

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA

**AVALIAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO E DINÂMICA DE BOLHAS DE AR EM UM
TANQUE DE FLOTAÇÃO SUBMETIDO A DIFERENTES SOLUÇÕES
UTILIZANDO CFD**

Hugo Henrique Jacomini

Trabalho de Graduação apresentado ao
Departamento de Engenharia Química da
Universidade Federal de São Carlos

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Béttega

Co-orientadora: Ma. Júnia Natália Mendes Batista

São Carlos – SP

2020

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Béttega, DEQ/UFSCar

Convidada: Ma. Júnia Natália Mendes Batista, DEQ/UFSCar

Professor da Disciplina: Dr. Gustavo Dias Maia, DEQ/UFSCar

Trabalho de Graduação apresentado no dia 14 de dezembro de 2020 perante a seguinte banca examinadora:

AGRADECIMENTOS

Durante esses anos de graduação algumas pessoas estiveram ao meu lado. Agradeço aos meus pais, Amauri e Suni, pela compreensão, cuidado, paciência, incentivo e, principalmente amor. Essa etapa que se encerra foi, sobretudo, mérito de vocês.

Agradeço à minha namorada Isabelle pelo apoio e carinho nos mais diversos momentos vividos durante essa trajetória.

À minha orientadora Júnia Natália Mendes Batista, pelo auxílio, paciência e cooperação na condução das simulações numéricas, sempre fornecendo novas ideias e sugestões de trabalho.

Ao meu professor orientador Rodrigo Béttega, pelo suporte técnico, aprendizados e confiança durante os três anos de iniciação científica e a execução do trabalho de graduação.

Aos amigos, Amanda, Arthur, João Pedro, José Henrique e Ygor pela amizade e companheirismo durante a vivência em São Carlos.

Ao corpo docente do DEQ-UFSCar, que ao longo desses anos contribuiu para a minha formação.

E agradeço principalmente a Deus.

“Nossas dúvidas são traidoras e nos fazem perder o que, com frequência, poderíamos ganhar, por simples medo de arriscar. ”

William Shakespeare

RESUMO

No presente trabalho de graduação, objetivou-se avaliar a influência de diferentes tensões superficiais, viscosidades e densidades no processo de formação de bolhas de ar em um tanque de flotação, utilizando a fluidodinâmica computacional (*Computational Fluid Dynamics* - CFD). Os dados de entrada para as simulações, bem como a geometria do equipamento simulado, foram baseados em dados obtidos experimentalmente. As simulações foram conduzidas utilizando o *software* FLUENT® 19.3. Para a verificação do modelo proposto, os dados simulados de velocidade e diâmetro de bolha foram comparados aos resultados experimentais, tanto quantitativamente quanto qualitativamente. Além de dados de diâmetro e velocidade, analisou-se a velocidade terminal das bolhas formadas, caracterizando-se morfologicamente as bolhas de ar simuladas de acordo com o *Ábaco de Clift*. Através da CFD foi possível inferir o comportamento e a dinâmica das bolhas para as diferentes condições avaliadas, verificando-se desvios máximos de 14,28% e 13,36%, respectivamente, entre os dados de velocidade e diâmetro de bolha obtidos experimentalmente e por meio de simulações. Os resultados de velocidade terminal simulados foram condizentes com àqueles obtidos a partir de modelos teóricos, apresentando desvio máximo de 19,05 %. A análise dos resultados indicou que as bolhas simuladas apresentam o formato oblato elipsoidal. O modelo matemático VOF (*Volume of Fluid*) foi capaz de representar a condição experimental, explicitando, inclusive, o fenômeno de coalescência de bolhas de ar.

Palavras-chave: fluidodinâmica computacional, flotação, tensoativo.

ABSTRACT

In the present graduation work, the objective was to evaluate the influence of different surface tensions, viscosities and densities in the process of formation of air bubbles in a flotation tank, using computational fluid dynamics (Computational Fluid Dynamics - CFD). The input data for the simulations, as well as the geometry of the simulated equipment, were based on data obtained experimentally. The simulations were conducted using the FLUENT® 19.3 software. To verify the proposed model, the simulated velocity and bubble diameter data were compared to the experimental results, both quantitatively and qualitatively. In addition to diameter and velocity data, the terminal velocity of the bubbles formed was analyzed, morphologically characterizing the air bubbles simulated according to Clift's Abacus. Through the CFD it was possible to infer the behavior and dynamics of the bubbles for the different conditions evaluated, with maximum deviations of 14.28% and 13.36%, respectively, between the bubble velocity and bubble diameter data obtained experimentally and by simulations. The simulated terminal velocity results were consistent with those obtained from theoretical models, with a maximum deviation of 19.05%. The analysis of the results indicated that the simulated bubbles present the ellipsoidal oblate shape. The mathematical model VOF (Volume of Fluid) was able to represent the experimental condition, even explaining the phenomenon of coalescence of air bubbles.

Keywords: computational fluid dynamics, flotation, surfactant.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Modelo de uma gota de líquido em equilíbrio devido à ação entre as forças de tensão superficial e peso, instantes antes do destacamento da gota.	5
Figura 2.2. Ábaco $Re_b \times E\sigma \times M$ para determinação do formato das bolhas.	9
Figura 2.3. Velocidade terminal de bolha de ar em água em função do diâmetro equivalente da bolha num meio infinito.	13
Figura 3.1. Aparato experimental para determinação da tensão superficial de soluções.	16
Figura 3.2. Esquema do aparato experimental montado para caracterização das bolhas. ...	18
Figura 3.3. Calibração das dimensões no <i>software</i> RedLake Imaging MotionScope.	20
Figura 3.4. Diâmetro das bolhas no <i>software</i> RedLake Imaging MotionScope.	20
Figura 3.5. Velocidade das bolhas no <i>software</i> RedLake Imaging MotionScope.	21
Figura 3.6. Dimensões do domínio empregado nas simulações.	22
Figura 3.7. Malha computacional empregada nas simulações.	24
Figura 4.1. Comportamento da tensão superficial em função da concentração de etanol. .	28
Figura 4.2. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,082 N/m.	32
Figura 4.3. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,058 N/m.	32
Figura 4.4. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,056 N/m.	33
Figura 4.5. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,055 N/m.	33
Figura 4.6. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,053 N/m.	34

Figura 4.7. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,049 N/m.....	34
Figura 4.8. Velocidades das bolhas de ar medidas experimentalmente e simuladas em função da tensão superficial da solução.....	36
Figura 4.9. Diâmetros das bolhas de ar medidos experimentalmente e simulados em função da tensão superficial da solução.	37
Figura 4.10. Simulação de formação, destacamento e ascensão das bolhas de ar a cada 0,1 segundo para a tensão superficial de 0,082 N/m.	39
Figura 4.11. Velocidade terminal simulada e teórica das bolhas de ar em função da tensão superficial da solução.	41
Figura 4.12. Velocidade terminal simulada em função do diâmetro das bolhas.	42
Figura 4.13. (a) bolha de formato oblato elipsoidal, Bhaga et al. (1981) e (b) resultado da simulação para tensão superficial de 0,049 N/m.	43
Figura 4.14. Coalescência de bolha de ar observada nas simulações para tensão superficial de 0,049 N/m.	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Velocidades terminais de bolha em um meio infinito; regimes definidos pela Figura 2.3.	14
Tabela 3.1. Configurações de hardware do computador utilizado.	15
Tabela 3.2. Concentrações de etanol e tensões superficiais das soluções analisadas.	19
Tabela 3.3. Parâmetros de tensão superficial, densidade e viscosidade empregados para cada condição simulada.	22
Tabela 3.4. Características da malha computacional criada.	23
Tabela 3.5. Modelos e parâmetros da solução numérica adotados nas simulações.	25
Tabela 4.1. Aferição do raio do tubo de vidro utilizado para o gotejamento.	26
Tabela 4.2. Determinação da tensão superficial da água.	27
Tabela 4.3. Determinação da tensão superficial das soluções água-etanol em função da concentração volumétrica de etanol.	28
Tabela 4.4. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,082 N/m.	29
Tabela 4.5. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,058 N/m.	30
Tabela 4.6. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,056 N/m.	30
Tabela 4.7. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,055 N/m.	30
Tabela 4.8. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,053 N/m.	31
Tabela 4.9. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,049 N/m.	31

Tabela 4.10. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar em função da tensão superficial da solução, obtidas através de simulações de CFD.....	35
Tabela 4.11. Velocidades das bolhas de ar medidas experimentalmente e simuladas em função da tensão superficial.	35
Tabela 4.12. Diâmetros das bolhas de ar medidas experimentalmente e simuladas em função da tensão superficial.	37
Tabela 4.13. Velocidade terminal simulada e teórica das bolhas de ar em função da tensão superficial da solução.	40
Tabela 4.14. Adimensionais Re_b , $Eö$ e M em função de cada condição simulada.....	43

NOMENCLATURA

Variáveis

d	Diâmetro do tubo de vidro	m
D_b	Diâmetro da bolha	m
d_e	Diâmetro equivalente de uma bolha não esférica	m
F_σ	Força de tensão superficial por unidade de volume	N/m ³
F_P	Força peso	N
f_r	Fator de contração	-
g	Aceleração da gravidade	m/s ²
m	Massa real da gota	kg
m_i	Massa ideal da gota	kg
m_T	Massa total do número de gotas introduzidas	kg
n	Número total de gotas	-
\hat{n}	Superfície unitária do vetor normal	-
P	Pressão	Pa
r	Raio do tubo de vidro	m
t	Tempo	s
\vec{u}	Vetor velocidade	m/s
V	Velocidade intersticial	m/s
x	Coordenada cartesiana	m

Símbolos gregos

α	Fração volumétrica	-
θ	Diâmetro do orifício de injeção de ar	m
κ	Curvatura da superfície local	-
μ	Viscosidade	Pa.s
ρ	Massa específica	kg/m ³
σ	Coefficiente de tensão superficial	N/m

Números adimensionais

Eö	Número de Eötvos
M	Número de Morton
Re _b	Número de Reynolds de bolha

Subscritos

g	Fase gasosa
l	Fase líquida

SUMÁRIO

BANCA EXAMINADORA.....	i
AGRADECIMENTOS.....	ii
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS.....	vii
NOMENCLATURA.....	ix
1 – INTRODUÇÃO.....	1
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
2.1 – Flotação e as bolhas	2
2.2 – Tensão superficial e tensoativos	3
2.3 – Efeito da viscosidade do meio sobre o comportamento de ascensão de bolhas	4
2.4 – Efeito da densidade do meio sobre o comportamento de ascensão das bolhas	4
2.5 – Determinação da tensão superficial de soluções	5
2.6 – Caracterização morfológica das bolhas	7
2.7 – Fluidodinâmica computacional	9
2.8 – Determinação teórica da velocidade terminal da bolha	13
3 – MATERIAIS E MÉTODOS	15
3.1 – Materiais.....	15
3.2 – Equipamentos	15
3.3 – Metodologia	16
3.3.1 – Procedimento experimental	16
3.3.1.1 – Determinação experimental da tensão superficial de soluções	16
3.3.1.2 – Caracterização experimental das bolhas de ar.....	18

3.3.1.3 - Obtenção de velocidade e diâmetro experimentais	19
3.3.2 – Procedimento numérico	21
3.3.2.1 – Domínio computacional	21
3.3.2.2 – Malha computacional	23
3.3.2.3 – Modelagem matemática e solução numérica.....	24
4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	26
4.1 – Determinação da tensão superficial das soluções água-etanol.....	26
4.2 – Caracterização experimental e numérica das bolhas de ar formadas	29
4.3 – Processo de formação e ascensão das bolhas de ar	38
4.4 – Determinação da velocidade terminal das bolhas de ar	39
4.5 – Caracterização morfológica das bolhas de ar simuladas.....	42
5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	45
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46

1 – INTRODUÇÃO

A Flotação é um método que pode ser utilizado para separar e remover impurezas que se encontram em suspensão aquosa, através da introdução de bolhas de ar. O papel das bolhas é o de coletar e transportar as partículas suspensas até a superfície, sendo seu diâmetro e velocidade grandezas importantes para o comportamento do processo.

A dinâmica de uma bolha de ar é determinada por seu tamanho e velocidade, os quais são influenciados por parâmetros como vazão de ar, tamanho do orifício de injeção e propriedades do líquido ao redor, como tensão superficial, viscosidade e densidade. Acerca das propriedades físicas dos líquidos, estas apresentam importante influência sobre o comportamento e a dinâmica das bolhas de ar formadas no meio. Características como formato, velocidades de ascensão e terminal, diâmetro e trajetória alteram-se mediante diferentes propriedades do meio em que estão contidas.

É imprescindível que se conheça o comportamento das bolhas de ar em água em diferentes misturas, além de suas características, visto que as bolhas são responsáveis por fazer o transporte das partículas em suspensão da mistura/solução até a superfície. Nesse contexto, a simulação numérica computacional pode contribuir para o melhor entendimento do processo em questão, além de permitir aplicar o modelo para diferentes condições.

Com o avanço computacional, simulações numéricas tornaram-se importantes ferramentas para auxiliar na melhor compreensão de processos e equipamentos. Sua utilização permite a diversos profissionais, entre eles o engenheiro, realizar as atividades que se propõe sem, necessariamente, construir o projeto em questão em uma escala de bancada. Dessa forma, pode-se adquirir a capacidade de identificar, formular e solucionar problemas ligados às atividades do projeto, operação e gerenciamento do trabalho de modo mais prático.

Neste contexto, o presente trabalho de graduação estudou a formação de bolhas de ar e os efeitos de tensoativo, viscosidade e densidade nas mesmas, de modo a comparar os resultados experimentais com os simulados, objetivando validar as simulações realizadas e buscando contribuir para o melhor entendimento do processo de flotação. São apresentados os resultados de velocidades e diâmetros de bolhas de ar sob diferentes tensões superficiais, viscosidades e densidades obtidos através de ensaios experimentais e por meio de simulação numérica computacional, a partir do *software* FLUENT® 19.3.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados e discutidos os principais conceitos que fundamentaram a execução deste trabalho. É exposto um panorama geral sobre o processo de flotação e como as bolhas de ar presentes no sistema exercem influência sobre a eficiência do processo. Apresentam-se, individualmente, os efeitos de tensão superficial, viscosidade e densidade do meio sobre o comportamento de ascensão das bolhas. Aponta-se um método experimental para determinação da tensão superficial de soluções. Disserta-se sobre a importância da fluidodinâmica computacional para resolução de problemas ligados à engenharia e explicita-se o modelo matemático utilizado para realização das simulações CFD.

2.1 – Flotação e as bolhas

A Flotação é um método utilizado para separar e remover impurezas que se encontram em suspensão na solução, através da introdução de bolhas de ar. As espécies em suspensão se aderem às bolhas de ar formando agregados pelas partículas hidrofóbicas e, por serem menos densas que o fluido, vão em direção à superfície (Gardusi et al., 2014). Os agregados formados aparecem na forma de espuma, que, quando atinge a superfície pode ser removida da solução para que tenha seus componentes separados de modo mais eficaz.

O papel das bolhas de ar é o de coletar e transportar as partículas suspensas até a superfície, onde há a formação da espuma, da qual se faz a separação das partículas. Por isso, é de extrema importância a utilização de sistemas de aeração que possibilitem o controle do tamanho e da uniformidade das bolhas, juntamente com a utilização de tensoativos, para que se possa ter uma melhor separação através da flotação (Penna et al., 2003).

Uma variável física importante para o método de flotação é o diâmetro das bolhas, visto que estas influenciam diretamente na eficiência da separação da mistura e no *holdup* de ar. Quando o gás é introduzido no sistema ocorre o deslocamento do nível da fase líquida. Com isso, a fração volumétrica deslocada, ou seja, a fração de gás na mistura gás-líquido é chamada de *holdup*. Assim, o arranjo do tamanho de partículas demanda de uma faixa de tamanho de bolhas que maximize a captura de partículas por parte das bolhas, fazendo com que o processo de flotação seja otimizado (Gardusi et al., 2014).

O tamanho das bolhas liberadas na mistura é controlado pelo ajuste da vazão e da pressão de emissão de ar. Bolhas com diâmetros pequenos têm uma área superficial grande, facilitando (em comparação a bolhas de volumes superiores) a maior coleta de partículas suspensas com base no mesmo volume de ar. Isso é algo de grande interesse, pois, assim, o processo de flotação é mais eficiente, tendo em vista que com um menor volume de bolha a colisão bolha-partícula é maior. Por outro lado, as bolhas de tamanho diminuto apresentam uma velocidade de ascensão baixa podendo ser inferior à velocidade descendente da polpa, o que pode levar a perdas de partículas hidrofóbicas no escoamento de material não flotado (Penna et al., 2003).

De uma forma geral, a velocidade de escoamento do ar e da fase líquida são aspectos fluidodinâmicos que também apresentam influência significativa no processo, pois afetam diretamente a distribuição e o formato das bolhas. O tamanho das bolhas é quase que, exclusivamente, determinado pelo método de produção das mesmas e pelas propriedades do sistema que as contém.

2.2 – Tensão superficial e tensoativos

A tensão superficial é resultado de um desequilíbrio de forças existente entre as moléculas que se encontram na superfície em relação às encontradas no interior de um líquido. Enquanto as moléculas localizadas no interior da solução apresentam um elevado número de interações intermoleculares com as moléculas pelas quais é circundada, aquelas na interface líquido-ar apresentam um número menor de interações (Behring et al., 2004). Tal desequilíbrio de forças gera uma força resultante que atrai as moléculas da superfície para o interior do líquido, causando um considerável obstáculo para a formação de bolhas, gotas e a nucleação de cristais em líquidos. Essas forças de coesão tendem a diminuir a área superficial ocupada pelo líquido, forçando gotas a adotarem a forma esférica. Dá-se o nome de tensão superficial a esse tipo de força, a qual é geralmente quantificada a partir do trabalho necessário para aumentar a área superficial.

Os tensoativos são substâncias capazes de diminuir a tensão superficial de uma substância na qual esteja dissolvido. Devido a essa propriedade, podem ser classificados como: umectantes, emulsionantes, detergentes e solventes. As moléculas dos produtos tensoativos são compostas por um grupo lipofílico e um grupo hidrofílico. Quando em solução, os tensoativos, preferencialmente, ocupam a superfície do líquido, diminuindo as forças de coesão existentes e, conseqüentemente, a tensão superficial. A adição de novas

moléculas de tensoativo após a saturação da superfície não reflete em diminuição da tensão superficial, apenas na formação de agregados moleculares de dimensões coloidais, denominadas micelas. Cada tensoativo possui uma concentração micelar crítica (CMC) diferente, sendo específicos para cada processo industrial (Shaw et al., 1975).

2.3 – Efeito da viscosidade do meio sobre o comportamento de ascensão de bolhas

A viscosidade expressa uma relação entre forças de cisalhamento e a velocidade de deformação de um fluido. Dessa forma, exerce papel fundamental na dinâmica de escoamentos, visto que induz desequilíbrio de forças entre o fluido em movimento e o ambiente circundante. A viscosidade do meio afeta a dinâmica de ruptura do fio gasoso durante a formação das bolhas através de forças que deformam a interface gás-líquido, em conjunto com a tensão superficial, e aumentam o efeito de confinamento entre as duas fases (Zhang et al., 2019).

Tanto a viscosidade quanto a tensão superficial do fluido podem ocasionar resistência ao desenvolvimento do jato gasoso e atrasar, ou até mesmo evitar, a formação de bolhas, embora os mecanismos que ocasionem tais fenômenos sejam diferentes. A tensão superficial impedirá o aumento da energia superficial da bolha, enquanto a viscosidade do fluido dissipará o fluxo de energia cinética (Wang et al., 2010).

De modo geral, quando uma pequena quantidade de bolhas menores ascende em um fluido newtoniano, a viscosidade do meio não exerce influência considerável sobre a formação das bolhas, desde que estas estejam estabilizadas por algum surfactante e as tensões superficiais sejam baixas o suficiente para não as deformarem. Entretanto, para bolhas maiores ou em maior quantidade, sua menor resistência à deformação e a tendência de unirem-se em bolhas ainda maiores é altamente influenciada pela viscosidade do meio. Portanto, torna-se imprescindível considerar variações de viscosidades, visto que resulta em mudanças de velocidade e formato das bolhas (Li et al., 2012).

2.4 – Efeito da densidade do meio sobre o comportamento de ascensão das bolhas

A variação de densidade do meio impacta significativamente o comportamento, o movimento e a ascensão das bolhas de ar. De acordo com trabalhos de Zahedi et al. (2014), ao estudar-se a dinâmica de bolhas de ar geradas em duas soluções hipotéticas de diferentes densidades (998,2 e 3000 kg/m³) e iguais viscosidades (1,003·10⁻³ kg/m·s) e tensões

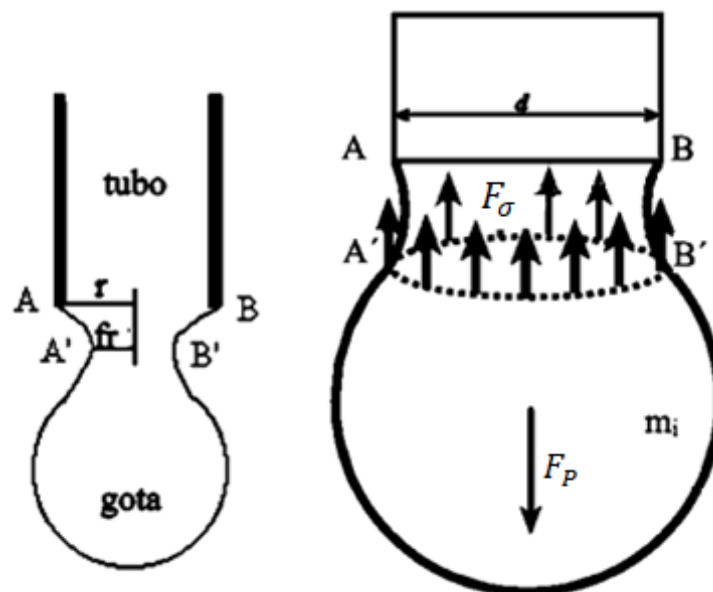
superficiais ($7,28 \cdot 10^{-2}$ N/m), concluiu-se que, conforme a densidade do fluido aumentou, mantendo-se a vazão mássica de inserção de ar constante, os diâmetros e os tempos de destacamento das bolhas a partir do orifício de injeção reduziram significativamente. A solução mais densa permitiu ganho de fluatuabilidade das bolhas, fazendo com que estas destaquem-se mais rapidamente, com menor quantidade de gás no interior da bolha. Portanto, o diâmetro médio das bolhas diminuiu com o aumento da densidade do meio.

2.5 – Determinação da tensão superficial de soluções

Os métodos experimentais para a determinação da tensão superficial de líquidos são inúmeros e podem ser classificados em estáticos, dinâmicos e de desprendimento (ou separação). Entretanto, alguns apresentam erros elevados ou fazem uso de equipamentos caros ou difíceis de serem obtidos (Gianino et al, 2006). Um método relativamente simples e que apresenta resultados satisfatórios é a técnica do “peso da gota” (classificado como de desprendimento), o qual faz uso da Lei de Tate.

O método “peso da gota” depende da suposição de que a circunferência multiplicada pela tensão superficial é a força que mantém junta as duas partes de uma coluna líquida. Quando esta força está equilibrada pela massa da porção inferior, a gota desprende-se, conforme mostrado na Figura 2.1.

Figura 2.1. Modelo de uma gota de líquido em equilíbrio devido à ação entre as forças de tensão superficial e peso, instantes antes do destacamento da gota.



Fonte: GIANINO, 2006.

Considera-se que a gota de massa ideal se desprende do tubo no momento em que a força peso exercida pela gota, iguala-se à força de tensão superficial, de acordo com a seguinte equação:

$$F_{\sigma} = F_p = m_i g \quad (2.1)$$

onde F_{σ} é a força de tensão superficial, F_p a força peso, m_i a massa ideal da gota e g a aceleração gravitacional.

As forças de tensão superficial, que mantém a gota ligada ao resto do líquido, são obtidas a partir do produto da circunferência do orifício no qual a gota se formará, a qual contém a linha AB, mostrado na Figura 2.1, pela tensão superficial do líquido. Dessa forma, obtém-se a seguinte equação:

$$F_{\sigma} = 2 \pi r \sigma \quad (2.2)$$

onde σ corresponde à tensão superficial do líquido e r ao raio do tubo.

Substituindo a equação 3.1 na equação 3.2, temos que o peso da gota é proporcional ao raio do tubo e à tensão superficial do líquido. Em seguida, isolando a tensão superficial do líquido, obtém-se a conhecida Lei de Tate, mostrada na seguinte equação:

$$\sigma = \frac{m_i g}{2 \pi r} \quad (2.3)$$

Pelo fato de a gota não se romper da coluna líquida exatamente no extremo do tubo (linha A – B), mas sim logo abaixo (linha A' – B'), como mostrado na Figura 2.1, existe um fator de contração, de modo que a massa real da gota difere da massa ideal da gota. Tal relação está mostrada na seguinte equação:

$$m = f_r m_i \quad (2.4)$$

onde m é a massa real da gota e f_r é o fator de contração.

O fator de contração é determinado empiricamente. Este é função do raio do tubo e do volume da gota, além de poder sofrer alterações devido à dilatação de líquidos, conforme se aumenta a temperatura. Na maioria dos casos, f_r tem valor aproximado de 0,6. Na prática,

obtem-se que a massa real da gota é sempre menor do que a da gota ideal. Observa-se que apenas a parte mais externa da gota desprende-se. Cerca de 40% do líquido da gota permanece preso ao tubo. Logo, substituindo a equação 2.4 na equação 2.3, pode-se escrever a Lei de Tate de acordo com a seguinte equação:

$$\sigma = \frac{m g}{f_r 2\pi r} \quad (2.5)$$

Com o intuito de diminuir o erro experimental, utiliza-se a massa de várias gotas, de tal forma que a equação 2.5 pode ser escrita como a seguinte equação:

$$\sigma = \frac{\left(\frac{m_T}{n}\right) g}{f_r 2\pi r} \quad (2.6)$$

onde m_T é a massa total do número de gotas introduzidas e n é o número total de gotas.

Assim, a Lei de Tate nos permite realizar medidas de tensão superficial de líquidos.

Observa-se pela equação 2.6 que, para determinar a tensão superficial do líquido, faz-se necessário o conhecimento prévio do raio do tubo de vidro (ou pipeta) utilizado para o gotejamento. Logo, requer-se a adoção de um procedimento para determinar tal propriedade.

O diâmetro da pipeta utilizada pode ser deduzido de duas maneiras: medição direta, feita com paquímetro ou micrômetro, ou a partir da massa da gota de um líquido de referência, cujo valor da tensão superficial seja conhecido. Pelo fato de fornecer resultados mais precisos, geralmente, opta-se pela segunda opção.

A equação para obtenção do diâmetro do tubo de vidro é então obtida através do rearranjo e manipulação da equação 2.6, resultando na seguinte equação:

$$d = 2r \cong \frac{m_T g}{f_r \pi \sigma} \quad (2.7)$$

onde d representa o diâmetro do tubo de vidro utilizado.

2.6 – Caracterização morfológica das bolhas

Dentre os fatores que são importantes no escoamento bifásico gás-líquido, além do diâmetro e velocidade de ascensão das bolhas, encontra-se o formato das bolhas. Ele é influenciado fortemente pelo próprio tamanho das bolhas, pelas propriedades físicas do

líquido e pelo modo de operação do sistema (Krishna, 2000). A fim de quantificar como esses parâmetros influenciam a característica morfológica das bolhas, Clift et al. (1978) propuseram um ábaco que envolve 3 números adimensionais: número de Reynolds de bolha (Re_b), número de Eötvos ($Eö$) e o número de Morton (M), definidos pelas seguintes equações, respectivamente:

$$Re_b = \rho_l \frac{|V_g - V_l| D_b}{\mu_l} \quad (2.8)$$

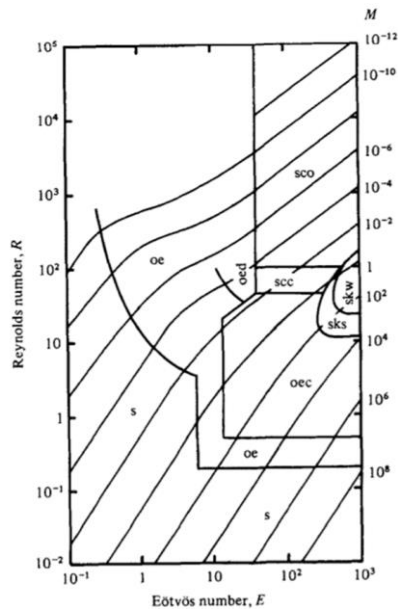
$$E_{\ddot{o}} = \frac{(\rho_l - \rho_g) g D_b^2}{\sigma} \quad (2.9)$$

$$M = \frac{(\rho_l - \rho_g) g \mu_l^4}{\rho_l^2 \sigma^3} \quad (2.10)$$

onde ρ_l e ρ_g são as massas específicas do líquido e do gás, respectivamente, V_l e V_g são as velocidades intersticiais do líquido e do gás, respectivamente, μ_l é a viscosidade do líquido, σ é a tensão superficial obtida na interface gás-líquido, D_b é o diâmetro da bolhas e g é o valor da aceleração gravitacional.

O número de Reynolds de bolha representa numericamente a relação entre as forças inercial e viscosa que agem no escoamento. O número de Eötvos relaciona a força gravitacional e a força proveniente da tensão superficial. Já o número de Morton é simplesmente um arranjo adimensional numericamente conveniente entre algumas propriedades físicas. Calculados estes adimensionais, recorre-se ao ábaco representado na Figura 2.2. Basta entrar com os valores obtidos e localizar a região correspondente para determinar o formato das bolhas.

Figura 2.2. Ábaco $Re_b \times E\ddot{o} \times M$ para determinação do formato das bolhas.



Fonte: Clift et al., 1978.

Os formatos das bolhas, em cada região da Figura 2.2, correspondem a: s, esférico (*spherical*); oe, oblato elipsoidal (*oblate ellipsoid*); oed, oblato elipsoidal oscilatório (*oblate ellipsoidal disk-like and wobbling*); oec, cápsula oblato elipsoidal (*oblate ellipsoidal cap*); scc, cápsula esférica fechada de ascensão constante (*spherical cap with closed, steady wake*); sco, cápsula esférica aberta de ascensão irregular (*spherical cap with open, unsteady wake*); sks, contorno liso (*skirted with smooth*); skw, contorno ondulado (*skirted with wavy*).

2.7 – Fluidodinâmica computacional

A fluidodinâmica computacional (*CFD – Computational Fluid Dynamics*), é uma técnica que produz previsões quantitativas de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com base nas leis de conservação de massa, momento e energia.

Atualmente, métodos de CFD são rotineiramente empregados nos campos de aviação, turbo maquinário, automotivo e aeronáutico. Além destes, a CFD também é aplicada em meteorologia, oceanografia, astrofísica, biologia, recuperação de óleo e arquitetura. Diversas técnicas numéricas desenvolvidas para CFD também são utilizadas para resolução das equações de Maxwell ou em aero acústica. Portanto, a CFD tornou-se importante ferramenta de design em engenharia e também, indispensável em várias outras ciências. Devido aos avanços dos métodos de soluções numéricas e tecnologia computacional, simulações com

fluidos viscosos de grande escala com malhas com dezenas de milhares de elementos podem ser realizadas dentro de poucas horas em supercomputadores (Blazek, 2015).

Na CFD, as leis físicas que descrevem o fluxo de fluido (por exemplo, conservação de massa, quantidade de movimento) são expressas matematicamente como um sistema de equações diferenciais parciais. Tais equações são as conhecidas de Navier-Stokes juntamente com a equação da continuidade. Para completar o modelo matemático, as condições iniciais são fornecidas, em conjunto, com as condições de contorno. Em geral, o sistema descritivo de equações diferenciais parciais não pode ser resolvido analiticamente, então soluções aproximadas são obtidas por meio de algoritmos numéricos implementados em computadores. Essas soluções são os valores das variáveis dependentes relevantes (pressão, velocidade) em pontos espaciais discretos no domínio computacional e em momentos discretos conforme a simulação avança (Mingham et al., 2016).

A modelagem matemática de escoamentos multifásicos pode ser separada amplamente em duas categorias: Euleriano e Lagrangiano. Na abordagem Euleriana, o domínio computacional é discretizado por um conjunto finito de pontos chamado malha e a solução aproximada é calculada nesses pontos da malha. Essas aproximações podem ser realizadas de várias maneiras diferentes, dependendo da teoria matemática subjacente. Duas abordagens populares são o Método das Diferenças Finitas (FDM) e o Método dos Volumes Finitos (FVM). O FDM é baseado na teoria de Taylor para aproximar derivadas parciais nos pontos da malha. O FVM usa o Teorema da Divergência de Gauss para expressar derivadas parciais espaciais como integrais de superfície. Na abordagem Lagrangiana, a região computacional é discretizada por um conjunto de partículas que se movem na velocidade do fluxo local e as soluções aproximadas são calculadas na posição de cada partícula em cada tempo discreto (Mingham et al., 2016).

A modelagem do escoamento de duas fases ainda está em desenvolvimento. Diferentes modelos de algoritmos numéricos foram propostos, incluindo o modelo VOF (*Volume of Fluid*), o modelo LSM (*Level-set method*) e o modelo *Front Tracking*. Tais modelos envolvem uma troca entre manter uma interface precisa ou conservar massa. Isso é crucial, visto que a avaliação da densidade, viscosidade e tensão superficial é baseada nos valores médios sobre a interface (Hirt e Nichols, 1981).

Através da fluidodinâmica computacional, Zahedi et al. (2014) investigaram a formação e movimento de uma única bolha em líquidos, estudando-se os efeitos das propriedades físicas do fluido e diferentes condições operacionais. Abbassi et al. (2017), avaliaram a formação e o descolamento de bolhas de ar em água e em soluções de glicerina

sob diferentes condições operacionais. Adicionalmente, Abbassi et al. (2018) estudaram a dinâmica de uma única bolha de ar, a velocidade instantânea da fase líquida ao redor da bolha e a coalescência de duas bolhas em líquidos de diferentes viscosidades. Rodrigues e Béttega (2018) analisaram o escoamento bifásico (água-ar) em uma unidade de Flotação por Ar Dissolvido (DAF). Os autores avaliaram diferentes abordagens para os modelos multifásicos, de turbulência e de arraste, bem como diferentes condições de contorno para modelar a superfície do tanque DAF. Posteriormente, Rodrigues et al. (2019) aplicaram a fluidodinâmica computacional e as equações de balanço populacional em simulações bifásicas (água-ar) do processo de flotação por ar dissolvido (DAF).

Conforme citado, o modelo que tem sido amplamente empregado para descrever a formação de bolhas é o VOF. O modelo VOF (*Volume of Fluid*) pode modelar dois ou mais fluidos imiscíveis resolvendo uma única equação de *momentum* e rastreando a fração de volume de cada um dos fluidos em todo o domínio computacional. Este método apresenta como vantagens a fácil compreensão, baixa complexidade computacional e alta precisão (Abbassi et al., 2017). O método VOF é aplicado para capturar a interface, a fração volumétrica α_k de cada fase k em uma célula computacional rastreada em todo o domínio. Se α_k é igual a 1, isto indica que a célula está preenchida com a fase k . Se α_k é igual a 0, quer dizer que a célula não contém a fase k . Para α_k entre 0 e 1, a célula contém a interface entre duas fases. A soma de cada fração volumétrica é igual a 1. A captura de interface é baseada na resolução do campo de fração volumétrica e, em seguida, a reconstrução da interface para cada fase k . A equação da continuidade para fluidos incompressíveis está mostrada na seguinte equação:

$$\nabla \vec{u} = 0 \quad (2.11)$$

onde \vec{u} é o vetor velocidade.

Uma única equação de *momentum* é resolvida em todo o domínio e o campo de velocidade resultante é compartilhado entre as fases. A equação de *momentum* para fluidos Newtonianos incompressíveis está mostrada na seguinte equação:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \nabla(\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla\{\mu[\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T]\} + \rho \vec{g} + F_\sigma \quad (2.12)$$

onde ρ é a massa específica, P a pressão, μ a viscosidade, g aceleração gravitacional e F_σ a força de tensão superficial por unidade de volume.

Neste modelo, a força de tensão superficial na interface gás-líquido é expressa de acordo com as seguintes equações:

$$F_\sigma = \frac{\gamma(\rho_l \kappa \nabla \alpha_l)}{0,5(\rho_l + \rho_g)} \quad (2.13)$$

$$\kappa = \nabla \hat{n} \quad (2.14)$$

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (2.15)$$

$$n = \nabla \alpha_k \quad (2.16)$$

onde σ é a tensão superficial, \hat{n} a superfície unitária do vetor normal, o qual é estimado a partir do gradiente da fração volumétrica e κ é a curvatura da superfície local. Os subscritos l e g representam a fase líquida e gasosa, respectivamente.

No modelo VOF, o rastreamento da interface entre as fases é realizado pela solução da equação de continuidade para a fração volumétrica de uma ou várias fases. Para uma fase k , a equação da fração volumétrica é dada pela seguinte equação:

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_k + \vec{u}_k \nabla \alpha_k = 0 \quad (2.17)$$

O cálculo da fração volumétrica da fase primária é baseado na seguinte equação de restrição:

$$\sum_{k=1}^2 \alpha_k = 1 \quad (2.18)$$

Para obter uma representação precisa e clara da interface gás-líquido, adota-se um plano de reconstrução geométrica baseado na abordagem linear por partes. No caso de um

sistema binário gás-líquido, a densidade e viscosidade da mistura de fluidos em uma célula computacional são dadas, respectivamente, pelas seguintes equações:

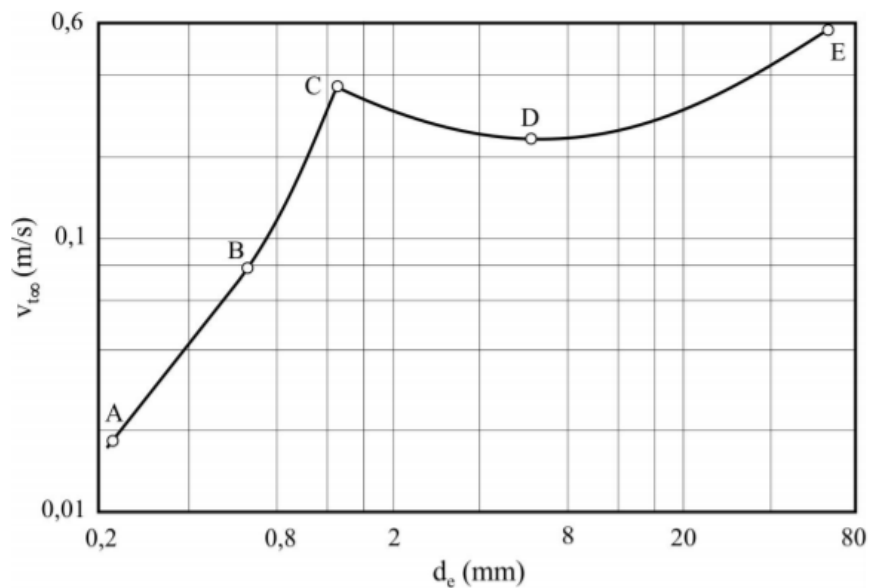
$$\rho(\vec{x}, t) = \alpha(\vec{x}, t)\rho_l + (1 - \alpha(\vec{x}, t))\rho_g \quad (2.19)$$

$$\mu(\vec{x}, t) = \alpha(\vec{x}, t)\mu_l + (1 - \alpha(\vec{x}, t))\mu_g \quad (2.20)$$

2.8 – Determinação teórica da velocidade terminal da bolha

A ascensão de bolha num meio infinito tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores. A Figura 2.3 mostra os resultados obtidos por Haberman e Morton (1953) para a velocidade terminal de bolha de ar em água em função do diâmetro das bolhas.

Figura 2.3. Velocidade terminal de bolha de ar em água em função do diâmetro equivalente da bolha num meio infinito.



Fonte: Haberman, W.I., Morton, R.K., 1953.

No regime AC, as bolhas são esféricas (diâmetros inferiores a 1mm) e seguem, aproximadamente, uma trajetória reta. No regime CD, as bolhas têm formato oblato-elipsoidal, deslocando-se em forma oscilatória. Na região DE, as bolhas estão bastante deformadas, movimentando-se muito irregularmente. A mudança da forma esférica para

elipsoidal aumenta significativamente o arraste, fazendo com que a velocidade terminal tenda para um limite mais ou menos fixo.

A Tabela 2.1 mostra as velocidades terminais propostas por Haberman e Morton (1953) para os vários regimes.

Tabela 2.1. Velocidades terminais de bolha em um meio infinito; regimes definidos pela Figura 2.3.

Regime	Velocidade terminal
AB	$\frac{D_b^2 g (\rho_l - \rho_g)}{18 \mu_l}$
BC	$\left[\frac{2 g (\rho_l - \rho_g)}{27 \rho_l} \left(\frac{\rho_l D_b}{\mu_l} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^{3/4}$
CD	$1,3 \left(\frac{2 \sigma}{\rho_l D_b} \right)^{1/2}$
DE	$0,74 \left[\frac{g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} d_e \right]^{1/2}$

Fonte: Haberman, W.I., Morton, R.K., 1953.

onde D_b é o diâmetro da bolha, ρ_l e ρ_g as massas específicas do líquido e do gás, σ a tensão superficial, g a aceleração gravitacional, μ_L a viscosidade do líquido e d_e o diâmetro equivalente de uma bolha não esférica de volume V_b , o qual pode ser obtido através da seguinte equação:

$$d_e = \left(\frac{6 V_b}{\pi} \right)^{1/3} \quad (2.21)$$

3 – MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 – Materiais

Os fluidos empregados durante o trabalho foram água e etanol anidro, o qual corresponde ao tensoativo das soluções preparadas.

Para a determinação experimental da tensão superficial das diferentes soluções, a partir do método “peso da gota”, os materiais empregados consistiram de uma balança analítica, uma pipeta e béqueres com capacidade de 0,05 litro.

A caracterização experimental das bolhas de ar se utilizou de recipientes transparentes de acrílico com dimensões de 12,5 centímetros de comprimento e largura e 13 centímetros de altura e um rotâmetro.

3.2 – Equipamentos

Para a etapa experimental de caracterização das bolhas utilizou-se uma câmera de alta velocidade, capaz de mostrar com imagens os detalhes de eventos de curta duração, compatível com um *software* de análise. O modelo de câmera utilizado foi o RedLake’s MotionPro® HS Series e seu respectivo *software*, para análise das gravações, foi o RedLake Imaging MotionScope. A injeção de ar no sistema foi feita a partir de uma bomba elétrica.

As simulações de CFD foram realizadas a partir da versão estudante do *software* FLUENT 19.3, empregando-se o modelo VOF. A geometria e a malha computacional foram geradas com o *software* Gambit 2.4.6, o qual apresenta integração com o ANSYS FLUENT.

Utilizou-se apenas um computador para realizar as análises e simulações necessárias. As configurações de *hardware* do computador estão mostradas, sucintamente, na Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Configurações de *hardware* do computador utilizado.

Etapa do Trabalho	Plataforma	Características Principais
Geração da Malha Computacional e Simulações 2D	Windows 64 Bits	AMD Ryzen 7 3700X 8 – Core Processor 3,59 GHz 32 GB RAM NVIDIA GeForce GT 1030

Fonte: autor.

3.3 – Metodologia

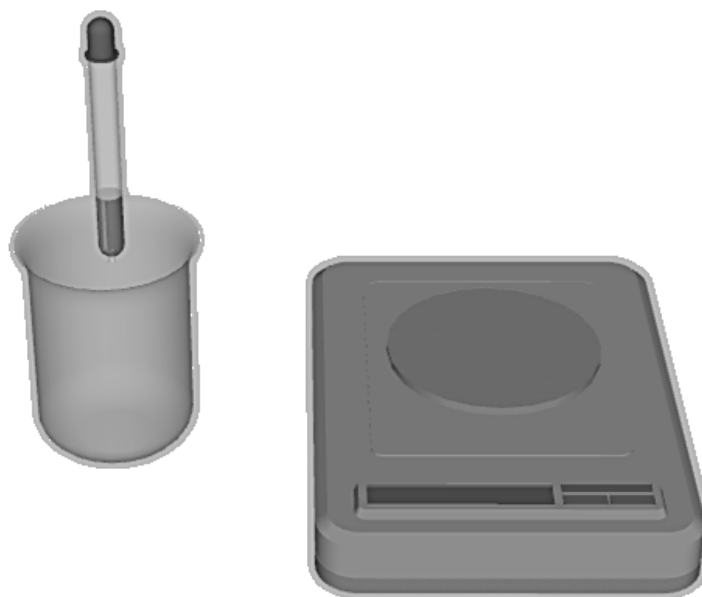
As simulações conduzidas neste trabalho tiveram como objetivo avaliar a distribuição e dinâmica de bolhas de ar em um tanque de flotação utilizando-se diferentes concentrações de tensoativo. Para alcançar este objetivo, estudos fluidodinâmicos foram conduzidos tanto experimentalmente, quanto a partir de simulações numéricas, os quais serão mostrados posteriormente. Para validar as simulações, empregou-se os resultados obtidos experimentalmente. A malha computacional gerada e os dados de entrada de cada simulação foram baseados no aparato e condições experimentais. Inicialmente será apresentado a etapa correspondente ao procedimento experimental e, em seguida, o procedimento de simulação CFD.

3.3.1 – Procedimento experimental

3.3.1.1 – Determinação experimental da tensão superficial de soluções

O aparato utilizado para determinação da tensão superficial de soluções é constituído por um conjunto de béqueres, pipeta e balança analítica, conforme exposto na Figura 3.1.

Figura 3.1. Aparato experimental para determinação da tensão superficial de soluções.



Fonte: autor.

Iniciou-se pela aferição do diâmetro da pipeta utilizada para o gotejamento. Neste trabalho, o líquido de referência adotado foi água destilada a 20 °C, cujo valor da tensão superficial é, de acordo com a literatura, 0,0728 N/m. A fim de minimizar os erros experimentais, mediu-se a massa de 50 gotas de água destilada. Primeiramente, determinava-se a massa do béquer, no qual seria realizado o gotejamento, ainda vazio. Em seguida, o gotejamento era feito e media-se a massa do béquer contendo as 50 gotas de água destilada. A diferença entre a massa do béquer após e antes do gotejamento corresponde à massa das 50 gotas adicionadas. Com a massa de líquido adicionado, calculou-se o diâmetro do orifício de gotejamento da pipeta, de acordo com a Equação 2.7. Consequentemente, obtém-se o raio do orifício. Este processo foi realizado em triplicata. Obteve-se o diâmetro e raio médios.

Após conhecimento do raio do orifício, escolheram-se os fluidos água e etanol, e suas respectivas misturas, para determinação das tensões superficiais. As concentrações, em volume, das misturas mensuradas foram de 95% água e 5% etanol, 70% água e 30% etanol, 50% água e 50% etanol, 30% água e 70% etanol, 10% água e 90% etanol.

Para as substâncias puras, a tensão superficial foi determinada da mesma maneira. Primeiramente, mediu-se a massa do béquer, no qual seria realizado o gotejamento, ainda vazio. Em seguida, adicionou-se 50 gotas da respectiva substância. Então, mensurou-se a massa do béquer agora contendo as 50 gotas. A diferença entre a massa do béquer após e antes do gotejamento corresponde à massa de líquido adicionado. A partir da massa de líquido obtida, calculou-se a tensão superficial da substância em questão, de acordo com a Equação 2.6. Este processo foi realizado em triplicata. Obtiveram-se as tensões superficiais médias de cada substância.

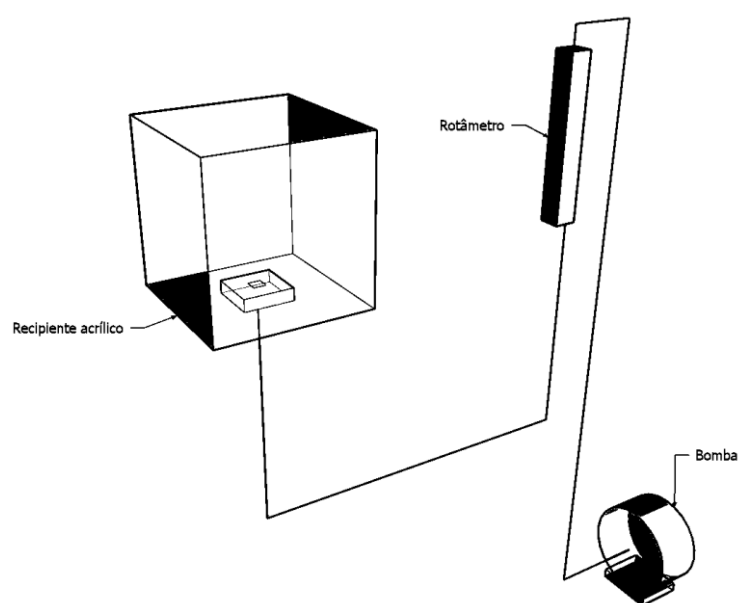
Para as diferentes misturas água-etanol, a tensão superficial foi determinada de maneira semelhante. Estabeleceu-se que cada solução iria conter 20 mL. Então, para cada concentração de tensoativo, adicionava-se o volume de água e etanol correspondente. Primeiramente, mensurou-se a massa do béquer no qual seria adicionada a mistura, ainda vazio. Em seguida, adicionaram-se os volumes de água e etanol correspondentes a cada concentração de mistura. Mediu-se a massa do béquer agora contendo os respectivos volumes de água e etanol. A diferença entre a massa do béquer após e antes da inserção das substâncias representa a massa adicionada. A partir da massa obtida, calculou-se a tensão superficial para cada proporção água-etanol, de acordo com a Equação 2.6. O processo foi realizado em duplicata para cada mistura. Obtiveram-se as tensões superficiais médias.

Os dados obtidos acerca das diferentes soluções foram introduzidos em uma planilha criada no *software* Excel, onde os cálculos de tensão superficial foram realizados.

3.3.1.2 – Caracterização experimental das bolhas de ar

Para caracterização experimental das bolhas, montou-se uma estrutura onde fosse possível coletar dados de um fluxo contínuo de ar em meio líquido. O aparato utilizado é constituído por recipientes de acrílico de dimensões 12,5 x 12,5 x 13 centímetros, os quais possuem em sua base, uma válvula responsável por injetar o ar, através da conexão a uma bomba de ar. As soluções analisadas são inseridas no interior dos recipientes. Uma representação do aparato montado está na Figura 3.2.

Figura 3.2. Esquema do aparato experimental montado para caracterização das bolhas.



Fonte: autor.

Com auxílio da câmera de alta velocidade, do *software* RedLake Imaging MotionScope e de um rotâmetro, foi possível registrar informações acerca da velocidade e diâmetro das bolhas que emergiam no líquido. O rotâmetro foi utilizado para garantir que a vazão de ar inserida nos recipientes fosse a mesma para todas as concentrações de tensoativo em cada medida realizada, de forma que a vazão de ar não fosse uma variável que influenciasse os resultados. A vazão de injeção de ar foi mantida constante e igual a 27,1 mL/min. Coletaram-se dados de velocidade e diâmetro de bolhas para meio líquido constituído puramente de água, etanol e diferentes proporções de água e etanol. As tensões superficiais das soluções analisadas, para cada concentração volumétrica de etanol, estão mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2. Concentrações de etanol e tensões superficiais das soluções analisadas.

Concentração etanol (%)	Tensão superficial (N/m)
0	0,082
20	0,058
40	0,056
60	0,055
80	0,053
100	0,049

Fonte: autor.

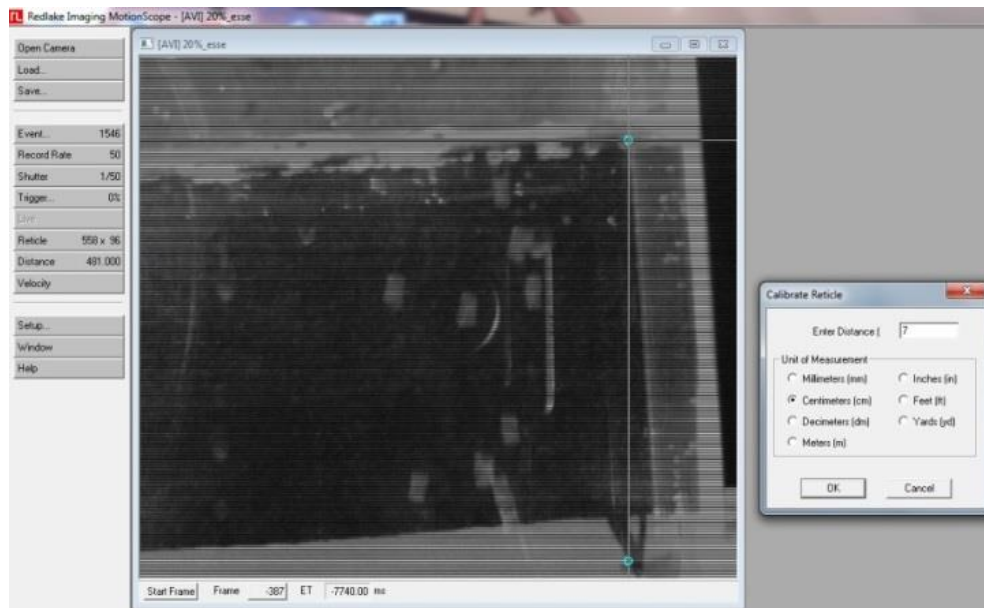
As tensões superficiais para as concentrações de 20, 40, 60 e 80% etanol foram obtidas a partir de interpolação linear dos resultados obtidos durante realização da etapa descrita na seção 3.3.1.1.

Após realização de filmagens com a câmera de alta velocidade, realizou-se um tratamento das informações obtidas com o *software* próprio da câmera. A análise foi feita para cada condição mostrada na Tabela 3.2.

3.3.1.3 - Obtenção de velocidade e diâmetro experimentais

Calibrou-se o *software* RedLake Imaging MotionScope a fim de que as dimensões observadas nas gravações correspondessem às reais. Esta etapa está mostrada na Figura 3.3.

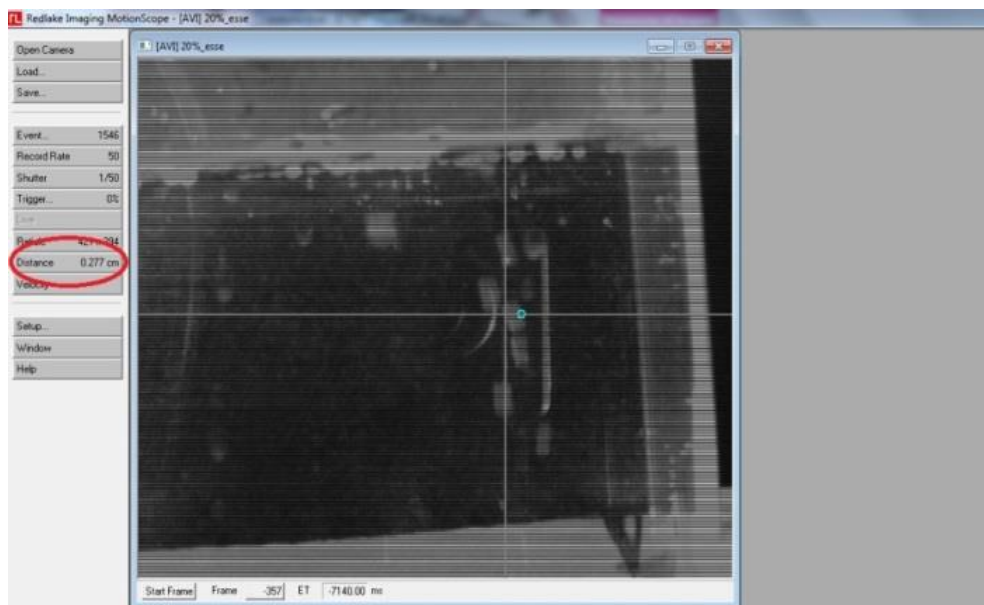
Figura 3.3. Calibração das dimensões no *software* RedLake Imaging MotionScope.



Fonte: autor.

Em seguida, realiza-se a medição do diâmetro experimental de cada bolha através da marcação de dois pontos na imagem analisada (um em cada extremo do eixo longitudinal da bolha). O resultado é exibido no *display* do programa e está mostrado na Figura 3.4.

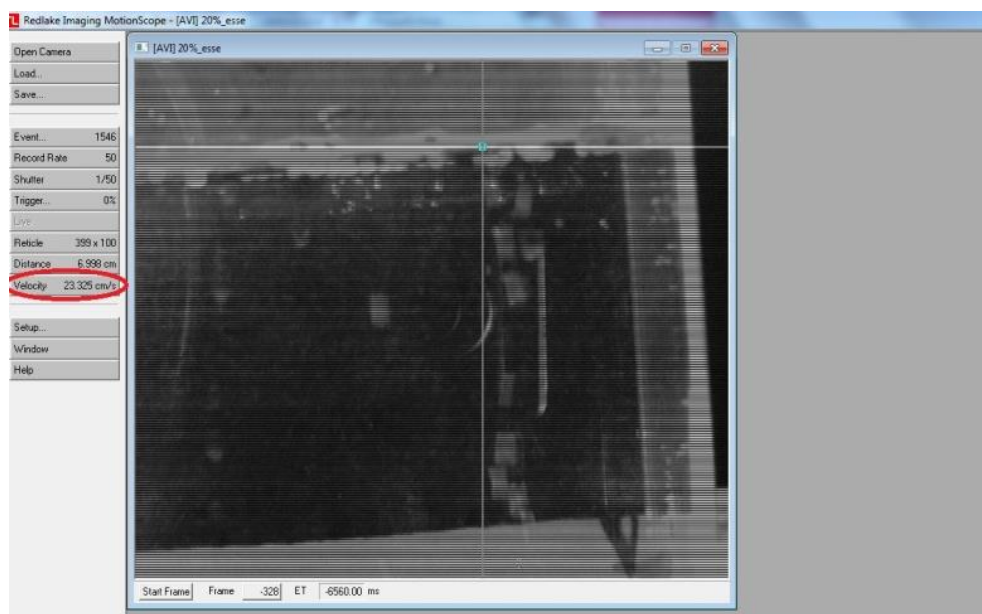
Figura 3.4. Diâmetro das bolhas no *software* RedLake Imaging MotionScope.



Fonte: autor.

Na sequência, mede-se a velocidade de cada bolha individualmente através da marcação do seu ponto inicial, demarcado previamente, e do avanço, quadro a quadro, até seu ponto final, também previamente demarcado. O resultado é exibido no *display* do programa, de acordo com a distância e o tempo percorridos, como ilustrado na Figura 3.5.

Figura 3.5. Velocidade das bolhas no *software* RedLake Imaging MotionScope.



Fonte: autor.

3.3.2 – Procedimento numérico

3.3.2.1 – Domínio computacional

Conforme descrito na seção 3.3.1.2, o aparato experimental montado é constituído por recipientes de acrílico, bomba elétrica e rotâmetro, tal qual esquematizado na Figura 3.1. Os recipientes foram preenchidos com diferentes proporções de água e etanol (tensoativo). O diâmetro do orifício de injeção de ar é igual a 0,2 mm. Os valores de tensão superficial, densidade e viscosidade do meio circundante das bolhas de ar, empregados nas simulações, estão mostrados na Tabela 3.3.

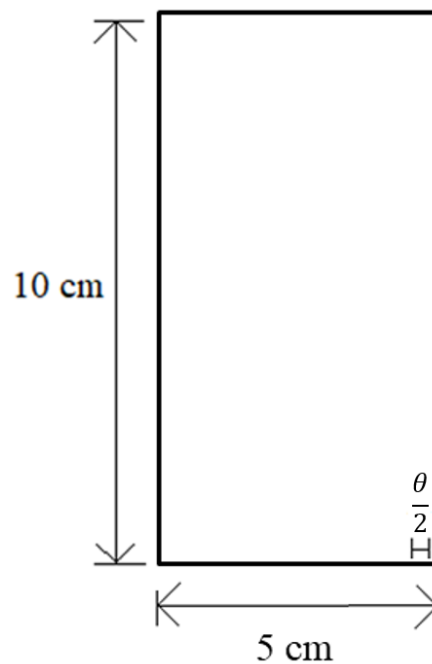
Tabela 3.3. Parâmetros de tensão superficial, densidade e viscosidade empregados para cada condição simulada.

Concentração etanol (%)	Tensão superficial (N/m)	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade (cP)
0	0,082	997,0	1,0020
20	0,058	955,4	1,0416
40	0,056	913,8	1,0812
60	0,055	872,2	1,1208
80	0,053	830,6	1,1604
100	0,049	789,0	1,2000

Fonte: autor.

A geometria básica adaptada a partir do aparato experimental exposto na Figura 3.2 e que se utilizou para a geração da malha computacional está mostrado na Figura 3.6.

Figura 3.6. Dimensões do domínio empregado nas simulações.



Fonte: autor.

Destaca-se que o domínio criado é bidimensional com eixo de simetria e tal fato não tem influência sobre a simulação da distribuição das bolhas de ar quando comparado com os

dados experimentais, visto que estas emergiam e concentravam-se apenas no centro do sistema.

A dimensão Θ refere-se ao diâmetro do orifício de injeção de ar. Devido ao elevado número de células geradas (251.000) com o diâmetro real de orifício de entrada de 0,2 mm e ao maior esforço computacional, criou-se uma malha computacional com diâmetro Θ igual a 1 mm. A velocidade da injeção de ar foi calculada baseada na área de seção de entrada da malha, de forma a manter-se a vazão volumétrica de ar igual a 27,1 mL/min, tal qual a seção experimental.

3.3.2.2 – Malha computacional

A geometria e a malha computacional foram geradas utilizando-se o *software* Gambit 2.4.6, considerando simetria em relação ao eixo das abscissas.

Para gerar as malhas bidimensionais, constituídas por células quadrilaterais, os valores adotados para espaçamento entre nós, número de células, faces, nós e qualidade obtida estão apresentados na Tabela 3.4.

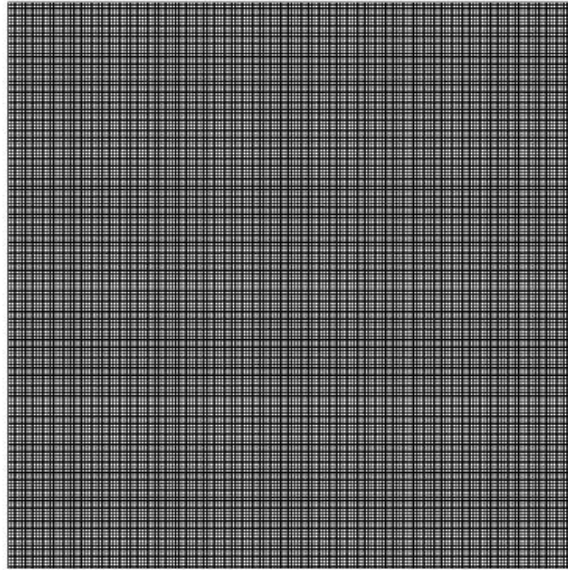
Tabela 3.4. Características da malha computacional criada.

Malha	Espaçamento entre nós (m)	Células	Faces	Nós	Qualidade
M-1	0,0005	20.000	40.300	20.301	1

Fonte: autor.

O domínio foi preenchido com água (fase primária) e ar (fase secundária), já se ajustando a tensão superficial do líquido para as diferentes concentrações de tensoativo das quais tinham-se informações. No tempo 0,0 s, injeta-se ar através do orifício. A velocidade de injeção de ar foi de 0,575 m/s. O tempo físico simulado, variando-se a tensão superficial, densidade e viscosidade do meio, de acordo com cada condição apresentada na Tabela 3.3, correspondeu ao tempo de 1 segundo. A malha M-1 está representada na Figura 3.7.

Figura 3.7. Malha computacional empregada nas simulações.



Fonte: autor.

3.3.2.3 – Modelagem matemática e solução numérica

As simulações CFD deste trabalho foram realizadas empregando a versão estudante do *software* FLUENT 19.3. Este *software* apresenta diversos modelos e parâmetros de simulação, os quais devem ser ajustados.

A Tabela 3.5 apresenta os modelos e parâmetros da solução numérica mais relevantes empregados nas simulações do estudo fluidodinâmico da distribuição de bolhas de ar em um tanque de flotação utilizando-se diferentes tensões superficiais, viscosidades e densidades.

Tabela 3.5. Modelos e parâmetros da solução numérica adotados nas simulações.

Condições de Contorno	Entrada do sistema: velocidade do ar prescrita
	Posição de saída: pressão atmosférica
	Parede: não deslizamento e impermeáveis
	Eixo de axissimetria foi incorporado ao sistema.
Método de Solução	Esquema de acoplamento pressão-velocidade: PISO.
	Interpolação para equação do <i>momentum</i> : QUICK
	Formulação Transiente: Implícita de 1ª ordem.
	Interpolação de fração volumétrica: Geo-Reconstruct
Crítério de Convergência	Equação continuidade e movimento: 1×10^{-4} .
Passo no tempo	0,0001
Número de passos no tempo	10.000
Nº máximo de iterações por passo	200
Parâmetro de relaxação	<i>Momentum</i> : 0,7

Fonte: autor.

O tratamento dos resultados das simulações CFD foi realizado através de contornos e perfis gerados pelo *software* FLUENT 19.3.

Para inferir a velocidade das bolhas de ar em cada simulação, ferramentas de pós-processamento disponíveis no *software* FLUENT foram empregadas, possibilitando a obtenção da velocidade média de bolhas na região caracterizada.

A medida do diâmetro de bolhas simulado, para cada condição analisada, foi realizada com o auxílio do *software* *Image Pro Plus 6*. Por meio do contorno de fração volumétrica de ar, calibrou-se no *software* a dimensão já conhecida do equipamento simulado (10 cm).

4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção serão apresentados os resultados referentes à etapa experimental, correspondente à determinação da tensão superficial das soluções água-etanol e medição dos diâmetros e velocidades das bolhas de ar formadas no tanque de flotação. Em seguida, serão apresentados os resultados referentes às simulações CFD. Os resultados obtidos de diâmetro e velocidade das bolhas de ar, formadas mediante diferentes tensões superficiais, densidades e viscosidades, serão comparados com os resultados experimentais, discutindo-se eventuais discrepâncias e distribuições.

Também serão apresentados os resultados da propriedade velocidade terminal das bolhas de ar, obtidos por meio das simulações CFD, e comparados ao modelo teórico de Haberman e Morton (1953). Por fim, as bolhas de ar formadas, através das simulações CFD, serão caracterizadas morfologicamente de acordo com Clift et al. (1978).

4.1 – Determinação da tensão superficial das soluções água-etanol

O resultado do procedimento de aferição do raio do tubo de vidro utilizado para o gotejamento no preparo das soluções, realizado em triplicata, está mostrado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1. Aferição do raio do tubo de vidro utilizado para o gotejamento.

Massa béquer vazio (g)	Massa béquer cheio (g)	Massa líquido (g)	Diâmetro tubo (cm)	Raio tubo (cm)
0,751	2,847	2,097	0,300	0,150
0,756	3,310	2,554	0,365	0,183
0,761	3,394	2,632	0,376	0,188

Fonte: autor.

A partir dos resultados contidos na Tabela 4.1, obteve-se que o raio médio do tubo de vidro utilizado para o gotejamento foi de 0,174 centímetros.

Conhecendo-se o raio do orifício de gotejamento, foi possível calcular a tensão superficial da água e das diferentes soluções água-etanol. O procedimento para determinação

da tensão superficial da água foi realizado em triplicata e, para as demais soluções, em duplicata. Os resultados obtidos de tensão superficial da água estão mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2. Determinação da tensão superficial da água.

Massa béquer vazio (g)	Massa béquer cheio (g)	Massa líquido (g)	Tensão superficial (N/m)
0,762	3,535	2,773	0,083
0,771	3,294	2,523	0,076
0,767	3,700	2,932	0,088

Fonte: autor.

A partir dos resultados contidos na Tabela 4.2, obteve-se que a tensão superficial média da água foi de 0,082 N/m. Este resultado apresentou variação de 13,9% em relação ao valor da literatura (Gianino, 2006), correspondente a 0,072 N/m. Tal desigualdade deve-se ao valor utilizado para o fator de contração, o qual deve ser obtido experimentalmente e não se adotar um valor usual. Assim, a suposição de que cerca de 40 % da gota permanece presa ao tubo de gotejamento não foi satisfeita. Observou-se, na condição do experimento, que este valor é menor. Dessa forma, o valor de tensão superficial a ser obtido tende a diminuir. Com a finalidade de refinar os resultados, sugere-se, para estudos futuros, a aplicação de métodos empíricos para determinação do fator de contração. A hipótese da discrepância observada ser função da diferença de temperatura entre o líquido de referência e o líquido utilizado no experimento deve ser descartada, visto que a temperatura da água no dia do experimento coincidiu com a da referência (20 °C).

Na Tabela 4.3 estão mostrados os resultados de tensão superficial para as diferentes soluções água-etanol preparadas, em função da concentração volumétrica de etanol.

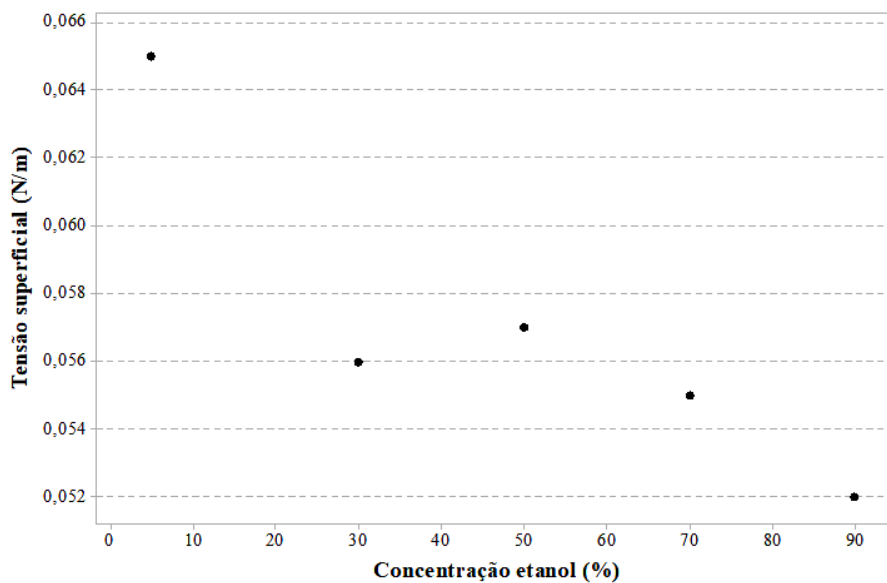
Tabela 4.3. Determinação da tensão superficial das soluções água-etanol em função da concentração volumétrica de etanol.

Concentração etanol (%)	Massa béquer vazio (g)	Massa béquer cheio (g)	Massa líquido (10^{-3} g)	Tensão superficial (N/m)
5	36,305	38,441	2,140	0,065
	36,172	38,352	2,180	
30	36,471	38,294	1,820	0,056
	29,293	31,180	1,890	
50	36,479	38,421	1,940	0,057
	29,382	31,220	1,840	
70	36,311	38,211	1,900	0,055
	29,508	31,245	1,740	
90	36,400	38,192	1,790	0,052
	29,502	31,150	1,650	

Fonte: autor.

Na Figura 4.1 é apresentado o comportamento da tensão superficial da solução em função da concentração de etanol.

Figura 4.1. Comportamento da tensão superficial em função da concentração de etanol.



Fonte: autor.

Com relação ao comportamento da tensão superficial da solução em função da concentração de tensoativo, mostrados na Tabela 4.3 e na Figura 4.1, infere-se que a tensão superficial diminui com aumento da concentração do tensoativo etanol. Este comportamento ocorre pelo fato do etanol possuir um grupo hidrofílico e outro lipofílico. As moléculas de etanol, quando em solução aquosa, possuem a tendência de ocupar a superfície do líquido (interface ar-líquido) e diminuir as forças de coesão ali presentes, ocasionando, conseqüentemente, a diminuição da tensão superficial da solução. Portanto, tal comportamento é condizente com o teórico.

4.2 – Caracterização experimental e numérica das bolhas de ar formadas

Os resultados experimentais de velocidade e diâmetro de bolhas, obtidos a partir da injeção de ar em um tanque de flotação, parametrizadas na tensão superficial da solução, estão mostrados nas Tabelas 4.4 a 4.9. Foram analisadas as velocidades e diâmetros de cinco bolhas de ar para cada solução preparada.

Tabela 4.4. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,082 N/m.

Amostra	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
1	0,269	0,284
2	0,268	0,255
3	0,269	0,273
4	0,250	0,311
5	0,265	0,326
Média	0,264	0,290

Fonte: autor.

Tabela 4.5. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,058 N/m.

Amostra	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
1	0,232	0,262
2	0,250	0,248
3	0,246	0,235
4	0,233	0,303
5	0,233	0,331
Média	0,239	0,276

Fonte: autor.

Tabela 4.6. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,056 N/m.

Amostra	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
1	0,233	0,268
2	0,214	0,254
3	0,218	0,290
4	0,218	0,281
5	0,219	0,270
Média	0,220	0,273

Fonte: autor.

Tabela 4.7. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,055 N/m.

Amostra	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
1	0,247	0,248
2	0,250	0,261
3	0,233	0,250
4	0,266	0,242
5	0,233	0,251
Média	0,246	0,250

Fonte: autor.

Tabela 4.8. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,053 N/m.

Amostra	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
1	0,233	0,255
2	0,233	0,253
3	0,233	0,268
4	0,250	0,245
5	0,246	0,248
Média	0,239	0,254

Fonte: autor.

Tabela 4.9. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar experimentais para solução com tensão superficial de 0,049 N/m.

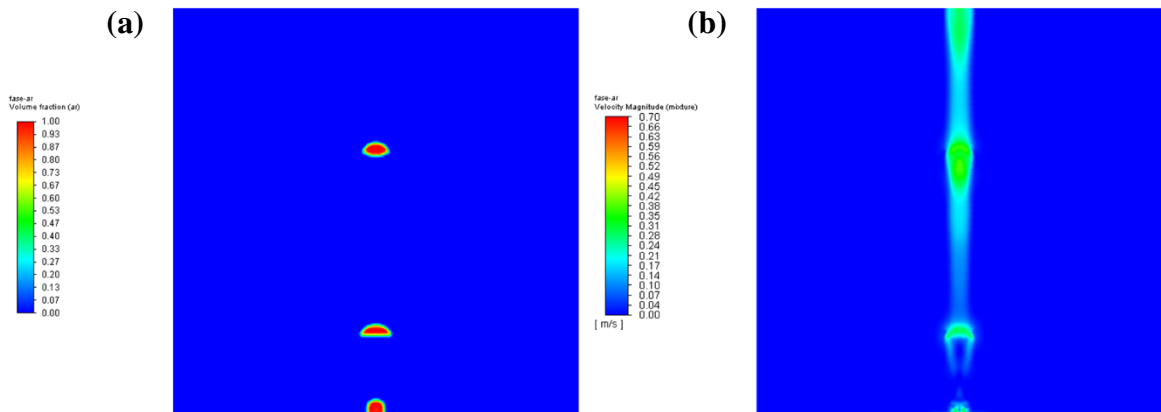
Amostra	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
1	0,246	0,260
2	0,233	0,265
3	0,236	0,239
4	0,243	0,251
5	0,233	0,255
Média	0,238	0,254

Fonte: autor.

Analisando-se as Tabelas 4.4 a 4.9, observa-se, em relação às velocidades de ascensão, que essa grandeza apresentou perfil oscilatório à medida que mais etanol foi adicionado. Para as tensões superficiais de 0,082 a 0,056 N/m, houve decréscimo da velocidade de ascensão. Para a tensão superficial de 0,055 N/m, a velocidade aumenta novamente, seguido por decréscimos conforme aumenta-se a quantidade de tensoativo na solução. Em relação ao diâmetro das bolhas, há diminuição à medida que o teor de etanol aumenta. Ou seja, os resultados indicam que a diminuição da tensão superficial do meio (provocada pela adição de etanol) gera bolhas com diâmetros diminutos. Bolhas com diâmetros menores (para uma mesma vazão de ar) possuem maior área superficial, portanto, a redução da tensão superficial poderia facilitar a coleta de partículas suspensas com base no mesmo volume de ar.

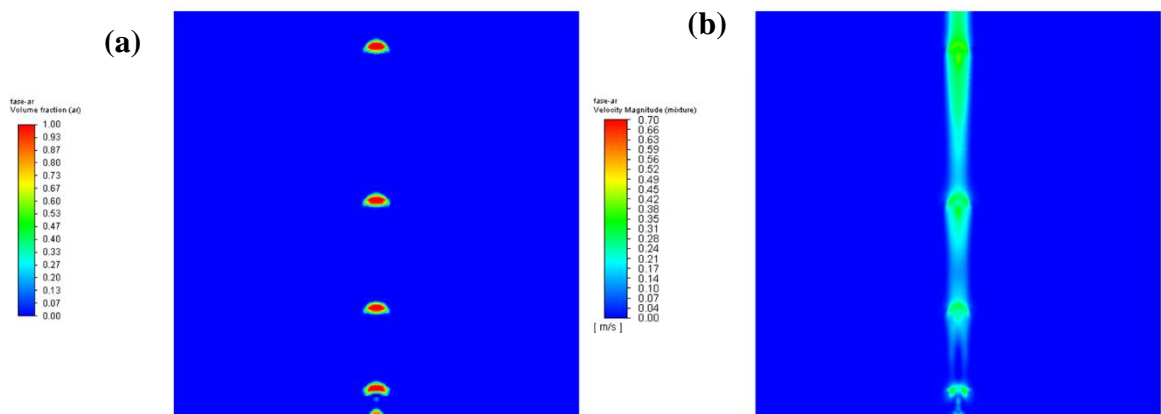
Os perfis de fração de ar e velocidade de bolhas, obtidos via CFD, quando submetidas às tensões superficiais de 0,082, 0,058, 0,056, 0,055, 0,053 e 0,049 N/m, com tempo de simulação igual a 1 segundo, estão representados pelas Figuras 4.2 a 4.7, respectivamente.

Figura 4.2. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,082 N/m.



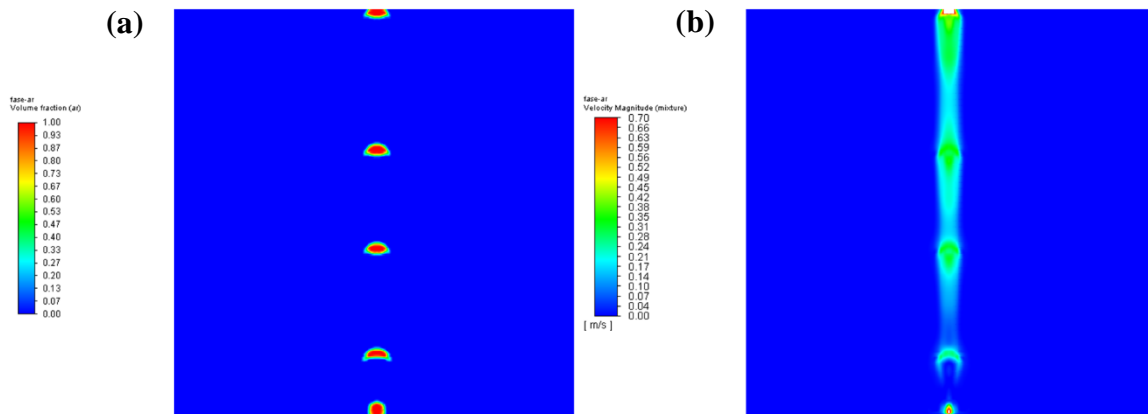
Fonte: autor.

Figura 4.3. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,058 N/m.



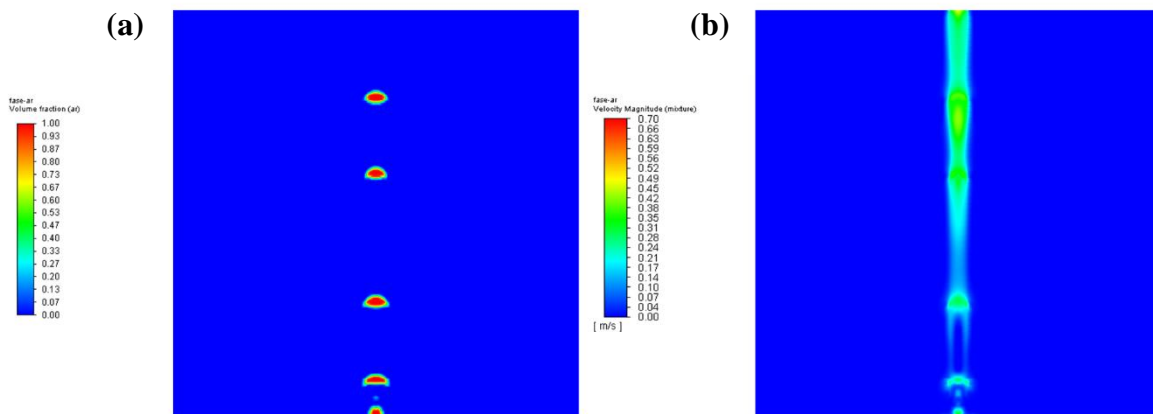
Fonte: autor.

Figura 4.4. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,056 N/m.



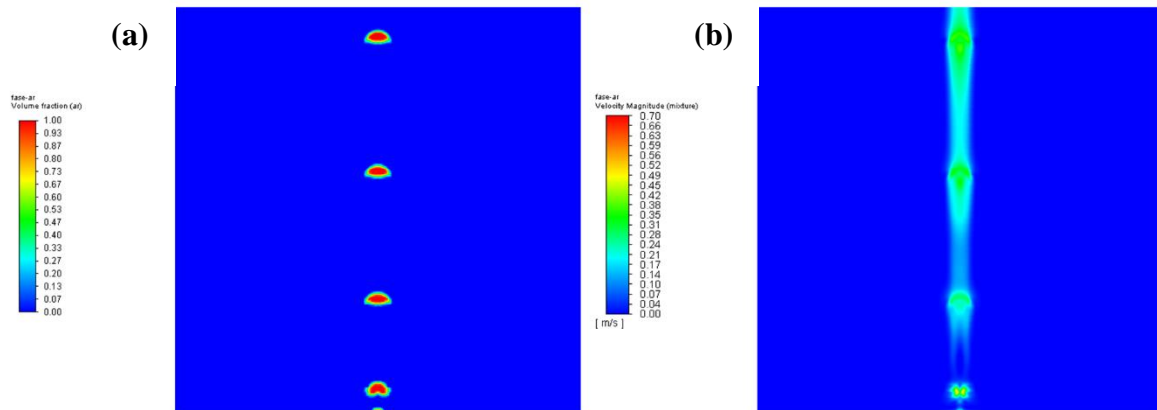
Fonte: autor.

Figura 4.5. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,055 N/m.



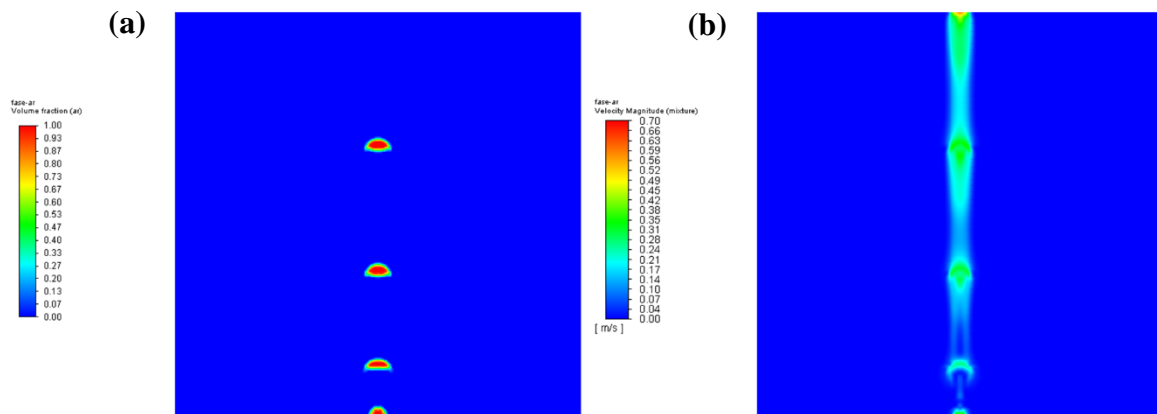
Fonte: autor.

Figura 4.6. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,053 N/m.



Fonte: autor.

Figura 4.7. (a) Fração volumétrica de ar e (b) velocidade de bolhas submetidos à tensão superficial de 0,049 N/m.



Fonte: autor.

Nos contornos de fração volumétrica de ar, expostos nas Figuras 4.2 a 4.7, pode-se observar que para valores maiores de tensão superficial, a frequência de formação de bolhas é menor. Isso fica evidente ao comparar as Figuras 4.2 e 4.3. O aumento da tensão superficial, para vazão e diâmetro do orifício de injeção de ar constantes, indica redução na frequência de formação das bolhas, ao passo que o diâmetro aumenta. Isso é explicado pelo fato de o aumento da tensão superficial ocasionar aumento do tempo pelo qual a bolha fica em contato com o orifício de injeção, fazendo com que mais ar seja injetado. Consequentemente, a frequência de formação de bolhas é menor e o diâmetro, maior.

As velocidade e diâmetros das bolhas de ar formadas, a partir das simulações de CFD, em função da tensão superficial do líquido, estão mostradas na Tabela 4.10.

Tabela 4.10. Velocidade e diâmetro de bolhas de ar em função da tensão superficial da solução, obtidas através de simulações de CFD.

Tensão superficial (N/m)	Velocidade (m/s)	Diâmetro (cm)
0,082	0,259	0,266
0,058	0,273	0,241
0,056	0,285	0,237
0,055	0,262	0,247
0,053	0,244	0,273
0,049	0,215	0,255

Fonte: autor.

Em relação às velocidades experimentais e simuladas, a Tabela 4.11 mostra os resultados obtidos para este parâmetro em função da tensão superficial, bem como o desvio em relação à medida experimental.

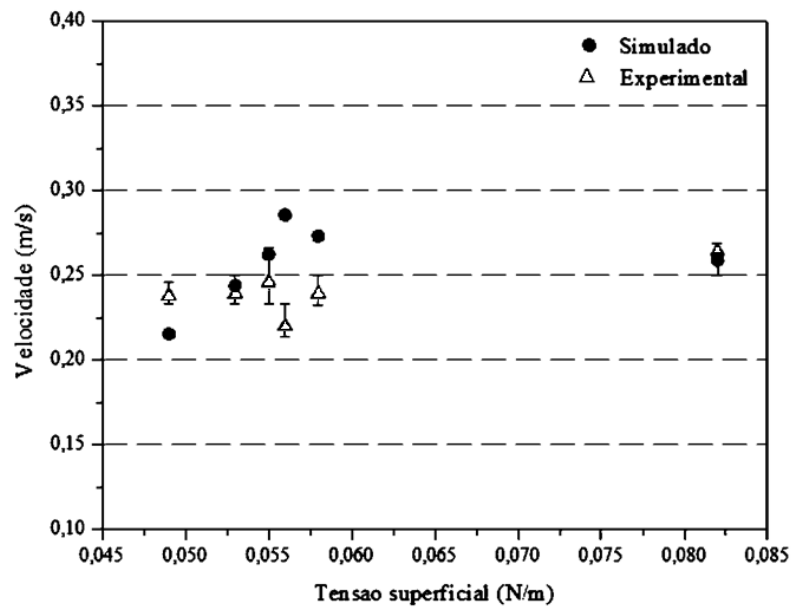
Tabela 4.11. Velocidades das bolhas de ar medidas experimentalmente e simuladas em função da tensão superficial.

Tensão superficial (N/m)	Velocidade experimental (m/s)	Velocidade simulada (m/s)	Desvio (%)
0,082	0,264	0,259	1,98
0,058	0,239	0,273	14,28
0,056	0,220	0,285	29,76
0,055	0,246	0,262	6,61
0,053	0,239	0,244	2,09
0,049	0,238	0,215	9,52

Fonte: autor.

A Figura 4.8 apresenta, graficamente, uma comparação entre as velocidades experimentais e simuladas em função da tensão superficial da solução. Os resultados experimentais estão representados com barras de erros contendo a amplitude das medições.

Figura 4.8. Velocidades das bolhas de ar medidas experimentalmente e simuladas em função da tensão superficial da solução.



Fonte: autor.

Conforme observado na Tabela 4.11 e na Figura 4.8, as velocidades de ascensão das bolhas de ar, tanto experimentalmente quanto simuladas, não apresentaram regularidade, visto que essa grandeza apresentou comportamento oscilatório à medida que mais etanol foi adicionado.

As velocidades das bolhas simuladas apresentaram desvio máximo de 29,76% (condição de tensão superficial igual a 0,056 N/m) quando comparadas às experimentais. Entretanto, deve-se observar que este valor pode tratar-se de um erro cometido durante a medição da velocidade experimental para a referida tensão superficial. Ao desconsiderar-se a condição de tensão superficial referente a 0,056 N/m, o desvio máximo obtido diminui para menos de metade do valor anterior, 14,28%. Deve-se ressaltar também que para metade dos resultados das tensões superficiais analisadas, os resultados simulados estão dentro da faixa de amplitude dos resultados experimentais. Dessa forma, os resultados obtidos para esta grandeza podem ser considerados satisfatórios.

Em relação aos diâmetros experimentais e simulados, a Tabela 4.12 mostra os resultados obtidos para este parâmetro em função da tensão superficial, bem como o desvio em relação à medida experimental.

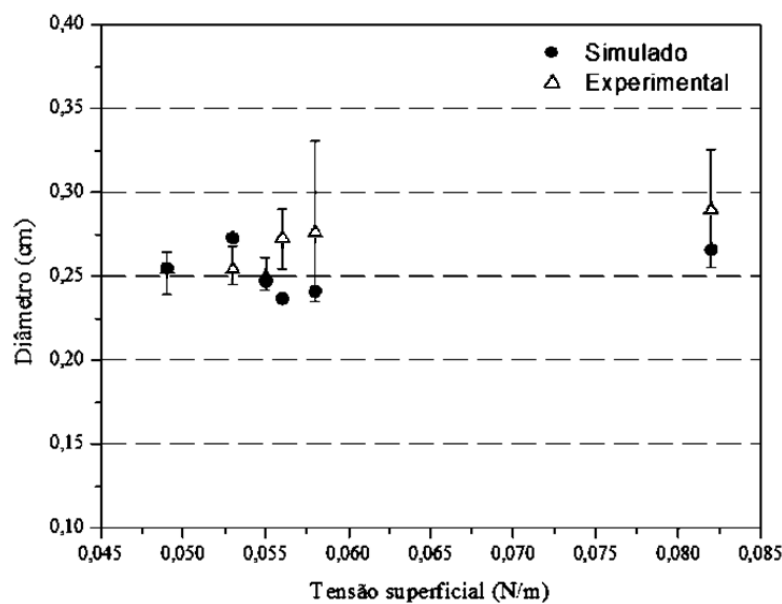
Tabela 4.12. Diâmetros das bolhas de ar medidas experimentalmente e simuladas em função da tensão superficial.

Tensão superficial (N/m)	Diâmetro experimental (cm)	Diâmetro simulado (cm)	Desvio (%)
0,082	0,290	0,266	8,17
0,058	0,276	0,241	12,74
0,056	0,273	0,237	13,36
0,055	0,250	0,247	1,35
0,053	0,254	0,273	7,65
0,049	0,254	0,255	0,23

Fonte: autor.

A Figura 4.9 apresenta, graficamente, uma comparação entre os diâmetros experimentais e simulados em função da tensão superficial da solução. Os resultados experimentais estão representados com barras de erros contendo a amplitude das medições.

Figura 4.9. Diâmetros das bolhas de ar medidos experimentalmente e simulados em função da tensão superficial da solução.



Fonte: autor.

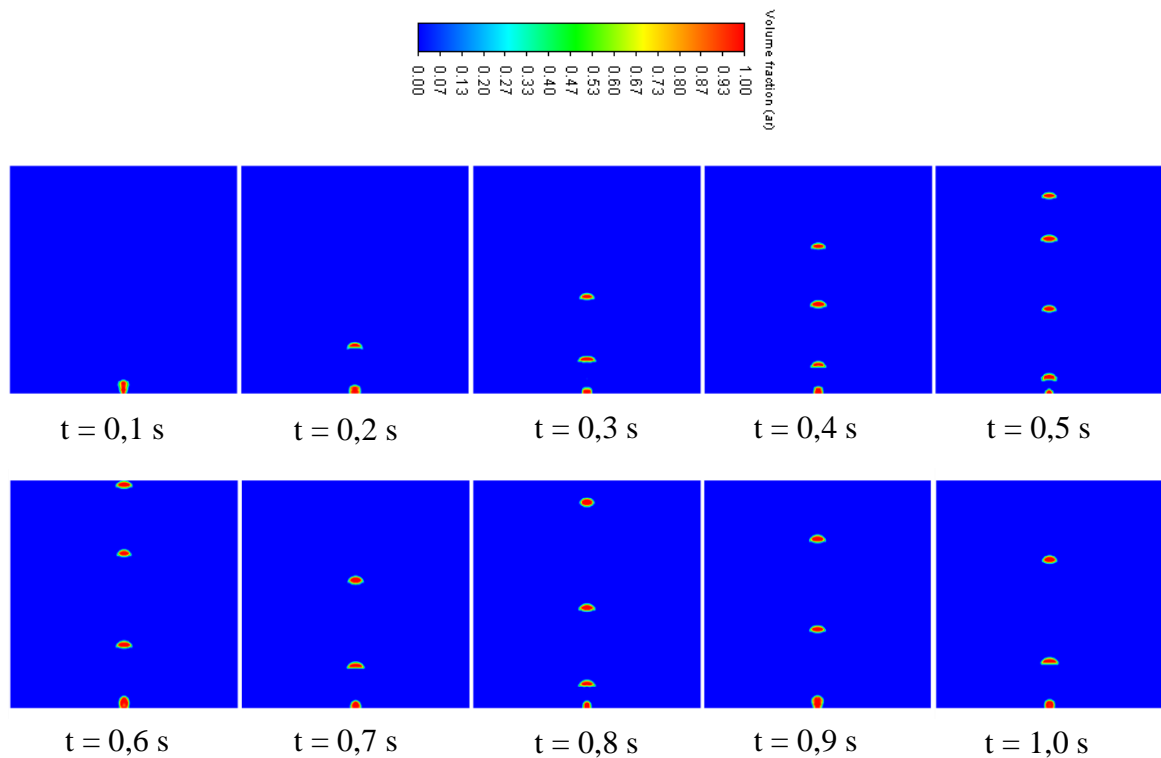
Conforme apresentado na Tabela 4.12 e na Figura 4.9, em relação à grandeza de diâmetro de bolhas, o desvio máximo apresentado em relação aos dados experimentais foi de 13,36%. Este valor é considerado satisfatório, pois retrata, como para a condição de tensão superficial de 0,049 N/m, fielmente a magnitude dos valores de diâmetro obtidos. O perfil de diâmetro das bolhas em função da tensão superficial do líquido também seguiu a mesma tendência dos dados experimentais. Para valores maiores de tensão superficial, o diâmetro das bolhas apresentou tendência de crescimento. Dentre as seis tensões superficiais analisadas, os resultados simulados encontram-se dentro da faixa de amplitude de medições de quatro resultados experimentais.

Para favorecer o processo de flotação, deve-se optar pela geração de bolhas de ar com menores diâmetros e maiores velocidades, conforme estudado por Penna et al. (2003), visto que estas possuem área superficial grande e velocidade suficiente para conseguir superar a velocidade descendente do material suspenso. Assim, dentre as condições analisadas, aquela que melhor atende aos critérios expostos, é a tensão superficial de 0,055 N/m. A velocidade é função do diâmetro das bolhas, o qual, por si só, é função da vazão e da pressão de emissão de ar no sistema, além das propriedades do fluido em que estão imersas. Portanto, para melhor eficiência do processo de flotação, deve-se controlar o tamanho das bolhas através de variáveis operacionais, como a vazão de ar e a adição de tensoativos.

4.3 – Processo de formação e ascensão das bolhas de ar

A fim de estudar o comportamento de formação e ascensão das bolhas, na Figura 4.10 é mostrado, a cada 0,1 segundo de tempo simulado, os perfis de fração volumétrica de ar para a tensão superficial de 0,082 N/m.

Figura 4.10. Simulação de formação, destacamento e ascensão das bolhas de ar a cada 0,1 segundo para a tensão superficial de 0,082 N/m.



Fonte: autor.

No processo de geração das bolhas há a presença de três etapas: expansão, alongamento e destacamento. Durante a primeira etapa, a bolha de gás expande e cresce cada vez mais enquanto ainda está em contato com o orifício de injeção. A tensão superficial do meio exerce papel fundamental durante o processo de expansão. Conforme a bolha fica maior, esta continua ascendendo e forma-se um “pescoço” que conecta o corpo da bolha com o orifício. Quando a flutuabilidade é maior que a força de arraste do líquido sobre a bolha, esta destaca-se do orifício e sobe, deformando-se até atingir a superfície.

4.4 – Determinação da velocidade terminal das bolhas de ar

A partir dos perfis de velocidade obtidos através das simulações CFD, mostrados na Seção 4.2, foi possível aferir a velocidade terminal das bolhas de ar quando na posição de contato imediato com a superfície do líquido. Os resultados foram obtidos a partir da utilização de ferramentas de pós-processamento contidas no *software* FLUENT®.

Com a finalidade de validar as simulações computacionais, realizou-se a comparação dos resultados de velocidade terminal obtidos através das simulações com àqueles referentes ao modelo teórico de Haberman e Morton (1953), explicitado na Seção 2.8.

Para todas as tensões superficiais analisadas, os diâmetros médios das bolhas de ar simuladas são correspondentes àquelas do regime CD, mostrado na Figura 2.3. Logo, para a comparação das velocidades terminais, deve-se utilizar a equação correspondente ao regime CD, contida na Tabela 2.1. Os resultados de velocidade terminal obtidos, bem como o desvio entre os resultados simulados e teóricos, estão mostrados na Tabela 4.13.

Tabela 4.13. Velocidade terminal simulada e teórica das bolhas de ar em função da tensão superficial da solução.

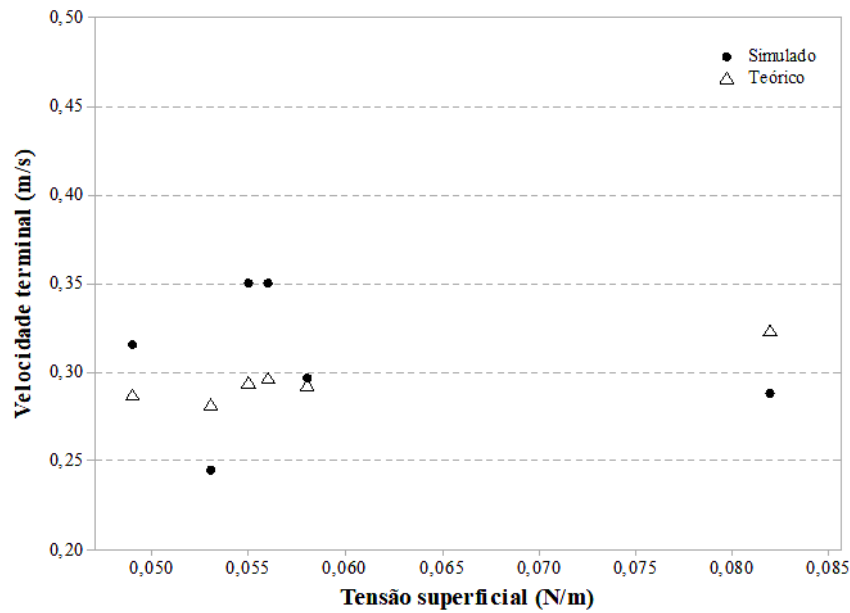
Tensão superficial (N/m)	Velocidade terminal simulada (m/s)	Velocidade terminal teórica (m/s)	Desvio (%)
0,082	0,288	0,323	10,86
0,058	0,297	0,292	1,75
0,056	0,350	0,296	18,28
0,055	0,350	0,294	19,05
0,053	0,245	0,281	12,75
0,049	0,316	0,287	10,07

Fonte: autor.

A fim de obter-se a velocidade terminal experimental das bolhas, deveriam ser realizadas algumas melhorias nos equipamentos de medição utilizados, especialmente na qualidade das imagens obtidas a partir da câmera RedLake's MotionPro® HS Series. A principal dificuldade encontrada para a determinação desta propriedade experimental foi referente à resolução das imagens na interface ar-líquido, local onde deve ser mensurada a velocidade. Devido à baixa resolução das imagens nesta região, a localização das bolhas quando na iminência de atingir a superfície da solução foi prejudicada. Dessa forma, optou-se por não realizar a medição experimental da velocidade terminal.

A Figura 4.11 apresenta, graficamente, a comparação entre as velocidades terminais simuladas e teóricas.

Figura 4.11. Velocidade terminal simulada e teórica das bolhas de ar em função da tensão superficial da solução.

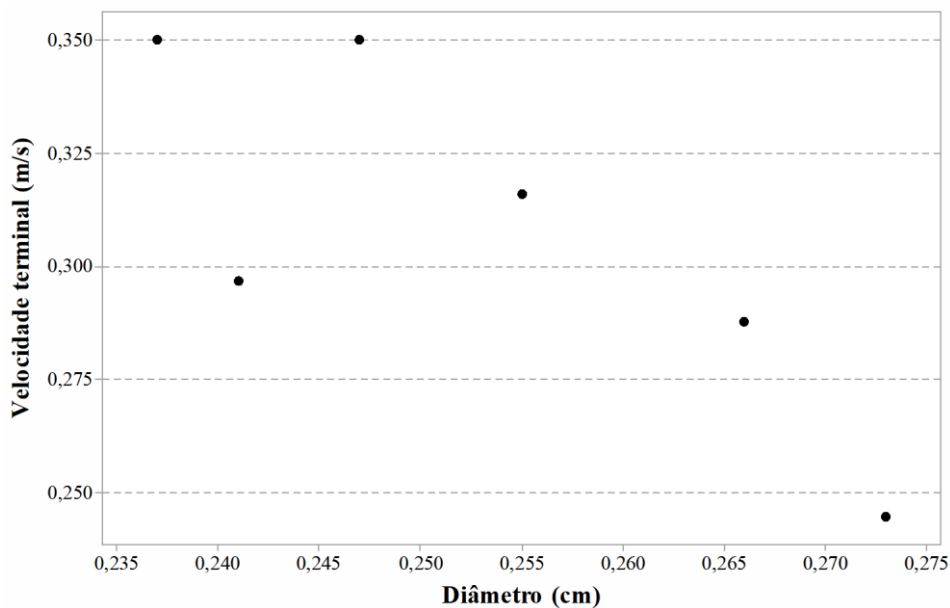


Fonte: autor.

A Tabela 4.13 e a Figura 4.11 mostram que as bolhas simuladas apresentaram desvio máximo de 19,05 % quando comparadas aos resultados teóricos, valor considerado satisfatório. Para a tensão superficial de 0,058 N/m, o desvio entre os resultados da simulação e o teórico foi de apenas 1,75 %. Os resultados das simulações de velocidade terminal das bolhas podem ser discutidos em função do diâmetro destas. Conforme apresentado na Figura 2.3, para o regime CD, correspondente à faixa de diâmetros observados das bolhas simuladas, ao aumentar-se o diâmetro das bolhas, a velocidade terminal deve decair.

Para ilustrar o comportamento mencionado acima, a Figura 4.12 apresenta a velocidade terminal das bolhas simuladas em função do diâmetro simulado.

Figura 4.12. Velocidade terminal simulada em função do diâmetro das bolhas.



Fonte: autor.

Conforme apresentado na Figura 4.12, a maior velocidade terminal simulada corresponde à 0,350 m/s (tensão superficial igual a 0,056 N/m). Ao analisar-se a Tabela 4.12, verifica-se que esta tensão superficial apresentou o menor diâmetro de bolha simulada, 0,237 cm. A menor velocidade terminal simulada corresponde à 0,245 m/s (tensão superficial igual a 0,053 N/m). Equivalente à situação anteriormente exposta, conforme apresentado na Tabela 4.12, esta foi a tensão que apresentou maior diâmetro de bolha simulada, 0,273 cm. Portanto, o comportamento observado para a velocidade terminal das bolhas simuladas está de acordo com os estudos de Haberman e Morton (1953), como observado na Figura 4.12. Os desvios observados entre os resultados simulados e teóricos podem ser justificados pelo fato de as equações do modelo terem sido formuladas para bolhas em água, não em soluções de água e etanol, e considerarem apenas o escoamento de uma única bolha em um tanque de flotação, de modo a não haver interações bolha-bolha.

4.5 – Caracterização morfológica das bolhas de ar simuladas

Conforme apresentado na Seção 2.6, pode-se determinar o formato das bolhas de ar formadas desde que sejam conhecidos os adimensionais Re_b , $Eö$ e M . O valor utilizado para densidade do gás foi de $1,204 \text{ kg/m}^3$, correspondente à $20 \text{ }^\circ\text{C}$ e 1 atm. Os resultados de Re_b , $Eö$ e M , em função de cada condição simulada, estão mostrados na Tabela 4.14.

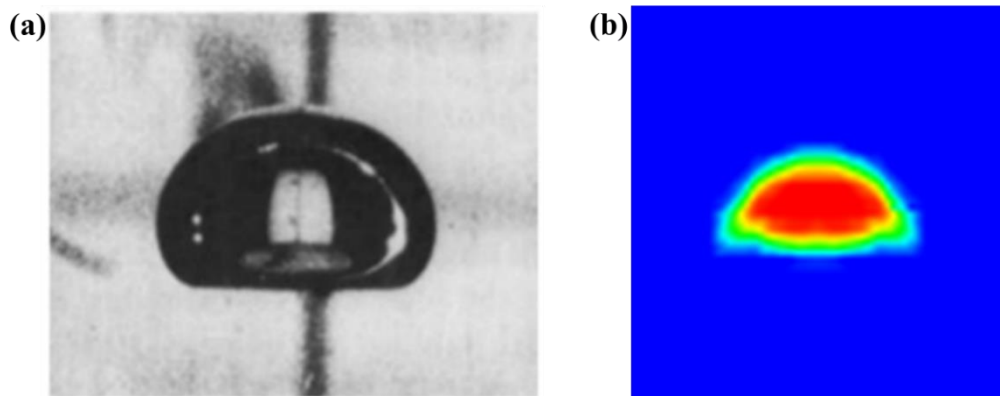
Tabela 4.14. Adimensionais Re_b , $Eö$ e M em função de cada condição simulada.

σ (N/m)	ρ_L (kg/m ³)	μ_L (10 ⁻³ kg/m.s)	V (m/s)	D_b (10 ⁻² m)	Re_b	$Eö$	M
0,082	997,0	1,00	0,259	0,266	685,50	0,84	1,80 ⁻¹¹
0,058	955,4	1,04	0,273	0,241	603,48	0,94	6,19 ⁻¹¹
0,056	913,8	1,08	0,285	0,237	570,87	0,90	8,34 ⁻¹¹
0,055	872,2	1,12	0,262	0,247	503,60	0,95	1,07 ⁻¹⁰
0,053	830,6	1,16	0,244	0,273	544,57	1,14	8,44 ⁻¹¹
0,049	789,0	1,20	0,215	0,255	360,47	1,03	2,19 ⁻¹⁰

Fonte: autor.

A partir dos valores obtidos de Re_b , $Eö$ e M , em cada condição, recorre-se ao Ábaco de Clift et al. (1978) para determinar o formato das bolhas simuladas. Para todas as condições simuladas, as bolhas de ar formadas apresentaram o formato oblato elipsoidal. De forma a realizar a comparação qualitativa, apresenta-se a Figura 4.13.

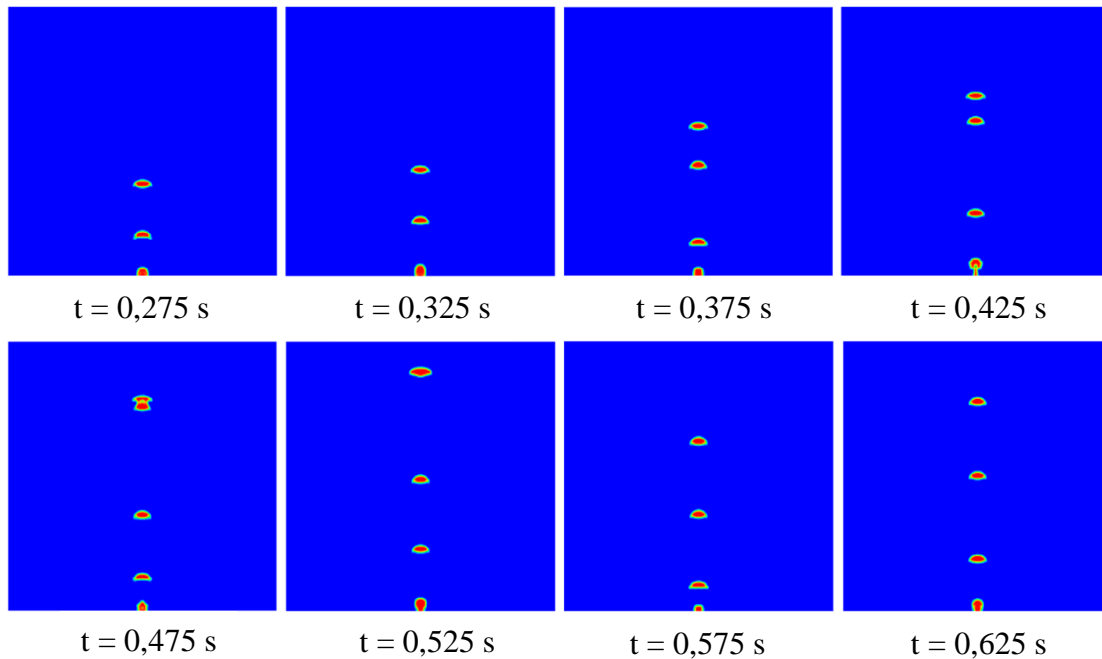
Figura 4.13. (a) bolha de formato oblato elipsoidal, Bhaga et al. (1981) e (b) resultado da simulação para tensão superficial de 0,049 N/m.



Fonte: autor.

Durante as simulações foi observado o fenômeno de coalescência das bolhas de ar formadas, conforme mostrado na Figura 4.14.

Figura 4.14. Coalescência de bolha de ar observada nas simulações para tensão superficial de 0,049 N/m.



Fonte: autor.

Através de uma sequência de contornos instantâneos de fração volumétrica de ar, para a tensão superficial de 0,049 N/m, representados a cada 0,05 segundo de tempo simulado, é possível verificar a coalescência entre duas bolhas sucessivas e uma rápida expansão da bolha formada na direção horizontal e vertical. Este comportamento também foi observado experimentalmente. Tal fenômeno indica que as simulações representaram bem o sistema.

A Figura 4.14 ilustra que o modelo VOF foi capaz de representar, instantaneamente, o comportamento posicional de duas bolhas consecutivas antes e depois da coalescência. Para o instante $t = 0,475$ s, o efeito de ascensão da bolha líder sobre o formato da bolha perseguidora já pode ser notado. A altura da bolha perseguidora é relativamente maior devido à maior velocidade abaixo da bolha líder em comparação com a velocidade do líquido abaixo da bolha perseguidora. A coalescência é iminente. A inércia do líquido abaixo da bolha perseguidora impulsiona a coalescência dessa bolha com a líder. No instante $t = 0,525$ s, a interface gás-líquido da bolha coalescida, inicialmente, assume uma forma complexa, mas eventualmente surge a forma oblato elipsoidal.

5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Constatou-se que a tensão superficial da solução diminui com aumento da concentração de etanol, devido à diminuição das forças de coesão entre as moléculas.

O desvio máximo obtido entre as velocidades de ascensão das bolhas de ar experimentais e simuladas foi de 14,28 %. Em relação ao diâmetro, o máximo desvio obtido foi de 13,36 %. Para ambas as propriedades, os perfis obtidos, em função da tensão superficial da solução, seguiram a mesma tendência dos resultados experimentais. Dado os baixos desvios entre os resultados simulados e experimentais, pode-se concluir que o modelo VOF foi capaz de simular com confiança a situação experimental apresentada.

Para melhor eficiência do processo de flotação deve-se gerar bolhas de ar diminutas e com maiores velocidades de ascensão. Pelo fato de a velocidade ser função do diâmetro das bolhas, controla-se o último citado. Ajustes de parâmetros operacionais como a vazão de injeção de ar e a adição de tensoativos são as soluções encontradas para otimizar o processo. Dentre as soluções analisadas, aquela que apresentou melhor dinâmica de bolhas para o processo de flotação foi a de tensão superficial igual a 0,055 N/m.

A partir de sequências de contornos instantâneos de frações volumétricas de ar foi possível observar os processos de expansão, alongamento e destacamento de bolhas, de forma a contribuir para melhor entendimento do processo de formação e ascensão de bolhas.

Em relação à propriedade velocidade terminal, o desvio máximo obtido entre os resultados simulados e teóricos foi de 19,05 %. Tal valor pode ser considerado satisfatório e indica a solidez das simulações realizadas, bem como as condições de contorno adotadas. Assim como o modelo de Haberman e Morton (1953), bolhas com menor diâmetro apresentaram maior velocidade terminal, dentro do regime estabelecido.

As bolhas simuladas apresentaram o formato oblato elipsoidal, de acordo com classificação sugerida por Clift et al. (1978).

Finalmente, as simulações computacionais realizadas para representação do sistema de bolhas de ar em um tanque de flotação submetido a diferentes soluções foram conclusivas no fato de mostrar adequadamente o comportamento das bolhas, inclusive sendo capazes de explicitar o fenômeno de coalescência.

Para trabalhos futuros, sugere-se otimizar a tensão superficial do meio a fim de obter bolhas com melhores características para o processo de flotação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBASSI, W.; BESBES, S.; EL HAJEM, M.; BEN AISSIA, H.; CHAMPAGNE, J. Y.; JAY, J. Influence of operating conditions and liquid phase viscosity with volume of fluid method on bubble formation process. **European Journal of Mechanics B/Fluids**, v. 65, p. 284–298, 2017.

ABBASSI, W.; BESBES, S.; ELHAJEM, M.; AISSIA, H. B.; CHAMPAGNE, J. Y. Numerical simulation of free ascension and coaxial coalescence of air bubbles using the volume of fluid method (VOF). **Computers & Fluids**, v. 161, p. 47-59, 2018.

BEHRING J. L.; LUCAS M.; MACHADO C.; BARCELLOS I. O. Adaptação no método do peso da gota para determinação da tensão superficial: um método simplificado para a quantificação da CMC de surfactantes no ensino da química. **Química Nova**, v. 27, n. 3, p. 492-495, 2004.

BHAGA, D.; WEBER, M. E. Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 105, p. 61-85, 1981.

BLAZEK, J. **Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications**. Third Edition. Butterworth-Heinemann, 2015.

CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. **Bubbles, drops and particles**. Academic Press, 1978.

GARDUSI, F.; FILHO, A.M.R.; LUZ, P.H.M.; CARVALHO, G.R.L.; REIS, A.S.; BARROZO, M.A.S. Avaliação da distribuição do diâmetro de bolhas em coluna de flotação. **XIX Jornada de Engenharia Química**, UFU, Uberlândia (MG), 2014.

GIANINO, C. Measurement of surface tension by the dripping from a needle. **Physics Education**, v. 41, p. 440-444, 2006.

HABERMAN, W. I.; MORTON, R. K. **An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids.** David W. Taylor Model Basin Report, v. 802, 1953.

HIRT, C.; NICHOLS, B. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. **Journal of Computational Physics**, v. 39, p. 201-225, 1981.

KRISHNA, R.; VAN BATEN, J. M.; URSEANU, M. I. Three-phase Eulerian simulations of bubble column reactors operating in the churn-turbulent regime: a scale up strategy. **Chemical Engineering Science**, v. 55, p. 3275-3286, 2000.

LI, S.; MA, Y.; FU, T.; ZHU, C.; LI, H. The viscosity distribution around a rising bubble in shear-thinning non-newtonian fluids. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v. 29, p. 265–274, 2012.

MINGHAM, C.; QIAN, L.; CAUSON, D. Computational Fluid Dynamics (CFD) Models. **Numerical Modelling of Wave Energy Converters**, p. 105–122, 2016.

PENNA, R.; OLIVEIRA, M. L. M.; VALADÃO, G. E. S.; PERES, A. E. C. Estudo comparativo entre dois sistemas de aeração de coluna de flotação. **Revista Escola de Minas**, v. 56, n. 3, 2003.

RODRIGUES, J. P.; BATISTA, J. N.M.; BÉTTEGA, R. Application of population balance equations and interaction models in CFD simulation of the bubble distribution in dissolved air flotation. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v. 577, p. 723–732, 2019.

RODRIGUES, J. P.; BÉTTEGA, R. Evaluation of multiphase CFD models for Dissolved Air Flotation (DAF) process. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v. 539, p. 116–123, 2018.

SHAW D. J. **Introdução à química dos coloides e de superfícies.** Editora Blucher, p. 42, 1975.

WANG, H.; ZHANG, Z.; YANG, Y.; ZHANG, H. Viscosity effects on the behavior of a rising bubble. **Journal of Hydrodynamics**, v. 22, p. 81–89, 2010.

ZAHEDI, P., SALEH, R.; MORENO-ATANASIO, R.; YOUSEFI, K. Influence of Fluid Properties on Bubble Formation, Detachment, Rising and Collapse; Investigation Using Volume of Fluid Method. **Korean Journal of Chemical Engineering**, v. 31, p. 1349-1361, 2014.

ZHANG, C.; WELDETSADIK, N. T.; HAYAT, Z.; FU, T.; ZHU, C.; JIANG, S.; MA, Y. The effect of liquid viscosity on bubble formation dynamics in a flow-focusing device. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 117, p. 206–211, 2019.