



Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia 
Departamento de Matemática

Matemática Financeira No Cotidiano Dos Brasileiros

Autor: Conrado Valdovando da Silva

Orientador: Prof. Dr. José Antonio Salvador

Disciplina: Trabalho de Conclusão do Curso B

Curso: Licenciatura em Matemática

Professores Responsáveis: Profa. Dra. Luciene Nogueira Bertoncello
Profa. Dra. Natália Andrea Viana Bedoya
Prof. Dr. Wladimir Seixas

São Carlos, 11 de janeiro de 2021.

Matemática Financeira No Cotidiano Dos Brasileiros

Autor: Conrado Valdovando da Silva

Orientador: Prof. Dr. José Antonio Salvador

Disciplina: Trabalho de Conclusão do Curso B

Curso: Licenciatura em Matemática

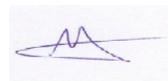
Professores Responsáveis: Profa. Dra. Luciene Nogueira Bertoncello
Profa. Dra. Natália Andrea Viana Bedoya
Prof. Dr. Wladimir Seixas

Instituição: Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Departamento de Matemática

São Carlos, 11 de janeiro de 2021.



Conrado Valdovando da Silva
(aluno)



Prof. Dr. José Antonio Salvador
(orientador)

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. José Antonio Salvador pelo seu incentivo, inspiração e orientação extraordinária durante todo o projeto.

À minha família e amigos pelo apoio incondicional.

À todo corpo docente e funcionários do Departamento de Matemática e do Departamento de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de São Carlos.

Resumo

A presente monografia é um estudo sobre temas da Educação Financeira - um pouco de sua história, do panorama brasileiro atual, da ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira); sobre as TDICs (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) com potencial de ensino-aprendizagem da Matemática Financeira como, por exemplo, o ambiente de planilhas do Geogebra e a Calculadora do Cidadão. O trabalho também propõe atividades de resolução de problemas financeiros com o suporte dos aplicativos anteriormente citados.

Palavras-chave: Educação Financeira. Calculadora do Cidadão. Geogebra. Resolução de Problemas.

Sumário

Introdução	vii
1 Educação Financeira	1
1.1 Breve Histórico e Princípios Básicos	1
1.2 Educação Financeira no Brasil	3
1.2.1 ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira)	5
2 Ensino de Matemática Financeira e as TDICs	8
2.1 Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação	8
2.2 Os Aplicativos de Smartphones/Computadores e o Ensino de Matemática Financeira	10
3 Geogebra e Calculadora do Cidadão na Resolução de Problemas Financeiros	13
3.1 O Geogebra	13
3.1.1 Planilha de Orçamento Pessoal ou Familiar	15
3.2 A Calculadora do Cidadão	17
3.3 Valor Futuro de um Capital	19
3.4 Aplicação com Depósitos Regulares	24
3.5 Financiamento com Prestações Fixas	28
3.6 Correção de Valores	31
3.6.1 Correção de Valores por Índices de Preços	31
3.6.2 Correção de Valores pela Caderneta de Poupança	35
3.6.3 Correção de Valores pela Taxa Selic	37
4 Considerações Finais	39

Lista de Figuras

1.1	Logo ENEF	5
3.1	Tela Inicial Geogebra	14
3.2	Planilha de Cálculo do Geogebra	14
3.3	Planilha de Orçamento Pessoal	16
3.4	Tela Inicial: Calculadora do Cidadão	17
3.5	Aplicação com Depósitos Regulares	18
3.6	Ajuda (?)	18
3.7	Valor Futuro	20
3.8	Solução Exemplo 3.2	21
3.9	Exemplo 3.2 no Geogebra	22
3.10	Solução Exemplo 3.3	23
3.11	Exemplo 3.3 no Geogebra	24
3.12	Solução Exemplo 3.4	26
3.13	Solução Exemplo 3.5	27
3.14	Exemplo 3.5 no Geogebra	28
3.15	Financiamento com Prestações Fixas	29
3.16	Solução Exemplo 3.6	30
3.17	Tabela Price do Exemplo 3.6	30
3.18	Correção de Valores Por Índices de Preços	32
3.19	Correção de Valores pelo IGP-M	33
3.20	Correção de R\$ 100,00 pelo IPC-A	34
3.21	Solução Exemplo 3.9	36
3.22	Solução Exemplo 3.10	37
3.23	Solução Exemplo 3.11	38

Lista de Tabelas

1.1	Princípios e Recomendações de Educação Financeira - OCDE	2
-----	--	---

Introdução

Considerando que, no TCC-A, foram estudados diversos tópicos de Matemática Financeira e Análise de Investimentos (como os Regimes de Capitalização de Juros Simples e Compostos, Taxas, Descontos, Séries de Pagamentos e técnicas de Análise de Investimentos - Taxa Interna de Retorno, Valor Presente Líquido e Payback), pretende-se agora estudar Educação Financeira, a fim de investigar as aplicações das TDICs (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação) como a *Calculadora do Cidadão* e o *Geogebra* - em específico, seu recurso de planilhas - no ensino e aprendizagem da Matemática Financeira no escopo do ensino médio brasileiro.

A Calculadora do Cidadão é um aplicativo criado pelo Banco Central do Brasil que permite a simulação de aplicações com depósitos regulares e de financiamentos com prestações fixas como também a correção de valores com base em diversos indicadores econômicos (TR, Poupança, Selic, etc.) e o cálculo de valores futuros de um capital.

O trabalho está estruturado da seguinte forma. No Capítulo 1, foi feito um breve histórico da Educação Financeira, da Educação Financeira no Brasil e sobre a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). O Capítulo 2 discorre sobre as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação e trata dos Aplicativos de Smartphones e Computadores como ferramentas de ensino da Matemática Financeira. O Capítulo 3, *Geogebra e Calculadora do Cidadão na Resolução de Problemas Financeiros*, explora esses aplicativos como ferramentas didáticas na realização de atividades voltadas para o ensino médio. E, por fim, o Capítulo 4 tece considerações sobre o trajeto do TCC-A e TCC-B e sua relevância na construção da identidade docente.

Com isto, este TCC-B propõe explorar a Calculadora do Cidadão e o Geogebra como ferramentas didáticas no ensino da Matemática Financeira e, assim, elaborar Atividades para o ensino médio que envolvam a realização de Simulações, Gráficos e Planilhas Financeiras (orçamento pessoal, familiar, etc.) de possíveis problemas financeiros.

Capítulo 1

Educação Financeira

Neste capítulo serão apresentadas definições de Educação Financeira, os princípios da Educação Financeira definidos pela OCDE e, também, a ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira) iniciativa governamental em prol da Educação Financeira no Brasil.

1.1 Breve Histórico e Princípios Básicos

Em setembro de 1961 foi criada a OCDE (Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico, órgão ligado à ONU), na qual os países membros e candidatos são estimulados a desenvolver projetos de políticas públicas em diversos setores, entre eles a Educação Financeira. Em 2005, este órgão publicou um documento sobre os princípios e boas práticas de Educação Financeira, que traz a seguinte definição:

Educação Financeira pode ser entendida como o processo mediante o qual consumidores e investidores financeiros melhoram a sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução ou aconselhamento objetivo, desenvolvam as habilidades e a confiança necessárias para se tornarem mais cientes dos riscos e oportunidades financeiras, para fazerem escolhas baseadas em informação, para saberem onde procurar ajuda e para realizarem outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar financeiro (OCDE, tradução livre).

Vale ressaltar que a definição de educação financeira dada pela OCDE engloba todos os cidadãos brasileiros, visto que são consumidores e, ainda mais, a definição preza pela autonomia, sensatez, estabilidade e controle da parte dos indivíduos em relação às finanças.

Este documento também trouxe importantes recomendações de como se deve praticar o processo de educação financeira, que constam no quadro a seguir:

Tabela 1.1: Princípios e Recomendações de Educação Financeira - OCDE

1	A educação deve ser promovida de uma forma justa e sem viés, ou seja, o desenvolvimento das competências financeiras dos indivíduos precisa ser embasado em informações e instruções apropriadas, livres de interesse particular.
2	Os programas de educação financeira devem focar as prioridades de cada país, isto é, se adaptarem à realidade nacional, podendo incluir, em seu conteúdo, aspectos básicos de um planejamento financeiro, como as decisões de poupança, de endividamento, de contratação de seguros, bem como conceitos elementares de avaliar a situação de seus planos de pensão, necessitando agir apropriadamente para defender seus interesses.
3	O processo de educação financeira deve ser considerado, pelos órgãos administrativos e legais de um país, como um instrumento para o crescimento e a estabilidade econômica, sendo necessário que se busque complementar o papel exercido pela regulamentação do sistema financeiro e pelas leis de proteção ao consumidor.
4	O envolvimento das instituições financeiras no processo de educação financeira deve ser estimulado, de tal forma que adotem como parte integrante de suas práticas de relacionamento com seus clientes, provendo informações financeiras que estimulem a compreensão de suas decisões, principalmente nos negócios de longo prazo e naqueles que comprometam expressivamente a renda atual e futura de seus consumidores.
5	A educação financeira deve ser um processo contínuo, acompanhando a evolução dos mercados e a crescente complexidade das informações que os caracterizam.
6	Por meio da mídia, devem ser veiculadas campanhas nacionais de estímulo à compreensão dos indivíduos quanto à necessidade de buscarem a capacitação financeira, bem como o conhecimento dos riscos envolvidos nas suas decisões. Além disso, precisam ser criados sites específicos, oferecendo informações gratuitas e de utilidade pública.
7	A educação financeira deve começar na escola. É recomendável que as pessoas se insiram no processo precocemente.
8	As instituições financeiras devem ser incentivadas a certificar que os clientes leiam e compreendam todas as informações disponibilizadas, especificamente quando forem relacionadas aos negócios de longo prazo ou aos serviços financeiros com consequências relevantes.
9	Os programas de educação financeira devem focar, particularmente, aspectos importantes do planejamento financeiro pessoal, como a poupança e a aposentadoria, o endividamento e a contratação de seguros.
10	Os programas devem ser orientados para a construção da competência financeira, adequando-se a grupos específicos, e devem ser elaborados de forma mais personalizada possível.

Fonte: SAITO; SAVOIA; PETRONI, 2006.

Visto que é recomendável que as pessoas iniciem o quanto antes o processo de educação financeira e que a escola é o ambiente mais propício para que isso ocorra, fica evidente a importância de iniciativas no ensino básico que trabalhem a educação financeira segundo as recomendações da OCDE, em destaque, que essas iniciativas se adaptem à realidade

nacional (no caso do Brasil que é um país continental, que se adaptem à realidade regional) de forma justa e sem viés, com instruções e orientações apropriadas à realidade socio-cultural de cada grupo de estudantes, como respaldam Campos, Teixeira e Coutinho (2015):

[...] a Educação Financeira pode e deve ser trabalhada no âmbito escolar desde os níveis básicos, observamos que a disciplina de Matemática e mais especificamente a Matemática Financeira se presta para esse fim. Contudo, os conteúdos de Matemática Financeira devem ser contextualizados e trabalhados dentro de uma realidade condizente com a dos alunos. [...] O desafio de desenvolver a Educação Financeira nas escolas passa pelo enfrentamento da necessidade de capacitação dos professores para esse fim (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015, p. 575).

1.2 Educação Financeira no Brasil

O Brasil e a OCDE começaram a estreitar laços no início da década de 1990. Nesse período, além do Brasil, mais três países latino-americanos (Argentina, Chile e México) passaram a realizar trabalhos com a OCDE. A partir daí, o Brasil tem participado de diversas atividades e contribuído para encontrar soluções para vários desafios globais, tornando-se um parceiro chave na organização, vindo a pleitear uma vaga de membro na última Reunião Ministerial do Conselho de 2017 e, até o presente momento (2020), o Brasil cumpriu 90 dos 252 instrumentos exigidos para a entrada na instituição.

Diante desta mobilização do Brasil para participar da OCDE, cresceu a quantidade de iniciativas e políticas públicas voltadas para a Educação Financeira, o que é evidenciado com a criação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) (Decreto Federal 7.397/2010, e renovada pelo Decreto Federal no 10.393, de 9 de junho de 2020), que abordaremos na próxima subseção.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1997, 1998, 2000a) não mencionam de forma direta a Educação Financeira, seja em termos dos conteúdos, das habilidades ou das competências, no entanto, alguns temas relacionados à Educação Financeira, como trabalho, consumo, ética e cidadania aparecem nos PCNs dos Temas Transversais. Por exemplo:

[...] com a criação permanente de novas necessidades transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo. O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida. É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire

uma mercadoria. É preciso mostrar que o objeto de consumo, seja um tênis ou uma roupa de marca, um produto alimentício ou aparelho eletrônico etc., é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. Quando se consegue comparar o custo da produção de cada um desses produtos com o preço de mercado é possível compreender que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho (BRASIL, 1998, p.36).

Já a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) 9394/96, em seu artigo 22 (BRASIL, 1996), define que a finalidade da Educação Básica é a formação cidadã e o exercício profissional no mercado de trabalho. O que indiretamente reforça a necessidade da Educação Financeira na educação básica.

Agora, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) atual para o ensino médio, em suas cinco competências básicas destacam o uso de estratégias e procedimentos matemáticos aplicáveis à realidade imediata dos cidadãos, a articulação de ações matemáticas para investigar os desafios da contemporaneidade de forma ética e socialmente responsável, como também, a compreensão da flexibilidade e fluidez das representações matemáticas.

A Educação Financeira surge voltada para questões pessoais, como orçamento doméstico e investimentos, ou sociais, como condições de moradia e sustentabilidade, associada às tecnologias digitais. Vejamos alguns exemplos, primeiro, a habilidade *EM13MAT101* (Ensino Médio):

Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 525).

Bem como a habilidade *EM13MAT104*, que diz:

Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números (BRASIL, 2018, p. 525).

Note que houve menção ao uso de Tecnologias Digitais, o que começa a legitimar uma das propostas deste trabalho, de relacionar o uso das Tecnologias Digitais com a prática da Educação Financeira. Já a interpretação das situações econômicas requer conhecimentos que extrapolam a Matemática, como conhecimentos de contexto, muito valorizados tanto na Educação Estatística quanto na Financeira, o que ressalta a importância do professor de matemática estar apto a lidar com essas diversas áreas.

Em segundo lugar, temos a habilidade *EM13MAT203* (Ensino Médio), que diz:

Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões (BRASIL, 2018, p. 526).

Desta forma, é recomendável ao professor que se empenhe em usar - sempre que possível - tecnologias digitais com tarefas criativas, em detrimento das práticas meramente reprodutivas de conteúdo, e que lance mão de atividades que explorem a contextualização e o pensamento crítico matemático dos alunos.

1.2.1 ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira)



Figura 1.1: Logo ENEF

Com todo este movimento da OCDE, a Educação Financeira destacou-se como um complemento de importância na conduta do mercado, na medida em que melhora o comportamento financeiro das pessoas. Por essa razão, muitos países passaram a criar as suas Estratégias de Educação Financeira, e hoje, o Brasil é um dos países do G20 que possui a sua ENEF. A ENEF no Brasil foi criada pelo decreto n.º 7.397, de 22 de dezembro de 2010, que em seu primeiro artigo enuncia:

Art.1.º Fica instituída a Estratégia Nacional de Educação Financeira — ENEF com a finalidade de promover a educação financeira e previdenciária no país e também para contribuir para o fortalecimento da cidadania, eficiência e solidez do sistema financeiro e tomada de decisões por parte dos consumidores.

Em 9 de junho de 2020, com o decreto n.º 10.393, foi instituída a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira (FBEF), como consta em [8].

Uma das diretrizes da ENEF é a gratuidade das ações de educação financeira, bem como a participação de órgãos e entidades públicas e privadas. No decreto n.º 7.397 também foi instituído o *Comitê Nacional de Educação Financeira* (CONEF), instância vinculada ao Ministério da Fazenda com objetivo de definir planos, programas, ações e coordenar a execução da ENEF.

O CONEF é composto de sete órgãos e entidades do governo (Banco Central do Brasil, Comissão de Valores Mobiliários, Superintendência Nacional de Previdência Complementar, Superintendência de Seguros Privados, Ministério da Justiça e Cidadania, Ministério da Educação e o Ministério da Fazenda) e mais seis representantes da sociedade civil (ANBIMA, B3, CNseg, FEBRABAN, SEBRAE e Consed), e tem o objetivo de promover as ações da ENEF, elaborando planos, programas, estabelecendo metas para a execução de programas e o financiamento das atividades da ENEF (Brasil, 2010).

A ENEF tem por característica marcante a diversidade de ações, que são divididas em programas setoriais e programas transversais. Os programas setoriais correspondem aos programas e ações que seguem as diretrizes da ENEF e são conduzidos por cada instituição participante do CONEF. Como exemplo, temos o programa Cidadania Financeira, desenvolvido pelo Banco Central do Brasil (BCB), que faz um acompanhamento do desenvolvimento da “cidadania financeira” no país.

De acordo com o Banco Central, “cidadania financeira é o exercício de direitos e deveres que permite ao cidadão gerenciar bem seus recursos financeiros”, gerenciar seus recursos financeiros significa planejar seus gastos, gerenciar os recursos de crédito e poupar ativamente (Banco Central do Brasil, 2018).

Agora, os programas transversais são caracterizados por terem o seu público-alvo ou temáticas financeiras características. Portanto, nenhum órgão ou entidade tem responsabilidade exclusiva sob esses programas, ficando assim o seu gerenciamento a cargo da AEF-Brasil (Associação de Educação Financeira do Brasil). Entre os programas transversais temos: o Programa Educação Financeira de Adultos, a Semana Nacional de Educação Financeira e o Programa de Educação Financeira nas Escolas.

O Programa de Educação Financeira de Adultos foi criado pela ENEF com o objetivo de atender adultos, por corresponderem a um grande percentual do mercado consumidor. Prioritariamente, foram escolhidos dois públicos-alvo, inicialmente, as mulheres do Programa Bolsa Família e os aposentados com renda entre um e dois salários mínimos. Segundo a ENEF, as mulheres correspondem a 90% dos beneficiários do programa Bolsa Família, que objetiva apoiar as famílias de extrema pobreza ou de pobreza a terem melhores condições de vida e a superarem essa situação.

Desta feita, justifica-se a prioridade da ENEF no desenvolvimento de tecnologias sociais para esse grupo de pessoas, visando incorporar no seu cotidiano um planejamento

financeiro e a administração do orçamento familiar para uma melhor qualidade de vida dessas pessoas. Já para os aposentados, a participação no programa de Educação Financeira visa a diminuição e a prevenção de endividamento excessivo, contribuindo para uma melhor gestão dos seus recursos financeiros.

Buscando promover a educação financeira previdenciária, o CONEF tem realizado anualmente, desde 2014, a Semana de Educação Financeira, que tem se mostrado um importante instrumento na difusão de iniciativas de Educação Financeira por todo o país. De acordo com a ENEF, a feira do ano de 2018, cuja abertura foi no auditório do BCB, em Brasília, e que contou com atividades em diversas cidades brasileiras, teve a participação de mais de quatro milhões de pessoas e duzentos e oitenta instituições, que desenvolveram atividades gratuitas, de acordo com os princípios da ENEF.

Como ressaltamos anteriormente, o ambiente escolar destaca-se como de grande importância para a prática da Educação Financeira. Por isso, outra ação desenvolvida pela ENEF é o Programa de Educação Financeira nas Escolas. O programa Educação Financeira nas Escolas possui a finalidade de contribuir na formação de crianças e adolescentes como cidadãos mais conscientes e autônomos, orientando as suas capacidades de planejamento e desenvolvimento financeiro.

Para execução desse Programa de Educação Financeira nas Escolas, o CONEF, em parceria com algumas entidades públicas e privadas, desenvolveu materiais didáticos para os dois projetos que compõem o programa: Educação Financeira no Ensino Fundamental I e II e Educação Financeira no Ensino Médio. Esses materiais são livros didáticos destinados para cada nível de ensino e estão disponíveis gratuitamente no site Vida e Dinheiro (Brasil, 2010).

Além dos livros, o site “Vida e Dinheiro” disponibiliza vídeos temáticos, jogos *online*, artigos e informações sobre os eventos da ENEF, como também, cursos de Educação Financeira à distância (EAD).

Capítulo 2

Ensino de Matemática Financeira e as TDICs

Neste capítulo discutiremos os aspectos positivos do emprego das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) no ensino de matemática e, em especial, no ensino da Matemática Financeira e da Educação Financeira.

2.1 Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação

Dado o grande avanço tecnológico dos últimos séculos e que estamos imersos em um Meio Técnico-Científico Informacional - no qual a união entre a técnica e as ciências, guiadas pelo funcionamento do mercado, nos apresenta com mais avanços tecnológicos constantemente. Temos que as necessidades da Educação Brasileira acompanham esse processo de avanço tecnológico. Nesse contexto, surgem discussões sobre uso das tecnologias em sala de aula no ensino básico a fim de obter melhores resultados. Sobre isso, Nascimento (2007, p. 12), afirma que em 1971 a USP iniciou as discussões sobre informática educativa no Brasil. Também Lucena (2003) afirma que:

No Brasil, a utilização de recursos tecnológicos na educação teve início com transmissões via rádio e posteriormente via TV, visando promover a qualificação profissional de trabalhadores que moravam distantes de instituições escolares, iniciando assim projetos de educação à distância numa perspectiva de autoaprendizagem (LUCENA, 2003, p. 238).

De 1971 para cá, várias pesquisas foram feitas objetivando identificar as vantagens e possibilidades de inserir os instrumentos tecnológicos no processo de ensino. Atualmente, em um momento em que os aparelhos tecnológicos estão cada vez mais presentes na vida das pessoas desde a mais tenra idade, pensar o processo de ensino-aprendizagem sem considerar as novas tecnologias é regredir ao passado. Há vinte e quatro anos, D'AMBROSIO

(1996) nos alertava para o que ele chamou de “teleinformática” (combinação de rádio, telefone, televisão e computadores), dizendo que, ou os educadores adotam a teleinformática com absoluta normalidade, ou serão atropelados neste processo, se tornando ultrapassados.

Ademais, não inserir as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) no processo educacional é faltar com um dos objetivos da educação, que é preparar os indivíduos para viverem em uma sociedade cada vez mais dependente destas tecnologias. Assim, é inviável adotar uma prática docente indiferente às tecnologias presentes no cotidiano dos alunos. Com essa postura o professor entraria em uma acirrada disputa com estes equipamentos (em especial, os temidos celulares) no que diz respeito a ter a atenção dos alunos na sala de aula.

Na busca de evitar este problema e tentando potencializar a assimilação dos conceitos trabalhados em aula, é positivo o esforço de inserir os recursos tecnológicos (que estão, literalmente, “nas mãos” dos alunos) no processo educacional, pois o uso correto destes recursos em sala de aula como ferramenta didática pode contribuir para um melhor processo de ensino-aprendizagem. Em consonância com Mercado (1999) apud Silva (2011, p. 2), “os recursos tecnológicos como instrumentos à disposição do professor e do aluno, poderão se constituir em valiosos agentes de mudanças para a melhoria da qualidade do processo de ensino-aprendizagem.”

De acordo com o que está expresso no artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) de 1996, a educação escolar deve vincular-se com o mundo do trabalho e com as práticas sociais. Então, a escola como ambiente de formação deve caminhar em harmonia com os avanços tecnológicos que ocorrem na sociedade. Segundo Moran:

As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando, dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes (MORAN, 2008, p. 170).

O uso de aparelhos tecnológicos no ensino de Matemática Financeira, por exemplo, romperia com a predominância de aulas expositivas e memorização de fórmulas prontas e exercícios repetitivos. O ensino centrado na lousa e giz cederia lugar para um ensino que explore mais possibilidades, uma vez que as ferramentas disponibilizadas pelas TDICs como aplicativos, jogos, softwares educacionais, entre outras, motivam o aluno ajudando-o no processo da construção do próprio conhecimento. Pois como respalda Tezani:

O uso das TDICs na educação escolar possibilita ao professor e ao aluno o desenvolvimento de competências e habilidades pessoais que abrangem desde

ações de comunicação, agilidades, busca de informações até a autonomia individual, ampliando suas possibilidades de inserções na sociedade da informação e do conhecimento (TEZANI, 2011, p. 36).

Entretanto, é necessário ter consciência de que estes recursos tanto podem ser ferramentas importantes para estimular e facilitar o aprendizado, como também causar a dispersão dos alunos desviando assim do verdadeiro sentido de sua utilização na sala de aula. É preciso também que o professor, agente de formação, oriente os jovens e adolescentes sobre os malefícios provocados pelo mau uso das ferramentas tecnológicas da atualidade, tais como *Whatsapp*, *Facebook*, *Instagram*, *Twitter*, dentre outros. Estas redes sociais têm sido amplamente utilizadas para a propagação de notícias falsas, uso indevido de informações pessoais, promoção do preconceito e estabelecimento de confrontos, implicando consequências drásticas e muitas vezes irreversíveis às vítimas.

Por isso, é fundamental que o professor seja qualificado para fazer o uso e orientação adequados de tais tecnologias, e a escola como incentivadora das práticas educacionais dê suporte à essas iniciativas.

Diante do exposto, a adoção das TICs no processo educacional exige do educador planejamento, criatividade e cuidado conforme as suas práticas e habilidades educacionais. É preciso traçar com antecedência os objetivos, a metodologia, os devidos cuidados na orientação e condução da aula. O uso das ferramentas tecnológicas no ambiente escolar levará a resultados positivos quando for possível promover uma aula diferenciada e atrativa ao aluno, despertando nele maior interesse e conseqüentemente melhor resultado na aprendizagem dos conteúdos.

Portanto, é clara a necessidade de inserir as novas tecnologias no ambiente educacional (sempre que possível), uma vez que além de estar trabalhando de forma mais rica o conteúdo em si, estará promovendo a formação de cidadãos em relação aos princípios tecnológicos e, assim, contribuindo também com um ensino mais dinâmico e eficiente.

2.2 Os Aplicativos de Smartphones/Computadores e o Ensino de Matemática Financeira

É sabido que o uso das tecnologias disponíveis nas escolas públicas tem encontrado dificuldades, tais como: número insuficiente de computadores ou até mesmo falta de um laboratório de informática, falta de *internet* banda larga, número insuficiente de projetores e *notebooks*, entre outras. Nesse sentido, o uso de aplicativos de *smartphones* (uma TDIC) no ensino é uma alternativa para a inserção dessa metodologia em sala de aula.

Os aparelhos celulares, *tablets* e *smartphones* estão cada vez mais sofisticados e possuem uma série de ferramentas próprias do aparelho ou baixadas da internet, que podem auxiliar no processo de ensino da Matemática Financeira. Entre estas, há diversos modelos

de calculadoras como a Calculadora Científica, Calculadora Financeira hp-12c, Calculadora do Cidadão, entre outras, que se usadas corretamente na sala de aula, potencializam o processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos da Matemática Financeira.

Esses aplicativos permitem o desenvolvimento de inúmeras atividades por parte dos discentes como pesquisar, observar, raciocinar a partir de gráficos e tabelas e, assim, desenvolver seus métodos individuais de solucionar problemas. Segundo Ribeiro e Paz (2012, p. 14), “é preciso oferecer uma aprendizagem centrada nas evoluções tecnológicas e na interdisciplinaridade, formando seres capazes e preparados para viver e agir nesse mundo cada vez mais complexo”. Para Almeida (2017):

O ensino de Matemática Financeira, associado ao uso de planilhas eletrônicas ou até mesmos aplicativos, pode contribuir de forma significativa com o interesse neste aprendizado e auxiliar no orçamento doméstico. Além disso, pode mostrar que a Matemática Financeira é uma ferramenta importante para o conhecimento do processo por trás de uma operação financeira, não se restringindo apenas à memorização de fórmulas [...] (Almeida 2017, p. 12).

Vale ressaltar que, apesar de termos constatado a necessidade e a importância de introduzir as tecnologias no ensino da matemática, ainda há discussão a respeito do uso da calculadora em sala de aula, sobre qual o momento e o modo certo de usá-la. Ademais, ainda há resistência por parte de muitos professores em permitir que os alunos usem essa ferramenta durante as aulas. Entretanto, o uso de calculadoras durante a resolução de problemas torna os cálculos extensos menos cansativos e cumprir os objetivos próprios da atividade mais rápidos.

Sobre o uso de calculadoras os PCNs afirmam que:

Estudos e experiências evidenciam que a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino de Matemática. A justificativa para esta afirmação é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de autoavaliação (BRASIL, 1997, p. 46).

A calculadora é mais uma tecnologia que, se usada de maneira adequada, proporcionará resultados positivos no processo de ensino-aprendizagem. Ainda segundo os PCNs (BRASIL, 1998, p. 43), tal incorporação abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea na resolução de problemas.

Nesse sentido, o uso da calculadora no ambiente escolar além de poder tornar a aula mais atrativa e menos desgastante, prepara o aluno para saber - com rapidez - analisar situações e encontrar soluções para os problemas propostos. Portanto, sendo a calculadora um instrumento rico em potencialidades, favorece um trabalho voltado para a compreensão e construção de conceitos, para o desenvolvimento do raciocínio e para a resolução de problemas.

Capítulo 3

Geogebra e Calculadora do Cidadão na Resolução de Problemas Financeiros

Neste capítulo serão apresentados o Geogebra e a Calculadora do Cidadão, bem como suas principais ferramentas para a Resolução de Problemas da Matemática Financeira.

3.1 O Geogebra

No ano de 2001, foi criado um dos *softwares* mais explorados da atualidade por educadores matemáticos que investigam as potencialidades das TDICs nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Esse software, GeoGebra¹, foi criado pelo pesquisador Markus Hohenwarter (HOHENWARTER, 2002) em sua tese de doutorado.

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. A versão do *software* utilizada nesse trabalho é o *GeoGebra Classic 5* em um sistema operacional *Windows 10 Home Single Language*. Ele é gratuito e possibilita a alunos e professores, por meio de atividades experimentais, conjecturar, investigar e explorar diferentes conteúdos matemáticos.

Esse *software* possui três partes principais: a janela de álgebra – que pode ser visualizada na Figura 3.1, à esquerda; janela de visualização – que corresponde à tela gráfica, onde podem ser visualizadas as construções geométricas, e conta também com os eixos coordenados; campo de entrada – na parte inferior do *software*, área destinada à entrada das fórmulas ou comandos que definem os objetos. Na parte superior, há ainda a barra de ferramentas que permite acesso a outras funcionalidades, como a Planilha de Cálculo (Figura 3.2) que pode ser encontrada no item *Exibir* da barra de ferramentas.

¹Disponível para download em: <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>. Acesso: 15/09/2020.

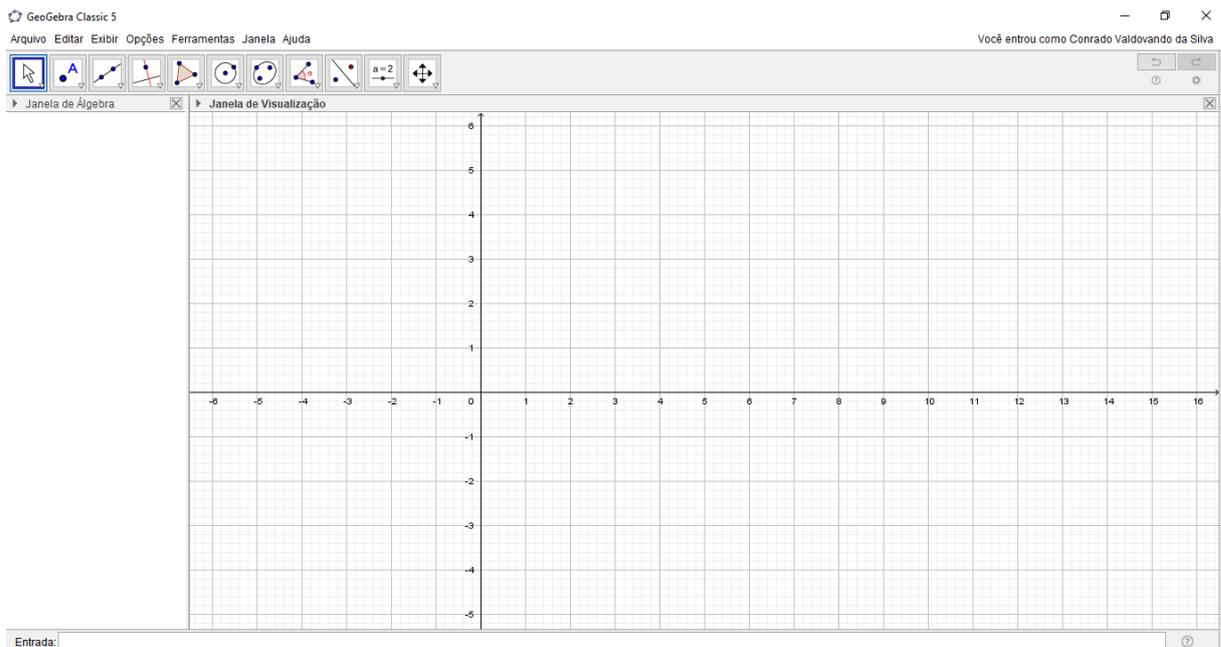


Figura 3.1: Tela Inicial Geogebra

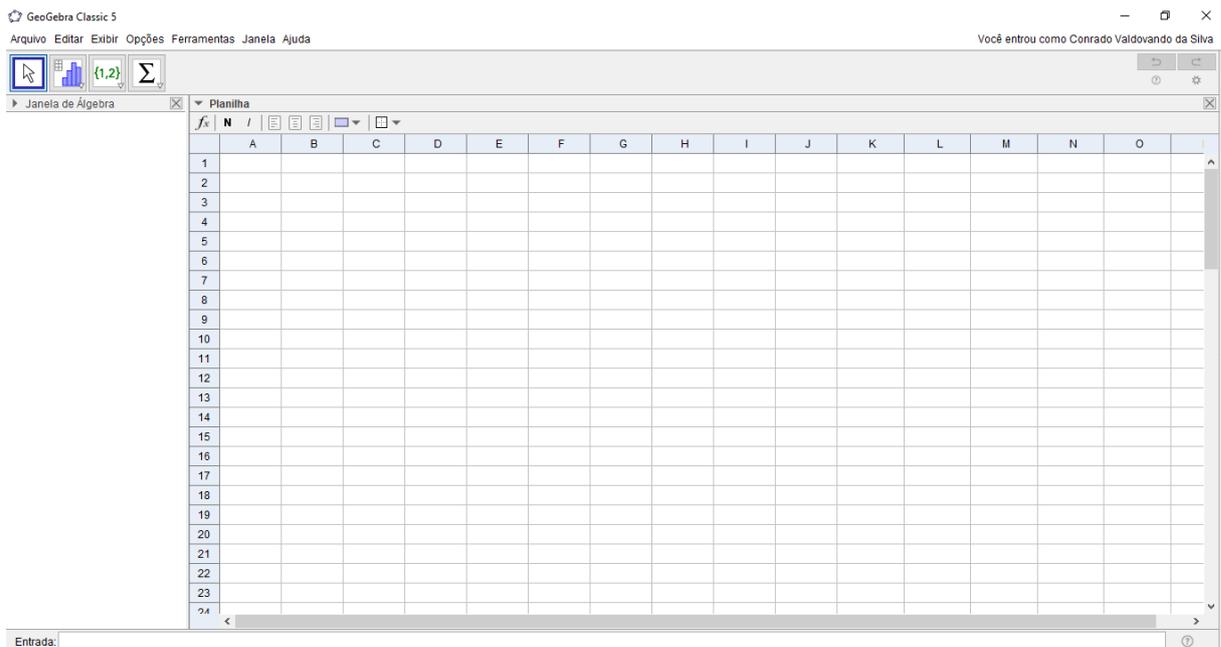


Figura 3.2: Planilha de Cálculo do Geogebra

A Planilha de Cálculo do Geogebra pode ser utilizada para construir uma das ferramentas mais básicas e importantes do planejamento financeiro, as Planilhas de Orçamento - seja de Orçamento Pessoal ou Familiar. Na próxima seção, explicaremos tópicos importantes sobre Orçamento Pessoal e construiremos uma Planilha usando os recursos do Geogebra.

3.1.1 Planilha de Orçamento Pessoal ou Familiar

Podemos entender **orçamento** como uma ferramenta de planejamento financeiro pessoal que auxilia na realização de objetivos e projetos. Para que se tenha um bom planejamento, é necessário definir bem os objetivos; é necessário internalizar a visão de futuro trazida pela perspectiva de realização do projeto e estabelecer metas claras e objetivas, as quais geralmente precisam de recursos financeiros para que sejam alcançadas ou para que ajudem a atingir objetivos maiores. Por isso, é importante que toda movimentação de recursos financeiros, incluindo todas as receitas (rendas), todas as despesas (gastos) e todos os investimentos, esteja anotada e organizada a fim de que se tenha um bom controle da rotina financeira.

Podemos elencar alguns itens que mostram a importância de um bom orçamento;

- Conhecer a sua realidade financeira;
- Escolher os seus projetos;
- Fazer o seu planejamento financeiro;
- Definir suas prioridades;
- Identificar e entender seus hábitos de consumo;
- Organizar sua vida financeira e patrimonial;
- Administrar imprevistos;
- Consumir de forma contínua (não travar o consumo).

Ou seja, orçamento é uma importante ferramenta para conhecer, administrar e equilibrar receitas e despesas e, assim, poder planejar e alcançar objetivos. Um importante princípio a ser seguido na elaboração do orçamento é que as despesas não devem ser superiores às receitas.

O orçamento pessoal (ou familiar) deve ser iniciado a partir do registro de tudo que você (ou sua família) ganha e o que gasta durante um período, em geral um mês ou um ano. Para simplificar um pouco a linguagem, vamos tratar do orçamento pessoal, mas também valerá para o orçamento familiar. Podemos elaborar um orçamento em quatro etapas: planejamento, registro, agrupamento e avaliação.

1ª etapa: Planejamento. O processo de planejamento consiste em estimar as receitas e as despesas do período. Para isso, pode-se utilizar sua rotina passada, elencando as receitas e as despesas passadas e usando-as como base para prever as receitas e as despesas futuras.

2ª etapa: Registro. É necessário anotar, de preferência diariamente, para evitar esquecimentos, todas as receitas e despesas.

3ª etapa: Agrupamento. Com o tempo, as anotações serão muitas. Para entender melhor, agrupe-as conforme alguma característica similar.

4ª etapa: Avaliação. Nesta etapa, se avaliará como as finanças se comportaram ao longo do mês e se deverá agir, corretiva e preventivamente, para que o salário e a renda proporcionem o máximo de benefícios, conforto e qualidade de vida. Avaliar significa refletir. Portanto, seguem algumas reflexões.

- O balanço do orçamento foi superavitário, neutro ou deficitário? Ou seja, gastou-se menos, o mesmo ou mais do que se recebeu?
- Quais são as metas financeiras? Precisam de curto, médio ou longo prazo? São compatíveis com o orçamento? Tem-se separado recursos financeiros para realizá-los?
- É possível reduzir gastos desnecessários?
- É possível aumentar as receitas?

A seguir, temos um exemplo de planilha de orçamento pessoal:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
		Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro	
1						Orçamento Pessoal								
2	Receitas													
3	Salário													
4	Outros													
5	Receita Total	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	
6	Despesas													
7	Moradia													
8	Aluguel													
9	Luz													
10	Água													
11	Internet													
12	Alimentação													
13	Supermercado													
14	Padaria													
15	Transporte													
16	Ônibus													
17	Educação													
18	Livros													
19	Xerox													
20	Contas Diversas													
21	Cartão de Crédito													
22	Despesas Totais	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	
23	Balanço													
24														

Figura 3.3: Planilha de Orçamento Pessoal

Existem diversas formas para se fazer e acompanhar um orçamento pessoal. Desde as mais simples, como um pedaço de papel e um lápis, até as mais sofisticadas, como planilhas e programas de computador, é importante usar aquela que mais se adapte à realidade em questão.

3.2 A Calculadora do Cidadão

A Calculadora do Cidadão² é um serviço disponível no site do Banco Central do Brasil, lançado em 31/10/2012, cuja finalidade é realizar cálculos para solucionar problemas de matemática financeira presentes no cotidiano das pessoas, podendo assim auxiliá-las numa tomada de decisão. Com ela, é possível efetuar cálculos de serviços financeiros como o rendimento de uma poupança, o valor final de um financiamento com prestações fixas, o retorno de aplicações com depósitos regulares.

Esta calculadora também pode ser utilizada na forma de aplicativo (*App*) em dispositivos móveis como *tablets* e *smartphones* com sistemas operacionais *Android*, *IOS* ou *Windows Phone*. Para baixá-la, basta o usuário procurar por “Calculadora do Cidadão” na loja de aplicativos de seu celular, realizar o *download* e fazer a instalação. Na tela inicial do aplicativo (versão 3.1.6 de 30 de agosto de 2019) estão disponíveis cinco opções de operações, a saber:

- Aplicação com Depósitos Regulares;
- Financiamento com Prestações Fixas;
- Valor Futuro de um Capital;
- Correções de Valores.



Figura 3.4: Tela Inicial: Calculadora do Cidadão

²Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/calculadoradocidadao> . Acesso: 21/09/2020.

Ao utilizar qualquer um destes serviços, o usuário deve preencher campos como número de meses, taxa de juros, valor do depósito, valor da prestação ou valor final. Sempre é possível encontrar a solução dos problemas preenchendo os campos cujas grandezas foram dadas na questão e em seguida, clicando no campo da grandeza procurada.

Para calcular o montante final de uma aplicação (primeira opção) por exemplo, basta o usuário preencher os campos “valor do depósito mensal”, “número de meses” e “taxa de juros mensal” e em seguida clicar no campo “valor obtido ao final” para obter o valor procurado. No entanto, para evitar resultados errados, alguns cuidados devem ser tomados como, por exemplo, o período deve estar em meses e não em anos ou semestres e a taxa deverá estar na forma percentual e não unitária.

Além disso, em cada uma das operações, no canto superior à direita da janela de entrada dos dados, há o comando Ajuda (?) no qual está disponível a metodologia utilizada na resolução dos problemas daquele serviço. É detalhado também como se faz o preenchimento dos campos, os cuidados anteriormente citados, finalizando com exemplos.

Convém mencionar que para os cálculos relacionados à Aplicação com Depósitos Regulares, Financiamento e Valor Futuro o aparelho não precisa estar conectado à internet. Já para realizar a Correção de Valores e acessar o comando Ajuda(?) faz-se necessária a conexão com a internet.

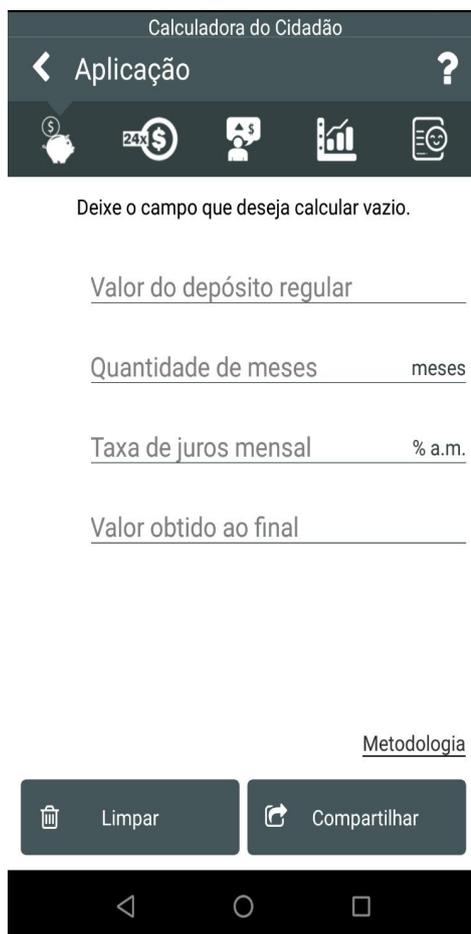


Figura 3.5: Aplicação com Depósitos Regulares

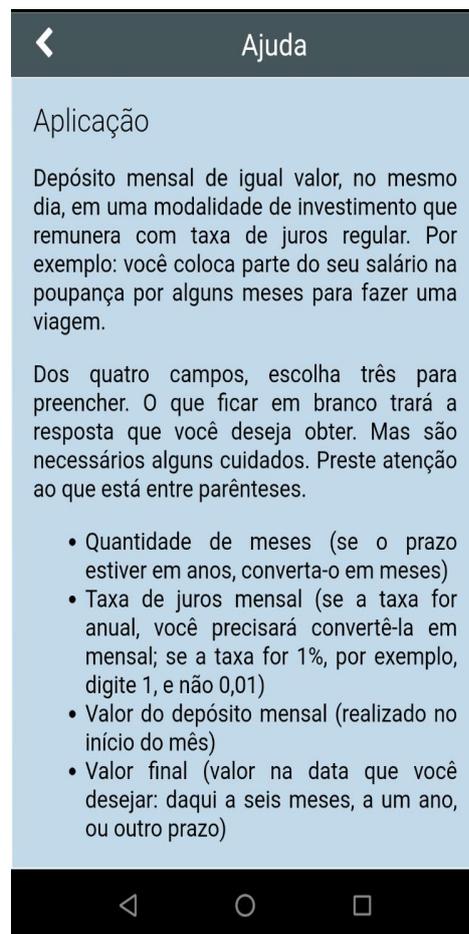


Figura 3.6: Ajuda (?)

Nas próximas seções, vamos explorar as funcionalidades da Calculadora do Cidadão, no sentido de explicar a Matemática Financeira utilizada em cada serviço, lançando mão de exemplos (problemas) que possam ser interessantes no contexto da sala de aula e, sempre que possível, explorar as soluções com os recursos do Geogebra.

3.3 Valor Futuro de um Capital

Podemos entender por Valor Futuro de um Capital como o valor correspondente à aplicação de certa quantia por algum tempo, com uma taxa de juros prefixada. Ou seja, podemos entender como um problema de deslocar uma quantia no tempo segundo o regime de juros compostos. Com isso, vamos caracterizar o regime de juros compostos da seguinte maneira:

Exemplo 3.1. Manuel tomou um empréstimo de R\$ 100,00, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, a dívida de Manuel será acrescida de 10 reais de juros ($0,10 \times 100 = 10$, pois $J = C \cdot i \cdot n$, em que J , C , i e n representam, respectivamente, o Valor do Juros, o Capital, a Taxa e o Período), passando a R\$ 110,00. Se Manuel e seu credor concordarem em adiar a liquidação da dívida por mais um mês, mantida a mesma taxa de juros, o empréstimo será quitado dois meses depois de contraído, por R\$ 121,00, pois os juros relativos ao segundo mês serão de $0,10 \times 110 \text{ reais} = 11 \text{ reais}$ (LIMA, 2004, p. 44).

Os juros assim calculados são chamados de juros compostos. No regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados sobre a dívida do início desse período. Isto é:

$$\begin{aligned}C_1 &= C_0(1 + i)^1 \\C_2 &= C_1(1 + i)^1 = C_0(1 + i)^1(1 + i)^1 = C_0(1 + i)^2 \\C_3 &= C_2(1 + i)^1 = C_0(1 + i)^2(1 + i)^1 = C_0(1 + i)^3 \\&\vdots \\C_n &= C_{n-1}(1 + i)^{n-1} = C_0(1 + i)^{n-1}(1 + i)^1 = C_0(1 + i)^n\end{aligned}$$

Desta feita, podemos definir:

Definição 3.1. *No regime de juros compostos de taxa i , um capital C_0 transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0(1 + i)^n$.*

Note que, podemos interpretar a expressão $C_n = C_0(1 + i)^n$ como uma *função exponencial* se considerarmos o processo de capitalização contínuo, em que, o montante C_n está em função do tempo n com C_0 e i fixos.

Desta forma, podemos utilizar problemas de juros compostos como motivação para uma aula de funções exponenciais ou, ainda, nas aulas de matemática financeira, retomar

os conceitos e resultados das funções exponenciais que serão úteis na resolução de problemas financeiros. Como, por exemplo, conhecer o comportamento do *regime de juros compostos* e comparar com o *regime de juros simples*, como foi feito na monografia do TCC-A, seção 3.2.3 - Desigualdade de Bernoulli entre Regimes de Capitalização.

Agora, podemos interpretar a Definição (3.1), $C_n = C_0(1+i)^n$, como tendo um quantia hoje igual a C_0 que se transformará, depois de n períodos a uma taxa i , em uma quantia igual a $C_0(1+i)^n$. Ou seja, uma quantia cujo valor atual é V_0 , equivalerá no futuro (VF), depois de n períodos de tempo, a:

$$VF = V_0(1+i)^n \quad (3.1)$$

A equação (3.1) é a fórmula fundamental da **equivalência de capitais**.

- Para obter o **valor futuro**, basta multiplicar o valor atual por $(1+i)^n$.
- Para obter o **valor atual**, basta dividir o valor futuro por $(1+i)^n$.

A partir da expressão (3.1), podemos calcular o valor presente (V_0), a taxa de juros (i) ou o número de períodos (n). Para isso, basta que isolemos a variável desejada. Cabe ressaltar que, no processo de isolar a variável desejada, várias operações importantes como potenciação, radiciação e logaritmo estão presentes. O que nos leva a crer - novamente - que problemas financeiros possam motivar o estudo (ou a revisão) dos conceitos e propriedades da potenciação, radiciação e logaritmo.

Para resolver problemas de Valor Futuro com a calculadora do cidadão, basta preencher os campos cujas grandezas são conhecidas e em seguida clicar no campo do valor procurado.

Calculadora do Cidadão

< Valor Futuro ?

Deixe o campo que deseja calcular vazio.

Capital atual _____

Quantidade de meses _____ meses

Taxa de juros mensal _____ % a.m.

Valor obtido ao final _____

Metodologia

Limpar Compartilhar

Figura 3.7: Valor Futuro

Exemplo 3.2. Um trabalhador recebeu uma indenização no valor de R\$ 40.000,00 e resolveu depositá-la em uma caderneta de poupança. Quanto obterá no prazo de 1 ano, sabendo que o rendimento médio dessa poupança é de 1% ao mês?

Dados do problema:

$$V_0 = 40.000,00$$

$$i = 1\% = 0,01$$

$$n = 12$$

(I) Solução com a expressão do Valor Futuro:

$$VF = 40.000 \cdot (1 + 0,01)^{12}$$

$$VF = 40.000 \cdot (1,01)^{12}$$

$$VF = 45.073$$

Portanto, o trabalhador obterá R\$ 45.073,00.

(II) Solução com a Calculadora do Cidadão:

Preenchendo os campos valor atual por 40.000, número de meses por 12 e taxa mensal por 1%, clicando no campo Valor obtido ao final, obtemos como resultado R\$ 45.073,00 conforme consta na figura a seguir:

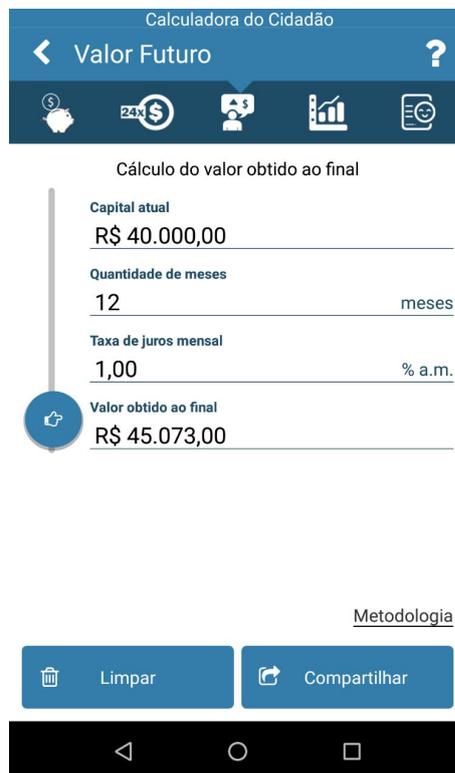


Figura 3.8: Solução Exemplo 3.2

Neste problema, podemos contruir uma planilha no Geogebra que mostrará precisamente a característica fundamental do regime de juros compostos, que em cada período os juros serão calculados sobre a dívida no início de cada período. Assim, evidenciando como que o regime de juros compostos provém do regime de juros simples (como ilustrado no exemplo 3.1). Obtendo mês a mês o rendimento desta poupança, contruímos a planilha, como consta na imagem a seguir:

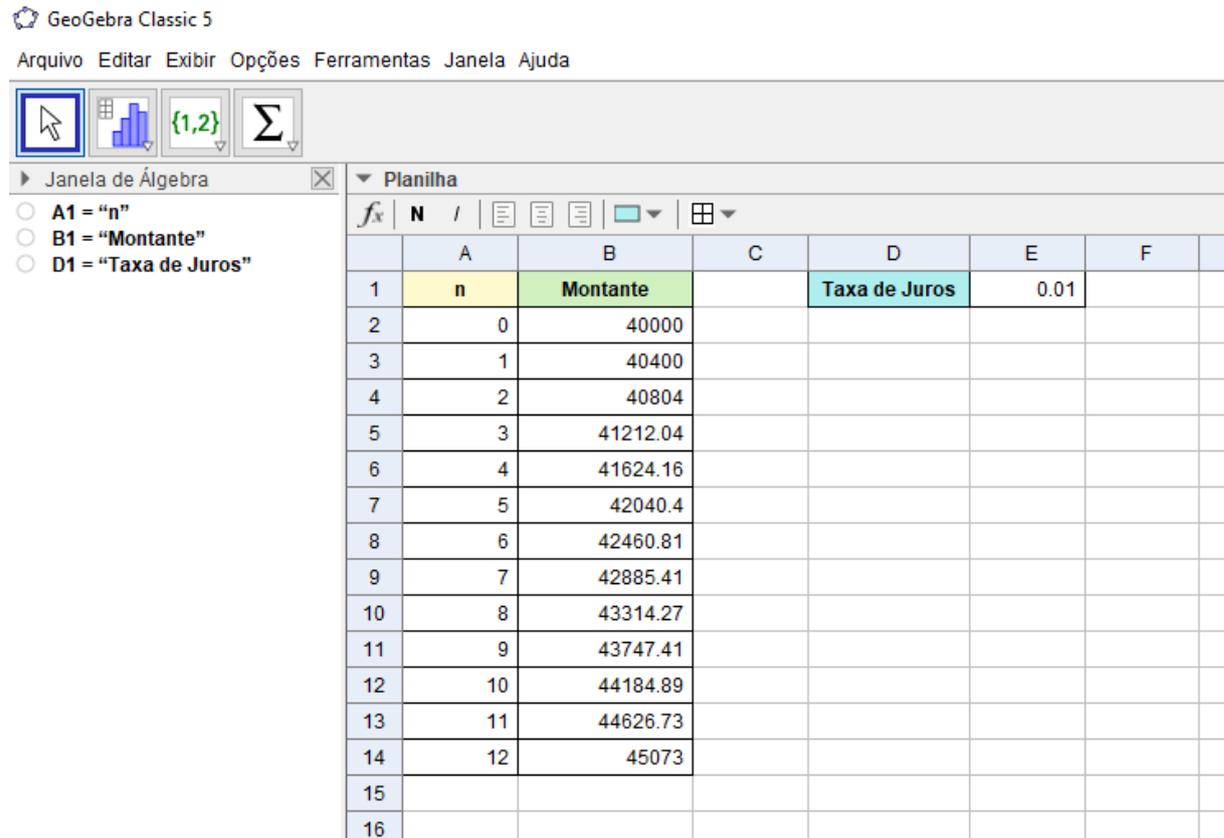


Figura 3.9: Exemplo 3.2 no Geogebra

Podemos, também, explorar na Calculadora do Cidadão um problema com uma estrutura um pouco diferente, que ao invés de calcular o Valor Futuro ou o Valor Presente, calcule o Tempo, como o exemplo a seguir, que também explicita a importância do logaritmo na resolução destes problemas.

Exemplo 3.3. Investindo um capital a juros mensais de 8%, quanto tempo será necessário para dobrar o capital?

Dados do problema:

$$2 \cdot V_0 = VF$$

$$i = 8\% = 0,08$$

(I) Solução com a expressão do Valor Futuro:

$$2 \cdot V_0 = V_0 \cdot (1 + 0,08)^n$$

Daí,

$$1,08^n = 2 \implies n = \frac{\log 2}{\log 1,08} \approx 9,1$$

Portanto, dobra-se o capital em aproximadamente 9,1 meses. O que pode ser interpretado como 10 meses se a aplicação tiver liquidez³ mensal.

(II) Solução com a Calculadora do Cidadão:

Preenchendo os campos valor atual por 50.000, valor final por 100.000 por exemplo (visto que a dependência entre estes valores é que o final seja o dobro do atual) e a taxa com 8%, obtemos a quantidade de meses de 9,1; conforme consta na figura a seguir:



Figura 3.10: Solução Exemplo 3.3

Também podemos trabalhar o Exemplo 3.3 no GeoGebra para explorar outros aspectos interessantes, como atribuir uma outra quantia para o capital e, assim, esclarecer que o tempo necessário para dobrá-lo (a uma taxa de fixa) não depende de seu valor. Ainda mais, podemos fazer uma tabela que mostre o acréscimo do juros ao capital a cada período e construir um gráfico que evidencie o comportamento exponencial do regime de juros compostos. Como na figura a seguir:

³Tempo necessário para que a aplicação se transforme em dinheiro.

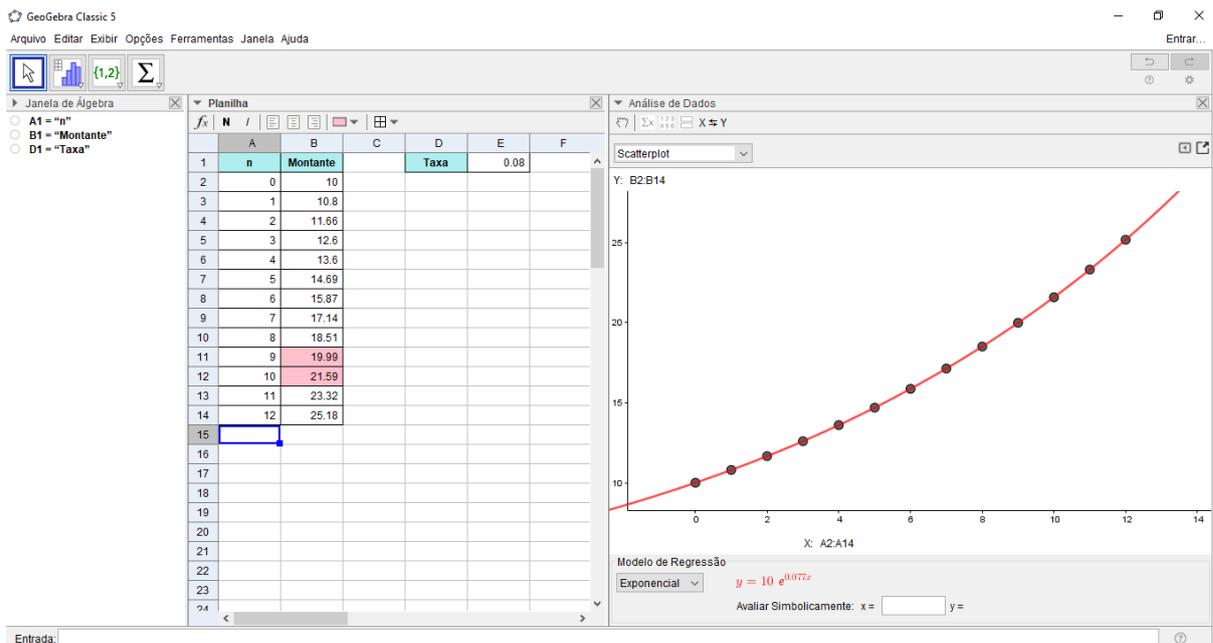


Figura 3.11: Exemplo 3.3 no Geogebra

3.4 Aplicação com Depósitos Regulares

É uma operação que consiste em aplicações mensais de uma mesma quantia - no mesmo dia - em uma modalidade de investimento que remunera com uma taxa de juros regular, obtendo o valor ao final de um determinado número de períodos. Consiste em calcular o valor final de uma *Série Uniforme de Pagamentos Antecipada*.

Definição 3.2. *Um conjunto de quantias (chamadas usualmente de pagamentos ou termos), referidas a épocas diversas, é chamada de **Série**. Se esses pagamentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, denominamos de **Série Uniforme de Pagamentos**.*

Podemos calcular o valor A de uma Série Uniforme de Pagamentos Antecipada com o seguinte resultado:

Teorema 3.3. *O valor (A) de uma série uniforme de pagamentos antecipada de n pagamentos iguais a P , é (sendo i a taxa de juros) igual a*

$$A = P \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Demonstração. O valor da série é:

$$A = P + \frac{P}{(1 + i)^2} + \frac{P}{(1 + i)^3} + \dots + \frac{P}{(1 + i)^n} \tag{3.2}$$

que é a soma de n termos de uma progressão geométrica (P.G.), isto é, $S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$ como demonstrado em (LIMA, 2004, p. 28).

Substituindo (3.2) na fórmula da soma de n termos da P.G., temos:

$$A = P \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+i}}$$

$$A = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{1+i-1}{1+i}}$$

Portanto,

$$A = P \cdot (1+i) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \iff A = P \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

O que era preciso mostrar. □

Observe que manipulando a expressão que nos fornece o valor de uma série uniforme de pagamento, é possível obter outras expressões que para ao valor do depósito (P), para o número de depósitos (n) e para a taxa de juros (i). Para isto basta isolar a variável procurada na expressão do valor da série.

No aplicativo Calculadora do Cidadão, problemas desta natureza são solucionados substituindo os dados nos campos na janela de entrada, clicando em seguida no campo procurado.

Exemplo 3.4. Durante 2 anos, um pessoa deposita mensalmente a quantia de R\$ 150,00 em uma aplicação financeira. Quanto essa pessoa terá ao final do período, sabendo que o rendimento médio dessa aplicação é de 1,2% ao mês?

Dados do problema:

$$P = 150$$

$$n = 24$$

$$i = 1,2\% = 0,012$$

(I) Solução pela expressão do valor de uma série uniforme de pagamentos:

$$A = 150 \cdot (1 + 0,012) \cdot \left[\frac{(1 + 0,012)^{24} - 1}{0,012} \right]$$

$$A = 4.193,13$$

Portanto, no final do período esta pessoa terá R\$ 4.193,13.

(II) Solução com a calculadora do cidadão:

Preenchendo os campos valor do depósito regular, quantidade de meses e taxa de juros por 150, 24 e 1,2%, respectivamente, e clicando no campo valor obtido no final, obtemos R\$ 4.193,13; conforme mostra a figura a seguir.



Figura 3.12: Solução Exemplo 3.4

Outro aspecto interessante a ser trabalhado é descobrir o valor dos depósitos para se obter um determinado montante no final de uma aplicação, como no exemplo a seguir.

Exemplo 3.5. João ao realizar uma pesquisa para comprar uma cadeira *gamer* constatou que à vista seria mais barato, custando R\$ 790,00. Como ele não dispunha desta quantia no momento, decidiu investir em um produto financeiro que consistia em uma aplicação de depósitos regulares rendendo a uma taxa de 8% ao mês nos próximos 8 meses. Qual valor João deverá aplicar mensalmente para obter o dinheiro necessário?

Dados do problema:

$$A = 790$$

$$n = 8$$

$$i = 8\% = 0,08$$

(I) Solução pela expressão do valor de uma série uniforme de pagamentos:

$$790 = P \cdot (1 + 0,08) \cdot \left[\frac{(1 + 0,08)^8 - 1}{0,012} \right]$$

$$P = 68,77$$

Portanto, o valor depósitos é de R\$ 68,77.

(II) Solução com a calculadora do cidadão:

Preenchendo os campos valor obtido no final, quantidade de meses e taxa de juros por 790, 8 e 8%, respectivamente, e clicando no campo valor do depósito regular, obtemos R\$ 68,77; conforme mostra a figura a seguir.

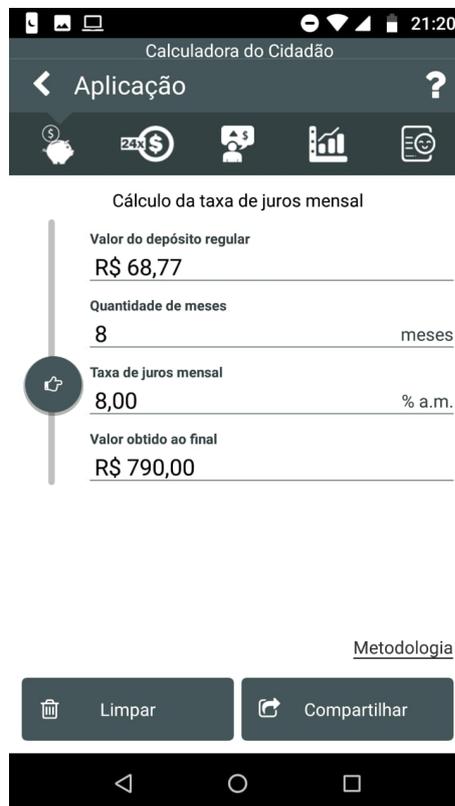


Figura 3.13: Solução Exemplo 3.5

Após obtermos o valor dos depósitos (P) neste exemplo, é interessante contruirmos uma Planilha no GeoGebra, de modo que, ela indique a correção mês a mês dos depósitos acumulando até obter o montante, que é valor necessário para a compra. A seguir, temos um exemplo de planilha.

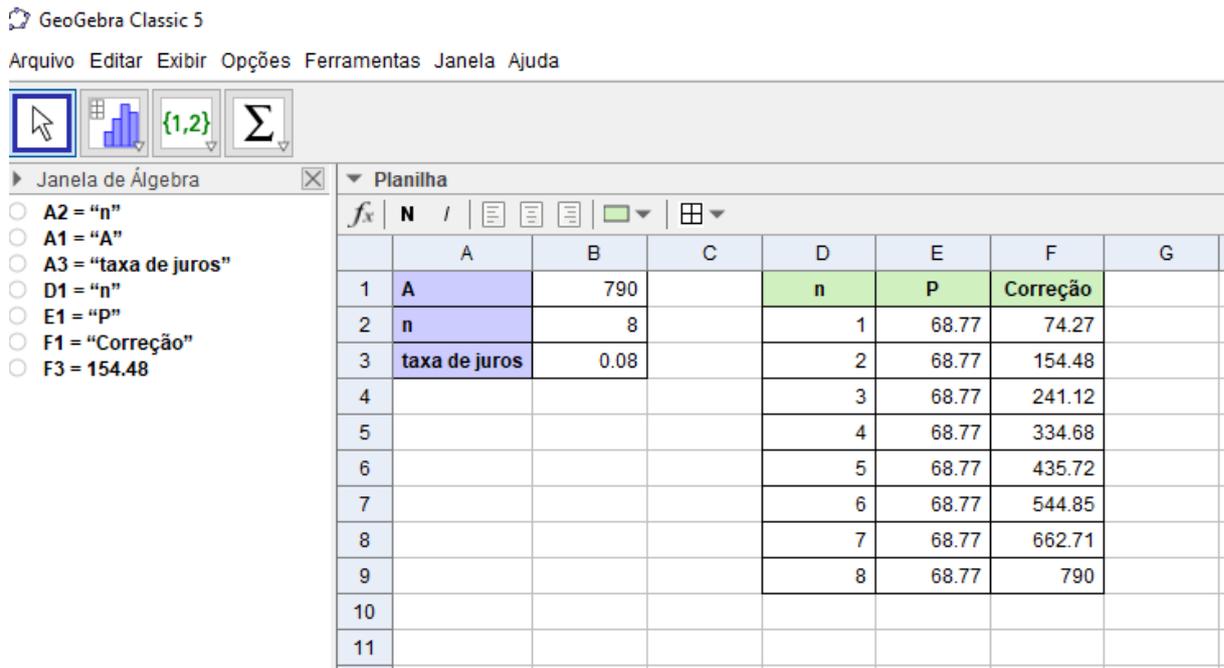


Figura 3.14: Exemplo 3.5 no Geogebra

3.5 Financiamento com Prestações Fixas

Podemos entender o Financiamento com Prestações Fixas como o parcelamento de uma dívida em prestações de igual valor, pagas mensalmente - no mesmo dia -, com taxa de juros compostos fixa, acordada no ato de contratação da operação. Ou seja, é um caso de *amortização*, mais especificamente, o Sistema de Amortização Price (ou Francês). Desta forma, podemos definir:

Definição 3.4. No *Sistema Price*, todas as prestações (pagamentos) são iguais, isto é, as prestações são fixas.

Podemos interpretar os pagamentos no Sistema Price como uma Série Uniforme de Pagamentos postecipada, visto que as prestações (pagamentos) são fixas, igualmente espaçadas no tempo e a primeira prestação é paga após um período de capitalização (por isso, diz-se postecipada). Sendo assim, podemos calcular o valor da prestação, a partir do valor de uma série uniforme de pagamentos postecipada, da seguinte maneira:

Definição 3.5. Sendo A o valor financiado a uma taxa de juros i por n períodos, o valor das prestações será dado por:

$$P = \frac{A \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Note que, é possível calcular também o valor financiado, a taxa de juros e o número de prestações. Para isso, basta isolar a variável procurada. Além disso, para resolver problemas deste tipo na Calculadora do Cidadão, basta preencher os campos cujas grandezas

foram dadas no problema e em seguida clicar no campo da grandeza procurada como mostra a figura seguinte.

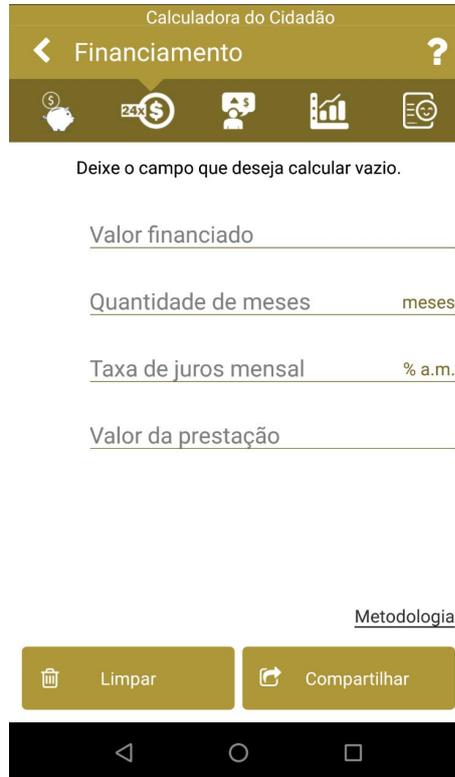


Figura 3.15: Financiamento com Prestações Fixas

Exemplo 3.6. Augusto deseja financiar uma quantia R\$ 8.000,00 para inteirar na compra de uma motocicleta. Seu banco, oferece o financiamento com prestações fixas com uma taxa de 5% ao mês para se pagar em 7 meses. Calcule o valor das prestações.

Dados do problema:

$$VA = 8.000,00$$

$$n = 7$$

$$i = 5\% = 0,05$$

(I) Solução a partir da expressão do valor das prestações:

$$P = \frac{8.000 \cdot 0,05}{1 - (1 + 0,05)^{-7}}$$

$$P = 1.382,56$$

Portanto, Augusto pagará sete parcelas de R\$ 1.382,56.

(II) Solução com a Calculadora do Cidadão:

Preenchendo os campos valor financiado, quantidade de meses e taxa de juros mensal, por R\$ 8.000, 7 e 5%, respectivamente, e em seguida clicando no campo valor da prestação, obtemos R\$ 1.382,56. Como mostra a figura a seguir.



Figura 3.16: Solução Exemplo 3.6

Após obtermos o valor da prestação, é interessante contruirmos uma **Tabela Price** na Planilha de Cálculo do Geogebra. Tendo em vista que cada pagamento (constante) é a soma do valor amortizado com o valor dos juros, podemos contruir a Tabela Price do exemplo 3.6 no Geogebra:

GeoGebra Classic 5

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Janela de Álgebra

- B1 = "Juros"
- C1 = "Amortização"
- E1 = "Saldo devedor"
- A10 = "Total"
- G1 = "Taxa de Juros"

Planilha

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Juros	Amortização	Pagamento	Saldo devedor		Taxa de Juros	0.05	
2	0				8000				
3	1	400	983	1.382,56	7017				
4	2	351	1032	1.382,56	5986				
5	3	299	1083	1.382,56	4902				
6	4	245	1137	1.382,56	3765				
7	5	188	1194	1.382,56	2571				
8	6	129	1254	1.382,56	1317				
9	7	66	1317	1.382,56	0				
10	Total	1678	8000	9678					
11									
12									

Figura 3.17: Tabela Price do Exemplo 3.6

3.6 Correção de Valores

Outro serviço disponível na Calculadora do Cidadão é a correção de valores. Consiste em atualizar uma quantia, usando um índice econômico (IPC-A, IGP-DI, IGP-M, *etc.*), ou utilizando a Selic, CDI, como também, a correção de valores aplicados na poupança. Isto é, multiplicar o valor a ser corrigido (V_0) pelo fator acumulado do índice de referência (j_{ac}), em que:

$$j_{ac} = \prod_{i=1}^n (j_i + 1)$$

Assim,

$$VC = V_0 \cdot \prod_{i=1}^n (j_i + 1) \quad (3.3)$$

Correções deste tipo são facilmente realizadas no aplicativo, pois ele tem acesso à base de dados dos índices de correção dos períodos a serem investigados. Por isto, observamos que realizar tais correções manualmente seria muito trabalhoso.

3.6.1 Correção de Valores por Índices de Preços

Para corrigir um valor segundo o índice de preços, primeiro, selecionamos o índice para correção que pode ser, entre outros:

- O Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M), medido pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), a partir de junho de 1989;
- O Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC), medido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), desde setembro de 1979;
- O Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPC-A) medido pelo IBGE, a partir de janeiro de 1980;
- O Índice de Preços ao Consumidor Amplo Especial (IPCA-E) medido pelo IBGE, a partir de janeiro de 1992;
- O Índice de Preços Disponibilidade Interna (IGP-DI), medido pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), a partir de junho de 1944;
- O Índice de Preço do consumidor (IPC-Brasil), medido pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), a partir de junho de 1990.

Escolhido o índice para correção, preenchemos em seguida os campos data inicial (mês/ano), data final (mês/ano), valor a ser corrigido e, por último, clicamos no campo valor a ser corrigido.



Figura 3.18: Correção de Valores Por Índices de Preços

A metodologia de correção é a multiplicação do valor a ser corrigido (ou 1 se não informado) pelo fator acumulado do índice de referência. São usados no cálculo os índices da data inicial e da data final. Assim sendo, caso deseje a correção por apenas um mês, o usuário deve informar a data inicial igual e a data final. Vejamos um exemplo de correção pelo IPC-A.

Exemplo 3.7. Um valor de R\$ 1.500,00 foi corrigido pelo Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M), de 01/10/2019 a 01/10/2020. Calcule o valor final após a correção.

Dados do problema:

Valor a ser corrigido: R\$ 1.500,00

Data inicial: 01/10/2019

Data final: 01/10/2020

Para resolver este problema pela Calculadora do Cidadão primeiro seleciona-se IGP-M (FGV) no índice de correção, em seguida preenche-se os campos data inicial, data final e valor corrigido por 10/2019, 10/2020 e 1.500, respectivamente. Por último, clica-se fora para obter o valor corrigido.



Figura 3.19: Correção de Valores pelo IGP-M

Para fins didáticos, podemos simplificar a realidade e pensar em um problema de desvalorização da moeda em função *inflação* em um período utilizando os dados e os cálculos fornecidos pela Calculadora do Cidadão.

Primeiramente, podemos entender por **inflação** o fenômeno do aumento persistente e generalizado dos preços de bens e serviços, com consequente perda de poder aquisitivo da moeda. O fenômeno contrário, chamamos de *deflação*.

Usualmente, a inflação é medida segundo a composição de uma cesta básica de produtos com quantidades bem determinadas. Em seguida, mês a mês, os preços desses produtos são coletados e, então, com base nos preços médios de cada produto, obtém-se o valor da cesta básica. A *taxa de inflação* mensal é a variação percentual do valor da cesta básica calculada entre um mês e o mês anterior.

Existem muitos índices oficiais de inflação, cada qual caracterizado pelos produtos da cesta básica, pela metodologia de cálculo ou pelo período e local de coleta de preços. Ex.: IPCs índices de preços ao consumidor, IPA índices de preços no atacado, INCC índice nacional de custo da construção, *etc..*

O IBGE produz dois dos mais importantes índices de preços: o **IPC-A** (índice nacional de preços ao consumidor amplo), considerado o oficial pelo governo federal, e o **INPC** (índice nacional de preços ao consumidor). O propósito de ambos é o mesmo, medir a variação de preços de uma cesta de produtos e serviços consumida pela população. O resultado mostra se os preços aumentaram ou diminuíram de um mês para o outro.

O IPC-A engloba uma parcela maior da população. Ele aponta a variação do custo de vida médio de famílias com renda mensal de 1 e 40 salários mínimos. Aqui itens como a gasolina, cinema, teatro têm peso maior que no INPC, enquanto itens como arroz, feijão, leite, frutas, gás de cozinha, passagens de ônibus têm peso menor que no INPC. O INPC verifica a variação do custo de vida médio apenas de famílias com renda mensal de 1 a 5 salários mínimos. Esses grupos são mais sensíveis às variações de preços, pois tendem a gastar todo o seu rendimento em itens básicos, como alimentação, medicamentos, transporte etc.

Agora, podemos fazer o problema de desvalorização da moeda.

Exemplo 3.8. No período de 01/01/2018 até 01/10/2020 e supondo que a inflação é dada somente pelo IPC-A, qual é a perda do poder aquisitivo da moeda?

Consideremos um valor arbitrário da moeda, por exemplo, R\$ 1000,00. Suponhamos que, no início do período, o valor da cesta básica seja de R\$ 100,00 (valor arbitrário). O poder aquisitivo de R\$ 1000,00 equivale a quanto esse valor consegue comprar de um produto (no caso, a cesta básica). No caso, o poder aquisitivo de R\$ 1000,00 é $\frac{1000}{100} = 10$ cestas básicas.

Utilizando a Calculadora do Cidadão, vemos que no final do período, o valor da cesta básica subiu de R\$100 para R\$ 110,61. Como podemos verificar na imagem a seguir:



Figura 3.20: Correção de R\$ 100,00 pelo IPC-A

Com isso, o valor de R\$ 1000,00 comprará no final do período $\frac{1000}{110,61} \approx 9,04$ cestas básicas.

Temos a variação percentual do poder aquisitivo:

$$\frac{9,04}{10} - 1 = -9,6\%$$

Portanto, a moeda teve uma perda de poder aquisitivo de 9,6% no período.

3.6.2 Correção de Valores pela Caderneta de Poupança

Se a correção se basear na caderneta de poupança, analogamente o usuário deve selecionar o Índice Poupança Nova (desde 04/05/2012) ou Velha Poupança (se for uma aplicação feita até 03/05/2012), em seguida preencher os campos data inicial (mês/ano), data final (mês/ano), valor a ser corrigido e por último clicar fora dos campos para obter o valor corrigido.

O rendimento das duas modalidades da poupança é dado por:

- A rentabilidade da “**nova poupança**” depende da Selic. Se a Selic atingir 8,5% ou menos, a poupança, renderá 70% da Selic acrescido da TR (Taxa Referencial). Se a Selic ficar acima de 8,5% ao ano, a rentabilidade será da TR mais 0,5% do montante ao mês.
- A rentabilidade da “**velha poupança**” é sempre a TR mais 6,17% do montante ao ano (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2019).

Exemplo 3.9. Se tenho R\$ 20.000,00 em 01/10/2018 aplicados na Velha Poupança, qual será o montante final em 01/10/2020?

Dados do problema:

Valor a ser corrigido: R\$ 20.000,00

Data inicial: 01/10/2018

Data final: 01/10/2020

Primeiro selecionamos o índice Poupança Velha (até 03/05/2012). Em seguida preenchemos os campos data inicial com 01/10/2018, data final com 01/10/2020 e valor corrigido com 20.000. Por fim, clicamos fora para obter o valor corrigido.



Figura 3.21: Solução Exemplo 3.9

Portanto, o montante final será de R\$ 22.543,20.

Exemplo 3.10. Se tenho R\$ 20.000,00 em 01/10/2018 aplicados na Nova Poupança, qual será o montante final em 01/10/2020?

Dados do problema:

Valor a ser corrigido: R\$ 20.000,00

Data inicial: 01/10/2018

Data final: 01/10/2020

Primeiro selecionamos o índice Poupança Nova (desde 04/05/2012). Em seguida preenchemos os campos data inicial com 01/10/2018, data final com 01/10/2020 e valor corrigido com 20.000. Por fim, clicamos fora para obter o valor corrigido.

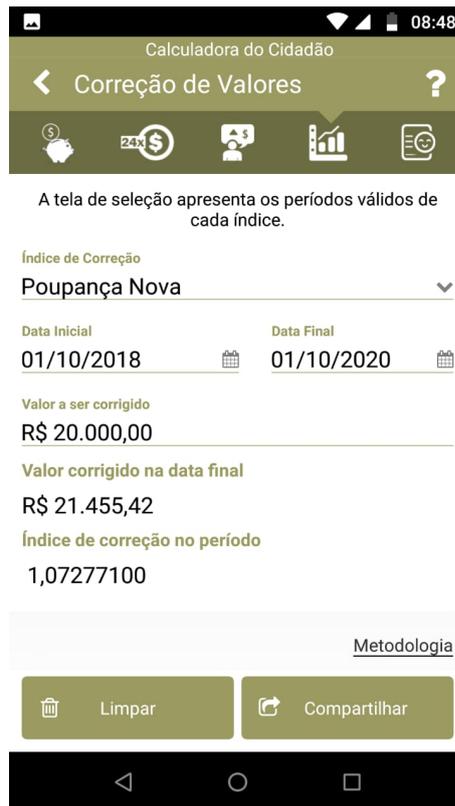


Figura 3.22: Solução Exemplo 3.10

Portanto, o montante final será de R\$ 21.455,42.

Convém ressaltar que os rendimentos da poupança são creditados mensalmente, na data equivalente à data de aplicação (data-base). Dessa forma, se uma aplicação na poupança for resgatada antes de chegar a sua primeira data-base, não fará jus a qualquer correção, e o valor final será igual ao inicial.

3.6.3 Correção de Valores pela Taxa Selic

A taxa **Selic** representa os juros básicos da economia brasileira. Os movimentos da Selic influenciam todas as taxas de juros praticadas no país – sejam as que um banco cobra ao conceder um empréstimo, sejam as que um investidor recebe ao realizar uma aplicação financeira.

A Selic tem esse nome por conta do *Sistema Especial de Liquidação e de Custódia*, um sistema administrado pelo Banco Central em que são negociados títulos públicos federais. A taxa média registrada nas operações feitas diariamente nesse sistema equivale à taxa Selic.

Se a correção do valor for pela Selic, o procedimento é análogo às correções anteriores. Selecionamos, no índice de correção a opção Selic-desde 07/1994, em seguida preenchemos os campos data inicial (dia/mês/ano), data final (dia/mês/ano) e valor a ser corrigido. Por fim, clicamos fora dos campos para obter o valor corrigido.

Uma observação importante é que as datas informadas devem ser dias úteis. Caso contrário, os cálculos são feitos considerando o primeiro dia útil seguinte.

Exemplo 3.11. Um valor de R\$ 7.500,00 foi corrigido pela Selic de 01/01/2018 a 01/10/2020. Qual o valor após a correção?

Dados do problema:

Valor a ser corrigido: R\$ 7.500,00;

Data inicial: 01/01/2018;

Data final: 01/10/2020.

Seleciona-se no índice Selic - desde 04/06/1986, em seguida preenche-se os campos data inicial, data final e valor corrigido por 01/01/2018, 01/10/2020, 7.500, respectivamente. Por fim, clicando fora dos campos obtemos o valor corrigido.



Figura 3.23: Solução Exemplo 3.11

Vale ressaltar que, corrigir um valor (seja pelo índice de preços, pela remuneração da poupança, o índice de inflação ou mesmo pela taxa Selic) manualmente é inviável, pois normalmente não dispomos do índice de correção do período, além de que seria um trabalho hercúleo.

Capítulo 4

Considerações Finais

O desenvolvimento do presente trabalho possibilitou conhecer, de forma mais profunda, os *softwares* Geogebra e Calculadora do Cidadão como ferramentas didáticas no ensino de Matemática Financeira, bem como, para a prática da Educação Financeira, ao passo que, o processo de descrever suas funcionalidades e investigar como e em quais problemas financeiros eles são úteis, amplia e enriquece a bagagem metodológica e de conhecimentos, que são imprescindíveis na prática docente.

Os Capítulos 1 e 2, ao tratarem sobre a história e os princípios da Educação Financeira, como também do ensino da matemática financeira e das tecnologias digitais, evidenciam a relevância - já muito discutida na literatura de Educação Matemática - de que conhecer, investigar, experimentar e refletir sobre alternativas metodológicas (como aqui tratado, as tecnologias digitais) é papel do professor que busca aprimorar sua prática.

O Capítulo 3, que em suas seções explorou cada serviço da calculadora do cidadão e trouxe elucidacões sobre cada operação financeira e os conteúdos matemáticos nelas presentes, trouxeram problemas de importante relevância social - visto que são situações reais do cotidiano financeiro das pessoas - servem como fichas de atividades voltadas para o ensino médio. O processo de construí-las (planejando, avaliando e reformulando) aprimorou a capacidade de fazer planejamento pedagógico, no sentido que destaca Fusari (1989), o planejamento pedagógico deve ser “concebido, assumido e vivenciado no cotidiano da prática social docente, como um processo de reflexão.”

Além disso, utilizar a Planilha de Cálculo do Geogebra e a Calculadora do Cidadão em atividades bem planejadas de acordo com a realidade de cada turma, pode contribuir positivamente no processo de ensino-aprendizagem dos alunos, na medida em que torna o ensino de matemática mais dinâmico e interativo.

Referências Bibliográficas

- [1] AMORIM, Vitor. **O ensino de matemática financeira: do livro didático ao mundo real**. Rio de Janeiro: SBM, 2016.
- [2] ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- [3] ALMEIDA, A.C. **Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública**. 2004. 62 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas: 2004.
- [4] ALMEIDA, P. C. Z. de. **Matemática financeira aplicada ao ensino fundamental e médio: ferramenta organizacional do orçamento doméstico**. 2017. 50 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio: 2017.
- [5] BANCO CENTRAL. **Relatório de Cidadania Financeira**. Brasília, 2018. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/nor/relcidfin/docs/Relatorio_Cidadania_Financeira.pdf. Acesso em: 05 de agosto de 2020.
- [6] BANCO CENTRAL. **Remuneração dos Depósitos de Poupança**. Brasília, 2019. Disponível em: <https://www4.bcb.gov.br/pec/poupanca/poupanca.asp?frame=1>. Acesso em: 05 de agosto de 2020.
- [7] BRANCO, A. C. C. **Matemática financeira aplicada: método algébrico, HP-12C, Microsoft Excel**. Pioneira Thomson Learning, 2005.
- [8] BRASIL, Casa Civil. **DECRETO Nº 10.393, DE 9 DE JUNHO DE 2020**. 2020. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2019-2022/2020/Decreto/D10393.htm. Acesso em: 09 de janeiro de 2021.
- [9] BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF)**. 2010. Disponível em: <http://vidaedinheiro.gov.br/>. Acesso em: 01 agosto de 2020.
- [10] BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2018.

-
- [11] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. PCN (1998). **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília. DF. 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>. Acesso em: 6 nov. 2020.
- [12] CAMPOS, C. R.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. Q. S. **Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 17, n. 3, 2015.
- [13] DATAFOLHA. **Raio X do investidor brasileiro**. 2019. Disponível em: https://www.anbima.com.br/pt_br/especial/raio-x-do-investidor-2019.htm. Acesso em: 20 mar. 2019.
- [14] D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas-SP, Papirus, 1996.
- [15] FUSARI, J. C. **O Planejamento do Trabalho Pedagógico: algumas Indagações e Tentativas de Respostas**. Centro de referência em Educação. 1989.
- [16] GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um Curso de Cálculo: vol. 4**. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2002.
- [17] HOHENWARTER, M. (2002). **GeoGebra-a software system for dynamic geometry and algebra in the plane**. Unpublished master's thesis, University of Salzburg, Austria.
- [18] IEZZI, G. MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Vol 11. Ed. Atual Editora. 7ª edição. 12-36 p.
- [19] LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio: vol 2**. 5. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. 308 p. 3 v.
- [20] MERCADO, Luis Paulo Leopoldo. **Formação Continuada de Professores e Novas Tecnologias**. Maceió: EDUFAL, 2003.
- [21] MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M.A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas - SP, Papirus, 2000.
- [22] NASCIMENTO, João Kerginaldo Firmino do. **Informática aplicada à educação**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.
- [23] MORGADO, A. C. **Progressões e matemática financeira**. SBM, 2005.
- [24] OCDE. **Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education** Paris: Compendium of OECD Legal Instruments, 2005. OECD/LEGAL/0338. Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/35108560.pdf>. Acesso:12/08/2020.

-
- [25] RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. **O ensino da matemática por meio de novas tecnologias.** Revista Modelos, v. 2, n. 2, 12-21, 2012.
- [26] SAITO, A.T.; SAVOIA, J. R. F.; PETRONI, L. M. **A educação financeira no Brasil sob a ótica da Organização de Cooperação e Desenvolvimento econômico – OCDE. IX SEMEAD.** Administração no Contexto Internacional. Seminários em Administração FEA-USP, 2006.
- [27] SANTOS, Eduardo Corrêa dos. **Educação Financeira: uma prática na escola.** 2018. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.
- [28] SANTOS, Adenilson Leite dos. **O Uso da Calculadora do Cidadão em Smartphones Como Ferramenta Didática no Ensino da Matemática Financeira no Ensino Médio.** 2018. 70 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.
- [29] STEWART, J. **Cálculo, vol. 2.** 6ª edição. Editora Thompson, 2010.
- [30] TESOURO NACIONAL. **Introdução ao Tesouro Direto.** Disponível em: http://www.tesouro.gov.br/documents/10180/572609/Modulo1_TesouroDireto+%282017%29/84cedb36-faa9-47fd-ae21-54459c804157. Acesso em: 10 abr. 2019.
- [31] TEZANI, Thaís Cristina Rodrigues. **A educação escolar no contexto das tecnologias da informação e da comunicação: desafios e possibilidades para a prática pedagógica curricular.** Bauru: Revistafaac, p. 35-45. vol. 1, n. 1, set. 2011.
- [32] VIEIRA FILHO, Wilson Teixeira. **Matemática Financeira: uma proposta para a resolução de situações-problema do material do ENEF tendo como ferramenta o Geogebra.** 2019. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Cruz das Almas, 2019.