

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**CARLA CRISTINA MAIA VELOZO**

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS  
CEVIANAS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II**

**SOROCABA  
2021**

**CARLA CRISTINA MAIA VELOZO**

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS  
CEVIANAS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação: Prof. Dr. Sadao Massago

**SOROCABA  
2021**

## Ficha Catalográfica

Veloza, Carla Cristina Maia

Uma sequência didática para o ensino e aprendizagem das cevianas no nono ano do ensino fundamental II / Carla Cristina Maia Veloza -- 2021.  
67f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba

Orientador (a): Sadao Massago

Banca Examinadora: Sadao Massago, Esdras Teixeira Costa, Magda da Silva Peixoto

Bibliografia

1. Cevianas no ensino fundamental II.. 2. Sequência didática.. 3. Pontos notáveis do triângulo.. I. Veloza, Carla Cristina Maia. II. Título.



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

---

### Folha de Aprovação

---

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Carla Cristina Maia Velozo, realizada em 25/06/2021.

#### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Sadao Massago (UFSCar)

Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa (UFJ)

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

Dedico este trabalho aos meus filhos, Lucas e Felipe, ao meu esposo David e a minha mãe Jacira, que sempre me apoiaram e entenderam minha ausência durante os anos do Mestrado, além de não me deixarem desistir, todas as vezes que essa me pareceu a saída mais fácil e menos dolorosa.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus que me proporcionou saúde, física e mental, para superar os obstáculos.

Ao meu orientador Prof. Dr. Sadao Massago, por me ensinar muito sobre Geometria, fazendo com que eu escolhesse esse ramo da Matemática para dissertar, incansável ao explicar e reexplicar tirando dúvidas e me motivando a ser uma professora melhor. Obrigada pela paciência e dedicação.

Aos meus professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), obrigado pela dedicação e paciência nestes anos de mestrado.

## RESUMO

As escolas têm se preocupado com o desempenho dos estudantes, agravado pela existência de alunos com distorção de idade e série, o que requer um pouco mais de atenção entre os segmentos da escola quanto à procura por soluções que amenizem o mau desempenho na disciplina de Matemática. O presente estudo tem como objetivo, analisar os resultados obtidos com a aplicação de uma sequência didática no desenvolvimento do ensino e da aprendizagem dos alunos em relação às cevianas. No que se refere à metodologia, trata-se de pesquisa, descritiva e explicativa, e um estudo de caso realizado junto à uma escola situada na cidade de Osasco, com questionários estruturados, com objetivo de construir os conceitos de cevianas e alguns pontos notáveis de um triângulo. A pesquisa contou com a participação dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, turmas A, B, C, D e E, através de 6 questionários com perguntas subjetivas, os quais tinham como objetivo inicial, identificar o que o aluno já conhece sobre os assuntos a serem trabalhados, a fim de construir o conceito das cevianas. Os resultados evidenciaram a capacidade dos alunos de diferenciar as cevianas (altura, mediana e bissetriz), suas características, de tal forma que seja capaz não só construir geometricamente como conceituar com precisão, bem como também, compreender o conceito de altura; Afirmando a importância da perpendicularidade. Além de apresentar maior conhecimento acerca dos assuntos tratados em sala de aula sobre geometria. Conclui-se então que, é importante a participação do professor nesse processo de ensino-aprendizagem como mediador, o mesmo deve estar motivado, para que, sempre que possível possa inovar em suas aulas.

**Palavras-chave:** Sequência Didática. Geometria. Cevianas. Pontos Notáveis.

## ABSTRACT

Schools have been concerned with student performance, aggravated by the existence of students with age and grade distortions, which requires a little more attention among school segments regarding the search for solutions to alleviate poor performance in the Mathematics subject. This study aims to analyze the results obtained with the application of a didactic sequence in the development of teaching and student learning in relation to cevians. Regarding the methodology, it is a descriptive and explanatory research, and a case study carried out at the school located in the city of Osasco, with structured questionnaires, with the objective of building the concepts of cevianas and some notable points of a triangle. The research had the participation of students from the 9th year of Elementary School, classes A, B, C, D and E, through 6 questionnaires with subjective questions, which had the initial objective of identifying what the student already knows about the subjects to be worked on, an end to building the concept of cevians. The results showed the students ability to differentiate the cevians (height, median and bisector), their characteristics, in such a way that they are able not only to construct geometrically but also to conceptualize them with precision, as well as to understand the concept of height; Affirming the importance of perpendicularity. In addition to presenting greater knowledge of the subjects covered in the geometry classroom. It is therefore concluded that the participation of the teacher in this teaching-learning process as a mediator is important, he must be motivated so that, whenever possible, he can innovate in his classes.

**Keywords:** Didactic Sequence. Geometry. Cevians. Notable Points.

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> – Resultados do questionário 1.....	43
<b>Tabela 2</b> – Resultados do questionário 2.....	44
<b>Tabela 3</b> – Resultados do questionário 3.....	49
<b>Tabela 4</b> – Resultados do questionário 4.....	50
<b>Tabela 5</b> – Resultados do questionário 5.....	51
<b>Tabela 6</b> – Resultados do questionário 6.....	52

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Imagem feita pelos alunos na quadra.....	45
<b>Figura 2</b> – Imagem feita pelos alunos em frente ao SESI.....	46
<b>Figura 3</b> – Imagem feita pelos alunos em ambiente externo.....	46
<b>Figura 4</b> – Imagem feita pelos alunos em ambiente externo.....	47
<b>Figura 5</b> – Imagem feita pelos alunos nas dependências do SESI.....	47
<b>Figura 6</b> – Imagem feita pelos alunos em sala de aula.....	48

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>16</b>
2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA .....	16
2.2 ASPECTOS HISTÓRICOS ACERCA DO ENSINO DA GEOMETRIA .....	18
2.3 OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS E O ENSINO DA MATEMÁTICA.....	20
2.4 O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL EM MEADOS DO SÉCULO XXI .....	22
2.5 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA PARA O PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA .....	23
2.6 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA .....	25
2.7 PAPEL DO PROFESSOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	27
2.8 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA .....	30
2.9 CONCEITOS ABORDADOS NOS QUESTIONÁRIOS.....	32
<b>3 O ENSINO DA GEOMETRIA: TEORIA E PRÁTICA</b> .....	<b>35</b>
3.1 A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA.....	37
3.2 LEG: LABORATÓRIO DE ENSINO DE GEOMETRIA .....	38
3.3 SOFTWARES, JOGOS E MODELAGEM.....	39
3.4 DIFICULDADES NO USO DOS MATERIAIS .....	40
<b>4 METODOLOGIA</b> .....	<b>41</b>
4.1 TIPO E LOCAL DE ESTUDO .....	41
4.2 PARTICIPANTES .....	41
4.3 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO .....	41
4.4 INSTRUMENTOS.....	42
4.5 PROCEDIMENTOS.....	42
4.6 ANÁLISE DOS DADOS.....	42
4.7 RESULTADOS ESPERADOS .....	43
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>44</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>55</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>57</b>
<b>APÊNDICES</b> .....	<b>60</b>
<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS</b> .....	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O professor de Matemática busca despertar e estimular nos educandos, o prazer de aprender esta disciplina que, sendo uma das mais importantes disciplinas escolares, tem sido obrigatória em qualquer currículo escolar no decorrer da história da educação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (2008) defendem:

O papel que a matemática desempenha nos currículos escolares consiste em ajudar na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividade do mundo do trabalho e no apoio à construção do conhecimento em outras áreas curriculares (PCN, 2008, p.28).

As escolas têm se preocupado com o desempenho dos estudantes, agravado pela existência de alunos com distorção de idade e série, o que requer um pouco mais de atenção entre os segmentos da escola quanto à procura por soluções que amenizem o mau desempenho na disciplina de Matemática.

Segundo Druck (2003), “a situação do ensino da Matemática no Brasil é de total deterioração. A qualidade nos níveis médio, fundamental e de graduação atingiu, talvez, o seu mais baixo nível na história educacional do país”.

Deste modo, neste estudo buscou-se desenvolver um estudo no qual fosse possível despertar nos alunos, o interesse e uma maior motivação pela Matemática, mais precisamente pela geometria, resolvendo assuntos relacionados à reta; semirreta; segmento; posições relativas entre retas (semirretas ou segmentos), por meio de uma sequência didática para o ensino e aprendizagem das cevianas no 9º ano do Ensino Fundamental.

Contudo, existem segmentos de reta, com origem em um vértice de um triângulo, presentes com frequência em exercícios e com grande quantidade de aplicações. Tais segmentos recebem o nome de “CEVIANAS” de um triângulo. Além disso, este estudo ainda trará conceitos acerca da altura; altura de um triângulo; ponto médio; mediana; baricentro; mediatriz; bissetriz; incentro; ortocentro; circuncentro. Além de apresentar os conceitos, os questionários levarão os alunos à construção com régua e compasso a partir de instruções simples e objetivas. As

construções com régua e compasso trazem apropriação dos conceitos por parte dos alunos, sendo de suma importância para o aprendizado dos mesmos.

Levando em consideração as necessidades dos alunos das redes educacionais escolares, foi desenvolvida uma sequência didática na qual pudesse atender as dificuldades na aprendizagem das operações matemáticas, já que os alunos podem apresentar muita dificuldade no aprendizado. O mesmo será utilizado dentro da sala e tem como finalidade incentivar os alunos a praticarem os instrumentos citados para as construções geométricas.

O presente estudo tem como objetivo, analisar os resultados obtidos com a aplicação da sequência didática no desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos alunos em relação às cevianas.

Tendo em vista que a Matemática segundo entendimento de Druck (2003, p. 12) “é uma disciplina na qual os estudantes sentem muita dificuldade e não mantem um bom padrão de notas boas na devida disciplina”, buscou-se no presente trabalho, compreender e tentar solucionar esse problema através da aplicação de uma sequência didática aos alunos. Deste modo, o presente estudo tem como problemática: quais os benefícios que, o uso da sequência didática como metodologia de ensino proporcionou no aprendizado dos discentes em relação às cevianas?

O ensino desta matéria, muitas vezes, costuma ser efetuado de uma maneira mecânica e fixa, de forma factual, ou seja, não é estabelecida uma relação do que é ensinado ao contexto social e individual dos alunos, baseando-se em números e fórmulas em detrimento de valorizar o processo filosófico do raciocínio que deve estar por de trás do conhecimento estabelecido.

Sob o novo esquema educacional, o conhecimento mais valorizado é aquele obtido de modo a permitir a correlação do ensino com o meio do aluno, ou seja, é necessário que o estudante possa processar a informação de maneira que se consiga estabelecer paralelos para os mais diversos campos da vida do mesmo (ZABALA, 2008).

De tal modo, o interesse da escolha do presente tema se deu com a necessidade de criar uma sequência didática na qual pudesse colaborar na aprendizagem do aluno em relação à disciplina de Matemática, proporcionando uma metodologia de ensino de forma lúdica e atrativa. Além disso, fui levada a escolher esse tema, pois uma das matérias do mestrado foi Geometria, lecionada justamente

pelo meu orientador. A forma com a qual ele explicava, nos levando aos conceitos, resolvendo exercícios primeiramente e o fato do conteúdo ser exatamente o que eu já trabalhava com os nonos anos. A ideia de ensinar o mesmo conteúdo, porém de uma forma diferente. Normalmente os conteúdos matemáticos são apresentados na seguinte sequência: conceitos; exemplos; exercícios. Essa sequência didática troca a ordem com a qual o aprendizado se dá.

Primeiro o aluno é instigado a responder questões que o levem ao conceito, resolve e constrói exercícios que dão alicerce ao aprendizado desses conceitos, para por fim ser estabelecido o conceito formal.

O interesse surgiu exatamente por ver o resultado positivo do método na disciplina do mestrado. Em relação aos benefícios acadêmicos que a pesquisa trará, pode-se dizer que, para mim, depois de 19 anos lecionando matemática, é um desafio ensinar fora da zona de conforto. Confesso que me manter fazendo do mesmo jeito seria mais confortável, porém o resultado de um trabalho colaborativo, no qual o aluno constrói conceitos é engrandecedor.

Para os alunos é enriquecedor, porque o aluno é curioso por natureza.

Quando você já revela tudo não há mistério, mas nesse caso, cada aluno vai desvendando e construindo o aprendizado no seu tempo.

O material geométrico por si só já é interessante. Em todas as aulas eu levei para a sala: réguas, compassos, esquadros e transferidores de lousa. Os alunos gostam de interagir com esse material e isso fez com que tivessem interesse em como usar, e, logo depois de responder aos questionários, retomamos na lousa cada construção, cada conceito. Isto para reforçar e recuperar de forma contínua. Após cada construção, também utilizei o software Geogebra, para a construção dos conceitos.

Com isso, para uma melhor compreensão da temática, o presente estudo encontra-se dividido da seguinte forma:

No primeiro capítulo, será analisado o conceito e historicidade da matemática, bem como o contexto do ensino da matemática no Brasil.

No segundo capítulo serão averiguadas as principais dificuldades enfrentadas pelos professores de Matemática.

No terceiro capítulo trata-se de compreender o ensino da Geometria, a apresentação conceitual e uso das sequências de atividades didáticas, bem como a aplicação da sequência didática.

No quarto capítulo será apresentada a metodologia de pesquisa, abordando o tipo e local de estudo, a população e amostra, os critérios de inclusão e exclusão, bem como os riscos e benefícios da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, os procedimentos de coleta de dados, as análises de dados e os procedimentos éticos.

E por fim, são explanados os resultados obtidos com a pesquisa, e a aplicação da sequência didática.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentado a contextualização histórica da Matemática e da Geometria, bem como Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino da Matemática, a relação de ensino/aprendizagem por meio da Matemática, as dificuldades de aprendizagem, o papel do professor no ensino da Matemática e por fim, a resolução de problemas de aprendizagem em Matemática.

### 2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA

A história do ensino da Matemática no Brasil está pautada em três períodos. A Matemática Tradicional, a Matemática Moderna e a Matemática atual. A Matemática é considerada pela maioria dos alunos como o “bicho papão” escolar, sendo uma das disciplinas com o maior índice de reprovação no ensino brasileiro.

Ainda na era Brasil Colônia, o ensino se deu pelos padres da companhia de Jesus, denominados jesuítas. O grupo foi o responsável pela primeira escola elementar, situada na cidade de Salvador. A rede de educação implantada pelos jesuítas ampliou-se com a criação de outras escolas elementares situadas em regiões distintas do país (MIORIM, 2008).

Após a independência do Brasil, por volta do ano de 1822, ficou estabelecida por meio da constituição vigente e por meio de voto em Assembleia Geral, a criação de escolas denominadas “Escolas de Primeiras Letras”, na qual a Matemática estava inserida já que esse título significava ler, escrever e contar (MIORIM, 2008).

Mais tarde, o Município da Corte, em 1837, criou o Imperial Colégio Pedro II, instituição modelo para o ensino secundário no Brasil. As disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e a Trigonometria estavam presentes em todas as séries do curso do colégio, perpassando por todas as reformas no plano educacional ao longo dos tempos, mesmo havendo um predomínio das disciplinas voltadas para o humanismo (MIORIM, 2008).

Com a chegada da era Brasil República, o ensino secundário passou a tomar um novo rumo, rompendo-se com a tradição humanista e literária, passando a dar maior privilégio às disciplinas científicas e a Matemática. Esta por sua vez, era tida como a mais importante dentre as ciências (MIORIM, 2008).

Uma nova mudança surgia no ensino, desta vez, na educação primária, com o movimento pedagógico denominado de Escola Nova. Segundo Maria Ângela Miorim, este movimento de renovação pedagógica não alcançou logo a educação secundária, que continuou sua ação “num livresco, sem relação com a vida do aluno, baseado na memorização e na assimilação passiva dos conteúdos”. (MENDES, 2011).

A realização do Quarto Congresso Internacional de Matemática no ano de 1908 em Roma estabeleceu metas para realizar estudos relativos ao ensino da Matemática em vários países, inclusive no Brasil. Esse movimento trazia em suas propostas, a unificação dos conteúdos matemáticos trabalhados na escola em uma só disciplina, aplicações práticas da Matemática e a inserção do ensino do Cálculo Diferencial e Integral no nível secundário (MENDES, 2011).

Essa nova proposta curricular para o ensino da Matemática, centrava-se no desenvolvimento intelectual do aluno de modo que o estudante passasse a ser um descobridor e não apenas um receptor passivo do conhecimento matemático. Dessa forma, acreditava-se que a intuição deveria ser o ponto de partida, na qual, atividades de experimentação e construção precederiam o estudo das demonstrações (MENDES, 2011).

A reforma Francisco Campos, sendo vista como uma mudança radical no ensino, sofreu muitas críticas. Miorim (2008) destaca alguns problemas ocorridos: a falta de livros didáticos de acordo com as novas diretrizes, a junção das disciplinas matemáticas Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria – em uma só disciplina e, além disso, a resistência de professores do ensino tradicional, que para esses, a Matemática como sendo uma disciplina estritamente mental acarretaria em um rebaixamento no ensino.

Na década de 50, a educação brasileira passava mais uma dentre as várias mudanças já ocorridas. A Matemática, principalmente, pois vivia um momento de muita influência ocasionada por meio do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Esse movimento tinha como um dos propósitos a integração de diversos campos da Matemática a elementos unificadores, como a linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e o estudo das relações e funções, de modo que os conhecimentos relativos a essas áreas pudessem ser apresentados por meio de regras mecanizadas e sem justificação, o que estaria indo em oposição às características pragmáticas que predominavam o ensino na época (MIORIM, 2008).

Assim sendo, é notório que a educação brasileira passou por profundas e diferentes mudanças na busca de se chegar a um modelo educacional que agradassem e/ou suprissem as necessidades vigentes em cada época. Logo, as mudanças ocorridas no tocante ao ensino da Matemática vinculada ao desenvolvimento da área da Educação Matemática teve uma repercussão satisfatória e que permanece até os dias atuais com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998).

Os alunos muitas vezes demonstram não ter visão da matemática que estuda, para que serve e onde utilizá-la. As Diretrizes Curriculares para Matemática do Ensino Médio salientam que é importante entender a história da Matemática no contexto da prática escolar para que se possa fornecer resposta às tais perguntas.

Valdès (2006) aponta que o “[...] enfoque histórico é uma proposta metodológica que atua como motivação para o aluno, já que através dele descobrirá a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá em sala de aula.[...]”

A história da Matemática é frequentemente usada na sala como uma mera curiosidade ou, ainda pior, como maneira de fugir temporariamente das contas matemáticas. Seu verdadeiro uso como um instrumento pedagógico, porém, somente ocorre quando conceitos e problemas históricos são integrados na rotina diária da sala de aula e se tornam parte da experiência matemática do aluno (FOSSA, 2006, p.140).

## 2.2 ASPECTOS HISTÓRICOS ACERCA DO ENSINO DA GEOMETRIA

A Geometria é uma ciência utilizada desde a Antiguidade, cuja origem remonta aos primeiros registros das práticas de agrimensura realizadas na Antiga Babilônia no terceiro milênio antes de Cristo. Tais registros consistem em tábulas de argila cozida desenterradas na Mesopotâmia, que datam pelo menos em parte do tempo dos sumérios, por volta de 3000 a.C. Entretanto, as primeiras considerações a respeito de Geometria realizadas pelo homem parecem ter ocorrido muito anteriormente, a partir de observações tais como comparação de tamanhos e de formas, noções de distância, paralelismo, verticalidade e horizontalidade, essas últimas motivadas pela necessidade de avaliar e comparar as posições entre cidades, e de construção de casas e muros. Com o decorrer do tempo, o conhecimento geométrico foi adquirindo, gradativamente, componentes intuitivos,

práticos e, por fim, teóricos. Cada uma dessas etapas em maior ou menor intensidade de acordo com diferentes culturas onde elas se desenvolveram (DOLCE, 2005).

A princípio, muitas evidências históricas fazem assumir que a Geometria surgiu como ciência motivada por técnicas de agrimensura da antiguidade, ou a partir de necessidades práticas ligadas à agricultura e à engenharia existentes há vários milênios em certas regiões do oriente. Tais regiões incluem o que hoje são as bacias do rio Nilo, no Egito, bem como outras bacias de grandes rios, tais como a dos rios Tigre e Eufrates, na Mesopotâmia, e do Indo, do Ganges, do Hwang Ho e do Yangtze, na Ásia (PROJETO ARARIBÁ, 2006).

Os gregos geralmente consideravam os egípcios como os inventores da Geometria. O grande historiador grego Heródoto (século V a.C.), discorrendo a respeito de informações obtidas de sacerdotes egípcios, relata, em sua História, que o rei Ramsés II dividiu o país entre todos os egípcios dando a cada um deles uma mesma parcela de terra e fazendo disso sua fonte de renda por meio do pagamento de uma taxa anual. Proclus defende que a Geometria foi descoberta primeiramente entre os egípcios, motivados por medida de áreas, prática necessária devido à cheia do rio Nilo, que desfazia os limites entre os terrenos (DOLCE, 2005).

Entretanto não há fontes diretas que remetam à prática realizada pelos agrimensores egípcios. O que se pode presumir com certa segurança é que a Geometria egípcia, assim como a babilônica, vivenciou uma mudança marcante na evolução da Geometria como um todo, mudança essa em que objetos e problemas geométricos deixam de ser vistos individualmente sem nenhuma relação, para se tentar, a partir da observação relativa a formas, tamanhos e relações espaciais de objetos físicos específicos, extraírem propriedades gerais que incluíam as observações mencionadas como casos particulares, propriedades essas expressas por leis ou regras geométricas (PROJETO ARARIBÁ, 2006).

Numerosos exemplares de tábulas de argila da Babilônia revelam que os babilônicos do período 2000-1600 a.C. conheciam regras gerais para cálculos de áreas de retângulos, de triângulos retângulos e isósceles, de trapézios retângulos, bem como de volumes de paralelepípedos, de prismas, de cones, de troncos de cones e de cilindros. Essa civilização conhecia, ainda, cálculos relacionados a circunferências, propriedades de triângulos envolvendo semelhança, alturas, ângulos e até mesmo o Teorema de Pitágoras (PROJETO ARARIBÁ, 2006).

Segundo Dolce (2005 p. 78),

...é impossível precisar as origens da Geometria. Mas essas origens sem dúvida são muito remotas e muito modestas. Nessa longa trajetória, segundo alguns historiadores, a Geometria passou por três fases. (a) a fase subconsciente, em que, embora percebendo formas, tamanhos e relações espaciais, graças a uma aptidão natural, o homem não era capaz ainda de estabelecer conexões que lhe proporcionassem resultados gerais; (b) a fase científica, em que, embora empiricamente, o homem já era capaz de formular leis gerais (por exemplo, a razão entre uma circunferência qualquer e seu diâmetro é constante); (c) a fase demonstrativa, inaugurada pelos gregos em que o homem adquire a capacidade de deduzir resultados gerais mediante raciocínios lógicos.

Essas três fases da Geometria resumem claramente o seu processo de surgimento desde a antiguidade até os dias atuais. Assim, a história da Geometria nos leva a entender por que a Geometria Euclidiana é hoje a mais ensinada nas escolas do ensino fundamental. De acordo com esse histórico, percebemos a grande contribuição de Euclides de Alexandria para o desenvolvimento da Matemática, principalmente no que diz respeito aos conteúdos geométricos (DOLCE, 2005).

No próximo capítulo, relataremos a importância das descobertas de Euclides e de alguns desses mestres da Geometria para a Matemática no que tange ao ensino da Geometria, bem como a prática pedagógica do professor de Matemática.

### 2.3 OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Restringindo-se ao ensino da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) tem por finalidade oferecer subsídios que favoreçam em larga escala, informações necessárias e suficientes para que professores/educadores possam discutir sobre o ensino dessa área do conhecimento e suas formas de abordagem e aplicações em sala de aula para com o dia a dia.

Em continuidade, oferecer por meio de construção referencial, e prática escolar, um conhecimento matemático propício que possibilite aos indivíduos que vivem em âmbito escolar, o ingresso como cidadãos nos mais diversos campos de trabalho. A Matemática sempre esteve presente em diferentes campos da atividade

humana e isso levou a uma gama de discussões em meio à Educação Matemática, com o intuito de apontar mudanças tomadas como necessárias para adequar a vivência escolar a uma nova realidade; mudanças essas que afetariam diretamente o currículo escolar de Matemática (CRUZ, 2013).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) trouxeram no currículo de Matemática, reflexões sobre o papel fundamental dessa área do conhecimento, discutindo sobre sua natureza, principais características com a iniciativa de contribuir para a formação de uma cidadania melhor.

Os princípios básicos dos PCN' em Matemática têm por intuito provocar reflexões sobre as mudanças de conteúdos, assim como apresentar um novo pensamento filosófico no quesito ensino/aprendizagem nessa disciplina. Ainda, buscam destacar as necessidades de mudanças, principalmente nas metodologias de ensino e avaliações.

Esse novo jeito de enxergar a Matemática, mostra a tamanha importância do seu papel como meio estruturador para o desenvolvimento do pensamento dos indivíduos para sua formação básica como cidadãos. A Matemática possibilita o desempenho de forma equilibrada no desenvolvimento para a formação de mentes intelectuais, isto é, agiliza pensamento do raciocínio lógico dedutivo, a compreensão e aplicações de problemas, assim como situações da vida no cotidiano e no mundo trabalho e áreas afins (CRUZ, 2013).

Os conteúdos matemáticos, se apresentam de forma bem organizados, ou seja, em blocos, o que diferencia do modelo tradicional. Dessa forma fica evidente a organização das situações de ensino, o que permite destacar as diferentes áreas da Matemática, e conexões existentes na Matemática como Aritmética com Álgebra, Geometria com Álgebra, e externas como nos temas transversais e com as demais áreas do conhecimento (DOLCE, 2005).

Os objetivos para o ensino da Matemática, propõem levar o aluno do Ensino Básico a visualizar e enxergar aquilo que se passa em sua volta, para que se possa compreender, transformar e estabelecer possíveis relações de forma tanto qualitativas como quantitativas, assim como, comunicar-se matematicamente e desenvolver sua autoconfiança ao refazer a Matemática (DOLCE, 2005).

Assim sendo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) trouxeram avanços importantes para o ensino/aprendizagem em Matemática, tais como: diferentes formas de abordagens do conhecimento, recursos didáticos, metodologias

inovadoras. Porém, ainda se tem um grande índice negativo no quadro atual para o ensino de Matemática, mesmo amparado por todo esse material de apoio.

#### 2.4 O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL EM MEADOS DO SÉCULO XXI

A Matemática é considerada pelos alunos como uma das disciplinas mais difíceis de serem estudadas e compreendidas. Um dos grandes problemas de toda essa visão negativa pode estar ligado às didáticas de ensino utilizadas por parte dos professores de Matemática, que na sua prática, privilegiam somente as técnicas de cálculos (ROSÁRIO, 2010).

A grande parte dos alunos matriculados nas escolas públicas do Brasil possui uma enorme dificuldade em expressar o problema encontrado. Sua fundamentação básica não foi trabalhada conforme necessário, e, por esse motivo, pode ser levado a uma falta de estabilidade no aprendizado matemático, que, conseqüentemente, acarretará em prejuízo no percurso de todo o ensino básico. O ensino da Matemática tem passado por várias reformas ao longo dos anos. Porém, ainda há indícios de que muito tem de se pensar sobre o ensino dessa área do conhecimento (ROSÁRIO, 2010).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) trouxeram uma série de inovações, porém, a existência de muitos fatores internos e/ou externos, tais como, a falta de qualificação na formação profissional, as restrições relacionadas às condições de trabalho, a falta de políticas públicas efetivas no âmbito educacional, a ênfase excessiva da metodologia tradicional, as interpretações equivocadas sobre as concepções pedagógicas, entre outras, não permitiram em sua totalidade, pôr em prática de forma desejada, o que se é tem apresentado nesse documento oficial (ROSÁRIO, 2010).

Uma matéria informativa publicada no Portal Todos Pela Educação (2019), traz um estudo realizado entre os anos de 2007 e 2017, o qual mostra que o ensino da Matemática segue estagnado. Em dados percentuais, o estudo mostra que mais de 90% dos estudantes não apresentam aprendizado adequado.

O portal mostra o levantamento divulgado pelo movimento, onde, aponta-se que:

Apenas 9,1% dos alunos do ensino médio aprendem o suficiente em matemática ao concluírem o ensino médio. Os dados analisados mostram que o desempenho caiu de 9,8% para 9,1% entre 2007 e 2017.

Para o movimento “Todos pela Educação” apenas o Ensino Fundamental apresenta menos preocupações em relação ao desempenho em Matemática. O estudo aponta que 48,9% dos alunos apresentaram desempenho adequado, em comparação aos dados de 2007 que eram de 23,7%.

Diante desse quadro do estado em que se apresenta o déficit matemático, vale ressaltar que essas dificuldades apresentadas são uma continuação de um reflexo amargo que vem de heranças remanescentes. De fato, essa situação leva-se a crer que irá continuar existindo por muitas décadas, porém, não significa que nunca pode chegar a um fim. Sabe-se também que, a luta contra esse déficit não para, ela é constante (CRUZ, 2013).

Rebaixar os índices negativos desse quadro é possível. O fato é que existe um processo lento, cauteloso, que resultará em pontos positivos se todos tomassem essa guerra para si, pais, alunos, professores, políticos, enfim, todos que fazem parte do sistema de educação nacional (CRUZ, 2013).

## 2.5 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA PARA O PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

A Matemática tem sua parcela de contribuição praticamente quase que em todas as atividades do cotidiano. Esta ciência possui uma relação intrínseca na vida do homem desde a antiguidade, e isso leva a crer na certeza de que existe uma tamanha necessidade de se utilizar da História da Matemática no processo de aprendizagem em Matemática, isto é, utilizada como ferramenta, instiga e possibilita melhor aproveitamento e rendimento do estudo matemático (ROSÁRIO, 2010).

No ensino contextualizado de Matemática, os alunos adquirem conhecimentos que podem ser aplicados ou mesmo associados à situação real de seu cotidiano. A partir daí, o aluno é capaz de aplicá-lo a novas situações, e poderá ser associado para a resolução de novos problemas que apareçam (NOBRE, 2006).

O recurso da História da Matemática pode levar o aluno a compreender o desencadear de determinados assuntos matemáticos, suas origens, finalidades, como também o porquê de sua importância e utilização hoje em sala de aula. Nobre (2006, p.31) sugere partir do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos: “Ao invés de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Em vez de se ensinar o para quê, se ensina o porquê das coisas”.

A História da Matemática é vista por muitos autores como um instrumento eficaz no processo de ensino/aprendizagem em Matemática. Permite entender o conceito estudado e sua inserção nesta ciência, assim como o porquê de determinado acontecimento em certo momento histórico (MENDES, 2001).

Segundo Mendes (2001, p.18), “a matemática faz parte de um aglomerado de informações existentes no arcabouço cultural da humanidade [...]”, e assim, com o recurso de apresentar da História da Matemática, poderemos voltar aos antigos povos para compreender as necessidades e saber como foi construído esse aglomerado de informações.

A utilização da História da Matemática pode se apresentar de várias formas. A partir delas o professor de Matemática pode gerar e/ou promover atividades diferenciadas integrando a Matemática com as demais disciplinas, isto é, a interdisciplinaridade. Esta interdisciplinaridade por meio da contextualização matemática leva-se a desenvolver atividades de diversos tipos envolvendo a História Matemática, isto é, concede levar para a sala de aula, a leitura, a reflexão, a análise, o conhecimento interdisciplinar (MENDES, 2001).

Permite abordar os conhecimentos e conteúdos matemáticos de forma a favorecer o crescimento intelectual e cultural dos indivíduos envolvidos. Esse conhecimento histórico tem sua parcela de contribuição na relação existente no processo de ensino/aprendizagem em Matemática, e isto está na proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) que dizem:

A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1998, p. 40).

De acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), a história abordada em conexão com os conceitos matemáticos apresentam-se como veículo de informação cultural, sociológica e antropológica constituindo-se assim como um instrumento de grande valia no ensino de Matemática.

O incentivo e a prática em pesquisas de trabalhos matemáticos, os quais são realizados por meio da investigação histórica dos conceitos matemáticos favorecem ao desenvolvimento das relações existentes quando se tenta fazer uma ponte de ligação entre o conteúdo matemático trabalhado em sala e a aquisição desse conhecimento por parte do aluno. A história torna-se um caminho eficaz na relação professor – conteúdo – aluno (MENDES, 2001).

Dessa forma, a História da Matemática tem o poder de instigar o aluno, torna-se uma fonte de motivação, desejo para o aprendizado matemático e construção desse conhecimento que é repassado de geração em geração. É um instrumento que retira a alienação do ensino, quebra a doutrina “didática” do pensamento moderno, isto é, transforma a Matemática rígida e crua numa Matemática enriquecedora, unifica vários campos da Matemática, promove aprendizagem significativa e resgata a identidade cultural.

## 2.6 DIFICULDADES DE APENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Pelos maus resultados escolares, a disciplina Matemática, tornou-se uma fonte de preocupação para a comunidade escolar (gestores, professores, alunos, pais, comunidade) e demais responsáveis pela educação. Muitos alunos consideram a matéria um tormento (GOMES, 2010).

Quando o desgosto pela Matemática está presente em professores do Ensino Fundamental, um julgamento prévio da incapacidade de ensinar Matemática também esta presente neste docente. O professor que se sente incapaz de aprender Matemática julgará seus alunos incapazes também de aprendê-la. Aos poucos alunos que de alguma forma conseguiram entender e aprender com o professor serão especialmente considerados inteligentes (GOMES, 2010).

Se escola cultiva em seu ambiente pedagógico que a Matemática é nobre e perfeita, a disciplina passa a ser considerada como uma ferramenta de avaliação para medir a inteligência dos alunos, pois considera que esta disciplina só pode ser dominada pelos que possuem mentes privilegiadas (CARVALHO, 2011).

De certo que os pais já perceberam a importância de incentivar cada vez mais cedo seus filhos a fazer uso das tecnologias, a escola deve fazer o mesmo com seus alunos, deve incentivar e direcionar estas habilidades para um fim pedagógico, selecionando, sistematizando, criticando as informações recebidas dos canais de comunicação que a todo instante bombardeiam com conhecimentos que parecem muito mais atraentes que a aula do professor (CARVALHO, 2011).

Cabe ao professor a função de sistematizar e mediar novos conhecimentos matemáticos, possibilitando a seus alunos novas experiências de comparação e representação dos conhecimentos prévios já existentes e propor novas formas de expressão – desenhos, sinais, números, sem esquecer as tecnologias. Assim os estudantes chegarão naturalmente a noção de número natural, o mediador deve aos poucos ir incluindo a noção de cardinalidade, ordinalidade e outras sequências matemáticas que compõem o sistema numérico que usamos (GOMES, 2010).

Gomes (2010) destaca alguns pontos que o professor deve levar em consideração na hora de planejar suas aulas, levando em conta as tecnologias, o conhecimento prévio e as necessidades do aluno.

As estratégias didáticas usadas pelo professor devem levar sempre em consideração os vários tipos de alunos e o melhor canal de comunicação pelo qual recebem e assimilam as informações.

Dependendo da atitude do professor, o aluno pode vivenciar dois momentos distintos em sala de aula para aprender Matemática: no primeiro momento o professor tem a preocupação de ensinar as quatro operações básicas da Matemática, elementos com números naturais e racionais positivos e algumas definições geométricas (GOMES, 2010).

No segundo momento o professor é um participante do processo de ensino-aprendizagem que provoca a curiosidade de seus alunos e promove desafios, está sempre presente para mostrar novos caminhos, quando o aluno achar que já se esgotaram.

Motivados, os alunos interagem, discutem, trocam informações, se ajudam e acabam encontrando a solução para o desafio. Quando isso acontece a Matemática vive sua essência, a compreensão, adquirida pelo aluno por meio de seu esforço e da troca de conhecimentos que teve com o outro. Quando o aluno compreende o que fez e como fez ele se apropria do conhecimento e não esquece mais, é capaz

de ensinar aos que ainda não conseguiram. É o que Gomes (2010) chama de aprendizagem significativa, duradoura e prazerosa.

O professor participante, envolvido e também motivado com o processo de construção de seus alunos, precisa ficar atento com as informações fornecidas para que não sejam carentes e sem sentido, não propor desafios fáceis demais que não provoquem a curiosidade, ou difícil demais que desmotive o aluno a buscar soluções.

Estes fatores darão o clima para o momento da construção e da compreensão dos conceitos matemáticos (GOMES, 2010).

Durante o processo interrupto da avaliação do aluno, o professor que ensina Matemática deve perceber em que conteúdos o aluno apresenta mais dificuldades e trabalhá-las, para não interferir no desempenho em matemática.

## 2.7 PAPEL DO PROFESSOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A criança é fonte de conhecimento de sua própria aprendizagem. De seu corpo, suas emoções e de sua capacidade intelectual. Quando a criança se descobre como um ser diferente das demais, está começando a entender noções espaciais sobre o mundo e constituindo bases cognitivas para que a aprendizagem de matemática se desenvolva (CARVALHO, 2011).

Gomes (2010, p. 85) afirma que:

Na aprendizagem o sujeito é compreendido na sua totalidade. Aprende a partir do seu corpo, suas emoções, a partir da sua capacidade intelectual e do esquema referencial. Ao aprender o sujeito descobre a si mesmo ao distinguir-se como um eu diferente dos demais e do mundo. Portanto, há uma aprendizagem da realidade interagindo com a aprendizagem de si mesmo.

No primeiro momento com uma interpretação precoce desta frase, pode sugerir que a aprendizagem não necessite de um mediador entre a criança e o conhecimento, mas com um pouco mais de reflexão, percebemos que a expressão “ninguém educa ninguém”, na realidade está quebrando a hegemonia e a imagem de um professor detentor do saber. “Ninguém educa a si mesmo”, nos remete a globalidade da aprendizagem e da necessidade do outro para que ela aconteça. A educação não acontece somente entre as quatro paredes de uma sala de aula, ou entre o professor e o aluno. “os homens se educam entre si, mediatizados pelo

mundo” demonstra bem, que a aprendizagem transcende os muros da escola como um objeto que se materializa na consciência do aluno que aprende com as relações sociais (CARVALHO, 2011).

Para o professor, é muito importante entender que a aprendizagem caminha junto com o crescimento da criança. A escola deve promover a independência da criança para que seja capaz de transferir o afeto familiar para seus novos colegas e professores, possibilitando a socialização, o desenvolvimento do pensamento e o contato com a realidade (CARVALHO, 2011).

Segundo Kamii (2001 p.72) “autonomia significa ser governado por si mesmo. É o oposto da Heteronomia, que significa ser governado por outra pessoa”.

O aluno deve, desde cedo, entender que o erro é admissível, para que o medo do fracasso não o impeça de prosseguir. O professor deve cuidar para que o aluno tenha uma relação saudável com o objeto de aprendizagem, observar seus sentimentos e emoções, ajudá-lo a colocar em palavras o que sente e o que pensa. É por meio desta ajuda que o professor acompanha o aluno na construção de significados para dar sentido ao que aprende. Segundo Gomes (2010, p.86) “O Verdadeiro forjador do processo de conhecimento é o aluno, é ele quem vai construir os significados. A função do professor é ajudá-lo nessa tarefa”.

É o professor que através de suas atividades ajudará o aluno na maturação de seu eu e na estruturação psíquica e cognitiva, para que saibam responder as necessidades do meio, sabendo o que fazer e como fazer. A intervenção do docente proporcionará o desenvolvimento da cognição quando, o aluno perceber qual estratégia o levou ao conhecimento e em que momento isto aconteceu. Esta análise permitirá que ele perceba que tipos de operações mentais foram usadas para se apoderar da aprendizagem e sempre que necessário, as repetirá (CARVALHO, 2011).

Como disse Carvalho (2011, p. 89) “[...] a consequência mais desastrosa” da promoção da matemática como uma disciplina perfeita, privilégio de poucas cabeças foi a passividade total do aluno que por considerar esta disciplina como autoritária, esperam do professor a ordem para fazer e como fazer. Este paradigma impede qualquer princípio de aprendizagem de se tornar significativa.

Segundo PCN’ (2006, p. 36):

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa a sua prática. Dentre elas, destaca-se a história da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para construção das estratégias de resolução.

No entanto antes de iniciar um determinado conteúdo, o professor deve não só conhecer este assunto, mas ter uma visão ampla para que consiga planejar uma estratégia pedagógica que atinja a vida pra fora dos muros da escola e permita que seu aluno vivencie a experiência de sentir-se capaz de aprender matemática, para que possa construir seus próprios conceitos matemáticos organizando-os e sistematizando-os em uma linguagem própria.

Vivenciar experiências do dia-a-dia no ambiente escolar não quer dizer repetir na sala de aula, o que o aluno faz fora da escola, mas quer dizer levar o aluno a encontrar uma função, um sentido, aquilo que o professor lhe ensinou. É permitir que o aluno identifique o que aprendeu na escola em suas funções diárias, como por exemplo: ao fazer uma compra e receber o troco, que ele perceba que esse troco se originou de uma operação matemática chamada “subtração”, que ao vender 10 laranjas por R\$ 0,25 cada e receber R\$ 2,50 no total, ele saiba que pode efetuar uma conta de multiplicar para resolver esta situação problema (PARRA, 2006).

Usando situações problematizadas, o professor faz com que os alunos usem os conhecimentos adquiridos de suas vivências, para resolvê-las e cria ambiente motivador para aos poucos introduzir a linguagem matemática mais científica. Com essa estratégia o aluno fará relações de maneira significativa da matemática e sua utilidade no mundo em que vive (PARRA, 2006).

Parra (2006, p.10) chama a atenção dos professores, para que busquem um conhecimento globalizado do mundo exterior e de sua possível evolução para os anos futuros, e depois pesquisem como os conteúdos ensinados em sala de aula podem ser proveitosos para melhorar atuação não só do aluno, mas de toda a sociedade nesta nova realidade, que está em constante transformação.

O professor deve estar alerta e preparado para adaptar sua forma de ensinar, suas estratégias, a evolução das mudanças globais que afetam o ambiente escolar como um todo. Caso isto não aconteça, os alunos sentirão pouca atração pelas

atividades de sala de aula e optarão por outras fontes de conhecimentos mais comuns a sua vida diária. É muito comum o professor dar aula enquanto os alunos escutam músicas, tiram fotos, enviam torpedos e acessam a internet pelo celular (CARVALHO, 2011).

Se a escola não observar o que está acontecendo em seu entorno ou até mesmo bem mais longe dele, os alunos perceberão. Segundo Parra (2006, p. 12): “[...] Os alunos se afastaram dos ensinamentos do professor para acreditar mais no mundo simplificado da ciência-ficção que encontram nas historinhas das revistas ou nos filmes do cinema e da televisão”.

Sem maturidade psicológica suficiente, os alunos não percebem que esse tipo de conhecimento que adquirem de maneira prazerosa não lhes serão úteis para atuarem em sociedade. O problema segundo o autor está na concepção de educação que a escola criou: “educar para um mundo ideal” que se perde com a evolução das mudanças que afetam tanto as condições materiais de vida como o espírito dos alunos. A educação informal dos meios extraclasse caminha em um curso muito mais rápido, bombardeada pelos meios de comunicação (CARVALHO, 2011).

## 2.8 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Segundo orientações dos PCN´ (2006, p.32), os problemas de Matemática significam:

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, problemas são situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.

Um problema bem elaborado que consiga envolver o aluno em um ambiente de curiosidade funcionará como um incentivo para que se busque a resposta, que de início está oculta, no entanto é possível construí-la. A situação de onde se origina o problema deve estar em uma sequência de ações e operações que levem a obter o resultado.

Considera-se a resolução de problemas, como uma habilidade cognitiva da pessoa, como afirma Carvalho (2011, p. 82) “um problema é uma situação onde ocorre um desequilíbrio, ou seja, que exige uma solução não imediata, mas para qual dispomos de meios intelectuais de resolução”.

Para que o aluno possa resolver um problema matemático, precisa antes compreender o significado de cada operação matemática (somar, subtrair, multiplicar, dividir) e suas utilidades na vida diária, assim não terá grandes dificuldades na resolução dos mesmos. Ainda assim, há crianças que encontram dificuldades com problemas matemáticos devido a compreensão do texto, ou pela dificuldade de organizar as etapas do problema de uma forma que possa ser resolvido. A compreensão lógica do texto do problema e o raciocínio abstrato que é usado para resolvê-lo são importantes. Alunos que apresentam dificuldades nestas áreas precisaram de ajuda nesta etapa (CARVALHO, 2011).

Outros problemas que afetam os alunos na hora de entender e resolver problemas são as dificuldades com espaço-temporais, que aparecem quando vão resolver problemas com cálculos de distância, tempos, superfícies (conceitos geométricos e de medida).

Para Parra (2006, p. 43) “Só existe aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema para resolver...”, quer dizer, quando o aluno reconhece o novo conhecimento como um desafio, torna-se um pesquisador e encontrar a resposta para uma pergunta, é o fator de motivação para pesquisar.

Carvalho (2011, p. 82), concorda “não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas.” O professor deve tornar a situação problema tão interessante que motive a turma à pesquisa da solução. Nesta perspectiva não existe aula de resolução de problemas. O ambiente da aula deve ser num clima desafiador repleto de propostas problematizadoras, elaborada com conhecimentos matemáticos vivos. A solução de situações problemas suscita novos problemas.

O papel do professor para Carvalho (2011) é o de saber selecionar situações para que durante ou após a aula, os alunos possam transformar as perguntas em problemas, como nos exemplos citados anteriormente. Ser flexível para aceitar as várias formas de solucionar o problema, encontradas pelos alunos e pedir que façam suas representações dos procedimentos elaborados. Deve garantir constantes discussões dos procedimentos que for sendo elaborados tanto nos pequenos grupos

como na classe toda. Dessa forma, o conhecimento matemático torna-se evidente para todos de maneira dinâmica e em constante reversibilidade.

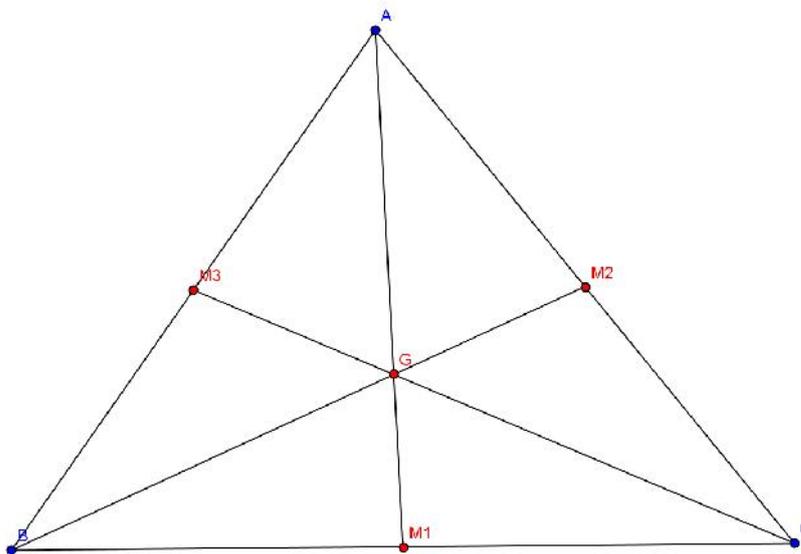
## 2.9 CONCEITOS ABORDADOS NOS QUESTIONÁRIOS.

Uma ceviana de um triângulo é qualquer segmento com uma extremidade em um vértice e a outra na reta que contém o lado oposto àquele vértice. As principais cevianas de um triângulo são:

### Mediana e Baricentro:

Mediana é uma ceviana que tem como uma das extremidades o ponto médio do lado oposto a um determinado vértice. Cada triângulo possui três medianas.

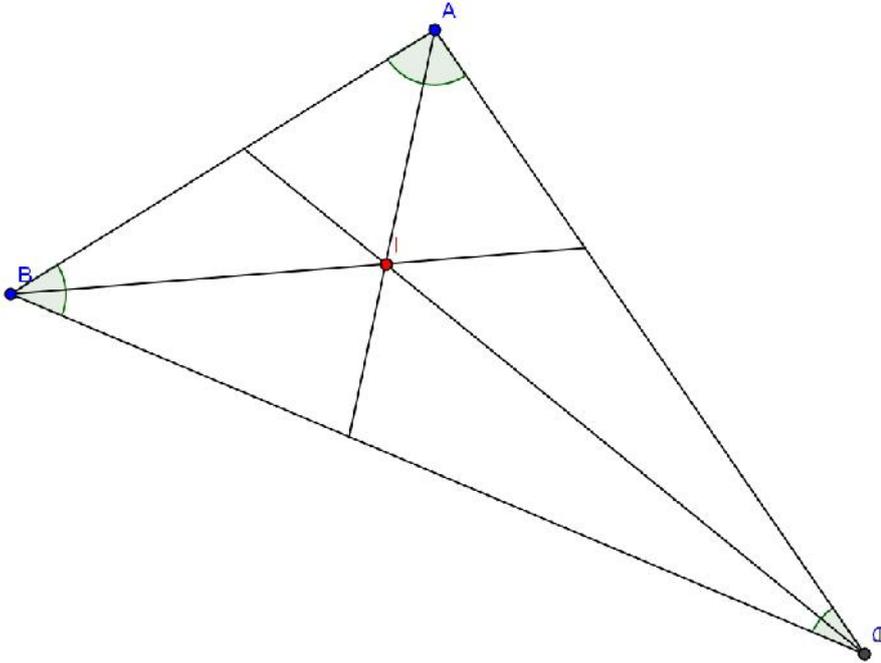
Baricentro é o nome dado ao ponto de encontro das três medianas de um triângulo. E ele divide a mediana em duas partes tais que a parte que contém o vértice é o dobro da outra.



### Bissetriz e Incentro:

Bissetriz é uma ceviana contida na bissetriz (reta que divide um ângulo em dois ângulos de mesma medida) de cada ângulo interno do triângulo.

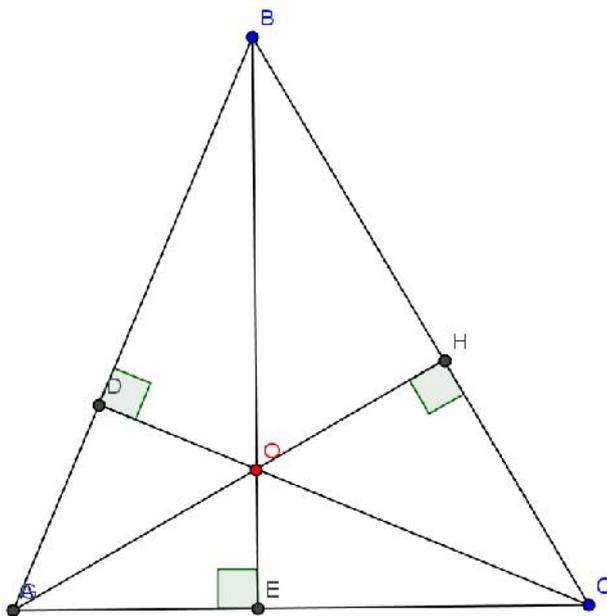
Incentro é o ponto de intersecção entre as três bissetrizes internas de um triângulo.



### Alturas do triângulo e Ortocentro:

As alturas de um triângulo são cevianas perpendiculares a cada lado do triângulo.

Ortocentro é o ponto de intersecção entre as três alturas de um triângulo.

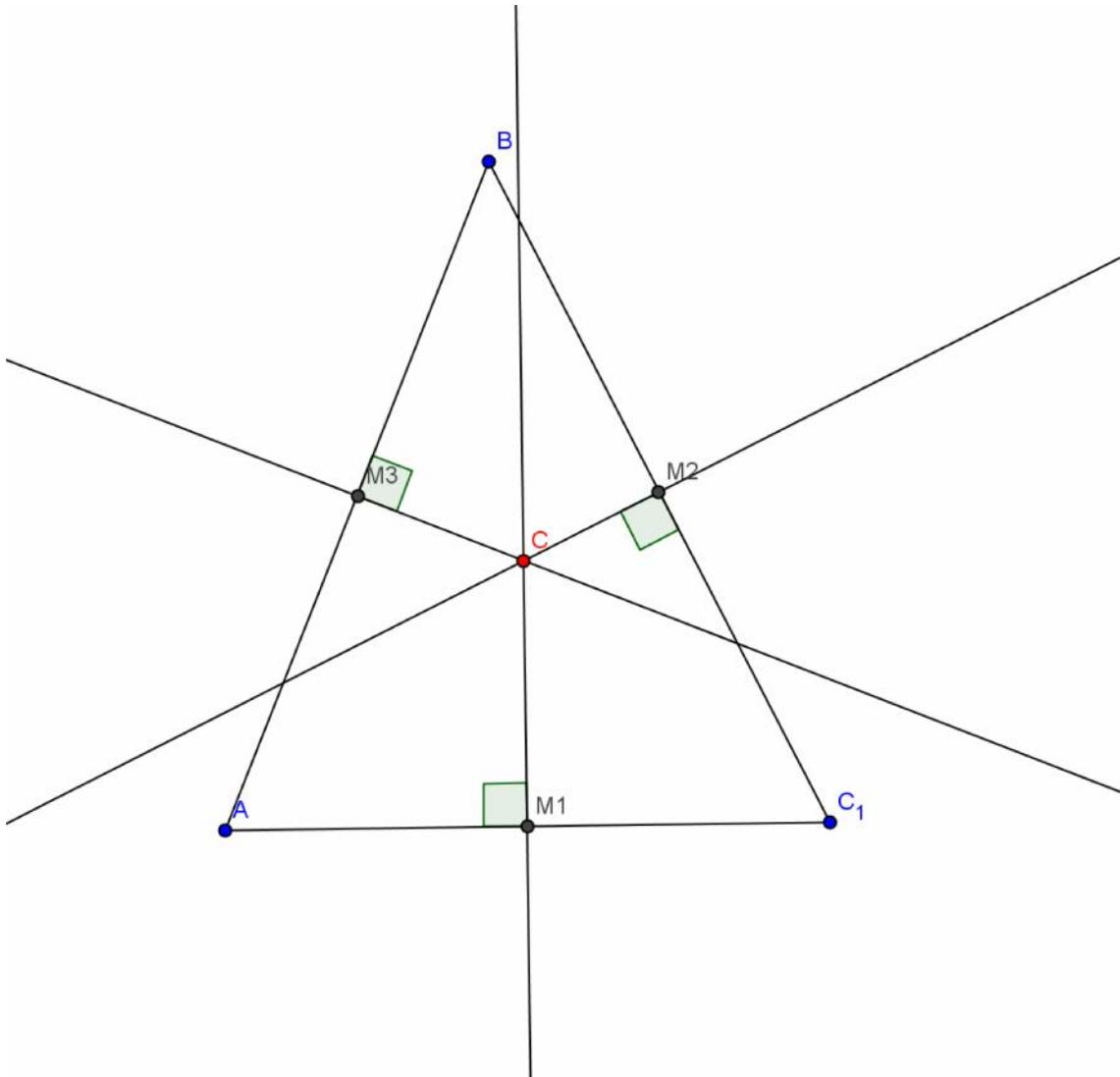


### Mediatrizes e Circuncentro:

A mediatriz de um segmento é o lugar geométrico dos pontos no plano que são equidistantes das extremidades desse segmento.

Circuncentro é o ponto de intersecção entre as mediatrizes dos lados do triângulo.

Nota: As mediatrizes não são cevianas, portanto o circuncentro não é um ponto de encontro das cevianas.



### 3 O ENSINO DA GEOMETRIA: TEORIA E PRÁTICA

A aprendizagem geométrica é construída a partir da ação do sujeito no seu mundo, ou seja, o que se percebe, o que representa e o que concebe da experiência. Para tanto, práticas pedagógicas devem ser atuadas em sala de aula. Uma delas, por exemplo, é o trabalho realizado através de projeto de pesquisa, tão bem fundamentado por Jorge Martins. A pesquisa relacionada com os conteúdos a serem ensinados levará o aluno a uma aprendizagem mais eficiente, pois a descoberta da realidade será feita por ele próprio. Segundo ele:

A missão do educador é ser facilitador do crescimento de seus alunos, contribuindo desse modo, para que as gerações futuras possam usufruir uma existência mais digna. O verdadeiro método estratégico é não dar a resposta pronta ou a solução aos problemas encontrados pelos alunos, mas orientá-los a investigar, alimentando-lhes o prazer de descobrir pela pesquisa e pelo próprio esforço, as respostas que querem. (MARTINS, 2001).

Para Libâneo (2000), as exigências educacionais contemporâneas requerem do professor, novas atitudes docentes. Segundo ele, uma delas é o professor conhecer estratégias do ensinar a pensar e ensinar a aprender. No entanto, ele também afirma que é necessário que o professor use e abuse de estratégias para alcançar este objetivo. Portanto, essas estratégias também podem estimular o estudo dos conceitos geométricos.

Diante disso, a conceituação geométrica se realiza em três níveis: da percepção (nível sensorial), que está atrelado ao sentir, ao vivenciar, ao perceber o espaço em que vive; da representação mental (nível simbólico), que tem a ver com a representação de formas; e da concepção (nível conceitual), ou seja, o entendimento empírico, o conhecimento. (PIAGET, apud TP 6 Gestar 2007, p. 95-96).

A dimensão psicológica da ação na construção do conceito geométrico vai ao encontro da perspectiva teórica de Vygotsky (1987, p.57) sobre o papel da ação do sujeito no desenvolvimento conceitual (processo de conceituação), assim como reforça a ideia do conceito como ferramenta para a ação transformadora do meio pelo sujeito.

A partir da consideração das necessidades do indivíduo e do seu conteúdo sociocultural contemporâneo, o referido grupo de pesquisa propôs três categorias

para o estudo da Geometria no currículo, de forma a ampliar a visão desta, permitindo assim tratar de conceitos geométricos até então desconsiderados pela escola (LORENZATO, 2012).

Em relação ao que se ensina de Geometria, deve ser feito um levantamento dos conteúdos que tem sido realmente trabalhado em salas de aula, o que tem sido proposto para o ensino de Geometria nas propostas curriculares (tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais), livros didáticos e outras publicações e o confronto entre a prática, as propostas e as publicações (LORENZATO, 2012).

Quanto aos conhecimentos de Geometria dos professores, esses devem ter sua atenção voltada para conhecimentos geométricos que, consciente ou inconscientemente, eles próprios veiculam, focalizando por outro ângulo suas próprias linguagens e saberes, bem como, as suas percepções em relação às formas geométricas na natureza e nas construções forjadas pela atividade humana, como também, investigarem quais os elementos e propriedades geométricos que são trabalhados na Escola Fundamental e quais destes eles dominam (LORENZATO, 2012).

Recentemente, o ensino de Geometria ressurgiu vigorosamente, desta vez valorizando a experimentação, por meio da utilização de imagens ou de materiais manipuláveis, os quais facilitam a redescoberta de propriedades e a formação de conceitos pelos alunos (LORENZATO, 2012).

Com o passar dos anos a geometria escolar ganhou forças. Novas metodologias no ensino de Matemática surgiram, o uso da informática e softwares, materiais manipuláveis e laboratórios de ensino de Matemática ganharam espaço contribuindo para uma melhor visualização dos elementos geométricos. Essa visualização é indispensável para a formação de conceitos e organização do pensamento, pois o processo de visualização dos elementos geométricos permite ao aluno, proceder com o pensamento lógico-dedutivo sobre o objeto, mesmo ele não estando ao seu alcance visual, e em seguida agir de acordo com seus objetivos (LÚCIA, 2008).

Lúcia (2008) trata da realidade do ensino de Geometria e expõe a visualização como um elemento primordial ao desenvolvimento do aluno, uma vez que ele próprio deve ser formador de conceitos, dando ao professor o papel de mediador que contribui para a atribuição de significados.

Para que os alunos possam visualizar, formular conceitos e criar definições, é preciso que estes vivenciem a Matemática, que a utilizem para o dia-a-dia e compreendam que ela não é uma disciplina separada do mundo físico e sim uma ferramenta necessária para o entendimento das formas e acontecimentos que o compõem, ou seja, que está presente: na Arquitetura, nas Artes, nas Ciências Biológicas, na Física, na Química, na natureza e em todos os campos do conhecimento (LÚCIA, 2008).

Para o sucesso escolar é importante que os aspectos cognitivos do aluno estejam bem desenvolvidos ou se desenvolvam gradativamente durante o período estudantil. Muitas partes do ensino de Geometria precisam de um bom grau de abstração. Em vários momentos, é preciso que a imagem dos elementos venha à mente a fim de que se possam trabalhar esses elementos aritmeticamente. Esse é um grande problema que os professores encontram no ensino, pois os alunos não estão preparados para trabalhar algumas situações que necessitem desse tipo de habilidade (LÚCIA, 2008).

### 3.1 A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

É importante que os alunos possam entender as formas e propriedades do mundo que o cerca, pois, em todas as construções do homem, as figuras geométricas estão presentes.

Para compreender, descrever e representar o mundo em que vive, o aluno precisa, por exemplo, saber localizar-se no espaço, movimentar-se nele, dimensionar sua ocupação, perceber a forma e o tamanho de objetos e a relação disso com seu uso (BRASIL, 1997, p.49).

Além de representar a base para a compreensão do mundo, a Geometria também possibilita aos alunos despertarem e aperfeiçoarem uma série de habilidades importantíssimas para o desenvolvimento cognitivo e formação pessoal. O processo de ensino-aprendizagem de Geometria contribui para o aprimoramento do raciocínio lógico e dedutivo, abstração e a organização do pensamento.

### 3.2 LEG: LABORATÓRIO DE ENSINO DE GEOMETRIA

Assim como o LEM (Laboratório de Ensino de Matemática), o LEG é um ambiente favorável ao trabalho docente. Nele podem-se preparar aulas, construir materiais, desenvolver atividades, etc. Os materiais produzidos ou adquiridos pelo LEG têm a finalidade de proporcionar que o processo de ensino e aprendizagem se realize de forma mais significativa para o discente, uma vez que ele partirá do concreto para o abstrato. O LEG incentiva ações positivas como despertar o gosto pela Matemática através do processo de fazer matemática, o que incentiva o espírito investigativo proporcionando a busca por propriedades e formulação de conceitos importantes para a compreensão.

Podemos encontrar alguns autores que veem no LEG uma proposta bastante satisfatória para o ensino, dentre estes autores ganham destaque Kaleff (2003), a qual criou um LEG, que trata do desenvolvimento de materiais e métodos para incrementar as habilidades geométricas com ênfase na habilidade da visualização e na educação inclusiva do deficiente visual.

O LEG também é trabalho de Rêgo (2012). Em seu livro destaca as habilidades que podem desenvolver o LEG, que são a percepção espacial, representação de um sistema de propriedades e figuras, o domínio de uma linguagem de representação gráfica das figuras e formas geométricas e o estudo de medidas.

Os materiais que fazem parte do LEG podem ser materiais concretos ou virtuais. Quando se tratam de materiais concretos, estes podem ser encontrados em lojas ou papelarias. Podemos citar: o material dourado, poliminós, esquadros, compasso e outros. O professor e os próprios alunos podem confeccionar alguns materiais através de oficinas. Nesta perspectiva, Rosa Neto (1988, p. 45) destaca que: A ação de produzir o material é mais importante que o próprio material produzido.

Ao construir seus próprios materiais, os alunos estão construindo o próprio conhecimento, descobrindo e redescobrando as propriedades. Essa atividade se torna um processo bastante útil para formação de conceitos e definições.

A utilização dos materiais concretos ou virtuais pode se tornar um processo bastante atraente e motivador, a aula tem um seguimento diferenciado e o aluno passa a dar atenção para o novo, o diferente. O professor utilizar esses recursos

apenas como recursos manuseáveis e visuais pode ser insuficiente para que o aluno construa conceitos e definições embasadas na descoberta de propriedades matemáticas que os modelos possuem. Todos os processos envolvidos sobre os materiais podem ser discutidos. Os alunos devem refletir, questionamentos devem surgir e assim a aprendizagem significativa poderá ser realmente efetivada (LÚCIA, 2008).

### 3.3 SOFTWARES, JOGOS E MODELAGEM

Quando nos referimos a materiais metodológicos concretos e manipuláveis, estamos nos referindo também à tecnologia, em especial os softwares, pois são vários os programas computacionais que desempenham o papel de recursos didáticos manipuláveis. Vários softwares matemáticos tratam do ensino de Geometria e podem ser encontrados facilmente na internet, alguns fáceis de serem manuseados e outros um pouco mais complicados. Podemos encontrar Cabri-Geomètre II (TM), e o GeoGebra como recursos, que possibilitam a criação e exploração de objetos geométricos (POCHO, 2009).

Os jogos também possuem lugar no LEG. Estes são considerados recursos didáticos úteis, pois despertam no aluno habilidades como concentração, análise, dedução, reflexão e estruturação do raciocínio lógico além de promover a cidadania e interação social (POCHO, 2009).

A modelagem matemática como recurso didático proporciona situações problemas satisfatória para a construção do conhecimento. A modelagem transforma problemas reais em problemas matemáticos, cujas soluções devem ser interpretadas como uma linguagem em que todo o caminho para se chegar à solução é valorizado. Para Bassanezi (2002, p.16), Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Essa metodologia proporciona a interdisciplinaridade. As situações problemas que envolvem modelos são variadas, não se limitam apenas ao campo matemático. Podemos encontrar a modelagem na biologia, na física, na construção civil e em vários campos científicos. Nesse seguimento podemos modelar varias situações que envolvem a geometria como o alvo da modelagem (POCHO, 2009).

### 3.4 DIFICULDADES NO USO DOS MATERIAIS

O uso de metodologias diversificadas podem ser ferramenta bastante útil no trabalho dos professores de Matemática no ensino de Geometria, garantindo aos alunos maior facilidade no entendimento de certas propriedades e o desenvolvimento da visualização e abstração.

É muito comum encontrar professores de matemática usando o mesmo método de ensino tradicional, na qual o professor expõe o conteúdo no quadro de forma direta, explica para os alunos e os coloca diante de vários exercícios mecânicos, muitas vezes desligados da realidade dos alunos.

Alguns fatos podem contribuir para que os professores optem por não usar materiais concretos como recursos didáticos para o ensino de Matemática em sala de aula. Citemos alguns:

- Os materiais para os recursos didáticos em muitos casos chegam a ser caros. É nesse momento que o professor pode propor aos alunos criar oficinas de matemática para confeccionar materiais para o auxílio à aprendizagem. Assim o aluno será participante ativo no processo de construção da matemática além de estar participando de uma aula dinâmica e diferenciada.
- Não podem ser usados em todos os momentos e assuntos. Para usar alguns materiais é preciso tempo, geralmente para o manuseio, a observação e a construção dos materiais didáticos. O professor e os alunos precisarão de um tempo maior, pois nessas aulas estão presentes as análises dos materiais e das construções e, o conteúdo dá uma pausa leve em seu percurso.

Se utilizados em turmas numerosas, o processo de construção dos materiais é substituído pelo ver. Os alunos apenas observam os materiais apresentados pelo professor, não tendo a chance de construí-los.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 TIPO E LOCAL DE ESTUDO

Este estudo de pesquisa, descritiva, explicativa trata-se do estudo de caso que foi realizado junto à escola situada em Osasco com os alunos da referida instituição, no qual responderam ao questionário estruturado, com objetivo de construir os conceitos de cevianas e pontos notáveis de um triângulo.

Na pesquisa descritiva concretiza-se o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos do mundo físico sem a intervenção do pesquisador. São modelos de pesquisa descritiva as pesquisas mercadológicas e de opinião (BARROS; LEHFELD, 2007).

No que se refere a pesquisa explicativa, são registrados os fatos, analisados, interpretados e identificados suas causas. Tal prática pretende expandir generalizações, deliberar leis mais extensas, estruturar e deliberar modelos teóricos, catalogar proposições em uma visão mais unitária do universo ou âmbito produtivo em geral e gerar hipóteses ou ideias por força de dedução lógica (LAKATOS; MARCONI, 2011).

Duarte e Barros (2006, p. 216) definem estudo de caso como “análise intensiva, empreendida numa única ou em algumas organizações reais.” Deste modo, percebe-se que o estudo de caso congrega, tanto quanto possível, elementos numerosos e detalhados para apreender a totalidade de uma situação.

### 4.2 PARTICIPANTES

Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, turmas A, B, C, D e E.

### 4.3 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO

Todos os alunos que estiveram presentes no dia da coleta de dados, ou seja, no dia da aplicação do projeto, bem como também aqueles que responderam os 6 questionários propostos.

#### 4.4 INSTRUMENTOS

Foram utilizados 6 questionários com perguntas subjetivas, nos quais tinham como objetivo primário, colher o que o aluno sabe, sobre os assuntos a serem trabalhados a fim de construir o conceito das cevianas. Depois realmente levar o aluno através dos questionamentos, a construir tais conceitos. Os questionários foram pensados para que o aluno fosse aos poucos construindo os conceitos, porém levando em consideração seus conhecimentos prévios. A cada questionário, retomamos os conceitos e reafirmamos o que é significativo. Depois de cada entrega, foi feita uma análise das respostas com os alunos, para que houvesse uma recuperação contínua dos conteúdos. Ao final, o objetivo é construir por meio desses questionários, os conceitos: altura, mediana e bissetriz, assim como alguns pontos notáveis dos triângulos: ortocentro, baricentro e incentro.

#### 4.5 PROCEDIMENTOS

Os questionários foram distribuídos aos alunos, onde foram explicados os procedimentos a serem seguidos. Foi ainda informado aos alunos que as informações fornecidas seriam de uso exclusivamente acadêmico e seriam rigorosamente sigilosas, mediante assinatura do Termo de Compromisso do Pesquisador.

#### 4.6 ANÁLISE DOS DADOS

Os dados foram analisados e discutidos de modo qualitativo, tendo em vista que foram utilizados os resultados obtidos com as respostas dadas pelos alunos para fundamentar a presente pesquisa e discuti-los baseado no que diz os pesquisadores.

De acordo com cada resposta dada pra cada situação, foi feita a discussão à luz da literatura pertinente ao tema.

#### 4.7 RESULTADOS ESPERADOS

O aluno deve ser capaz de diferenciar as cevianas (altura, mediana e bissetriz), saber suas características, de tal forma que seja capaz não só de construir geometricamente como conceituar com precisão.

O aluno deve construir o conceito de altura, afirmando a importância da perpendicularidade para tal. No que diz respeito à mediana, esperasse que o aluno associe ao segmento que incide no ponto médio  $E$ , por fim em relação a bissetriz, que ele entenda que essa ceviana divide um ângulo exatamente ao meio.

Em relação aos pontos notáveis, o aluno será levado a pesquisar os nomes desses encontros das alturas, medianas e bissetrizes que resultam nesses pontos tão importantes para o estudo da Geometria.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a aplicação dos questionários, foi possível chegar aos resultados e por conseguinte, discuti-los. O questionário foi aplicado aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, nas turmas A, B, C, D e E, contudo, dentre os 160 alunos, apenas 48 responderam os 6 questionários. Com isso, a seguir, serão ilustrados os resultados obtidos após a aplicação do questionário 1.

O questionário 1 funcionou como um questionário diagnóstico. Composto por conceitos que são base para o nosso objetivo. Ao final do questionário 1, todos os conceitos foram retomados e explicados um a um, principalmente no que tange ao fato de separar reta de semirreta e de segmento.

O questionário 1 buscou, não por conceitos formais, mas sim por ideias de conceitos, já que os alunos não terão acesso a nenhuma ferramenta de pesquisa, sendo assim cada aluno responderá com suas palavras.

**Tabela 1** – Resultados do questionário 1

<b>QUESTIONÁRIO 1</b>		<b>N</b>	<b>%</b>
<b>QUESTÃO 1</b>			
ACERTOS		43	89,5%
ERROS		05	10,5%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 2</b>			
ACERTOS		09	18,7%
ERROS		39	81,3%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 3</b>			
ACERTOS		10	20,9%
ERROS		38	79,1%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4<sup>a</sup></b>			
ACERTOS		31	64,6%
ERROS		17	35,4%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4b</b>			
ACERTOS		22	45,9%
ERROS		26	54,1%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4c</b>			
ACERTOS		33	68,7%
ERROS		15	31,3%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>

Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

O questionário 2 foi composto por 5 questões, a primeira buscou averiguar os conhecimentos que os estudantes já possuem sobre altura, apresentando imagens de objetos conhecidos. A intenção é que eles pudessem verificar que, em alguns momentos, quando o objeto está perpendicular ao solo, basta medir a figura, mas quando a figura tem inclinação, como acontece no paralelogramo, é necessário obter a altura a partir de um novo segmento.

A questão 2, visou reforçar a importância da perpendicularidade para o conceito altura. A questão 3, teve como propósito construir o conceito de altura. E ela trouxe um triângulo obtusângulo, cuja altura em relação ao solo está fora da figura, o que faz com que o aluno tivesse que elaborar procedimentos para obter essa perpendicular em relação ao solo. A questão 4 complementou a questão 3, pois nessa questão o aluno deveria transcrever o passo a passo do procedimento utilizado na questão 3. Na questão 5, o aluno mostrou se realmente construiu o conceito de altura, nela ele deve responder quantas alturas possui um triângulo. Percebeu-se que a construção do conceito de altura é base para responder corretamente essa questão.

**Tabela 2 – Resultados do questionário 2**

<b>QUESTIONÁRIO 2</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>QUESTÃO 1</b>		
ACERTOS	32	66,7%
ERROS	16	33,3%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 2</b>		
ACERTOS	-	-
ERROS	48	100%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 3</b>		
ACERTOS	17	35,5%
ERROS	31	64,5%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4</b>		
ACERTOS	25	52%
ERROS	23	48%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 5</b>		
ACERTOS	11	33%
ERROS	37	77%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>

Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

Paralelo ao questionário dois, foi desenvolvido com os alunos um projeto chamado: "Estimando Alturas". Esse projeto tem como objetivo auxiliar na construção do conceito de altura e também no entendimento da importância da perpendicularidade para o mesmo.

Desenvolvimento do Projeto: Os alunos separados em trios trouxeram em data marcada: 1 trena e 1 celular, para desenvolvermos o projeto. O projeto consistiu em escolher um aluno do trio, como aluno modelo. Medir o aluno modelo; Sair no ambiente escolar tirando fotos do aluno modelo ao lado de objetos altos; Em sala, foram reproduzidas as fotos através do data show; Medida as alturas: do aluno e do objeto (Figura 1); Finalizado com regras de três, estimando assim, as alturas reais dos objetos fotografados. Nas figuras 1 a 6, pode-se observar algumas imagens feitas pelos alunos para nosso projeto:

**Figura 1** – Imagem feita pelos alunos na quadra



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2020)

**Figura 2** – Imagem feita pelos alunos em frente ao Sesi



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2020)

**Figura 3** – Imagem feita pelos alunos em ambiente externo



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2020)

**Figura 4** – Imagem feita pelos alunos em ambiente externo



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2020)

**Figura 5** – Imagem feita pelos alunos nas dependências do SESI



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2020)

**Figura 6** – Imagem feita pelos alunos em sala de aula



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2020)

Após a entrega dos questionários, todas as questões foram resolvidas na lousa e foi reforçado com eles o fato de ser possível traçar uma altura a partir de cada vértice do triângulo. Nesse momento, oralmente, todos responderam que seriam três alturas possíveis, já que associaram com o número de vértices do triângulo.

Logo, pode-se exibir um exemplo do desenvolvimento feito pelos alunos a partir do projeto “Estimando Alturas”:

Altura Real da Aluna	Altura da aluna (na foto)	Altura da sala (na foto)
1,62m	13cm	23cm

Conta feita para estimar a altura da sala:

	Altura Real	Altura na Foto
Aluna	1,62m	13cm
Sala	X	23cm

**Assim:**

$$\frac{1,62}{x} = \frac{13}{23}$$

$$13x = 1,62 \cdot 23$$

$$13x = 37,26$$

$$x = \frac{37,26}{13}$$

$$x \cong 2,9m$$

O questionário 3 foi composto por 4 questões.

Na questão 1, o aluno deveria traçar o ponto médio em cada segmento (lado) do triângulo dado. O aluno que já sabe fazer com o uso de régua e compasso deve utilizar essas ferramentas, mas o aluno que não sabe pode fazer apenas com a régua.

Na questão 2, o aluno foi levado a construir as medianas do triângulo, apenas com instruções, sem citarmos no enunciado o nome desse segmento.

Já na questão 3, o aluno deveria pesquisar o nome dado ao segmento construído na questão anterior.

Finalizando esse questionário com a questão 4, que consiste em construir com régua e compasso, um triângulo qualquer e suas três medianas.

**Tabela 3 – Resultados do questionário 3**

<b>QUESTIONÁRIO 3</b>		<b>N</b>	<b>%</b>
<b>QUESTÃO 1</b>			
ACERTOS		44	91,6%
ERROS		04	8,4%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 2</b>			
ACERTOS		43	89,5%
ERROS		05	10,5%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 3</b>			
ACERTOS		40	83,3%
ERROS		08	6,7%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4</b>			
ACERTOS		43	89,6%
ERROS		05	10,4%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>

Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

Ao analisar a tabela 3, percebe-se que, a quantidade de acertos dos alunos nas questões do questionário 3 foram superiores, em relação aos erros. Isso nos revela que a sequência didática aplicada neste estudo colaborou para esse alto nível de acerto dos alunos.

O questionário 4 foi composto por 9 questões, as 5 primeiras questões eram instruções simples que levavam o aluno a construção da mediatriz, a questão 6 tratava-se do ângulo de  $90^\circ$  que era formado entre a reta mediatriz e o segmento AB construído, as questões 7 e 8 tratavam a questão da equidistância de um ponto da mediatriz em relação aos extremos A e B do segmento construído e por último, na questão 9 o aluno deveria pesquisar o nome dado a essa reta, a mediatriz.

**Tabela 4 – Resultados do questionário 4**

<b>QUESTIONÁRIO 4</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>QUESTÃO 1</b>		
ACERTOS	48	100%
ERROS	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 2</b>		
ACERTOS	48	100%
ERROS	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 3</b>		
ACERTOS	48	100%
ERROS	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4</b>		
ACERTOS	48	100%
ERROS	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 5</b>		
ACERTOS	48	100%
ERROS	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 6</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 7</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>

<b>QUESTÃO 8</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 9</b>		
ACERTOS	45	94%
ERROS	03	6%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>

Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

Em relação a tabela 4, pode-se observar que nas questões 1, 2, 3, 4 e 5 do questionário 4, todos os alunos acertaram, e nas questões 6, 7 e 8, apenas um não respondeu corretamente, na questão 9, apenas três também não responderam corretamente.

O questionário 5 foi composto por 9 questões, as 5 primeiras eram instruções passo a passo para a construção da bissetriz de um ângulo qualquer. Na questão 6 o aluno deveria pesquisar o nome dado a construção feita, bissetriz. A questão 7 consistia em conceituar a equidistância entre os lados do ângulo e a bissetriz desse ângulo. As questões 8 e 9 transferem o conceito de bissetriz de um ângulo para bissetrizes internas a um triângulo.

**Tabela 5 – Resultados do questionário 5**

<b>QUESTIONÁRIO 5</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>QUESTÃO 1</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 2</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 3</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>

<b>QUESTÃO 5</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 6</b>		
ACERTOS	45	94%
ERROS	03	6%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 7</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 8</b>		
ACERTOS	45	94%
ERROS	03	6%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 9</b>		
ACERTOS	37	77%
ERROS	11	23%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>

Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

A tabela 5, ilustra os resultados obtidos após aplicação do questionário em sala de aula, e com isso, a mesma nos revela que, nas questões 1, 2, 3, 4, 5 e 7, houve apenas um aluno que respondeu incorretamente, já nas questões 6 e 8 apenas 3 alunos não responderam corretamente e na questão 9, o número de alunos que não conseguiram acertar, foi maior, totalizando 11 deles.

O questionário 6 fecha os conceitos construídos até aqui através de uma aula de pesquisa em laboratório de informática, é composto por 8 questões, todas com o intuito de relacionar os conceitos aos seus nomes.

**Tabela 6 – Resultados do questionário 6**

	<b>QUESTIONÁRIO 6</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>QUESTÃO 1</b>			
ACERTOS		46	96%
ERROS		02	4%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 2</b>			
ACERTOS		36	75%
ERROS		12	25%
<b>TOTAL</b>		<b>48</b>	<b>100%</b>

<b>QUESTÃO 3</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 4</b>		
ACERTOS	45	94%
ERROS	03	6%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 5</b>		
ACERTOS	43	85,5%
ERROS	05	14,5%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 6</b>		
ACERTOS	42	87,5%
ERROS	06	12,5%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 7</b>		
ACERTOS	44	91,7%
ERROS	04	8,3%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>
<b>QUESTÃO 8</b>		
ACERTOS	47	98%
ERROS	01	2%
<b>TOTAL</b>	<b>48</b>	<b>100%</b>

Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

Ao analisar a tabela 6, percebe-se que, o índice percentual de alunos que acertaram as questões do questionário 6 foi de no mínimo 75% e no máximo 98%. Sendo 47 acertos nas questões 3 e 8, 46 acertos na questão 1, 45 acertos na questão 4, 44 acertos na questão 7, 43 acertos na questão 5, 42 acertos na questão 6 e por fim, 36 acertos na questão 2.

Com isso, foi possível perceber a participação ativa dos alunos, quando colocou-se em prática a sequencia didática, os alunos se sentiram motivados, saíram à campo para tirar fotos, se juntaram em equipe para resolver questões, exercitaram a mente de uma forma criativa e divertida, fazendo com que os mesmos pudessem aprender a disciplina de uma forma mais atrativa.

É importante a participação do professor nesse processo de ensino-aprendizagem, é preciso que o mesmo também possa estar motivado, para que, sempre que possível possa inovar em suas aulas, trazendo novidades para dentro da sala de aula.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi analisado os resultados obtidos com a aplicação da sequência didática no desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos alunos em relação às cevianas.

Ao decorrer deste estudo, foi possível chegar a conclusão de que o presente estudo demonstrou a importância da comunicação, não apenas para a transformação da aula em ambiente motivador mas, sobretudo, para a melhoria da qualidade e da compreensão dos conceitos abordados, contribuindo para uma formação plena dos alunos.

As estratégias analisadas e a opinião dos estudiosos proporcionaram a construção de conhecimento significativo, que indica, inicialmente, a importância do papel do professor como aplicador e valorizador dessa iniciativa, considerando sempre que a aprendizagem dos alunos representa o incentivo maior para o comprometimento em buscar essas estratégias e desenvolvê-las em sala de aula.

Ao falar em sequência didática para aprendizagem da Matemática, conclui-se que alcança maior potencialidade quando se apoia em meios para realizar-se e estes, por sua vez, proporcionam maior significado para a educação. Dentre suas características principais, pode-se mencionar o diálogo e a troca de experiências como principal meio de comunicação.

Quanto ao professor, tem seu papel de mediador no processo de ensino-aprendizagem enfatizado, embora seja peça importante, o protagonismo fica por conta dos alunos, através dessa prática de mediação os resultados obtidos pelo aluno se tornam mais efetivos, o professor passa a ser um guia da aprendizagem de cada aluno.

Os professores, dessa forma, necessitam de atualização contínua para apoiar eficientemente a aprendizagem do aluno, provendo informações que facilitem ou ampliem o estudo, através do diálogo e da retroalimentação, formulando perguntas que gerem respostas vinculadas com a realidade e o entendimento, desenvolvendo um pensamento crítico no aluno.

Contudo o maior potencial das sequências didáticas para o ensino da Matemática reside não apenas no que acrescentam aos métodos de ensino e aprendizagem, mas no fato de transformarem radicalmente a relação dos alunos

com a Matemática, que se torna alvo de um interesse diferente, de um desafio inovador, de possibilidades até então não pensadas.

Contudo, ao término deste estudo, pode-se dizer que todos os objetivos propostos foram alcançados, espera-se que o mesmo possa servir como fonte de pesquisa para aqueles estudantes que sintam o interesse em dar continuidade à presente situação problemática.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrimo padrões pitagóricos: geométricos e numéricos**. São Paulo: Atual, 1993.

BOSSA, N. **A Psicopedagogia no Brasil: contribuições a partir da prática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

BOSSA, Nadia. **Psicopedagogia**. In. Psicopedagogia. Belo Horizonte MG, CEDIC. 2009.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto – MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria de Educação Fundamental, terceiro e quarto ciclo. Brasília, 2008.

\_\_\_\_\_. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 2.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino de matemática**. 4. ed. – São Paulo: Cortez, 2011.

CRUZ, Elaine Patricia. **Todos pela Educação: programa de SP é 1º passo para ensino melhor**. Publicado em: 16 AGO 2013. Disponível em: <https://www.terra.com.br/noticias/educacao/todos-pela-educacao-programa-de-sp-e-1-passo-para-ensino-melhor,e2017aa896f70410VgnCLD2000000ec6eb0aRCRD.html>. Acesso em: 10 de novembro de 2020.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas: Unicamp, 2006.

\_\_\_\_\_. **Matemática e Cultura**. Revista Pátio Ensino Fundamental, ano XV, ISSN 2179-0248, Fev/Abr 2011, p. 6-9.

DOLCE, Osvaldo. **Fundamentos de matemática elementar 9**/Osvaldo Dolce, José Nicolau Pompeo. – 8 ed. – São Paulo: Atual, 2005.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de matemática elementar, 9: Geometria plana: exercícios propostos com respostas, testes de vestibular com resposta.** 7. ed. – São Paulo: Atual, 1993.

DRUCK, S. **O drama do ensino da matemática.** Folha de S. Paulo, **Sinapse**, 25 mar 2003.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**/Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. – Campinas, São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

FOSSA, John Andrew. **Recursos pedagógicos para o ensino de matemática a partir das obras de dois matemáticos da antiguidade.** In: MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John Andrew; VALDÉS, Juan Nápoles. *A História como um agente de cognição na educação matemática.* Porto Alegre: Sulina, 2006.

GOMES, M.L.M. **História do Ensino da Matemática: Uma Introdução.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2010. 70p.

KAMII, Constance. **A criança e o número.** Tradução: Regina A de Assis. 28ª edição. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

LIBÂNIO, José Carlos. **Adeus professor, adeus professora?: novas exigências educacionais e profissão docente**/José Carlos Libâneo, 4 ed. – São Paulo: Cortez, 2000.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar geometria?** A Educação Matemática em revista. Geometria Blumenau, número 04, pg. 03/13, 1995.

LÚCIA, Ana. Ensino da Geometria: mudanças em concepções e práticas. **Revista Psicologia da Educação**, São Paulo, 2008.

MENDES, I. A. **O uso da história no ensino de matemática: reflexões teóricas e experiências.** Belém: UEPA, 2001.

MENDES, I. A. **História da matemática: Um Enfoque Transdisciplinar.** In: XI CONFERENCIA INTERNACIONAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. FURB. Blumenau: FURB. CD CARD. 2003.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A.; VALDES, Juan E. Nápoles. **A História como um agente de cognição na educação matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, M.A. **Equação de 1º grau: um pouco de história.** Brasília, 2011.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática.** 274p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2003.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. **História da Matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MIORIM, M.A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 2008.

NOBRE, S. **Alguns “porquês” na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática**. In: CADERNOS CEDES 40. História e Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 2006. p.29-35.

PARRA, C. SAIZ, I. **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógica**. Porto Alegre, Artmed (Artes Médicas). 2006. 258p.

PIAGET, J. e GRECO, P. **Aprendizagem e Conhecimento**. São Paulo: Freitas Bastos, 1974.

PINHO, José Luiz Rosas. **Geometria I**. 2. ed. – Florianópolis : EAD/UFSC/CED/CFM, 2010, 330 p.

POCHO, Cláudia Lopes. **Tecnologia Educacional: descubra suas possibilidades na sala de aula**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

**PROJETO ARARIBÁ**: matemática/obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável Juliane Matsubara Barroso. – 1 ed. – São Paulo: Moderna, 2006.

ROSÁRIO, R.B. **A história da matemática e seu uso didático**. 2010. p. 71. Trabalho de Conclusão do Curso de (Graduação) – Universidade do Estado da Bahia – UNEB, Senhor do Bonfim/BA, 2010.

SANTOS, T; MARTINS, J. **Sobre a Utilização da História da Matemática em Atividades Didáticas**. In: III EIEMAT ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 1º ENCONTRO NACIONAL PIBID – MATEMÁTICA, 1. Santa Maria: UFSM. 2012.

SMITH, Corine. **Dificuldades de aprendizagem de a a z**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A história como elemento unificador na educação matemática**. In: MENDES, Iran Abreu (Org.). A História como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Sulina, 2006, p.15-77.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ZABALA, Antonio. **A prática educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS

Nome: N°	Turma:
Professora Carla Cristina Maia Velozo	/ /2020

### Questionário 1

1) Com suas palavras descreva o que é uma reta:

---



---



---



---

2) Com suas palavras descreva o que são semirretas:

---



---



---



---

3) Com suas palavras descreva o que são segmentos:

---



---



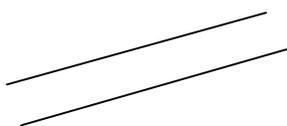
---



---

4) Relacionando duas retas (ou segmentos ou semirretas) o que podemos dizer sobre as posições entre elas em cada caso:

a)



---



---

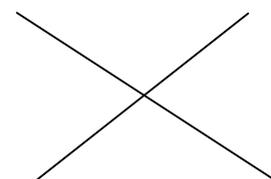


---



---

b)



---



---

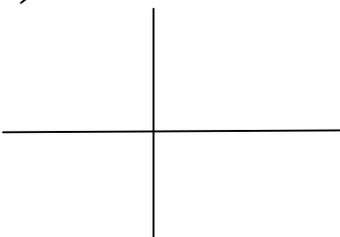


---



---

c)



---



---



---

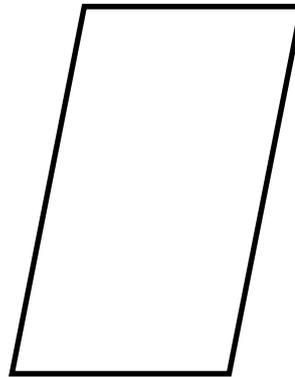
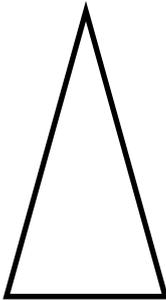


---

Nome:	Nº	Turma:
Professora Carla Cristina Maia Velozo		/ /2020

### Questionário 2

- 1) Observe as figuras a seguir e com o auxílio de uma régua represente a altura de cada uma, indicando aproximadamente seus valores:



- a) As três primeiras figuras são fotos, e as mesmas estão diminuídas, você consegue estimar suas alturas reais?
- b) Se sim, quais seriam elas? E por que?
- 2) Quais características você observou sobre as alturas das figuras da questão 1?

---

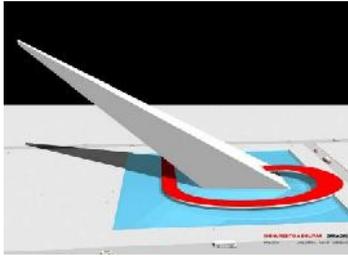


---



---

- 3) Observe um monumento formado por faces triangulares:



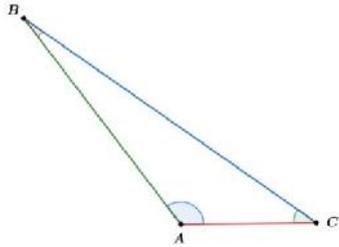
Como você faria para medir a altura desse monumento?

---

---

---

- 4) Como traçar a altura de um triângulo sem mudar sua posição original?



---

---

---

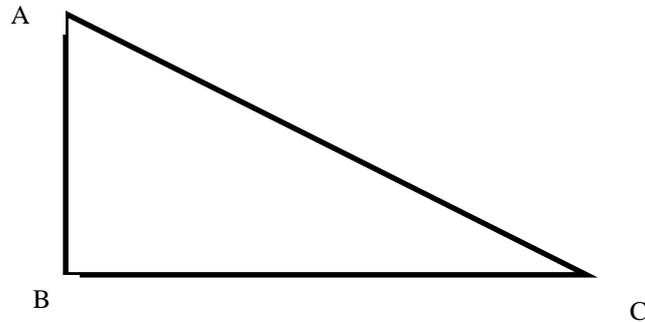
- 5) Quantas alturas você é capaz de traçar em um triângulo?

---

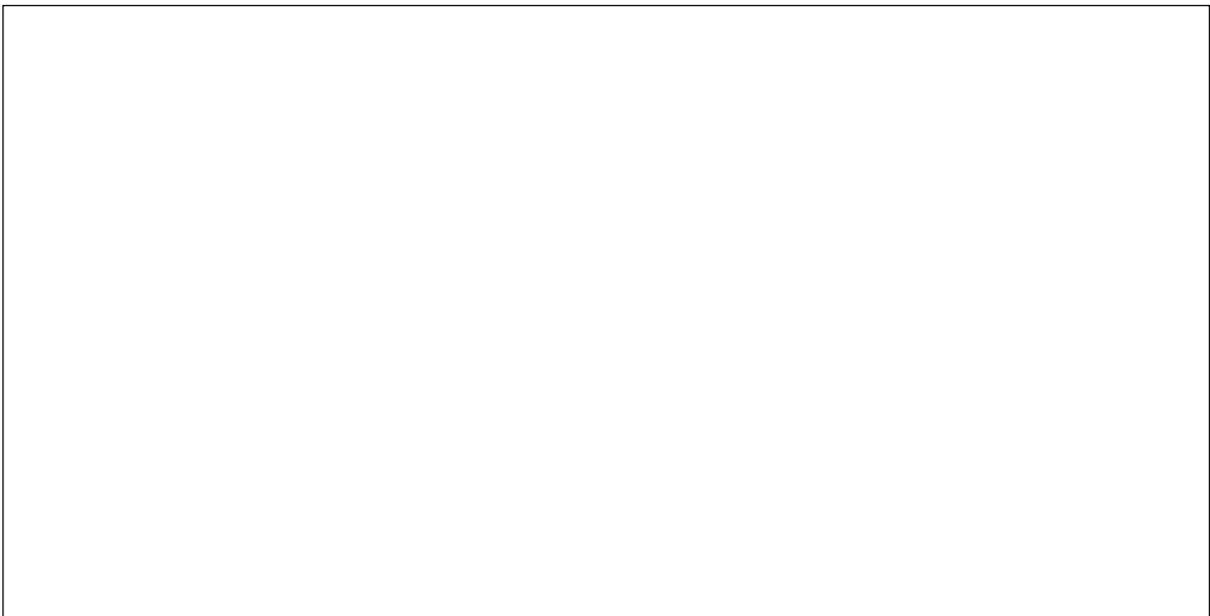
Nome:	Nº	Turma:
Professora Carla Cristina Maia Velozo		/ /2020

**Questionário 3**

- 1) No triângulo a seguir, determine, os pontos médios dos segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{AC}$ :



- 2) Ainda no triângulo da questão 1, trace um segmento saindo de cada vértice e chegando ao ponto médio do lado oposto a esse vértice.
- 3) Pesquise: qual nome se dá a esses segmentos que você traçou na questão 2?
- 
- 4) Utilizando régua e compasso desenhe um triângulo qualquer e depois trace suas três medianas.

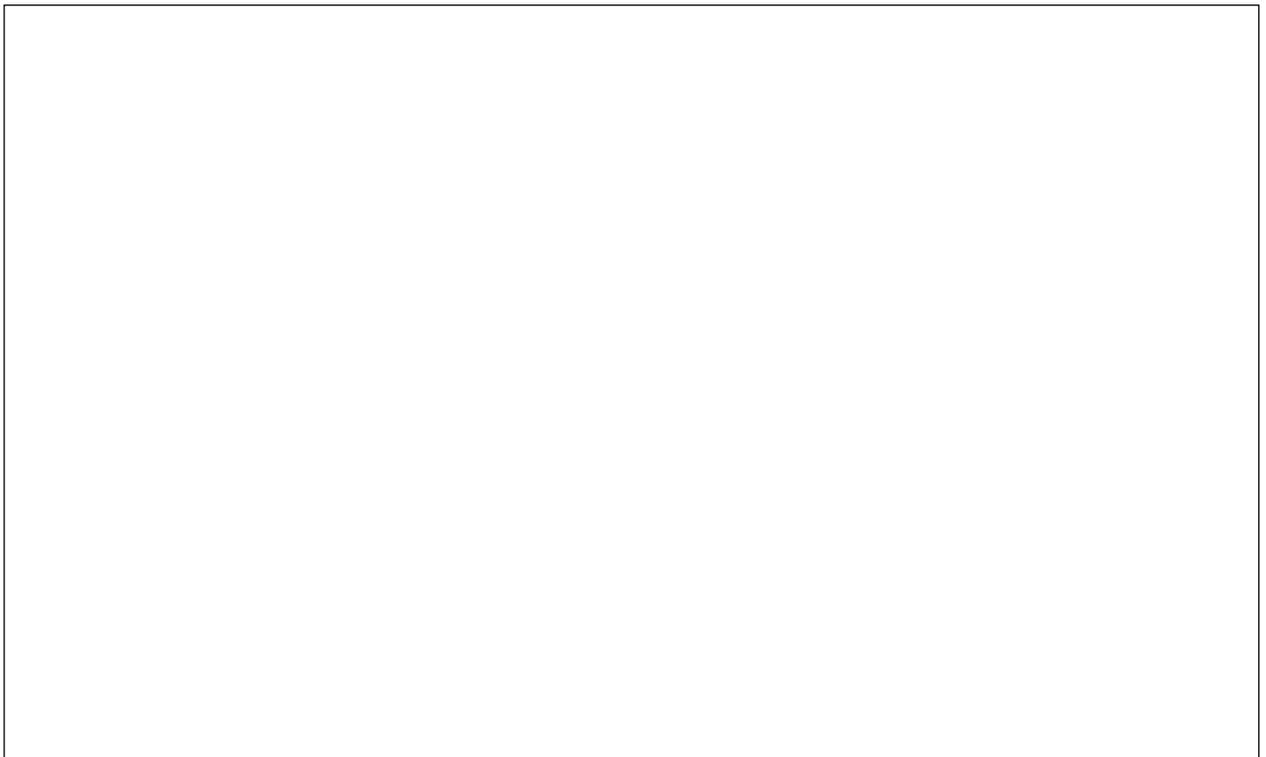


Nome:	Nº	Turma:
Professora Carla Cristina Maia Velozo		/ /2020

#### Questionário 4

Siga as instruções e faça a construção no retângulo a seguir, utilize régua e compasso:

- 1) Trace um segmento qualquer e nomeie os extremos como A e B;
- 2) Com a ponta seca do compasso em A e a abertura maior que a metade do segmento trace um arco de circunferência;
- 3) Com a ponta seca do compasso em B e a mesma abertura no compasso trace um arco de circunferência que faça intersecção com o arco anterior em dois pontos distintos, depois nomeie esses pontos como C e D;
- 4) Trace uma reta passando por C e D;
- 5) O ponto de intersecção entre o segmento  $\overline{AB}$  e a reta CD deve ser nomeado como M;
- 6) Qual é o ângulo formado entre a reta CD e o segmento  $\overline{AB}$ ?
- 7) \_\_\_\_\_  
Meça a distância de M até A e depois até B. O que você percebeu?
- 8) \_\_\_\_\_  
Marque um outro ponto qualquer sobre a reta CD, meça a distância entre esse ponto e A e depois até B. O que você percebeu?
- 9) \_\_\_\_\_  
Pesquise qual é o nome dado a essa reta que você acabou de construir:



Nome:	Nº	Turma:
Professora Carla Cristina Maia Velozo		/ /2020

### Questionário 5

Siga as instruções e faça a construção no retângulo a seguir, utilize régua e compasso:

- 1) Desenhe um ângulo de abertura qualquer e nomeie seu vértice como O;
- 2) Coloque a ponta seca do compasso no vértice O do ângulo e, com uma abertura qualquer trace um arco de circunferência que intercepte os lados do ângulo nos pontos A e B;
- 3) Coloque a ponta seca em A e trace um arco de circunferência;
- 4) Agora coloque a ponta seca do compasso em B com a mesma abertura utilizada anteriormente, trace um arco de circunferência, intersectando o arco anterior;
- 5) Nomeie a intersecção entre os dois últimos arcos de M e trace a reta OM;
- 6) Pesquise o nome dado a esse segmento de reta:

---

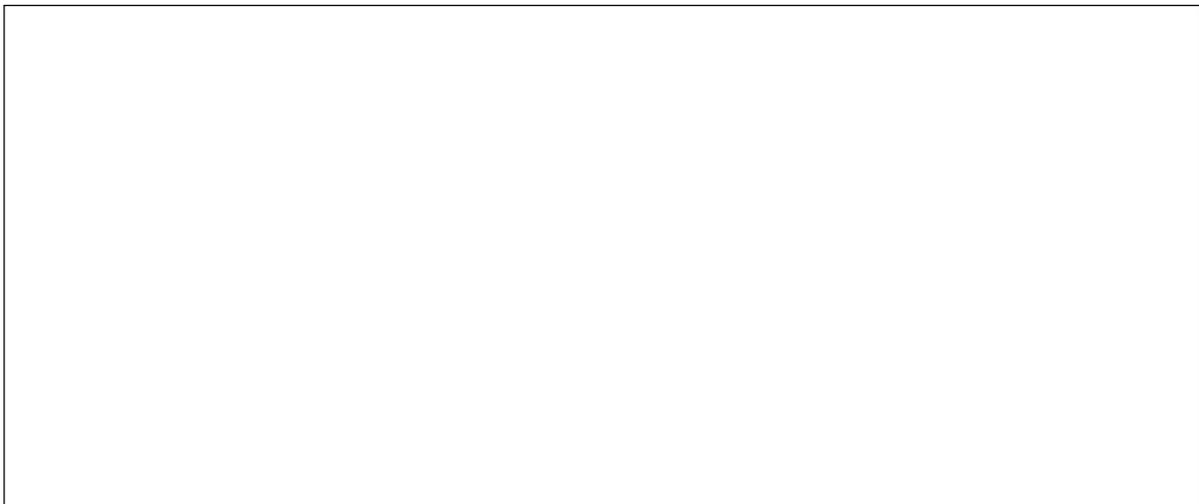
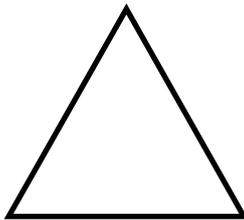
- 7) Marque um ponto qualquer sobre esse segmento de reta e meça a distância aos lados do ângulo. O que você observa?

---

- 8) Observando sua construção, e transferindo esse feito para dentro de um triângulo, quantas bissetrizes podemos traçar dentro desse triângulo?

---

- 9) Trace as bissetrizes internas do triângulo:



Nome:	Nº	Turma:
Professora Carla Cristina Maia Velozo		/ /2020

## Questionário 6

1) Quantas alturas podemos traçar dentro de um triângulo?

---

---

2) Pesquise qual é o nome dado ao ponto de encontro dessas alturas:

---

---

3) Quantas medianas podemos traçar dentro de um triângulo?

---

---

4) Pesquise qual é o nome dado ao ponto de encontro dessas medianas:

---

---

5) Quantas bissetrizes internas um triângulo possui?

---

---

6) Pesquise qual é o nome dado ao ponto de encontro dessas bissetrizes internas:

---

---

7) Quantas mediatrizes podemos traçar em um triângulo?

---

---

8) Pesquise qual é o nome dado ao ponto de encontro dessas mediatrizes:

---

---



## SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA ACADÊMICA

Através do presente instrumento, solicito da Gestora da Escola SESI Osasco, autorização para realização da pesquisa integrante da Dissertação de Mestrado da aluna Carla Cristina Maia Velozo, orientada pelo Professor Doutor Sadao Massago, previamente intitulada **“UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS CEVIANAS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II”**.

A coleta de dados será feita através da aplicação de 6 (seis) questionários, conforme modelos em anexo.

A presente atividade é requisito para a conclusão do curso de Mestrado da Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba.

Osasco, 20 de Janeiro de 2020.

---

Assinatura e carimbo da gestora