

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE DE FUNDAÇÃO DE RADIER
CONSIDERANDO GRELHA E APOIOS ELÁSTICOS**

CHARLIE APARECIDO BRAGA

São Carlos

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE DE FUNDAÇÃO DE RADIER
CONSIDERANDO GRELHA E APOIOS ELÁSTICOS**

CHARLIE APARECIDO BRAGA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Sistemas Construtivos.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho.

São Carlos

2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Charlie Aparecido Braga, realizada em 26/03/2019:

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho
UFSCar

Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera
UFU

Prof. Dr. Andre Luis Christoforo
UFSCar

Certifico que a defesa realizou-se com a participação à distância do(s) membro(s) Rodrigo Gustavo Delalibera e, depois das arguições e deliberações realizadas, o(s) participante(s) à distância está(ão) de acordo com o conteúdo do parecer da banca examinadora redigido neste relatório de defesa.

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

*Ao meu pai Geraldo, minha mãe
Divina, minha esposa Simone e meus
filhos Caio e Rebeca, com todo amor e
carinho.*

AGRADECIMENTOS

À Deus por seu amor infinito e por me fazer acreditar que nada é impossível para quem acredita Nele e que sempre encontrarei o caminho da superação perante qualquer dificuldade.

Aos meus pais Geraldo e Divina, por viabilizar minha trajetória nos estudos e sempre deixando suas próprias necessidades pelas minhas.

Minha esposa Simone e meus filhos Caio e Rebeca por sempre me apoiarem e não cobrarem minha ausência, pelas horas que não pude lhes dar atenção.

À minha irmã Vanessa por acompanhar-me na primeira viagem à São Carlos.

Aos meus sobrinhos Dener e Francine e meus amigos Ronaldo e Jesus pelo apoio nas viagens entre Arcos e Formiga, Minas Gerais.

Ao amigo, professor e orientador Roberto Chust Carvalho, primeiro por incentivar-me através de seu exemplo como professor e por ajudar-me desde o primeiro dia de aula na Universidade. Pela orientação no decorrer deste trabalho e por toda dedicação.

Ao amigo e professor Antônio de Faria, também por incentivar-me desde a graduação, pelo conhecimento, material compartilhado e orientações durante o desenvolvimento deste trabalho.

À UFSCar que me acolheu neste programa de pós-graduação, me deu acesso aos materiais que necessitava para desenvolvimento deste trabalho. Por todos que fizeram parte da minha trajetória no DECiv, todos os professores e secretários. Meu *muito obrigado* a todos!

RESUMO

BRAGA CA. **Procedimento para análise de radier considerando grelha e apoios elásticos.** 219p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, Brasil, 2019.

O cálculo de radier flexíveis ou rígidos é de difícil execução pois trata-se de analisar uma placa apoiada no solo, submetida as ações externas e as reações do solo. Seguindo uma tendência do cálculo executado em concreto no Brasil, a placa é idealizada como sendo uma grelha, ou seja, discretizada em vigas em um sentido e outro. Para considerar o solo e a interação com a estrutura é utilizado, neste trabalho, a teoria de mola de Winkler. O estudo da passagem de um meio contínuo para outro discreto é o tema principal deste trabalho. Desta forma o trabalho propõe o uso, como ferramenta, de um programa gratuito e livre de grelha, desenvolvido por um grupo de pesquisa da UFSCar para calcular radier e vigas sobre base elástica. Os resultados obtidos serão comparados com valores tradicionais encontrados pela teoria do meio contínuo de viga sobre base elástica e, no caso de placas, com processos numéricos empregados e técnicas numéricas diversas como elementos finitos. Por fim são feitas comparações dos resultados obtidos com valores de softwares comerciais como por exemplo o Eberick V10, mostrando que os resultados finais são próximos.

Palavras-chave: Radier, Grelha, Mola de Winkler, Viga sobre base elástica

ABSTRACT

BRAGA CA. **Procedure for analysis of mat foundation considering grid and elastic supports.** 219p. Master dissertation (Master in Study and Structural Systems Development) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, Brazil, 2019.

The calculation of flexible or rigid mat foundation is difficult to perform because it is a matter of analyzing a plate resting on the ground, subjected to the external actions and the reactions of the soil. Following a trend of the calculation executed in concrete in Brazil, the plate is idealized as being a grid, that is, discretized in beams in one direction and another. To consider the soil and the interaction with the structure is used, in this work, the theory of spring of Winkler. The study of the passage from a continuous to a discrete medium is the main theme of this work. In this way the work proposes the use, as a tool, of a free and free grid program developed by a UFSCar research group to calculate mat foundation and beams on elastic basis. The obtained results will be compared with traditional values found by the theory of continuous beam medium on elastic basis and, in the case of plates, with numerical processes employed numerical techniques diverse as finite element. Finally, comparisons will be made of the results obtained with values of commercial software such as Eberick V10, showing that the final results are forthcoming.

Key-words: Mat foundation, Grid, Spring of Winkler, Beam on elastic basis.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Considerações iniciais	21
1.2	Justificativa.....	26
1.3	Formulação do problema	28
1.4	Objetivos	29
1.4.1	Objetivo Principal	29
1.4.2	Objetivos específicos.....	29
1.5	Estrutura do trabalho.....	29
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
2.1	Classificação dos radiers	35
2.1.1	Quanto à geometria	35
2.1.2	Quanto à forma de suporte	37
2.1.3	Quanto à rigidez à flexão	37
2.1.4	Quanto à tecnologia.....	39
2.1.4.1	Concreto	39
2.2	Interação solo estrutura	40
2.3	Fatores de Influência na Interação solo estrutura	45
2.3.1	Rigidez Relativa Estrutura-Solo.....	46
2.3.2	Número de pavimentos.....	47

2.3.3	Edificações vizinhas	48
2.3.4	Processo construtivo.....	48
2.4	Pressões de contato	49
2.5	Constantes elásticas do solo.....	50
2.5.1	Ensaio de placa.....	53
2.5.1.1	Execução da prova de carga.....	57
2.5.2	Correlações com o SPT – Standard Penetration Test.....	65
2.5.3	Uso de tabelas e métodos propostos por vários pesquisadores	72
2.5.4	Determinação a partir do recalque da fundação real	81
3	METODOS DE ANÁLISE.....	84
3.1	Estabilidade e capacidade de suporte do radier.....	84
3.2	Distribuição de tensões e cálculo de esforços.....	85
3.3	Métodos de análise	85
3.3.1	Método estático	86
3.3.1.1	Radier rígido	87
3.3.2	Método da viga sobre base elástica	93
3.3.3	Método da placa sobre solo usando o coeficiente de Winkler	98
3.3.3.1	Modelos e hipóteses de Winkler	100
3.3.3.2	Sistema do American Concrete Institute (A.C.I.)	100
3.3.4	Método das diferenças finitas.....	101
3.3.5	Método dos elementos finitos	102
3.4	Analogia de grelha	103

3.4.1	Malha da grelha.....	105
3.4.2	Carregamento das barras	106
3.4.3	Propriedade geométrica e física das barras	107
3.4.4	Esforços nas barras.....	113
4	IDEALIZAÇÃO DA ESTRUTURA NO PROGRAMA GRELHA.....	114
4.1	Princípio de Superposição de Esforços	114
4.2	Equilíbrio	117
4.3	Flexibilidade e Rigidez da mola	117
4.4	Matrizes de Flexibilidade e de Rigidez.....	119
4.5	Definição da Geometria da Estrutura.....	123
4.6	Geração da Matriz de Rigidez	126
4.7	Fluxograma do Programa	129
5	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	130
5.1	Exemplo 1	130
5.1.1	Equacionamento teórico	131
5.1.2	Equacionamento com FTOOL	132
5.1.3	Equacionamento com Grelha Equivalente	134
5.1.3.1	Cálculo utilizando o programa CALCO.	134
5.1.4	Resultados	141
5.2	Exemplo 2	143
5.3	Exemplo 3	148
5.3.1	Cálculo utilizando o programa CALCO.....	148

5.3.2	Cálculo utilizando o programa EBERICK.....	150
5.3.3	Resultados.....	154
5.4	Exemplo 4	155
5.4.1	Equacionamento teórico.....	155
5.4.2	Cálculo utilizando o programa CALCO.....	156
5.4.3	Resultados.....	157
5.5	Exemplo 5	158
5.5.1	Radier retangular de altura constante.....	158
5.5.2	Modelo I – Radier de espessura constante Método Simplificado de Análise.....	158
	5.5.2.1 Esquemas estruturais e diagramas de momentos e força cortante das faixas.....	168
	5.5.2.2 Valores teóricos do módulo de reação e estimativa dos recalques.....	174
5.5.3	Modelo II – Análise do radier do modelo I no programa PLAXIS 3D pelo MEF.....	177
5.5.4	Modelo III – Análise do radier do modelo I no programa CALCO.....	191
5.6	Exemplo 6	200
5.6.1	Comparativo do radier variando as cargas.....	200
5.6.2	Comparativo do radier variando a altura.....	201
	5.6.2.1 Comparativo do radier como laje variando a altura.....	203
5.6.3	Comparativo do radier variando o coeficiente vertical do solo.....	207
	5.6.3.1 Comparativo do radier como laje variando a rigidez do solo.....	208
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	210
6.1	Discussão dos objetivos e das variáveis mais importantes	210
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	212

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	214
---	------------

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1. Esquema de fundação com fundação superficial (sapatas isoladas e associadas).</i>	21
<i>Figura 1.2 Tipos de sapatas: a) isoladas, b) corridas sob parede ou muro, c) associadas com viga alavanca (viga de equilíbrio), d) contínua sob pilares</i>	22
<i>Figura 1.3 Perspectiva esquemática de exemplo de radier.</i>	22
<i>Figura 1.4 Perspectiva esquemática de exemplo de radier estaqueado.</i>	23
<i>Figura 1.5 Viga sobre base elástica: Resumo de equações para a determinações dos esforços considerando meio contínuo</i>	24
<i>Figura 1.6 Viga sobre base elástica discretizada com coeficientes de mola para o espaçamento de 0,50 m.</i>	24
<i>Figura 1.7 Radier representado por grela equivalente e apoiado no solo através de coeficientes de mola</i>	26
<i>Figura 2.1 - Radiers: (a) lisos; (b) com pedestais; (c) nervurados (d) em caixão.</i>	36
<i>Figura 2.2 - Radiers: (a) diretamente sobre o solo; (b) em estacas; (c) em caixão flutuante.</i>	37
<i>Figura 2.3 - Interação solo estrutura.</i>	41
<i>Figura 2.4 - Distribuição de tensões nas sapatas de acordo com o tipo de solo que caso de sapata rígida pode ser considerada linear (no caso uniforme).</i>	42
<i>Figura 2.5 – Elementos de lajes com dimensões unitárias submetido à tensões normais e cisalhantes.</i>	44
<i>Figura 2.6 – Elaboração dos projetos estrutural e de fundações.</i>	45
<i>Figura 2.7 – Recalque versus rigidez relativa estrutura-solo.</i>	47
<i>Figura 2.8 – Influência da construção nos recalques</i>	49
<i>Figura 2.9 – Esquema estático do ensaio de placa.</i>	56
<i>Figura 2.10 – Diagrama de tensão versus recalque para ensaio de placa.</i>	60
<i>Figura 2.11 – Considerações adotadas para o primeiro método no cálculo do coeficiente de reação vertical do solo (k)</i>	62
<i>Figura 2.12 – Correlação entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k).</i>	66

<i>Figura 2.13 – Correlação entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k).</i>	68
<i>Figura 2.14 – Correlação entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k).</i>	69
<i>3.1 – Planta de um de radier, com a área de influência definida para o pila P_i.</i>	88
<i>Figura 3.2 – Distribuição das faixas de radier nas direções X' e Y'.</i>	91
<i>Figura 3.3 – Distribuição dos momentos de flexão e posicionamento das armaduras.</i>	92
<i>Figura 3.4 – Reação do solo sobre uma fundação – teoria de Winkler.</i>	93
<i>Figura 3.5 – Elemento entre duas seções transversais de uma viga com inércia constante.</i>	94
<i>Figura 3.6 – Fundação sobre solo que é representado pelas molas com valores de coeficiente de Winkler.</i>	99
<i>Figura 3.7 – Princípios fundamentais da teoria de Winkler. Um elemento de grande comprimento se deforma e a pressão p representada na figura é proporcional ao deslocamento no ponto.</i>	100
<i>Figura 3.8 – Representação do radier em placa apoiado em molas.</i>	102
<i>Figura 3.9 – Malhas com elementos finitos de um radier.</i>	103
<i>Figura 3.10 – Representação de uma grelha sobre base elástica.</i>	104
<i>Figura 3.11 – Aplicação de carga concentrada na grelha.</i>	107
<i>Figura 3.12 – Barras da grelha (é todo elemento que está contido entre dois nós).</i>	108
<i>Figura 3.13 – Representação de um elemento de grelha.</i>	112
<i>Figura 3.14 – Esforços nas barras.</i>	113
<i>Figura 4.1 – Superposição dos efeitos.</i>	115
<i>Figura 4.2 – Deslocamentos na viga.</i>	115
<i>Figura 4.3 – Mola sujeita a tração.</i>	118
<i>Figura 4.4 – Viga de dois vãos.</i>	120
<i>Figura 4.5 – Sistema de eixos ortogonais.</i>	123
<i>Figura 4.6 – Numeração dos nós da grelha.</i>	124
<i>Figura 4.7 – Numeração dos elementos da grelha.</i>	124
<i>Figura 4.8 – Esquema para determinação das coordenadas dos nós da estrutura.</i>	125
<i>Figura 4.9 – Sistemas de coordenadas locais.</i>	127

<i>Figura 5.1 – Vista 3D da viga sobre base elástica.....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 5.2 – Discretização da viga sobre apoios elásticos no FTOOL considerando espaçamento de 20 cm entre molas.....</i>	<i>131</i>
<i>Figura 5.3 – Valores dos coeficientes de mola para o espaçamento de 0,50 m.....</i>	<i>133</i>
<i>Figura 5.4 – Diagrama de momento fletor viga sobre base elástica espaçamento de molas 1,0 m... </i>	<i>133</i>
<i>Figura 5.5 – Diagrama de esforço cortante viga sobre base elástica espaçamento de molas 1,0 m. </i>	<i>133</i>
<i>Figura 5.6 – Deformação viga sobre base elástica espaçamento de molas 1,0 m.</i>	<i>134</i>
<i>Figura 5.7 – Aba de dados iniciais exemplo 1.</i>	<i>135</i>
<i>Figura 5.8 – Aba para o lançamento de linhas auxiliares.</i>	<i>135</i>
<i>Figura 5.9 – Aba para o lançamento das vigas.</i>	<i>136</i>
<i>Figura 5.10 – Lançamento da laje.....</i>	<i>137</i>
<i>Figura 5.11 – Aba par ao lançamento o Lançamento do pilar.</i>	<i>138</i>
<i>Figura 5.12 – Aba para a geração da Malha da grelha, aplicação das ações e resolução da grelha. </i>	<i>139</i>
<i>Figura 5.13 – Carga concentrada no centro do pilar.</i>	<i>139</i>
<i>Figura 5.14 – Aba para resolução. Malha deformada em vista isométrica NE.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.15 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamento (unidades em m, kN e kN.m.</i>	<i>141</i>
<i>Figura 5.16 – Dimensões do radier (m).</i>	<i>143</i>
<i>Figura 5.17 – Posicionamento dos carregamentos pontuais da faixa do radier.....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 5.18 – Valores dos coeficientes de mola para o espaçamento de 0,50 m.....</i>	<i>145</i>
<i>Figura 5.19 – Esquema da grelha empregada no CALCO.....</i>	<i>145</i>
<i>Figura 5.20 – Detalhe do momento fletor no programa CALCO.....</i>	<i>146</i>
<i>Figura 5.21 – Diagrama de momento fletor no FTOOL (unidade em kN.m).</i>	<i>146</i>
<i>Figura 5.22 – Diagrama de momento fletor no ADAPT MAT (unidade em kN.m).....</i>	<i>146</i>
<i>Figura 5.23 – Esquema da grelha empregada no CALCO (unidade em kN.m).</i>	<i>148</i>
<i>Figura 5.24 – Momento fletor na linha central programa CALCO (unidade em kN.m).....</i>	<i>149</i>
<i>Figura 5.25 – Superfície média deformada do radier.</i>	<i>149</i>

<i>Figura 5.26 – Esquema da grelha empregada no Eberick.</i>	150
<i>Figura 5.27 – Imagem 3D do radier no Eberick.</i>	150
<i>Figura 5.28 – Lançamento dos dados da laje de fundação.</i>	151
<i>Figura 5.29 – Espaçamento da grelha.</i>	152
<i>Figura 5.30 – Momentos máximos positivos e negativos.</i>	153
<i>Figura 5.31 – Momento fletor da grelha no Eberick.</i>	153
<i>Figura 5.32 – Deslocamentos da grelha no Eberick (unidade em cm).</i>	153
<i>Figura 5.33 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamento (unidades em kN.m, kN e m).</i>	156
<i>Figura 5.34 – Detalhe do momento fletor no programa CALCO.</i>	156
<i>Figura 5.35 – Radier 13,70 x 8,50 x 0,50 m.</i>	159
<i>Figura 5.36 – Pontos onde as reações do solo são apresentadas.</i>	162
<i>Figura 5.37 – Divisão do radier em faixas longitudinais.</i>	164
<i>Figura 5.38 – Divisão do radier em faixas transversais.</i>	165
<i>Figura 5.39 – Faixa ALMJ, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).</i>	168
<i>Figura 5.40 – Faixa LBKM, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).</i>	169
<i>Figura 5.41 – Faixa ABDC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).</i>	170
<i>Figura 5.42 – Faixa DHGC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).</i>	171
<i>Figura 5.43 – Faixa HKJG, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).</i>	173
<i>Figura 5.44 – Parâmetros de entrada para o software Plaxis – tipo do solo.</i>	179
<i>Figura 5.45 – Parâmetros de entrada para o software Plaxis – coesão, ângulo de atrito, coeficiente de Poisson e módulo de deformabilidade.</i>	180
<i>Figura 5.46 – Parâmetros de entrada – parâmetros para tensões laterais iniciais.</i>	181

<i>Figura 5.47 – Perfil do solo.</i>	182
<i>Figura 5.48 – Convenção de eixos para o elemento finito gerado pelo PLAXIS.</i>	182
<i>Figura 5.49 – Eixos locais do elemento finito.</i>	183
<i>Figura 5.50 – Geometria do radier e do maciço do solo.</i>	183
<i>Figura 5.51 – Radier deformado U_z.</i>	184
<i>Figura 5.52 – Deformação U_z.</i>	185
<i>Figura 5.53 – Tensão σ_{zz} na área do radier ($Z=0$).</i>	186
<i>Figura 5.54 – Momento de flexão longitudinal M_{11}</i>	189
<i>Figura 5.55 – Placa deformada.</i>	190
<i>Figura 5.56 – Espaçamento da grelha para as faixas ALMJ e LBKM do radier (dimensões em m).</i> ..	191
<i>Figura 5.57 – Espaçamento da grelha para as faixas ABDC, CDHG e HKJG do radier (dimensões em m).</i>	192
<i>Figura 5.58 – Modelagem do radier no programa CALCO.</i>	193
<i>Figura 5.59 – Placa deformada do radier no programa CALCO.</i>	194
<i>Figura 5.60 – Deslocamentos da faixa ALMJ, linha 7 (unidades em m).</i>	195
<i>Figura 5.61 – Deslocamentos da faixa LBKM, linha 16 (unidades em m).</i>	195
<i>Figura 5.62 – Momento fletor da faixa ALMJ, linha 2.</i>	199
<i>Figura 5.63 – Modelo do radier 14 x 14 m.</i>	203
<i>Figura 5.64 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamentos radier 14 x 1 m.</i>	204
<i>Figura 5.65 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamentos radier 14 x 14 m.</i> ..	205
<i>Figura 6.1 – Superfície deformada do radier.</i>	213

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 2.1 – Classes de resistência de concretos estruturais.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabela 2.2 – Classes de consistência.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabela 2.3 – Valores do coeficiente de forma (I_s) para um carregamento na superfície e um meio de espessura infinita.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 2.4 – Valores do coeficiente de reação do solo (k) para solos não coesivos.....</i>	<i>67</i>
<i>Tabela 2.5 – Valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) correlacionados com o SPT – N_{70}.....</i>	<i>70</i>
<i>Tabela 2.6 – Módulo de reação do solo de referência k_{s1} para areias em tf/ft^3.....</i>	<i>73</i>
<i>Tabela 2.7 – Módulo de reação do solo de referência k_{s1} para argilas em tf/ft^3.....</i>	<i>73</i>
<i>Tabela 2.8 – Módulo de reação do solo k_{s1} em kgf/cm^3.....</i>	<i>75</i>
<i>Tabela 2.9 – Módulo edométrico do solo.....</i>	<i>78</i>
<i>Tabela 2.10 – Módulo de reação k em kgf/cm^3.....</i>	<i>79</i>
<i>Tabela 2.11 – Valores do módulo de reação k_s.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabela 3.1 – Valores estimados de módulo de elasticidade.....</i>	<i>110</i>
<i>Tabela 4.1 – Coordenadas dos nós da estrutura.....</i>	<i>125</i>
<i>Tabela 5.1 – Características da viga sobre base elástica.....</i>	<i>131</i>
<i>Tabela 5.2 – Equacionamento teórico viga sobre base elástica. Onde x pontos considerados para o cálculo (origem no ponto de aplicação da ação), deslocamento vertical dos pontos, dy/dx valor da tangente à elástica, M momento fletor e V cortante.....</i>	<i>132</i>
<i>Tabela 5.3 – Valores dos coeficientes de mola viga sobre base elástica para o espaçamento de 10 cm.....</i>	<i>132</i>
<i>Tabela 5.4 – Comparativo de resultados equacionamento teórico e FTOOL.....</i>	<i>142</i>
<i>Tabela 5.5 – Comparativo de resultados equacionamento teórico e CALCO.....</i>	<i>142</i>
<i>Tabela 5.6 – Características da faixa do radier.....</i>	<i>143</i>
<i>Tabela 5.7 – Valores dos coeficientes de mola para o espaçamento de 50 cm.....</i>	<i>144</i>

<i>Tabela 5.8 – Comparativo de momentos para os diversos procedimentos de cálculo em relação ao ADAPT.....</i>	<i>147</i>
<i>Tabela 5.9 – Comparativo de momentos e deslocamentos para o procedimento de cálculo no CALCO em relação ao Eberick.....</i>	<i>154</i>
<i>Tabela 5.10 – Valores do módulo de reação k_s.....</i>	<i>155</i>
<i>Tabela 5.11 – Equacionamento teórico viga sobre base elástica.....</i>	<i>155</i>
<i>Tabela 5.12 – Comparativo de deslocamento e momento fletor.....</i>	<i>157</i>
<i>Tabela 5.13 – Parâmetros adotados.....</i>	<i>159</i>
<i>Tabela 5.14 – Fator de forma I_s, Interpolação com base na Tabela 2.3.....</i>	<i>160</i>
<i>Tabela 5.15 – Coordenadas para o centro de forças e da excentricidade.....</i>	<i>161</i>
<i>Tabela 5.16 – Tensões sob o radier nos pontos em destaque na figura 4.36.....</i>	<i>163</i>
<i>Tabela 5.17 – Faixas longitudinais do radier com respectivas pressões e carregamento total.....</i>	<i>165</i>
<i>Tabela 5.18 – Faixas transversais do radier com respectivas pressões e carregamento total.....</i>	<i>166</i>
<i>Tabela 5.19 – Fator, carregamentos modificados, faixas longitudinais.....</i>	<i>167</i>
<i>Tabela 5.20 – Fator, carregamentos modificados, faixas transversais.....</i>	<i>167</i>
<i>Tabela 5.21 – Cálculo do recalque na faixa ALMJ ponto U.....</i>	<i>175</i>
<i>Tabela 5.22 – Recalque imediato (y) nas extremidades das faixas.....</i>	<i>175</i>
<i>Tabela 5.23 – Recalque imediato (y) no centro das faixas.....</i>	<i>176</i>
<i>Tabela 5.24 – Valores teóricos o módulo de reação do solo (k) das faixas do radier.....</i>	<i>177</i>
<i>Tabela 5.25 – Tensão σ_{zz} e deslocamentos U_{zz} nos pontos da figura 5.36.....</i>	<i>187</i>
<i>Tabela 5.26 – Valores do módulo de reação no interior do radier.....</i>	<i>188</i>
<i>Tabela 5.27 – Recalques nas faixas ALMJ e LBKM nos modelos I (método simplificado), PLAXIS E CALCO.....</i>	<i>196</i>
<i>Tabela 5.28 – Momentos fletores da faixa ALMJ.....</i>	<i>197</i>
<i>Tabela 5.29 – Momentos fletores da faixa LBKM.....</i>	<i>198</i>
<i>Tabela 5.30 – Comparativo dos momentos do radier no programa CALCO e modelo simplificado no FTOOL.....</i>	<i>198</i>

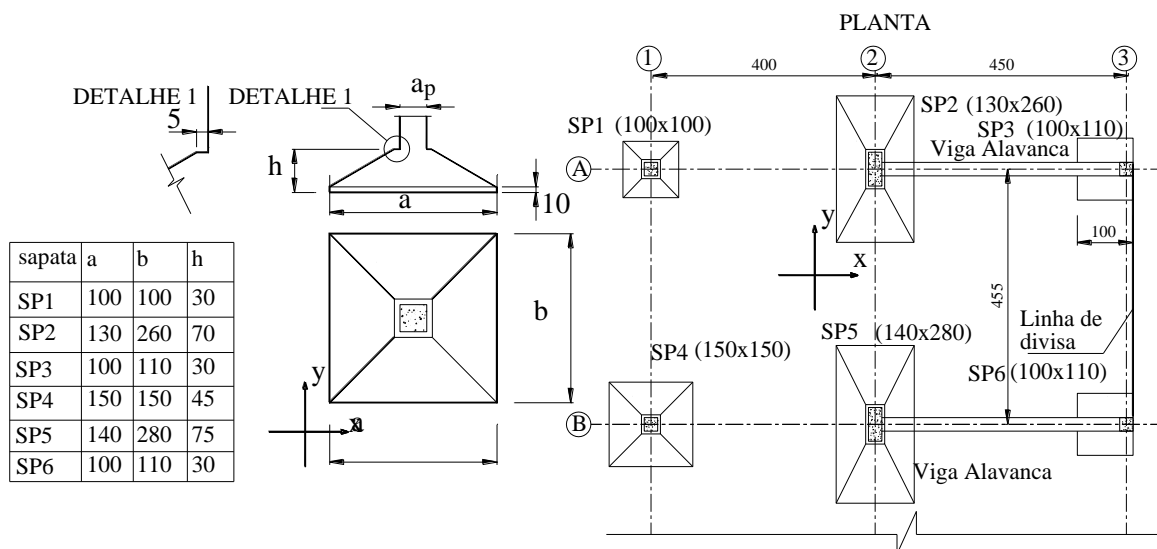
<i>Tabela 5.31 – Variação de cargas no radier de 1,0 x 14,0 m.</i>	<i>200</i>
<i>Tabela 5.32 – Variação altura no radier de 1,0 x 14,0 m, equacionamento teórico.</i>	<i>201</i>
<i>Tabela 5.33 – Variação altura no radier de 1,0 x 14,0 m, FTOOL.</i>	<i>201</i>
<i>Tabela 5.34 – Variação altura no radier de 1,0 x 14,0 m, programa CALCO.</i>	<i>202</i>
<i>Tabela 5.35 – Momentos fletores e esforços cortantes do radier como viga sobre base elástica e laje, variando a altura.</i>	<i>205</i>
<i>Tabela 5.36 – Deslocamentos do radier como viga sobre base elástica e laje variando a altura.</i>	<i>206</i>
<i>Tabela 5.37 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos do radier como laje variando a altura.</i>	<i>206</i>
<i>Tabela 5.38 – Variação do coeficiente vertical do solo no radier de 1,0 x 14,0 m.</i>	<i>207</i>
<i>Tabela 5.39 – Momentos fletores e esforços cortantes do radier como viga sobre base elástica e laje, variando o coeficiente vertical do solo.</i>	<i>208</i>
<i>Tabela 5.40 – Deslocamentos do radier como viga sobre base elástica e laje, variando o coeficiente vertical do solo.</i>	<i>209</i>
<i>Tabela 5.41 – Momentos fletores esforços cortantes e deslocamentos do radier como laje variando o coeficiente vertical do solo.</i>	<i>209</i>

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Fundações superficiais devem ser a primeira solução a ser idealizada por serem mais simples, rápidas de serem executadas e, em geral mais baratas que as profundas. Mas que seja possível emprega-las deve-se ter um solo de boa resistência e pouca deformabilidade a pequena profundidade e ou ações de pequenas intensidades compatíveis com as características dos solos. Na Figura 1.1 indicam-se trecho de planta de forma de fundações superficiais.

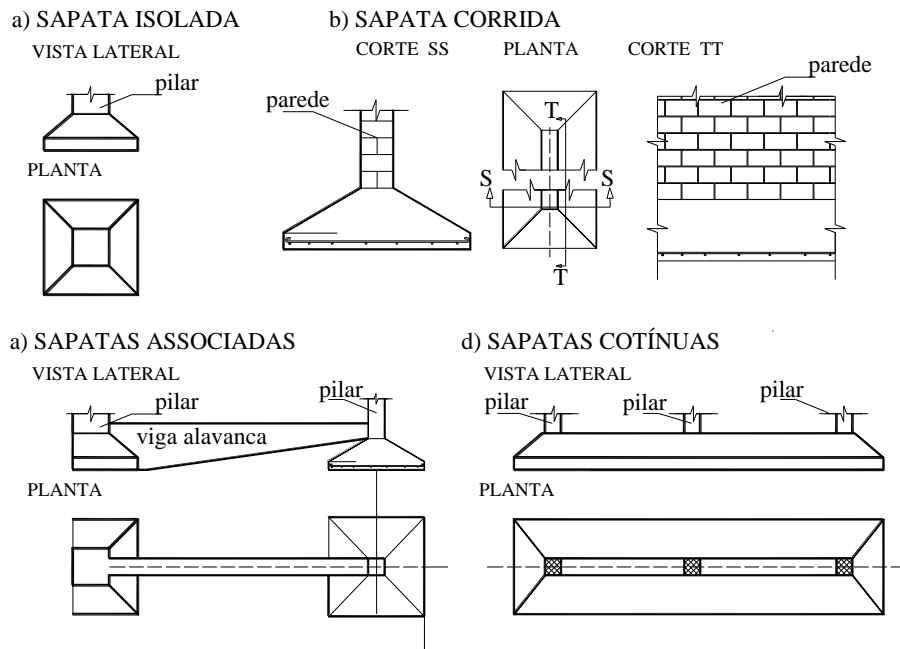
Figura 1.1. Esquema de fundação com fundação superficial (sapatas isoladas e associadas).



Fonte: (CARVALHO E MIRANDA, 2013).

Na Figura 1.2 são apresentados, a título de exemplo outros tipos de sapatas. Em diversas situações como, por exemplo, quando a magnitude das ações é alta as superfícies da sapata irão se superpor.

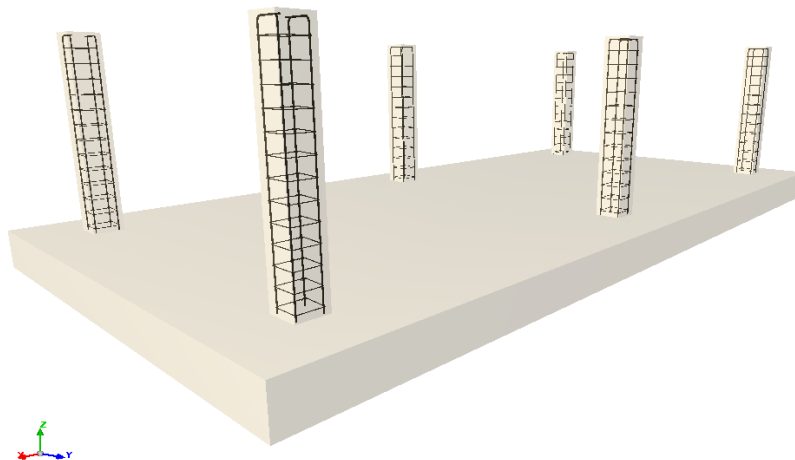
Figura 1.2 Tipos de sapatas: a) isoladas, b) corridas sob parede ou muro, c) associadas com viga alavanca (viga de equilíbrio), d) contínua sob pilares



Fonte: (CARVALHO E MIRANDA, 2013).

Quando ocorre esta situação (superposição de áreas) a solução natural é do emprego de uma laje única para toda a fundação como o exemplificado na Figura 1.3.

Figura 1.3 Perspectiva esquemática de exemplo de radier.

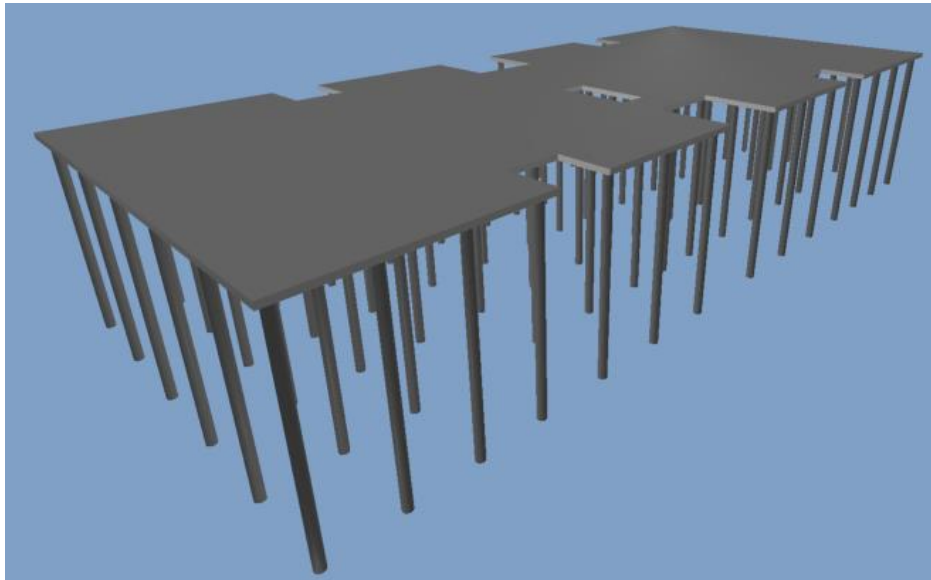


Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

O uso do radier serve também para diminuir os recalques diferenciais que podem ocorrer na fundação. Podem ser indicados quando se tem solos colapsíveis ou expansivos.

Quando se usa fundação profunda com estacas há ainda a possibilidade do emprego do radier. Neste caso imagina-se que ao invés de grupos de estacas embaixo de um pilar serem ligadas por um bloco de fundação, todas as estacas estão ligadas a um radier que recebe os pilares. A denominação empregada atualmente para este tipo de estrutura é a de radier estaqueado.

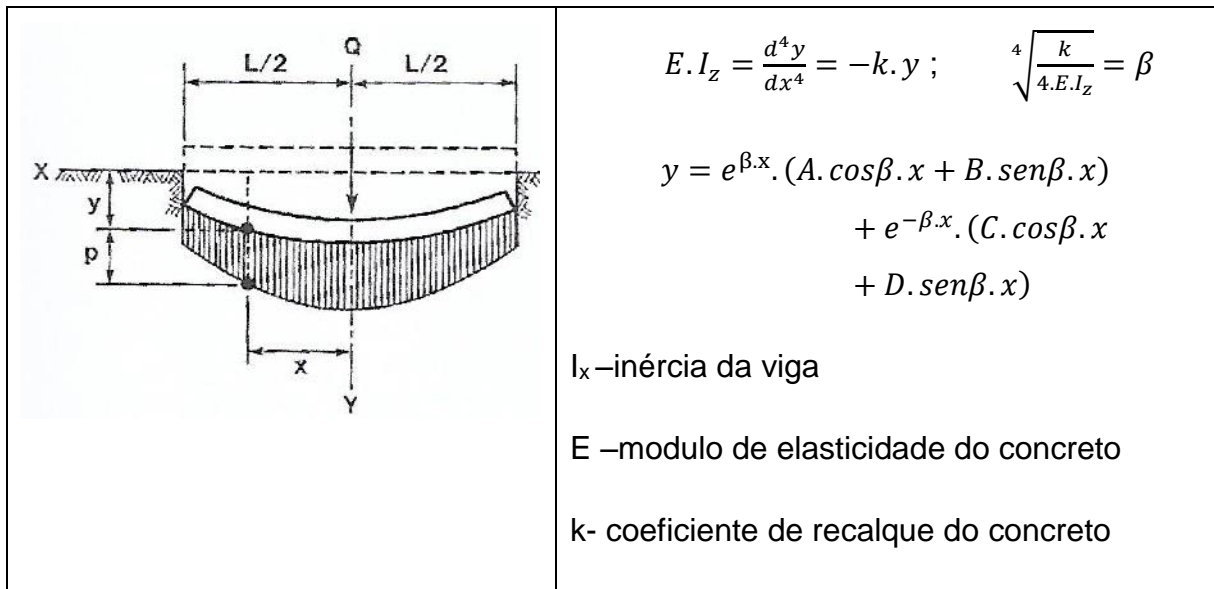
Figura 1.4 Perspectiva esquemática de exemplo de radier estaqueado.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Sob ponto de vista estrutural, uma vez decidida a solução em solução superficial e usando sapatas contínuas ou vigas sobre base elástica é possível, considerando o solo um meio elástico, encontrar uma equação diferencial que tem solução para a consideração de um meio contínuo, indicada esquematicamente na Figura 1.5.

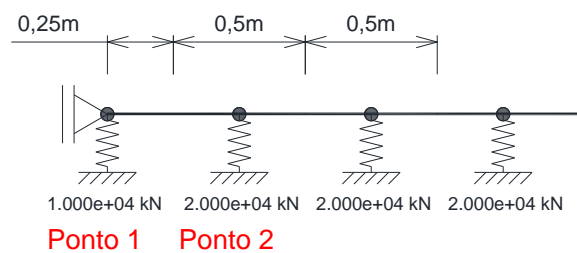
Figura 1.5 Viga sobre base elástica: Resumo de equações para a determinações dos esforços considerando meio contínuo



Fonte: (SOUZA, 2017).

Para a resolução de vigas sobre base elástica pode-se também, até para aumentar a velocidade de soluções e agilizar detalhamentos, discretizar a viga e considerá-la sobre apoios elásticos e calcular esforços, deslocamentos e tensões de contato próximas da encontrada com a solução da equação diferencial. Exemplo deste caso está indicado na Figura 1.6.

Figura 1.6 Viga sobre base elástica discretizada com coeficientes de mola para o espaçamento de 0,50 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

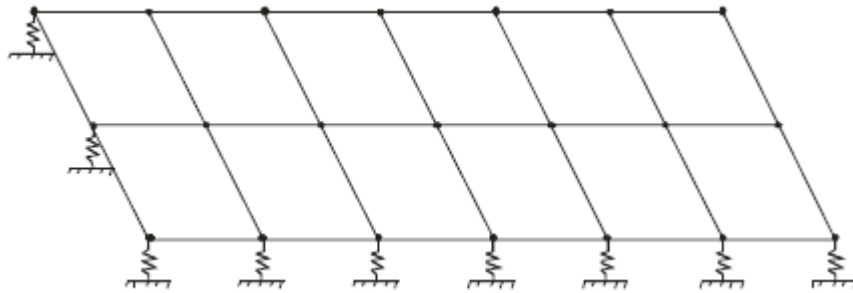
Os radiers flexíveis ou rígidos pode ser considerado, para efeito de cálculo, como uma placa que recebe ações e as transfere diretamente para o solo. O seu cálculo é de difícil execução pois trata-se de analisar uma placa apoiada no solo, submetida as ações externas e as reações do solo. A condição de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placas de concreto usuais submetidas a carregamentos

simples (uniformes por exemplo) e apoios também bem definidos (vigas de contorno indeslocáveis) e considerando o meio contínuo, conduz a uma equação diferencial sem solução analítica. Nestas situações a solução é obtida usando-se processos numéricos como série de senos e cossenos, diferenças finitas e outras. Estas soluções, para o caso de placas com carregamentos e condições de contorno específicas são encontradas em alguns livros clássicos de concreto armado. Há também a ideia de substituir a placa por uma grelha equivalente. Esta solução se tornou bastante usada, hoje em dia, pela facilidade e velocidade de resolução de estruturas do tipo grelha com programas de computadores e também pela disponibilidade de programas de grelha capazes de analisar malhas com grande densidade de pontos nodais. Para as lajes apoiadas em solo (radiers) o cálculo tem, ainda, que levar em conta o efeito da reação do solo no mesmo.

Procedimentos simplificados de cálculo de radiers podem ser vistos em bibliografia mais antiga, como a consideração da rigidez à flexão do mesmo sendo infinita e, portanto, ocorrendo uma reposta de tensão linear do solo. Outra solução simplificada é a consideração de faixas de vigas em uma e outra direção perpendiculares entre si, que não trabalham em conjunto (independentes), de forma ao aplicar a solução de viga sobre base elástica para cada faixa pode-se obter a armadura em cada direção.

Naturalmente, é lógico imaginar que a solução de uma placa apoiada em solo, possa ser resolvida, assim como as de pavimento de prédio, com uma grelha equivalente. A diferença é que os apoios devem representar a ação do solo. Uma aproximação inicial é considerar que os pontos nodais da grelha constituem-se em apoios elásticos, devendo estar pouco espaçados para representar a condição de meio contínuo. Na Figura 1.7 pode ser visto um esquema simples de radier representado por uma grelha equivalente apoiada no solo por molas.

Figura 1.7 Radier representado por grela equivalente e apoiado no solo através de coeficientes de mola



Fonte: (FAQ.ALTOQI EBERICK, 2017).

1.2 JUSTIFICATIVA

O radier é semelhante a uma placa de concreto armado, abrangendo toda a área da edificação. É uma boa solução para fundações superficiais. No Brasil, devido a falta de uma norma específica, sua utilização ainda é restrita, sendo na maioria das vezes usado em casas de baixo custo.

Para uma boa execução de projetos, o conhecimento dos variados tipos de fundações é essencial para que o engenheiro civil durante a fase de escolha da solução estrutural escolha a melhor tecnologia que atenda os parâmetros de segurança e com o menor custo possível.

Considerando que no Brasil já existe alguns edifícios com esta solução de fundação, e que em outros países é a primeira fundação a ser avaliada para uma obra, como pode ser visto em (SOUZA, 2017), pressupõe-se que dever-se-ia dar maior atenção e avançar nos estudos para criar procedimentos e até mesmo uma norma para que sua utilização seja maior.

O dimensionamento do radier depende da teoria do cálculo de estruturas de concreto e da teoria da mecânica dos solos, sendo que o conhecimento da interação entre os mesmos (solo-estrutura) é ponto determinante do problema.

Uma fórmula simples de calcular o radier pode ser feita dividindo-o em faixas e associando a esta faixa ao de uma viga apoiada em base elástica. Assim, é possível resolver uma faixa de um metro de um radier, por superposição de carregamentos e

com uso de tabelas apropriadas. Porém, esta solução não leva em conta a grande vantagem da placa que é a de repartir o esforço, em geral, em duas direções.

A análise da determinação de deslocamentos e esforços de uma placa com formato qualquer, mesmo sem estar apoiada no solo, é difícil quando se usa a equação diferencial de equilíbrio das placas. Carvalho R.C. e Figueiredo Filho J. R. (2014) destacam, dentre entre os diversos processos, o da grelha equivalente. A grande vantagem dele é, dentre outras, conseguir resolver praticamente qualquer geometria. Nesta publicação mostra-se como modelar placas e comparar os resultados da grelha equivalente com a da teoria de placas usando a resolução em séries.

Resta ainda, para complementar o problema, considerar o efeito do solo na estrutura. Esta parte do problema não é fácil de ser considerada de maneira simples, por ser o solo um material de difícil caracterização (em geral heterogêneo) e comportamento estrutural bem complexo (em geral não linear). Também é certo que há uma interação entre a estrutura de concreto e o solo. É preciso considerar o efeito de um no outro. De outra forma um mesmo radier terá esforços semelhantes independentemente do tipo de solo que se apoia? Considerando um radier com diferentes distribuições de rigidez em um mesmo solo consegue-se modificar os esforços solicitantes e deformações? Como pode, de forma próxima a realidade, considerar a interação entre solo e estrutura? Atualmente há uma série de estudos sendo desenvolvidos neste campo usando diversos procedimentos numéricos, a maior parte visando as fundações de prédios de múltiplos andares ou então os efeitos de terremotos nas fundações e conseqüentemente na estrutura. Neste trabalho, em um primeiro momento, a interação solo estrutura será feita nos diversos pontos nodais da placa (já discretizada em grelha) através, da mola de Winkler.

A fim de analisar o comportamento estrutural de lajes sobre o solo de concreto simples escolheu-se dois procedimentos, sendo o primeiro baseado no programa de computador CALCO no qual se usa o método dos elementos finitos e o segundo no qual se aplica os conceitos da teoria de viga sobre base elástica. Para complementar e obter parâmetros da análise estrutural comparou-se as tensões com os carregamentos por unidade de comprimento longe e perto da borda da laje,

verificando a tensão máxima de tração obtida através do CALCO e pela teoria de viga sobre base elástica. Nesse sentido, pode-se concluir as diferenças entre os dois sistemas e qual(ais) sistemas foram a favor da segurança. Apresentam-se, também, recomendações e procedimentos que podem melhorar o desempenho da laje.

A ferramenta de análise utilizada neste trabalho, o programa grelha CALCO, com interface gráfica, foi desenvolvido recentemente pelo grupo de pesquisa da UFSCar (<http://www.deciv.ufscar.br/calco/>). É um programa livre, portanto de acesso gratuito e com listagem disponibilizada, que resolve o problema de pavimentos (placa, vigas e pilares). Para usar no solo serão considerados apoios do tipo mola em cada nó da grelha.

Destaca-se que neste programa é possível usar um número ilimitado de nós e, por se ter acesso ao código, modificá-lo para introduzir o efeito da mola ou outro qualquer indicado pelas teorias de interação solo estrutura.

1.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema em questão é conseguir criar procedimento que permita fazer pré-dimensionamento, projeto e detalhamento de radier. Para tanto é necessário realizar o estudo em três campos – estruturas de concreto, análise matricial e mecânica dos solos. Imagina-se ainda que deve ser elaborado métodos no programa de grelha, já desenvolvido pelo grupo de pesquisa da UFSCar, estudar a precisão alcançada nos procedimentos para o cálculo de radier e produzir a documentação necessária para seu emprego.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO PRINCIPAL

Criar procedimento que permita determinar esforços solicitantes, deslocamentos e pressão de contato com o solo de radiers por meio da discretização do mesmo de grelha com apoios elásticos. É dada preferência ao uso do programa livre de grelha CALCO desenvolvido pelo grupo de pesquisa da UFSCar.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Avaliar se a solução do radier (situação similar ao de vigas sobre bases elásticas) pode ser feita com o uso de vigas com apoios elásticos pouco espaçados.
- Verificar se há a possibilidade, em função das dimensões do radier ou do coeficiente de recalque considerar a hipóteses de radier rígidos em que se aplicaria ao uso de tensões lineares no solo e cálculos de esforços mais simplificados.
- Identificar, comparando com soluções numéricas, qual a distância dos pontos nodais para a convergência de soluções.
- Verificar através de análise numérica quanto a variação do valor do coeficiente de recalque afeta os resultados dos esforços.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Após a apresentação deste primeiro capítulo, de caráter introdutório, este trabalho é composto por mais 5 capítulos apresentados a seguir.

No segundo capítulo é realizada uma revisão bibliográfica apresentando inicialmente os fundamentos do tema desenvolvido e em seguida é feita uma

apresentação das pesquisas correlatas relativas à classificação dos radiers, a interação do solo com a estrutura, fatores que influenciam na interação solo estrutura, pressões de contato do solo e constantes elásticas do solo em pesquisas de autores tanto nacionais quanto internacionais.

No terceiro capítulo são apresentados os métodos de cálculo de radier, enfatizando a estabilidade e capacidade de suporte, a distribuição de tensões e cálculos de esforços, os métodos de dimensionamento estático, placa sobre o solo de Winkler, vigas sobre base elástica, método das diferenças finitas e método dos elementos finitos.

No quarto capítulo são apresentados a idealização do programa de grelha enfatizando o programa CALCO utilizado nesse trabalho.

O Capítulo 5 são apresentados 6 exemplos de aplicação, os quais possibilitam uma avaliação prática da metodologia discutida nesse trabalho.

Por fim o sexto capítulo são apresentadas as considerações finais do trabalho enfatizando todos os objetivos principais e secundários.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Algumas obras com fundação em radier são citadas em Souza (2017). Dentro deles destacam-se as obras do:

- Banco do Brasil em São Paulo, na Rua Libero Badaró executado em 1950
- O hotel Meridien (hoje com o nome de Windsor Atlantica Hotel) na praia de Copacabana com 40 andares, incluindo 4 subsolos.
- Edifício Evidence em Fortaleza Ceará. Edificação com 14 pavimentos e residencial teve seu radier protendido com cordoalha engraxadas.

Um dos primeiros estudos de fundações tipo radier para aplicação em obras residenciais pode ser visto em Nascimento & Oliveira (2002). Os autores estudaram fundações tipo radier em concreto protendido, que tem sido bastante difundida, por exemplo, em obras do Programa de Arrendamento Residencial – PAR da Caixa Econômica Federal, sendo que em muitos dos exemplos se questiona, se a solução em concreto protendido foi a mais adequada, considerando a pequena espessura de concreto e uso de cabo centrado, aliado à necessidade de uma armadura passiva mínima.

A NBR 6122:2010, no seu item 3.4, define o radier como o “elemento de fundação superficial que abrange parte ou todos os pilares distribuindo os carregamentos”. Assim, observa-se que o radier é uma sapata de grandes dimensões que recebe os carregamentos dos elementos estruturais da edificação e os transmite diretamente ao solo ou rocha.

Segundo o ACI 360R-10 (2010), o radier é uma laje sobre solo cuja principal finalidade é suportar as cargas aplicadas através da tensão admissível de suporte do solo (capacidade do solo).

A laje pode ser uniforme ou de espessura variável, e pode conter elementos de enrijecimento como nervuras ou vigas. A laje pode ser de concreto simples, concreto armado ou concreto protendido. A armadura é utilizada para, junto com o concreto absorver os efeitos de retração, temperatura e, ou carregamento estrutural.

O radier é uma estrutura de fundação superficial que pode ser executada em concreto armado ou protendido, que recebe todas as cargas através de pilares ou alvenarias da edificação, distribuindo-as de forma uniforme ao solo.

Segundo Dória (2007), a fundação do tipo radier é empregada quando:

- o solo tem baixa capacidade de carga;
- deseja-se uniformizar os recalques;
- as áreas das sapatas se aproximam uma das outras ou quando a área destas for maior que a metade da área da construção.

Velloso e Lopes (2014) recomendam, como regra geral, que quando a área total das sapatas isoladas for maior que 50% da área da construção, o radier deve ser adotado.

Gupta (1997) contradiz essa ideia, afirmando que esse parâmetro pode, em certas situações, levar a soluções antieconômicas. Ressalta que é necessário avaliar o custo adicional gerado pelo incremento nas quantidades de aço e concreto requeridas para inibir as deformações excessivas, quando houver grande diferença nos carregamentos dos pilares sobre o radier. Sugere ainda que cada caso seja estudado considerando-se a interação entre as sapatas adjacentes, pois, em algumas situações, a associação de sapatas assentes em cota mais profunda é uma opção a ser considerada.

Segundo Almeida (2001), em geral, considerando a situação atual da construção civil Brasileira, pode ser dito que o radier recebe pouca atenção tanto durante a fase de projeto quanto durante a fase de construção. Como consequência, as recomendações que poderiam evitar muitos problemas são simplesmente ignoradas. Aliás, convém mencionar que uma Norma Brasileira para projeto e execução de laje sobre solo nem sequer existe.

Segundo Souza (2017), no Brasil, a laje sobre o solo (radier) é um sistema que recebe pouca atenção do ponto de vista estrutural, geotécnico como também em sua execução, e isso pode ser comprovado afirmando-se que até a presente data no Brasil não existe uma norma de laje sobre o solo (radier). A NBR 6122:2010, norma para

fundações, não fornece parâmetros suficientes para que o projetista possa dimensionar adequadamente um radier. Outros países como, por exemplo, EUA, Índia, Inglaterra possuem normas específicas para radier.

Uma definição mais atual de radier foi fornecida pela ACI 360R-10 (2010) que o define como uma laje sobre solo cuja principal finalidade é suportar as cargas aplicadas através da tensão admissível de suporte do solo (capacidade do solo). Segundo Souza (2017), de uma maneira geral, no Brasil a maioria dos raders são para casas de baixo custo, seja térrea ou sobrado. Em outros países a primeira opção de fundação a ser avaliada é o radier. Embora com pouca atenção já tem edifícios com doze pavimentos feitos no Brasil com radier, mas ainda não muito divulgados.

A respeito do dimensionamento do radier é preciso levar em conta que o cálculo estrutural é tão importante quanto a análise do solo. É fácil de imaginar que o tipo de solo influencia diretamente na escolha do tipo de radier.

A escolha da disposição estrutural e das dimensões dos elementos é provavelmente a decisão mais importante do projeto. A não ser quando a experiência prévia ou fatores determinantes ditarem a forma exata do projeto, várias possibilidades devem ser estudadas, apesar do projetista poder limitar o número de soluções considerando as diversas restrições e por um cálculo preliminar mais grosseiro e avaliações de custo.

Na construção civil Brasileira, a utilização de radier está repleta de considerações que podem não condizer com a realidade. Uma dessas estabelece que o sistema composto por estacas e vigas baldrames seria mais econômico. Isso está particularmente sedimentado e provavelmente foi verdade décadas atrás quando a disponibilidade de concreto usinado era escassa. Na análise de Dória (2007), o radier pode ser projetado e executado com economia e mais importante ainda, é enfatizar que esse sistema proporciona uma plataforma estável para o restante da construção.

Antes do início da execução, deve-se dar atenção aos fatores que influenciam diretamente o desempenho da laje como o tipo de solo, a uniformidade do suporte da base, a qualidade do concreto, o tipo e espaçamento das juntas e o acabamento

superficial. O ponto que merece grande destaque é o conhecimento da natureza e características do solo sobre o qual o radier será executado.

Como o desempenho estrutural do radier depende tanto da qualidade do concreto como também das propriedades do solo sobre o qual está apoiado, as recomendações da literatura estrangeira são enfatizadas para a dosagem, a fabricação, a aplicação e o acabamento do concreto e também para a caracterização e a preparação do solo para proporcionar um suporte uniforme para a laje.

Para o cálculo estrutural, é importante conhecer o módulo de reação do solo. Para carregamentos moderados, somente um grau limitado de informação geotécnica está normalmente disponível. Entretanto, assumindo uma homogeneidade no solo do local de interesse, uma das formas de se obter o módulo de reação do solo é através do ensaio CBR (California Bearing Ratio) para esse solo. A situação ideal de projeto é o projetista estrutural contar com a colaboração de um especialista em solo.

A resistência do solo é muito importante para o desempenho de fundação do tipo radier, principalmente para suportar carregamentos elevados. Esta resistência do solo é influenciada pelo grau de compactação e pelo teor de umidade. O método de compactação melhora as propriedades estruturais do solo.

O subleito é tão importante quanto a próprio radier para garantir que desempenhe a função para o qual foi projetado, assegurando que as condições de apoio sejam uniformes. Possíveis causas da não uniformidade de suporte como solos expansivos ou solos colapsíveis não podem ser excluídas. É importante solicitar à um engenheiro especializado em geotecnia, a classificação desse solo, realizar os ensaios para granulometria, limite de liquidez, limite de plasticidade e CBR nas condições naturais de umidade e compactação.

Outra condição importante de execução é que a base do terreno natural seja nivelado e compactado, para que o radier seja executado de forma mais simples. Pode-se melhorar a base da fundação através de drenagem, compactação e estabilização do solo. Devido a rigidez do radier, os carregamentos aplicados são distribuídos em grandes áreas e as pressões na base são normalmente baixas.

Quando o suporte uniforme não é obtido através de nivelamento e compactação, aplica-se uma sub-base, como forma de correção da base.

A classificação adequada do solo deve ser realizada para identificar os solos potencialmente problemáticos. Esta classificação é de uso comum no dimensionamento de radier. De acordo com a classificação do solo, é possível estimar o módulo de reação do solo utilizando tabelas, parâmetro importante para o dimensionamento do radier, que será abordado nos próximos capítulos.

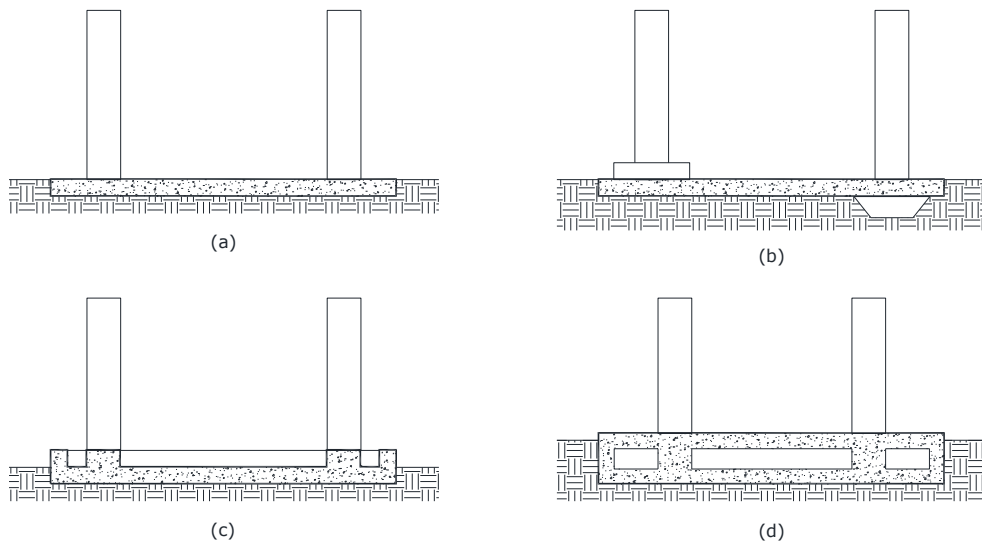
2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS RADIERS

Os radiers podem ser classificados quanto a sua geometria, quanto à sua rigidez, à flexão e quanto à tecnologia.

2.1.1 QUANTO À GEOMETRIA

Velloso e Lopes (2014) classificam o radier em quatro tipos principais de acordo com a geometria (Figura 2.1):

Classificam-se como lisos, com pedestais ou cogumelos, nervurados e em caixão.

Figura 2.1 - Radiers: (a) lisos; (b) com pedestais; (c) nervurados (d) em caixão.

Fonte: (ADAPTADA DE VELLOSO E LOPES, 2014).

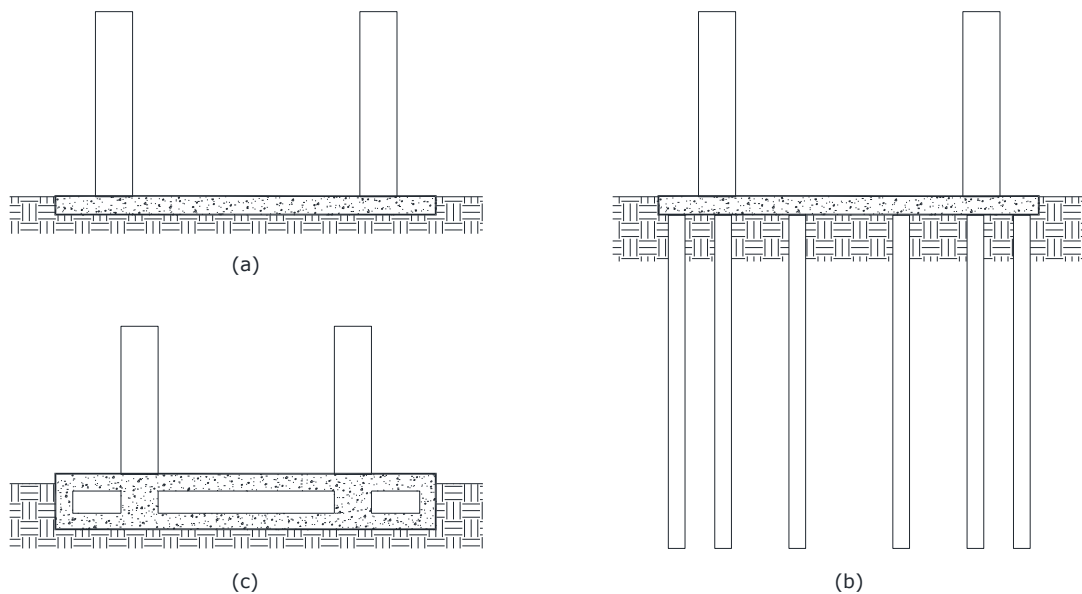
- *radiers lisos (figura a)* – tem a vantagem de ter grande facilidade de execução. Este é o tipo de radier que tem sido utilizado nas edificações do programa de Arrendamento Residencial – PAR em Maceió. Essas edificações possuem até 4 (quatro) pavimentos.
- *radiers com pedestais ou cogumelos (figura b)* – aumenta a espessura sob os pilares e melhora a resistência à flexão e ao esforço cortante. Os pedestais podem ser superiores ou inferiores, tendo este último vantagem de ser feito na escavação e deixar a superfície do piso plana.
- *radiers nervurados (figura c)* – executa-se nervuras secundárias e nervuras principais, colocadas sob os pilares, podendo ser superiores ou inferiores. No caso de nervuras inferiores executa-se sobre a escavação, o que não acontece no caso das nervuras superiores, sendo necessária a colocação de agregado para deixar a superfície plana.
- *radiers em caixão (figura d)* – utiliza-se com a finalidade de ter uma grande rigidez e pode ser executado com vários pisos.

2.1.2 QUANTO À FORMA DE SUPORTE

Gupta (1997) acrescenta uma classificação em relação à forma de suporte (Figura 2.2)

- apoiado diretamente sobre o solo;
- apoiado em estacas;
- caixão flutuante.

Figura 2.2 - Radiers: (a) diretamente sobre o solo; (b) em estacas; (c) em caixão flutuante.



Fonte: (ADAPTADA DE GUPTA, 1997).

2.1.3 QUANTO À RIGIDEZ À FLEXÃO

O ACI 336.2R-88 classifica o radier pelo método de análise empregado no cálculo:

- corpo rígido;
- placa flexível sobre base elástica (elásticos).

Os radiers rígidos são aqueles cuja rigidez a flexão é relativamente grande, portanto, o elemento estrutural pode ser tratado como um corpo rígido. Os radiers elásticos possuem menor rigidez e os deslocamentos relativos da placa não são desprezíveis.

De acordo com Velloso e Lopes (2014), o radier é considerado rígido se o espaçamento l entre os pilares atende à expressão:

São considerados rígidos quando:

$$l \leq \frac{1,75}{\sqrt[4]{\frac{k_v \cdot b}{4 \cdot E_c \cdot I}}} \quad (2.1)$$

Onde:

b : largura da faixa de influência da linha de colunas dos pilares;

k_v : o coeficiente de reação vertical;

$E_c \cdot I$: rigidez à flexão da faixa;

desde que a variação nas cargas e o espaçamento entre as colunas não excedam 20%. Naturalmente, quando pelo menos uma das condições não é atendida, o radier é classificado como flexível.

Velloso e Lopes (2014) consideram que é difícil classificar o radier por seu método de cálculo, separando-os em métodos estáticos de métodos mais elaborados, ou separando-os em métodos baseados na hipótese de Winkler, de métodos baseados no semi espaço elástico, uma vez que os métodos têm mais de uma dessas características.

No dimensionamento de um radier, pode-se optar por um procedimento recomendado numa norma, ou por uma análise computacional usando um software, com o módulo de reação do solo obtido por meio de ensaios, ou avaliado por tabelas e correlações.

2.1.4 QUANTO À TECNOLOGIA

A tecnologia empregada na execução de radier é o concreto armado e o concreto protendido, com a utilização de cordoalhas engraxadas.

2.1.4.1 CONCRETO

A NBR 8953:2015, aplicável em estruturas de concreto armado e concreto protendido, classifica o concreto segundo sua massa específica, resistência à compressão, e consistência.

Nessa norma os concretos classificados como normais (C) têm massa específica seca entre 2000 kg/m³ e 2800 kg/m³; os leves (CL) têm massa específica menor que 2000 kg/m³; e os densos (CD) são aqueles com massa específica maior que 2800 kg/m³, de acordo com a prescrição da NBR 9778:2005, referenciada na NBR 8953:2015.

Os concretos para fins estruturais são classificados em dois grupos: grupo I e grupo II conforme a tabela 2.1. A NBR 8953:2015 sugere que, para o concreto armado, não sejam usados valores menores que 20 MPa para a resistência característica dos concretos estruturais. Porém, não se restringe o uso de resistências intermediárias. A NBR 6118:2014 recomenda a Classe C25, ou superior, para o concreto protendido.

Tabela 2.1 – Classes de resistência de concretos estruturais.

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão (MPa)	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão (MPa)
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: (NBR 8953, 2015).

Quanto à consistência, os concretos são classificados no estado fresco a partir do ensaio de abatimento NBR NM 67 e NBR 15823-1 para os concretos autoadensáveis.

Um concreto C30 S160 é um concreto com massa específica normal, resistência característica de 30 MPa, e abatimento entre 160 mm e 220 mm. A mesma classificação é válida para o concreto protendido.

Tabela 2.2 – Classes de consistência.

Classe	Abatimento (mm)	Aplicações típicas
S10	$10 \leq A \leq 50$	Concreto extrusado, vibroprensado ou centrifugado
S50	$50 \leq A \leq 100$	Alguns tipos de pavimentos e elementos de fundação
S100	$100 \leq A \leq 160$	Elementos estruturais com lançamento convencional do concreto
S160	$160 \leq A \leq 220$	Elementos estruturais com lançamento bombeado do concreto
S220	≥ 220	Elementos estruturais esbeltos ou com alta densidade de armaduras

NOTA 1: De comum acordo entre as partes, podem ser criadas classes especiais de consistência explicitando a respectiva faixa de variação do abatimento.
NOTA 2: Os exemplos dessa tabela são ilustrativos e não abrangem todos os tipos de aplicações.

Fonte: (NBR 8953, 2015).

Em relação às outras propriedades do concreto, as prescrições da NBR 6118:2014 são válidas tanto para o concreto armado, quanto para o concreto protendido.

2.2 INTERAÇÃO SOLO ESTRUTURA

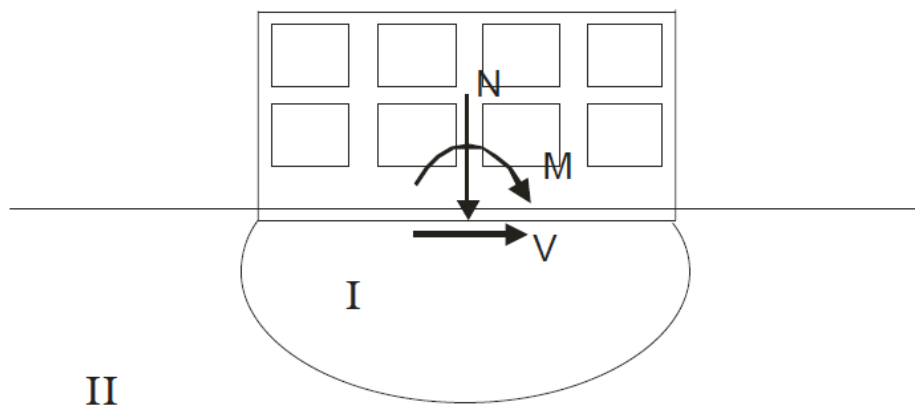
A análise da interação solo-estrutura tem como finalidade fornecer os deslocamentos reais da fundação e seus esforços internos. Esses esforços podem ser obtidos diretamente através da análise da interação ou, indiretamente, por meio

das pressões de contato. A determinação das pressões de contato é necessária para o cálculo dos esforços internos no radier, a partir do qual é feito seu dimensionamento estrutural.

O peso próprio e as cargas gravitacionais aplicadas pela estrutura resultam em tensões e deformações significantes na região do solo ao redor da fundação. A deformação no solo diminui a medida que a distância entre o ponto considerado e a fundação aumenta, e a região além desta distância exerce uma influência pouco significativa no comportamento global da estrutura. Conseqüentemente, essa região do solo pode ser modelada como rígida.

Na Figura 2.3, a região deformável do solo sob a fundação e a região em volta que pode ser idealizada como rígida são denominadas I e II respectivamente. O limite entre as duas regiões é determinado através de uma análise mais detalhada e a região I pode ser modelada como uma parte do sistema estrutural inteiro.

Figura 2.3 - Interação solo estrutura.



Fonte: (DÓRIA, 2007).

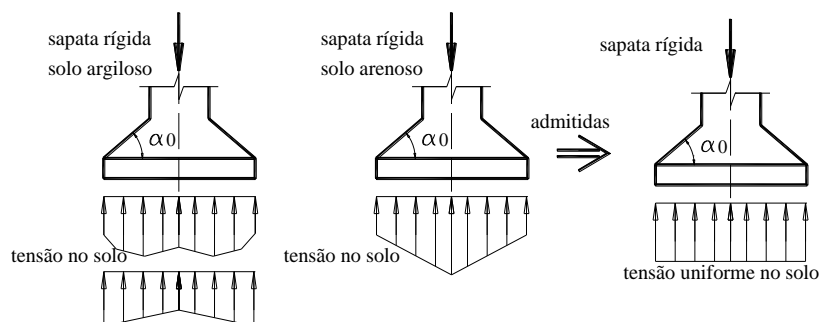
Segundo a VSL International LTD (1990), no primeiro passo a estrutura é analisada assumindo fundação rígida. No segundo passo, as reações determinadas na base da estrutura são aplicadas na fundação e a resultante das forças e momentos são obtidos na base para o dimensionamento da fundação. Dependendo da maneira

de determinar a distribuição de pressão no solo, vários métodos podem ser adotados. Esses incluem o método de distribuição de pressão linear no solo, método de fundação elástica simples e avançado e métodos mais sofisticados.

Para fundações relativamente pequenas, o método de distribuição de pressão linear no solo apresenta uma simplificação satisfatória. Para fundações flexíveis e ou relativamente grandes, o método de fundação elástica é mais apropriado. Este método assume que as pressões no solo são proporcionais as determinadas na fundação. A constante de proporcionalidade, k_s , é denominada de módulo de reação do solo. Em geral k_s varia ao longo da fundação. Entretanto, cálculos preliminares com um valor médio da constante são normalmente adotados.

Para solo granular e fundação flexível, os recalques não serão uniformes, com valores máximos ocorrendo perto das extremidades da fundação. Para solo não granular e fundação flexível, os recalques também serão não uniformes, mas o recalque máximo ocorrerá no centro da fundação. Em todo caso, porém, a pressão do solo sob uma fundação flexível tenderá a ser mais uniforme. Do contrário, para uma fundação rígida, os recalques serão mais ou menos uniformes considerando que a distribuição de pressão do solo não será uniforme, com valores de máximo ocorrendo perto do centro da fundação para solos granulares e se aproximando das extremidades para solos não granulares. Este conceito pode ser visto facilmente em publicações em que se estudam as sapatas um esquema deste é visto na Figura 2.4.

Figura 2.4 - Distribuição de tensões nas sapatas de acordo com o tipo de solo que caso de sapata rígida pode ser considerada linear (no caso uniforme).



Fonte: (CARVALHO E MIRANDA, 2013).

Os valores máximos de k_s ocorrem perto do centro da fundação em solo granular e se aproximam da extremidade da fundação em um solo não granular. Em todo caso, a distribuição de k_s seria em geral não uniforme.

O método da fundação elástica simples utiliza um valor constante de k_s . Por outro lado, vários métodos de fundação elástica avançada consideram a variação do módulo de reação do solo ao longo da fundação.

O comprimento L , é um parâmetro empregado como estimativa para o tamanho da região de influência de uma carga que age na fundação. Essa medida é proporcional à raiz quarta da razão entre a rigidez da fundação e do solo, então, alterações por fatores iguais a 2 ou 10, na relação da rigidez afetará o comprimento L por fatores iguais a 1,19 ou 1,78, respectivamente.

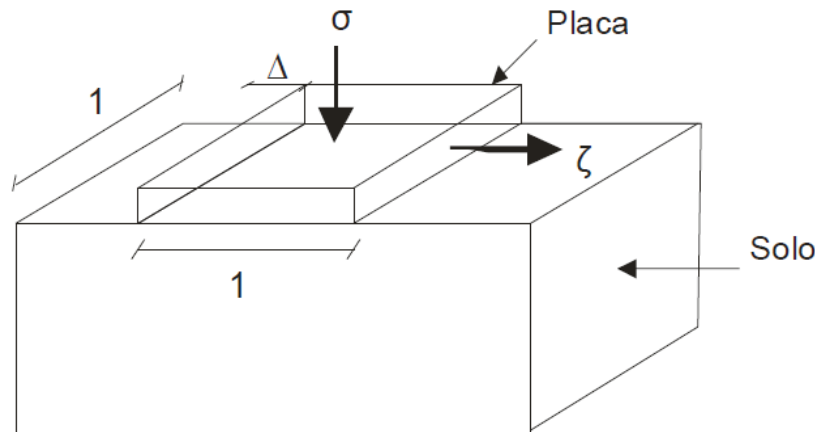
Segundo a VSL International LTD (1990), as deformações da fundação são consideradas como contendo ações na estrutura. Como consequência, as reações na base da estrutura mudarão, conduzindo a uma mudança adicional das deformações na fundação. Com técnicas iterativas satisfatórias as pequenas mudanças de reações e deformações poderão ser aproximadas a qualquer grau de precisão desejado.

O Engenheiro não só tem que considerar a transferência de cargas verticais, mas também a transferência de cargas horizontais. Normalmente, a transferência de forças de cisalhamento na base de uma fundação é tornada possível pela fricção do subgrade. Tipicamente, a relação V/N de forças são da ordem de 0.1 ou menos e consequentemente a transferência de cargas horizontais não cria em geral dificuldades. Porém, aonde há transferência de carga ou alta resistência, são desejados valores de fricção do subgrade. Baixos valores de fricção do subgrade reduzirão as ações causadas por mudanças volumétricas da fundação. Tais mudanças volumétricas são causadas principalmente por retração e efeitos de temperatura e para um menor grau de protensão e fluência do concreto.

O problema de fricção do subgrade ilustrado na Figura 2.5 onde mostra que um elemento de laje unitário é submetido a uma pressão normal constante, σ , e uma tensão cisalhante, τ . Estas tensões aplicadas são transferidas da laje pela interface da base do elemento para o solo subjacente. Aumentando τ , um deslocamento

Δ ocorrerá. Para baixos valores de τ não haverá nenhum deslocamento relativo na interface, o deslocamento inteiro Δ se dará devido à deformação no solo. Sob um valor mais alto de τ , começarão deslocamentos relativos na interface. O aumento de Δ será devido ao deslizamento puro na interface.

Figura 2.5 – Elementos de lajes com dimensões unitárias submetido à tensões normais e cisalhantes.



Fonte: (DÓRIA, 2007).

Para fins práticos, o comportamento não-linear pode ser idealizado. O comportamento rígido-plástico é frequentemente usado por causa de sua aplicação simples. Para fundações relativamente longas e de baixos coeficientes de fricção, esta idealização promoverá aproximações razoáveis. Um comportamento elasto-plasto, prevê uma melhor aproximação da relação cisalhamento/deslocamento atual. O comportamento elasto-plasto corresponde a uma deformação pura do solo e um deslizamento puro na interface, respectivamente. O deslocamento, Δ , pode variar de aproximadamente 0,5 a 2 mm, dependendo do tipo de interface. Para interfaces lisas, o valor de Δ será mais baixo que para interfaces ásperas.

Quanto maior for a rigidez da fundação, mais uniformes serão seus recalques. Se essa fundação receber mais de um pilar, os recalques diferenciais entre pilares serão menores. Pode-se uniformizar os recalques adotando fundações combinadas e enrijecendo-as.

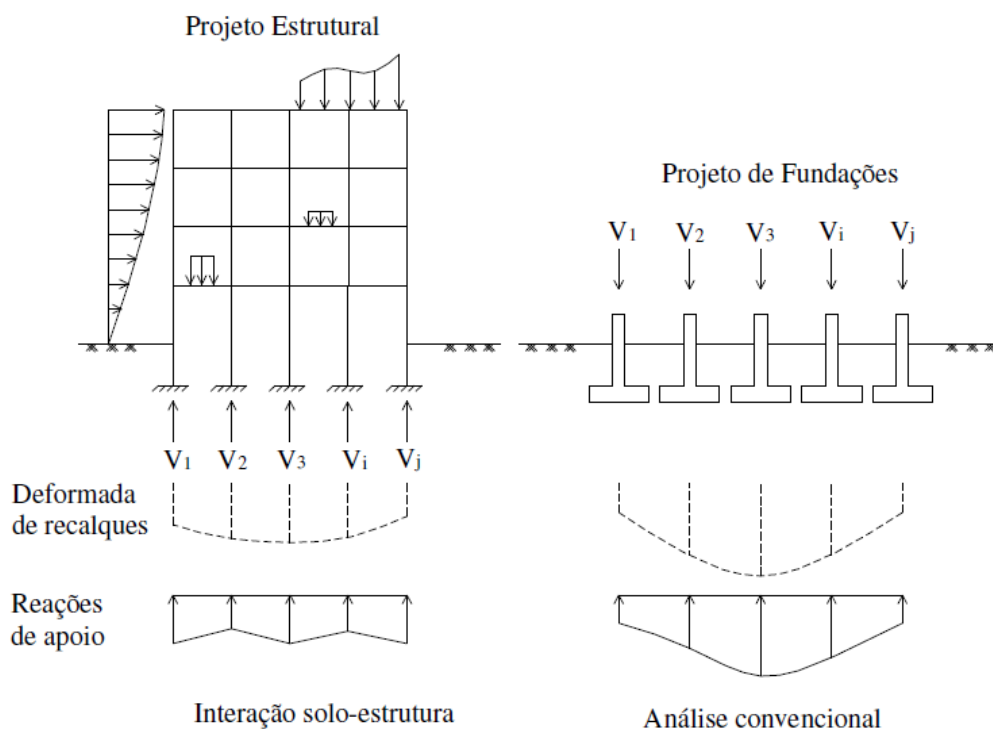
Essa análise de interação solo-estrutura pode ser feita com um método computacional em que um programa de análise de estruturas representa o solo

através de molas nos pontos que correspondem a fundação. Como foi mencionado, será utilizado neste trabalho o programa *gralha*, com interface gráfica, desenvolvido recentemente pelo grupo de pesquisa da UFSCar.

2.3 FATORES DE INFLUÊNCIA NA INTERAÇÃO SOLO ESTRUTURA

Genericamente, o mecanismo de interação solo-estrutura gera uma redistribuição de esforços nos elementos estruturais, de modo mais evidente nos pilares, em que ocorre a transferência de esforços dos pilares mais carregados para os menos carregados, o que pode causar o esmagamento dessas peças, em virtude da sobrecarga não prevista no dimensionamento convencional. Semelhante, e conseqüente, alteração ocorre com os valores dos recalques, sendo os diferenciais mais afetados do que os totais (Figura 2.6). Essa, sem dúvida, é a conclusão mais evidente nos trabalhos de Meyerhof (1953), Aoki (1987), Gusmão (1990 e 1994), Gusmão e Gusmão Filho (1994).

Figura 2.6 – Elaboração dos projetos estrutural e de fundações.



Fonte – (ADAPTADO DE GUSMÃO, 1990 e 1994).

Diversos são os fatores, ligados tanto ao sistema de fundação quanto à superestrutura, que afetam, com maior ou menor intensidade, os efeitos do mecanismo da interação solo-estrutura. O número de andares, o processo construtivo e a forma da planta baixa da edificação, a configuração e a profundidade da superfície indeformável são alguns dos principais itens.

2.3.1 RIGIDEZ RELATIVA ESTRUTURA-SOLO

A solidariedade, decorrente da ligação física, entre lajes, vigas e pilares confere ao edifício considerável rigidez, promovendo recalques diferenciais bem menos acentuados do que os calculados normalmente, e uma deformada de recalques mais suave.

Lopes e Gusmão (1991), após analisarem o comportamento de um pórtico, modelado como edifício de concreto armado, apoiado sobre meio elástico, propuseram, segundo a Equação (2.1), o parâmetro rigidez relativa estrutura-solo (k_{ss}) para avaliar, de forma aproximada, a variação da ordem de grandeza dos recalques.

$$k_{ss} = \frac{E_c \cdot I_b}{E_s \cdot l^4} \quad (2.1)$$

Onde:

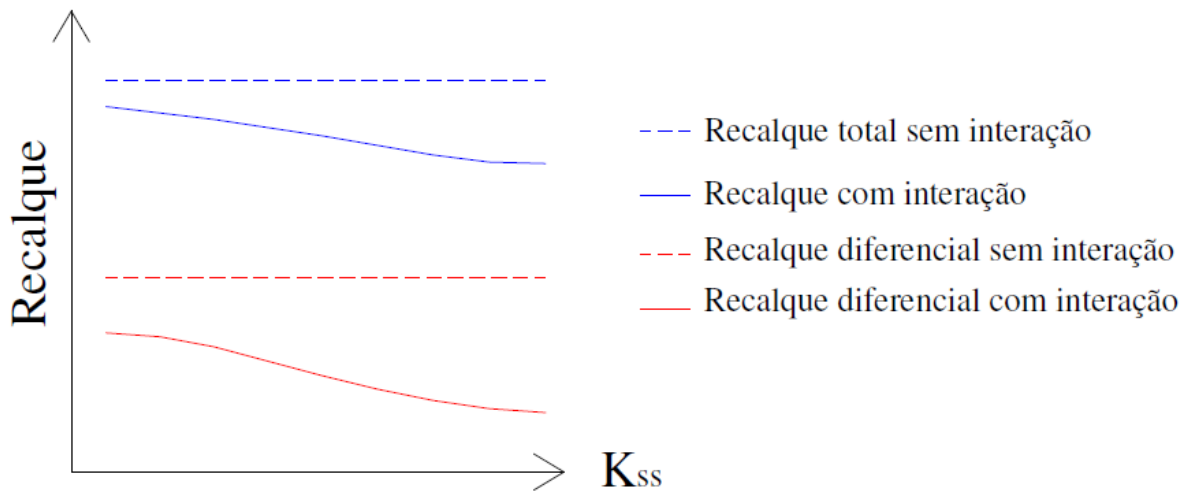
E_c : módulo de elasticidade do material da estrutura;

E_s : módulo de elasticidade do solo;

I_b : momento de inércia da viga típica;

l : comprimento do vão entre pilares.

Confirmando as observações do trabalho de (MEYERHOR, 1953), e (LOPES e GUSMÃO, 1991), os quais concluíram que, como mostra a Figura 2.7, o aumento do valor da rigidez relativa estrutura-solo (k_{ss}) reduz os valores dos recalques, afetando de modo mais acentuado o recalque diferencial.

Figura 2.7 – Recalque versus rigidez relativa estrutura-solo.

Fonte: (LOPES E GUSMÃO, 1991).

2.3.2 NÚMERO DE PAVIMENTOS

O aumento do número de pavimentos de um edifício conduz a uma estrutura global mais rígida. No entanto essa relação não apresenta comportamento linear monótono, ou seja, os primeiros pavimentos exercem influência significativamente maior que os últimos.

Ainda em Lopes e Gusmão (1991), os autores fixaram o valor de (k_{ss}) e variaram o número de pavimentos do pórtico. Os recalques diferenciais sofreram diminuição com o aumento do número de pavimentos. No mesmo trabalho, uma análise baseada no aumento gradativo do número de pavimentos mostrou que os primeiros andares exercem maior influência nos valores dos recalques diferenciais.

Segundo Gusmão e Gusmão Filho (1994), aumentando-se o número de pavimentos de um edifício, de maneira progressiva, a rigidez da estrutura tende a um valor limite tal que o aumento do número de andares não altera a parcela de força nos pilares, devido ao mecanismo de interação solo-estrutura, e faz com que os recalques, a partir desse ponto, tornem-se dependentes apenas do carregamento.

Moura (1995) afirma que as solicitações nos elementos da superestrutura, principalmente os momentos fletores nas vigas e nos pilares, originadas pela interação com o solo, são mais significantes nos primeiros andares e diminuem nos pavimentos superiores.

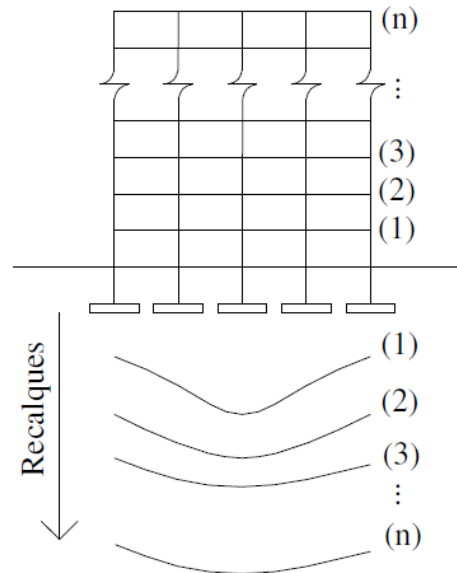
2.3.3 EDIFICAÇÕES VIZINHAS

Os resultados de Reis (2000) mostram que os recalques calculados, considerando a influência do grupo de edifícios, foram maiores que os obtidos considerando cada bloco isolado. Por outro lado, o efeito de grupo diminuiu com o aumento da distância entre os blocos vizinhos e os pontos em que os recalques foram calculados.

2.3.4 PROCESSO CONSTRUTIVO

A grande maioria dos trabalhos, experimentais e numéricos, sobre interação solo-estrutura adota a simplificação de que todo o carregamento só atuará sobre a estrutura após sua completa construção. No entanto, conforme foi dito nos itens 2.2.1.1 e 2.2.1.2, a rigidez da estrutura apresenta significativo acréscimo com o aumento do número de andares, portanto a sequência construtiva assume importante papel no mecanismo de interação solo-estrutura.

Gusmão e Gusmão Filho (1994) monitoraram prédios, desde o início das obras, na cidade do Recife – PE, e as leituras indicaram um aumento dos recalques como consequência do aumento das forças atuantes nos pilares. À medida que a construção progredia, a rigidez da estrutura também aumentava, com a tendência à uniformização dos recalques e a redistribuição das cargas (Figura 2.8).

Figura 2.8 – Influência da construção nos recalques

Fonte: (GUSMÃO E GUSMÃO FILHO, 1994).

2.4 PRESSÕES DE CONTATO

As características das cargas aplicadas constituem o fator mais importante na definição das pressões de contato, uma vez que a resultante dessas pressões deve ser igual e oposta à resultante das cargas. Além disso, a intensidade das cargas também influenciam a distribuição de pressões de contato, uma vez que com o aumento da carga, as pressões nas bordas se mantêm constantes e há um aumento das pressões de contato na parte central.

O segundo fator mais importante é a rigidez relativa entre o radier e o solo. Quanto mais flexível for a fundação, mais as pressões de contato refletirão o carregamento.

Segundo Meyerhof (1953), a rigidez relativa (R_r), em radiers, pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$R_r = \frac{E_c I}{E \cdot B^3} \quad (2.2)$$

Onde:

E_c : módulo de Young do material da placa;

I : momento de inércia da seção transversal da placa, por unidade de largura;

E : módulo de Young do solo;

B : largura da placa.

Schultze (1966) utiliza a seguinte expressão para definir a rigidez relativa (R_r):

$$R_r = \frac{E_c \cdot \frac{t^3}{12}}{E \cdot L^3} \quad (2.3)$$

Onde:

t : espessura da placa;

L : comprimento da placa.

As propriedades do solo afetam as pressões de contato uma vez que a resistência ao cisalhamento do solo determina as pressões máximas nos bordos.

2.5 CONSTANTES ELÁSTICAS DO SOLO

De acordo com Scarlat (1993), do ponto de vista teórico, o método mais preciso para se considerar a deformabilidade do solo é através de uma análise interativa tridimensional, na qual o solo e a estrutura são idealizados como um sistema único.

Nesse tipo de análise, o solo é considerado até os limites em que os efeitos de tensão possam ser desprezados e, nesse caso, a existência de apoios para os limites não teriam efeito algum sobre a resposta da ISE (Interação solo-estrutura).

Esse tipo de análise é muito sofisticado e requer métodos numéricos, como por exemplo, o Método dos Elementos Finitos. Dessa maneira, esse processo está ao alcance de poucos profissionais, sendo que normalmente, necessita-se de uma grande experiência e de um conhecimento aprofundado a respeito de modelos constitutivos. Por esse motivo, tal alternativa tem sido empregada apenas no meio científico e eventualmente no meio prático, quando a importância do problema justifica esse tipo de análise.

Scarlat (1993) relata que uma maneira mais simplificada de quantificar o efeito da deformabilidade dos solos, embora menos precisa que a análise interativa considerando meio contínuo tridimensional, consiste em considerar uma série de molas discretas sob a base da fundação. Estas molas são representadas pelo coeficiente de apoio elástico k_s (kN/m), que é diretamente proporcional ao módulo de reação k_i (kN/m³) e à área carregada A_f (m²), conforme Equação (2.4). Assim como Shukla (1984), Scarlat (1993) também apresenta uma abordagem simplificada para a determinação do módulo de reação.

$$k_i = \frac{k_s}{A_f} \quad (2.4)$$

Esse procedimento simplificado é baseado na Hipótese de Winkler e negligencia a interação das molas adjacentes, sendo que os erros tendem a crescer para o caso de solos pouco rígidos. Para o caso de deformação vertical a Hipótese de Winkler é dada pela equação:

$$\sigma(x, y) = k_s^v \cdot w(x, y) \quad (2.5)$$

Onde:

$\sigma(x, y)$: tensão de contato média na base da fundação;

$w(x, y)$: deslocamento vertical;

k_s^v : módulo de reação vertical, sendo este valor definido em função do tipo de solo que compõe o maciço de fundação.

Segundo Souza (2006), se for assumido que a base da fundação permanece rígida após a deformação elástica do solo, é possível admitir, de maneira aproximada, uma variação linear das tensões. Consequentemente, o conjunto de molas pode ser substituído por três molas globais no centro da fundação, com as seguintes características:

k_v : (kN/m) coeficiente de mola para os deslocamentos verticais, w ;

k_h : (kN/m) coeficiente de mola para os deslocamentos horizontais, (x, y) ;

k_θ : ($kN.m/rad$) coeficiente de mola para as rotações, (φ, ω) .

Os coeficientes de apoio elásticos apresentados anteriormente permitem calcular os deslocamentos a partir da Hipótese de Winkler, conforme ilustram as equações:

$$w = \frac{N}{k_v} = \frac{F}{k_s^v \cdot A_f} \quad (2.6)$$

$$v = \frac{N}{k_h} = \frac{F}{k_s^h \cdot A_f} \quad (2.7)$$

$$\varphi = \frac{M}{k_{\theta}} = \frac{M}{k_s^{\varphi} \cdot I_f} \quad (2.8)$$

Normalmente costuma-se assumir $k_s = k_s^v = k_s^s = k_s^{\varphi}$. Entretanto, vários ensaios têm demonstrado que tais valores são normalmente diferentes. Isso ocorre uma vez que o módulo de reação k_s não é uma constante do solo e depende de uma série de fatores tais como: forma e dimensões da fundação e tipo de construção.

Como já foi explicado, representa-se o radier como uma grelha sobre base elástica, ou seja, sobre um sistema de molas, as quais são posicionadas nos nós da grelha. Para o dimensionamento do radier é necessário conhecer a constante elástica (k) da mola, que depende do tipo do solo. Essa constante pode ser determinada através de:

- ensaio de placa;
- correlações;
- tabelas;
- cálculo do recalque da fundação real.

2.5.1 ENSAIO DE PLACA

Segundo Souza (2017), a determinação do módulo de reação do subleito pode ser feita através de ensaios de placa em campo, onde diversas normativas internacionais apresentam peculiaridades com relação ao método de ensaio.

No Brasil, o ensaio de placa é padronizado pela NBR 6489:1984 e pode ser utilizado para obter parâmetros de deformação, parâmetros de resistência, prever o recalque de uma fundação por extrapolação direta e para obter o coeficiente de reação vertical (k_v).

Segundo a norma brasileira NBR 6489:1984, o ensaio de placa deve ter as seguintes características:

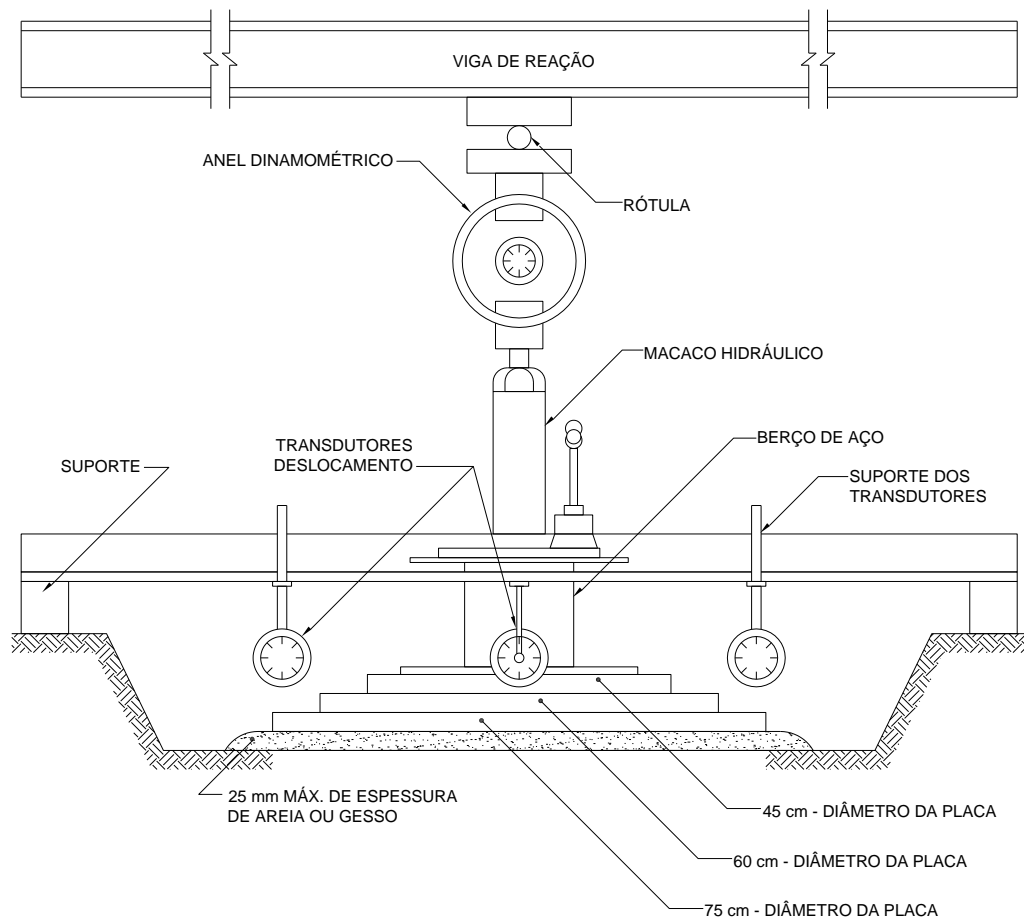
- a cota da superfície de carga deverá sempre ser a mesma que a das eventuais bases do radier da futura fundação;
- placa circular com área de 0,5 m², ocupando todo fundo da cava;
- a relação entre a largura e a profundidade do poço para a prova deve ser a mesma que entre a largura e a profundidade da futura fundação;
- ao abrir-se o poço, todos os cuidados serão necessários para evitar alteração do grau de umidade natural e amolgamento do solo na superfície de carga;
- o dispositivo de transmissão de carga deve ser tal que a mesma seja aplicada verticalmente, no centro da placa, e de modo a não produzir choques ou trepidações;
- os recalques devem ser medidos por extensômetros sensíveis a 0,01 mm, colocados em dois pontos diametralmente opostos da placa;
- os dispositivos de referência para medidas de recalque devem estar livres da influência dos movimentos da placa, do terreno circunvizinho, do caixão ou das ancoragens; seus apoios devem achar-se a uma distância igual a pelo menos 1,5 vez o diâmetro ou lado da placa, medida a partir do centro desta última.

Segundo Souza (2017), além da NBR 6489:1984, as principais normativas para ensaios de placa são a ASTM D 1196 (2004), IS:9214 (1997) e a DIN 18134 (2012).

Segundo recomendações da normativa americana ASTM D 1196 (2004) um conjunto de placas circulares não menos de 25.4 mm de espessura dispostos em pirâmides (para assegurar a rigidez) podem ser usadas. Um mínimo conjunto de quatro tamanhos diferentes de placas deve ser utilizado, embora a normativa faça exceções que permite o uso de somente uma placa de espessura uniforme. Com

relação ao diâmetro da placa de ensaio as mesmas podem variar de 152 mm a 762 mm, sendo que para o formato da pirâmide de placas elas não devem diferir em mais de 152 mm de diâmetro. A normativa indiana IS:9214 (1997) faz uma recomendação para o uso de uma placa de 750 mm de diâmetro com 25 mm de espessura, com a possibilidade também da utilização de placas menores como por exemplo 450mm, 400mm e 300mm. A norma alemã DIN 18134 (2012) demonstrou-se um pouco mais rigorosa com relação aos requisitos da placa especificando um aço especial na sua composição de acordo com a DIN EM 10025-1 (2004). Com relação aos diâmetros das placas que podem ser utilizadas a normativa faz menção ao uso individual com o valor de 300 mm e um aparato com o aproveitamento da placa de 300 mm para as placas de 600 mm e 762 mm, na qual as suas espessuras devem ser no mínimo de 25mm, 20mm e 20mm, respectivamente.

Segundo Souza (2017), outro ponto muito importante em relação ao ensaio refere-se a medida dos deslocamentos da placa e também cada normativa adota seu parâmetro. Por exemplo, a ASTM D 1196 (2004) recomenda o uso de pelo menos dois transdutores de deslocamento com resolução de 0.03 mm com capacidade para registrar 25.4 mm. A normativa IS:9214 (1997) recomenda pelo menos três transdutores de deslocamento colocados de maneira uniforme a cada 120° com uma resolução de 0.01 mm. Por último a normativa DIN 18134 (2012) recomenda o uso de somente um transdutor de deslocamento colocado no centro da placa com resolução de 0.04 mm. A Figura 2.9 evidencia um aparato de ensaios de placas.

Figura 2.9 – Esquema estático do ensaio de placa.

Fonte: (ADAPTADO DE IS:9214, 1997).

Souza (2017) faz alguns comentários pontuais com relação aos três métodos citados principalmente no que se diz respeito à medição dos deslocamentos. Nesse caso a normativa indiana e a americana estão a favor da segurança uma vez que a placa deve se deslocar de maneira uniforme, assim fica muito mais prático verificar distorções que possam ocorrer nos ensaios. Segundo a ACI 360 R-10 (2010) para a realização do ensaio de placa deve-se fazer um planejamento e um programa de execução o que de maneira geral torna o ensaio demorado e com custo elevado. Segundo Souza (2017), os diâmetros das placas tem influência direta no valor do coeficiente de reação vertical do solo uma vez que quanto menor o valor do diâmetro da placa maior o coeficiente de reação vertical do solo.

2.5.1.1 EXECUÇÃO DA PROVA DE CARGA

Segundo a norma NBR 6489:1984, no ensaio de placa deve-se verificar os seguintes processos:

- carga aplicada à placa em estágios sucessivos de no máximo 20% da taxa admissível provável do solo;
- em cada estágio de carga, os recalques serão lidos imediatamente após a aplicação desta carga e após intervalos de tempo sucessivamente dobrados (1, 2, 4, 8, 15 minutos, etc.). Só será aplicado novo acréscimo de carga depois de verificada a estabilização dos recalques (com tolerância máxima de 5% do recalque total neste estágio, entre leituras sucessivas);
- o ensaio deve ser levado até pelo menos observar-se um recalque total de 25 mm ou até atingir-se o dobro da taxa admitida para o solo;
- a carga máxima alcançada no ensaio, caso não se vá até à ruptura, deve ser mantida pelo menos durante 12 h;
- a descarga deve ser feita em estágios sucessivos, não superiores a 25% da carga total, lendo-se os recalques de maneira idêntica à do carregamento e mantendo-se cada estágio até a estabilização dos recalques, dentro da precisão admitida.

Alguns cuidados são necessários na execução e interpretação dos ensaios de placas, dentre os quais, citam-se:

- Heterogeneidade: caso haja estratificação do terreno, os resultados do ensaio poderão indicar muito pouco do que acontecerá à fundação real;
- Presença de lençol d'água: o recalque de placas em areias submersas pode ser até duas vezes maior que em areias secas ou úmidas;

- Drenagem parcial: em solos argilosos, pode ocorrer adensamento, com isso o recalque observado estará entre o instantâneo e o final ou drenado;
- Não linearidade da curva carga-recalque: pode haver uma forte não linearidade, e pode haver mudança de comportamento quando o carregamento atinge a tensão de pré-adensamento.

Como resultados do ensaio é apresentada uma curva pressão-recalque onde figuram as observações feitas no início e no fim de cada estágio de carga, com indicação dos tempos decorridos.

Quando o objetivo é obter o coeficiente de reação vertical, (k_v), considerando que a relação pressão-recalque é linear, para métodos de análise de fundações que utilizam a Hipótese de Winkler aplica-se:

$$k_v = \frac{q}{w} \quad (2.9)$$

Onde:

k_v : módulo de reação vertical;

q : carga aplicada;

w : deslocamento.

Segundo Vilela (2016) muitos fatores interferem no módulo de reação ocasionando diferenças nos valores obtidos em campo, e aqueles resultantes do ensaio de placa. Alguns fatores são:

- o solo não é perfeitamente elástico;
- as dimensões da fundação;
- a profundidade da fundação;

- variações nas camadas do solo;
- dificuldades em reproduzir as condições do campo em laboratório.

Segundo Souza (2017), sobre a execução do ensaio de placas a ASTM D 1196 (2004) recomenda uma taxa de aplicação da carga moderadamente rápida com incrementos uniformes, onde cada incremento de carga aplicado possa produzir um deslocamento da placa de 0.03 mm/min. Vale lembrar que as cargas e deslocamentos dos incrementos obtidos devem ser gravados até que a capacidade total de carga do sistema seja atingida ou o deslocamento desejado seja obtido. Após um dos critérios for atingido monitorar o deslocamento por três minutos não ultrapassando uma taxa de 0.03 mm/min.

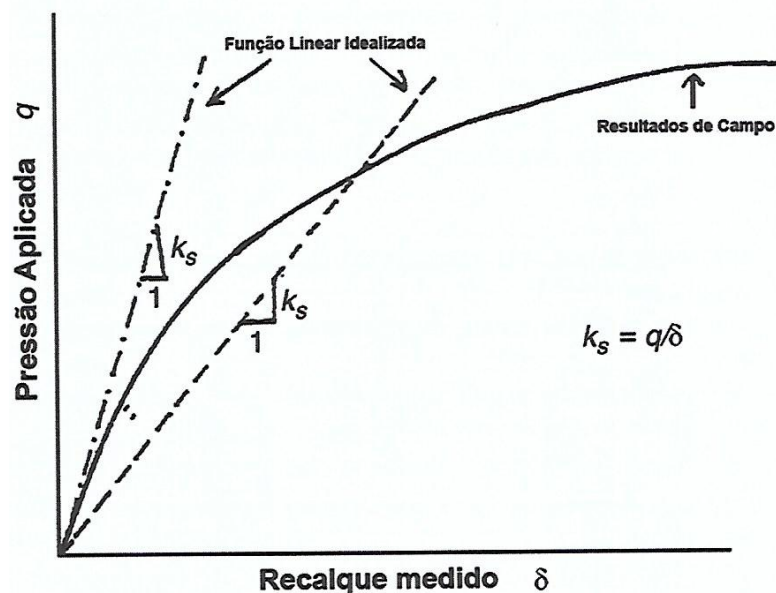
A norma IS: 9214 (1997) apresenta dois métodos para a execução do ensaio de placas sendo o primeiro método mais indicado para pavimentos e pisos industriais. O método II diga-se a critério de comentário mais próximo da ASTM D 1196 (2004) a placa deve ser ajustada para o primeiro carregamento com uma tensão inicial de 0.07 kgf/cm² e liberada depois de alguns segundos. Uma carga suficiente para produzir aproximadamente um recalque de 0.85 mm deve ser aplicado e quando não há aumento perceptível do recalque ou no caso dos solos argilosos quando a taxa de recalque for menor que 0.025 mm/min a média das leituras dos deslocamentos dos transdutores deve ser anotada. A carga deve ser aumentada até que não haja um recalque adicional de aproximadamente 0.25 mm e esse procedimento deve ser repetido até a produção de um recalque total de pelo menos 1.75 mm.

A norma DIN 18134 (2012) recomenda para o cálculo do módulo de reação subleito utilizando o recurso de ensaio de placas o modelo de placa de 762 mm de diâmetro principalmente para pavimentos de aeroportos. Inicialmente um pré-carregamento deve ser feito com uma tensão de 0.05 kgf/cm² mantendo uma taxa de recalque menor que 0.02 mm/min. Posteriormente a carga deve ser aplicada em incrementos produzindo tensões normais de 0.4 kgf/cm², 0.8 kgf/cm², 1.4 kgf/cm² e 2.00 kgf/cm², onde a cada estágio de carregamento a carga deve ser mantida e a taxa de recalque monitorada não sendo maior que 0.02 mm/min.

Como observado ao longo desse tópico os dados de carga ou tensão versus recalque são anotados ou gravados através do sistema de aquisição de dados automaticamente, assim a ACI 360 R-10 (2010) menciona na possibilidade de plotar um gráfico de tensão versus recalque cujos resultados representam uma curva não linear onde um recalque deve ser assumido para se calcular o valor do coeficiente de reação vertical do solo (k).

A figura 2.10 representa o diagrama proposto.

Figura 2.10 – Diagrama de tensão versus recalque para ensaio de placa.



Fonte: (ADAPTADO DE ACI 360 R-10, 2010).

Segundo Souza (2017) para a determinação do cálculo do coeficiente de reação vertical do solo (k) levando em conta o ensaio de placa a ASTM D 1196 (2004) infelizmente não faz menção para tal de como proceder após os resultados obtidos. A IS:9214 (1997) apresenta dois métodos interessantes para o cálculo levando em conta abordagens diferentes. O primeiro método leva em consideração um recalque padrão para a placa de 1.25 mm, ou seja, quando for atingido esse recalque observa-se a pressão no sistema, onde se torna importante lembrar que independe do tamanho da

placa utilizada. A Equação 2.10, mostra como encontrar o coeficiente de reação vertical do solo através desse primeiro método.

$$k = \frac{p}{0.125} \quad (2.10)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm² ou kgf/cm³;

p : pressão correspondente para um para um recalque de 1.25 mm (0.125 cm) em kgf/cm².

A Figura 2.11 mostra o esquema adotado para o cálculo do coeficiente de reação vertical do solo levando em conta o primeiro método de acordo com a IS:9214 (1997).

Alternativamente a norma indiana apresenta o segundo método que consiste em fixar uma tensão padrão de 0.70 kgf/cm² e dividir pelo recalque correspondente. A equação 2.11 evidencia o cálculo do coeficiente de reação vertical do solo (k) para o segundo método proposto. Importante comentar que o segundo método proposto pela norma indiana requer a utilização da placa padrão de 75 cm de diâmetro, ou seja, quando for atingida uma pressão de 0.70 kgf/cm² no sistema a carga correspondente deve ser de 3100 kgf.

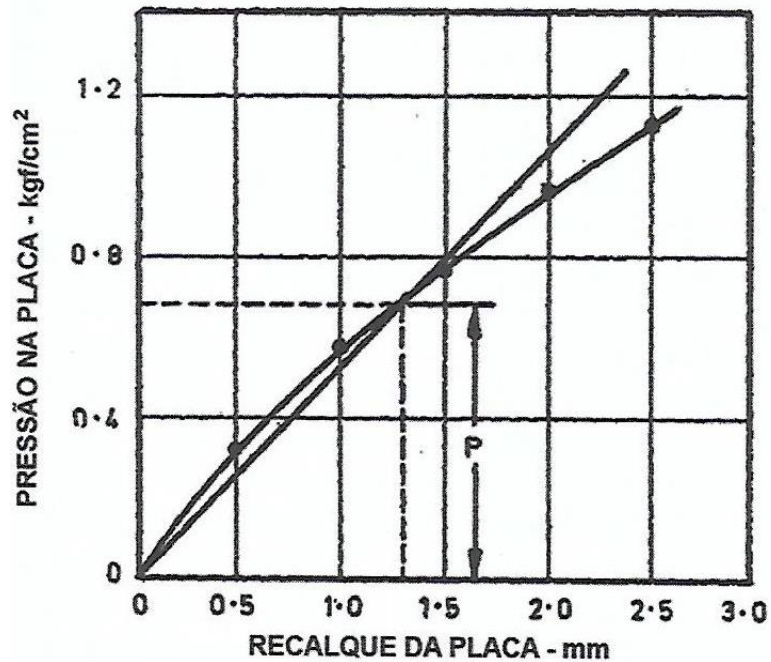
$$k = \frac{0.70}{d} \quad (2.11)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm² ou kgf/cm³;

d : recalque em cm correspondente a uma pressão de 0.70 kgf/cm².

Figura 2.11 – Considerações adotadas para o primeiro método no cálculo do coeficiente de reação vertical do solo (k).



Fonte: (ADAPTADO DE IS:9214, 1997).

A normativa DIN 18134 (2012) apresenta um único método para o cálculo do coeficiente de reação vertical do solo (k) levando em consideração um recalque padrão para a placa de 1.25 mm, ou seja, quando for atingido esse recalque observa-se a pressão no sistema, onde se torna importante lembrar que a placa recomendada é de 762 mm de diâmetro. A Equação 2.12, mostra como proceder ao cálculo para a referida norma.

$$k = \frac{\sigma_0}{0.00125} \quad (2.12)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em MN/m³;

σ_0 : Tensão normal média em MN/m³

A não-linearidade dessa relação pode ser levada em consideração em métodos de cálculo sofisticados, que representam o solo por uma mola não linear. Alguns cuidados permitem a consideração da não linearidade da relação pressão-recalque. É quando o (k) é obtido na faixa de pressões prevista.

Segundo Vilela (2016), é difícil estabelecer uma relação entre o módulo de reação do solo e o módulo de deformabilidade E , uma vez que a resposta dos modelos diferem em função da rigidez da fundação. Existem algumas relações com esse fim, como a baseada nos estudos de Perloff (1975) *apud* Velloso e Lopes (2014), sobre o recalque da placa rígida em meio elástico homogêneo:

Antes de ser utilizado, o (k) precisa ser corrigido para a forma e as dimensões da fundação real. O coeficiente de reação não é uma propriedade apenas do solo, mas também da forma (I_s) e da dimensão (B) da fundação. Sendo assim, para um meio elástico homogêneo e semi-infinito tem-se:

$$k = \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{I_s} \cdot \frac{1}{B} \quad (2.13)$$

Onde:

B : menor dimensão do radier

ν : coeficiente de Poisson

E : módulo de Young

I_s : fator de forma do radier e de sua rigidez (tabela 2.3)

Tabela 2.3 – Valores do coeficiente de forma (I_s) para um carregamento na superfície e um meio de espessura infinita.

Forma	FLEXÍVEL			RÍGIDO
	Centro	Borda	Média	
Círculo	1,00	0,64	0,85	0,79
Quadrado	1,12	0,56	0,95	0,99
Retângulo L/B				
1,5	1,36	0,67	1,15	
2,0	1,52	0,76	1,30	
3,0	1,78	0,88	1,52	
5,0	2,10	1,05	1,83	
10,0	2,53	1,26	2,25	
100,0	4,00	2,00	3,70	
1000,0	5,47	2,75	5,15	
10000,0	6,90	3,50	6,60	

Fonte: (ADAPTADO DE VELLOSO E LOPES, 2014).

Segundo Velloso e Lopes (2014), o módulo de reação vertical definido com ensaios de placa pode ser corrigido em função da dimensão e da forma da fundação real, conforme ilustram as Equações 2.14 (para solos arenosos) e 2.15 (para solos argilosos).

$$(k)_{fundação} = (k)_{placa} \left(\frac{B_{fundação} + B_{placa}}{2B_{fundação}} \right)^2 \quad (2.14)$$

$$(k)_{fundação} = (k)_{placa} \cdot \left(\frac{A_{placa}}{A_{fundação}} \right) \quad (2.15)$$

Onde:

$B_{fundação}$: largura do radier;

B_{placa} : largura da placa;

$A_{fundação}$: área da fundação;

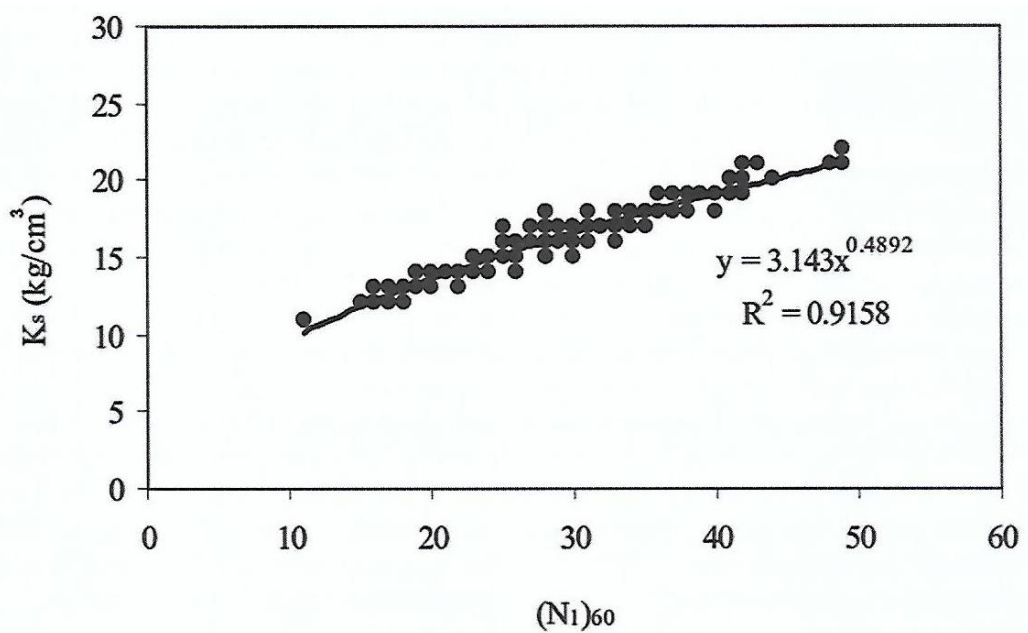
A_{placa} : área da placa.

2.5.2 CORRELAÇÕES COM O SPT – STANDARD PENETRATION TEST

Segundo Souza (2017), a sondagem a percussão com SPT – Standard Penetration Test tornou-se um dos principais processos de investigação do subsolo para fins de projeto em fundações, cuja origem surgiu por volta de 1927 e o método foi padronizado através da ASTM D 1586 (1992). Já no Brasil a abordagem dos parâmetros pode ser consultada pela normativa NBR 6484 (2001). Segundo Velloso e Lopes (2011) o ensaio de SPT tem uma primeira utilidade na indicação da compacidade de solos granulares e da consistência de solos argilosos. Vale ressaltar uma questão importante com relação à energia efetivamente aplicada no ensaio de SPT que varia com o método de aplicação dos golpes, e isso implica que no Brasil a energia aplicada encontra-se na ordem de 70% da energia nominal e nos Estados Unidos o sistema trabalha com uma energia de 60%, assim sendo conhecido como N_{60} . Atualmente o ensaio tornou-se o mais popular e econômico para obtenção de dados na concepção geotécnica que pode ser dividida em direta e indireta. Na abordagem direta a medição in-situ coleta informações dos parâmetros do solo, e na abordagem indireta conduzem a métodos de interpretação que permitem a avaliação dos parâmetros do solo. Assim os métodos indiretos através do SPT podem ser usados para obter estimativas iniciais do coeficiente de reação vertical do solo (k) nos quais influenciam o comportamento estrutural. Moayed e Naeini (2006) apresentam dados para correlacionar o SPT com o coeficiente de reação vertical do solo (k) levando em conta solos granulares (cascalho e pedregulho) na região de Teerã – Irã. Em adicional os pesquisadores fizeram o ensaio de placa com tamanho de 30 cm que posteriormente podem ser calculados levando em conta o tamanho da fundação e uma formulação para encontrar os valores do coeficiente de reação vertical (k) baseada em ensaios de SPT que pode ser observada através da Equação 2.16. A

Figura 2.12 mostra os gráficos obtidos da relação do SPT com o coeficiente de reação vertical do solo (k).

Figura 2.12 – Correlação entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k).



Fonte: (MOAYED E NAEINI, 2006).

$$k = 3,143(N_1)_{60}^{0,489} \quad (2.16)$$

Onde:

$(N_1)_{60}$: valor de SPT levando em conta a energia de 60%;

k : coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm^3

A normativa IS:2950 (1981) apresenta uma correlação entre as características do solo incluindo o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k) levando em conta os solos não coesivos. Segundo Souza (2017), dois pontos interessantes merecem comentário, o primeiro trata-se que os valores fornecidos pela referida

norma correspondem também de forma equivalente para uma placa quadrada de 30 cm x 30 cm. O segundo ponto considera os valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) no estado seco e úmido, bem como na situação saturada, com isso pode-se observar que os valores na situação saturada encontram-se menores. A tabela 2.4 reproduz os valores referentes a IS:2950 (1981).

Tabela 2.4 – Valores do coeficiente de reação do solo (k) para solos não coesivos.

Característica do solo	Coeficiente de reação vertical do solo (kgf/cm ³)	
	Estado Seco ou Úmido	Estado Saturado
Standard Penetration Test (N)		
<10	1.50	0.90
10 a 30	1.50 a 4.70	0.90 a 2.90
> 30	4.70 a 18.0	2.90 a 10.80

Fonte: (ADAPTADO DE IS:2950, 1981)

Leoni (2016) apresentou equações e gráficos que correlacionam o SPT com o coeficiente de reação vertical do solo (k) para areias, tanto na condição seca e úmida como saturada. As Equações 2.17 e 2.18 podem ser observadas abaixo bem como a Figura 2.13 que apresenta os valores graficamente.

$$k = (N \cdot 0,04)^{4,3} + (N \cdot 0,25) \quad (2.17)$$

Onde:

N : valor de SPT;

k : coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm³ - Condição seca e úmida.

** O autor não menciona qual a energia utilizada no SPT

$$k = (N \cdot 0,04)^{3,7} + (N \cdot 0,12) \tag{2.18}$$

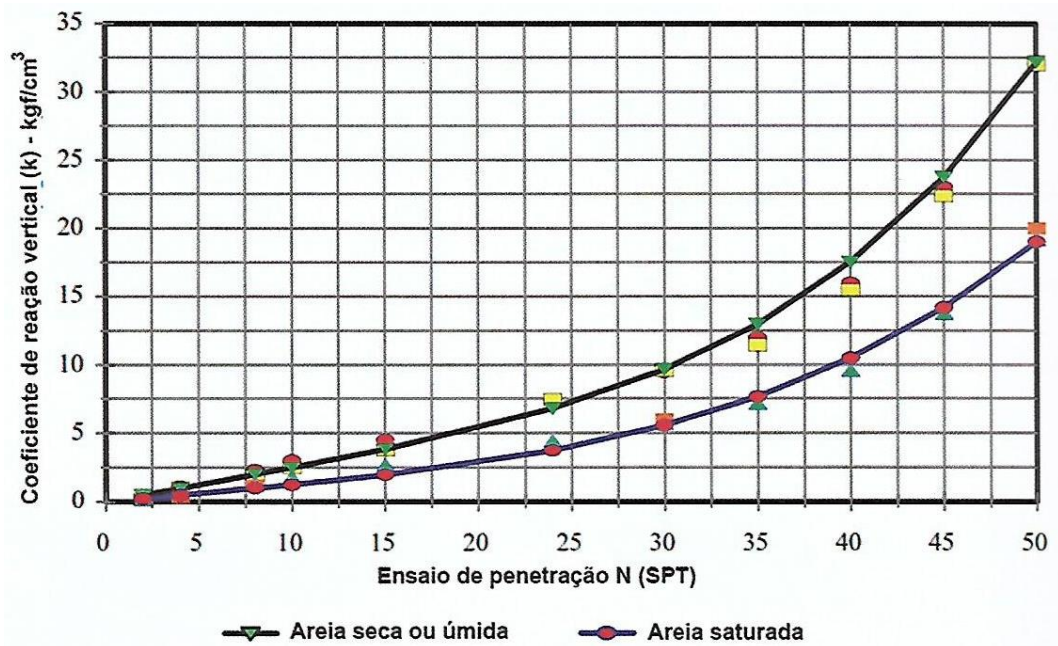
Onde:

N : valor de SPT;

k : coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm^3 - Condição saturada.

** O autor não menciona qual a energia utilizada no SPT

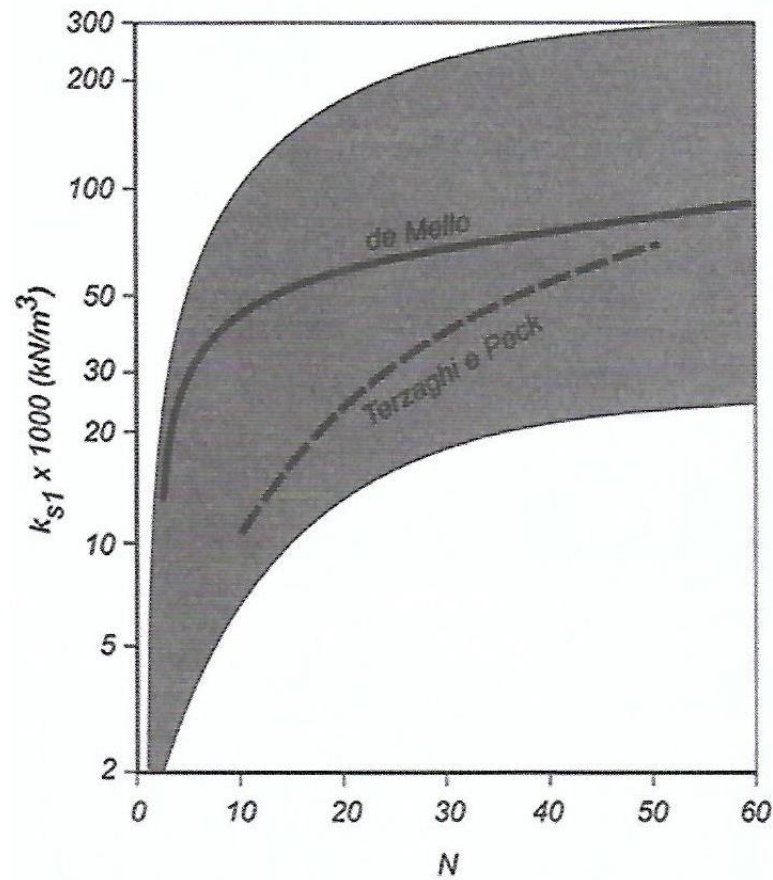
Figura 2.13 – Correlação entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k).



Fonte: (ADAPTADO DE LEONI, 2016).

De Mello (1971) plotou um gráfico com correlações entre o coeficiente de reação vertical (k) e o SPT onde está indicada uma faixa que se situam os valores encontrados na literatura por outros pesquisadores também. Ainda segundo De Mello (1971) a faixa encontrada apresenta grande amplitude, na qual ele conclui que a correlação torna-se fraca, ou seja, os valores encontrados na faixa mínima e máxima possuem grande discrepância, no entanto o gráfico pode ser mostrado na Figura 2.14 e pode ser usado como referência.

Figura 2.14– Correlação entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k).



Fonte: (ADAPTADO DE VELLOSO E LOPES, 2011).

Scott (1981) fez uma proposta para encontrar o coeficiente de reação vertical do solo (k) através de uma equação empírica baseada nos valores de SPT para solos arenosos. A Equação 2.19 evidencia a proposta.

$$k = 1,8 \cdot N \quad (2.19)$$

Onde:

(N): valor de SPT

k : coeficiente de reação vertical do solo em MN/m³

** O autor não menciona qual a energia utilizada no SPT

Naeini *et. al.*, (2014) estudou melhores ajustes entre correlações do SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k) para o Sul de Qazvin no Irã que consiste em um aluvião na qual é constituído de solos argilosos com baixa plasticidade. A Equação 3.17 mostra a correlação encontrada para o estudo, no entanto vale lembrar que os valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) provenientes da referida equação são crescentes à medida que os valores de SPT aumentam validados para argilas rija e muito rija. Em adicional os pesquisadores obtiveram uma compatibilidade da Equação 3.20 com os ensaios de placa com diâmetro de 30 cm.

$$k = 0,96(N_1)_{60} \quad (2.20)$$

Onde:

$(N_1)_{60}$: valor de SPT levando em conta a energia de 60%

k : coeficiente de reação vertical do solo em MN/m³

Naeini *et. al.*,(2014) também aplicou a equação de Vesic (1961) com referência em vários pesquisadores no intuito de prover correlações entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k). A Tabela 2.5 mostra os valores propostos lembrando que o SPT refere-se ao N_{70} . Vale lembrar que os valores também podem ser assumidos considerando uma placa com lado de 30 cm.

Tabela 2.5 – Valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) correlacionados com o SPT – N_{70} .

Referência	Tipo de solo	Coeficiente de reação vertical do solo (MN/m ³)
BOWLES (1996)	Argila arenosa	$k=1,17(N_{70})+17,6$
WEBB (1969)	Argila arenosa	$k=1,2(N_{70})+6,07$
BOWLES (1996)	Silte, areia siltosa ou argila siltosa	$k=1,1(N_{70})+6,6$
BEHPOOR e GHAHRAMANI (1989)	Argila baixa plasticidade e silte de baixa plasticidade	$k=0.622$

Fonte: (ADAPTADO DE NAEINI ET. AL., 2014).

Caso seja necessário transformar os resultados baseados em N_{60} , ou seja, utilizar 60% da energia nominal pode-se utilizar a Equação 3.21 para conversão.

$$N_{60} = \frac{(N_1)_{70}}{6/7} \quad (2.21)$$

Onde:

$(N)_{60}$: valor de SPT levando em conta a energia de 60%

$(N_1)_{70}$: valor de SPT levando em conta a energia de 70%

Estes valores apresentados na literatura e por ensaios de placa devem ser corrigidos de acordo com a forma e a dimensão da placa. Este coeficiente é uma resposta do solo a um carregamento aplicado por uma determinada estrutura e não uma propriedade apenas do solo. Segundo o American Concrete Institute (1988), a transformação do k_{s1} obtido no ensaio de placa para o (k) que é utilizado no cálculo da fundação pode ser feita com:

$$k = k_{s1} \cdot \left(\frac{b}{B}\right)^n \quad (2.22)$$

Onde:

n : coeficiente que varia entre 0,5 e 0,7.

No caso do radier, o valor de B é muito grande causando um (k) pequeno.

2.5.3 USO DE TABELAS E MÉTODOS PROPOSTOS POR VÁRIOS PESQUISADORES

Segundo Souza (2017), devido a complexidade do comportamento do solo a avaliação do coeficiente de reação vertical do solo (k) tornou-se sofisticada, um dos problemas mais recorrentes na área da engenharia geotécnica. Segundo Daloglu e Vallabhan (2000) entre os anos de 1950 e 1980 inúmeros estudos foram propostos por diversos pesquisadores no intuito de colaborar no aumento da precisão dos valores no uso do coeficiente de reação vertical do solo (k). Ainda nos dias atuais não há informações suficientes na literatura sobre a validade computacional e a precisão na engenharia prática por isso toda literatura a respeito dessa problemática torna-se bem vinda.

Biot (1937) apresentou sua proposta para o cálculo do coeficiente de reação vertical do solo (k) considerando uma viga infinita com uma carga concentrada apoiada em um solo elástico contínuo de três dimensões. A Equação 2.23 mostra a proposta empírica.

$$k = 1,23 \left[\frac{1}{c(1-\nu^2)} \cdot \frac{E_s \cdot b^4}{E_b \cdot I} \right]^{0,11} \cdot \frac{E_s}{c(1-\nu^2)} \quad (2.23)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em lbs/in^3 ;

E_s : módulo de elasticidade do solo em lbs/in^2 ;

b : metade da largura da viga em in ;

E_b : módulo de elasticidade da viga em lbs/in^2 ;

I : momento de inércia da viga em in^4 ;

c : comprimento da viga em in ;

ν : coeficiente de Poisson do solo.

É possível obter os valores da constante elástica na literatura. A Tabela 3.3 apresenta os valores sugeridos por Terzaghi (1955) para a constante elástica de solos argilosos e arenosos através de valores de referência chamados k_{s1} , que consiste no valor da base do coeficiente de reação vertical do solo para uma área quadrada com largura de $B_1 = 1ft$.

A Tabela 2.6 mostra os valores sugeridos de k_{s1} para areias.

Tabela 2.6 – Módulo de reação do solo de referência k_{s1} para areias em tf/ft^3 .

Areia	Compacidade		
	Fofa	Mediamente	Compacta
		Compacta	
Seca ou úmida - Valores Limites	20-60	60-300	300-1000
Seca ou úmida - Valores Propostos	40	130	500
Saturada - Valores Propostos	25	80	300

Fonte: (ADAPTADO DE TERZAGHI, 1955).

A Tabela 2.7 mostra os valores sugeridos de k_{s1} para argilas.

Tabela 2.7 – Módulo de reação do solo de referência k_{s1} para argilas em tf/ft^3 .

Argila	Consistência		
	Rija	Muito Rija	Dura
Valores Limites	50-100	100-200	>200
Valores Propostos	75	150	300

Fonte: (ADAPTADO DE TERZAGHI, 1955).

Assim através dos valores do coeficiente de reação vertical do solo de referência (k_{s1}) em tf/ft^3 , para uma área quadrada de 1ft x 1ft torna-se possível encontrar os valores para a fundação (radier ou sapata) desejada. A Equação 2.24 mostra a proposta de Terzaghi (1955) para argilas e a equação 2.25 para areias, já incluindo os efeitos de dimensão da fundação.

$$k_s = k_{s1} \cdot \frac{B_1}{B} \quad (2.24)$$

Onde:

k_s : coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft³;

B_1 : largura da placa de referência (1ft);

k_{s1} : coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft³;

B : largura da fundação real em ft.

$$k_s = k_{s1} \cdot \left(\frac{B + B_1}{2B} \right)^2 \quad (2.25)$$

Onde:

k_s : coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft³;

B_1 : largura da placa de referência (1ft);

k_{s1} : coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft³;

B : largura da fundação real em ft.

Segundo Souza (2017) é importante salientar que as Equações 2.24 e 2.25 são válidas para pressões de contato menores que 50% da tensão última do solo. Para as fundações retangulares em argila rija Terzagui (1955) propôs a equação 2.26.

$$k_s = k_{s1} \cdot \left(\frac{1 + 0,50}{1,5l} \right) \quad (2.26)$$

Onde:

k_s : coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft^3

k_{s1} : coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft^3

l : relação entre comprimento e a largura da área da fundação, ou seja, L/B sendo L e B em ft

Para fundações extensas, ou seja, com grandes dimensões em argila rija Terzaghi (1955) fez a sugestão da Equação 2.27.

$$k_s = k_{s1} \cdot \frac{1}{1,5B} \tag{2.27}$$

Onde:

k_s : coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft^3 ;

k_{s1} : coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft^3 ;

B : largura da fundação real em ft .

A Tabela 2.8 apresenta os valores do módulo de reação do solo k_{s1} em kgf/cm^3 .

Tabela 2.8 – Módulo de reação do solo k_{s1} em kgf/cm^3 .

Argilas		Rija		Muito rija		Dura
Qu (kgf/cm^2)		1 - 2		2 - 4		> 4
Faixa de valores		1,6 - 3,2		3,2 - 6,4		> 6,4
Valor proposto		2,4		4,8		9,6
Areias		Fofa		Méd. Compacta		Compacta
Faixa de valores		0,6 - 1,9		1,9 - 9,6		9,6 - 32
Areia acima N.A.		1,3		4,2		16
Areia submersa		0,8		2,6		9,6

Fonte: (ADAPTADO DE TERZAGHI, 1955)

Vésic (1961) estendeu os estudos para um solo elástico contínuo e sugeriu o valor do coeficiente de reação vertical do solo (k) através da Equação 2.28.

$$k = \frac{0,65 \cdot E_s}{B(1 - \nu^2)} \cdot \sqrt[12]{\frac{E_s \cdot B^4}{EI}} \quad (2.28)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em kN/m³;

E_s : módulo de elasticidade do solo em kPa;

E : módulo de elasticidade da viga em kPa;

I : momento de inércia da viga em m⁴;

B : largura da viga em m;

ν : coeficiente de Poisson do solo.

Bowles (1996) fez observações com relação a Equação 2.23 e propôs uma aproximação prática fazendo uma redução na qual pode ser observada na Equação 2.29.

$$k = \frac{E_s}{B(1 - \nu^2)} \quad (2.29)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em kN/m³;

E_s : módulo de elasticidade do solo em kPa;

B : largura da viga em m;

ν : coeficiente de Poisson do solo.

Através da teoria de Boussinesq (1885) considerando o solo como elástico, isotrópico e homogêneo com espaço semi-infinito pode-se calcular os deslocamentos de um corpo para uma carga uniformemente distribuída atuando em uma área circular aplicada na superfície semi-infinita. Esse deslocamento vertical no corpo semi-infinito contribui como importante fator na determinação da distribuição de pressão entre a laje e o solo e diante disso foi desenvolvido o cálculo para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo (k) através dessa teoria. A Equação 2.30 evidencia os valores propostos.

$$k = \frac{2E_0}{R\pi(1 - \nu^2)} \quad (2.30)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm³;

E_0 : módulo edométrico do solo em kgf/cm²;

R : raio da placa de fundação em cm;

ν : coeficiente de Poisson do solo.

Segundo Souza (2017), com o intuito de esclarecer a Equação 2.30 o ensaio de compressão edométrica ou compressão confinada pode ter como referência a ABNT NBR 12007:1990 uma vez que a mesma foi cancelada. Basicamente consiste na compressão do solo contido dentro de um molde que impede qualquer deformação lateral, assim esse ensaio simula o comportamento do solo quando comprimido pela

ação do peso de novas camadas que sobre eles se depositam ou representativo através de um radier ou sapata que provoquem no solo uma deformação. Cestelli Guidi (1991) sugeriu valores do módulo edométrico do solo que podem ser observados na Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Módulo edométrico do solo.

Descrição do Tipo de solo	E_0 - Módulo Edométrico do Solo (kgf/cm ²)
Turfa	1 a 5
Argila úmida	15 a 40
Argila plástica	40 a 80
Argila endurecida - plástica	80 a 150
Areia fofa	100 a 200
Areia compacta	500 a 800

Fonte: (ADAPTADO DE CESTELLI GUIDI, 1991).

Outro método proposto para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo (k) levando em conta a área da fundação foi obtido por Rausch e Cestelli Guidi segundo Moraes (1981) *apud* TQS (2011). Esse método pode ser observado através da Equação 2.31.

$$k = \frac{E_0}{f\sqrt{F}} \quad (2.31)$$

Onde:

k : coeficiente de reação vertical do solo em tf/m³;

E_0 : módulo edométrico do solo em tf/m²;

f : coeficiente adimensional que depende da área da fundação, de valor admitido constante igual a 0,40;

F : área da fundação em m².

A Tabela 2.10 foi adaptada do American Concrete Institute e apresenta o intervalo da constante elástica (k) em função dos limites de variação do CBR para cada tipo de solo classificado.

Tabela 2.10 – Módulo de reação k em kgf/cm³.

SOLO		CBR		k (kgf/cm ³)	
		Min	Máx	Min	Máx
FINO	OH	2.0	5.0	0.77	3.32
	CH	2.0	5.0	0.77	3.32
	MH	2.5	8.0	1.36	4.82
	OL	2.0	8.0	0.77	4.82
	ML	3.0	15.0	1.85	7.13
	CL	3.0	15.0	1.85	7.13
GROSSO	SC	10.0	20.0	5.59	8.33
	SU	10.0	20.0	5.59	8.33
	SP	15.0	25.0	7.13	9.33
	SM	20.0	40.0	8.33	11.66
	SW	20.0	40.0	8.33	11.66
	GC	20.0	40.0	8.33	11.66
	GU	25.0	50.0	9.33	12.89
	GP	35.0	60.0	10.97	13.94
	GM	40.0	80.0	11.66	15.73
	GW	60.0	80.0	13.94	15.73

Fonte: (ADAPTADO DE ACI, 1997).

Legenda:

G – pedregulho

S – areia

M – Sedimento

C – argila

W – bem granulado

P – pobremente granulado

U – uniformemente granulado

L – baixa a média compressibilidade

H – alta compressibilidade

O - orgânico

Na ausência de dados experimentais apropriados, Moraes (1972) recomenda utilizar os valores da Tabela 2.11 para a adoção dos valores do módulo de reação vertical k_s .

Tabela 2.11 – Valores do módulo de reação k_s .

Tipo de solo	k_s (kN/m ³)
Turfa leve - solo pantanoso	5.000 a 10.000
Turfa pesada - solo pantanoso	10.000 a 15.000
Areia fina de praia	10.000 a 15.000
Aterro de silte, de areia e cascalho	10.000 a 20.000
Argila molhada	20.000 a 30.000
Argila úmida	40.000 a 50.000
Argila seca	60.000 a 80.000
Argila seca endurecida	100.000
Silte compactado com areia e pedra	80.000 a 100.000
Silte compactado com areia e muita pedra	100.000 a 120.000
Cascalho miúdo com areia fina	80.000 a 120.000
Cascalho médio com areia fina	100.000 a 120.000
Cascalho grosso com areia grossa	120.000 a 150.000,
Cascalho grosso com pouca areia	150.000 a 200.000
Cascalho grosso com pouca areia compactada	200.000 a 250.000

Fonte: (MORAES, 1972).

2.5.4 DETERMINAÇÃO A PARTIR DO RECALQUE DA FUNDAÇÃO REAL

Os procedimentos para o cálculo de recalques podem ser separados em dois grupos: cálculo direto e indireto.

O cálculo direto pode ser feito através da Teoria da Elasticidade ou por métodos numéricos, como Método dos Elementos Finitos e Método dos Elementos de Contorno.

No cálculo do recalque pelo procedimento indireto segue-se o seguinte procedimento:

- Divisão do terreno em subcamadas, em função das propriedades dos materiais (nas mudanças de material, iniciam-se novas subcamadas) ou de proximidade da carga ou de variação no estado de tensão – (subcamadas devem ser menos espessas onde são maiores as variações no estado de tensão).
- Cálculo no ponto médio de cada subcamada e na vertical do ponto onde se deseja conhecer o recalque das tensões iniciais e o acréscimo de tensão, por solução da Teoria da Elasticidade.
- Combinando, no ponto médio de cada subcamada, as tensões iniciais, o acréscimo de tensões e as propriedades de deformação da subcamada, obtém-se a deformação média da subcamada, ε_z . O produto da deformação pela espessura da camada, Δh , fornece a parcela de recalque da subcamada, ou seja:

$$\Delta w = \varepsilon_z \cdot \Delta h \quad (2.32)$$

1. Somando-se as parcelas de recalques das subcamadas, obtém-se o recalque total:

$$w = \sum \Delta h \quad (2.33)$$

2. Com um carregamento vertical igual ao somatório das cargas verticais e com o recalque obtido pela expressão anterior (considerado médio), calcula-se o coeficiente de reação através da seguinte expressão:

$$k = \frac{\bar{q}}{w} \quad (2.34)$$

Onde:

$$\bar{q} = \frac{\sum V}{A} \quad (2.35)$$

Permitindo levar em conta as propriedades das diferentes camadas submetidas a diferentes solicitações, o que não acontece nos procedimentos anteriores.

Nota-se que a modelagem do radier considerando-se apoios elásticos depende essencialmente da definição apropriada da rigidez da mola. No capítulo seguinte serão apresentados alguns modelos de análise para fundação do tipo radier, com a utilização da constante elástica, representando a interação solo-estrutura.

3 METODOS DE ANÁLISE

O procedimento de análise (determinação dos esforços solicitantes, recalques e tensão em contato com o solo), é feito, preferencialmente neste trabalho, por meio do programa livre de grelha equivalente CALCO de Cass (2015). O programa foi originalmente feito para a análise de pisos de lajes não apoiadas em solo. Neste caso são estudados os procedimentos para considerar os apoios elásticos e os valores representativos para os diversos solos.

Também são consideradas as vigas sobre base elástica, que pode ser resolvida como um caso particular de um radier, cujo solução analítica por meio de solução de equação diferencial é conhecida e verificando se a consideração da viga sobre apoios elásticos consegue resolver o problema com precisão razoável.

São resolvidos exemplos e comparados os resultados dos modelos de grelha sobre apoios elásticos para os obtidos com ensaios de placa.

Também será buscada a verificação de quanto variável pode influenciar na solução final. Inicialmente as variáveis são a rigidez (EI) do radier, valor do coeficiente de recalque do solo, tipos de carregamentos, e espaçamento da malha.

O uso da grelha se justifica porque não há uma solução da equação diferencial de equilíbrio de uma placa sobre base elástica. Desta forma procura-se uma solução em que se substitui um meio contínuo (placa) por um meio discretizado (grelha equivalente).

3.1 ESTABILIDADE E CAPACIDADE DE SUPORTE DO RADIER

Um radier não pode ter recalque excessivo, seja aquele que ocorre ao longo do tempo (consolidação) ou aquele de ocorrência rápida (elástica ou imediata).

Segundo Montoya (1987), no projeto de um radier deve-se procurar que a resultante das ações transmitidas pela estrutura passe o mais perto possível do centro de gravidade do radier com a finalidade de conseguir uma distribuição de tensões no

solo o mais uniforme possível e evitar recalques diferenciais, gerando a inclinação da edificação. Recomenda-se que, para qualquer hipótese de carga, a resultante esteja dentro da zona de segurança do radier. Caso essa condição não seja atendida, necessitará um estudo da distribuição de tensões sob o radier, avaliando com todo rigor os recalques e determinando as inclinações que podem ocorrer na edificação. O recalque máximo de um radier não deve passar de 5 cm se o radier estiver apoiado sobre solo sem coesão (arenoso), nem de 7,5 cm se apoiado sobre solo coesivo argiloso, (MONTROYA, 1987).

3.2 DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E CÁLCULO DE ESFORÇOS

Um procedimento mais preciso é o cálculo do radier sobre base elástica, aonde substitui-se a placa por uma malha sobre apoios elásticos equivalente. É conveniente que os pilares coincidam com os nós da malha e que as nervuras, se existirem, coincidam com as vigas fictícias. Cada nó é considerado apoiado em uma mola, cuja constante elástica é obtida multiplicando-se o coeficiente do solo pela área da malha considerada em torno do mesmo. Aplicam-se cargas dos pilares nos nós correspondentes e, em seguida, resolve-se o modelo estrutural utilizando programas como Elementos Finitos, Diferenças Finitas, com a finalidade de se obter os momentos fletores e torçores e os esforços cortantes, que serão utilizados no dimensionamento. Também são obtidos os deslocamentos em pontos distintos do radier, os quais são empregados na verificação do recalque.

3.3 MÉTODOS DE ANÁLISE

Segundo Velloso e Lopes (2004), os métodos de análise de fundação do tipo radier são: Método Estático, Sistema de Vigas Sobre Base Elástica, Método da Placa Sobre Solo de Winkler, Método do American Concrete Institute, Método das Diferenças Finitas e o Método dos Elementos Finitos.

Ainda segundo Velloso e Lopes (2014), há diferentes métodos para resolução da fundação em radier, que podem ser de acordo com o parâmetro de rigidez, ou pelo

tratamento matemático dado ao problema. Contudo, mais importantes que os métodos são os conceitos dos mesmos, ou seja, se a fundação é tratada como um elemento rígido ou flexível.

3.3.1 MÉTODO ESTÁTICO

Admite-se que a distribuição da pressão de contato varia linearmente sob o radier (radiers rígidos), denominado cálculo com variação linear de pressões ou que as pressões são uniformes nas áreas de influência dos pilares (radiers flexíveis), conhecido como cálculo pela área de influência dos pilares.

Este método é indicado apenas para o cálculo dos esforços internos na fundação para seu dimensionamento, pois só leva em conta o equilíbrio da reação do terreno e das cargas atuantes, com isso não é possível fazer uma avaliação da distribuição de recalques.

Análise com variação linear de pressões – neste procedimento, as pressões de contato são determinadas a partir da resultante do carregamento. Utiliza-se este método para análise de radiers nervurados e em caixão, que apresentam grande rigidez relativa.

As faixas são calculadas como vigas de fundação independentes.

Análise pela área de influência dos pilares – aplicado em radiers de rigidez relativa média. Este método segue o seguinte procedimento:

1. determinar a área de influência de cada pilar, A_f .
2. calcular a pressão média nesta área.

$$q_i = \frac{Q_i}{A_f} \quad (3.1)$$

3. determinar uma pressão média atuando nos painéis.

4. calcular os esforços nas lajes e vigas e as reações nos apoios, se estas reações forem muito diferentes das cargas nos pilares, deve-se redefinir as pressões médias nos painéis.

3.3.1.1 RADIER RÍGIDO

Peck *et al.* (1954) *apud* Gupta (1997) consideram o radier como uma laje em que atuam as pressões do solo, de baixo para cima, distribuídas uniformemente em toda sua área. O problema é resolvido calculando-se o momento e a força cortante para essa pressão uniforme.

Segundo Vilela (2016), como o momento e a força cortante são determinados a partir da pressão média, e não há certeza quanto a sua variação, considera-se boa prática construtiva colocar a mesma armadura nas faces inferior e superior da laje. Devido à simplicidade, esse método tem sido largamente utilizado. Por outro lado, tem limitações, visto que nesse método o recalque diferencial não é considerado, caso o recalque ocorra haverá redistribuição das pressões que podem levar a solicitações não previstas, tanto na estrutura de fundação, como na superestrutura.

Gupta (1997) cita além de Peck, Seelye e Teng que propõem variações desse método. Todas as variações partem do princípio de que a fundação é infinitamente rígida e que há equilíbrio estático das forças atuantes em ambas as direções do radier. Nenhuma consideração é formulada quanto à compatibilidade entre as deformações do solo e da estrutura.

A distribuição de pressões fundamenta-se nas seguintes hipóteses:

1. As pressões variam linearmente sob o radier; neste caso pode-se usar a mesma expressão para o cálculo da variação de pressões sob sapatas rígidas;

$$\sigma = \frac{\sum P}{A} \pm \sum P \frac{e_y}{I_x} y \pm \sum P \frac{e_x}{I_y} x \quad (3.2)$$

Onde:

$\sum P$: resultante;

A : área do radier;

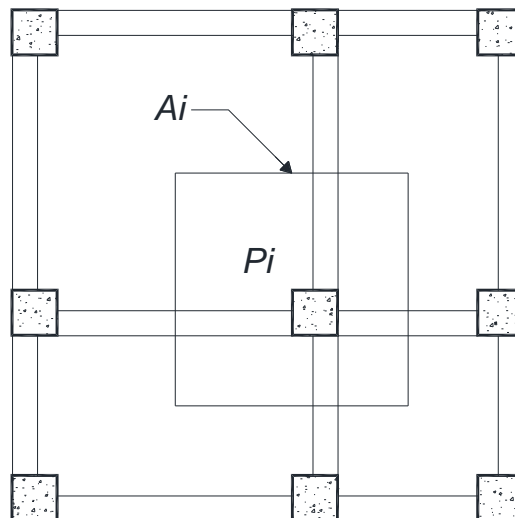
e_x, e_y : coordenadas da resultante;

x, y : coordenadas do ponto;

I_x, I_y : momentos de inércia em relação ao ponto x e y .

2. as pressões são uniformes nas áreas de influência dos pilares, (A_i). Um exemplo de definição da área de influência pode ser vista na figura 3.1

3.1 – Planta de um de radier, com a área de influência definida para o pila P_i



Fonte: (ADAPTADA DE VELLOSO E LOPES, 2014).

A determinação da pressão média é efetuada a partir da área de influência de cada pilar:

$$\sigma = \frac{P_i}{A_i} \quad (3.3)$$

Onde:

P_i : força no pilar i ;

A_i : área de influência do pilar i .

As faixas resultantes desse método são calculadas como elementos lineares independentes, onde a pressão pode ter variação linear ou uniforme, de acordo com o modelo adotado.

Para Vilela (2016) o problema pode ser enumerado nas seguintes etapas:

- cálculo da pressão resultante dos carregamentos aplicados;

$$P_{total} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.4)$$

$$q = \frac{P_{total}}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \leq q_{admissível} \quad (3.5)$$

$$X' = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + \dots}{P_{total}} \quad (3.6)$$

$$Y' = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots}{P_{total}} \quad (3.7)$$

$$e_x = X' - \frac{B}{2} \quad (3.8)$$

$$e_y = Y' - \frac{L}{2} \quad (3.9)$$

$$I_x = \frac{BL^3}{12} \quad (3.10)$$

$$I_y = \frac{LB^3}{12} \quad (3.11)$$

$$M_x = P_{total} \cdot e_y + M_x \quad (3.12)$$

$$M_y = P_{total} \cdot e_x + M_y \quad (3.13)$$

Onde:

A : área do radier ($B \times L$);

I_x : momento de inércia do radier em relação ao eixo X ;

I_y : momento de inércia do radier em relação ao eixo Y ;

M_x : momento no eixo X das cargas aplicadas;

M_y : momento no eixo Y das cargas aplicadas;

X' : coordenada X' do centro de gravidade;

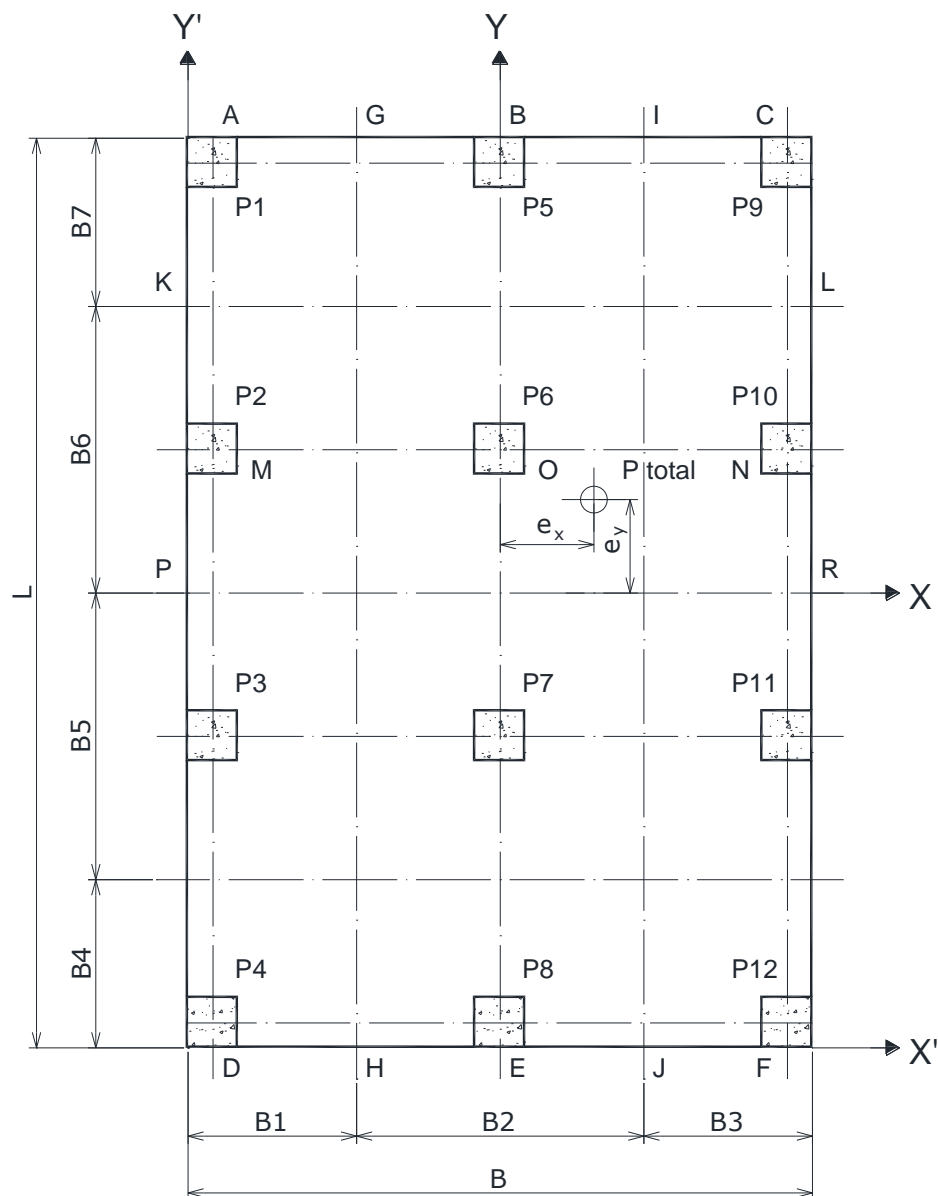
Y' : coordenada Y' do centro de gravidade;

e_x, e_y : coordenadas da excentricidade da resultante em relação ao centro de massa do radier (X', Y').

- comparar essa pressão q com a capacidade de carga do solo;
- estabelecer as faixas nas direções X e Y (figura 3.1);
- desenhar os diagramas de momentos de flexão e força cortante para o eixo de cada faixa submetida a uma pressão com variação linear;
- dimensionar a seção para flexão e punção no estado de limite último (ELU) e detalhar a armadura.

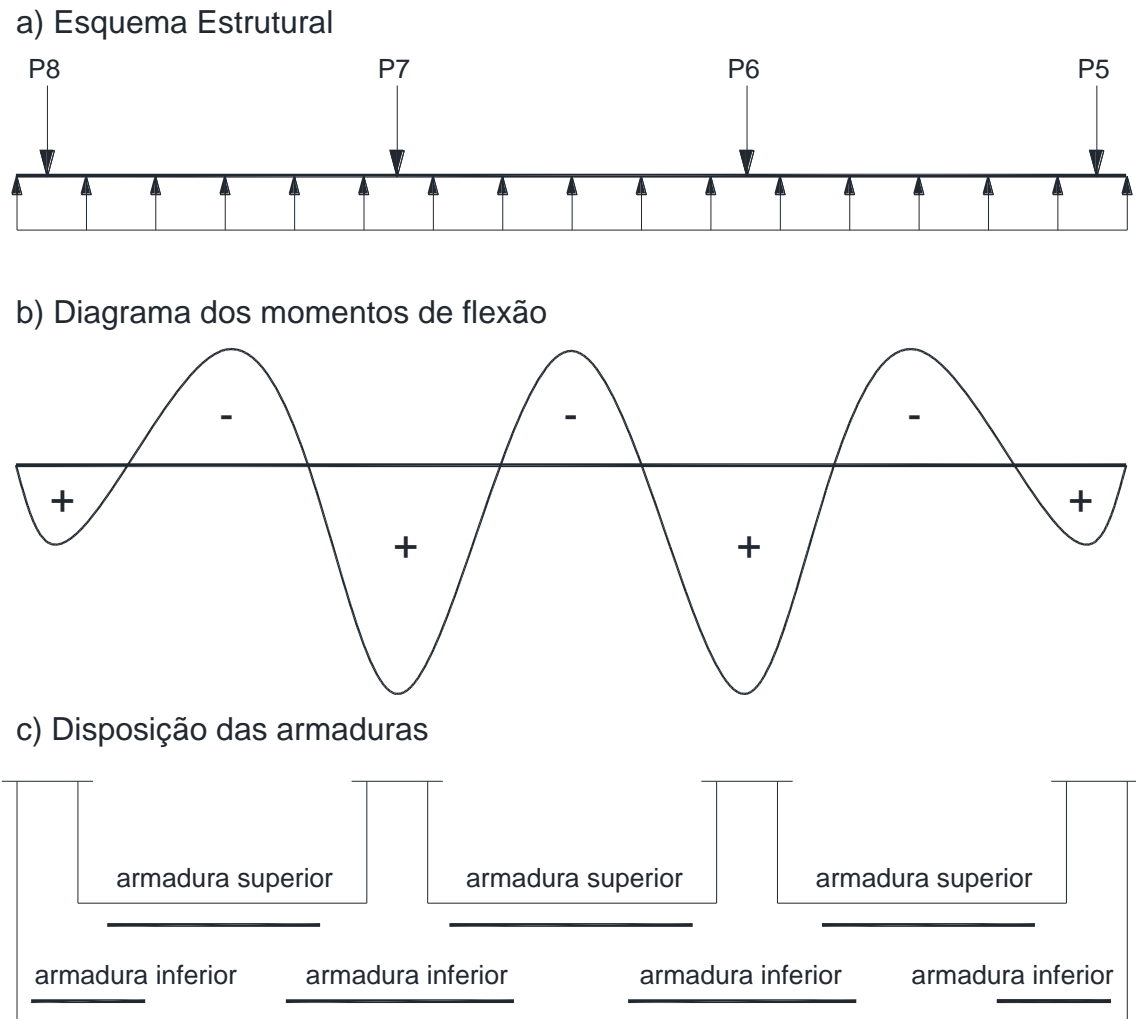
Observa-se na Figura 3.3 que entre os pilares o momento de flexão traciona as fibras superiores. Portanto, a armadura é posicionada na parte superior. Em contrapartida, sob os pilares, a armadura se situa na face inferior. Em geral, se detalha o radier com duas malhas iguais nas faces inferior e superior, complementando-se a armadura onde for necessária.

Figura 3.2 – Distribuição das faixas de radier nas direções X' e Y'



Fonte: (ADAPTADA DE VILELA, 2016).

Figura 3.3 – Distribuição dos momentos de flexão e posicionamento das armaduras.



Fonte: (ADAPTADA DE VILELA, 2016).

Embora haja variação entre os métodos propostos por diferentes autores para análise estática de um radier rígido, é aceito no meio técnico que grandes refinamentos nos cálculos são por vezes desnecessários, tendo em vista que todos esses métodos deixam de considerar a interação solo-estrutura, resultando em valores conservativos de armadura. Para Baker *apud* Gupta (1997) essa análise pode ser perigosa por deixar de considerar o efeito do recalque diferencial e da variação da pressão do solo.

Isso conduz a outros métodos de análise: os métodos não rígidos, ou flexíveis, que levam em consideração o comportamento do solo por meio do módulo de reação do solo (k).

3.3.2 MÉTODO DA VIGA SOBRE BASE ELÁSTICA

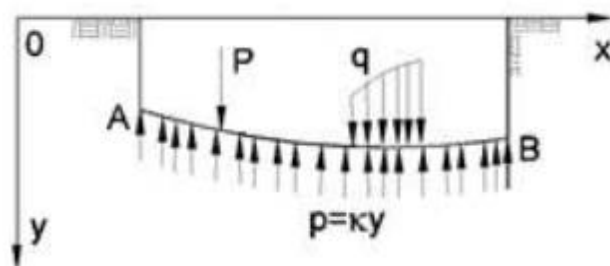
Uma das maneiras de se efetuar a análise é o de se separar o radier em dois sistemas de faixas ortogonais, de acordo com sua geometria e distribuição dos pilares, onde cada faixa é tratada como uma viga de fundação isolada sobre base elástica, usando a solução analítica ou a discretizada que emprega o coeficiente de Winkler. Em cada direção de estudo, deve-se tomar a totalidade da carga nos pilares.

Segundo a teoria de Emil Winkler (1867), o apoio elástico, solo, exerce sobre a viga, em cada seção, uma reação de apoio proporcional ao deslocamento vertical y sofrido por esta seção, igual a k_y , sendo (k) a constante de mola do meio elástico que serve de apoio.

A hipótese simples de que a reação contínua da base seja proporcional ao afundamento, é uma aproximação satisfatória em muitos casos da prática (exemplo das estradas de ferro).

A Figura 3.4 mostra uma viga apoiada sobre o solo de Winkler, ao longo de seu comprimento sob a ação de uma força P (kN), com um deslocamento y (m).

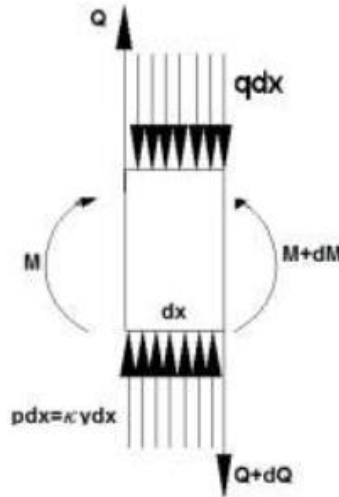
Figura 3.4 – Reação do solo sobre uma fundação – teoria de Winkler.



Fonte: (ADAPTADA DE HETÉNYI, 1979).

A Figura 3.5 apresenta um elemento dx entre duas seções transversais de uma viga de inércia constante em que atua uma carga uniformemente distribuída q (kN/m).

Figura 3.5 – Elemento entre duas seções transversais de uma viga com inércia constante.



Fonte: (ADAPTADA DE HETÉNYI, 1979).

De acordo com Garroni *et al.* (2017) pela curva elástica da viga, tem-se a Equação diferencial:

$$E \cdot I_z = \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (3.17)$$

Onde:

q , representa a intensidade da carga que atua na viga;

E , o módulo de elasticidade do concreto;

I_z , inércia da seção transversal da viga.

Para um trecho sem carga, a única força que atua é a reação distribuída continuamente do lado da base e que tem intensidade k_y , sendo $q = -k \cdot y$.

$$E \cdot I_z = \frac{d^4 y}{dx^4} = -k \cdot y \quad (3.18)$$

Fazendo:

$$\sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot I_z}} = \beta \quad (3.19)$$

A solução geral da equação acima pode ser escrita da seguinte forma:

$$y = e^{\beta \cdot x} \cdot (A \cdot \cos \beta \cdot x + B \cdot \sin \beta \cdot x) + e^{-\beta \cdot x} \cdot (C \cdot \cos \beta \cdot x + D \cdot \sin \beta \cdot x) \quad (3.20)$$

Nos casos particulares, as constantes arbitrárias A, B, C e D da solução devem ser determinadas por meio de condições em certos pontos conforme pode ser visto em Garroni *et. al.* (2017) e em livros específicos de fundações. Supondo como exemplo, uma única carga concentrada atuando numa viga infinitamente longa, considerando por simetria apenas a metade da viga. Utilizando a equação geral proposta anteriormente para este caso, determinam-se as constantes arbitrárias. Admitindo-se que o deslocamento vertical e as curvaturas em pontos infinitamente distantes da força P , são iguais a 0, tem-se: $A = B = 0$, logo a equação fica:

$$y = e^{\beta \cdot x} \cdot (C \cdot \cos \beta \cdot x + D \cdot \sin \beta \cdot x) \quad (3.21)$$

As constantes C e D devem ser determinadas pelas condições na origem, ou seja, $x = 0$. Neste ponto, a linha elástica deve ser tangente horizontal.

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = 0 \quad (3.22)$$

Substituindo na Equação geral, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d_y}{d_x}\right) = 0 &\rightarrow -\beta \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (C \cdot \cos\beta x + D \cdot \operatorname{sen}\beta x + C \cdot \operatorname{sen}\beta x - D \cdot \cos\beta x) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\left(\frac{d_y}{d_x}\right)_{x=0} = 0 \rightarrow C - D = 0 \rightarrow C = D \quad (3.24)$$

A Equação 3.21 torna-se:

$$y = C \cdot e^{\beta \cdot x} \cdot (C \cdot \cos\beta \cdot x + D \cdot \operatorname{sen}\beta \cdot x) \quad (3.25)$$

As derivadas consecutivas dessa equação são:

$$\left(\frac{d_y}{d_x}\right) = -2 \cdot \beta \cdot C \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot \operatorname{sen}\beta \cdot x \quad (3.26)$$

$$\left(\frac{d^2_y}{d_x^2}\right) = -2 \cdot \beta^2 \cdot C \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (\operatorname{sen}\beta \cdot x - \cos\beta \cdot x) \quad (3.27)$$

$$\left(\frac{d^3_y}{d_x^3}\right) = -4 \cdot \beta^3 \cdot C \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot \cos\beta \cdot x \quad (3.28)$$

A constante C pode ser obtida pela condição de que o esforço cortante em $x = 0$, é igual a $-P/2$ para a parte direita da viga. Para isso torna-se necessário saber que:

$$\frac{d^2_y}{d_x^2} = -\frac{M}{E \cdot I} \quad (3.29)$$

$$\frac{d^3_y}{d_x^3} = -\frac{V}{E \cdot I} \quad (3.30)$$

$$\frac{d^4_y}{d_x^4} = -\frac{q}{E \cdot I} \quad (3.31)$$

Onde:

M , representa o momento fletor;

V , representa o esforço cortante.

Usando a equação 3.30 e substituindo na Equação 3.28, tem-se:

$$E \cdot I_z \cdot 4 \cdot \beta^3 \cdot C = \frac{P}{2} \quad (3.32)$$

Isolando C encontra-se:

$$C = \frac{P}{8 \cdot \beta^3 \cdot E \cdot I_z} \quad (3.33)$$

Resolvendo as equações utilizando a Equação 3.17, tem-se respectivamente a equações da dos deslocamentos dos diversos pontos, a do esforço cortante e a do momento fletor, representados nas Equações 3.34, 3.35 e 3.36.

$$y = \frac{P \cdot \beta}{2 \cdot K} \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta \cdot x + \operatorname{sen} \beta \cdot x) \quad (3.34)$$

$$Q = \frac{P}{2} \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot \cos \beta \cdot x \quad (3.35)$$

$$M = E \cdot I_z \cdot \frac{d^2 y}{d_x^2} = \frac{P}{4 \cdot \beta} \cdot e^{-\beta \cdot x} \quad (3.36)$$

Como se vê no caso da viga sobre a base elástica há uma solução para a equação diferencial que rege o problema do meio contínuo. Devido à dificuldade do emprego destas soluções, que obrigam a se fazer superposições de ações, prefere-

se substituir o meio contínuo por um meio discreto, ou seja uma viga apoiada em diversas (um número grande) molas que correspondentes ao coeficiente de Winkler.

3.3.3 MÉTODO DA PLACA SOBRE SOLO USANDO O COEFICIENTE DE WINKLER

Na hipótese de Winkler, as pressões de contato são proporcionais aos recalques, como foi apresentado na Equação 2.9.

Assim, a análise do radier como uma placa sobre base elástica considera a influência das deformações na distribuição de pressões, o que requer a análise da interação solo estrutura. Neste caso feito de forma simplificada considerando um único valor de coeficiente para toda a extensão do radier, embora o programa calco permita calcular regiões com diferentes coeficientes de Winkler.

O método de placa flexível aproximado considera o solo representado por um número infinito (grande) de molas elásticas de Winkler. Para aplicação do método é necessário conhecer a rigidez relativa da placa à flexão (VILELA, 2016).

Neste método, o deslocamento de uma placa delgada, considerando uma região distante dos carregamentos e assente sobre um sistema de molas, é calculado pela Eq. (3.14):

$$D = \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2 \cdot \partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + k \cdot w = 0 \quad (3.14)$$

D é a rigidez à flexão da placa, calculada por:

$$D = \left(\frac{E_c \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \right) \quad (3.15)$$

Onde:

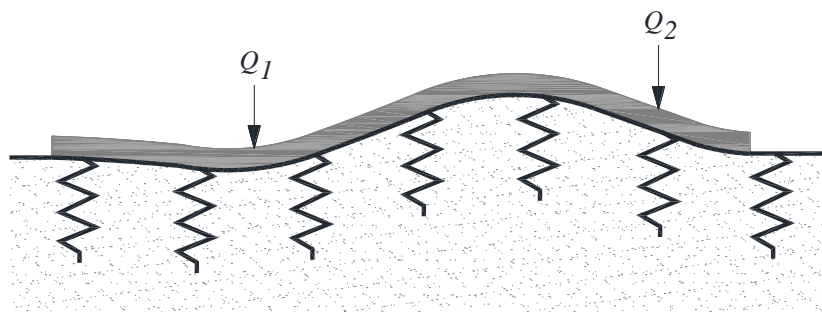
t : é a espessura da placa;

E_c : é o Módulo de Young do material da placa (concreto);

ν : é o Coeficiente de Poisson do material da placa (concreto).

O conceito fundamental da análise de uma fundação sobre base flexível é considerar um elemento de comprimento infinito (grande) e largura B , submetida a um carregamento concentrado Q_i , e o solo equivalente a um número infinito (grande) de molas elásticas (Figura 3.6).

Figura 3.6 – Fundação sobre solo que é representado pelas molas com valores de coeficiente de Winkler.



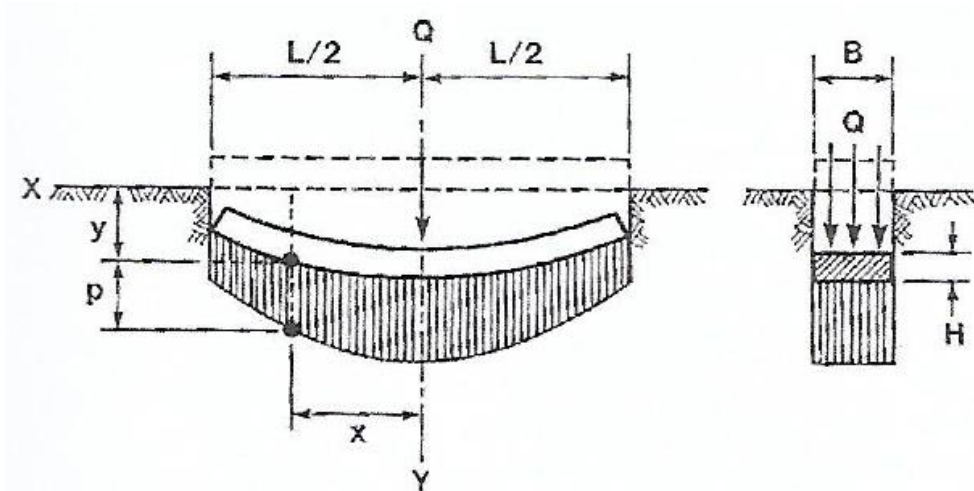
Fonte: (ADAPTADA DE HAMAD, 2007).

3.3.3.1 MODELOS E HIPÓTESES DE WINKLER

$$k_s = \frac{P}{y} \quad (3.16)$$

O valor de k_s depende das propriedades elásticas do solo e das dimensões da área que atua sobre reação vertical do solo.

Figura 3.7 – Princípios fundamentais da teoria de Winkler. Um elemento de grande comprimento se deforma e a pressão p representada na figura é proporcional ao deslocamento no ponto.



Fonte: (SOUZA, 2017)

3.3.3.2 SISTEMA DO AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (A.C.I.)

Este método, simplificado, se baseia na hipótese de Winkler e é aplicado em radiers lisos e flexíveis. Calculam-se os momentos fletores e os esforços cortantes em

cada ponto da placa gerados por cada pilar. Em seguida somam-se as ações de cada pilar nos pontos em estudo.

Sequência de procedimentos do método:

- 1- Cálculo da rigidez à flexão da placa D (Equação 3.15);
- 2- Escolhe-se um número de pontos na placa para o cálculo dos esforços;
- 3- Calculam-se os momentos fletores, convertendo para coordenadas retangulares;
- 4- Calcula-se o esforço cortante em coordenadas retangulares.

Os passos 3 a 4 são repetidos para cada pilar e os resultados são somados algebricamente.

3.3.4 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Consiste na resolução de um sistema de equações algébricas, onde relaciona-se o deslocamento de um ponto aos deslocamentos de pontos vizinhos. Na placa é gerada uma malha, onde nos cruzamentos estão os pontos em estudo.

Quando se tem uma carga concentrada em um ponto da placa, substitui-se por uma carga distribuída equivalente. Se a carga não atua exatamente em um nó da placa, basta distribuí-la nos nós vizinhos.

Abaixo, a equação diferencial de flexão da placa, incluindo uma sobrecarga uniforme p e uma carga concentrada P , em termos de diferenças finitas:

$$\frac{\Delta^4 w_k}{\Delta x^4} + \frac{2\Delta^4 w_k}{\Delta x^2 \Delta y^2} + \frac{\Delta^4 w_k}{\Delta y^4} = \frac{Pk}{D} - \frac{k_y w_k}{D} + \frac{P}{D\Delta_x \Delta_y} \quad (3.37)$$

Algumas desvantagens do método segundo Bowles (1982):

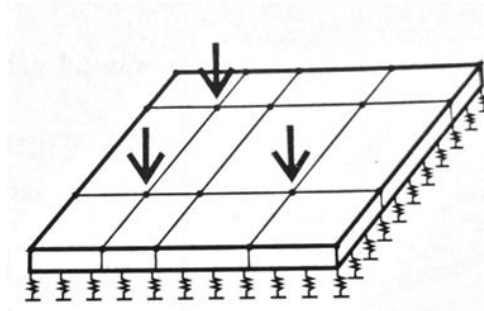
- a aplicação das condições de contorno exigem subrotinas adicionais;

- é difícil simular furos, reentrâncias e entalhes;
- é difícil considerar momentos aplicados nos nós.

3.3.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo Velloso e Lopes (2011) a utilização dos métodos dos elementos finitos se dá por meio de utilização de programas comerciais, onde são feitas as análises linear bi e tridimensional de estruturas, com elementos de placas disponíveis e com possibilidade de apoio elástico, para a análise do radier, é utilizado um elemento de placa representando o radier e para representação do solo apoios elásticos ou de mola, conforme Figura 3.8.

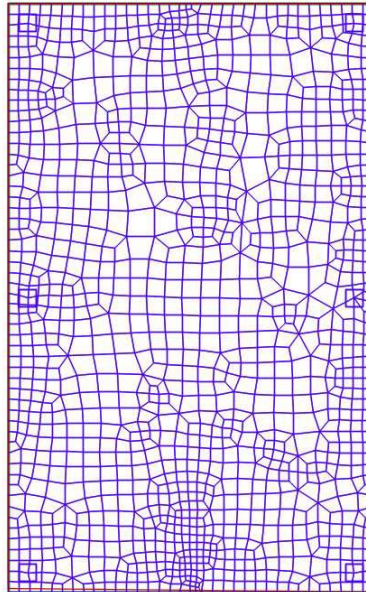
Figura 3.8 – Representação do radier em placa apoiado em molas.



Fonte: (VELLOSO E LOPES, 2011).

Este método consiste no emprego de funções aproximadas para representar o campo de deslocamentos em cada elemento. A continuidade do meio é garantida impondo-se condições de compatibilidade de deslocamentos e rotações nos nós dos elementos adjacentes.

O radier é discretizado em elementos de placa, distribuídos por uma malha (como a indicada na Figura 3.9) sobre apoios elásticos que representam a rigidez do solo.

Figura 3.9 – Malhas com elementos finitos de um radier

Fonte: (VILELA, 2016).

O método permite a análise de placas com geometrias mais complicadas e uma variação do solo num plano horizontal. Os resultados obtidos neste método são influenciados pelo refinamento da malha e pelo tipo de elementos finitos utilizado.

Algumas vantagens do método segundo Bowles (1982):

- permite considerar qualquer condição de contorno;
- é fácil de programar para reentrâncias e furos;
- facilmente adaptável para placas circulares.

3.4 ANALOGIA DE GRELHA

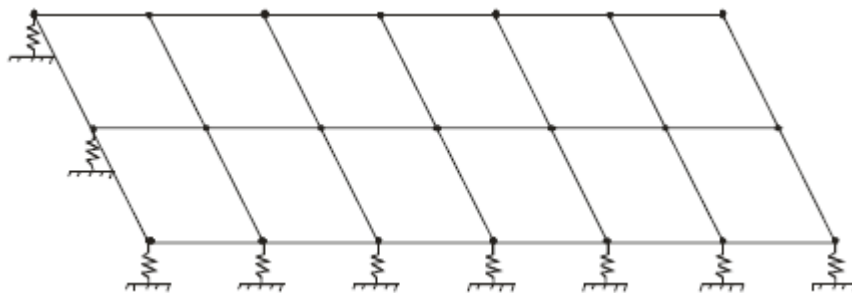
Segundo Hambly (1976), a técnica de analogia de grelha foi usada pioneiramente por Lightfoot e Sawko em 1959. Com a constatação que os procedimentos de análise para pórticos planos e grelhas pelo método dos deslocamentos eram parecidos e as equações básicas de compatibilidade de

deformações eram muito similares nos dois casos, eles procuraram adaptar um programa de cálculo de pórtico plano e utilizaram-no para cálculo de grelha.

A analogia de grelha é um método bastante usado para análise de lajes, principalmente devido a sua facilidade de compreensão e utilização, e tem apresentado resultados satisfatórios para uma grande quantidade de pavimentos, Stramandinoli (2003).

O método consiste em substituir o radier por uma grelha equivalente composta de elementos do tipo barra, onde cada barra representa uma faixa determinada da laje conforme a abertura escolhida para a malha (Figura 3.10), no caso da protensão, nestas barras estarão compreendidas as cordoalhas na faixa escolhida.

Figura 3.10 – Representação de uma grelha sobre base elástica.



Fonte: (FAQ.ALTOQI EBERICK, 2017).

Ainda de acordo com Hambly (1976), *apud* Dória e Lima (2008), a rigidez à torção em toda a região do radier é assumida pela superposição de análises concentrando-se em uma barra de grelha equivalente.

Na questão da resolução do sistema de equações da grelha equivalente o efeito da mola é obtido somando-se ao coeficiente de rigidez da diagonal principal, na direção do deslocamento vertical, o coeficiente de mola do solo.

A rigidez longitudinal do radier é concentrada nas barras longitudinais e a rigidez transversal é concentrada nas barras transversais. Idealmente a rigidez da barra será semelhante quando, dado um protótipo do radier e a grelha equivalente

submetidos a cargas idênticas, as duas estruturas apresentarem deslocamentos idênticos e esforços internos equivalentes. Ou seja, os momentos fletores, forças de cisalhamento e momentos torçores nas barras da grelha terão resultantes de tensão iguais na seção transversal correspondente do radier à barra representada.

Na grelha, não há princípio matemático ou físico que faça com que os momentos torçores sejam automaticamente iguais nas direções ortogonais em um nó. Se a discretização da malha for muito grande, a grelha se deformará e apresentará distorções aproximadamente iguais nas direções ortogonais, bem como momentos torçores aproximadamente iguais se as rigidezes à torção forem às mesmas nas duas direções.

O momento fletor em qualquer barra da grelha só é proporcional a sua curvatura. Em um elemento de laje, o momento em qualquer direção depende tanto da curvatura naquela direção, quanto da curvatura na direção ortogonal.

A vinculação das barras permite a interação de forças ortogonais ao plano da grelha e de dois momentos em torno dos eixos pertencentes a esse plano por nó da barra. Cada nó apresenta três graus de liberdade, sendo uma translação ortogonal e duas rotações no plano do radier.

3.4.1 MALHA DA GRELHA

Os raders possuem geometrias variadas, assim como formas diferentes de carregamentos, dessa forma, não é possível definir uma malha ideal. No entanto é possível adotar alguns critérios para raders retangulares, que devem ser adequados a cada projeto (HAMBLY, 1976).

Critérios que devem ser levados em consideração na discretização da malha da grelha para obtenção dos esforços no radier:

- Quanto mais discretizada for a malha, melhores serão os resultados obtidos. Estes resultados deixam de ser satisfatórios quando a largura das barras for menor que 2 ou 3 vezes a espessura do radier;

- Nas regiões aonde há grande concentração de esforços, como cargas concentradas, recomenda-se adotar uma malha cuja largura das barras não seja maior que 3 ou 4 vezes a espessura da laje;
- Os espaçamentos das barras da grelha, em cada direção não devem ser muito diferentes, para que haja uma uniformidade na distribuição dos carregamentos;
- É necessário colocar uma linha de barras no contorno do radier, diminuindo a largura para o cálculo do momento de inércia a torção de $0,3h$, por se tratar do ponto onde passa a resultante das tensões de cisalhamento devidas à torção.

3.4.2 CARREGAMENTO DAS BARRAS

O carregamento no radier, provenientes de pilares, alvenaria estrutural, peso próprio e cargas acidentais, podem ser representado de diversas formas, através de carregamentos uniformemente distribuídos ou cargas concentradas.

Segundo Almeida (2002), as cargas aplicadas no radier são distribuídas entre os elementos de grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada uma. Podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo dos elementos, ou dentro de um certo grau de aproximação, concentradas nos nós, quando há grande refinamento da discretização. Neste caso, pode-se utilizar o processo de áreas de influência, onde cada carga a uma distância menor ou igual a metade do comprimento da barra, em ambas as direções, é levada diretamente ao nó, ou seja:

$$Q_i = (g + q) \cdot A_f \quad (3.38)$$

Onde,

g : é a carga permanente aplicada na laje, por unidade de área;

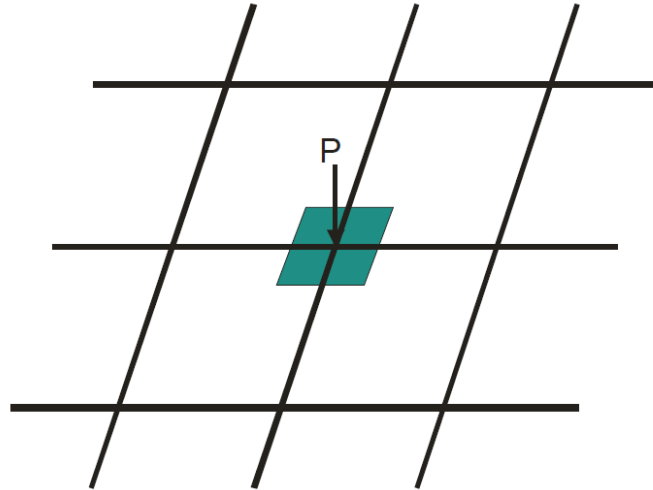
q : é a carga acidental aplicada na laje, por unidade de área;

A_f : é a área de influência do nó i ;

Q_i : é a carga aplicada no nó i da grelha.

As cargas concentradas são aplicadas diretamente nos nós (Figura 3.11).

Figura 3.11 – Aplicação de carga concentrada na grelha.

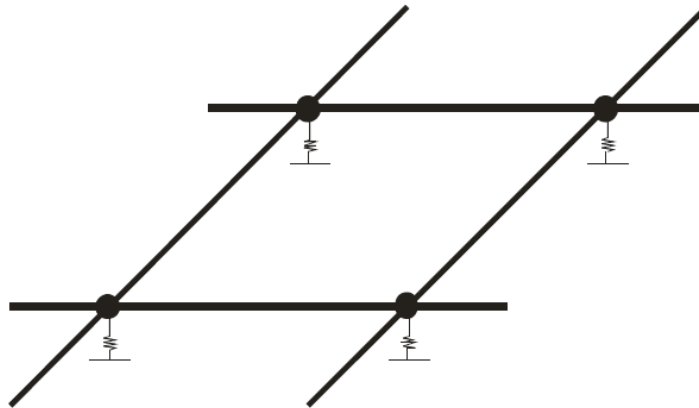


Fonte: (DÓRIA, 2007).

3.4.3 PROPRIEDADE GEOMÉTRICA E FÍSICA DAS BARRAS

As propriedades das barras (Figura 3.12) influenciam diretamente nos resultados. Cada faixa da grelha irá representar uma faixa da placa, apresentando a espessura da laje e a largura, a qual é dependente da malha da grelha. Portanto, as barras devem apresentar propriedades que representem geométrica e fisicamente a placa em estudo.

Figura 3.12 – Barras da grelha (é todo elemento que está contido entre dois nós).



Fonte: (DÓRIA, 2007).

As propriedades físicas das barras dependem do material da placa. Neste trabalho, são analisadas placas em concreto armado, sendo necessário definir o módulo de deformação longitudinal E , e o módulo de deformação ao cisalhamento G . O valor de G é obtido diretamente, através de relação definida pela Resistência dos Materiais, dependendo unicamente do valor do coeficiente de Poisson e do módulo de deformação longitudinal.

O módulo de deformação longitudinal a ser adotado para o concreto armado é o módulo secante do concreto (E_{cs}). Segundo a norma brasileira de estruturas de concreto NBR 6118:2014, o módulo de elasticidade (E_{ci}) deve ser obtido segundo o método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522, sendo considerado nesta Norma o módulo de deformação tangente inicial, obtido aos 28 dias de idade.

Quando não forem realizados ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial usando as expressões a seguir:

$$E_{ci} = \alpha E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (3.39)$$

Para f_{ck} de 20 MPa a 50 MPa;

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (3.40)$$

Para f_{ck} de 55 MPa a 90 Mpa;

Onde:

$\alpha E = 1,2$ para basalto e diabásio

$\alpha E = 1,0$ para granito e gnaisse

$\alpha E = 0,9$ para calcário

$\alpha E = 0,7$ para arenito

Onde:

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal (MPa).

O módulo de deformação secante pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522, ou estimado pela expressão:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (3.41)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad (3.42)$$

A Tabela 3.1 apresenta valores estimados arredondados que podem ser usados no projeto estrutural.

Tabela 3.1 – Valores estimados de módulo de elasticidade.

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: (NBR 6118, 2014)

Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)

A deformação elástica do concreto depende da composição do traço do concreto, especialmente da natureza dos agregados.

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante E_{cs} .

No cálculo das perdas de protensão, pode ser utilizado em projeto o módulo de elasticidade inicial E_{ci} .

O módulo de elasticidade em uma idade menor que 28 dias pode ser avaliado pelas expressões a seguir, substituindo f_{ck} por f_{cj} .

$$E_{ci}(t) = \left[\frac{f_c(t)}{f_c} \right]^{0,5} \cdot E_{ci} \quad (3.43)$$

Para f_{ck} de 20 MPa a 45 MPa;

$$E_{ci}(t) = \left[\frac{f_c(t)}{f_c} \right]^{0,3} \cdot E_{ci} \quad (3.44)$$

Para f_{ck} de 50 MPa a 90 MPa;

Onde:

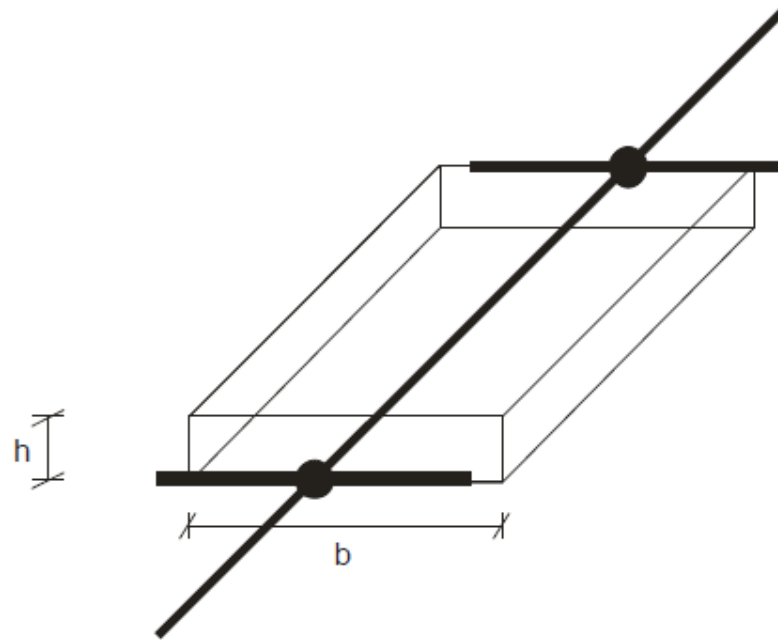
$E_{c(t)}$: é a estimativa do módulo de elasticidade do concreto em uma idade entre 7 dias e 28 dias;

$f_{c(t)}$: é a resistência à compressão do concreto na idade em que se pretende estimar o módulo de elasticidade, em megapascal (MPa).

A relação que define o valor do módulo de deformação ao cisalhamento G , de acordo com o valor de ν e E adotados, para materiais isotrópicos em estado plano de tensões, é dada por:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.45)$$

As propriedades geométricas dos elementos de grelha podem ser consideradas a partir de uma faixa de largura b , igual a soma da metade das distâncias entre os elementos vizinhos, e da espessura h da laje (Figura 3.13).

Figura 3.13 – Representação de um elemento de grelha.

Fonte: (DÓRIA, 2007).

Os momentos de inércia à flexão (I) e torção (J) são, portanto, calculados para uma seção retangular de dimensões $b \times h$, como segue:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (3.46)$$

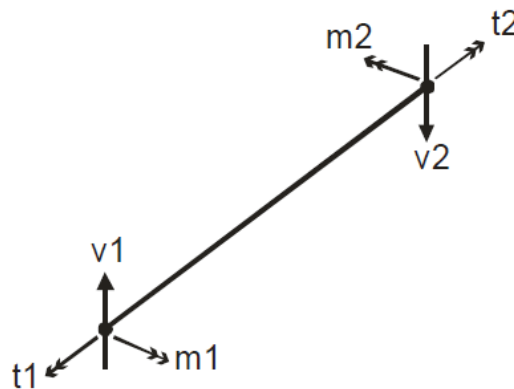
$$J = 2.I \quad (3.47)$$

3.4.4 ESFORÇOS NAS BARRAS

O carregamento atuante nas barras provoca rotações e deslocamentos horizontais, bem como esforços nodais. Os esforços nodais que surgem nas barras são três (Figura 3.14):

- Momentos fletores, no sentido do eixo da barra - m ;
- Esforços cortantes, no sentido do eixo z - v ;
- Momentos torçores, no sentido transversal ao eixo da barra - t .

Figura 3.14 – Esforços nas barras.



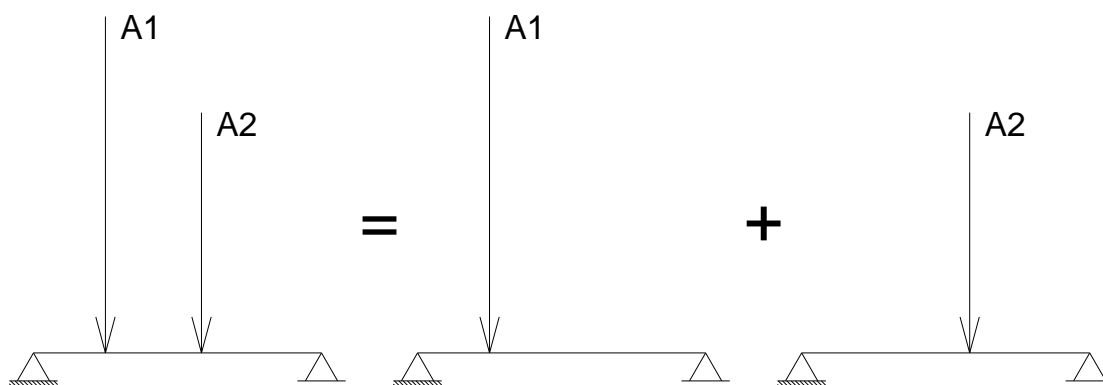
Fonte: (DÓRIA, 2007).

4 IDEALIZAÇÃO DA ESTRUTURA NO PROGRAMA GRELHA

O programa desconsidera a força axial nos elementos que compõem a grelha para facilitar o cálculo. Pelo método, surgirão três esforços internos nos elementos, sendo um esforço cortante, um momento fletor e um momento torçor. O módulo de elasticidade é considerado constante ao longo do comprimento de todos os elementos. Uma vez que a barra considerada seja do tipo prismática, a seção transversal será constante e, por conseguinte, o momento de inércia da seção também o será. Estas duas considerações simplificam os cálculos dos deslocamentos dos elementos. Os fundamentos teóricos a seguir foram considerados por Cavalcanti (2006), para o desenvolvimento do cálculo de estruturas usando o processo da rigidez com análise matricial.

4.1 PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO DE ESFORÇOS

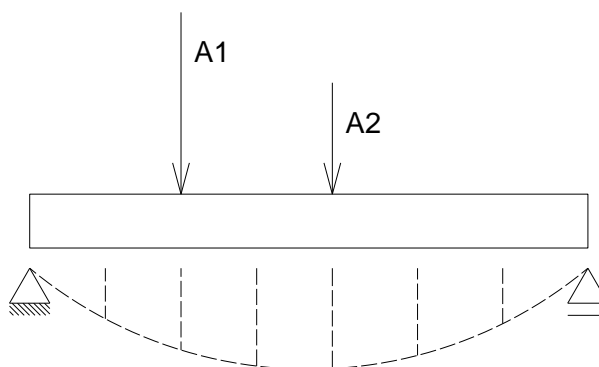
Para os sólidos que respondem às solicitações na forma do regime elástico, quando os deslocamentos são suficientemente pequenos, é possível afirmar que efeito global de um conjunto de ações é igual à soma dos efeitos individuais de cada ação, conhecido como o princípio da superposição dos efeitos. A Figura 4.1 ilustra o princípio da superposição dos efeitos. A estrutura está sujeita a duas ações que atuam ao mesmo tempo. Assim, de acordo com o princípio da superposição dos efeitos, qualquer efeito causado pela atuação combinada das duas ações pode ser calculado a partir da soma dos efeitos das ações atuando isoladamente. Portanto, o deslocamento no meio do vão causado pelas duas ações atuando ao mesmo tempo será igual a soma dos deslocamentos (no meio do vão) obtidos quando as ações atuavam isoladamente.

Figura 4.1 – Superposição dos efeitos.

Fonte: (ADAPTADO DE CAVALCANTI, 2006).

Desse modo, por mais complexas que sejam as combinações de carregamento, sempre que for possível aplicar o princípio da superposição dos efeitos, os carregamentos combinados podem ser divididos em ações individuais, e qualquer efeito global, como deslocamento em um ponto, pode ser obtido a partir da soma dos efeitos individuais das ações atuando isoladamente.

Quando uma ação externa solicita um sólido na forma do regime elástico, esta ação provoca deslocamentos nos pontos desse sólido. Uma ação provoca deslocamentos em infinitos outros pontos diferentes daquele onde ela própria está aplicada.

Figura 4.2 – Deslocamentos na viga.

Fonte: (ADAPTADO DE CAVALCANTI, 2006).

Analisando a viga da Figura 4.2, é possível observar que existem duas ações aplicadas, e que essas ações são responsáveis pelo deslocamento de toda a viga. No ponto 1 não existe nenhuma carga aplicada, e o mesmo se deslocou. O deslocamento verificado no ponto 1 é em parte causado pela ação A1 e em parte causado pela ação A2, desse modo podemos expressá-lo matematicamente da seguinte forma:

$$\delta_1 = D_{11} + D_{12} \quad (4.1)$$

A Equação 4.1, tem que:

δ_1 é o deslocamento total no ponto 1.

D_{11} é a parcela de deslocamento no ponto 1, causada pela a ação 1.

D_{12} é a parcela de deslocamento no ponto 1, causada pela a ação 2.

Assim, pode-se escrever genericamente que:

$$\delta_1 = \sum_{j=1}^n D_{ij} \quad (4.2)$$

Onde:

n é o número de ações que solicitam a estrutura.

δ_1 é o deslocamento total no ponto i .

D_{ij} é uma parcela de deslocamento no ponto i .

O índice i indica a posição onde ocorre o deslocamento.

O índice j indica qual é a ação que contribui para a parcela de deslocamento D_{ij} .

4.2 EQUILÍBRIO

O equilíbrio estático de uma estrutura acontece quando a força e o momento resultantes são nulos em qualquer ponto do corpo em análise. Como a análise estrutural se dá no espaço tridimensional, é possível decompor a força e o momento resultantes nos termos de suas componentes cartesianas, sendo possível expressar matematicamente o equilíbrio da seguinte forma:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \quad (4.3)$$

$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0 \quad (4.4)$$

As Equações 4.3 e 4.4 expressam as condições de equilíbrio para qualquer sólido no espaço. Existem casos particulares em que as estruturas são idealizadas em modelos planos, assim podem ser reduzidas a apenas três equações, sendo duas de translação, relativas ao somatório de forças e uma de rotação, relativa ao somatório de momentos.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0 \quad (4.5)$$

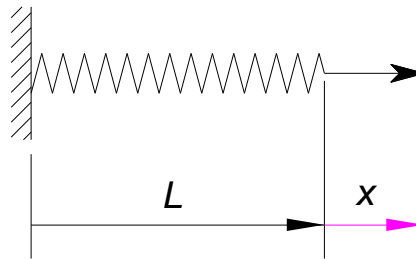
4.3 FLEXIBILIDADE E RIGIDEZ DA MOLA

As equações de flexibilidade e rigidez expressam as relações entre ações e deslocamentos em uma estrutura. O entendimento de como essas equações são formuladas é fundamental para a análise matricial por meio dos métodos da flexibilidade ou da rigidez.

Os conceitos de flexibilidade e rigidez podem ser ilustrados com o auxílio da mola apresentada na Figura 4.3, onde a mesma é tracionada pela ação A , e devido a

solicitação dessa mesma ação, a mola distende-se do comprimento L até o comprimento $+L$, sendo a ação A a responsável pelo alongamento (deslocamento).

Figura 4.3 – Mola sujeita a tração.



Fonte: (ADAPTADO DE CAVALCANTI, 2006).

De acordo com a Lei de Hooke, basta descobrir qual é a força que provoca um deslocamento unitário na mola, de acordo com a Equação 4.6.

$$F = k \cdot x \quad (4.6)$$

Onde x é o deslocamento que a força F provoca e k é a constante elástica da mola.

Portanto, na Equação 4.6, k é a força que é capaz de provocar um deslocamento unitário na mola, ou seja, quando $x = 1$. Quanto mais alto for o valor de k maior será a força necessária para distender ou comprimir a mola, ou em outras palavras mais rígida será a mola.

Em análise matricial o princípio é o mesmo, mas com a finalidade de manter sempre uma mesma simbologia matemática, a Equação 4.6 é reescrita do seguinte modo:

$$A = S\delta \quad (4.7)$$

Onde:

δ é o deslocamento provocado pela ação A .

S é a força necessária para provocar um deslocamento unitário ($\delta = 1$)

Assim, quanto maior for o valor de S mais difícil será deslocar a mola, ou seja, mais rígida será a mola.

Uma outra forma de relacionar ações e deslocamentos pode ser escrita da seguinte forma:

$$\delta = F.A \quad (4.8)$$

Onde:

δ é o deslocamento provocado pela ação A . (de novo e sempre).

F é o deslocamento que surge na mola quando aplica-se uma ação unitária.

$$A = 1$$

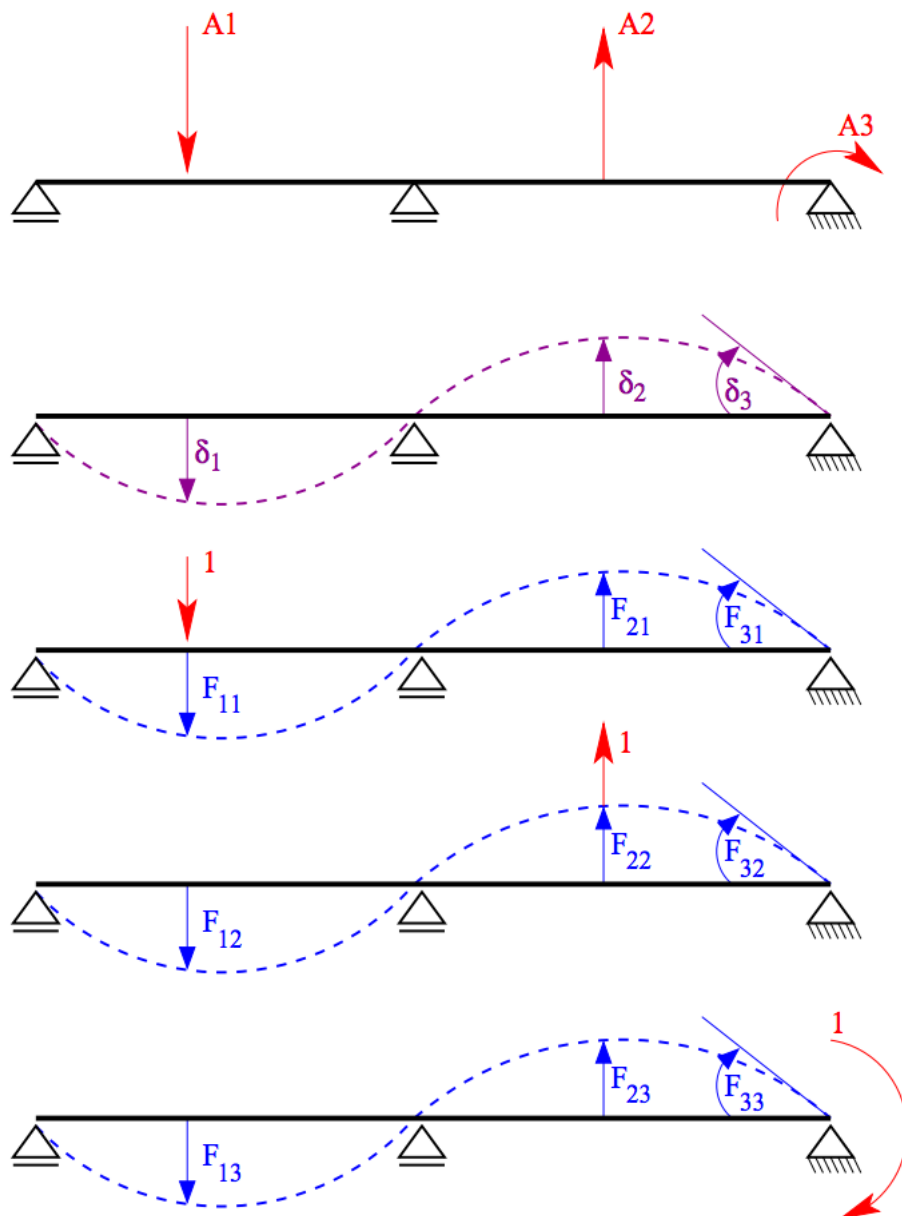
Deste modo, quanto maior for o valor de F mais fácil será deslocar a mola, ou seja, mais flexível será a mesma. Analisando as Equações 4.7 e 4.8 é possível perceber que F e S são grandezas inversamente proporcionais.

4.4 MATRIZES DE FLEXIBILIDADE E DE RIGIDEZ

Na análise de grelhas o número de deslocamentos e ações é consideravelmente elevado e, portanto, são utilizadas matrizes de coeficiente nominadas de matriz de rigidez e matriz de flexibilidade.

No exemplo a seguir, uma viga de dois vãos, sujeita a três ações, conforme apresentado na Figura 4.4, será analisada. Para esse caso é desejado obter os três deslocamentos δ_1 , δ_2 e δ_3 indicados na figura, considerados positivos nos mesmos sentidos das ações aplicadas nos pontos 1, 2 e 3.

Figura 4.4 – Viga de dois vãos.



Fonte: (CAVALCANTI, 2006).

Sabe-se que cada deslocamento é composto de parcelas de deslocamento correspondentes as ações aplicadas na estrutura, de forma que:

$$\delta_1 = D_{11} + D_{12} + D_{13} \quad (4.9)$$

$$\delta_2 = D_{21} + D_{22} + D_{23} \quad (4.10)$$

$$\delta_3 = D_{31} + D_{32} + D_{33} \quad (4.11)$$

Sabemos ainda que se for possível aplicar o princípio dos trabalhos virtuais, as parcelas de deslocamentos D_{ij} podem ser calculados considerando as ações atuando isoladamente na estrutura. Assim, podemos expressar a parcela de deslocamento D_{ij} considerando apenas a ação j . No caso específico apresentado na Figura 4.4, pode-se expressar D_{11} calculando o deslocamento no ponto 1 considerando apenas a ação A_1 atuando isoladamente.

$$D_{11} = F_{11} \times A_1 \quad (4.12)$$

$$D_{12} = F_{12} \times A_2 \quad (4.13)$$

$$D_{13} = F_{13} \times A_3 \quad (4.14)$$

Nas Equações 4.12, 4.13 e 4.14 os coeficientes F_{11} , F_{12} e F_{13} são obtidos através do cálculo do deslocamento no ponto 1 causado pelas ações A_1 , A_2 e A_3

atuando isoladamente. O coeficiente F_{11} é o deslocamento vertical no ponto 1 provocado pela ação A_1 , ao passo que F_{12} é o deslocamento vertical no mesmo ponto 1 agora causado pela ação A_2 .

As Equações 4.12, 4.13 e 4.14 podem ser matricialmente expressas na forma da Equação 4.15.

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Em termos genéricos para uma estrutura qualquer, temos que:

$[\delta]$ é a matriz de deslocamentos;

$[F]$ é a matriz de flexibilidade;

$[A]$ é a matriz das ações.

A Equação 4.15 expressa os deslocamentos em função das ações, utilizando para isso a matriz de flexibilidade $[F]$. Porém, se a partir da mesma Equação 4.15 quiser expressar as ações em função dos deslocamentos, chega-se na Equação 4.16.

$$[A] = [F]^{-1} [\delta] \quad (4.16)$$

Onde $[F]^{-1}$ é a matriz de flexibilidade invertida, de forma que para as mesmas ações e deslocamentos, pode-se dizer que $[S] = [F]^{-1}$, e então escrever-se a Equação 4.17.

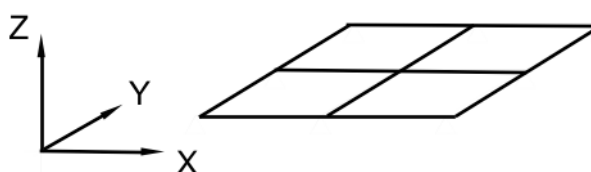
$$[A] = [S][\delta] \quad (4.17)$$

Na Equação 4.17 as ações são expressas em função dos deslocamentos e a matriz $[S]$ é uma matriz de rigidez para a estrutura apresentada, matriz essa que pode ser obtida a partir da inversão da matriz $[F]$ ou diretamente através da identificação de valores de carregamento que provocam deslocamentos unitários nas mesmas direções e sentidos indicados pelos deslocamentos δ_1 , δ_2 e δ_3 da Figura 4.4.

4.5 DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DA ESTRUTURA

Para gerar a estrutura, o sistema de eixos deve ter o plano XY coincidindo com o plano da grelha, e o eixo Z ortogonal a este plano.

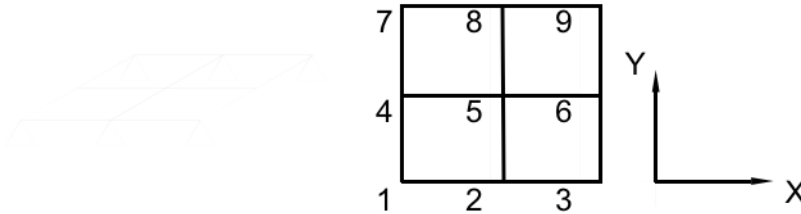
Figura 4.5 – Sistema de eixos ortogonais.



Fonte: (ADAPTADO DE COTTA, 2004).

a) Deve ser escolhida uma numeração para os nós da grelha, de tal forma que a diferença entre o número do nó final e o número do nó inicial seja a menor possível, a fim de que os coeficientes que irão compor a matriz de rigidez sejam organizados pelo programa de tal forma que os valores nulos estejam próximos da diagonal principal da matriz de rigidez global. Sendo assim, o cálculo computacional torna-se mais rápido e destarte, mais eficiente. Recomenda-se que esta numeração siga, preferencialmente, a direção do eixo x e em seguida a direção do eixo y, como mostrado na Figura 4.5.

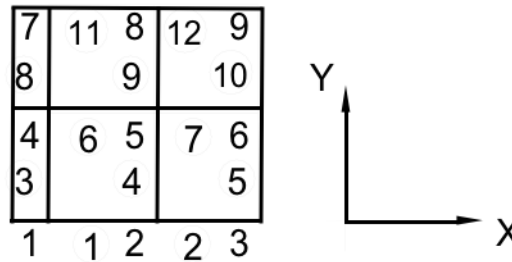
Figura 4.6 – Numeração dos nós da grelha.



Fonte: (ADAPTADO DE COTTA, 2004).

- b) Após numerar os nós da estrutura, o usuário deverá numerar os elementos que a compõe. Esta numeração deverá acompanhar a numeração dos nós, ou seja, os números que serão atribuídos aos elementos devem ser o mais próximo possível dos números dos nós finais e/ou iniciais.

Figura 4.7 – Numeração dos elementos da grelha.



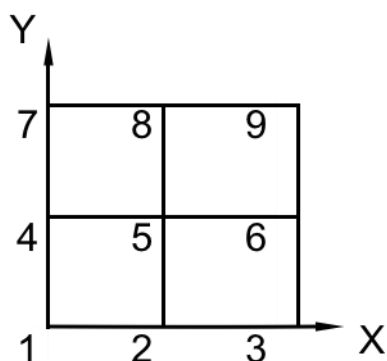
Fonte: (ADAPTADO DE COTTA, 2004).

Os números que estão inseridos nas circunferências correspondem à numeração dos elementos da grelha.

- c) Uma vez numerados os elementos e os nós da estrutura, o usuário deverá informar ao programa as coordenadas correspondentes aos nós. Para tanto, o usuário deverá utilizar como referência o sistema de eixos definido

anteriormente. Neste sistema, a coordenada z será sempre igual a zero, enquanto as coordenadas x e y deveram ser informadas pelo usuário.

Figura 4.8 – Esquema para determinação das coordenadas dos nós da estrutura.



Fonte: (ADAPTADO DE COTTA, 2004).

Considerando que a origem do sistema de coordenadas coincide com o nó 1, e os eixos x e y são paralelos aos elementos da grelha, e ainda, se se considerar que o comprimento de cada elemento seja igual a 1, tem-se as seguintes coordenadas:

Tabela 4.1 – Coordenadas dos nós da estrutura.

NÓ	COORD. X	COORD. Y
1	0	0
2	1	0
3	2	0
4	0	1
5	1	1
6	2	1
7	0	2
8	1	2
9	2	2

Fonte: (ADAPTADO DE COTTA, 2004).

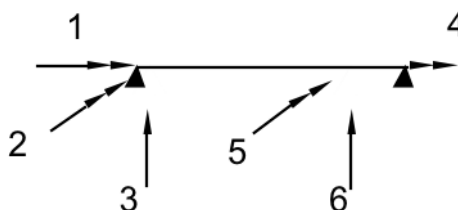
- d) Tendo sido informados os nós iniciais e finais de cada elemento, será possível ao programa calcular a incidência cinemática para a estrutura. Quando do cálculo da matriz de rigidez da estrutura, serão atribuídas as coordenadas globais de cada nó as contribuições de cada elemento que incide sobre aquele nó.
- e) O usuário deverá informar as restrições aos deslocamentos em cada nó da estrutura. Deverá ser informado, para cada nó, se há restrição ao giro, correspondentes aos momentos fletores e torçores, e se há restrição à translação, correspondente à força cortante.
- f) Por fim, em relação à geometria e à caracterização dos elementos, deverão ser informadas pelo usuário as características geométricas dos elementos, a saber:
- Área da seção transversal de cada elemento (A), em m^2 ;
 - Momento de inércia à flexão (I), em m^4 ;
 - Momento de inércia à torção (J), em m^4 .

Deverão ser informadas também pelo usuário algumas características elásticas dos materiais, como:

- Módulo de elasticidade longitudinal (E), em tf/m^2 ;
- Módulo de elasticidade transversal (G), em tf/m^2 .

4.6 GERAÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ

Com as características geométricas e elásticas dadas, o programa deverá calcular a matriz de rigidez para cada elemento que compõe a estrutura. Para isso, será considerado um sistema de coordenadas locais, mostrado na Figura 4.9:

Figura 4.9 – Sistemas de coordenadas locais.

Fonte: (ADAPTADO DE COTTA, 2004).

Neste sistema de coordenadas, os vetores dupla seta 1 e 4 representam os momentos torçores, os vetores dupla seta 2 e 5 representam os momentos fletores e os vetores 3 e 6 representam as forças cortantes.

Os coeficientes da matriz de rigidez podem ser obtidos da maneira que já foi explicada no item 6. Para melhor compreensão do formato final da matriz de rigidez do elemento, pode-se separá-la em quatro submatrizes, como mostrado abaixo:

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{EE}] & [K_{ED}] \\ [K_{DE}] & [K_{DD}] \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Onde:

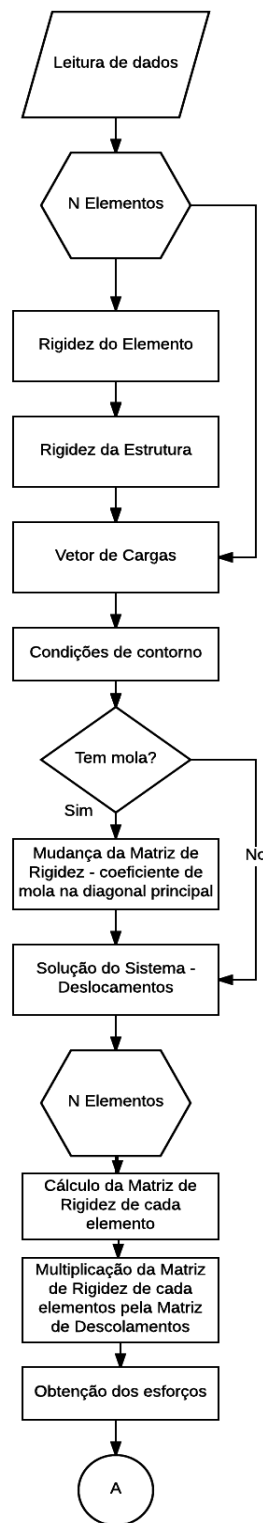
- K_{EE} é a submatriz composta pelos coeficientes de rigidez na direção das coordenadas do nó da esquerda do elemento (ver Figura 24), obtidos a partir de um deslocamento unitário das coordenadas do nó da esquerda do elemento;
- K_{ED} é a submatriz composta pelos coeficientes de rigidez na direção das coordenadas do nó da esquerda do elemento (ver Figura 24), obtidos a partir de um deslocamento unitário das coordenadas do nó da direita do elemento;
- K_{DE} é a submatriz composta pelos coeficientes de rigidez na direção das coordenadas do nó da direita do elemento obtidos a partir de um deslocamento unitário das coordenadas do nó da esquerda do elemento;
- K_{DD} é a submatriz composta pelos coeficientes de rigidez na direção das coordenadas do nó da direita do elemento obtidos a partir de um deslocamento unitário das coordenadas do nó da direita do elemento;

Desta forma, a matriz de rigidez de cada elemento deverá apresentar o seguinte formato:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} \\ -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix}$$

A importância de se subdividir a matriz de rigidez do elemento em quatro submatrizes reside no processo de montagem da matriz de rigidez global, onde deve ser considerada a incidência dos elementos sobre os nós.

4.7 FLUXOGRAMA DO PROGRAMA

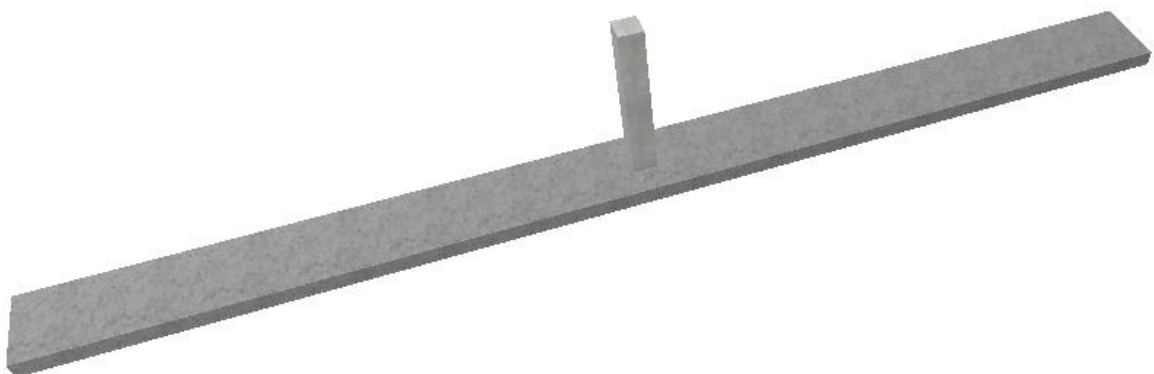


5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

5.1 EXEMPLO 1

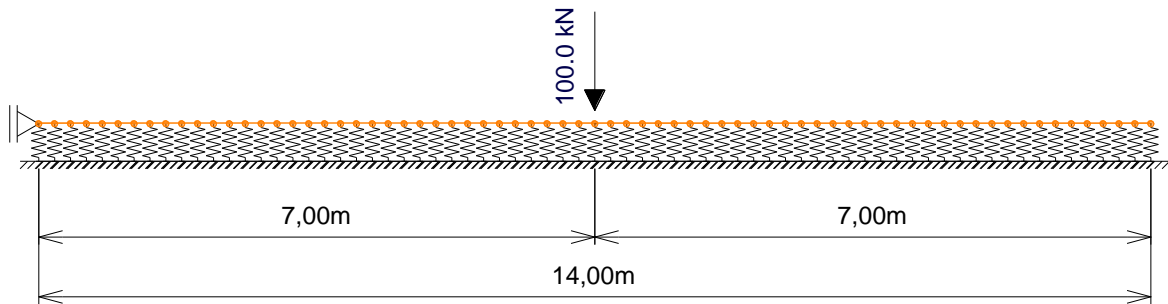
Com o intuito de verificar a precisão de quando se considera um elemento (viga) sobre uma base elástica (meio contínuo) apoiando-se em alguns pontos (meio discreto), resolve-se neste primeiro exemplo uma viga sobre base elástica usando a equação diferencial exata e a mesma viga sobre apoios elásticos. A viga tem 1 m de largura e 14 m de comprimento e está submetida a uma carga concentrada de 100 kN no meio dela, ver Figura 5.1. A espessura da mesma é de 0,182 m e as demais características (módulo de elasticidade, coeficiente de recalque) são apresentados na tabela 3. Determinou-se os esforços e deformações da mesma usando o processo teórico (analítico) que é a referência e depois o programa FTOOL de Martha (2018) e o grelha CALCO de Cass (2017) - neste caso usando o elemento como viga e não grelha. Nos dois programas FTOOL e CALCO o espaçamento dos apoios que permitem a consideração das molas foi variado para mostrar que a solução usando o meio discreto se aproxima da analítica que é a do meio contínuo. No FTOOL usou-se espaçamento de 1,0 m até 0,1 m variando de 10 cm. No caso do CALCO variou-se o espaçamento entre molas de 1 até 0,1 m e nos intervalos de 0,7, 0,5 e 0,2 m:

Figura 5.1 – Vista 3D da viga sobre base elástica.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 5.2 – Discretização da viga sobre apoios elásticos no FTOOL considerando espaçamento de 20 cm entre molas.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Tabela 5.1 – Características da viga sobre base elástica.

Dimensões (m)	b	1,00
	L	14,00
	h	0,182
f _{ck} do concreto (MPa)		30,00
Módulo de elasticidade do concreto - E - (kN/m ²)		26.071.593,74
Momento de inércia - I - (m ⁴)		0.0005
Constante de mola do solo - K - (kN/m ³)		40.000,00
Beta - β		0,94

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.1.1 EQUACIONAMENTO TEÓRICO

Usando o equacionamento teórico apresentado em 3.3.2 e as expressões 3.25 a 3.28 e lembrando que

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4.E.I_z}}$$

com $k = 40000 \text{ kN/m}^3$, $E = 26.071.593 \text{ kN/m}^2$. $I = 0.0005 \text{ m}^4$

obtêm-se os resultados mostrados na Tabela 5.2 (resultados referentes a metade da viga)

Tabela 5.2 – Equacionamento teórico viga sobre base elástica. Onde x pontos considerados para o cálculo (origem no ponto de aplicação da ação), deslocamento vertical dos pontos, dy/dx valor da tangente à elástica, M momento fletor e V cortante.

x (m)	$\beta \cdot x$	y (cm)	dy/dx (rad)	M (kN.m)	Esf.Cort. (kN)
0,0	0,0	-0,11698	0,0000000	-26,7131	-50,0000
1,0	0,9	-0,06416	-0,0006915	2,2213	-11,6324
2,0	1,9	-0,01185	-0,0003217	5,1435	2,2803
3,0	2,8	0,00436	-0,0000433	2,0515	2,8507
4,0	3,7	0,00385	0,0000293	0,1632	0,9756
5,0	4,7	0,00112	0,0000203	-0,2397	0,0153
6,0	5,6	-0,00007	0,0000049	-0,1366	-0,1430
7,0	6,6	-0,00021	-0,0000008	-0,0267	-0,0689

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.1.2 EQUACIONAMENTO COM FTOOL

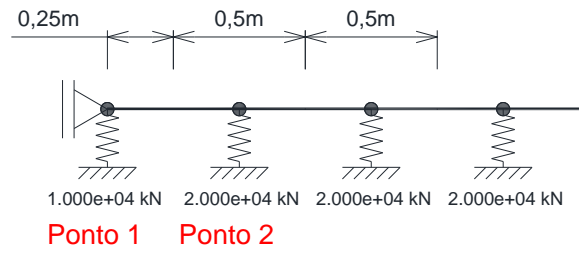
Para usar o programa FTOOL é preciso estabelecer um espaçamento entre as molas e usar o coeficiente de mola de acordo com este espaçamento como o indicado na tabela 5.3 (para o caso de 10 cm). Apresenta-se em seguida um detalhe da colocação das molas na viga, mostrados na Figura 5.3, e o diagrama de momento fletor com a viga na base elástica (na verdade sobre apoios elásticos) espaçados de 10 cm (Figura 5.4), cortante (Figura 5.5) e finalmente deformações (Figura 5.6).

Tabela 5.3 – Valores dos coeficientes de mola viga sobre base elástica para o espaçamento de 10 cm.

Espaçamento de 0,10 m	Ponto 1 = $40.000,00 \text{ kN/m}^3 * 1,00 \text{ m} * 0,05 \text{ m} = 2.000,00 \text{ kN/m}$
	Ponto 2 = $40.000,00 \text{ kN/m}^3 * 1,00 \text{ m} * 0,10 \text{ m} = 4.000,00 \text{ kN/m}$

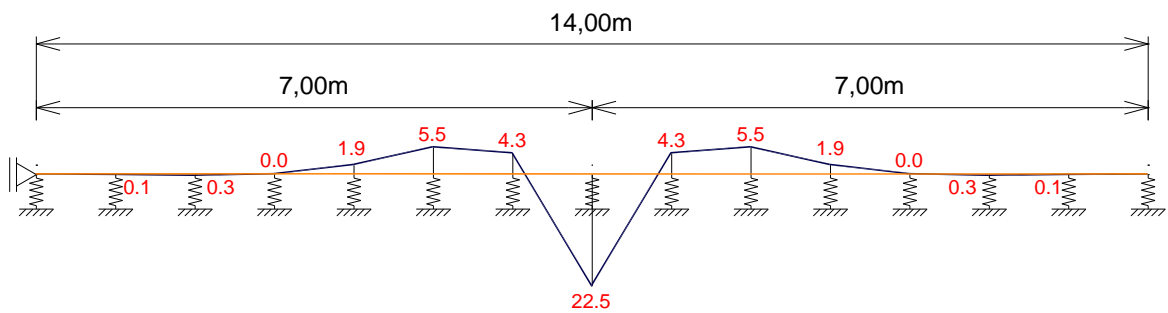
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.3 – Valores dos coeficientes de mola para o espaçamento de 0,50 m.



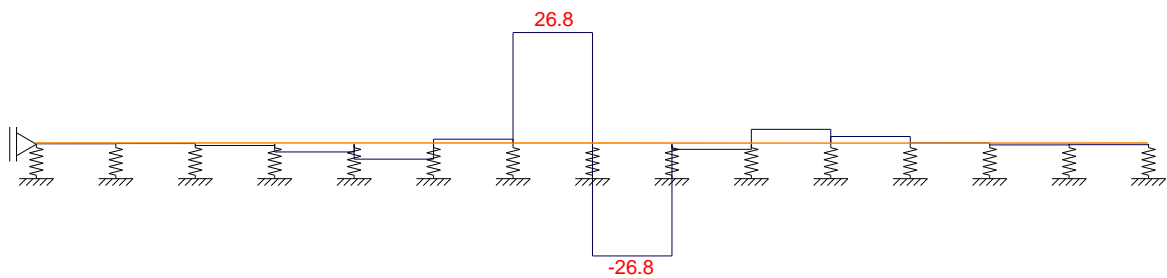
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.4 – Diagrama de momento fletor viga sobre base elástica espaçamento de molas 1,0 m.



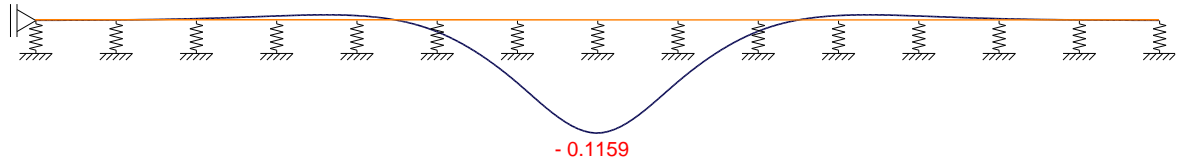
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.5 – Diagrama de esforço cortante viga sobre base elástica espaçamento de molas 1,0 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.6 – Deformação viga sobre base elástica espaçamento de molas 1,0 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.1.3 EQUACIONAMENTO COM GRELHA EQUIVALENTE

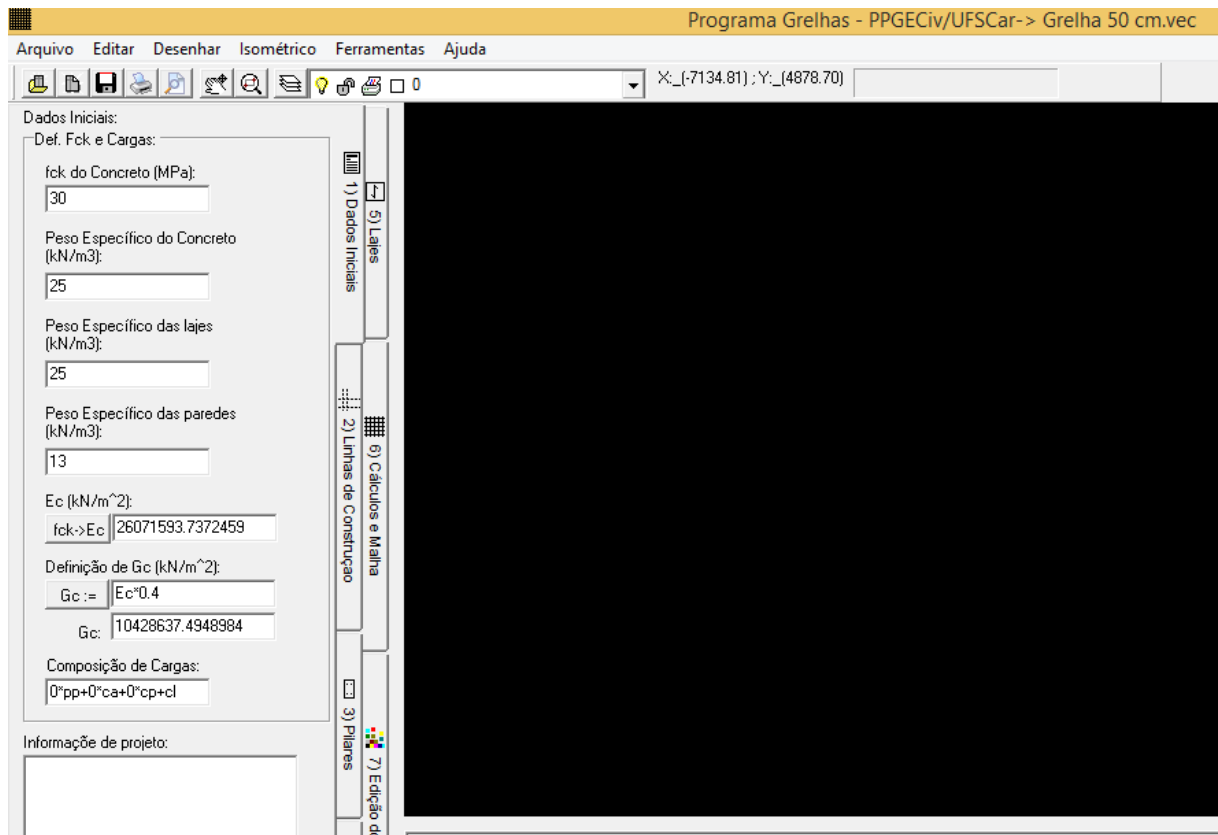
Para resolver a viga com o programa grelha equivalente usa-se o programa CALCO desenvolvido por CASS. Como o programa foi desenvolvido, inicialmente, para a solução de pavimentos de edificações é preciso realizar uma série de adaptações e seguir o roteiro descrito em 5.1.3.1.

5.1.3.1 CÁLCULO UTILIZANDO O PROGRAMA CALCO.

O programa dispõe de uma série de abas que devem ser usadas na sequência para que a grelha seja resolvida.

1. Aba de dados iniciais: Foram escolhidos o f_{ck} , o peso específico do concreto e calculados o E_c e G_t . Na guia composição de cargas, é necessário zerar o peso próprio, carga acidental e carga permanente para que seja calculada apenas a carga concentrada utilizada de 100 kN.

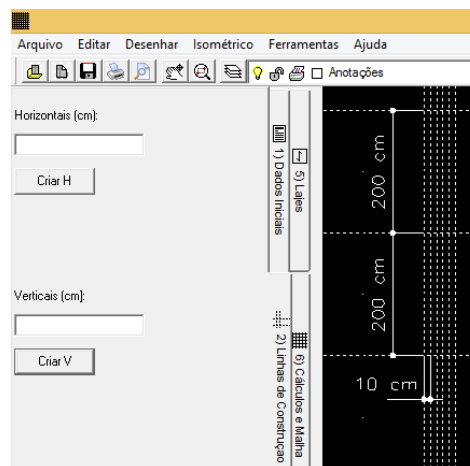
Figura 5.7 – Aba de dados iniciais exemplo 1.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

2. Aba para criação das linhas auxiliares: Foram criadas linhas auxiliares nas direções X e Y sendo 200 cm na direção horizontal e 10 cm na direção vertical até atingir 14 m.

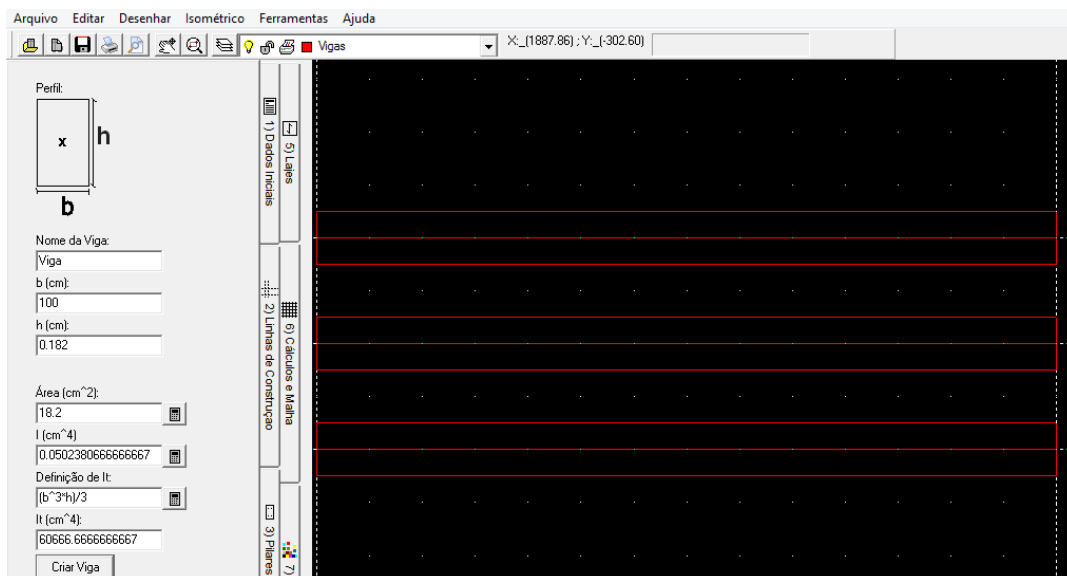
Figura 5.8 – Aba para o lançamento de linhas auxiliares.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

3. Aba para o lançamento das Vigas: Como o programa CALCO foi criado para pavimentos, para considerar vigas sobre base elástica é necessário o lançamento de três vigas com características 1,0 m de largura 0,182 m de altura e 14 m de comprimento, sendo que só a viga intermediária receberá o carregamento de 100 kN. Para que a malha da grelha seja lançada é necessário o lançamento de uma laje fictícia, Figura 5.10, onde a malha da grelha é definida.

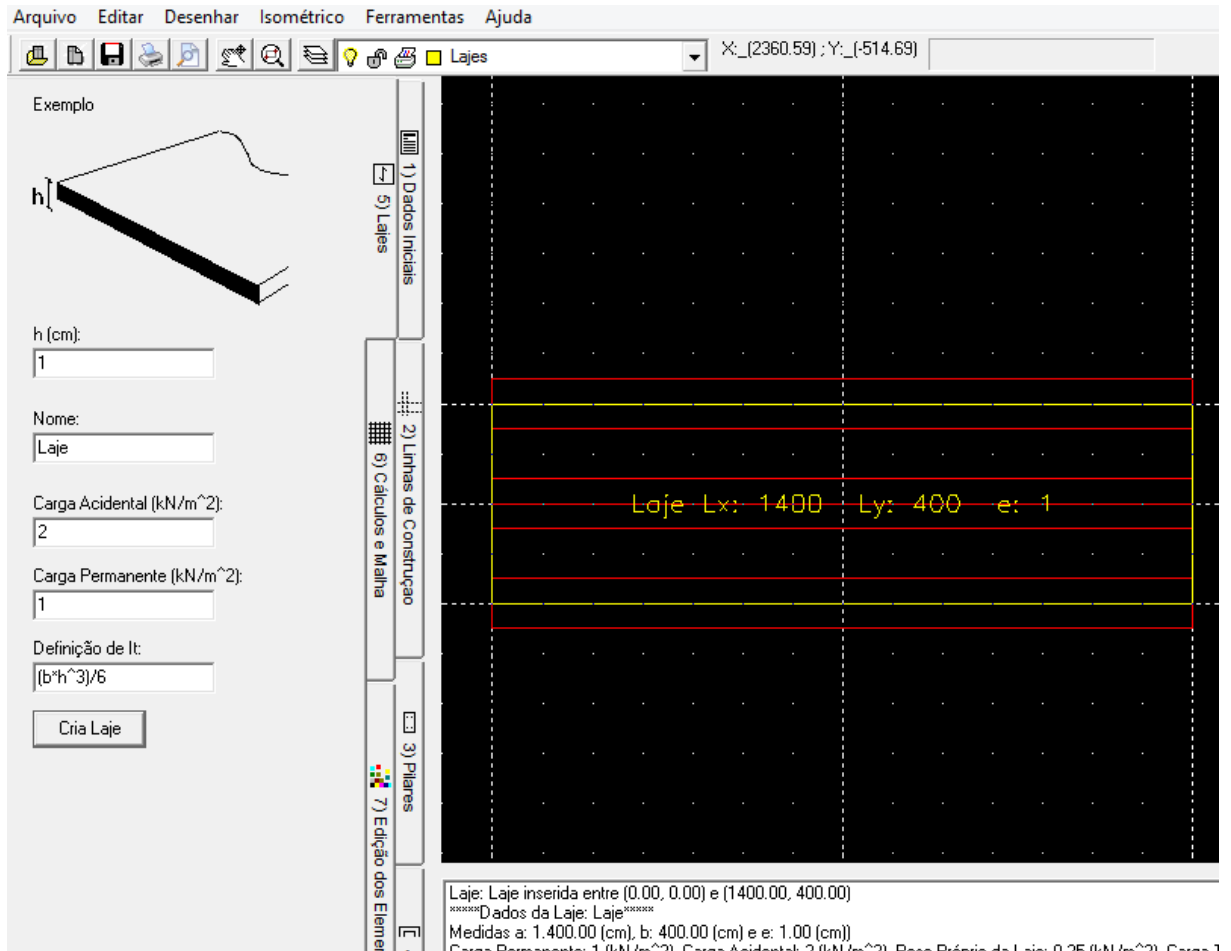
Figura 5.9 – Aba para o lançamento das vigas.



Fonte – próprio autor (2018)

4. Aba para o lançamento das Lajes: Após as vigas introduza a laje (em amarelo). Neste caso ela só serve para definir a malha, como foi dito. Considera-se com 1 cm de espessura, para não passar ação para as vigas laterais.

Figura 5.10 – Lançamento da laje.

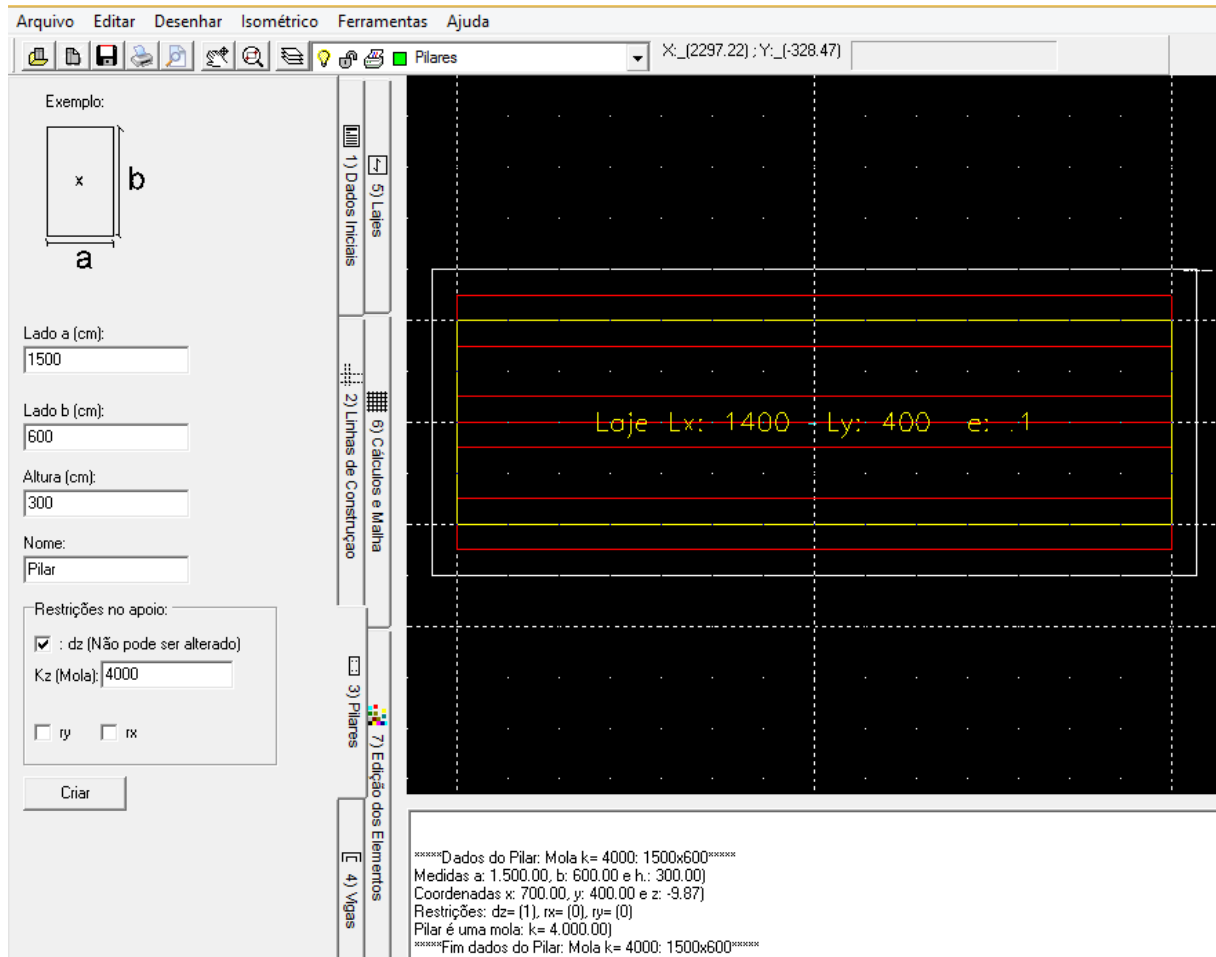


Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5. Aba para o lançamento de Pilares: Após a laje introduza os pilares devem ser introduzidos. No programa em questão este tipo de entrada serve para definir quais pontos de intersecção da malha – nós - existirão apoios. Todos os pontos contidos no interior e dentro do contorno terão as características por ele designadas. Normalmente, quando não se coloca nenhuma informação extra o valor fica em branco é porque o ponto é de apoio fixo e se torna indeslocável na vertical. Colocando um valor para a mola vertical todos os pontos abrangidos pelo contorno do pilar atuarão como molas. Assim, o pilar neste caso deve ter um tamanho tal que englobe toda a estrutura, pois após feita a malha cada vínculo ficará com uma mola vertical em cada nó. O pilar foi lançado de 1500x600 cm e o k_z da mola de 4.000 kN/m³ que é 40.000 kN/m³ multiplicado

pela área da malha da grelha 0,01 m. O valor do k_z da mola de 4.000 kN/m³ pode ser verificado na Figura 5.11.

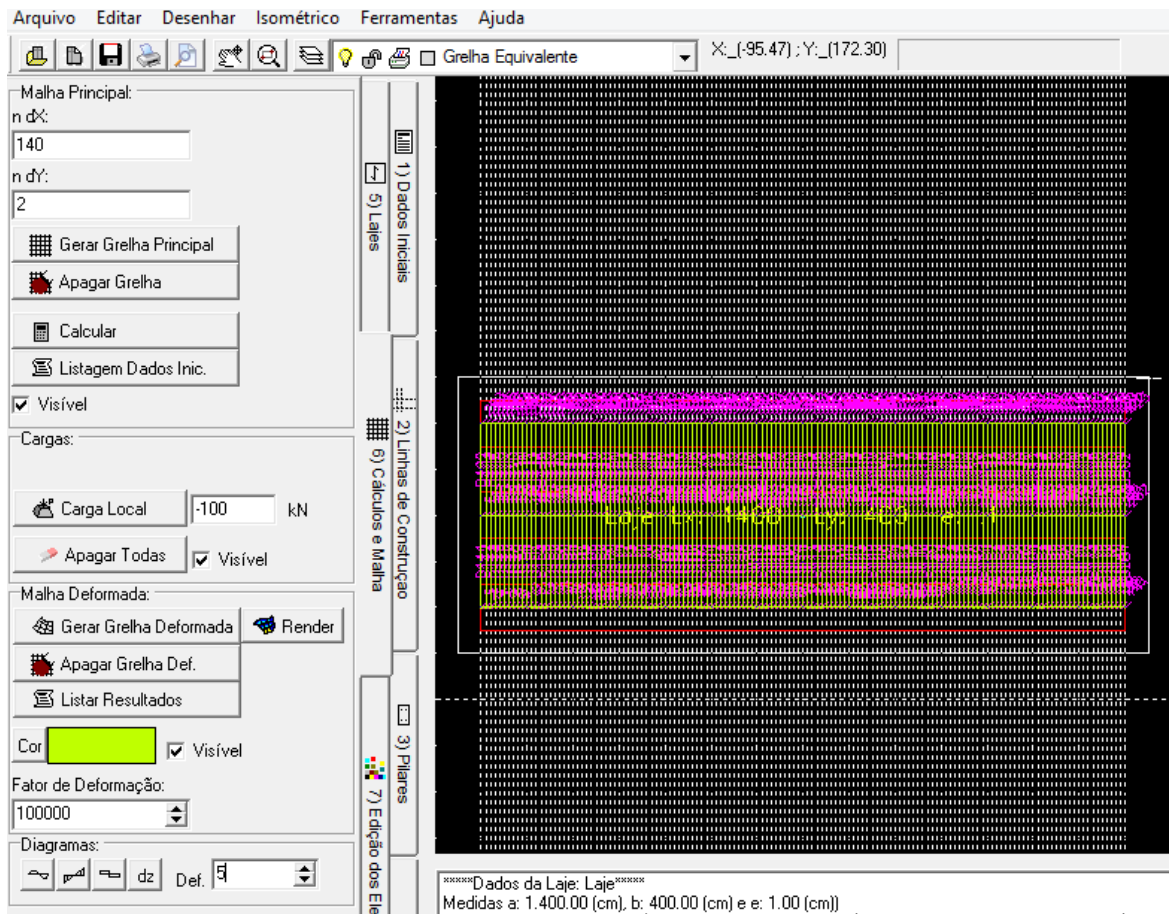
Figura 5.11 – Aba par ao lançamento o Lançamento do pilar.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

6. Aba de geração da Malha, da grelha e carga local e de resolução: Já chegando no final introduza a malha (será lançada em cima da laje) 140 x 2 divisões. Sendo assim a malha será dividida a cada 10,0 cm. Lançar também a carga local de -100 kN no centro da viga central.

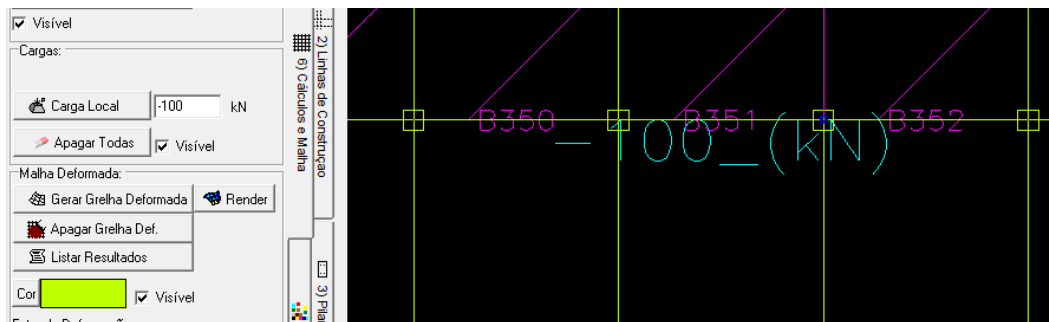
Figura 5.12 – Aba para a geração da Malha da grelha, aplicação das ações e resolução da grelha.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Na figura 5.12 aparece a aba necessário para introdução dos últimos dados (já com a malha desenhada) e na Figura 5.13 há o detalhe da introdução da ação concentrada no meio da viga

Figura 5.13 – Carga concentrada no centro do pilar.

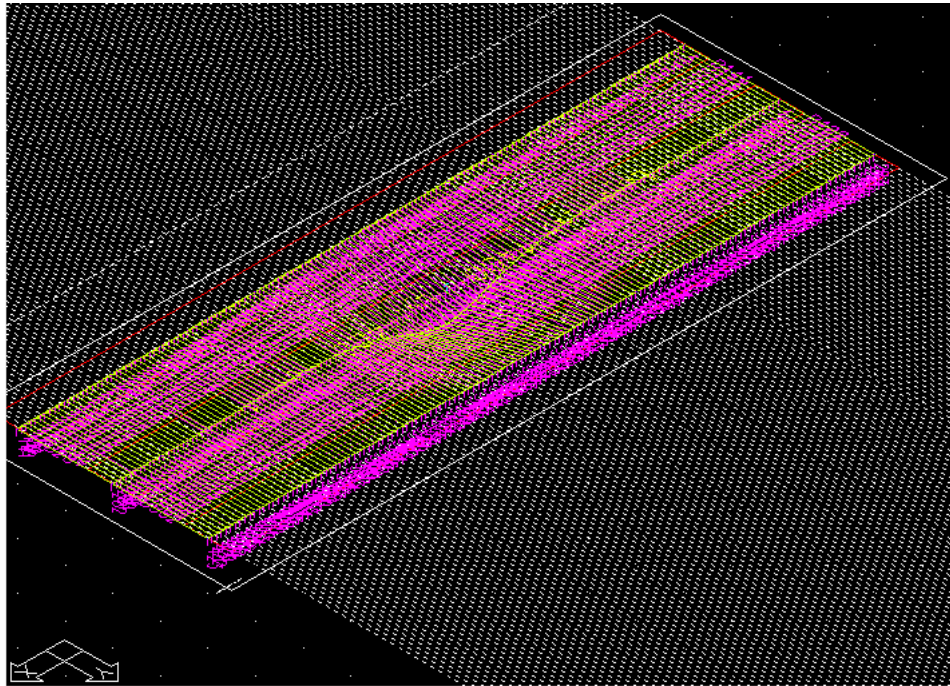


Fonte: PRÓPRIO AUTOR

7. Aba para resolver e traçar os diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamento.

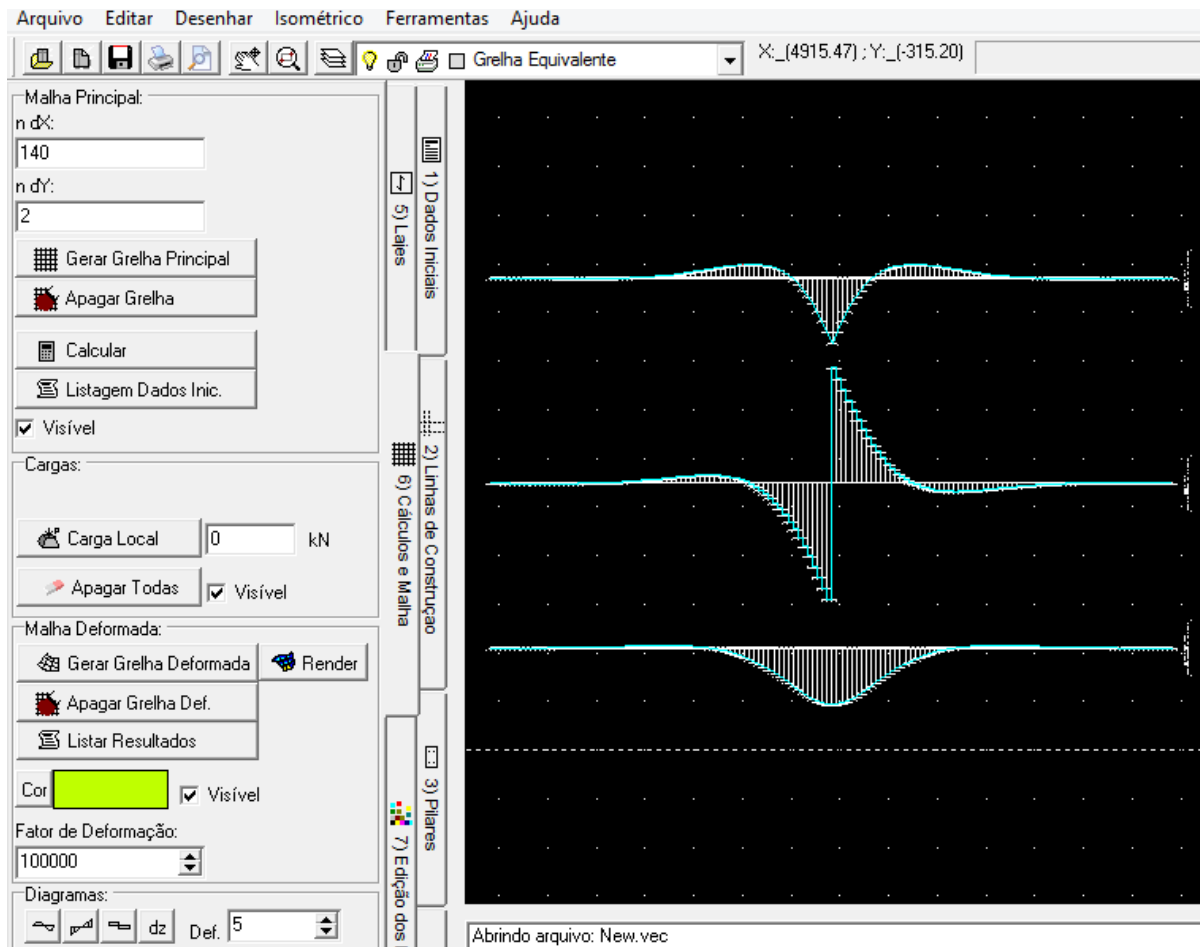
Esta aba é a mesma que a anterior apenas procura-se mostrar detalhes como editor gráfico após os comandos de solução e traçado de diagrama nas Figuras 5.14 e 5.15.

Figura 5.14 – Aba para resolução. Malha deformada em vista isométrica NE.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.15 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamento (unidades em m, kN e kN.m).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.1.4 RESULTADOS

Na tabela 5.4, são apresentados os resultados obtidos pelo processo analítico do meio contínuo e o FTOOL variando-se o espaçamento entre os pontos nodais de 1m a 0,1 m. A concordância dos valores obtidos, para espaçamento resultado de 0,1 m é muito boa, ficando só 14% diferente para o cortante quando se usa espaçamento de 0,3 m.

Tabela 5.4 – Comparativo de resultados equacionamento teórico e FTOOL.

	M_{máx} (kN.m)	Dif. %	V máx (kN)	Dif. %	y (cm)	Dif. %
Eq. Teórico	26,71		50,00		0,11698	
FTOOL-1,00	22,50	15,8	26,80	46,4	0,11590	0,9
FTOOL-0,90	23,30	12,8	29,00	42,0	0,11640	0,5
FTOOL-0,80	24,10	9,8	31,30	37,4	0,11660	0,3
FTOOL-0,70	24,70	7,5	33,60	32,8	0,11680	0,2
FTOOL-0,60	25,30	5,3	36,00	28,0	0,11690	0,1
FTOOL-0,50	25,70	3,8	38,30	23,4	0,11690	0,1
FTOOL-0,40	26,10	2,3	40,60	18,8	0,11700	0,0
FTOOL-0,30	26,40	1,2	43,00	14,0	0,11700	0,0
FTOOL-0,20	26,60	0,4	45,30	9,4	0,11700	0,0
FTOOL-0,10	26,70	0,0	47,70	4,6	0,11700	0,0

Na tabela 5.5, são apresentados os resultados obtidos pelo processo analítico do meio contínuo e o programa CALCO variando-se o espaçamento entre os pontos nodais também de 1m 0,1 m. A concordância dos valores obtidos segue a mesma tendência do programa FTOOL.

Tabela 5.5 – Comparativo de resultados equacionamento teórico e CALCO.

	M_{máx} (kN.m)	Dif. %	Q_{máx} (kN)	Dif. %	y (cm)	Dif. %
Eq. Teórico	26,71		50,00		0,11698	
CALCO-1,00	22,55	15,6	26,81	46,4	0,12000	2,6
CALCO-0,70	24,75	7,3	33,67	32,7	0,12000	2,6
CALCO-0,50	25,75	3,6	38,32	23,4	0,12000	2,6
CALCO-0,20	26,59	0,5	45,33	9,3	0,12000	2,6
CALCO-0,10	26,71	0,0	47,66	4,7	0,12000	2,6

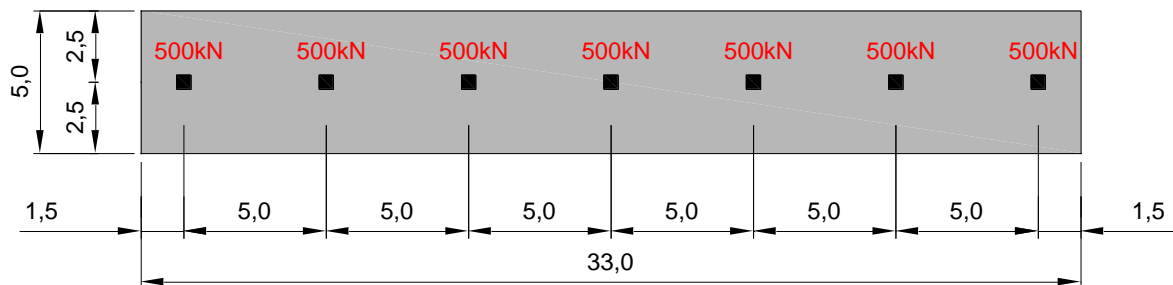
5.2 EXEMPLO 2

Neste exemplo é analisado o cálculo de esforços de um radier retirado do livro de Souza (2017), com comprimento 33,0 m, largura 5,0 m, espessura de 30,0 cm, com carregamento de 500,0 kN, concentrados nos pontos (pilares) conforme apresentados na Figuras 5.16 e características de acordo com a Tabela 5.6. O mesmo radier foi modelado e analisado nos programas FTOOL e CALCO pelo autor e no software ADAPT MAT baseado no método de elementos finitos por Souza (2017).

Tabela 5.6 – Características da faixa do radier

Dimensões (m)	b	5,00
	L	33,00
	h	0,30
f _{ck} do concreto (MPa)		30,00
Módulo de elasticidade do concreto - E - (GPa)		27,00
Constante de mola do solo - K - (kN/m ³)		15.000,00

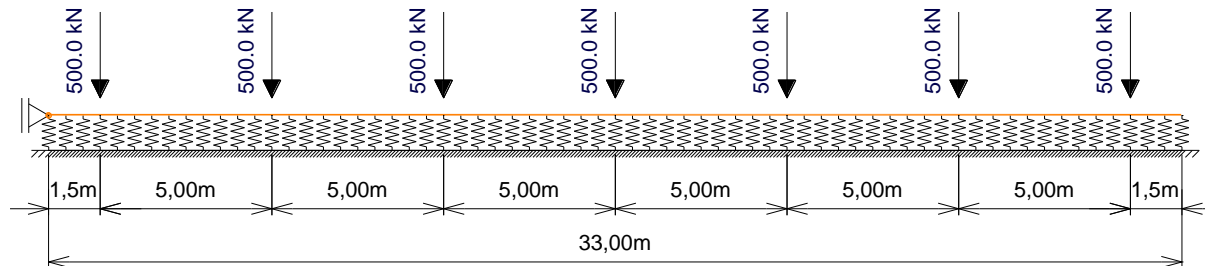
Figura 5.16 – Dimensões do radier (m).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Para a resolução no programa FTOOL usa-se o esquema apresentado na Figura 5.17, neste caso com espaçamento das molas de 0,5 m.

Figura 5.17 – Posicionamento dos carregamentos pontuais da faixa do radier.



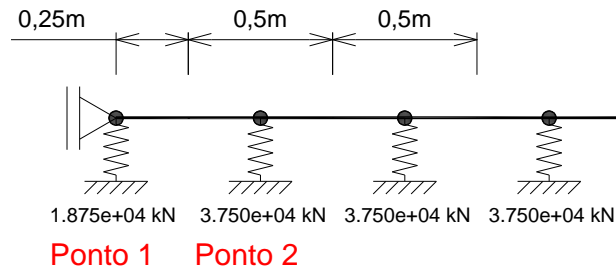
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Para que a comparação entre os programas FTOOL E CALCO sejam feitos de maneira correta é necessário zerar as cargas no programa CALCO de peso próprio, acidental (o programa as calcula automaticamente), deixando habilitado somente a carga nodais concentradas. Todos os detalhes do uso do programa podem ser encontrados em <http://www.deciv.ufscar.br/calco/>. Na Figura 5.19 é mostrado o esquema da grelha empregada neste exemplo (em amarelo) e com espaçamento de 50 cm. Mostra-se também os diagramas de momento fletor em cada linha longitudinal usada (espaçadas de 0,5 m). Na Figura 5.20 apresenta-se de forma destacada o diagrama de momento fletor na linha central que ao nosso ver é a que deveria ser utilizada para o dimensionamento da armadura do radier na região central.

Tabela 5.7 – Valores dos coeficientes de mola para o espaçamento de 50 cm.

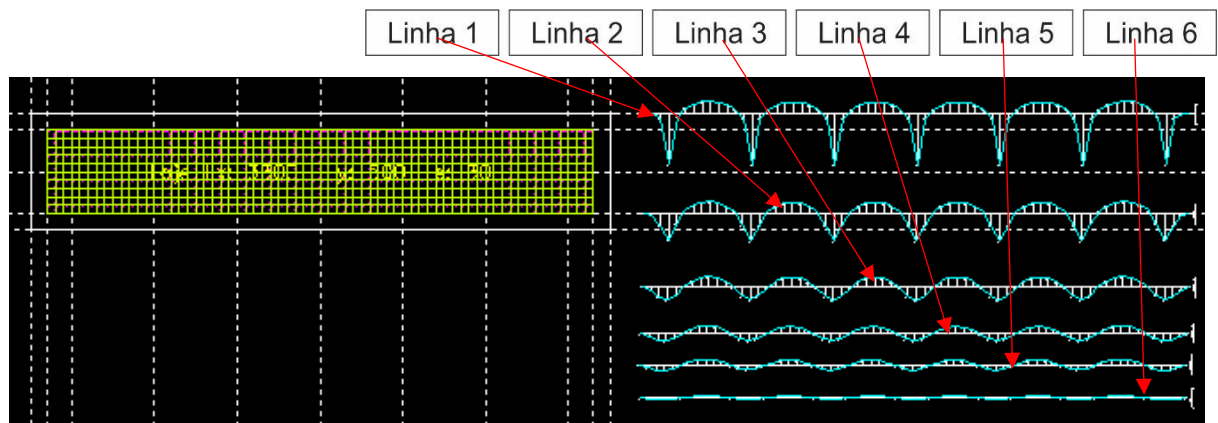
Espaçamento de 0,50 m	Ponto 1 = $15.000,00 \text{ kN/m}^3 * 5,00\text{m} * 0,25 \text{ m} = 18.750,00 \text{ kN/m}$
	Ponto 2 = $15.000,00 \text{ kN/m}^3 * 5,00\text{m} * 0,50 \text{ m} = 37.500,00 \text{ kN/m}$

Figura 5.18 – Valores dos coeficientes de mola para o espaçamento de 0,50 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.19 – Esquema da grelha empregada no CALCO.

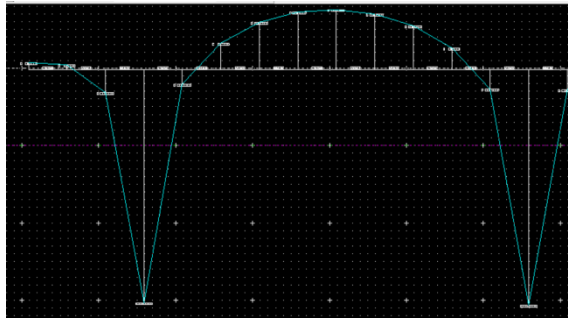


Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Esquema da grelha empregada no calco (espaçamento de 50 cm) a esquerda (em amarelo). Diagramas de Momento fletor no programa de grelha CALCO como laje. Diagrama de momentos fletores na faixa central (linha 1) e depois em cada faixa de 0,5 m até a extremidade da borda (linhas 2 a 6).

A Figura 5.20 detalha o momento fletor no programa CALCO, na linha central. O momento positivo máximo por metro neste caso é de 120,5 kN.m/m e o negativo máximo é igual a 30,9 kN.m/m.

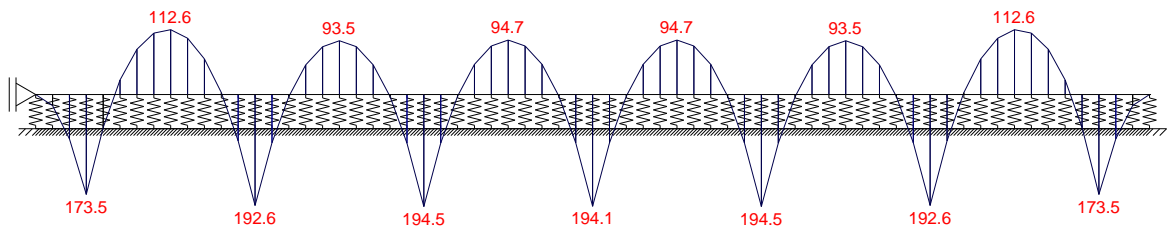
Figura 5.20 – Detalhe do momento fletor no programa CALCO.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

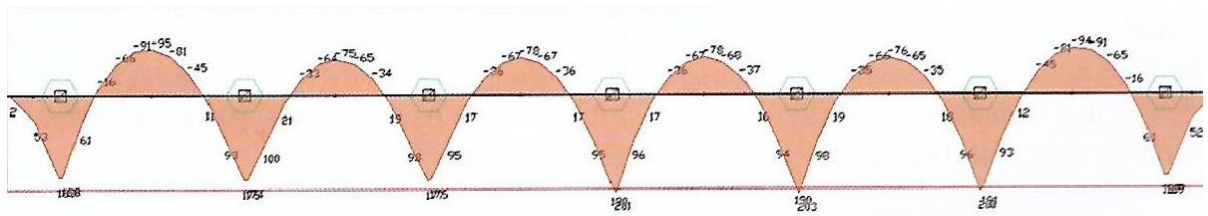
Nas Figuras 5.21 e 5.22 podem ser vistos os diagramas de momento fletores para o caso do FTOOL e do ADAPT.

Figura 5.21 – Diagrama de momento fletor no FTOOL (unidade em kN.m).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.22 – Diagrama de momento fletor no ADAPT MAT (unidade em kN.m).



Fonte: (SOUZA, 2017).

Souza (2017) para detalhar o radier considerou um único momento atuando na largura do mesmo (5m). Desta forma apresenta como resultados de momento fletor em uma seção, como sendo a soma dos momentos ao longo do comprimento de 5 m. Para efeito de comparação fez-se o mesmo procedimento para o programa de grelha CALCO. Assim foi preciso, apenas para efeito de comparação, somar os momentos máximos das diversas linhas 1, 2, 3, 4, 5 e 6. No caso das linhas de 2 a 6 multiplica-se por 2 porque sempre há duas delas no radier. Também usou-se o programa de grelha e considerou-se o radier como uma viga os resultados dos momentos máximos e mínimos são apresentados na Tabela 5.8, sendo os do programa grelha identificado como CALCO e as porcentagens foram consideradas com o programa ADAPT MAT como referência (usando o procedimento descrito de somar os momentos).

Tabela 5.8 – Comparativo de momentos para os diversos procedimentos de cálculo em relação ao ADAPT.

	Mmáx Positivo(kN.m)	Dif. %	Mmáx Negativo (kN.m)	Dif. %
FTOOL	194,50	1,80	112,60	19,78
CALCO (VIGA)	194,45	1,80	105,07	11,78
CALCO (LAJE)	194,05	2,00	104,37	11,03
ADAPT	198,00		94,00	

Como pode ser visto na Tabela 5.8 há uma grande concordância entre os valores dos momentos fletores máximos e mínimos obtidos pelos diversos métodos. Os processos de vigas (FTOOL e Viga) só se aproximaram do resultado das placas por causa do critério usado por Souza (2017) no cálculo da armadura. Na verdade, usando este critério o efeito da placa acaba sendo desprezado e será comentado mais adiante.

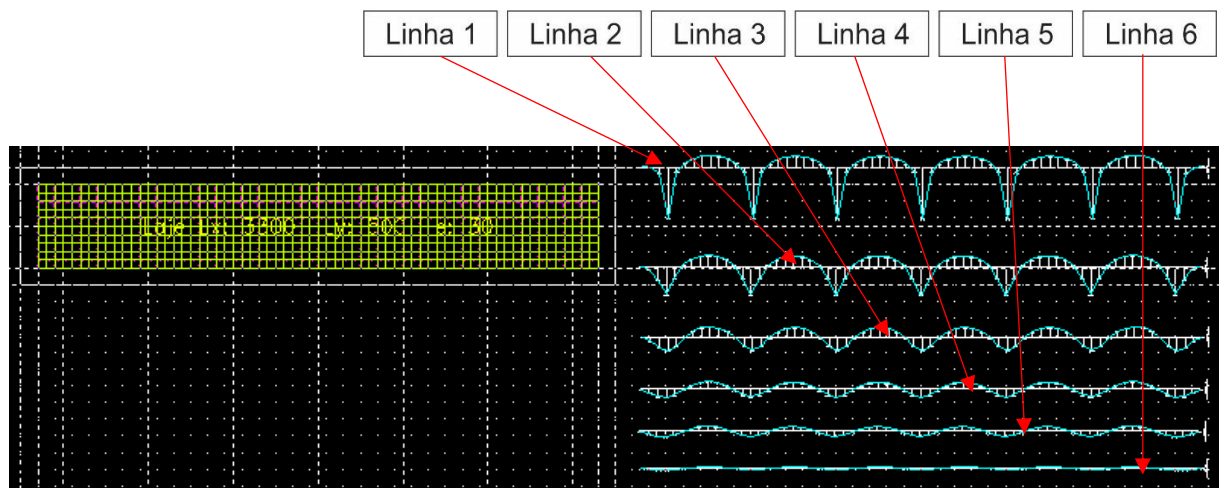
5.3 EXEMPLO 3

Neste exemplo é analisado o cálculo de esforços do radier do exemplo numérico 2 o qual será modelado no CALCO e no software EBERICK. Para que a análise ficasse compatível com o EBERICK o radier foi lançado no CALCO e o peso próprio foi considerado com combinação de 1 x PP (peso próprio) + 1 x CL (carga local).

5.3.1 CÁLCULO UTILIZANDO O PROGRAMA CALCO.

A Figura 5.23 mostra o esquema da grelha empregado no programa CALCO.

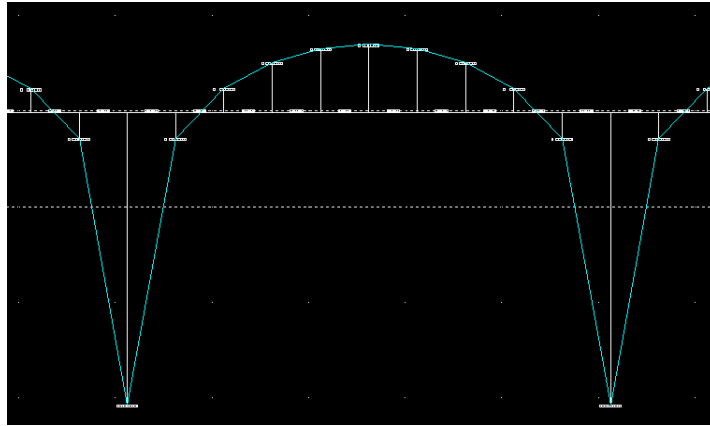
Figura 5.23 – Esquema da grelha empregada no CALCO (unidade em kN.m).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.24 detalha o momento fletor no programa CALCO, na linha central. O momento positivo máximo por metro neste caso é de 124,15 kN.m/m e o negativo máximo é igual a 27,06 kN.m/m.

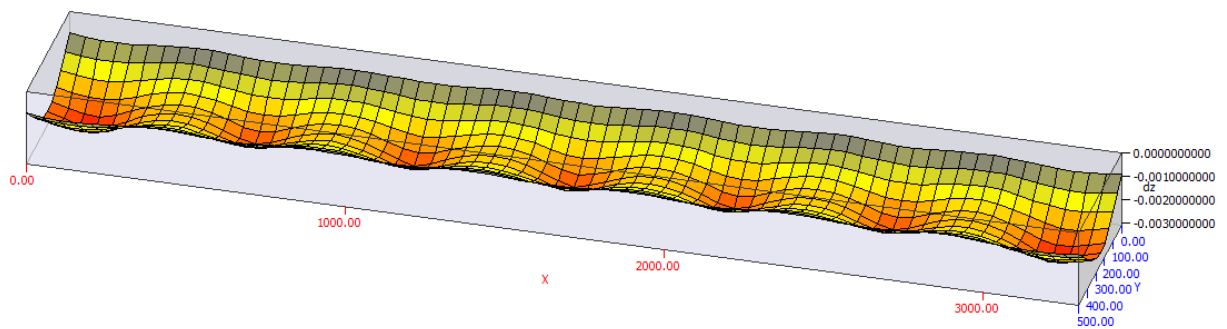
Figura 5.24 – Momento fletor na linha central programa CALCO (unidade em kN.m).



Fonte – próprio autor (2018)

A Figura 5.25 mostra a superfície média deformada do radier usando a grelha equivalente mostrando que os momentos devem ser máximos próximos a variação da linha elástica, ou seja, o centro do mesmo.

Figura 5.25 – Superfície média deformada do radier.



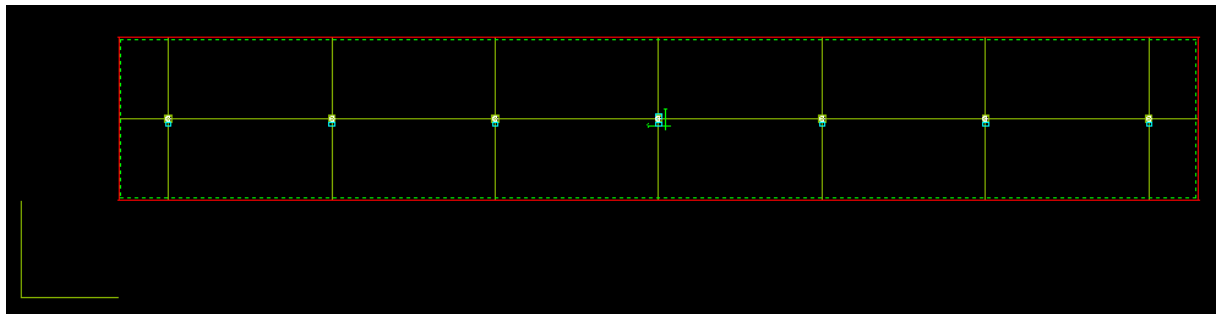
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.3.2 CÁLCULO UTILIZANDO O PROGRAMA EBERICK.

A Figura 5.26 mostra o esquema da grelha empregada no programa Eberick.

Neste momento são lançados os carregamentos nos nós conforme as dimensões da Figura 5.17.

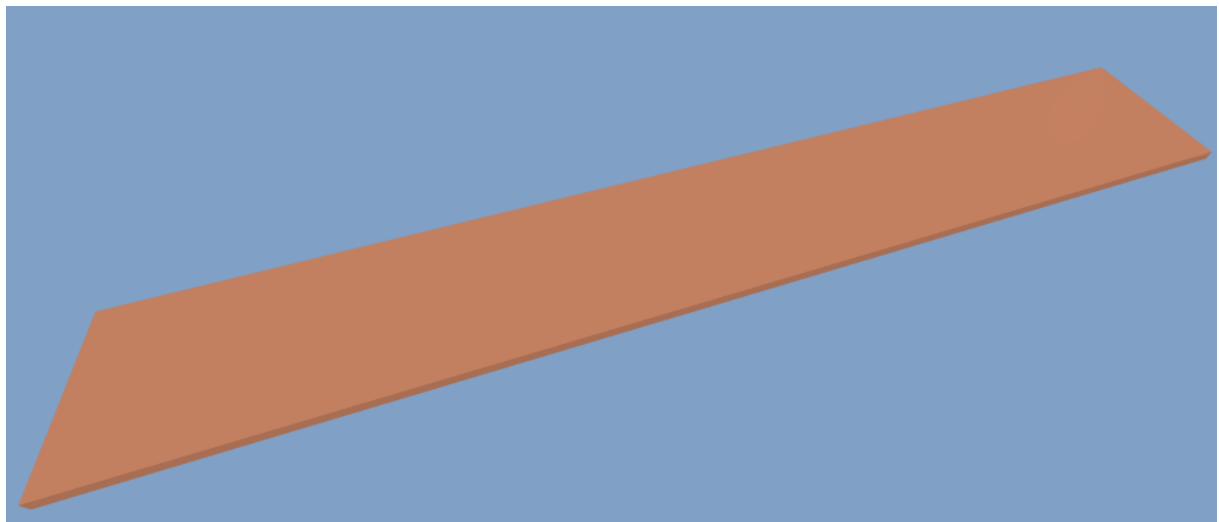
Figura 5.26 – Esquema da grelha empregada no Eberick.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.27 mostra a imagem tridimensional do radier de largura 5 m e comprimento 33 m.

Figura 5.27 – Imagem 3D do radier no Eberick.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Na caixa de diálogo laje de fundação, Figura 5.28, são lançados os dados da laje como carga acidental e revestimento, as quais são zeradas, espessura e os coeficientes de

recalque. No botão grelha é possível editar os espaçamentos da grelha conforme pode ser visto na Figura 5.29.

Figura 5.28 – Lançamento dos dados da laje de fundação.

Laje de fundação

Nome

Cargas

Acidental kgf/m²

Revestimento kgf/m²

Extra kgf/m²

Seção

Espessura cm Elevação cm

Solo

Laje apoiada no solo

Coef. recalque vertical tf/m²

Coef. de deslocamento horizontal tf/m²

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.29 – Espaçamento da grelha.

Grelha

Discretização da laje

Adotar espaçamento configurado

Espaçamento X 50 cm

Espaçamento Y 50 cm

Ângulo 90 °

Pré-fabricadas 1D

Adotar configuração

Vão inicial mínimo cm

Vão entre nervuras cm

Grelha não linear

Utilizar análise com plastificação dos apoios

Adotar limites configurados

Redistribuição máxima 90 %

Aplicar para taxas de armadura maiores que 0.15 %

Armadura equivalente 0.00 cm²/m

Momento de plastificação 0.00 kgf.m

OK Cancelar Ajuda

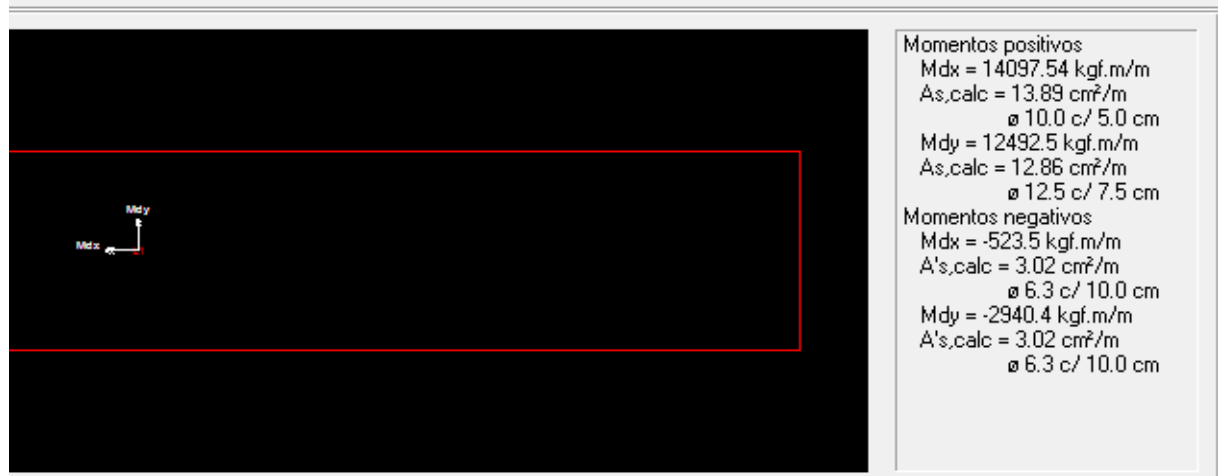
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.30 mostra o momento fletor no programa Eberick, na linha central. O momento positivo máximo por metro neste caso é de $M_{dy} = 124,93 \text{ kN.m/m}$ e o negativo máximo é igual a $M_{dy} = 29,40 \text{ kN.m/m}$.

E o momento positivo máximo por metro $M_{dx} = 140,98 \text{ kN.m/m}$ e o negativo máximo é igual a $M_{dx} = 5,23 \text{ kN.m/m}$.

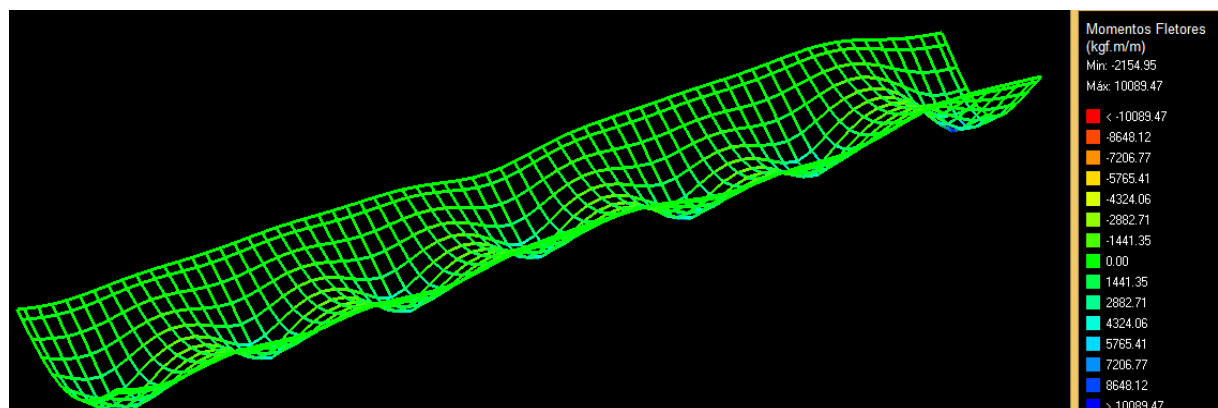
As figuras 5.31 e 5.32 mostram a grelha deformada representando os momentos e os deslocamentos.

Figura 5.30 – Momentos máximos positivos e negativos.



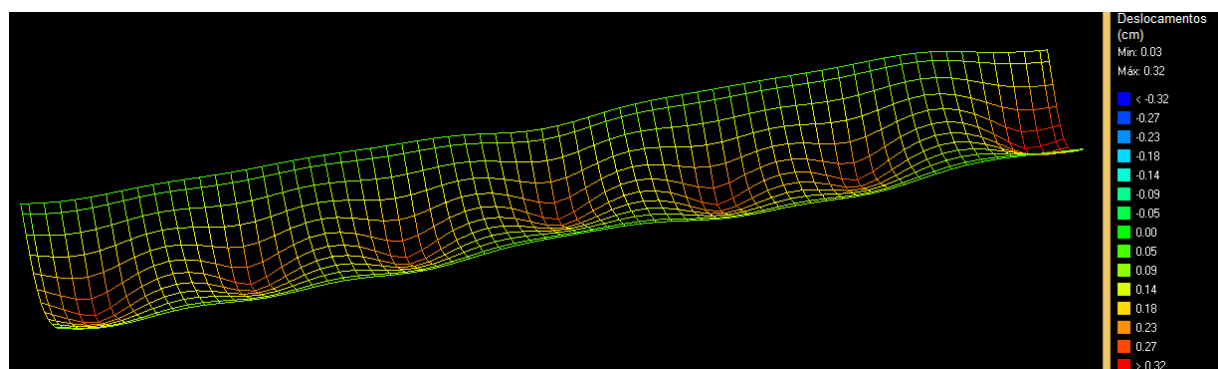
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.31 – Momento fletor da grelha no Eberick.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.32 – Deslocamentos da grelha no Eberick (unidade em cm).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.3.3 RESULTADOS.

A Tabela 5.9 mostra o comparativo de momentos e deslocamentos para o procedimento de cálculo no CALCO em relação ao Eberick. Pode observar que os valores deram uma diferença de 0,6% para o momento positivo, 8% para o momento negativo e em torno de 7% para os deslocamentos.

Tabela 5.9 – Comparativo de momentos e deslocamentos para o procedimento de cálculo no CALCO em relação ao Eberick.

Software	M _{máx} Positivo (kN.m)	Dif. %	M _{máx} Negativo (kN.m)	Dif. %	y _{máx} (cm)	Dif. %
EBERICK	124,93	0,6	29,40	8,0	0,028	7,1
CALCO	124,15		27,06		0,030	

5.4 EXEMPLO 4

Para comparação dos coeficientes verticais do solo será utilizado para o equacionamento teórico os dados do exemplo numérico 1, onde o coeficiente vertical foi 40.000 kN/m³, para argila úmida, e substitui-se pelo coeficiente 90.000 kN/m³, solo silte compactado com areia e pedra, retirado da Tabela 2.11 e representado na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Valores do módulo de reação k_s .

Tipo de solo	k_s (kN/m ³)
Argila úmida	40.000 a 50.000
Silte compactado com areia e pedra	80.000 a 100.000

Fonte: (MORAES, 1972).

5.4.1 EQUACIONAMENTO TEÓRICO

A Tabela 5.11 mostra o equacionamento teórico da viga sobre base elástica considerando o coeficiente vertical do solo 90.000 kN/m³.

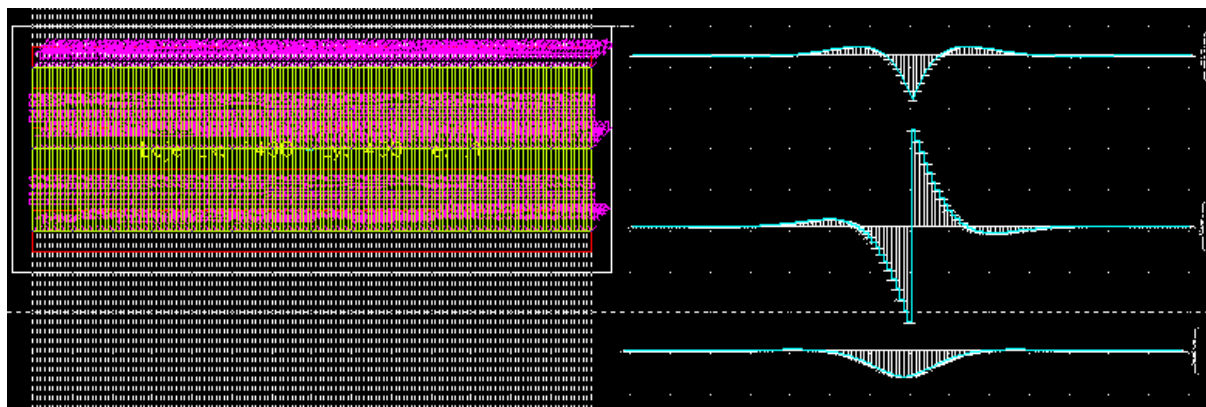
Tabela 5.11 – Equacionamento teórico viga sobre base elástica.

x (m)	$\beta \cdot x$	y (cm)	dy/dx (rad)	M.F. (kN.m)	Esf.Cort. (kN)
0,0	0,0	-0,06368	0,0000000	-21,8112	-50,0000
1,0	1,1	-0,02678	-0,0004228	3,4611	-6,5468
2,0	2,3	-0,00058	-0,0001107	3,1098	3,3368
3,0	3,4	0,00255	0,0000137	0,4647	1,5352
4,0	4,6	0,00073	0,0000148	-0,1925	0,0649
5,0	5,7	-0,00007	0,0000025	-0,0973	-0,1381
6,0	6,9	-0,00009	-0,0000008	-0,0060	-0,0427
7,0	8,0	-0,00002	-0,0000005	0,0083	0,0028

5.4.2 CÁLCULO UTILIZANDO O PROGRAMA CALCO.

A Figura 5.33 mostra os diagramas de momento fletor, detalhe figura 5.34, esforço cortante e deslocamento, obtidos no programa CALCO.

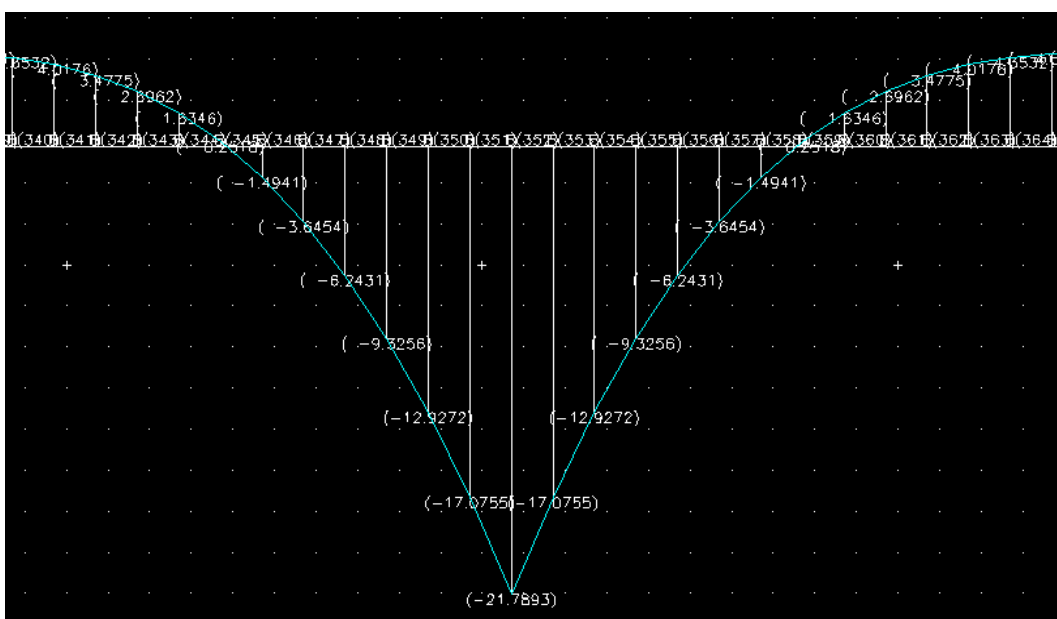
Figura 5.33 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamento (unidades em kN.m, kN e m).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Valores do momento fletor máximo 21,8 kN.m, esforço cortante 47,14 kN e deslocamento 0,06 cm.

Figura 5.34 – Detalhe do momento fletor no programa CALCO.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.4.3 RESULTADOS.

Na Tabela 5.12 são apresentados os resultados obtidos pelos dois processos utilizando coeficientes verticais de 40.000 kN/m³ e 90.000 kN/m³. Comparando os valores nota-se que a diferença é maior no deslocamento enquanto que no momento fletor o coeficiente não afeta muito. Como foi observado no exemplo 1 os valores obtidos com o equacionamento teórico são bem próximos dos obtidos no programa CALCO.

Tabela 5.12 – Comparativo de deslocamento e momento fletor

	y (cm)		Dif. %	M.F. (kN.m)		Dif. %
	40000 kN/m ³	90000 kN/m ³		40000 kN/m ³	90000 kN/m ³	
Eq. Teórico	-0,11698	-0,06368	45,6	-26,71311	-21,8112	18,4
CALCO	-0,12000	-0,06000	50,0	-26,71000	-21,8000	18,4

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.5 EXEMPLO 5

5.5.1 RADIER RETANGULAR DE ALTURA CONSTANTE.

Para estudo de caso o radier da Figura 5.35 foi dividido em faixas de modo a tornar possível uma análise simplificada, conforme sugerido no capítulo 3 deste trabalho.

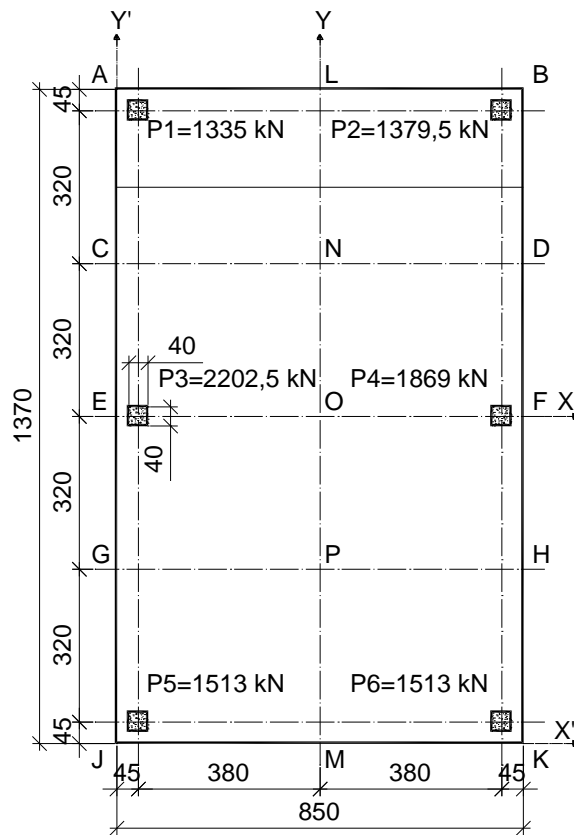
Em seguida o mesmo radier é modelado como malha de elementos finitos, com a utilização dos softwares PLAXIS 3D (finite element code for soil and rock analysis) e CALCO, com os quais pode-se realizar uma análise mais precisa da interação solo-estrutura e observar sua influência no comportamento do radier, obtendo-se os recalques e as tensões em diferentes pontos do radier para a avaliação do módulo de reação do solo e posterior comparação com o resultado teórico. De acordo com Vilela (2016), a versão do software Plaxis usada nesse trabalho é o *Introductory 3D* (2014). Essa versão permite a modelagem em 3D do radier e do solo sob o mesmo. Entretanto, por ser uma versão simplificada com limitações, fornecida pelo fabricante para fins acadêmicos, não permite a introdução de mais de um furo de sondagem, além de só permitir a modelagem de uma camada de solo. Assim, o maciço de solo sob a fundação, é um maciço homogêneo representado por uma malha de elemento finitos de volume com dez nós.

5.5.2 MODELO I – RADIER DE ESPESSURA CONSTANTE MÉTODO SIMPLIFICADO DE ANÁLISE.

A Figura 5.35 mostra a geometria do radier, os parâmetros do solo tais como: o módulo de deformabilidade, o coeficiente de Poisson e coesão foram adotados tendo como base os trabalhos de Teixeira e Godoy (1996).

O radier está assente sobre uma camada de argila seca de 20 m de espessura, $N_{SPT}=10$, peso específico $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ e ângulo de atrito $\phi = 30^\circ$. As seguintes especificações foram adotadas para o concreto: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, módulo de elasticidade calculado pela expressão proposta pela NBR 6118:2014; coeficiente de Poisson, $\nu = 0,2$.

Figura 5.35 – Radier 13,70 x 8,50 x 0,50 m.



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A Tabela 5.13 mostra os parâmetros geotécnicos da fundação, adotados de acordo com as correlações propostas por Teixeira e Godoy (1996).

Tabela 5.13 – Parâmetros adotados

N_{SPT}	ν	k (MPa)	α	E_s (MPa)	L (m)	B (m)	E_c (MPa)
10	0,2	0,2	7	14,0	13,70	8,50	26071,59

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A Tabela 5.14 apresenta os valores do fator de forma I_s propostos por Velloso e Lopes (2014).

Tabela 5.14 – Fator de forma I_s , Interpolação com base na Tabela 2.3

L/B	1,05	1,50	1,61	2,00	3,00	5,00	10,00
I_s	1,14	1,15	1,18	1,30	1,52	1,83	2,25

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A solução proposta por Vilela (2016), é apresentada a seguir. Inicialmente calcula-se a pressão resultante com a expressão (3.5).

$$q = \frac{P_{total}}{A} + \frac{M_x}{I_x}y + \frac{M_y}{I_y}x \leq q_{admissível} \quad (3.5)$$

Onde:

A : área do radier ($B \times L$);

$I_x = \frac{BL^3}{12}$ = momento de inércia do radier em relação ao eixo X;

$I_y = \frac{LB^3}{12}$ = momento de inércia do radier em relação ao eixo Y;

M_x : momento da resultante P pela excentricidade e_y em torno do eixo X;

M_y : momento da resultante P pela excentricidade e_x em torno do eixo Y;

X' : coordenada X' do centro de gravidade;

Y' : coordenada Y' do centro de gravidade;

As excentricidades e_x, e_y nos eixos X e Y são determinadas usando-se as coordenadas X' e Y' , que são calculadas com as expressões (3.6) e (3.7).

A Tabela 5.15 mostra a sequência de cálculo para obtenção das coordenadas X' e Y' , bem como as excentricidades, e_x, e_y .

Tabela 5.15 – Coordenadas para o centro de forças e da excentricidade.

COORDENADAS X' E Y'					
COLUNA	Pi (kN)	xi (m)	Pi.Xi	yi (m)	Pi.yi
1	1335,00	0,45	600,75	13,25	17688,75
2	1379,50	8,05	11104,975	13,25	18278,375
3	2002,50	0,45	901,125	6,85	13717,125
4	1869,00	8,05	15045,45	6,85	12802,65
5	1513,00	0,45	680,85	0,45	680,85
6	1513,00	8,05	12179,65	0,45	680,85
ΣPi	9612,00	$\Sigma Pix'i$	40512,80	$\Sigma Piy'i$	63848,60
x'	4,21				
y'	6,64				
e_x	-0,04				
e_y	-0,21				

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

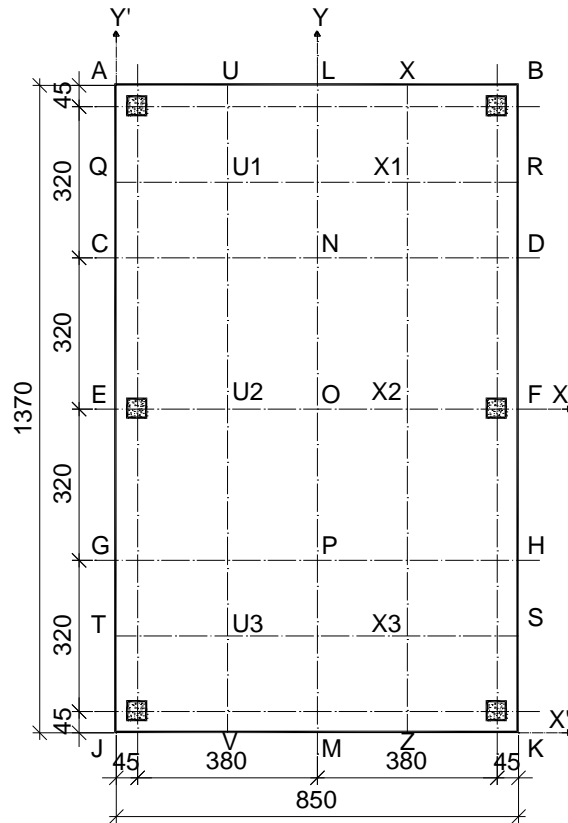
Os momentos resultantes e as inércias são calculados com as expressões (3.10) a (3.13).

Assim a expressão (3.5) para o modelo do exemplo numérico 5 fica:

$$q = 82,54 \pm 0,4824x \pm 1,0946y \quad (5.1)$$

A Figura 5.36 mostra os pontos onde as pressões sob o radier são calculadas. As tensões foram calculadas no centro das faixas assim, o esquema estrutural da faixa representa o carregamento e a reação do solo no centro da mesma.

Figura 5.36 – Pontos onde as reações do solo são apresentadas.



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A Tabela 5.16 apresenta as coordenadas dos pontos onde as tensões sob o solo são calculadas e seus respectivos valores segundo a expressão (5.1). Também a sequência de cálculo das inércias e dos momentos devido as excentricidades são apresentadas nessa tabela.

Tabela 5.16 – Tensões sob o radier nos pontos em destaque na figura 4.36.

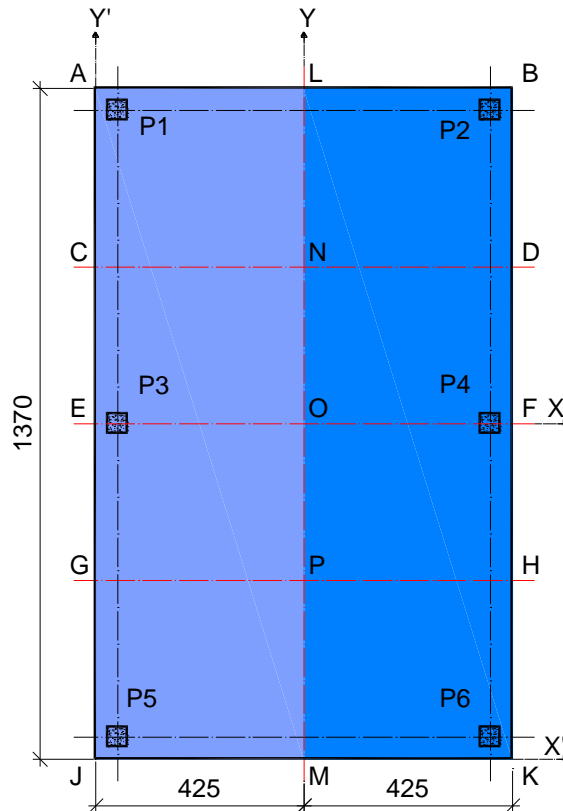
P (kN)	A (m ²)	P/A (kN/m ²)	e _x (m)	e _y (m)		
9612,00	116,45	82,54	-0,04	-0,21		
I _y	I _x	M _y	M _x	M _y /I _y	M _x /I _x	
701,13	1821,38	-338,2	-1993,6	-0,48	-1,09	
PONTO	P/A	X coord.	-0,4824*x	Y coord.	-1,0946*y	q (kN/m ²)
E	82,54	-4,25	2,05	0,00	0,00	80,49
F	82,54	4,25	-2,05	0,00	0,00	84,59
Q	82,54	-4,25	2,05	4,80	-5,25	85,75
R	82,54	4,25	-2,05	4,80	-5,25	89,85
S	82,54	-4,25	2,05	-4,80	5,25	75,24
T	82,54	4,25	-2,05	-4,80	5,25	79,34
U	82,54	-1,90	0,92	6,85	-7,50	89,12
V	82,54	-1,90	0,92	-6,85	7,50	74,13
X	82,54	1,90	-0,92	6,85	-7,50	90,96
Z	82,54	1,90	-0,92	-6,85	7,50	75,96
U1	82,54	-1,90	0,92	4,80	-5,25	86,88
U2	82,54	-1,90	0,92	0,00	0,00	81,63
U3	82,54	-1,90	0,92	-4,80	5,25	76,37
X1	82,54	1,90	-0,92	4,80	-5,25	88,71
X2	82,54	1,90	-0,92	0,00	0,00	83,46
X3	82,54	1,90	-0,92	-4,80	5,25	78,20

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A divisão do radier em faixas é a próxima etapa da rotina de cálculo proposta por Vilela (2016). O radier do modelo foi dividido em faixas longitudinais e transversais. Para essas faixas são traçados os diagramas do momento de flexão e força cortante.

A Figura 5.37 mostra a divisão do radier em duas faixas longitudinais de 4,25 m de largura e 13,70 m de comprimento.

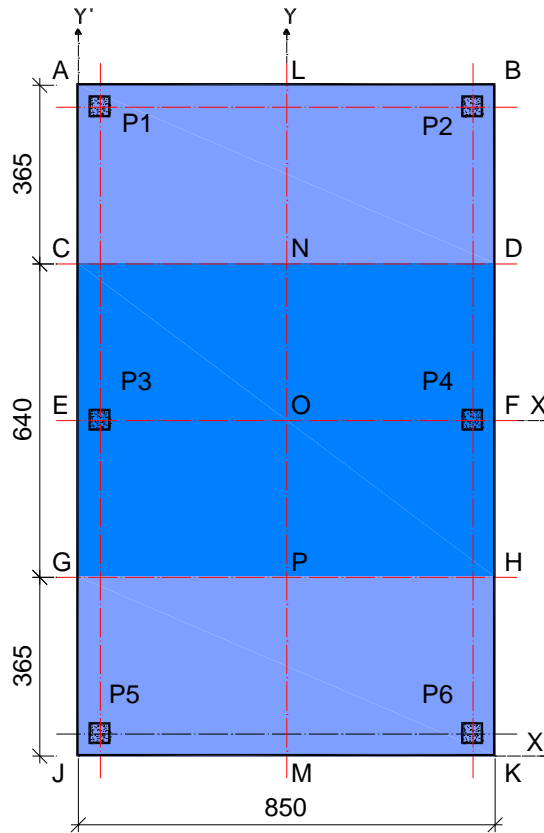
Figura 5.37 – Divisão do radier em faixas longitudinais.



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A Figura 5.38 mostra a divisão do radier em três faixas transversais, sendo duas de 3,65 m x 8,50 m e uma faixa central de 6,40 m x 8,50 m.

Figura 5.38 – Divisão do radier em faixas transversais.



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

As Tabelas 5.17 e 5.18 apresentam os valores da reação do solo e do carregamento aplicado por faixa, nos sentidos longitudinal e transversal respectivamente.

Tabela 5.17 – Faixas longitudinais do radier com respectivas pressões e carregamento total.

FAIXA	LARG.	COMP.	ÁREA	qmédia	qmédia. A	ΣP_{faixa}	Pmédio	qmod	F
	(m)	(m)	(m ²)	(kN/m ²)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN/m)	
ALMJ	4,25	13,70	58,225	81,20	4727,89	4850,50	4789,19	349,58	0,987
LBKM	4,25	13,70	58,225	83,88	4884,11	4761,50	4822,81	352,03	1,013

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Tabela 5.18 – Faixas transversais do radier com respectivas pressões e carregamento total.

FAIXA	LARG.	COMP.	ÁREA	qmédia	qmédia. A	ΣPfaixa	Pmédio	qmod	F
	(m)	(m)	(m ²)	(kN/m ²)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN/m)	
ABCD	3,65	8,50	31,025	88,28	2738,99	2714,50	2726,74	320,79	1,005
DHGC	6,40	8,50	54,400	82,54	4490,28	3871,50	4180,89	491,87	1,080
HKJG	3,65	8,50	31,025	77,29	2397,86	3026,00	2711,93	319,05	0,896

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Observa-se que a reação total do solo não está equilibrada com a soma do carregamento aplicado na faixa. Para equilibrar deve-se modificar a reação do solo e as cargas aplicadas de modo que as somas das forças seja zero Vilela (2016).

As cargas aplicadas na faixa são ajustadas por meio do fator F . Essas devem ser multiplicadas por esse fator antes de serem apresentados os esquemas estruturais.

O fator F é definido por:

$$F = \frac{P_{médio}}{\sum P_{faixa}} \quad (5.2)$$

$$P_{médio} = \frac{q_{média} \cdot A + \sum P_{faixa}}{2} \quad (5.3)$$

$$q_{mod} = \frac{P_{médio}}{L} \quad (5.4)$$

Onde:

L : Comprimento da faixa;

A Tabela 5.19 apresenta os valores das cargas nas faixas longitudinais após o equilíbrio das forças aplicadas.

Tabela 5.19 – Fator, carregamentos modificados, faixas longitudinais.

FAIXA	F	P1 (kN)	P3 (kN)	P5 (kN)
ALMJ	0,987	1335,00	2002,50	1513,00
	F*Pi	1318,13	1977,19	1493,88
FAIXA	F	P2 (kN)	P4 (kN)	P6 (kN)
LBKM	1,013	1379,50	1869,00	1513,00
	F*Pi	1397,26	1893,06	1532,48

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

A Tabela 5.20 apresenta os valores das cargas nas faixas transversais após o equilíbrio das forças aplicadas.

Tabela 5.20 – Fator, carregamentos modificados, faixas transversais.

FAIXA	F	P1 (kN)	P2 (kN)
ABCD	1,005	1335,00	1379,50
	F*Pi	1341,02	1385,72
FAIXA	F	P3 (kN)	P4 (kN)
DHGC	1,080	2002,50	1869,00
	F*Pi	2162,53	2018,36
FAIXA	F	P5 (kN)	P6 (kN)
HKJG	0,896	1513,00	1513,00
	F*Pi	1355,96	1355,96

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

5.5.2.1 ESQUEMAS ESTRUTURAIS E DIAGRAMAS DE MOMENTOS E FORÇA CORTANTE DAS FAIXAS.

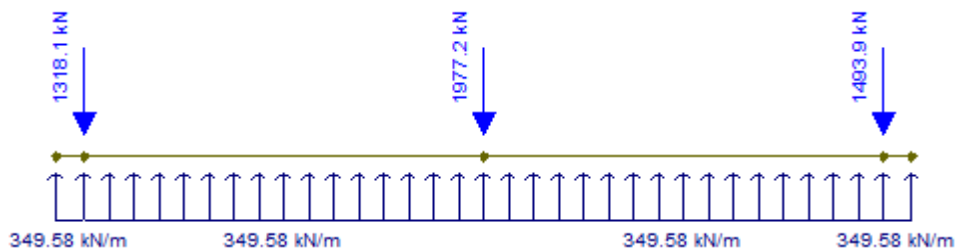
Na resolução das faixas foi utilizado o programa FTOOL.

Nos esquemas estruturais não foi usado o módulo de reação do solo na definição dos apoios.

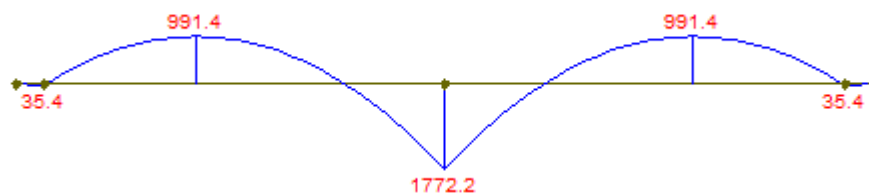
As Figuras 5.39 e 5.40 mostram o carregamento linear, as cargas aplicadas, os respectivos diagramas de momentos de flexão e força cortante das faixas longitudinais.

Figura 5.39 – Faixa ALMJ, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).

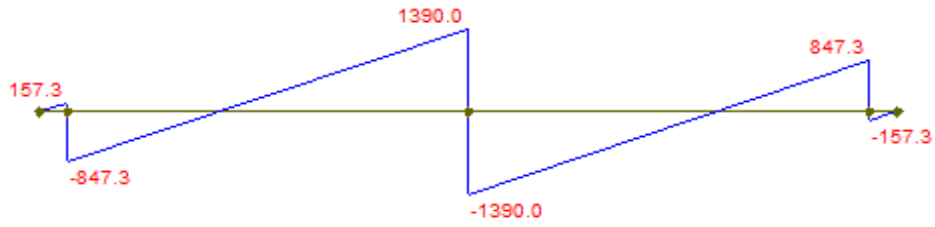
a) esquema estrutural



b) momento de flexão



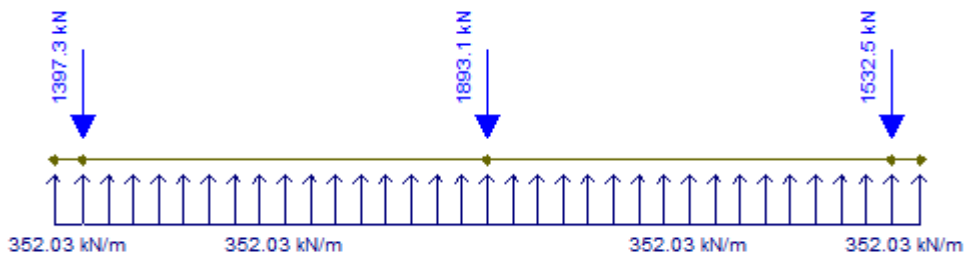
c) esforço cortante



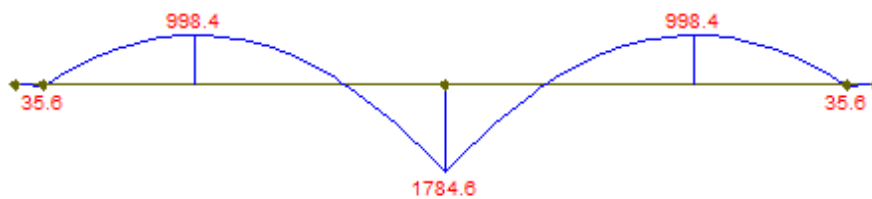
Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Figura 5.40 – Faixa LBKM, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).

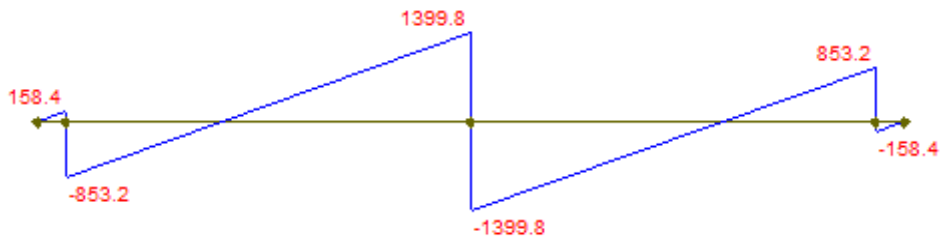
a) esquema estrutural



b) momento de flexão



c) esforço cortante



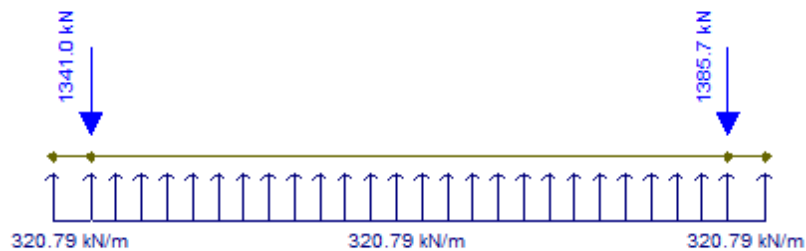
Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Observa-se que os momentos de flexão tracionam as fibras inferiores nos pontos correspondentes aos pilares e as fibras superiores entre eles.

Para as faixas transversais o procedimento é repetido. As Figuras 5.41, 5.42 e 5.43 apresentam o modelo estrutural e as solicitações resultantes.

Figura 5.41 – Faixa ABDC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).

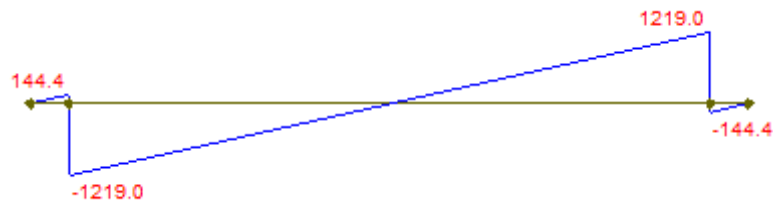
a) esquema estrutural



b) momento de flexão



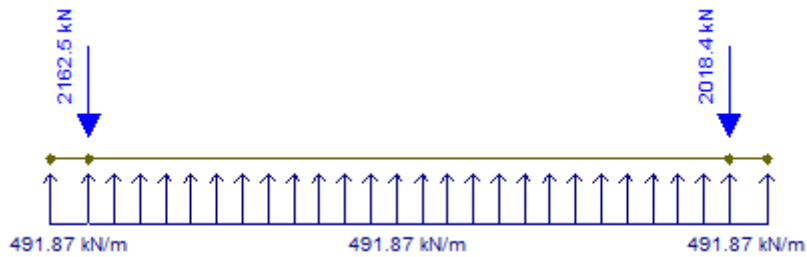
c) esforço cortante



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Figura 5.42 – Faixa DHGC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).

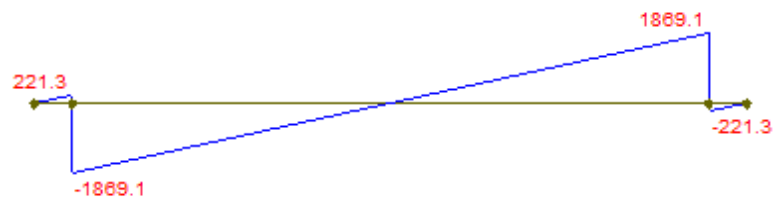
a) esquema estrutural



b) momento de flexão



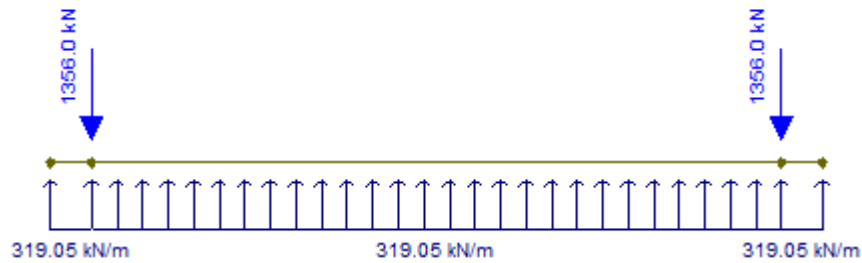
c) esforço cortante



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Figura 5.43 – Faixa HKJG, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão (kN.m), c) força cortante (kN).

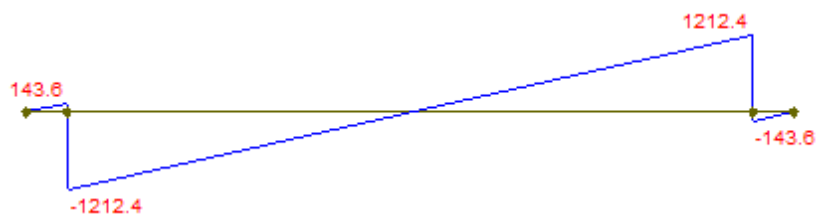
a) esquema estrutural



b) momento de flexão



c) esforço cortante



Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Na direção transversal observa-se que os momentos de flexão tracionam as fibras superiores entre os pilares, similar a direção longitudinal.

Nessa etapa o radier é dimensionado à flexão e à punção, em seguida as armaduras são detalhadas. Não é objetivo do trabalho mostrar o detalhamento das armaduras.

5.5.2.2 VALORES TEÓRICOS DO MÓDULO DE REAÇÃO E ESTIMATIVA DOS RECALQUES.

A Tabela 5.22 apresenta a estimativa de recalque w , no ponto U da faixa ALMJ.

As Tabelas 5.23 e 5.24 apresentam a estimativa de recalques w , na extremidade das faixas e nos pontos centrais, respectivamente. Os valores desses recalques foram calculados segundo a expressão 5.5, que estima o recalque para uma viga sobre o solo, resolvida segundo o método estático, Velloso e Lopes (2014). O módulo de reação do solo (kN/m^3) usado na estimativa dos recalques foi calculado pela expressão (2.13). Os parâmetros do solo são apresentados nas tabelas 4.14 e 4.15.

$$w = \frac{2R}{k \cdot B \cdot L} \left[-3 \left(1 - 2 \frac{a}{L} \right) \frac{x}{L} + \left(2 - 3 \frac{a}{L} \right) \right] \quad (5.5)$$

Onde:

B, L : largura e comprimento da faixa respectivamente;

R : resultante das cargas aplicadas nas faixas;

k : módulo de reação do solo;

a : coordenada da resultante;

x : coordenada do ponto onde o recalque é aplicado.

Tabela 5.21 – Cálculo do recalque na faixa ALMJ ponto U.

FAIXA	PONTO
ALMJ	U
B (m)	4,25
L (m)	13,70
R (kN)	4850,50
k (kN/m ³)	2257,48
a (m)	6,85
x (m)	2,35
w (m)	0,033

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Tabela 5.22 – Recalque imediato (y) nas extremidades das faixas.

FAIXA	PONTO	w (m)
ALMJ	U	0,033
	V	0,040
LBKM	X	0,034
	Z	0,039
ABDC	Q	0,027
	R	0,030
CDHG	E	0,042
	F	0,035
HKJG	S	0,028
	T	0,028

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Tabela 5.23 – Recalque imediato (y) no centro das faixas.

FAIXA	PONTO	w (m)
ALMJ	U1	0,033
	U2	0,035
	U3	0,035
LBKM	X1	0,032
	X2	0,034
	X3	0,035

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Os valores para o módulo de reação das faixas do radier apresentados na tabela 5.24 e os do radier das 5.25 e 5.26 correspondem aos calculados segundo as expressões 2.13 e 2.28, Perloff (1975), *apud* Velloso e Lopes (2014) e Vésic (1961) *apud* Tsudik (2006), respectivamente. Reescrevendo-se as expressões:

$$k_v = \frac{E_s}{1 - \nu^2} \frac{1}{I_s} \frac{1}{B} \quad (2.13)$$

$$k = \frac{0,65 \cdot E_s}{B(1 - \nu^2)} \cdot \sqrt[12]{\frac{E_s \cdot B^4}{EI}} \quad (2.28)$$

Tabela 5.24 – Valores teóricos o módulo de reação do solo (k) das faixas do radier.

FAIXA	PERLOFF (kN/m ³)	VÉSIC (kN/m ³)
ALMJ	2257,48	2501,29
LBKM	2257,48	2501,29
ABDC	3073,41	2803,73
CDHG	1981,43	1840,01
HKJG	3073,41	2803,73

Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

O recalque máximo de 42 mm ocorre na faixa transversal central, na borda do radier.

5.5.3 MODELO II – ANÁLISE DO RADIER DO MODELO I NO PROGRAMA PLAXIS 3D PELO MEF.

O modelo II é uma análise computacional no programa PLAXIS 3D do radier por um método simplificado.

Os parâmetros do solo foram adotados segundo as correlações propostas por Teixeira e Godoy (1996) mostrados na Tabela 5.13 e as características do concreto segundo a NBR 6118:2014.

O modelo adotado para o solo é o de Mhor-Coulomb que requer os principais parâmetros: módulo de deformabilidade, coesão, ângulo de atrito e coeficiente de Poisson.

Segundo Vilela (2016) o programa permite incrementar o módulo de deformabilidade em função da profundidade, contudo para o modelo de Mhor-Coulomb o módulo de deformabilidade é considerado constante.

O módulo oedométrico E_{oed} , e o módulo de resistência ao cisalhamento G , são calculados internamente pelo programa por meio das expressões:

$$E_{oed} = \frac{(1 - \nu)E_s}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad (5.6)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.7)$$

Onde:

E_s : módulo de deformabilidade do solo;

ν : coeficiente de Poisson do solo.

As Figuras 5.44 e 5.45 apresentam os principais parâmetros do solo.

Figura 5.44 – Parâmetros de entrada para o software *Plaxis* – tipo do solo.

Soil - Mohr-Coulomb - CLAY

General Parameters Flow parameters Interfaces Initial

Property	Unit	Value
Material set		
Identification		CLAY
Material model		Mohr-Coulomb
Drainage type		Drained
Colour		RGB 161, 226, 232
Comments		
General properties		
γ_{unsat}	kN/m ³	17.00
γ_{sat}	kN/m ³	19.00
Advanced		
Void ratio		
Diatancy cut-off		<input type="checkbox"/>
e_{init}		0.5000
e_{min}		0.000
e_{max}		999.0

Fonte: (VILELA, 2016).

Figura 5.45 – Parâmetros de entrada para o software *Plaxis* – coesão, ângulo de atrito, coeficiente de Poisson e módulo de deformabilidade.

Property	Unit	Value
Stiffness		
E'	kN/m ²	14.00E3
v' (nu)		0.2000
Alternatives		
G	kN/m ²	5833
E _{oed}	kN/m ²	15.56E3
Strength		
c' _{ref}	kN/m ²	60.00
φ' (phi)	°	30.00
ψ (psi)	°	0.000
Advanced		
Set to default values		<input checked="" type="checkbox"/>
Stiffness		
E' _{inc}	kN/m ² /m	0.000

Fonte: (VILELA, 2016).

Para o cálculo das tensões iniciais não foi considerado sobreadensamento da argila, assim os parâmetros que consideram o incremento das tensões laterais não foram alterados, usando-se os valores definidos pelo programa, conforme mostrado na Figura 5.46

Figura 5.46 – Parâmetros de entrada – parâmetros para tensões laterais iniciais.

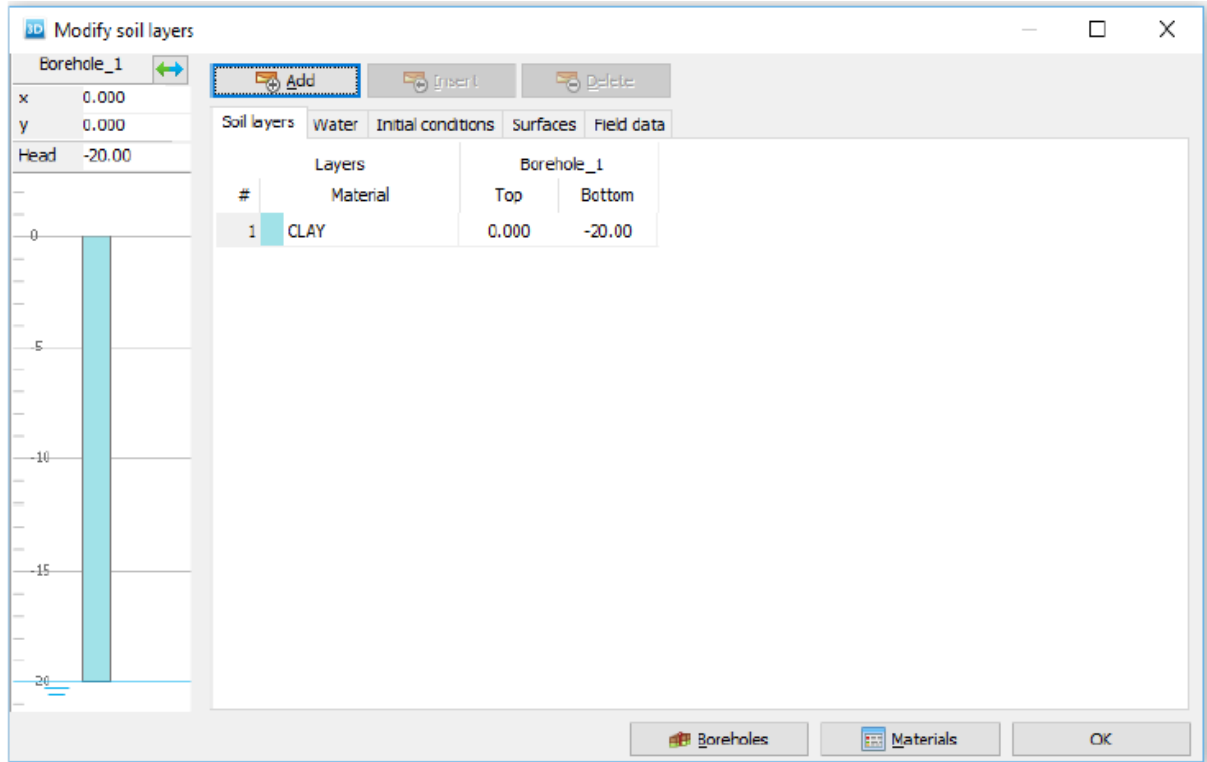
The screenshot shows a software window titled "Soil - Mohr-Coulomb - CLAY". Below the title bar are icons for file operations and a toolbar. The main area has a tabbed interface with "Initial" selected. A table with columns "Property", "Unit", and "Value" is displayed. The table is titled "K0 settings" and contains the following entries:

Property	Unit	Value
K ₀ determination		Automatic
K _{0,x} - K _{0,y}		<input checked="" type="checkbox"/>
K _{0,x}		0.5000
K _{0,y}		0.5000

Fonte: (VILELA, 2016).

A Figura 5.47 mostra o perfil do solo e a posição do nível d'água adotado.

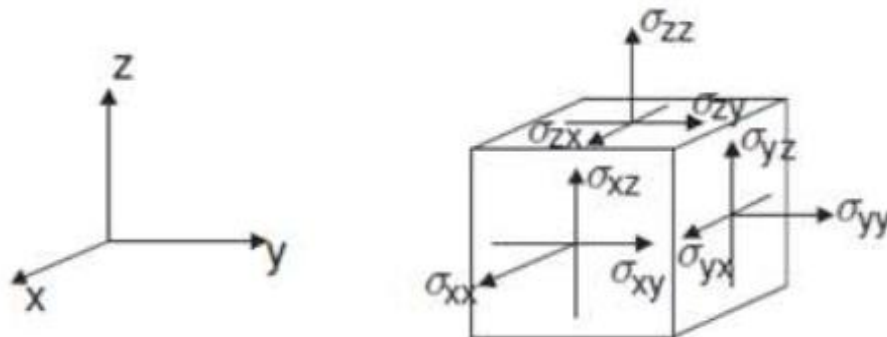
Figura 5.47 – Perfil do solo.



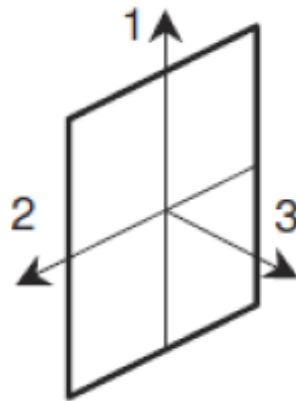
Fonte: (VILELA, 2016).

As Figuras 5.48 e 5.49 apresentam a convenção de eixos para os elementos finitos e a orientação dos eixos locais.

Figura 5.48 – Convenção de eixos para o elemento finito gerado pelo PLAXIS.

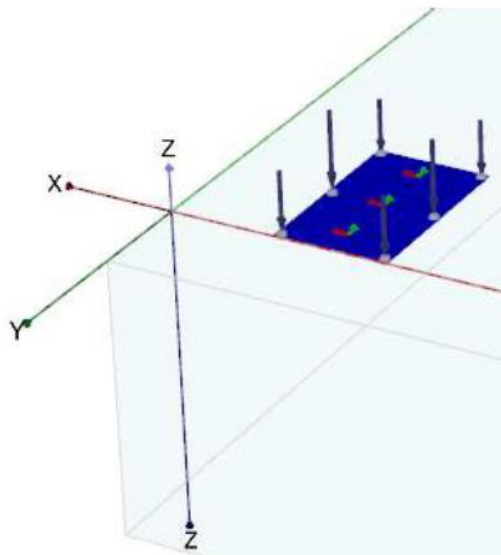


Fonte: (VILELA, 2016).

Figura 5.49 – Eixos locais do elemento finito.

Fonte: (VILELA, 2016).

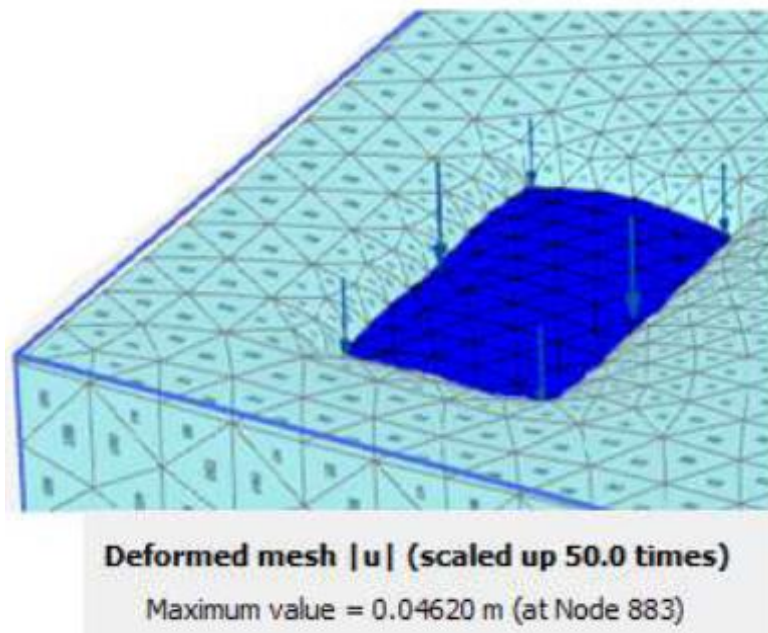
A Figura 5.50 apresenta a geometria do radier, o maciço do solo e as cargas aplicadas. A malha que simula os elementos de solo é composta de elementos tetraédricos de dez nós, enquanto que a malha dos elementos de placa são elementos triangulares com seis nós, compatíveis com elementos de volume que representam o solo.

Figura 5.50 – Geometria do radier e do maciço do solo.

Fonte: (VILELA, 2016).

A Figura 5.51 mostra a geometria do radier deformado. As malhas de elementos que representam o solo e a placa, foram geradas com e sem refinamento. O resultado apresentado é o da malha com refinamento, que converge para o valor máximo de 46 mm para o deslocamento.

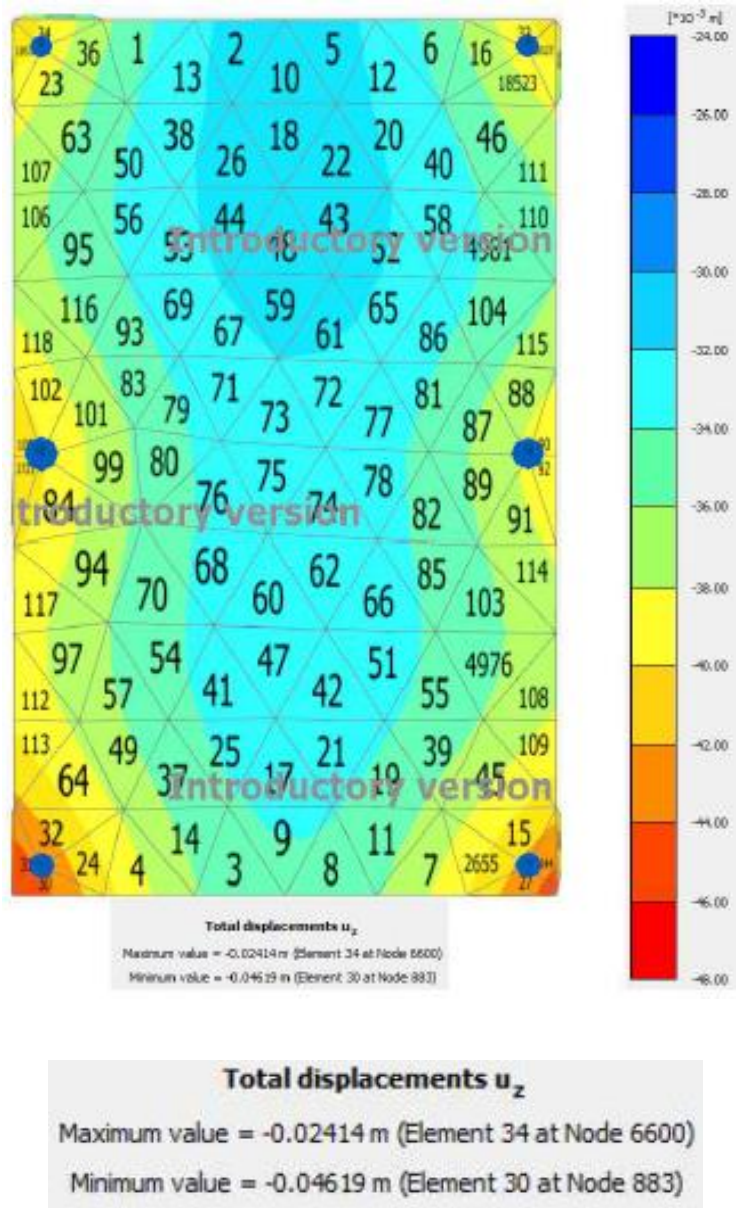
Figura 5.51 – Radier deformado $|U_z|$.



Fonte: (VILELA, 2016).

A Figura 5.52 mostra a distribuição dos elementos U_z , o máximo deslocamento é de 46 mm.

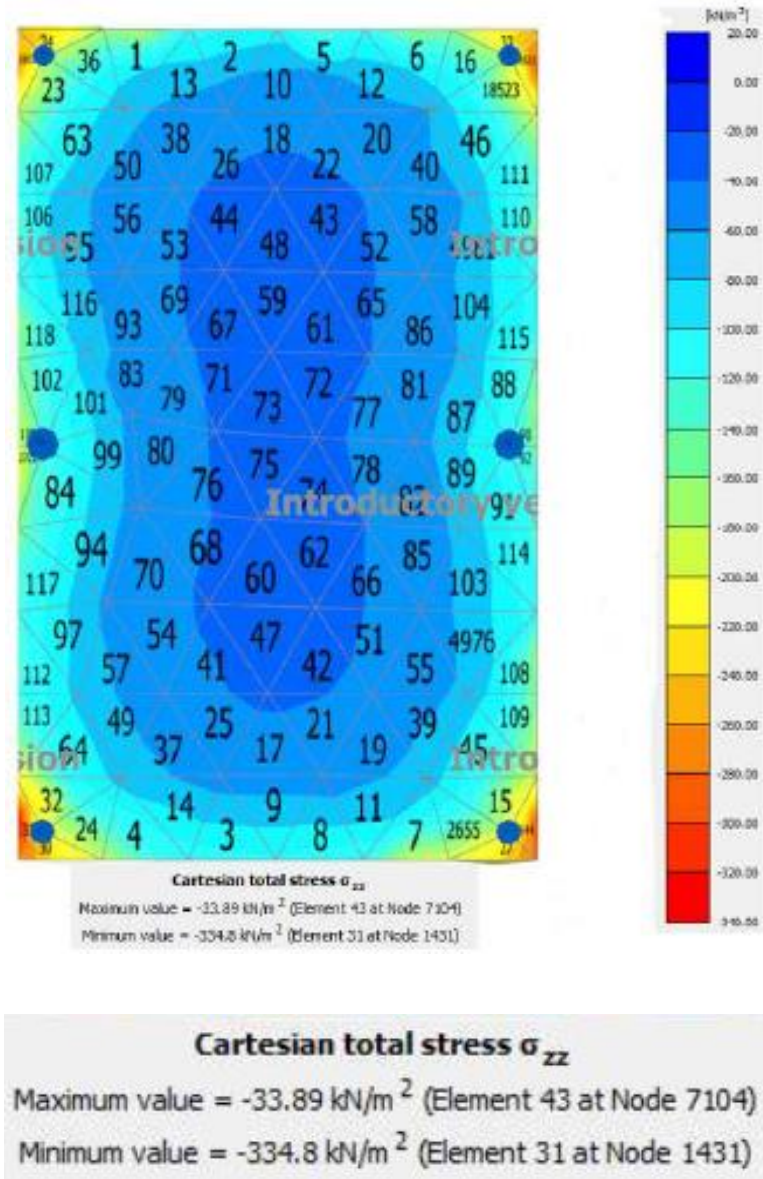
Figura 5.52 – Deformação $|U_z|$.



Fonte: (VILELA, 2016).

A Figura 5.53 apresenta as pressões de compressão σ_{zz} sob o radier. Observe-se uma concentração de tensões próxima às bordas onde as cargas estão aplicadas.

Figura 5.53 – Tensão σ_{zz} na área do radier (Z=0)



Fonte: (VILELA, 2016).

Os resultados apresentados podem ser vistos nas Tabelas A.1 e A.2 do anexo A, na dissertação da Irani Vilela (2016), os quais representam os deslocamentos U_z e as tensões σ_{zz} , sob o radier. Os elementos escolhidos contêm os pontos mostrados na Figura 5.36 e na Tabela 5.16.

A Tabela 5.25 mostra o resumo desses resultados, destacando as tensões σ_{zz} e as deformações U_{zz} , nas coordenadas dos pontos da figura 5.36. Optou-se em

analisar os valores do módulo de reação do solo nos pontos internos do radier, onde a distribuição de tensões é mais uniforme.

Tabela 5.25 – Tensão σ_{zz} e deslocamentos U_{zz} nos pontos da figura 5.36

Elemento de solo	Ponto	Tensão σ_{zz} (kN/m ²)	Deslocamento u_{zz} (m)
El. 01	U	158,10	0,030
El. 04	V	118,70	0,037
El. 06	X	146,00	0,034
El. 07	Z	166,60	0,037
El. 19	X3	55,35	0,035
El. 20	X1	51,30	0,032
El. 31	G	284,80	0,043
El. 33	B	252,90	0,039
El. 34	A	248,40	0,024
El. 37	U3	55,71	0,035
El. 38	U1	51,05	0,033
El. 78	X2	46,62	0,034
El. 80	U2	47,90	0,035
El. 90	F	149,20	0,039
El. 100	E	185,60	0,042
El. 107	Q	142,71	0,038
El. 109	T	168,10	0,039
El. 111	R	148,20	0,037
El. 113	S	152,00	0,041
El. 2644	H	238,50	0,045

Fonte: (VILELA, 2016).

Segundo Vilela (2016) o módulo de reação do solo não é fornecido como resultado direto do programa, esse valor é calculado em função dos resultados para as tensões e deformações que são gerados a partir dos parâmetros do solo fornecidos com dados de entrada no programa, conforme mostrado nas Figuras 5.44 a 5.47. O

módulo de reação foi calculado de acordo com a expressão 2.9, baseada na teoria da elasticidade.

Os valores calculados por meio das expressões de Perloff (1975) *apud*, Velloso e Lopes (2014) e Vésic (1961) *apud* Tsudik (2006), são constantes para toda a placa. O valor resultante por meio da expressão de Vésic (1961) é maior que o da expressão de Perloff (1975). Porém, como esse valor é influenciado pela largura da placa, obtêm-se valores menores que no modelo I.

A Tabela 5.26 apresenta os valores para o módulo de reação do solo calculados a partir dos resultados do programa PLAXIS e dos valores teóricos calculados pelas expressões 2.13 e 2.28.

Tabela 5.26 – Valores do módulo de reação no interior do radier.

POSIÇÃO	PLAXIS k (kN/m ³)	PERLOFF (kN/m ³)	VÉSIC (kN/m ³)	PERLOFF DIFERENÇA. %	VÉSIC DIFERENÇA. %
U1 - EL.38	1547,00	1454,00	1558,00	6,01	0,71
U2 - EL.80	1368,00	1454,00	1558,00	6,29	13,89
U3 - EL.37	1591,00	1454,00	1558,00	8,61	2,07
X1 - EL.20	1603,00	1454,00	1558,00	9,30	2,81
X2 - EL.78	1371,00	1454,00	1558,00	6,05	13,64
X3 - EL.19	1581,00	1454,00	1558,00	8,03	1,45

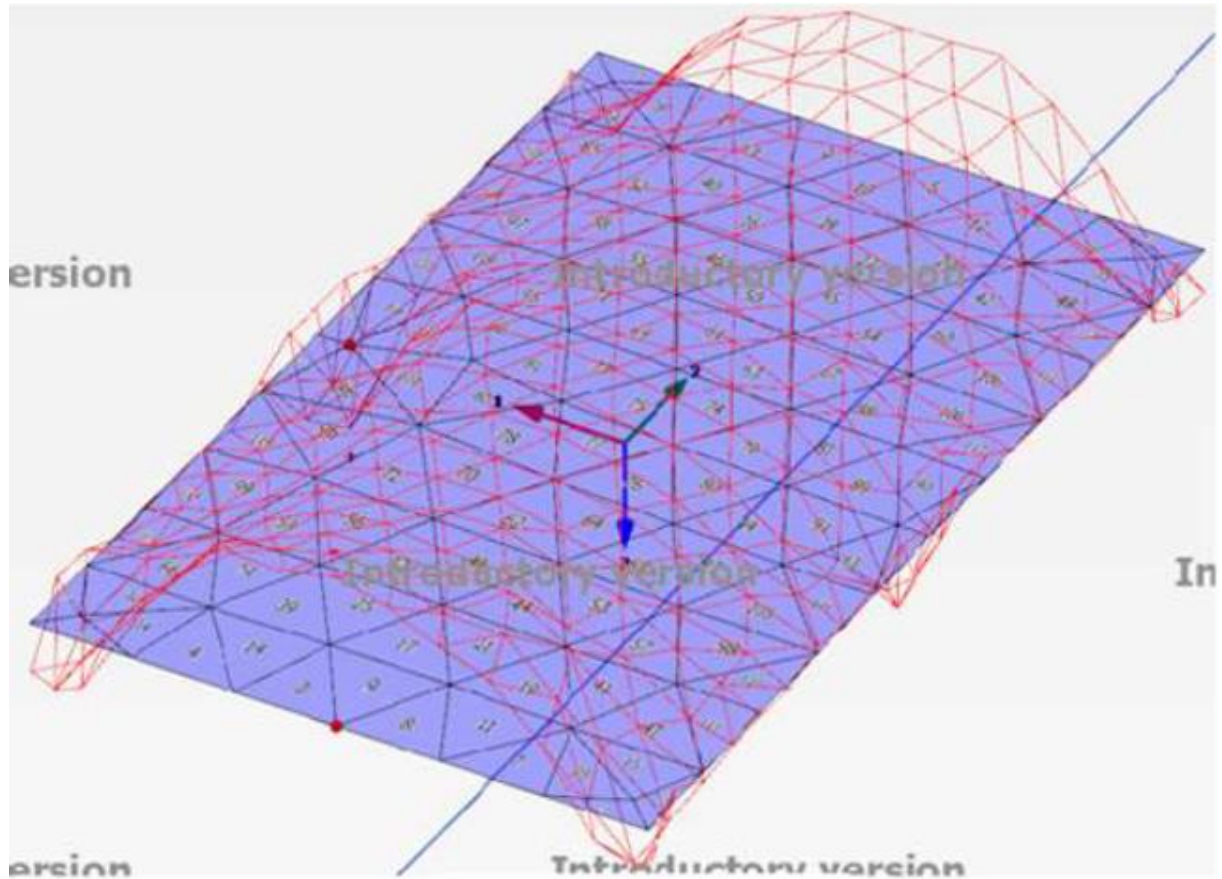
Fonte: (ADAPTADO DE VILELA, 2016).

Observa-se que a diferença entre os valores obtidos para o módulo de reação do solo, a partir do modelo II e as expressões teóricas é no máximo de 13,89%. Esse resultado foi obtido a partir da expressão de Vésic (1961) *apud* Tsudik (2006). Porém, essa expressão também resulta na menor diferença entre o modelo II e as expressões teóricas. O menor valor é de 0,71%.

O modelo baseado no MEF apresenta valores menos conservadores para os momentos de flexão quando comparados com o modelo simplificado. A Figura 5.54 mostra a distribuição dos momentos. Sob os pilares as fibras inferiores são tracionadas e entre os pilares a tração ocorre nas fibras superiores. A Figura 5.55

mostra a placa deformada, observa-se que a curvatura está compatível com a distribuição dos momentos.

Figura 5.54 – Momento de flexão longitudinal M_{11}



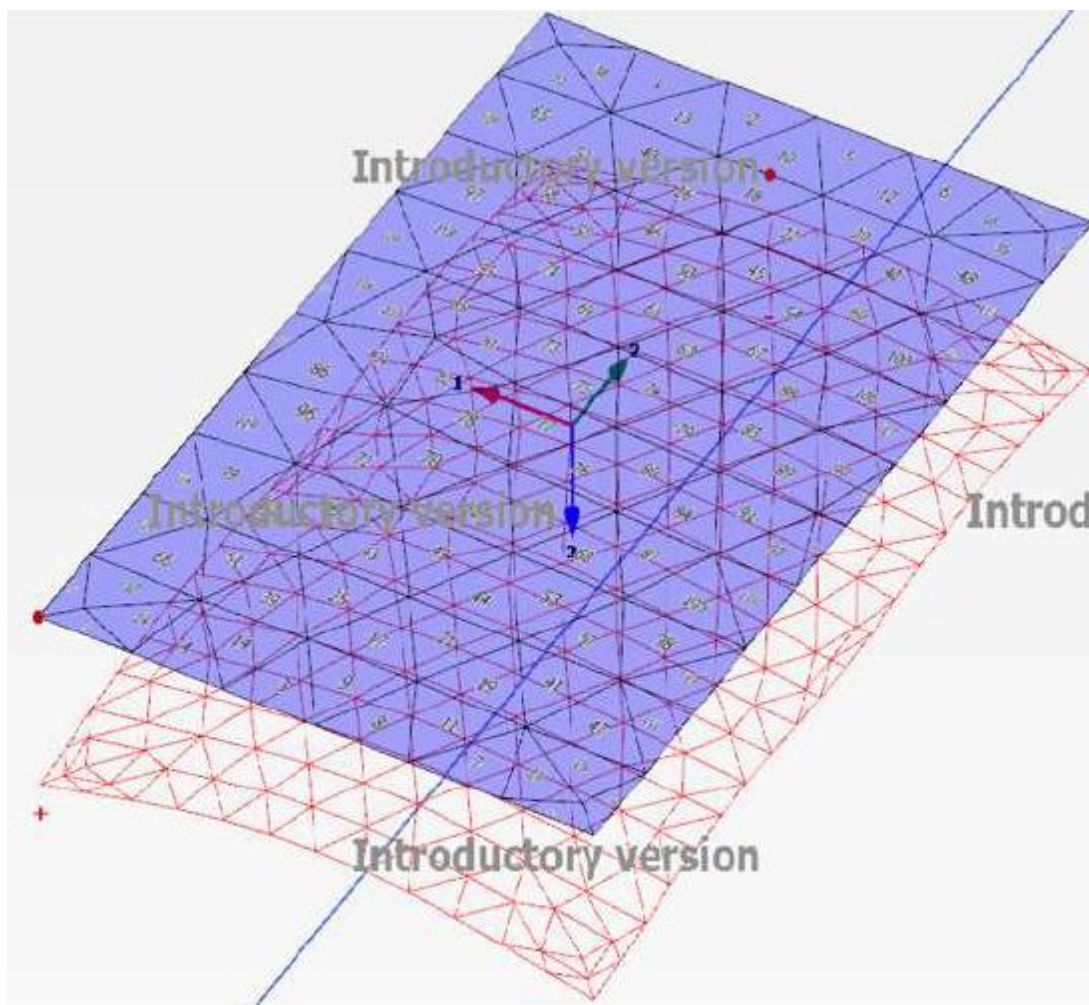
Bending moments M_{11} (scaled up $5.00 \cdot 10^{-3}$ times)

Maximum value = 244.3 kNm/m (Element 102 at Node 3096)

Minimum value = -430.3 kNm/m (Element 8 at Node 2279)

Fonte: (VILELA, 2016).

Figura 5.55 – Placa deformada.



Local total displacements u_3 (scaled up 50.0 times)
 Maximum value = 0.04619 m (Element 31 at Node 883)
 Minimum value = 0.03099 m (Element 10 at Node 10476)

Fonte: (VILELA, 2016).

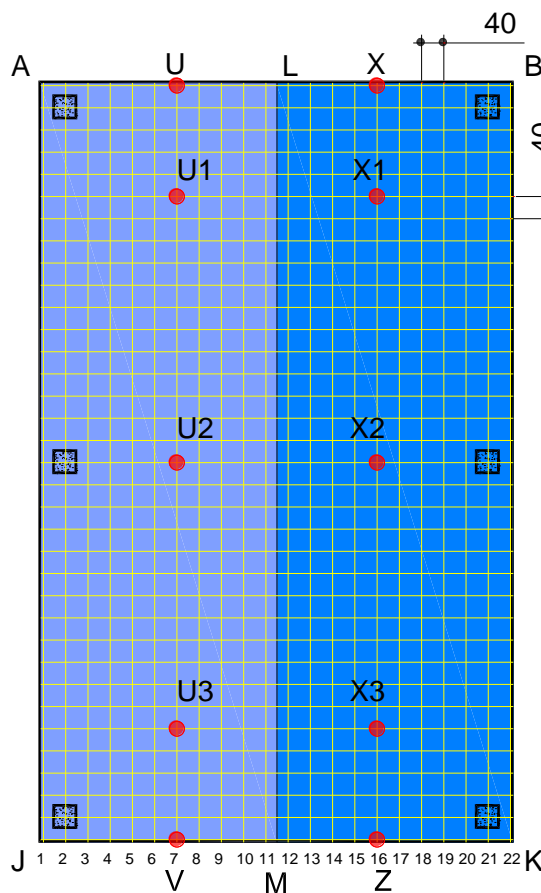
5.5.4 MODELO III – ANÁLISE DO RADIER DO MODELO I NO PROGRAMA CALCO.

O modelo III é uma análise computacional no programa CALCO do radier.

Será utilizado o coeficiente de PERLOFF devido a diferença para VÉSIC ser de apenas 7,15%.

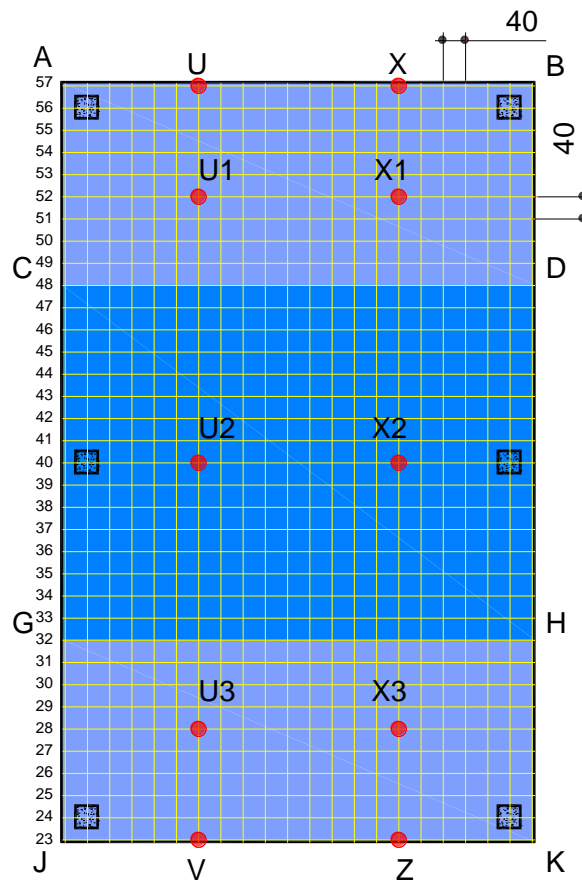
O módulo de reação do solo deve ser multiplicado pela área da grelha. Neste exemplo o espaçamento é de 40,0 cm conforme Figuras 5.56 e 5.57. Para as faixas ALMJ e LBKM o módulo de reação de PERLOFF é 2257,48 kN/m³ conforme pode ser observado na Tabela 5.24.

Figura 5.56 – Espaçamento da grelha para as faixas ALMJ e LBKM do radier (dimensões em m).



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.57 – Espaçamento da grelha para as faixas ABDC, CDHG e HKJG do radier (dimensões em m).

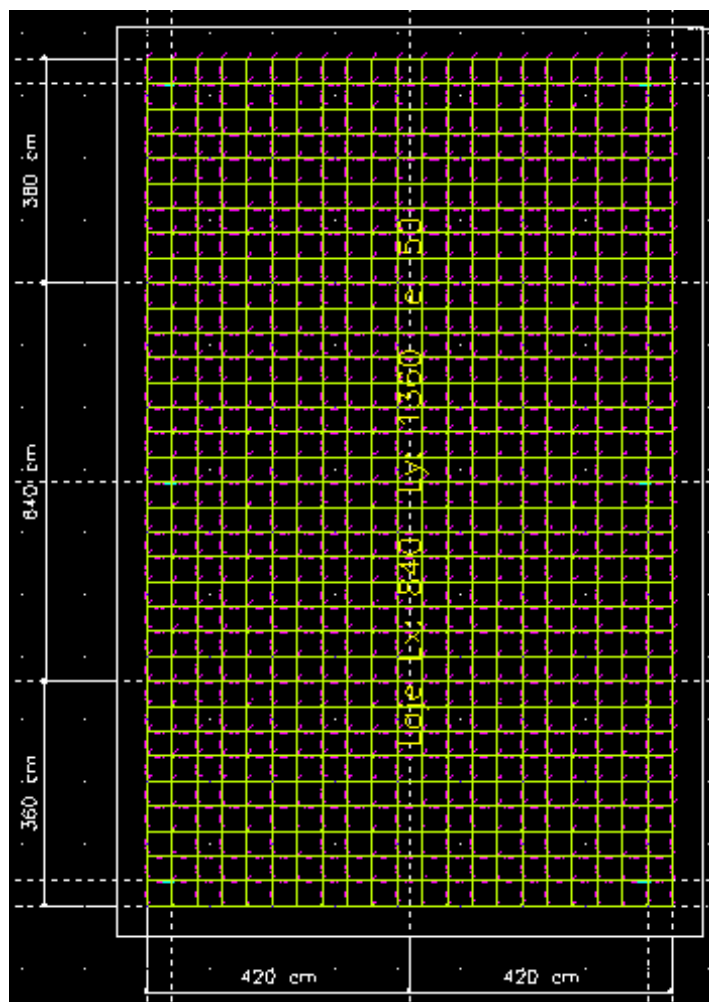


Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.58 mostra a modelagem do radier no programa CALCO. Para que a divisão da grelha ficasse conforme os pontos de carga e divisão das faixas foi necessário reduzir 5,0 cm no contorno do radier e o mesmo ficar com as dimensões de 13,60 x 8,40 m.

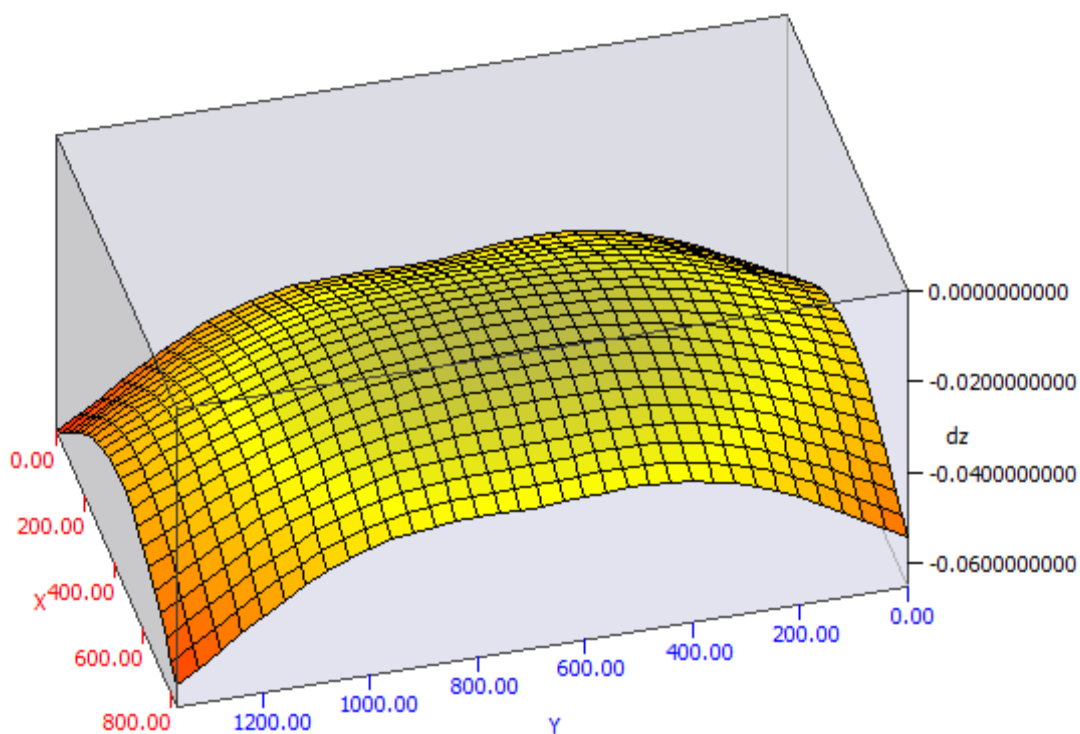
Será dado preferência na observação dos deslocamentos dos pontos internos do radier, os quais estão nas linhas 7 e 16 cruzando com as linhas 23, 28, 40, 52 e 57.

Figura 5.58 – Modelagem do radier no programa CALCO.



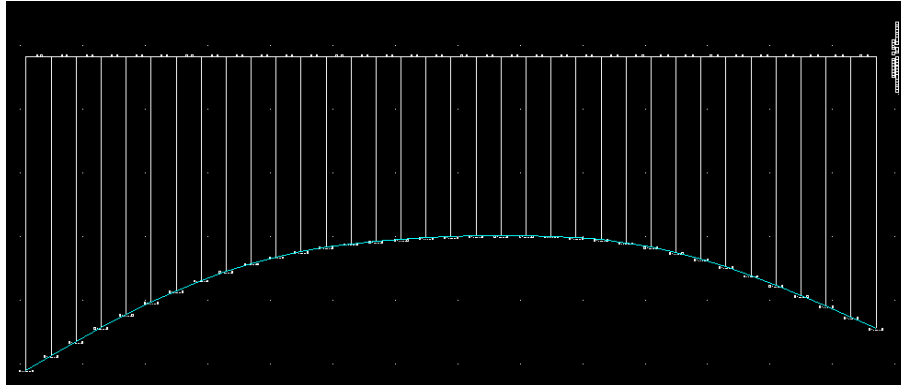
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.59 mostra a placa deformada do radier no programa CALCO.

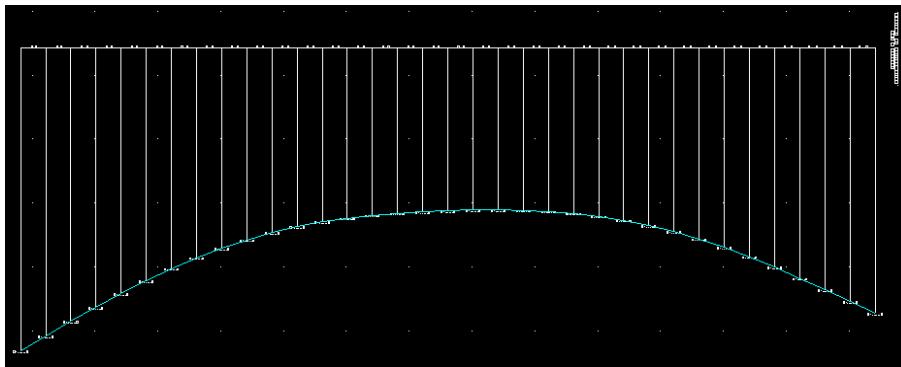
Figura 5.59 – Placa deformada do radier no programa CALCO.

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

As Figuras 5.60 e 5.61 mostram os deslocamentos das faixas ALMJ, linha 7 e LBKM, linha 16.

Figura 5.60 – Deslocamentos da faixa ALMJ, linha 7 (unidades em m).

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5.61 – Deslocamentos da faixa LBKM, linha 16 (unidades em m).

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Tabela 5.27 mostra os valores dos deslocamentos e a diferença entre os valores resultantes da análise pelos métodos MEF e para a viga resolvida por um modelo estático. Observa-se uma compatibilidade entre os valores desses deslocamentos, sendo a máxima diferença 9,09% entre os deslocamentos do modelo I (método simplificado) e PLAXIS, e 30,77% entre os deslocamentos do modelo I e CALCO. Para os modelos I e PLAXIS, observa-se que nos pontos internos do radier, U1, U2, U3, X1, X2 e X3 os deslocamentos são praticamente iguais em ambos os modelos. O deslocamento máximo está localizado nas bordas do radier nos três modelos. O modelo I apresenta 40,0 mm para o máximo deslocamento, o modelo PLAXIS 37 mm e o modelo CALCO 49 mm e todos no ponto V.

Tabela 5.27 – Recalques nas faixas ALMJ e LBKM nos modelos I (método simplificado), PLAXIS E CALCO.

POSIÇÃO	U_z PLAXIS (m)	w MODELO I (m)	w CALCO (m)	MODELO I DIFERENÇA. %	CALCO DIFERENÇA. %
U	0,030	0,033	0,043	9,09	23,26
U1	0,033	0,033	0,039	0,00	15,38
U2	0,035	0,035	0,028	0,00	25,00
U3	0,035	0,035	0,034	0,00	2,94
V	0,037	0,040	0,049	7,50	18,37
X	0,034	0,034	0,042	0,00	19,05
X1	0,032	0,032	0,033	0,00	3,03
X2	0,034	0,034	0,026	0,00	30,77
X3	0,035	0,035	0,036	0,00	2,78
Z	0,037	0,039	0,047	5,13	17,02
MÉDIA	0,034	0,035	0,038	2,17	15,76

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Mesmo com grandes diferenças em alguns pontos entre os modelos a média dos recalques ficaram bastante próximas sendo 0,034, 0,035 e 0,038 m.

As Tabelas 5.28 e 5.29 mostram os momentos fletores para as faixas ALMJ e LBKM das linhas 1 a 22.

Tabela 5.28 – Momentos fletores da faixa ALMJ.

Faixa	Linha	Mmáx (kN.m)
ALMJ	1	116,67
	2	213,63
	3	196,91
	4	180,11
	5	163,65
	6	148,33
	7	134,90
	8	123,90
	9	116,00
	10	110,70
	11	108,11
TOTAL		1612,91

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

O momento da faixa ALMJ deverá ser dividido por 2,5 para considerá-lo a cada metro, ou seja 645,16 kN.m/m.

Tabela 5.29 – Momentos fletores da faixa LBKM.

Faixa	Linha	Mmáx (kN.m)
LBKM	12	108,17
	13	110,85
	14	116,14
	15	124,03
	16	134,41
	17	147,00
	18	161,32
	19	176,91
	20	192,96
	21	208,94
	22	113,88
TOTAL		1594,61

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

O momento da faixa LBKM também deverá ser dividido por 2,5 para considerá-lo a cada metro, ou seja 637,84 kN.m/m.

A Tabela 5.30 mostra o comparativo dos momentos do radier sendo que no programa CALCO os valores considerados foram os a cada m como mostrado anteriormente. Nota-se que as diferenças dos momentos ficam em torno de 36%.

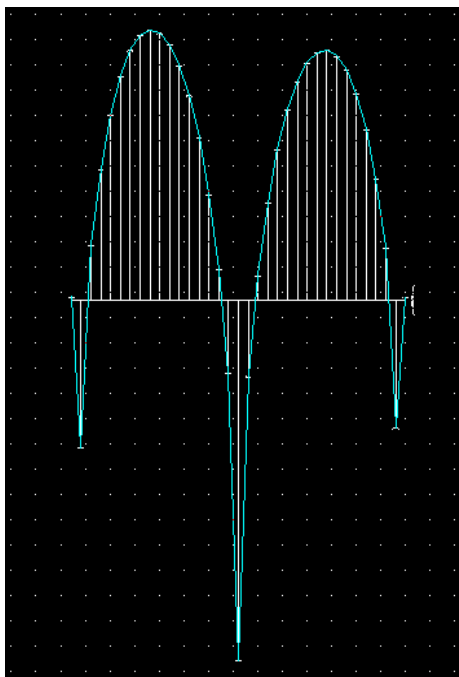
Tabela 5.30 – Comparativo dos momentos do radier no programa CALCO e modelo simplificado no FTOOL.

Faixa	Mmáx (kN.m)		Diferença %
	M. SIMPLIFICADO	CALCO	
ALMJ	991,40	645,16	34,9
LBKM	998,40	637,84	36,1

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.62 mostra o diagrama de momento fletor da faixa ALMJ, linha 2.

Figura 5.62 – Momento fletor da faixa ALMJ, linha 2.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.6 EXEMPLO 6

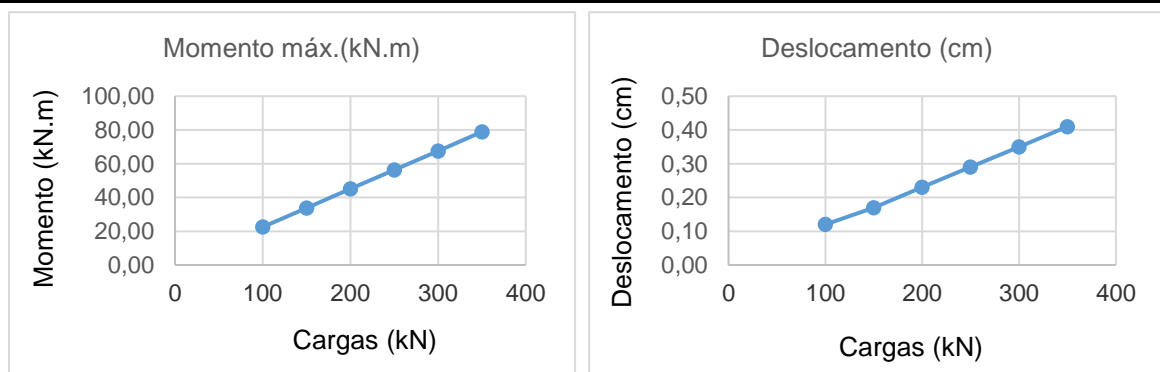
Utilizando o exemplo 1 e alterando a rigidez do radier e do solo, através do equacionamento teórico, programas FTOOL e CALCO, são realizados modelos para verificar o comportamento da estrutura.

5.6.1 COMPARATIVO DO RADIER VARIANDO AS CARGAS.

Na Tabela 5.31, são apresentados os resultados obtidos pelo CALCO variando as cargas concentradas no radier de 100 kN a 350 kN. Comparando os valores nota-se que a diferença dos momentos fletores e dos deslocamentos são proporcionais às variações das cargas, ou seja, de 50% a 250%.

Tabela 5.31 – Variação de cargas no radier de 1,0 x 14,0 m.

CALCO					
Carga (kN)	Dif. %	Mmáx.(kN.m)	Dif. %	Deslocamento (cm)	Dif. %
100		22,50		0,12	
150	50,0	33,82	50,3	0,17	41,7
200	100,0	45,10	100,4	0,23	91,7
250	150,0	56,40	150,7	0,29	141,7
300	200,0	67,60	200,4	0,35	191,7
350	250,0	78,90	250,7	0,41	241,7



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.6.2 COMPARATIVO DO RADIER VARIANDO A ALTURA.

Na Tabela 5.32, são apresentados os resultados obtidos pelo equacionamento teórico e variando a altura do radier. A concordância dos valores obtidos segue a mesma tendência do programa FTOOL e equacionamento teórico. A diferença dos momentos fletores é de 100% e deslocamentos 91,7%, proporcionais às diferenças de alturas.

Tabela 5.32 – Variação altura no radier de 1,0 x 14,0 m, equacionamento teórico.

Equacionamento teórico					
Altura (m)	Dif. %	Mmáx Positivo(kN.m)	Dif. %	Deslocamento (cm)	Dif. %
0,182		26,70		0,12	
0,273	50,0	40,12	50,3	0,18	50,0
0,364	100,0	53,50	100,4	0,23	91,7

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Na Tabela 5.33, são apresentados os resultados obtidos pelo programa FTOOL variando a altura do radier. A diferença dos momentos fletores é de 100% conforme no equacionamento teórico. 41,7%. Nos deslocamentos a diferença foi de 41,7%, diferentes das obtidas no equacionamento teórico, mas conforme pode ser visto na tabela 5.38 seguem a mesma porcentagem do programa CALCO, ou seja 41,7% para a altura 0,364 em relação à altura de 0,182 m.

Tabela 5.33 – Variação altura no radier de 1,0 x 14,0 m, FTOOL.

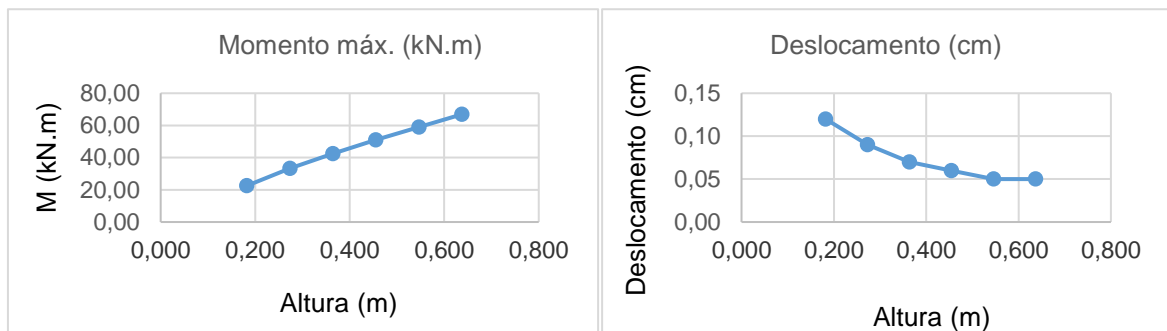
FTOOL					
Altura (m)	Dif. %	Mmáx Positivo(kN.m)	Dif. %	Deslocamento (cm)	Dif. %
0,182		22,50		0,12	
0,273	50,0	33,25	47,8	0,09	25,0
0,364	100,0	45,00	100,0	0,07	41,7

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Na Tabela 5.34, são apresentados os resultados obtidos pelo programa CALCO variando a altura do radier. A diferença dos momentos fletores é de 197% para a altura 0,637 m em relação à altura de 0,182 m. Nos deslocamentos a diferença foi de apenas 58,3% considerando as mesmas alturas.

Tabela 5.34 – Variação altura no radier de 1,0 x 14,0 m, programa CALCO.

CALCO					
Altura (m)	Dif. %	Mmáx. (kN.m)	Dif. %	Deslocamento (cm)	Dif. %
0,182		22,50		0,12	
0,273	50,0	33,23	47,7	0,09	25,0
0,364	100,0	42,50	88,9	0,07	41,7
0,455	150,0	51,02	126,8	0,06	50,0
0,546	200,0	58,96	162,0	0,05	58,3
0,637	250,0	66,86	197,2	0,05	58,3



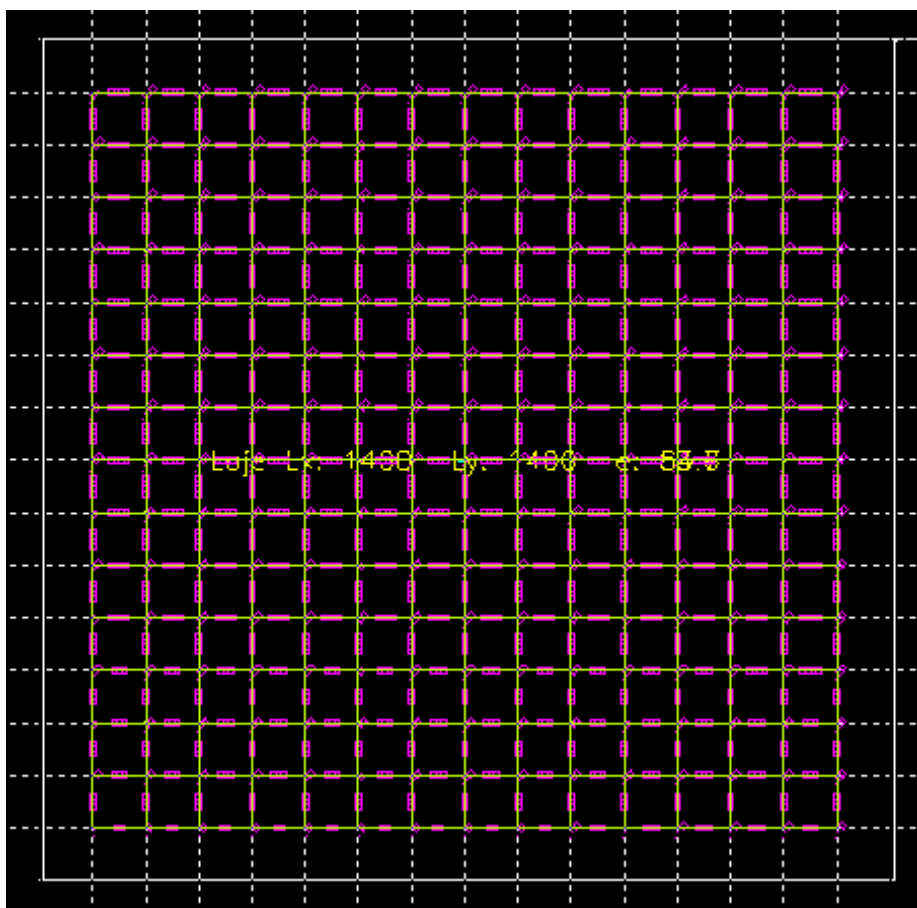
Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.6.2.1 COMPARATIVO DO RADIER COMO LAJE VARIANDO A ALTURA

Neste exemplo o radier será considerado como uma laje de 14 x 14 m com uma carga concentrada de 100 kN no centro e os valores comparados com os da Tabela 5.35 que relaciona os valores de uma viga sobre base elástica.

A Figura 5.63 apresenta o modelo do radier de 14 x 14 m, com a grelha de 1 x 1 m.

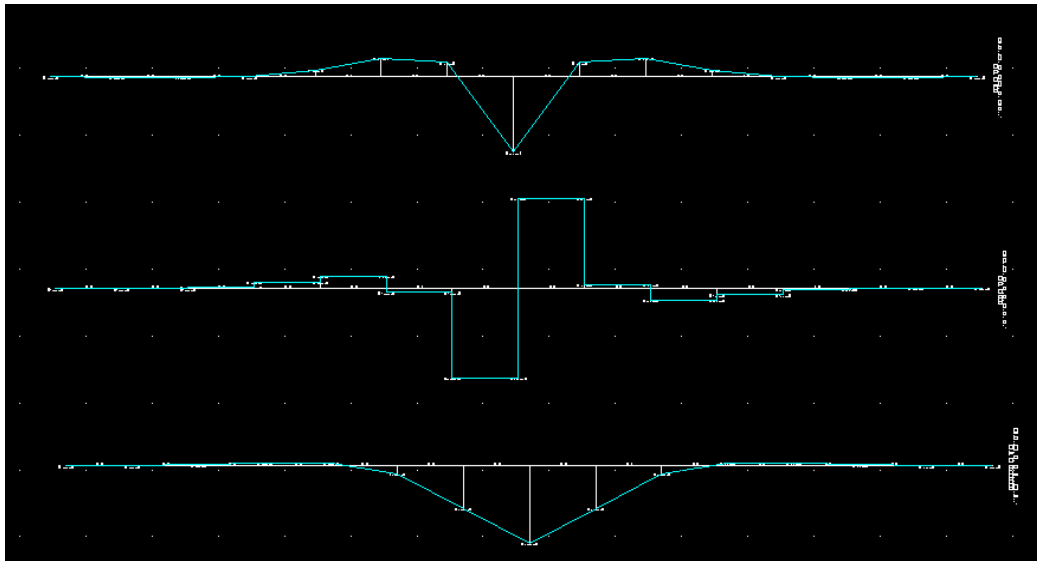
Figura 5.63 – Modelo do radier 14 x 14 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.64 mostra os diagramas de momento fletor 22,50 kN.m, esforço cortante 26,8 kN e deslocamento 0,12 cm considerando o radier como viga sobre base elástica de 14 x 1 m e altura 0,182 m.

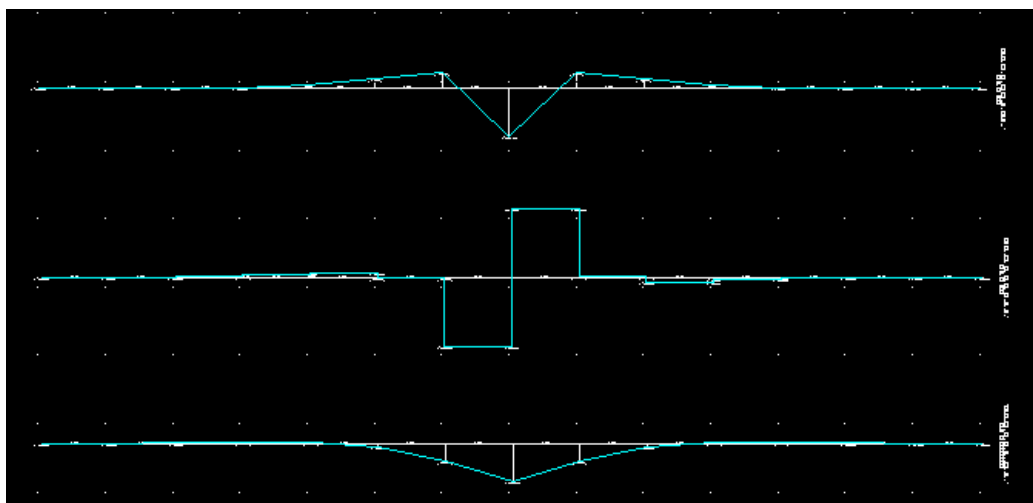
Figura 5.64 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamentos radier 14 x 1 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Figura 5.65 mostra os diagramas de momento fletor 14,30 kN.m, esforço cortante 20,13 kN e recalque 0,06 cm considerando o radier como laje no programa CALCO com dimensões de 14 x 14 m, altura 0,182 m e carga concentrada no centro de 100 kN. Embora os momentos fletores, esforços cortantes e recalques sejam mais conservadores no modelo de viga sobre base elástica, nota-se a semelhança nos diagramas das estruturas tanto na viga como na laje.

Figura 5.65 – Diagramas de momento fletor, esforço cortante e deslocamentos radier 14 x 14 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Tabela 5.35 apresenta os valores de momentos e esforços cortantes obtidos pelo programa CALCO, variando a altura do radier através dos métodos de viga sobre base elástica e como laje apoiada no solo. As diferenças dos momentos fletores são de 36,4% para a altura 0,182 e de 65,6% para a altura de 0,637 m. As diferenças dos esforços cortantes são de 24,9% para a altura 0,182 e de 40,6% para a altura de 0,637 m.

Tabela 5.35 – Momentos fletores e esforços cortantes do radier como viga sobre base elástica e laje, variando a altura.

Altura (m)	Mmáx. (kN.m)		Dif. %	Qmáx. (kN)		Dif. %
	Viga	Laje		Viga	Laje	
0,182	22,50	14,30	36,4	26,81	20,13	24,9
0,273	33,23	17,07	48,6	32,79	21,96	33,0
0,364	42,50	19,18	54,9	36,09	23,01	36,2
0,455	51,02	20,72	59,4	38,21	23,57	38,3
0,546	58,96	21,96	62,8	39,61	23,90	39,7
0,637	66,86	23,01	65,6	40,60	24,12	40,6

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Tabela 5.36 apresenta os deslocamentos para os métodos de viga sobre base elástica e como laje apoiada no solo. As diferenças dos deslocamentos são de 50% para a altura 0,182 e de 80% para a altura de 0,637 m.

Tabela 5.36 – Deslocamentos do radier como viga sobre base elástica e laje variando a altura.

Altura (m)	Deslocamento (cm)		Dif. %
	Viga	Laje	
0,182	0,12	0,06	50,0
0,273	0,09	0,03	66,7
0,364	0,07	0,02	71,4
0,455	0,06	0,01	83,3
0,546	0,05	0,01	80,0
0,637	0,05	0,01	80,0

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Tabela 5.37 apresenta os momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos para o método de laje apoiada no solo em relação à altura 0,182. Nota-se que a maior diferença de momentos fletores é de 60,9%, dos esforços cortantes 24,12 kN e deslocamentos 83,3%.

Tabela 5.37 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos do radier como laje variando a altura.

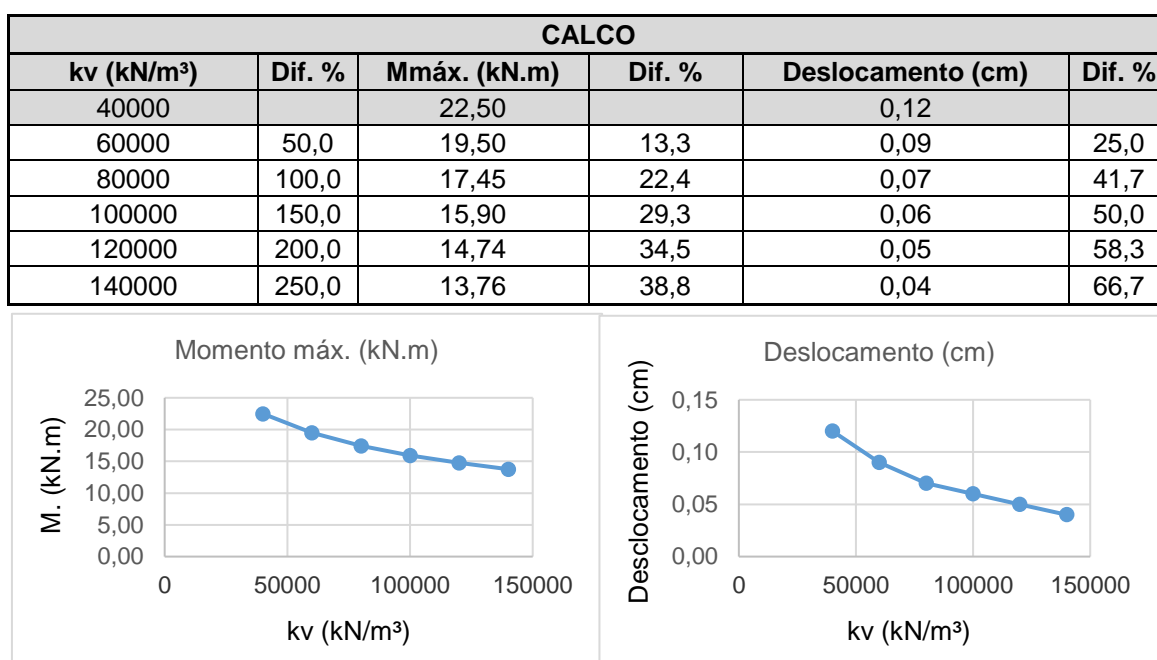
Altura (m)	Mmáx. (kN.m)	Dif. %	Qmáx. (kN)	Dif. %	Deslocamento (cm)	Dif. %
0,182	14,30		20,13		0,06	
0,273	17,07	19,4	21,96	9,1	0,03	50,0
0,364	19,18	34,1	23,01	14,3	0,02	66,7
0,455	20,72	44,9	23,57	17,1	0,01	83,3
0,546	21,96	53,6	23,90	18,7	0,01	83,3
0,637	23,01	60,9	24,12	19,8	0,01	83,3

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.6.3 COMPARATIVO DO RADIER VARIANDO O COEFICIENTE VERTICAL DO SOLO.

Na Tabela 5.38, são apresentados os resultados obtidos pelo programa CALCO variando o coeficiente vertical do solo k_v . Como pode ser visto a variação dos momentos fletores não é tão significativa considerando que a diferença entre os coeficientes de 40.000 kN/m³ e 140.000 kN/m³ é de apenas 38,8%. Já para os deslocamentos a diferença entre os mesmos coeficientes é de 66,7%.

Tabela 5.38 – Variação do coeficiente vertical do solo no radier de 1,0 x 14,0 m.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

5.6.3.1 COMPARATIVO DO RADIER COMO LAJE VARIANDO A RIGIDEZ DO SOLO

Neste exemplo o radier será considerado como uma laje de 14 x 14 m com uma carga concentrada de 100 kN no centro e os valores comparados com os da Tabela 5.38 que relaciona os valores de uma viga sobre base elástica.

A Tabela 5.39 apresenta os valores de momentos e esforços cortantes obtidos pelo programa CALCO, variando o coeficiente vertical do solo, através dos métodos de viga sobre base elástica e como laje apoiada no solo. As diferenças maiores dos momentos fletores são de 36,4% e esforços cortante e 24,9% para os coeficientes de 40.000 kN/m³ e 60.000 kN/m³.

Tabela 5.39 – Momentos fletores e esforços cortantes do radier como viga sobre base elástica e laje, variando o coeficiente vertical do solo.

kv (kN/m ³)	Mmáx. (kN.m)		Dif. %	Qmáx. (kN)		Dif. %
	Viga	Laje		Viga	Laje	
40000	22,50	14,30	36,4	26,81	20,13	24,9
60000	19,50	12,65	35,1	24,45	18,37	24,9
80000	17,45	11,78	32,5	22,67	17,44	23,1
100000	15,90	11,09	30,3	21,23	16,65	21,6
120000	14,74	10,51	28,7	20,03	15,96	20,3
140000	13,76	10,01	27,3	18,99	15,34	19,2

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Tabela 5.40 apresenta os deslocamentos para os métodos de viga sobre base elástica e como laje apoiada no solo. As diferenças dos deslocamentos máximas de 55,6%.

Tabela 5.40 – Deslocamentos do radier como viga sobre base elástica e laje, variando o coeficiente vertical do solo.

kv (kN/m ³)	Deslocamento (cm)		Dif. %
	Viga	Laje	
40000	0,12	0,06	50,0
60000	0,09	0,04	55,6
80000	0,07	0,04	42,9
100000	0,06	0,03	50,0
120000	0,05	0,03	40,0
140000	0,04	0,03	25,0

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

A Tabela 5.41 apresenta os momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos para o método de laje apoiada no solo em relação ao coeficiente vertical do solo de 40.000 kN/m³. Nota-se que a maior diferença do momento fletor é 30%, esforço cortante 23,8% e deslocamentos 50%.

Nota-se que os momentos e esforços cortantes aumentam com o aumento dos coeficientes e os deslocamentos diminuem.

Tabela 5.41 – Momentos fletores esforços cortantes e deslocamentos do radier como laje variando o coeficiente vertical do solo.

Skv (kN/m ³)	Mmáx. (kN.m)	Dif. %	Qmáx. (kN)	Dif. %	Deslocamento (cm)	Dif. %
40000	14,30		20,13		0,06	
60000	12,65	11,5	18,37	8,7	0,04	33,3
80000	11,78	17,6	17,44	13,4	0,04	33,3
100000	11,09	22,4	16,65	17,3	0,03	50,0
120000	10,51	26,5	15,96	20,7	0,03	50,0
140000	10,01	30,0	15,34	23,8	0,03	50,0

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 DISCUSSÃO DOS OBJETIVOS E DAS VARIÁVEIS MAIS IMPORTANTES

Em relação aos objetivos deste trabalho pode-se dizer que são alcançados ao longo do texto. O primeiro deles era o de criar procedimento que permita através da análise de esforços, deslocamentos e tensões de contato com o solo usando a discretização de grelha com apoios elásticos. Com o uso do programa livre de grelha CALCO desenvolvido pelo grupo de pesquisa da UFSCar através dos exemplos do Capítulo 5, pode-se observar que tanto os modelos de viga como os modelos de laje o programa leva a resultados que podem ser comparados com os de equacionamentos teóricos e com os de vigas sobre base elástica com espaçamentos das molas variando de 0,10 a 1,0 m no programa FTOOL, todos os dois livres. A comparação com o programa Eberick também foi satisfatória como pode ser visto no exemplo 3 do Capítulo 5.

Para os objetivos secundários:

- Avaliar se a solução de vigas sobre bases elásticas pode ser feita com o uso de vigas com apoios elásticos pouco espaçados. Pode-se notar que apesar dos resultados tenderem à precisão com espaçamentos menores, 1 m dá uma diferença de apenas 15%.
- Verificar se há a possibilidade, em função das dimensões do radier ou do coeficiente de recalque considerar a hipóteses de radier rígidos em que se aplicaria ao uso de tensões lineares no solo e cálculos de esforços mais simplificados. A diferença dos momentos do modelo simplificado em relação ao programa de grelha CALCO ficaram em torno de 36% de os deslocamentos máximo de 30,77% sendo que a média dos deslocamentos ficaram somente 3 mm acima do modelo simplificado. Observa-se também que os deslocamentos são maiores nas bordas do radier tanto no programa CALCO quanto nos modelos simplificado e PLAXIS e todos no ponto V.

- Identificar, comparando com soluções numéricas, qual a distância dos pontos nodais para a convergência de soluções. Os valores ficaram próximos até a distância dos pontos nodais de 1 metro e a diferença dos valores é de apenas 15%.
- Verificar através de análise numérica quanto a variação do valor do coeficiente de recalque afeta os resultados dos esforços. Pode ser visto no exemplo 4 que a diferença é mais significativa no deslocamento sendo que de um coeficiente de 40.000 para um de 90.000 as diferenças dos momentos ficaram em torno de 18% enquanto que o deslocamento 50%.

No exemplo 6, utilizando o exemplo 1 e alterando a rigidez do radier e do solo considerando o programa CALCO pode-se observar (como esperado), que para a variação de cargas de 100kN a 350kN, há uma proporcionalidade tanto para os momentos tanto para os deslocamentos, ou seja em torno de 250%.

Para as alturas, no modelo de vigas sobre base elástica, variando de 0,182 m a 0,637 m, ou seja 250%, o momento sofre uma variação maior 197,2% do que os deslocamentos (recalques) reduziram em torno de 58,3%.

Para as alturas, no modelo de lajes, variando de 0,182 m a 0,637 m, ou seja 250%, o momento sofre uma variação de 60,9% e os deslocamentos (recalques) redução em torno de 83,3%.

Para o coeficiente do solo, no modelo de vigas sobre base elástica, variando de 40.000 kN/m³ a 140.000 kN/m³, ou seja, aumentando 250% os momentos fletores sofreram um aumento menor que 38,8% do que os deslocamentos uma redução máxima de 66,7%.

Para o coeficiente do solo, no modelo de lajes, variando de 40.000 kN/m³ a 140.000 kN/m³, ou seja, aumentando 250% os momentos fletores sofreram uma redução de 30% e os deslocamentos máxima de 50%.

Desta forma para obter menores recalques é mais eficiente aumentar a espessura da placa, embora possa haver aumento de esforços internos.

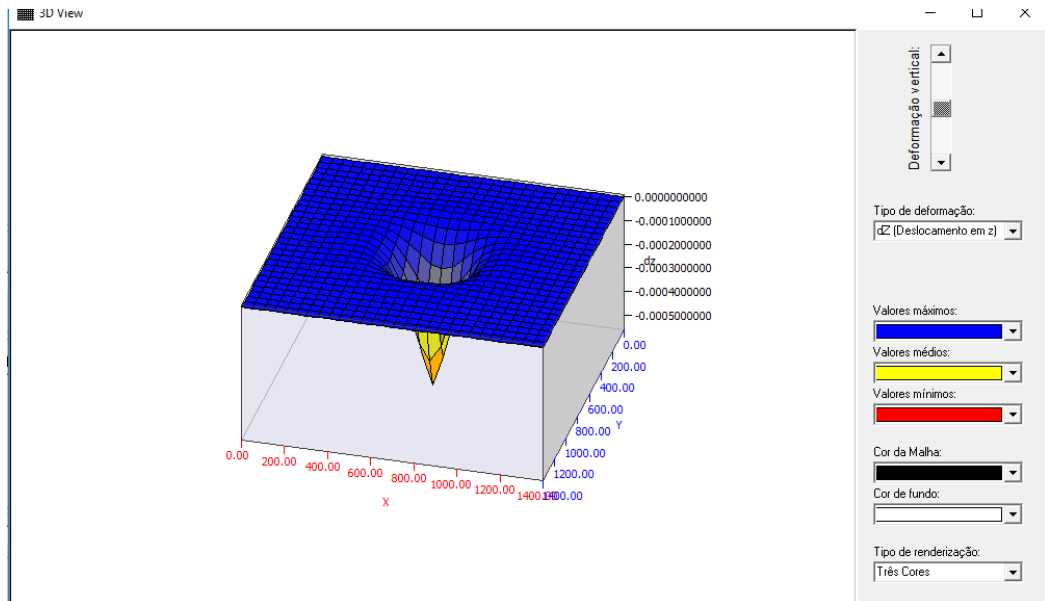
Pelo que foi mostrado os processos manuais são muito simplificados e é possível encontrar valores bem mais próximos da realidade no modelo de grelhas e o programa CALCO, como observado através dos exemplos pode ser uma ferramenta precisa para realizar as análises dos esforços.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas questões podem ser estudadas a partir dos resultados encontrados e pelo que se considerou das características do programa:

- O programa CALCO permite trabalhar com molas distintas para qualquer grupo de pontos. Assim é possível considerar molas distintas para a parte central e da borda do radier.
- As ações pontuais (cargas concentradas) promovem perturbação na solução das equações matemáticas, criando valores altos (picos) de momentos, deslocamentos que podem não condizer com a realidade. Para ilustrar este fato mostra-se na figura 6.1 o estado de deformação de um radier de 14 x 14 m com uma carga concentrada aplicado no centro do mesmo. É fácil notar (apesar da amplificação da deformação)

Figura 6.1 – Superfície deformada do radier.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR

- Lançar vigas onde as diferenças de recalques são maiores afim de enrijecer a estrutura. O programa permite facilmente o lançamento dessas vigas.
- Por fim as molas inicialmente estimadas da forma descritas no texto em uma segunda aproximação poderiam ter seus valores deduzidos com os conceitos de interação solo-estrutura para melhorar o cálculo dos recalques.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro: ABNT, 2014. maio.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6122: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2010. setembro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6489: Prova de Carga Direta Sobre Terreno de Fundação. Rio de Janeiro: ABNT, 1984. dezembro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro: ABNT, 2008. maio.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9895: Solo – Índice de Suporte Califórnia – Método de Ensaio. Rio de Janeiro: ABNT, 1987. junho.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6484: Solo – Sondagem de Simples Reconhecimento com SPT – Método de Ensaio. Rio de Janeiro: ABNT, 2001. fevereiro.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D 1586: Standard Test Method for Standard Penetration Test (SPT) and Split-Barrel Sampling of Soils. West Conshohocken, PA, USA, 1992.

ALMEIDA, F.M. *Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas*. São Carlos. 284 P. Dissertação de Mestrado da Escola de Engenharia de São Carlos, 2002.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. *Design of slabs on grade* (ACI 360R-92), 1997.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. *Guide to Design of Slabs-on-Ground* (ACI 360R-10), Farmington Hills, USA, 2010.

ALMEIDA, V. S. *Análise da interação solo não-homogêneo/estrutura via acoplamento MEC/MEF*. 192 P. Teste (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

ALMEIDA, F.M. *Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas*. São Carlos. 284 P. Dissertação de Mestrado da Escola de Engenharia de São Carlos, 2002.

AOKI, N. *Modelo simples de transferência de carga de estaca vertical sujeita a carga axial de compressão*. *Anais do Ciclo de Palestras sobre Fundações*. Associação Brasileira de Mecânica dos Solos – Núcleo Regional do Nordeste. Recife, 1987.

ANTONIAZZI, J. P. *Interação Solo-Estrutura de Edifícios com Fundações Superficiais*. 2011. 139 p. Dissertação (Mestrado) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul.

BIOT, M. A. *Bending of an Infinite Beam on an Elastic Foundation*, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 4, 1937.

BOWLES, J.E. *Foundation Analysis and Design*. 5th ed. New York, McGraw-Hill, 1996.

BOUSSINESQ, J. *Application des Potentiels*. Paris, 1885.

BARBOZA, A.S.R. *Contribuição à Análise Estrutural de Sistemas Lajes-Vigas de Concreto Armado Mediante a Analogia de Grelha*. 136 P. Dissertação de mestrado da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1992.

CARVALHO R. C., COTTA I F. S., RAYMUNDO R. *Sistema Calco*

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO M. L., *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado Volume 2* – São Carlos, SP. 2013. 2ª Edição. Editora PINI. 2013

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R F. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado (Segundo a NBR 6118:2014)*; Brasil – São Carlos, SP. 2014. 4ª Edição. EdUFSCar. 2014

CASS, A. J. R. *Programa Gráfico Livre Para a Análise de Lajes de Edificações em Concreto Armado Usando o Modelo de Grelha Equivalente*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) Universidade de Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

CAVALCANTI, M. V. V. *Análise Matricial de Estruturas Reticuladas*. Apostila para estudantes de engenharia civil. Anápolis, 2006.

- CESTELLI GUIDI, C. *Geotecnica e Tecnica Delle Fondazioni*, Vol.2, Editore Hoepli, 1991.
- COLARES, G. M. (2006). *Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios*. São Carlos. 83 P. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- COTTA I. F. S. *Desenvolvimento de programa livre automático para determinação de esforços solicitantes, deslocamentos e armadura de pavimentos em concreto armado usando a analogia de grelha não linear*. Iniciação Científica Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.
- COTTA I. F. S. *Desenvolvimento de programa livre para análise de pórticos tridimensionais considerando-se a não linearidade geométrica, fissuração do concreto e ligações semirrígidas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- DALOGLU, A. T.; VALLABHAN, C. V. G. *Vallues of K for Slab on Winkler Foundation*, *J. Geo. And Geo-Enviromental Engrg.* ASCE, May, p.p. 463-71, 2000.
- DE MELLO, V. F. B. *The Standard Penetration Test – State of the art report*. In: Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 4, Puerto Rico Proceedings. Puerto Rico: PCSMFE, 1971.
- DÓRIA, L. E. S. *Projeto de estrutura de fundação em concreto do tipo radier*. Maceió. 107 P. Dissertação (Mestrado) – Centro de Tecnologia, CTEC, Universidade Federal de Alagoas, UFAL, 2007.
- GUSMÃO, A.D. *Estudo da interação solo-estrutura e sua influência em recalques de edificações*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPE, Rio de Janeiro, 1990.
- GUSMÃO, A. D.; GUSMÃO FILHO, J. A. *Avaliação da influência da interação solo-estrutura*. In. X COBRAMSEF, Foz do Iguaçu, PR, ABMS, Anais, v.1, p.68-74, 1994.
- GUPTA, S. C. *Raft foundations design and analysis with a practical approach*. New Delhi, New Age International (P) Limited, Publishers, 1997.
- HAMBLY, Edmund C. *Bridge Deck Behaviour*. London. Ed. John Wiley & Sons, Inc. London. (1976).

HETÉNYI, M. *Beams on elastic foundation*. Theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering. The University of Michigan Press, USA (1979).

<http://faq.altoqi.com.br/content/174/1045/pt-br/coeficientes-de-recalque-horizontal-e-vertical-do-solo.html>

<http://faq.altoqi.com.br/content/274/1072/pt-br/dimensionamento-e-detalhamento-de-radier.html>

INDIAN STANDARD. IS: Method of Determination of Modulus of Subgrade Reaction (K-Value) of Soils in Field, Bureau of Indian Standards, New Delhi, 1997.

INDIAN STANDARD. IS: Code of Practice for Design and Construction of Raft Foundations – Part I – Design, Bureau of Indian Standards, New Delhi, 1981.

JUNIOR, O.L.C. *Estudo da Modelagem de Radier Rígido em Concreto Armado na Análise da Interação Solo-Estrutura*. Pato Branco. 103 P. Trabalho de Graduação do Departamento Acadêmico de Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

J. VEGA, J. J. AZNÁREZ, A. SANTANA, E. ALARCÓN, L. A. PADRÓN, J. J. PÉREZ, O. MAESO. *On soil-structure interaction in large non-slender partially buried structures*. Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (SIANI), Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, Las Palmas de Gran Canaria 35017, Spain, 2012.

LEONI, A. J. *Apunte de Coeficiente de Balasto*. Laboratorio de Mecânica de Suelos, Facultad de Ingeniería, UNLP, 2016.

LORENZO P. P. *Desenvolvimento de ferramenta computacional para o cálculo de radier*. Trabalho de Conclusão de Curso. Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

MARTHA, L. F. Ftool: *Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas*. Disponível em <https://web.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>. Acesso em: 21 de junho 2017.

MEYERHOF, G.G. *Some recent foundation research and its application to design*. STRUCTURAL ENGINEERING. Londres, 1953.

MEYERHOF, G.G. *Compaction of sands and bearing capacity of piles*. In: JOURNAL OF THE SOIL MECHANICS AND FOUNDATION DIVISION. v.85. American Society of Civil Engineering (ASCE), 1959.

MOAYED, R. Z.; NAEINI, S. A. *Evaluation of Modulus of Subgrade Reaction (ks) in Gravelly Soils Based on SPT Results*. IAEG 2006, Paper Number 505, 2006.

MORAES, M. C. *Estruturas de Fundações*. Mc Graww – Hill do Brasil, 3ª. Edição, 1981.

MONTOYA, P.J.; MESEGUER, A.G; CABRÉ, F.M. *Hormigón Armado*, 8ª Edición – Barcelona, 1987. Ed. Gustavo Gili, S. A.

NAEINI, S. A.; MOYAED, Z. R.; ALLAHYARI, F. *Subgrade Reaction Modulus (ks) of Clayey Soils Based on Field Tests*, Journal of Engineering Geology, Vol. 8, Nº 1, Spring, 2014.

PACHECO, T.M. *Análise Comparativa de Custos entre Radier e Fundação em Sapata Corrida em Obras de Padrão Popular de Quatro Pavimentos no Município de Feira de Santana, Bahia*. Feira de Santana. 91 P. Trabalho de Graduação do Departamento de Tecnologia da Universidade Estadual de Feira de Santana, 2010.

PALAZZO, H.L.V. *Avaliação de Momentos Fletores em Estruturas de Fundação Tipo Radier em Concreto Armado*. Guaratinguetá. 48 P. Trabalho de Graduação da Universidade Estadual Paulista, 2012.

RIBEIRO, M. A. *Análise comparativa de métodos utilizados no cálculo da interação solo-radier*. 101 P. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

RIBEIRO, C.M. *Estudo Numérico do Comportamento Tensão-Deslocamento de Fundação do Tipo Radier*. Ouro Preto. 197 P. Dissertação de Mestrado da Universidade Federal de Ouro Preto UFOP, Minas Gerais, 2017.

REIS, J. H. C. *Interação solo-estrutura de grupos de edifícios com fundações superficiais em argila mole*. 148p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

SCARLAT, A. S. *Effect of Soil Deformability on Rigidity – Related Aspects of Multistory Buildings Analysis*. ACI Structural Journal, v.90, n.02, 1993.

- SOUZA, R.A. *Interação Solo-Estrutura em Edifícios Sobre Fundações Rasas – Um Estudo Sobre a Variação de Esforços nos Pilares de Concreto Armado*. Artigo publicado pela Universidade Estadual de Maringá, 2006.
- SOUZA, F. A. *Radier simples, armado e protendido – Teoria e prática*; Brasil – Campinas, SP. 2017. 1ª Edição. Impresso no Brasil. 2017.
- SCOTT, R. F. *Foundation Analyses*. Englewood Cliffs, NJ. Prentice Hall, 1981.
- STRAMANDINOLI, J.S.B. (2003). *Contribuições à Análise de Lajes Nervuradas por Analogia de Grelha*. 198 P. Dissertação de Mestrado da Universidade Federal de Santa Catarina.
- TERZAGHI, K. *Evaluation of Coefficient of Subgrade Reaction*. Geotechnique, v.05., n.04, 1955.
- TQS, Sises – *Sistema de Interação Solo-Estrutura*. Manual Teórico, 2011.
- TSUDIK, E. *Analysis of beams and frames on elastic foundations*. A handbook for civil and structural engineers – methods, formulae, tables, numerical examples. Victoria, Canada; Trafford publishing, 2006.
- VELOSO, D. A.; LOPES, F.R. *Fundações: Critérios de Projeto – Fundações Superficiais*, Nova Edição – São Paulo – Oficina de Textos, 2004.
- VELOSO, D. A.; LOPES, F.R. *Fundações: Critérios de Projeto – Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais*, 2ª Edição com Normas Atualizadas – São Paulo – Oficina de Textos, 2011.
- VESIC, A. B. *Bending of Beams Resting on Isotropic Solids*, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 87(EM2), 35-53, 1961.
- VSL INTERNATIONAL LTD. *Post Tensioned Foundation*, 1990. Second Printing.
- VSL INTERNATIONAL LTD. *Post Tensioned Foundation*, 1990. Second Printing.
- VILELA, I.P.S. *Análise de Radiers de Concreto Estrutural*. Rio de Janeiro. 143 P. Dissertação de Mestrado da Universidade Federal Fluminense do Rio de Janeiro, Niteroi, 2016.
- VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. *Fundações Volume 1: Critérios de Projeto – Investigação do subsolo – Fundações superficiais*. 2 ed, São Paulo, 2014: Oficina de textos.