

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PILARES MISTOS
DE AÇO E CONCRETO COM SEÇÃO CIRCULAR PREENCHIDA**

Alberto Brigeel Noronha de Menezes

São Carlos
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PILARES MISTOS
DE AÇO E CONCRETO COM SEÇÃO CIRCULAR PREENCHIDA**

Alberto Brigeel Noronha de Menezes

Dissertação de Mestrado apresentado ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal
de São Carlos

Área de Concentração: Estruturas e
Geotecnia

Orientador: Prof. Dra. Silvana De Nardin

São Carlos
2020



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Alberto Brigeel Noronha de Menezes, realizada em 28/02/2020:

Prof. Dra. Silvana de Nardin
UFSCar

Prof. Dr. Caio Gorla Nogueira
UNESP

Prof. Dr. Jose Benaque Rubert
UFSCar

Certifico que a defesa realizou-se com a participação à distância do(s) membro(s) Caio Gorla Nogueira e, depois das arguições e deliberações realizadas, o(s) participante(s) à distância está(ão) de acordo com o conteúdo do parecer da banca examinadora redigido neste relatório de defesa.

Prof. Dra. Silvana de Nardin

Dedico à minha mãe, Neuma Noronha, que é a principal razão dessa etapa estar sendo concluída e quem mais sentiu as dificuldades dessa fase da minha vida longe de casa.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Neuma Noronha, por ter me apoiado desde a decisão de fazer mestrado longe de casa, ter suportado nossa distância e ser a primeira em me incentivar sempre na vida.

À toda minha família, em especial à minha tia, Núbia Noronha, por ter sido um conforto pra minha mãe nesse tempo difícil sempre que possível.

À minha orientadora, Silvana De Nardin, por todo o conhecimento, suporte e paciência que recebi durante esse período tão importante.

Ao PPGE Civ e DECiv, em nome de todo seu corpo docente e demais funcionários, pelo conhecimento obtido no decorrer do mestrado e suporte sempre que necessário.

À Helenilde e Francisco, por terem sido um porto seguro onde eu podia sempre contar para qualquer situação, uma verdadeira casa longe de casa.

Aos amigos do PPGE Civ pela presença, companhia e ajuda tanto no dia a dia das aulas e horas de estudo e pesquisa, como fora da universidade em diversos momentos de convivência.

Aos amigos, com quem dividi moradia e tiveram uma presença tão marcante e importante nesses anos que os considero os irmãos que nunca tive.

Aos demais amigos que conheci por meio dos anteriores nesta fase em São Carlos e que de alguma forma tiveram presentes em diversos momentos e fizeram eu sentir que o tempo vivido foi marcante.

Aos amigos que ficaram em Sergipe, em Itabaiana e Aracaju, que mesmo a distância estavam a disposição para suportes e compartilharam experiências que me ajudaram muitas vezes.

RESUMO

O estudo desenvolvido trata da análise de confiabilidade estrutural de pilares mistos preenchidos com seção circular submetidos a compressão axial centrada. Este tipo de seção mista apresenta elevada capacidade resistente quando comparada a pilares com outras geometrias e materiais devido, principalmente, ao efeito de confinamento promovido pelo tubo de aço ao núcleo de concreto. A análise de confiabilidade estrutural busca avaliar a probabilidade de falha no atendimento de estados limites e foi aplicada às formulações propostas pelas normas ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017) para pilares preenchidos comprimidos axialmente. O objetivo foi obter os índices de confiabilidade e fatores de sensibilidade associados às variáveis que influenciam na análise como as resistências de aço e concreto, ações permanentes e variáveis e erro de modelo para cada norma. Para isso, o ponto de partida foi a construção de um amplo banco de dados com valores de força última experimentais. Foi elaborado código computacional considerando o método FORM; tal código foi utilizado em um estudo paramétrico no qual foram avaliados diversos valores de resistência e dimensões geométricas. Verificou-se que a ABNT NBR 8800 (2008) foi a única norma a atender o índice de confiabilidade alvo, em função de ser a norma mais conservadora dentre as avaliadas. A EN 1994-1-1 (2004) apresentou a menor dispersão de resultados do erro de modelo, porém não atingiu o índice alvo. Já a AS/NZS 2327 (2017) apresentou a menor média de erro de modelo, porém a alta dispersão de resultados impactou numa redução do índice de confiabilidade. O fator que mais impactou no resultado foi a ação variável, devido seu coeficiente de variação elevado. A resistência do concreto e a avaliação do erro de modelo também foram de grande influência. As demais variáveis interferiram pouco nos resultados obtidos.

Palavras-chave: Confiabilidade estrutura, erro de modelo, pilar misto preenchido, compressão axial.

ABSTRACT

The developed study deals with the analysis of structural reliability of circular concrete filled steel tube columns under concentric axial load. This type of composite column presents high load capacity when compared to columns with other geometries and materials, mainly due to the confinement effect promoted by the steel tube in the concrete core. A structural reliability analysis seeks to evaluate the probability of failure to meet the limit states and was applied in the formulations applicable to the standards ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) and AS / NZS 2327 (2017) for axially compressed columns. The objective was to obtain the reliability indexes and sensitivity factors associated with variables that influence the analysis such as steel and concrete strength, dead and live loads and model error for each standard. For this, the starting point was the construction of a large database with ultimate load values. Computational code was elaborated considering the FORM method; this code was used in a parametric study in which several values of resistance and geometric dimensions were used. It was found that ABNT NBR 8800 (2008) was the only standard to reach the target index, as it is a more conservative standard among those available. EN 1994-1-1 (2004) has the lowest dispersion of model error results, but has not reached the target index. In AS / NZS 2327 (2017), however, it presents the lowest average model error, but with a high dispersion of results influenced the reduction of the reliability index. The factor that most influenced the result was the live load, due to its high coefficient of variation. The concrete strength and the evaluation of the model error were also of great influence. The other variables had little effect on the results.

Key words: Structural reliability, Model error, CFST columns, Axial compression.

1. INTRODUÇÃO.....	10
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	10
1.1.1 PILARES MISTOS PREENCHIDOS	10
1.1.2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	13
1.2 OBJETIVOS	16
1.3 JUSTIFICATIVA E ESCOPO	16
1.4 METODOLOGIA.....	18
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	19
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1 PILARES PREENCHIDOS DE SEÇÃO CIRCULAR.....	21
2.2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	24
2.2.1 HISTÓRICO DA ANÁLISE BASEADA EM PROBABILIDADE.....	25
2.3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PILARES MISTOS.....	29
3. APLICAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL A PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE SEÇÃO CIRCULAR.....	35
3.1 EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE ÚLTIMO	35
3.2 ÍNDICES ALVO	36
3.3 PARÂMETROS DE ENTRADA	37
3.3.1 VARIÁVEIS DE AÇÃO E RESISTÊNCIA	37
3.3.2 ERRO DE MODELO	39
3.4 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO	41
3.5 ALGORITMOS DE CÁLCULO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL ...	43
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	53
4.1 DEFINIÇÃO DO BANCO DE DADOS	53
4.2 CÁLCULO DO ERRO DE MODELO	55
4.3 CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DAS AMOSTRAS.....	58
4.4 CORRELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	60
4.5 ÍNDICES DE CONFIABILIDADE E FATORES DE SENSIBILIDADE	61
4.5.1 RELAÇÃO AÇÃO VARIÁVEL / AÇÃO PERMANENTE (L_n/D_n)	63
4.5.2 ESBELTEZ LOCAL	66
4.5.3 RESISTÊNCIA A COMPRESSÃO DO CONCRETO.....	68
4.5.4 RELAÇÃO COMPRIMENTO / DIÂMETRO L/D	69
4.5.5 FATORES DE SENSIBILIDADE AVALIADOS PELA VARIAÇÃO DA RELAÇÃO L_n/D_n	70
4.5.6 OUTROS RESULTADOS	72
4.6 COMENTÁRIOS FINAIS.....	75
5. CONCLUSÕES.....	77

5.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	78
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	79
	APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÕES TEÓRICAS DE PROBABILIDADE.....	88
	DISTRIBUIÇÕES COMUNS.....	90
	APÊNDICE B – CAPACIDADE RESISTENTE A COMPRESSÃO AXIAL CENTRADA – FORÇA NORMAL RESISTENTE.....	96
	APÊNDICE C – MÉTODOS DE CÁLCULO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	104

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

1.1.1 PILARES MISTOS PREENCHIDOS

O ramo da construção civil, como uma indústria, exige produtividade. O Brasil, cada vez mais se alinha às práticas de alto ganho produtivo desenvolvidas nos países mais industrializados. A experiência internacional aponta para uma maior preocupação com o planejamento prévio e consequente cuidado na escolha do sistema construtivo.

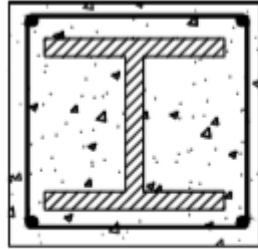
Os elementos mistos de aço e concreto são uma opção interessante para reduzir o tempo de execução, o custo com materiais e mão de obra e reduzir a geração de resíduos de construção. Tais elementos estruturais consistem em perfis de aço trabalhando em conjunto com o concreto e formando o elemento misto de aço e concreto. Diferentemente dos elementos em concreto armado, no caso dos elementos mistos, o aço é apresentado na forma de perfis, podendo ou não requerer armaduras na forma de barras.

A consolidação deste tipo de elemento misto data, mundialmente, do início da década de 1970 e se tornou mais comum no Brasil a partir da década de 1990. Desde então, a utilização de elementos mistos vem crescendo consideravelmente. A combinação dos materiais aço e concreto na forma de elementos mistos permite uma grande variabilidade de geometrias de seção transversal. Dependendo dos componentes, é possível obter lajes mistas, vigas mistas e pilares mistos. Este último é o objeto de estudo do presente trabalho

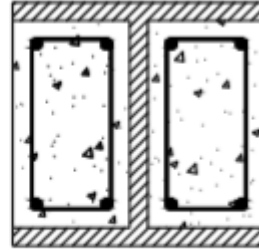
Quanto aos pilares, as configurações previstas pela norma brasileira (ABNT NBR 8800, 2008) são apresentadas na Figura 1.1. Porém, outros tipos de seções são usados em sistemas estruturais de edifícios diversos (Figura 1.2). Os pilares mistos de aço e concreto se classificam quanto à posição do perfil de aço em relação ao concreto, podendo ser seções revestidas ou preenchidas (Figura 1.1). As seções totalmente (Figura 1.1a) e parcialmente revestidas (Figura 1.1b) são caracterizadas pelo revestimento, total ou parcial, do perfil I de aço; no caso das seções totalmente revestidas, o concreto envolve completamente o perfil de aço, já na seção parcialmente revestida, apenas a região entre as mesas é preenchida. Quanto aos pilares preenchidos, são formadas por tubos de aço preenchidos com concreto, ou seja, nesse caso o concreto é posicionado no interior de tubos de aço com formato retangular (Figura 1.1c) ou circular (Figura 1.1d). Por fim, as barras de armadura longitudinal,

com espaçamentos como mostrado na Figura 1.1, são obrigatórias apenas nos pilares parcialmente (Figura 1.1b) ou totalmente revestidos (Figura 1.1a).

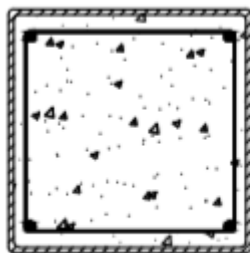
Figura 1.1: Seções de pilares mistos previstos pela norma brasileira: (a) totalmente revestido; (b) parcialmente revestido; (c) preenchido retangular; (d) preenchido circular.



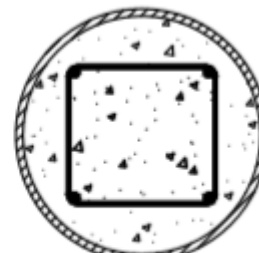
a) Pilar Misto Revestido



b) Pilar Misto Parcialmete Revestido



c) Pilar Misto Preenchido

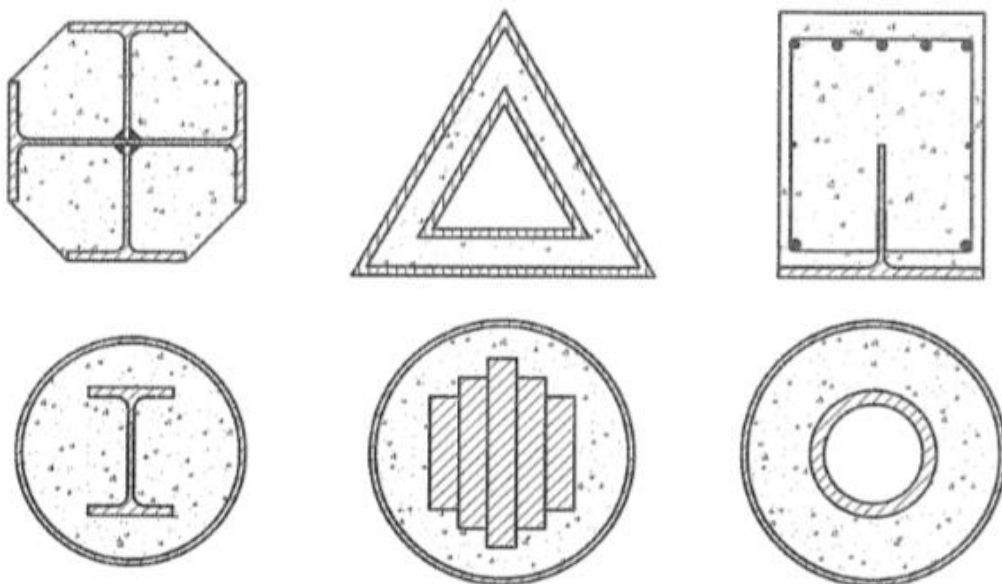


d) Pilar Misto Preenchido

Fonte: Próprio autor

Desde o início do século XX, a combinação de aço e concreto na forma de pilares mistos vem sendo investigada (BURR, 1912). Pilares revestidos (Figura 1.1a) tiveram suas primeiras utilizações decorrentes da necessidade de proteger o aço estrutural da ação de fogo e da corrosão.

Figura 1.2: Geometrias diversas para seção transversal de pilares mistos



Fonte: Adaptado de Calado e Santos (2015)

No início, o concreto era apenas um revestimento para isolamento térmico e, portanto, desprezado na previsão da capacidade resistente. Porém, foi observado, posteriormente que o concreto contribuía para a capacidade e que a consideração do comportamento conjunto dos materiais aço e concreto era favorável para o comportamento e a capacidade resistente do pilar. Em um primeiro estudo experimental com pilares mistos, Burr (1912) pilares de concreto armado que foram reforçados com chapas e cantoneiras parafusadas externamente, resultando na seção denominada *battened*. O número limitado de ensaios não permitiu uma generalização segura, porém mostrou considerável aumento na capacidade resistente.

No caso dos pilares mistos, a interação aço concreto é garantida pela aderência entre os materiais e admite-se que há repartição de cargas entre os componentes de acordo com a capacidade resistente de cada um. A aderência é composta, teoricamente, por três parcelas: adesão, que corresponde à ligação química entre os materiais; atrito, que é uma resposta a um esforço de contato e passa a ser mobilizada quando há tentativa de separação entre os materiais; e aderência mecânica, correspondente a bloqueios devidos a imperfeições naturais da fabricação ou propositais com a utilização de mossas, ranhuras ou conectores. No caso dos pilares, o mais comum é o uso de conectores de cisalhamento.

Pilares preenchidos dispensam fôrmas pois o perfil de aço funciona como tal durante a fase construtiva. Isso é um atrativo para sua utilização já que o perfil tubular resiste às ações durante a construção e pode ser preenchido posteriormente. Outra vantagem é a possibilidade de dispensar as barras longitudinais e transversais. Desta forma, reduz-se o tempo e a necessidade de trabalhos manuais na fase de execução.

Dentre as aplicações mais comuns, pilares mistos são empregados com frequência em edifícios de grandes alturas, devido à alta capacidade resistente em relação às dimensões da seção, como indica Bradford *et al.* (2002). Os autores avaliaram a possibilidade de utilizar perfis tubulares de tubos de parede fina em pilares preenchidos.

Os perfis tubulares preenchidos são empregados ainda em estacas de fundação e em pilares de pontes e viadutos, aplicações em que sua ductilidade favorece a dissipação de energia sísmica (MARSON E BRUNEAU, 2004) e apresentam também grande resistência a impactos laterais oriundos de possíveis acidentes (FUJIKURA *et al.*, 2008). A Figura 1.3 exemplifica obras que foram construídas com pilares mistos preenchidos de seção circular.

No caso particular dos pilares preenchidos de seção circular, há uma particularidade que se soma às até aqui apresentadas. A simetria radial (seção axissimétrica) promove o confinamento do núcleo de concreto, pois o tubo de aço impede sua expansão lateral e gera um estado de tensões triaxial no concreto. Desta forma, há um aumento da ductilidade do e da resistência concreto, como consequência, e a capacidade resistente do pilar é maior que

a soma das contribuições de cada um dos materiais individualmente. Para o aço, o efeito de confinamento produz uma resposta negativa, pois surgem forças de tração na direção circunferencial.

Figura 1.3: Obras de edifícios com pilares mistos preenchidos circulares



a) Edifício Concórdia Corporate, na cidade de Nova Lima – MG

b) Edifício Pátio da Marinha, na zona portuária da cidade do Rio de Janeiro – RJ

Fonte: a) <http://www.aquasolis.com.br/visualizacao-de-eventos/ler/70/nucleo-de-concreto-nova-lima-mg-30-08-2016>, acessado em 13/02/20; b) <https://www.arcoweb.com.br/projetodesign/tecnologia/case-aco-viabiliza-estrutura-arrojada>, acessado em 13/02/20.

Após a apresentação dos pilares mistos de aço e concreto, que são o objeto de estudo do presente trabalho, passa-se a abordar a ferramenta que será utilizada na análise, a confiabilidade estrutural.

1.1.2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A tomada de decisões na engenharia é feita com base em risco, definido como o produto do custo de uma falha pela probabilidade de sua ocorrência. É uma informação fundamental, principalmente em investimentos financeiros, e que viabiliza o empreendimento

a ser implantado. Quando se ultrapassa o nível de risco considerado aceitável, rejeita-se ou indicam-se medidas para mitigação dos efeitos prejudiciais em caso de incidente já ocorrido.

No tocante à análise estrutural, é de interesse a avaliação da probabilidade de falha da estrutura com relação a algum modo de ruptura ou a determinada condição de conforto estético ou de uso. Isto se deve às incertezas existentes tanto nas ações aplicadas sobre a estrutura quanto na resistência dos materiais e componentes estruturais. As incertezas decorrem tanto dos processos de produção das peças, no caso dos materiais, como do não conhecimento do uso definitivo da construção, uma vez que as ações podem variar com o tempo. A dependência ou não do tempo classifica as grandezas aleatórias como variáveis aleatórias (independentes) ou processos estocásticos (dependentes). Por outro lado, as situações de projeto são classificadas como: *persistentes*, quando se referem ao uso normal; *transientes*, quando relacionadas a condições temporárias; e *acidentais*, em caso de exposição a problemas excepcionais (*JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY*, 2001).

No passado, os processos de dimensionamento e de verificação de projeto eram baseados em tensões admissíveis nos materiais; nesse caso, fatores de segurança eram arbitrados empiricamente, a partir da experiência dos projetistas e consolidada pelo meio técnico. No entanto, esse método não representava as variabilidades inerentes ao processo de projeto, execução e uso das edificações e, na década de 1970, houve um forte movimento para mudança das normas em direção à filosofia de estados limites. Dois requisitos básicos precisam ser atendidos durante a vida útil da edificação: segurança contra o colapso e capacidade de serviço.

Aqueles estados limites que dizem respeito à segurança são denominados estados limites últimos e incluem colapso devido a esmagamento, ruptura, flambagem, instabilidades e escorregamentos, etc. Estados limites que se referem ao uso da construção recebem o nome de estados limites de serviço e englobam deflexões excessivas, fissuração, vibrações e deformações excessivas ou permanentes, etc. Esses últimos não implicam, necessariamente, em ruptura da estrutura e estão associados, comumente, a desconfortos do usuário. Naturalmente, o não atendimento a estados limites de serviço pode levar a ruptura.

Cada condição indesejável (modo de falha) é representada nas normas técnicas e sua verificação se dá por meio de uma equação (ou conjunto de equações). Os parâmetros presentes na análise são acompanhados por fatores de ponderação que podem ser de minoração no caso da resistência dos materiais e de majoração no caso das ações. Todos os fatores são baseados em considerações probabilísticas. Para as ações, há ainda a noção de

situação favorável ou desfavorável que, respectivamente, desconsidera ou acrescenta coeficientes ao cálculo a fim de obter a pior situação de projeto.

A confiabilidade estrutural (denotada pela letra C) é definida como o complemento da probabilidade de falha (P_f), isto é, $C = 1 - P_f$. A ordem de grandeza da probabilidade de falha de estruturas é pequena, tipicamente varia entre 10^{-3} e 10^{-6} . Valores de probabilidades de falha P_f estão associados a respectivos valores de índices de confiabilidade, β . A fim de exemplificar, a Tabela 1.1 apresenta alguns valores de índice de confiabilidade β e probabilidade de falha P_f e os associa às consequências da falha.

Tabela 1.1: Impacto do índice de confiabilidade e respectiva probabilidade de falha associada

Medida relativa do custo de segurança	Consequências leves de falha	Consequências moderadas de falha	Consequências graves de falha
Grande (A)	$\beta = 3,1$ (pf $\approx 10^{-3}$)	$\beta = 3,3$ (pf $\approx 10^{-4}$)	$\beta = 3,7$ (pf $\approx 10^{-4}$)
Normal (B)	$\beta = 3,7$ (pf $\approx 10^{-4}$)	$\beta = 4,2$ (pf $\approx 10^{-5}$)	$\beta = 4,4$ (pf $\approx 10^{-6}$)
Pequeno (C)	$\beta = 4,2$ (pf $\approx 10^{-5}$)	$\beta = 4,4$ (pf $\approx 10^{-6}$)	$\beta = 4,7$ (pf $\approx 10^{-6}$)

Fonte: Adaptado de ISO 2394 (1998)

Um parâmetro que pode ser incorporado à análise de confiabilidade é o *erro de modelo*. Tal parâmetro é definido como a razão entre Forças de ruptura obtidas em ensaios (valores experimentais) e Forças de ruptura calculadas a partir do modelo teórico prescrito por uma determinada norma técnica, excluindo os coeficientes de ponderação próprios do código normativo em questão. Ou seja, o erro de modelo é calculado com valores teóricos característicos e valores experimentais medidos em ensaios.

Há diversos métodos para o cálculo da probabilidade de falha P_f . Estes métodos se dividem basicamente em métodos de transformação e métodos baseados na simulação de Monte Carlo. Dentre os primeiros, os métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM – First Order Reliability Method), e de segunda ordem (SORM – Second Order Reliability Method), são os mais utilizados. O índice confiabilidade β é associado ao módulo do vetor que indica o ponto de projeto, que corresponde à configuração de projeto com maior probabilidade de ocorrência da falha e cuja obtenção será detalhada no decorrer do trabalho. A influência de cada variável é dada pelo fator de sensibilidade, α , que corresponde aos cossenos diretores do vetor resultante.

Por outro lado, métodos que utilizam a simulação de Monte Carlo muitas vezes são tidos como métodos “exatos” porque, teoricamente, tendem ao resultado exato para um grande número de simulações. As simulações consistem em obter valores randômicos das variáveis aleatórias estudadas e aplicá-las à equação de estado limite de forma a obter um resultado positivo (seguro) ou negativo (falha). A razão entre o número de falhas e a

quantidade total de simulações indica qual a probabilidade de falha do problema. Embora tenham a limitação do maior custo computacional envolvido, em alguns casos, a simulação de Monte Carlo é associada a diversas técnicas a fim de reduzir este custo.

Uma vez contextualizados os pilares mistos e a confiabilidade estrutural, a seguir são apresentados os objetivos do presente estudo.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal desse estudo foi avaliar o índice de confiabilidade β de pilares mistos preenchidos, de seção circular, considerando apenas os estados limites últimos relativos à compressão axial centrada. Para isso serão utilizadas as recomendações e estados limites últimos das seguintes normas técnicas: ABNT NBR 8800 (2008), norma australiana e neozelandesa AS/NZS 2327 (2017) e europeia EN 1994-1-1 (2004) – Eurocode 4.

E os objetivos específicos foram:

- Elaborar um banco de dados de experimentos disponíveis na literatura que correspondem a pilares mistos preenchidos circulares sob força axial centrada e que atendam às exigências de aplicabilidade de cada norma considerada no estudo;
- Caracterizar o erro de modelo para definir os parâmetros da amostra e o ajuste do tipo de distribuição teórica representativa;
- Obter os índices de confiabilidade β , probabilidade de falha P_f e fatores de sensibilidade α a partir de uma parametrização das variáveis que interferem no problema;
- Avaliar a influência nos índices de confiabilidade do erro de modelo de cada uma das normas estudadas e sua tendenciosidade, para classificá-las quanto ao seu conservadorismo e atendimento dos índices-alvo referenciados;
- Avaliar a influência de cada um dos parâmetros e das variáveis aleatórias no resultado dos índices de confiabilidade obtidos.

1.3 JUSTIFICATIVA E ESCOPO

No que se refere ao elemento estrutural pilar misto preenchido, são elementos que possuem alta capacidade resistente com seção transversal reduzida, o que viabiliza sua utilização em estruturas diversas. Dentre os pilares preenchidos, aqueles de seção circular apresentam efeito de confinamento que aumenta a ductilidade do concreto e aumenta sua

resistência, viabilizando a utilização de concretos de alta resistência. Na literatura é encontrado um conjunto significativo de resultados experimentais relativos a pilares preenchidos de seção circular submetidos a compressão axial centrada, no entanto, esses resultados não foram avaliados, até o momento, quanto à confiabilidade estrutural.

Do ponto de vista da análise de confiabilidade estrutural, seu principal objetivo é a avaliação da probabilidade de falha no atendimento a estados limites. O estudo de pilares tem extrema importância pois que são elementos que compõem o sistema estrutural das edificações e têm a função de transmitir as forças verticais do pavimento para os elementos de fundação, além de serem responsáveis pela estabilidade da construção.

Aplicar a confiabilidade estrutural aos pilares mistos preenchidos de seção circular, visando avaliar as probabilidades de falha, consiste numa temática importante, pois envolve técnicas modernas de análise aplicadas a um elemento estrutural com características estruturais e construtivas interessantes. Trata-se de um estudo em uma linha bastante incipiente no Brasil e que contribui para divulgar e ampliar a utilização dos elementos mistos de aço e concreto.

Nesse contexto, como se trata de um tema amplo, este trabalho se delimita a estudar:

- Estruturas mistas, dentre os sistemas estruturais possíveis;
- Pilares, dentre os elementos estruturais presentes na edificação;
- Seções circulares preenchidas, dentre as diversas possibilidades de seções transversais mistas (revestidas, total ou parcialmente, e retangular preenchida);
- Como prescrito pelas normas de dimensionamento/verificação de pilares mistos, consideração de interação completa aço-concreto;
- Estado Limite Último de compressão axial centrada, dentre os possíveis modos de falha;
- Solicitação de curta duração, sem consideração dos efeitos de cargas de longa duração;
- Equações para determinação da força normal resistente contidas nas normas técnicas ABNT NBR 8800 (2008), norma australiana e neozelandesa AS/NZS 2327 (2017) e europeia EN 1994-1-1 (2004) – Eurocode 4.

A partir dos objetivos descritos no item 1.2 e levando em conta o escopo aqui posto, foi adotada a metodologia descrita a seguir para a obtenção do índice de confiabilidade de pilares preenchidos de seção circular submetidos a compressão axial centrada.

1.4 METODOLOGIA

A metodologia para a obtenção do índice de confiabilidade de pilares preenchidos de seção circular axialmente comprimidos foi dividida nas etapas apresentadas a seguir.

1. **Revisão bibliográfica:** necessária para conhecer e traçar um histórico dos estudos sobre pilares mistos preenchidos de seção circular, ensaios, comportamento característico e a evolução das análises nas mais variadas situações. Nessa etapa também foram contemplados estudos referentes à confiabilidade estrutural, destacando-se a avaliação do nível de segurança baseado em probabilidade. Junta-se a esta revisão, o detalhamento dos métodos de cálculo da probabilidade de que a estrutura não atenda aos estados limites. Sua aplicação para calibração de procedimentos normativos, os estudos nacionais e estrangeiros, bem como aqueles mais recentes também são contemplados. A revisão bibliográfica foi fundamental para a seleção dos estudos experimentais que, na etapa seguinte, foram testados quanto à aderência em relação às limitações normativas para compor o banco de dados.
2. **Banco de dados:** com a revisão bibliográfica e os dados nela coletados foi elaborado um banco de dados de ensaios experimentais cujos resultados foram utilizados nas etapas seguintes. Para compor o banco de dados, cada resultado experimental devia atender aos limites impostos pelas normas consideradas na análise, que foram: ABNT NBR 8800 (2008), AS/NZS 2327 (2017) e EN 1994-1-1 (2004).
3. **Erro de Modelo:** para cada exemplar do banco de dados foi verificado se as características geométricas resistência dos materiais atendia aos pré-requisitos de cada norma considerada no estudo. Se o elemento ensaiado estivesse em conformidade com os limites de esbeltez local e global, era calculada sua força normal resistente, considerando os procedimentos normativos das três normas consideradas no estudo. A força normal resistente teórica (valor característico) era então comparada ao resultado experimental. Cada um dos dados compôs o erro de modelo de cada norma, com o ajuste por meio de teste de aderência de uma distribuição teórica de probabilidade aos dados observados no ensaio.
4. **Desenvolvimento de algoritmo:** o núcleo de cálculo da probabilidade de falha foi elaborado a partir do *First Order Reliability Method* (FORM), com a combinação de todas as variáveis aleatórias dos parâmetros de entrada, definidos na bibliografia ou pela caracterização feita no decorrer do trabalho. Os dados de saída desta etapa foram o índice de confiabilidade β da configuração em análise, sua respectiva probabilidade de falha e o fator de sensibilidade α associado a cada variável aleatória. Este algoritmo foi aplicado à parametrização considerando a variação nos seguintes parâmetros:

diâmetro externo e espessura do perfil tubular, comprimento efetivo do pilar, resistências dos materiais aço (f_y) e concreto (f_{ck}) e relação entre ações variáveis e permanentes. Tais variáveis e suas variações foram definidas levando em conta valores avaliados nos estudos que compõem o banco de dados e valores usuais em projeto. Definidas todas as características de um determinado pilar, foi executado o algoritmo para cada uma das normas consideradas nesse estudo e determinadas as forças normais resistentes a compressão centrada. Para cada norma, foram consideradas três situações: sem ajuste do erro de modelo (SAER); com ajuste do erro de modelo (CAER); e com ajuste do erro de modelo corrigido (CAEC). Tais situações permitiram avaliar a tendenciosidade do erro de modelo.

5. **Análise de resultados:** os resultados foram representados e analisados considerando a envoltória de máximos e mínimos do índice de confiabilidade β e fatores de sensibilidade α de cada configuração analisada. Do ponto de vista quantitativo, o limite mínimo deve sempre atender ao índice de confiabilidade alvo correspondente à norma em questão. Quanto à análise qualitativa, a dispersão entre os valores máximo e mínimo e o grau de uniformidade dos resultados indicará se o modelo possui uma precisão aceitável para qualquer situação de projeto. Acrescentam-se à análise os resultados dos fatores de sensibilidade dos parâmetros avaliados para determinar o impacto da variável na probabilidade de falha.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O primeiro capítulo apresentou conceitos básicos, uma problemática sugerida, a importância do estudo a ser realizado, os resultados que se desejam avaliar, além dos métodos a serem aplicados e limitações consideradas.

O segundo capítulo fará uma imersão no referencial teórico para o trabalho. Será apresentada a evolução da análise do comportamento de pilares mistos preenchidos com seção circular e as normas vigentes a serem consideradas no estudo. Fará ainda uma revisão do estudo de confiabilidade estrutural em referência a avanços nas análises, métodos de cálculo e aplicações específicas à pilares mistos.

O terceiro capítulo detalhará os passos de estruturação de um algoritmo capaz de resultar nos dados a serem discutidos. Para isso, serão expostos o método escolhido, as informações de entrada, os fatores e respectivos níveis de análise e os testes de validação dos dados.

O quarto capítulo reunirá os resultados obtidos e os resumirá de forma a discutir criticamente conforme valores esperados e comparativamente entre cada norma considerada no estudo. Os resultados serão expostos de forma a considerar a sequência realizada no decorrer do trabalho.

O quinto capítulo trará uma análise final a partir dos resultados expostos no capítulo anterior, com conclusões e considerações finais

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo traz o estado atual do conhecimento envolvendo os pilares mistos preenchidos sob a ótica da confiabilidade. Assim, primeiro são apresentados os estudos de pilares preenchidos de seção circular voltados à determinação de sua capacidade resistente a compressão axial centrada e de parâmetros que interferem no seu comportamento. Na sequência, são apresentados estudos sobre a confiabilidade aplicada a elementos estruturais e estruturas e, por fim, estudos que abordam a confiabilidade em pilares mistos.

2.1 PILARES PREENCHIDOS DE SEÇÃO CIRCULAR

Estudos como os de Knowles e Park (1969) apud Schneider (1998) e Neogi et al (1969) apud Lakshmi e Shanmungan (2002) foram pioneiros na realização de ensaios com pilares preenchidos circulares e contribuíram para o desenvolvimento de modelos analíticos que permitem estimar a da capacidade resistente. Os primeiros métodos de cálculo foram evoluindo durante década de 1960 e no início da década de 1970, modelos de cálculo foram incorporados a normas técnicas.

Na década de 1990, Roeder *et al.* (1999) avaliaram o comportamento conjunto em pilares mistos tubulares; os resultados experimentais mostraram que a fissuração do concreto é responsável pela redução da tensão de aderência entre os materiais. Os fatores que influenciaram na fissuração foram: resistência do concreto, diâmetro do tubo e condições de contato interno.

Voltado para os métodos de previsão da capacidade resistente, Saw e Liew (2000) apresentam os métodos de cálculo incorporados a algumas normas técnicas vigentes à época. A aplicabilidade de cada uma das normas avaliadas foi detalhada e os resultados comparados entre si mostrando respostas conservadoras para os esforços resistentes.

Para verificar a influência da forma de introdução do carregamento axial no pilar, Johansson e Gylltoft (2001) fizeram um estudo experimental em que a aplicação da força se dava apenas no concreto, apenas no aço ou na seção mista. Os resultados demonstraram grande variação de força resistente a depender do componente em que a força é aplicada. Para mobilizar o confinamento, a forma de aplicação mais eficiente é via núcleo de concreto, mas, nesse caso, o pilar não se comporta como um elemento misto pois não ocorre a repartição de cargas. Mesmo quando não houve aumento de capacidade resistente devido ao efeito de confinamento, o tubo de aço preveniu a ruptura por esmagamento do concreto, o

que permitiu que o concreto atingisse altas deformações, aumentando a ductilidade do pilar misto.

Um extenso estado da arte foi elaborado por Shanmugam e Lakshmi (2001), onde dados experimentais foram coletados e compilados de forma a identificar quais parâmetros foram contemplados por cada estudo consultado. Os autores incluíram estudos sobre efeitos de instabilidades locais, tensão de aderência, ações sísmicas, confinamento do concreto e tensões residuais no comportamento dos pilares mistos de aço e concreto.

Em estudo posterior, Lakshmi e Shanmugam (2002) propuseram um processo iterativo para prever o comportamento de pilares preenchidos e o processo apresentou boa concordância em comparação com resultados experimentais. Para os exemplares de seção circular, foi verificado que os pilares falharam a meia altura assim que o concreto atingiu sua resistência ao esmagamento, enquanto que o aço não atingiu o escoamento. Num conjunto de 54 exemplares, os resultados analíticos de capacidade resistente apresentaram-se num intervalo de -10% e +10% quando comparados aos valores experimentais com o modelo analítico sugerido.

Em relação ao confinamento do concreto, promovido pelo tubo de aço, diversos fatores influenciam sua intensidade, dentre os principais estão: esbeltez do pilar, representada pela razão comprimento-diâmetro (L/D), esbeltez local avaliada pela relação diâmetro-espessura do tubo (D/t), resistência do concreto, pois o efeito só passa a ocorrer a partir da fissuração e tentativa de expansão do núcleo, excentricidade da força axial de compressão. Muitos estudos abordam esse assunto por ser o diferencial do pilar preenchido de seção circular (BRAUNS, 1999; SUSANTHA *et al.* (2001), HU *et al.*, 2003; ELLOBODY *et al.*, 2006; DE NARDIN E EL DEBS, 2007; OLIVEIRA *et al.*, 2008; OLIVEIRA *et al.*, 2010; LIANG, 2011a; LIANG, 2011b; ZHAO *et al.*, 2018; WEI *et al.*, 2019).

Susantha *et al* (2001) apresentou um método de previsão da curva tensão deformação do concreto confinado por tubos metálicos com seções circulares, quadradas e octogonais. Utilizou modelos empíricos disponíveis e valeu-se de uma análise pelo método de elementos finitos para elaborar uma parametrização que propõe a máxima pressão lateral a depender das propriedades físicas e geométrica do pilar. A previsão da resistência do concreto e do comportamento pós-pico obtidos apresentaram boa concordância e atenderam os limites permitidos. Os pilares com seção circular obtiveram o maior valor de confinamento. O comportamento pós-pico representou bem a característica de resistência a terremotos, inclusive a alta ductilidade.

O efeito da excentricidade da força axial foi avaliado por Fujimoto *et al* (2004) considerando o modelo japonês contido na AIJ (Architectural Institute of Japan). O intuito era

avaliar o efeito de materiais de resistência elevada no comportamento força-deslocamento, uma vez que o método em vigor à época considerava apenas materiais de resistência usual. Os autores verificaram que o uso de concreto de alta resistência causa redução na ductilidade do pilar preenchido. Isso ocorre porque para mobilizar o efeito de confinamento é necessário que o concreto se deforme axialmente e radialmente e os concretos mais resistentes são, usualmente, menos deformáveis. Isso foi confirmado pelos resultados obtidos quando foram utilizados concretos de resistência usual envoltos por tubos de aço de alta resistência ou de baixa relação diâmetro-espessura.

Evirgen *et al* (2014) avalia o efeito no aço formado a frio devido o confinamento do concreto em seções de formato circular, hexagonal, retangular e quadrada. Modelos analíticos são desenvolvidos através de um programa de elementos finitos (ABAQUS). Novamente, a seção circular obtém os resultados mais efetivos quanto a tensão axial e ductilidade, em que as taxas de incremento atingiram até 167,8% para este formato. Quanto maior a espessura e menor a classe de resistência do concreto, maior o incremento obtido.

Han *et al* (2014) revisa os avanços de estudos com estruturas tubulares de aço preenchidas com concreto. Apresenta brevemente a abordagem das normas de vários países. Introduce algumas aplicações em projetos realizadas na China. Conclui que o escopo de utilizações de tubo metálicos preenchidos com concreto foi muito estendido devido o desenvolvimento dos estudos nas últimas décadas. Sugere por fim um estudo minucioso que compare o custo/benefício com outros sistemas de soluções estruturais, uma vez que sua viabilidade técnica teve suas aplicações largamente estendidas.

Com o intuito de avaliar a influência de concretos de alta resistência em pilares mistos preenchidos, Portoles *et al* (2013) ensaiou exemplares em que utilizou concretos com fck de 30, 90 e 130 MPa. Avaliou também a aplicação de reforço com barras e com fibras de aço. Os resultados demonstraram que concretos de alta resistência foram mais eficientes para os casos de carregamento centrado do que pilares carregados excentricamente, onde o reforço com barras foi opção melhor do que com fibras de aço. O reforço com fibras se mostrou mais eficiente na substituição das barras nos casos de concreto de resistência normal.

No momento que as normas internacionais entraram em revisão e incluíam a intenção de considerar o uso de materiais de alta resistência, Aslani *et al* (2015) investigou a adequação das normas à aplicação destes em pilares mistos preenchidos. Foram avaliados ensaios realizados em que o concreto ou o aço, ou ambos, possuem alta resistência. Os resultados dos ensaios são comparados com a previsão de capacidade resistente de 8 normas vigentes. O modelo proposto, baseado em Sakino *et al* (2004) com as devidas

correções empíricas, promoveu uma representação direta e eficiente da capacidade resistente à carga centrada.

Zhao *et al* (2018) avaliou os tipos de passo de carregamento axial centrado utilizados comumente nos ensaios de pilares mistos preenchidos. Conduziu 18 testes com pilares curtos em que variou a razão diâmetro/espessura e as resistências do aço e do concreto. Propôs dois índices que caracterizam os passos de carregamento quanto a seu efeito no confinamento do concreto. Desenvolveu um modelo de predição da capacidade resistente que incorpora os efeitos verificados nos resultados dos ensaios.

Wey *et al* (2019) investigou os efeitos de condições de carregamento, razão diâmetro/espessura e tipo do concreto nos resultados de ensaio de um extenso banco de dados coletado da literatura. Comparou com os valores avaliados a partir das normas existentes e com o modelo proposto desenvolvido no trabalho. O modelo proposto ofereceu predições de capacidade mais razoáveis e precisas. Foi observado que a condição de carregamento interfere na tração apresentada na circunferência do tubo de aço, que altera a efetividade do efeito de confinamento.

Uma revisão de trabalhos com pilares preenchidos, que especificamente utilizam diferentes tipos de enrijecedores, foi feita por Alatshan *et al* (2020). Duas décadas de estudos experimentais, analíticos e numéricos, que incluem testes de compressão axial estática ou cíclica, flexão pura ou composta e resistência ao fogo, são organizados seguindo uma metodologia taxonômica sugerida. Conclui com sugestões de aplicação em diferentes tipos de projeto, além de indicar uma necessidade de mais estudos com perfis circulares e também com enrijecedores externos. Sugere, por fim, que seja feito um estudo de custo/benefício comparativo entre aplicar enrijecimento ou simplesmente utilizar perfis de espessura maior.

Uma vez explorado o panorama geral sobre pilares preenchidos de seção circular, a seguir será abordada a capacidade resistente desse tipo de elemento sob compressão centrada.

2.2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Nesta seção, são apresentados conceitos teóricos referentes à confiabilidade estrutural. É exposto um histórico da aplicação de estudos estatísticos na alteração, calibração e atualização dos modelos de base para projeto presentes nos códigos normativos.

Por fim, é apresentado um método de cálculo do índice de confiabilidade e que foi utilizado como ferramenta de análise neste estudo.

2.2.1 HISTÓRICO DA ANÁLISE BASEADA EM PROBABILIDADE

Ao comparar a introdução de códigos baseados em estados limites, que veio a substituir e unificar outros métodos de projeto, como tensão admissível, plastificação, capacidade resistente, etc., Allen (1974) focou em diferentes combinações de carregamento. O autor avaliou, por meio da teoria probabilística simplificada de segundo momento de primeira ordem, casos básicos de falha por plastificação do aço para verificar a diferença entre o uso de coeficientes de segurança globais e únicos, anteriormente empregados, e a aplicação de fatores parciais de segurança. Também foi realizada análise de coeficientes de desempenho, de importância, a depender da severidade da falha, e fatores de segurança durante a construção. Allen (1974) explica ainda que a introdução de coeficientes parciais foi motivada por facilitar a avaliação de cada fator. Assim, novos tipos de construção e situações incomuns de projeto seriam mais rapidamente analisados e implantados.

O critério de projeto por estado limite consiste em verificar se a resistência minorada permanece maior ou no mínimo igual ao efeito da majoração das ações. Foi obtida uma resposta em que a segurança calculada é mais consistente do que as regras anteriores produziam, o que promove economia de material nos casos em que havia superdimensionamento. Essa redução no risco à vida humana aumentou a importância dos estados limites de serviço no projeto. O critério de projeto por estado limite mostrou-se amplamente aplicável, podendo ser utilizado para novas e diferentes estruturas.

Uma vez que os coeficientes foram separados por variável influente no cálculo, trabalhos foram desenvolvidos para caracterizar estes valores. Rackwitz e Fiessler (1978) focaram na combinação de solicitações aleatórias consideradas independentes. Ações variáveis com o tempo combinadas são reduzidas ao cálculo do máximo somatório de variáveis aleatórias. Isto é facilitado por aproximações apropriadas de valores extremos e outras distribuições não-normais.

O algoritmo iterativo formulado por Rackwitz e Fiessler (1978) busca pelo valor mínimo de índice de confiabilidade β . Este índice corresponde ao módulo do vetor que liga a origem do espaço normal padrão à reta ou plano tangente à curva ou superfície que define o limite do domínio de falha no ponto avaliado. Quando há convergência, este ponto é chamado ponto de projeto. O resultado obtido demonstrou precisão satisfatória entre três e cinco iterações.

A verificação do nível de confiabilidade do projeto por estados limites também depende dos critérios de especificação de materiais e ações. Ellingwood e Galambos (1982) reuniram dados estatísticos típicos para variáveis a serem utilizadas na análise. Os dados são

apresentados com a razão entre a média e o dado nominal, o coeficiente de variação e o tipo de distribuição.

A análise de confiabilidade foi feita por meio do FOSM, com base em critérios práticos baseados em probabilidade. A análise mostrou-se uma ferramenta mais racional, pois as incertezas do projeto são tratadas explicita e sistematicamente. Este tratamento facilita o ajuste dos critérios em revisões das normas quando dados adicionais estão disponíveis.

Shinozuka (1983) revisa os desenvolvimentos na análise de confiabilidade estrutural, propõe diferentes interpretações e introduz grandezas adicionais úteis. É feita uma revisão de métodos de segundo momento de primeira ordem e sugerido o método de Monte Carlo como prática alternativa.

Um problema de confiabilidade estrutural pode ser representado espacialmente por pontos com n coordenadas correspondentes ao número de variáveis aleatórias consideradas. Este é o espaço original do problema e recebe o nome de espaço X . Caso todas as variáveis aleatórias possuam distribuição normal e correlação nula, opera-se uma transformação linear das variáveis em normal padrão, utilizando-se a Equação (2.34). Obtém-se assim o espaço Y , onde o índice de confiabilidade é interpretado pelo tamanho do vetor que define o ponto de projeto. Em caso de correlação entre as variáveis aleatórias originais, esta precisa ser decomposta e eliminada, como será detalhado no decorrer do trabalho.

Se as variáveis não são gaussianas, podem ser transformadas, de forma a se obterem variáveis independentes com distribuição normal. Quando a probabilidade de falha não pode ser calculada por métodos diretos ou numéricos da sua expressão integral, recomenda-se o uso de técnicas de Monte Carlo. O índice de confiabilidade, numericamente, corresponde ao negativo da função cumulativa normal padrão inversa avaliada na probabilidade de falha calculada por Monte Carlo. Esta técnica, teoricamente, chega a um valor muito próximo do valor exato quando o número de simulações é grande.

A calibração de normas com base em confiabilidade permitiu sua otimização. Sorensen *et al.* (1994) mostra a determinação de coeficientes parciais de segurança de maneira que a diferença entre o índice de confiabilidade calculado e o valor alvo seja minimizada. Considera a calibração em situações tanto com códigos previstos como quando há apenas registros do comportamento da estrutura por meio de experimentos. O objetivo é minimizar as consequências para a sociedade durante a vida útil da estrutura.

Rackwitz (2000) cita as bases e a evolução da codificação e verificação da confiabilidade. Apresenta ferramentas para otimização de componentes estruturais, inclusive modelos computacionais. Propõe novas verificações para fadiga e outras deteriorações e demonstra processos estacionários de falha dos quais derivam os coeficientes parciais de

segurança. Sugere-se que reformas e reparos são as únicas práticas de reconstrução razoáveis para a maioria das situações da engenharia civil, uma vez que a solução ótima é baseada na intensidade da falha e não na sua probabilidade relacionada ao tempo.

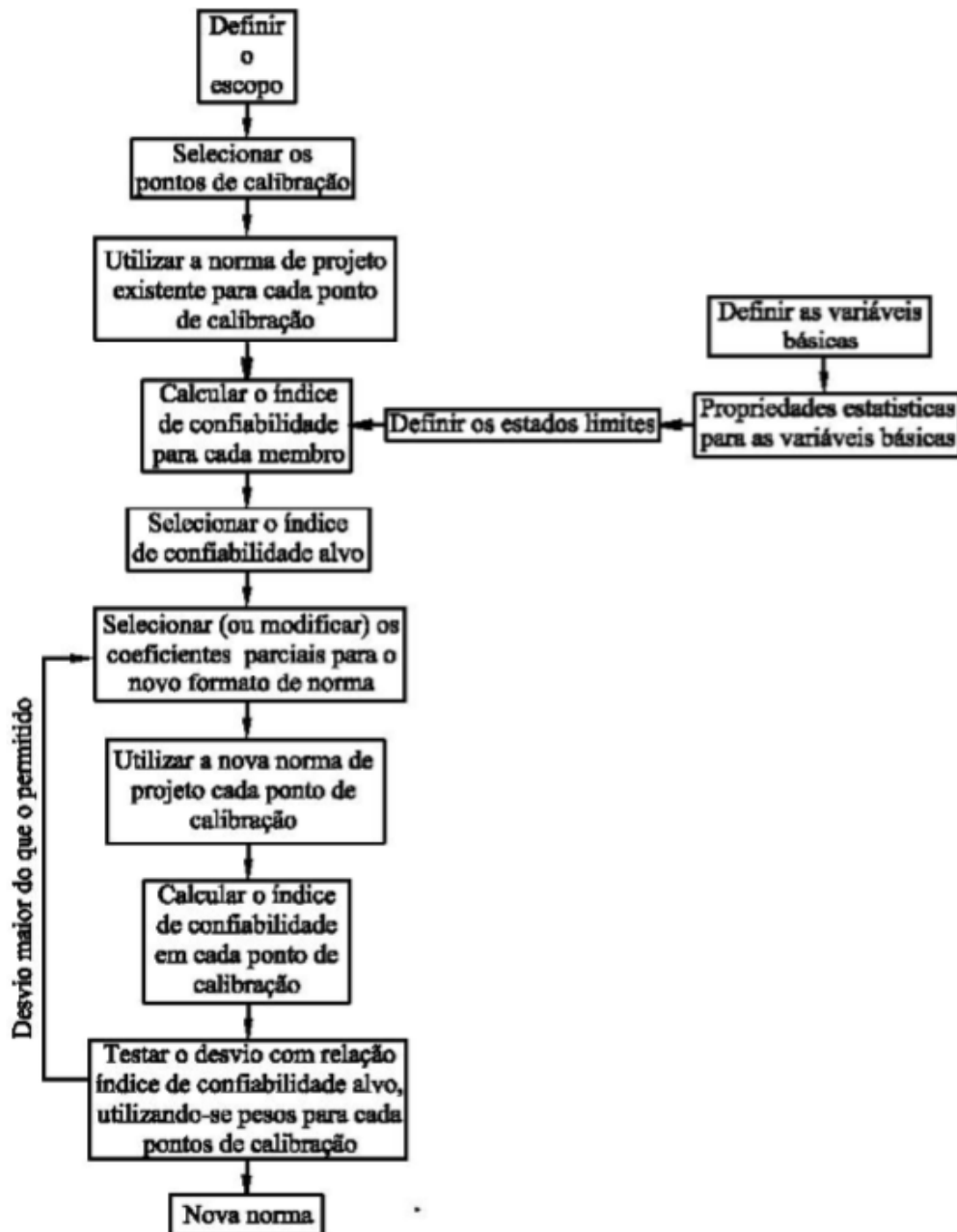
A relação da análise de confiabilidade baseada nos resultados do FORM é mostrada por Faber e Sorensen (2002). É discutido o problema da calibração de códigos e como podem ser estabelecidos níveis aceitáveis de probabilidade de falha. Descreve-se um procedimento prático de implementação da calibração baseada em confiabilidade. Em resumo, selecionam-se os modelos probabilísticos das incertezas, e define-se o nível de confiabilidade alvo e o formato do código, inclusive as regras de combinação de ações e os modos de ruptura em questão.

Vrouwenvelder (2002) apresenta um resumo do Modelo de Código Probabilístico desenvolvido pelo Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001). Deixa claro que não trata de informações sobre modelos mecânicos, mas permite a operação de projetos baseados em probabilidade, como ISO, Eurocode e outras normas nacionais. Ao discutir desenvolvimentos subsequentes, lista ações e materiais não inclusos, como tráfego, pressão hidrostática, resistência de madeira ou alvenaria, além de modelos para fadiga, aspectos de durabilidade e efeitos de inspeção e manutenção.

A tarefa de escolha do método de calibração apropriado dentre os disponíveis na literatura não é fácil (Gayton *et al.*, 2004). Cada tipo de problema possui um método mais adequado com melhor desempenho. Gayton *et al.* (2004) valem-se de quatro exemplos numéricos para ilustrar as vantagens, desvantagens e domínios de aplicação de cada método. O Método de Otimização Global (Global Optimization Method – GOM) resulta nos melhores coeficientes parciais, porém necessita um elevado número de análises. O método aproximado resulta em valores também interessantes com menor quantidade de análises. A escolha do método depende da complexidade do modelo analisado e do tempo de processamento de uma única análise.

Souza Jr (2009) apresenta um fluxograma do procedimento a ser seguido no processo de calibração de uma norma, baseado em Melchers (1999). Este esquema é representado na Figura 2.1. Em alguns casos, a confiabilidade estrutural não possui informação completa da probabilidade. Kiureghian e Liu (1986) desenvolveram um método para incorporar esta condição à análise de confiabilidade, sob requisitos de consistência, invariância, operabilidade e simplicidade. O método mostrou satisfazer as exigências em concordância com os métodos existentes para informação completa e apresentou esforço computacional proporcional à informação disponível.

Figura 2.1: Esquema do processo de calibração de norma



Fonte: Souza Jr (2009) adaptado de Melchers (1999)

No Brasil, Beck e Souza Jr. (2010) fizeram um primeiro esforço na calibração baseada em confiabilidade às normas de Ação e Segurança das Estruturas (ABNT NBR 8681, 2003) e Projeto de Estruturas metálicas e mistas de aço e concreto (ABNT NBR 8800, 2008). Resultados mostraram que coeficientes parciais otimizados levaram a níveis de confiabilidade uniformes, além de possibilitar a redução de 5% dos custos com materiais. Esta economia foi obtida na redução do índice alvo de $\beta = 3,0$ para $\beta = 2,8$, pois, mesmo com o aumento do coeficiente da ação do vento de 1,4 para 1,6, houve redução dos valores secundários de combinação.

Kiureghian (1989) introduziu um novo índice de confiabilidade, chamado de penalidade mínima, que reconhece a diferença entre as incertezas inerentes à variabilidade e aquelas devidas a imperfeições no modelo. Num trabalho posterior, Kiureghian (2008) define o índice de confiabilidade preditiva e apresenta um método de aproximação simples. Em seguida, Kiureghian e Ditlevsen (2009) avaliam a importância das incertezas intrínsecas, consideradas irreduzíveis, e incertezas epistêmicas, que podem ser reduzidas com o refinamento do modelo. Este campo de estudo resultou na análise de Zhao et al (2018), que apresenta a visão da probabilidade de falha como uma resposta aleatória. Foi mostrado que negligenciar a variabilidade dos parâmetros resultou em índices de confiabilidade superestimados.

2.3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PILARES MISTOS

Os primeiros trabalhos a avaliarem a confiabilidade de pilares mistos foram realizados no início da década de 1990. Os estudos apresentados por Mirza e Skrabek (1991; 1992) reuniram informações de caracterização estatística das propriedades físicas do aço estrutural e concreto armado. A aplicação se resumiu a pilares totalmente revestidos avaliados analiticamente e validados com resultados experimentais disponíveis na bibliografia da época.

Os autores não explicitam o índice de confiabilidade resultante, porém todos os dados para o devido cálculo são informados; essas informações tornam o estudo importante para a presente pesquisa. A técnica de Monte Carlo foi utilizada para gerar aleatoriamente os dados a serem comparados com os valores previstos pela norma americana ACI 318 (1989). O primeiro estudo (MIRZA e SKRABEK, 1991) avaliou pilares curtos com índices de esbeltez iguais a 0 e 21,9; enquanto que o segundo (MIRZA e SKRABEK, 1992) estudou pilares esbeltos com índices de esbeltez 22,1, 33, 66 e 100. Em ambas as situações, os pilares foram submetidos a forças axiais com 16 relações de excentricidade (e/h) variando entre 0 e 4,0; e, por fim, submetidos a flexão pura.

Os resultados de ambos os estudos de Mirza e Skrabek (1991; 1992) mostraram que a excentricidade e a relação entre a área de aço e a área total da seção mista têm grande influência nos pilares curtos e longos. A resistência característica do concreto, considerando os valores de 27,6 MPa e 41,4 MPa, também se mostrou um importante parâmetro para pilares curtos e com índice de esbeltez menor que 33. Os dois estudos indicam que a classe de resistência do aço, valores estudados: 248 MPa, 303 MPa e 345 MPa, não modifica o impacto desse parâmetro e pode ser negligenciada na análise de confiabilidade.

Pilares mistos preenchidos de seção circular, dentre os demais tipos de seção, foram avaliados por Lundberg e Galambos (1996). O estudo de confiabilidade foi feito considerando a formulação dos códigos normativos AISC-LRFD (1993) e EN 1994-1-1 (1994). Foram

consideradas as resistências de 28 MPa para o concreto e 248 MPa para o aço. O estudo comparativo mostrou que a norma europeia EN 1994-1-1 (1994) traz recomendações mais abrangentes e completas, baseadas num comportamento mais realístico do que o código americano. Essa diferença explicitada pelos menores valores de coeficiente de variação e dispersão obtidos para o EN 1994-1-1 (1994) em comparação com aqueles do AISC-LRFD (1993), resultando em maiores níveis de confiabilidade.

Contudo, no estudo de Lundberg e Galambos (1996) os índices alvo não foram atingidos em nenhum dos dois códigos normativos avaliados. A explicação possível para isso é que devido à grande quantidade de resultados experimentais utilizados no estudo podem ter sido incluídos ensaios cujo controle não foi satisfatório, portanto, esses dados podem ter prejudicado a análise de confiabilidade. Entretanto, não é possível saber quais dados deveriam ser eliminados. Isso indica a importância a adequada seleção dos dados para a análise de confiabilidade. O ideal, sugerido a época, seria planejar e executar um plano de ensaios bem coordenado e com controle adequado e, posteriormente, desenvolver um modelo mais realístico.

Posteriormente, Mirza (1998) divulga resultados de um estudo semelhante ao de Mirza e Skrabek (1991; 1992) porém utilizando a norma canadense CSA-A23.3-M84 (1984) para prever a capacidade resistente. Devido à similaridade com o código da ACI 318 (1983), os resultados obtidos foram muito próximos entre si, tanto na média como na dispersão da relação entre capacidade resistente prevista e experimental.

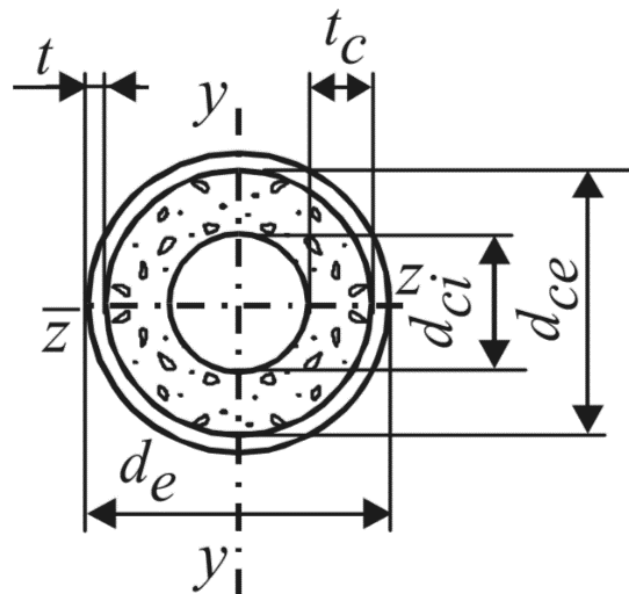
Mais recentemente, na abordagem feita por Kogut e Chou (2004), o intuito foi avaliar os níveis de confiabilidade do código da AISC-LRFD (1999) com a aplicação de coeficientes parciais de segurança para cada material empregado em pilares mistos e compará-los aos índices alvo obtidos a partir da utilização do coeficiente global considerado na referida norma. Foram consideradas seções totalmente revestidas e preenchidas de seção quadrada e circular.

As análises de Kogut e Chou (2004) levaram em conta a variação do nível de carregamento, a correlação ou não entre esforço normal e momento fletor, e as parcelas de carregamento permanente e variável. Concluiu-se que coeficientes parciais refletem de forma mais realística as incertezas dos materiais, resultando em projeto mais eficiente.

Um novo tipo de seção de pilar misto, anelar, parcialmente preenchido (Figura 2.2), foi estudado por Kvedaras e Kudzys (2006). O objetivo foi verificar a segurança estrutural destes elementos que unem uma solução mista à produção de elementos pré-moldados, com possibilidade de industrialização do sistema. O estudo foi realizado pois tal seção não é abordada pelos códigos normativos. Foram realizados ensaios de 43 pilares, com

comprimentos de 400 mm e 500 mm, espessuras de concreto entre 22 mm e 33 mm, tubos com diâmetros de 152 mm, 159,8 mm e 219 mm com respectivas espessuras de 4,8 mm, 4,85 mm e 4,5 mm. As resistências do concreto variaram entre 20,8 MPa e 49 MPa, e aço entre 273 MPa e 349 MPa. Para o exemplo numérico, foi considerado aço com resistência ao escoamento de 235 MPa e concreto com resistência à compressão de 30 MPa. Os resultados indicaram a viabilidade do uso deste tipo de pilar, com resultados de confiabilidade atingindo índices alvo. Porém, foi recomendado que, assim como para o uso, a segurança também fosse avaliada para a fase construtiva.

Figura 2.2: Pilar misto de seção anelar



Fonte: Kvedaras e Kudzys (2006)

À época da atualização da Norma Brasileira de dimensionamento de estruturas metálicas e mistas (ABNT NBR 8800, 2008), Oliveira *et al.* (2008) e Beck *et al.* (2009) avaliaram o nível de confiabilidade de pilares mistos circulares preenchidos com concreto submetidos a compressão axial centrada. Beck *et al.* (2009) ampliaram a base de ensaios correspondente ao erro de modelo. Houve também, em ambos, o objetivo de comparar com os índices de confiabilidade das normas técnicas americana ANSI/AISC 360 (2005) e europeia EN 1994-1-1 (2004), com acréscimo da norma canadense CAN/CSA S16 (2001) no estudo feito por Beck *et al.* (2009). A Tabela 2.1 resume os parâmetros considerados em cada um dos estudos.

Em termos de critérios de confiabilidade suficiente e uniforme, a norma CAN/CSA 360 (2001) apresentou o melhor resultado. Os resultados dos índices de confiabilidade e de fatores de sensibilidade são reunidos em função da variação da relação entre ação variável e permanente para todas as normas técnicas estudadas.

Tabela 2.1: Intervalos dos parâmetros considerados na análise de confiabilidade

	Oliveira et al. (2008)						Beck et al. (2009)					
	f_{yk} MPa	f_{ck} MPa	L_n/D_n	L/D	t mm	D mm	f_{yk} MPa	f_{ck} MPa	L_n/D_n	L/D	t mm	D mm
Intervalos dos parâmetros considerados	200 250 300	28 52 78 97	0,5	3,0	4,0 6,0 8,0	100 150 200	200 250 300	15 30 50 70	0,0	5,0	4,0 8,0	100 200
			1,0	6,0					0,1	10,0		
			1,5	10,0					0,5	15,0		
			2,0	15,0					1,0	20,0		
			2,5	20,0					2,0	25,0		
			3,0	25,0					3,0	30,0		
									5,0			

Fonte: Próprio autor

A resistência do aço (f_y) apresenta pouquíssima influência na confiabilidade; a ação variável (L) é o parâmetro que mais interfere no resultado à medida que aumenta de valor; e, quando a ação variável é pequena ou nula, a ação permanente e o erro de modelo são os parâmetros mais influentes no índice calculado. Oliveira *et al.* (2008) e Beck *et al.* (2009) concluíram que o erro de modelo é relevante para a segurança dos pilares. A confiabilidade de pilares curtos submetidos à luz da ABNT NBR 8800 (2008) ou à ANSI/AISC 360 (2005) aumentou, enquanto houve redução para as normas CAN//CSA S16 (2001) e EN 1994-1-1 (2004), sendo que esta última apresentou o menor erro. Todos os códigos avaliados foram ligeiramente conservadores para pilares longos.

Numa nova abordagem, Mirza (2011) comparou resultados experimentais de pilares de concreto armado e mistos revestidos com valores teóricos oriundos de análises numéricas via método dos elementos finitos (MEF), além daqueles advindos da norma canadense CSA A23.3 (2004). Os resultados mostraram que os valores das análises numéricas são sempre próximos dos experimentais, com relação média entre capacidades resistentes igual a 1,00 e coeficiente de variação de 13%. Mirza (2011) concluiu também que o MEF apresenta maior precisão que o procedimento da norma canadense CSA A23.3 (2004).

Lu *et al.* (2015) realizaram investigação probabilística de pilares preenchidos de seção quadrada. O estudo avaliou as especificações normativas americana (AISC-LRFD, 2005) e europeia (EN 1994-1-1, 2004). Para a determinação do erro de modelo, os autores se basearam em 100 resultados experimentais disponíveis na literatura. A análise de confiabilidade foi feita com e sem a consideração do erro de modelo, apenas para explicitar o impacto da incerteza do modelo nos resultados. Concluiu-se que o código normativo AISC-LRFD (2005) é ligeiramente conservador e que a uniformidade do índice de confiabilidade não melhorou devido à qualidade do modelo. Para o código europeu foi obtido uniformidade melhor que para o americano, porém, mais uma vez foi obtido um nível de confiabilidade abaixo daquele sugerido como alvo pelo próprio EN 1994-1-1 (2004).

Um parâmetro de grande interferência na capacidade resistente do pilar é sua rigidez à flexão efetiva (EI) pois esse parâmetro interfere diretamente na obtenção da carga crítica de Euler, utilizada na verificação da instabilidade global por flexão. Aslani *et al.* (2016) averiguaram a confiabilidade de seis códigos normativos (AS 5100, 2004; AS/NZS 2327, Draft 2015; EN 1994-1-1, 2004; ANSI/AISC 360, 2010; ACI 318, 2010; e AIJ, 1997) com relação ao estado limite de serviço, com utilização de simulações de Monte Carlo. A base de dados era formada por resultados de 100 ensaios que incluíram pilares mistos total ou parcialmente revestidos e preenchidos de seções quadradas e circulares.

Dentre outras conclusões, Aslani *et al.* (2016) constataram que: para os pilares preenchidos, as normas AS 5100 (2004) e AS/NZS 2327 (2017) apresentaram as melhores previsões da rigidez à flexão com alto desvio padrão; os pilares revestidos atingiram o índice alvo para todas as normas ($\beta = 1,5$) enquanto que os pilares preenchidos atenderam apenas às normas AIJ (1997) e ACI 318 (2010). Na maioria dos códigos foi utilizado um coeficiente parcial de segurança igual a 1,0 tanto para o aço como para o concreto, porém esse procedimento pode levar a variação com relação à confiabilidade alvo.

No Brasil, Pereira *et al.* (2017) apresentaram um estudo de confiabilidade estrutural de pilares mistos com seção parcialmente revestida sujeitos à flexo-compressão, segundo a norma brasileira (ABNT NBR 8800, 2008). Nesse estudo foi utilizado o método FORM (First Order Reliability Method) para obtenção dos índices de confiabilidade. Foram avaliados os seguintes fatores: relação entre ação permanente e variável e excentricidade da ação vertical. A partir dos resultados obtidos foi verificada uma diminuição no nível de confiabilidade com o aumento da excentricidade de projeto, porém sempre atingindo o índice alvo sugerido pela própria norma ($\beta = 3,0$). Contudo, para caracterizar o erro de modelo do problema em questão, os autores sugerem a coleta e realização de mais ensaios experimentais.

Baseado na análise de confiabilidade, Kang *et al.* (2018) avaliou a performance de algumas das normas da Austrália e Nova Zelândia (.). Promoveu uma calibração de coeficiente de segurança que atenda à confiabilidade alvo para um número limitado de ensaios de tensão de escoamento do aço. Inversamente, calculou também qual o número mínimo de ensaios para que os coeficientes vigentes sejam suficientes para atingir os níveis de segurança desejado. Pilares mistos preenchidos alcançaram o índice alvo para um número de ensaios entre 2 e 15 espécimes com coeficiente de variação entre 7 e 10%.

Thai *et al.* (2019) avaliou as limitações quanto a materiais de alta resistência e esbeltez local aplicáveis em algumas das normas internacionais existentes e o impacto na confiabilidade estrutural dos exemplares ensaiados que não atendem a estas condições. Todas as normas se apresentaram conservadoras, porém o EN 1994-1-1 (2004) e a AS/NZS

2327 (2017) obtiveram as melhores predições. A aplicabilidade além dos limites atuais é investigada. Para pilares curtos, os resultados foram menos conservadores, porém a tendência é oposta no caso de pilares esbeltos.

Na sequência, o estudo apresentará os métodos e decisões tomadas no desenvolvimento do cálculo dos índices de confiabilidade. A principal diferença para os estudos anteriores se apresentou na extensão da base de dados para cálculo do erro de modelo.

3. APLICAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL A PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE SEÇÃO CIRCULAR

Nesta seção, é apresentada a metodologia aplicada na avaliação da confiabilidade estrutural de pilares mistos preenchidos de seção circular submetidos a carregamento axial centrado. O método escolhido foi o FORM (*First Order Reliability Method*), devido a possibilidade calcular o índice de confiabilidade com precisão razoável e o fator de sensibilidade associado a cada variável aleatória. O método de Monte Carlo, mesmo tendendo a um valor exato de índice de confiabilidade para um grande número de iterações, foi descartado pois isso demanda muito esforço computacional e também porque não é capaz de calcular o fator de sensibilidade.

3.1 EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE ÚLTIMO

As equações de estados limites que são necessárias à aplicação da análise de confiabilidade estrutural foram obtidas das expressões contidas em cada norma técnica utilizada no presente estudo. Resumindo o que foi apresentado na seção 2.1.1, as normas ABNT NBR 8800 (2008) (Equação (3.1)), EN 1994-1-1 (2004) (Equação (3.2)) e AS/NZS 2327 (2017) (Equação (3.3)) tem seus valores de capacidade resistente obtidos a partir da seguintes expressões

$$N_{RS} = \chi \cdot (A_a f_y + \alpha A_c f_c) \quad (3.1)$$

$$N_{RS} = \chi \cdot \left(\eta_a A_a f_y + \left(1 + \eta_c \frac{t f_y}{D f_c} \right) A_c f_c \right) \quad (3.2)$$

$$N_{RS} = \alpha_c \cdot \left(\eta_a A_a f_y + \left(1 + \eta_c \frac{t f_y}{D f_c} \right) A_c f_c \right) \quad (3.3)$$

Dado que o trabalho se limitou à consideração do estado limite último de compressão axial centrada, ou seja, sem efeito de momento fletor, foi empregada a Equação (3.4) para determinar a curva de falha, também empregada por Oliveira *et al.* (2008) e Beck *et al.* (2009). As grandezas presentes nesta equação são: a capacidade resistente prevista pelo código

normativo (N_{RS}), excluídos os coeficientes parciais de segurança, influenciada pelas resistências do aço (X_1) e do concreto (X_2), corrigida pelo erro de modelo (X_3), subtraída das ações permanentes (X_4) e variáveis (X_5).

$$g(\mathbf{x}) = N_{RS}(X_1, X_2) \cdot X_3 - X_4 - X_5 \quad (3.4)$$

Foram realizados diversos cálculos de índices de confiabilidade correspondentes a um estudo paramétrico dos fatores que interferem no problema. As diferentes configurações foram geradas considerando as seguintes variações nas condições de análise:

- Norma técnica considerada para o cálculo de N_R , num total de três: ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017);
- Influência da consideração da avaliação do erro de modelo: sem a avaliação do erro de modelo (SAER), com a avaliação do erro de modelo (CAER) e com a avaliação do erro de modelo corrigido (CAEC) para eliminar tendenciosidade.
- Resistência característica à compressão do concreto: 30 MPa, 50 MPa, 70 MPa e 90 MPa.
- Resistência característica ao escoamento do aço do perfil tubular: 200 MPa, 250 MPa, 350 MPa e 350 MPa.
- Diâmetro externo do tubo de aço (D_o): 101,6 mm, 152,4 mm, 203,2 mm e 254,0 mm.
- Espessuras do tubo (t): 2 mm, 3 mm, 3,75 mm, 4,75 mm, 6 mm e 8 mm.
- Relação de esbeltez global (L/D): 5, 10, 15, 20, 25 e 30.
- Relação entre ação variável e permanente (L_n/D_n): 0; 0,5; 1; 2; 3; 4 e 5.

Isto resulta num total de 16.128 configurações de pilares e 145.152 índices de confiabilidade e vetores de sensibilidade calculados. A seguir são apresentadas as informações estatísticas correspondentes a cada parâmetro considerado na análise de confiabilidade de pilares mistos preenchidos de seção circular.

3.2 ÍNDICES ALVO

A Tabela 3.1 apresenta os valores de índice de confiabilidade e respectivas probabilidades de falha que são os alvos a serem atingidos pelas normas em estudo. O valor de $\beta_{ALVO} = 3,0$ é apresentado por Ellingwood e Galambos (1982) para pilares sujeitos a instabilidade. A norma EN 1990 (2001) indica $\beta_{ALVO} = 3,8$. Este valor é baseado na ISO 2394 (2015) para custos de segurança moderados e com grandes consequências de falha.

Tabela 3.1: Índices alvo considerados em estudos e normas

NORMA TÉCNICA	ÍNDICE ALVO	PROBABILIDADE DE FALHA
Ellingwood e Galambos (1982)	3,0	$1,35 \times 10^{-3}$
EN 1990 (2001)	3,8	$7,235 \times 10^{-5}$
ISO 2394 (2015)	3,8	$7,235 \times 10^{-5}$

Fonte: Próprio autor

3.3 PARÂMETROS DE ENTRADA

3.3.1 VARIÁVEIS DE AÇÃO E RESISTÊNCIA

A revisão bibliográfica realizada apontou que os parâmetros referentes às dimensões geométricas têm pouca influência na probabilidade de falha, podendo ser considerados como variáveis determinísticas. Isto se confirma em tubos de aço pois são elementos industrializados com produção industrial extremamente controlada e que, por isso, com baixíssima variabilidade das dimensões geométricas do pilar.

Os parâmetros referentes à resistência ao escoamento do aço e à compressão do concreto foram considerados aleatórios. As demais características necessárias são obtidas com a aplicação das formulações correspondentes a cada norma técnica avaliada, por exemplo o módulo de elasticidade do aço e do concreto.

As ações permanente e variável são comumente representadas por suas distribuições de extremo anual ou máximo para período retorno de 50 anos. O valor nominal das ações utilizado no cálculo de confiabilidade estrutural foi relacionado à capacidade resistente de projeto do pilar (N_{Rd}), conforme a Equação (3.5), em que os coeficientes de majoração (γ_D, γ_L) das ações variam de acordo com a norma técnica considerada. A definição do valor nominal das ações foi obtida resolvendo a Equação (3.5), para cada parcela considerada na análise no formato da Equação (3.6).

$$N_{Rd} = \gamma_D \cdot D_n + \gamma_L \cdot L_n \quad (3.5)$$

$$\frac{L_n}{D_n} = k \quad (3.6)$$

Desta forma, ao reorganizar as variáveis a partir das duas equações citadas, resultam os valores nominais das ações permanentes (Equação (3.7)) e variáveis (Equação (3.8)). Os coeficientes de majoração das ações permanente (γ_D) e variável (γ_L) referentes a cada uma das normas técnicas estudadas são resumidos na Tabela 3.2.

$$D_n = \frac{N_{Rd}}{\gamma_D + k \cdot \gamma_L} \quad (3.7)$$

$$L_n = \frac{k \cdot N_{Rd}}{\gamma_D + k \cdot \gamma_L} \quad (3.8)$$

Tabela 3.2: Coeficientes de majoração das ações permanente e variável

Norma	Coeficientes de majoração	
	γ_D	γ_L
ABNT NBR 8681 (2003)	1,4	1,5
EN 1994-1-1 (2004)	1,35	1,5
AS/NZS 1170.1 (2002)	1,2	1,5

Fonte: Próprio autor

Ellingwood e Galambos (1982) resumiram distribuições de probabilidades tipicamente utilizadas para descrever variáveis aleatórias de resistências e ações. A Tabela 3.3 reúne as informações da relação média/valor nominal ou característico, coeficiente de variação e tipo de distribuição para cada parâmetro considerado. São listadas também as informações pertinentes consideradas em outros estudos.

Tabela 3.3: Dados estatísticos típicos para ações e resistências consideradas

Parâmetro	Estudos	Média / Nominal	Coeficiente de variação δ	Tipo de distribuição de probabilidade
Ação permanente	Ellingwood e Galambos (1982)	1.05	0.10	Normal
	Oliveira <i>et al.</i> (2008)	1.05	0.10	Normal
	Beck <i>et al.</i> (2009)	1.05	0.10	Normal
Ação variável	Ellingwood e Galambos (1982)	1.00	0.25	Tipo I Gumbel (máximos)
	Oliveira <i>et al.</i> (2008)	1.00	0.25	Tipo I Gumbel (máximos)
	Beck <i>et al.</i> (2009)	1.00	0.25	Tipo I Gumbel (máximos)
Resistência do aço para pilares carregados axialmente	Ellingwood e Galambos (1982)	1.08	0.15	Lognormal
	Oliveira <i>et al.</i> (2008)	1.08	0.05	Lognormal
	Beck <i>et al.</i> (2009)	1.08	0.05	Lognormal
Resistência do concreto para pilares em falha de compressão	Ellingwood e Galambos (1982)	0.98	0.16	Lognormal
	Oliveira <i>et al.</i> (2008)	1.08	0.15	Normal
	Beck <i>et al.</i> (2009)	1.08	0.15	Normal

Fonte: Adaptado de Ellingwood e Galambos (1982), Oliveira *et al.* (2008) e Beck *et al.* (2009)

Não seria possível utilizar a simplificação do FOSM, pois seria necessário que todas as variáveis aleatórias fossem representadas por uma distribuição Normal e não apresentassem correlação. Foi necessário avaliar ainda que tipo de distribuição teórica de

probabilidade melhor representava o erro de modelo associado a cada norma técnica estudada. O procedimento utilizado é apresentado na seção a seguir.

3.3.2 ERRO DE MODELO

Os valores de capacidade resistente previstos por cada norma, em seu escopo de avaliação, são comparados a valores experimentais a fim de determinar sua precisão e tendenciosidade. A literatura é repleta de resultados experimentais e vários deles são listados na Tabela 3.4 resumindo os valores máximos e mínimos dos parâmetros correspondentes ao estudo aqui considerado.

O erro de modelo (ME) é dado pelo quociente entre o valor da força experimental (N_{exp}) e o valor normativo desconsiderando os coeficientes parciais de segurança (N_{RS}), conforme a Equação (3.9). Desta forma, pode ser calculado um valor de erro de modelo para cada um dos espécimes que compõem o banco de dados. A partir desta amostra disponível, o próximo passo é ajustar uma distribuição de probabilidades teórica aos dados observados. Assim, na análise de confiabilidade estrutural o erro de modelo ME constitui por si só uma variável aleatória.

$$ME = \frac{N_{exp}}{N_{RS}} \quad (3.9)$$

Quando a média do erro de modelo é diferente de 1, deve-se identificar a tendência o modelo de cálculo normativo, que pode ser conservadora quando $ME > 1,0$ e não conservadora para $ME < 1,0$. Para avaliar a precisão, a tendenciosidade do erro de modelo pode ser corrigida dividindo-se os valores estimados (vindos dos procedimentos normativos) pela média calculada. Com esse procedimento é obtida uma variável aleatória de média unitária para o erro de modelo, o que permite verificar a influência apenas da dispersão dos dados. A comparação da avaliação do erro de modelo com e sem correção explicita o impacto da tendência do modelo do código normativo no cálculo do índice de confiabilidade.

Tabela 3.4: Intervalo de dados de pilares mistos preenchidos, de seção circular, sob compressão axial centrada

Referência	Nº de testes	Dimensões			Propriedades dos Materiais					N_{exp} (kN)
		D (mm)	t (mm)	L (mm)	f_c (MPa)	f_{cu} (MPa)	E_c (GPa)	f_y (MPa)	E_s (GPa)	
Kato (1996)	39	51	3.1	813	20.9	-	-	270	-	121
		168	5.2	4000	110.0	-	-	605	-	2233
Schneider (1998)	3	140	3.0	581	23.8	-	23.5	285	189.5	881
			6.7	602	28.2	-	25.6	537	206.0	2715
Tan et al (1999)	13	125	1.0	438	-	116.0	-	232	-	1239
		133	7.0	465	-	-	-	429	-	3404
O'Shea e Bridge (2000)	15	165	0.9	581	41.0	-	17.8	211	177.0	1350
		190	2.8	665	108.0	-	29.8	363	207.4	3360
Tan e Pu (2000)	9			378	-	106.0	-	358	-	974
		108	4.5	1620	-	-	-	-	-	1578

Referência	Nº de testes	Dimensões			Propriedades dos Materiais					N _{exp} (kN)
		D (mm)	t (mm)	L (mm)	f _c (MPa)	f _{cu} (MPa)	E _c (GPa)	f _y (MPa)	E _s (GPa)	
Han e Yao (2004)	17	100	3.0	300	-	40.0	37.4	304	206.5	780
		200		2000						2383
Han (2004)	11	108	4.5	3510	-	31.8	27.6	348	202.0	280
				4158		46.8	28.4			440
Giakoumelis e Lam (2004)	8	114	3.8	300	-	31.4	-	343	-	948
			5.0			104.9	365	1787		
Sakino et al (2004)	36	108	3.0	-	25.4	-	-	279	-	941
		450	6.5		85.1			853		13776
Zeghiche e Chaoui (2005)	15	160	5.0	2000	40.0	-	32.0	270	212.0	1091
			5.2	4000	106.0		45.0	283		2000
Zhang et al (2005)	8	120	1.5	369	-	24.8	-	221	197.0	500
		180	1.6	555		53.1				1287
Gupta et al (2007)	18	47	1.9	340	-	25.2	-	360	-	210
		113	2.9			40.0				754
Yu et al (2008)	10	100	1.9	300	-	121.6	42.6	404	207.0	288
			3000	1170						
Oliveira et al (2009)	16	114	3.4	343	32.5	-	-	287	-	599
			1143	105.5	1453					
Chitadawagi et al (2010)	81	44	1.3	500	-	42.0	-	250	-	45
		64	2.0	1000		61.0				295
Uy et al (2011)	24	51	1.6	150	20.0	-	-	259	-	106
		203	2.0	500	30.0			320		904
Dundu (2012)	24	115	3.0	1000	26.0	31.0	28.3	345	201.6	566
		194	3.5	2500	32.0	40.0	31.1	488	209.0	2000
Abed et al (2013)	6	114	3.1	250	44.0	-	-	300	-	1042
		167	5.6	350	60.0			305		1873

Fonte: Adaptado de Li et al (2015)

As lacunas de informação foram preenchidas seguindo algumas considerações. O módulo de elasticidade do aço E_s foi adotado igual 200 GPa para os ensaios que o valor não foi informado. Para o concreto, foi considerado o módulo de elasticidade E_c calculado a partir do f_{ck} segundo cada uma das normas técnicas estudadas. Para os estudos em que a caracterização do concreto foi feita com prismas cúbicos f_{cu} , os valores foram divididos pelo fator de conversão 1,2 para calcular f_{ck} (MANSUR e ISLAM, 2002).

Os limites de aplicabilidade apresentados na seção 2.1.1 foram verificados para a base de dados definida. Uma única verificação negativa foi suficiente para a exclusão do pilar da amostra definitiva. Para os exemplares restantes, foram calculados os parâmetros estatísticos necessários para a verificação de cada curva de distribuição de probabilidade teórica. Os testes foram comparados às distribuições Normal, Lognormal, Tipo I (Gumbel), Tipo II (Frechet), estes dois últimos para extremos máximos e mínimos, e Tipo III (Weibull) para extremos mínimos.

Foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (Teste K – S) (SMIRNOV, 1948). Os dados da amostra de tamanho n foram dispostos em ordem crescente, atribuído a

cada um a probabilidade de $1/n$ de forma acumulada. A distância D_n , entre cada ponto da distribuição empírica e a curva teórica testada, rejeita a hipótese nula de ajuste caso atenda a Equação (3.10). Para um nível de significância α igual a 5%, K_α vale 1,36. Além do teste numérico, os dados foram dispostos graficamente para um teste visual do ajuste.

$$\sqrt{n}D_n > K_\alpha \quad (3.10)$$

Uma vez que o erro de modelo referente a cada norma técnica estudada foi caracterizado seguindo o procedimento citado acima, foi possível inseri-los como entradas do algoritmo de cálculo do índice de confiabilidade. Este processo de cálculo é apresentado na seção a seguir.

3.4 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

A análise de confiabilidade estrutural, que resultou no cálculo do índice de confiabilidade e da correspondente probabilidade de falha, foi realizada a partir da função de estado limite mostrada na Equação (3.4). No presente trabalho, foi utilizado o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) para a realização de análises de confiabilidade. Para este fim, foi elaborado código computacional próprio. Como o FORM depende de um algoritmo iterativo, havia o risco de não se obter convergência para alguma configuração analisada. Para verificar, foi incluído um contador de iterações e adotada uma tolerância de 0,001 para considerar a convergência.

O procedimento consistiu inicialmente em definir os dados de entrada para execução do método descrito no Apêndice C. A partir dos resultados de cada norma técnica, foram calculados os coeficientes de correlação do erro de modelo com as resistências de escoamento do aço e de compressão do concreto. Na transformação das variáveis do espaço original \mathbb{X} para o espaço normal equivalente \mathbb{Z} , os coeficientes de correlação equivalente foram calculados a partir das equações apresentadas por Kiureghian e Liu (1986). A eliminação da correlação na transformação para o espaço normal padrão \mathbb{Y} foi feita calculando a matriz L , obtida pela decomposição de Cholesky (JOHNSON E HORN, 1985), também chamada de matriz raiz quadrada ou triangulação inferior.

Os valores nominais das variáveis aleatórias de solicitação, ação permanente e ação variável, são relacionadas à capacidade resistente normal de cálculo (Equações (3.7) e (3.8)). A obtenção do valor de força resistente N_{Rd} segundo cada uma das normas foi automatizada. Em cada iteração da análise de confiabilidade de uma mesma configuração, o cálculo dos parâmetros da normal equivalente seguiu o procedimento da Equação (C.21))

Todos estes procedimentos foram reunidos e inseridos no algoritmo iterativo HLRF para busca do ponto de projeto utilizando a Equação (C.14)). Todo processo foi executado de forma recursiva por meio de um loop que construía todas as configurações previstas na seção 3.1, a fim de permitir a parametrização desejada para avaliação da confiabilidade para diversas situações possíveis de projeto. A Tabela 3.5 resume os níveis de cada fator analisado.

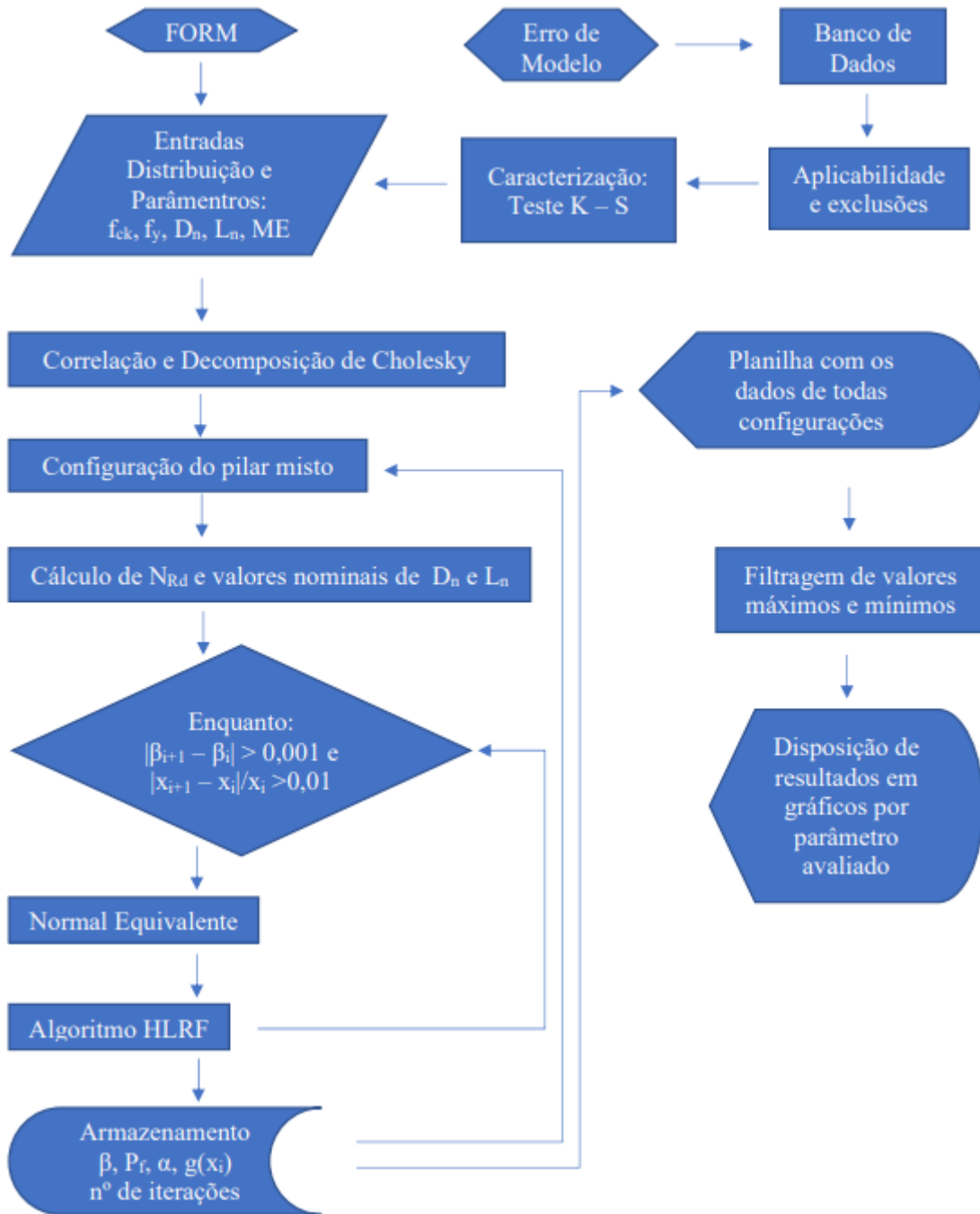
Tabela 3.5: Níveis adotados para a análise paramétrica

Fator Paramétrico	Níveis	Quantidade
Resistência à compressão do concreto f_{ck}	30, 50, 70 e 90 MPa	4
Resistência ao escoamento do aço f_y	200, 250, 300 e 350 MPa	4
Diâmetro externo D	101.6, 152.4, 203.2 e 254.0 mm	4
Espessura do tubo t	2, 3, 3.75, 4.75, 6 e 8 mm	6
Relação comprimento/diâmetro L/D	5, 10, 15, 20, 25, 30	6
Relação entre ação variável e permanente	0, 0.5, 1, 2, 3, 4 e 5	7

Fonte: Próprio autor

No campo correspondente aos resultados foram armazenadas as seguintes informações: Índices de confiabilidade β , probabilidade de falha P_f , fatores de sensibilidade α de cada variável aleatória, número de iterações necessária para atingir a convergência em cada configuração, valor avaliado na equação de estado limite para verificar a proximidade da curva de falha. Como foram 16.128 configurações de pilar, entre dimensões geométricas e resistências de aço e concreto, avaliados seguindo as normas técnicas ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017) e 3 análises de erro de modelo para cada, os dados foram filtrados para expor somente os valores máximos e mínimos. O procedimento foi resumido no fluxograma da Figura 3.1 e detalhado no Apêndice B. Os resultados obtidos e análises pertinentes são apresentados no capítulo a seguir.

Figura 3.1: Fluxograma de Aplicação da confiabilidade estrutural



Fonte: Próprio autor

3.5 ALGORITMOS DE CÁLCULO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Neste apêndice, será apresentado os processos detalhados do algoritmo de cálculo da confiabilidade estrutural de pilares mistos preenchidos de seção circular. Inicialmente, foi montada uma legenda, que está representada na Tabela 3.6, para facilitar a produção e referenciar as chamadas recursivas do processo.

Tabela 3.6: Legenda dos tipos de distribuição

Distribuição	Código	Sigla PDF	Sigla CDF
Normal	1	dnorm	cnorm
Lognormal	2	dln	cln
Gumbel máximos	3	dgma	cgma
Gumbel mínimos	4	dgmi	cgmi

Fonte: Próprio autor

As equações de estado-limite utilizadas para definir as curvas de falha do problema são reunidas abaixo para cada uma das normas técnicas estudadas: ABNT NBR 8800 (2008) pela Equação (3.11)), EN 1994-1-1 (2004) pela Equação (3.12)) e AS/NZS 2327 (2017) pela Equação (3.13)).

Tabela 3.7: Informações das variáveis aleatórias

Variáveis aleatórias	Média μ	COV δ	Distribuição
ABNT NBR 8800 (2008)	1,286	$\frac{0,196}{1,286} = 0,152$	Lognormal
X_1 EN 1994-1-1 (2004)	1,164	$\frac{0,179}{1,164} = 0,154$	Lognormal
AS/NZS 2327 (2017)	1,051	$\frac{0,194}{1,051} = 0,185$	Lognormal
X_2 Resistência do concreto	1,08 f_{ck}	0,15	Normal
X_3 Resistência do aço	1,08 f_y	0,05	Lognormal
X_4 Ação Permanente	1,05 D_n	0,10	Normal
X_5 Ação Variável	1,00 L_n	0,25	Gumbel (TI máx)

Fonte: Próprio autor

As variáveis aleatórias são representadas pelo vetor x e cada índice corresponde a um fator que é apresentado na Tabela 3.7, junto com os valores paramétricos analisados. No cálculo dos coeficientes de confinamento do concreto η_c e penalização do aço η_a das normas EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017), são considerados os valores nominais ou característicos dos fatores envolvidos, conforme a prescrição de cada norma.

$$g(x, A_c, A_a, \alpha, \chi) := x_1 \cdot \chi \cdot (A_c \cdot x_2 \cdot \alpha \cdot 10^{-3} + A_a \cdot x_3 \cdot 10^{-3}) - x_4 - x_5 \quad (3.11)$$

$$g(x, A_c, A_a, t, D, f_c, f_y, \eta_a, \eta_c, \chi) := x_1 \cdot \chi \cdot \left(\frac{A_c}{10^3} \cdot x_2 \cdot \left(1 + \eta_c \cdot \frac{t}{D} \cdot \frac{f_y}{f_c} \right) + \eta_a \cdot \frac{A_a}{10^3} \cdot x_3 \right) - x_4 - x_5 \quad (3.12)$$

$$g(x, A_c, A_a, t, D, k_f, f_c, f_y, \eta_a, \eta_c, \alpha_c) := x_1 \cdot \alpha_c \cdot \left(\frac{A_c}{10^3} \cdot x_2 \cdot \left(1 + \eta_c \cdot \frac{t}{D} \cdot \frac{f_y}{f_c} \right) + \eta_a \cdot k_f \cdot \frac{A_a}{10^3} \cdot x_3 \right) - x_4 - x_5 \quad (3.13)$$

Para as conversões de coeficiente de correlação equivalentes à distribuição Normal/Normal, as equações apresentadas por Kiureghian e Liu (1986) foram nomeadas seguindo a lista da Tabela 3.8 os coeficientes de correlação equivalente foram calculados e armazenados por meio da rotina apresentada na Figura 3.2.

Tabela 3.8: Transformação para os Coeficientes de correlação equivalentes

Distribuições com correlação	Sigla Correlação equivalente	Transformação
Normal / Lognormal	CCeqNLN	Equação (3.14)
Normal / Gumbel	CCeqNG	Equação (3.15)
Lognormal / Lognormal	CCeqLNLN	Equação (3.16)
Lognormal / Gumbel máximos	CCeqLNGMA	Equação (3.17)
Lognormal / Gumbel mínimos	CCeqLNGMI	Equação (3.18)

Fonte: Próprio autor

$$r = \frac{\delta_{LN}}{\sqrt{\ln(1 + \delta_{LN}^2)}} \quad (3.14)$$

$$r = 1,031 \quad (3.15)$$

$$r = \frac{\ln(1 + \rho \cdot \delta_i \cdot \delta_j)}{\rho \sqrt{\ln(1 + \delta_i^2) \cdot \ln(1 + \delta_j^2)}} \quad (3.16)$$

$$r = 1,029 + 0,001\rho + 0,014\delta_{LN} + 0,004\rho^2 + 0,2338\delta_{LN}^2 - 0,197\rho \cdot \delta_{LN} \quad (3.17)$$

$$r = 1,029 - 0,001\rho + 0,014\delta_{LN} + 0,004\rho^2 + 0,2338\delta_{LN}^2 + 0,197\rho \cdot \delta_{LN} \quad (3.18)$$

Para realizar o cálculo dos valores nominais das variáveis aleatórias de ação permanente e variável, é calculada a capacidade resistente à compressão axial de projeto. As rotinas de cálculo automatizado das normas são apresentadas nas Figura 3.3 (ABNT NBR 8800 ,2008), Figura 3.4 (EN 1994-1-1 ,2004) e Figura 3.5 (AS/NZS 2327 ,2017). O método FORM, seguindo o modelo de Nataf (LI *et al.*, 2008), realiza a transformação das variáveis em distribuições normais equivalentes e esse processo é apresentado na Figura 3.6. Os cálculos iterativos dos índices de confiabilidade e fatores de sensibilidades são descritos nas Figura 3.7 (ABNT NBR 8800, 2008), Figura 3.8 (EN 1994-1-1, 2004) e Figura 3.9 (AS/NZS 2327, 2017). Por fim, a rotina da Figura 3.10 faz o armazenamento do cálculo paramétrico.

Figura 3.2: Cálculo dos coeficientes de transformação para correlação equivalente

```

r := for a ∈ 1..nva
      for b ∈ 1..nva
        ua,b ← 1 if a = b
        otherwise
          ua,b ← 0 if Rxa,b = 0
          otherwise
            ua,b ← 1 if (coda ∧ codb) = 1
            ua,b ← CCeqLNLN(Rxa,b, cova, covb) if (coda ∧ codb) = 2
            if [(coda = 2) ∧ (codb = 1)] ∨ [(coda = 1) ∧ (codb = 2)]
              c ← max(a, b)
              ua,b ← CCeqNLN(covc)
            ua,b ← CCeqNG if [(coda = 3) ∧ (codb = 1)] ∨ [(coda = 1) ∧ (codb = 3)]
            ua,b ← CCeqNG if [(coda = 4) ∧ (codb = 1)] ∨ [(coda = 1) ∧ (codb = 4)]
            if [(coda = 2) ∧ (codb = 3)] ∨ [(coda = 3) ∧ (codb = 2)]
              c ← min(a, b)
              ua,b ← CCeqLNGMA(Rxa,b, covc)
            if [(coda = 2) ∧ (codb = 4)] ∨ [(coda = 4) ∧ (codb = 2)]
              c ← min(a, b)
              ua,b ← CCeqLNGM(Rxa,b, covc)
      u

```

Fonte: Próprio autor

Figura 3.3: Capacidade resistente à compressão axial de projeto - ABNT NBR 8800 (2008)

$$\begin{aligned}
 \text{Nrd}(f_c, f_y, D, t, L, E_a) := & \quad \text{Ac} \leftarrow \text{Ac}(D, t) \\
 & \quad \text{Aa} \leftarrow \text{Aa}(D, \text{Ac}) \\
 & \quad \text{Nplrk} \leftarrow \text{Nplrk}(\text{Aa}, f_y, \text{Ac}, f_c, .95) \\
 & \quad \text{Nplrd} \leftarrow \text{Nplrd}(\text{Aa}, f_y, 1.1, \text{Ac}, f_c, 1.4, .95) \\
 & \quad \text{Eci} \leftarrow \text{Eci}(1, f_c) \\
 & \quad \alpha_i \leftarrow \alpha_i(f_c) \\
 & \quad \text{Ecr} \leftarrow \text{Ecr}(\alpha_i, \text{Eci}) \\
 & \quad \text{Ic} \leftarrow \text{Ic}(D, t) \\
 & \quad \text{Ia} \leftarrow \text{Ia}(D, \text{Ic}) \\
 & \quad \text{EIe} \leftarrow \text{EIe}(E_a, \text{Ia}, \text{Ecr}, \text{Ic}) \\
 & \quad \text{Ncr} \leftarrow \text{Ncr}(\text{EIe}, L) \\
 & \quad \lambda \leftarrow \lambda_r(\text{Nplrk}, \text{Ncr}) \\
 & \quad \chi \leftarrow \chi(\lambda) \\
 & \quad \text{Nrd} \leftarrow \chi \cdot \text{Nplrd} \\
 & \quad \text{Nrd}
 \end{aligned}$$

Fonte: Próprio autor

Figura 3.4: Capacidade resistente à compressão axial de projeto - EN 1994-1-1 (2004)

$$\begin{aligned}
 \text{Nrd}(f_c, f_y, D, t, L, E_a) := & \quad \text{Ac} \leftarrow \text{Ac}(D, t) \\
 & \quad \text{Aa} \leftarrow \text{Aa}(D, \text{Ac}) \\
 & \quad \text{Nplrk} \leftarrow \text{Nplrk}(\text{Aa}, f_y, \text{Ac}, f_c) \\
 & \quad \text{Ecm} \leftarrow \text{Ecm}(1, f_c) \\
 & \quad \text{Ic} \leftarrow \text{Ic}(D, t) \\
 & \quad \text{Ia} \leftarrow \text{Ia}(D, \text{Ic}) \\
 & \quad \text{EIe} \leftarrow \text{EIe}(E_a, \text{Ia}, \text{Ecm}, \text{Ic}) \\
 & \quad \text{Ncr} \leftarrow \text{Ncr}(\text{EIe}, L) \\
 & \quad \lambda_r \leftarrow \lambda_r(\text{Nplrk}, \text{Ncr}) \\
 & \quad \Phi_r \leftarrow \Phi_r(0.21, \lambda_r) \\
 & \quad \chi \leftarrow \chi(\Phi_r, \lambda_r) \\
 & \quad \eta_a \leftarrow \eta_a(\lambda_r) \\
 & \quad \eta_c \leftarrow \eta_c(\lambda_r) \\
 & \quad \text{Nplrd} \leftarrow \text{Nplrd}(\text{Aa}, f_y, 1, \text{Ac}, f_c, 1.5, t, D, \eta_a, \eta_c) \\
 & \quad \text{Nrd} \leftarrow \chi \cdot \text{Nplrd} \\
 & \quad \text{Nrd}
 \end{aligned}$$

Fonte: Próprio autor

Figura 3.5: Capacidade resistente à compressão axial de projeto - AS/NZS 2327 (2017)

```

Nrd(fc, fy, D, t, L, Ea) :=
  Ac ← Ac(D, t)
  Aa ← Aa(D, Ac)
  kf ← kf(D, t, fy)
  Nplrk ← Nplrk(Aa, kf, fy, Ac, fc)
  fcmi ← fcmi(fc)
  Ec ← Ec(2400, fcmi)
  Ic ← Ic(D, t)
  Ia ← Ia(D, Ic)
  Ele ← Ele(Ea, Ia, Ec, Ic)
  Ncr ← Ncr(Ele, L)
  λr ← λr(Nplrk, Ncr)
  αc ← αc(λr, kf)
  ηa ← ηa(λr)
  ηc ← ηc(λr)
  Nplrd ← Nplrd(Aa, kf, fy, 0.9, Ac, fc, 0.65, t, D, ηa, ηc)
  Nrd ← αc · Nplrd
  Nrd

```

Fonte: Próprio autor

Figura 3.6: Distribuição normal equivalente

```

Neq(cod, x, p1, p2) :=
  if cod = 1
    mneq ← p1
    dneq ← p2
  if cod = 2
    z ← qnorm(cln(x, p1, p2), 0, 1)
    dneq ←  $\frac{dnorm(z, 0, 1)}{dln(x, p1, p2)}$ 
    mneq ← x - z · dneq
  if cod = 3
    z ← qnorm(cgma(x, p1, p2), 0, 1)
    dneq ←  $\frac{dnorm(z, 0, 1)}{dgma(x, p1, p2)}$ 
    mneq ← x - z · dneq
  if cod = 4
    z ← qnorm(cgmi(x, p1, p2), 0, 1)
    dneq ←  $\frac{dnorm(z, 0, 1)}{dgm(x, p1, p2)}$ 
    mneq ← x - z · dneq
  ( mneq
    dneq )

```

Fonte: Próprio autor

Figura 3.7: Cálculo dos índices de confiabilidade, fatores de sensibilidade – ABNT NBR 8800 (2008)

```

Relia_index(fc, fy, Do, t, LD, k) :=
  ni ← 0
  b0 ← 0
  x0 ← 0
  bk ← 0.1
  xk ← 0.1
  Lo ← LD · Do
  Nrd ← Nrd(fc, fy, Do, t, Lo, 200)
  Dn ← Dn(Nrd, k, 1.4, 1.5)
  Ln ← Ln(Nrd, k, 1.4, 1.5)
  M ← M(fc, fy, Dn, Ln)
  x ← M
  D ← D(fc, fy, Dn, Ln)
  p1 ← par1(M, D)
  p2 ← par2(M, D)
  Ac ← Ac(Do, t)
  Aa ← Aa(Do, Ac)
  Nplrk ← Nplrk(Aa, fy, Ac, fc, .95)
  Eci ← Eci(1, fc)
  αi ← αi(fc)
  Ecr ← Ecr(αi, Eci)
  Ic ← Ic(Do, t)
  Ia ← Ia(Do, Ic)
  Ele ← Ele(200, Ia, Ecr, Ic)
  Ncr ← Ncr(Ele, Lo)
  λr ← λr(Nplrk, Ncr)
  χ ← χ(λr)
  for u ∈ 1..nva
    for v ∈ 1..nva
      Dnequ,v ← 0
  while (|bk - b0| > 0.001) ∧ (|xk - x0| / xk > 0.01)
    b0 ← bk
    x0 ← xk
    for i ∈ 1..nva
      w ← Neq(codi, xi, p1i, p2i)
      Mneqi ← w1
      Dneqi,i ← w2
    Jyx ← L-1 · Dneq-1
    Jxy ← Dneq · L
    y ← Jyx · (x - Mneq)
    gx ← g(x, Ac, Aa, .95, χ)
    gy ← gx
    gradx ← ∇x g(x, Ac, Aa, .95, χ)
    grady ← JxyT · gradx
    αy ← grady / |grady|
    αy2 ← αy2
    y ← αy · gradyT · y - gy
    bk ← |y|
    x ← Jxy · y + Mneq
    xk ← |x|
    ni ← ni + 1
  (
    bk   αy1  αy21
    b0   αy2  αy22
    ni   αy3  αy23
    gx   αy4  αy24
    |grady| αy5  αy25
  )

```

Fonte: Próprio autor

Figura 3.8: Cálculo dos índices de confiabilidade, fatores de sensibilidade – EN 1994-1-1 (2004)

```

Relia_index(fc, fy, Do, t, LD, k) :=
  ni ← 0
  b0 ← 0
  x0 ← 0
  bk ← 0.1
  xk ← 0.1
  Lo ← LD · Do
  Nrd ← Nrd(fc, fy, Do, t, Lo, 200)
  Dn ← Dn(Nrd, k, 1.35, 1.5)
  Ln ← Ln(Nrd, k, 1.35, 1.5)
  M ← M(fc, fy, Dn, Ln)
  x ← M
  D ← D(fc, fy, Dn, Ln)
  p1 ← par1(M, D)
  p2 ← par2(M, D)
  Ac ← Ac(Do, t)
  Aa ← Aa(Do, Ac)
  Nplrk ← Nplrk(Aa, fy, Ac, fc)
  Ecm ← Ecm(1, fc)
  Ic ← Ic(Do, t)
  Ia ← Ia(Do, Ic)
  Ele ← Ele(200, Ia, Ecm, Ic)
  Ncr ← Ncr(Ele, Lo)
  λr ← λr(Nplrk, Ncr)
  ηa ← ηa(λr)
  ηc ← ηc(λr)
  Φr ← Φr(.21, λr)
  χ ← χ(Φr, λr)
  for u ∈ 1..nva
    for v ∈ 1..nva
      Dnequ,v ← 0
  while (|bk - b0| > 0.001) ∧ (|xk - x0| / xk > 0.01)
    b0 ← bk
    x0 ← xk
    for i ∈ 1..nva
      w ← Neq(codi, xi, p1i, p2i)
      Mneqi ← w1
      Dneqi,i ← w2
    Jyx ← L-1 · Dneq-1
    Jxy ← Dneq · L
    y ← Jyx · (x - Mneq)
    gx ← g(x, Ac, Aa, t, Do, fc, fy, ηa, ηc, χ)
    gy ← gx
    gradx ← ∇x g(x, Ac, Aa, t, Do, fc, fy, ηa, ηc, χ)
    grady ← JxyT · gradx
    αy ←  $\frac{\text{grady}}{|\text{grady}|}$ 
    αy2 ← αy2
    y ← αy ·  $\frac{\text{grady}^T \cdot y - \text{gy}}{|\text{grady}|}$ 
    bk ← |y|
    x ← Jxy · y + Mneq
    xk ← |x|
    ni ← ni + 1
    (
      bk   αy1 αy21
      b0   αy2 αy22
      ni   αy3 αy23
      gx   αy4 αy24
      |grady| αy5 αy25
    )

```

Fonte: Próprio autor

Figura 3.9: Cálculo dos índices de confiabilidade, fatores de sensibilidade – AS/NZS 2327 (2017)

```

Relia_index(fc, fy, Do, t, LD, k) :=
  ni ← 0
  b0 ← 0
  x0 ← 0
  bk ← 0.1
  xk ← 0.1
  Lo ← LD · Do
  kf ← kf(Do, t, fy)
  Nrd ← Nrd(fc, fy, Do, t, Lo, 200)
  Dn ← Dn(Nrd, k, 1.2, 1.5)
  Ln ← Ln(Nrd, k, 1.2, 1.5)
  M ← M(fc, fy, Dn, Ln)
  x ← M
  D ← D(fc, fy, Dn, Ln)
  p1 ← par1(M, D)
  p2 ← par2(M, D)
  Ac ← Ac(Do, t)
  Aa ← Aa(Do, Ac)
  Nplrk ← Nplrk(Aa, kf, fy, Ac, fc)
  femi ← femi(fc)
  Ec ← Ec(2400, femi)
  Ic ← Ic(Do, t)
  Ia ← Ia(Do, Ic)
  Ele ← Ele(200, Ia, Ec, Ic)
  Ncr ← Ncr(Ele, Lo)
  λr ← λr(Nplrk, Ncr)
  ηa ← ηa(λr)
  ηc ← ηc(λr)
  αc ← αc(λr, kf)
  for u ∈ 1..nva
    for v ∈ 1..nva
      Dnequ,v ← 0

  while (|bk - b0| > 0.001) ∧ (  $\frac{|xk - x0|}{xk} > 0.01$  )
    b0 ← bk
    x0 ← xk
    for i ∈ 1..nva
      w ← Neq(codi, xi, p1i, p2i)
      Mneqi ← w1
      Dneqi,i ← w2
    Jyx ← L-1 · Dneq-1
    Jxy ← Dneq · L
    y ← Jyx · (x - Mneq)
    gx ← g(x, Ac, Aa, t, Do, kf, fc, fy, ηa, ηc, αc)
    gy ← gx
    gradx ← ∇x g(x, Ac, Aa, t, Do, kf, fc, fy, ηa, ηc, αc)
    grady ← JxyT · gradx
    αy ←  $\frac{\text{grady}}{|\text{grady}|}$ 
    αy2 ← αy2
    y ← αy ·  $\frac{\text{grady}^T \cdot y - \text{gy}}{|\text{grady}|}$ 
    bk ← |y|
    x ← Jxy · y + Mneq
    xk ← |x|
    ni ← ni + 1
  (
    bk   αy1  αy21
    b0   αy2  αy22
    ni   αy3  αy23
    gx   αy4  αy24
    |grady| αy5  αy25
  )

```

Fonte: Próprio autor

Figura 3.10: Cálculo paramétrico e armazenamento de resultados

```

Analise := | n ← 0
           | for a ∈ 1..4
           |   for b ∈ 1..4
           |     for c ∈ 1..4
           |       for d ∈ 1..6
           |         for e ∈ 1..6
           |           for f ∈ 1..7
           |             n ← n + 1
           |             u ← Relia_index( $f c_a, f y_b, D o_c, t_d, L D_e, k_f$ )
           |             RIn,1 ←  $f c_a$ 
           |             RIn,2 ←  $f y_b$ 
           |             RIn,3 ←  $D o_c$ 
           |             RIn,4 ←  $t_d$ 
           |             RIn,5 ←  $L D_e$ 
           |             RIn,6 ←  $k_f$ 
           |             RIn,7 ←  $u_{1,1}$ 
           |             RIn,8 ←  $u_{3,1}$ 
           |             RIn,9 ←  $u_{4,1}$ 
           |             RIn,10 ←  $u_{1,2}$ 
           |             RIn,11 ←  $u_{2,2}$ 
           |             RIn,12 ←  $u_{3,2}$ 
           |             RIn,13 ←  $u_{4,2}$ 
           |             RIn,14 ←  $u_{5,2}$ 
           |             RIn,15 ←  $u_{1,3}$ 
           |             RIn,16 ←  $u_{2,3}$ 
           |             RIn,17 ←  $u_{3,3}$ 
           |             RIn,18 ←  $u_{4,3}$ 
           |             RIn,19 ←  $u_{5,3}$ 
           |           |

```

Fonte: Próprio autor

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O primeiro resultado do estudo foi o banco de dados cujo número de dados depende na norma avaliada pois há diferença nos pré-requisitos para aplicação de cada procedimento normativo. As principais características desse banco de dados são descritas a seguir. Na sequência, são apresentados e discutidos os valores de erro de modelo (ME), seguidos dos testes de aderência, índices de confiabilidade e fatores de sensibilidade. Nessa última etapa foi avaliada a influência dos seguintes fatores: relação entre ação variável e ação permanente (L_n/D_n), esbeltez local do pilar influenciada pelo diâmetro D , espessura t e resistência f_y do tubo de aço, relação de esbeltez global comprimento/diâmetro L/D e a resistência do concreto f_{ck} .

4.1 DEFINIÇÃO DO BANCO DE DADOS

Li *et al* (2015) elaborou um banco de dados com 353 exemplares pertencentes a 17 estudos realizados entre os anos de 1996 e 2013. A partir do seu banco de dados, foi verificado que, ao sintetizar as informações de outros autores, alguns equívocos foram cometidos. A consulta aos estudos originais permitiu corrigir tais equívocos e elaborar um novo banco de dados no qual foram incluídos estudos de outros autores, totalizando 404 resultados experimentais de pilares preenchidos de seção circular submetidos a compressão axial centrada.

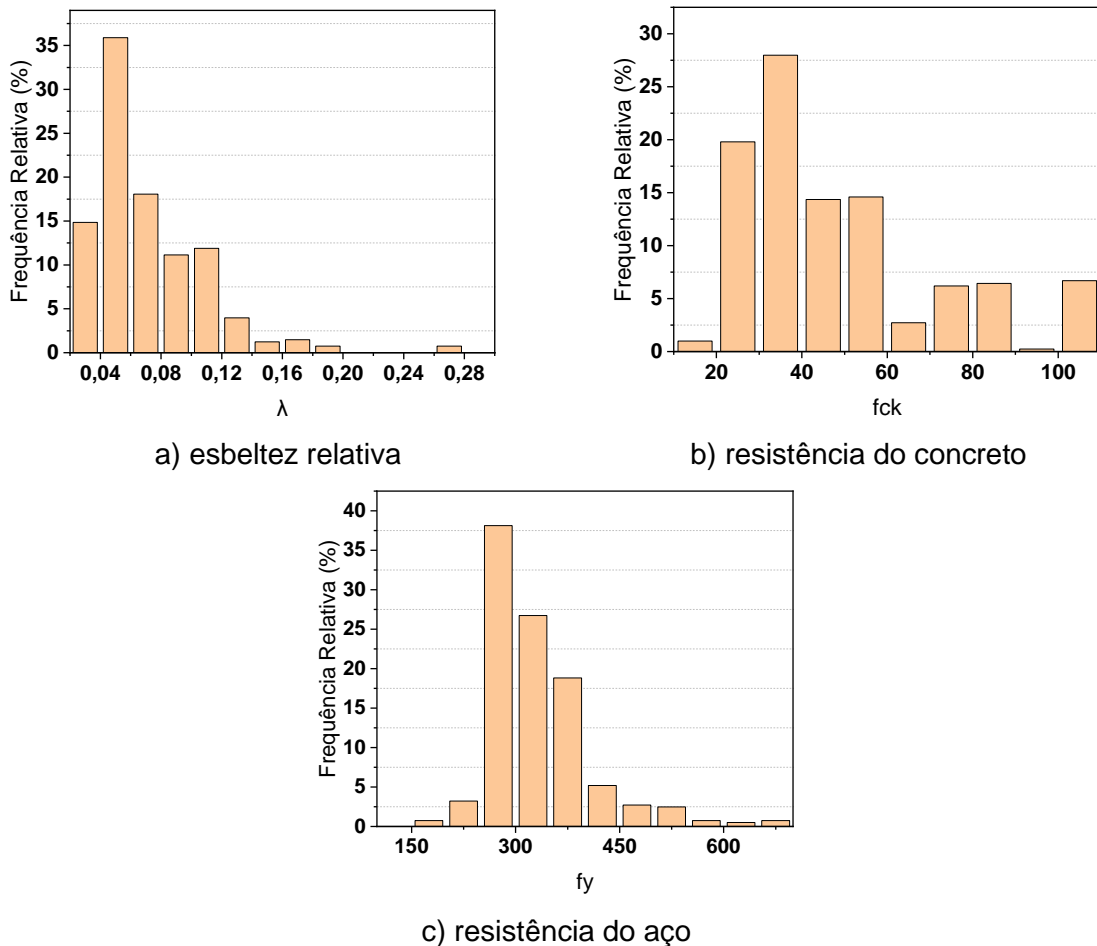
A distribuição dos dados em relação à esbeltez local (Figura 4.1a), resistência característica a compressão do concreto (Figura 4.1b) e resistência ao escoamento do aço (Figura 4.1c) é apresentada em histogramas.

A partir da Figura 4.1a, percebe-se que poucos exemplares ultrapassam os limites normativos de esbeltez local, dados pela relação D/t (diâmetro/espessura). A ABNT NBR 8800 (2008) limita a esbeltez relativa a 0,15, enquanto a EN 1994-1-1 (2004) limita a 0,09 e módulo de elasticidade do aço constante igual a 235 GPa; a AS/NZS 2327 (2017) limita a esbeltez da seção em até 0,19. Os números de exemplares que ultrapassam esses valores são 15, 70 e 3, respectivamente para ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017).

Quanto a resistência à compressão do concreto (Figura 4.1b), a norma brasileira sugere os limites presentes na ABNT NBR 6118 (2014) que se aplica a resistências de até 90 MPa. O EN 1994-1-1 (2004) mantém o limite em 50 MPa, enquanto a AS/NZS 2327 (2017)

permite concretos com resistência até 100 MPa. Tais limitações resultaram na exclusão de 32 exemplares para análise considerando a norma brasileira, 175 para o EN 1994-1-1 (2004) e 30 pilares excluídos para a AS/NZS 2327 (2017).

Figura 4.1: Histogramas



Fonte: Próprio autor

Por fim, a resistência ao escoamento do aço é limitada a 450, 460 e 690 MPa, respectivamente para a norma brasileira, europeia e dos países da Oceania (Figura 4.1c). Da limitação imposta pela ABNT NBR 8800 (2008) resultaram 28 exclusões, ao passo que a EN 1994-1-1 (2004) eliminou 42 pilares devido ao limite inferior de 250 MPa. A aplicação da limitação da norma AS/NZS 2327 (2017) não resultou em nenhuma exclusão pois seu limite para a resistência ao escoamento do aço é o maior dentre as 3 normas consideradas no estudo.

$$\lambda \leq 2,0 \quad (4.1)$$

Para que um pilar seja considerado misto, a parcela de contribuição do perfil de aço para a capacidade resistente a plastificação total da seção (Equação (B.1)) deve respeitar certos Limites. A avaliação desse parâmetro resultou em 14 exclusões para a ABNT NBR 8800 (2008), 18 para a EN 1994-1-1 (2004) e também 18 para a AS/NZS 2327 (2017). A

verificação do limite de esbeltez reduzida (Equação (4.1) resultou na eliminação de um único pilar.

Na Tabela 4.1 é apresentada uma síntese do número de pilares descartados em função dos limites impostos por cada norma. Concluída a verificação dos limites de resistência dos materiais e características geométricas resultaram as seguintes amostras:

1. ABNT NBR 8800 (2008): 334 dados experimentais;
2. EN 1994-1-1 (2004): 180 dados experimentais e;
3. AS/NZS 2327 (2017): 360 dados experimentais.

Uma vez definida a amostra, foi calculado o erro de modelo (ME) conforme item a seguir.

Tabela 4.1: Verificação dos limites de aplicabilidade e validação dos dados experimentais

Verificação	Número de dados descartados*		
	ABNT NBR 8800 (2008)	EN 1994-1-1 (2004)	AS/NZS 2327 (2017)
Resistência ao escoamento do aço	29	42	0
Resistência característica a compressão do concreto	32	175	30
Esbeltez local da seção transversal	15	70	3
Contribuição do perfil de aço na capacidade resistente do pilar	14	18	18
Esbeltez reduzida do pilar	1	1	1

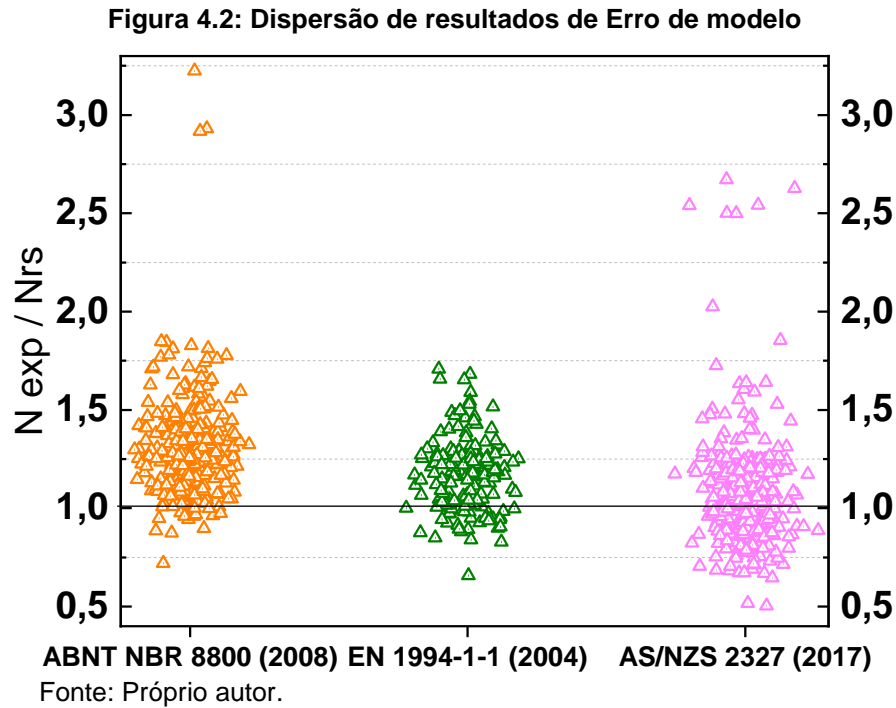
*: alguns exemplares não atenderam a mais de um requisito

Fonte: Próprio autor

4.2 CÁLCULO DO ERRO DE MODELO

O quociente entre as forças resistentes experimental prevista por cada uma das normas corresponde ao erro de modelo e os valores obtidos se referem a 334, 180 e 360 pilares, respectivamente para ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017). A dispersão dos dados, para cada uma das normas é mostrada a seguir, na Figura 4.2.

Para as normas NBR 8800 (2008) e AS/NZS 2327 (2017), fica nítida a discrepância de alguns dados em relação ao restante da amostra. Os exemplares pertencem ao estudo experimental publicado por Kato (1996), cujos demais pilares foram descartados na verificação dos limites de aplicabilidade.



A fim de confirmar se os dados discrepantes correspondem a *outliers* (observações descartáveis), foi utilizado o teste de Grubbs (1969), que consiste em comparar a distância G entre o dado x_n para a média da amostra \bar{x} , proporcional ao desvio padrão s , a um valor crítico T_n associado à distribuição t de Student com nível de significância α e $n - 2$ graus de liberdade, conforme as Equações (4.2) e (4.3), respectivamente.

$$G = \frac{(x_n - \bar{x})}{s} \quad (4.2)$$

$$T_n(\alpha) \leq \frac{t_{\alpha/n, n-2}}{\sqrt{1 + \frac{n \cdot t_{\alpha/n, n-2}^2 - 1}{(n-1)^2}}} \quad (4.3)$$

O teste de Grubbs (1969) é aplicado a um dado extremo de cada vez e refeito para o restante da amostra em caso de exclusão (dado mascarado). Esse teste confirmou a presença de dados que, de fato, possuem pouca significância e a Tabela 4.2 reúne os passos de verificação desses *outliers* nas amostras de erro de modelo de cada norma técnica. Por segurança, o teste também foi aplicado aos resultados da EN 1994-1-1 (2004), porém nenhum *outlier* foi observado.

As amostras definitivas são representadas na Figura 4.3, onde estão apresentados os diagramas de caixa referentes aos dados de erro de modelo a serem caracterizados. São apresentados os dados extremos de cada amostra.

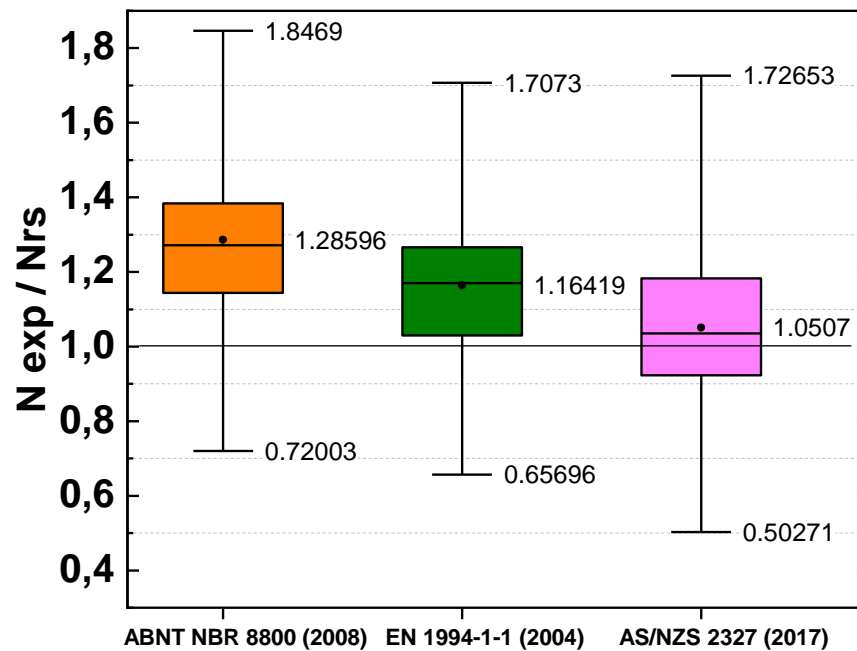
Tabela 4.2: Teste de Grubbs para identificação de Outliers

	n	Média	Desvio Padrão	Dado mais discrepante	G	T crítico	$\alpha = 5\%$
NBR	334	1.3016	0.2552	3.2237	7.5317	3.7537	Outlier
	333	1.2958	0.2328	2.9313	7.0249	3.7528	Outlier
	332	1.2909	0.2151	2.9170	7.5586	3.7520	Outlier
	331	1.2860	0.1960	0.7200	2.8876	3.7512	OK
EC4	180	1.1642	0.1791	1.7073	3.0324	3.5736	OK
AS/NZS	360	1.0808	0.2805	2.6713	5.6712	3.7744	Outlier
	359	1.0764	0.2680	2.6272	5.7871	3.7737	Outlier
	358	1.0721	0.2555	2.5414	5.7513	3.7729	Outlier
	357	1.0680	0.2437	2.5398	6.0397	3.7721	Outlier
	356	1.0638	0.2312	2.5010	6.2161	3.7713	Outlier
	355	1.0598	0.2186	2.4986	6.5831	3.7706	Outlier
	354	1.0557	0.2050	2.0249	4.7269	3.7698	Outlier
	353	1.0530	0.1987	1.8536	4.0289	3.7690	Outlier
352	1.0507	0.1944	1.7265	3.4771	3.7682	OK	

Fonte: Próprio autor

O maior valor de dispersão dos resultados foi de 1,22 para a AS/NZS 2327 (2017) e o menor foi de 1,05 para EN 1994-1-1 (2004), enquanto que ABNT a NBR 8800 (2008) apresentou dispersão de 1,13. A caixa corresponde ao intervalo entre o primeiro (25%) e o terceiro quartil (75%), ou seja, 50% da amostra está compreendida dentro da caixa. A linha dentro da caixa corresponde à mediana (50% dos dados), enquanto que o ponto destacado corresponde à média da amostra.

Figura 4.3: Diagramas de caixa do erro de modelo das normas técnicas estudadas



Fonte: Próprio autor

Quanto maior a distância entre a média e a relação unitária (N_{exp}/N_{Rs}), maior o conservadorismo do modelo; por outro lado, quanto menor a dispersão, maior a precisão. Dos diagramas de caixa apresentados na Figura 4.3 verifica-se que os resultados da norma europeia EN 1994-1-1 (2004) são os mais precisos, pois apresentam a combinação de média baixa (1,16) e menor valor máximo (1,71). A norma AS/NZS 2327 (2017) é a menos conservadora (média = 1,05) e com a pior precisão (maior dispersão), enquanto que ABNT NBR 8800 (2008) foi a menos exata (média = 1,286) e, portanto, a mais conservadora.

Na seção a seguir é apresentado o teste de aderência que resulta no ajuste estatístico.

4.3 CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DAS AMOSTRAS

A caracterização estatística de uma amostra consiste em aplicar um teste de aderência aos dados. Esse teste pode ser apenas visual ou numérico; para isso é assumido que os dados correspondem a um tipo de distribuição com função conhecida e é avaliado o ajuste dessa função aos dados. Para um teste visual, dispõem-se os dados em histograma e compara-se a curva obtida com a curva teórica da distribuição testada. Nessa avaliação qualitativa há um erro embutido uma vez que um subconjunto de dados é representado pela média de cada intervalo do histograma. Mesmo que se escolha uma quantidade e tamanho de intervalos adequado, o erro não é eliminado.

Diversos testes numéricos estão disponíveis na literatura como o teste Chi Quadrado e o teste Kolmogorov-Smirnov (teste K-S). O primeiro vale-se da inversa da função cumulativa de probabilidade da distribuição teórica testada, porém a maioria das funções inversas não é aplicável ao intervalo de dados em questão. O teste K-S consiste em dispor os dados em ordem crescente, atribuir a cada um, de forma acumulada, $1/n$ de probabilidade de ocorrência e verificar a distância máxima para a função densidade cumulativa (sigla em inglês *CDF*) da distribuição testada. A Equação (4.4) calcula a distância crítica para um nível de significância de 5% que rejeita a hipótese de ajuste caso seja ultrapassada. Quanto maior for a amostra, menor a distância crítica, portanto maior a exigência para o ajuste.

$$D_{critico} = \frac{1,36}{\sqrt{n}} \quad (4.4)$$

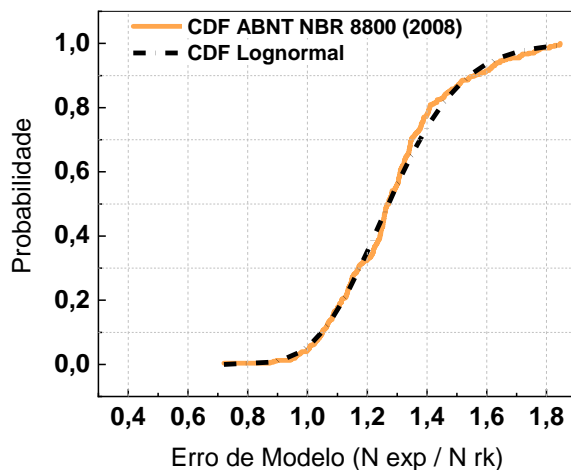
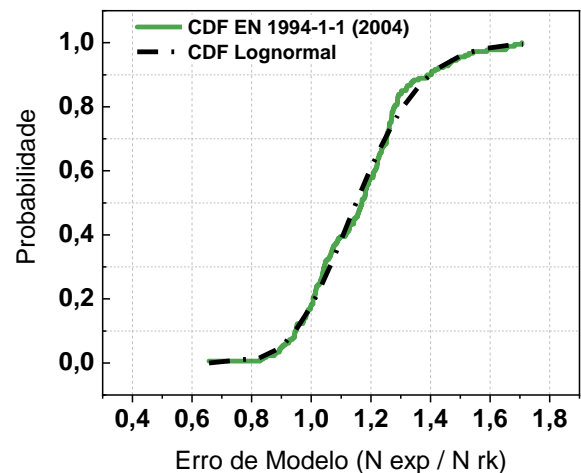
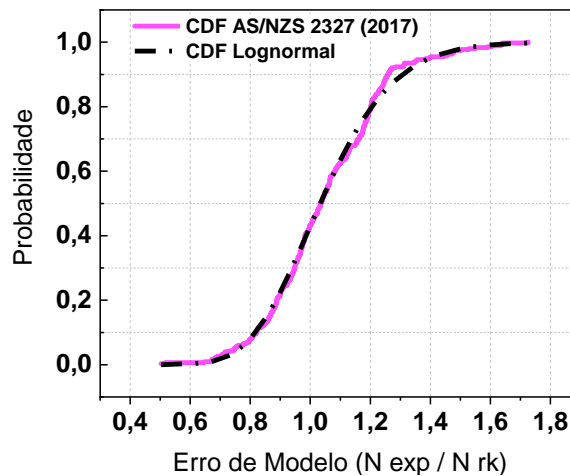
A Tabela 4.3 reúne o valor de distância crítica (Equação (4.4)) para o tamanho de amostra correspondente a cada uma das normas, além das distâncias calculadas ponto a ponto para as funções teóricas de probabilidade acumulada. Foram testadas sete distribuições de probabilidade teórica e os resultados obtidos para cada uma delas são apresentados na Tabela 4.3 para o teste de aderência K-S.

Tabela 4.3: Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov: distâncias máxima e crítica

Distribuição de probabilidade teórica	Distância Máxima		
	ABNT NBR 8800 (2008)	EN 1994-1-1 (2004)	AS/NZS 2327 (2017)
	n = 331 $D_{\text{crítico}} = 0,07475$	n = 180 $D_{\text{crítico}} = 0,10137$	n = 352 $D_{\text{crítico}} = 0,07249$
Normal	0,077773	0,074085	0,049162
LogNormal	0,054246	0,061029	0,04816
Gumbel (Tipo I máx)	0,079388	0,094909	0,12872
Gumbel (Tipo I mín)	0,132112	0,109224	0,117509
Frechet (Tipo II máx)	0,100507	0,123509	0,128128
Frechet (Tipo II mín)	0,110557	0,086455	0,143651
Weibull (Tipo III mín)	0,110557	0,086455	0,143651

Fonte: Próprio autor

Figura 4.4: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov: Ajuste visual

a) $\mu = 1,286$; $\sigma = 0,196$; $P\{\{ME \leq 1,0\}\} = 5,7\%$ b) $\mu = 1,164$; $\sigma = 0,179$; $P\{\{ME \leq 1,0\}\} = 17,9\%$ c) $\mu = 1,051$; $\sigma = 0,194$; $P\{\{ME \leq 1,0\}\} = 42,9\%$

Fonte: Próprio autor

Para as normas técnicas avaliadas, verificou-se que a distribuição *Lognormal* é a que melhor representa os dados. A distribuição *Normal* também poderia ser representativa da AS/NZS 2327 (2017) e da EN 1994-1-1 (2004), e esta última ainda poderia ser representada pela distribuição Tipo I para máximos (*Gumbel*), porém com distâncias calculadas maiores. A Figura 4.4 apresenta as curvas CDF dos dados experimentais de cada norma e as curvas CDF teóricas da distribuição *Lognormal* para o ajuste visual e que confirmam as caracterizações calculadas. A partir da função teórica, avaliada pelos parâmetros definidos, foi possível calcular a probabilidade de a variável erro de modelo ser menor ou igual a 1,0 e obteve-se os valores de 5,7% para ABNT NBR 8800 (2008), 17,9% para EN 1994-1-1 (2004) e 42,9% para AS/NZS 2327 (2017).

A seguir, após caracterizada a última variável aleatória a ser considerada na análise de confiabilidade, é apresentado o cálculo de correlação entre essas variáveis.

4.4 CORRELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

A análise de correlação só se justifica para avaliar o coeficiente de correlação (ρ_x) do erro de modelo de cada norma com as resistências dos materiais aplicados. A Tabela 4.4 apresenta os valores calculados a partir da Equação (4.5) para cada um desses coeficientes. Os resultados compõem a matriz de correlação R_x , que corresponde aos coeficientes de correlação reais entre as variáveis aleatórias.

$$\rho_{x_i,j} = \frac{Cov[X_i, X_j]}{\sigma_{x_i}\sigma_{x_j}} = \frac{E[X_i * X_j] - E[X_i] * E[X_j]}{\sigma_{x_i}\sigma_{x_j}} \quad (4.5)$$

Tabela 4.4: Coeficientes de Correlação entre o erro de modelo de cada norma e as resistências dos materiais

Erro de modelo	Coeficiente de correlação ρ_x	
	f_{ck}	f_y
ABNT NBR 8800 (2008)	-0,27	0,047*
EN 1994-1-1 (2004)	-0,16	0,043*
AS/NZS 2327 (2017)	-0,21	-0,016*

* Não apresentaram nível de significância suficiente, podem ser considerados iguais a 0,0 (zero).

Fonte: Próprio autor

Os coeficientes de correlação entre o erro de modelo e a resistência ao escoamento do aço são valores muito baixos, em que se verificou um nível de significância inferior a 5%, o que permite a desconsideração do valor. A correlação do erro de modelo com a resistência à compressão do concreto também é baixa, mas já significativa. O valor negativo indica uma tendência de redução do erro para um aumento no f_{ck} .

O modelo de Nataf (LI *et al.*, 2008) trabalha com a transformação das variáveis aleatórias de distribuição qualquer a partir do espaço real para um espaço normal equivalente. Os coeficientes de correlação precisam de uma correção equivalente. Kiureghian e Liu (1986) apresentam equações para obtenção do coeficiente de correlação equivalente entre diversas combinações de tipos de função de probabilidade. A distribuição para as resistências do concreto e do aço e para os erros de modelo das normas técnicas consideradas no estudo são representadas pela função *Lognormal* (LN).

A relação entre duas distribuições LN *i* e *j* é dada pela Equação (4.6) em que o coeficiente δ corresponde ao coeficiente de variação da variável, calculado pela razão entre o desvio padrão e a média da amostra. Uma vez calculadas as relações, o coeficiente de correlação equivalente é calculado pela Equação (4.7). Os resultados reunidos na Tabela 4.5 compõem a matriz R_z e são aplicados a decomposição de Cholesky para obtenção das matrizes Jacobianas responsáveis pelas transformações entre espaços no FORM.

$$r = \frac{\ln(1 + \rho \cdot \delta_i \cdot \delta_j)}{\rho \sqrt{\ln(1 + \delta_i^2) \cdot \ln(1 + \delta_j^2)}} \quad (4.6)$$

$$\rho_{z_{i,j}} = r * \rho_{x_{i,j}} \quad (4.7)$$

Tabela 4.5 Coeficientes de correlação equivalente

Erro de modelo	Coeficiente de correlação ρ_z	
	f_{ck}	f_y
ABNT NBR 8800 (2008)	-0,272	0
EN 1994-1-1 (2004)	-0,161	0
AS/NZS 2327 (2017)	-0,212	0

Fonte: Próprio autor

Os coeficientes apresentados na Tabela 4.5 indicam uma fraca correlação entre o erro de modelo de cada norma técnica estudada e a resistência do concreto. O sinal negativo corresponde a uma redução no valor do erro de modelo à medida que aumenta o valor de f_{ck} . A correlação entre o erro de modelo e a resistência do aço não possui significância. A seguir, são apresentados os resultados obtidos nas análises de confiabilidade.

4.5 ÍNDICES DE CONFIABILIDADE E FATORES DE SENSIBILIDADE

Nesse item são avaliados os índices de confiabilidade e fatores de sensibilidade em função de variações nos seguintes parâmetros: relação ação variável / ação permanente (L_n/D_n); esbeltez local da seção do pilar, combinando diâmetro D , espessura t e resistência ao

escoamento do aço f_y do tubo; resistência do concreto f_{ck} ; relação de esbeltez global comprimento/diâmetro L/D .

Para todas as análises desse item foram consideradas três situações distintas:

- Análise sem ajuste do erro de modelo (SAER): realizada considerando apenas os valores previstos considerando as formulações de cada uma das três normas avaliadas;
- Análise com ajuste do erro de modelo (CAER): realizada considerando os valores previstos considerando as formulações de cada uma das três normas avaliadas e os resultados experimentais;
- Análise com ajuste do erro de modelo corrigido (CAEC): realizada considerando os valores previstos considerando as formulações de cada uma das três normas avaliadas e os resultados experimentais com correção da tendenciosidade;

A confiabilidade calculada a partir de uma análise sem avaliar o erro de modelo (SAER) resulta num índice normativo, pois considera apenas os fatores determinados pela norma técnica estudada. Esse pode ser considerado um parâmetro oficial, porém não considera a resposta real obtida nos ensaios e utilizada para validar o modelo adotado por uma norma técnica. Avaliar o erro de modelo e ajustar (CAER) permite obter o índice de confiabilidade real pois inclui a influência de resultados experimentais.

Dois fatores são inerentes ao erro de modelo: a tendenciosidade, medida pela média, e a dispersão, medida pelo coeficiente de variação da amostra. Quanto maior a média do erro de modelo, mais conservadora é a norma e maior a possibilidade de se atingir os níveis de confiabilidade desejados. O ideal é atingir os níveis de segurança com maior precisão, ou seja, com a média do erro de modelo ligeiramente acima de 1,0.

Para avaliar apenas a dispersão do erro de modelo é preciso corrigir a tendência dividindo os parâmetros pela média. Essa análise foi aqui denominada CAEC – Análise com ajuste do erro de modelo. Desse processo resulta uma variável aleatória com média unitária, mesmo tipo de distribuição e mesmo coeficiente de variação. Portanto, trata-se de uma variável com cerca de 50% de chance de ser menor ou igual a 1,0. Como consequência, há redução do índice de confiabilidade em relação às avaliações sem erro de modelo ou com erro de modelo sem correção.

É importante avaliar a ordem de grandeza da probabilidade de falha P_f associada a cada nível de confiabilidade β . A Tabela 4.6 apresenta esses valores obtidos a partir da Equação (C.6). Os níveis $\beta = 1$ e $\beta = 2$ correspondem respectivamente a uma probabilidade

de falha de 15,8% e 2,3%, que são valores considerados muito elevados para análises de estado limite último. A partir do nível $\beta = 3$, índice alvo indicado por Ellingwood e Galambos (1982), a probabilidade de falha é inferior a 0,135%. Para o índice-alvo $\beta_{alvo} = 3,8$ a ser adotado, a probabilidade reduz para 0,0072%.

Tabela 4.6: Probabilidade de falha associada ao índice de confiabilidade calculado

β	1	2	3	4	5	6
P_f	$1,58 \times 10^{-1}$	$2,28 \times 10^{-2}$	$1,35 \times 10^{-3}$	$3,17 \times 10^{-5}$	$2,87 \times 10^{-7}$	$9,87 \times 10^{-10}$

Fonte: Próprio autor

Para essa análise foram consideradas as variáveis e intervalos de valores mostrados na Tabela 4.7, onde é apresentado também o incremento dos níveis de análise. A relação L_n/D_n possui ainda um valor de 0,5 e a espessura t não considera 7 mm. Os incrementos da esbeltez local são calculados a partir das combinações de diâmetro, espessura e resistência do aço, considerado módulo de elasticidade de 200 GPa.

Tabela 4.7: Dados para cálculo da probabilidade de falha associada ao índice de confiabilidade

Variável	Intervalo		Incremento
	Valor mínimo	Valor máximo	
Relação ação L_n/D_n	0	5	1
Esbeltez local $(D/t) \cdot (f_y/E)$	0,01	0,225	-
Diâmetro D (mm)	101,6	254,0	50,8
Espessura t (mm)	2,00	8,00	1
f_y (MPa)	200	350	50
f_{ck} (MPa)	30	90	20
Relação L/D	5	30	5

Fonte: Próprio autor

A seguir, são apresentados os resultados de índices de confiabilidade e fatores de sensibilidade, para cada uma das variáveis analisadas.

4.5.1 RELAÇÃO AÇÃO VARIÁVEL / AÇÃO PERMANENTE (L_n/D_n)

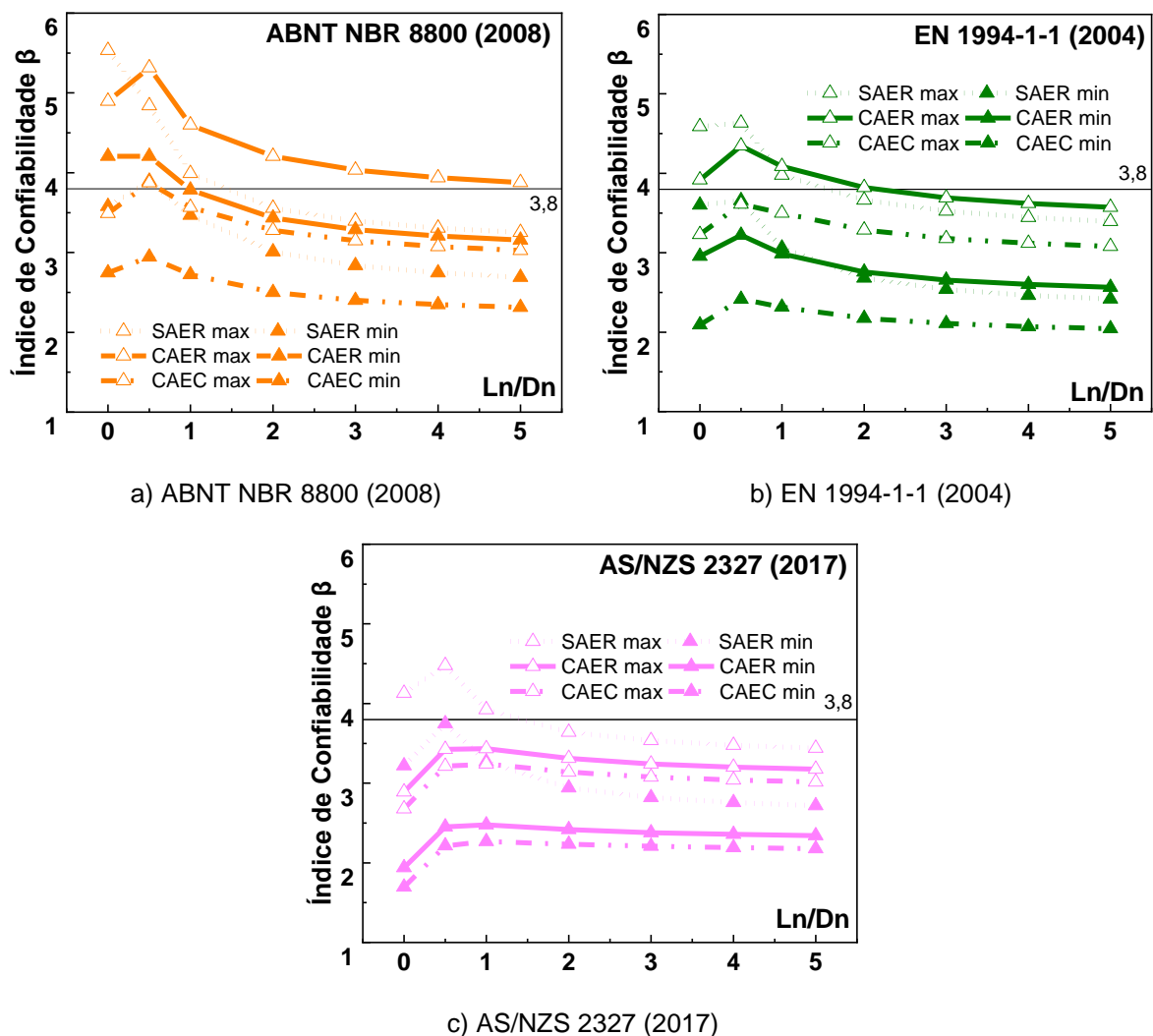
Para avaliar a influência da variação na relação entre ação variável (L_n) e ação permanente (D_n) no índice de confiabilidade considerou-se que tal relação podia variar entre 0,0 (sem ação variável) e 5,0, conforme mostrado na Tabela 4.7.

A Figura 4.5 apresenta os índices de confiabilidade em função da variação na relação L_n/D_n . As linhas pontilhadas correspondem às análises sem avaliar o erro de modelo (SAER); as análises com avaliação do erro de modelo (CAER) são apresentadas em linhas tracejadas. Por fim, as análises com avaliação do erro corrigido da tendenciosidade (CAEC) são representadas em linha contínua. Os resultados são apresentados para o intervalo de valores

máximo (marcadores vazados) e mínimos (marcadores preenchidos) das 16128 configurações de pilares definidos na seção 3.1.

A ação variável L_n possui o maior coeficiente de variação das variáveis consideradas na análise de confiabilidade. Em consequência disso, ao aumentar o valor da ação variável L_n , aumentando a relação L_n/D_n , há redução do índice de confiabilidade β para as três normas, ABNT NBR 8800 (2008), EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017). Para a ABNT NBR 8800 (2008) a variação do índice de confiabilidade é mais significativa, evidenciado pelo comportamento das curvas da Figura 4.5a. Nesse caso, o maior valor de índice de confiabilidade foi de 5,532 (SAER máximo) enquanto que para as normas EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017) os maiores valores foram, respectivamente, 4,587 (Figura 4.5b) e 4,362 (Figura 4.5c). Independente da norma considerada, é observada tendência assintótica para relações L_n/D_n superiores a 3.

Figura 4.5: Variação do Índice de confiabilidade - Relação L_n / D_n

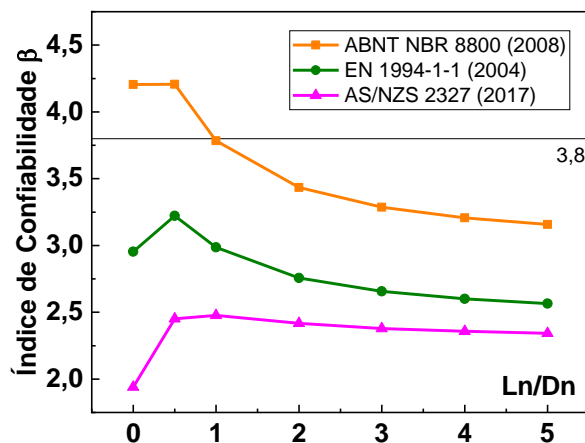


Fonte: Próprio autor

Para valores reduzidos da relação L_n/D_n , entre 0 e 0,5, ocorre uma ligeira elevação do nível de confiabilidade (Figura 4.5). Isso ocorre porque há redução do valor nominal da ação permanente D_n , com menor coeficiente de variação, sendo que o valor de L_n ainda não é significativo. Vale ressaltar que para a AS/NZS 2327 (2017) - Figura 4.5c, diferentemente das demais normas, são observados os menores índices para L_n/D_n , entre 0 e 0,5 pois, nesse intervalo, prevalece a influência do erro de modelo que, uma vez que possui a menor média (1,051), é a menos conservadora das 3 normas analisadas.

A Figura 4.6 reúne os valores mínimos obtidos na análise com ajuste do erro de modelo de cada norma (CAER min). Fica explícito que o conservadorismo de cada norma determina o nível de confiabilidade. Quanto maior a média do erro de modelo, mais conservador e mais confiável foram os resultados obtidos. A ABNT NBR 8800 (2008) é a única a atingir o índice alvo $\beta_{alvo} = 3,8$ para as configurações com relação L_n/D_n até 1,0. As demais normas não atingem este nível de segurança para nenhuma configuração.

Figura 4.6: Variação do Índice de Confiabilidade – análise com ajuste do erro de modelo (CAER), valores mínimos



Fonte: Próprio autor

A influência da dispersão é notada para valores da relação L_n/D_n igual a 0, onde a interferência do erro de modelo na redução da confiabilidade se deve a probabilidade do seu valor ser menor que 1,0, que é de 5,7% para a norma brasileira, de 17,9% para a norma europeia e de 42,9% para a norma dos países da Oceania.

Para os demais valores de relação entre as ações variável e permanente, destaca-se a uniformidade do índice obtido para a AS/NZS 2327 (2017) que é bastante similar independentemente do valor da relação L_n/D_n . Embora os resultados da AS/NZS 2327 (2017) sejam bastante uniformes, em nenhuma das relações L_n/D_n avaliadas o índice de confiabilidade atingiu ao índice alvo $\beta_{alvo} = 3,8$.

A Tabela 4.8 apresenta os valores mínimos para cada análise do erro de modelo das normas estudadas. Para a análise sem considerar o erro de modelo (análise SAER), a

AS/NZS 2327 (2017) apresentou o maior índice de confiabilidade, porém, tal índice apresentou redução significativa na análise com ajuste do erro de modelo (CAER). Para as demais normas não houve redução do índice de confiabilidade quando foi feito o ajuste do erro de modelo. Isso se deve ao fato da norma AS/NZS 2327 (2017) ser a que tem menor média ($\mu = 1,051$) e maior dispersão ($\sigma = 0,194$; $\delta = 0,185$), sendo ambas situações desfavoráveis para a análise.

Quando corrigida a tendenciosidade (análises SAER e CAER com CAEC), a dispersão promove redução dos índices de confiabilidade para todas as normas. Comparando os índices de confiabilidade (valores mínimos, Tabela 4.8) e tomando a análise sem ajuste do erro de modelo (SAER) como referência, verifica-se que o índice de confiabilidade diminuiu ao considerar o ajuste do erro de modelo corrigido (CAEC) sendo a maior redução observada para a norma AS/NZS 2327 (2017).

Tabela 4.8: Índices de confiabilidade - Valores mínimos de cada análise, relação L_n/D_n

Índice de confiabilidade	Valores mínimos de β (P_f)		
	SAER	CAER	CAEC
ABNT NBR 8800 (2008)	2,69 (0,357%)	3,157 (0,080%) ↓ 4,5x	2,313 (1,036%) ↑ 2,9x
EN 1994-1-1 (2004)	2,417 (0,782%)	2,565 (0,516%) ↓ 1,5x	2,044 (2,048%) ↑ 2,6x
AS/NZS 2327 (2017)	2,717 (0,329%)	1,940 (2,619%) ↑ 8,0x	1,696 (4,494%) ↑ 13,6x

*↓↑: Aumento ou redução da probabilidade de falha

Fonte: Próprio autor

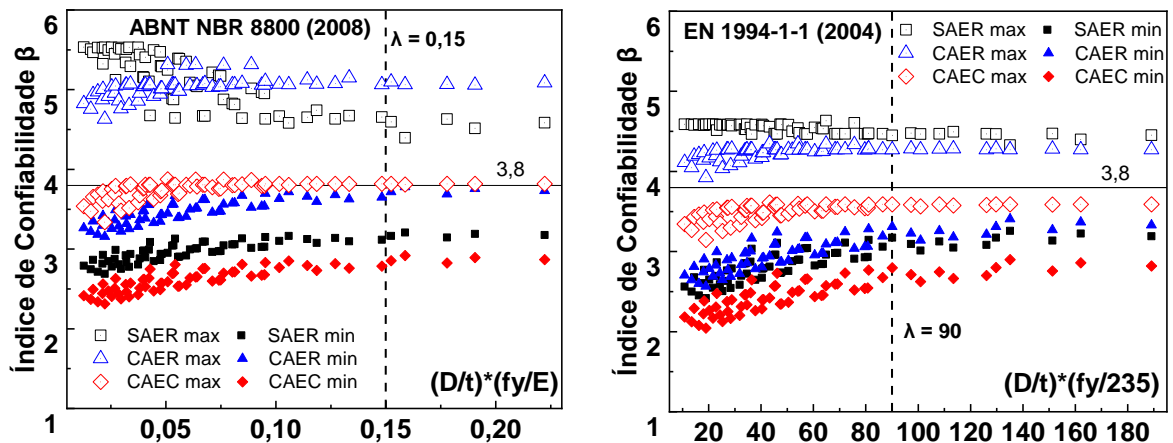
A seguir, é avaliada a influência da esbeltez local no índice de confiabilidade e fator de sensibilidade.

4.5.2 **ESBELTEZ LOCAL**

Para avaliar a influência da esbeltez local foram considerados 4 valores de diâmetro externo (101.6, 152.4, 203.2 e 254.0 mm), 6 espessuras (2, 3, 3.75, 4.75, 6 e 8 mm) e 4 resistências do tubo do aço (200, 250, 300 e 350 MPa). Estes fatores combinados representam a esbeltez local e devem respeitar aos limites de aplicabilidade de cada norma técnica avaliada, apresentados na Tabela B.2. A Figura 4.7 reúne os resultados de índice de confiabilidade e explicita o eixo limite correspondente a cada uma das normas. A norma EN 1994-1-1 (2004) foi a que apresentou o maior número de pilares que não atenderiam à exigência normativa, uma vez que é uma norma muito mais rigorosa nesse quesito, como já tinha sido verificado na Tabela 4.1 da seção 4.1.

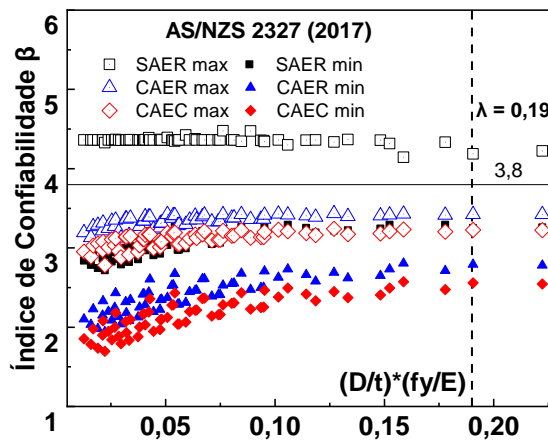
De maneira geral, todos os resultados apresentaram uniformidade, com tendência de aumento da confiabilidade com o aumento da esbelteza, mesmo para as configurações que ultrapassam os limites normativos. Essa situação tem contribuído para ampliação de estudos e discussões sobre o aumento dos limites de aplicabilidade, como já foi feito para a AS/NZS 2327 (2017) e pode ser notado no valor limite mais elevado dentre as normas avaliadas.

Figura 4.7: Índices de Confiabilidade – influência da esbelteza local



a) ABNT NBR 8800 (2008)

b) EN 1994-1-1 (2004)



c) AS/NZS 2327 (2017)

Fonte: Próprio autor

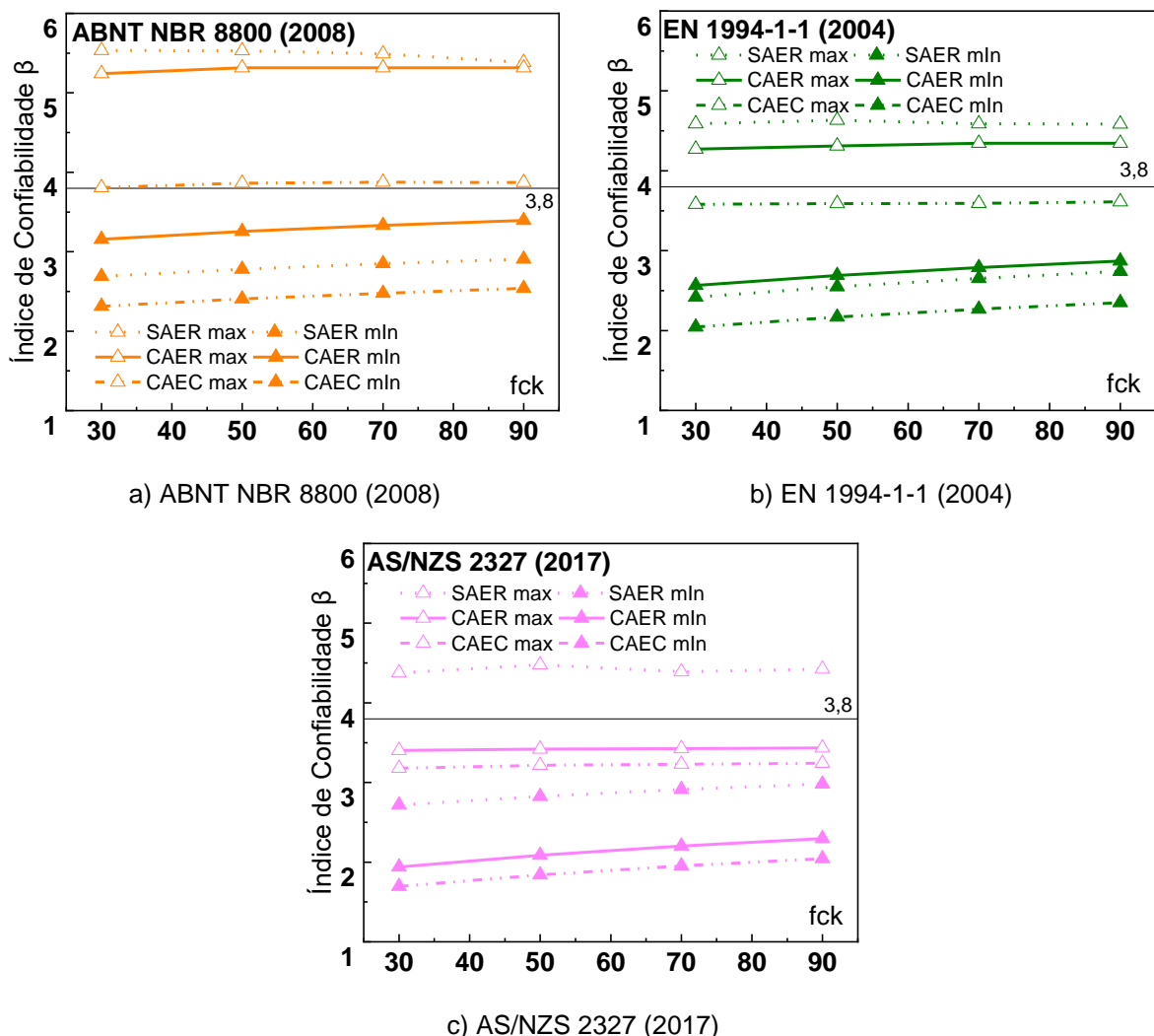
A influência da resistência ao escoamento do aço, o diâmetro externo e a espessura do tubo de aço também foram analisados separadamente e os resultados são apresentados no Apêndice C. Em resumo, para as três normas técnicas estudadas a confiabilidade aumenta com o aumento do diâmetro, diminui à medida que a espessura do tubo aumenta e se mantém constante para qualquer variação. Isso confirma os dados resumidos há pouco. A seguir, é avaliada a influência da resistência à compressão do concreto no índice de confiabilidade.

4.5.3 RESISTÊNCIA A COMPRESSÃO DO CONCRETO

Para as normas estudadas, os índices de confiabilidade pouco se alteram com a variação da resistência a compressão do concreto (Figura 4.8). Contudo, nota-se que os limites inferiores têm uma ligeira melhora com o aumento do f_{ck} , sendo de 3,16 para 3,4 para a ABNT NBR 8800 (2008), de 2,57 para 2,87 na EN 1994-1-1 (2004) e de 1,94 para 2,3 na AS/NZS 2327 (2017). Novamente, somente para a norma AS/NZS 2327 (2017) houve redução do índice de confiabilidade ao comparar os valores obtidos nas análises sem o erro de modelo (SAER), igual a 2,72, com erro sem correção da tendenciosidade (CAER), igual a 1,94.

Considerando a análise do erro sem correção, a ABNT NBR 8800 (2008) foi capaz de atender o índice alvo $\beta_{alvo} = 3,0$ para qualquer valor de f_{ck} avaliado.

Figura 4.8: Índices de Confiabilidade – influência da resistência do concreto



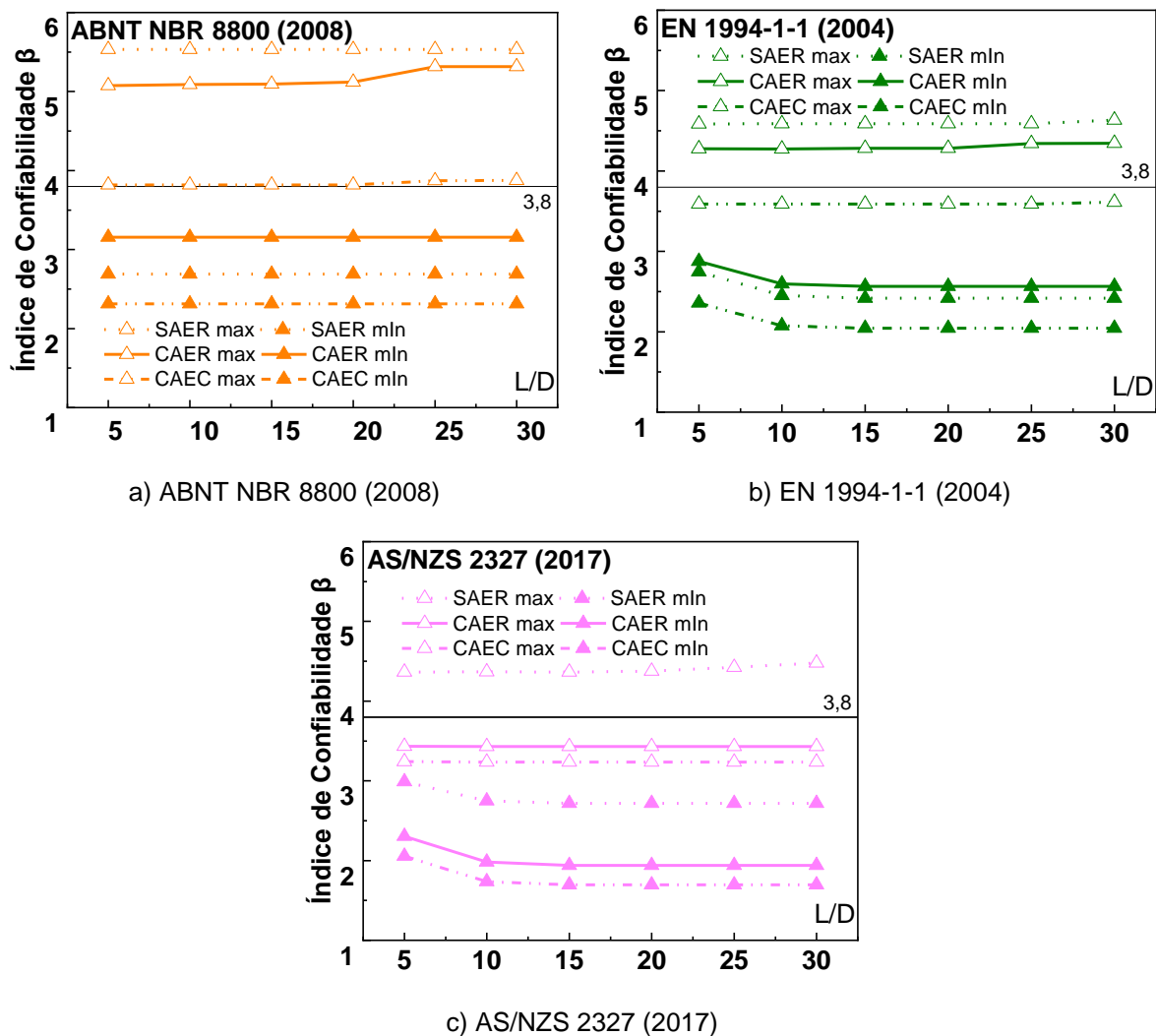
Fonte: Próprio autor

Na sequência, são apresentados e discutidos os resultados do índice de confiabilidade em função da variação da relação comprimento/diâmetro, L/D.

4.5.4 RELAÇÃO COMPRIMENTO / DIÂMETRO L/D

A Figura 4.9 apresenta os resultados de índice de confiabilidade para diferentes valores da relação comprimento/diâmetro L/D. A uniformidade dos resultados para a norma brasileira explicita a baixa influência desse parâmetro no nível de confiança associado ao modelo. Isso difere das demais normas avaliadas apenas no limite inferior obtido para L/D menor que 10, pois os pilares curtos passam a ter maior influência do efeito de confinamento, previsto e incluído pelas normas EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017).

Figura 4.9: Índices de Confiabilidade – influência da relação comprimento / diâmetro



Fonte: Próprio autor

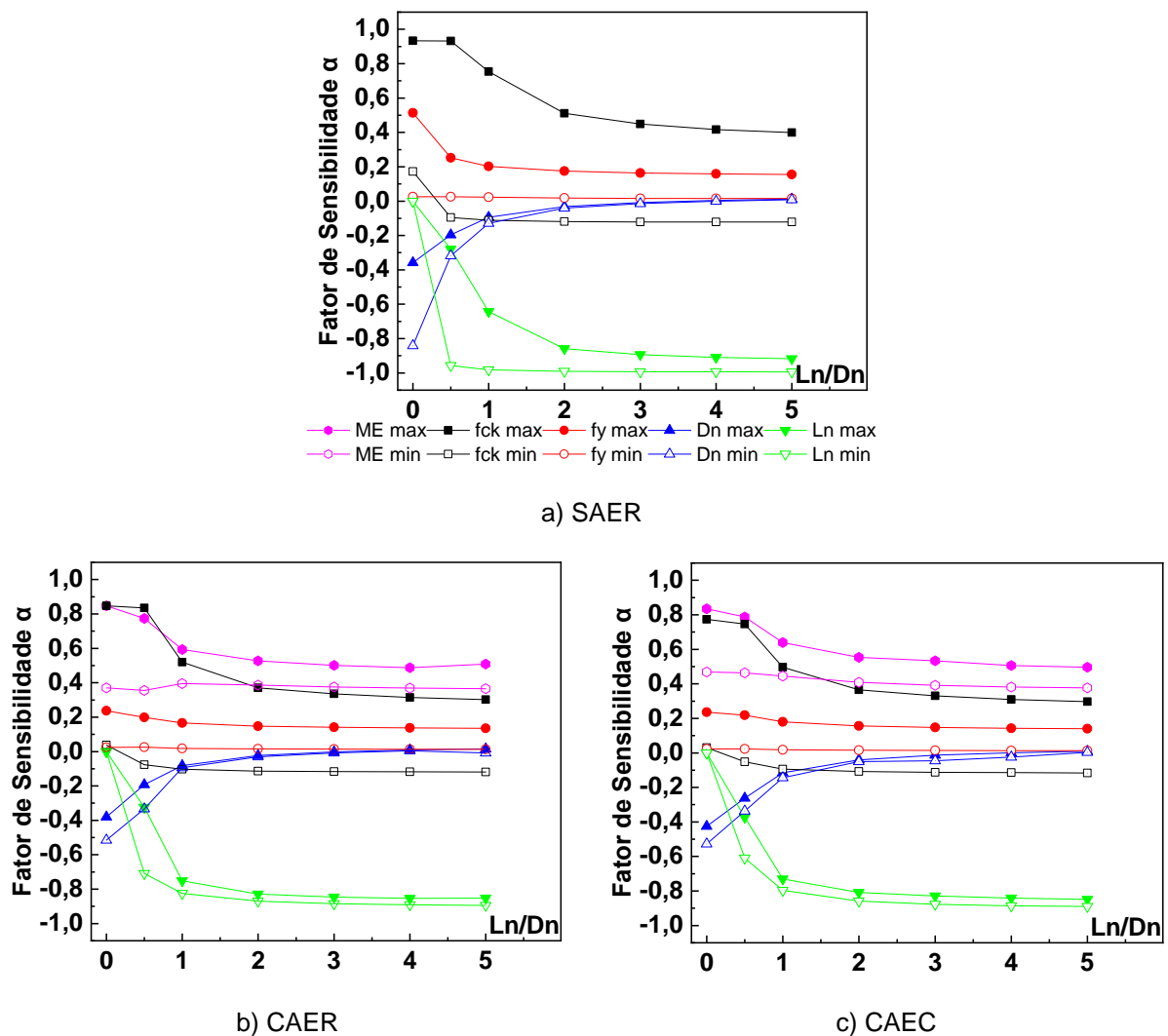
Para valores de L/D maiores que 5, o índice de esbelteza reduzido obtido pela Equação (B.11) tende a ultrapassar o limite de 0,5 e, portanto, o efeito de confinamento não é levado em conta pelas normas EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017). Uma análise diferente é proposta por Beck *et al.* (2009), que sugere considerar a variável erro de modelo dependente do índice de esbelteza reduzida. Os autores fizeram uma regressão para a caracterização do erro. Apesar da regressão, os resultados apresentaram razoável uniformidade com ligeira

redução da confiabilidade para pilares mais esbeltos (BECK *et al.*,2009). Outras análises estão presentes no Apêndice C.

4.5.5 FATORES DE SENSIBILIDADE AVALIADOS PELA VARIAÇÃO DA RELAÇÃO L_n/D_n

A Figura 4.10 apresenta os fatores de sensibilidade obtidos para a ABNT NBR 8800 (2008), para cada uma das análises do erro de modelo (SAER, CAER e CAEC). Os resultados mostram que, independente de correções no erro de modelo, a partir de $L_n/D_n = 2$, todos os fatores de sensibilidade assumem valores constantes, porém com diferentes fatores de sensibilidade. Nestes cenários: a ação variável apresenta a maior influência negativa e absoluta com baixíssima variabilidade ($-0,99 < \alpha < -0,85$); o erro de modelo resulta nos maiores valores positivos nas análises CAER e CAEC. Para a análise SAER, a resistência do concreto é que apresenta a maior influência positiva, porém, sempre apresentando variabilidade alta ($-0,12 < \alpha < 0,40$).

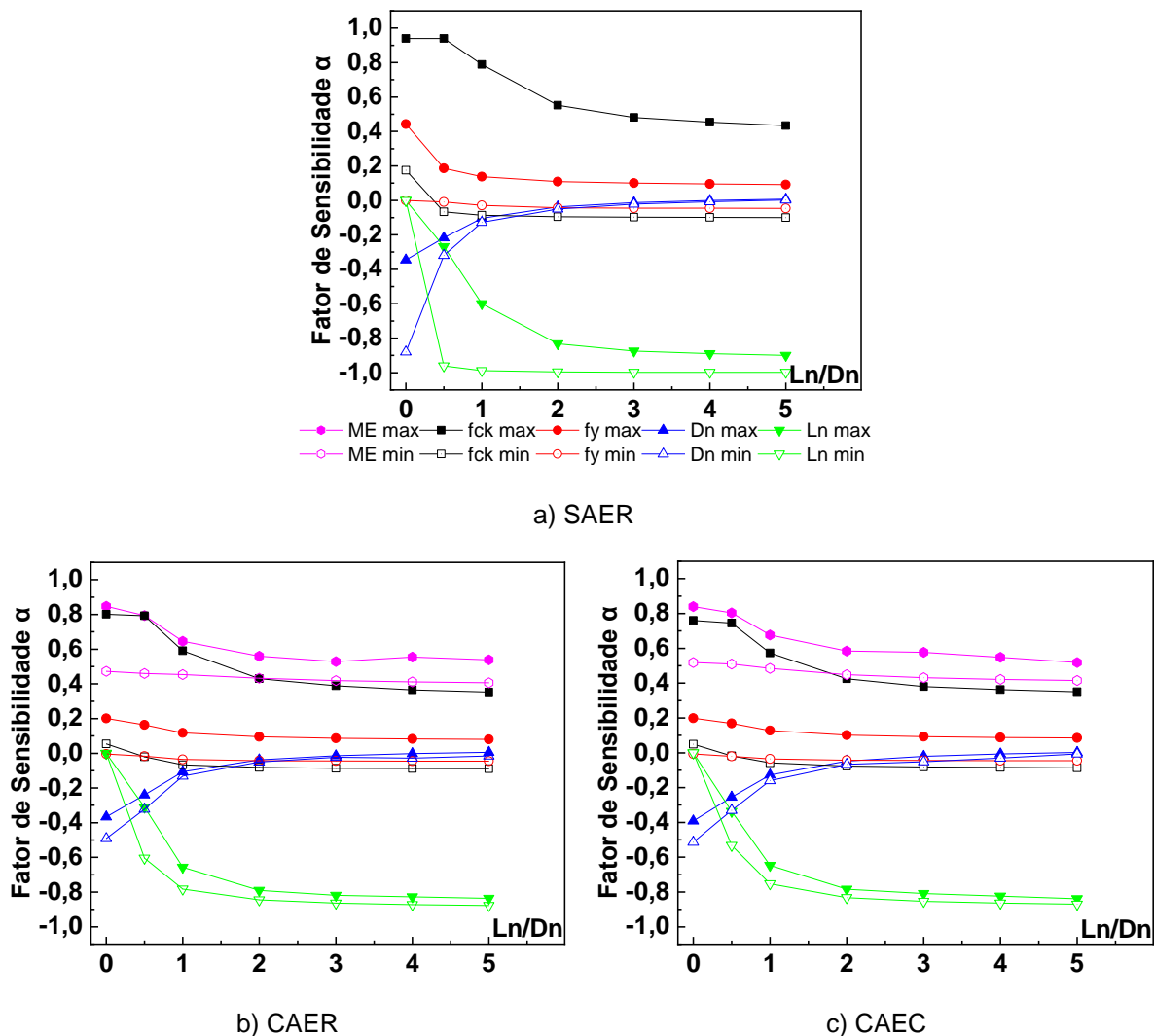
Figura 4.10: Fatores de Sensibilidade - ABNT NBR 8800 (2008)



Fonte: Próprio autor

Para valores de L_n/D_n inferiores a 2,0, a resistência do concreto assume a maior influência absoluta e eleva ainda mais a sua variabilidade ($-0,12 < \alpha < 0,93$). A ação permanente passa a ter a maior influência negativa pois, a ação variável é bastante reduzida. Os valores mínimos do erro de modelo corrigido (CAEC) são superiores à avaliação sem correção (CAER) pois a probabilidade de o erro ser menor que 1 passa de 5,7% para 53%. Na análise sem o erro de modelo SAER, para $L_n/D_n = 0$, a influência máxima da resistência do aço suplica em relação à sua influência nas demais relações L_n/D_n .

Figura 4.11: Fatores de sensibilidade - EN 1994-1-1 (2004)

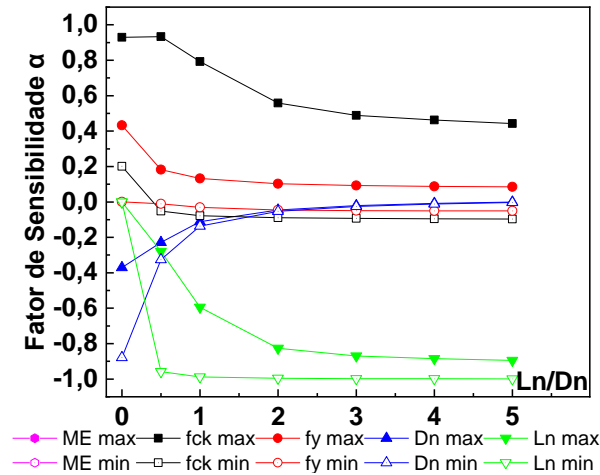


Fonte: Próprio autor

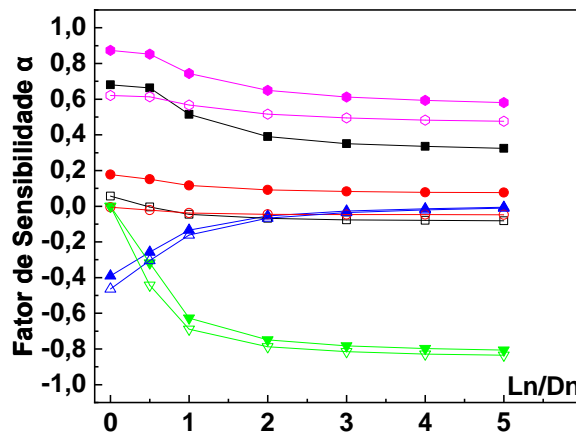
Os fatores de sensibilidade da análise de confiabilidade da EN 1994-1-1 (2004) são apresentados na Figura 4.11 e da AS/NZS 2327 (2017) na Figura 4.12. Dentre as análises realizadas verificou-se pouca variação para a norma brasileira. Para as normas estrangeiras EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017), não há diferença no limite inferior da influência do erro de modelo com ou sem correção, para valores de L_n/D_n menores que 2. Isso ocorre porque são normas menos conservadoras. Ainda para este intervalo, o fator de sensibilidade

do erro de modelo da norma AS/NZS 2327 (2017) é maior que a influência da resistência do concreto.

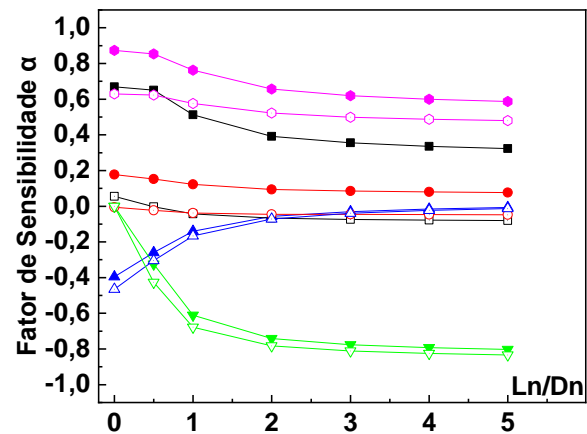
Figura 4.12: Fatores de Sensibilidade - AS/NZS 2327 (2017)



a) SAER



b) CAER



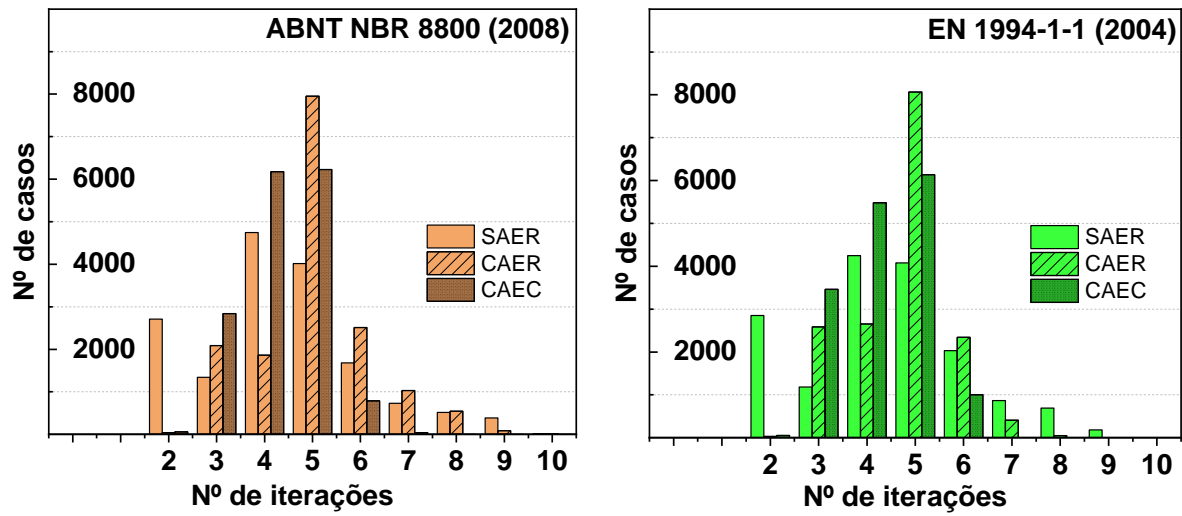
c) CAEC

Fonte: Próprio autor

4.5.6 OUTROS RESULTADOS

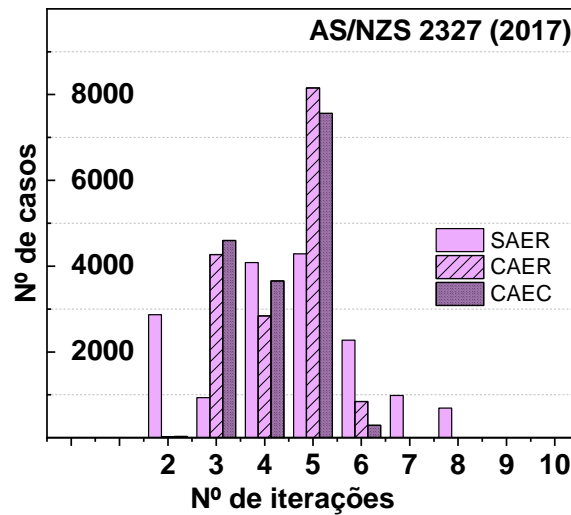
Nesta seção, são apresentados alguns dados que auxiliam na validação dos resultados expostos no corpo do estudo. Primeiramente, foi feito no processo de cálculo uma contagem do número de iterações necessária para se atingir a convergência de cada valor de índice de confiabilidade calculado e o resumo de cada quantidade de valores obtidos é apresentado na Figura 4.13. Nota-se que independente da norma e modo de avaliação, a maior quantidade está compreendida entre 4 e 6 iterações.

Figura 4.13: Número de iterações para convergência



a) ABNT NBR 8800 (2008)

b) EN 1994-1-1 (2004)

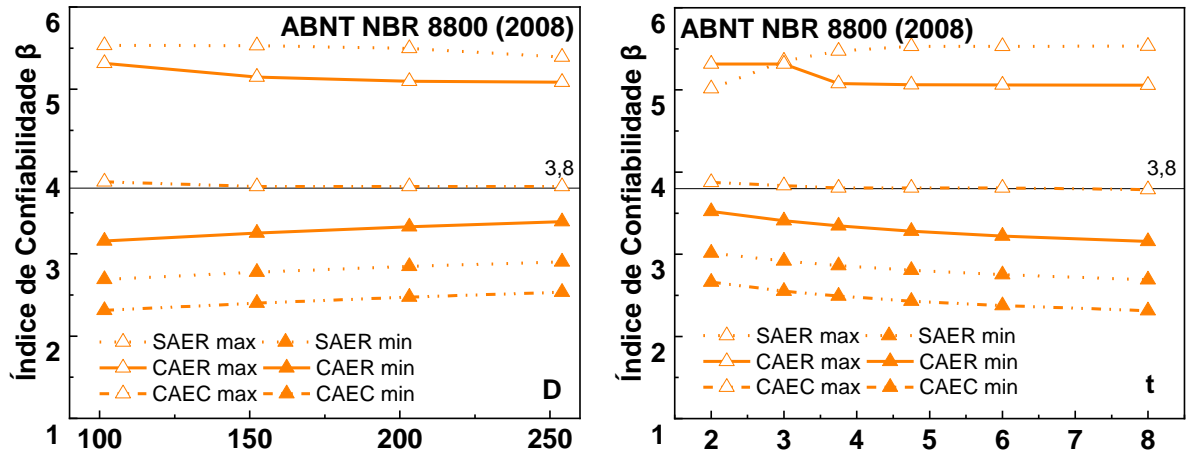


c) AS/NZS 2327 (2017)

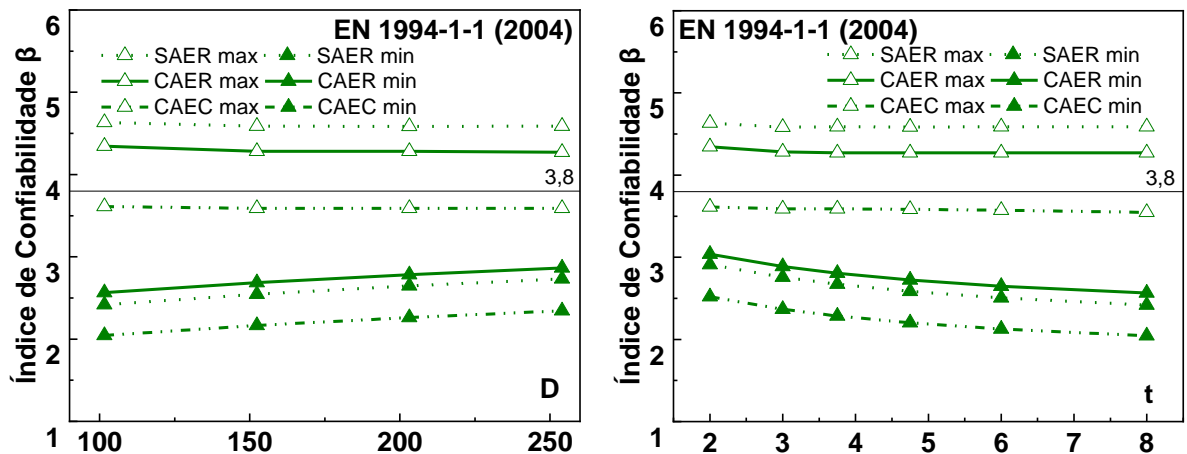
Fonte: Próprio autor

A seguir, são apresentados os resultados dos índices de confiabilidade obtidos com a variação do diâmetro externo D e espessura do tubo t (Figura 4.14), e resistência do aço f_y (Figura 4.15).

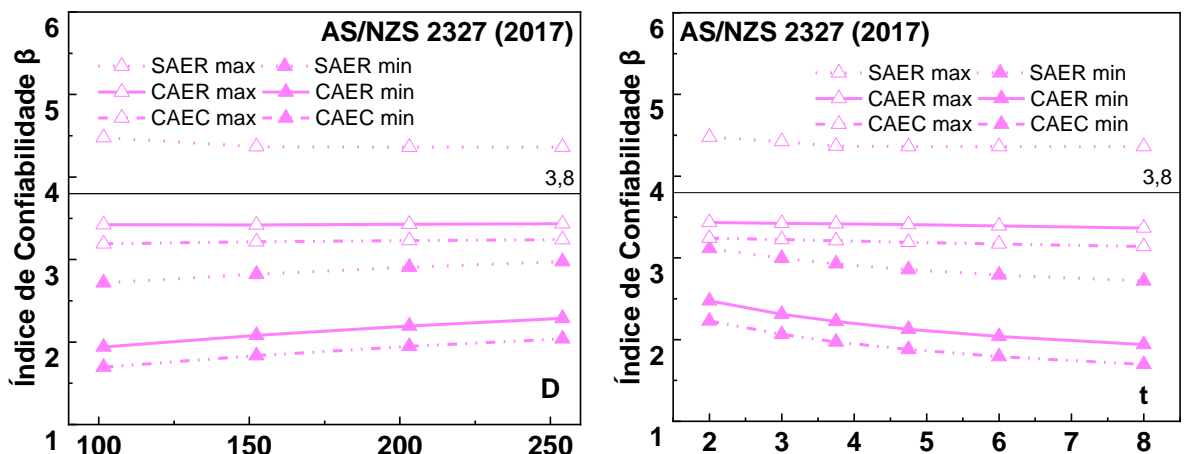
Figura 4.14: Índices de confiabilidade - diâmetro externo D e espessura do tubo t



a) ABNT NBR 8800 (2008)

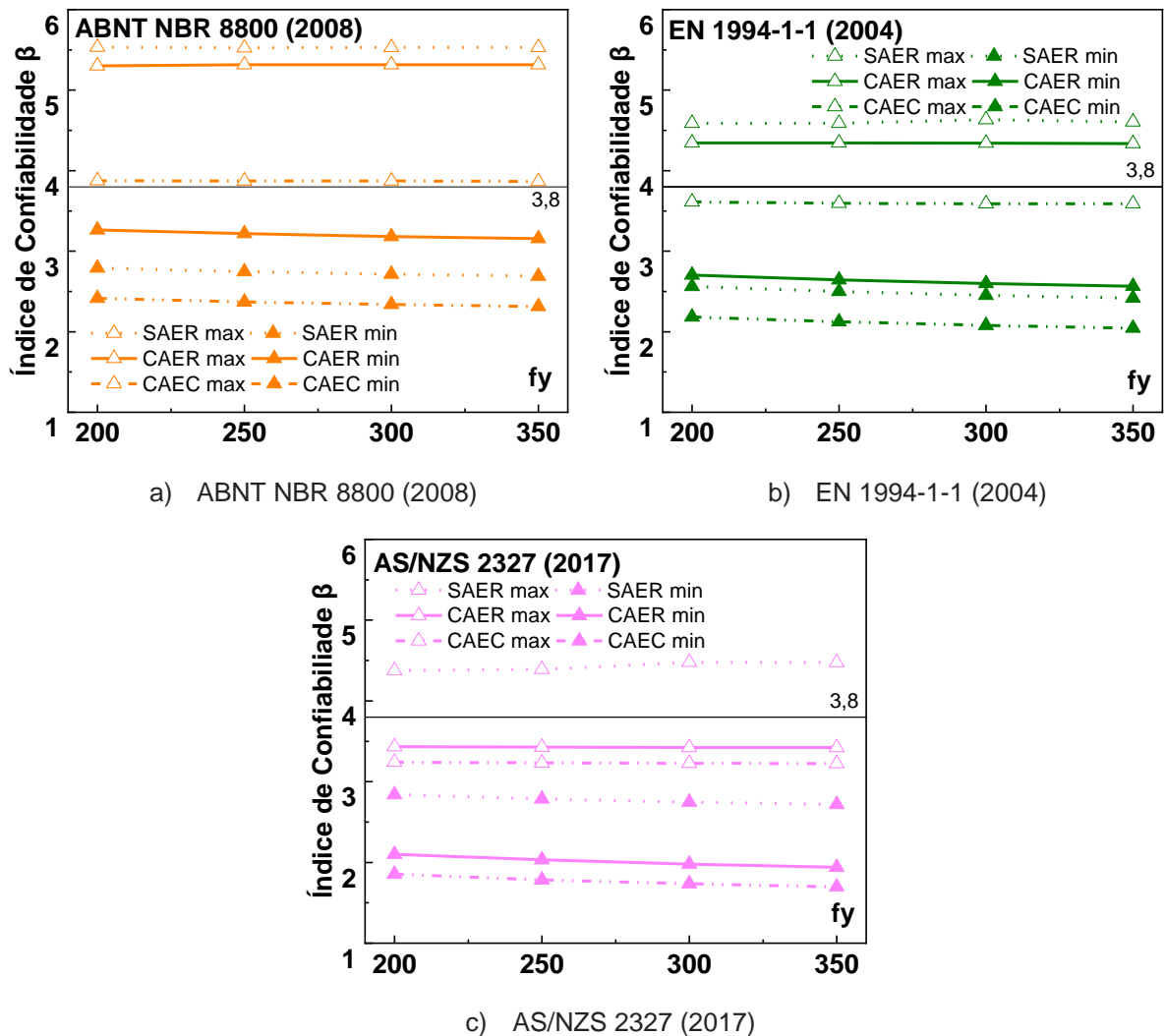


b) EN 1994-1-1 (2004)



c) AS/NZS 2327 (2017)

Fonte: Próprio autor

Figura 4.15: Índices de confiabilidade - resistência do aço f_y 

Fonte: Próprio autor

4.6 COMENTÁRIOS FINAIS

Os valores mínimos obtidos para as três análises avaliadas (SAER, CAER e CAEC) são resumidos na Tabela 4.9. Sem a avaliação do erro de modelo (SAER), a AS/NZS 2327 (2017) apresentou o melhor resultado pois apresenta o maior índice de confiabilidade. Porém, avaliar o erro de modelo resultou em aumento da confiabilidade das normas ABNT NBR 8800 (2008) e EN 1994-1-1 (2004) e reduziu o resultado da norma AS/NZS 2327 (2017). A correção do erro de modelo apresentou redução do índice de confiabilidade de todas as normas estudadas, sendo a norma da Oceania a que apresentou maior redução e a norma brasileira a que teve a menor redução.

As influências de cada parâmetro nos valores mínimos das análises que avaliam o erro de modelo (CAER) são resumidas na Tabela 4.10, seguindo o que foi discutido nos itens anteriores. Quanto à relação L_n/D_n , de início há uma melhora (intervalo de 0,0 a 0,5), exceto

para a ABNT NBR 8800 (2008) que se mantém constante, depois (acima de 2,0) apresenta uma redução do valor, apesar que a AS/NZS 2327 (2017) ainda se mantém num índice maior que o valor inicial.

Tabela 4.9: Índices de confiabilidade - Valores mínimos de cada análise

Índice de confiabilidade	Valores mínimos β (P_f)		
	SAER	CAER	CAEC
ABNT NBR 8800 (2008)	2,69 (0,357%)	3,157 (0,080%) ↓ 4,5x	2,313 (1,036%) ↑ 2,9x
EN 1994-1-1 (2004)	2,417 (0,782%)	2,565 (0,516%) ↓ 1,5x	2,044 (2,048%) ↑ 2,6x
AS/NZS 2327 (2017)	2,717 (0,329%)	1,940 (2,619%) ↑ 8,0x	1,696 (4,494%) ↑ 13,6x

*↓↑: Aumento ou redução da probabilidade de falha

Fonte: Próprio autor

Ainda pela Tabela 4.10, verifica-se que aumentos da esbeltez local e da resistência do concreto influenciaram positivamente os índices de confiabilidade. A variação foi mais acentuada para o aumento da esbeltez local que para o aumento da resistência do concreto. Para esses dois parâmetros, a AS/NZS 2327 (2017) foi a que apresentou maior aumento no nível de segurança, enquanto o menor acréscimo ocorreu para a ABNT NBR 8800 (2008). A variação da relação L/D não alterou o índice de confiabilidade da norma brasileira, por outro lado, resultou em redução do valor obtido para as demais normas estudadas.

Tabela 4.10: Resumo - Influência de cada parâmetro no índice de confiabilidade

Parâmetro	Índice de confiabilidade	Valores mínimos CAER β (P_f)		
		0	0,5	> 2
Relação L_n/D_n	ABNT NBR 8800 (2008)	4,205 (0,001%)	4,205 (0,001%)	3,157 (0,080%)
	EN 1994-1-1 (2004)	2,954 (0,157%)	3,209 (0,067%)	2,565 (0,516%)
	AS/NZS 2327 (2017)	1,94 (2,619%)	2,45 (0,714%)	2,35 (0,939%)
Esbeltez local		0,025		> 0,10
	ABNT NBR 8800 (2008)	3,157 (0,080%)		3,63 (0,014%)
	EN 1994-1-1 (2004)	2,565 (0,516%)		3,14 (0,084%)
	AS/NZS 2327 (2017)	1,94 (2,619%)		2,63 (0,427%)
Resistência do concreto		30 MPa		90 MPa
	ABNT NBR 8800 (2008)	3,157 (0,080%)		3,395 (0,034%)
	EN 1994-1-1 (2004)	2,565 (0,516%)		2,871 (0,205%)
	AS/NZS 2327 (2017)	1,94 (2,619%)		2,295 (1,087%)
L/D		5		> 10
	ABNT NBR 8800 (2008)	3,157 (0,080%)		3,157 (0,080%)
	EN 1994-1-1 (2004)	2,877 (0,201%)		2,565 (0,516%)
	AS/NZS 2327 (2017)	2,304 (1,061%)		1,94 (2,619%)

Fonte: Próprio autor

O capítulo seguinte traz as conclusões deste estudo e sugestões para trabalhos futuros.

5. CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi realizado com o objetivo de analisar a confiabilidade de algumas normas técnicas em prever a capacidade resistente a compressão axial centrada de pilares mistos preenchidos de seção circular. Assim, ao longo do trabalho foi desenvolvida uma análise dos fatores que influenciam no cálculo do índice de confiabilidade desses pilares preenchidos, tomando como base os valores de força normal resistente. Foram avaliadas as equações de estado limite último das normas brasileira ABNT NBR 8800 (2008); europeia EN 1994-1-1 (2004) e dos países da Oceania AS/NZS 2327 (2017).

Para tal, foi necessário constituir um banco de dados formado por resultados experimentais encontrados na literatura. A partir do quociente dos valores de força normal experimental e força normal resistente prevista, foram caracterizados os erros de modelo de cada norma, a fim de incluir nos parâmetros de entrada. Na análise do índice de confiabilidade foram consideradas três situações distintas: sem ajuste do erro de modelo (SAER), com ajuste do erro de modelo (CAER) e com ajuste do erro de modelo corrigido (CAEC).

A seguir, são apresentadas as principais conclusões deste estudo.

- A norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) apresenta os maiores índices de confiabilidade e foi a única a atender o índice alvo, $\beta_{\text{alvo}} = 3,8$, para relação L_n/D_n menor que 1,0. Isso ocorreu porque tal norma apresentou o maior conservadorismo, uma vez que possui o erro de modelo com maior média e menor probabilidade de assumir valor menor ou igual a 1,0;
- A norma AS/NZS 2327 (2017) possui maiores índices de confiabilidade caso não seja considerado o erro de modelo (SAER) e foi a única a apresentar redução do índice ao se considerar o ajuste do erro de modelo (CAER). Esse comportamento ocorreu porque essa norma tem o erro de modelo com menor média e a maior dispersão;
- A norma EN 1994-1-1 apresentou a menor dispersão do erro de modelo, porém não atingiu o índice alvo $\beta_{\text{alvo}} = 3,8$ que tem como referência.
- Na análise paramétrica foi avaliada a influência de alguns parâmetros sobre o índice de confiabilidade. Os parâmetros analisados foram relação ação variável/ação permanente, esbeltez local, resistência do concreto e relação comprimento/diâmetro. Dentre

os parâmetros analisados, a ação variável mostrou ser o fator de maior sensibilidade com baixa variabilidade para a maioria das configurações, independente da análise realizada (SAER, CAER ou CAEC).

- Quando considerado na análise, o erro de modelo é a variável aleatória com maior fator de sensibilidade positivo para relação L_n/D_n maior que 2. Só é ultrapassada pela resistência do concreto quando a relação é inferior a 2.
- Os resultados de índice de confiabilidade pouco se alteram com a variação da esbeltez local, resistência do concreto e relação comprimento/diâmetro.
- A aplicação do erro de modelo na avaliação dos índices de confiabilidade se mostrou importante, uma vez que inclui a informação referente a resultados experimentais e permite validar a análise. A aplicação do erro corrigido é sempre contra a segurança por excluir a informação de tendência, porém explicita o efeito da dispersão do modelo.

Na seção a seguir, são apresentados tópicos que indicam caminhos para melhorar e avançar no estudo da confiabilidade de pilares mistos preenchidos.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No decorrer do estudo, algumas simplificações foram feitas e nelas residem oportunidades de melhoramento das análises propostas. A seguir, são listadas algumas sugestões de estudos sobre confiabilidade de pilares mistos preenchidos.

- Analisar a confiabilidade de pilares mistos preenchidos para o estado limite último de flexo-compressão;
- Ampliar o banco de dados incluindo novos resultados experimentais, organizar por método ensaio e obter o erro de modelo para cada estudo a fim de identificar possíveis dados discrepantes e possam estar poluindo a amostra;
- Avaliar a confiabilidade para configurações que ultrapassam os limites de aplicabilidade atuais das normas técnicas utilizadas neste estudo ou outras que sejam pertinentes;
- Ajustar a análise paramétrica para obter mais informações dos intervalos de maior variabilidade dos resultados e seus efeitos sobre o índice de confiabilidade.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABED, F.; ALHAMAYDEH, M.; ABDALLA, S. **Experimental and numerical investigations of the compressive behavior of concrete filled steel tubes (CFSTs)**. Journal of Constructional Steel Research, v. 80, p. 429-439, 2013.

ALATSHAN, F.; OSMAN, S. A.; HAMID, R.; MASHIRI, F. **Stiffened concrete-filled steel tubes: A systematic review**. Thin-Walled Structures, v. 148, p. 106590, 2020.

ALLEN, D. E. **Limit states design — A probabilistic study**. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 2, n. 1, p. 36-49, 1975.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318: Building code requirements for reinforced concrete**. This reference standard includes other ASTM material standards, 1989.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318: Building code requirements for reinforced concrete**. This reference standard includes other ASTM material standards, 2010.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **AISC LRFD: Load and Resistance factor design specifications for structural steel buildings**. Chicago, 1999.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **ANSI/AISC 360. Specification for structural steel buildings**. Chicago, 2005.

ARCHITECTURAL INSTITUTE OF JAPAN. **Recommendations for design and construction of concrete filled steel tubular structures**. Japan, 1997.

ASLANI, F.; UY, B.; TAO, Z.; MASHIRI, F. **Behaviour and design of composite columns incorporating compact high-strength steel plates**. Journal of Constructional Steel Research, v. 107, p. 94-110, 2015.

ASLANI, F.; LLOYD, R.; UY, B.; KANG, W. H.; HICKS, S. **Statistical calibration of safety factors for flexural stiffness of composite columns**. Steel and Composite Structures, v. 20, n. 1, p. 127-145, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR. 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR. 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.

AUSTRALIA/NEW ZEALAND STANDARD. **Draft AS/NZS 2327: Composite structures – Composite steel-concrete constructions in buildings**. Sydney, 2016.

AUSTRALIA STANDARD. **AS 1379 – Specification and supply of concrete**. Sydney, 2007

AUSTRALIA STANDARD. **AS 4100 – Steel Structures**. Sydney. 2016

AUSTRALIA STANDARD. **AS 5100 – Bridge Design**. Sydney. 2004

BASU, A. K. **Computation of failure loads of composite columns**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, v. 36, n. 3, p. 557-578, 1967.

BECK, A. T.; OLIVEIRA, W. L. A.; DE NARDIN, S.; EL DEBS, A. L. H. C. **Reliability-based evaluation of design code provisions for circular concrete-filled steel columns**. Engineering Structures, v. 31, n. 10, p. 2299-2308, 2009.

BECK, A. T.; SOUZA JR, A. C. **A first attempt towards reliability-based calibration of Brazilian structural design codes**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v. 32, n. 2, p. 119-127, 2010.

BECK, A. T. **Quantificação de incertezas em engenharia de estruturas**. In: VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro. 2014.

BRADFORD, M. A.; LOH, H. Y.; UY, B. **Slenderness limits for filled circular steel tubes**. Journal of Constructional Steel Research, v. 58, n. 2, p. 243-252, 2002.

BRAUNS, J. **Analysis of stress state in concrete-filled steel column**. Journal of constructional steel research, v. 49, n. 2, p. 189-196, 1999.

BURR, W. H. **Composite columns of concrete and steel**. In: Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Thomas Telford - ICE Virtual Library, p. 114-126. 1912.

CALADO, L.; SANTOS, J. **Estruturas mistas de aço e betão**. Lisboa, Portugal: Instituto Superior Técnico, 2015.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **Design of concrete structures**. Mississauga, Ont.: Canadian Standards Association, 2004.

CHITAWADAGI, M. V.; NARASIMHAN, M. C.; KULKARNI, S. M. **Axial strength of circular concrete-filled steel tube columns—DOE approach**. Journal of constructional steel research, v. 66, n. 10, p. 1248-1260, 2010.

DE NARDIN, S.; EL DEBS, A. L. H. C. **Axial load behaviour of concrete-filled steel tubular columns**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings, v. 160, n. 1, p. 13-22, 2007.

DUNDU, M. **Compressive strength of circular concrete filled steel tube columns**. Thin-Walled Structures, v. 56, p. 62-70, 2012.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V. **Probability-based criteria for structural design**. Structural safety, v. 1, n. 1, p. 15-26, 1982.

ELLOBODY, E.; YOUNG, B.; LAM, D. **Behaviour of normal and high strength concrete-filled compact steel tube circular stub columns**. Journal of Constructional Steel Research, v. 62, n. 7, p. 706-715, 2006.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of concrete structures, Part 1.1: General rules and rules for buildings**. Brussels. 2004.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EN 1993-1-1: Eurocode 3 – Design of steel structures, Part 1.1: General rules and rules for buildings**. Brussels. 2005.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EN 1994-1-1: Eurocode 4 – Design of composite steel and concrete structures, Part 1.1: General rules and rules for buildings**. Brussels. 2004.

EVIRGEN, B.; TUNCAN, A.; TASKIN, K. **Structural behavior of concrete filled steel tubular sections (CFT/CFSt) under axial compression**. *Thin-Walled Structures*, v. 80, p. 46-56, 2014.

FABER, M. H.; SORENSEN, J. D. **Reliability based code calibration**. The Joint Committee on Structural Safety, Zurich, Switzerland, 2002.

FAM, A.; QIE, F. S.; RIZKALLA, S. **Concrete-filled steel tubes subjected to axial compression and lateral cyclic loads**. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, n. 4, p. 631-640, 2004.

FASANO, G.; FRANCESCHINI, A. **A multidimensional version of the Kolmogorov–Smirnov test**. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 225, n. 1, p. 155-170, 1987.

FUJIKURA, S.; BRUNEAU, M.; LOPEZ-GARCIA, D. **Experimental investigation of multihazard resistant bridge piers having concrete-filled steel tube under blast loading**. *Journal of Bridge Engineering*, v. 13, n. 6, p. 586-594, 2008.

FUJIMOTO, T.; MUKAI, A.; NISHIYAMA, I.; SAKINO, K. **Behavior of eccentrically loaded concrete-filled steel tubular columns**. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, n. 2, p. 203-212, 2004.

GAYTON, N.; MOHAMED, A.; SORENSEN, J. D.; PENDOLA, M.; LEMAIRE, M. **Calibration methods for reliability-based design codes**. *Structural Safety*, v. 26, n. 1, p. 91-121, 2004.

GIAKOUMELIS, G.; LAM, D. **Axial capacity of circular concrete-filled tube columns**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 60, n. 7, p. 1049-1068, 2004.

GOMES, N. S. **Pilares mistos tubulares de aço e concreto**. 1994. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

GUPTA, P. K.; SARDA, S. M.; KUMAR, M. S. **Experimental and computational study of concrete filled steel tubular columns under axial loads**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63, n. 2, p. 182-193, 2007.

HAN, L. H. **Flexural behaviour of concrete-filled steel tubes**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 60, n. 2, p. 313-337, 2004.

HAN, L. H.; YAO, G. H. **Experimental behaviour of thin-walled hollow structural steel (HSS) columns filled with self-consolidating concrete (SCC)**. *Thin-Walled Structures*, v. 42, n. 9, p. 1357-1377, 2004.

- HAN, L. H.; YAO, G. H.; ZHAO, X. L. **Tests and calculations for hollow structural steel (HSS) stub columns filled with self-consolidating concrete (SCC)**. Journal of Constructional Steel Research, v. 61, n. 9, p. 1241-1269, 2005.
- HAN, L. H.; LI, W.; BJORHOVDE, R. **Developments and advanced applications of concrete-filled steel tubular (CFST) structures: Members**. Journal of Constructional Steel Research, v. 100, p. 211-228, 2014.
- HATZIGEORGIOU, G. D. **Numerical model for the behavior and capacity of circular CFT columns, Part I: Theory**. Engineering Structures, v. 30, n. 6, p. 1573-1578, 2008.
- HUANG ET AL, 2002
- HU, H. T.; HUANG, C. S.; WU, M. H.; WU, Y. M. **Nonlinear analysis of axially loaded concrete-filled tube columns with confinement effect**. Journal of Structural Engineering, v. 129, n. 10, p. 1322-1329, 2003.
- ISO 2394, 2015
- JOHANSSON, M.; GYLLTOFT, K. **Structural behavior of slender circular steel-concrete composite columns under various means of load application**. Steel and Composite Structures, v. 1, n. 4, p. 393-410, 2001.
- JOHNSON, C. R.; HORN, R. A. **Matrix analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. **Probabilistic model code**. JCSS, 2001.
- KANG, W. H.; HICKS, S. J.; UY, B.; FUSSELL, A. **Design resistance evaluation for steel and steel-concrete composite members**. Journal of Constructional Steel Research, v. 147, p. 523-548, 2018.
- KATO, B. **Compressive strength and deformation capacity of concrete-filled tubular stub columns (Strength and rotation capacity of concrete-filled tubular columns, Part 1)**. Journal of Structural and Construction Engineering, AIJ, v. 468, p. 183-191, 1995.
- KATO, B. **Column curves of steel-concrete composite members**. Journal of Constructional Steel Research, v. 39, n. 2, p. 121-135, 1996.
- KIUREGHIAN, A.; LIU, P. L. **Structural reliability under incomplete probability information**. Journal of Engineering Mechanics, v. 112, n. 1, p. 85-104, 1986.
- KIUREGHIAN, A. **Measures of structural safety under imperfect states of knowledge**. Journal of Structural Engineering, v. 115, n. 5, p. 1119-1140, 1989.
- KIUREGHIAN, A. **Analysis of structural reliability under parameter uncertainties**. Probabilistic engineering mechanics, v. 23, n. 4, p. 351-358, 2008.
- KIUREGHIAN, A.; DITLEVSEN, O. **Aleatory or epistemic? Does it matter?**. Structural Safety, v. 31, n. 2, p. 105-112, 2009.
- KNOWLES, Robert B.; PARK, Robert. **Strength of concrete filled steel columns**. Journal of the structural division, 1969.

- KOGUT, G. F.; CHOU, K. C. **Partial resistance factor design on steel–concrete beam-columns**. *Engineering structures*, v. 26, n. 7, p. 857-866, 2004.
- KVEDARAS, A. K.; KUDZYS, A. **The structural safety of hollow concrete-filled circular steel members**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 62, n. 11, p. 1116-1122, 2006.
- LAHLOU, K.; AÏTCIN, P. C. **Colonnes en béton à hautes performances confiné dans des enveloppes minces en acier**. *Bulletin des Laboratoires de Ponts et Chaussées*, n. 209, p. 49-67, 1997.
- LAHLOU, K.; LACHEMI, M. **Prédiction de la charge ultime de colonnes mixtes constituées de tubes remplis de béton à haute résistance: étude comparative des codes de calcul**. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 26, n. 4, p. 476-488, 1999.
- LAKSHMI, B.; SHANMUGAM, N. E. **Nonlinear analysis of in-filled steel-concrete composite columns**. *Journal of Structural Engineering*, v. 128, n. 7, p. 922-933, 2002.
- LI, N.; LU, Y. Y.; LI, S.; LIANG, H. J. **Statistical-based evaluation of design codes for circular concrete-filled steel tube columns**. *Steel and Composite Structures*, v. 18, n. 2, p. 519-546, 2015.
- LI, H. S.; LÜ, Z. Z.; YUAN, X. K. **Nataf transformation based point estimate method**. *Chinese Science Bulletin*, v. 53, n. 17, p. 2586, 2008.
- LIANG, Q. Q. **High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam–columns, Part I: Numerical analysis**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 2, p. 164-171, 2011.
- LIANG, Q. Q. **High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam–columns, Part II: Fundamental behavior**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 2, p. 172-180, 2011.
- LIANG, Q. Q.; FRAGOMENI, S. **Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under axial loading**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 65, n. 12, p. 2186-2196, 2009.
- LIU, J.; ZHANG, S.; ZHANG, X.; GUO, L. **Behavior and strength of circular tube confined reinforced-concrete (CTRC) columns**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 65, n. 7, p. 1447-1458, 2009.
- LOURENÇÃO, J. S.; ALVES, E. C. **Dimensionamento ótimo de pilares mistos preenchidos de aço e concreto através do en1994-1-1: 2004**. In: Congresso Ibero-Latino Americano de métodos computacionais na engenharia, 40º, Natal, 2019
- LU, Z. H.; Zhao, Y. G.; Yu, Z. W., Chen, C. **Reliability-based assessment of American and European specifications for square CFT stub columns**. *Steel and Composite Structures*, v. 19, n. 4, p. 811-827, 2015.
- LUNDBERG, J. E.; GALAMBOS, T. V. **Load and resistance factor design of composite columns**. *Structural safety*, v. 18, n. 2-3, p. 169-177, 1996.
- MADSEN, H. O.; KRENK, S.; LIND, N. C. **Methods of structural safety**. Courier Corporation, 2006.

- MARSON, J.; BRUNEAU, M. **Cyclic testing of concrete-filled circular steel bridge piers having encased fixed-based detail**. Journal of Bridge Engineering, v. 9, n. 1, p. 14-23, 2004.
- MANSUR, M. A.; ISLAM, M. M. **Interpretation of concrete strength for nonstandard specimens**. Journal of materials in civil engineering, v. 14, n. 2, p. 151-155, 2002.
- MCATEER, P.; BONACCI, J. F.; LACHEMI, M. **Composite response of high-strength concrete confined by circular steel tube**. Structural Journal, v. 101, n. 4, p. 466-474, 2004.
- MEI, H.; KIOUSIS, P. D.; EHSANI, M. R. **Confinement effects on high-strength concrete**. Structural Journal, v. 98, n. 4, p. 548-553, 2001.
- MELCHERS, R. E. **Structural reliability analysis and prediction**. Baffins Lane, Chichester, West Sussex, England: Wiley, 1999.
- MIRZA, S. A.; SKRABEK, B. W. **Reliability of short composite beam-column strength interaction**. Journal of Structural Engineering, v. 117, n. 8, p. 2320-2339, 1991.
- MIRZA, S. A.; SKRABEK, B. W. **Statistical analysis of slender composite beam-column strength**. Journal of Structural Engineering, v. 118, n. 5, p. 1312-1332, 1992.
- MIRZA, S. A. **Monte Carlo simulation of dispersions in composite steel-concrete column strength interaction**. Engineering structures, v. 20, n. 1-2, p. 97-104, 1998.
- MIRZA, S. A. **Examination of strength modeling reliability of physical tests on structural concrete columns**. Advances in Civil Engineering, v. 2011, 2011.
- NEOGI, P. K. **Concrete-filled tubular steel columns under eccentric loading**. The Structural Engineer, v. 47, n. 5, p. 187-195, 1969.
- NEW ZEALAND STANDARD. **NZS 3104 – Specification for concrete production**. Wellington. 2003.
- NEW ZEALAND STANDARD. **NZS 3404 – Steel Structures Standard**. Wellington. 2007.
- OLIVEIRA, W. L. A. **Análise teórico-experimental de pilares mistos preenchidos de seção circular**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2008.
- OLIVEIRA, W. L. A.; BECK, A. T.; EL DEBS A. L. H. C. **Avaliação da segurança de pilares mistos preenchidos de seção circular projetados segundo o projeto de revisão da norma NBR 8800: 2008**. RIEM-IBRACON Structures and Materials Journal, v. 1, n. 3, p. 212-236, 2008.
- OLIVEIRA, W. L. A.; DE NARDIN, S.; EL DEBS, A. L. H. C.; EL DEBS, M.K. **Evaluation of passive confinement in CFT columns**. Journal of Constructional Steel Research, v. 66, n. 4, p. 487-495, 2010.
- OLIVEIRA, W. L. A.; DE NARDIN, S.; EL DEBS, A. L. H. C.; EL DEBS, M.K. **Influence of concrete strength and length/diameter on the axial capacity of CFT columns**. Journal of Constructional Steel Research, v. 65, n. 12, p. 2103-2110, 2009.
- O'SHEA, M. D.; BRIDGE, R. Q. **Design of circular thin-walled concrete filled steel tubes**. Journal of Structural Engineering, v. 126, n. 11, p. 1295-1303, 2000.

- PEREIRA, M. F.; BECK, A. T.; EL DEBS, A. L. H. C. Confiabilidade de pilares mistos aço-concreto parcialmente revestidos em flexo-compressão. **RIEM-IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 10, n. 2, 2017.
- PLACKETT, R. L. **Karl Pearson and the chi-squared test**. International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique, p. 59-72, 1983.
- PORTOLES, J. M.; SERRA, E.; ROMERO, M. L. **Influence of ultra-high strength infill in slender concrete-filled steel tubular columns**. Journal of constructional steel research, v. 86, p. 107-114, 2013.
- PRION, H. G. L.; BOEHME, J. **Beam-column behaviour of steel tubes filled with high strength concrete**. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 21, n. 2, p. 207-218, 1994.
- RACKWITZ, R. **Optimization—the basis of code-making and reliability verification**. Structural safety, v. 22, n. 1, p. 27-60, 2000.
- RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. **Structural reliability under combined random load sequences**. Computers & Structures, v. 9, n. 5, p. 489-494, 1978.
- ROEDER, C. W.; CAMERON, B.; BROWN, C. B. **Composite action in concrete filled tubes**. Journal of structural engineering, v. 125, n. 5, p. 477-484, 1999.
- SAISHO, M.; ABE, T.; NAKAYA, K. **Ultimate bending strength of high-strength concrete filled steel tube column**. Journal of Structural and Construction Engineering, AIJ, v. 523, n. 1, p. 133-140, 1999.
- SAKINO, K.; NAKAHARA, H.; MORINO, S.; NISHIYAMA, I. **Behavior of centrally loaded concrete-filled steel-tube short columns**. Journal of Structural Engineering, v. 130, n. 2, p. 180-188, 2004.
- SAW, H. S.; LIEW, J. Y. R. **Assessment of current methods for the design of composite columns in buildings**. Journal of Constructional Steel Research, v. 53, n. 2, p. 121-147, 2000.
- SCHNEIDER, S. P. **Axially loaded concrete-filled steel tubes**. Journal of structural Engineering, v. 124, n. 10, p. 1125-1138, 1998.
- SCHOLZ, F. W.; STEPHENS, M. A. **K-sample Anderson–Darling tests**. Journal of the American Statistical Association, v. 82, n. 399, p. 918-924, 1987.
- SEARLE, S. R.; KHURI, A. I. **Matrix algebra useful for statistics**. John Wiley & Sons, 2017.
- SHANMUGAM, N. E.; LAKSHMI, B. **State of the art report on steel–concrete composite columns**. Journal of constructional steel research, v. 57, n. 10, p. 1041-1080, 2001.
- SHINOZUKA, M. **Basic analysis of structural safety**. Journal of Structural Engineering, v. 109, n. 3, p. 721-740, 1983.
- SMIRNOV, N. **Table for estimating the goodness of fit of empirical distributions**. The annals of mathematical statistics, v. 19, n. 2, p. 279-281, 1948.
- SORENSEN, J. D.; KROON, I. B.; FABER, M. H. **Optimal reliability-based code calibration**. Structural Safety, v. 15, n. 3, p. 197-208, 1994.

- SOUZA JUNIOR, A. C. **Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. 2008.
- SUSANTHA, K. A. S.; GE, H.; USAMI, T. **Uniaxial stress–strain relationship of concrete confined by various shaped steel tubes**. *Engineering Structures*, v. 23, n. 10, p. 1331-1347, 2001.
- TAN, K. F.; PU, X. C.; CAI, S. H. **Study on the mechanical properties of steel extra-high strength concrete encased in steel tubes**. *Journal of Building Structures*, v. 20, n. 1, p. 10-15, 1999.
- TAN, K. F.; PU, X. C. **Study on Behavior and Load Bearing Capacities of Slender Steel Tubular Columns and Eccentrically Loaded Steel Tubular Columns Filled with Extra-high Strength Concrete [J]**. *Journal of Building Structures*, v. 2, p. 001, 2000.
- THAI, S.; THAI, H. T.; UY, B.; NGO, T. **Concrete-filled steel tubular columns: Test database, design and calibration**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 157, p. 161-181, 2019.
- UY, B.; TAO, Z.; HAN, L. H. **Behaviour of short and slender concrete-filled stainless steel tubular columns**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 3, p. 360-378, 2011.
- VIRDI, K. S.; DOWLING, P. J. **The ultimate strength of composite columns in biaxial bending**. *Proceedings of the institution of civil engineers*, v. 55, n. 1, p. 251-272, 1973.
- VROUWENVELDER, A. C. W. M. **Developments towards full probabilistic design codes**. *Structural safety*, v. 24, n. 2-4, p. 417-432, 2002.
- WEI, Y.; JIANG, C.; WU, Y. F. **Confinement effectiveness of circular concrete-filled steel tubular columns under axial compression**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 158, p. 15-27, 2019.
- XUE, J. Q.; BRISEGHELLA, B.; CHEN, B. C. **Effects of debonding on circular CFST stub columns**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 69, n. 1, p. 64-76, 2012.
- YAMAMOTO, T.; KAWAGUCHI, J.; MORINO, S.; YAMAMOTO, K.; MIZUNO, Y. **Scale effect on compression behavior of concrete-filled steel tube short columns**. *Research Reports of the Faculty of Engineering, Mie University(Japan)*, v. 25, p. 27-44, 2000.
- YAMAMOTO, T.; KAWAGUCHI, J.; MORINO, S. **Experimental study of scale effects on the compressive behavior of short concrete-filled steel tube columns**. In: *Composite Construction in Steel and Concrete IV*. 2002. p. 879-890.
- YU, Z. w.; DING, F. x.; CAI, C. S. **Experimental behavior of circular concrete-filled steel tube stub columns**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63, n. 2, p. 165-174, 2007.
- YU, Q.; TAO, Z.; WU, Y. X. **Experimental behaviour of high performance concrete-filled steel tubular columns**. *Thin-Walled Structures*, v. 46, n. 4, p. 362-370, 2008.
- ZEGHICHE, J.; CHAOUI, K. **An experimental behaviour of concrete-filled steel tubular columns**. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 61, n. 1, p. 53-66, 2005.

ZHAO, Y. G.; LIN, S.; LU, Z. H.; SAITO, T.; HE, L. **Loading paths of confined concrete in circular concrete loaded CFT stub columns subjected to axial compression.** Engineering Structures, v. 156, p. 21-31, 2018.

ZHAO, Y. G.; LI, P. P.; LU, Z. H. **Efficient evaluation of structural reliability under imperfect knowledge about probability distributions.** Reliability Engineering & System Safety, v. 175, p. 160-170, 2018.

APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÕES TEÓRICAS DE PROBABILIDADE

Quando um fenômeno não tem seu resultado previsto de maneira precisa, sua classificação deixa de ser de evento determinístico. Passa, então, a ser chamado de aleatório, e cada experimento que tenta replicá-lo apresentará uma gama de possíveis ocorrências. Cada possibilidade está associada a uma probabilidade relacionada com a frequência de repetição daquele resultado. Os vários resultados de um fenômeno aleatório podem ser vistos como resultados de uma função real. Esta função é definida como variável aleatória, usualmente representada por uma letra maiúscula. Uma realização (valor específico) de uma variável aleatória é usualmente representada por uma letra minúscula.

A probabilidade de uma variável aleatória X assumir um valor menor ou igual a um número real x é dada pela função de distribuição cumulativa, ou acumulada, de probabilidades dessa variável aleatória, definida na Equação (A.1). Por definição, $F_X(-\infty) = 0$, $F_X(+\infty) = 1$ e $F_X(x_1) < F_X(x_2)$, se $x_1 < x_2$, o que a torna uma função monotonamente crescente. Caso seja uma função contínua, $P[\{X=x\}] = 0$ para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

$$F_X(x) = P[\{X \leq x\}], (-\infty \leq x \leq +\infty) \quad (\text{A.1})$$

A derivada da função de distribuição acumulada resulta na função densidade de probabilidades da variável aleatória, como descrito pela Equação (A.2). Trata-se de uma função que não assume valores negativos ($f_X(x) \geq 0$). Para o caso de funções contínuas, algumas propriedades são deduzíveis: a área total sob a curva $f_X(x)$ vale 1; o valor de $F_X(x)$ corresponde à área sob a curva $f_X(x)$ à esquerda do ponto x ; A área compreendida sob a curva $f_X(x)$ entre dois pontos reais representa a probabilidade de a variável aleatória assumir valores daquele intervalo.

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (\text{A.2})$$

Alguns valores característicos são definidos para uma variável aleatória. O momento de primeira ordem, ou média, ou valor esperado da variável aleatória, é definido pela Equação (A.3). O valor médio quadrático, ou momento de segunda ordem, é apresentado na Equação (A.4). A variância, ou momento central de segunda ordem, mede a dispersão da variável em torno da sua média (Equação (A.5)). Por fim, define-se o desvio padrão como sendo a raiz quadrada da variância (Equação (A.6)) A razão entre o desvio padrão e a média representa o coeficiente de variação da variável aleatória (Equação (A.7)).

$$E[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (\text{A.3})$$

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx \quad (\text{A.4})$$

$$\text{Var}[X] = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Var}[X] = \sigma_X^2 \therefore \sigma_X = \sqrt{\text{Var}[X]} \quad (\text{A.6})$$

$$\text{C.V.}_X = \delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (\text{A.7})$$

Dois coeficientes são utilizados para classificar o formato da curva da função densidade de probabilidades. A simetria ou assimetria da função densidade de probabilidades com relação à média é indicada pelo coeficiente de assimetria γ_1 (*skewness*) e calculado pela Equação (A.8). Já a planicidade da função densidade de probabilidades é indicada pelo coeficiente de curtose (*kurtosis*) γ_2 descrito pela Equação (A.9), que mede a suavidade da função (maiores valores correspondem a picos menos agudos).

$$\gamma_1 = \frac{E[(X - \mu_X)^3]}{\sigma_X^3} \quad (\text{A.8})$$

$$\gamma_2 = \frac{E[(X - \mu_X)^4]}{\sigma_X^4} \quad (\text{A.9})$$

Algumas distribuições de probabilidades teóricas disponíveis na literatura e comumente utilizadas são apresentadas no Anexo A, com as respectivas funções densidade de probabilidade $f_X(x)$ (PDF) e de distribuição acumulada de probabilidades $F_X(x)$ (CDF), além dos momentos (média μ e desvio padrão σ) e parâmetros de cada distribuição.

Com a elaboração de extensos bancos de dados experimentais, são produzidos histogramas e calculadas curvas representativas que melhor se adequam. Para os dados, obtém-se os parâmetros correspondentes, como média e desvio padrão. Existem procedimentos amplamente utilizados para ajustar distribuições de probabilidades a uma amostra de dados de uma variável aleatória. Este ajuste se baseia na comparação de distribuições de probabilidades teóricas com uma distribuição de probabilidades obtida a partir dos dados observados.

O tipo de função de distribuição escolhida como representativa é aquela que mais se aproxima da curva de dados experimentais. Esta verificação do ajuste pode ser realizada por simples comparação visual da plotagem de gráficos ou por meio de testes de aderência. Destes, há exemplos como o teste chi-quadrado de Pearson (Plackett, 1983), teste de Kolmogorov-Smirnov (Fasano e Franceschini, 1987) e teste de Anderson-Darling (Scholz e Stephens, 1987), dentre outros.

DISTRIBUIÇÕES COMUNS

- Uniforme $U(a,b)$: Para $a < b$ e $a \leq x \leq b$. Caso $a = b$: Evento determinístico

$$f_x(x) = \frac{1}{b-a}$$

$$F_x(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$$

- Normal $N(\mu, \sigma)$: Distribuição mais conhecida e utilizada

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]; -\infty \leq x \leq +\infty$$

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dz; -\infty \leq x \leq +\infty$$

A integral que define $F_X(x)$ não é possível de ser resolvida analiticamente, mas sim apenas de forma numérica. Os resultados desta solução numérica são utilizados para construir tabelas de referência para avaliar $F_X(x)$. Estas tabelas são usualmente apresentadas em termos de uma distribuição normal com média nula e desvio padrão unitário. A esta distribuição é dado o nome de distribuição normal padrão $Y \sim N(0, 1)$, e ela é obtida a partir de qualquer distribuição normal $X \sim N(\mu, \sigma)$ por meio da Equação (A.10).

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{A.10}$$

As funções de probabilidades para a variável normal padrão Y ficam:

$$f_Y(y) = \phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}y^2\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$F_Y(y) = \Phi(y) = \int_{-\infty}^y \phi(z) dz; -\infty \leq y \leq +\infty$$

Determina-se, então, a distribuição cumulativa $F_X(x)$ a partir de $\Phi(y)$:

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

Tabelas com valores da função cumulativa normal padrão $\Phi(\cdot)$ encontram-se disponíveis na literatura. A avaliação desta função está disponível também em diversos programas de computador.

- Lognormal $LN(\lambda, \xi)$: $X \sim LN(\lambda, \xi)$ se $Y = \ln(X)$ e $Y \sim N(\mu, \sigma)$

$$f_X(x) = \frac{1}{\xi x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\lambda}{\xi}\right)^2\right]; 0 < x \leq +\infty$$

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x)-\lambda}{\xi}\right); 0 < x \leq +\infty$$

$$\mu = \exp\left(\lambda + \frac{1}{2}\xi^2\right)$$

$$\sigma = \mu \sqrt{\exp(\xi^2) - 1}$$

$$\lambda = \ln(\mu) - \frac{1}{2}\xi^2$$

$$\xi = \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2\right)}$$

- Exponencial $EXP(\nu, \varepsilon)$:

$$f_X(x) = \nu \exp(-\nu(x-\varepsilon)); \varepsilon \leq x \leq +\infty$$

$$F_X(x) = 1 - \exp(-\nu(x-\varepsilon)); \varepsilon \leq x \leq +\infty$$

$$\mu = \frac{1}{\nu} + \varepsilon$$

$$\sigma = \frac{1}{\nu}$$

$$\nu = \frac{1}{\sigma}$$

$$\varepsilon = \mu - \sigma$$

- Rayleigh deslocada $RAY(\eta, \varepsilon)$:

$$f_X(x) = \frac{x - \varepsilon}{\eta^2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \varepsilon}{\eta}\right)^2\right); \varepsilon \leq x \leq +\infty$$

$$F_X(x) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \varepsilon}{\eta}\right)^2\right); \varepsilon \leq x \leq +\infty$$

$$\mu = \eta \sqrt{\frac{\pi}{2}} + \varepsilon$$

$$\sigma = \eta \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}$$

$$\eta = \frac{\sigma}{\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}}$$

$$\varepsilon = \mu - \eta \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

- Distribuições assintóticas:

- Tipo I – Gumbel para máximos $EVI(u_n, \beta)$:

$$f_{Y_n}(y) = \beta \exp\left[-\beta(y - u_n) - \exp(-\beta(y - u_n))\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$F_{Y_n}(y) = \exp\left[-\exp(-\beta(y - u_n))\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$\mu = u_n + \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\gamma = 0,577216 \text{ (constante de Euler)}$$

$$\sigma = \frac{\pi}{\beta \sqrt{6}}$$

$$u_n = \mu - \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\beta = \frac{\pi}{\sigma \sqrt{6}}$$

○ Tipo I – Gumbel para mínimos $EVI(u_1, \beta)$:

$$f_{Y_1}(y) = \beta \exp[\beta(y - u_1) - \exp(\beta(y - u_1))]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$F_{Y_1}(y) = 1 - \exp[-\exp(\beta(y - u_1))]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$\mu = u_1 + \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\sigma = \frac{\pi}{\beta \sqrt{6}}$$

$$u_1 = \mu - \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\beta = \frac{\pi}{\sigma \sqrt{6}}$$

○ Tipo II – Frechet para máximos $EVII(u_n, \beta)$:

$$f_{Y_n}(y) = \frac{\beta}{u_n} \left(\frac{u_n}{y}\right)^{\beta+1} \exp\left[-\left(\frac{u_n}{y}\right)^\beta\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$F_{Y_n}(y) = \exp\left[-\left(\frac{u_n}{y}\right)^\beta\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$\mu = u_n \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)$$

$\Gamma(\cdot) \rightarrow$ Função Gamma

$$\sigma = u_n \sqrt{\Gamma\left(1 - \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)}$$

$$u_n = \frac{\mu}{\Gamma\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)} \therefore \beta \rightarrow \textit{iterativo}$$

$$1 + \delta^2 = \frac{\Gamma\left(1 - \frac{2}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)}$$

○ Tipo II – Frechet para mínimos $EVII(u_1, \beta)$:

$$f_{Y_1}(y) = \frac{\beta}{u_1} \left(\frac{y}{u_1}\right)^{\beta+1} \exp\left[-\left(\frac{y}{u_1}\right)^\beta\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$F_{Y_1}(y) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{y}{u_1}\right)^\beta\right]; -\infty \leq y \leq +\infty$$

$$\mu = u_1 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma = u_1 \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

$$u_n = \frac{\mu}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \therefore \beta \rightarrow \textit{iterativo}$$

$$1 + \delta^2 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

○ Tipo III – Weibull para máximos $EVIII(u_n, \beta, \varepsilon)$:

$$f_{Y_n}(y) = \frac{\beta}{\varepsilon - u_n} \left(\frac{\varepsilon - y}{\varepsilon - u_n}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon - y}{\varepsilon - u_n}\right)^\beta\right]; -\infty \leq y \leq \varepsilon$$

$$F_{Y_n}(y) = \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon - y}{\varepsilon - u_n}\right)^\beta\right]; -\infty \leq y \leq \varepsilon$$

$$\mu = \varepsilon + (\varepsilon - u_n)\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma = (\varepsilon - u_n)\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

$$u_n = \frac{\mu - \varepsilon}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} + \varepsilon \therefore \beta \rightarrow \textit{iterativo}$$

$$1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon - \mu}\right)^2 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

o Tipo III – Weibull para mínimos $EVIII(u_1, \beta, \varepsilon)$:

$$f_{Y_1}(y) = \frac{\beta}{u_1 - \varepsilon} \left(\frac{y - \varepsilon}{u_1 - \varepsilon}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{y - \varepsilon}{u_1 - \varepsilon}\right)^\beta\right]; \varepsilon \leq y \leq +\infty$$

$$F_{Y_1}(y) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{y - \varepsilon}{u_1 - \varepsilon}\right)^\beta\right]; \varepsilon \leq y \leq +\infty$$

$$\mu = \varepsilon + (u_1 - \varepsilon)\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma = (u_1 - \varepsilon)\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

$$u_1 = \frac{\mu - \varepsilon}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} + \varepsilon \therefore \beta \rightarrow \textit{iterativo}$$

$$1 + \left(\frac{\sigma}{\mu - \varepsilon}\right)^2 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

APÊNDICE B – CAPACIDADE RESISTENTE A COMPRESSÃO AXIAL CENTRADA – FORÇA NORMAL RESISTENTE

Há algumas normas técnicas que abordam os critérios de projeto e verificação de pilares mistos, com destaque para aqueles do tipo preenchido e de seção circular, que é objeto do presente estudo. Contudo, novos estudos vêm sendo realizados para avaliação da aplicabilidade e proposição de alterações para melhorar a correlação entre resultados normativos e experimentais. Com o intuito de fornecer um panorama sobre estudos voltados para a capacidade resistente de pilares preenchidos de seção circular sob força axial centrada, um resumo dos estudos mais relevantes é apresentado na Tabela B.1. Percebe-se que o parâmetro mais investigado e recorrente é o efeito de cada variável no confinamento do concreto.

Tabela B.1: Estudos de pilares mistos preenchidos circulares, capacidade resistente última

Autor	País	Tipo de Carregamento	Teórico/ Experimental/ Numérico	Nº de Pilares	Variáveis avaliadas
Prion e Boehme (1994)	Canadá	Axial, flexão, composto e cíclico	Experimental	26	Resistência do aço e do concreto
Kato (1995)	Japão	Axial centrado	Experimental	12	Confinamento do concreto, relação D/t, forma de aplicação do carregamento
Kato (1996)	Japão	Axial centrado	Teórico/ Experimentos da literatura	63	Curvas de resistência
Lahlou e Aitcin (1997)	Marrocos/ Canadá	Axial centrado	Experimental	21	Forma de aplicação do carregamento
Schneider (1998)	Estados Unidos	Axial centrado	Experimental	3	Efeito da relação D/t
Lahlou e Lachemi (1999)	Marrocos/ Canadá	Axial centrado	Experimental	14	Concreto de alta resistência
Saicho <i>et al.</i> (1999)	Japão	Axial centrado	Experimental/ Analítico	29	Confinamento do concreto, concreto de alta resistência
O'Shea e Bridge (2000)	Austrália	Axial centrado e pouco excêntrico	Experimental	33	Relação D/t e resistência do concreto
Yamamoto <i>et al.</i> (2000)	Japão	Axial centrado	Experimental	13	Resistência do concreto, Relação D/t, forma de aplicação da carga
Johansson e Gylltoft (2001)	Suécia	Axial excêntrico	Experimental	9	Forma de aplicação do carregamento
Mei <i>et al.</i> (2001)	Estados Unidos	Axial centrado	Experimental	8	Confinamento do concreto
Huang <i>et al.</i> (2002)	Taiwan	Axial excêntrico	Experimental/ Numérico	3	Enrijecedores, Relação D/t

Autor	País	Tipo de Carregamento	Teórico/ Experimental/ Numérico	Nº de Pilares	Variáveis avaliadas
Lakshmi e Shanmugam (2002)	Singapura	Axial excêntrico	Teórico/ Experimentos da literatura	54	Proposta de método analítico
Yamamoto <i>et al.</i> (2002)	Japão	Axial centrado	Experimental	13	Resistência do concreto, forma de aplicação da carga
Fam <i>et al.</i> (2004)	Canadá/ Estados Unidos	Axial centrado e Lateral cíclico	Experimental/ Analítico	5	Resistência e ductilidade de pilares mistos curtos
Giakoumelis e Lam (2004)	Inglaterra	Axial centrado	Experimental	15	Espessura do tubo, tensão de aderência e confinamento do concreto
Han e Yao (2004)	China	Axial centrado e pouco excêntrico	Experimental	22	Compactação do concreto, D/t e excentricidade
McAteer <i>et al.</i> (2004)	Canadá	Axial centrado	Experimental/ Analítico	4	Concreto de alta resistência, confinamento do concreto
Sakino <i>et al.</i> (2004)	Japão	Axial centrado	Experimental	36	Relação D/t e resistência do aço e do concreto
Han <i>et al.</i> (2005)	China/ Austrália	Axial centrado	Experimental	26	Resistência do aço, Relação D/t, concreto autoadensável
Zeghiche e Chaoui (2005)	Argélia	Axial centrado e excêntrico	Experimental	27	Esbeltez, excentricidade e curvaturas de flexão
Gupta <i>et al.</i> (2007)	Índia	Axial centrado	Experimental	81	Relação D/t e resistência do concreto, esbeltez e confinamento do concreto
Yu <i>et al.</i> (2007)	China/ Estados Unidos	Axial centrado	Experimental	17	Aberturas no perfil, resistência do concreto
Hatzigeorgiou (2008)	Grécia	Combinação axial-flexão	Experimental / Numérico	23	Curva tensão-deformação para concreto e aço
Yu <i>et al.</i> (2008)	China	Axial centrado e excêntrico	Experimental	14	Esbeltez, excentricidade
Liang e Fragomeni (2009)	Austrália	Axial centrado	Numérico/ Experimentos da literatura	38	Relação D/t e resistência do aço e do concreto, confinamento
Liu <i>et al.</i> (2009)	China	Axial centrado e Lateral cíclico	Experimental	18	Relação de carga axial experimento/previsto
Chitawadagi <i>et al.</i> (2010)					
Oliveira <i>et al.</i> (2010)	Brasil	Axial centrado	Experimental	16	Esbeltez, resistência do concreto, confinamento
Xue <i>et al.</i> (2012)	Itália/ China	Axial centrado	Experimental	3	Interface entre aço e concreto, confinamento do concreto
Abed <i>et al.</i> (2013)	Emirados Árabes Unidos	Axial centrado	Experimental	6	Relação D/t, resistência do concreto

Fonte: Próprio autor

A presente proposta avalia algumas das principais normas técnicas que abordam o dimensionamento/verificação de pilares mistos preenchidos. Assim, o ponto inicial foi a

normatização brasileira (ABNT NBR 8800, 2008), por ser o território de desenvolvimento do estudo. Além da norma brasileira, foram consideradas a norma europeia Eurocode 4 (EN 1994-1-1, 2004), por sua consolidação e pioneirismo, e por ter inspirado algumas das recomendações da versão atual da norma brasileira. Adicionalmente, também foi considerada a norma Austrália e Nova Zelândia (AS/NZS 2327, 2017).

Lourenção e Alves (2019) apresentaram uma formulação que otimiza o dimensionamento de pilares preenchidos segunda a EN 1994-1-1 (2004). Foi utilizado um método de algoritmo genético baseados em catálogos de perfis tubulares com o intuito de obter menores custos de construção. Os resultados indicaram que a utilização de concreto de alta resistência, com f_{ck} superior a 50 MPa, esteve presente na maioria das configurações ótimas, mesmo possuindo preço unitário mais elevado que as demais classes de concreto.

Alguns aspectos importantes das referidas normas são avaliados nesse item. O primeiro aspecto importante são os limites de aplicabilidade de cada uma das normas técnicas, usualmente baseados em relações dimensionais entre o diâmetro externo do tubo (D) e a sua espessura (t) comparadas a relações que advém das instabilidades de elementos bidimensionais (módulo de elasticidade e resistência ao escoamento característica do aço).

A Tabela B.2 explicita os limites de esbeltez local (relação D/t) para evitar a ocorrência de instabilidade local do tubo. Aqui cabe destacar que as instabilidades locais não constituem modo de falha verificado pelas normas técnicas e, por isso, há limites para a esbeltez local a fim de evitar sua ocorrência. Há também a exigência de dupla simetria para a seção do pilar em todos os códigos normativos utilizados. As normas técnicas também exigem que, para aplicação dos métodos simplificados nelas contidos, não ocorra variação da seção transversal ao longo do comprimento do pilar.

Tabela B.2: Limites de esbeltez local

	ABNT NBR 8800 (2008)	EN 1994-1-1 (2004)	AS/NZS 2327 (2017)
D/t	$0,15 \frac{E}{f_y}$	$90 \frac{235}{f_y}$	$*0,15 \sim 0,31 \frac{E}{f_y}$

*A constante assumida corresponde ao tipo de perfil, caso seja compacto (0,15), não-compacto (0,19) ou esbelto (0,31), cuja definição é seguida pela AS 4100 ou NZS 3404.

Fonte: Próprio autor

Para seções preenchidas, só é obrigatório o uso de barras de armadura em altas temperaturas; em temperatura ambiente as barras podem ser dispensadas. Os códigos normativos aqui considerados definem limites para a contribuição do perfil de aço a fim de que o pilar possa ser considerado um elemento misto. Para isso é utilizado o fator de contribuição do perfil de aço δ , conforme Equação (B.1), que deve estar compreendido entre 20% e 90%

da resistência a plastificação total da seção mista ($N_{pl,Rd}$). Para valores fora desse intervalo, não é permitido o uso dos códigos normativos abordados no presente estudo.

$$0,2 \leq \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \leq 0,9 \quad (B.1)$$

Há também limitações quanto às resistências características dos materiais que compõem o pilar misto preenchido (Equação (B.1)). Para calcular a força normal resistente a plastificação total, valor de cálculo, as normas seguem o formato da Equação (B.2), que soma as parcelas correspondentes à contribuição de cada componente da seção transversal.

$$N_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} + N_{pl,c,Rd} + N_{pl,s,Rd} \quad (B.2)$$

Nesse caso, há particularidades que diferenciam os códigos normativos, como os coeficientes de minoração da resistência dos materiais, expostos na Tabela B.3, além da forma de levar em conta o confinamento de concreto.

Tabela B.3: Limites de resistência para os materiais aço e concreto

	ABNT NBR 8800 (2008)	EN 1994-1-1 (2004)	AS/NZS 2327 (2017)
Aço estrutural	$f_y \leq 450$ MPa e $f_u/f_y \geq 1,18$	S235 a S460	$f_y \leq 690$ MPa
Concreto	ABNT NBR 6118*	C20/25 a C50/60	AS 1379 ou NZS 3104

* Última revisão foi em 2014, posterior à versão da ABNT NBR 8800 (2008)

f_y : resistência ao escoamento; f_u : resistência a ruptura.

Fonte: Próprio autor

A normatização brasileira ABNT NBR 8800 (2008) considera o efeito de confinamento de forma simplificada, utilizando o coeficiente $\alpha=0,95$ para pilares preenchidos circulares, que é maior que o valor de 0,85 recomendado para as demais configurações de seções. Essa foi a forma encontrada para introduzir o efeito de confinamento do concreto no cálculo da força normal resistente a compressão. Porém, AS/NZS 2327 (2017) apresenta um modelo mais detalhado e completo de considerar esse efeito. A norma australiana e neozelandesa AS/NZS 2327 (2017), utiliza o fator de forma (k_f), Tabela B.4, que relaciona as áreas efetiva A_e e bruta A_g Equação (B.3).

$$k_f = \frac{A_e}{A_g} \quad (B.3)$$

Tabela B.4: Parcelas de resistência a plastificação e coeficientes de segurança parciais: seções circulares

	ABNT NBR 8800 (2008)	EN 1994-1-1 (2004)	AS/NZS 2327 (2017)
$N_{pl,a,Rd}$	$A_a \frac{f_y}{\gamma_y};$ $\gamma_y = 1,10$	$\eta_a A_a \frac{f_y}{\gamma_y};$ $\gamma_y = 1,25$	$\phi k_f \eta_a A_a f_y;$ $\phi = 0,90$
$N_{pl,c,Rd}$	$\alpha A_c \frac{f_c}{\gamma_c};$ $\gamma_c = 1,40;$ $\alpha = 0,95$	$\left(1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{f_y}{f_c}\right) A_c \frac{f_c}{\gamma_c};$ $\gamma_c = 1,50$	$\left(1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{f_y}{f_c}\right) \phi_c A_c f_c;$ $\phi_c = 0,65$
$N_{pl,s,Rd}$	$A_s \frac{f_s}{\gamma_s};$ $\gamma_s = 1,15$	$A_s \frac{f_s}{\gamma_s};$ $\gamma_s = 1,15$	$\phi A_s f_s;$ $\phi = 0,90$

Fonte: Próprio autor

A área efetiva A_e é obtida a partir da largura efetiva ou, no caso de perfis tubulares circulares, do diâmetro externo efetivo (d_e). Este está relacionado ao diâmetro externo real (d_o) e corresponde ao menor valor dentre os obtidos a partir das Equações (B.4) e (B.5). Para tubos preenchidos com concreto, o limite de esbeltez plástica é λ_{ey} igual a 125, enquanto que a esbeltez do elemento (λ_e) é calculada pela Equação (B.6).

$$d_e = d_o \sqrt{\frac{\lambda_{ey}}{\lambda_e}} \leq d_o \quad (B.4)$$

$$d_e = d_o \left(\frac{3\lambda_{ey}}{\lambda_e} \right)^2 \quad (B.5)$$

$$\lambda_e = \left(\frac{d_o}{t} \right) \left(\frac{f_y}{250} \right) \quad (B.6)$$

A parcela de aumento da resistência do concreto devido ao confinamento, considerado de forma idêntica pelo EN 1994-1-1 (2004) e AS/NZS 2327 (2017), leva em consideração a razão entre diâmetro e espessura do tubo (D/t), as resistências características do aço (f_y) e do concreto (f_{ck}), além da esbeltez global e da excentricidade do carregamento axial, consideradas pelo fator η . Este último é dado pelas Equações (B.7) a (B.10) e limita-se a forças com excentricidade relativa menor que 10% ($e/d_o \leq 0,1$). Os resultados evidenciam o efeito favorável do efeito de confinamento no núcleo de concreto e desfavorável no tubo de aço, como pode ser visto na Tabela B.5 para os valores relativos à excentricidade nula, ou seja, compressão axial centrada (η_{a0} e η_{c0}).

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \frac{10e}{d_o} \quad (\text{B.7})$$

$$\eta_{a0} = 0,25(3 + 2\lambda); \eta_{a0} \leq 1,0 \quad (\text{B.8})$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - \frac{10e}{d_o} \right) \quad (\text{B.9})$$

$$\eta_{c0} = 4,9 - 18,5\lambda + 17\lambda^2; \eta_{c0} \geq 0,0 \quad (\text{B.10})$$

Tabela B.5: Valores de η_{a0} e η_{c0} para força axial centrada (excentricidade nula, $e=0$)

λ	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	$\geq 0,5$
η_{c0}	4,90	3,22	1,88	0,88	0,22	0,00
η_{a0}	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00

Fonte: AS/NZS 2327 (2017)

O coeficiente λ corresponde ao índice de esbelteza reduzida do pilar, calculado de acordo com a Equação (B.11). Para cada código a nomenclatura muda, λ_r para AS/NZS 2327 (2017) e $\bar{\lambda}$ para EN 1994-1-1 (2004). A parcela $N_{pl,rk}$ corresponde à força normal resistente à plastificação, valor característico, calculada utilizando a Equação (B.2), porém adotando coeficientes parciais de segurança iguais a 1,0. A força normal crítica de Euler N_{cr} é explicitada na Equação (B.12).







A Tabela B.6 traz algumas das condições clássicas de vinculação com os respectivos coeficientes de vinculação adotados pelas normatizações brasileira e australiana. A rigidez efetiva à flexão $(EI)_e$ é estimada a partir da rigidez de cada componente da seção mista, Equação (B.13).

$$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (\text{B.11})$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_e}{L_e^2} \quad (\text{B.12})$$

$$(EI)_e = E_a I_a + K_c E_c E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (\text{B.13})$$

Tabela B.6: Coeficientes de flambagem, k_e , para variadas condições de vinculação

Vinculação						
k_e - Teórico	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
k_e - NBR 8800	0,65	0,8	1,0	1,2	2,1	2,0
k_e - AS 4100	0,7	0,85	1,0	1,2	2,2	2,2

L_e : comprimento efetivo, função das condições de vinculação das extremidades do elemento

Fonte: Próprio autor

A parcela referente ao concreto é reduzida, pelas normas brasileira e europeia, por um fator K_c tomado igual a 0,6, enquanto que a norma dos países da Oceania não faz essa penalização e adota K_c igual a 1,0. Além dessa penalização, há uma redução no módulo de elasticidade do concreto em razão dos efeitos ao longo do tempo. A Equação (B.14) explicita o módulo de elasticidade do concreto, influenciado pelo coeficiente de fluência (φ) e pela relação entre a ação permanente ($N_{G,Sd}$) e a força total solicitante (N_{Sd}).

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left(\frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}} \right)} \quad (\text{B.14})$$

A força normal de projeto, N_{Rd} , é obtida da multiplicação da força total de plastificação, $N_{pl,Rd}$, por uma função de redução da resistência devido a esbeltez, calculada de maneira diferente em cada norma técnica, a depender da curva de resistência correspondente. A Equação (B.15) corresponde à forma sugerida pela ABNT NBR 8800 (2008).

$$N_{Rd} = \chi_1(\lambda) \cdot N_{pl,Rd} \rightarrow \chi_1(\lambda) = \begin{cases} 0,658^{\lambda^2} p / \lambda \leq 1,5 \\ 0,877 / \lambda^2 p / \lambda > 1,5 \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

Para a EN 1994-1-1 (2004), utiliza-se a Equação (B.16), que depende do fator Φ calculado a partir da Equação (B.17), informado pela EN 1993-1-1 (2005).

$$N_{Rd} = \chi(\bar{\lambda}) \cdot N_{pl,Rd} \rightarrow \chi(\bar{\lambda}) = \frac{1}{\Phi + (\Phi^2 - \bar{\lambda}^2)^{1/2}}, \text{ mas } \chi(\bar{\lambda}) \leq 1,0 \quad (\text{B.16})$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (\text{B.17})$$

E a AS/NZS 2327 (2017) apresenta um procedimento que depende das Equações (B.18) - (B.24) a seguir para estimar a força normal resistente.

$$N_{Rd} = \alpha_c \cdot N_{pl,Rd} \rightarrow \alpha_c = \xi \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{90}{\xi \lambda'} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{B.18})$$

$$\xi = \frac{\left(\frac{\lambda'}{90} \right)^2 + 1 + \eta}{2 \left(\frac{\lambda'}{90} \right)^2} \quad (\text{B.19})$$

$$\lambda' = \lambda_\eta + \alpha_a \alpha_b \quad (\text{B.20})$$

$$\eta = 0,00326 (\lambda' - 13,5) \geq 0 \quad (\text{B.21})$$

$$\lambda_\eta = 90 \lambda_r \quad (\text{B.22})$$

$$\alpha_a = \frac{2100 (\lambda_\eta - 13,5)}{\lambda_\eta^2 - 15,3 \lambda_\eta + 2050} \quad (\text{B.23})$$

$$\text{Para tubo circular : } \alpha_b = \begin{cases} -0,5, & \text{se } k_f = 1,0 \\ 0,0, & \text{se } k_f \leq 1,0 \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

A comparação entre os códigos normativos indica uma baixa variabilidade entre suas previsões de força normal de plastificação total, $N_{pl,Rd}$, por apresentarem a mesma estruturação de cálculo. A AS/NZS 2327 (2017) é a única a aplicar um fator de forma à parcela correspondente do aço, porém, dificilmente será diferente de 1,0, exceto para tubos de parede proporcionalmente muito fina, a notar pela Equação (B.6). Como a variação do coeficiente η requer que λ seja menor que 0,5 e como o estudo resume-se a força axial, apenas pilares curtos apresentarão resultados diversos, ocorrendo, para esta configuração, a maior diferença entre as normas avaliadas.

Comparando os códigos normativos avaliados, há pouca diferença entre os coeficientes parciais de segurança e rigidez efetiva. Porém, como os três códigos normativos apresentam diferentes funções de redução da resistência em função da instabilidade por flexão, a força normal resistente de projeto, N_{Rd} , deve ser comparada a diversos exemplos para promover uma análise mais precisa.

APÊNDICE C – MÉTODOS DE CÁLCULO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Os métodos de análise de confiabilidade são reunidos no modelo probabilístico da JCSS (2001), que sugere a inclusão de fatores de importância para avaliar a sensibilidade da incerteza dos parâmetros. Dois requisitos de precisão são fundamentais, uma vez que geralmente são aplicados métodos computacionais de aproximação do valor exato. São eles: a superestimação da confiabilidade, que deverá pertencer a um intervalo aceitável para o tipo de estrutura especificada; e o nível alvo de confiabilidade, que não deverá ser excedido acima de 5%.

As etapas principais da análise de confiabilidade são:

1. Selecionar a função de estado limite apropriado;
2. Especificar o tempo de referência;
3. Identificar as variáveis básicas e desenvolver os modelos probabilísticos;
4. Calcular o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha;
5. Realizar estudo de sensibilidade.

O passo 1 é igual à análise determinística. O passo 2 deve ser definido cuidadosamente pois interfere diretamente no modelo probabilístico de muitos parâmetros, tais como as ações variáveis. O terceiro passo é considerado o mais importante pois tem o maior efeito nos resultados obtidos. O passo 4 é escolhido a depender da aplicação, que pode ser uma situação permanente, transitória ou acidental. O passo 5 torna-se necessário na medida em que qualquer decisão, antes de ser tomada, precisa avaliar a sensibilidade do resultado.

O processo de cálculo do índice de confiabilidade e da respectiva probabilidade de falha, juntamente com os fatores de sensibilidade associados aos parâmetros é detalhado na sequência. O problema fundamental de confiabilidade tem a função de estado limite mais simples, envolvendo apenas duas variáveis aleatórias que correspondem à resistência e à solicitação, chamado sistema R-S. Assim sendo, a probabilidade de falha equivale à probabilidade de a diferença entre as variáveis ser menor ou igual a zero, como indicado na Equação (C.1).

$$g(R,S) = R - S \therefore P_f = P[\{R \leq S\}] = P[\{R - S \leq 0\}] \quad (C.1)$$

Analisando os conjuntos $\{R \leq r\}$ e $\{S \leq s\}$ como eventos das variáveis R e S, cujas probabilidades são dadas respectivamente por $F_R(r)$ e $F_S(s)$, porém que ocorrem simultaneamente e possuem uma interseção que forma o evento $\{R \leq r\} \cap \{S \leq s\}$, a probabilidade de ocorrência deste evento, que é função de r e s , é chamada de função de distribuição cumulativa conjunta de probabilidades (Equação (C.2)).

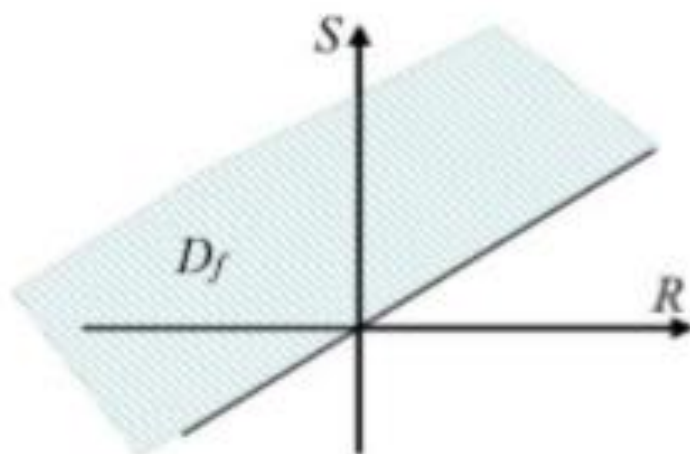
$$F_{RS}(r, s) = P[\{R \leq r\} \cap \{S \leq s\}] = P[\{R \leq r; S \leq s\}] \quad (\text{C.2})$$

Caso esta função apresente derivadas até a segunda ordem, obtém-se a função de densidade conjunta de probabilidade (Equação (C.3)).

$$f_{RS}(r, s) = \frac{\partial^2 F_{RS}(r, s)}{\partial r \partial s} \quad (\text{C.3})$$

Uma vez que seja possível desenvolver a função de densidade conjunta de probabilidades das variáveis em questão, é possível aplicar a definição da probabilidade de falha como a integral desta função no domínio de falha do problema (Figura C.1).

Figura C.1: Domínio de falha do problema R-S



Fonte: Beck, 2014

A Equação (C.4) é a representação teórica desta abordagem para o problema R-S. Para variáveis independentes, a densidade conjunta é dada pelo produto das densidades individuais.

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^s f_{RS}(r, s) dr \cdot ds \quad (\text{C.4})$$

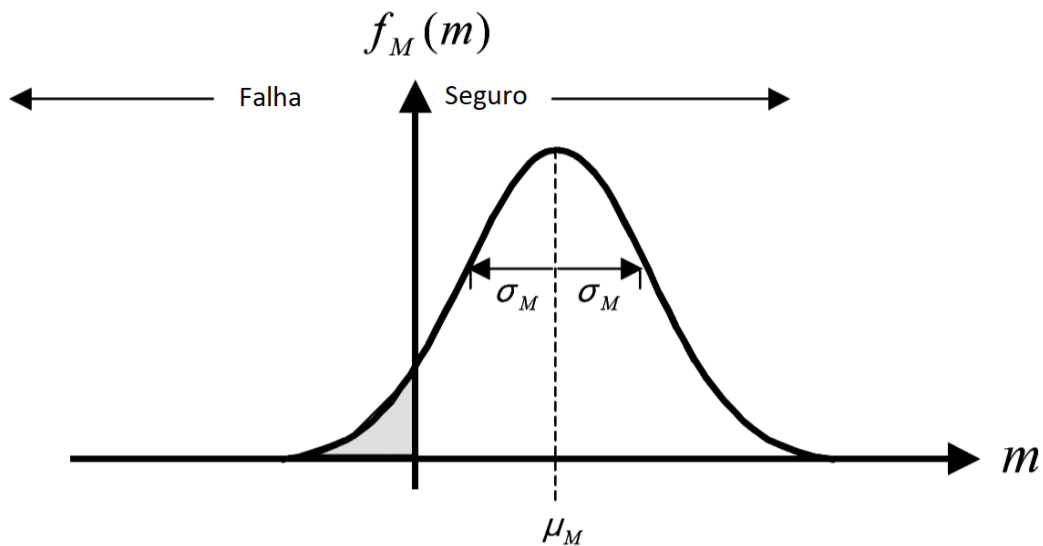
Este problema fundamental pode ser substituído pela avaliação de uma única variável denominada margem de segurança M, equivalente à diferença entre resistência R e

solicitação S ($M = R - S$). Desta forma, simplifica-se a obtenção da probabilidade de falha, resultando na Equação (C.5).

$$P_f = P[\{M \leq 0\}] = F_M(0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (\text{C.5})$$

A Figura C.2 representa a margem de segurança M para variáveis R e S normais e estatisticamente independentes. A área abaixo da curva e à esquerda do eixo vertical corresponde numericamente à probabilidade de falha.

Figura C.2: Ilustração da função densidade de probabilidade para a margem de segurança M com distribuição normal



Fonte: Adaptado de Faber e Sorensen (2002).

O índice de confiabilidade β equivale, então, à divisão da média pelo desvio padrão da variável M , como mostrado na Equação (C.6).

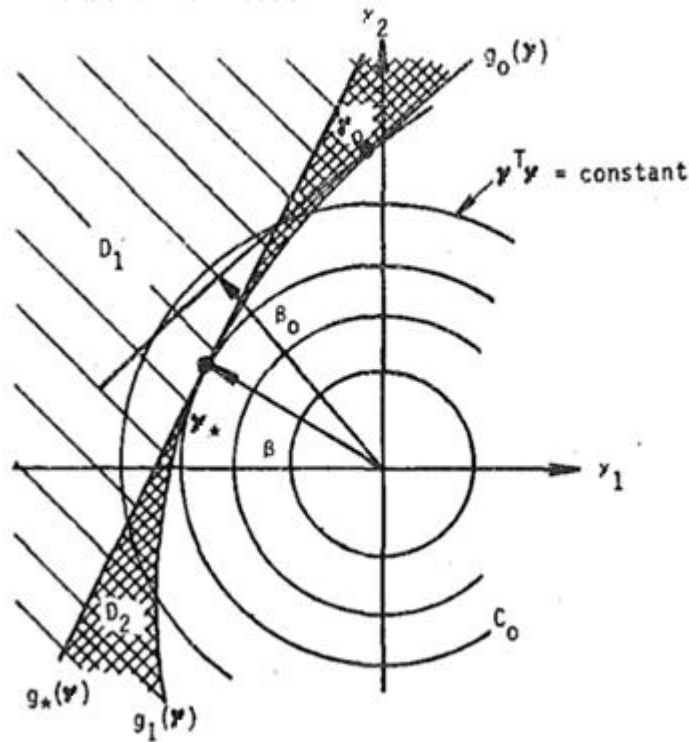
$$P_f = \Phi(-\beta) \therefore \beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{C.6})$$

A interpretação geométrica do índice de confiabilidade β , Figura C.3, é obtida a partir da transformação de variáveis aleatórias com distribuição normal para variáveis com distribuição normal padrão, chamada Transformação de Hasofer-Lind, Equação (C.7)). O valor de β corresponderá à distância mínima da origem do espaço normal padrão Y ao plano definido pelo limite $g(y_1, y_2)=0$ (denominado superfície de falha), onde y_1 e y_2 são as variáveis transformadas normais padrão correspondentes a R e S , respectivamente.

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (\text{C.7})$$

Esta distância mínima define o denominado ponto de projeto, que é o ponto sobre a superfície de falha, mais próximo da origem. As coordenadas do ponto projeto, (y_1^*, y_2^*) , são dadas pela Equação (C.8) para o caso do problema fundamental de confiabilidade. Os cossenos diretores $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ do vetor normal à superfície de falha dão a medida da influência de cada da variável no índice de confiabilidade e são denominados fatores de sensibilidade.

Figura C.3: Representação gráfica do ponto de projeto que resulta no índice de confiabilidade



Fonte: Adaptado de Shinozuka (1983)

Numa generalização para o caso multidimensional, envolvendo mais que duas variáveis aleatórias, a solução segue o mesmo esquema. O ponto de projeto \vec{y}^* é tal que $d = \|\vec{y}\|$ é mínimo para $g(\vec{y}) = 0$. O módulo do vetor \vec{y}^* corresponde ao índice de confiabilidade, representado na Equação (C.9). A Equação (C.10) expressa as coordenadas do ponto de projeto em termos do índice de confiabilidade. As variáveis cujo quadrado do cosseno diretor se aproximar de zero possuem pouca influência na probabilidade de falha e podem ser tratadas como determinísticas.

$$(y_1^*, y_2^*) = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} (-\sigma_R, \sigma_S) \therefore \beta = d_{\min} = (y_1^{*2} + y_2^{*2})^{\frac{1}{2}} = \frac{\mu_R - \mu_S}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (C.8)$$

$$\|\vec{y}^*\| = (\vec{y}^{*T} \cdot \vec{y}^*)^{\frac{1}{2}} \quad (C.9)$$

$$\bar{y}^* = -\bar{\alpha} \cdot \beta \therefore \alpha(\bar{y}) = \frac{\nabla g(\bar{y})}{\|\nabla g(\bar{y})\|} \quad (\text{C.10})$$

Este procedimento restringe-se a variáveis independentes e com distribuição normal, representados no espaço original \mathbb{X} , de modo que corresponde ao Método FOSM (*First Order Second Moment*). É possível representar a função de distribuição conjunta pela Equação (C.11), onde n é o número de variáveis do problema. Para uma função de estado limite linear e envolvendo variáveis normais, simplifica-se o cálculo do índice de confiabilidade β com o uso da Equação (C.12) no próprio espaço original. Porém, o mais comum é que a função de estado limite não sejam lineares. Desta forma, ocorre uma linearização da superfície de falha no ponto de projeto, descrita pela Equação (C.13).

$$f_Y(y) = \phi_n(y) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\|y\|^2\right) \quad (\text{C.11})$$

$$\beta = \frac{E[g(X)]}{(\text{Var}[g(X)])^{1/2}} \quad (\text{C.12})$$

$$\tilde{g}(y) = \nabla g(y^*)^T (y - y^*) \quad (\text{C.13})$$

A solução numérica da análise de confiabilidade pelos métodos de transformação consiste em buscar o ponto de projeto por meio de um algoritmo. O algoritmo mais utilizado foi desenvolvido por Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler, denominado HLRF (MADSEN *et al*, 2006). O laço de iterações é obtido por meio de uma fórmula recursiva (Equação (C.14)) onde o vetor inicial é comumente considerado o ponto das médias das variáveis. O índice de confiabilidade, que equivale ao módulo do vetor encontrado, é calculado até a convergência com erro tolerado.

$$y_{k+1} = \frac{\nabla g(y_k)^T y_k - g(y_k)}{\|\nabla g(y_k)\|^2} \nabla g(y_k) \quad (\text{C.14})$$

A transformação das variáveis, que segue o mesmo formato da Equação (C.7), quando avaliada matricialmente, possui o formato apresentado na Equação (C.15). O vetor M reúne as médias das variáveis no espaço \mathbb{X} e os desvios padrão são representados na diagonal principal da matriz D . A transformação para o espaço normal padrão pode ser simplificada para $y = D^{-1}\{x - M\}$, e a transformação inversa $x = D \cdot y + M$, para avaliar se o ponto encontrado ao ser aplicado na função de estado limite retorna $g(x_k) = 0$.

$$M = \{\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}\}^T \therefore D = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{X_n} \end{bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

Outra representação, por meio de matrizes Jacobianas apresentadas na Equação (C.16), pode ser feita para facilitar o processo. Para variáveis aleatórias não correlacionadas $J_{yx} = D^{-1}$ e $J_{xy} = D$. Os vetores gradientes da função de estado limite são obtidos a partir da Equação (C.17).

$$J_{yx} = \left[\frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right]_{i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n}; J_{xy} = \left[\frac{\partial x_i}{\partial y_j} \right]_{i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n} \quad (\text{C.16})$$

$$\nabla g(y) = \left\{ \frac{\partial g}{\partial y_i} \right\}_{i=1,2,\dots,n} = \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial y_i} \right\}_{i=1,2,\dots,n} = (J_{xy})^T \nabla g(x) \quad (\text{C.17})$$

A generalização da solução pelo método de transformação consiste em permitir a análise de confiabilidade com variáveis de distribuições quaisquer e possíveis correlações entre elas, o que dá lugar ao FORM (*First Order Reliability Method*). Desta forma, é necessária a transformação das variáveis com distribuições quaisquer em variáveis normais. Além disso, é definida uma matriz simétrica que reúne os coeficientes de correlação R_X , que precisa ser adaptada para as distribuições normais R_Z conforme a transformação de Nataf (LI *et al.*, 2008) e então eliminada sua correlação por meio de decomposição de Cholesky (SEARLE E KHURI, 2017).

As distribuições normais equivalentes são aquelas que apresentam mesmo valor da função densidade de probabilidades e da função acumulada de probabilidades no ponto em questão, em atendimento à Equação (C.18). O objetivo é obter média e desvio padrão desta curva. A variável é então transformada por meio da Equação (C.19) de Hasofer-Lind adaptada para os parâmetros equivalentes. A distribuição normal padrão obtida corresponde às funções apresentadas na Equação (C.20). O ponto equivalente no espaço \mathbb{Z} e os respectivos parâmetros são obtidos pela Equação (C.21).

$$F_{X_i}(x_i^*) = F_{X_i}^{neq}(x_i^*) \quad f_{X_i}(x_i^*) = f_{X_i}^{neq}(x_i^*) \quad (\text{C.18})$$

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}} \quad (\text{C.19})$$

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi(z_i^*) \quad f_{X_i}(x_i^*) = \frac{\phi(z_i^*)}{\sigma_{X_i}^{neq}} \quad (\text{C.20})$$

$$z_i^* = \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i^*)) \quad \sigma_{X_i}^{neq} = \frac{\phi(z_i^*)}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad \mu_{X_i}^{neq} = x_i^* - z_i^* \cdot \sigma_{X_i}^{neq} \quad (\text{C.21})$$

A análise por matrizes Jacobianas se adequa às médias e desvios padrão equivalentes obtidos, de forma que $J_{zx} = (D^{neq})^{-1}$, $J_{xz} = D^{neq}$ e o vetor de média é denominado M^{neq} . O vetor M^{neq} e as matrizes J_{zx} e J_{xz} precisam ser atualizados a cada iteração. Esta transformação ainda permite a existência de correlação entre as variáveis. A decomposição de Cholesky elimina a correlação e dá origem a matriz L de modo que $R_z = L \cdot L^T$, onde L é uma matriz triangular inferior com valores positivos na diagonal principal. A transformação do espaço \mathbb{Z} para o espaço \mathbb{Y} , sem correlação, é tal que $y = J_{yz} \cdot z$ e $J_{yz} = L^{-1}$ e $z = J_{zy} \cdot y$ e $J_{zy} = L$. A transformação total, então, resume as matrizes Jacobianas, de modo que $J_{yx} = J_{yz} \cdot J_{zx}$ e $J_{xy} = J_{xz} \cdot J_{zy}$.

Uma vez feita uma descrição sucinta da confiabilidade, a seguir são apresentados alguns importantes estudos de confiabilidade.