



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

JANETE CASTALDI ORTIZ CETRA

**MÁGICAS PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA: UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DA
TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA DE VYGOTSKY E DA BNCC**

SOROCABA

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**MÁGICAS PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA: UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DA
TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA DE VYGOTSKY E DA BNCC**

JANETE CASTALDI ORTIZ CETRA
ORIENTADOR: PROF. DR. ROGÉRIO FERNANDO PIRES

SOROCABA

2021

**MÁGICAS PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA: UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DA
TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA DE VYGOTSKY E DA BNCC**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre sob orientação do Professor Doutor Rogério Fernando Pires.

SOROCABA

2021

Cetra, Janete Castaldi Ortiz

Mágicas para o ensino de aritmética: uma análise sob a ótica da teoria sócio-histórica de Vygotsky e da BNCC / Janete Castaldi Ortiz Cetra -- 2021.
84f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): Rogério Fernando Pires
Banca Examinadora: Rogério Fernando Pires, Gabriela dos Santos Barbosa, Magda da Silva Peixoto
Bibliografia

1. Ensino de Matemática. 2. Estratégias de Ensino. 3. Metodologia alternativa. I. Cetra, Janete Castaldi Ortiz.
II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano -
CRB/8 6979



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Janete Castaldi Ortiz Cetra, realizada em 18/02/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Rogerio Fernando Pires (UFU)

Profa. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa (UERJ)

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

Dedico este trabalho a todos que, diretamente ou indiretamente, fizeram parte desta conquista.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à UFSCar e ao PPGECE a infraestrutura e a oportunidade oferecida para minha especialização profissional em uma instituição pública e gratuita.

Ao Prof. Dr. Rogério Fernando Pires, a sua paciência, as contribuições e por não ter desistido de me orientar no meio de tantas turbulências.

Ao meu marido e aos meus filhos, por acreditarem em mim e contribuírem muito para o desenvolvimento deste trabalho: Mauricio e Gabriel com suas leituras e sugestões, Raísa com seu inglês.

À minha amiga Adriana, que não só corrigiu minha dissertação, mas também ensinou-me regras gramaticais.

À minha irmã Suely, por suas contribuições; ao Thiago, por me auxiliar na busca por referências bibliográficas e à Julia, minha companheira de mestrado que sempre compartilhou seus conhecimentos comigo.

Enfim, agradeço a todos que estiveram ao meu lado nesta jornada!

RESUMO

CETRA, Janete Castaldi Ortiz. *Mágicas para o ensino de aritmética: uma análise sob a ótica da teoria sócio-histórica de Vygotsky e da BNCC*. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2021.

A dificuldade de aprendizagem dos conteúdos matemáticos e a falta de motivação por parte dos alunos fazem com que a maioria deles não adquiram habilidades elementares para as etapas escolares. Ao apresentar ou elaborar uma mágica, o estudante terá envolvimento com a atividade e interação com os colegas, podendo a experiência tornar-se interessante e prazerosa e, assim, facilitar o aprendizado dos conteúdos abordados. Dessa forma, faz-se necessário o uso de estratégias alternativas que despertem no aluno o prazer de aprender matemática. Este trabalho objetiva apresentar mágicas matemáticas que podem vir a ser uma alternativa didática para o aprendizado da disciplina em questão. Nesta pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, foram analisadas 20 mágicas do livro *Mágicas, Matemática e outros mistérios*, às quais foram associados os conteúdos matemáticos abordados nos Ensinos Fundamental – Anos Finais – e Médio, as habilidades preconizadas pela BNCC e, ainda, uma análise do ponto de vista das contribuições dos aspectos lúdicos defendidos por Vygotsky. Nas mágicas presentes nesta obra, foram identificados 21 conteúdos de Matemática na Educação Básica e 19 habilidades presentes na BNCC, o que viabiliza a utilização da obra como material de apoio nessa fase do ensino. Assim, este estudo aponta uma alternativa para as aulas de Matemática no sentido de desenvolver as habilidades propostas pela BNCC.

Palavras-chave: BNCC. Lúdico. Aprendizagem. Mágicas Matemáticas.

ABSTRACT

CETRA, Janete Castaldi Ortiz. Magics for teaching arithmetic: an analysis from the perspective of Vygotsky's socio-historical theory and the BNCC rules. 2021. Dissertation (Master's Degree in Exact Sciences Teaching at the Center for Exact Sciences and Technology) - Federal University of São Carlos, Sorocaba campus, Sorocaba, 2021.

Difficulties in learning mathematical content and the lack of motivation on the part of students leads that most of them do not acquire elementary skills for school stages. When presenting or elaborating a magic, the student gets involved with the activity and interacts with colleagues. Once this experience may become interesting and pleasurable, it may facilitate the learning of the contents covered. Therefore, it is necessary to use alternative strategies that raise the desire of learning mathematics. This work aims to present mathematical magics as a didactic alternative for learning the subject in question. In this qualitative research of a bibliographic nature, 20 magics from the book *Magics, Mathematics and other mysteries* were analyzed and related to the mathematical content covered in the Elementary - Final Years - and in High School. In addition, the analysis also included the skills recommended by the BNCC and contributions from of the playful formats defended by Vygotsky. It was identified 21 contents of Mathematics in Basic Education and 19 skills present in BNCC, which enables the use of this research as a support material in this phase of teaching. Thus, this study points out an alternative method for mathematics classes in order to develop the skills proposed by BNCC.

Keywords: BNCC. Playful. Learning. Mathematics Magical.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Código alfanumérico para o Ensino Fundamental.	17
Figura 2: Código alfanumérico para o Ensino Médio.	20

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO 1: A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	14
CAPÍTULO 2: ASPECTOS LÚDICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	22
CAPÍTULO 3: METODOLOGIA.....	27
CAPÍTULO 4: AS MÁGICAS.....	30
4.1 ADIVINHAÇÕES ARITMÉTICAS	30
4.2 MÁGICAS COM MATERIAIS PREPARADOS	73
4.3 UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DOS ASPECTOS LÚDICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	79
CONSIDERAÇÕES FINAIS	81
REFERÊNCIAS.....	83

INTRODUÇÃO

As avaliações de âmbito nacional mostram-nos que o nível de proficiência dos alunos em Matemática, em sua maioria, está abaixo do nível adequado de aprendizagem. Os relatórios publicados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) indicam que não houve evolução no desempenho dos estudantes nas avaliações realizadas nos últimos 20 anos (BORGES, 2018).

O SAEB (Sistema de Avaliação Básica) é composto pela Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e a Avaliação Nacional de Rendimento Escolar (ANRESC ou Prova Brasil). As avaliações são realizadas pelos estudantes de 5.º e 9.º ano do Ensino Fundamental e 3.ª série do Ensino Médio em escolas públicas, de forma censitária, e amostral, em escolas privadas. O relatório do SAEB 2019 revelou que os estudantes brasileiros matriculados no 9.º ano do Ensino Fundamental e na 3.ª série do Ensino Médio possuem, em média, o nível 3 de proficiência em Matemática, considerado insuficiente pelo MEC (Ministério da Educação). A Escala de Proficiência é dividida entre os níveis de 0 e 10, demonstrando assim que, estando em sua maioria no nível 3, os estudantes não apresentam habilidades elementares nessa etapa escolar (BRASIL, 2020).

A Matemática é uma disciplina que muitos alunos consideram de difícil entendimento. Atribui-se esta possível dificuldade a diversos fatores, dentre eles o processo de desenvolvimento cognitivo e problemas psicológicos e/ou pedagógicos; sendo o pedagógico o principal objeto deste trabalho.

Almeida (2006), que analisa métodos e técnicas de ensino e sua relação com o insucesso em Matemática, observa que 38,5% dos professores consideram os métodos de ensino utilizados não adequados à realidade do aluno. Portanto, professores estão percebendo que a forma de conduzir o trabalho não tem sido suficiente para despertar interesse e motivar os alunos para a atividade matemática.

Oliveira e Oliveira (2011) destacam a importância da Ciência Matemática como disciplina, as diferentes vertentes de entendimento sobre como pode ser ensinada e os principais desafios da falta de interação entre alunos e professores, que dificulta o processo de ensino e aprendizagem. Sendo assim, as autoras destacam que a sala de aula precisa ser um local de trocas para que o conhecimento seja construído e salientam a importância de se observar o fazer pedagógico do professor e auxiliá-lo com constantes formações continuadas,

tendo em vista amenizar esse distanciamento que configura no aluno um certo sentimento de repulsa de ter de aprender esse tipo de conteúdo na escola.

Nosso desafio, então, passa a ser apresentar uma alternativa para a motivação desse aprendiz pelo aluno, fazendo uso do lúdico para contribuir no estudo da Matemática, proporcionando o que Macedo, Petty e Passos (2005) consideram envolvente, interessante e informativo e, dentro desse movimento que garante o convívio social, ajudá-lo a tornar-se protagonista de seu próprio processo de aprendizagem.

Nesse sentido, ao estudar acerca da importância dos aspectos lúdicos na aprendizagem matemática, foi-nos apresentado o livro *Mágicas, Matemática e outros mistérios* de autoria de Sampaio e Malagutti (2018). Esta obra é uma coletânea de truques matemáticos divididos em quatro capítulos, que envolvem desde as quatro operações aritméticas até o processo de indução finita.

Neste trabalho, serão analisadas as mágicas matemáticas como alternativas metodológicas para os Ensinos Fundamental – Anos Finais – e Médio. Estas mágicas presentes na obra de Sampaio e Malagutti (2018) serão analisadas de acordo com as habilidades descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que define os conhecimentos essenciais que todos os alunos da Educação Básica Brasileira têm direito de aprender.

Alguns questionamentos motivaram a escolha do objeto e devem nortear o desenvolvimento do estudo: “De que maneira as mágicas propostas no livro *Mágicas, Matemática e outros mistérios* contemplam as habilidades para o ensino de Matemática presentes na BNCC para os Ensinos Fundamental – Anos Finais – e Médio?”; “Como a ludicidade presente nesse tipo de atividade pode contribuir para a aprendizagem?”

Assim, a presente dissertação está estruturada da seguinte maneira: no capítulo 1, será apresentada a BNCC, com as competências específicas da Matemática e a identificação das habilidades; no capítulo 2, será abordada a importância da ludicidade para o aprendizado; no capítulo 3, apresenta-se a metodologia utilizada; no capítulo 4, as mágicas serão descritas, destacando os conteúdos, habilidades envolvidas e uma análise quanto ao lúdico.

A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que regulamenta o ensino das escolas públicas e particulares para toda a Educação Básica Brasileira. Ela orienta aos propósitos de aprendizagem de cada etapa da formação escolar, norteando os currículos. É um documento normativo e, como tal, estabelece regras e diretrizes fundamentais, tais como competências e habilidades, para garantir uma aprendizagem igualitária e de qualidade a todos os estudantes. Foi elaborada por especialistas de todas as áreas do conhecimento, visando às aprendizagens essenciais e ao desenvolvimento integral dos discentes por meio das competências gerais para que, assim, sejam capazes de fazer as escolhas necessárias para a realização de seus projetos de vida e a continuidade dos seus estudos (BRASIL, 2018).

Os fundamentos pedagógicos apresentados na BNCC incluem o foco no desenvolvimento de competências, ou seja, as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências e assumem o compromisso com a educação integral, referindo-se a um processo educativo que esteja de acordo com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e com os desafios da sociedade atual (BRASIL, 2018).

No decorrer da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem favorecer aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais (Quadro 1) para consolidar os direitos de aprendizagem e de desenvolvimento. Competência é definida como mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018).

Cada área do conhecimento estabelece competências específicas e, para garanti-las, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades relacionadas a diferentes objetos de conhecimento. Assim, a BNCC e os componentes curriculares complementam-se para garantir as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da Educação Básica. Cabe, então, às redes de ensino e às escolas particulares a tarefa de construir currículos com base nessas aprendizagens, visando a metodologias ativas e estratégias que impulsionem a aprendizagem e gerem maior engajamento dos alunos.

Quadro 1 Competências gerais da Educação Básica

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: BRASIL, 2018

A BNCC está dividida para as etapas da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. O Ensino Fundamental está organizado em cinco áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. A etapa tem nove anos de duração, dividida em Ensino Fundamental – Anos Iniciais – e Ensino Fundamental – Anos Finais. Nos Anos Iniciais, valorizam-se situações lúdicas de aprendizagem pela necessidade de articulação com as experiências vividas na Educação Infantil, tentando, assim, evitar uma ruptura no processo de aprendizagem com a transição. Nos Anos finais, há uma maior especialização nos componentes curriculares, o que torna necessário retomar as

aprendizagens anteriores dos Anos Iniciais. Já o Ensino Médio, etapa final da Educação Básica, está organizado em quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Nesta etapa, deve-se garantir a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental e possibilitar a continuidade dos estudos, atendendo “às necessidades, às possibilidades e aos interesses dos estudantes e, também, aos desafios da sociedade contemporânea” (BRASIL, 2018).

No Ensino Fundamental, a área de Matemática está centrada na compreensão de conceitos e procedimentos visando à resolução e formulação de problemas. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, espera-se que os educandos consolidem os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agreguem novos saberes, aumentando os recursos para resolver problemas mais complexos que exigem maior reflexão e abstração (BRASIL, 2018).

No Ensino Fundamental, o estudante deve desenvolver “as competências e as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” para formular e resolver problemas em uma variedade de contextos. Ademais, necessita reconhecer a importância dos conhecimentos matemáticos para a compreensão e a atuação no mundo e perceber a Matemática como um instrumento que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso.

Baseando-se nesse contexto e nas competências gerais da Educação Básica, a área de Matemática, por meio do componente curricular, deve garantir aos alunos o desenvolvimento das competências específicas (Quadro 2).

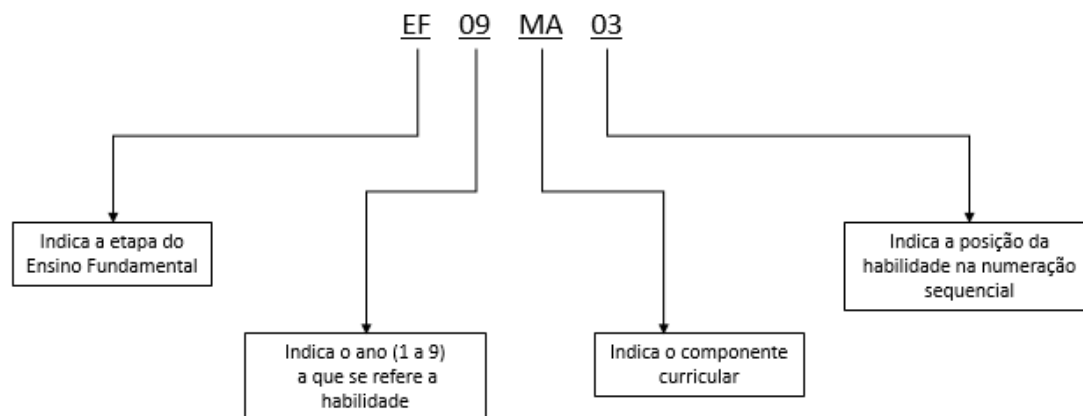
Para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular possui um conjunto de habilidades relacionadas a diferentes objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos), organizados em unidades temáticas. As habilidades indicam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos. Para cada ano do Ensino Fundamental, é apresentado um quadro com as unidades temáticas, os objetos de conhecimento e as habilidades. A habilidade é especificada por um código alfanumérico (Figura 1).

Quadro 2 Competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: BRASIL, 2018

Figura 1: Código alfanumérico para o Ensino Fundamental.



Fonte: BRASIL, 2018, com adaptações.

O código EF09MA03 indica a terceira habilidade do 9.º ano de Matemática.

Equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação são consideradas “ideias fundamentais” importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, conectadas entre si e devem se transformar em objetos de conhecimento (Brasil, 2018).

Assim, na BNCC, são propostas cinco unidades temáticas para orientar a formulação de habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino fundamental, com ênfases diferentes, dependendo do ano de escolarização e com as seguintes finalidades:

- Números: desenvolver o pensamento numérico para quantificar atributos de objetos e julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades.
- Álgebra: desenvolver o pensamento algébrico, a fim de, por meio de letras e outros símbolos, utilizar modelos matemáticos na compreensão, na representação e na análise de relações quantitativas de grandezas e de situações e estruturas matemáticas.
- Geometria: estudar conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento.
- Grandezas de medidas: estudar as medidas e as relações entre elas (relações métricas) para consolidar e ampliar a noção de número, a aplicação de noções algébricas e a construção do pensamento algébrico.
- Probabilidade e estatística: abordar conceitos, fatos e procedimentos presentes em situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia, para estudar a incerteza e o tratamento de dados.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a aprendizagem em matemática está relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos e suas aplicações. Assim, recursos didáticos como malhas quadriculadas, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e software de geometria são de fundamental importância para a compreensão e a utilização das noções matemáticas.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a aprendizagem em matemática também está relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos que resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos com o seu cotidiano, com os diferentes temas matemáticos e com os outros componentes curriculares. Para que se desenvolvam as

habilidades previstas, deve-se levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos adquiridos anteriormente pelos alunos. Devem ser criadas situações que desenvolvam as “ideias fundamentais” da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência. Como recurso didático, além de materiais como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, deve-se incluir a história da matemática para representar um contexto significativo para os alunos, e, assim, despertar um maior interesse pela matéria.

No Ensino Médio, o estudante deve consolidar, ampliar e aprofundar aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. O foco deve ser a construção de uma visão integrada da Matemática aplicada à realidade em diferentes contextos, aproveitando todo o potencial já adquirido pelo estudante no Ensino Fundamental. Deve desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Além disso, é importante que desenvolva as competências de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, “com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” (BRASIL, 2018).

Vinculada às competências gerais da Educação Básica e às da área de Matemática do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, a área de Matemática e suas Tecnologias deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de competências específicas (Quadro 3).

Para cada competência específica de área, é relacionado um conjunto de habilidades que assegurem o seu desenvolvimento. Essas habilidades representam as aprendizagens essenciais que devem ser garantidas a todos os estudantes do Ensino Médio. Elas são descritas com a mesma estrutura usada para o Ensino Fundamental e também indicadas por um código alfanumérico (Figura 2).

Cada instituição de ensino tem a liberdade de construir seus currículos, orientados pelas competências e habilidades descritas na BNCC, utilizando-se das estratégias que julgarem mais adequadas ao seu projeto pedagógico. Entende-se por currículo, um texto, uma proposta de organização dos conteúdos estudados, atividades realizadas, competências desenvolvidas que abrangem desde os planos de aula que o professor elabora até os documentos curriculares de uma rede ou sistema de ensino. Ele deve estar pautado no desenvolvimento pleno do estudante. Assim, visto que existem muitas dificuldades no aprendizado de matemática, a proposta de incluir o lúdico, aqui representado pelas mágicas,

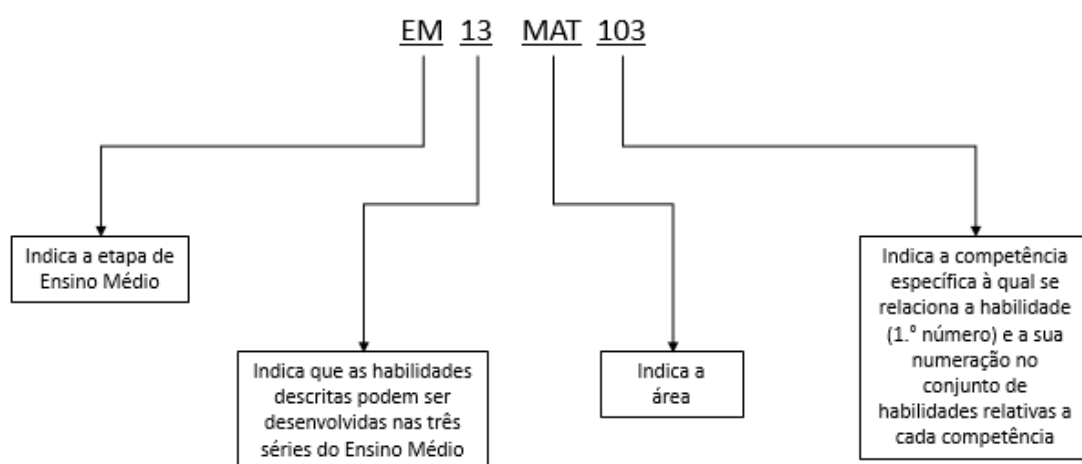
nos currículos, vai ao encontro da possibilidade de estimular o estudante nesse aprendizado e desenvolvimento.

Quadro 3: Competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: BRASIL, 2018

Figura 2: Código alfanumérico para o Ensino Médio.



Fonte: BRASIL, 2018, com adaptações.

O código EM13MAT103 refere-se à terceira habilidade proposta na área de Matemática e suas Tecnologias, relacionada à competência 1, que pode ser desenvolvida em qualquer série do Ensino Médio.

No presente trabalho, será dada ênfase ao conteúdo referente aos Ensinos Fundamental – Anos Finais – e Médio.

Assim, realizada uma discussão acerca da BNCC, no que se refere às competências específicas de Matemática para os ensinos Fundamental e Médio, como também, apresentada a maneira como são identificadas as habilidades constantes neste documento para cada componente curricular, chega o momento de finalizar o presente capítulo e discutir, no seguinte, a íntima relação entre os aspectos lúdicos e a aprendizagem matemática.

ASPECTOS LÚDICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Os aspectos lúdicos são fundamentais para o desenvolvimento do indivíduo, possibilitam uma aprendizagem participativa e prazerosa, colaboram na interação social, na comunicação, na atenção, na memorização e na imaginação, aspectos importantes para um ensino de qualidade e uma aprendizagem que tenha significado para o educando.

Em uma aula, na qual se faz uso do lúdico, o aluno é incitado a desenvolver sua criatividade, tornando-se sujeito do seu conhecimento, pois vivenciou uma aprendizagem significativa. Porém, para atingir esse propósito, a mediação do professor é de suma importância, pois sem um planejamento adequado das atividades de acordo com os objetivos preestabelecidos, estes podem não ser atingidos.

“O homem se forma e interage com seus semelhantes e seu mundo numa relação intercomplementar de troca”, apercebe o mundo e atua sobre ele (VYGOTSKY, 2009). Assim, o desenvolvimento cognitivo do aluno dá-se por meio da interação social, ou seja, de sua interação com outros indivíduos e com o meio. Já o professor deve mediar a aprendizagem, utilizando estratégias que estimulem o conhecimento e levem o aluno a tornar-se independente. O professor, então, é figura essencial do saber por ser mediador entre o aluno e o conhecimento disponível no ambiente (MONROE, 2018).

Contudo, o aprendizado das crianças antecede a época escolar e o contato com a figura do professor (VYGOTSKY, 1991). Elas têm, por exemplo, experiências com quantidades, lidam com operações de divisão, adição, subtração e determinação de tamanho muito antes de começarem a estudar aritmética na escola. Esse aprendizado, na idade pré-escolar, difere do aprendizado escolar, o qual é voltado para a assimilação de fundamentos do conhecimento científico; este, além de sistematizar, produz algo fundamentalmente novo no desenvolvimento da criança. Assim, o aprendizado e o desenvolvimento estão inter-relacionados desde o primeiro dia de vida da criança (VYGOTSKY, 1991).

A aprendizagem deve estar de acordo com o nível de desenvolvimento da criança e, para isso, deve-se determinar pelo menos dois níveis de desenvolvimento: o real, que representa as funções mentais da criança, aquilo que elas conseguem fazer por si mesmas, e o potencial, determinado pela capacidade de resolução de problemas sob a orientação de um

adulto ou em colaboração com companheiros mais experientes. Para estruturar o aprendizado escolar, Vygotsky cria o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP), o qual se refere ao desenvolvimento em processo, ou seja, é a distância entre o desenvolvimento real, aquilo que o sujeito já sabe, e o desenvolvimento potencial, o que ele ainda tem capacidade de aprender (VYGOTSKY, 1991).

Para ocorrer a aprendizagem, a interação social deve acontecer dentro da zona de desenvolvimento proximal (ZDP). Segundo Vygotsky (1991, pp. 60 e 61):

(...) um aspecto essencial do aprendizado é o fato de ele criar a zona de desenvolvimento proximal; ou seja, o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em operação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança.

A partir dessa perspectiva, o aprendizado não é desenvolvimento, mas, se for organizado de forma adequada, ocasiona-o. O que o aluno já domina é o ponto inicial para atingir a zona de desenvolvimento proximal, o qual se concretiza com situações adequadas de aprendizagem.

A zona de desenvolvimento proximal destaca a participação mais experiente do outro, em especial do professor, que deve interferir de forma objetiva, intencional e direta, de acordo com a necessidade daquele que aprende. O aluno é aquele que aprende os valores, a linguagem e o conhecimento que seu grupo social produz a partir da interação com o outro, no caso, o professor. Cada aluno é um agente ativo no processo de aprendizagem e, a partir de sua experiência, deve ser capaz de refletir sobre esse processo (AIX SISTEMAS, 2018).

O brinquedo e a instrução escolar criam uma zona de desenvolvimento proximal da criança. Por meio do brinquedo e do uso da imaginação, a criança desenvolve-se, motiva-se, expandindo suas habilidades conceituais. Nesse sentido, o desenvolvimento do indivíduo está relacionado ao ambiente em que aprende e aos fatores externos, o que leva à necessidade do uso de métodos que motivem a aprendizagem do aluno no contexto escolar. Nesse aspecto, as situações lúdicas, que proporcionam uma interação social, podem contribuir para a aprendizagem e o desenvolvimento (VYGOTSKY, 1991).

A brincadeira, relacionada a uma atividade lúdica, para Vygotsky (1991, p. 62), é a imaginação em ação. Ao brincar, a criança amplia seu universo, favorecendo seu desenvolvimento pessoal e social:

A imaginação é um processo psicológico novo para a criança; representa uma forma especificamente humana de atividade consciente, não está presente na consciência de crianças muito pequenas e está totalmente ausente em animais. Como todas as funções da consciência, ela surge originalmente da ação. O velho adágio de que o brincar da criança é imaginação em ação deve ser invertido, podemos dizer que a imaginação, nos adolescentes e nas crianças em idade pré-escolar, é o brinquedo sem ação.

A imaginação e a atividade criativa devem ser estimuladas para que novos conhecimentos se tornem possíveis. O exercício da imaginação em nível social, voltado para a questão de resolução dos problemas pessoais, possibilitará a expansão pessoal por meio da reelaboração de dados que formarão uma nova configuração (BALMANT, 2005).

O lúdico, como a própria origem da palavra diz, é o brincar, é o jogar, divertir-se. Para Macedo, Petty e Passos (2005): “O brincar é agradável por si mesmo, aqui e agora. Na perspectiva da criança, brinca-se pelo prazer de brincar, e não porque suas consequências sejam eventualmente positivas ou preparadoras de alguma outra coisa”. Assim, brincadeiras e atividades lúdicas, além de levar ao entretenimento, podem ser fonte de conhecimento e, portanto, devem fazer parte das atividades escolares.

A criança não aprende na escola o que já sabe fazer sozinha, mas o que ainda não sabe e lhe vem a ser acessível com a colaboração e a orientação do professor (VYGOTSKY, 2009). Portanto, a atividade lúdica, por si só, não levará ao aprendizado. Ela necessita de um acompanhamento do professor para que este direcione o aluno a fim de se efetivar o aprendizado do conteúdo almejado de forma significativa. Para tanto, o professor precisa ter domínio do instrumento que está utilizando e, assim, realizar as intervenções pedagógicas adequadas no momento oportuno para atingir o objetivo de ensinar. Ou seja, o papel do professor consiste em guiar o aluno, organizando o conhecimento específico, fornecendo as ferramentas adequadas para que o aprendizado ocorra de forma significativa e haja o acesso aos diferentes saberes.

Participar de atividades lúdicas como recurso pedagógico pode tornar a aprendizagem em relação aos conhecimentos matemáticos mais prazerosa e auxiliar o aluno no pensamento abstrato que, por diversas vezes, faz-se necessário. Para Sant’Anna e Nascimento (2011), ao utilizar o lúdico para o ensino da Matemática, o professor está mediando o aprendizado dos alunos que, a partir da ZDP, podem efetivamente adquirir um conhecimento, proporcionando alterações em sua estrutura cognitiva.

Muitos alunos se sentem desmotivados a estudar Matemática e não conseguem relacioná-la com o dia a dia. Esse distanciamento entre o aluno e essa área do conhecimento pode ser um fator importante para explicar as dificuldades para a concretização do aprendizado, cujas causas “podem ser buscadas no aluno ou em fatores externos, em particular, no modo de ensinar matemática” (ALMEIDA e GONTIJO, 2006). Todavia esse ensino pode acontecer de maneira que os alunos gostem desta ciência e sintam prazer em solucionar os problemas propostos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), encontra-se: “É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática” (BRASIL, 1998). O professor de Matemática precisa contribuir para que o conhecimento matemático seja significativo e, para isso, a busca por novas metodologias que ajudem no aprendizado faz-se necessária.

Ainda nos Parâmetros Curriculares Nacionais, tem-se a sugestão do jogo como um recurso interessante para propor problemas, pois, se apresentados de modo mais atrativo, podem favorecer a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca de soluções, dando maior significado ao ensino de Matemática. “Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um fazer sem obrigação externa e imposta, embora demande exigências, normas e controle” (BRASIL, 1998).

Para Macedo (2003), uma atividade lúdica deve apresentar cinco indicadores: oferecer prazer funcional, ser desafiadora, criar possibilidades ou dispor delas, possuir dimensão simbólica e expressar-se de modo construtivista ou relacional (MACEDO, PETTY e PASSOS, 2005). Partindo desse pressuposto, a atividade de mágica, envolvendo Matemática, pode ser uma alternativa para proporcionar prazer ao aluno por vencer um desafio, ser surpreendente, possível de se realizar e fazer sentido para quem as realiza.

O professor é o mediador do processo de ensino e aprendizagem e realiza a mediação entre o estudante e o conhecimento matemático; sendo assim, precisa ser um pesquisador que cria estratégias de ensino para ajudar seus alunos a superarem suas dificuldades (ALVES, 2015). Uma função do educador é encontrar novas maneiras de trabalhar para despertar o raciocínio lógico, a criatividade e despertar o interesse na aprendizagem da Matemática, a fim

de torná-la significativa. Com o objetivo de promover interação profícua dos alunos com esse conhecimento, o uso de estratégias alternativas - como as mágicas matemáticas - no início do desenvolvimento dos conteúdos a serem estudados, pode ser uma alternativa (BORGES, 2019).

As mágicas matemáticas, como estratégias de ensino, precisam ser escolhidas de maneira que abordem os conteúdos preestabelecidos. Dessa forma, espera-se que o aluno, ao apresentar ou elaborar uma mágica, tenha envolvimento com a atividade e interação com outros alunos, podendo a experiência tornar-se interessante e prazerosa e, assim, facilitar o aprendizado dos conteúdos abordados.

Em continuação a este capítulo, será apresentada e discutida a metodologia usada na presente pesquisa e as características gerais do material analisado, cujo conteúdo são, segundo o próprio autor, “truques aritméticos de efeitos mágicos”. Posteriormente, no capítulo 4, serão expostas as mágicas propriamente ditas e as análises referentes a elas.

METODOLOGIA

A proposta de realizar as mágicas na sala de aula a fim de estimular o aprendizado exige um debruçar-se sobre livros, autores, experiências já vivenciadas, ou seja, uma busca por registros que chamamos de pesquisa.

(...) Pesquisa é um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes e compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura, o qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito (FIORENTINI E LORENZATO, 2012, p. 60).

A pesquisa pode ser dividida em quantitativa e qualitativa. A investigação quantitativa é caracterizada pela quantificação dos resultados, utilizando técnicas estatísticas. Já a investigação qualitativa possui cinco características: (i) fonte direta de dados coletada pelo investigador; (ii) dados tanto em forma de palavras quanto de imagens, e não números; (iii) interesse do investigador pelo processo e não pelos resultados e produtos; (iv) tendência à análise de dados de forma indutiva, sendo as abstrações construídas no decorrer do processo, à medida que os dados vão se agrupando; (v) preocupação com o ponto de vista dos participantes (BOGDAN E BIKLEN, 1994).

Para Godoy (1995), a abordagem qualitativa não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada; pelo contrário, permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a proporem trabalhos que explorem novos enfoques.

Para uma abordagem qualitativa, a pesquisa pode ser: (i) etnográfica, na qual se descreve o evento e a interpretação do significado deste para o grupo; (ii) pesquisa participante, a qual o pesquisador compartilha a vivência dos sujeitos pesquisados, descrevendo os elementos observados, as análises e as considerações; (iii) pesquisa-ação, aquela cujo pesquisador, além de compreender, intervém na situação, propondo ao conjunto de sujeitos envolvidos mudanças que aprimorem as práticas analisadas; (iv) estudo de caso, a que analisa profundamente um caso particular, escolhido de forma que seja significativo e bem representativo, e (v) análise de conteúdo, que consiste no tratamento e na análise de informações constantes de um documento, podendo este ser escrito, oral, imagético ou gestual (SEVERINO, 2007).

Portanto, o estudo do presente trabalho é uma pesquisa qualitativa com análise de conteúdo, em que a modalidade utilizada para a abordagem e o tratamento será bibliográfica, uma vez que se

partiu de um registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores em documento impresso, no caso, um livro (SEVERINO, 2007).

A análise do livro pode ser útil para o uso de uma metodologia alternativa com as mágicas em sala de aula. Destaca-se que para Godoy (1995, p. 21):

(...) pensamos que o trabalho de pesquisa sempre envolve o contato direto do pesquisador com o grupo de pessoas que será estudado, esquecemos que os documentos constituem uma rica fonte de dados. O exame de materiais de natureza diversa, que ainda não receberam um tratamento analítico, ou que podem ser reexaminados, buscando-se novas e/ ou interpretações complementares (...)

O livro mencionado faz parte da Coleção Matemática publicada pela EdUFSCar (2018), *Mágicas, Matemática e outros mistérios*, cujos autores são os professores João Carlos Vieira Sampaio e Pedro Luiz Aparecido Malagutti. Essa coleção tem o propósito de fornecer recursos e materiais de apoio para profissionais do ensino, com o objetivo de que se faça uso de novas metodologias “motivando o aluno à descoberta e à investigação nos domínios da Matemática e suas aplicações”.

Com 83 páginas, o livro “apresenta truques aritméticos de efeitos mágicos, dirigidos a todas as idades, fundamentados em propriedades advindas da teoria dos números”.

Para Sampaio e Malagutti (2018), um espetáculo de mágica, termo empregado por eles, encanta, é fonte de integração e sociabilidade. Assim, almejam, por meio de atividades matemáticas com elementos lúdicos, envolvendo geometria, topologia geométrica e lógica como alternativas de ensino de matemática, aliar “o prazer ao ato de aprender”.

A obra possui 4 capítulos. No primeiro capítulo, *Adivinhações aritméticas*, são apresentadas 17 mágicas divididas em truques aritméticos, truques aritméticos com calendários, truques aritméticos com materiais diversos e calendário mental. Nos capítulos seguintes, *Mágicas com materiais preparados* (cap. 2), *Mágicas com barbantes* (cap. 3) e *Mágicas e dedução* (cap. 4), são apresentadas, respectivamente, 8, 17 e 3 mágicas.

O livro não será analisado em sua plenitude, pois existem algumas mágicas que evidenciam o manuseio de barbantes, (cap. 3) e outras que envolvem truques que contemplam conteúdos do Ensino Superior, como noções de topologia e aspectos de indução finita (algumas mágicas do cap. 2 e cap. 4), as quais não estão presentes no rol de conteúdos programáticos a serem trabalhados na Educação Básica, foco desta pesquisa. Assim, serão analisadas, neste trabalho, as 17 mágicas presentes no capítulo 1 e 3 truques do capítulo 2.

Por conseguinte, no próximo capítulo desta dissertação, serão apresentadas 20 mágicas selecionadas que podem ser realizadas com os Ensinos Fundamental – Anos Finais – e Médio. Após a descrição de cada mágica, serão indicados os conteúdos envolvidos, as habilidades de acordo com a BNCC e uma análise sob a ótica do referencial que fundamenta a pesquisa.

AS MÁGICAS

Para Sampaio e Malagutti (2018), mágicas podem ser “truques matemáticos que consistem, basicamente, em adivinhações e previsões aritméticas” com o objetivo de “ensinar (ou descobrir) elementos de aritmética por meio de brincadeiras” ou, ainda, atividades feitas com o uso de barbante que podem ser apenas lúdicas, promover a sociabilidade ou ainda desafiar a imaginação.

Em Sampaio e Malagutti (2018), as mágicas obedecem a uma sequência de atividades: apresentação de cada uma delas, descoberta do seu segredo, exploração matemática dos seus elementos e desafio matemático, sendo esta última uma proposta do professor para o aluno descobrir o segredo de cada mágica. Os referidos autores fazem uso do termo “mágico” para remeterem à pessoa que realiza o truque perante uma plateia, enquanto a expressão “desmascarando o feiticeiro” explica o segredo do truque.

Neste capítulo, cada mágica será apresentada na seguinte ordem: descrição da mágica, desmascarando o feiticeiro, conteúdos matemáticos, habilidades de acordo com a BNCC, descrição destas habilidades e, ao final, uma análise baseada no capítulo 2 desta pesquisa.

4.1 ADIVINHAÇÕES ARITMÉTICAS

Mágica n.º 1: RAÍZ CÚBICA INSTANTÂNEA

Descrição da mágica:

Neste truque, o mágico exhibe um quadro (que pode ser a lousa) com os cubos dos números inteiros de 1 a 10 e pede a uma pessoa que pense em um número de 11 a 99, mantenha-o em segredo, e calcule seu cubo. Uma calculadora pode (e deve) ser usada. A pessoa diz o resultado e imediatamente o mágico revela o número pensado.

Desmascarando o feiticeiro:

Para realizar o truque, é preciso ter à mão os cubos dos dez primeiros números inteiros positivos, que o mágico pode escrever em uma tabela a título de “revisão” sobre o conceito de cubo. O efeito será mais impressionante se o mágico conseguir memorizar a seguinte tabela de valores.

$1^3 = 1$	$6^3 = 216$
$2^3 = 8$	$7^3 = 343$
$3^3 = 27$	$8^3 = 512$
$4^3 = 64$	$9^3 = 729$
$5^3 = 125$	$10^3 = 1000$

Examinando esta tabela, verificamos que cada um dos dez cubos termina com um algarismo diferente.

Agora, por exemplo, como $7^3 = 343$, se um número de dois algarismos termina com o algarismo 7, seu cubo também termina com 3: $17^3 = 4913$, $27^3 = 19683$, etc.

Digamos que a pessoa pensou no número 43. Ela calcula 43^3 , obtém 79507 e diz este número ao mágico, que, por sua vez, sabe então que o algarismo das unidades do número pensado é 3. O mágico ignora os três últimos algarismos de 79507, ficando apenas com 79. Olhando na tabela, procura o cubo mais próximo menor que (ou igual a) 79. Neste caso, encontra 64, que é o cubo de 4. Este 4 será o algarismo das dezenas do número pensado. O mágico imediatamente recompõe o número pensado: 43.

Justificativa: Como $3^3 = 27$ e $5^3 = 125$, teremos $30^3 = 27000$ e $50^3 = 125000$. Como $30^3 < 79507 < 50^3$, o único número do qual 79507 pode ser cubo é 43, pois este é o único número, entre 30 e 50, com algarismos das unidades igual a 3.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de multiplicação, potenciação e radiciação.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03 e EF08MA02

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características,

leitura, escrita e comparação de números naturais –, operações de multiplicação e potenciação com números naturais e radiciação.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF08MA02 – Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

Mágica n.º 2: PENSAMENTOS EM SINTONIA

Descrição da mágica:

O mágico pede a duas pessoas amigas da plateia que pensem, cada uma delas, em um número. Chamaremos essas pessoas de A e B.

O mágico pede a B que pense em um número inteiro de 1 a 9. Aproxima-se de B e diz que vai adivinhar o número pensado por A usando forças telepáticas através de B e, nesse procedimento, vai também adivinhar se A e B têm boa sintonia de pensamentos. O mágico pede a B que lhe revele em segredo seu número pensado.

Voltando-se para A, pede que pense em um número de 1 a 100. Pede então que multiplique o número pensado por 5, acrescente 5 ao resultado e multiplique o resultado final por 2. Finalmente, o mágico pede que A subtraia do último resultado um “número estratégico”. Pergunta a A qual foi o resultado.

Digamos que A responda: 346. O mágico então se volta para A e diz: “– Ah, vocês têm os pensamentos em sintonia, porque seu amigo B pensou no número 6, enquanto que você pensou no número 34!”

Alternativamente, o mágico pode trabalhar esse truque com várias pessoas da plateia simultaneamente, “adivinhando” o número pensado por cada uma, por meio do número-chave dado por B.

Desmascarando o feiticeiro:

O “número estratégico” a ser subtraído ao final é $10 - b$, sendo b o número pensado (informado ao mágico) pela pessoa B.

Por exemplo, digamos que A pensou em 67 e B pensou em 4. O número estratégico a ser utilizado pelo mágico, é $10 - 4 = 6$. Então A procede aos seguintes cálculos:

$67 \times 5 = 335$
$335 + 5 = 340$
$340 \times 2 = 680$
$680 - 6 = 674$

O mágico anuncia que 67 é o número pensado por A e 4 é o número de B. Os cálculos solicitados pelo mágico têm como resultado $10(a + 1) = 10a + 10$, sendo a o número pensado por A. Subtraindo-se $10 - b$, a pessoa A obtém:

$$10a + 10 - (10 - b) = 10a + b$$

No exemplo, $10a + b = 10 \times 67 + 4 = 674$.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de adição, subtração e multiplicação; Expressões algébricas.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03, EF07MA13 e EF08MA06

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas às unidades temáticas: (i) *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais – e operações de adição, subtração e

multiplicação com números naturais; (ii) *Álgebra*, sendo os objetos de conhecimento a linguagem algébrica – variável e incógnita – e valor numérico de expressões algébricas.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF07MA13 – Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
- EF08MA06 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Mágica n.º 3: UM NÚMERO ESPERTO

Descrição da mágica:

O mágico solicita um voluntário para participar da brincadeira, dizendo que vai adivinhar um número pensado por ele, de 40 a 99. Pede a essa pessoa que anote o número pensado em uma folha de papel. Pede-lhe, ainda, para escrever, abaixo de seu número, o número 85 (este número pode ser mudado cada vez que a brincadeira é repetida, ele é o “número esperto”).

O mágico pede, então, ao voluntário, para somar os dois números e manter a soma em segredo. O número esperto deve ser de tamanho que possibilite uma soma maior que 100.

Suponhamos, por exemplo, que o espectador voluntário tenha escolhido o número 45. Ele fará os cálculos descritos abaixo:

45	(número voluntário)
85	(número esperto)
130	(soma obtida)

Em seguida, pede que o voluntário risque, na soma obtida, o algarismo das centenas, ficando com um número de dois algarismos apenas. Pede-lhe, posteriormente, que escreva o algarismo das centenas, que foi suprimido, abaixo do número resultante de dois algarismos e faça a soma desses dois últimos números:

No nosso exemplo, o resultado final seria 31. O mágico pede ao voluntário que diga o resultado final. Ouvida a resposta, o mágico revela ao voluntário o número pensado por ele.

45
85
130
1
31

Desmascarando o feiticeiro:

A supressão do dígito 1 subtrai 100 do número 130, deixando 30 como diferença. A adição do dígito 1 a essa diferença produz o efeito de subtrair 99 do número 130.

De fato:

$$30 + 1 = 130 - 100 + 1 = 130 - 99$$

Como 130 é a soma do número pensado (pela pessoa que participa da brincadeira) com o número “esperto”, basta acrescentar, ao resultado final, um número que complete 99 quando somado ao número esperto. No exemplo, o número pensado pela pessoa foi 45, e o número esperto utilizado pelo mágico foi 85.

A pessoa calculará $45 + 85$, obtendo 130. Após o cálculo intermediário (supressão do dígito das centenas, transferência desse dígito para baixo do número resultante e subsequente adição), ocorre um decréscimo de 99 em relação ao número 130.

Para resgatar o número pensado, o mágico soma (mentalmente) 14 ao número 31 e obtém 45, o número escolhido em pensamento pela pessoa. O número 14 é estrategicamente tomado, pois $14 + 85 = 99$. Assim, nesta última adição mental, o mágico completa o acréscimo do 99 que foi subtraído.

Se, por exemplo, o número esperto utilizado for 90, o mágico somará (mentalmente) 9 ao resultado final.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de adição e subtração.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02 e EF06MA03

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais – e operações de adição e subtração com números naturais.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Mágica n.º 4: RESGATANDO O DÍGITO PERDIDO

Descrição da mágica:

O mágico pede a uma pessoa para escrever, em segredo, um número inteiro, de quatro ou cinco algarismos (o número de algarismos é irrelevante para esta brincadeira), que não precisam ser diferentes entre si, e que não faça uso do algarismo 0. Em seguida, o mágico pede à pessoa para calcular a soma dos algarismos de seu número.

Suponhamos que a pessoa escreveu o número 24543. A soma dos algarismos deste número é 18.

O mágico pede, então, que a pessoa suprima um dos algarismos de seu número, riscando-o, e, com os algarismos que restaram, forme um novo número, alterando a ordem dos algarismos como quiser.

Conforme o exemplo que estamos utilizando, a pessoa pode suprimir, de seu número original, o algarismo 5 e, em seguida, com os algarismos restantes, formar o número 3442.

Assim, o mágico pede à pessoa para subtrair, desse novo número (encurtado e com seus algarismos aleatoriamente embaralhados), a soma dos algarismos do número original. No nosso exemplo a pessoa calculará: $3442 - 18 = 3424$.

O mágico pede à pessoa que lhe informe o resultado dessa subtração e, a partir do resultado, revela imediatamente qual foi o algarismo suprimido do número original.

Desmascarando o feiticeiro:

Vamos explicar o truque sem demonstrar as justificativas aritméticas. Um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos for divisível por 9. Quando o número não é divisível por 9, ele e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 9.

Por exemplo, para saber qual é o resto da divisão de 45176 por 9, calculamos $4 + 5 + 1 + 7 + 6 = 23$. O resto da divisão de 23 por 9 é 5. Portanto, o resto da divisão de 45176 por 9 também é 5.

Iteradamente, podemos ainda fazer:

$$4 + 5 + 1 + 7 + 6 = 23$$

$2 + 3 = 5$ (repetindo o procedimento de somar os algarismos) e chegamos ao número 5, resto da divisão de 45176 por 9.

Como consequência disso, a diferença entre um inteiro e a soma de seus algarismos é sempre divisível por 9, já que ambos deixam o mesmo resto na divisão por 9.

Como exemplo, a diferença $45176 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) = 45153$ é divisível por 9:

$$\begin{aligned} & 45176 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) \\ &= (4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 1 \times 100 + 7 \times 10 + 6) - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) \\ &= 4 \times 9999 + 5 \times 999 + 1 \times 99 + 7 \times 9. \end{aligned}$$

Agora, se calculamos a soma dos dígitos de um número inteiro divisível por 9 devemos obter um número divisível por 9. Se aplicarmos o procedimento de: calcular a soma dos dígitos de um inteiro, calcular novamente a soma dos dígitos do resultado e repetir o cálculo da soma dos dígitos a cada novo resultado, a partir de um número divisível por 9, eventualmente chegaremos a um inteiro positivo, de um só dígito, divisível por 9, que só pode ser... 9.

E quanto à explicação sobre a descoberta do dígito perdido?

Suponhamos que a pessoa, submetida ao truque do mágico, tenha suprimido o dígito 7 do número 45176 e que, com os algarismos restantes, formou o número 4561: a diferença $4561 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) = 4561 - 23$ já não será divisível por 9, pois o dígito 7 foi descartado do primeiro número.

Agora, $4561 - 23 = 4538$ é um resultado informado ao mágico. O cálculo iterado da soma dos dígitos deste resultado informado resulta em:

$$\begin{aligned} & 4 + 5 + 3 + 8 = 29 \\ & 2 + 9 = 11 \\ & 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

revelando ao mágico que não foi obtido um 9 ao final por falta de 7 unidades, informando-lhe este como dígito perdido.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de adição, subtração e divisão; Múltiplos e divisores; Regras de divisibilidade.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03, EF06MA05 e EF06MA06

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais –, operações de adição, subtração e divisão com números naturais e múltiplos e divisores de um número natural.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF06MA05 – Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
- EF06MA06 – Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Mágica n.º 5: RAIZ QUADRADA INSTANTÂNEA

Descrição da mágica:

Neste truque, o mágico pede a uma pessoa que pense em um número de 1 a 99, mantenha-o em segredo, e calcule seu quadrado. Uma calculadora pode ser usada. A pessoa diz o resultado e imediatamente o mágico revela o número pensado.

Desmascarando o feiticeiro:

Para realizar o truque é preciso ter à mão os quadrados dos dez primeiros inteiros positivos, que o mágico pode escrever em uma tabela a título de “revisão” sobre o conceito de quadrado. O efeito será mais impressionante se o mágico memorizar a seguinte tabela de valores, o que é relativamente fácil.

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$

Examinando essa tabela, verificamos que os quadrados de 1 e 9 têm 1 como algarismo da unidade, os quadrados de 2 e 8 terminam em 4, os de 3 e 7 terminam em 9, os de 4 e 6 terminam em 6 e apenas 5² termina em 5 e 10² termina em 0.

Agora, por exemplo, como $3^2 = 9$ e $7^2 = 49$, se um número de dois algarismos termina com o algarismo 3 ou 7, seu quadrado também termina com 9. Por exemplo, $13^2 = 169$, $17^2 = 289$, $23^2 = 529$, $27^2 = 729$, etc.

Digamos que a pessoa pensou no número 63. Ela calcula 63^2 , obtém 3969 e diz este número ao mágico. Este, por sua vez, sabe que o algarismo das unidades do número pensado é 3 ou 7. Inicialmente, o mágico ignora os dois últimos algarismos de 3969, ficando com 39. O mágico procura, na tabela de quadrados dos números de 1 a 10, o número mais próximo e menor que (ou igual a) 39. Neste caso, encontra 36, que é o quadrado de 6. Este 6 será o algarismo das dezenas do número pensado. O mágico sabe, então, que o número informado, 3969, é o quadrado de 63 ou de 67.

Para decidir qual dos dois é o número pensado, o mágico calcula mentalmente 65^2 , que é 4225. Os quadrados de números terminados em 5 podem ser calculados facilmente. Para calcular 65^2 , fazemos 6×7 (6 vezes seu sucessor, 7), obtendo 42, e então justapomos o final 25, formando o número 4225. Outro exemplo: $35^2 = 1225$, pois $3 \times 4 = 12$ e aí é só justapor o final 25 (o final justaposto será sempre 25).

O mágico nota, portanto, que 65^2 , que é 4225, é maior que o quadrado informado, 3969. Dessa maneira, 3969 só pode ser o quadrado de 63, que é menor que 65.

Justificativa para a determinação do algarismo das dezenas: como $6^2 = 36$ e $7^2 = 49$,

teremos $60^2 = 3600$ e $70^2 = 4900$. Como $60^2 < 3969 < 70^2$, o número do qual 3969 é quadrado tem que estar entre 60 e 70, restando então decidir se é 63 ou 69.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de multiplicação, potenciação e radiciação.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03 e EF08MA02

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais –, operações de multiplicação e potenciação com números naturais e radiciação.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF08MA02 – Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

Mágica n.º 6: FIBONACCI

Descrição da mágica:

O mágico fica de costas para a lousa e pede a um membro da plateia que escreva, na lousa, dois números inteiros quaisquer, de 1 a 10, um abaixo do outro. Ainda de costas, o mágico pede que a soma desses dois números seja escrita logo abaixo dos dois primeiros. Pede, então, que o 3.º e 4.º números dessa coluna sejam somados, produzindo o 5.º número, e que sejam sucessivamente somados o 4.º e o 5.º, produzindo o 6.º, e assim por diante até que se complete uma coluna de 10 números. Suponhamos, como exemplo, que a disposição final dos números seja:

1.º	7	}	os dois primeiros números propostos
2.º	4		
3.º	11		(= 7 + 4)
4.º	15		(= 4 + 11)
5.º	26		(= 11 + 15)
6.º	41		etc.
7.º	67		
8.º	108		
9.º	175		
10.º	283		

Então, o mágico se vira para a lousa e, quase imediatamente, revela o valor da soma dos dez números: 737.

O mágico também poderá calcular instantaneamente a soma de todos os n primeiros números, para cada valor de n , por exemplo, a soma dos 5 primeiros números, a soma dos 7 primeiros números, etc.

Para tornar a brincadeira mais ágil, o mágico pode pedir a um membro da plateia (que tenha uma calculadora) que vá calculando a soma dos números listados, enquanto eles são escritos na lousa, para a conferência ao final do truque.

Desmascarando o feiticeiro:

A soma dos dez primeiros termos de uma sequência assim construída (sequência de Fibonacci generalizada) é 11 vezes o 7.º termo! Para facilitar sua localização, o 7.º termo é o quarto termo de baixo para cima. Para realizar a multiplicação por 11, podemos proceder usando os atalhos exemplificados abaixo:

- $23 \times 11 = 253$ (os dígitos são 2, $2 + 3$ e 3)
- $76 \times 11 = 836$

Aqui, os dígitos não podem ser: 7, $7 + 6$ e 6, pois $7 + 6 = 13$. Somamos, então, o dígito 1 deste “13” ao primeiro dígito, 7, obtendo 8, e deixamos o dígito 3 (do “13”) entre 8 (algarismo das dezenas) e 6 (algarismo das unidades).

- $234 \times 11 = 2574$ (justapomos 2, $23 + 34$ e 4)

Já a soma dos n primeiros termos da sequência, para n de 2 a 8, é a diferença:

$$(n + 2)\text{-ésimo termo} - (2.\text{º termo})$$

A soma dos 7 primeiros termos é igual à diferença: (9.º termo) – (2.º termo). A soma dos 5 primeiros termos é igual à diferença: (7.º termo) – (2.º termo).

Para calcularmos (já não tão rapidamente) a soma de todos os termos até o 9.º termo, fazemos:

$$11 \times (6.\text{º termo}) + [(1.\text{º termo}) - (2.\text{º termo})]$$

No exemplo, essa soma dos nove primeiros termos será:

$$11 \times 41 + 7 - 4 = 451 + 3 = 454$$

Para justificar esse truque, de maneira mais geral, considere que a sequência de números tem a forma: $a_1 = a$; $a_2 = b$; $a_3 = a + b$; $a_4 = a + 2b$; $a_5 = 2a + 3b$; etc., e o leitor chegará aos resultados.

Conteúdo matemático:

Sequências numéricas.

Habilidades: EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF08MA10 e EF08MA11

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Álgebra*, cujos objetos de conhecimento são linguagem algébrica – variável e incógnita – e sequências recursivas e não recursivas.

Descrição das habilidades:

- EF07MA13 – Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
- EF07MA14 – Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
- EF07MA15 – Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
- EF08MA10 – Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
- EF08MA11 – Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Mágica n.º 7: ADIVINHAÇÃO EGÍPCIA

Descrição da mágica:

O mágico pede a uma pessoa que pense em um número de 10 a 100. O mágico executa, então, os seguintes passos:

1. Pergunta à pessoa se o número pensado é par ou ímpar. Ouvida a resposta, se for par, pede à pessoa que divida o número por 2. Se for ímpar, pede à pessoa que subtraia 1 e que então divida o resultado por 2.
2. Pergunta então se o novo resultado, assim obtido, é par ou ímpar.
3. O procedimento continua com cada novo resultado. Isto é, o mágico pergunta se o número resultante é par ou ímpar e, ouvida a resposta, pede à pessoa para repetir o procedimento descrito no item 1. O mágico pede à pessoa para avisá-lo quando o resultado se torna igual a 1, momento em que os cálculos da pessoa terminam.

O mágico vai fazendo anotações enquanto a pessoa lhe passa as informações solicitadas e, quando é informado de que o resultado é igual a 1, ele revela imediatamente à pessoa o número pensado por ela.

Desmascarando o feiticeiro:

Suponhamos que o número pensado pelo voluntário seja 52. Nas sucessivas etapas de procedimentos aritméticos, temos a pessoa efetuando as contas a seguir, à esquerda, enquanto simultaneamente o mágico vai fazendo as anotações à direita:

Número que a pessoa pensou e resultados das sucessivas divisões por 2:	Anotações do mágico (cada número ímpar informado pela pessoa corresponde a um ✓):
52 (número pensado)	1
26	2
13	4 ●
6	8
3	16 ●
1	32 ●

O mágico anota, como descrito à direita, nos sucessivos estágios da brincadeira, as potências sucessivas de 2 iniciando em $2^0 = 1$. Em seguida, o mágico soma as potências de 2, correspondentes às marcas ●, $4 + 16 + 32 = 52$ e resgata o número que foi pensado!

Os passos do procedimento descrito sempre permitem ao mágico a composição do número pensado como soma de potências de 2.

A chave desse truque está no algoritmo aritmético para o cálculo da representação binária de um número, a partir de sua representação no sistema decimal.

O título do truque é inspirado pelo algoritmo de multiplicação dos antigos egípcios, que recorria à decomposição de um número como soma de potências de 2.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação; Paridade; Múltiplos e divisores.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03, EF06MA04, EF06MA05 e EF06MA06

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais –, operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, fluxograma para determinar a paridade de um número natural e múltiplos e divisores de um número natural.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF06MA04 – Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
- EF06MA05 – Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
- EF06MA06 – Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Mágica n.º 8: ADIVINHANDO TRÊS DIAS CONSECUTIVOS, ESCOLHIDOS EM SEGREDO

Descrição da mágica:

O mágico dá ao espectador a página de um calendário. Pedes-lhe que escolha mentalmente três dias consecutivos mas que não os revele. Pedes-lhe então que calcule a soma desses três dias. Pedes-lhe para informar o valor da soma. Se o espectador escolheu os dias destacados no exemplo da figura, ele dirá 72. O mágico, então, revela-lhe quais dias foram escolhidos.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Desmascarando o feiticeiro:

Uma sequência de três dias consecutivos tem a seguinte forma:

$$d - 1, d, d + 1$$

A soma desses três termos é obviamente $3d$. Sendo assim, ao dizer a soma o espectador estará revelando o triplo do 2.º termo. Portanto, basta dividir por 3 a soma revelada para “adivinhar” a data d e, conseqüentemente, a sequência de 3 dias.

No exemplo da figura acima, $23 + 24 + 25 = 72$, e $72 \div 3 = 24$, a data central. O mágico pode ainda repetir a brincadeira, aumentando o número de dias consecutivos a serem escolhidos, para 4 dias, ou para 5 dias e, informado sobre o valor da soma, revelar os dias pensados pelo espectador.

Conteúdos matemáticos:

Equações; Progressões Aritméticas.

Habilidades: EF07MA18 e EM13MAT507

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Álgebra*, cujo objeto de conhecimento são equações polinomiais do 1.º grau, e à Competência Específica 5 para o Ensino Médio.

Descrição das habilidades:

- EF07MA18 – Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1.º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
- EM13MAT507 – Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Mágica n.º 9: ADIVINHANDO TRÊS DATAS CONSECUTIVAS ESCOLHIDAS, A PARTIR DO SEU DIA DA SEMANA FAVORITO

Descrição da mágica:

Neste truque, o mágico pede a um espectador para escolher, em segredo, um dia da semana, de segunda a domingo. Suponhamos que ele escolheu quinta-feira.

Pede-lhe, em seguida, para escolher, em uma folhinha como a da figura, três datas consecutivas desse dia da semana, ou seja, três números consecutivos de uma mesma coluna.

Suponhamos que o espectador tenha escolhido as três primeiras quintas-feiras consecutivas, como mostra a figura a seguir:

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

O mágico pede-lhe para somar os três dias escolhidos e dizer o total. No exemplo da figura, ele dirá 30. Imediatamente, o mágico revela os dias escolhidos.

A brincadeira também pode ser implementada com quatro datas consecutivas, de um mesmo dia da semana, isto é, quatro segundas-feiras, quatro terças-feiras, etc.

Desmascarando o feiticeiro:

O truque está fundamentado no fato de que os três números escolhidos formam uma progressão aritmética da razão 7, isto é, tem a forma:

$$d - 7, d, d + 7$$

Assim sendo, a soma desses três termos é $3d$. Basta então dividir a soma revelada por 3 para obter o segundo dia escolhido. Subtraindo-se 7 de d , tem-se o primeiro dia, somando-se 7 a d , tem-se o terceiro.

Esses truques com calendários podem ser adaptados a um número maior de dias consecutivos. Por exemplo, para o truque com 5 dias consecutivos, considera-se que eles terão a forma:

$$d - 2, d - 1, d, d + 1 \text{ e } d + 2$$

sendo d o dia central (3.º data). A soma desses cinco dias, a ser revelada ao mágico, é $5d$. Assim, dividindo-a por 5 revela-se d , obtendo-se em seguida os demais dias, dois anteriores e dois posteriores.

Já quatro dias consecutivos escolhidos terão a forma $d - 1, d, d + 1$ e $d + 2$. Neste caso, a soma dos quatro será $4d + 2$. O mágico deve subtrair 2 e, então, dividir por 4 para “adivinhar” o 2.º dia da sequência.

Conteúdos matemáticos:

Equações; Progressões Aritméticas.

Habilidades: EF07MA18 e EM13MAT507

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Álgebra*, cujo objeto de conhecimento são equações polinomiais do 1.º grau, e à Competência Específica 5 para o Ensino Médio.

Descrição das habilidades:

- EF07MA18 – Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1.º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
- EM13MAT507 – Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Mágica n.º 10: PREDIZENDO UMA SOMA EM UM BLOCO DE DATAS 4×4

Descrição da mágica:

Neste truque, o mágico apresenta uma página de um calendário de um mês qualquer e pede a um voluntário que escolha, neste calendário, um bloco quadrado de datas, de quatro linhas por quatro colunas.

O mágico pede a essa pessoa, então, que selecione quatro datas deste bloco, sendo que as quatro datas devem ser de colunas diferentes e também de linhas diferentes. Ou seja, dentro desse bloco 4×4 , não devem ser escolhidas duas datas de uma mesma linha e nem de uma mesma coluna.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Por exemplo, do calendário apresentado, a pessoa pode selecionar o bloco mostrado no primeiro e, então, as quatro datas indicadas no segundo.

O mágico pede ao voluntário que calcule a soma das quatro datas, em segredo, e que em seguida informe a primeira data, que aparece na primeira linha e primeira coluna do bloco. Finalmente, o mágico revela a soma das quatro datas escolhidas.

Desmascarando o feiticeiro:

A soma dos quatro números escolhidos no bloco (matriz) 4×4 será a soma dos números que aparecem na diagonal principal (que vai da primeira à última data dentro do bloco). No exemplo considerado, a soma será $2 + 10 + 18 + 26 = 56$. Para calcular esta soma rapidamente, o mágico calcula $2 + 26 = 28$ (soma do primeiro e último números do bloco) e multiplica esta soma por 2.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Como justificativa, note que a soma dos quatro números escolhidos será a soma dos números da primeira coluna, que no exemplo são 2, 9, 16 e 23, acrescida de 6, correspondente a deslocamentos para a direita de 0, 1, 2 e 3 unidades, ocorridos quando são escolhidos os números das primeira, segunda, terceira e quarta colunas.

Por exemplo, se foram escolhidos os números 4, 9, 17 e 26, a soma destes será $4 + 9 + 17 + 26$, que é $(2 + 2) + (9 + 0) + (16 + 1) + (23 + 3)$, ou seja, $(2 + 9 + 16 + 23) + (1 + 2 + 3) = (2 + 9 + 16 + 23) + 6$. Tal soma também é a soma dos elementos da diagonal principal, $2 + 10 + 18 + 26$, que é $2 + (9 + 1) + (16 + 2) + (23 + 3)$.

Conteúdos matemáticos:

Progressões Aritméticas; Matrizes.

Habilidade: EM13MAT507

A habilidade envolvida nessa mágica refere-se ao conteúdo de Progressões Aritméticas e está relacionada à Competência Específica 5 para o Ensino Médio. Para o conteúdo de Matrizes, não foi encontrada uma habilidade específica.

Descrição da habilidade:

- EM13MAT507 – Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Mágica n.º 11: ADIVINHANDO AO SOMA DE CINCO DATAS ESCOLHIDAS

Descrição da mágica:

Das mágicas com calendários, esta mágica é mais difícil de ser desvendada. O mágico utiliza a folha de um calendário de um mês de cinco semanas, como por exemplo a da figura abaixo:

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

Folhinhas como a da figura seguinte, com dois domingos sobrepostos em um mesmo quadrinho, não servem para este truque.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23/30	24	25	26	27	28	29

O mágico pede a um espectador para escolher um dia de cada semana. O espectador poderá marcar no calendário, ou anotar em um papel, cinco datas, uma de cada semana do mês, e calcular a soma das datas escolhidas. O mágico pede-lhe, então, para dizer apenas quantos domingos escolheu, quantas segundas, quantas terças e assim por diante. O mágico poderá ter um bloco de papel à mão para anotar essas informações.

Assim que o espectador termina de fornecer esses dados, o mágico revela a soma das datas escolhidas. Este truque causa grande surpresa.

Por exemplo, suponhamos que o espectador tenha escolhido no calendário os dias conforme mostrado na figura a seguir:

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Desmascarando o feiticeiro:

O mágico olha na folhinha para ver a data central (a 3.^a quarta-feira) que aparece nela. No nosso exemplo, essa data é 16. O mágico calcula $5 \times 6 = 80$.

De posse desse dado, o mágico presta atenção nas informações que lhe são repassadas pelo espectador que escolhe as 5 datas:

Para cada domingo, o mágico subtrai 3.

Para cada segunda-feira, subtrai 2.

Para cada terça-feira, subtrai 1.

Às quartas-feiras são ignoradas.

Para cada quinta-feira, soma (acrescenta) 1.

Para cada sexta-feira, acrescenta 2.

E para cada sábado acrescenta 3.

Em outras palavras, no caso do calendário apresentado, ao número $5 \times 16 = 80$ o mágico fará a sequência de cálculos:

$$80 - 3 - 2 + 2 + 2 = 79$$

Revisando: $80 - 3$ (domingo) $- 2$ (segunda-feira) $+ 2 + 2$ (duas sextas-feiras).

Mas por que a fórmula funciona?

Primeiramente imaginemos que os espaços vazios da folhinha também estejam preenchidos, com as “datas” em progressão aritmética. Assim, a folhinha ficará com a forma da figura a seguir:

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
-1	0	1	2	3	<u>4</u>	5
6	<u>7</u>	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	<u>18</u>	19
20	21	22	<u>23</u>	24	25	26
<u>27</u>	28	29	30	31	32	33

Portanto, a soma dos dias que foram escolhidos será, neste exemplo, $4 + 7 + 18 + 23 + 27 = (\underline{2} + 2) + (\underline{9} - 2) + (\underline{16} + 2) + (\underline{23} + 0) + (\underline{30} - 3)$.

Os dias aqui sublinhados são as cinco quartas-feiras do calendário. Eles ficam posicionados nas cinco colunas centrais.

O segundo número 2 da soma $2 + 2$ refere-se a um deslocamento à direita de 2 casas, a partir da coluna central.

O número -2 da subtração $\underline{9} - 2$ refere-se a um deslocamento à esquerda de duas casas, a partir da coluna central.

O número 2 da soma $\underline{16} + 2$ refere-se a um deslocamento à direita de 2 casas, e assim por diante.

Assim, esta soma será:

$$(\underline{2} + \underline{9} + \underline{16} + \underline{23} + \underline{30}) - 3 - 2 + 2 + 2 = 79$$

A soma $\underline{2} + \underline{9} + \underline{16} + \underline{23} + \underline{30}$ é a soma de 5 termos de uma progressão aritmética de razão 7, portanto, igual a $5 \times (\text{termo central}) = 5 \times 16 = 80$.

O mesmo argumento se aplicaria à folhinha a seguir, que tem apenas quatro quartas-feiras (e data central 13), daí a inserção de números negativos na explicação aritmética do truque.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
-4	-3	-2	-1	0	1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

Conteúdos matemáticos:

Equações; Progressões Aritméticas.

Habilidades: EF07MA18 e EM13MAT507

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Álgebra*, cujo objeto de conhecimento são equações polinomiais do 1.º grau, e à Competência Específica 5 para o Ensino Médio.

Descrição das habilidades:

- EF07MA18 – Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1.º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
- EM13MAT507 – Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Mágica n.º 12: OS CALENDÁRIO MÁGICOS DO APAGÃO

Descrição da mágica:

Neste truque, o mágico exhibe sequencialmente cinco calendários, que, supostamente, diz ele, foram elaborados à época do racionamento de energia elétrica do país, vulgo “apagão”.

Cada calendário apresenta algumas datas destacadas, com números demarcados com negrito e sublinhados (ou impressos em cor vermelha ou azul, se os calendários forem confeccionados em computador). Essas datas em destaque, diz o mágico, foram propostas como datas em que as empresas de produção industrial teriam de desligar suas máquinas, como forma de racionamento de energia elétrica. Com esses calendários, afirma o mágico, ele pode adivinhar a data de aniversário de qualquer um dos espectadores.

Tendo escolhido um espectador para participar da brincadeira, ao exibir cada calendário pergunta-lhe se o dia de seu aniversário aparece destacado ou não.

Os calendários exibidos, com seus dias demarcados, devem obedecer aos seguintes padrões. Os números destacados são indicados em negrito e sublinhado.

Calendário 1

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		<u>1</u>	2	<u>3</u>	4	<u>5</u>
6	<u>7</u>	8	<u>9</u>	10	<u>11</u>	12
<u>13</u>	14	<u>15</u>	16	<u>17</u>	18	<u>19</u>
20	<u>21</u>	22	<u>23</u>	24	<u>25</u>	26
<u>27</u>	28	<u>29</u>	30	<u>31</u>		

Calendário 2

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	<u>2</u>	<u>3</u>	4	5
<u>6</u>	<u>7</u>	8	9	<u>10</u>	<u>11</u>	12
13	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	<u>18</u>	<u>19</u>
20	21	<u>22</u>	<u>23</u>	24	25	<u>26</u>
<u>27</u>	28	29	<u>30</u>	<u>31</u>		

Calendário 3

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	<u>4</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	8	9	10	11	<u>12</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	18	19
<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	24	25	26
27	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>		

Calendário 4

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	18	19
20	21	22	23	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>26</u>
<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>		

Calendário 5

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>26</u>
<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>		

Após exibir os cinco calendários e ter ouvido as cinco respostas do espectador, o mágico pergunta ao espectador qual é seu signo do zodíaco. Após ouvir a resposta, o mágico lê o horóscopo do espectador (em uma revista ou jornal) e depois anuncia o dia e mês do seu aniversário, acrescentando que seu horóscopo lhe prevê um feliz aniversário nessa data.

Desmascarando o feiticeiro:

Suponhamos que a pessoa (espectador) faça aniversário no dia 14 de abril. O mágico observa o primeiro número em negrito (grifado) em cada calendário, em que aparece o número 14 em negrito (grifado), indicado pelo espectador. No caso de nosso exemplo, os calendários indicados, nos quais 14 aparece grifado, serão os calendários 2, 3 e 4. Os primeiros números grifados nesses calendários são 2, 4 e 8 (confira). O mágico faz mentalmente a soma $2 + 4 + 8$ obtendo 14!

A pessoa dirá que é do signo de Áries. O mágico observa que o signo de Áries é das pessoas nascidas de 21 de março a 20 de abril. Como a pessoa faz aniversário no dia 14, ela só pode ter nascido em abril.

Ao ler o horóscopo, o mágico já terá à mão uma tabela de signos do zodíaco, como a seguinte:

Áries	21/3 a 20/4
Touro	21/4 a 20/5
Gêmeos	21/5 a 20/6
Câncer	21/6 a 21/7
Leão	22/7 a 22/8
Virgem	23/8 a 22/9
Libra	23/9 a 22/10
Escorpião	23/10 a 21/11
Sagitário	22/11 a 21/12
Capricórnio	22/12 a 20/1
Aquário	21/1 a 19/2
Peixes	20/2 a 20/3

Se a pessoa fizer aniversário dia 21, e for de Câncer, ou dia 20, e for de peixes, o mágico poderá adicionalmente perguntar se a pessoa é do primeiro ou do último decanato de seu signo.

Os primeiros dias grifados, nos cinco calendários, são as cinco primeiras potências de 2 : $2^0 = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$ e $2^4 = 16$. Cada inteiro positivo pode ser expresso, de uma única maneira, como uma potência de 2 ou como soma de potências de 2 distintas entre si. O primeiro calendário mostra grifados apenas os números expressos por somas de

potências de 2 em que o número 1 participa. O segundo calendário mostra grifados os números expressos por tais somas em que o número 2 participa. Os calendários 3, 4 e 5 mostram, grifados, os números expressos por somas tendo a participação das potências 4, 8 e 16, respectivamente.

Assim, por exemplo, o único número a aparecer nos calendários 1, 4 e 5 será (confira) $1 + 8 + 16 = 25$.

Conteúdos matemáticos:

Potenciação; Decomposição em fatores primos.

Habilidades: EF06MA03, EF06MA04 e EF06MA05

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são operações de adição, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais e números primos e compostos.

Descrição das habilidades:

- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF06MA04 – Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
- EF06MA05 – Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

Mágica n.º 13: UMA PREDIÇÃO ARITMÉTICA INSISTENTE

Descrição da mágica:

Neste truque, três pessoas da plateia formam, de maneira aleatória, três números de três algarismos cada, cuja soma o mágico prediz escrevendo-a previamente em um papel.

O mágico dispõe de nove cartões. Cada cartão tem um número (um algarismo de 1 a 9) em uma face e, na outra face, uma das três seguintes formas: quadrado, triângulo, círculo. Além disso, a face oposta à face numerada tem uma das três seguintes cores: vermelho, azul, amarelo (alternativamente, os cartões podem ser confeccionados com outras cores).

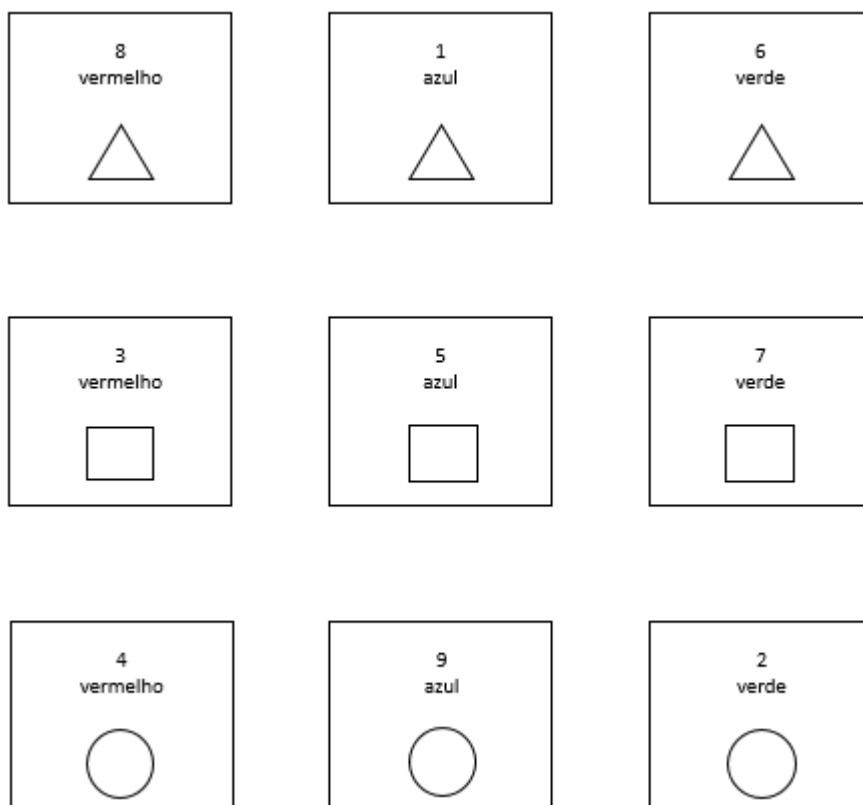
Três pessoas são escolhidas e cada uma escolhe três cartões, um de cada cor. Cada uma delas informa ao mágico os números que se encontram na outra face de seus cartões, em uma certa ordem, por exemplo: cartão vermelho, cartão amarelo, cartão azul. Os três números informados, por cada pessoa, são considerados como a centena, a dezena e a unidade de um número de três dígitos. Os números de três dígitos, assim construídos, são compilados em um quadro (lousa) de modo a serem somados. O mágico exhibe, então, um cartão onde previamente escrevera a soma: 1665.

Incidentalmente, 1665 é o ano em que Isaac Newton descobriu seu teorema do binômio, e esta data pode ser considerada como o alvo da mágica.

Os cartões são recolhidos e novamente embaralhados. Agora as pessoas escolhem novamente os cartões, seguindo a sequência de figuras no verso: um triângulo, um quadrado, um círculo. Novos números são formados, com os cartões sendo chamados, de cada pessoa, na ordem triângulo – quadrado – círculo (ou outra ordem qualquer), e então os três números são somados. Surpreendentemente, a soma dos números formados também será 1665.

Desmascarando o feiticeiro:

Os cartões devem ser preparados seguindo a seguinte sequência de números, cores e figuras. Os números são escritos em uma face (numerais grandes) e a cor e a figura aparecem na face oposta.



O truque funciona automaticamente, porque a disposição inicial dos números obedece a um quadrado mágico, em que a soma dos elementos, em qualquer linha e em qualquer coluna, é igual a 15.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operação de adição.

Habilidades: EF06MA01, EF06MA02, EF06MA03

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais – e operação de adição com números naturais.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Mágica n.º 14: UMA PREDIÇÃO ARITMÉTICA INACREDITÁVEL

Descrição da mágica:

Três pessoas da plateia são escolhidas. Cada uma é chamada a dizer um número de três algarismos. Os números são compilados pelo mágico, em formato grande e de maneira organizada, em uma folha grande de papel (que pode ser uma folha de papel sulfite), que é mostrada à plateia. Na situação do exemplo a seguir, foram ditados os números 258, 674 e 732.

2	5	8
6	7	4
7	3	2

Tal como indica a figura, o papel é previamente dobrado, com as dobras demarcando nove retângulos de mesmo tamanho, sendo cada algarismo escrito dentro de um dos retângulos.

O mágico toma uma outra folha de papel e diz que vai fazer uma predição. Escreve em segredo um número na folha e guarda-a.

Usando os vincos das dobras, o mágico então corta, em 9 pedaços retangulares, a folha em que foram lançados os três números, cada pedaço contendo um algarismo.

2	5	8
6	7	4
7	3	2

O mágico pede a alguém que embaralhe os pedaços e os distribui a três outras pessoas da plateia. Em ordem de chamada, cada uma delas dita um algarismo, de modo a formar três novos números de três algarismos cada. Os três novos números são escritos em uma lousa e somados. O mágico exhibe a folha mostrando que já havia previsto a soma.

Desmascarando o feiticeiro:

O mágico toma o cuidado de anotar em separado os três números, no momento em que diz que vai fazer a predição. Para impressionar a plateia, pode anotar os três números trocando as duas primeiras colunas de seus dígitos. Por exemplo, se os números ditados (e anotados no papel, em tamanho grande) foram

2	5	8
6	7	4
7	3	2

o mágico anota separadamente, em uma folha de papel, os números

5 2 8
7 6 4
3 7 2

e então calcula a soma destes: 1664. Este será o número anotado para a predição.

Após recortar os pedaços, embaralhá-los e coletá-los de volta, o mágico toma o cuidado de observar quais pedaços são da coluna à esquerda, quais são do centro e quais são da coluna à direita, simplesmente observando detalhes das bordas dos pedaços de papel.

Consideremos, por exemplo, os três pedaços retangulares com os algarismos do número 258, escrito inicialmente na primeira linha

2	5	8
---	---	---

O pedaço com o algarismo 2 é bem recortado à esquerda (recorte original da folha) mas mal recortado à direita (recorte feito à mão, a partir de dobradura feita no papel). O pedaço com o 5 é mal recortado à esquerda e à direita. Já o pedaço com o 8 é mal recortado

à esquerda, mas apresenta um recorte perfeito à direita. Esses detalhes permitem identificar facilmente quais pedaços contêm algarismos de centenas dos números ditados (dígitos à esquerda), de dezenas (dígitos no centro) e de unidades (dígitos à direita).

Ao distribuir os 9 algarismos (pedaços do papel), o mágico toma o cuidado de repassar a cada uma das três pessoas escolhidas os números de uma mesma coluna. No nosso exemplo, ele repassa a uma pessoa os pedaços com 5, 7 e 3 (dígitos da coluna central da folha); a uma segunda pessoa repassa 2, 6, 7 (dígitos da primeira coluna); e à terceira pessoa repassa 8, 4, 2 (dígitos da terceira coluna). Agora é só chamá-las em sequência para compor novos números, os quais terão a soma “prevista” pelo mágico, porque poderá haver troca de lugar apenas entre algarismos de uma mesma posição decimal: na composição dos três novos números, isto é, serão permutados entre si os algarismos de cada uma das colunas, mas nunca algarismos de duas colunas diferentes.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Permutação.

Habilidades: EF06MA02 e EM13MAT310

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais – e à Competência Específica 3 para o Ensino Médio.

Descrição das habilidades:

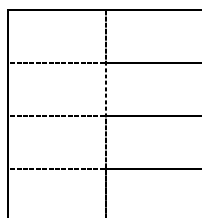
- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EM13MAT310 – Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

Mágica n.º 15: DIFERENÇAS SUTIS ENTRE ELES E ELAS

Descrição da mágica:

Esta mágica não tem relação alguma com propriedades aritméticas. No entanto, o truque utiliza princípios usados na mágica anterior, e por isso vamos incluí-la nesta seção.

O mágico dobra uma folha de papel sulfite em oito partes, tal como indicado na ilustração, fazendo vincos de modo a poder recortá-la sem o uso de tesoura.



Em seguida, o mágico recorta cuidadosamente os oito pedaços, distribui quatro deles a pessoas do sexo masculino e os outros quatro a pessoas do sexo feminino. Pede, então, a essas oito pessoas que escrevam com boa caligrafia o nome de sua comida favorita (ou de um filme favorito, ou o seu número da sorte). A partir disso, solicita que um voluntário recolha as fichas preenchidas e as embaralhe. O mágico, então, procede a revelar o sexo de cada uma das oito pessoas, por meio da leitura de cada uma das fichas.

Desmascarando o feiticeiro:

Ao dobrar a folha de papel sulfite em oito partes, tal como indicado na ilustração, o mágico faz vincos de modo a poder recortá-la sem o uso de tesoura.

Ao distribuir os pedaços de papel, toma o cuidado de distribuir os quatro pedaços dos cantos da folha a pessoas de um sexo, por exemplo, mulheres, e os demais pedaços, do centro da folha, aos homens.

Quando coleta os pedaços, pode observar quais pedaços têm duas arestas perfeitamente recortadas, que são os pedaços dos cantos e quais pedaços tem somente uma aresta perfeitamente recortada, que são os pedaços do meio.

Conteúdo matemático:

Divisão do todo em partes iguais.

Habilidade: EF06MA07

A habilidade envolvida nessa mágica está relacionada à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são frações – significados (parte/todo, quociente).

Descrição da habilidade:

- EF06MA07 – Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Mágica n.º 16: AMARELO, AZUL OU ROSA

Descrição da mágica:

Esta mágica requer a participação de três membros da plateia, os quais chamaremos de A, B e C. O mágico deixa um conjunto de fichas (ou cartões, ou palitos) sobre a mesa. Em seguida, chama três voluntários (A, B e C) para a frente da plateia e distribui algumas fichas extras a eles, deixando uma ficha com A, duas fichas com B e quatro fichas com C. Pede emprestado à plateia três objetos comuns, os quais deixa sobre a mesa. Vamos supor aqui que os objetos emprestados sejam um relógio de pulso feminino, uma caneta e um chaveiro. Os objetos também podem ser três cartões coloridos, nas cores amarelo, azul e rosa.

O mágico vira-se de costas para os três voluntários, pede que cada um escolha um dos objetos (ou um dos cartões coloridos) dispostos sobre a mesa e guarde-o em seu bolso. Em seguida, repassa aos voluntários, em voz alta, as seguintes instruções, que deverão ser executadas longe dos olhos do mágico, isto é, secretamente:

1. A pessoa que pegou o chaveiro (ou o cartão amarelo) deve ir à mesa e pegar um número de fichas igual ao que tem à mão.
2. Quem pegou a caneta (ou o cartão azul) deve ir à mesa e pegar o dobro do número de fichas que tem à mão.
3. E, quem pegou o relógio (ou o cartão rosa), deve ir à mesa e pegar o triplo de fichas que tem à mão.

O mágico aguarda até que os voluntários peguem as fichas, conforme as instruções dadas, e que as guardem no bolso.

Volta-se, então, para a frente da plateia e, um a um, revela qual foi o objeto (ou cartão colorido) escolhido por cada um dos voluntários.

Desmascarando o feiticeiro:

Para realizar a mágica, inicialmente o mágico associa cada objeto a uma das três cores do título do truque. No nosso exemplo, vamos associar: o relógio feminino à cor rosa, a caneta à cor azul e o chaveiro à cor amarela. Para facilitar a realização da mágica, o mágico pode escolher um objeto feminino, um masculino e um objeto de uso comum, associando-os (mentalmente) às cores rosa, azul e amarelo, respectivamente.

O número de fichas (ou palitos) a serem deixados sobre a mesa é exatamente 17. Assim, o mágico deve trazer um *kit* de 24 fichas, sendo 17 para a mesa e 7 para os três participantes voluntários.

Ao instruir os voluntários A, B e C a pegarem fichas na mesa, de acordo com o objeto escolhido por cada um, o mágico estará, na prática, dando as seguintes instruções:

- Para a pessoa A (que está com uma ficha):
 - se você pegou o objeto associado à cor amarela, pegue uma ficha;
 - se você pegou o objeto associado à cor azul, pegue duas fichas;
 - se você pegou o objeto associado à cor rosa, pegue 3 fichas.
- Para a pessoa B (que está com duas fichas):
 - se você pegou o objeto associado à cor amarela, pegue duas fichas;
 - se você pegou o objeto associado à cor azul, pegue 4 fichas;
 - se você pegou o objeto associado à cor rosa, pegue 6 fichas.
- Para a pessoa C (que está com quatro fichas)
 - se você pegou o objeto associado à cor amarela, pegue 4 fichas;
 - se você pegou o objeto associado à cor azul, pegue 8 fichas;
 - se você pegou o objeto associado à cor rosa, pegue 12 fichas.

Dependendo do número de fichas restantes na mesa, o mágico saberá a ordem de cores correspondentes aos voluntários A, B e C.

A tabela, a seguir, lista as diferentes possibilidades. Para cada uma das seis possibilidades de escolha dos objetos, a tabela nos dá o número de fichas coletadas por cada um dos voluntários, o total de fichas coletadas e o número de fichas deixadas sobre a mesa.

Cores e fichas coletadas na mesa dos três					
	A	B	C	Total de fichas coletadas	Fichas restantes
1	Amarelo: 1	Azul: 4	Rosa: 12	17	0
2	Azul: 2	Amarelo: 2	Rosa: 12	16	1
3	Amarelo: 1	Rosa: 6	Azul: 8	15	2
4	Rosa: 3	Amarelo: 2	Azul: 8	13	4
5	Azul: 2	Rosa: 6	Amarelo: 4	12	5
6	Rosa: 3	Azul: 4	Amarelo: 4	11	6

Ao olhar, de relance, o número de fichas deixadas sobre a mesa, o mágico poderá determinar a ordem dos objetos escolhidos pelos três voluntários. Uma regra de memorização possível de ser aplicada, embora seja um pouco desajeitada, é descrita na tabela a seguir. A regra determina, ordenadamente, os dois primeiros objetos (escolhidos por A e B), em função do total de fichas deixadas sobre a mesa.

Fichas deixadas na	1. ^a associação mental	2. ^a associação mental	Conclusão (duas 1. ^{as} cores)
0	Formato da terra: O	mar azul	amarelo-azul
1	UMA	azUI-aMArelo	azul-amarelo
2	A.R. (abreviação postal, com duas letras)	AmaRelo-Rosa	amarelo-rosa
4	ROMA (palavra de quatro letras)	ROsa-aMArelo	rosa-amarelo
5	ZURRO (palavra de cinco letras)	aZUI-ROsa	azul-rosa
6	A última possibilidade	uma rosa azul!	rosa-azul

Conteúdo matemático:

Organização das informações em tabelas.

Habilidade: EF06MA33

A habilidade envolvida nessa mágica está relacionada à unidade temática *Probabilidade e estatística*, cujo objeto de conhecimento é coleta de dados, organização e registro.

Descrição da habilidade:

- EF06MA33 – Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

Mágica n.º 17: O DIA DA SEMANA EM QUE VOCÊ NASCEU

Descrição da mágica:

Neste truque, o mágico solicita a um voluntário que diga o dia, mês e ano de seu nascimento e, então, após alguns segundos de cálculo mental, revela-lhe o dia da semana em que nasceu. O truque é repetido com outros voluntários da plateia.

Desmascarando o feiticeiro:

Para pessoas nascidas no século 20 (os adultos e adolescentes dos nossos dias), o procedimento de cálculo do dia da semana do nascimento é o seguinte. O ano em que a pessoa nasceu tem a forma $19xy$, sendo x o dígito das dezenas e y o dígito das unidades. Suponhamos que a pessoa nasceu no dia d do mês m , do ano $19xy$ (a data tem a forma $d/m/19xy$). Vamos representar por xy o número correspondente às dezenas e unidades do ano em questão, ou seja, xy quer dizer $10x + y$, ou, ainda, $19xy - 1900$.

Para calcular o dia da semana da data informada, o mágico calcula mentalmente o número:

$$s = [xy/4] + xy + d + m^*$$

descartando todos os múltiplos de sete contidos no número, ou seja, ele calcula o resto da divisão de $[xy/4] + xy + d + m^*$ por 7. O significado de m^* será explicado adiante.

Neste cálculo, $[xy/4]$ significa o quociente da divisão de xy por 4, ou seja, a parte inteira da fração $xy/4$.

O número m^* é obtido de m por uma tabela de conversões apresentada a seguir. Nos anos bissextos, e somente nestes, para o mês de janeiro devemos tomar $m^* = 0$ e para o mês de fevereiro, $m^* = 3$.

Mês	m	m^*
Janeiro	1	1
Fevereiro	2	4
Março	3	4
Abril	4	0
Maio	5	2
Junho	6	5
Julho	7	0
Agosto	8	3
Setembro	9	6
Outubro	10	1
Novembro	11	4
Dezembro	12	6

São anos bissextos os anos em que xy for múltiplo de 4. Mas não são bissextos os anos múltiplos de 100, exceto os que são também múltiplos de 400. Por exemplo, 1984 e 1996 são bissextos, 1900 não é, mas 2000 o é.

Por exemplo, se a pessoa nasceu em 14 de abril de 1982, o mágico calcula $[82/4] = 80/4 = 20$ e, portanto:

$$20 + 82 + 14 + 0 \text{ (0 é a chave do mês de abril),}$$

o cálculo pode ser feito menosprezando os múltiplos de 7. Passo a passo, tomando-se inicialmente 20, “setes fora”, obtemos 6. Considerando agora 82, “setes fora” obtemos 5. Já 14, “setes fora” torna-se 0. Ficamos, então, com $6 + 5 = 11$, e “setes fora” obtemos 4.

Conclusão: o dia da semana é uma quarta-feira.

A conversão do resultado final é simples: 1 = “primeira-feira” = domingo; 2 = segunda-feira; 3 = terça-feira; 4 = quarta-feira; 5 = quinta-feira; 6 = sexta-feira; 7 (“setes fora” = 0) é sábado.

Para datas de 2000 em diante, ainda subtraímos 1 ao final. Para datas nos anos 18xy, somamos 2 ao final.

Um procedimento de memorização pode ser criado para a tabela das chaves dos meses. Um procedimento usado pelos autores é o seguinte: janeiro é o mês número 1; fevereiro tem 4 dia de carnaval; em março temos o fechamento de 1/4 do ano; em abril temos o dia da mentira, que merece nota 0; no mês de maio temos o dia das mães no 2.º domingo; em junho temos a festa de São Pedro (Pedro tem 5 letras); em julho zeramos o calendário escolar; três coisas a evitar: sexta-feira, 13, de agosto; no dia 6 de setembro já começamos a espreguiçar (e é o aniversário de casamento de um dos autores); em outubro, quando há 1.º turno de eleições, é no dia 1; em 4 de novembro, é feriado em São Carlos (aniversário da cidade); e invente uma para o mês de dezembro.

A aritmética deste truque é fundamentada no fato de que ao passar de um ano ao seguinte, em relação aos dias da semana, o dia 1.º de janeiro move-se para frente em um dia, exceto o passar por um ano bissexto, quando move-se para frente dois dias. Anos comuns tem 52 semanas e 1 dia. Anos bissextos tem 52 semanas e 2 dias.

Conteúdos matemáticos:

Sistema de numeração decimal; Operações de adição e divisão; Múltiplos e divisores; Regras de divisibilidade; Equações.

Habilidades: EF06MA02, EF06MA03, EF06MA05, EF07MA18

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas às unidades temáticas: (i) *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais –, operações de adição e divisão com números naturais e múltiplos e divisores de um número natural; (ii) *Álgebra*, sendo os objetos de conhecimento as equações polinomiais do 1.º grau.

Descrição das habilidades:

- EF06MA02 – Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF06MA05 – Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
- EF07MA18 – Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1.º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

4.2 MÁGICAS COM MATERIAIS PREPARADOS

Mágica n.º 1: O TRUQUE DA FITA MÉTRICA

Descrição da mágica:

Para fazer este truque precisamos de uma fita métrica (utilizada por costureiras) 5 cliques. Você solicita a uma pessoa que escolha um certo número de cliques, de 1 até 5, e diga-lhe quantos escolheu. A seguir, a pessoa coloca os cliques escolhidos em lugares da fita, segundo sua própria vontade. Peça, então, que ela some todos os números marcados em ambas as faces da fita. Antes que ela comece a fazer a soma você já dirá o resultado que será obtido. Após terminar de fazer a conta, a pessoa confirmará que você tinha razão.

Importância matemática do truque: Este truque muito simples pode ser descoberto pela pessoa fazendo-se várias tentativas; isto estimulará a habilidade da descoberta e a desenvoltura em realizar operações aritméticas simples, o que é muito desejável no trabalho com alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Deixe-os curiosos e verá que eles mesmos desvendarão o mistério.

Desmascarando o feiticeiro:

Basta notar que a soma de dois números marcados de ambos os lados de uma fita métrica é sempre constante, na verdade, é 151 na maioria das fitas, mas existem algumas cuja soma é 150 ou 152. Assim, se, por exemplo, 3 cliques foram colocados, a soma dos 6 números marcados será $151 + 151 + 151 = 3 \times 151 = 453$.

Conteúdos matemáticos:

Operação de adição; Padrão matemático.

Habilidade: EF06MA03

A habilidade envolvida nessa mágica está relacionada à unidade temática *Números*, cujo objeto de conhecimento é operação de adição.

Descrição das habilidades:

- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Mágica n.º 2: AS FACES OCULTAS DOS DADOS

Descrição da mágica:

Vamos precisar de três dados comuns. Peça que alguém da plateia embaralhe os dados e os empilhe enquanto você estiver de costas. Vire e diga em alto e bom som que você irá

adivinhar a soma dos valores das 5 faces ocultas dos dados. Você poderá imediatamente dizer qual é o valor da soma, apenas observando a face superior do dado mais alto.

Importância matemática do truque: Este truque também é muito simples e o espectador poderá, com paciência e organização, descobrir a farsa toda. Basta repetir o experimento diversas vezes. Mais uma vez, acreditamos que com isso seja despertado o interesse pela busca de padrões matemáticos e desenvolvidas algumas importantes habilidades aritméticas elementares.

Desmascarando o feiticeiro:

A soma de dois números marcados em lados opostos de um dado comum é sempre 7. Assim, os dois dados inferiores têm lados opostos ocultos que somados resultam 14, e, se você olhar a face superior do dado de cima (digamos que seja 5), saberá quanto é a face oposta a ele (no caso, $7 - 5 = 2$). Basta, então, somar este número a 14 (no caso $14 + 2 = 16$). Você pode também fazer a conta $21 - 5 = 16$.

Uma variação da mágica: Virando de costas, peça a alguém da plateia que lance três dados sobre a mesa e que some os resultados obtidos (digamos que as faces à mostra sejam a , b e c ; assim, a 1.^a soma será $a + b + c$). Peça, então, que o espectador escolha um dos três dados e some ao resultado anterior a face deste dado que está em contato com a mesa (se o dado escolhido foi aquele de resultado a ele irá obter a 2.^a soma que será $a + b + c + (7 - a) = b + c + 7$). Finalmente, peça que o dado escolhido seja jogado novamente (digamos que o resultado agora seja d) e que novamente o resultado seja somado ao anterior (será obtida a 3.^a soma: $b + c + 7 + d$). Agora você se vira, olha a mesa e imediatamente diz qual foi o resultado obtido (isto é, a 3.^a soma). Basta somar 7 ao resultado exibido pelos três dados.

Conteúdos matemáticos:

Operações de adição e subtração; Padrão matemático; Expressões algébricas.

Habilidades: EF06MA03, EF07MA13 e EF08MA06

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas às unidades temáticas: (i) *Números*, cujo objeto de conhecimento são operações de adição e subtração com números

naturais; (ii) *Álgebra*, sendo os objetos de conhecimento a linguagem algébrica – variável e incógnita – e valor numérico de expressões algébricas.

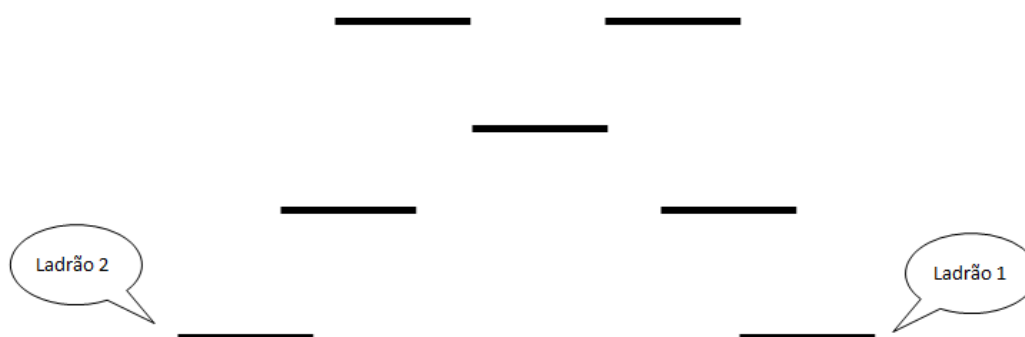
Descrição das habilidades:

- EF06MA03 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- EF07MA13 – Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
- EF08MA06 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Mágica n.º 3: OS LADRÕES DE OVELHAS

Descrição da mágica:

Coloque 7 palitos de fósforo sobre a mesa, segundo a seguinte disposição:



Inicie mostrando que suas mãos estão vazias e que você irá contar uma história sobre roubo de ovelhas. Com sua mão direita, pegue o palito marcado como “Ladrão 1” e diga que daqui para frente ele será um ladrão e sua mão fechada será seu esconderijo.

Com a mão esquerda, tome o palito marcado como “Ladrão 2” e diga que este será outro ladrão que ficará escondido em outro esconderijo. Os cinco palitos superiores serão ovelhas que os ladrões almejam roubar. Mantenha agora suas mãos sempre fechadas.

Os ladrões observam que o guardador de rebanhos está longe, e o Ladrão 1 (*mão direita*) sorrateiramente rouba uma das ovelhas (*pegue um dos 5 palitos com a mão direita*). A seguir, o Ladrão 2, vendo que foi fácil, rouba uma segunda ovelha (*pegue um segundo palito com a mão esquerda*). Novamente o Ladrão 1 rouba mais uma ovelha e é seguido pelo Ladrão 2, que também rouba mais uma. Deste modo, resta na mesa somente um palito, o qual o Ladrão 1 também rouba. (*Note que agora sua mão direita possui 4 palitos e sua mão esquerda possui apenas 3.*)

Para continuar a história, anuncie que o guardador de rebanhos percebeu algum movimento suspeito e começou a se aproximar do local onde estavam as ovelhas. Os ladrões, com medo, resolveram devolver as ovelhas próximo de onde elas estavam. (*Quando fizer a devolução inicie pela mão esquerda, depois direita, depois esquerda, novamente direita e, finalmente, esquerda. As cinco ovelhas ficarão sobre a mesa, no entanto sua mão direita ficará com 2 palitos, enquanto a esquerda ficará vazia – por isso, é muito importante começar a devolução pela mão esquerda.*)

O guardador de rebanhos, vendo suas 5 ovelhas pastando, embora ainda desconfiado de algo, acalma-se e se dirige a um vilarejo próximo do campo de pastagem. Os ladrões percebem que ele foi embora e retomam seu plano maléfico. Novamente, o Ladrão 1 rouba uma primeira ovelha (*pegue um palito com a mão direita*), e, alternadamente, esquerda e direita, os ladrões refazem o roubo (*quando isto terminar você terá 5 palitos na mão esquerda e somente 2 na direita*).

Neste meio tempo, o pastor, ainda desconfiado, volta da cidade acompanhado de um grupo de pessoas dispostas a capturar os ladrões, pois eles estavam agindo na região há um certo tempo. Eles percebem o movimento e agora não têm mais tempo de devolver as ovelhas. Pensam um pouco e a única saída encontrada seria colocar 5 ovelhas em um dos esconderijos e os dois ladrões fingirem estar dormindo no outro esconderijo. (*Anuncie a todos que os ladrões acharam um meio de se safar: abra sua mão direita mostrando 5 ovelhas neste esconderijo e, a seguir, sua mão esquerda, mostrando os dois ladrões dormindo tranquilamente.*)

Importância matemática do truque: Embora o truque utilize apenas contagens elementares, parece que nossa vista (ou melhor, nosso cérebro) não percebe mudanças quando fazemos a passagem de direita para esquerda, tentando conservar um padrão original. Algo muito semelhante parece confundir os estudantes quando têm de combinar várias vezes os sinais de + e – em operações algébricas.

Desmascarando o feiticeiro:

As explicações sobre o funcionamento da mágica foram descritas juntamente ao desenvolvimento do truque.

Conteúdos matemáticos:

Contagem.

Habilidades: EF06MA01 e EF07MA03

As habilidades envolvidas nessa mágica estão relacionadas à unidade temática *Números*, cujos objetos de conhecimento são sistema de numeração decimal – características, leitura, escrita e comparação de números naturais – e números inteiros – usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.

Descrição das habilidades:

- EF06MA01 – Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- EF07MA03 – Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

4.3 UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DOS ASPECTOS LÚDICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ao usar as mágicas em sala de aula como metodologia alternativa de ensino, o professor poderá despertar a atenção e, assim, conseguir uma participação mais efetiva de seu aluno, alguma simpatia para com a disciplina e interesse por trilhar por si mesmo o caminho das descobertas inerentes ao processo de aprendizagem envolvido nessa aventura. Professor e alunos estarão em novo modo de interação, garantindo que o desenvolvimento esperado aconteça. Um segundo aspecto diz respeito à ampliação de repertório do aluno que tem o conteúdo apresentado de forma lúdica e provavelmente divertida. Podemos aqui resgatar alguns conceitos de Vygotsky (2009) que, como mencionado no início deste capítulo, foram abordados no capítulo 2: (1) o desenvolvimento do aluno dá-se por meio da interação social com outros indivíduos e com o meio, ademais ele já traz consigo seu desenvolvimento real, que está disponível em seu sistema cognitivo, necessitando ser estimulado; (2) com o uso dessa estratégia, o aluno pode alcançar o desenvolvimento potencial, pode aprender com a mediação de outra pessoa, no caso o professor que, ao sugerir as mágicas, oportuniza a Zona de Desenvolvimento Proximal, que é a distância entre o desenvolvimento real e o desenvolvimento potencial; (3) estaria garantido o processo de assimilação, o qual se dá a partir do aprendizado escolar. Sendo assim, espera-se propiciar prazer e maior disposição para a concretização do aprendizado.

Com as atividades de adivinhação, o aluno “mágico”, o “voluntário” e os alunos espectadores serão desafiados e terão sua imaginação e sua criatividade estimuladas. Nesse caso, cabe ao professor, como mediador, fazer as intervenções e as complementações necessárias para impulsionar o desenvolvimento das habilidades com o intuito de facilitar o estudo de determinados conceitos matemáticos, os quais, em alguns momentos, são rotulados como impossíveis de assimilar, por vezes pelo simples desinteresse e pela falta de abertura a tal aprendizado. Assim, ao propor os truques, o professor proporcionará uma aprendizagem participativa e prazerosa, motivando os estudantes, conforme preconizado por Vygotsky.

Desse modo, ainda recuperando alguns dos conceitos já abordados no capítulo 2, podemos afirmar que, com o auxílio/estratégia mediada pelo professor, o uso dessa metodologia garante a presença da ludicidade, trabalha com a Zona de Desenvolvimento

Proximal, fazendo com que o conhecimento já existente no aluno seja acessado e ampliado, impulsiona o desenvolvimento das habilidades e facilita o estudo de conceitos matemáticos, especialmente o raciocínio abstrato, proporcionando motivação para uma aprendizagem participativa e prazerosa dentro das situações adequadas. Outro ponto importante são os fundamentos pedagógicos apresentados na BNCC, que incluem o foco no desenvolvimento de competências, especialmente a de número 2:

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018).

Como vantagens da aprendizagem significativa para o aluno, destacamos o estímulo de sua imaginação e criatividade e a garantia da interação social, diminuindo a tendência de rejeição aos conteúdos da disciplina e aumentando a sua probabilidade de aprendizado. Vale repetir aqui: a imaginação, segundo Vygotsky, precisa se tornar ação em forma de brincar, jogar, fazendo uso das mágicas.

O velho adágio de que o brincar da criança é imaginação em ação deve ser invertido, podemos dizer que a imaginação, nos adolescentes e nas crianças em idade pré-escolar, é o brinquedo sem ação (Vygotsky, 1991, p. 62).

Assim, a possibilidade de usar os truques como ferramenta com potencial lúdico permite desenvolver conteúdos matemáticos e habilidades importantes ao desenvolvimento e aprendizagem do aluno, como se demonstrou em cada mágica apresentada. O comprometimento do educando com o desafio, mesmo que ele não se dê conta de estar em processo de aprendizagem, poderá facilitar a introdução de conceitos matemáticos, competindo ao professor o papel de explicitar e elucidar ao aprendiz a significação desses conceitos.

Queremos crer que, variando a estratégia de ensino-aprendizagem, possamos diminuir a resistência ao aprendizado desta disciplina e promover abertura para que o aluno veja, agora com olhos encantados, um pouco do que nós, matemáticos, vemos: o raciocínio e a lógica presentes em cada momento de nossas vidas. Adiante, nas considerações finais, tentaremos responder às duas perguntas norteadoras deste trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa, foi possível relacionar o recurso lúdico com a aprendizagem. Como ferramenta de auxílio para o ensino dos conteúdos de Matemática, quando usado de forma adequada pelo educador, tal recurso pode proporcionar o desenvolvimento das competências e habilidades de acordo com a BNCC e, ainda, motivar o aluno a aprender a disciplina.

Ao investigar os conteúdos matemáticos e as habilidades presentes em cada mágica, percebe-se que, com o seu uso, podem-se explorar conceitos matemáticos. Assim, é possível ensinar matemática ao instigar a curiosidade para descobrir o truque, ao desenvolver a criatividade, a concentração, a organização e estimular o convívio entre os indivíduos envolvidos.

O professor, ao propor a mágica ao aluno, deve estar atento aos conteúdos que objetiva abordar, para que a atividade lúdica cumpra o papel de estímulo à construção da aprendizagem significativa.

A ideia aqui apresentada é apontar um caminho diferente do formato tradicional, das aulas expositivas, dos livros teóricos e dos exercícios repetitivos. Não se pretende negar a importância dessa prática para ensinar matemática; o propósito é trazer outra possibilidade de trabalhar com os alunos para motivá-los e despertar o interesse deles por uma disciplina, muitas vezes, considerada difícil de aprender. Sendo assim, o ensino dos conteúdos matemáticos, construído de maneira coletiva e agradável, pode produzir, em vez de aulas monótonas e cansativas, um aprendizado prazeroso.

Ao finalizar a análise das mágicas apresentadas neste trabalho, de posse das relações possíveis de serem realizadas entre as mágicas e as habilidades da BNCC e, ainda, com a ideia da importância da ludicidade no ensino de Matemática, preconizada especialmente por Vygotsky, é razoável afirmar que é possível responder às questões que nortearam esta investigação, quais sejam: “De que maneira as mágicas propostas no livro *Mágicas, Matemática e outros mistérios* contemplam as habilidades para o ensino de Matemática presentes na BNCC para os Ensinos Fundamental – Anos Finais – e Médio?”; “Como a ludicidade presente nesse tipo de atividade pode contribuir para a aprendizagem?”.

A obra analisada não é um livro didático, sendo assim, não segue o que determina a BNCC, porém é um material que apresenta um grande potencial para auxiliar no ensino da

Matemática, complementando os livros didáticos. Ele permite o trabalho com diferentes conteúdos que contemplam a Educação Básica e o Ensino Superior. Os assuntos envolvidos são fundamentados desde Propriedades Aritméticas Elementares até Topologia e Princípio da Indução Finita.

Nesta dissertação, foram analisadas e evidenciadas as habilidades para o Ensino Fundamental – Anos finais (6.º ao 9.º ano) – e Ensino Médio (1.ª à 3.ª série). Nas mágicas apresentadas, a presença dos aspectos lúdicos, estimulando a imaginação e a criatividade e ainda proporcionando interação social, são de fundamental importância para que se tenha uma aproximação do estudante com os conteúdos de matemática e também para o desenvolvimento de tais habilidades.

Essa pesquisa bibliográfica pode, como sugestão de pesquisa futura, motivar a realização de um trabalho de campo, com coleta de dados, para investigar as implicações da atividade lúdica como alternativa metodológica para o ensino de Matemática. Primeiramente, esse era o objetivo, mas, devido à pandemia, não pôde ser executado. As mágicas seriam propostas pelo professor, todavia desenvolvidas e apresentadas pelos alunos no início das aulas, antes de começar o conteúdo.

Vale ainda destacar que, nos truques analisados, percebe-se pequena quantidade de conteúdos e habilidades, tendo em vista que a grade curricular da Educação Básica exige muito mais, porém é importante salientar que a obra analisada não foi elaborada com o intuito de ser um material didático ou paradidático, trata-se de uma obra de divulgação científica e, como evidenciado, com ótimo potencial para utilização pelo professor como material complementar.

Assim, finalizamos este trabalho esperançosos de que seja um estudo motivador para educadores/as, desejando que se sintam desafiados a testar a estratégia das mágicas em sua prática docente.

REFERÊNCIAS

AIX SISTEMAS. **Entenda tudo sobre a Teoria de Aprendizagem de Vygotsky**. Blog da Educação infantil. 2 de maio de 2018. Disponível em: <https://educacaoinfantil.aix.com.br/teoria-de-vygotsky/>. Acesso em: 05 de agosto de 2020.

ALMEIDA, C. S., GONTIJO, C. H. **Dificuldades de aprendizagem em matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006, Águas de Lindóia - SP. Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Curitiba: Universidade Federal do Paraná: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006.

ALMEIDA, C.S. **Dificuldades de aprendizagem em matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. Monografia (Graduação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2006.

ALVES, A. G. **Mágicas matemáticas como metodologia de ensino**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

BALMANT, F.D.R. **A imaginação em Vygotsky: princípio para novas construções, para a expansão de conhecimentos e para o desenvolvimento**. V Educere, Curitiba, p. 261-269, out. 2005. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/13427401-A-imaginacao-em-vygotsky-principio-para-novas-construcoes-para-a-expansao-de-conhecimentos-e-para-o-desenvolvimento.html> > Acesso em: 19 de dezembro de 2020.

BOGDAN, R., BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto editora, 1994.

BORGES, C. F. **Atividades criativas e o relacionamento dos alunos com a matemática**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2018. Disponível em: <
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf >
Acesso em: 05 de novembro de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.
Acesso em: 27 dez. 2019.

BRASIL. **Relatório SAEB 2019. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Ministério da Educação. Disponível em:
<https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2019/presskit/PressKit_Saeb_2019.pdf>. Acesso em: janeiro de 2021.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 142p.

FIORENTINI, D., LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos** – 3.^a ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GODOY, A.S. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. Revista de Administração de empresas, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

MACEDO, L. **A dimensão lúdica nos processos de aprendizagem**. FOLHA Educação, v. 20, p. 6-7, 2003.

MACEDO, L., PETTY, A.L.S, PASSOS, N.C. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MONROE, C. **Vygotsky e o conceito de aprendizagem mediada**. 7 de março de 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/274/vygotsky-e-o-conceito-de-aprendizagem-mediada>. Acesso em: 05 de agosto 2020.

OLIVEIRA, E.A.C., OLIVEIRA, M.F.A. **Dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática.** Revista Práxis, v. 3, n. 5. 2011.

SAMPAIO, J.C., MALAGUTTI, P.L. **Mágicas, matemática e outros Mistérios.** São Carlos: EdUFSCar, 2018.

SANT'ANNA, A., NASCIMENTO, P.R. **A história do lúdico na educação.** REVEMAT, Florianópolis (SC), v. 06, n. 2, p. 19-36, 2011. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p19/21784>> Acesso em: 25 de dezembro de 2020.

SEVERINO, A.J. **Metodologia do trabalho científico.** Cortez editora, 2017.

VIGOTSKY, L.S. **A construção do pensamento e da linguagem** / Lev Semenovich Vigotsky; tradução: Paulo Bezerra. 2.^a ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.

VYGOTSKYI, L.S. **A formação social da mente.** 4.^a ed. São Paulo: Editora: Martins Fontes, 1991.