEITOS BÁSICOS

Para a formalização matemática de um conjunto fuzzy, Zadeh baseou-se no fato de qualquer conjunto clássico (ou conjunto crisp) pode ser caracterizado por uma função característica e que é definida por:

Definição 1.1. *Seja U um conjunto universo e A um subconjunto de U. A função característica de A é dada por:*

$$X_a(x) = \begin{cases} 1 & se \quad x \in A \\ 0 & se \quad x \notin A \end{cases} \tag{1.1}$$

Tal função, cujo domínio é U e a imagem está contida no conjunto $\{0, 1\}$, indica quando um elemento $x \in U$ pertence ou não a A. Dessa forma, a função característica descreve completamente o conjunto A, uma vez que indica quais elementos do conjunto U são elementos de A.

Entretanto, existem casos em que a pertinência entre os elementos desse conjunto não é precisa. Diante disso, Zadeh formulou um subconjunto fuzzy, através da ampliação do conjunto imagem da função característica que passa então a ser todo o intervalo $[0, 1]$.

Definição 1.2. *Seja U um conjunto (clássico). Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função*

$$\varphi_F : U \to [0, 1], \tag{1.2}$$

chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy F.

O valor $\varphi_F \in [0, 1]$ indica o grau com que o elemento x de U está no conjunto fuzzy F; $\varphi_F(x) = 0$ e $\varphi_F(x) = 1$ indicam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto fuzzy F.

Um subconjunto fuzzy F é composto de elementos x de um conjunto clássico U, decorrentes de um valor de pertinência a F, dado por $\varphi_F(x)$. Assim, um subconjunto fuzzy F de U é dado por um conjunto (clássico) de pares ordenados:

$$F = \{(x, \varphi_F(x)), \quad com \quad x \in U\} \tag{1.3}$$

Além disso, temos o subconjunto clássico de U definido por:

$$supp\ F = \{(x \in U : \varphi_F(x) > 0\} \tag{1.4}$$

denominado suporte de F tem papel fundamental na interrelação entre as teorias de conjuntos clássica e fuzzy.

Vale destacar que o suporte de um conjunto clássico é igual ao próprio conjunto, isto é, $F = supp\ F$. De fato, como F é um conjunto clássico então sua função pertinência é dada por:

$$\varphi_F : U \to [0,1] \tag{1.5}$$

$$\varphi_F(x) = \begin{cases} 1, & se \ \ x \in A \\ 0, & se \ \ x \notin A \end{cases} \tag{1.6}$$

Exemplo 1.1. Considere a Tabela 1, com um conjunto Universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e seus respectivos graus de pertinência:

Tabela 1 – Atletas e Grau de Desempenho

Atletas	**Grau de Desempenho**
Atleta 1	1,0
Atleta 2	0,8
Atleta 3	0,5
Atleta 4	1,0
Atleta 5	0,7

Esta forma tabular pode ser escrita da seguinte maneira, pelo subconjunto F de U:

$$F = \frac{1,0}{1} + \frac{0,8}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{1,0}{4} + \frac{0,7}{5} \tag{1.7}$$

É importante destacar que o sinal + não representa uma soma, mas sim um modo de relacionar os elementos do conjunto fuzzy F e tem a forma:

$$F = \sum \frac{\varphi_F(x)}{x} \tag{1.8}$$

Exemplo 1.2. (BARROS; BASSANEZI, 2011). (Números naturais pequenos). Considere o subconjunto fuzzy F dos números naturais pequenos

$$F = \{n \in N : n \quad pequeno\} \tag{1.9}$$

O número 0 (zero) pertence a esse conjunto? E o número 1000?

Na Teoria dos Conjuntos Fuzzy, poderíamos dizer que ambos pertencem a F, porém com diferentes graus, dependendo da função de pertinência φ_F que caracteriza o subconjunto fuzzy F. A função de pertinência associada a F deve ser "construída" de forma coerente com o termo "pequeno".

Uma possibilidade para a função de pertinência de F é

$$\varphi_F(n) = \frac{1}{n+1} \tag{1.10}$$

Logo, podemos dizer que o número 0 pertence a F com grau de pertinência $\varphi_F(0) = 1$, enquanto que 1000 pertence a F com grau de pertinência $\varphi_F(1000) = 0,001$. Ou seja, quanto mais longe do 0, menos "pequeno" ele será.

Neste caso, a escolha da função φ_F foi feita de maneira arbitrária, apenas levando-se em conta o significado da palavra "pequeno".

Também podemos definir a cardinalidade de um conjunto fuzzy:

Definição 1.3. *Cardinalidade de um conjunto fuzzy é a soma dos graus de pertinência do conjunto, a qual representamos da seguinte forma:*

$$card(F) = \sum_{i=1}^{n} F(x_i) \tag{1.11}$$

Exemplo 1.3. Seja o conjunto $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, dado no exemplo 1.1, e o subconjunto F de U:

$$F = \frac{1,0}{1} + \frac{0,8}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{1,0}{4} + \frac{0,7}{5} \tag{1.12}$$

$$card(F) = 1,0 + 0,8 + 0,5 + 1,0 + 0,7 = 4,0 \tag{1.13}$$

1.4 OPERAÇÕES COM SUBCONJUNTOS FUZZY

Sejam A e B dois subconjuntos fuzzy de U, com funções de pertinência indicadas respectivamente por φ_A e φ_B. Vamos definir as operações de União, Interseção e Complementar desses conjuntos.

Vamos dizer que A é subconjunto fuzzy de B e escrever $A \subset B$, se $\varphi_A(x) \leq \varphi_B(x)$ para todo $x \in U$.

É importante lembrar que o conjunto vazio $\emptyset$ tem função de pertinência $\varphi_{\emptyset}(x) = 0$, enquanto que o conjunto universo (U) tem função de pertinência $\varphi_U(x) = 1$, para todo $x \in U$. Dessa forma, pode-se dizer que $\emptyset \subset A$ e que $A \subset U$ para todo A.

Definição 1.4. *Os subconjuntos fuzzy A e B de U são iguais se suas funções de pertinência coincidirem, ou seja,*

$$\varphi_A(x) = \varphi_B(x), \forall x \in U \tag{1.14}$$

Definição 1.5. *(União) A união entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja a função de pertinência é dada por:*

$$\varphi_{A \cup B} = max_{x \in U}\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\} \tag{1.15}$$

Note que esta é uma extensão do caso clássico.

Definição 1.6. *(Interseção) A interseção entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por:*

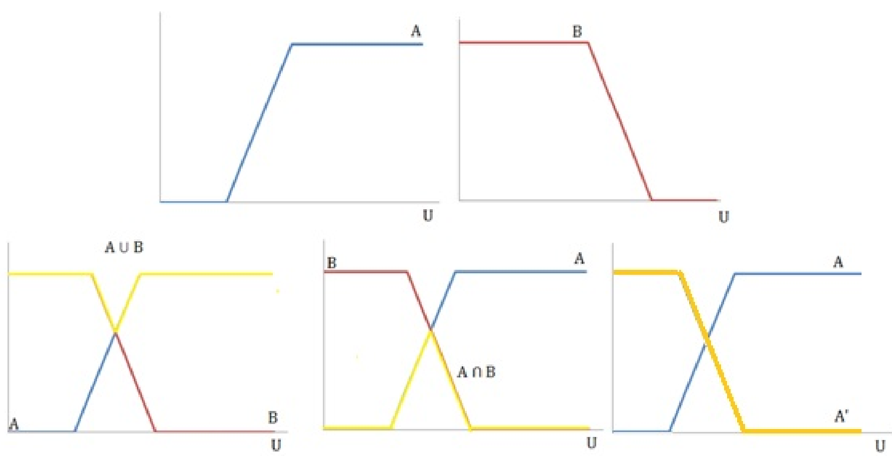
$$\varphi_{A \cap B} = min_{x \in U}\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\} \tag{1.16}$$

Definição 1.7. *(Complementar) O complementar de A é o subconjunto fuzzy A' de U cuja função de pertinência é dada por:*

$$\varphi_{A'} = 1 - \varphi_A, \ x \in U \tag{1.17}$$

Geometricamente, conforme Figura 2, temos:

Figura 2 – Gráficos que representam as operações com subconjuntos fuzzy A e B de U



Exemplo 1.4. (BARROS; BASSANEZI, 2011). Seja o conjunto U composto pelos pacientes de uma clínica, identificados pelos números 1, 2, 3 e 4. Sejam ainda, A e B os subconjuntos fuzzy que representam os pacientes com febre e mialgia (dor muscular), respectivamente.

A Tabela 2 ilustra as operações união, interseção e completamento.

Tabela 2 – Exemplo de União, Intersecção e Complementar

Conjunto U	**Subconjunto A**	**Subconjunto B**	$A \cup B$	$A \cap B$	A'	$A \cup A'$	$A \cap A'$
1	0,7	0,6	0,7	0,6	0,3	0,7	0,3
2	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,0
3	0,4	0,2	0,4	0,2	0,6	0,6	0,4
4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Fonte: (BARROS; BASSANEZI, 2011).

Não podemos deixar de mencionar uma classe especial de conjuntos crisps que está estreitamente ligada com cada subconjunto fuzzy. Esses conjuntos crisps indicam limiares das incertezas representadas por cada conjunto fuzzy.

1.5 O CONCEITO DE α-NÍVEL

Entendemos por α-nível de A, o conjunto clássico dos elementos x pertencentes a um conjunto U tais que estão em uma classe se seu grau de pertinência é maior que um determinado valor limiar ou nível $\alpha \in [0, 1]$ que define aquela classe. Uma vez que um subconjunto fuzzy A de U é "formado" por elementos de U com certa ordem (hierarquia) que é traduzida através de classificação por graus. Tal conjunto é denotado por $[A]^\alpha$.

Definição 1.8. *(α-nível) Seja A um subconjunto fuzzy de U e $\alpha \in [0, 1]$. O α-nível de A é o subconjunto clássico de U definido por:*

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq \alpha\} \text{ para } 0 < \alpha \leq 1 \tag{1.18}$$

Exemplo 1.5. : Seja A um subconjunto fuzzy dos números reais representado por

$$A = \frac{0,1}{1} + \frac{0,2}{2} + \frac{0,25}{3} + \frac{0,7}{5} + \frac{0,9}{8} + \frac{1}{10} \tag{1.19}$$

$0,15$ - nível de A?

$$[A]^{0,15} = \{2, 3, 5, 8, 10\} \tag{1.20}$$

Vale destacar que o nível zero de um subconjunto fuzzy A é definido como sendo o menor subconjunto (clássico) fechado de U que contém o conjunto suporte de A. Matematicamente, $[A]^0$ é o fecho do suporte de A.

Faremos agora, menção ao Princípio de Extensão, que nada mais é do que um método utilizado para estender operações típicas dos conjuntos clássicos.

1.6 O PRINCÍPIO DE EXTENSÃO DE ZADEH

O método de extensão proposto por Zadeh também conhecido como Princípio de Extensão, surgiu da necessidade de se estender conceitos da Teoria de Conjuntos clássica para a Teoria dos Conjuntos Fuzzy, com a finalidade de estender conceitos matemáticos não-fuzzy em fuzzy. (BARROS; BASSANEZI, 2011).

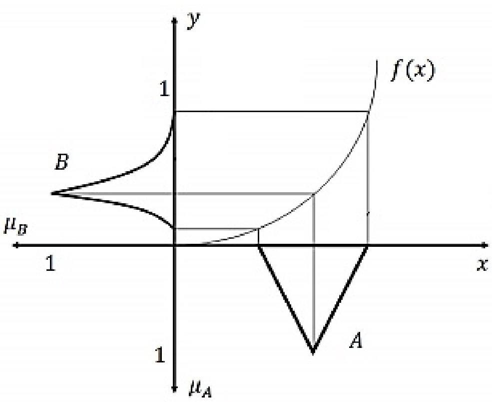
O princípio de Extensão de Zadeh para uma função $f : X \to Z$ tem por objetivo indicar como será a imagem de um subconjunto fuzzy A de X por meio de *f*.

Definição 1.9. *Princípio de Extensão de Zadeh): Seja uma função $f : X \to Z$ e A um subconjunto fuzzy de X. A extensão de Zadeh de f é a função $\hat{f}$ que, aplicada a A, fornece o subconjunto fuzzy $\hat{f}(A)$ de Z, cuja função de pertinência é dada por*

$$\varphi_{f'(A)}(Z) = \begin{cases} supp_{\{x:f(x)=Z\}}\varphi_{A(x)}, & se\ \{x : f(x) = Z\} \neq \emptyset \\ 0, & se\ \{x : f(x) = Z\} = \emptyset \end{cases} \tag{1.21}$$

O processo gráfico para obtenção $\hat{f}$ de f é ilustrado na Figura 3:

Figura 3 – Imagem de um subconjunto fuzzy a partir do princípio de extensão para uma função f



Fonte: (BARROS; BASSANEZI, 2011).

Exemplo 1.6. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função dada por *f(x,y) = x + 2*. Considere os subconjuntos fuzzy finitos de $\mathbb{R}$.

$$X = \{1, 2, 3, 4\} \text{ e}$$

$$Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$Z = f(x) = x + 2$$

$$A = \frac{0,1}{1} + \frac{0,2}{2} + \frac{0,7}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\varphi_{(Z)}\ ?$$

Solução:

$$\varphi_{(z)} = supA(x)$$

$$\varphi_{(3)} = max(A(1)) = 0,1$$

$$\varphi_{(4)} = max(A(2)) = 0,2$$

$$\varphi_{(5)} = max(A(3)) = 0,7$$

$$\varphi_{(6)} = max(A(4)) = 1$$

Portanto,

$$\varphi_{(z)} = \frac{0,1}{3} + \frac{0,2}{4} + \frac{0,7}{5} + \frac{1}{6}$$

■

1.7 RELAÇÕES FUZZY

Matematicamente, o conceito de relação fuzzy é formalizado a partir do produto cartesiano usual entre conjuntos, estendendo a função característica de uma relação clássica para uma função de pertinência.

Definição 1.10. *Uma relação fuzzy R sobre $U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$ é qualquer subconjunto fuzzy de $U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$. Assim, uma relação fuzzy R é definida por uma função de pertinência $\varphi_R : U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n \to [0,1]$.*

Definição 1.11. *O produto cartesiano fuzzy dos subconjuntos fuzzy $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ de $U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$, respectivamente, é a relação fuzzy $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, cuja função de pertinência é dada por:*

$$\varphi_{A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_{A_1}(x_1) \wedge \varphi_{A_2}(x_2) \wedge \ldots \wedge \phi_{A_n}(x_n),$$

onde $\wedge$ representa o mínimo.

1.8 CONECTIVOS LÓGICOS

Na Matemática clássica, os estudos relacionados à Lógica são realizados com o estudo dos conectivos “e”, “ou”, “não” e “implicação”. Esses conectivos são utilizados em sentenças como:

"Se a está em A e b está em B, **então** c está em C **ou** d **não** está em D".

De acordo com (BARROS; BASSANEZI, 2011), os valores lógicos para cada conectivo são estudados através de tabelas verdades. Dessa forma, o valor lógico de uma sentença, formada a partir de duas ou mais proposições é formada por meio de composições das tabelas verdades dos conectivos presentes nessa tabela.

Para avaliar logicamente a expressão acima através dos conectivos, admitimos que a mesma somente poderia assumir os valores 0 ou 1. Vamos, agora, analisar logicamente esta expressão admitindo que os conjuntos do exemplo acima sejam fuzzy.

Primeiramente, devemos atribuir um valor que indique o quanto a proposição "a está em A" é verdadeira, com A fuzzy, sendo que um elemento a pode pertencer a A com valores no intervalo $[0, 1]$. Para realizar a análise lógica dos conectivos no sentido fuzzy, utilizamos:

Definição 1.12. *(t-norma): O operador* $\Delta : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$. $\Delta(x, y) = x\Delta y$, *é uma t-norma se satisfazer as seguintes condições:*

1) Elemento Neutro: $\Delta(1, x) = 1\Delta x = x$;
2) Comutatividade: $\Delta(x, y) = x\Delta y = y\Delta x = \Delta(y, x)$;
3) Associatividade: $x\Delta(y\Delta z) = (x\Delta y)\Delta z$;
4) Monotonocidade: se x$\leq u$ e y$\leq v$, então $x\Delta y \leq u\Delta v$;

A operação t-norma estende o operador $\wedge$ que modela o conectivo "**e**".

Exemplo 1.7. • $\Delta_1(x, y) = minx, y$

Demonstração: óbvio.

• $\Delta_2(x, y) = xy$

Demonstração: Considerando as propriedades da multiplicação usual:

1) Elemento Neutro: $\Delta(1, x) = 1x = x$;

2) Comutatividade: $\Delta(x, y) = xy = yx = \Delta(y, x)$;

3) Associatividade: $x\Delta(y\Delta z) = (xy)z = (x\Delta y)\Delta z$;

4) Monotonocidade: se x$\leq u$ e y$\leq v$, multiplicando ambas temos:

$$\text{xy} \leq uv = \text{x}\Delta y \leq u\Delta v.$$

Definição 1.13. *(t-conorma): O operador* $\nabla : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1].\nabla(x, y) = x\nabla y$ *é uma t-conorma se satisfazer as seguintes condições:*

1) Elemento Neutro: $\nabla(0, x) = 0\nabla x = x$;

2) Comutatividade: $\nabla(x, y) = x\nabla y = y\nabla x = \nabla(y, x)$;

3) Associatividade: $x\nabla(y\nabla z) = (x\nabla y)\nabla z$;

4) Monotonocidade: se x$\leq u$ e y$\leq v$, então x$\nabla y \leq u\nabla v$;

O operador t-conorma $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ estende o operador $\vee$ do conectivo "**ou**".

Exemplo 1.8. • $\nabla_1(x, y) = maxx, y = x \vee y$;

Demonstração: óbvio.

• $\nabla_2(x, y) = x + y - xy$.

Demonstração: Considerando as propriedades de soma, subtração e multiplicação usuais:

1) Elemento Neutro: $\nabla(0, x) = 0 + x - 0x = x$;

2) Comutatividade: $\nabla(x, y) = x + y - xy = (x + y) - (xy) = (y + x) - (yx) = y + x - yx = \nabla(y, x)$;

3) Associatividade: $x\nabla(y\nabla z) = x+(y+z-yz)-x(y+z-yz) = x+y+z-yz-xy-xz-xyz = (x+y-(xy))+z-(xz+yz+xyz) = (x+y-yx)+z-(x+y+(xy))z = (x + y - yx) + z - (x + y - yx)z = (x\nabla y)\nabla z$;

4) Monotonocidade: se $x \leq u$ e y$\leq v$, então $x\nabla y \leq u\nabla v$:

$$\text{se } x \leq u \text{ e } y \leq v \Longrightarrow x + y \leq u + v \ (1)$$
$$\text{se } x \leq u \text{ e } y \leq v \Longrightarrow xy \leq uv \ (2)$$

Substituindo (1) e (2), temos:

$$x + y - xy \leq u + v - uv$$

■.

1.9 SISTEMAS BASEADOS EM REGRAS FUZZY

A seguir, vamos utilizar os conceitos já vistos para construir um sistema que de certa forma simule as ações e decisões humanas, porém com um caráter mais formal.

> *"Há e haverá muitas tarefas que os homens podem cumprir com facilidade, que vão além da capacidade de qualquer computador, qualquer máquina e qualquer sistema lógico que podemos conceber nos dias de hoje."* (Loft A. Zadeh)

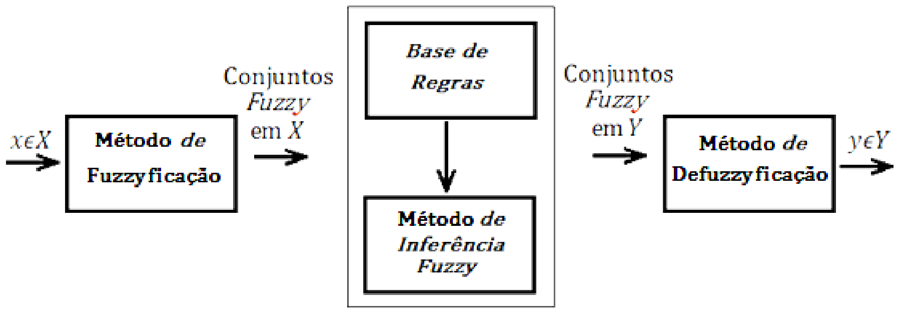
Os mais diversos sistemas do mundo real são controlados pelas ações humanas através de informações imprecisas. Cada indivíduo recebe informações que são interpretadas de acordo com seus parâmetros para mais tarde decidir a atitude a ser tomada. O controle e a execução de tarefas devem seguir uma sequência de ordens linguísticas, traduzidas por um conjunto de regras, capazes de serem decodificadas pelo controlador (PEIXOTO, 2005).

As tarefas nos controladores fuzzy são comandadas por meio de termos da linguagem usual, relacionados a alguma variável de interesse, e nesse aspecto variáveis linguísticas desempenham papel fundamental. Tais termos, traduzidos por conjuntos fuzzy, são utilizados para transcrever a base de conhecimentos através de uma coleção de regras fuzzy (base de regras fuzzy). A relação fuzzy é obtida a partir dessa base de regras, com a finalidade de produzir a saída (resposta, ação) para cada entrada (estado, condição). Cada proposição fuzzy é "traduzida" matematicamente por meio do método de inferência fuzzy. Basicamente, é dele que depende o sucesso do controlador fuzzy, uma vez que ele fornecerá a saída (controle) fuzzy a ser adotada pelo controlador, a partir de cada entrada fuzzy. (BARROS; BASSANEZI, 2011).

Geralmente, para um Sistema Fuzzy qualquer, cada entrada fuzzy corresponde a uma saída fuzzy. Essa característica também é encontrada nos controladores fuzzy. Porém, se a entrada for crisp, espera-se que a saída também seja crisp. Neste caso, um sistema fuzzy é uma função construída de maneira específica.

Logo, basicamente, um SBRF possui quatro componentes: um processador de entrada (fuzzificador), uma base de regras, um método de inferência e um processador de saída (deffuzificador). (ver Figura 4)

Figura 4 – Esquema geral de um controlador Fuzzy



Fonte: (PEIXOTO, 2005).

Método de Fuzzificação: Neste estágio as entradas do sistema são modeladas por conjuntos fuzzy com seus respectivos domínios. É nele que a importância de especialistas do fenômeno a ser modelado é justificada. Juntamente com esses especiaslistas, as funções de pertinência são formuladas para cada conjunto fuzzy envolvido no processo. Mesmo que a entrada seja crisp, ela será fuzzificada por meio de sua função característica.

Base de Regras: Faz parte do "núcleo" do controlador fuzzy. É composto pelas proposições fuzzy e cada uma dessas proposições é descrita de acordo com as informações de um especialista. Neste ponto, as variáveis e suas classificações linguísticas são catalogadas e, em seguida, modeladas por conjuntos fuzzy, ou seja, funções de pertinência. Nos sistemas fuzzy cada proposição tem a forma:

Se "condição" **Então** "ação".

sendo, cada "condição" e cada "ação" valores assumidos por variáveis linguísticas, que por sua vez são modelados por conjuntos fuzzy.

Em síntese, a base de regras cumpre o papel de "traduzir" matematicamente as informações que formam a base de conhecimentos do sistema fuzzy.

Método de Inferência Fuzzy: Cada proposição fuzzy é "traduzida" matematicamente por meio de técnicas da Lógica Fuzzy. Basicamente, é dele que depende o sucesso do controlador fuzzy, uma vez que ele fornecerá a saída (controle) fuzzy a ser adotada pelo controlador, a partir de cada entrada fuzzy.

Neste trabalho, utilizamos o Método de Inferência de Mamdani que tem por base a regra de composição de inferência max-min, onde adota-se a t-norma $\wedge$ (mínimo) para o conectivo lógico "*e*" e para o conectivo lógico "*ou*" adota-se a t-conorma $\vee$ (máximo) que conecta as regras fuzzy da base de regras.

Por fim, o **Método de Defuzzificação**, permite representar um conjunto fuzzy por um valor crisp (número real). O método de *defuzzificação* aqui utilizado é o centróide. Este método fornece a média das áreas de todas as figuras que representam os graus de pertinência de um subconjunto fuzzy.

A seguir, veremos como exemplo o modelo desenvolvido por (KOGA, 2012).

Exemplo 1.9. : **Controlador Fuzzy de Semáforos**

O aumento de carros em circulação tem sido um dos principais problemas no trânsito nas grandes cidades. O grau de incerteza do trânsito possibilita o uso de Lógicas não convencionais, sendo a Lógica Fuzzy um dos principais modelos aplicáveis para tal situação.

Para esse estudo, (KOGA, 2012) escolheu o encontro de duas avenidas da cidade de Curitiba. A ideia proposta foi averiguar se um controlador que utilize as questões de urgência e capacidade do sistema, na tomada de decisão, apresentaria resultados promissores no controle do tráfego.

Para tanto, adotou cinco variáveis de entrada para exercer um controle: quantidade de carros antes do semáforo, quantidade de carros após o semáforo e controle de tempo de funcionamento.

Tal cruzamento apresenta semáforos que trabalham com rotinas fixas que se alternam de acordo com os horários do dia. Suas características são apresentadas na Figura 5:

Figura 5 – Tabela Histórico de Fluxo

Início	Término	Quantia de Carros		Fluxo de carros / Seg	
		Get. Vargas	Brig. Franco	Get. Vargas	Brig. Franco
00:00	02:00	625	282	0,19	0,09
02:00	04:00	230	88	0,07	0,03
04:00	06:00	280	95	0,09	0,03
06:00	08:00	2998	1894	0,79	0,50
08:00	10:00	4086	2793	1,06	0,73
10:00	12:00	3502	2451	0,92	0,65
12:00	14:00	3747	2754	1,01	0,74
14:00	16:00	3760	2399	1,01	0,64
16:00	18:00	4209	2631	1,13	0,71
18:00	20:00	3984	2366	1,07	0,64
20:00	22:00	2417	1427	0,72	0,42
22:00	00:00	1553	957	0,45	0,28

Fonte: (KOGA, 2012).

1. Entrada da Rua A - representando a quantia de carros compreendidos entre o semáforo controlado por Fuzzy e o semáforo anterior na Rua A;

2. Entrada da Rua B - representando a quantia de carros compreendidos entre o semáforo controlado por Fuzzy e o semáforo anterior na Rua B;

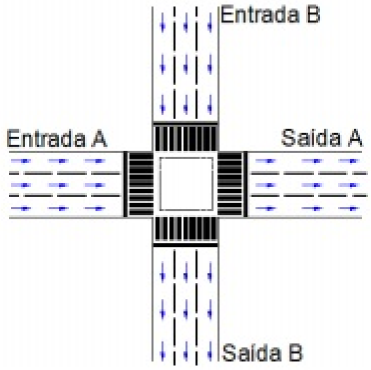
3. Saída da Rua A - representando a quantia de carros compreendidos entre o semáforo controlado por Fuzzy e o semáforo posterior na Rua A;

4. Saída da Rua B - representando a quantia de carros compreendidos entre o semáforo controlado por Fuzzy e o semáforo posterior na Rua A;

5. Temporizador - fornece duas informações: a rua que está liberada para fluir o trânsito e também o tempo que tal ação perdura. Destaca-se a importância desta entrada para que uma situação em que somente um sentido seja privilegiado não ocorra.

O Cruzamento está representado na Figura 6.

Figura 6 – Cruzamento avenidas A x B



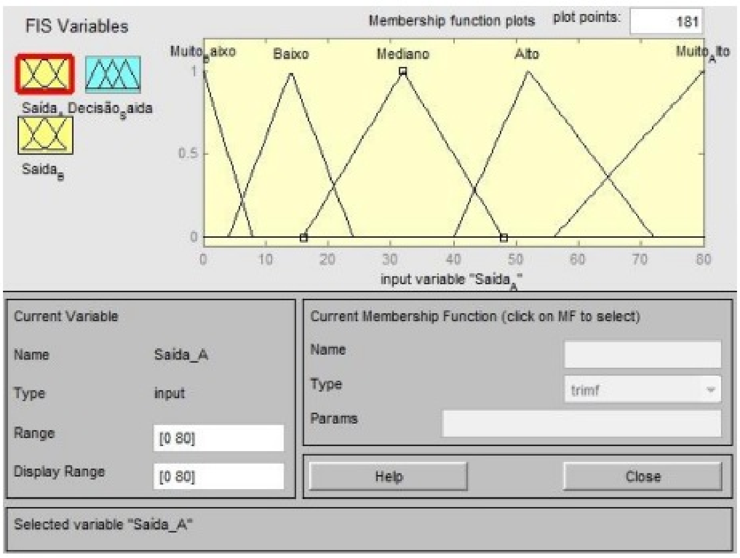
Fonte: (KOGA, 2012).

Para cada entrada foram utilizadas cinco funções de pertinência:

1. Muito baixo;
2. Baixo;
3. Mediano;
4. Alto;
5. Muito alto.

A Figura 7 apresenta a interface do Software Matlab das entradas no controlador fuzzy feita por (KOGA, 2012).

Figura 7 – Entradas do Controlador Fuzzy



Fonte: (KOGA, 2012).

O temporizador foi composto por seis funções de pertinência, sendo três delas positivas e três negativas. Foram empregados dados positivos e negativos para distinguir tempos em que o sinal encontra-se aberto para cada uma das vias (sentido B liberado correlaciona-se aos valores negativos e sentido A liberado aos positivos). Como há variáveis que se repetem, os três modelos estabelecidos foram apresentados em sequência:

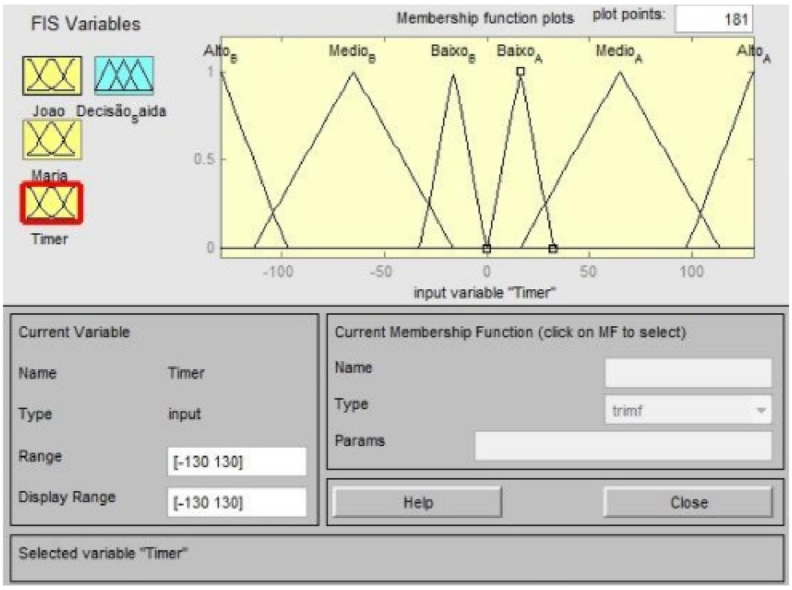
1. Tempo grande - representa uma longa permanência em tal estado, devendo ser trocado independente das considerações das demais entradas;

2. Tempo médio - A curva mediana representa a atuação do controlador na qual há menor influência da variável tempo, sendo o momento em que as demais variáveis de entrada são determinantes para a resposta;

3. Tempo baixo - representa um intervalo de tempo curto para cada entrada devendo ser mantida sua preferência de acordo com as considerações das entradas.

A inserção da entrada do temporizador no software MATLAB está na Figura 8.

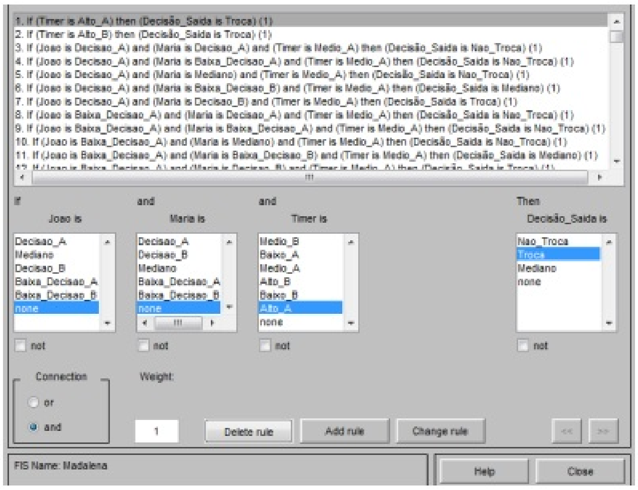
Figura 8 – Entradas do Temporizador



Fonte: (KOGA, 2012).

A atuação do controlador proposto no trânsito é a troca ou não do estado do semáforo. Para facilitar a tomada de decisão, foi construído um sistema baseado de regras, apresentado na Figura 9.

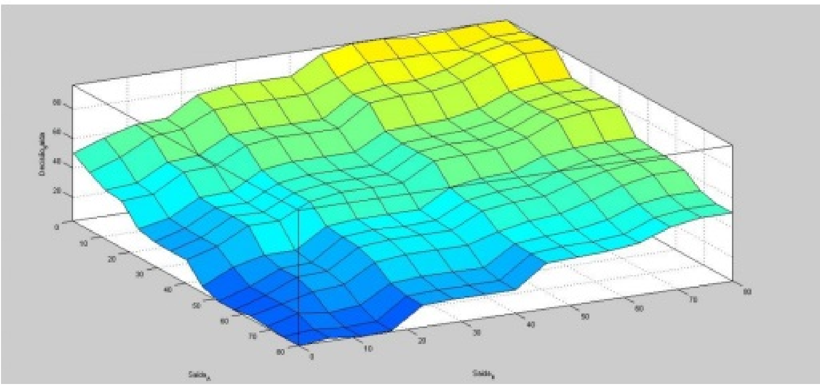
Figura 9 – Interface da Base de Regras



Fonte: (KOGA, 2012).

As regras de controle podem ser visualizadas através das superfícies tridimensionais. Para o controlador em questão, as superfícies de entradas e saídas de automóveis ("João e Maria") são similares entre si e sua leitura/conclusão pode ser facilmente auferida. Os eixos dessa superfície são: saída/entrada A, saída/entrada B e decisão saída/entrada. Cada curva carrega os valores máximos e mínimos das entradas e saídas do controlador utilizadas, variam de 0 a 80. Observa-se que a superfície é simétrica, demonstrando que as considerações que são feitas para dada rua são igualmente utilizadas para a outra. A decisão para cada evento foi obtida cruzando-se os valores de entrada, e obtendo-se a saída do sistema. (Figura 10).

Figura 10 – Superfície de Controle



Fonte: (KOGA, 2012).

Diante desse estudo, (KOGA, 2012) afirma que, de acordo com a simulação apresentada e todas as outras utilizadas como apoio a essa, que o controlador Fuzzy é capaz de realizar um controle superior ao apresentado por controladores simples, por considerar situações dinâmicas e imprecisas, alterando sua resposta em função dessas. Dessa forma, a Lógica Fuzzy constitui-se não apenas como uma alternativa viável, mas adequada e sugerida para controladores de trânsito.

No capítulo a seguir apresentaremos um modelo elaborado para estimar o risco de um indivíduo desenvolver Diabetes Tipo 2, de acordo com os fatores de risco associados à doença.

2 AVALIAÇÃO DE RISCO DE DIABETES TIPO 2 VIA SISTEMA FUZZY

Diabetes Mellitus é uma doença na qual o corpo não produz insulina ou não consegue empregar adequadamente a insulina que produz. Essa doença se caracteriza pela elevação da glicose no sangue (hiperglicemia). Sua causa pode ocorrer devido a defeitos na secreção ou à ação da insulina, produzida no pâncreas.

Segundo (BBC, 2016), em 2014, pelo menos 350 milhões de pessoas viviam com diabetes. Em 2012, essa doença havia causado a morte de $1,5$ milhão de pessoas, número que a Organização Mundial da Saúde calcula que aumentará em cerca de 50% nesta década.

Estudos apontam que, atualmente no Brasil, há mais de 13 milhões de pessoas vivendo com diabetes, o que representa 6,9% da população. E esse número está crescendo. Em alguns casos, o diagnóstico demora, favorecendo o aparecimento de complicações.

De acordo com a Sociedade Brasileira de Diabetes, existem diversas condições que podem levar ao diabetes, porém, os casos mais comuns são divididos em dois grupos: Diabetes tipo 1 e Diabetes tipo 2. A principal diferença é que as pessoas que possuem o Diabetes tipo 1 não produzem nunhuma insulina enquanto as pessoas que possuem Diabetes tipo 2 produzem insulina, porém ela não é suficiente para suprir a necessidade da pessoa ou apresenta baixa qualidade. Nos casos de tipo 1, os sintomas aparecem normalmente entre a infância até os 20 anos, sendo disgnosticada a partir de espisódios de hipoglicemia (baixa quantidade de açúcar) e não pode ser evitada. Diabetes tipo 2 é o mais incidente dentre os pacientes. Nesse caso, pode não apresentar nenhum sintoma, sendo descoberta geralmente na idade adulta, porém a quantidade de crianças diagnosticadas coma doença vem aumentando por estar associada ao acúmulo de peso corpóreo e ao estilo de vida.

Pelo impacto social e econômico, que tem ocasionado, tanto em termos de produtividade quanto de custos, o Diabetes vem sendo reconhecido, em vários países como problema de saúde pública, com reflexos sociais importantes. Suas manifestações crônicas são ainda, na nossa realidade, causas comuns de hospitalizações e absenteísmo no trabalho. Sobressaem, dentre elas, as doenças oculares, renais e vasculares, que tem sido apontadas como causas frequentes de invalidez e incapacitação para o trabalho. (ORTIZ; ZANETTI, 2001)

Os principais fatores de risco para o desenvolvimento do diabetes são:

1. **Índice de Massa Corpórea (IMC)**

   Excesso de peso é um dos principais fatores de risco da doença: quanto mais acima do peso, e quanto mais larga a cintura do indivíduo estiver, maior o perigo de ficar diabético. Perder peso, ainda que pouco, reduzirá o risco.

2. **Hereditariedade**

   Possuir membros da família direta com diabetes é uma indicação de predisposição genética. Mesmo que seja um fator que não se pode mudar, a ciência disso ajuda a tomar outras precauções.

3. **Sedentarismo**

   O exercício físico é muito importante para uma boa saúde, ou seja, qualquer exercício que faça a pessoa se movimentar, ajuda no controle do peso e a reduzir o nível de açúcar no sangue, pois dessa forma o corpo usa insulina de maneira mais efetiva. Estima-se que cada quilo adicional aumente o risco da doença em 16%.

4. **Estresse**

   Existe uma correlação entre problemas de saúde mental e diabetes tipo 2. Não se sabe ao certo o motivo, mas a ansiedade e o estresse podem fazer que os níveis de glicose no sangue aumentem. Na maioria das vezes, esses problemas estão acompanhados de comportamentos compulsivos e prejudicias, como comer e beber muito. De acordo com (ORTIZ; ZANETTI, 2001), nessa direção, a ansiedade mental e fisiológica pode diminuir a tolerância à glicose, como também precipitar o diabetes em pessoas cuja tolerância à já está em declínio. Desse modo, o estresse no ambiente de trabalho pode contribuir para o aparecimento da doença.

5. **Faixa Etária**

   O risco de desenvolver diabetes do tipo 2 aumenta com o passar dos anos. A atenção precisa ser redobrado a partir dos 49 anos.

   Vale ressaltar a importância dos cuidados com a saúde ao envelhecer.

Na grande maioria dos casos, medidas preventivas podem ser tomadas. Isso porque a diabetes do tipo 2, está associada ao peso e ao estilo de vida. Sua prevenção resulta na prática de uma série de ações afim de evitar seu aparecimento ou complicação. Além do que seus fatores de risco são, na maioria dos casos, modificáveis. Portanto, está nas mãos de cada indíviduo fazer algo para afastar a ameaça da doença.

2.1 O SISTEMA FUZZY

Como observado anteriormente, o diabetes é uma doença cuja ocorrência está relacionada principalmente, aos hábitos cotidianos e à qualidade de vida das pessoas.

Usando (ORTIZ; ZANETTI, 2001), (GRILLO; GORINI, 2007), para a elaboração do sitema, consideramos como principais fatores de risco para o desenvolvimento do diabetes:

- IMC - Magro = RISCO BAIXO; Sobrepeso = RISCO ALTO ou Obeso = RISCO ALTO;
- Hereditariedade - Não = RISCO BAIXO; Sim = RISCO ALTO;
- Sedentarismo - Sim = RISCO ALTO, Não = RISCO BAIXO;
- Estresse - Muito = RISCO ALTO; POUCO= RISCO BAIXO;
- Faixa Etária - Até 49 anos = RISCO BAIXO; Acima dos 49 anos = RISCO ALTO;

No modelo aqui proposto, os fatores acima são definidos como conjuntos fuzzy (baseados em informações qualitativas de especialistas) e permitem propor regras que relacionam os fatores acima com a chance de um indivíduo desenvolver diabetes tipo 2. (SANT'ANNA; PEIXOTO, 2017 (no prelo)).

Assim, o sistema possui cinco variáveis de entrada (IMC, Hereditariedade, Sedentarismo, Estresse e Faixa Etária) e uma variável de saída (risco de um indivíduo desenvolver diabetes do tipo 2). Para essas variáveis, atribuiu-se termos linguisticos e cada um deles com funções de pertinência dos tipos trapezoidal e triangular como segue:

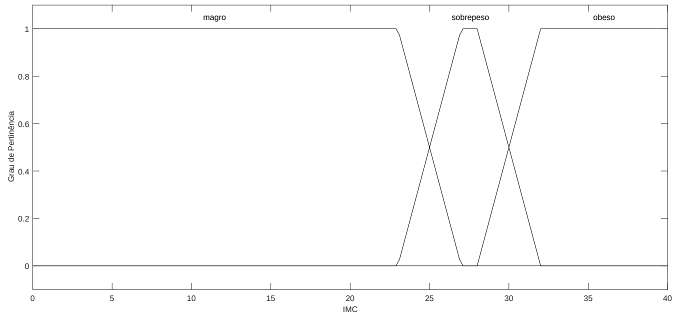
- A variável fuzzy IMC é definida pelos subconjuntos fuzzy {magro, sobrepeso e obeso} de acordo com classificação feita pelo IMC (apresentado na Tabela 3) (ver Figura 11).

Tabela 3 – Tabela IMC

Resultado	**Situação**
Abaixo de 17	Muito abaixo do peso
Entre 17 e 18,49	Abaixo do peso
Entre 18,5 e 24,99	Peso normal
Entre 25 e 29,99	Acima do peso
Entre 30 e 34,99	Obesidade 1
Entre 35 e 39,99	Obesidade 2 (severa)
Acima de 40	Obesidade 3 (mórbida)

Fonte:(IMC, 2017)

Figura 11 – Variável IMC



- A variável Hereditariedade é definida pelos subconjuntos *crisp* {sim, não} (ver Figura 12).
- A variável Sedentarismo é definida pelos subconjuntos *crisp* {sim, não} (ver Figura 13).
- A variável fuzzy Estresse é definida pelos subconjuntos fuzzy {pouco, muito} (ver Figura 14).
- A variável fuzzy Faixa Etária é definida pelos subconjuntos fuzzy {adulto, meia-idade} (ver Figura 15).
- A variável fuzzy Risco é definida pelos subconjuntos fuzzy {baixo, alto} (ver Figura 16).

Figura 12 – Variável Hereditariedade

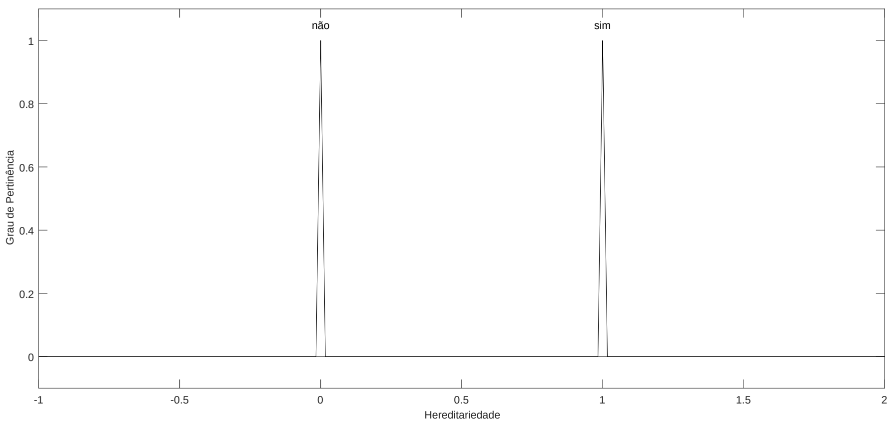


Figura 13 – Variável Sedentarismo

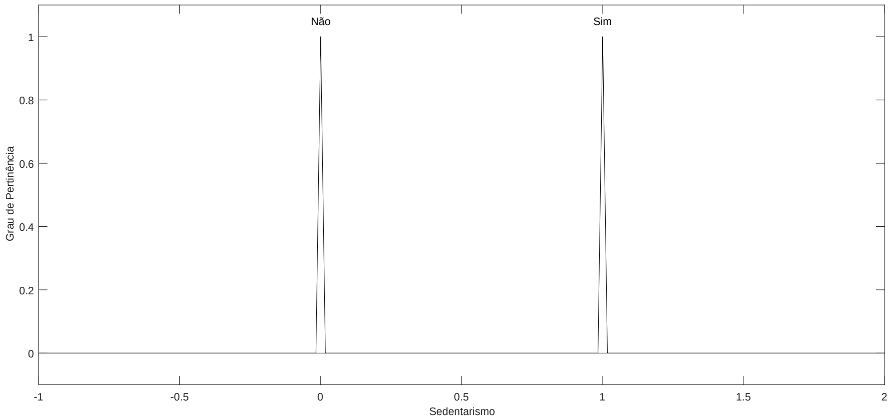


Figura 14 – Variável Estresse

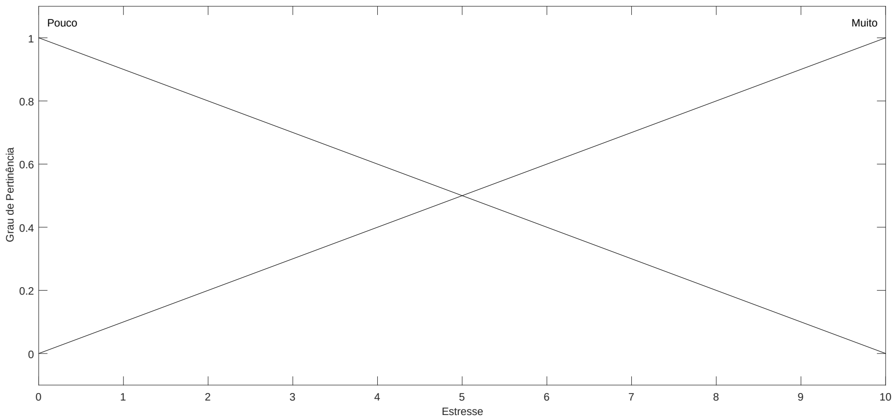


Figura 15 – Variável Faixa Etária

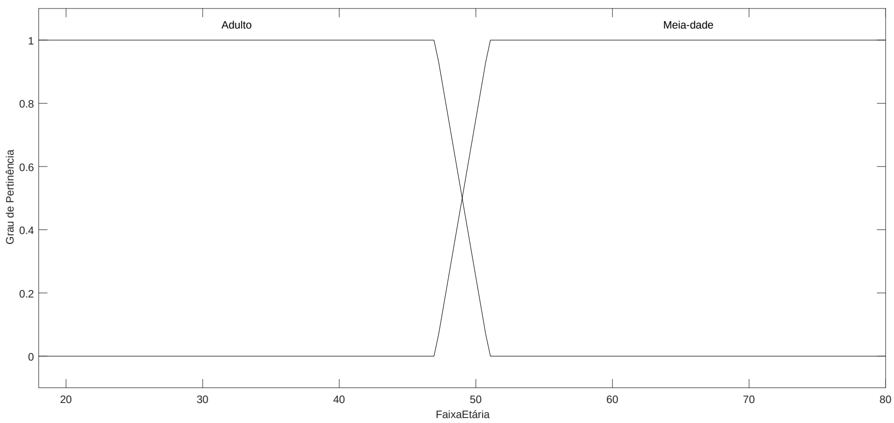
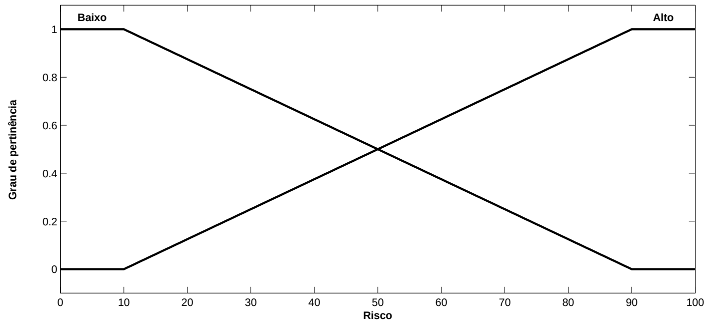


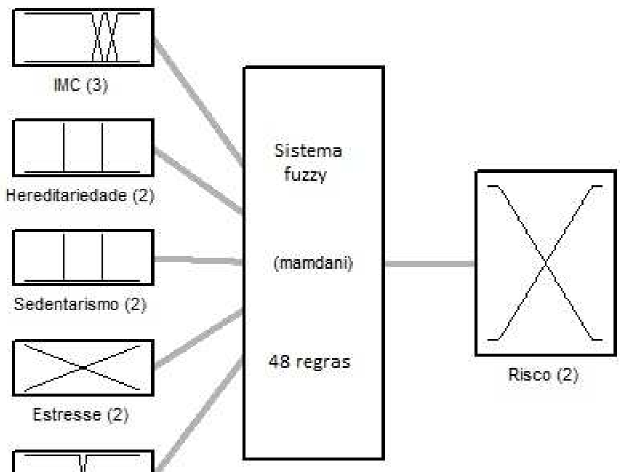
Figura 16 – Variável Risco



Por meio da análise do conjunto dos dados que envolvem as variáveis citadas, estabeleceu-se uma base de regras linguísticas relacionando-as, com o intuito de estimar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes do tipo 2. Nesse sistema fuzzy, foi elaborada uma base de regras com 48 regras, do tipo: *1. "Se (IMC é magro) e (Hereditariedade é não) e (Sedentarismo é não) e (Estresse é pouco*) e (Faixa Etária é adulto), então (risco é baixo)"; 2. " Se (IMC é obeso) e (Hereditariedade é sim) e (Sedentarismo é sim) e (Estresse é muito) e (Faixa Etária é meia-idade), então (risco é alto)".

O Sistema Fuzzy pode ser esquematizado como na Figura 17.

Figura 17 – Sistema Fuzzy



Esta proposta de modelo matemático foi desenvolvida via ferramenta *Toolbox Fuzzy* do *software MATLAB*®, que possibilita trabalhar com sistemas fuzzy.

2.2 RESULTADOS

Foi elaborado um questionário onde a pessoa digita suas respostas de acordo com os comandos indicados.

Assim, consideramos dois exemplos hipotéticos e simulamos os resultados apresentados a seguir:

Exemplo 2.1. Suponha um indivíduo que:

- Tenha peso normal;
- Possui histórico de familiar portador de diabetes;
- Não pratica atividade física;
- É pouco estressado;
- Tem 48 anos de idade;

Dessa forma, esse paciente deve digitar suas respostas seguindo os comandos:

Digite o seu "IMC": 21

Para a Variável "Hereditariedade" considere:

Você possui histórico familiar de diabetes tipo 2*? Se sim, digite* 1*, se não, digite* 0*:* 1

Para a Variável "Sedentarismo" considere:

Você pratica algum tipo de atividade física? Se sim, digite 1*, se não, digite* 0*:* 0

Para a Variável "Estresse" considere:

De uma escala de 0 *a* 10*, qual é o seu grau de estresse?:* ***2***

Digite sua "Idade": 48

Resultado: *Risco de desenvolver diabetes tipo* 2 $= 36,6353$*, ou seja, o risco de vir a ter Diabetes tipo* 2 *é Ligeiro.*

Nessas condições, na avaliação gerada pelo sistema fuzzy proposto, o indivíduo possui LIGEIRO risco de desenvolver diabetes.

Exemplo 2.2. Suponha um indivíduo que:

- Seja obeso;
- Possui histórico de familiar portador de diabetes;
- Não pratica atividade física;
- É estressado;
- Tem 60 anos de idade;

Dessa forma, esse paciente deve digitar suas respostas seguindo os comandos:

Digite o seu "IMC": 38

Para a Variável "Hereditariedade" considere:

Você possui histórico familiar de diabetes tipo 2*? Se sim, digite* 1*, se não, digite* 0*:* 1

Para a Variável "Sedentarismo" considere:

Você pratica algum tipo de atividade física? Se sim, digite 1*, se não, digite* 0*:* 0

Para a Variável "Estresse" considere:

De uma escala de 0 *a* 10 *qual é o seu grau de estresse?:* ***5***

Digite sua "Idade": 60

Resultado: *Risco de desenvolver diabetes tipo 2* = 64.3050*, ou seja, o risco de vir a ter Diabetes tipo* 2 *é Alto.*

Nessas condições, na avaliação gerada pelo sistema fuzzy proposto, o indivíduo possui ALTO risco de desenvolver diabetes.

2.3 CONCLUSÕES

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy tem sido uma ferramenta com fundamentação teórica para se estudar quantitativamente fenômenos onde aspectos de gradualidades (e, portanto de qualidades) são julgados fundamentais para seu modelamento matemático. Diante disso, podemos afirmar que tal teoria é uma ferramenta muito útil para estimar o risco do desenvolvimento de uma doença, em nosso caso, o diabetes, em uma população.

Utilizando um sistema baseado em regras fuzzy foi possível modelar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes tipo 2 sem o uso de equações diferenciais explícitas.

Classificada como uma das principais doenças da atualidade, o diabetes afeta cada vez mais o homem devido a vários fatores, alguns devido a mudança no estilo de vida, como a obesidade, sedentarismo e estresse, e outros como hereditariedade e envelhecimento.

Um sistema baseado em regras fuzzy foi utilizado para elaborar um modelo matemático para avaliar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes tipo 2. Para tanto, consideramos IMC, hereditariedade, sedentarismo, estresse e faixa etária como os principais fatores de risco da doença, de acordo com dados da literatura, como variáveis de entrada do sistema fuzzy.

Foi gerado um algoritmo para que um indivíduo entre com seus dados para a simulação. Há um grande número de testes qualitativos disponíveis para se avaliar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes. Neste trabalho foi apresentado um modelo que avalia qualitativa e quantitativamente esse risco. O modelo aqui proposto apresentou concordância com esses testes.

Esperamos que os resultados gerados pelo sistema aqui proposto seja motivador na busca de orientação médica, a fim de prevenção da doença, ou seja, que resultado encontrado funcione como alerta dos cuidados com a saúde e, posteriormente em busca de ajuda médica.

3 A PESQUISA NA SALA DE AULA

Cada vez mais a escola se vê diante do desafio de buscar novos caminhos para cumprir o papel que dela se espera, enquanto agente fundamental da formação de novas gerações e enquanto produtora do conhecimento. Há tempos, as exigências da sociedade não são mais satisfeitas apenas pelo acúmulo de informações, desencadeando na questão: o que a escola pode fazer para organizar um contexto sólido de aprendizagem, que prepare o aluno para utilizar, com autonomia, os conhecimentos de que se apropria? A tentativa da resposta leva a pensar no quadro de referências que embasam uma proposta de currículo e nas finalidades do ensino da Matemática.

Com relação às finalidades do ensino da Matemática, é importante observar que os objetos devem ser compatíveis com a sua natureza e, ao mesmo tempo, coerentes com as intenções expressas nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

> O Currículo, enquanto instrumentação da cidadania democrática, deve contemplar conteúdos e estratégias de aprendizagem que capacitem o ser humano para a realização de atividades nos três domínios da ação humana: a vida em sociedade, a atividade produtiva e a experiência subjetiva, visando à integração de homens e mulheres no tríplice universo das relações políticas, do trabalho e da simbolização subjetiva. (BRASIL, 2000) [pg15]

As aplicações práticas e o caráter instrumental (no sentido de operacionalizar) não bastam para justificar a Matemática no currículo. Em sua natureza, é possível ver a Matemática como um vasto campo e relações curiosas, de regularidades, de coerências, capazes de produzir uma motivação intelectual que leve o aluno a desenvolver a capacidade de abstrair, generalizar, projetar e transcender o que é imediatamente visível, capacidades fundamentais na formação do cidadão.

Assim como em (SPINA, 2013), um dos objetivos principais desse trabalho é contrapor a crença de exatidão da Matemática Clássica com os resultados provenientes da lógica subjetiva, utilizando conceitos apropriados para estudantes do 3ªSérie do Ensino Médio.

Diante desse contexto, buscamos evidências e compreensões ao provocar os alunos a lidar com o raciocínio fuzzy, bem como a subjetividade na matemática, via sequência didática.

Segundo (BRASIL, 2000), a Matemática tem papel fundamental quando é valorizada pelo aluno como instrumento para compreender o mundo a sua volta e de vê-la como área do desenvolvimento da capacidade para a resolução de problemas.

3.1 LETRAMENTO MATEMÁTICO

> Assegurar o numeramento de todos os jovens não é a única meta da educação matemática na educação básica, mas esse é o objetivo fundamental e prioritário. Assegurar esse numeramento significa permitir o desenvolvimento de conhecimentos e das competências matemáticas necessárias para a integração e a participação ativa na sociedade, assim como para a adaptação às mudanças previsíveis. Significa também oferecer oportunidades de acesso a um mundo mais abrangente do que aquele em que os alunos têm sido educados, formar indivíduos capazes de encontrar seu lugar no mundo atual, de se realizar e ajudar na solução dos grandes desafios que a humanidade deve enfrentar nos dias atuais: saúde, ambiente, energia e desenvolvimento. Essas metas, longe de serem alcançadas nos dias atuais, constituem um primeiro desafio para a educação matemática básica. (UNESCO, 2016) [pg.13]

De acordo com (UNESCO, 2016), o conhecimento dos números, do sistema de numeração decimal e das operações aritméticas, a capacidade de resolver problemas no campo da aritmética elementar - como por exemplo, os problemas de proporções -, o conhecimento dos sistemas de grandezas e das formas geométricas usuais do plano e do espaço, construíram por um longo tempo o conteúdo de ensino da matemática para todos. Eles são as bases imprescindíveis do letramento matemático. Como ocorria no passado, as crianças devem aprender a adquirir senso numérico e de fórmulas, a estimar, medir e brincar com as ordens de grandeza. Entretanto, por um lado, essas bases não são mais suficientes para responder ao grande aumento das demandas atuais, e por outro, não se pode pensar na aprendizagem destas sem se considerar as condições sociais da utilização desses conhecimentos e os novos meios que as tecnologias oferecem para a aprendizagem.

O letramento matemático deve permitir que os indivíduos compreendam, analisem e critiquem os múltiplos dados cuja apresentação utiliza sistemas de representação diversos e complexos, numéricos, simbólicos e gráficos, e outras interações. Tal letramento, deve permitir que eles realizem escolhas racionais, fundamentadas na compreensão, na modelagem, na predição e no controle de seus efeitos, diante de situações inéditas e muitas vezes cheias de incertezas. Nesse sentido, é essencial, que todos os indivíduos sejam, no curso de educação básica em matemática, colocados progressivamente em contato com a complexidade do mundo numérico (digital) atual, que aprendam a se referir a esse mundo e a agir, familiarizando-se com a diversidade dos modos de representação que são utilizados nele. Também se faz importante a familiarização com os modos de pensamento probabilístico e estatístico, que são necessários para colocar a matemática a serviço da compreensão de inúmeros fenômenos que, nas ciências e na vida social, trazem incerteza e risco. (UNESCO, 2016)

É importante que se ofereça uma visão da matemática como uma ciência viva, ancorada no mundo e em interação com outros campos específicos. Particularmente, isso implica considerar as interfaces da matemática além de suas interações históricas com a física: a interface com as ciências da informática, com a economia, notadamente com a biologia; as evoluções internas no campo da própria matemática, com a crescente importância dos domínios com a matemática discreta e a probabilidade; e a evolução das interações dos domínios da matemática. Isso também implica considerar a evolução das práticas matemáticas relacionadas à evolução tecnológica: a importância e a crescente visibilidade da parte experimental da matemática; o apoio da tecnologia ao cálculo, à visualização e à simulação; o reforço e uma visão renovada à dimensão algoritmica da matemática; sem deixar de lado a gestão racional e eficaz da atual diversidade de fontes de informação e de formas possíveis de trabalho colaborativo. (UNESCO, 2016)

3.2 APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS/DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS

De acordo com (UNESCO, 2016) é importante que sejam questionados os conteúdos de ensino e ao mesmo tempo, as expectativas específicas em termos de aprendizagem para esse conteúdo. Hoje, existe um consenso sobre avaliar que o que se espera são, antes de tudo, os conhecimentos operacionais expressos pela capacidade de mobilizar as ferramentas matemáticas para enfrentar situações novas e potencialmente problemáticas e não apenas a capacidade de reproduzir os procedimentos aprendidos em contextos relativamente estáveis e muito próximos dos de aprendizagem. Também existe o consenso em se avaliar que eles são os conhecimentos suficientemente sólidos e estruturados para servir de base para aprendizagens posteriores, tendo em vista o caráter cumulativo dos conhecimentos matemáticos.

As definições usuais apenas em termos de conteúdo deixam implícito, em geral, o que se espera exatamente como competência em relação ao ensino, bem como deixam de mostrar de forma clara como as aprendizagens específicas em áreas se adequam em um objetivo mais geral de desenvolvimento de competências matemáticas. Portanto, a construção de um currículo para a educação básica deve combinar, de modo equilibrado, as duas abordagens complementares, que são a abordagem em termos de conteúdo e a abordagem em termos de competências transversais; isso é um desafio real, com a experiência mostrando a dificuldade em se encontrar um equilíbrio satisfatório. É importante mostrar de maneira clara a forma como o ensino de certos domínios matemáticos contribui para o desenvolvimento de competências transversais, sem anular a especificidade dessas contribuições. (UNESCO, 2016)

3.3 FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

A pesquisa apresentada a seguir é uma pesquisa qualitativa, sendo que o instrumento de coleta de dados é a produção escrita dos alunos.

Na perspectiva de buscar possibilidades de respostas às questões levantadas, sobre o tema de nossa investigação, cujo eixo principal é o reconhecimento do valor e do papel da Teoria dos Conjuntos Fuzzy, organizamos nossa pesquisa de acordo com os seguintes aspectos relativos à coleta e ao tratamento de dados:

Coleta de Dados

- 1º Aplicação inicial de um questionário = avaliação diagnóstica
- Introdução de termos subjetivos a partir de uma leitura preliminar das questões iniciais.
- 2º Aplicação do questionário

Tratamento dos Dados

- Leitura das respostas iniciais e finais de cada aluno

A pesquisa foi realizada com alunos de quatro classes do 3ªSérie do Ensino Médio da Escola Estadual "Dona Zalina Rolim", localizada na região leste da cidade de São Paulo. O bairro é predominantemente residencial, onde os moradores são de classe média-baixa. A referida escola fica situada muito próxima de uma estação de metrô e por esse motivo, classificada como uma escola de passagem, sendo que a grande maioria dos alunos são de outros bairros mais distantes, dependendo de ônibus e metrô.

Escolhemos turmas de 3ªSérie do Ensino Médio uma vez que já "tiveram" contato com Teoria de Conjuntos, "garantindo" o bom desenvolvimento dos trabalhos.

A instituição de ensino funciona em dois turnos: manhã e tarde, onde se desenvolve o Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio. No período da manhã (ensino médio) estão matriculados 506 alunos divididos em 13 salas; das quais, 4 turmas são de 3ªSérie do Ensino Médio, totalizando 144 alunos, tendo como professora de Matemática a autora.

As turmas contam com aproximadamente 36 alunos cada. A maioria dos alunos são disciplinados e assíduos nas aulas, porém apresentam pouco (ou quase nenhum) interesse em sua aprendizagem e possuem grande dificuldade com os conteúdos matemáticos.

Nossa pesquisa foi dividida em três encontros com os alunos, apresentados na Tabela 4:

Tabela 4 – Cronograma Atividades

Data	**Atividade**
05/06/17	Aplicação questionário
13/06/17	Tratamento de termos subjetivos por meio da Teoria dos Conjuntos Fuzzy
14/06/17	Aplicação mesmo questionário e depoimentos sobre as aulas

Primeiramente, a pesquisa constituiu-se, da aplicação de um questionário composto por cinco questões que visavam as ideias e conceitos presentes no pensamento fuzzy (Figura 18). Nessa etapa, o objetivo era a compreensão das concepções prévias dos alunos voltadas para a percepção da subjetividade na construção do pensamento matemático. Logo, nesse primeiro contato com os alunos nosso foco era envolvê-los e mobilizá-los para nosso objetivo. Diante disso, antes da entrega do questionário não foi falado nada acerca do assunto; os alunos ficaram livres para responder aquilo que sabiam. O questionário foi respondido de forma anônima, ou seja sem a identificação dos alunos.

Nossa expectativa era que os alunos reconhecessem e utilizassem termos e ideias desse pensamento.

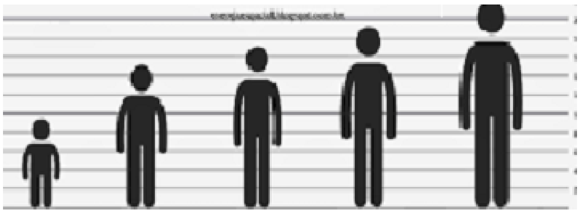
Figura 18 – Questionário 1

Questionário

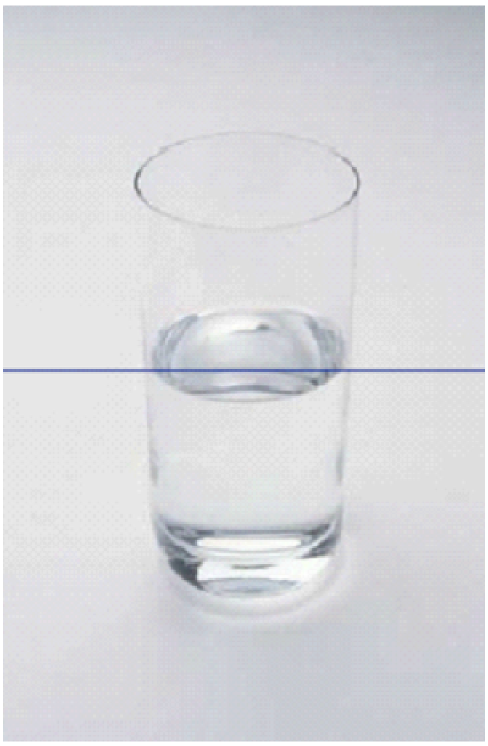
1) O que significa dizer que algo está "em torno de 2"?

2) O número 4,5 está mais perto de 4 ou de 5?

3) O terceiro homem da figura é alto ou baixo?



4) O copo d'água está cheio ou vazio?



5) O que significa dizer que minha nota foi "aproximadamente 9,0"?

Foi explicado aos alunos que esse questionário se tratava de uma pesquisa de Mestrado e que a participação deles era muito importante para a conclusão dessa pesquisa.

Alguns alunos se mostraram interessados em participar, e fizeram alguns questionamentos sobre o que era “um Mestrado”.

Ao final da aplicação do questionário, foi feita a leitura dos resultados obtidos.

Nesta primeira etapa da pesquisa, obtivemos a devolutiva de 34 alunos das 4 salas. Os resultados do 1º questionário serão apresentados na seção 3.2.

Após esse primeiro encontro foi construído o seguinte plano de aula:

3.4 PLANO DE AULA

Inicialmente, elaboramos um Plano de Aula, como segue:

Nível de Ensino: Ensino Médio.

Série: 3º Ano.

Tempo Previsto: 3 aulas.

Tema da Aula: Conjuntos Fuzzy.

Diagnóstico: Para a aula proposta é desejável que o aluno já tenha conhecimentos sobre a Teoria de Conjuntos Clássica, bem como seus termos.

Objetivos: Introdução de conceitos subjetivos.

Objetivo Específico: Trabalhar com termos que tenham mesmo significado, além de termos como “aproximadamente”, “em torno de”, “quase”, “perto de”, “acima de”, identificar a diferença entre exato e preciso, saber graduar, número triangular e porcentagem (decimal).

Conteúdos

Conteúdos Conceituais: Teoria de Conjuntos e Fundamentos da Lógica Clássica.

Conteúdos Atitudinais: O aluno deve ser capaz de identificar e registrar termos e elementos próprios da teoria fuzzy.

Estratégias: Apresentar aos alunos exemplos do emprego de termos subjetivos, bem como seus significados; trabalhar com a linguagem conjuntista.

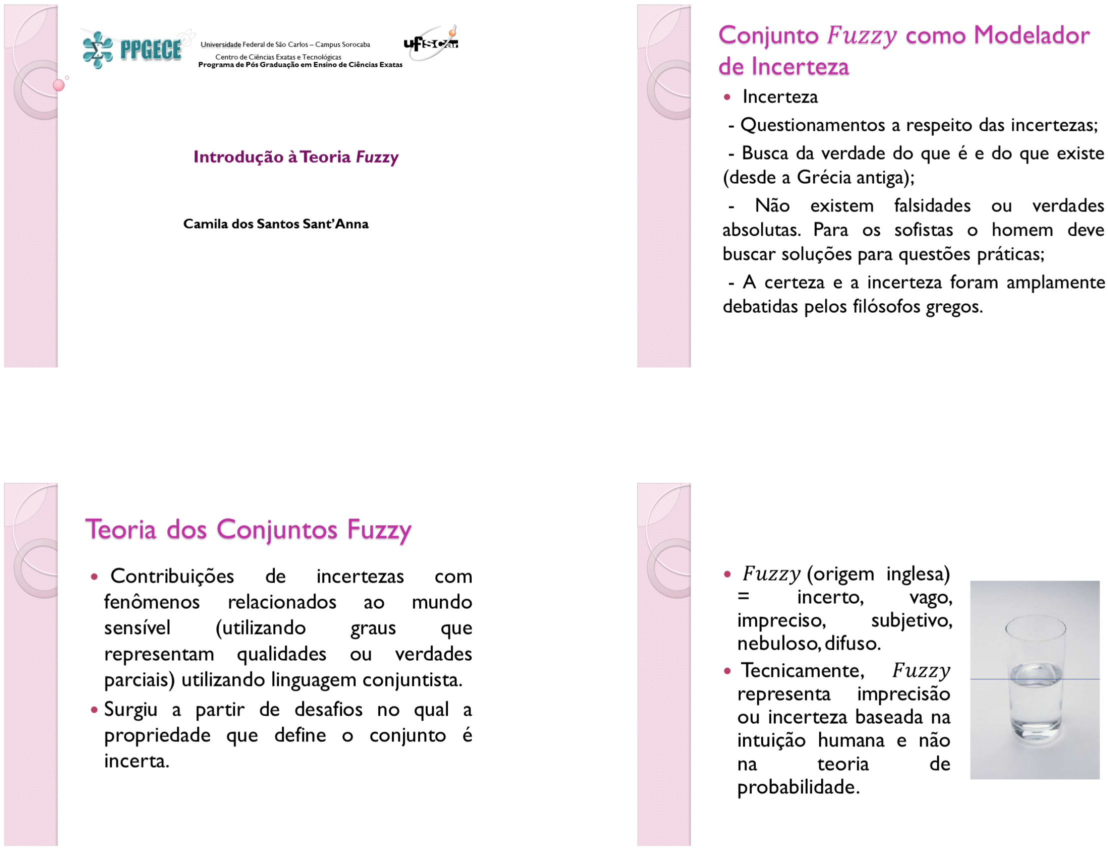
Metodologia: No encontro seguinte a aplicação do questionário realizar uma apresentação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy aos alunos, bem como seu surgimento (parte histórica), de uma forma bem simples e suscinta, utilizando o *PowerPoint*. Exposição de exemplos.

Recursos Didáticos: Datashow e lousa.

Avaliação: Questionário e depoimentos sobre as aulas.

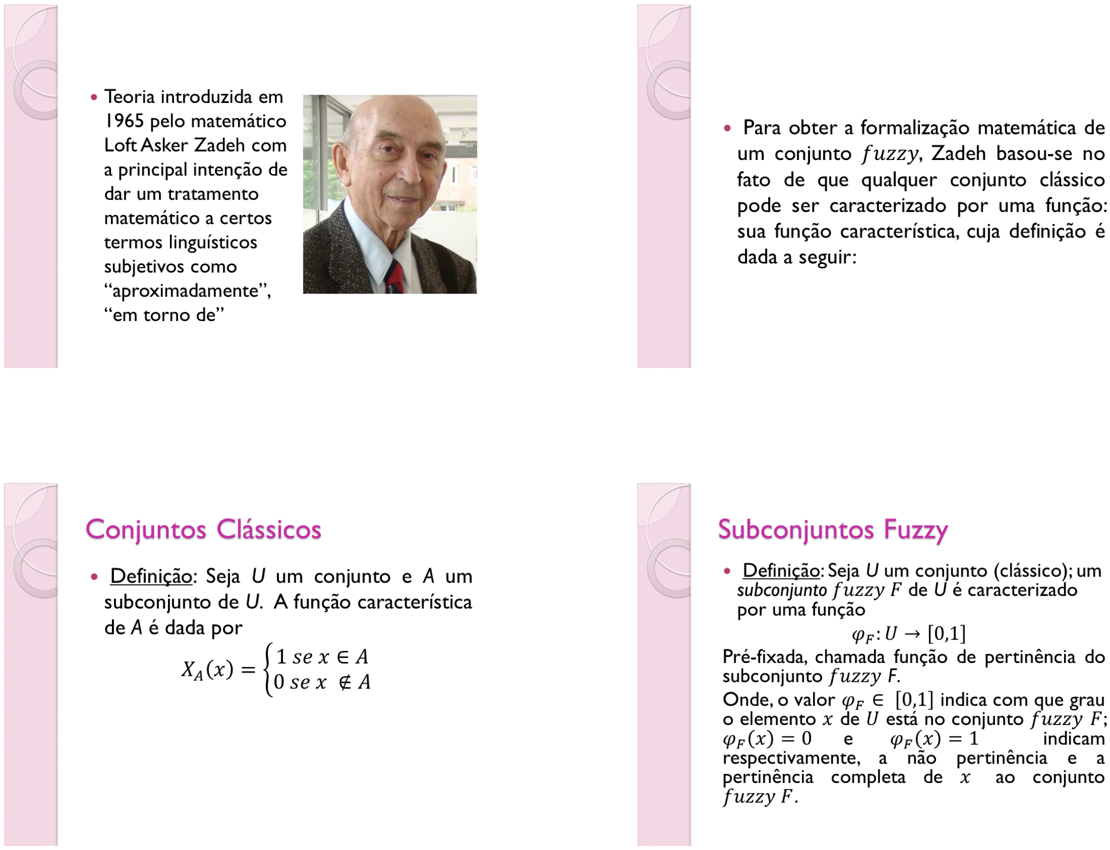
A seguir, apresentamos o material preparado para a utilização em aula, conforme Figuras 19 a 21.

Figura 19 – Material utilizado em aula: apresentação em *PowerPoint* utilizada no 2º encontro.



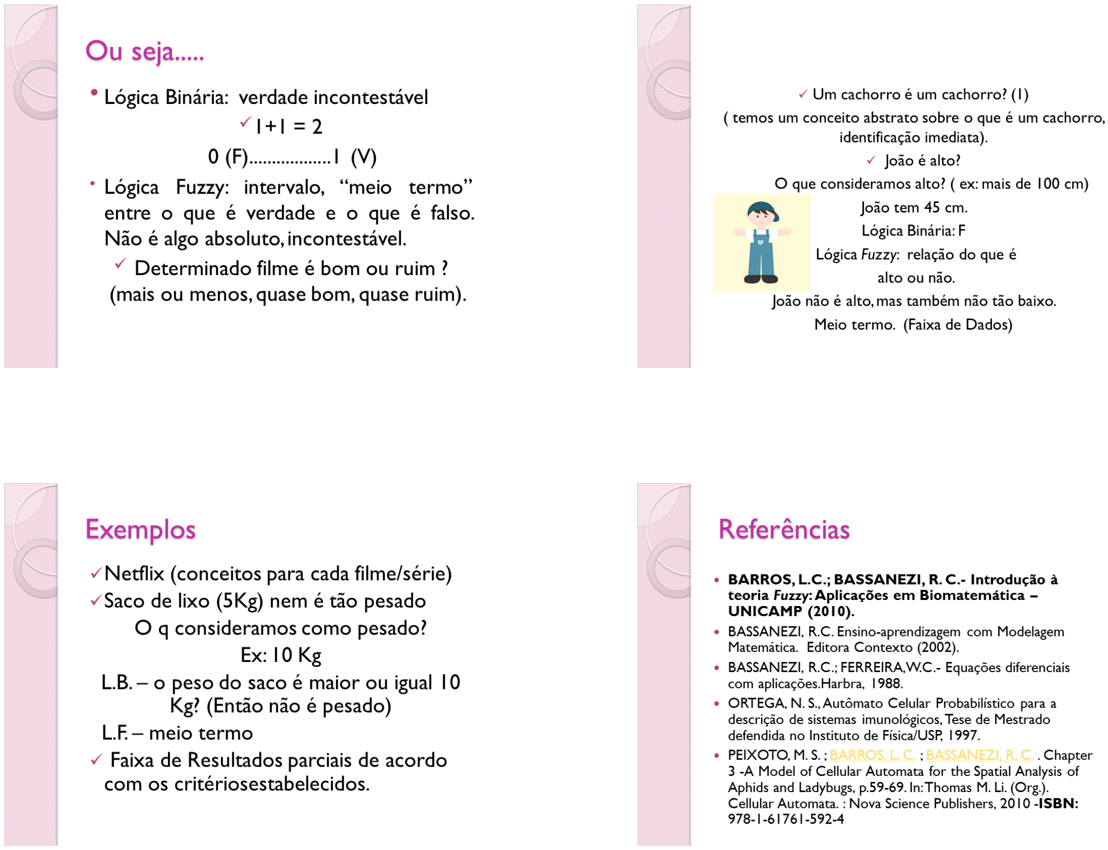
Inicialmente, foi feita uma apresentação da parte histórica da Teoria dos Conjuntos Fuzzy.

Figura 20 – Slides utilizados em aula



Após a apresentação teórica do nosso objeto de estudo, a aula seguiu com a exposição de exemplos e aplicações, para que houvesse o real entendimento dos alunos, a fim de alcançarmos nosso objetivo proposto.

Figura 21 – Slides utilizados em aula - Exemplos



No 3º e último encontro planejado, foi aplicado novamente o questionário inicial.

Optamos em utilizar o mesmo questionário com o intuito de verificar se realmente os alunos haviam entendido aquilo que lhes foi proposto.

3.5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção apresentamos o desenvolvimento da pesquisa via relato das atividades realizadas pelos alunos, a fim de pontuar as relevâncias da aplicação.

Figura 22 – Encontro 1

Fonte: Arquivo da autora.

Como dito anteriormente, no primeiro encontro aconteceu a primeira aplicação do questionário (Figura 22). Nosso objetivo nessa etapa, foi aplicá-lo como uma "avaliação diagnóstica", com o intuito de verificar o quanto os termos apresentados eram familiares ou não aos alunos.

Das quatro turmas estudadas, tivemos a resposta de apenas 34 alunos. A maioria dos alunos não se interessaram em fazer parte da pesquisa por não ser uma forma avaliativa, ou seja, não contaria nota para sua média final do bimestre. Esse número de alunos é um pouco maior do que o número de alunos que efetivamente participa das aulas diarimente (no sentido prestar atenção nas aulas e realizar as atividades solicitadas). Os resultados obtidos são apresentados a seguir:

Questão 1: O que significa dizer que algo está "em torno" de 2? (Figura 23)

Respostas dos Alunos:

> *Um número entre* $1,6$ *e* $2,4$, *pois nos dois casos seria arredondado para cima*;
>
> *Altura, metro, diâmetro, etc*;
>
> *Que está perto de* 2; (resposta de 3 alunos)
>
> *Que está em volta de algo*; (resposta de 7 alunos)
>
> *Não é* 1 *nem* 2, *meio termo*;
>
> *Que está chegando ao número* 2;
>
> *Que está entre* 1 *e* 2; (resposta de 2 alunos)

2, 5 *pra cima*;

Em torno da metade;

1 *e* 3; (resposta de 10 alunos)

Algo que está em volta de 2*, ao seu redor*;

Não é 1 *nem* 2;

Significa nada;

Significa que algo está entre 0 *e* 2*, ou seja, um número próximo de* 2;

Que algo está no meio de duas coisas;

Está perto de 2*, mais ou menos* 2.

Questão 2: O número 4, 5 está mais perto de 4 ou 5? (Figura 24)

Respostas dos Alunos:

Tem a mesma distância em relação aos dois números. Mas no caso de um arredondamento o número ficaria 4;

De 5; (resposta de 14 alunos)

4, 5 *está chegando a* 5; (resposta de 3 alunos)

Está mais perto de 4; (resposta de 8 alunos)

Perto de 4*, pois até* 4, 5 *arredonda para baixo*;

Está próximo de ambos; (resposta de 4 alunos)

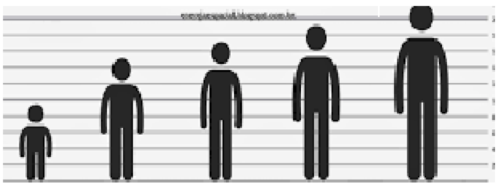
Entre os dois; (resposta de 2 alunos)

Tem a mesma distância entre os dois números, ou seja, 0, 5;

Está na metade;

Está no meio. (resposta de 10 alunos)

Questão 3: O terceiro homem da figura é alto ou baixo? (Figura 25)



Respostas dos Alunos:

Alto em relação ao segundo homem e baixo em relação ao quarto homem;

Médio; (resposta de 5 alunos)

É alto; (resposta de 15 alunos)

Este é o mais baixo (primeiro homem), este é o mais alto (último homem); (resposta de 8 alunos)

Baixo; (resposta de 11 alunos)

Normal; (resposta de 4 alunos)

Tá na média;

No "padrão" estabelecido pelo gráfico, é de estatura normal;

Está na metade.

Questão 4: O copo d'água está cheio ou vazio? (Figura 26)

Respostas dos Alunos:

Nenhum dos dois, está na metade; (resposta de 4 alunos)

Meio cheio; (resposta de 5 alunos)

Cheio; (resposta de 13 alunos)

Está meio termo, um pouco cheio e um pouco vazio;

Vazio; (resposta de 5 alunos)

O copo está abaixo do meio termo; (resposta de 2 alunos)

Se olhar para parte de cima ele está vazio, mas se olharmos para parte de baixo ele está cheio;

Ele está entre o meio do copo, meio termo;

Está médio;

Está no meio.

Questão 5: O que significa dizer que minha nota foi "aproximadamente" $9,0$? (Figura 27)

Respostas dos Alunos:

Que minha nota foi plenamente boa;

Que minha nota foi ótima;

Que ela deve ter sido quase $9,0$ *como um* $8,8$ *e quase* $9,0$;

Acima de $8,5$; (resposta de 2 alunos)

Que faltou 1 *para eu ter conseguido tirar* 10;

Significa que minha nota está entre $8,5$ *e* $9,0$; (resposta de 2 alunos)

Que quase tirei 10;

Por que não sabe o valor exato;
Que ela foi $8,7,$ $8,8,$ $8,9$;
$8,75$; (resposta de 6 alunos)
Que quase foi 9; (resposta de 4 alunos)
Que a nota é $8,5$; (resposta de 3 alunos)
Quer dizer que foi alta;
Que a nota estava entre 8 *e* 9;
Que está próximo de 9;
Que minha nota foi $8,9$;
Um número próximo de 9 *de ex* $8,9$ *falta* $0,1$ *para* 9;
Significa que a minha nota foi quase um 9 *mas não foi, por exemplo,* $8,5$;
Que minha nota não foi máxima, mais está na média;
Na hora de calcular uma nota ela deu um valor aproximado;
Sua nota foi um pouco antes que 9;
Que eu tirei uma nota entre $8,6$ *e* 9.

Após essa leitura preliminar das respostas obtidas pelos alunos, podemos observar que a maioria dos alunos não está familiarizada com a subjetividade inerente aos termos apresentados. Sendo assim, destacamos a relevância em se iniciar um estudo que os leve a uma compreensão significativa do estudo proposto.

Percebemos que na maioria das respostas, eles não tiveram um raciocínio que os levassem a pensar em uma resposta mais elaborada, mas sim responderam aquilo que lhes era "óbvio", de forma direta e suscinta.

Na primeira questão apenas 2 alunos chegaram próximo do esperado, ou seja, utilizaram termos como: "meio termo" e "está chegando perto". Na questão seguinte, nenhum alunos utilizou algum dos termos esperados.

"Alto em relação ao segundo homem e baixo em relação ao quarto homem", foi a resposta da terceira questão que mais se aproximou do nosso objeto de estudo, respondida por apenas um aluno.

As respostas da questão 4 foram as mais significativas para nosso estudo, uma vez que a maioria dos alunos responderam algo como: "Meio cheio", "Está meio termo, um pouco cheio e um pouco vazio". Em relação à quinta e última questão, as respostas mais significativas para nossa pesquisa foram: "Um pouco antes", "Está próximo", "Um número entre".

Após esse primeiro encontro, propomos aos alunos uma apresentação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy. Nosso objetivo nessa aula, era que os alunos se familiarizassem com os termos utilizados na teoria e que esse estudo fosse significativo a eles.

Começamos a aula com uma "provocação" a respeito do tema, ou seja, questionando os alunos sobre o que eles entendem por incertezas. Neste encontro, houve certa resistência por parte dos alunos em participar da aula, uma vez que não contaria como parte da avaliação final do bimestre. Tivemos a participação de um número pequeno de alunos. Obtivemos algumas respostas como:

> Incerteza é alguma coisa que não é certa, é duvidosa. [V.B.T]
> É uma não certeza. [V.M.F]
> O que gera dúvida. [A.B.P.N]

Na sequência, foi explorada de maneira rápida, a parte histórica, passando pela Grécia Antiga, onde houve a busca da verdade do que é e do que existe, dentro deste contexto, não existem falsidades ou verdades absolutas e para os sofistas, o homem deve buscar soluções para as questões práticas. Podemos então, afirmar que a certeza e a incerteza foram amplamente debatidas pelos filósofos gregos.

Em razão dessas questões, surgiu a Teoria dos Conjuntos Fuzzy, ou seja, a partir de desafios no qual, a propriedade que define o conjunto é incerta, com o objetivo de trazer contribuições de incertezas com fenômenos relacionados ao mundo sensível, utilizando graus que representam qualidades ou verdades parciais.

Em seguida, foi lhes apresentado o significado da palavra fuzzy, que tem origem inglesa e representa algo incerto, vago, impreciso, subjetivo. Tecnicamente, baseado na intuição humana e não na teoria de probabilidade. Foi introduzida em 1965 pelo matemático Loft Asker Zadeh com a principal intenção de dar um tratamento matemático a certos termos linguísticos subjetivos como " aproximadamente", "em torno de". Para obter a formalização matemática de um conjunto fuzzy, Zadeh baseou-se no fato de que qualquer conjunto clássico pode ser caracterizado por uma função: sua função característica. Surge nesse momento, a primeira indagação de um aluno:

> O que seria um conjunto clássico? [V.M.F]

Então foi apresentado a definição formal de sua função característica:

$$X_a(x) = \begin{cases} 1 & se \quad x \in A \\ 0 & se \quad x \notin A \end{cases} \tag{3.1}$$

Foi explicado, então, que em um conjunto clássico, um elemento pertence ou não pertence a esse conjunto. Exemplos utilizados: números pares e ímpares (ou um número é par ou ele é ímpar), conjunto dos estados da região sul do Brasil (o Estado de São Paulo pertece a esse conjunto?). Solicitamos que os alunos dissessem alguns exemplos, com verificação de seu entendimento. Recebemos as seguintes respostas:

> No conjunto dos times paulistas de futebol, o time do Cruzeiro não pertence, porque ele está no conjunto dos times mineiros [V.M.F]

A Xuxa pertence ao conjunto das loiras e não das morenas [T.F]

Sendo a Teoria de Conjuntos clássica entendida pelos alunos prosseguimos com a aula, com o intuito de alcançar nosso objetivo. Chegamos, então, à definição de um subconjunto fuzzy.

Definição 3.1. *Seja U um conjunto (clássico). Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função*

$$\varphi_F : U \to [0,1], \tag{3.2}$$

chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy F.

O valor $\varphi_F \in [0,1]$ indica o grau com que o elemento x de U está no conjunto fuzzy F; $\varphi_F(x) = 0$ e $\varphi_F(x) = 1$ indicam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto fuzzy F.

Em outras palavras, agora um elemento não pertence ou pertence completamente a um determinado conjunto, mas sim o *quanto* ele pertence ou não, ou seja, não há mais verdades absolutas ou incontestáveis. Seguimos a aula com a exposição de alguns exemplos:

Exemplo 3.1. Teoria de Conjuntos Clássica (Binária): verdade incontestável

$$1 + 1 = 2$$

Não existe o "meio termo". Ou é verdade ou é falso!

Exemplo 3.2. Teoria dos Conjuntos Fuzzy: Consideramos todo o intervalo entre o verdadeiro e o falso.

Não é algo absoluto, incontestável.

Determinado filme é bom ou ruim? (mais ou menos, quase bom, quase ruim? Depende)

Na sequência, lhes foi apresentado alguns exemplos, para que idenficassem se pertenciam ao conjuntos dos exemplos clássicos ou fuzzy.

Exemplo 3.3. Exemplo do Cachorro: Foi pedido que um alunos desenhasse um cachorro na lousa.

A questão é: isso é um cachorro? ou seja, um cachorro é um cachorro?

Imediatamente a resposta foi positiva.

Então um aluno disse:

> Então esse exemplo é da Teoria de Conjuntos clássica. [V.M.F]

E foi lhe indagado o por quê?

O mesmo aluno respondeu:

> É um exemplo clássico porque não existe meio termo, ou é um cachorro ou não é. E esse desenho mostra que é um cachorro. É verdade. [V.M.F]

Terminamos o exemplo com a conclusão de que temos um conceito abstrato do que é um cachorro, dessa forma, sua identificação é imediata.

A partir desse momento, foi possível constatar, que eles haviam entendido a diferença entre as duas teorias, e que já estavam se familiarizando com termos como “meio termo”.

Seguimos com os exemplos:

Exemplo 3.4. João é alto ou baixo? Figura (28)

Figura 23 – João é alto?

Fonte: Arquivo da autora.

Imediatamente alguns alunos começaram a dizer que sim e outros disseram que não.

Questão proposta: O que consideramos alto?

Então, definimos que uma pessoa alta teria acima de 100 cm e supomos que João tem 45 cm.

E agora João é alto? Que tipo de exemplo temos?

Veja a seguir, algumas respostas dos alunos:

> Como uma pessoa alta tem 100 cm e João tem 45 cm, claro que João é baixo. [K.N]
>
> João é médio. [A.L.M.V]
>
> Relativo. [C.M]
>
> João não é alto, mas também não é tão baixo. [V.B.T]

Terminamos o exemplo com a conclusão do aluno [V.B.T], de que João não é alto, mas também não tão baixo, e que este é um “exemplo fuzzy”.

Comentamos vagamente sobre grau de pertinência com que um elemento pertence a dado conjunto. E que nesse exemplo, João pertence ao conjunto das pessoas altas, com grau $0,45$ dentro do conjunto [0,1].

Este encontro foi bastante produtivo, onde houve um evidente progresso em relação à familiarização e propriedade dos alunos em relação aos termos subjetivos. Os alunos participantes fizeram comentários e mostraram - se entusiasmados com as novas descobertas.

Outros exemplos foram explorados:

Exemplo 3.5. : Netflix - (conceitos para cada filme/série)

Exemplo 3.6. : Saco de lixo (5Kg) é pesado?

O que consideramos um saco de lixo pesado?

Suponha que um saco de lixo pesado tenha 10Kg. Então o saco de lixo de 5Kg não é pesado e também não é leve.

Utilizamos uma faixa de resultados parciais de acordo com critérios estabelecidos.

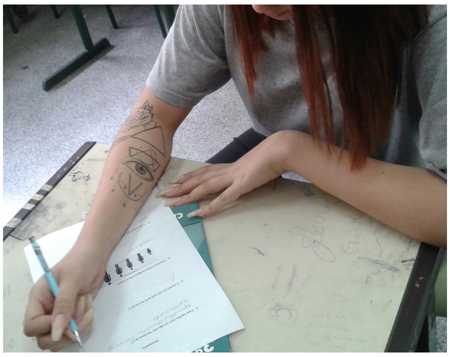
Por fim, deixamos que os alunos se tornassem protagonistas de seu próprio aprendizado, solicitando a eles que citassem alguns exemplos de acordo com a aula.

Alguns dos exemplos foram:

> O Brasil é um país pobre?.[E.R.L]
>
> 5 é uma nota alta na prova de Química. [N.C.O.S]
>
> 10 é um número natural pequeno. [V.M.F]

No terceiro e último encontro programado, foi aplicado novamente o questionário inicial (Figura 29). Nesta etapa, tivemos retorno de apenas 18 alunos, que efetivamente participaram e colaboraram no encontro anterior.

Figura 24 – Encontro 3



Fonte: Arquivo da autora.

Apresentamos a seguir, os resultados desses questionários:

Questão 1: O que significa dizer que algo está “em torno” de 2? (Figura 30)

Respostas dos Alunos:

> *O/um n^o em volta do* 2.
>
> *Algo que está próximo de dois.*
>
> *Algo que está próximo ou ao redor do* 2.
>
> *Algo que está aproximado ao* 2.
>
> *Quando está perto de* 2*/próximo.*
>
> *Que está perto de* 2.
>
> *Algo que está de* $1,5$ *até* $2,0$ *e algo que está em torno de* 2.
>
> *Está entre duas coisas, ou tem duas pessoas em volta.*
>
> *Está entre* 2 *coisas, “há algo entre os dois” seja sentimento, ou objeto. Em torno também pode ser aproximadamente, “em torno de* 2 *pessoas foram hoje”, “aproximadamente* 2 *pessoas foram hoje”..*
>
> *Significa que está em volta, pode ser* 1 *ou* 3.
>
> *Significa que a pessoa tirou* $1,5$ *e que está em torno de* 2.
>
> *Algo pode estar* 2 *quantidades ou em* 2 *números.*
>
> *Em torno de* 2 *significa que está próximo de* 2*, mas não quer dizer que tenha* 2 *realmente, mas que chega próximo do número* 2 *ou um valor arredondado.*
>
> *Significa que não é exatamente* 2*, é algo que esteja ao redor de* 2.
>
> *Significa que está na divisão entre o* 1 *e o* 2.
>
> *Significa que pode ser números inteiros por exemplo* 1 *ou* 3.
>
> *Que está com um número aproximado de dois como* $1,3$.
>
> *Em torno significa que é uma suposição por exemplo “Ah hoje veio em torno de* 2 *pessoas”.*

Questão 2:O número $4,5$ está mais perto de 4 ou 5? (Figura 31)

Respostas dos Alunos:

Próximo dos dois.

Está entre os dois. Depende.

Do 5. (resposta de 8 alunos)

Depende.

Está entre 4 *e* 5.

A distância é a mesma.

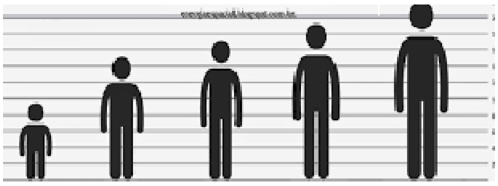
Está em meio termo.

Está entre os dois. (resposta de 2 alunos)

Nenhum dos dois estão.

Nenhum dos dois e sim está entre os dois.

Questão 3: O terceiro homem da figura é alto ou baixo? (Figura 32)



Fonte: Elaborado pela autora.

Respostas dos Alunos:

Intermediário.

Médio. (resposta de 3 alunos)

Ele é alto. (resposta de 2 alunos)

Depende do ponto de vista.

É relativo.

Se comparado aos 2 *primeiros ele é alto e se comparar com os* 2 *últimos ele é baixo.* (resposta de 3 alunos)

Baixo. (resposta de 2 alunos)

É alto, tamanho normal de um homem.

Ele é regular, nem baixo nem alto.

O terceiro homem tem uma altura considerável, está próximo de ser alto, mas não é. O homem então é meio termo.

O terceiro homem é mediano. (resposta de 2 alunos)

Questão 4: O copo d'água está cheio ou vazio? (Figura 33)

Respostas dos Alunos:

> *Pela metade, meio com água, meio sem água.*
>
> *Está no meio. Mais pra cheio.*
>
> *Cheio.* (resposta de 2 alunos)
>
> *O copo está cheio, pois a pergunta questiona se está inteiramente vazio ou cheio, então está cheio.*
>
> *O copo não está totalmente cheio mas não está vazio.*
>
> *Os dois ao mesmo tempo.*
>
> *Está na metade, mais para vazio.*
>
> *Está na metade, nem cheio nem vazio.*
>
> *Está na metade.* (resposta de 4 alunos)
>
> *Está na metade, não está cheio nem vazio.*
>
> *O copo está cheio até a metade, não está vazio, mas também, não está cheio até o topo.*
>
> *Está com a metade cheia.* (resposta de 2 alunos)
>
> *Está meio a meio.*

Questão 5: O que significa dizer que minha nota foi "aproximadamente" $9,0$? (Figura 34)

Respostas dos Alunos:

> *Que o número/nota chegou próximo de* 9*, mas não foi.*
>
> *Que minha nota foi mais próxima de* 9.
>
> *Algo próximo de a* $9,0$.
>
> *Que a nota quase chegou a* $9,0$.
>
> *Que foi quase nove.*
>
> *Que está perto de* 10.
>
> *Que você tirou uma nota de* $8,5$ *até* $8,9$ *que se aproxima até o* $9,0$.

> *As questões valiam* $0,50$ *ou* $0,25$ *e a pessoa totalizou* $8,75$*, então ela tirou aproximadamente* $9,0$.
>
> *Arredondando para ser mais exato foi aproximadamente* 9.
>
> *Que chegou perto da nota* 9.
>
> *Significa que a pessoa poderia ter tirado* $9,5$ *mas não, tirou* $9,0$ *que é aproximadamente de* 10.
>
> *Quase tirou* $8,5$.
>
> *Significa uma previsão "aproximadamente* $9,0$*" significa que foi feito uma previsão da nota, o valor real é próximo de* $9,0$.
>
> *Que a nota não foi exatamente* 9*, pode ter sido abaixo, igual ou maior do que* $9,0$.
>
> *Significa que ela não é* 9 *mas chega perto.*
>
> *Significa que foi* $8,5$ *ou* $9,5$.
>
> *Que está perto de nove mas está com um* $8,5$ *ou* $8,75$ *mas que faltou algo para* 9.
>
> *Aproximadamente não significa um número extao e sim uma suposição.*

Ao analisar os resultados na segunda aplicação do questionário, fica evidente o progresso dos alunos em utilizar termos subjetivos em suas respostas.

Podemos perceber que eles foram menos "diretos" e "óbvios" em seus raciocínios.

Na primeira questão, alguns alunos já responderam que é algo próximo de 2, mas que não quer dizer que seja o 2 efetivamente. Porém, a maioria ainda não mostra significado efetivo em sua resposta. Essa questão apresenta menor índice de entendimento dos alunos.

Em relação à primeira, a segunda e a terceira questões foram pouco mais satisfatórias, pois apresentaram termos como "depende"(não mencionada nenhuma vez, na primeira aplicação do questionário) e "meio termo" e "relativo".

Grande parte dos alunos ao responder a quarta questão optaram em dizer que o copo d'água estava pela metade e outros responderam que não estava cheio e nem vazio. Apenas dois alunos responderam de forma categórica que o copo estava cheio (um número bem menor, comparado com a primeira aplicação) e nenhum aluno respondeu que o copo estava vazio.

Por fim, na última questão, obtivemos um resultado bastante satisfatório em relação à primeira aplicação. Nesta questão apareceram termos como "quase", "chegou próximo, mas não foi".

Após a entrega dos questionários, foi perguntado aos alunos suas opiniões a respeito da aula. Segue alguns relatos:

> Achei muito interessante esse assunto. Não sabia nada sobre Teoria de Conjuntos Clássica e agora já sei uma coisa que vai além. Acho importante os professores trazerem coisas novas para nós. [V.M.F]

> Eu lembrava bem pouco sobre Conjuntos mas não sabia que podia ir além do verdadeiro ou falso. E eu não sabia que na Matemática a gente podia usar esses tipos de termos como "depende". Na minha outra escola, o professor falava que sempre ia ter uma resposta exata para tudo na Matemática e que as dúvidas ficavam com o pessoal das humanas. [A.B.P.N]
>
> Eu gostei dessa aula. Foi a primeira vez que prestei atenção na aula de Matemática e aprendi alguma coisea olha que não precisei fazer nenhuma conta de nada. Acho que foi a aula com datashow que me chamou atenção. [K.N]
>
> Gostei dessa aula professora, você podia trazer mais atividades como essa para nós. Aprendi na Matemática as coisas não são tão exatas como parecem.[L.M]
>
> Quando a gente aprende alguma coisa nova na Matemática, a gente sempre pergunta onde que vamos usar isso na nossa vida, e agora eu estava pensando que a gente vive dizendo coisas como "quase", "próximo", "relativo", "depende" e isso também é Matemática.[T.C]

De modo geral, os depoimentos dos alunos foram bastante positivos e incentivadores para uma prática cada vez melhor de nosso trabalho. Uma vez que pediram mais atividades como esta, diferentes, que fogem do apenas giz, lousa e caderno e, principalmente, traz conceitos, por um lado, novos em sala de aula e por outro lado, comuns no dia a dia.

Outro aspecto positivo de nossa pesquisa foi a maneira como a aula se desenvolveu, com a efetiva participação de maneira colaborativa por parte dos alunos e seu interesse, fazendo com que se apropriassem do conhecimento oferecido, tornando-se reais protagonistas de seu aprendizado, algo cada vez mais raro e difícil de acontecer nos dias de hoje.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na modelagem matemática é comum se deparar com incertezas, envolvendo variáveis que não são precisamente quantificadas. Muitas dessas incertezas encontradas nos fenômenos são provenientes apenas da subjetividade da nossa linguagem. Esse é o caso típico de alguns procedimentos adotados em Biomedicina para diagnosticar e controlar alguma doença em paciente. Por exemplo, para se controlar determinada doença, observam-se os sinais ou sintomas apresentados pelo paciente. A gravidade destes sinais indicará o procedimento médico a ser adotado. O termo "gravidade" é subjetivo no sentido de apresentar graduações. Pois bem, incertezas devido à gradualidade são tipicamente tratadas por meio de métodos fuzzy. Esta teoria tem se mostrado mais adequada no tratamento de variáveis incertas e subjetivas do que a matemática clássica.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy tem sido uma ferramenta com fundamentação teórica para se estudar quantitativamente fenômenos onde aspectos de gradualidade (e, portante de qualidades) são julgados fundamentais para seu modelamento matemático. Diante disso, podemos afirmar que tal teoria é uma ferramenta muito útil para estimar o risco do desenvolvimento de uma doença, em nosso caso, o diabetes tipo 2, em uma população suscetível.

Assim, este trabalho iniciou-se com estudo de conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy e de sistemas baseados em regras fuzzy.

A partir deste estudo propomos um modelo matemático para estimar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes do tipo 2 por meio de um sistema baseado em regras fuzzy. Para isso, consideramos os seguintes fatores de risco: Índice de Massa Corpórea(IMC), hereditariedade, sedentarismo, estresse e faixa etária, como variáveis de entrada do sistema fuzzy.

Neste modelo fuzzy, as variáveis do sistema são conjuntos fuzzy e estabelecemos uma base de regras que relacionam as variáveis de entrada com a variável de saída - risco de um indivíduo desenvolver diabetes do tipo 2 – a partir de dados da literatura fornecidos por especialistas.

Utilizamos o método de inferência de Mamdani e o centroide como defuzzificador. As simulações foram realizadas no *Toolbox* Fuzzy do ambiente *Matlab*. Foi gerado um algoritmo para que um indivíduo entre com seus dados para a simulação.

Há um grande número de testes qualitativos disponíveis para se avaliar o risco de um indivíduo desenvolver diabetes. Neste trabalho foi apresentado um modelo que avalia qualitativa e quantitativamente esse risco. O modelo aqui proposto apresentou concordância com esses testes.

Com o estudo da parte teórica e o desenvolvimento do modelo proposto finalizados, realizamos uma pesquisa em sala de aula, com o objetivo de introduzir e “tratar” termos subjetivos, via conceitos apropriados para discentes do Ensino Médio.

Apresentamos essa abordagem no ensino da Matemática de maneira com que os alunos pudessem tratar do tema de forma tranquila e motivadora, transpondo seus “conhecimentos prévios” e trabalhando em caráter investigativo.

Foi muito importante abordar (mesmo que de maneira rápida) a parte história, pois os alunos sempre possuem a dúvida: “de onde vem isso?”. Obtivemos um resultado final bastante satisfatório, principalmente em relação à motivação dos alunos, ao atuarem como efetivos protagonistas de seu conhecimento.

Por meio dessa atividade, acreditamos que ultrapassamos uma das inúmeras barreiras para conseguir fazer com que os alunos criem seu próprio senso crítico e isto decorre de um passado em que pouco foi absorvido, e de uma cultura já fixada na mente da maioria dos alunos: “que matemática é difícil então eu não posso aprender, e além de tudo é inútil para a minha vida”.

Concordamos com (MENDES, 2017) ao afirmar que o processo de aplicação da pesquisa foi uma oprtunidade de aprimorar a prática que o dia-a-dia proporcionou para o aperfeiçoamento da metodologia, que por opção, foi aplicada seguindo um roteiro de parte histórica e teórica, que aproxima mais da vivência escolar do grupo de alunos, para em seguida, no outro encontro ser aplicada e discutida através de exemplos e de um questionário, podendo ser melhor compreendida, pelo fato de os alunos já esterem em processo, logo os resultados positivos da aplicação se consolidaram por esse processo em particular.

REFERÊNCIAS

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. *Introdução à teoria Fuzzy: Aplicações em Biomatemática*. [S.l.], 2001.

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. [S.l.], 2011.

BBC. *http://www.bbc.com Acessado em 15/07/2016*. [S.l.], 2016.

BRASIL, M. da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. [S.l.], 2000.

GRILLO, M. de F. F.; GORINI, M. I. P. C. *Caracterização de pessoas com Diabetes Mellitus Tipo 2*. [S.l.], 2007.

IMC, C. *Tabela IMC*. [S.l.], 2017.

KOGA, G. V. M. e. W. P. T. C. A. *Controlador Fuzzy de Semáforos*. [S.l.], 2012.

LAGHETTO, B. K. *Um Modelo Matemático para estimar o risco de desenvolver câncer de pulmão por meio de sistemas fuzzy*. [S.l.], 2016.

MENDES, M. F. *A Curva Catenária como Aplicação da Função Exponencial*. [S.l.], 2017.

MERLI, R. F. *Modelos Clássicos e Fuzzy na Educação Matemática: Um olhar sobre o uso da Linguagem*. [S.l.], 2012.

ORTEGA, N. R. S. *Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy a Problemas de Biomedicina*. [S.l.], 2001.

ORTIZ, M. C. A.; ZANETTI, M. L. *Levantamento dos Fatores de Risco Para Diabetes Melittus Tipo 2 em uma Instituição de Ensino Superior*. [S.l.], 2001.

PEIXOTO, M. S. *Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um Estudo da Dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo*. [S.l.], 2005.

PEIXOTO, M. S.; BARROS, L. C. *Um Estudo de Autômatos Celulares para o Espalhamento Geográfico de Epidemias com Parâmetros Fuzzy*. [S.l.], 2004.

PEIXOTO, M. S.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. *A model of Cellular Automata for the spatial and temporal analysis of Citrus Sudden Death with the fuzzy parameter*. [S.l.], 2008.

PEIXOTO, M. S.; BARROS, L. S.; BASSANEZI, R. C. *Predator prey fuzzy model*. [S.l.], 2008.

SANT'ANNA, C. dos S.; PEIXOTO, M. da S. *Avaliação de Risco de Diabetes Tipo 2 via Sistema Fuzzy*. [S.l.], 2017 (no prelo).

SPINA, C. de O. C. *Lógica fuzzy: reflexões que contribuem para a questão da subjetividade na construção do conhecimento matemático*. [S.l.], 2010.

SPINA, C. O. C. *Uma abordagem da lógica fuzzy no ensino médio*. [S.l.], 2013.

UNESCO. *Os Desafios do Ensino de Matemática na Educação Básica*. [S.l.], 2016.

WASQUES, V. F. *Lógica Fuzzy Aplicada à Geologia*. [S.l.], 2015.

ZADEH, L. A. *Fuzzy Sets*. [S.l.], 1965.

Anexos

ANEXO A – ALGORÍTMO DO PROGRAMA

```
clear all
IMC=input('Digite o seu "IMC":');
disp('Você possui histórico familiar de diabetes tipo 2?:');
Hereditariedade=input('Se sim digite 1, se não, digite 0:');
disp('Você pratica algum tipo de atividade física?:');
Sedentarismo=input('Se sim digite 1, se não, digite 0:');
Estresse=input('De uma escala de 0 a 10, qual é o seu grau de estresse?:');
FaixaEtaria=input('Digite sua idade:');
a=readfis('modelo');
Risco=evalfis([IMC;Hereditariedade;Sedentarismo;Estresse;FaixaEtaria],a);
disp('Risco de desenvolver diabetes tipo2:')
disp(risco)
```

ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO

TERMO DE CONSENTIMENTO

Eu, ____, portadora do RG nº ______________________, responsável pela instituição __________________________ aceito fazer parte, como instituição voluntária, do desenvolvimento da pesquisa, cujo título provisório "Teoria dos Conjuntos Fuzzy: Uma Abordagem Inicial para Alunos do Ensino Médio". Esta pesquisa é parte integrante para obtenção do título de Mestre, orientada pela Professora Doutora Magda da Silva Peixoto, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos.

Assinando este termo de consentimento, estou ciente de que, a pesquisadora Camila dos Santos Sant'Anna irá desenvolver sua pesquisa com alunos de suas turmas e apresentará o produto final aos professores desta instituição. Tenho clareza que professores e estudantes envolvidos nesta pesquisa serão mantidos no anonimato. Também sei que os resultados obtidos no âmbito desta instituição serão utilizados unicamente para fins de divulgação científica, preservando o anonimato já assinalado acima.

Assinatura: _______________________________________

Local e data.

ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada provisoriamente: “Teoria dos Conjuntos Fuzzy: Uma Abordagem Inicial para Alunos do Ensino Médio”, desenvolvida por Camila dos Santos Sant’Anna.

Fui informado(a) que:

a) A pesquisa é orientada pela Professora Doutora Magda da Silva Peixoto, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário por meio do e-mail magda@ufscar.br;

b) O uso das informações por mim fornecidas está submetido às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos;

c) A minha colaboração se fará de forma anônima, por meio das respostas dadas nos instrumentos de pesquisa elaborados pela pesquisadora, a ser respondido a partir da assinatura desta autorização.

d) O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e pela sua orientadora;

e) Posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem qualquer prejuízo, sofrer quaisquer sansões ou constrangimento.

Por fim, fui esclarecido(a) sobre os objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais é propor aos alunos o tratamento de termos subjetivos inerentes à Lógica Fuzzy no Ensino Médio, sendo uma ferramenta importante para a resolução de vários problemas.

Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa.

Atesto o recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre Esclarecido, conforme recomendações da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP).

Local e data.

Assinatura do(a) participante:____

Assinatura do(a) pesquisador(a):____

Assinatura do(a) testemunha(a): ____