



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS – PPGECE**

**LINDINALVA DA SILVA DIAS**

**INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO**  
**ALGÉBRICO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**SOROCABA – S.P.**

**2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS  
EXATAS – PPGECE**

**LINDINALVA DA SILVA DIAS**

**INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO  
ALGÉBRICO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Orientador: Profº. Dr. Rogério Fernando Pires**

**SOROCABA – S.P.**

**2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS – PPGECE**

**LINDINALVA DA SILVA DIAS**

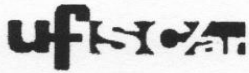
**ORIENTADOR: PROF. DR. ROGÉRIO FERNANDO PIRES**

**INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO**  
**ALGÉBRICO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.  
Orientador: Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

**SOROCABA – S.P.**

**2019**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

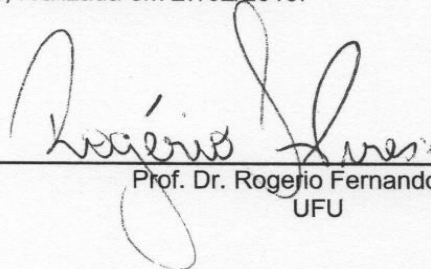
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

---

Folha de Aprovação

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Lindinalva da Silva Dias, realizada em 27/02/2019:

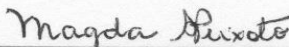


---

Prof. Dr. Rogerio Fernando Pires  
UFU

---

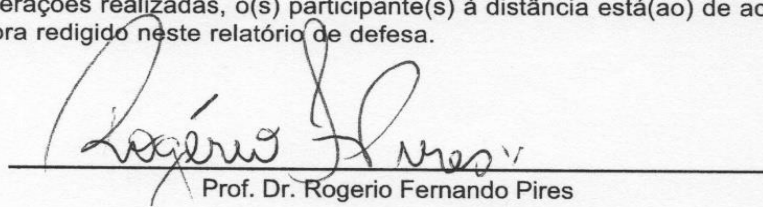
Profa. Dra. Sonia Maria da Silva Junqueira  
UNIPAMPA



---

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto  
UFSCar

Certifico que a defesa realizou-se com a participação à distância do(s) membro(s) Sonia Maria da Silva Junqueira e, depois das arguições e deliberações realizadas, o(s) participante(s) à distância está(ao) de acordo com o conteúdo do parecer da banca examinadora redigido neste relatório de defesa.



---

Prof. Dr. Rogerio Fernando Pires

“Alguns homens veem as coisas como são, e dizem: ‘Por quê?’. Eu sonho com as coisas que nunca foram e digo: ‘Por que não?’”  
(Geroge Bernard Shaw)

## AGRADECIMENTOS

É muito difícil encontrar palavras que descrevam a minha gratidão pelas pessoas que estiveram comigo nesta caminhada.

Primeiramente quero agradecer a *Deus*, por tudo que tem feito em minha vida e por mais essa etapa concluída, por ter me iluminado e guiado os meus passos, não me deixando desistir nos momentos de dificuldade, também por ter me dado a oportunidade de conhecer pessoas maravilhosas ao longo deste percurso, que me ajudaram a realizar este sonho.

Quero agradecer a minha mãe *Maria de Lourdes* por acreditar em meu sonho, incentivando e sempre disposta a me ajudar. Pelo amor, carinho e cuidado que teve para comigo.

Ao meu esposo *Maycon Dias* que sempre esteve me apoiando e dando forças para prosseguir nesta caminhada, pelas cobranças feitas e pela admiração demonstrada por esse curso que agora tenho o orgulho de concluir. Essa conquista também é sua!

Aos meus colegas de trabalho, em especial *Mirian Mara, Livia Maria e Patricia Paz* que me acompanharam nesta caminhada me dando apoio, incentivo e me colocando em suas orações.

Ao meu orientador professor Dr. *Rogério Fernando Pires*, pela imensa paciência, incentivo e dedicação nas orientações, me dando sempre um norte para prosseguir com o trabalho.

Aos professores do mestrado da UFSCAR, que de forma direta ou indireta colaboraram para a minha formação.

Aos alunos que aceitaram a participar do projeto e a direção da escola onde a proposta foi desenvolvida. Muito obrigada pela colaboração!

# INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

## RESUMO

A presente pesquisa apresenta um estudo a respeito de pensamentos algébricos manifestados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O objetivo desta pesquisa foi investigar as implicações de uma sequência de ensino, pautada na resolução de problemas, na introdução das noções iniciais de álgebra com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Esta investigação é de caráter qualitativo e está fundamentada em Ponte, Branco e Matos (2009) e Booth (1994). O estudo foi realizado com 19 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Sorocaba, estado de São Paulo. Os estudantes foram divididos em duplas, sendo um aluno que se ofereceu a participar individualmente das atividades, passando assim por uma intervenção de ensino constituídas de 6 encontros de 50 minutos cada, nos quais foram distribuídas 6 fichas de atividades. Os estudantes foram divididos em dupla para a realização de tais atividades. A partir das atividades realizada pelos alunos foi possível analisar e constatar que eles compreenderam melhor os conceitos envolvidos nas partes prática e a parte pictórica, ou seja, as atividades que envolviam figuras para representar o contexto do enunciado, além da manipulação da balança de dois pratos, e objetos manipulativos como EVA. Também é importante destacar que as atividades algébricas (equações), nas quais os valores das incógnitas eram dadas os alunos, os mesmos não tiveram nenhuma dificuldade, porém atividade em que eles teriam que “descobrir” o valor da incógnita houve mais dificuldades em compreender a equivalência entre os dois membros da equação. A relevância desta pesquisa se dá pelo fato de se tornar importante trabalhar com os alunos ainda no início de sua escolaridade as noções de álgebra, principalmente com atividades lúdicas e práticas. Visto que os alunos passam a ter contato com a álgebra a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

Palavra-chave: Álgebra, Ensino Fundamental, situações problema, ensino e aprendizagem.

# **INTRODUCTION OF ALGEBRA: DEVELOPMENT OF ALGERIAN THOUGHT IN THE 6th GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL**

## **ABSTRACT**

The present research presents a study about algebraic thoughts expressed by students of the 6<sup>th</sup> grade of elementary school. The research's objective was to investigate the implications of a teaching sequence, based on problem solving, in the introduction of the initial thoughts of algebra with 6th grade students. This is a qualitative research and it is based on Ponte, Branco and Matos (2009) and Booth (1994). The research was applied to 19 students from the 6th grade of Elementary School of a public school at Sorocaba city, state of São Paulo. The students were divided in pairs and underwent a teaching intervention consisting of 6 meetings of 50 minutes each, in which 6 activity sheets were distributed. The students were divided in pairs to work with the activities. From the activities developed by the students it was possible to analyze and verify they better understood the concepts involved in the practical and pictorial parts, it means, activities involving figures to represent the context of the statement, besides the manipulation of the two-plate scale, and manipulative objects such as EVA. It is also important to note that the algebraic activities (equations), in which the values of the unknowns were given to the students, did not show any difficulty, but an activity in which they had to "find out" the value of the unknown was difficult to understand the equivalence between the two members of the equation. The relevance of this research is due to the fact that it is important to work with the students at the beginning of their study with algebra starts, mainly with playful and practical activities. As students begin to have contact with algebra from the 7<sup>th</sup> grade of Elementary School.

Keywords: Algebra, Elementary education, problem situations, teaching and learning.



## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Participação dos alunos no SARESP (2015 e 2016).....           | 18 |
| Figura 2 – Média de desempenho dos alunos no SARESP 2015 e 2016.....      | 19 |
| Figura 3 - Desempenho em itens da prova do SARESP (2011) para 7º ano..... | 20 |
| Figura 4 - Percentual de acerto (questão 1).....                          | 21 |
| Figura 5 - Percentual de acerto (questão 2).....                          | 22 |
| Figura 6 - Percentual de acerto (questão 3).....                          | 23 |
| Figura 7 - Percentual de acerto (questão 4).....                          | 24 |
| Figura 1.1- Cobrindo linhas.....  | 30 |
| Figura 2.1 - Balança representando a ideia de equivalência.....           | 44 |
| Figura 2.2 – Reta numérica.....   | 49 |
| Figura 4.1 – Balança de Dois Pratos.....                                  | 86 |
| Figura 4.2 – Pesos da Balança.....  | 86 |
| Figura 4.3 – Balança em Equilíbrio.....                                   | 86 |
| Figura 4.4 – Alunos conhecendo a balança de dois Pratos.....              | 87 |
| Figura 4.5 – Alunas utilizando a balança de dois Pratos.....              | 87 |
| Figura 4.6 – Alunos resolvendo atividade proposta.....                    | 88 |
| Figura 4.7 – Alunos resolvendo atividade 3 da ficha 5.....                | 93 |

## LISTA DE QUADROS

|  |    |
|--|----|
| Quadro 3.3.1 – Situação Problema 1.....  | 55 |
| Quadro 3.3.2 – Situação Problema 2.....  | 56 |
| Quadro 3.3.3 – Sequência Geométrica.....   | 57 |
| Quadro 3.3.4 – Montagem de uma sequência.....  | 58 |
| Quadro 3.3.5 – Sequência.....  | 58 |
| Quadro 3.3.6 – Descobrimo termo (1).....   | 59 |
| Quadro 3.3.7 – Descobrimo termo (2).....   | 59 |
| Quadro 3.3.8 – Sequência com triângulo.....  | 60 |
| Quadro 3.3.9 – Balança (1).....  | 61 |
| Quadro 3.3.10 – Balança (2).....   | 61 |
| Quadro 3.3.11 – Situação Problema 3.....   | 62 |
| Quadro 3.3.12 – Valor desconhecido.....  | 62 |
| Quadro 3.3.13 – Situação Problema 4.....   | 63 |
| Quadro 3.3.14 – Álgebra (1).....   | 64 |
| Quadro 3.3.15 – Álgebra (2).....   | 64 |
| Quadro 4.1.1 – Atividade 1. Ficha 1 – Resolvida pelos alunos “Biel” e “Junior”.....                | 67 |
| Quadro 4.1.2 - Atividade 1. Ficha 1 – Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”.....            | 68 |
| Quadro 4.1.3 – Atividade 2. Ficha 1 – Resolvida pelo aluno “Felipe”.....                           | 69 |
| Quadro 4.1.4 – Atividade 2. Ficha 1 – Resolvida pelos alunos “Lanis” e “Deco”.....                 | 70 |
| Quadro 4.1.5 – Atividade 1. Ficha 2 – Resolvida pelas alunas “Ju” e “Bella”.....                   | 71 |
| Quadro 4.1.6 - Atividade 1. Ficha 2 – Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”.....            | 72 |
| Quadro 4.1.7 – Atividade 2. Ficha 2 - Resolvida pelas alunas “Ju” e “Bella”.....                   | 73 |
| Quadro 4.1.8 – Atividade 3. Ficha 2 – Resolvida pelas alunas “Bibi” e “Babi”.....                  | 74 |
| Quadro 4.1.9 – Atividade 4. Ficha 2 – Resolvida pelas alunas “Lana” e “Deco”.....                  | 75 |
| Quadro 4.1.10 – Atividade 4. Ficha 2 – Resolvida pelos alunos “Tinho” e “Duca”.....                | 75 |
| Quadro 4.1.11 – Atividade 4. Ficha 2 – Resolvida pelos alunos “Tinho” e “Duca”.....                | 76 |
| Quadro 4.1.12 – Atividade 4. Ficha 2 – Resolvida pelas alunas “Lana” e “Deco”.....                 | 77 |
| Quadro 4.1.13 – Atividade 1. Ficha 3 – Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”.....           | 77 |
| Quadro 4.1.14 – Atividade 1. Ficha 3 – Resolvida pelo aluno “Felipe”.....                          | 78 |
| Quadro 4.1.15 – Atividade 2. Item a) Ficha 3 – Resolvida pelo aluno “Felipe”.....                  | 79 |
| Quadro 4.1.16 – Atividade 2. Item b) Ficha 3 – Resolvida pelos alunos “Cordeirinho” e “Rique”..... | 80 |
| Quadro 4.1.17 - Atividade 2. Item b) Ficha 3 – Resolvida pelos “Xerife” e “Scorpion”.....          | 80 |
| Quadro 4.1.18 – Atividade 2. Item c) Ficha 3 – Resolvida pelas alunas “Bibi” e “Babi”.....         | 81 |

|  |    |
|--|----|
| Quadro 4.1.19 – Atividade 2. Item c) Ficha 3 – Resolvida pelos alunos “Cordeirinhos” e “Rique”.....    | 82 |
| Quadro 4.1.20 – Atividade 2. Itens d) e e) Ficha 3 – Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”..... | 82 |
| Quadro 4.1.21 - Atividade 2. Itens d) e e) Ficha 3 – Resolvida pelos alunos “ Duca” e “Tinho”.....     | 83 |
| Quadro 4.1. 22 – Atividade 1. Ficha 4 – Resolvida pelas alunas “Lili” e “Dalila”.....                  | 84 |
| Quadro 4.1. 23 – Atividade 1. Ficha 4 – Resolvida pelos alunos “Lana” e “Deco”.....                    | 85 |
| Quadro 4.1.24 – Atividade 1. Ficha 5 – Resolvida pelos alunos “Lana” e “Deco”.....                     | 89 |
| Quadro 4.1.25 – Atividade 1. Ficha 5 – Resolvida pelas alunas “ Lili” e “Dalila”.....                  | 90 |
| Quadro 4.1.26 – Atividade 1. Ficha 5 – Resolvida pelo aluno “Felipe”.....                              | 90 |
| Quadro 4.1.27 – Atividade 2. Ficha 5 – Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”.....               | 91 |
| Quadro 4.1.28 – Atividade 3. Ficha 5 – Resolvida pelos alunos “ Tinho” e Duca”.....                    | 93 |
| Quadro 4.1.29 – Atividade 3. Ficha 5 – Resolvida pelas alunas “ Rosa” e “Violeta”.....                 | 94 |
| Quadro 4.1.30 – Atividade 1. Ficha 6 – Resolvida pelos alunos “ Tinho” e “Duca”.....                   | 95 |
| Quadro 4.1.31 – Atividade 2. Ficha 6 – Resolvida pelos alunos “Lana” e “Deco”.....                     | 96 |
| Quadro 4.1.32 – Atividade 2. Ficha 6 – Resolvida pelo aluno “Felipe”.....                              | 96 |

## APÊNDICE

|  |     |
|--|-----|
| Apêndice A – Termo de Assentimento livre e esclarecimento.....         | 106 |
| Apêndice B – Termo de Consentimento livre esclarecimento.....          | 107 |
| Apêndice C – Autorização da escola.....                                | 108 |
| Apêndice D – Ficha de Atividades (Instrumento de Coleta de Dados)..... | 109 |

## SUMÁRIO

|  |      |
|--|------|
| Resumo.....  | VII  |
| Abstract.....  | VIII |
| Introdução.....  | 14   |
| Problemática.....  | 15   |
| Justificativa.....   | 25   |
| Objetivo e Questão de pesquisa.....                            | 26   |
| Metodologia.....   | 27   |
| Descrição da Dissertação.....                                  | 26   |
| 1. Capítulo I  |      |
| 1.1 - Revisão Literária.....                                   | 28   |
| 2. Capítulo II   |      |
| 2.1 - Fundamentação.....                                       | 39   |
| 2.2 – O Ensino da Álgebra.....                                 | 39   |
| 2.3 – Resolução de Problemas.....                              | 47   |
| 3. Capítulo III  |      |
| 3.1 - Metodologia.....   | 52   |
| 3.2 – Natureza da Pesquisa.....                                | 52   |
| 3.3 – Universo da Pesquisa.....                                | 54   |
| 3.4 – Instrumento de produção e Coleta de dados.....           | 55   |
| 4. Capítulo IV   |      |
| 4.1 - Análise.....   | 66   |
| 4.2 – Análise das estratégias de resolução dos estudantes..... | 66   |
| 4.3 – Resumo da Análise.....                                   | 98   |
| Considerações Finais.....                                      | 101  |
| Referências.....   | 104  |

## Introdução

Ao começar a lecionar, tive a experiência de ensinar Matemática aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública, o que possibilitou observar as dificuldades dos alunos com esta disciplina. Lecionei em várias escolas estaduais e os problemas eram sempre os mesmos, independentemente da Unidade Escolar. Uma das dificuldades que chamou mais a atenção foi perceber que os alunos não compreendiam álgebra, pois para eles a matemática estava relacionada apenas com números.

Na álgebra, as letras são utilizadas para representar números e para os alunos era muito complicado entender o significado das letras em uma expressão matemática, pois, para eles, a Matemática era apenas números e as letras eram usadas somente para representar grandezas, como "m" para metro, "g" para grama e "l" para litro.

Pensei que isso se daria pela falta de estrutura nas escolas estaduais, não tendo material adequado para trabalhar com os alunos. Contudo, tive a oportunidade de atuar em um colégio particular o qual possuía sala de informática com um software educacional chamado PATSolver (software que resolve equações algébricas passo a passo), jogos, materiais concretos manipulativos (balança) e ilustrações da história da Matemática. Com isso a quantidade de alunos que conseguiam aprender era maior, pois lidar com o lúdico facilitava a compreensão.

Porém, vale ressaltar que mesmo com todos esses recursos, nem todos os alunos compreendiam o significado da Álgebra, ficando assim algumas lacunas com os procedimentos que fazem parte do contexto algébrico, o que se dava devido sua introdução a partir do conhecimento aritmético, muitas vezes fora da realidade da comunidade em que o estudante estava inserido.

Já nas escolas estaduais, havia a necessidade de sanar as dificuldades que os alunos possuíam com relação a Matemática, eles eram matriculados no contra turno que estudavam e essa matrícula era feita para uma única turma, que eram chamadas “turma de reforço” nas quais um professor de Matemática realizava um trabalho, tentando minimizar essas dificuldades. O que acontecia algumas vezes era que o docente que assumia essa turma trabalhava com alunos de vários anos, em uma mesma turma, o que dificultava ainda mais a metodologia e a didática do professor. Por consequência, os alunos não tinham o rendimento esperado, dificultando sua aprendizagem.

Um ano depois de ter concluído o curso de Matemática, comecei uma graduação em Física e ao concluí-la, comecei a lecionar para o Ensino Médio, o que foi possível perceber

que a maioria dos alunos não gostam da disciplina por conta de envolver a Matemática. Como esses alunos acumulavam alguns *deficits* de aprendizagem, ao se deparar com a disciplina de Física, que contemplava os conhecimentos básicos de funções, medidas, gráficos, equações, etc., acabavam não acompanhando o curso, desestimulando-os.

Logo em seguida fiz uma pós-graduação em Matemática Comparada (um curso em que se discutia e analisava o processo de ensinar e aprender a Matemática). Métodos de ensino da Matemática eram abordados através da resolução de problemas. Mesmo antes de concluir o curso, tive a oportunidade de fazer o Mestrado Profissional em Matemática, o qual, como um todo foi muito gratificante, contribuindo significativamente ao meu aprendizado, aprimorando meus conhecimentos, favorecendo minha prática diária da sala de aula, me qualificando para contribuir na aprendizagem dos alunos, além de me tornar capaz no processo de investigação e conclusão de uma maneira científica, ética e metodológica.

A ideia de pesquisar sobre o tema veio mediante as experiências de sala de aula ao ver que os alunos, principalmente do 6º ano de Ensino Fundamental, não conseguiam compreender a Matemática, em específico a álgebra, pois, para eles, aprender Matemática estava associado a aprender as 4 operações para poder resolver problemas.

Diante desse cenário que envolve a dificuldade dos alunos em aprender álgebra, foi elaborado um trabalho de pesquisa de campo com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental abordando as noções iniciais de álgebra.

## **Problemática**

A álgebra apresenta muitas aplicações, sendo útil como ferramenta na modelagem de diversos problemas de diferentes áreas dos conhecimentos, como Economia, Biologia, Física, Química, entre outras. Apesar de tanta aplicabilidade, alfabetizar algebricamente os alunos no Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante, pois as dificuldades desse processo provêm de um processo mecânico, ou seja, é passado aos alunos os procedimentos de como se resolver problemas e, muitas das vezes, ouvimos de alunos que não sabem onde utilizá-lo. A partir de um certo momento, os mesmos param de questionar sobre como e onde usar a álgebra passando a aceitar o seu uso, o que é o início de uma aceitação quanto ao caráter de ferramenta para resolver exercícios.

Um exemplo dessa prática é quando os alunos aprendem equação de primeiro grau, às vezes, até sabem “encontrar o valor de  $x$ ” como eles mesmo dizem, porém, não sabem o porquê de se resolver a equação. Um dos objetivos da álgebra é manipulação formal de símbolos matemáticos, e um dos objetivos do ensino da álgebra é que o aluno utilize os conceitos algébricos em diferentes situações.

A prática mais frequente no ensino da Matemática vem sendo aquela em que o professor apresenta o conteúdo, mostra os exemplos, explica as propriedades, seguida de exercícios de fixação e aplicação em que o aluno aprende, por vezes, pela mera reprodução. Essa reprodução passa a ser a evidência de que ocorreu a aprendizagem.

Outro problema que é perceptível com relação a Matemática, é que existem erros que se repetem e persistem de um ano para outro com os alunos. Segundo o site Portal Guia Escola, foi feita uma pesquisa nas escolas estaduais do Estado de São Paulo, desenvolvida por Nádia Bossa, psicóloga, psicopedagoga e neuropsicóloga, com mestrado em Psicologia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e doutorado em Psicologia e Educação pela Universidade de São Paulo (USP), em que diz:

“O que me causou preocupação muito grande foi observar que uma criança diagnosticada por nós, na 2<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, como sendo um aluno que não conseguiu atingir o mínimo dos pré-requisitos necessários para ingressar na série subsequente. Nos anos seguintes, 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries, o problema de aprendizagem só se agravava” (Portal Escola 2015).

E explica a Dra. Nádia:

“Já que não existia mais a reprovação, era necessário saber o que fazer em tal circunstância, visto que o aluno não está aprendendo e o professor não está sabendo lidar metodologicamente com essa questão. O grande problema é que não se está fazendo nada para resolver referida situação, estão aí as avaliações nacionais e internacionais que comprovam que o aluno brasileiro, ao concluir o Ensino Fundamental, não adquiriu nem 40% do repertório necessário para prosseguir no Ensino Médio”, reitera a Dra. Nádia Bossa. (Portal Escola 2015)

Segundo a pesquisa da Dra. Nádia (Portal Escola 2015), os alunos apresentavam defasagem no aprendizado em decorrência de uma série de fatores, tanto por questões relacionadas às dificuldades dos próprios alunos, quanto pela falta de condição, preparo e formação do professor frente às necessidades dos alunos.

Os conceitos que envolvem as noções de álgebra são trabalhados no Ensino Fundamental (6<sup>o</sup> ao 9<sup>o</sup> ano) e servirão de ferramenta para a resolução de problemas até o final do Ensino Médio. O Currículo do Estado de São Paulo se preocupa com o ensino das competências e habilidades dos alunos, tem como base formar indivíduos competentes dentro das mais variadas atividades, ou seja, competência é fazer bem o que se propõe a



fazer, ela não é ensinada, mas sim desenvolvida em cada aluno. Uma outra preocupação do Currículo está na questão das habilidades que estão associadas ao saber fazer determinadas atividades. Os conteúdos, habilidades e competências são organizados pelo Currículo do Estado de São Paulo por série/ano e acompanhados de orientações para a gestão da aprendizagem em sala de aula e para a avaliação e a recuperação. É através das competências e habilidades que o aluno contará para fazer uma leitura crítica do mundo, questionando – o para melhor compreende – lo, compartilhando ideias sem ignorar a realidade em sua volta.

Uma das maneiras do professor saber se o aluno desenvolveu competências e habilidades em “saber fazer” as atividades propostas para ele em cada série, se dá através de uma prova, o que se deve avaliar e valorizar não é nem mais nem menos do que o grau de consecução dos próprios objetivos. Essa prova na verdade é o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), aplicado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo que tem como finalidade diagnosticar a situação da escolaridade básica paulista, visando orientar os gestores do ensino para a melhoria da qualidade educacional.

A prova do SARESP é aplicada nos anos finais de cada ciclo, ou seja, para os alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, sendo esta, a principal ferramenta de avaliação externa dos estudantes. Os dados extraídos dessas provas permitem, pós análise, que os responsáveis pelo processo ensino – aprendizagem, planejem ações de melhoria desses resultados.

Pelas análises feitas e enviadas para as escolas no “Boletim da Escola”, (devolutiva para as escolas com relação a realização da prova do SARESP), temos a porcentagem de Participação dos alunos e a média comparativa do desempenho dos mesmos em 2015 e 2016.

Figura1: Participação dos alunos no SARESP (2015 e 2016)

### PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NO SARESP 2015

| INSTÂNCIAS          | 3º EF   | 5º EF   | 7º EF  | 9º EF   | 3º EM   | TOTAL            | %    |
|---------------------|---------|---------|--------|---------|---------|------------------|------|
| ESTADO              | 171.708 | 170.506 | 48.153 | 338.723 | 333.260 | <b>1.062.350</b> | 82,3 |
| REDE ESTADUAL*      | 121.342 | 126.331 | 36.673 | 328.330 | 314.951 | <b>927.627</b>   | 81,5 |
| INTERIOR            | 20.900  | 20.591  | 15.689 | 118.669 | 109.728 | <b>285.577</b>   | 81,6 |
| DIRETORIA DE ENSINO | 1.377   | 1.401   | 461    | 6.025   | 3.607   | <b>12.871</b>    | 65,3 |
| ESCOLA              | -       | -       | -      | -       | -       | -                | 00,0 |

Referência: alunos presentes no 1º dia de avaliação

\* Escolas estaduais que participaram do SARESP 2015: 5.067 escolas.

### PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NO SARESP 2016

| INSTÂNCIAS          | 3º EF   | 5º EF   | 7º EF  | 9º EF   | 3º EM   | TOTAL            | %    |
|---------------------|---------|---------|--------|---------|---------|------------------|------|
| ESTADO              | 153.443 | 152.538 | 43.971 | 331.631 | 370.451 | <b>1.052.034</b> | 84,8 |
| REDE ESTADUAL*      | 118.656 | 120.355 | 39.354 | 327.604 | 350.851 | <b>956.820</b>   | 84,4 |
| RMS                 | 2.037   | 2.375   | 2.006  | 14.797  | 16.824  | <b>38.039</b>    | 84,8 |
| DIRETORIA DE ENSINO | 1.400   | 1.723   | 841    | 6.869   | 5.804   | <b>16.637</b>    | 85,6 |
| ESCOLA              | -       | -       | 28     | 149     | 67      | <b>244</b>       | 83,6 |

Referência: alunos presentes no 1º dia de avaliação

\* Escolas estaduais que participaram do SARESP 2016: 5.105 escolas.

Fonte: Dados retirados do Boletim da Escola de 2015 e 2016

As duas tabelas (Figura 1) fazem uma comparação sobre a participação dos alunos no primeiro dia de prova. Analisando a rede estadual, tendo como referência as escolas do Estado de São Paulo, observamos que em 2015 o percentual de alunos que compareceram para a realização da prova foram de 81,5%, já no ano de 2016, podemos notar um aumento desta participação para 84,4%.

Já as figuras 2 e 3 estão relacionadas ao desempenho dos alunos em 2015 e 2016, temos também um comparativo. Analisando as escolas da rede estadual houve uma queda no desempenho dos alunos nas séries avaliadas, 3º, 5º, 7º, 9º Ensino Fundamental e 3º ano Ensino Médio.

Figura 2: Média de desempenho dos alunos no SARESP 2015 e 2016

### MÉDIAS DO SARESP 2015

A partir do SARESP 2014, o desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental é processado pela metodologia da Teoria da Resposta ao Item e, a exemplo do que ocorre nos demais anos e séries avaliados, ancora-se na mesma escala de desempenho da Prova Brasil/Saeb.

| INSTÂNCIAS          | LÍNGUA PORTUGUESA |       |       |       |       | MATEMÁTICA |       |       |       |       |
|---------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|
|                     | 3º EF             | 5º EF | 7º EF | 9º EF | 3º EM | 3º EF      | 5º EF | 7º EF | 9º EF | 3º EM |
| REDE ESTADUAL       | 184,4             | 212,7 | 221,4 | 237,8 | 267,8 | 216,0      | 223,6 | 227,4 | 255,5 | 280,8 |
| INTERIOR            | 192,3             | 223,3 | 224,5 | 243,4 | 272,9 | 224,0      | 238,3 | 232,9 | 263,2 | 288,7 |
| DIRETORIA DE ENSINO | 179,3             | 213,9 | 222,2 | 237,9 | 266,5 | 202,8      | 224,9 | 225,7 | 256,9 | 279,6 |
| ESCOLA              | -                 | -     | -     | -     | -     | -          | -     | -     | -     | -     |

### MÉDIAS DO SARESP 2016

A partir do SARESP 2014, o desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental é processado pela metodologia da Teoria da Resposta ao Item e, a exemplo do que ocorre nos demais anos e séries avaliados, ancora-se na mesma escala de desempenho da Prova Brasil/Saeb.

| INSTÂNCIAS          | LÍNGUA PORTUGUESA |       |       |       |       | MATEMÁTICA |       |       |       |       |
|---------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|
|                     | 3º EF             | 5º EF | 7º EF | 9º EF | 3º EM | 3º EF      | 5º EF | 7º EF | 9º EF | 3º EM |
| REDE ESTADUAL       | 172,3             | 218,6 | 222,9 | 237,4 | 273,0 | 201,8      | 222,4 | 227,5 | 251,0 | 278,1 |
| RMS                 | 176,3             | 219,1 | 226,5 | 238,4 | 274,6 | 199,9      | 223,5 | 232,0 | 253,2 | 280,4 |
| DIRETORIA DE ENSINO | 176,3             | 217,5 | 227,0 | 235,6 | 269,4 | 196,7      | 221,1 | 233,2 | 250,3 | 275,7 |
| ESCOLA              | -                 | -     | -     | 223,7 | 205,5 | -          | -     | -     | 246,0 | 230,0 |

Fonte: Dados do Boletim do SARESP de 2015 e 2016

Figura 3: Desempenho em itens da prova do SARESP (2011) para 7º ano

**Tabela 28. – Desempenho em Itens da Prova  
Matemática – 7º Ano Ensino Fundamental – SARESP 2011**

| Habilidade | Descrição: o que o aluno faz  | % Acerto (em %) |
|------------|---|-----------------|
| 12         | identifica a expressão algébrica que traduz um problema envolvendo a medida do perímetro de um retângulo.                           | 8,0             |
| 27         | calcula a medida do terceiro ângulo interno de um triângulo, dadas as medidas dos outros dois.                                      | 17,2            |
| 05         | calcula $2 - 1/5$ .   | 17,2            |
| 24         | identifica a medida do giro que o ponteiro dos minutos de um relógio realiza em quinze minutos.                                     | 17,4            |
| 35         | interpreta informação a partir de dados mostrados em gráfico setorial (cálculo de porcentagens).                                    | 17,9            |
| 38         | resolve problema que envolvam a ideia do princípio multiplicativo de contagem (interpretação de desenho com trajetórias possíveis). | 18,3            |
| 09         | faz cálculos com potências ( multiplicação e expoentes 2 e 3).  | 18,5            |
| 27         | resolve problema que envolve medida dos ângulos internos de um triângulo.   | 18,7            |
| 05         | calcula $(-7/3) + (2/5)$ .  | 19,6            |
| 38         | calcula a quantidade de números de dois algarismos que podem ser formados com três algarismos dados.                                | 19,8            |
| 09         | efetua cálculos com potências, expoentes 3, 4 e 5.  | 22,1            |
| 02         | reconhece número primo (dois algarismos).   | 22,5            |
| 30         | resolve problema que trabalha o conceito de razão (simplificada) com o significado de proporção.                                    | 22,6            |
| 13         | aplica ordem de operações no cálculo do valor de expressões numéricas.  | 23,4            |
| 20         | identifica o resultado da aplicação de uma rotação de 180° a uma figura.  | 23,5            |
| 06         | identifica a representação decimal de "quarta parte de um litro".   | 23,7            |
| 10         | resolve problema envolvendo o conceito e o cálculo do quociente entre dois números decimais (18,9).                                 | 23,9            |
| 38         | resolve problema que envolvam a ideia do princípio multiplicativo de contagem.  | 24,0            |
| 01         | resolve problema que trabalha com número onde ocorre a troca de posição do algarismo da centena com o da unidade.                   | 24,0            |
| 08         | identifica a representação fracionária de 2,4.  | 24,3            |
| 01         | resolve problema que trabalha com número onde ocorre a troca de posição do algarismo da centena com o da unidade.                   | 24,5            |
| 31         | reconhece que o número $\pi$ é a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro.                                      | 24,8            |
| 14         | resolve a equação $(-8 + 5x = -2x - 10)$ .  | 25,0            |

Fonte: Relatório Pedagógico de Matemática do SARESP 2011

Os dados destacados na figura 3 mostram algumas das habilidades do 7º ano no SARESP de 2011 no que se refere ao conteúdo de álgebra e à frente, sua respectiva porcentagem de acerto. A referida prova foi aplicada para 433.134 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, sendo que 91,4% do total de alunos deste ano escolar estão matriculados na rede estadual, ou seja, aproximadamente 395.884.

Através dos dados mostrados destes alunos avaliados, apenas 18,5% sabem fazer cálculos envolvendo potência, em contrapartida, 92%, o que corresponde a 398.482 do total de alunos não conseguiram identificar expressões algébricas, o que traduz um problema envolvendo a medida do perímetro de um retângulo e ainda, 77,6% (336.112 do total de

alunos) não conseguem aplicar as ordens das operações no cálculo no valor das expressões numéricas e 75% (324.850 do total de alunos) não sabem ou não conseguiram adquirir o conhecimento mínimo para resolver equações. Fica fácil ver através destes números, o que é muito preocupante, os resultados que estes alunos apresentam sobre o conhecimento de álgebra.

Uma outra maneira de ver e analisar os dados desta prova está na observação das questões e respostas dos alunos. A seguir temos uma análise de algumas questões que estão relacionadas ao conteúdo de álgebra.

A Primeira questão a ser analisada, foi proposta pelo SARESP (2010) para os alunos do 7º ano e junto uma tabela (figura 4) mostrando o percentual de escolha sobre as alternativas dadas. A habilidade para esta questão estava em entender a escrita matemática e transcrever para a escrita materna que correspondesse a linguagem matemática e, vice-versa.

A expressão  $2x - \frac{x}{2} = 6$ , descreve a situação:

- (A) O dobro de um número mais a sua metade é igual a 6.
- (B) A diferença entre um número e a sua metade é igual a 6.
- (C) A diferença entre o dobro de um número e a sua metade é igual a 6.**
- (D) O dobro de seis menos a sua metade é igual a x.

Figura 4 - Percentual de acerto (questão 1)

| GAB | % de resposta |      |      |      |
|-----|---------------|------|------|------|
|     | A             | B    | C    | D    |
| C   | 34,4          | 17,9 | 21,7 | 26,0 |

Tabela de dados retirados do SARESP (2010)

Grande parte dos alunos apresentam dificuldades no uso da linguagem algébrica para interpretar a expressão matemática dada no problema. Pela tabela de percentual de acertos 21,7% dos alunos conseguiram interpretar a frase matemática. Os alunos que optaram pela alternativa “A”, que corresponde a 34,4% dos alunos, não estavam atentos ao analisar entre a soma ou a diferença na expressão. Na alternativa “D” com 26% na escolha desta alternativa, supostamente analisaram o x como sendo de valor 6, não sabendo desta forma analisar a soma, diferença, dobro ou metade de algum número.

A segunda questão foi proposta pelo SARESP (2014), também para os alunos do 7º ano e novamente abaixo da questão, segue uma tabela (figura 5) com o percentual de escolha sobre as alternativas dadas.

Se adicionarmos 3 ao dobro da idade de Ana, vamos obter a minha idade, ou seja, 37 anos. Quantos anos Ana tem?

- (A) 17 anos
- (B) 34 anos
- (C) 40 anos
- (D) 77 anos

Figura 5 - percentual de acerto (questão 2)

| PERCENTUAIS DE ACERTOS |      |      |     |
|------------------------|------|------|-----|
| A                      | B    | C    | D   |
| 33,0                   | 34,9 | 24,6 | 7,5 |

Tabela de dados retirados do Saesp (2014)

O item traz uma situação muito característica do estudo introdutório da linguagem algébrica, cuja solução pode ser obtida pela montagem e resolução da equação que traduz a situação:

$$2x + 3 = 37$$

$$2x + 3 - 3 = 37 - 3$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{34}{2}$$

$$x = \frac{34}{2}$$

$$x = 17$$

Podemos notar que a alternativa “B” atrai boa parte das respostas dadas pelos alunos, assinalada por 34,9% e a alternativa “C” por 24,6% podendo ter sido escolhida devido a uma leitura equivocada do problema ou um raciocínio incorreto. Para se obter 34, bastou subtrair 3 de 37, enquanto que na alternativa “C” 40 é obtido somando 3 a 37. Apenas a alternativa “D” foi assinalada por um número baixo de estudantes. A questão trata de um assunto específico do 7º ano EF (Ensino Fundamental), mas que através dos dados expostos acima, ainda se mostra mal compreendido.

A terceira questão analisada, foi retirada da prova do SARESP de 2015, para os alunos do 9º ano do EF mostrando que a questão proposta não foi compreendida pela maioria dos estudantes. A habilidade pedida para esta questão era que o aluno pudesse simplificar expressões algébricas que envolvam produtos notáveis e fatoração.

A equação  $(x - 3) \cdot (x - 2) = 0$  é a forma fatorada de:

(A)  $x^2 - 6 = 0$

**(B)  $x^2 - 5x + 6 = 0$**

(C)  $x^2 + 5x - 6 = 0$

(D)  $2x - 5 = 0$

Figura 6 - percentual de acerto (questão 3)

| PERCENTUAIS DE ACERTOS |              |       |       |
|------------------------|--------------|-------|-------|
| A                      | B            | C     | D     |
| 32,20                  | <b>27,50</b> | 19,20 | 21,10 |

Tabela de dados retirados do SARESP (2015)

A questão tem por objetivo apresentar a equação em uma nova igualdade por meio da propriedade distributiva entre os termos da equação e dessa forma, obtendo:

$$(x - 3) \cdot (x - 2) = 0$$

$$x \cdot x + x \cdot (-2) + (-3) \cdot x + (-3) \cdot (-2) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

(alternativa B)

A maioria dos alunos, 32,20% optou pela alternativa “A”, a qual provavelmente foi obtida através do produto exclusivo entre as letras e números, o que é a forma incorreta. Para a alternativa “C” em que 16,20% dos alunos fizeram esta escolha foi possível analisar que houve incompreensão ou falta de atenção com relação aos sinais.

Um quarto problema analisado foi extraído do SARESP (2016) e realizado com alunos do 3º Ano do Ensino Médio. Abaixo das alternativas segue uma tabela com o percentual de acerto. A habilidade pedida para esta questão está em saber resolver problemas envolvendo equações do 1º grau.

Uma livraria comprou muitos exemplares de certo livro, pagando por cada exemplar o valor de R\$ 30,00, pagou ainda R\$ 300,00 pelo transporte da mercadoria até a sua sede. Sabendo que cada livro comprado da editora foi revendido pela livraria por R\$ 40,00 e que o lucro resultante, ao final da revenda, foi de R\$ 1.200,00, é correto afirmar que o número de exemplares comprados inicialmente pela livraria foi de:



- (A) 150.
- (B) 120.
- (C) 100.
- (D) 80.
- (E) 60.

Figura 7 - percentual de acerto (questão 4)

| GAB | % de Resposta |      |      |      |      |
|-----|---------------|------|------|------|------|
| A   | A             | B    | C    | D    | E    |
|     | 20,8          | 34,5 | 12,2 | 14,2 | 18,3 |

Tabela de dados retirados do SARESP (2016)

Novamente uma questão cuja resolução depende da sua tradução para a linguagem algébrica: Custo de x livros:  $30x + 300$  receita. Com a venda de x livros:  $40x$  Lucro com a venda de x livros = Receita com a venda de x livros - Custo de x livros  $1200 = 40x - (30x + 300)$ , sendo então:

$$40x - (30x + 300) = 1200$$

$$40x - 30x - 300 = 1200$$

$$10x - 300 = 1200$$

$$10x - 300 + 300 = 1200 + 300$$

$$10x = 1500$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{1500}{10}$$

$$x = 150$$

A alternativa correta "A" foi marcada por apenas 20,8% dos alunos. A escolha desta alternativa está ligada a tradução equivocada da escrita materna para a linguagem algébrica ou ainda na resolução da equação de 1º grau algum erro matemático, como por exemplo, na soma ou na divisão dos números. O que se pode afirmar é que 79,2% dos alunos não conseguiram acertar a questão, o que acaba sendo ainda mais preocupante por serem alunos que estão no 3º Ano do Ensino Médio. É muito claro que houve uma certa dificuldade na compreensão do conteúdo ensinado nos anos anteriores.

Ao analisar essas questões foi possível concluir que os alunos apresentam dificuldades com relação a interpretação e manipulação das equações, sendo então, um



fator importante para se pensar em realizar um trabalho mais minucioso e cuidadoso com as noções iniciais da álgebra.

## **Justificativa**

Na estrutura curricular do Ensino Fundamental o estudo da álgebra é fundamental. É a partir da apropriação dos seus conceitos que podemos fazer abstrações e generalizações com mais rigor do que quando se estuda a Aritmética.

O papel do professor nesse contexto é fundamental, pois é dele que partem as tarefas que propiciam que o aluno estabeleça relações, identifique padrões, observe regularidades e produza significado para aquilo que está estudando. É do professor que partem as intervenções, a fim de explorar situações em sala de aula que podem ser muito proveitosas para a construção do conhecimento.

Aulas bem planejadas com objetivos definidos, metodologias diferenciadas (atividades práticas, jogos, utilização de computadores...) são de grande valia para a aprendizagem dos alunos, visto que, há a necessidade de atividades que trabalhem habilidades como a leitura e a escrita dos alunos, pois, muitas das vezes, os alunos não conseguem resolver problemas devido à dificuldade de interpretação.

No processo de ensino e aprendizagem os conceitos matemáticos precisam ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. (BRASIL, 1996).

Smole (2015), Coordenadora do grupo Mathema de formação e pesquisa, afirma no seu artigo intitulado “A Resolução de Problemas e o Pensamento Matemático” que:

Enfrentar e resolver uma situação-problema não significa apenas compreender o que é exigido, aplicar as técnicas ou fórmulas adequadas e obter a resposta correta, mas, além disso, uma atitude de investigação científica em relação aquilo que está sendo resolvido e mesmo diante da solução que se obtém. Smole, (2015) p.2

A resolução de problemas é o processo que permite dar sentido e significado ao fazer matemática na escola, nada mais é do que o planejamento e a condução do processo da aula que permitirão ou não a ampliação das capacidades reflexivas do aluno.

## Objetivo e Questão de pesquisa

Um dos grandes desafios dos professores está na reflexão do trabalho em sala de aula e o planejamento de situações que garantam efetivamente a aprendizagem dos alunos.

O objetivo desta pesquisa foi investigar as implicações de uma sequência de ensino pautada na resolução de problemas e sequências ou sucessões na introdução das noções iniciais de álgebra com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Tendo como objetivo específico analisar seus acertos e dificuldades através das atividades propostas aos alunos relacionadas as noções iniciais da álgebra, bem como propor ideias para que possa ajudar nas dificuldades encontradas. Para atingirmos tal objetivo e na tentativa de melhor compreender o problema de pesquisa gerado pelo cenário que apresentamos, nos propomos a responder a seguinte questão:

Quais as implicações de uma sequência de ensino pautada na resolução de problemas, sequências ou sucessões na aprendizagem das noções iniciais de álgebra por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?

## Metodologia

O trabalho de caráter qualitativo foi realizado com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, com o propósito de abordar os conhecimentos algébricos, conceitos e resolução de problemas. O ponto de partida foi situações problemas para que os alunos pudessem elaborar conjecturas e descobrir propriedades como uma maneira para se resolver problemas e não apenas como um método “mecânico”, considerando sempre, a construção do conhecimento dos alunos como foco principal.

Os alunos, de maneira geral, possuem certas dificuldades na passagem da aritmética para a álgebra, pois eles acabam generalizando em algumas situações, como por exemplo quando se tem  $2 + 3 = 5$ , os alunos acabam estendendo este pensamento para a álgebra como  $2x + 3 = 5$ . É importante mostrar a eles que tudo que aprenderam até então, é válido, mas que quando tratamos com exemplos de equações, alguns procedimentos precisam ser modificados.

Mostramos aos alunos que o que foi ensinado (álgebra) é importante para resolver problemas do dia a dia, como também, para outros conteúdos da Matemática que virão posteriormente, além de, tentar despertar interesse pelo conteúdo proposto e ajudar o aluno a entender um problema. Ao trazer este problema para a utilização da simbologia da Matemática, apresentamos aos alunos a finalidade do uso das letras para representar algo.

Por essa razão foi elaborada uma intervenção de ensino envolvendo atividades práticas, de tal forma que os alunos pudessem perceber a importância e o porquê do uso da álgebra. Para tal, foram realizados 6 encontros com duração de 50 minutos cada aula (encontro). Essas atividades foram realizadas com uma turma de 6º ano da turma C do Ensino Fundamental do período da tarde, a qual contou com 19 alunos com efetiva participação.

## **Descrição da Dissertação**

No presente trabalho apresentamos elementos importantes desta pesquisa, como a motivação pessoal, a problemática, a justificativa, o objetivo e a questão de pesquisa.

A Dissertação foi planejada e sistematizada em 4 capítulos. O Capítulo I é dedicado a Revisão Literária, no qual foi apresentado alguns trabalhos convergentes a presente pesquisa, a fim de conhecer melhor o universo de estudo escolhido. Além disso, essa revisão foi de extrema importância para estabelecer essa investigação acerca das noções iniciais, em específico para o 6º ano do Ensino Fundamental.

No Capítulo II foi tratado especificamente da Fundamentação Teórica, expondo o pressuposto da teoria relacionada à álgebra e a resolução de problemas, com base nas ideias defendidas por alguns autores como Booth (1994), Ponte, Branco e Matos (2009), Onuchic (2012) entre outros que deram suporte na fundamentação desta pesquisa.

No Capítulo III foi dedicado à natureza da Pesquisa, a Metodologia que decorreu este trabalho e o Universo de pesquisa, que descreve todo o local e procedimentos que foram utilizados, bem como instrumentos de produção e coleta de dados.

E por último, no capítulo IV foi tratado a análise dos dados coletados culminando na discussão dos resultados numa perspectiva qualitativa. Nas considerações finais foram apontados os principais resultados obtidos e, finalmente, listamos todas as referências efetivamente utilizadas para a construção deste texto acadêmico.

## Capítulo I.

### 1.1. Revisão de Literatura

Neste item, serão apresentadas algumas sínteses das leituras que foram realizadas sobre o ensino da Álgebra e a Resolução de Problemas, que deram suporte ao presente trabalho no sentido de conhecermos o que se vem pesquisando acerca do assunto.

As leituras tiveram início pelo livro “As ideias da Álgebra”, organizado por Coxford e Shulte (1994). A obra é composta de 33 artigos, sendo estes divididos em seis partes tendo como objetivo focar a preparação do aluno ingressante nos estudos de álgebra até a introdução dos computadores nesse ensino.

Em um dos artigos, “O ensino da Álgebra para a criança mais nova” de Thompson (1994), chamou-se a atenção pela maneira com que o autor trabalha os conceitos algébricos específicos, tais conceitos compreendiam os números inteiros, operações com números inteiros e equações de primeiro grau simples, como  $3b - 5 = -2$ . Sua pesquisa foi realizada com alunos matriculados oitavo ano do Ensino Fundamental, em uma escola dos estados Unidos. Em um primeiro momento, foi proposto uma atividade com material concreto, sendo este um Flanelógrafo (recurso pedagógico que proporciona às crianças aprendizagem e desenvolvimento de diversas habilidades e, também, um recurso visual para a apresentação de algumas atividades) feitos com peças de feltro semelhante as de cartolina. Em seguida, era feita uma recapitulação pictórica (representação por pintura); a medida que os alunos completavam o concreto e a recapitulação pictórica, era feita uma anotação na lousa ou no caderno dos alunos, por meio de uma notação abstrata.

Para tal atividade, algumas das peças de feltro eram marcadas com X, cujo autor as chama de “Fichas Mágicas”. Essas marcações em algumas fichas (quadrados de feltros) tinham um propósito: visualmente para os alunos, haviam fichas demarcadas com “X” e outras não. Ao emparelhar, uma ficha com “X” e outra sem elas desapareciam. Uma ficha sem demarcação sozinha era chamada de “um” representado por “1” e uma ficha com a marcação X era chamada de “oposto de um” e era representada por “1⊗”, assim “5⊗” representa “cinco uns negativos” ou “oposto de cinco”. Isso ajudaria a criança a estabelecer uma relação entre o material concreto e o simbólico. Não se usava, portanto, o sinal (-), como (- 5) para não haver confusão com o símbolo de subtração. Sobre a mesa são colocadas quatro fichas sem marcação e três fichas com marcação X onde o aluno emparelha cada ficha com e sem a marcação e as remove de cima da mesa, então percebe que resta uma ficha sem marcação X.

Feito isso, o aluno percebe que “quatro uns e três opostos de um é o mesmo que um”, o autor chama esse processor de forma concreta. Passa então para a forma pictórica, em que o aluno representa  $4 + 3 \otimes = 1$ . Dessa maneira a subtração é introduzida ao aluno no sentido de “retirar” e é o que faz com que ele aprenda a somar e a subtrair. Logo em seguida, o autor traz a ideia para a equação de primeiro grau. Para representar uma equação ou uma igualdade de duas expressões algébricas de uma forma concreta, a mesa era dividida com um pedaço longo de um fio onde eram colocadas fichas de quantidade iguais nos dois lados, porém um dos lados era coberto com uma cartolina marrom, e os alunos tinham que adivinhar a quantidade de fichas ocultas. Embora aparentemente simples, o autor considera uma maneira eficaz de introduzir o papel da variável em Matemática. Logo uma vez estabelecido o papel da variável, os alunos estão prontos para resolver algumas equações de primeiro grau simples.

Na pesquisa realizada por Thompson, o autor desenvolve com diferentes faixas etárias, alunos da terceira até a sexta série, o que diferencia da pesquisa aqui realizada, pois só foram desenvolvidas atividades com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental (5ª Série) de uma mesma turma, ou seja, não houve a interação com demais alunos de outras turmas dos sextos anos nem de outras séries. As atividades aqui propostas foram elaboradas para trabalhar com alunos que já conheciam o conceito de números inteiros. Neste presente trabalho foi realizado atividades lúdicas onde necessitou da representação de figurinhas cortadas em quadrados e retângulos com material em EVA (Etil Vinil Acetato já que o tamanho é parecido com uma cartolina, porém é de borracha não-tóxica podendo ser aplicada em diversas atividades artesanais como usadas para fins pedagógicos e trabalhos escolares) e utilizou -se também, uma balança de dois pratos para uma determinada atividade. Essa prática favoreceu a aprendizagem dos alunos, devido a facilidade de compreensão quando se trata de trabalhos manuais e/ou visuais.

Outro artigo, titulado como “Ensinando expressões algébrica de maneira significativa”, de Chalouh e Herscovics (1994) faz notar, pois apresenta um esquema de ensino em que ele chama de inovador, em razão de perceber a dificuldade dos alunos principiantes no ensino de álgebra por não entenderem o significado e/ou o que representa uma variável. O autor descreve um esquema que será mostrado mais adiante, no qual as expressões algébricas são introduzidas como respostas a problemas que comportem uma fácil representação visual. Vale a pena ressaltar que os testes foram feitos com poucos alunos, sendo três do sétimo ano e três do oitavo, o que facilitou, segundo o autor, um feedback mais rápido. Os alunos que participaram deste teste foram selecionados pela coordenadora pedagógica da escola tendo como base o bom desempenho escolar.

Antes de iniciarem as atividades foi perguntado aos alunos o que eles entendiam por  $3a$ . Obtiveram como respostas várias interpretações, por exemplo:  $3a$  é 30 (em termos de valor posicional),  $3a$  é 3 abacaxis (como inicial para a abreviação),  $3a$  é 31 pois  $a$  é a primeira letra do alfabeto (valor posicional) observando -se que nenhum dos estudantes demonstrou conhecimento ou instrução formal de álgebra. Para introduzir as expressões algébricas e dar um significado a incógnita, Chalouh (1994) mostrou aos alunos um quadradinho de pontos de dimensões 5 x 7, no qual só estava exposta a primeira linha. (fig.1.1). E depois dimensões parcialmente ocultas.

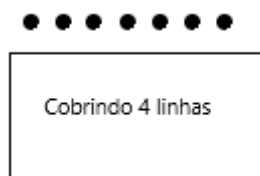


Figura 1.1- Cobrindo linhas

É colocado então para um dos alunos “Neste exercício, você está vendo uma linha de 7 pontos e eu escondi outras linhas, cada uma com 7 pontos. Agora o problema: Como eu poderia escrever o número total de pontos se não sei o número exato de linhas? Deixe – me mostrar como eu faria isso: Número de pontos =  $7 \times \square$ . Como não sei o número exato de linhas, estou usando um quadradinho para indicar esse número. Agora vou deixar você dar uma espiada no que cobri e pedir para que preencha o quadradinho com o número certo”. (CHALOUH, 1994, p. 40)

É relatado que os alunos preencheram o quadradinho com o número 5. Isso mostra que todos haviam percebido corretamente que o quadradinho indicava o número total de linhas e não apenas o número das que estavam encobertas. Dessa forma, ficava mais fácil introduzir o significado da incógnita trocando, assim, o quadradinho por uma letra.

O que tradicionalmente se vê no ensino de álgebra, é que o professor de Matemática quase sempre tende a valorizar mais a etapa operacional, ou seja, o processo algébrico de resolução da equação como um processo em que em primeiro lugar deve separar as letras dos números, isto é, a variável deverá ficar no primeiro membro da igualdade, a esquerda do sinal de igual e os números que não estão atrelados a parte literal, a direita do sinal de igualdade. Para que essa mudança aconteça de forma correta, deve se realizar a forma inversa da operação. O que geralmente escuta – se dos professores é que “mudando de lado, muda o sinal”. Se um número de um determinado membro está “acompanhado” do sinal (+) ele deve passar para o outro lado do sinal de igual como sendo o sinal de (-). Além dos teste e atividade citada, houve outros exercícios de mesma estrutura para maior compreensão. Após a execução das atividades determinou -se mais um tempo para pós teste cuja finalidade era saber se os alunos realmente haviam compreendido.

Fazendo um comparativo da pesquisa que Chalouh (1994) realizou, temos um fator em comum com a pesquisa aqui realizada, o qual está relacionado a quantidade de alunos participantes nas atividades. Chalouh conta que exatamente seis alunos participaram das atividades, o que de fato são poucos. Já na pesquisa aqui apresentada, temos uma quantidade maior de alunos, dezenove, e mesmo assim, facilitou para que o feedback fosse mais rápido com relação as atividades.

Todos alunos da sala participaram das atividades, independentemente de seu desempenho, enquanto que na pesquisa realizada por Chalouh, houve uma seleção de alunos, os quais foram selecionados pela coordenadora da escola com base em seu desempenho escolar.

Outro fato que diferencia o artigo colocado por Chalouh (1994) e a presente pesquisa relaciona -se a um pós-teste, que infelizmente não houve tempo hábil para realizá, mas que seria de extrema importância. De acordo com Chalouh, pós teste mostra a tendência natural dos alunos a interpretarem uma expressão algébrica nova em termo do único referencial numérico que possuíam: a aritmética.

No artigo “Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra”, de Kieran (1994), é retratado a principal diferença entre a aritmética e a álgebra. Kieran desenvolveu alguns trabalhos com alunos que foram divididos em dois grupos: um chamado de “álgebra”, pois já possuía um conhecimento prévio sobre álgebra e o outro denominado “aritmética”, por não possuir nenhum conhecimento algébrico.

A autora começa esclarecendo sobre as operações utilizadas no processo de resolução de equação e as operações que são indicadas nas equações, mostrando que são complicadas de se distinguir, pois em aritmética o símbolo de adição entre dois números indica que as duas parcelas devem ser somadas, exemplo:  $5 + 3 = 8$ . Já, em álgebra, nem sempre possui esse sentido, pois, na equação  $2x + 5 = 13$  o símbolo de adição não significa que os termos numéricos dados no primeiro membro 2 e 5 devem ser somados, a menos que se conheça o valor numérico de  $2x$ ; o símbolo de adição nessa equação significa que se deve subtrair 5 de 13. Uma das principais diferenças entre a aritmética e a álgebra é essa distinção entre as operações utilizadas no processo de resolver equações e quais operações são indicadas nas mesmas.

Primeiramente é preciso compreender que quando temos uma equação, ambos os membros terão exatamente o mesmo valor. Sabendo que esses lados da equação são equivalentes, o que quer que façamos de um lado, aritmeticamente, se fizermos o mesmo do no outro membro da equação e o resultado ainda for uma equação, significa que ambos os lados ainda serão iguais.

Então, Kieran (1994) coloca para os alunos que tinham apenas conhecimento de aritmética, a introdução de uma variável, como por exemplo:  $5 + a = 12$ , o que parecia verem a letra como representante de algum número desconhecido, não tinham a noção que poderia se reformular, fazer uma transformação dessa equação para  $a = 12 - 5$ . Em seguida, foi perguntado aos alunos o que significava a letra  $a$  em  $5 + a = 12$ ; estes responderam que  $a$  representa um número inteiro que será somado com 5 e que dará o resultado igual a 12, ou seja, o grupo de “aritmética” usava as operações dadas para resolver equações, substituindo a letra por diferentes números até encontrar um valor que estabelecesse um equilíbrio entre o primeiro membro e o segundo membro da equação.

Já o grupo de “álgebra” usava os inversos das operações dadas e resolvia as equações transportando termos de um membro para outro. A autora coloca que do segundo para o primeiro membro ao lidar com equações com duas incógnitas no primeiro membro houve um erro do grupo que foi a supergeneralização. Kieran (1994) destaca a supergeneralização de uma estratégia como origem de erros na resolução de equações. A autora relata que as experiências com situações aritméticas abertas fazem com que os alunos acreditem que, para solucionar equações e descobrir o termo desconhecido, devem aplicar as operações inversas, partindo do segundo membro da equação em direção ao primeiro, como realizavam nas situações aritméticas abertas. Ao perguntar como se achar o valor de  $a$  em:  $3a + 3 + 4a = 24$ , os alunos responderam “ $24 \div 4 - 3 - 3$ ”. Depois, ao tentar fazer a correção, colocaram “ $24 \div 4 - 3 \div 3$ ”, portanto, isso mostra que os alunos não conseguiram compreender o processo algébrico pelo uso da generalização algébrica o que acaba atribuindo pouco significado ao papel do sinal de igual no processo da resolução da equação. É importante lembrar que o grupo de aritmética compreende que a letra  $a$  é “algum número” ou “qualquer número”, porém o grupo de álgebra não pôde atribuir nenhum significado a referida letra. Kieran (1994) explica que isso ocorre quando as expressões não têm o sinal de igualdade, como por exemplo em  $a + 3$ . Alunos de “álgebra” não conseguem aplicar qualquer operação inversa, portanto a letra não tem significado neste contexto.

Nesta pesquisa, diferente da pesquisa realizada por Kieran (1994), todos os alunos que participaram não tinham nenhum conhecimento sobre álgebra, por esse motivo não era viável fazer separação em grupo, isto facilitou a introdução do conhecimento em álgebra de uma forma mais sutil.

Uma das atividades apresentadas aos alunos do 6º Ano era muito similar ao que Kieran colocou para os seus alunos, pois eles precisavam analisar e dizer o que significava a letra  $y$  em  $1 + y = 10$ . Mesmo a turma não tendo nenhum conhecimento de álgebra a



maioria dos alunos colocaram que  $y$  seria um número que somado a 1 teria como resultado o número 10.

Em “Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas” de Schoen (1994), artigo que também está no livro e traz ideias sobre álgebra, há um posicionamento sobre a importância da resolução de problemas como foco no ensino da Matemática. O autor faz algumas recomendações e, em algumas delas, o foco principal é a resolução de problemas. O artigo foi embasado na aprendizagem para alunos universitários, porém o que chamou a atenção foi o fato de que estas recomendações feitas, podem ser analisadas e colocadas para alunos de Ensino Fundamental. Neste artigo, mostra -se que é possível focalizar aplicações interessantes e problemas no ensino do primeiro ano de álgebra.

A primeira recomendação feita refere - se a busca da aprendizagem de elementos novos no conhecimento e na compreensão do que os alunos já sabem, ou seja, os alunos já possuem um conhecimento de vida e até mesmo escolar que não pode passar despercebido. A segunda recomendação está em levar gradualmente da verbalização para o simbolismo algébrico. Um exemplo de verbalização dado pelo autor:

Dada uma equação, podemos multiplicar ambos os membros por um mesmo número obtendo ainda expressões iguais. Exemplo do simbolismo algébrico: Para quaisquer números reais,  $a$ ,  $b$  e  $c$  se  $a=b$ , então,  $ca = cb$ . (SCHOEN 1995, p. 84).

Outra recomendação seria para que os exemplos e exercícios propostos tenham situações do mundo real, as quais podem ser modeladas por uma equação linear e usadas para introduzir e ensinar outros tópicos como gráficos, tabelas, funções etc. Os alunos precisam aprender estratégias para resolver problemas; como identificar o que se procura e o que é dado; traduzir frases para símbolos algébricos e testar respostas com as condições do problema.

Scarlassari (2007), trouxe duas visões importantes que estão relacionados ao ensino da álgebra. A primeira está relacionada as propostas curriculares onde os conteúdos dão diretrizes aos professores para serem trabalhados em sala de aula durante o exercício docente. A maioria das propostas curriculares é elaborada sem a participação dos professores, o que os torna passivos em relação aos conteúdos e os modos de trabalho. Segundo a autora, o não envolvimento dos professores no processo das reformas curriculares faz com que continuem seguindo modelos que tiveram enquanto estudantes. Ela coloca que ao ensinar os conteúdos algébricos, o professor ainda não prioriza o entendimento da sua dinâmica histórica e dá ênfase as regras lógicas e formais. A segunda

visão vem por consequências da primeira, em que o desconhecimento das intenções dessa proposta, a álgebra é trabalhada como algo que não há relação com a vida social do aluno, sem relação com o cotidiano, sendo uma abordagem tradicional e distante, onde explica-se as regras e passa-se exercícios. Sendo assim a álgebra é estudada como se fosse a aritmética generalizada, centrada em regras, onde muitas das vezes os alunos veem a álgebra como sendo apenas para resolver equações.

O que mostra a importância de se trabalhar a álgebra no início do Ensino Fundamental de uma maneira que venha a priorizar o seu entendimento de uma forma mais simples para alunos e não apenas colocando-a como regras a serem seguidas. Scarlassari caracterizou sua pesquisa em duas situações, em que ela chama de situação *A* e situação *B*. O momento da situação *A* com alunos de uma escola particular, na qual a pesquisadora era a plantonista e apenas assistia às aulas do professor titular, em duas turmas de 6ª séries (7º Ano do Ensino Fundamental) com um total de 67 alunos. Seus dados para a pesquisa foram constituídos do diário escrito pela pesquisadora ao observar as aulas do professor; do material escrito pelos alunos na resolução das atividades propostas em sala de aula e de uma lista de exercícios proposta no final dos estudos, como forma de avaliação. No segundo momento, que se trata da situação *B*, os alunos de uma escola estadual, na qual a pesquisadora era a professora das turmas, seu registro se deu através das observações da pesquisadora, pela resolução das atividades realizadas pelos alunos durante as aulas, questionário e uma lista de exercícios. As atividades foram aplicadas aos alunos de suas salas de 6ª série (7º Ano do ensino Fundamental) e que também tinham um total de 67 alunos. Vale ressaltar que a mesma lista de exercícios foi aplicada para as duas situações.

Na escola particular o que se refere a situação *A*, Scarlassari fazia plantões de dúvidas que se davam em horário pré-determinados e que não acontecia no horário de aula da turma. Segundo a autora foi através deste plantão que ela pode ter uma ampla noção das dificuldades dos alunos. Uma das observações apresentada por ela, foi o fato de que todos os alunos tinham dificuldades para traduzir “a metade de um número” para uma linguagem simbólica e coloca que eles normalmente escreviam como sendo  $2 : x$ . Um outro exemplo mostrado pela autora está no momento de se resolver equações de primeiro grau, do tipo  $3x = 21$  onde a maioria dos alunos “passavam” o 3 para o segundo membro da equação, subtraindo.

Na situação *B*, diferente da situação *A*, Scarlassari exerceu também a função de professora das turmas e não havia horário extraclasse para que os alunos pudessem sanar suas dúvidas. A autora elaborou uma apostila e trabalhou durante 3 meses com a turma uma abordagem mecanicista e tecnicista, com ênfase na construção da linguagem algébrica. Houve também uma dinâmica para melhor compreensão das atividades. Ao

realizar uma dinâmica, os alunos trocaram experiências, conhecimentos e formas distintas de pensar, o que favoreceu a aprendizagem matemática. Depois de Scarlassari analisar todos os dados e as anotações, relata que o sujeito da situação *B* possuía a mesma natureza das dificuldades que são apresentadas pela turma da situação *A* e coloca ainda que não apareceram novas dificuldades.

Ao fazer um paralelo deste trabalho com de Scarlassari, nos diferenciamos no que diz respeito as turmas e séries, pois a autora trabalha com um total de 67 alunos em cada situação (*A* e *B*) e este está sendo realizado com 19 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental (antiga 5ª série), sendo todos eles de uma mesma escola da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo. As atividades elaboradas para os alunos do 6º ano foram desenvolvidas em duplas, fazendo -se em forma de lista de exercícios, de forma prática (lúdica) havendo também momentos para discussão e troca de experiências. Scarlassari (2007) em seu artigo realizou uma atividade final, para saber se os alunos haviam compreendido o que lhes havia sido proposto. O que não foi feito neste presente estudo com os alunos do 6º Ano C, porém esse *feedback* acontecia ao final de cada uma das atividades.

Dando continuidade à revisão literária, Silva e Savioli (2014) publicaram um artigo “Manifestações do pensamento algébrico em resolução de tarefas por estudantes do ensino fundamental I” na Revista Paranaense de Educação Matemática tendo como base de estudo o pensamento algébrico dos alunos de ensino fundamental I e realizado em uma escola pública municipal de Apucarana, no Paraná. Foram analisadas oito atividades em que as autoras chamam de *Early Algebra* (álgebra precoce), aplicadas a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

A turma do 5º ano do Ensino Fundamental era composta por 35 alunos que nunca tiveram contato com a linguagem algébrica. Eram feitas reuniões com 9 professoras da escola, sendo estas reuniões semanais com 3 horas de duração no período da manhã. Estas reuniões eram dadas por uma professora estudante de doutorado que era vinculada ao programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, onde se discutiam as dificuldades de ensino e aprendizagem da matemática, em específico aos pensamentos algébricos e geométricos. Nove turmas participaram desta pesquisa, porém em apenas uma turma foi feita a análise em questão. Como essas reuniões ocorriam pela manhã e no mesmo período de aula dos alunos, a turma composta de 35 alunos foi dividida em seis grupos, os quais tinham tarefas matemáticas que foram conduzidas por estagiários graduados do curso de licenciatura em Matemática, com exceção de uma estagiária que cursava pedagogia. Vale ressaltar que a pesquisadora não teve contato com a turma de alunos.

Uma das discussões que permeiam as pesquisas envolvendo o ensino de Álgebra na área de Educação Matemática, consiste em saber em qual etapa escolar deve – se iniciar o desenvolvimento algébrico. O objetivo do trabalho de Silva e Savioli (2014) era identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico, constituindo -se algumas destas marcas o estabelecimento de relações/comparações entre as informações da tarefa; utilização de diferentes notações/representações; generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes e regulares.

Considerando a necessidade de introduzir a álgebra desde os anos iniciais da escolaridade, a concepção de *Early Algebra* ressalta que trabalhar com álgebra nos anos iniciais não implica introduzir a notação convencional, como é trabalhada no 7º ano do Ensino Fundamental, mas que os estudantes pudessem ter a oportunidade de refletir, de construir significados para as relações matemáticas e os conceitos algébricos, promovendo um ambiente no qual o estudante possa pensar nas estruturas aritméticas e que consiga relacionar que uma adição “45 + 12” equivale a “47 + 10” indicando uma ideia de generalização.

A matemática elementar necessita ter como parte integrante conceitos e noções algébricas, uma vez que a compreensão desses conceitos e notações é um processo de construção, a qual evolui com o passar dos anos. Portanto, não faz sentido esperarmos até por volta do sétimo ano (em que são introduzidos conceitos e noções algébricas) para inserir em sua evolução. (SILVA; SAVIOLI, 2014, p.142).

Assim as autoras analisaram as atividades dos 35 estudantes, as quais haviam considerado como pensamento algébrico, mas não necessariamente uma simbologia algébrica; não havia pré-requisito para que os estudantes apresentassem uma linguagem simbólica algébrica e sim que esse pensamento envolvesse: formulação de conjecturas, estabelecimento de relações, utilização de diferentes notações para a mesma atividade, estabelecimento de regularidades, algum processo de generalização, agrupamento, classificação, ordenação entre outras.

Sempre que as professoras aplicavam as atividades eram feitas anotações durante e após cada encontro com os 35 estudantes. Os registros escritos dos alunos também eram analisados. As autoras agruparam as respostas dos alunos fazendo descrições das resoluções de acordo com as características do pensamento algébrico (formulação de conjecturas, estabelecimento de relações, estabelecimento de regularidades, alguns processos de generalização, etc.) considerado no estudo e sendo dividido em cinco partes.

- I) Relações e comparações entre as informações da tarefa: nesta categoria, as autoras colocam que foram estabelecidas relações e/ou comparações entre as expressões numéricas. Aqui os alunos perceberam e tentaram expressar as estruturas aritméticas;
- II) Os alunos utilizaram diferentes notações e/ou representações para uma mesma atividade. Por exemplo, através de desenho, linguagem natural (a linguagem que o aluno usaria normalmente para se expressar) e a linguagem matemática;
- III) Elas consideraram que os alunos usaram algum tipo de generalização ao expressarem -se por meio de desenho ou de uma linguagem simbólica algébrica;
- IV) Foi considerado que os alunos interpretaram uma igualdade entre duas expressões numéricas ou transformaram a expressão em uma mais simples;
- V) Os alunos demonstraram algum tipo de regularidade por meio de sua produção escrita completando quadros e utilizando padrões ou compreenderam o padrão utilizado na curva da reta numérica.

Concluíram então que os alunos apresentaram características de pensamento algébrico em suas resoluções. Atribuíram significados para os conceitos a partir do que já sabiam, ou seja, de seus conhecimentos prévios.

Fazendo uma análise do artigo de Silva e Savioli (2014), as atividades colocadas aos alunos do 6º Ano desenvolvidas e analisadas neste trabalho que serão apresentadas mais adiante, possuem alguns aspectos em comum: elas foram criadas com a intenção de que os estudantes estabelecessem regularidades, relações e chegassem a algum tipo de generalização, pois os alunos que foram envolvidos neste trabalho também não tinham nenhum conhecimento prévio de álgebra. A generalização é algo essencial para o entendimento dos conceitos algébricos.

Um ponto a ser destacado está na quantidade de alunos participantes, na série que as atividades foram aplicadas e na maneira como foram conduzidas. Assim sendo, Silva e Savioli (2014) colocaram que não tiveram contato com os alunos do 5º ano do ensino Fundamental, mas sim estudos dirigidos por uma professora de doutorado com as professoras dos alunos, por meio de reuniões. Este é outro aspecto que difere deste trabalho, pois as atividades do nosso estudo foram aplicadas pela professora da turma, sendo esta alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II cujas atividades foram elaboradas antes, em conjunto com o orientador da presente pesquisa.

Análise de erros cometidos pelos alunos e suas causas podem proporcionar instrumentos extremamente úteis para decidir sobre os meios de como ajudar as crianças a melhorar a sua compreensão em matemática. Cabe aos professores e pesquisadores darem os passos que puderem para implementar esses esforços. O próximo capítulo irá tratar da importância do ensino da álgebra, metodologias e aplicações, bem como a resolução de problemas que estejam atreladas ao ensino da álgebra.

## Capítulo II.

### 2.1. Fundamentação

Pesquisas apontam que enquanto professores de Matemática, sabemos da importância do estudo da álgebra e das dificuldades que os alunos apresentam para entender e aplicar significativamente esse conhecimento. Sabemos que a construção da linguagem algébrica não deve objetivar apenas a aquisição de uma ferramenta para resolver problemas e cálculos meramente técnicos. É muito importante que esta construção desenvolva e exercite a capacidade de abstração e generalização. Neste capítulo apresentaremos as principais ideias sobre o ensino da álgebra e sobre a resolução de problemas. Alfabetizar algebricamente os alunos do Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante para os professores. As dificuldades desse processo provêm da maneira de como a álgebra é introduzida aos alunos, fazendo com que esses não saibam como aplicá-la de modo significativo. Por esse motivo, é necessário repensar o modo como os conhecimentos algébricos tem sido ensinado pelos professores e de que forma a aprendizagem tenha mais significado aos discentes. Muitas pesquisas em Educação Matemática confirmam os desafios do ensino da álgebra e a dificuldade dos alunos em apropriar-se das noções algébricas ensinadas na escola.

### 2.2. Pensamento Algébrico.

A passagem da aritmética para a álgebra é um dos momentos cruciais para o estudante que está aprendendo Matemática. Este é um dos pontos críticos do ensino, onde a Matemática, para os estudantes, se restringe a operar com números e resolver problemas em que as respostas são encontradas por meio de operações no campo da aritmética.

Booth (1994), salienta que a álgebra é uma confusão e que acaba ainda tendo uma repercussão negativa entre os alunos. Uma das maneiras de tentar descobrir o porquê ser tão complicado compreender a álgebra foi identificar os tipos de erros e as razões desses erros. O autor Booth (1994) menciona uma das dificuldades que observou em sua pesquisa feita em 1984, com alunos de treze a dezesseis anos e que já possuíam um conhecimento básico em álgebra em uma escola do Reino Unido. O autor nota, independentemente das idades dos alunos, que os erros cometidos por eles eram semelhantes e que as dificuldades

enfrentadas estavam no fato de querer obter uma resposta numérica. Eles acabaram não percebendo que o termo  $2y$  ou  $11y$ , por exemplo, seria uma resposta a um determinado problema.

Os alunos possuíam uma preocupação muito grande com relação a maneira de como seria dada a sua resposta, pois " $n + 3$ " poderia ser a soma de 3 com a variável  $n$ , então, uma "instrução" para se resolver, como também, uma resposta de uma questão que se dá o resultado se efetuarmos uma adição. Os alunos tentaram resolver algumas expressões algébricas, como por exemplo,  $2a + 5b$ . Tinham o pensamento aritmético, deram como resposta  $7ab$ , associaram o símbolo de  $+$  como sendo a soma de  $2 + 5$  e mantiveram as variáveis  $a$  e  $b$ , pois "letras não se somam". Isso não é de se admirar, pois ainda há a ideia primitiva que a adição é a união de dois conjuntos. Em uma das atividades propostas por Booth (1994), os alunos precisavam "somar 3 com  $5y$ " e uma das respostas obtidas por alguns foi 53. Eles não possuíam a noção de que  $5y + 3$  é uma resposta de uma questão.

O autor ainda descreve algumas sugestões para se trabalhar com os alunos nas series iniciais na primeira experiência com a aritmética. Uma dessas sugestões seria não ler a expressão "2 mais 3" ou "some 2 com 3" e sim, "o número é 3 a mais que 2". É fundamental a leitura adequada dos símbolos, como por exemplo, "é igual a" ao invés de "dá", como em "2 mais 3 dá 5". A leitura mais apropriada é "o número 2 que a mais do que 3 é igual a 5". O importante é propor ao aluno pensar sobre  $5 = 2 + 3$ , bem como  $1 + 4 = 2 + 3$ . Uma segunda sugestão está na maneira em que irá introduzir a apresentação algébrica, tendo como exemplo,  $4n$ . Há uma grande possibilidade da criança ver isso como uma soma, neste caso, coloca -se a representação de  $4 \times n$  ou  $n \times 4$  no início da introdução da álgebra. A terceira e última sugestão que o autor menciona é não dar ênfase nos exemplos que sejam do tipo "duas maçãs mais 5 bananas" como sendo na forma algébrica  $2m + 5b$ . Muitos professores acreditam que esta seja uma das maneiras mais apropriadas para apresentar a álgebra para as crianças, porém, o autor coloca que este tipo de exemplo favorece uma visão errada da álgebra, pois os alunos podem representar como sendo  $7mb$  justificando assim, que 2 maçãs mais 5 bananas é igual a 7 maçãs e bananas.

Uma das diferenças nítidas entre a aritmética e a álgebra está na utilização de letras para se indicar um valor, logo a letra em aritmética representa quantidades e unidades de medidas, como cito  $m$  para representar uma certa quantidade de metros e não para representar um número em metros quão na álgebra. Em aritmética lê - se " $3m$ " para representar "3 metros"; uma outra forma de leitura está em " $3 m = 300 \text{ cm}$ " tratando -se de "3 metros ser equivalente a 300 centímetros". Já em álgebra Booth (1994) menciona a leitura das letras variáveis como sendo um "rótulo", um exemplo disso está em " $A = b \times a$ "



que representa a forma reduzida da afirmação verbal “Área = base x altura” e aí está o grande problema: introduzir esse tipo de “rótulo” aos alunos. Esse tipo de afirmação acaba confundindo os alunos. Um outro exemplar “a representa o número de abacaxis” levando o aluno a converter “3a” em “3 abacaxis”, ao contrário de “3 vezes o número de abacaxis” e/ou  $3 \times a$ , portanto, a forma de se evitar essa situação é escrever a operação por extenso evitando esse tipo de conversão.

Isso mostra que um dos aspectos mais importantes da álgebra está na ideia de uma ou mais variáveis ser uma letra que representa um número. Existe uma forte tendência de que as crianças representem as letras como sendo um valor específico e único. Essas são algumas das dificuldades que as crianças provavelmente experimentarão quando iniciarem seu estudo sobre álgebra, dessa forma, é importante tomar decisões sensatas referentes ao processo de ensino e aprendizagem da álgebra, pois se não ficar bem esclarecidas estas dificuldades, acarretará em experiências cada vez mais complicadas.

Ponte, Branco e Matos (2009) nos mostram diferentes perspectivas da Álgebra e indagam quais são os objetos fundamentais da mesma, e para isso, os autores colocam de uma maneira bem simples dizendo que ela está relacionada a Matemática abstrata, tanto pode ser expressa por equações, inequações ou funções como pode ser representada por outras estruturas definidas por operações ou relações em conjunto. Outra colocação feita é que o propósito da álgebra são os símbolos e se analisarmos esse campo da Matemática pelo uso de uma linguagem própria, faz sentido encarar a álgebra como manipulações de símbolos e expressões. Não se pode ignorar a importância dos símbolos, de modo que esta simbologia algébrica e os elementos de estudos tornam-se ferramentas para a resolução de problemas. Porém, essa simbologia pode ser de uma certa maneira um sério risco para o significado da álgebra para os alunos dos anos iniciais, perdendo assim seu referencial. É o que acontece quando se utiliza a simbologia de modo abstrato sem significado, transformando a Matemática em uma manipulação relacionada a práticas repetitivas de exercícios envolvendo expressões algébricas.

Ao longo dos anos vem surgindo uma outra visão da Álgebra caracterizada como pensamento algébrico (modo de pensar) tornando -se um dos grandes objetos de estudos no Ensino Básico. O desenvolvimento desse pensamento nos alunos vai além da capacidade de manipulação de símbolos. Quando os alunos iniciam a escolaridade, as atividades de agrupar, classificar e ordenar facilitam o trabalho com padrões; ao observar que as operações aparentam determinadas propriedades começam a pensar de forma algébrica; ao analisar e refletir sobre como as quantidades se relacionam umas com as outras e quando representam situações matemáticas usando objetos, figuras e símbolos favorecem um pensamento algébrico.

Sendo assim, o pensamento algébrico inclui também a capacidade de saber lidar com expressões algébricas, equações, sistemas de equações, de inequações e funções, estando associado a capacidade de interpretar e saber usar os símbolos matemáticos para resolver situações problemas. Podemos, então, colocar que a álgebra possui alguns aspectos importantes, tais como representar, raciocinar e resolver problemas. O primeiro deles, representar, está ligado a capacidade do aluno em utilizar diferentes sistemas de representação (ler, compreender, escrever e operar com símbolos algébricos). O segundo, raciocinar, no que se refere a importância de relacionar tanto de forma dedutiva como de forma indutiva, ou seja, analisar as propriedades e fazer generalizações para compreensão das regras, e por fim, resolver problemas, modelar situações nas quais se possa usar expressões, equações, inequações e sistemas, funções e gráficos para se resolver tais problemas. Um outro ponto importante a ser comentado está na didática ou em uma sequência didática que por muitas vezes não se dá a devida importância. Problemas que envolvem letras em que elas aparecem como um valor a ser descoberto, para alunos das séries iniciais do ensino fundamental, podem gerar dificuldades, pois no momento de passar de um exercício de aritmética para um problema de álgebra, encontrarão um dificultador em equacionar tal problema. Outra questão está apenas em passar para os alunos como se resolver uma equação ou como se resolver uma função de uma forma mecânica a fim de se mostrar como se “encontra o valor de  $x$ ”, como os autores Ponte, Branco e Matos (2009) chamam de visão “pobre”.

[..] é uma visão de uma versão “pobre” em que o objetivo é apenas manipular símbolos apenas para treino e prática. O que acaba sendo insuficiente pois o estudante não estabelece relação entre o que havia desenvolvido no concreto com o algum tipo de realidade e vivência, o que torna isso para o aluno algo “sem valor”. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009 p. 13).

É importante que o aluno domine as regras para que posteriormente, seja capaz de aplicá-la a situações problema. Contudo, para que o aluno procure valorizar a linguagem algébrica como meio de representar ideias, pensando funcionalmente e estabelecendo relações entre as variáveis não apenas como um conjunto de regras e transformações simbólicas, o que no fundo é tratar de promover o pensamento algébrico, o correto é mostrar a importância e o significado que possui as variáveis.

Pontes, Branco e Matos (2009) destacam três aspectos para a valorização da álgebra no currículo da Matemática; o primeiro deles é a promoção de hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização; o segundo em tratar os números e as operações algebricamente prestando atenção em suas relações e não só aos valores numéricos em si e o terceiro em promover o estudo de padrões e regularidades, a partir do 1º ciclo. Em uma atividade sobre figuras geométricas, por exemplo, pode se

relacionar linguagem e pensamentos algébricos já, os exercícios de raciocínio sobre padrões trabalham o desconhecido. É muito importante que o professor tenha uma sequência didática a ser aplicada em sala de aula sobre determinado conteúdo, dado que a sequência didática é um conjunto de atividades interligadas que parte de atividades mais simples para outras mais complexas. A sequência didática auxilia a organização do professor em sala de aula tornando o conteúdo mais significativo para o aluno.

No Ensino Fundamental, existe uma certa preocupação quando se trata de algumas operações e seus símbolos operatórios, um deles é o símbolo do sinal de igual. De uma certa forma, quando se explica aos alunos esse sinal, passa-se a ideia de que o sinal de igual indica apenas o lugar no qual deve se colocar o resultado da operação realizada. Ponte, Branco e Matos (2009) apontam três significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade: o primeiro relacionado à noção operacional; o segundo, envolvendo a ideia de equivalência e, por último, a noção relacional.

O primeiro significado está relacionado com a noção operacional que surge, essencialmente, em contextos aritméticos. As atividades com operações aritméticas conduzem as crianças a compreenderem o sinal de igualdade como um símbolo operacional, ou seja, um símbolo que indica uma ação (operação) a ser realizada. As crianças percebem o sinal de igualdade como um sinal de fazer algo, como em  $2 + 4$  tem como resposta o algarismo 6.

O segundo significado se refere ao conceito de equivalência do sinal de igualdade é muito importante para a compreensão de conceitos algébricos como, por exemplo, o conceito de equação. O que nos faz lembrar logo na ideia da utilização da balança para desenvolver a noção de equivalência do sinal de igualdade no contexto de equações: a noção de equivalência é evidenciada pelo equilíbrio da balança. Assim, uma diversidade de atividades pode ser desenvolvida nos anos iniciais do Ensino Fundamental com o objetivo de discutir o significado do sinal de igualdade a partir de diferentes contextos.

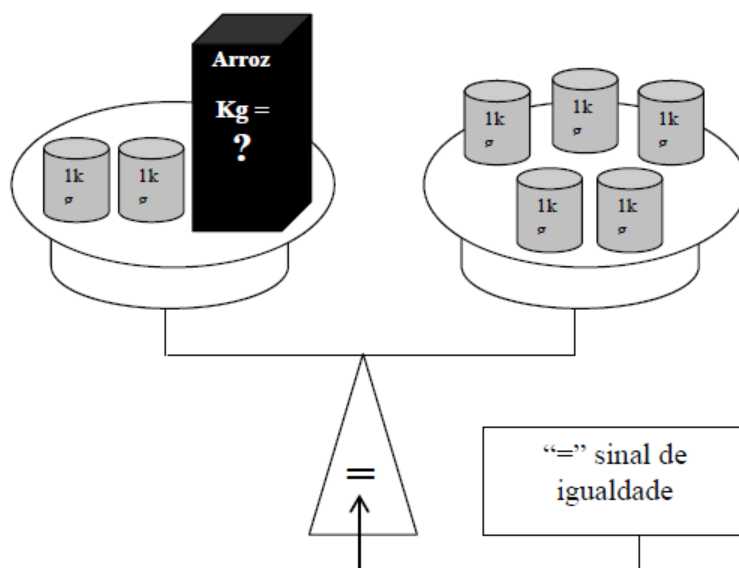
O terceiro significado do sinal de igualdade (a noção relacional) envolve a compreensão de uma relação estática numa igualdade aritmética ou algébrica, um bom exemplo disso é pedir para que o alunos completem  $\square$  tendo  $15 + 3 = 10 + \square$ . Ponte, Branco e Matos (2009) consideram fundamental que os alunos explorem situações nas quais o sinal de igualdade apresente diferentes significados. A forma limitada como os alunos compreendem os significados do sinal de igualdade é resultado de suas experiências matemáticas no Ensino Básico.

O significado do sinal de igual depende da situação em que ele aparece, cito o momento dos alunos precisarem saber que os números racionais podem ser representados

na forma fracionária e decimal, uma vez que para representar uma fração na reta numérica é necessário saber se esta relação está na forma representativa  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$ . A igualdade está em situações inversas, a título de exemplo,  $(25 + 14 = 39$  sendo  $25 = 39 - 14)$ .

Em suas pesquisas, Ponte, Branco e Matos (2009), colocam que a capacidade de analisar como um todo a expressão ou a equação é um “pensamento relacional” quando propõe para o aluno que ele analise e reflita em uma expressão ou equação por completo e não apenas a resolva. O esperado, no momento em que o aluno precisar analisar  $60 + 25 - 25 = \underline{\quad}$ , o professor possa mostrar para o mesmo que  $+25 - 25 = 0$  e que logo teria como resposta da expressão 60, ao invés de 60 ele adicionasse 25 e do resultado obtido na adição ele subtraísse 25, tendo assim o mesmo resultado para a expressão.

Figura 2.1. Balança representando a ideia de equivalência.



Fonte: Trivilin e Ribeiro (2015)

O sinal de igual da figura 2.1 mostra claramente que ele assume um papel importante para representar uma situação em que indica o mesmo valor ou o que tem de um lado da balança é igual ao que tem do outro lado, porém a ideia de utilizar a balança é provisória. É apenas utilizada para a introdução da noção de equivalência em uma equação, já que há limitações quando se trata de trabalhar com os números negativos.

Há símbolos de extrema importância no momento de passar o seu significado para os alunos, são eles: o símbolo de diferente ( $\neq$ ) e os símbolos de desigualdades ( $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  e  $\geq$ ). Os alunos que estão iniciando em álgebra, em alguns casos, podem ver o sinal de igualdade como o instante deles colocarem a resposta de uma operação. Eles, também, não possuem a noção do sinal da diferença, visto que estão iniciando no sexto ano do Ensino Fundamental e a maioria não reconhece e não sabe o seu significado, um exemplo

é mostrar para o aluno que  $15 + 3 = 10 + \square$ . Para essa igualdade ser verdadeira, o único valor numérico que satisfaz a essa igualdade é o 8 e qualquer outro valor (no espaço em branco) faria com que isso se transformasse em uma diferença, ou seja,  $15 + 3 \neq 10 + \_$  para qualquer valor diferente de 8. Nesse momento seria válido pedir para que os alunos fizessem um exemplo e um contraexemplo de igualdade, dessa forma saberiam como utilizar o símbolo de diferente. Ao mesmo tempo que se estabelece generalizações da aritmética é importante que o aluno perceba que existem situações em que esta generalização não é verdadeira, cito que quando temos  $5 + (3 \times 6)$  é diferente de  $(5 + 3) \times 6$ , uma vez que, neste caso, a ordem com que as operações são realizadas faz toda a diferença. Vale dizer que isto ocorrerá também com a álgebra.

Já no que se diz respeito ao símbolo de ( $<$ ,  $>$ ), podemos fazer uma comparação perguntando aos alunos qual é o maior entre os números 15 e 6. Em seguida, após suas respostas colocar que  $15 > 6$  e que  $6 < 15$ , visto que os símbolos maior e menor desempenham um importante papel na aprendizagem dos alunos. Da mesma forma que se os alunos precisassem substituir para completar a expressão na igualdade, isso também aconteceria para a desigualdade. Uma amostra disso seria perguntar ao aluno qual numeral poderia corresponder a desigualdade  $< 30$  e deixar perceber que para isso teria um conjunto grande de respostas, desprezando neste momento, os números racionais negativos.

Nos anos finais do Ensino Fundamental os alunos começam a usar a linguagem simbólica para descrever a relação de uma letra e um número. Ao fazer a introdução das letras para representar um valor desconhecido, Ponte, Branco e Matos (2009), colocam que:

[...] a introdução da letra para designar números desconhecidos corresponde a adaptação da escrita progressivamente mais abreviada, incluindo por exemplo a omissão do sinal de multiplicação. Desse modo, não é preciso escrever  $2 \times l$  para representar o produto de 2 por  $l$ . No entanto, 25 continua a ter a interpretação aritmética, representando o número “duas dezenas e cinco unidade” e não o produto de 2 por 5 que continua a ser representado por  $2 \times 5$ ”. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009 p. 27).

A partir do pensamento dos autores, é viável propor atividades que tenham interpretações geométricas com expressões algébricas. Uma dessas atividades seria usar a área de um retângulo, pois em um retângulo de base 8 e altura ( $x$ ) teríamos como resposta  $8x$ .

É muito importante que o aluno, compreenda as propriedades das operações que estão relacionadas à aritmética, pois isso facilitará a resolução de alguns problemas algébricos. É relevante que o estudante perceba que em aritmética, na propriedade comutativa da adição, ela é válida para alguns números naturais como por exemplo:  $25 +$

$30 = 30 + 25$ , ou seja,  $x + y = y + x$  (sejam  $x$  e  $y$  números naturais distintos) mas o mesmo não se aplica para a sua operação inversa, pois  $x - y \neq y - x$ , ou seja,  $5 - 2 \neq 2 - 5$ . O mesmo acontece com a propriedade comutativa da multiplicação onde  $x \cdot y = y \cdot x$ . Exemplifico assim,  $6 \cdot 5 = 5 \cdot 6$ . Agora, essa propriedade não se aplica na divisão, na qual não é válida, pois  $25 : 5 = 5$  não sendo o mesmo que  $5 : 25 = 0,2$ , então,  $x : y \neq y : x$ .

Ponte, Branco e Matos (2009), comentam a importância de se trabalhar relações numéricas com a calculadora, em razão do trabalho com a mesma chamar a atenção dos alunos no que diz respeito ao trabalho com regularidade, visto que permite a formulação de conjecturas. Um exemplo simples está em pedir para que o aluno divida o algarismo 1 pelo número 10 na calculadora e observe o resultado. Em seguida, ainda sem apagar o número obtido, divida o valor resultante novamente pelo número 10 e assim por diante. A intenção é que o aluno observe que dividir 1 por 10 terá como resultado 0,1 e que, além disso, consiga perceber que 0,1 pode ser representado na fração  $\frac{1}{10}$  em que o denominador é 10 e que o número de vezes que dividiu 1 por 10 foi apenas 1, logo, possui apenas 1 casa decimal após a vírgula na resposta. Ao continuar sucessivamente esta divisão, sempre dividindo o resultado por 10, o importante é o aluno perceber que ele dividiu 1 por 100, porquanto obteve como resultado 0,01 contendo 2 casas decimais e que ao dividir o resultado novamente por 10 obteve 0,001 sendo 3 casas decimais, na verdade, seria o mesmo que dividir 1 por 1000.

Outra maneira é propor ao aluno que resolva na calculadora  $5 : 10$  e observe o resultado. Em seguida, calcule  $5 \times 0,1$  e note o acontecido, para que possa depois pensar no ocorrido.

Isso permite que o aluno formule suas próprias conjecturas e as tente validar. Com essa tarefa conclui – se que, com a multiplicação de um número por 0,1; 0,01 e 0,001 será obtido o mesmo resultado caso faça a divisão por 10,100 e 1000.

### 2.3. Resolução de Problemas.

Pode-se dizer que a resolução de problemas que recorre ao trabalho investigativo é um modo muito eficaz de explorar a álgebra, sobre tudo se utilizarmos problemas que tenham significado para os alunos e que o uso da álgebra se torne relevante.

Uma das tendências para o ensino da Matemática é a Resolução de problemas. É uma metodologia de ensino importante no processo de ensino e aprendizagem, visto que possui uma situação desafiadora, despertando a curiosidade e o instinto investigativo do estudante. Onuchic (2012), salienta que esse tipo de metodologia dispõe de uma grande importância para ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessária dentro das atividades de resolução de problemas. Lorensatti (2009) faz a seguinte colocação acerca de um problema:

Para que uma determinada situação seja considerada um problema, essa deverá implicar um processo de reflexão e de tomada de decisões quanto ao caminho a ser utilizado para sua solução. (Lorensatti 2009, p. 6)

Para se resolver problemas, um passo importante é fazer com que haja sintonia entre a escrita materna (a qual é lida o problema) com a escrita matemática cuja intersecção muitas das vezes não acontece. Ler um exercício matemático ou extrair informações de um problema expresso na linguagem materna passando-as em sentenças matemáticas nem sempre é uma tarefa fácil. Por exemplo, na sala de aula, sempre são utilizadas atividades ou problemas que envolvam frações e em algumas dessas situações, apresenta - se a frase “reduza ao mesmo denominador”, ou seja, reduzir como sendo converter ou trocar. Caso não seja trabalhado de maneira correta a interpretação do problema o aluno terá dificuldades em fazer essa conversão, da escrita materna para a escrita matemática. Para quem possui conhecimento, isso parece ser tão óbvio, porém para a maioria das pessoas, em seu dia a dia a palavra reduzir tem como significado tornar menor.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam três interpretações fundamentais usadas com muita frequência em Matemática: a letra como incógnita, em que ela representa um número específico, porém, desconhecido, ocorrendo muito em equações, exemplo:  $x + 5 = 18$ ; a letra como número generalizado onde o aluno vê o símbolo (letra) como sendo representada por vários números, exemplo:  $a + b = 41$  e a letra como variável, sendo vista como a representação de um conjunto de valores, exemplo:  $2k$ .

A partir destas três interpretações apresentadas pelos autores nota -se algumas dificuldades que os alunos encontram em passar da aritmética para a álgebra. Os discentes encontram dificuldades em: visualizar a letra como representação de um número ou um conjunto de número, em pensar numa variável como significado qualquer de um número, atribuir significado às letras existentes em uma expressão, dar sentido a uma expressão algébrica e passar informações da linguagem materna para a linguagem algébrica.

Trabalhar com números desconhecidos com os alunos requer sempre muito cuidado, uma vez que, na maioria das vezes, eles pensam que quando se tem  $x = 3$ , acabam por associar que a incógnita  $x$  tem valor numérico 3, em qualquer situação/problema. Um passo importante está em trabalhar vários problemas simples e até mesmo do cotidiano dos próprios alunos, envolvendo valores desconhecidos ou quantidades desconhecidas. Exemplifico com um problema contendo uma quantidade desconhecida: Andreza e Amanda foram na papelaria comprar cadernos. As duas tinham a mesma quantidade de dinheiro para gastar. Andreza saiu da papelaria com 1 caderno e 13,00 reais de troco já Amanda comprou 2 cadernos de mesmo valor e saiu com 6 reais de troco, sendo assim, quanto custou cada caderno? Agora um problema com valor desconhecido: O dobro de um número, somado com 23 é igual a 71. Qual é esse número?

Outro aspecto a ser analisado visa sequências, padrões e regularidades, que além de envolver diversos problemas, abrange o ensino por completo começando nos anos iniciais do Ensino Fundamental, passando para os anos finais e por fim no Ensino Médio, ou seja, a álgebra está diretamente ligada com o ensino da Matemática. Por sua vez, é muito importante que os alunos comecem a aprendizagem da álgebra de modo intuitivo e motivador com o estudo dos padrões. Representar, analisar situações e usar modelos matemáticos para representar e compreender as relações quantitativas. Se observarmos, há jogos que empregam o sistema de padrão podendo ser utilizados nos anos iniciais do Ensino Fundamental para desenvolver o raciocínio lógico no indivíduo. Dessa forma, vemos o tamanho da importância a ser dada a este conteúdo a ser estudado na Matemática.

Um dos jogos é uma brincadeira que poder ser dada como uma sequência em que é constituída por figuras que procuram representar a ordem de uma cena; o jogo estimula a criança para que consiga colocar as figuras na sequência exata e que faça sentido ao que foi proposto. Nos anos finais do Ensino Fundamental pode ser pedido para que o aluno continue uma sequência (representando os termos seguintes aos termos dados) e ainda possa identificar a unidade ou objeto que se repete continuamente. Já, ao chegar no Ensino Médio, consiga trabalhar com sequências relacionadas a Progressão Aritmética e Progressão Geométrica e ainda de uma forma mais completa que o aluno tente fazer conjecturas relacionadas a essas sequências.



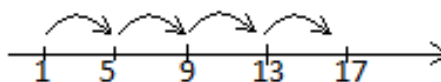
O que de fato esse tipo de exercício é encontrado no Caderno do Aluno do primeiro ano do Ensino Médio, material fornecido pela secretaria da Educação do Estado de São Paulo para as escolas da rede pública de ensino, até o ano de 2018.

Numa sequência repetitiva há uma unidade composta por diversos elementos ou termos. A compreensão da unidade que se repete pode não ser facilmente compreendida pelos alunos nos primeiros anos do ensino básico, mas é possível desenvolver progressivamente, pois crianças mais novas podem continuar uma sequência que se repete apenas seguindo um “ritmo” sequencial sem compreender a regularidade que está ocorrendo, porém, apenas esse “ritmo” não é necessário para se conjecturar ou generalizar essa sequência. Para que isso aconteça é necessário que o aluno compreenda qual é a unidade que se repete, que cada termo da sequência depende do termo anterior e a sua posição nessa ordem contínua.

Os autores Ponte, Branco e Matos (2009) descrevem alguns aspectos importantes para uma sequência crescente pictórica (pensamento de forma visual), analisando sua propriedade figurativa. Primeiramente, continuar a sequência já dada, isto é, continuar representando os próximos termos dela. Em seguida, analisar a ordem de cada termo, usar a relação de como ela foi construída para poder encontrar um termo mais distante e para indicar a ordem de um termo dado, utilizar a generalização e representar o termo geral desta sequência usando uma linguagem algébrica (o que já se encaixa mais para aluno do Ensino Médio). É muito importante que além dos alunos continuarem uma sequência já dada que eles a possam montar, seja ela numérica ou não.

Ao pedir aos alunos que analisem uma sequência, também apresentem sua linha de raciocínio, ou seja, qual a estratégia empregada para alcançar sua resposta e justificativa. Um bom exemplo básico está em utilizar a reta numérica para analisar uma sequência, podendo pedir aos alunos que descrevam o que acontece com a figura a seguir:

Figura 2.2 – reta numérica



Fonte: própria

Ao analisar a figura, possam perceber alguns fatos: que a mesma começa com o número 1, que a sequência não tem fim, que do primeiro termo para o segundo foram adicionadas mais 4 unidades, que do segundo para o terceiro termo foram adicionadas mais 4 unidades e assim por diante. Através de uma análise consiga chegar na lei de formação. Dada esta lei e se for possível fazer a situação inversa, pedir a sequência.

Outro ponto importante a ser trabalhado na álgebra são expressões e equações que, por sua vez, não deixam de estar ligadas com algumas propriedades. É necessário que o aluno perceba a importância e tenha a noção de equivalência de expressões. Ponte, Branco e Matos (2009), deixam bem claro que:

[...] duas expressões são equivalentes se assumem o mesmo valor para todo valor que se atribui a variável. [...] a equivalência de expressões algébricas tem de ser justificada pelas propriedades das operações – comutativa, associativa, distributiva, a existência de elemento neutro ou pela definição das operações inversas. (Ponte, Branco e Matos 2009, p. 77).

Por esse motivo, não podemos deixar que a aprendizagem da matemática fique fragmentada e que, com relação a todas as propriedades que são de extrema importância, faz-se necessário ter muita cautela no momento de ensino, ou seja, a maneira como se dará esse processo, visto que a maioria dos alunos acabam se confundindo. Um exemplo está em colocar para o aluno  $5y + 2y = 7y$  e ele compreender que não se trata apenas de uma igualdade, mas sim que ambos os membros possuem o mesmo valor atribuído a  $y$ , isto é, que são equivalentes. As tarefas propostas devem promover a capacidade de compor e decompor expressões algébricas mantendo a equivalência dessas expressões. As operações com monômios e polinômios devem ser progressivas. É importante que o aluno saiba, primeiramente, identificar a parte numeral e a parte literal de um monômio e em uma adição (de monômios), o aluno identifique as partes literais que são semelhantes ( $5x + 4y + 2x + 6y$ ) para a partir daí poder somar. O mesmo não ocorre com a multiplicação, porque podemos multiplicar monômios semelhantes ou não ( $3x \cdot 2y = 6xy$ ) e isso causa uma confusão para o aluno, visto que as dúvidas surgem em saber o porquê não se aplica a mesma regra para as duas operações, sendo que a multiplicação nada mais é que a soma. O aluno vem com esse pensamento desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, dado que no momento em que está aprendendo a tabuada ele a associa com a soma, já que  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$  e é o mesmo que  $3 \cdot 4 = 12$ . Além dessa diferença entre a soma e a multiplicação os alunos também precisam estar familiarizados com as propriedades operatórias das potências, principalmente com a de mesma base, visto que se o aluno compreender que  $5^2 \cdot 5^4 = 5^6$  ficará mais fácil em realizar a associação quando se trabalha com letras e observar que  $x^4 \cdot x^7 = x^{11}$ .

Esses são alguns exemplos que a matemática possui num processo de aprendizagem contínuo e que não pode ser fragmentado, por esse motivo há a necessidade de muita atenção e cuidado com a aprendizagem logo no início da vida escolar do indivíduo.

Assim, a resolução de problemas apresenta um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, sendo ela o gatilho que dispara o procedimento de construção do conhecimento despertando no estudante o senso crítico, a capacidade de investigação e o poder de análise.

## Capítulo III

### 3.1. Metodologia

Este capítulo apresentará a metodologia adotada para a realização do presente trabalho. Será descrita a natureza da pesquisa (cunho qualitativo), o universo do estudo, em que serão descritos o ambiente em que ocorreu a produção e coleta de dados, os sujeitos que participaram da pesquisa e por fim, serão apresentados e discutidos os instrumentos de coleta de dados.

### 3.2. Natureza da Pesquisa

A pesquisa qualitativa segundo Trivinos (2012), também conhecida como “estudo de campo”, “estudo qualitativo”, “descritiva”, “pesquisa naturalista” entre outras. Ela procura entender e interpretar fenômenos sociais inseridos em um contexto. As pesquisas denominadas como qualitativas não precisam estar ligadas a dados ou informações estatísticas. Tem como um de seus objetivos contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico. A ideia de qualquer aspecto de uma pesquisa qualitativa é composta por referencial teórico no qual o pesquisador irá se apoiar.

As observações feitas são registradas, interpretadas e codificadas cuidadosamente. Essas observações são realizadas através de questionários, atividades e/ou entrevistas, sendo representadas por ações em uma situação mais ou menos prolongada e que poderia ser estudada através de dias, semanas e meses.

Um aspecto muito importante da pesquisa qualitativa está ligado às experiências já vividas pelo observador devido ao conhecimento adquirido, aos costumes, tipo de formação, entre outros, então o que cada pessoa seleciona para “ver” depende muito da sua história pessoal e, principalmente, da sua bagagem cultural, ou seja, o observador tem que tomar cuidado ao analisar dados de sua pesquisa, isso implica em um planejamento cuidadoso de seu trabalho, como planejar de que forma será feita a observação, de que maneira isso ocorrerá e o que será observado, definir claramente o seu objeto de estudo e o foco da investigação, além de seu espaço e tempo.

Além das coletas de dados realizadas através de entrevistas, atividades ou até mesmo de questionários, um olhar importante é dado para os tipos de observações que

são feitas ao longo do trabalho desenvolvido. No dia a dia com essas observações, o observador (pesquisador) acaba chegando mais perto da “perspectiva dos sujeitos”.

[...] na medida em que o observador acompanha *in loco* as experiências diárias dos sujeitos, pode tentar apreender a sua visão de mundo, isto é, o significado que eles atribuem a realidade que os cerca a as suas próprias ações. (LUDKE e ANDRÉ 1986 p. 26).

Pode - se ter quatro tipos de pesquisador observador: o “observador participante total”, aquele que não revela ao grupo a verdadeira identidade do pesquisador e tão pouco o motivo de seu estudo, buscando estar mais perto dos participantes e de suas perspectivas; o “participante como observador” tem como intenção não deixar totalmente claro o que se pretende, ocultando apenas as atividades específicas, mas revelando quem é; o “observador como participante” revela o seu papel como pesquisador relatando todas as atividades e os seus objetivos para com elas; já o “observador total” não interage com o grupo a ser observado, inclusive faz suas anotações sem ser visto. Sendo então a presente pesquisa baseada em “observador como participante”, pois ao longo deste trabalho, a professora pesquisadora interage com os participantes sem influenciar, mostrando claramente os motivos que se dá a pesquisa e qual a finalidade das atividades propostas a eles.

Há uma mudança muito rápida que acontece socialmente tendo como consequência uma diversidade de esferas de vidas sociáveis que fazem cada vez mais os pesquisadores enfrentarem novos contextos e perspectivas sociais. Por esse motivo, é muito importante colocar que para a pesquisa qualitativa em geral, está a etnografia. A etnografia está classificada como o “estudo de culturas”, ou seja, ela se preocupa com o significado que as ações possuem e os eventos para as pessoas ou grupos estudados. Ela é a tentativa da descrição de uma cultura, de um conjunto de técnicas usadas para coletar dados de um certo grupo social sobre sua cultura, de crenças, comportamentos, intelectualismo, entre outros. O pesquisador observa a realidade sempre com um certo grau de interação, com a finalidade de aprofundar questões e esclarecer problemas detectados nas observações e, em seguida, contextualiza os fenômenos observados e as informações coletadas. Uma das características deste que realiza a pesquisa é a interação entre o pesquisador e o objeto de estudo, pois está preocupado com o processo, no que está acontecendo e não necessariamente, no produto final da sua pesquisa. Tenta relatar a visão dos sujeitos pesquisados. A pesquisa qualitativa que pode ser aplicada nas escolas, nas salas de aula, no cotidiano dos estudantes ou educadores, na metodologia de ensino, na avaliação entre outros. O que também veio ao encontro deste trabalho, já que uma das preocupações da professora pesquisadora estava no processo de todas as atividades, uma vez que o produto

final nada mais é do que uma consequência de todo trabalho realizado. Além disso, foi gratificante observar alunos compartilhando estratégias, respeitando diferentes opiniões, desenvolvendo a habilidade comunicativa, motivando os colegas e sendo solidários, sendo estes observados em cada atividade para melhor entender o que realmente compreenderam e assim, todas as anotações e atividades que os participantes realizaram, geraram documentos para posteriormente serem analisados de forma cuidadosa diante do que foi proposto.

### **3.3. Universo da Pesquisa.**

A escola onde se realizou a pesquisa pertence a rede estadual de ensino que está ligada a diretoria de ensino da cidade de Sorocaba, São Paulo. É uma escola que possui o Ensino Fundamental II e Ensino Médio, sendo que no período da manhã estudavam alunos do Ensino Médio e no período da tarde os alunos de Ensino Fundamental II. A escola é espaçosa, dispõe de 10 salas de aula, possui uma biblioteca, uma sala de informática e uma pequena praça onde os alunos passavam o maior tempo na hora do intervalo. A escola de um modo geral é organizada e os estudantes têm acesso a ela por meio de um portão principal onde são recebidos pela diretora e por uma agente de organização escolar. A instituição de ensino possui aproximadamente 600 alunos tendo uma média de 25 a 30 alunos por turma com exceção de apenas uma do 6º ano C com apenas 19 alunos.

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi escolhida a turma de 19 alunos do 6º ano C do Ensino Fundamental II. Essa turma foi escolhida pelo fato dos alunos não terem tido nenhum contato tão direto com a álgebra. O primeiro contato da professora pesquisadora com os alunos da turma investigada ocorreu no ano de 2017. A referida turma era de responsabilidade da professora pesquisadora devido a atribuição de aulas realizada pela diretoria de Ensino da cidade. A turma escolhida estudava no período da tarde e era composta por 9 meninas e 10 meninos com idade entre 11 a 13 anos.

Para garantir o anonimato destes alunos participantes foram dados nomes fictícios a eles, sendo esses, escolhidos pelos próprios discentes. Durante as aulas, foi comentado para os alunos sobre o objetivo do trabalho a ser desenvolvido e qual o motivo da escolha daquela turma além de como se daria todo o processo e o desenvolvimento da pesquisa, desta forma os próprios alunos sugeriram que eles mesmo escolhessem seus nomes.

### 3.4. Instrumentos de Produção e coletas de dados.

Neste item serão apresentados os instrumentos de produção de dados, como também, será descrita a maneira como se desencadeou o processo. A pesquisa foi dividida em 6 encontros de duas aulas de 50 minutos cada e as atividades foram organizadas em 6 fichas.

No primeiro encontro foi trabalhado a ficha 1 contendo duas atividades, que foram baseadas em situações problemas.

Quadro 3.3.1- Situação Problema 1

**Atividade 1.**

Na venda de Dona Ana com R\$2,00 se compra 3 bombons vermelhos como mostra a figura a seguir



Diogo gastou R\$ 10,00 comprando esses bombons vermelhos. Quantos bombons ele comprou? Justifique sua Resposta.



### Quadro 3.3.2 – Situação Problema 2

#### Atividade 2.

Na lanchonete da pracinha está acontecendo uma promoção.

**MONTE SEU PRÓPRIO SANDUÍCHE**

| BÁSICO  | COMPLEMENTO   |
|---|---|
| <br><b>R\$5,00</b> | <p>Para cada um dos ingredientes acrescenta</p> <br><b>+ R\$1,00</b> |
| Pão + Bife  |   |

Felipe, Artur e Pedro foram lanchar. Cada um deles vai querer incrementar seu sanduíche.



Felipe pede o básico mais queijo, ovo e cebola;  
Artur o básico mais queijo e bacon e Pedro turbinou o dele acrescentando no básico: queijo, ovo, tomate, alface, cebola e batata palha.

a) Todos pagaram o mesmo valor? Porque?

---

---

---

b) Quanto cada um dos amigos pagou por seu sanduíche?

---

---

---

Das atividades contidas na ficha 1, esperava-se que os alunos pudessem adquirir algumas habilidades, tais como: resolver problema utilizando o sistema monetário brasileiro, identificar possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e contabilizá-las, utilizando estratégias pessoais. Dessa forma, os objetivos esperados definem -se: que o aluno possa selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações para a tomada de decisões e resolução da situação problema.

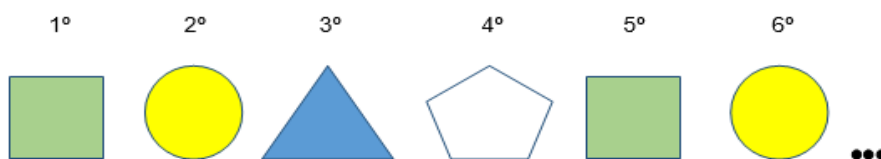
O Segundo encontro foi trabalhado a ficha 2 que continha quatro atividades. A primeira delas é formada por figuras geométricas em uma certa sequência e esperava-se que o aluno pudesse compreender a sequência dada e que, além de continuá-la, pudesse analisar para descobrir um elemento nela solicitado.

Com a segunda atividade a intenção era que que o aluno realizasse uma sequência que obedecesse um padrão. Já na terceira e quarta atividade o intuito foi fazer com que o aluno localizasse um certo termo.



### Quadro 3.3.3 – Sequência Geométrica

**Atividade 1.** Observe as sequências de figuras e em seguida responda as questões abaixo:



a) Faça o desenho da próxima figura da sequência?

b) Nas primeiras vinte figuras quantos quadrados haverão?

---

c) Qual será a figura que ocupará a 10ª posição?

Pretendia-se que os alunos se familiarizassem com os termos e padrões de regularidades, que pudessem reconhecer a existência ou não de padrões de regularidades em sequências numéricas ou geométricas e identificassem determinado termo em sequências numéricas ou geométricas. Não era intenção nesse momento que os alunos chegassem a lei de formação das sequências, embora os itens possibilitassem que eles pensassem a respeito.

Já na Atividade 2 esperava-se que o aluno conseguisse compreender o que é uma sequência para que então pudesse criar uma. Foi dado liberdade para que eles criassem qualquer tipo de sequência, sendo ela geométrica, numérica, alfabética, entre outras.

Quadro 3.3.4 – Montagem de Sequência

**Atividade 2.** Crie uma sequência que represente algum padrão.



As atividades 3 e 4 a seguir, tinham como objetivo que os alunos observassem a relação entre os termos e a sequência para que pudessem ter a percepção de que formam-se grupos quando se repete uma sequência em “blocos”.

Quadro 3.3.5 - Sequência

**Atividade 3.** Anita está sempre a desenhar 3 figuras diferentes pela mesma ordem.



Qual a figura que estará no lugar do ponto de interrogação?



Justifique sua resposta:

---

---

---

### Quadro 3.3.6 – Descobrimdo Termo 1

**Atividade 4.** Carlitos é um boneco que adora fazer exercício. No exercício ele flexiona as pernas e mexe os braços seguindo uma ordem nos movimentos. Ele pretende continuar nessa atividade por algum tempo. Veja a ordem dos exercícios do Carlitos.



a) Desenhe a baixo como ele estará na 9ª posição

b) Desenhe a seguir como ele estará na 58ª posição. E responda, por que chegou a esse desenho.

---

---

---

---

---

No terceiro encontro foi trabalhado com os alunos a ficha 3 que continha 2 atividades. A primeira atividade também envolvia sequência, sendo ela numérica.

### Quadro 3.3.7 – Descobrimdo Termo 2

#### Atividade 1

Bibi passa horas brincando de escrever seqüências. Certo dia saiu às pressas deixando a seqüência incompleta.

|   |   |   |    |     |     |     |
|---|---|---|----|-----|-----|-----|
| 1 | 4 | 7 | 10 | ... | ... | ... |
|---|---|---|----|-----|-----|-----|

Quando retornar, deverá concluir esta seqüência obedecendo a mesma ordem. Qual será o 10º número (termo) que ela escreverá?

Já na segunda atividade proposta, a terceira ficha envolvia alguns conceitos ligados a figuras geométricas, cujo intuito era fazer com que os alunos calculassem o perímetro de uma figura geométrica, além de dar continuidade à seqüência. Era também ideia que os discentes conseguissem perceber a relação entre o número de triângulos e o seu perímetro e que pudessem adquirir as habilidades propostas: resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas; familiarizar-se com os termos e padrões de

regularidades, além de reconhecer a existência ou não de padrões de regularidades em sequências numéricas ou geométricas.

Quadro 3.3.8 – Sequência com triângulos

Atividade 2.


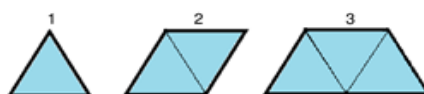
- a. Com o auxílio da régua calcule o perímetro do triângulo; 
- b. Una dois triângulos pelos lados e calcule, com o auxílio da régua, o perímetro da

figura formada;



- c. Continue a sequência e preencha a tabela abaixo:



|                      |   |   |   |  |  |  |  |
|----------------------|---|---|---|--|--|--|--|
| Número de Triângulos | 1 | 2 | 3 |  |  |  |  |
| Perímetro            |   |   |   |  |  |  |  |

- d. Para cada triângulo acrescentado, o perímetro aumenta em quantos centímetros?
- e. Qual o perímetro da figura formada pela sequência de 10 triângulos?

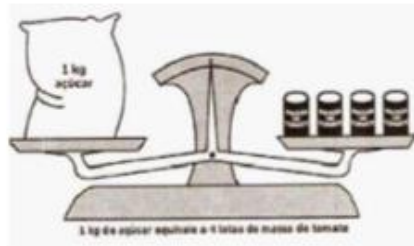
No quarto encontro foi trabalhada a ficha de número quatro, na qual estão dispostas duas atividades que contemplam as seguintes habilidades: transpor a linguagem escrita para a linguagem algébrica e resolver equação do primeiro grau por meio de operações inversas e por equivalências. As atividades possuem a imagem de uma balança de dois pratos como analogia de uma equação. O uso da analogia da balança e equações se baseiam na aproximação do equilíbrio na balança e a igualdade de uma equação, tendo como um de seus objetivos desenvolver a capacidade de resolver uma equação por meio do pensamento lógico.

Esperava-se que os alunos pudessem compreender essa relação de igualdade entre os dois pratos, construindo assim um pensamento algébrico. Para melhor compreensão dessa atividade, a escola disponibilizou uma balança de dois pratos, o que seria uma forma lúdica para que os alunos pudessem desenvolver melhor as habilidades propostas nesta atividade. Os alunos usaram pesos de 1kg, 200g, 100g, 10g, 5g e 1 g.

Quadro 3.3.9 – Balança 1

Atividade 1.

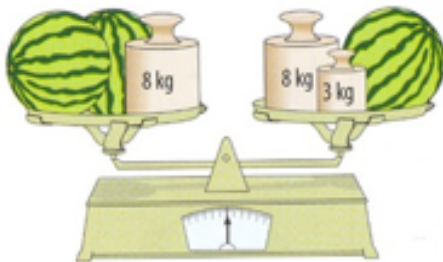
Na Merceria “ Tudo a Mão”, as mercadorias são pesadas em uma Balança de dois pratos. Um vendedor observou que a balança ficava em equilíbrio, quando ele colocava de um lado 1 kg de açúcar e de outras 4 latas de massa de tomate.



Dessas latas de massa de tomate, quantas são necessárias para equilibrar 2 kg de açúcar? Justifique sua resposta.

Quadro 3.3.10 – Balança 2

Atividade 2.



Qual o peso de apenas uma melancia? Justifique sua resposta.

Já no Quinto encontro foi aplicada a ficha de número 5 contendo 3 atividades, as quais envolviam situações problemas, expressões e algum tipo de figura como sendo a incógnita. Nesse tipo de atividade o intuito era que o aluno apresentasse um raciocínio lógico dedutivo e pudesse ler e interpretar o enunciado de maneira correta.

**Atividade 1.**

Três amigos foram ao parque de diversão.

Cada um levou uma quantia de dinheiro para gastar nos brinquedos.

1. Lúcia levou 2 notas de 10 reais e mais 4 notas de 2 reais;
2. João levou a metade das notas de 10 reais e a metade das notas de 2 reais que Lúcia levou;
3. Beto levou a quantia de Lucia e João juntos.

a) Quantas notas de 10 reais e quantas de 2 reais Beto levou? Em seguida descreva qual estratégia utilizou para chegar nesta resposta. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Quantas notas de 10 reais e de 2 reais os três amigos levaram juntos para o parque de diversão? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Atividade 2.**

Pedro precisa fazer uma tarefa de matemática. Ele pensa e se concentra, mas está precisando de uma ajuda. Você pode ajudá-lo a descobrir o valor de cada uma das figuras nas expressões?

a)  - 12 = 0; Então o  vale .....

Por que? \_\_\_\_\_

b)  -  = 0; Então o  vale .....

Por que?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Atividade 3.**

Alan, Bruno e Carlos têm juntos, 18 figurinhas da Copa do Mundo de 2014. Sabe – se que Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem o triplo de figurinhas de Alan.

- a) Represente o total de 18 figurinhas usando os quadradinhos feitos de EVA. Em seguida desenhe no retângulo abaixo o que foi representado no EVA.



- b) Quantas figurinhas tem Alan?

---

---

- c) Quantas figurinhas tem Carlos?

---

---

- d) Quantas figurinhas tem Bruno?

---

---

Nessa atividade os alunos também trabalharam com um material em EVA, o que ajudou na visualização para resolução do problema.

No sexto e último encontro foi aplicada a ficha 6 contendo 2 atividades. Nessas atividades os alunos tinham o valor da incógnita dada. Esperava-se que eles compreendessem que o valor da incógnita não era apenas um valor único numérico, mas que para situações diferentes os valores da incógnita podem ser alterados.

Quadro 3.3.14 – Álgebra 1

**Atividade 1.**

Avalie cada expressão quando  $y = 6$

a)  $7 - y = \underline{\quad}$  b)  $y - 3 = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 4$ .

a)  $y + 5 = \underline{\quad}$  b)  $y - 7 = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 8$ .

a)  $y + 5 = \underline{\quad}$  b)  $y - 8 = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 1$ .

a)  $y - 8 = \underline{\quad}$  b)  $2 + y = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 7$ .

a)  $y + 4 = \underline{\quad}$  b)  $3 + y = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 3$ .

a)  $y - 7 = \underline{\quad}$  b)  $6 + y = \underline{\quad}$

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

---

---

---

---

---



**Atividade 2.**

Resolva para a variável:

1)  $1 + y = 10$  \_\_\_\_\_ 2)  $y + 9 = 14$  \_\_\_\_\_ 3)  $9 + y = 15$  \_\_\_\_\_ 4)  $y + 6 = 8$  \_\_\_\_\_

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

---



---



---



---



---



---

Levar o estudante a construir o conceito de equação de modo que não se tenha distorções na compreensão das propriedades que levem a dificuldades posteriores não é uma tarefa simples. No entanto, os alunos precisam desenvolver uma boa ideia do que é uma equação, por esse motivo todas as atividades aqui apresentadas foram elaboradas para que eles pudessem ter esse primeiro contato com a álgebra.

As atividades como as que estão nos quadros 3, 4, 5 e 6 são exemplos de que podemos considerar o termo padrão numérico ligado a ideia de algum tipo de regularidade (repetição), na qual se pode identificar uma lei que permite continuar a sequência e chegar a uma generalização. O raciocínio algébrico alicerça a aprendizagem dos alunos em muitos temas da Matemática.

No capítulo seguinte apresentaremos as análises das atividades descritas aqui que foram realizadas pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental, relacioná-la com a proposta de cada uma das atividades e as implicações disso na aprendizagem dos estudantes.

## Capítulo IV.

### 4.1. Análise

Esta seção apresentará a análise de dados da pesquisa de cunho qualitativo. Os instrumentos (fichas) aplicados aos estudos tinham a finalidade de recolher informações que permitissem interpretar as atividades resolvidas pelos 19 alunos do 6º ano sob um olhar mais cuidadoso quanto ao desenvolvimento de cada aluno em relação a introdução da álgebra.

Nesse sentido, o movimento da análise fez um caminho que permitiu realizar uma triangulação com os eixos apresentados na descrição da pesquisa do primeiro e segundo capítulo. Dessa forma, foi criado um diálogo com a literatura pesquisada, de tal maneira que se pode construir uma interpretação das informações coletadas ajudando na compreensão dos fenômenos presentes no processo de iniciação à álgebra por parte dos estudantes investigados.

Foi realizada uma reflexão pela professora/pesquisadora da estratégia utilizada pelos alunos, visto ser este o momento para compreender mais sobre essa etapa que os alunos de 6º ano passam da aritmética para a introdução da álgebra, com um olhar minucioso quanto ao processo de resolução.

Para preservar a integridade dos alunos, os nomes utilizados são fictícios sendo estes escolhidos pelos próprios estudantes. As atividades foram aplicadas em sala de aula em 6 encontros com a duração de 50 minutos cada.

Desse modo, seguem os registros das atividades apresentadas pelos alunos, lembrando que a intenção das tarefas em linhas gerais era promover a descoberta sobre algumas características e situações que envolviam o pensamento algébrico, identificando os tipos de erros que os alunos cometeram e investigando as razões desses erros, além das estratégias empregadas na realização das tarefas que foram bem sucedidas ou não.

### 4.2. Análise das estratégias de resolução dos estudantes.

No primeiro instante foi pedido para que os alunos sentassem em dupla e que ficassem com o mesmo colega em todos os encontros. A professora/pesquisadora deixou que os próprios alunos escolhessem com quem cada um gostaria de fazer as atividades por conta de afinidade entre eles. Como havia um total de 19 alunos, foram separados em

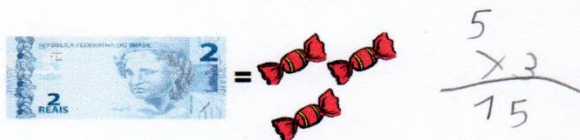
9 duplas e um aluno se ofereceu para fazer as atividades sozinho. Vale comentar que todos os alunos concordaram em participar das atividades, mesmo não sendo obrigatório.

No primeiro encontro foi trabalhada a ficha 1 contendo 2 atividades, sendo elas situações – problemas. Onuchic (2012) salienta que esse tipo de ensino-aprendizagem possui grande importância para os alunos, ajudando-os na compreensão dos conceitos, processos e técnicas operatórias necessárias dentro das atividades, podendo ser realizado através de resolução de problemas.

Quadro 4.1.1- Atividade 1- Resolvida pelos alunos “Biel” e “Junior”

Atividade 1.

Na venda de Dona Ana com R\$2,00 se compra 3 bombons vermelhos como mostra a figura a seguir



Diogo gastou R\$ 10,00 comprando esses bombons vermelhos. Quantos bombons ele comprou? Justifique sua Resposta.



JEU CHEGUEI NESSE resultado  
multiplicando 5 x 3 e cheguei a 15 BALAS

Do total de 19 alunos, 11 deles interpretaram corretamente o problema proposto na atividade 1, apresentando assim, respostas corretas de acordo com índice de 57,9% de acertos. Os alunos conseguiram ler, interpretar e compreender que para se comprar 3 bombons havia a necessidade de 5 notas de 2 reais. Nesse caso, os alunos “Biel” e “Junior” interpretaram corretamente o problema, podendo observar que pelo seu processo de resolução chegaram a resposta final adequada. Houve alunos que interpretaram acertadamente, porém utilizaram a soma para chegar na resposta correta, usando desta forma um outro processo de resolução. No entanto, 4 duplas não conseguiram compreender, de modo correto, o problema proposto.

Quadro 4.1.2. Atividade 1 - Resolvida pelos alunos "Xerife" e "Scorpion"

**Atividade 1.**

Na venda de Dona Ana com R\$2,00 se compra 3 bombons vermelhos como mostra a figura a seguir



Diogo gastou R\$ 10,00 comprando esses bombons vermelhos. Quantos bombons ele comprou? Justifique sua Resposta.

Handwritten student work for a math problem. It starts with a 10 Real banknote followed by an equals sign and a question mark. To the right are two multiplication problems: 
$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 2 \\ \hline 10 \end{array}$$
 and 
$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 2 \\ \hline 20 \end{array}$$
. Below these is a handwritten answer: 

Resultado: 60 bombons, eu peguei porque eu fiz  $5 \times 2$  que dá 10 e daí gastei 10 reais de 2 reais são 3 bombons de eu fiz  $10 \times 2$  que dá 20 daí eu  $20 \times 3$  que dá 60 então eu cheguei no resultado.

Nas observações feitas das atividades realizadas pelos estudantes, foi procurado respaldo na metodologia de resolução de problemas que alguns autores fizeram. Segundo Onuchic (2012), as atividades realizadas através de resolução de problemas precisam fazer sentido com relação a vivência dos alunos, algo que seja mais próximo da realidade deles. Um outro aspecto está na leitura individual e coletiva quando possível. Lorensatti (2009) destaca que além de uma leitura cuidadosa, é importante que se tenha uma sintonia da escrita materna com a escrita matemática e muitas das vezes, essa intersecção não acontece. Ler uma situação problema e extrair informações expressas na linguagem materna para depois passá-las em sentenças matemáticas nem sempre é fácil. Portanto, um outro fator importante a ser analisado pelo professor não está apenas na resposta correta do problema, mas também, no desenvolvimento para que se dê importância ao processo da resolução.

Os alunos "xerife" e "scorpion" (como queriam ser chamados), apesar de não terem respondido de maneira correta, chamou a atenção a forma como apresentaram o raciocínio, vale citar que muito diferente dos demais colegas que, também, não conseguiram compreender de forma adequada a atividade. Os alunos raciocinaram de forma correta ao colocar que 5 notas de 2 reais dariam os 10 reais a serem gastos com os bombons, porém acabaram multiplicando o valor das duas notas pensando que com 20 reais eles comprariam 60 bombons. De certa forma, mostra que as informações contidas na atividade 1 não foram interpretadas corretamente, sendo um problema ao transcrever aquilo que está

se lendo para a linguagem matemática. Ainda na Ficha 1, na atividade de número 2 houve uma quantidade de erros bem menor, estando apenas 10,5% dos alunos que não compreenderam corretamente a atividade.

Quadro 4.1.3. Atividade 2 - Resolvida pelo aluno "Felipe".

**Atividade 2.**

Na lanchonete da praçinha está acontecendo uma promoção.

**MONTE SEU PRÓPRIO SANDUÍCHE**

| BÁSICO  | COMPLEMENTO   |
|---|---|
|  <p><b>R\$5,00</b></p> <p>Pão + Bife</p> | <p>Para cada um dos ingredientes acrescenta</p>  <p><b>+ R\$1,00</b></p> |

Felipe, Artur e Pedro foram lanchar. Cada um deles vai querer incrementar seu sanduíche.



Felipe pede o básico mais queijo, ovo e cebola;  
 Artur o básico mais queijo e bacon e Pedro turbinou o dele acrescentando no básico: queijo, ovo, tomate, alface, cebola e batata palha.

a) Todos pagaram o mesmo valor? Porque?

*Porque que eles pagaram o mesmo é que o dono seg. o valor e dinheiro com os outros sanduíche.*

b) Quanto cada um dos amigos pagou por seu sanduíche?

*pagaram o mesmo cada um*



**Atividade 2.**

Na lanchonete da pracinha está acontecendo uma promoção.

**MONTE SEU PRÓPRIO SANDUÍCHE**

| BÁSICO  | COMPLEMENTO   |
|---|---|
|  <p><b>R\$5,00</b></p> <p>Pão + Bife</p> | <p>Para cada um dos ingredientes acrescenta</p>  <p><b>+ R\$1,00</b></p> |

Felipe, Artur e Pedro foram lanchar. Cada um deles vai querer incrementar seu sanduíche.



Felipe pede o básico mais queijo, ovo e cebola;  
Artur o básico mais queijo e bacon e Pedro turbinou o dele acrescentando no básico: queijo, ovo, tomate, alface, cebola e batata palha.

a) Todos pagaram o mesmo valor? Porque?

*Sim*  
*Porque cada complemento é um real, independente do sabor.*

b) Quanto cada um dos amigos pagou por seu sanduíche?

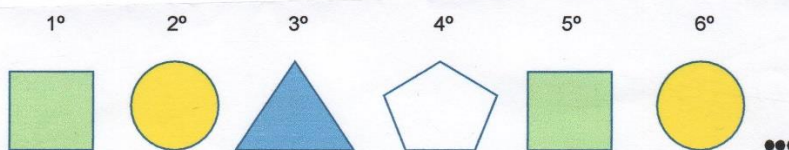
*6,00 reais.*

Nos quadros 4.1.3 e 4.1.4 é observado novamente uma interpretação errônea do problema. O aluno "Felipe" ao ser questionado, em sala de aula, pela professora/pesquisadora sobre sua resposta, apenas disse que se sentiu confuso e nem sabia o que tivera respondido, alegando não ter compreendido o problema. A professora/pesquisadora muito impressionada com a atitude do aluno "Felipe" foi questionar professores de outras disciplinas que lecionavam para este aluno, então descobriu que ele tinha muita dificuldade em leitura e interpretação. Entretanto, os alunos "Lanis" e "Deco" foram mais visuais e observaram apenas que para cada um dos complementos haveria o acréscimo de um real. Como no enunciado do problema traz figuras mostrando três opções com 6 itens de complemento, foi deduzido pelos alunos que seria pago 6 reais, independentemente do sabor que escolhessem de complemento.

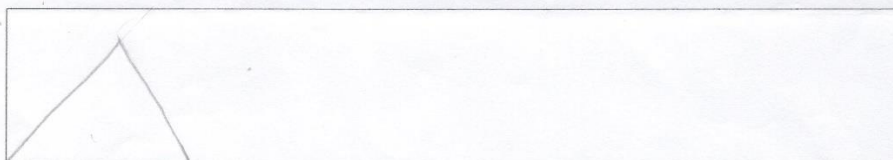
No segundo encontro foi trabalhado a ficha 2 a qual continha 4 atividades, sendo que todas elas estavam relacionadas à sequência. A primeira é relacionada a uma sequência que envolve algumas figuras geométricas e foi subdividida em três partes: itens (atividades) a), b) e c). Uma vez que 10,5 % responderam erroneamente e parcialmente, foi possível perceber que a maior dificuldade estava no item b).

Quadro 4.1.5. Atividade 1 da Ficha 2. Resolvida pelas alunas “Ju” e “Bella”

**Atividade 1.** Observe as sequências de figuras e em seguida responda as questões abaixo:



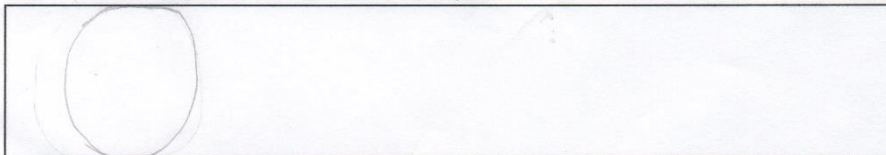
a) Faça o desenho da próxima figura da sequência?



b) Nas primeiras vinte figuras quantos quadrados haverão?

*haverão 5 quadrados*

c) Qual será a figura que ocupará a 10ª posição?

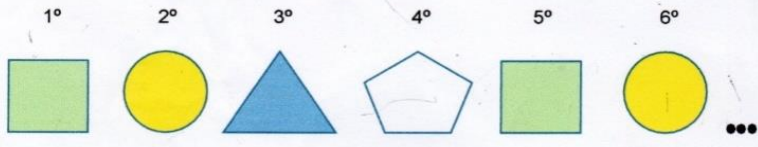


As alunas “Ju” e “Bella”, assim como a maioria dos alunos, responderam corretamente as questões mostrando que compreenderam a sequência dada e que, além de continuá-la, analisaram de maneira adequada para descobrir o elemento que foi solicitado, bem como a posição em que cada um dos elementos se encontra. Ao questioná-los sobre o nível de dificuldade dessa atividade, as alunas “Ju” e “Bella” responderam que não tiveram dificuldades.

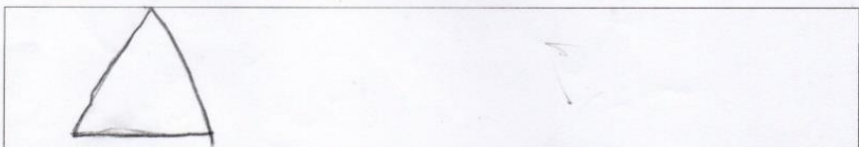
Quadro 4.1.6. Atividade 1 da Ficha 2. Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”

**Atividade 1.** Observe as seqüências de figuras e em seguida responda as questões abaixo:

1° 2° 3° 4° 5° 6°



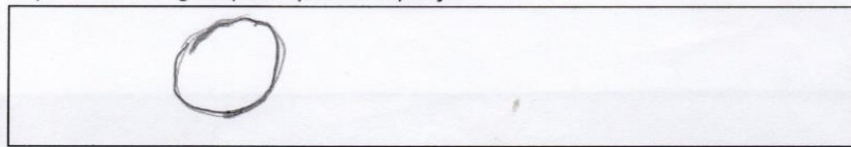
a) Faça o desenho da próxima figura da seqüência?



b) Nas primeiras vinte figuras quantos quadrados haverão?

20  
10/2  
40 quadrados

c) Qual será a figura que ocupará a 10ª posição?



Já para os alunos “Xerife” e “Scorpion” a atividade 1 foi compreendida de forma parcial, pois a atividade b) foi respondida de maneira incorreta. Ao questionar os alunos sobre qual foi o raciocínio que os levaram a chegar nessa resposta, responderam que imaginaram 20 fileiras iguais a fileira colocada com a seqüência geométrica dada, fazendo com que somassem dois quadrados por fileira, levando – os a responder com a operação  $20 \times 2$ .

Para Ponte, Branco e Matos (2009) é muito importante que os alunos comecem a aprendizagem da álgebra de modo intuitivo e motivador junto ao estudo dos padrões e descrevem alguns aspectos importantes para uma seqüência crescente pictórica (pensamento de forma visual), analisando sua propriedade figurativa. Esses aspectos estão relacionados a dar continuidade a sucessão (seqüência), ou seja, que o aluno olhe para a atividade e entenda que é uma seqüência e que ela faz algum tipo de “sentido”, que ele possa analisar a ordem de cada termo e que possa encontrar uma relação de como ela foi construída, para assim poder identificar qualquer termo mais distante dela.

Ponte, Branco e Matos (2009) salientam que ao dar uma atividade com seqüência repetitiva, a relação do elemento seguinte pode ter duas características, sendo a primeira

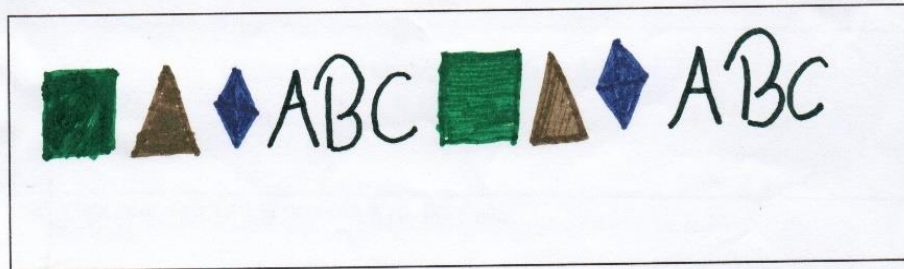


a existência de uma igualdade entre cada elemento da sequência e um dos primeiros  $n$  elementos como o elemento  $n$  posições antes dele. Além disso, os autores enfatizam que as crianças mais novas podem continuar as sequências repetitivas usando conceito rítmico, mas não compreendem a regularidade existente, o que nos é mostrado na atividade 1 efetuada pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”, ido por essa linha de pensamento apenas analisando um certo ritmo o que mostra que essa abordagem rítmica não é suficiente para generalizar a sequência.

Na Atividade 2 da ficha 2, foi pedido para que os alunos criassem uma sequência e que essa sequência acompanhasse um padrão. Houve 100% de acertos.

Quadro 4.1.7. Atividade 2 da Ficha 2. Resolvida pelas alunas “Ju” e “Bella”.

Atividade 2. Crie uma sequência que represente algum padrão.



Todos os alunos compreenderam o que é uma sequência e quando ela possui um certo padrão. Cada um dos alunos, com sua criatividade, pode responder de forma adequada e variada: alguns colocaram uma sequência de números, outros uma sequência de cores e até mesmo uma sequência de desenhos, sendo que todos eles seguiram um padrão. Esse tipo de sequência repetitiva e simples pode ser utilizada em trabalhos iniciais, podendo dizer que ela consiste na procura de regularidades e da generalização. Ponte, Branco e Matos (2009) sugerem que o professor faça esse tipo de atividade com os alunos pedindo para que construam suas próprias sequências, o que acaba sendo de extrema importância para o indivíduo, pois desenvolve a capacidade de abstração.

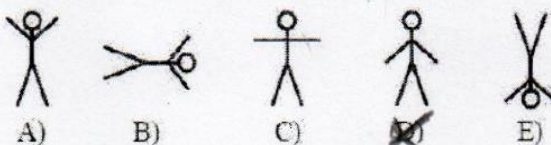
Ainda na ficha 2, atividade 3, os alunos teriam que identificar qual seria a próxima figura da sequência dada. Percebe que eles não encontraram nenhuma dificuldade em resolver a atividade.

Quadro 4.1.8. Atividade 3 da Ficha 2. Resolvida pelas alunas "Bibi" e "Babi"

**Atividade 3.** Anita está sempre a desenhar 3 figuras diferentes pela mesma ordem



Qual a figura que estará no lugar do ponto de interrogação?



Justifique sua resposta:

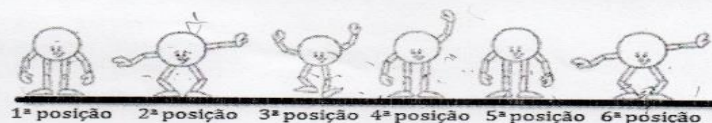
É UMA SEQUÊNCIA SE NA FIGURA ANTERIOR  
ESTAVAM OS BRAÇOS ABERTOS NA PRÓXIMA  
ELA SÃO COMO BOMBO MAS BOMBO

Novamente, vemos uma sequência repetitiva em que o aluno pôde representar todos os termos da sequência (até o que foi solicitado), contando os elementos que a constituem para determinar o termo da sucessão. Pode-se concluir que, assim como na Atividade 2 da ficha 2, todos os alunos compreenderam corretamente e deram uma justificativa lógica para suas respostas, tendo assim, novamente, um acerto de 100% desta atividade.

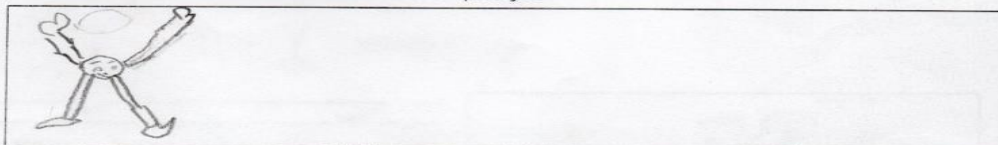
A atividade 4 é referente a ficha 2, foi dividida em dois itens a) e b). Para o item a) foi observado que 17 alunos conseguiram resolver a atividade sem nenhum problema, de acordo com o exemplo que segue abaixo:

Quadro 4.1.9. Atividade 4 da Ficha 2. Resolvida por “Lana” e “Deco”

**Atividade 4.** Carlitos é um boneco que adora fazer exercício. No exercício ele flexiona as pernas e mexe os braços seguindo uma ordem nos movimentos. Ele pretende continuar nessa atividade por algum tempo. Veja a ordem dos exercícios do Carlitos.



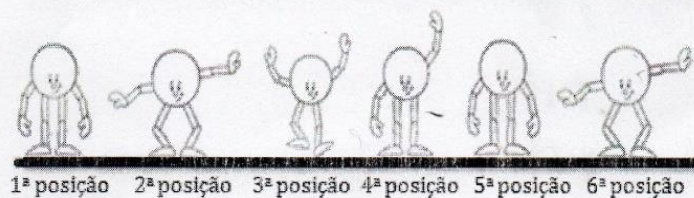
a) Desenhe a baixo como ele estará na 9ª posição



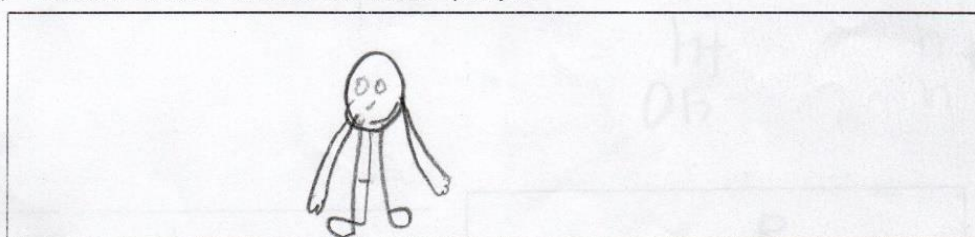
Ao questionar os alunos “Tinho” e “Duca” (Quadro 4.1.10) pela resposta que deram referente a atividade 4 da ficha 2, disseram que ao olharem para a sequência e as respectivas posições do boneco “Carlitos” não se deram conta que a atividade pedia a 9ª posição que o boneco se encontraria, apenas seguiram a sequência como se a atividade pedida fosse a próxima posição, colocando como resposta o primeiro desenho da sequência. A resposta encontrada desta forma é a 7ª posição que o boneco “Carlitos” estaria e não a 9ª posição como foi sugerido na atividade.

Quadro 4.1.10. Atividade 4 da Ficha 2. Resolvida pelos alunos “Tinho” e “Duca”

**Atividade 4.** Carlitos é um boneco que adora fazer exercício. No exercício ele flexiona as pernas e mexe os braços seguindo uma ordem nos movimentos. Ele pretende continuar nessa atividade por algum tempo. Veja a ordem dos exercícios do Carlitos.



a) Desenhe a baixo como ele estará na 9ª posição





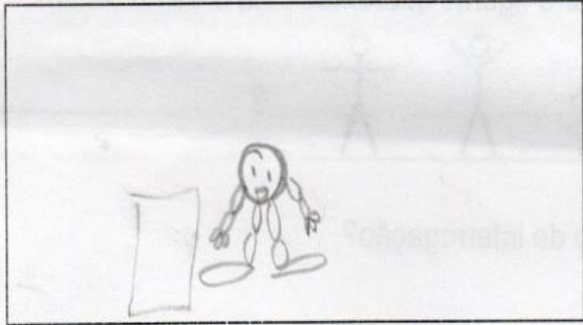


estará sempre em uma posição que seja múltipla de 3, todavia para tal indagação seria necessário que os alunos possuísem conhecimentos sobre múltiplos de três ou critérios de divisibilidade por três.

Porém, ao analisar a mesma atividade b) feitas pelos alunos “Lana” e “Deco” (quadro 4.12) ao perguntar aos alunos como chegaram no resultado os mesmo que tentaram fazer a contagem uma a uma, no entanto, não conseguiram concluir corretamente a atividade e também, deixaram de justificar o motivo de suas respostas.

Quadro 4.1.12. Atividade 4 da Ficha 2. Resolvida pelas alunas “Lana” e “Deco”

b) Desenhe a seguir como ele estará na 58ª posição. E responda, por que chegou a esse desenho.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

No terceiro encontro foi passado para os alunos duas atividades que estavam na ficha 3; tais atividades davam continuidade ao conteúdo relacionado à sequência. Segue abaixo a atividade 1 da ficha 3.

Quadro 4.1.13. Atividade 1 da Ficha 3. Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”

**Atividade 1.**

Bibi passa horas brincando de escrever sequências. Certo dia saiu às pressas deixando a sequência incompleta.

|   |   |   |    |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|----|
| 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 |
|---|---|---|----|----|----|----|

Quando retornar, deverá concluir essa sequência numérica obedecendo a mesma ordem. Qual será o 10º termo que ela escreverá? Justifique sua Resposta.

*Bibi é 19, porque ela fez a sequência seguindo em 3 em 3 números*

Para tal atividade, pode ser observado que 57,8% dos alunos responderam de forma correta e justificaram suas respostas de uma forma simples, porém adequada. Os demais alunos da sala responderam à questão parcialmente correta, pelo fato de não se atentarem à pergunta que estava abaixo da sequência, como segue no quadro 4.1.14.

Quadro 4.1.14. Atividade 1 da Ficha 3. Resolvida pelo aluno “Felipe”

**Atividade 1.**

Bibi passa horas brincando de escrever sequências. Certo dia saiu às pressas deixando a sequência incompleta.

|   |   |   |    |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|----|
| 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 |
|---|---|---|----|----|----|----|

Quando retornar, deverá concluir essa sequência numérica obedecendo a mesma ordem. Qual será o 10º termo que ela escreverá? Justifique sua Resposta.

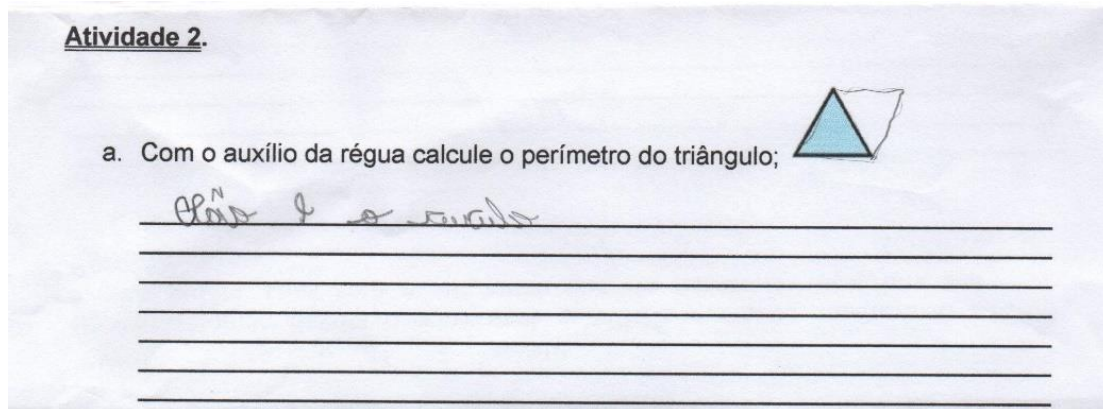
*é que a resposta vai ser 3 + 3 = 6 que eu cheguei na resposta*

O aluno “Felipe” respondeu corretamente a sequência e justificou sua resposta para a sequência, mas não respondeu à pergunta “Qual será o 10º termo que escreverá?”, por esse motivo, a atividade foi respondida de forma parcial. Ponte, Branco e Matos (2009) fazem diversos comentários sobre sequência (Álgebra no Ensino Básico), um deles está relacionado à sequência numérica como sendo uma boa oportunidade para se trabalhar a generalização com os alunos, pois no caso da atividade 1 (quadro 4.1.14) onde os alunos já haviam compreendido a sequência dada, seria muito valioso para eles se compreendessem a generalização, mostrando que essa sequência poderia ser escrita como  $3n + 1$ .

A atividade de número 2 da ficha 3 é subdividida em mais cinco itens, sendo estes a), b), c), d) e e), os quais estão relacionados ao perímetro, contagem e sequência. Pôde-se perceber que os alunos não compreenderam esta atividade pelo fato de não possuírem conhecimento acerca do significado e da forma como se calcula o perímetro. Logo, fez-se necessário uma explicação/exposição sobre o assunto. Então, a professora/pesquisadora

explicou para os alunos o que significa (conceito) perímetro e como calculá-lo em uma figura geométrica para que, a partir daí os alunos pudessem resolver as demais atividades.

Quadro 4.1.15. Atividade 2. Item a) Ficha 3 - Resolvida pelo aluno “Felipe”



O aluno “Felipe” demonstrou, através de sua resposta que não havia compreendido o que se pedia na atividade, tampouco como resolvê-la. Ao questioná-lo sobre sua resposta, o aluno colocou que perímetro seria a soma dos lados dos triângulos, então acrescentou mais um triângulo para poder somar igualmente os dois triângulos. Todos os demais alunos responderam corretamente a atividade com o auxílio de uma régua e dessa forma, foram somados os valores de cada lado do triângulo.

Dando continuidade, na atividade 2 da ficha 3 no item b) foi observado que dos 19 alunos participantes apenas 5 deles não conseguiram responder a questão proposta, o que corresponde a 26,3% dos alunos. Os alunos “Cordeirinho” e “Riqui” compreenderam que perímetro é a soma dos lados do triângulo, porém não conseguiram interpretar de forma correta a atividade, pois sabendo que cada triângulo possui três lados, que cada lado tinha a medida de 1,5 cm (para a obtenção dessa medida foi usado a régua no item a)), que o exercício solicitava que se unissem dois triângulos e em seguida, que fosse realizado o cálculo do perímetro, os alunos imaginaram os triângulos separadamente e somaram cada lado dos dois triângulos como está sendo mostrado no quadro 4.1.16.

Quadro 4.1.16 - Atividade 2. Item b) Ficha 3 - Resolvida pelos alunos “Cordeirinho” e “Riqui”

b. Una dois triângulos pelos lados e calcule, com o auxílio da régua, o perímetro da figura formada;

$$\begin{array}{r}
 9,0 \\
 \hline
 \hline
 \hline
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 \hline
 9,0
 \end{array}$$

Todos os alunos que não responderam corretamente tiveram esse mesmo pensamento, já os demais alunos responderam de forma adequada. Ao serem questionados, os alunos “Xerife” e “Scorpion” (quadra 4.1.17) sobre a resposta dada, disseram que, primeiramente observaram quantos lados teriam os dois triângulos quando se juntassem, em seguida, multiplicaram 1,5 pela quantidade de lados e ainda, para terem certeza se suas respostas estariam certas, somaram 1,5 quatro vezes.

Quadro 4.1.17 - Atividade 2. item b) Ficha 3 - Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”

b. Una dois triângulos pelos lados e calcule, com o auxílio da régua, o perímetro da figura formada;

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 1,5 \\
 \hline
 6,0
 \end{array}$$

1,00, ou seja  $4 \times 1,5$  qual do 6,0


Booth (1984) menciona que ao analisarmos as respostas das atividades, encontramos inúmeras relações com a Matemática, associando a ideia de símbolos operacionais (+, -, . e ÷) e de igualdade. Um exemplo deu-se no item b) da atividade 2 da ficha 3, pois ao analisar a resposta dada pelos alunos foi possível observar que não

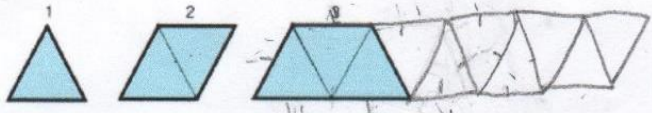


somente compreenderam o que se pedia, como também para resolução da atividade era necessário ter o conhecimento de perímetro e que por sua vez necessitava do conhecimento da multiplicação, que nada mais é do que a soma das parcelas repetidas.

Para a atividade 2 item c) da ficha 3 temos o mesmo raciocínio do item anterior, porém com um grau de dificuldade um pouco maior. Nesta atividade 21% dos alunos responderam de forma correta. Os demais alunos não responderam a atividade corretamente e alguns nem a responderam. No quadro 4.1.18 logo abaixo, as alunas “Bibi” e “Babi” responderam de maneira correta a atividade.

Quadro 4.1.18 - Atividade 2. item c) Ficha 3 - Resolvida pelas alunas “Bibi” e “Babi”

c. Continue a seqüência  e preencha a tabela abaixo:



| Número de Triângulos | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6    | 7    |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| Perímetro            | 4,5 | 6,0 | 7,5 | 9,0 | 10,5 | 12,0 | 13,5 |


Pôde ser observado que os alunos que responderam corretamente essa atividade chegaram na resposta por meio dos desenhos, ou seja, houve a necessidade de dar continuidade aos triângulos para que se pudesse chegar nos resultados, o que não deixa de ser uma estratégia para a resolução do problema. Os autores Ponte, Branco e Matos (2009) descrevem alguns aspectos importantes para uma seqüência crescente pictórica (pensamento de forma visual). Analisando suas propriedades figurativas, os autores descrevem como sendo uma estratégia na exploração da seqüência, onde o primeiro passo está em dar continuidade a seqüência inicial, isto é continuar representando os próximos termos da seqüência dada de uma forma visual.


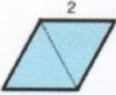
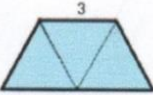
Ponte, Branco e Matos (2009) colocam que um dos principais objetivos para desenvolver a capacidade de generalização e de usar a linguagem algébrica para expressar essas generalizações está em analisar as seqüências pictóricas crescentes.

Ao analisar as respostas dadas pelos alunos que não conseguiram responder de maneira correta, foi possível perceber que para cada triângulo adicionado era acrescentado também o valor do perímetro de um triângulo, ou seja, para um triângulo os alunos encontraram 4,5 cm de perímetro. Ao adicionar mais um triângulo como mostra no

enunciado da atividade (Quadro 4.1.19) os alunos acrescentaram mais 4,5 cm, somando – se assim, 4,5cm para cada triângulo acrescentado.

Quadro 4.1.19 - Atividade 2. item c) Ficha 3 - Resolvida pelos alunos “Cordeirinho” e “Riqui”

c. Continue a sequência  e preencha a tabela abaixo:

1  2  3 

|                      |     |     |      |      |      |      |      |
|----------------------|-----|-----|------|------|------|------|------|
| Número de Triângulos | 1   | 2   | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| Perímetro            | 4,5 | 9,0 | 13,5 | 18,0 | 22,5 | 27,0 | 31,5 |

Os alunos que responderam desta maneira tiveram um raciocínio somatório. Analisando os itens d) e e) foi possível perceber que houve dificuldades para que os alunos pudessem resolver tais atividades. No item d), 8 alunos responderam corretamente, já para o item e), apenas 4 alunos responderam de forma correta. A seguir o quadro 4.1.19 e 4.1.20 ilustram as respostas dadas pelos alunos que não compreenderam a atividade.

Quadro 4.1.20 - Atividade 2. item d) e e) Ficha 3 - Resolvida pelos alunos “Xerife” e “Scorpion”

d. Para cada triângulo acrescentado, o perímetro aumenta em quantos centímetros? Justifique sua resposta.

*nas dobrinhas, chegar no resposta*

e. Qual o perímetro da figura formada pela sequência de 10 triângulos? Justifique sua resposta.

*45 cm, porque eu sei que um triângulo tem 4,5 centímetros, daí eu fiz 10 x 4,5 que dá 45 centímetros*

Quadro 4.1.21 - Atividade 2. item d) e e) Ficha 3 - Resolvida pelos alunos “Duca” e “Tinho”

- d. Para cada triângulo acrescentado, o perímetro aumenta em quantos centímetros? Justifique sua resposta.

FOI AUMENTANDO 4,5 CM

- e. Qual o perímetro da figura formada pela sequência de 10 triângulos? Justifique sua resposta.

45,0 FIZ NA CONTA QEMAIS

Observando o quadro 4.1.20, a professora/pesquisadora perguntou aos alunos qual foi o motivo da resposta dada e os mesmos responderam que não compreenderam a atividade. Disseram não saber o que precisavam fazer para resolvê-la. Já olhando para o quadro 4.1.21. eles não interpretaram a pergunta adequadamente, pois para cada triângulo que foi adicionado era necessário acrescentar-se 1,5 cm. Ao resolverem a atividade onde o resultado encontrado para cada triângulo correspondia a 4,5 cm de perímetro, deduziram que para cada triângulo adicionado, também se acrescentaria 4,5 cm. Seguindo esse pensamento, os alunos, obviamente, também errariam a questão seguinte, pois o item e) no quadro 4.1.21 pedia-se o perímetro de uma figura formada por dez triângulos. Os alunos responderam apenas multiplicando 10 vezes o 4,5 cm, raciocínio esse incorreto. Observa-se apenas que os alunos deduziram, ao ler a atividade, que teriam que fazer essa operação, multiplicando 10 por 4,5 e chegando ao resultado de 45 cm. Já, no quadro 4.1.21, os alunos “Duca” e “Tinho” sabiam que um triângulo possuía 4,5 cm de perímetro, o que também levou – os a deduzirem que teriam  $10 \times 4,5$ , chegando como resposta 45 cm. Esta atividade poderia ter sido melhor compreendida se fosse feito um desenho dos triângulos e analisado a soma de cada lado acrescentado. A partir do momento que se identifica a regularidade, se torna mais fácil a generalização e a introdução de uma expressão algébrica. Ponte, Branco e Matos (2009) consideram que a capacidade de generalizar e de expressar o termo geral usando a linguagem algébrica depende muito

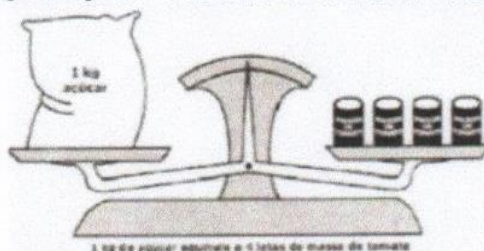
do trabalho que é desenvolvido com os alunos logo no começo da introdução algébrica, podendo ser feita ainda no Ensino Fundamental I.

No quarto encontro os alunos fizeram duas atividades que estavam relacionadas a ficha de número quatro. Tais atividades envolviam uma balança de pratos que representavam uma igualdade. Foi observado as atividades resolvidas e cerca de 42% dos alunos não acertaram a questão, talvez pelo fato de não terem o conhecimento de equivalência. Destes 42% que não responderam corretamente, apenas 8 responderam mesmo estando errado e 4 deles não disseram nada como resposta, nem ao menos tentaram responder. Ao serem questionados pela professora/pesquisadora por não terem respondido e nem ao menos tentado, eles disseram que ficaram com receio de responder as atividades de maneira errada e preferiram não responder, já que não conseguiam compreender qual relação havia entre o saco de açúcar e as 4 latas de tomate.

Quadro 4.1.22 - Atividade 1. Ficha 4 - Resolvida pelas alunas "Lili" e "Dalila"

**Atividade 1.**

Na Merceria " Tudo a Mão", as mercadorias são pesadas em uma Balança de dois pratos. Um vendedor observou que a balança ficava em equilíbrio, quando ele colocava de um lado 1 kg de açúcar e do outras 4 latas de massa de tomate.



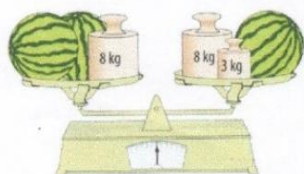
Dessas latas de massa de tomate, quantas são necessárias para equilibrar 2 kg de açúcar? Justifique sua resposta.

*Para manter a balança tão tudo de mesma gente  
mas a do açúcar é bem mais pesada  
mesmo colocando 4 latas de massa de  
tomate*



Quadro 4.1.23 - Atividade 1. Ficha 4 - Resolvida por “Lana” e “Deco”

Atividade 2.



Qual o peso de apenas uma melancia? Justifique sua resposta.

*essa é a resposta*

Vendo então uma oportunidade para trabalhar com o lúdico a professora/pesquisadora trouxe para a sala de aula uma balança de dois pratos parecida com as balanças das atividades descritas na ficha 4. Foi proposto para as mesmas duplas que fossem até a balança para conhecê-la. Apenas 3 alunos já haviam visto uma balança igual ou parecida com a que a escola cedeu para a realização da atividade, o que não foi uma surpresa para a professora/pesquisadora quão alunos não soubessem ou não tivessem visto uma balança de dois pratos, já que é muito raro de se encontrar estabelecimentos que utilizem este tipo de balança. Vale lembrar que participaram da pesquisa alunos entre 11 e 12 anos.

Ponte, Branco e Matos (2009) mencionam que o uso deste modelo de balança ajuda na resolução de equações, uma vez que facilita a compreensão das operações de eliminar o mesmo termo de ambos os membros, como também em multiplicar ambos os membros. Para tanto, é necessário que os alunos aprendam a utilizá-la. Os autores enfatizam que é muito importante que os alunos passem por essa experiência, discutam os resultados uns com os outros e que tentem relacionar o que se passa na balança com o que se passa nas expressões algébricas.

A intenção da utilização da balança é para que os discentes pudessem entender de uma maneira lúdica o que estava se pedindo nas atividades propostas na ficha 4 e principalmente, o conceito de igualdade e o princípio de equivalência. Primeiramente, foi apresentado todos os pesos que estavam junto com a balança de dois pratos, bem como a própria balança (Figura 4.1; 4.2 e 4.3).

Figura 4.1 – Balança de dois pratos (material da escola)



Fonte: própria

Figura 4.2 – Pesos da balança



Fonte: própria

Figura 4.3 – Balança em equilíbrio.



Fonte: própria

Após a apresentação do material (Balança de dois pratos e seus pesos) para os alunos, bem como o funcionamento dela, foram dadas algumas atividades, como desafios, a fim de que eles se familiarizassem mais com o material. Num primeiro momento, foi mostrado para os alunos quando a balança estaria em equilíbrio (figura 4.3) e aí sim lançado os desafios.

Figura 4.4 – Alunos conhecendo a balança de dois pratos



Fonte: própria

A atividade consistia em colocar a balança em equilíbrio (tendo então, o entendimento de equivalência), então a professora/pesquisadora colocou uma certa quantidade de pesos em um dos pratos da balança, pedindo assim que cada dupla colocasse essa balança em equilíbrio com os demais pesos que restaram (Figura 4.5).

Figura 4.5 – Alunas utilizando a balança de dois pratos



Fonte: própria

Figura 4.6 – Alunos resolvendo a atividade proposta.



Fonte: própria

Os alunos se divertiram tentando fazer com que a balança retomasse seu equilíbrio, porém em alguns casos quando a dupla não conseguia o resultado esperado outra dupla se propunha a ajudar. O que foi muito gratificante ver alunos ajudando uns aos outros e ainda mais poder observar a discussão com relação a melhor maneira para resolver o problema proposto (Figura 4.6).

Alguns propunham resolver a conta em um papel analisando a quantidade de pesos que teriam que colocar no outro lado da balança para que ela se equilibrasse, outros pensaram em resolver por tentativa, colocando e tirando os pesos de um dos pratos da balança até que ela ficasse em equilíbrio. Ficou bem evidente que os alunos conseguiram compreender essa igualdade e na fala dos estudantes, também foi possível compreender a atividade antes vista por eles.

No quinto encontro foi trabalhado a ficha 5 que propunha três atividades. Ao analisar a primeira atividade, foi possível perceber que os alunos encontraram muitas dificuldades para resolvê-la. Tal dificuldade, aparentemente está na interpretação do problema. Apenas 21% dos alunos participantes responderam corretamente, como mostra o quadro 4.1.25 e o quadro 4.1.26.



Quadro 4.1.24 - Atividade 1. Ficha 5 - Resolvida pelas alunas "Lana" e "Deco".

**Atividade 1.**

Três amigos foram ao parque de diversão.

Cada um levou uma quantia de dinheiro para gastar nos brinquedos.

1. Lúcia levou 2 notas de 10 reais e mais 4 notas de 2 reais;
2. João levou a metade das notas de 10 reais e a metade das notas de 2 reais que Lúcia levou;
3. Beto levou a quantia de Lúcia e João juntos.

a) Quantas notas de 10 reais e quantas de 2 reais Beto levou? Em seguida descreva qual estratégia utilizou para chegar nesta resposta.

Ele levou a metade e metade de 10 reais e seis notas de 2 reais

b) Quantas notas de 10 reais e de 2 reais os três amigos levaram juntos para o parque de diversão?

Seis notas de 10 reais e onze notas de 2 reais

Contudo 15 alunos não conseguiram responder os itens a) e b) da atividade 1 o que se mostrou preocupante, pois a dificuldade não está apenas na interpretação do problema, mas também sobre a noção de quantidade. O que neste caso poderia – se ter trabalhado com cédulas de dinheiro, para melhor compreensão do problema.

Quadro 4.1.25 - Atividade 1. Ficha 5 - Resolvida pelas alunas "Lili" e Dalila"

**Atividade 1.**

Três amigos foram ao parque de diversão.

Cada um levou uma quantia de dinheiro para gastar nos brinquedos.

1. Lúcia levou 2 notas de 10 reais e mais 4 notas de 2 reais;
2. João levou a metade das notas de 10 reais e a metade das notas de 2 reais que Lúcia levou;
3. Beto levou a quantia de Lucia e João juntos.

a) Quantas notas de 10 reais e quantas de 2 reais Beto levou? Em seguida descreva qual estratégia utilizou para chegar nesta resposta.

Lucia levou 42 reais  
Então o Beto levou 6 e a da Lucia levou 42  
e no total ele levou 48

b) Quantas notas de 10 reais e de 2 reais os três amigos levaram juntos para o parque de diversão?

Se a Lucia levou 2 notas de 10  
e o João levou metade  
e o Beto levou a quantia então o Beto levou  
48 e mais que seus amigos

Quadro 4.1.26 - Atividade 1. Ficha 5 - Resolvida pelo aluno "Felipe".

**Atividade 1.**

Três amigos foram ao parque de diversão.

Cada um levou uma quantia de dinheiro para gastar nos brinquedos.

1. Lúcia levou 2 notas de 10 reais e mais 4 notas de 2 reais;
2. João levou a metade das notas de 10 reais e a metade das notas de 2 reais que Lúcia levou;
3. Beto levou a quantia de Lucia e João juntos.

a) Quantas notas de 10 reais e quantas de 2 reais Beto levou? Em seguida descreva qual estratégia utilizou para chegar nesta resposta.

Suma a da Lucia  
e do João

b) Quantas notas de 10 reais e de 2 reais os três amigos levaram juntos para o parque de diversão?



46

Ainda no encontro cinco, na atividade de número 2 foi possível observar que os alunos não encontraram nenhum tipo de dificuldade, já que 100% dos alunos participantes responderam de maneira correta. Porém o que chamou a atenção foi a resposta dada pelos alunos ao colocar no item b) que o trapézio desenhado tem valor 1. Sua resposta está correta, porém neste caso o trapézio poderia ser qualquer número natural. Ao questionar os alunos pela sua resposta, um deles (Scorpion) responde que foi o número que veio à cabeça dele naquele momento e que quando substituiu pelo desenho do trapézio, viu que seu valor se igualava a zero.

Quadro 4.1.27 - Atividade 2. Ficha 5 - Resolvida pelos alunos "Xerife" e "Scorpion".

**Atividade 2.**

Pedro precisa fazer uma tarefa de matemática. Ele pensa e se concentra, mas está precisando de uma ajuda. Você pode ajudá-lo a descobrir o valor de cada uma das figuras nas expressões?

a)  - 12 = 0; Então o  vale ...12...

Por que? Porque  $12 - 12 = 0$  então o triângulo vale 12

b)  -  = 0; Então o  vale ....1.....

Por que?

Por que  $1 - 1 = 0$  então o trapézio vale 1

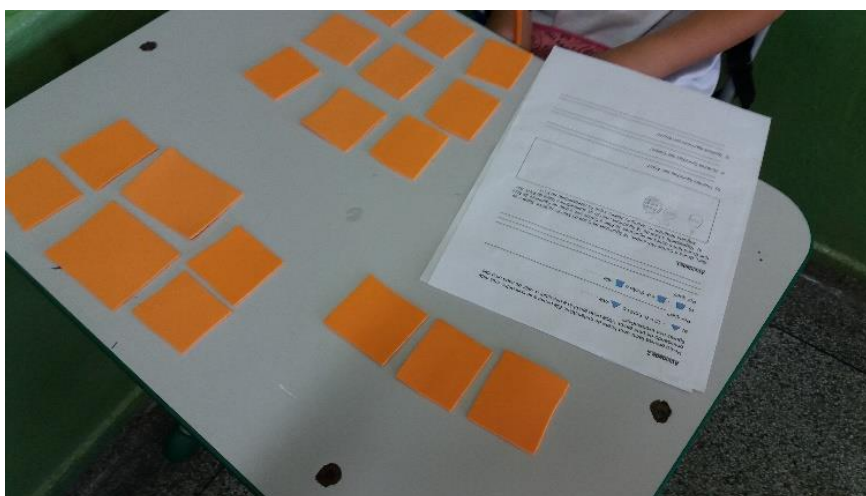
Para a atividade de número 3 foram distribuídos quadradinhos feitos em EVA (abreviação de Etil, Vinil e Acetato – Placas emborrachadas) para que os alunos pudessem, de uma maneira mais lúdica, resolver a atividade.

Thompson (1994) enfatiza a importância da representação de um problema por meio de materiais ou objetos concretos para resolver problemas algébricos com crianças, visto que a medida que as ações concretas são assimiladas a criança torna-se capaz de reexecutar as ações concretas anteriores utilizando a forma pictórica (através de desenhos) que represente os objetos, e em seguida do pictórico para o abstrato. O autor conclui que nessa técnica de ensino os alunos conseguem compreender o conceito daquilo que está sendo ensinado.



Na ficha 5, atividade 3 os alunos se depararam com um fato que está relacionado a uma situação problema. Neste momento foi pedido para que os alunos fizessem uma primeira leitura e em seguida, uma segunda leitura mais detalhada para que pudessem compreender melhor todas as informações contidas no enunciado do problema. Onuchic (2011) descreve um roteiro para que se possa trabalhar esse tipo de situação de aprendizagem. Aqui, o professor precisa preparar um problema que será chamado de problema gerador, o qual visa a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. O próximo passo do roteiro está em fazer uma leitura individual, e em seguida, em grupo para que os alunos possam discutir possíveis soluções sem a interação do professor. Nesta parte do roteiro montado pelo autor, o professor apenas observa, incentiva os alunos e em seguida, propõe a resolução do problema. Quando os alunos terminarem de resolver o problema proposto, é interessante que o professor convide-os para colocarem as resoluções dos problemas na lousa, assim é possível visualizar a suas ideias. Desta forma, o professor consegue fazer uma busca do consenso com os alunos para que se possa chegar a uma resposta mais adequada, em seguida a resolução do problema proposto e finalmente, formalizar o conteúdo. Trata-se de uma didática de se trabalhar com a resolução de problemas, o que não aconteceu na atividade a seguir proposta para os alunos que participaram desta pesquisa (quadro 4.1.28), pois não houve tempo suficiente para que isso acontecesse neste encontro. Foi observado que 17 alunos responderam de maneira adequada a atividade 3 que se referente a ficha 5. De uma maneira geral, ao trabalharem com o material em EVA os alunos colocaram que foi mais fácil de visualizar e responder a atividade, outros disseram que foi mais fácil fazendo o desenho (forma pictórica).

Figura 4.7– Alunos resolvendo a atividade 3 ficha 5



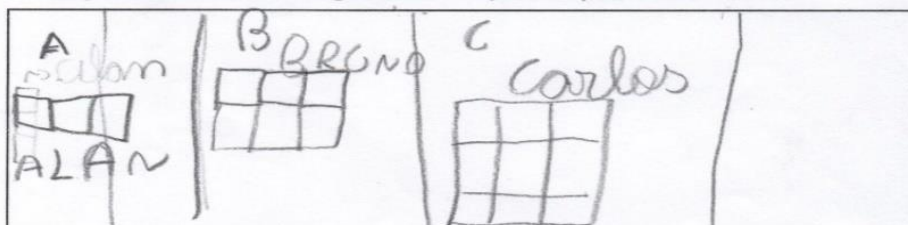
Fonte: própria

Quadro 4.1.28 - Atividade 3. Ficha 5 - Resolvida pelos alunos “Tinho” e “Duca”

**Atividade 3.**

Alan, Bruno e Carlos têm juntos, 18 figurinhas da Copa do Mundo de 2014. Sabe-se que Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem o triplo de figurinhas de Alan.

a) Represente o total de 18 figurinhas usando os quadradinhos feitos de EVA. Em seguida desenhe no retângulo abaixo o que foi representado no EVA.



b) Quantas figurinhas tem Alan? 3

c) Quantas figurinhas tem Carlos? 6

d) Quantas figurinhas tem Bruno? 9

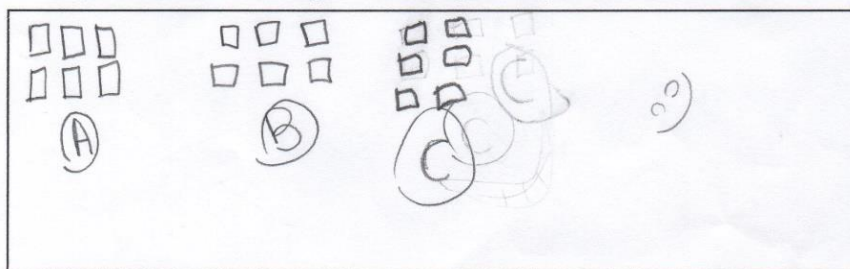
E apenas as alunas “Rosa” e “Violeta” responderam de maneira inadequada a questão.

Quadro 4.1.29 - Atividade 3. Ficha 5 - Resolvida pelas alunas “Rosa” e “Violeta”

Atividade 3.

Alan, Bruno e Carlos têm juntos, 18 figurinhas da Copa do Mundo de 2014. Sabe-se que Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem o triplo de figurinhas de Alan.

a) Represente o total de 18 figurinhas usando os quadradinhos feitos de EVA. Em seguida desenhe no retângulo abaixo o que foi representado no EVA.



b) Quantas figurinhas tem Alan?

36 figurinhas

c) Quantas figurinhas tem Carlos?

54 figurinhas

d) Quantas figurinhas tem Bruno?

54 figurinhas

Ao analisar a atividade feita pelas alunas, foi fácil perceber que elas não compreenderam o conceito de dobro e triplo. Ao lerem a atividade visualizaram que 18 seria o total de figurinhas, porém pela maneira que representaram no item a) observa-se que cada um ficou com 6 figurinhas, logo dividiram as figurinhas em três partes iguais; para o item b) associaram o valor do dobro ao total de figurinhas, colocando então que Alan possuía 36 figurinhas e o triplo de 18 para Carlos e Bruno dando um total de 54 figurinhas para cada. Os alunos não se deram conta que o total de figurinhas era 18 e apenas associaram o dobro e o triplo ao número 18. Para Onuchic (2011) a resolução de problemas representa a forma como trabalhamos um contexto para a construção do conhecimento matemático, especialmente se considerar como uma metodologia de ensino. Vale e Pimentel (2012) salientam que a resolução de problemas é um item fundamental e indispensável na Matemática e ressaltam que essa metodologia de ensino e a formulação dos problemas estão intimamente relacionadas com a criatividade.

Para o sexto e último encontro foi disponibilizado aos alunos a ficha de número 6 que continha duas atividades. A primeira atividade dessa ficha estava relacionada a expressão algébrica onde os alunos teriam que substituir a letra pelo valor que era dado a

ela em cada um dos itens da atividade e assim, calcular o que se pedia. Para isso os alunos não tiveram nenhum problema, todos responderam de maneira correta.

Quadro 4.1.30 - Atividade 1. Ficha 6 - Resolvida pelos alunos “Tinho” e “Duca”.

**Atividade1.**

Avalie cada expressão quando  $y = 6$

a)  $7 - y = 1$  b)  $y - 3 = 3$

Avalie cada expressão quando  $y = 4$ .

a)  $y + 5 = 9$  b)  $y - 7 = -3$

Avalie cada expressão quando  $y = 8$ .

a)  $y + 5 = 13$  b)  $y - 8 = 0$

Avalie cada expressão quando  $y = 1$ .

a)  $y - 8 = -7$  b)  $2 + y = 3$

Avalie cada expressão quando  $y = 7$ .

a)  $y + 4 = 11$  b)  $3 + y = 10$

Avalie cada expressão quando  $y = 3$ .

a)  $y - 7 = -4$  b)  $6 + y = 9$

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

É FÁCIL POR QUE ESTÁ ESCRITO O QUE  
VALE O Y NA ÚLTIMA DE CADA CONTA POR ISSO  
FOI FÁCIL DE MAIS

Para a atividade 2 da ficha 6 os alunos teriam que resolver uma equação simples, tendo que “descobrir” o valor da variável. Dos 19 alunos presentes, 14 responderam a atividade sem nenhum problema. Eles colocaram que não encontraram dificuldades em responder, apenas tiveram cuidado para não fazer as operações erradas e 5 não compreenderam a proposta da atividade.

Nesta atividade fica muito claro a importância do conceito sobre o sinal de igualdade. Pontes, Branco e Matos (2009) destacam a relação de igualdade e o uso sobre o sinal de igual, pois em Matemática a relação do sinal de igual é uma relação mais próxima de equivalência, isso quer dizer que se  $a = b$ , então  $b = a$ , ressaltam ainda, que um dos objetivos é representar o resultado de uma operação aritmética e/ou algébrica, porém é importante não perder o sentido mais geral desse sinal como estabelecendo uma equivalência.



Quadro 4.1.31 - Atividade 2. Ficha 6 - Resolvida por "Lana" e "Deco".

**Atividade2.**

Resolva para a variável:

1)  $1 + y = 10$  9 2)  $y + 9 = 14$  5 3)  $9 + y = 15$  6 4)  $y + 6 = 8$  2

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

eu contei quanto faltava  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Quadro 4.1.32 - Atividade 2. Ficha 6 - Resolvida pelo aluno "Felipe".

**Atividade2.**

Resolva para a variável:

1)  $1 + y = 10$  11 2)  $y + 9 = 14$  23 3)  $9 + y = 15$  24 4)  $y + 6 = 8$  14

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

É a mesma coisa do primeiro  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

No quadro 4.1.31 as alunas responderam de maneira correta e justificaram de uma forma simples como chegaram a resposta da equação dada, apenas substituíram a variável  $y$  por um número que fizesse a igualdade ser verdadeira. Todos os alunos responderam essa atividade sem algum problema.

No quadro 4.1.32 o aluno apenas somou os números sem se preocupar com o sinal de igualdade e não justificou de forma clara como fez para chegar ao resultado da equação. O mesmo aconteceu para os outros quatro alunos em que a atividade também não foi compreendida por eles. Fica claro ver que nesse caso o aluno não compreendeu o significado do sinal de igualdade. As letras são de certa forma vistas como objetos, trocando o seu significado abstrato por algo mais concreto. Thompson (1994) frisa que a introdução de uma variável numa equação de primeiro grau pode ser feita a partir do momento que o



aluno tenha completado satisfatoriamente o estudo da adição e da subtração e que esta parte da aritmética não seja um problema para o aluno. Uma ideia que o autor sugere para representar uma equação ou uma expressão algébrica é utilizar materiais simples para se trabalhar de maneira concreta com os alunos. Foi o que se propôs na atividade 3 da ficha 5 ao apresentar retângulos confeccionados em EVA no lugar das incógnitas para depois tentar partir para o abstrato representando as incógnitas por letras como aconteceu nessa última atividade.

Diante de todas as atividades que os alunos participaram nestes seis encontros, foi observado algumas dificuldades que eles encontraram em compreender um problema para tentar resolvê-lo, como por exemplo, entender/compreender o enunciado de um problema, dar continuidade a uma certa sequência e compreender o conceito de igualdade. Quando nesse problema se encontra algo que envolva a álgebra isso se torna um pouco mais complicado na visão dos alunos.

Foi possível perceber que nas atividades envolvendo uma parte lúdica, os alunos não tiveram tanta dificuldade em responder de forma adequada resolvendo com mais facilidade, o que confirma as constatações de Thompson (1994), de que é muito importante trabalhar com materiais concretos para que se possa posteriormente abstrair as ideias. Foi possível perceber que, após o término das atividades investigativas, os alunos compreenderam um pouco mais sobre do que se trata a álgebra e que ela está presente em nosso dia a dia por meio de questões simples. Outro ponto que ficou evidente vem ao encontro com a fala de Ponte, Branco e Matos (2009), em que descrevem alguns aspectos importantes para uma sequência crescente pictórica (pensamento de forma visual), que o aluno analisa uma sequência com suas propriedades figurativas, de modo a auxiliá-lo em sua visualização.

Os alunos puderam trabalhar com vários conhecimentos matemáticos já vistos antes ou não, como a “adição”, “subtração”, “multiplicação”, “equação de primeiro grau”, “situação problema envolvendo o sistema monetário”, “expressões”, “sequência”, “perímetro” e “padrão de regularidade”. Um ponto importante nas atividades desenvolvidas foi o momento em que os alunos justificaram suas respostas. Isso fez com que ajudasse a professora/pesquisadora a compreender melhor o raciocínio dos alunos em relação as suas respostas. No desenvolvimento das atividades, tanto de representação figural como nas atividades exploratórias investigativas, foi possível verificar que a generalização e a abstração foram construídas pouco a pouco.

### 4.3. Resumo da Análise

No primeiro encontro foi dado aos alunos a primeira ficha onde havia duas atividades que estavam relacionadas a situações problemas simples. Para tais atividades foi possível analisar que 57,9% dos alunos acertaram, e que para esta atividade os alunos teriam que ter um conhecimento prévio sobre aritmética, saber fazer uma leitura correta do texto podendo desta forma compreender o enunciado do problema.

Para o segundo encontro na ficha de número dois haviam 4 atividades. Fazendo uma análise geral desta ficha, foi possível notar que a maior parte dos estudantes obtiveram êxito ao responder as atividades. Foi possível perceber também que não houve muitas dificuldades em compreender o enunciado, uma delas tinha como finalidade de dar continuidade a uma sequência repetitiva, querendo desta forma o próximo elemento dessa sequência. Para a próxima atividade os alunos teriam que criar uma sequência que se repetisse, e ao analisar tal atividade foi possível perceber que os alunos continuaram a sequência de maneira adequada e conseguiram fazer uma convergência entre sequência e regularidade, pois a percepção da unidade que se repete determinar a ordem de diversos elementos da sequência por meio de uma generalização. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009) algumas crianças respondem a tais atividade relacionadas a sequência repetitiva, de uma forma intuitiva, apenas usando métodos rítmicos, o que não ocorreu nas atividades aplicadas aos alunos do 6 ano que fizeram parte desta presente pesquisa.

Apenas o item b) da última atividade ainda da ficha de número dois, apenas 10,5 % dos alunos não conseguiram responder de forma correta. Eles compreenderam o que tinha que ser feito na atividade, mas não a concluíram corretamente pois nesta atividade pedia que se encontrasse o 58º elemento de uma sequência.

A ficha três foi entregue aos alunos no terceiro encontro, nela havia duas atividades que estavam relacionadas a sequência envolvendo figura geométrica e perímetro. O objetivo desta atividade era que os alunos calculassem o perímetro pedido e que dessem continuidade a sequência de triângulos, relacionando assim a quantidade de triângulos com os seus respectivos perímetros. Porém nesta atividade os alunos tiveram um pouco mais de dificuldade, principalmente na atividade 2 que foi dividida em 5 itens, sendo item a), item b), item c), item d) e item e). A dificuldade estava em calcular o perímetro pois não possuíam nenhum conhecimento relacionado a esse conteúdo e após eles receberem uma explicação sobre o que é perímetro, como calcular e para que usamos, eles puderam dar continuidade a atividade, porém mesmo assim não conseguiram relacionar a sequência de triângulos com os seus respectivos perímetros. No item c) da atividade 2, o índice de acerto foi muito baixo, apenas 21% dos alunos compreenderam e conseguiram resolver de maneira correta.

Para o quarto encontro foi dado aos alunos a ficha 4 que contemplaram duas atividades que estavam relacionadas a igualdade, sendo ilustrada por uma balança de dois pratos. Esperava que as crianças pudessem relacionar essa igualdade construindo um pensamento algébrico. Sendo uma atividade simples, e relacionada ao cotidiano deles. Ao fazer uma análise desta ficha foi possível observar que 42 % dos alunos não compreenderam de que forma aconteceria essa igualdade. O que se deu pelo fato de não terem o conhecimento sobre equivalência.

Uma atitude preocupante observada, está relacionada a alguns alunos que tiveram um pouco mais de dificuldade em resolver e até mesmo alguns casos em que não responderam e não tiveram interesse em saber onde estava o seu erro, e não procuraram saber qual seria a forma correta de se resolver as atividades. Fez então a necessidade de se perguntar a esses alunos qual a justificativa de sua resposta, e para os que não responderam por qual motivo.

Após o término da atividade antes de se encerrar o quarto encontro foi dado um tempo para que os estudantes tivessem contato com uma balança de dois pratos. Após mostrar como ela funcionava e a importância que ela tinha, foi dada atividade para as duplas manuseassem a balança. Ao término desta prática foi notório o impacto que causou de maneira positiva, pois por relatos dos próprios alunos ao comentarem que através da “brincadeira” com a balança eles puderam compreender a atividade anteriormente feita e que não haviam respondido, ou que responderam de maneira incorreta. O que nos mostra que a atividade lúdica vem ajudar na compreensão da Matemática de maneira significativa. Ponte, Branco e Matos (2009) mencionam que o uso deste modelo de balança ajuda na resolução de equações.

O quinto encontro foi trabalhado a ficha de número 5 em que era composta de três atividades. A primeira atividade envolvia uma situação problema. Nesse tipo de atividade o intuito era que os alunos pudessem ler e interpretar o enunciado de maneira correta e de uma maneira “indireta” trabalhamos a álgebra. O que foi um ponto de atenção, pois a dificuldade aparentou estar não apenas na interpretação do problema, mas também sobre a noção de quantidade, sendo apenas 21 % dos estudantes que responderam de maneira correta. Mas em contrapartida na mesma ficha a atividade 2 esperava que os alunos pudessem apresentar um raciocínio lógico. O que de fato ocorreu, pois 100% dos alunos responderam de maneira adequada. Na atividade 3 onde também foi trabalho de maneira mais prática e lúdica com materiais em EVA, dos 19 alunos participantes 17 responderam corretamente a atividade, o que corresponde aproximadamente 89,5% dos alunos.

Por fim o sexto e último encontro havia duas atividades que estavam na sexta ficha entregue aos estudantes do 6º ano. Para a primeira atividade esperava que eles compreendessem que o valor da incógnita não é apenas um valor único numérico, mas que

para situações diferentes os valores da incógnita podem ser alterados. E todos os alunos corresponderam a essa expectativa, 100% dos estudantes responderam de maneira correta a atividade 1, porém ao mudar a equação e desta vez não dando o valor da incógnita, deixando que ele analisasse a atividade de número dois de tal maneira que pudessem relacionar os dois lados do sinal de igual e assim chegar a resposta que fizesse essa igualdade ser verdadeira, não foi respondida de forma correta por todos os alunos, dos 19 alunos participantes 14 não responderam de maneira correta, o que corresponde aproximadamente 73,7% dos alunos. Mostrando mais uma vez a importância que tem o sinal de igual em uma equação, ou seja, que o professor precisa estar atento ao trabalhar com os símbolos matemáticos, mostrando o real significado.

## Considerações Finais

Essa pesquisa teve como objetivo investigar as implicações de uma sequência de ensino, pautada na resolução de problemas e sequencia ou sucessões na introdução das noções iniciais de álgebra com aluno do 6º ano do Ensino Fundamental. Buscou também refletir sobre qual a importância do ensino aprendizagem de Matemática.

O interesse em estudar sobre a álgebra para a séries iniciantes do ensino fundamental se deu ao começar a lecionar, onde tive a experiência de ensinar Matemática para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública, o que possibilitou a observar as dificuldades dos alunos ao trabalhar com tal conceito. Lecionei em várias escolas estaduais e os problemas eram sempre os mesmos, independentemente da Unidade Escolar, e foi possível observar que a defasagem em relação ao conteúdo da álgebra vem desde os anos iniciais. Os estudantes tendem a memorizar regras e procedimentos, considerando essa atividade a essência da álgebra, além de não conseguirem resolver problemas utilizando a própria álgebra. Essas dificuldades também são evidenciadas ao verificar os resultados de algumas avaliações externas, como o SARESP e de pesquisas que abordavam esses conceitos como Ponte, Branco e Matos (2009), ONUCHIC (2011) e Silva e Savioli (2014).

Foi então dado início a uma revisão literária, para melhor compreender sobre os conceitos relacionados a álgebra e todo o universo que ela cerca, utilizando todo o suporte teórico para a realização desta pesquisa.

Primeiramente foi montado um projeto que deu início a todo estudo, neste foi feito uma análise sobre alguns documentos importantes como o currículo do estado de São Paulo e Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), esse estudo norteou o rumo desta pesquisa que visou a partir daí uma análise qualitativa e evidenciou toda a importância que estes documentos dão ao ensino da álgebra na educação básica.

A álgebra apresenta muitas aplicações, sendo útil como ferramenta na modelagem de diversos problemas de diferentes áreas dos conhecimentos, como a Economia, a Biologia, a Física, a Química, bem como para o próprio cotidiano das pessoas.

Desta forma a pesquisa foi realizada com 19 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, localizada na cidade de Sorocaba no estado de São Paulo, e teve como propósito abordar os conhecimentos e conceitos algébricos, bem como a resolução de problemas. Os pontos de partida foram feitos através de situações problemas do cotidiano dos alunos, para que eles pudessem ter uma visão da álgebra como

sendo uma maneira para se resolver problemas e não apenas como um método “mecânico”, priorizando a construção do conhecimento dos alunos como foco principal.

Houve a descrição para os alunos referente a todo o processo que seria realizado e de todas as atividades foi colocado de forma clara como seriam aplicadas e especificando qual finalidade de todo esse estudo. As atividades foram elaboradas cuidadosamente, como por exemplo atividades envolvendo a representação com figuras, pois a imagem é uma maneira de representação sensorial que permite uma visualização mais ampla daqui que se expressa com palavras, o que torna mais fácil a compreensão do problema. Atividades que tiveram como parte dela a realização de uma prática, sendo com o manuseio com cartões em EVA ou mesmo de uma balança de dois pratos, tornarão mais fácil a resolução das atividades propostas. Esses materiais concretos exprimem propriedades espaciais como forma, espaço e magnitude que permite ao aluno uma melhor abstração. Desta forma foi possível perceber ao longo de todo o trabalho que as atividades trabalhadas desta forma tiveram um bom rendimento nas aulas, pois despertaram o interesse e a curiosidade pela maneira que poderiam ser resolvidas.

Usando como sustentação teórica alguns autores como Booth (1995); Ponte, Branco e Matos (2009); ONUCHIC (2011) e Silva e Savioli (2014) entre outros, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho que se deu através da realização das atividades propostas aos alunos, realizadas em 6 encontros de 50 minutos cada, onde os 19 alunos participantes foram divididos em duplas, ficando apenas um aluno sozinho. As atividades foram divididas em 6 fichas sendo uma para cada encontro, cada ficha possuía de 2 a 4 atividades. Para cada atividade havia uma função de análise diferente.

Um dos principais desafios dos profissionais da educação em especial o professor, está em refletir o seu trabalho em sala de aula, o planejamento, a didática e tudo que envolva situações que garantam efetivamente a aprendizagem dos alunos.

Ao longo dessas considerações finais os principais resultados obtidos, responderemos a questão que norteou esse estudo, a saber:

Quais as implicações de uma sequência de ensino pautada na resolução de problemas na aprendizagem das noções iniciais de álgebra por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?

Ao final da aplicação e análise das atividades relatadas acima dentro destes 6 encontros foi possível perceber que mesmo com as dificuldades que os alunos encontraram houve um avanço significativo na aprendizagem do conteúdo de álgebra. Com relação a álgebra, os alunos compreenderam melhor a equivalência, qual a relação do sinal de igual em uma equação e também qual a importância de uma incógnita em uma situação problema, tirando a ideia de que “l” só se é usado para representar uma certa quantidade de “litros”, de que “m” apenas representamos para medir “metros”, entre outras variáveis a

serem usada para representação de algo. Eles também conseguiram fazer uma convergência entre sequências e regularidades. Os próprios estudantes perceberam a importância de uma atividade prática que envolva o conteúdo estudado, pois viram que através de atividades lúdicas a compreensão sobre o assunto a ser estudado se torna mais fácil.

Contudo, os alunos mostraram dificuldades em alguns aspectos, como por exemplo na compreensão do enunciado do problema proposto, bem como a passagem da língua materna para linguagem matemática e em específico para linguagem algébrica. Outra dificuldade que ficou explícita se encaixa na resolução de uma equação, muitos não sabiam o que era e como se resolveria algo que envolvesse letra, ainda mais quando essas não tinham um valor específico.

Vale lembrar que ao apresentar esses resultados que se tratam da facilidade ou das dificuldades em responder as atividades foram todos baseados em quantidades de acertos, erros e justificativas dadas pelos alunos em suas respostas.

Diante de todo processo feito para a obtenção destes resultados, sugiro para pesquisas futuras uma quantidade maior de encontros, para que se possa envolver atividades práticas, lúdicas como experimentos para melhor compreensão do conteúdo, com um grupo maior de alunos e ainda se possível em unidades escolares diferentes, para que se tenha uma amostragem maior e que se possa realizar uma análise mais aprofundada. Desta maneira contribuindo para a melhoria do ensino da Matemática, em específico da álgebra.

Contudo vale salientar que o professor tem papel fundamental neste processo e que deve estar ciente do seu papel como educador, compreendendo os objetivos da Matemática a serem alcançados e sendo capaz de criar situações problemas que sejam mais próximos da realidade dos estudantes, para se tornar uma forma mais atrativa podendo ter assim um bom desempenho no processo de ensino aprendizagem.

Os resultados obtidos são de grande importância para a minha vida profissional pois auxiliarão na pesquisa e elaboração das minhas aulas daqui em diante, posto que foi possível desenvolver um olhar diferenciado para o ensino/aprendizagem, visto que desta maneira eu possa melhorar a qualidade das minhas aulas visando uma melhoria no ensino da Matemática e me aperfeiçoando continuamente no que se diz a respeito de atividade práticas, paralelas aos conteúdos relacionados as suas respectivas series. Na minha visão as atividades lúdicas trouxeram um olhar mais rico as aulas. E, desta forma, dando continuidade aos meus estudos de modo a descobrir e desenvolver novas metodologias de ensino/aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

BOGDAN, Robert C; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Tradutores: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal. Porto. Porto Editora. 1994.

BOOTH, Lesley R. **Dificuldades das Crianças que se iniciam em álgebra**. As ideias da álgebra/organizadores Arthur F. Coxford, Albert P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo, São Paulo. Atual Editora, 1994, p. 23 – 36.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 142p.

BOSSA, Nádia. **Problemas de aprendizagem: Estudo revela que alunos acumulam defasagem durante o Ensino Fundamental**. Disponível em: <<http://www.portalguaiescolas.com.br/acontecenasascolas/espacoeducacional/problemas-de-aprendizagem-estudo-revela-que-alunos-acumulam-defasagem-durante-o-ensino-fundamental-por-vagner-apinhanesi>> Acesso em: 15 de outubro de 2017.

CHALOUH, Louise; HERSCOVICS. Nicolas. **Ensinando expressões algébricas de maneira significativa**. As ideias da álgebra/organizadores Arthur F. Coxford, Albert P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo, São Paulo. Atual Editora, 1994, p. 37 – 48.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modelo matemático de pensar**: os registros de representações semióticas/organização Tânia M.M. Campos. V1. São Paulo. PROEM,2011.

KIERAN, Carolyn. **Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra**. As ideias da álgebra/organizadores Arthur F. Coxford, Albert P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo, São Paulo. Atual Editora, 1994, p. 104 – 110.

LESSA, Mônica Maria Lins. **Aprender a Álgebra em sala de Aula: contribuições de uma sequência didática**. Recife. 2005. <[https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/8302/1/arquivo889\\_1.pdf](https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/8302/1/arquivo889_1.pdf)> p. 81 – 100.

LINS, Romulo Campos. GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 2º Ed. Campinas, SP. Papirus, 1997.

LOCHHEAD, Jack; MESTRE, José P. **Das Palavras a álgebra: corrigindo concepções erradas**. As ideias da álgebra/organizadores Arthur F. Coxford, Albert P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo, São Paulo. Atual Editora, 1994, p. 144 – 153.



LUDKE, Menga e ANDRÉ. Marli E. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas.** São Paulo. Editora EPU. 1986.

ONICHIC, Lourdes de la Rosa. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos avanços e novas perspectivas.** Vol. 25, n41, dez, 2011, p.73-98.

ONICHIC, Lourdes de la Rosa. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos?** IV Jornada Nacional de Educação Matemática/XVII Jornada Regional de educação matemática,2012.< <http://anaisjem.upf.br/download/cmp-14-onuchic.pdf>>. Acesso em 10 de outubro de 2017.

PONTE. João Pedro da; BRANCO. Neusa; MATOS. Ana. **Álgebra no Ensino Básico.** Ministério da Educação. Setembro 2009.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Ministério da Educação, Brasília: MEC/SEF,1998.** Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 4 set. 2017.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Saresp 2015.** Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2015/>>. Acesso em: 04 de set. 2017.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Saresp 2016.**São Paulo,2016. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2016/>>. Acesso em: 04 de set. 2017.

SMOLE, Kátia Stocco. **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** Porto alegre, 2007

SCHOEN, Harold L. **Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas.** As ideias da álgebra/organizadores Arthur F. Coxford, Albert P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo, São Paulo. Atual Editora, 1994, p. 135 – 144.

THOMPSON, Frances M.**O Ensino da álgebra para crianças mais novas.** As ideias da álgebra/organizadores Arthur F. Coxford, Albert P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo, São Paulo. Atual Editora, 1994, p. 79 – 88.

TRIVINOS, Augusto N. S. **Introdução a Pesquisa em Ciências Sociais: A pesquisa qualitativa em Educação.** São Paulo. Editora Atlas S.A. 2012.

# APÊNDICE A – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

UNIVERSIDADE FERDEARL DE SÃO CARLOS – CAMPUS SOROCABA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

**(Resolução 466/2012 do CNS)**

(LEITURA NA ÍNTEGRA)

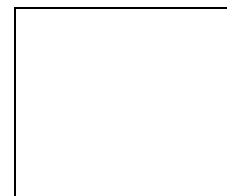
Eu, Lindinalva da Silva Dias, estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exata da Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR, o (a) convido a participar da pesquisa “Introdução do Ensino da Álgebra para os alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental” orientado pelo Prof. Dr. Rogério Fernandes Pires.

Você foi selecionado (a) por ser aluno (a) do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Sorocaba, da Escola Estadual Rafael Orsi Filho, do estado de São Paulo, pertencente ao público em que esta pesquisa está voltada. Entre outras atividades, na presença do pesquisador e a partir do consentimento de seus pais e/ou responsável e de seu assentimento, você participará de atividades desenvolvidas para a investigação em sala de aula, e se fizer necessário extra classe (como lição de casa), sendo estas atividades voltadas a resolução de problemas envolvendo a álgebra, que servirão para a construção de conceitos e aquisição de significados sobre o tema proposto e intitulado inicialmente. Sua participação é voluntária e não haverá qualquer tipo de remuneração ou qualquer tipo de indenização pela sua participação. A qualquer momento você poderá desistir e retirar seu assentimento sem nenhum ônus.

Eu, \_\_\_\_\_, aceito participar da pesquisa “Introdução do Ensino da Álgebra para os alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental”. Entendi que posso dizer “sim” e participar, após leitura na íntegra deste documento em voz alta e pausada feita pela pesquisadora, mas que a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir da pesquisa sem ônus para qualquer parte. A pesquisadora tirou minhas dúvidas e meus pais e/ou responsáveis autorizaram minha participação. Desse modo, concordo em participar da pesquisa.

\_\_\_\_\_

Assinatura do Aluno (a)



Impressão Digital

Local e data: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIMENTO

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/RESPONSÁVEIS

O Aluno (a) \_\_\_\_\_, sob sua responsabilidade, está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa “Introdução do Ensino da Álgebra para os alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental”. O motivo que nos leva a realizar esta pesquisa é a partir das dificuldades apresentadas por alunos do ensino fundamental na aprendizagem dos temas sobre a álgebra, o que julgou-se necessário realizar um trabalho que consiste em fornecer ao aluno, caminhos por meio de atividades (exercícios), que possibilitem a construção de conceitos e que o permita de maneira mais natural possível chegar à enunciação sobre a álgebra, atribuindo-lhes o significado de tal relação e a importância da utilização desse conteúdo na solução de vários problemas e aplicações. Nesta pesquisa pretendemos investigar as potencialidades e limitações de uma intervenção de ensino estruturada a partir de atividades realizadas em sala de aula, sobre a introdução do ensino da álgebra para alunos do 6º ano ensino fundamental.

Caso você concorde, a participação de seu filho (a) nesta pesquisa consistirá em realizar atividades em sala de aula, e se fizer necessário extraclasse (como lição para casa) sendo estas atividades, voltadas a resolução de problemas envolvendo a álgebra, que servirão para a construção de conceitos e aquisição de significados sobre o tema proposto e intitulado inicialmente.

O aluno terá acompanhamento docente durante todos os encontros com orientação das tarefas de questionamento teórico, tendo como único possível desconforto, as atividades em sala para serem entregues e em contrapartida é esperada uma melhora no aprendizado do estudante.

O professor durante os encontros fará a gravação em áudio das discussões e posteriormente transcreverá substituindo os nomes verdadeiros por nomes fictícios. Tendo também a possibilidade de fotografar as atividades feitas em sala de aula. Esta pesquisa não acarretará risco nenhum ao aluno (a). A pesquisa pode ajudar o aluno (a) a ter melhor compreensão sobre o ensino de álgebra, podendo desta maneira ter maior desempenho sobre o assunto, o que facilitará na vivência escolar e na vivência do seu cotidiano.

Para participar desta pesquisa, o aluno (a) sob sua responsabilidade e você não receberão qualquer valor monetário ou terão nenhuma vantagem financeira. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador, com a professora responsável ou com a instituição. Ele terá todas as informações que quiser sobre esta pesquisa e estará livre para participar ou recusar-se a participar. Você como responsável pelo aluno (a) poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação dele a qualquer momento. Mesmo que você queira deixá-lo participar agora, você pode voltar atrás e parar a participação a qualquer momento. A participação dele é voluntária e o fato em não deixá-lo participar não vai trazer qualquer penalidade ou mudança na forma em que ele é atendido. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. O nome ou o material que indique a participação do aluno (a) não será liberado sem a sua permissão. O aluno (a) não será identificado em nenhuma publicação.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável e a outra será fornecida a você. Os dados coletados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo a legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para os fins acadêmicos e científicos.

Declaro que concordo em deixá-lo participar da pesquisa e que me foi dada à oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas com o pesquisador principal Prof<sup>o</sup> Dr. Rogério Fernando Pires, e com a pesquisadora Prof<sup>a</sup>. Lindinalva da Silva Dias.

\_\_\_\_\_  
Prof<sup>a</sup>. Lindinalva da Silva Dias

(15) 991498045 – Sorocaba – S.P.

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

Rua Jose de Almeida, 300 – Itinga – Salto de Pirapora-SP

Tel: (15) 32172447

\_\_\_\_\_  
Assinatura do (a) Responsável

Sorocaba, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20 \_\_\_\_.

## APÊNDICE C – AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Eu, \_\_\_\_\_, portadora do RG nº \_\_\_\_\_, Diretora da Escola Estadual Rafael Orsi Filho, autorizo o Profº. Dr. Rogério Fernando Pires e orientanda Profª. Lindinalva da Silva Dias, a coletar os dados referentes a pesquisa intitulada “Introdução do Ensino da Álgebra para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental” junto aos estudantes do 6º ano C do Ensino Fundamental da instituição de ensino que sou responsável. Saliento ainda, que todas as dependências de uso coletivo do prédio escolar ficarão a disposição dos pesquisadores para o desenvolvimento das atividades inerentes a pesquisa em questão, com exceção da quadra poliesportiva.

Sorocaba, 01 de setembro de 2017

---

Assinatura

## APÊNDICE D – FICHAS DE ATIVIDADES

### Instrumento de Coleta de Dados

#### Ficha de atividade 1 – Primeiro Encontro

##### Atividade 1.

Na venda de Dona Ana com R\$2,00 se compra 3 bombons vermelhos como mostra a figura a seguir



Diogo gastou R\$ 10,00 comprando esses bombons vermelhos. Quantos bombons ele comprou? Justifique sua Resposta.



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Atividade 2.**

Na lanchonete da pracinha está acontecendo uma promoção.

**MONTE SEU PRÓPRIO SANDUÍCHE**

|   |   |
|---|---|
| <p>BÁSICO</p>  <p><b>R\$5,00</b></p> <p>Pão + Bife</p> | <p>COMPLEMENTO</p> <p>Para cada um dos ingredientes acrescenta</p>  <p><b>R\$1,00</b></p> |
|---|---|



Felipe, Artur e Pedro foram lanchar. Cada um deles vai querer incrementar seu sanduíche.

Felipe pede o básico mais queijo, ovo e cebola;  
Artur o básico mais queijo e bacon e Pedro turbinou o dele acrescentando no básico: queijo, ovo, tomate, alface, cebola e batata palha.

a) Todos pagaram o mesmo valor? Porque?

---

---

---

---

---

b) Quanto cada um dos amigos pagou por seu sanduiche?

---

---

---

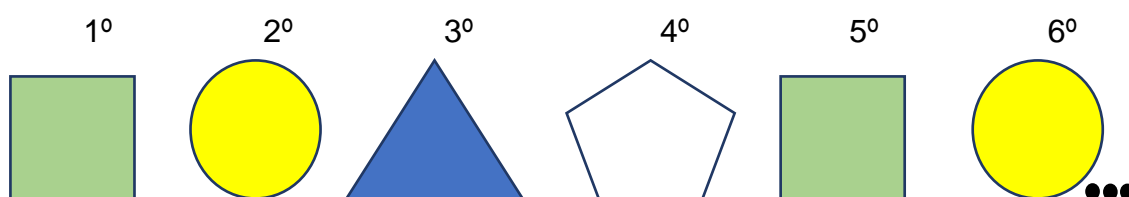
---

---

## Ficha de atividade 2 – Segundo Encontro

### Atividade 1.

Observe as sequencias de figuras e em seguida responda as questões abaixo:



a) Faça o desenho da Próxima figura da sequência?

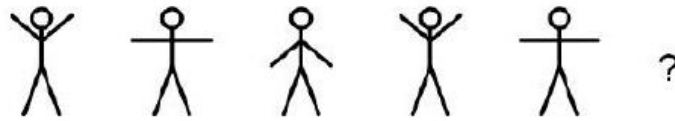
b) Nas primeiras vinte figuras quantos quadrados haverão?

---

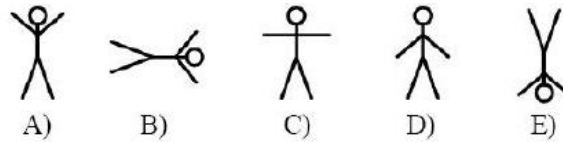
c) Qual será a figura que ocupará a 10<sup>a</sup> posição?

Atividade 2. Crie uma sequência que represente algum padrão.

**Atividade 3.** Anita está sempre a desenhar 3 figuras diferentes pela mesma ordem.



Qual a figura que estará no lugar do ponto de interrogação?

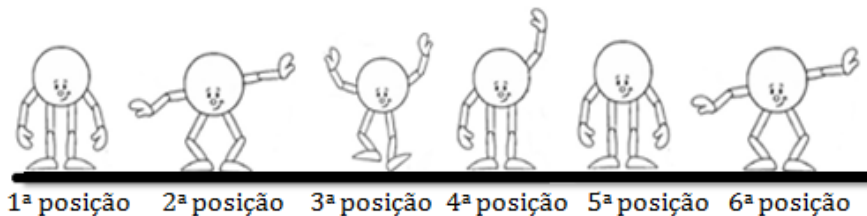


Justifique sua resposta:

---

---

**Atividade 4.** Carlitos é um boneco que adora fazer exercício. No exercício ele flexiona as pernas e mexe os braços seguindo uma ordem nos movimentos. Ele pretende continuar nessa atividade por algum tempo. Veja a ordem dos exercícios do Carlitos.



a) Desenhe a baixo como ele estará na 9ª posição



b) Desenhe a baixo como ele estará na 58ª posição. E responda, por que chegou no desenho.



---

---

---

---

---

---

---

---

### Ficha de atividade 3 – Terceiro Encontro

#### Atividade 1.

Bibi passa horas brincando de escrever sequências. Certo dia saiu às pressas deixando a sequência incompleta.

|   |   |   |    |     |     |     |
|---|---|---|----|-----|-----|-----|
| 1 | 4 | 7 | 10 | ... | ... | ... |
|---|---|---|----|-----|-----|-----|

Quando retornar, deverá concluir essa sequência numérica obedecendo a mesma ordem. Qual será o 10º termo que ela escreverá? Justifique sua Resposta.

---

---

---

---

---

---

---

---

#### Atividade 2.

- a. Com o auxílio da régua calcule o perímetro do triângulo;



---

---

---

---

- b. Una dois triângulos pelos lados e calcule, com o auxílio da régua, o perímetro da figura formada;

---

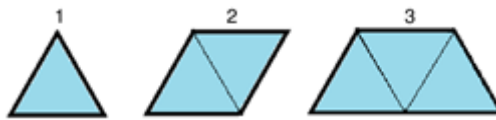
---

---

---

---

c. Continue a sequência  e preencha a tabela abaixo:



|                      |   |   |   |  |  |  |  |
|----------------------|---|---|---|--|--|--|--|
| Número de Triângulos | 1 | 2 | 3 |  |  |  |  |
| Perímetro            |   |   |   |  |  |  |  |

d. Para cada triângulo acrescentado, o perímetro aumenta em quantos centímetros? Justifique sua resposta.

---

---

---

---

---

---

---

---

e. Qual o perímetro da figura formada pela sequência de 10 triângulos? Justifique sua resposta.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Ficha de atividade 4 – Quarto Encontro

### Atividade 1.

Na mercearia “Tudo a Mão”, as mercadorias são pesadas em uma Balança de dois pratos. Um vendedor observou que a balança ficava em equilíbrio, quando ele colocava de um lado 1 kg de açúcar e do outras 4 latas de massa de tomate.



Dessas latas de massa de tomate, quantas são necessárias para equilibrar 2 kg de açúcar? Justifique sua resposta.

---

---

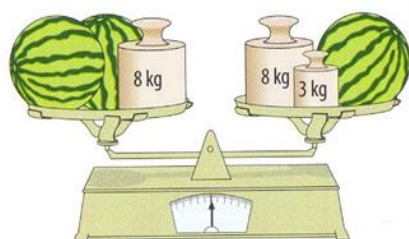
---

---

---

---

### Atividade 2.



Qual o peso de apenas uma melancia? Justifique sua resposta.

---

---

---

---

---

---

## Ficha de atividade 5 – Quinto Encontro

### Atividade 1.

Três amigos foram ao parque de diversão.

Cada um levou uma quantia de dinheiro para gastar nos brinquedos.

1. Lúcia levou 2 notas de 10 reais e mais 4 notas de 2 reais;
2. João levou a metade das notas de 10 reais e a metade das notas de 2 reais que Lúcia levou;
3. Beto levou a quantia de Lucia e João juntos.

a) Quantas notas de 10 reais e quantas de 2 reais Beto levou? Em seguida descreva qual estratégia utilizou para chegar nesta

resposta. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

b) Quantas notas de 10 reais e de 2 reais os três amigos levaram juntos para o parque de diversão?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Atividade 2.**

Pedro precisa fazer uma tarefa de matemática. Ele pensa e se concentra, mas está precisando de uma ajuda. Você pode ajudá-lo a descobrir o valor de cada uma das figuras nas expressões?

a)  - 12 = 0; Então o  vale .....

Por que?

---

b)  -  = 0; Então o  vale .....

Por que?

---

---

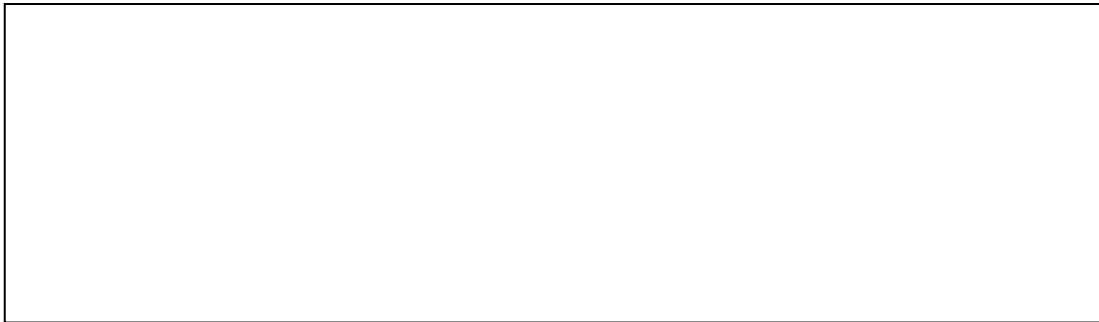
---

---

**Atividade 3.**

Alan, Bruno e Carlos têm juntos, 18 figurinhas da Copa do Mundo de 2014. Sabe – se que Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem o triplo de figurinhas de Alan.

- a) Represente o total de 18 figurinhas usando os quadradinhos feitos de EVA. Em seguida desenhe no retângulo abaixo o que foi representado no EVA.



- b) Quantas figurinhas tem Alan?

---

---

- c) Quantas figurinhas tem Carlos?

---

---

- d) Quantas figurinhas tem Bruno?

---

---

## Ficha de atividade 6 – Sexto Encontro

### Atividade 1.

Avalie cada expressão quando  $y = 6$

a)  $7 - y = \underline{\quad}$  b)  $y - 3 = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 4$ .

a)  $y + 5 = \underline{\quad}$  b)  $y - 7 = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 8$ .

a)  $y + 5 = \underline{\quad}$  b)  $y - 8 = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 1$ .

a)  $y - 8 = \underline{\quad}$  b)  $2 + y = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 7$ .

a)  $y + 4 = \underline{\quad}$  b)  $3 + y = \underline{\quad}$

Avalie cada expressão quando  $y = 3$ .

a)  $y - 7 = \underline{\quad}$  b)  $6 + y = \underline{\quad}$

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

---

---

---

---

---

---

**Atividade 2.**

Resolva para a variável:

1)  $1 + y = 10$  \_\_\_\_ 2)  $y + 9 = 14$  \_\_\_\_\_ 3)  $9 + y = 15$  \_\_\_\_\_ 4)  $y + 6 = 8$  \_\_\_\_\_

Agora, responda como pensou para chegar nas respostas.

---

---

---

---

---

---

---