

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Edson Hernandes Francelino

**Sistema Markoviano Espacial
Autoalinhável para Estimativa Angular
de Atitude e Articular entre Dois
Segmentos Consecutivos**

Edson Hernandes Francelino

**Sistema Markoviano Espacial
Autoalinhável para Estimativa Angular
de Atitude e Articular entre Dois
Segmentos Consecutivos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Elétricos e Eletrônicos

Orientador: Prof. Dr. Samuel Lourenço Nogueira

São Carlos - SP

2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Edson Hernandes Francelino, realizada em 12/05/2021.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Samuel Lourenço Nogueira (UFSCar)

Prof. Dr. Arlindo Neto Montagnoli (UFSCar)

Prof. Dr. Wilian Miranda dos Santos (UNESP)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

*Dedico este trabalho à minha família, amigos, professores e meu orientador.
Vocês são a razão e a motivação para a minha trajetória.*

Agradecimentos

Aos meus amados pais, Eva e José, pelo incentivo e apoio para o ingresso neste programa de mestrado.

Aos meus irmãos Eliane e Eduardo, cunhados Erivelton e Selma, sobrinhos Matheus, Eloísa e Sofia pelo apoio e compreensão nos momentos em que necessitei voltar as atenções aos estudos.

Ao amigo Mairon Passos pelas ótimas reuniões e conversas durante todo o mestrado e, principalmente, no período da pandemia. À Rogério Passos, irmão de Marion e aluno ingressante ao PPGEE-UFSCar em 2021, pelas reuniões e conversas durante o período de mestrado e por, gentilmente, conceder-me o seu computador emprestado no momento em que o meu apresentou defeito.

Ao meu querido professor e orientador, Dr. Samuel Loureço Nogueira pelos conselhos, suporte e ensinamentos transmitidos durante todo o período de mestrado.

Aos amigos de mestrado Patrícia Albuquerque, Alex Ferreira, Paulo Silva, Jacilene Medeiros, Lucas Duarte, Henrique, Rafael Cazú, Guilherme Rossi e todos os demais alunos do PPGEE-UFSCar não citados aqui.

Aos alunos de iniciação científica Mateus Pereira e Lucca Castro pelas significativas contribuições a este projeto de mestrado.

Aos queridos professores Dr. Samuel Loureço Nogueira, Dr. Roberto Inoue, Dr. Ricardo Fernandes, Dra. Tatiane Fernandes e Dr. Edilson Kato pelos conhecimentos passados e que foram de fundamental importância para a elaboração da dissertação.

À UFSCar e ao PPGEE por terem me aceitado como aluno de mestrado e oferecido condições de desenvolver e ampliar o meu conhecimento.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro durante o período do mestrado.

À vida por ter me dado saúde e motivação para os meus estudos e à música, minha segunda área de estudo, de forma não acadêmica, e presente durante todos os momentos da minha vida, estudo, desenvolvimento do projeto e conclusão do mestrado.

*“Se a educação sozinha não transforma a sociedade,
sem ela tampouco a sociedade muda.”
(Paulo Freire)*

Resumo

O interesse pela análise da marcha e atividades diárias pode encontrar aplicações em diversos ramos da atividade humana. Com as contínuas pesquisas e desenvolvimentos, dispositivos destinados a capturas de movimentos estão cada vez menores e mais acessíveis no aspecto do custo. Esta dissertação apresenta o desenvolvimento de um sistema para estimativa dos ângulos de atitude (inclinação e direção) e articular entre dois segmentos de membros inferiores consecutivos do corpo humano, utilizando somente acelerômetros e giroscópios. Com o objetivo de melhorar a precisão das estimativas e compensar os erros de integração numérica do giroscópio, cada sistema de sensor, instalado em seu respectivo segmento, realizou fusões de dados por meio de um filtro de Kalman Markoviano operando de forma colaborativa entre os sistemas de sensores nos instantes em que as medidas do acelerômetro registraram valores abaixo de um limiar determinado. Foi utilizada a estratégia de sistemas Markovianos cujos saltos escolhem o tipo de observação realizada sobre o sistema, podendo ser: (a) nominal, considerando ambos os segmentos, (b) local escolhendo o segmento com o menor índice de aceleração dinâmica. Diferente dos estudos anteriores que utilizam sistemas Markovianos com sensores inerciais e *encoders* para estimativa angular absoluta em Exoesqueletos de membros inferiores, este estudo amplia o uso deste tipo de sistema em dispositivos que o *encoder* não está presente, ou mesmo em estudos cinemáticos e dinâmicos do corpo humano.

Palavras-chave: Sensores inerciais. Filtro de Kalman. Sistemas Markovianos. Fusão de sensores. Restrições articulares. Sensores autoalinháveis.

Abstract

The interest in gait analysis and daily activities can find applications in several branches of human activity. With continuous research and development, motion capture devices are getting smaller and more affordable in terms of cost. This dissertation presents the development of a system for estimating the attitude (inclination and direction) and joint angles between two consecutive lower limb segments of the human body, using only accelerometers and gyroscopes. In order to improve the accuracy of the estimates and compensate for the numerical integration errors of the gyroscope, each sensor system, installed in its respective segment, performed data fusions through a Kalman Markovian filter, operating in a collaborative way between the systems of sensors at times when the accelerometer measurements registered values below a determined threshold. The strategy of Markovian systems was used, whose jumps choose the type of observation performed on the system, which can be: (a) nominal, considering both segments, (b) local, choosing the segment with the lowest dynamic acceleration index. Unlike previous studies that use Markovian systems with inertial sensors and encoders for absolute angular estimation in lower limb exoskeletons, this study extends the use of this type of system in devices where the encoder is not present, or even in kinematic and dynamic studies of the human body.

Keywords: Inertial sensors. Kalman filter. Markovian systems. Sensor fusion. Articular constrictions. Self-aligning sensors.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Sistema de câmeras para captura de movimentos.	27
Figura 2 – Marcadores reflexivos (esferas cinzas).	27
Figura 3 – Sensores inerciais posicionados no corpo.	28
Figura 4 – Modelo de fusão de dados dos sensores inerciais.	34
Figura 5 – Representação do acelerômetro e giroscópio sobre os eixos coordenados.	35
Figura 6 – Sinais do acelerômetro fixado em exoesqueleto para captura de movimentos da coxa esquerda.	36
Figura 7 – Sinais do giroscópio fixado em exoesqueleto para captura de movimentos da coxa esquerda.	38
Figura 8 – Comparação entre os dados angulares de um sistema de referência óptica e a integração numérica dos sinais do giroscópio (ângulos absolutos da coxa esquerda).	39
Figura 9 – Comparação entre os dados angulares de um sistema de referência óptica e a transformação trigonométrica dos sinais do acelerômetro (ângulos absolutos da coxa esquerda).	40
Figura 10 – Modelo de Filtro de Kalman Complementar (FKC) proposto.	41
Figura 11 – Diagrama de blocos do sistema.	42
Figura 12 – Diagrama de blocos simplificado do Filtro de Kalman (FK).	43
Figura 13 – Modelo Markoviano proposto.	46
Figura 14 – Disposição dos ângulos (a) e modo de operação (b).	50
Figura 15 – Diagrama de transição de estados Markovianos.	56
Figura 16 – Diagrama de funcionamento do Sistema Markoviano Espacial (SMe).	58
Figura 17 – Diagrama em blocos do sistema de estimativas angular articular auto-alinhável.	59
Figura 18 – Diagrama de transição de estados do SMeA.	61
Figura 19 – Diagrama de funcionamento do SMeA.	63
Figura 20 – Desenho experimental.	68

Figura 21 – Ângulo articular do joelho	69
Figura 22 – Ângulo de rolagem (plano sagital), sendo <i>Acel.</i> o ângulo obtido através do acelerômetro, <i>SMe</i> e <i>SMeA</i> os ângulos obtidos através dos sistemas de estimativas modelados, e <i>Ref.</i> o ângulo de referência gerado pelo sistema ótico.	70
Figura 23 – Ângulo de arfagem (plano coronal), sendo <i>Acel.</i> o ângulo através do acelerômetro, <i>SMe</i> e <i>SMeA</i> os ângulos através dos sistemas de estimativas modelados.	71
Figura 24 – Ângulo guinada (plano transversal), sendo <i>Acel.</i> o ângulo através do acelerômetro, <i>SMe</i> e <i>SMeA</i> os ângulos através dos sistemas de estimativas modelados.	72
Figura 25 – Ganhos cruzados - <i>SMe</i>	74
Figura 26 – Ganhos cruzados - <i>SMeA</i>	74
Figura 27 – Saltos Markovianos - <i>SMe</i>	75
Figura 28 – Saltos Markovianos - <i>SMeA</i>	75
Figura 29 – Resumo <i>RMSE</i>	76

Lista de tabelas

Tabela 1 – Estados Markovianos	48
Tabela 2 – Modos de operação do SMe	53
Tabela 3 – Modos de operação do SMe	58
Tabela 4 – Modos de operação do SMeA	62
Tabela 5 – Parâmetros dos sensores	73
Tabela 6 – Correlação de Pearson.	73
Tabela 7 – <i>Root Mean Square Error</i>	74

Lista de siglas

FK Filtro de Kalman

FKC Filtro de Kalman Complementar

FKM Filtro de Kalman Marvoviano

SMe Sistema Markoviano Espacial

SMp Sistema Markoviano Planar

SMeA Sistema Markoviano Espacial Articular

Lista de símbolos

$a(t)$	Aceleração linear do acelerômetro
$b_a(t)$	Polarização do acelerômetro
$\eta_a(t)$	Ruído branco Gaussiano do acelerômetro, com variância σ_a^2
σ_a^2	Variância do acelerômetro
τ_a	Constante de tempo ou tempo de correlação de Gauss-Markov para o acelerômetro
η_{b_a}	Ruído branco Gaussiano de polarização do acelerômetro com variância $\sigma_{b_a}^2$
$\omega(t)$	Taxa de variação angular do giroscópio
$b_g(t)$	Polarização do giroscópio
$\eta_g(t)$	Ruído branco Gaussiano do giroscópio, com variância σ_g^2
σ_g^2	Variância do giroscópio
τ_g	Constante de tempo ou tempo de correlação de Gauss-Markov para o giroscópio
η_{b_g}	Ruído branco Gaussiano de polarização do giroscópio com variância $\sigma_{b_g}^2$
$\hat{\theta}_g(t)$	Estimativa angular baseada somente nos sinais do giroscópio
$\hat{\theta}_a(t)$	Estimativa angular baseada somente nos sinais do acelerômetro
$\Delta\theta(t)$	Sinal de erro baseado na diferença de posicionamento entre o acelerômetro e o giroscópio

$\Delta\hat{\theta}(t)$	Estimativa do erro baseado na diferença de posicionamento entre o acelerômetro e o giroscópio fornecida pelo Filtro de Kalman
$\hat{\theta}(t)$	Estimativa angular absoluta
$x(t)$	Vetor de estados do sistema
$\hat{x}(t)$	Estimativa do vetor de estados do sistema
$y(t)$	Vetor de saída de estados do sistema
A	Matriz do modelo do sistema
B	Matriz que conecta o vetor de ruídos $w(t)$ ao sistema
C	Matriz de observação que conecta o vetor de estados $x(t)$ à saída $y(t)$
$w(t)$	Ruído branco Gaussiano no estado ou processo
$v(t)$	Ruído branco Gaussiano aditivo na medida
g	Aceleração da gravidade
$\Delta\theta(t)$	Erro de estimativa do posicionamento
$\Delta b_g(t)$	Erro de bias do giroscópio
θ_B	Ângulo absoluto do tronco
θ_T	Ângulo absoluto da coxa
θ_S	Ângulo absoluto da canela
θ_h	Ângulo relativo do quadril
θ_k	Ângulo relativo do joelho
θ_e	Ângulo fornecido pelo <i>encoder</i>
$\Xi(t)$	Estado Markoviano corrente
Q	Matriz de covariância associada à etapa de predição
R	Matriz de covariância associada à medida
λ	Número de acelerômetros com baixo nível de aceleração dinâmica

Sumário

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivos	30
1.2	Organização do texto	31
2	METODOLOGIA	33
2.1	Fusão de Dados	33
2.1.1	Filtro Complementar (FC)	34
2.1.2	Sensores Inerciais	35
2.1.3	Estimativa de atitude baseada somente em acelerômetros ou giroscópios	38
2.1.4	Filtro de Kalman Complementar (FKC)	40
2.2	Sistema Markoviano Planar (SMp)	45
2.3	Sistema Markoviano Espacial (SMe)	49
2.4	Sistema Markoviano Espacial Articular (SMeA)	55
2.4.1	Sistema Markoviano Espacial para dois segmentos consecutivos (SMe)	55
2.4.2	Ângulos Articulares Utilizando Sistema de Sensores Inerciais Autoalinháveis	58
2.4.3	Sistema Markoviano Espacial com Restrição Articular	60
3	IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS	65
3.1	Implementação	65
3.2	Resultados	68
	Conclusão	77
	REFERÊNCIAS	79

APÊNDICES

85

APÊNDICE A	–	ABORDAGENS LOCAIS VERSUS GLOBAIS DE ESTIMATIVAS	87
A.1		Introdução	87
A.1.1		Estimativa de Atitude Local	88
A.1.2		Estimativa de Atitude Global	89

Capítulo 1

Introdução

A análise e identificação dos movimentos humanos já era de interesse do ser humano na Grécia antiga (BAKER, 2007). Nas últimas décadas, com o desenvolvimento de dispositivos empregando-se sistemas microeletromecânicos, como as unidades de medida inercial, do inglês *Microelectromechanical systems* (MEMS) e *Inertial Measurement Unit* (IMU), inaugura-se uma nova etapa de estudos e desenvolvimentos em dispositivos vestíveis para fins de monitoramento do movimento humano.

Seja na medicina esportiva (PATE et al., 1995; PADULO et al., 2013; HANLEY, 2015; LIU et al., 2017; Ghazali et al., 2018), clínica médica (PATTERSON et al., 2007; MIELKE et al., 2012; CALLISAYA et al., 2015), fisioterapia (LANG et al., 2009; BOHANNON; ANDREWS, 2011), medicina física e de reabilitação motora (BURNS et al., 1997; NG; HUI-CHAN, 2005), um estudo aprofundado dos movimentos humanos pode auxiliar um diagnóstico mais preciso e indicar tomadas de decisões na escolha de melhores tratamentos para diversas situações envolvendo o corpo humano.

Assim, existe a necessidade, seja em ambiente ambulatorial ou fora deste, de se monitorar os movimentos humanos do ponto de vista cinemático ou mesmo das atividades cotidianas, como definidas em Katz (1963) como *Activities of Daily Living - (ADL)*. O monitoramento visa tornar possível a extração de características e análises de movimentos para traçar tomadas de decisão pelo profissional da saúde envolvido, (PODSIADLO; RICHARDSON, 1991; VELTINK et al., 1996; MATHIE et al., 2003; DEBES et al., 2016). Além disso, pessoas que possuam restrições de movimentos devido a características congênitas (HALL et al., 1983; MERCURI et al., 2004) ou por danos neurológicos (BOVONSUNTHONCHAI et al., 2012; MONTERO-ODASSO et al., 2017) podem necessitar de um acompanhamento ou monitoramento de suas atividades diárias para que se possa diagnosticar de maneira minuciosa e, a partir dos dados obtidos, buscar soluções

de tratamentos que sejam mais adequados ao conforto e melhora da qualidade de vida do paciente, (BOVONSUNTHONCHAI et al., 2012; ALTIOK et al., 2019).

De acordo com Montero-Odasso et al. (2017), o declínio cognitivo provocado por danos neurológicos pode ser conjuntamente avaliado com análises clínicas que envolvam marchas com duplas tarefas, ou seja, caminhar enquanto realiza alguma tarefa cognitiva desafiante. Estes mesmos autores concluíram que a diminuição da frequência e do comprimento da marcha pode estar relacionado ao declínio cognitivo e à progressão da demência, e este parâmetro de avaliação pode ser utilizado em conjunto com outros métodos existentes de avaliação neurológica.

Restringindo-se ao fator idade na avaliação da marcha humana e baseando-se nos números fornecidos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística¹ (IBGE), em 2017, o Brasil ultrapassou o número de trinta milhões de pessoas acima de sessenta anos, faixa etária que, segundo o Ministério da Saúde², é considerada idosa e onde pode-se dar início a um declínio no aspecto da saúde e das condições de locomoção em suas tarefas diárias, (FATORI et al., 2015).

Para se obter informações sobre as rotinas e *ADL* de pessoas com dificuldades motoras é preciso que as mesmas sejam monitoradas por dispositivos específicos para a captação dos movimentos. Existem abordagens que vão desde o monitoramento via sistema de câmeras, captando imagens de marcadores posicionados em pontos específicos do corpo como em Kadaba, Ramakrishnan e Wootten (1990), Beak et al. (2013), Silva (2018), veja as Figuras 1 e 2, até a aplicação de sensores inerciais dispostos nos segmentos do corpo, como na Figura 3, captando velocidades, acelerações e ângulos de segmentos e articulações, veja (BOUTEN et al., 1997; LUINGE; VELTINK, 2005; ATALLAH et al., 2011; YI et al., 2018).

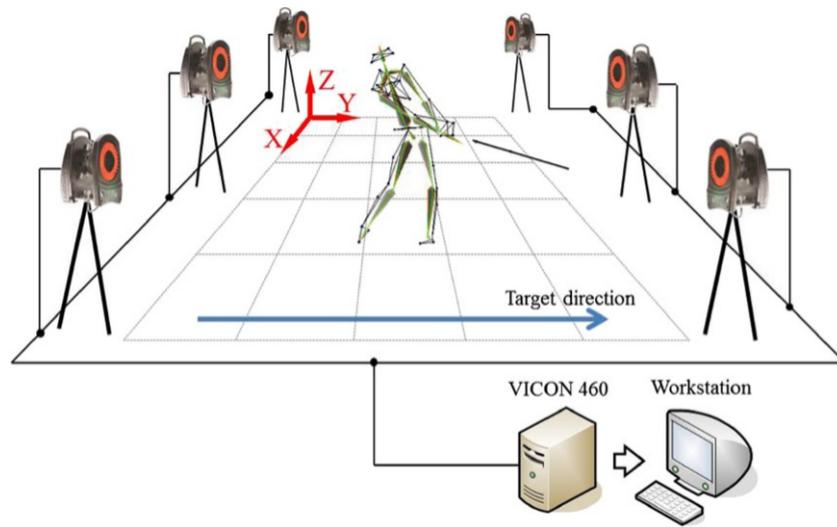
Sistemas de câmeras oferecem informações mais precisas dos movimentos do corpo humano, mas são restritos a ambientes dedicados e possuem alto custo de implementação. Por outro lado, sensores inerciais (YAZDI; AYAZI; NAJAFI, 1998) podem resolver o problema da limitação da aplicação restrita a um ambiente específico e do custo de implementação, mas são mais sensíveis a ruídos e perturbações como variações de temperatura e vibrações mecânicas indesejadas (SABATINI, 2006).

Uma das aplicações clássicas do acelerômetro, é emprega-lo como um inclinômetro, desde que as acelerações dinâmicas registradas sejam pequenas ou desprezíveis, veja Li et al. (2014). Entretanto, os acelerômetros não fornecem informações sobre mudanças de direção em torno do eixo vertical, (ATALLAH et al., 2011). Neste caso pode-se empregar giroscópios ou mesmo magnetômetros para tal finalidade, sendo que os giroscópios apresentam erros cumulativos relacionados ao processo de integração numérica. Para se

¹ <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/20980-numero-de-idosos-cresce-18-em-5-anos-e-ultrapassa-30-milhoes-em-2017>>

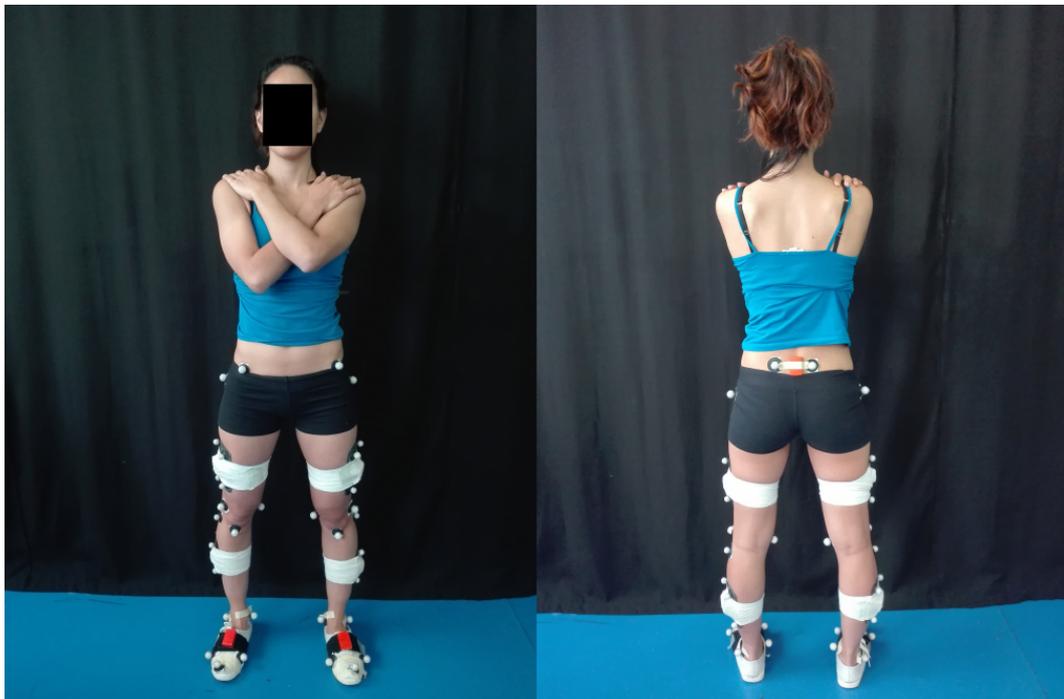
² <<https://saude.gov.br/saude-de-a-z/saude-da-pessoa-idosa>>

Figura 1 – Sistema de câmeras para captura de movimentos.



Fonte: Beak et al. (2013).

Figura 2 – Marcadores reflexivos (esferas cinzas).



Fonte: Silva (2018).

Figura 3 – Sensores inerciais posicionados no corpo.



Fonte: <<http://www.xsens.com>>.

contornar este problema, recorre-se à fusão dos sinais dos sensores envolvidos, (LUINGE; VELTINK, 2005).

No entanto, assim como em sistemas de navegação inercial, a análise de movimento humano realiza estimativas de movimento durante a excursão dos mesmos e, portanto, a incidência de aceleração dinâmica é inerente do processo. Neste caso, o sistema para estimativas angulares precisa se adaptar à dinâmica do sistema em cada instante tempo, para que seja possível mitigar fontes de erros como ruídos, desvios devido a integração, perturbações e incertezas de medidas, sendo comum o uso do FK clássico (KALMAN, 1960), em sua abordagem complementar. Como exemplo, em Luinge e Veltink (2005) foi empregada a fusão dos sinais de sensores inerciais como acelerômetros e giroscópios utilizando-se o acelerômetro para dar maior estabilidade ao sinal do giroscópio, compensando os erros de desvios, também chamados de *drift*.

As estimativas de ângulos das articulações, análise e validação de marchas e comprimentos de passos podem ser obtidas utilizando-se sensores inerciais sem fio (*Wireless*) vestíveis posicionados em segmentos do corpo combinados com o FK como no trabalho de Watanabe et al. (2011). O sistema baseou-se em 7 sensores inerciais, sendo que em cada perna foram posicionados 3 sensores (pé, canela e coxa) e 1 na região lombar. Os dados foram, inicialmente, comparados com a extração de dados dos movimentos de marcadores reflexivos fixados no corpo humano em um ambiente laboratorial com um sistema de câmeras. Posteriormente, os dados foram comparados com os sinais extraídos de sensores

inerciais instalados em um protótipo articulado projetado especialmente para este fim. Já Ahmed e Tahir (2017), propuseram um sistema de sensores vestíveis e realizando a fusão dos sinais do acelerômetro e do giroscópio, mas atribuindo pesos menores ao sinal do acelerômetro aumentando a covariância do ruído no FK mantendo as informações medidas nos eixos inalteradas.

O FK é uma ferramenta matemática e computacional que pode ser empregada quando se utiliza sensores inerciais e tem objetivo de filtrar sinais e realizar estimativas de posicionamento angular como no caso dos sensores inerciais. Existem variações para o FK como o Filtro de Kalman *Unscented* (FKU) que é empregado para sistemas não lineares como utilizado por El-Gohary e McNames (2012). Estes autores empregaram modelos cinemáticos para controle de braços robóticos na estimativa de ângulos em juntas do ombro e cotovelo. Por meio de dados coletados, via sensores inerciais vestíveis, os sinais foram aplicados ao algoritmo FKU com o espaço de estados do sistema implementado que tem uma relação não linear com os ângulos das juntas e as medidas do sensor observadas.

Outra variação do filtro de Kalman para lidar com não linearidades é o Filtro de Kalman Estendido (FKE) e que foi usado por Van Nguyen e La (2016) na detecção da fase da marcha dinâmica como andar ou correr envolvendo sensores inerciais como acelerômetros, giroscópios e magnetômetros para as medidas. Nestes casos, o FKE realiza a linearização do sistema a cada estimativa das variáveis de estado onde as medições podem ser não lineares ou sujeitas a interferências como as magnéticas, por exemplo.

Uma outra abordagem existente para lidar com sensores inerciais são os Sistemas Lineares Sujeitos a Saltos Markovianos (SLSM). Basicamente, tais sistemas se comportam como lineares em determinados momentos, mas sofrem rupturas devido a mudanças em seus parâmetros quando a dinâmica se altera, promovendo a transição entre os finitos estados de uma cadeia Markoviana.

Sistemas envolvendo saltos Markovianos, como os que empregam múltiplos sensores, podem oferecer estimativas mais precisas na medida em que os saltos selecionam o sistema ou modelo de equacionamento que melhor represente a dinâmica atual, conforme realizado em Nogueira et al. (2017). O autor utilizou esta abordagem Markoviana nomeada de Filtro de Kalman Global (FKG) para estimativa de ângulos absolutos em membros inferiores, no plano sagital humano. Em Inoue et al. (2017), utilizou-se uma abordagem semelhante, realizando a fusão de sinais de giroscópios, acelerômetros e magnetômetros em um Sistema de Posicionamento Global (*Global Position System*) (*GPS*) com câmeras monoculares, utilizando saltos Markovianos para chavear entre os sistemas de sensores em seus instantes de maior confiabilidade para a estimativa de trajetórias.

Como sequência aos trabalhos desenvolvidos por Nogueira et al. (2014), Nogueira et al. (2017), em Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021) foi proposto um sistema de estimativas angulares absolutas ampliando as estimativas antes no plano sagital, para os demais planos de movimento humano: coronal, sagital e transversal.

Paralelamente às estimativas de ângulos absolutos de segmentos do corpo humano, também é possível realizar estimativas de ângulos das articulações, utilizando pares de sensores inerciais em segmentos consecutivos que possuam restrição articular de movimento. Isto torna possível a análise e validação de marchas e comprimentos de passos utilizando-se sensores inerciais, (WATANABE et al., 2011; SEEL; SCHAUER; RAISCH, 2012; SEEL; RAISCH; SCHAUER, 2014).

Em Seel, Raisch e Schauer (2014), pares de sensores dispostos em segmentos consecutivos são alinhados matematicamente e suas projeções deslocadas em direção a um eixo articular virtual. Tal abordagem reduz os erros de interpretação em leituras devido a erros de alinhamento na fixação dos sensores nos segmentos. Este tipo de modelagem possibilita a substituição de *encoder* e/ou goniômetros, além de oferecer maior liberdade de movimentos para obtenção de dados com o humano.

Neste trabalho, serão empregados sensores inerciais posicionados em dois segmentos consecutivos (coxa e canela), com objetivo de realizar estimativas angulares de atitude (inclinações, direções) e articular, sendo este nomeado como Sistema Markoviano Espacial Articular (SMeA). Para isso serão combinadas duas metodologias: (a) uma versão ampliada do SMe, (ALBUQUERQUE; FRANCELINO; NOGUEIRA, 2021), sendo adicionado o modelo nominal ao sistema; e (b) alinhamento prévio dos sensores utilizados, com obtenção do ângulo articular, (SEEL; RAISCH; SCHAUER, 2014), tornando desnecessário o emprego de *encoder*. Sendo a junção de (a) e (b) nomeada de SMeA. Por fim, é apresentado um estudo comparativo entre os sistemas SMe e SMeA.

1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento de um sistema de estimativas angulares de atitude (inclinação e direção) e articular, utilizando somente sensores inerciais e, portanto, eliminando-se a necessidade do uso de *encoders*. Tal sistema poderá ser utilizado tanto em situações que envolvam dispositivos robóticos com restrições articulares, como para análise de movimento do corpo humano. Assim, para se alcançar o objetivo principal, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- ❑ Implementação do SMe desenvolvido em Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021), em parceria com o autor dessa dissertação;
- ❑ Modelagem do SMeA de forma a incluir o estado nominal e remover o *encoder* do Filtro de Kalman, sendo esta a principal contribuição deste trabalho;
- ❑ Implementação do SMeA e comparação dos resultados obtidos com o SMe.

1.2 Organização do texto

Nesse primeiro capítulo, contextualização, motivação, proposta e objetivos da dissertação foram apresentados. Além disso, abaixo será apresentada uma breve explicação dos conteúdos dos capítulos seguintes que serão apresentados nesse texto:

- **Capítulo 2 - Metodologia.** Esse capítulo apresenta as bases teóricas necessárias para a compreensão do sistema Markoviano. Sendo assim, serão abordados temas como: sensores inerciais na Seção, fusão de sensores inerciais, Filtro de Kalman, a apresentação dos sistemas Markovianos planar, espacial e espacial articular bem como o método de autoalinhamento matemático dos sensores inerciais em segmentos consecutivos para estimativas de ângulos articulares.
- **Capítulo 3 - Implementação e resultados.** Nesse capítulo, a implementação do Sistema Markoviano Espacial (SMe) de dois segmentos para estimativas absolutas e o sistema de autoalinhamento de sensores inerciais para estimativas articulares serão reunidos de modo a formarem um único sistema de estimativas angulares nomeado de Sistema Markoviano Espacial Articular (SMeA). Ainda neste capítulo, os resultados das e comparação de ambos os sistemas, SMe e SMeA, e os resultados relativos ao sistema de autoalinhamento de sensores para estimativas articulares.
- **Conclusão.** Nesta última parte do texto, serão feitas as conclusões finais sobre o sistema proposto, bem como os resultados comparados entre os dois sistemas SMe e SMeA além do sistema de estimativas articulares autoalinháveis.

Capítulo 2

Metodologia

Neste capítulo serão introduzidos os processos metodológicos para as estimativas angulares das movimentações realizadas pelo corpo humano.

Sensores inerciais serão fixados em segmentos inferiores de um exoesqueleto que, ao serem movimentados pelo corpo humano, produzirão uma variação na saída de sinal destes dispositivos. Estes sensores inerciais são os acelerômetros e giroscópios que fornecem, respectivamente, aceleração linear e taxa de variação angular quando submetidos a movimentações externas.

Como descrito anteriormente, o sistema desenvolvido neste trabalho, SMeA, possibilita a estimativa de ângulos de atitude (inclinações e direções) e o ângulo articular em dois segmentos consecutivos sem o uso de encoder. Para isso foram combinadas duas metodologias: SMe proposto em Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021) e apresentado na Seção 2.4.1 e a metodologia desenvolvida por Seel, Raisch e Schauer (2014) apresentada na Seção 2.4.2. Por fim, o desenvolvimento do SMeA é apresentado em detalhes na Seção 2.4.3.

2.1 Fusão de Dados

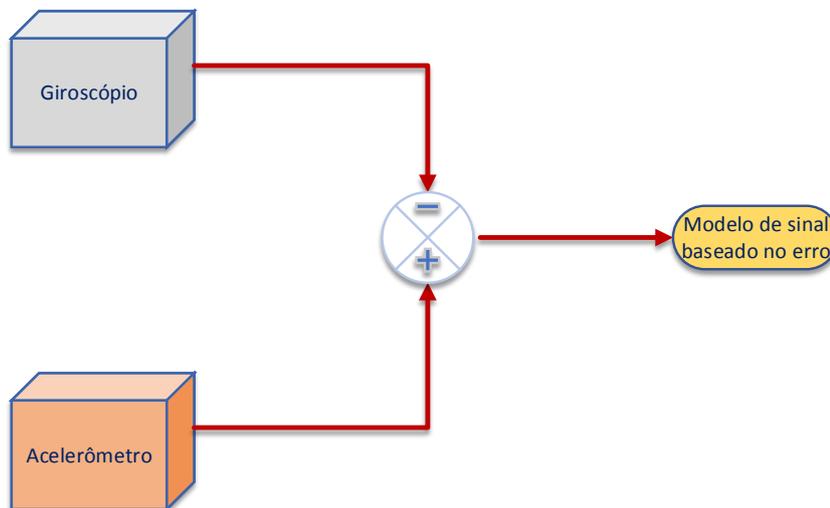
Os dados coletados dos sinais de sensores fornecem informações de medidas captadas no ambiente em que estão inseridos. Entretanto, empregar somente um sensor ou fonte de sinal para realizar medidas pode significar imprecisão das mesmas uma vez que estas podem conter ruídos, perturbações ou rupturas relativas ao ambiente além de imprecisões inerentes às características do próprio sensor e seu processo construtivo. Estes fatores geram erros que devem ser tratados de maneira conveniente para que se possa mitigá-los e, por consequência, diminuir as incertezas de medidas e ruídos presentes.

2.1.1 Filtro Complementar (FC)

Uma abordagem de fusão de sinais que pode contribuir para a melhora na qualidade dos sinais obtidos de um sistema de medidas é a combinação de sinais oriundos de fontes distintas, conhecida como filtragem complementar. Tal configuração tem como princípio reunir sensores que possuam dinâmicas distintas entre si como os acelerômetros e giroscópios, por exemplo, de modo que um sensor complemente com suas qualidades as deficiências de sinais de outro sensor e vice-versa. Então, o acelerômetro que, para representações de atitude, é mais confiável quando registra baixas acelerações dinâmicas ou acelerações constantes, ou seja, possui uma determinada inclinação em relação ao eixo normal da Terra em condições estáticas. Já com o giroscópio, as melhores respostas na dinâmica de seu sinal aparecem quando este é girado em torno de seus eixos ortormais, ou seja, está em movimento.

Sendo assim, o processo de fusão de dados pode promover um sistema que permita maior precisão na análise, uma vez que medidas de diversas fontes de sinais são reunidas para produzirem um novo sinal baseado na combinação destas, (LUINGE, 2002; ROETENBERG et al., 2005; YI et al., 2018). Neste caso, a modelagem dos sinais e do FK se baseará no modelo de sinal proveniente da fusão de dados dos sensores levando-se em conta a diferença entre as estimativas entre o acelerômetro e o giroscópio. Este modelo, neste trabalho, será chamado de modelo de erro, veja a Figura 4.

Figura 4 – Modelo de fusão de dados dos sensores inerciais.



Fonte: Próprio Autor.

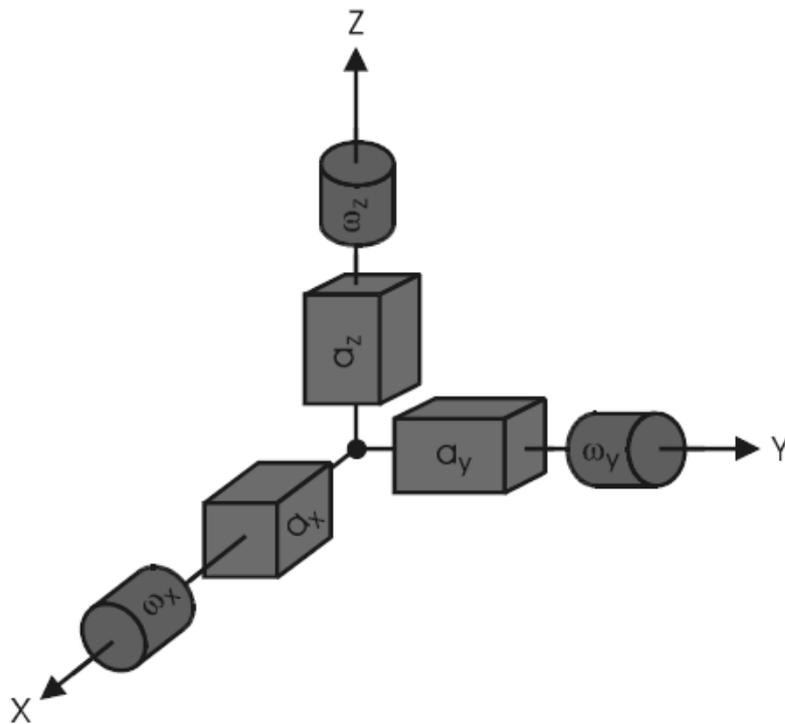
Portanto, o sinal de erro, baseado na diferença de entre as medidas dos sensores, aumentará o FK que é baseado neste modelo de erro e este último atuará fornecendo somente as correções de desvio do giroscópio devido ao processo de integração numérica. Este processo de combinação de dados levará em conta os registros das acelerações observadas pelo acelerômetro, ou seja, apenas haverá fusão das medidas dos sinais do acelerômetro com

seu respectivo giroscópio de mesmo segmento se as incidências de acelerações dinâmicas registradas pelos acelerômetros forem nulas ou desprezíveis.

2.1.2 Sensores Inerciais

O sensor inercial é um dispositivo eletromecânico sensível a velocidades e acelerações, capaz traduzi-las em sinais elétricos. São dispositivos compostos de três eixos ortogonais entre si pelos quais extraem-se informações captadas do ambiente ou do sistema ao qual estão inseridos. São designados acelerômetros e giroscópios quando medem, respectivamente, acelerações (a_x, a_y, a_z) no sentido longitudinal dos eixos coordenados e taxas de variações angulares $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ em torno destes eixos, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Representação do acelerômetro e giroscópio sobre os eixos coordenados.



Fonte: Lang et al. (2002).

Nesta seção serão apresentadas as modelagens dos sinais registrados pelos acelerômetros e giroscópios.

2.1.2.1 Acelerômetro

O acelerômetro tem a finalidade de realizar medidas no sentido longitudinal de seus eixos coordenados, de acordo com seu aspecto construtivo. Para Xing e Gebre-Egziabher (2008), a modelagem dos sinais do acelerômetro é feita de acordo com as da Equações 1

e 2:

$$a(t) = a_a(t) + b_a(t) + \eta_a(t), \quad (1)$$

$$\dot{b}_a(t) = -\frac{1}{\tau_a} b_a(t) + \eta_{b_a}(t), \quad (2)$$

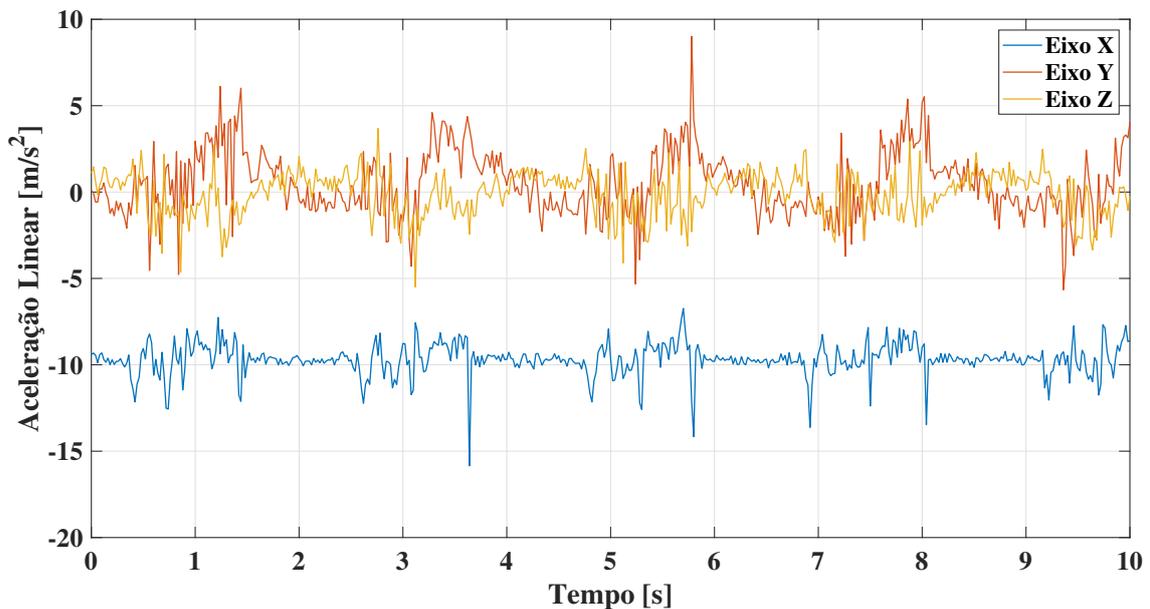
em que:

- $a_a(t)$, a aceleração real medida/sentida em um ou mais eixos do seu plano de coordenadas,
- $b_a(t)$, a polarização do acelerômetro,
- $\eta_a(t)$, um ruído branco Gaussiano do acelerômetro, com variância σ_a^2 ,
- τ_a e a constante de tempo ou tempo de correlação de Gauss-Markov,
- $\eta_{b_a}(t)$ é o ruído branco Gaussiano de polarização do acelerômetro com variância $\sigma_{b_a}^2$,
- $\dot{b}_a(t)$ é definido como:

$$\dot{b}_a(t) = \frac{db_a(t)}{dt}. \quad (3)$$

Os dados registrados pelo acelerômetro são obtidos a uma determinada frequência de amostragem em uma escala de medidas em m/s^2 . Um exemplo de medidas registradas pelo acelerômetro, a uma taxa de amostragem de $50Hz$, pode ser observado na Figura 6 abaixo.

Figura 6 – Sinais do acelerômetro fixado em exoesqueleto para captura de movimentos da coxa esquerda.



Fonte: Próprio autor.

O acelerômetro é bastante sensível a vibrações e é capaz de registrar acelerações mesmo que estas sejam de baixa intensidade. Portanto, suas medidas são contaminadas por ruídos indesejáveis que podem não representar com fidelidade as movimentações de membros inferiores. Por isso ao se empregar este sensor para estimativas de atitude, deve-se levar este comportamento em consideração e adotar abordagens que possam compensar ou mitigar estes ruídos.

2.1.2.2 Giroscópio

O giroscópio é um dispositivo capaz de medir a taxa de variação angular, $\omega(t)$, em torno de um ou mais eixos coordenados quando é movimentado. O sinal $\omega(t)$ do giroscópio, segundo Xing e Gebre-Egziabher (2008), pode ser modelado conforme as Equações:

$$\omega(t) = \omega_g(t) + b_g(t) + \eta_g(t), \quad (4)$$

$$\dot{b}_g(t) = -\frac{1}{\tau_g} b_g(t) + \eta_{b_g}(t), \quad (5)$$

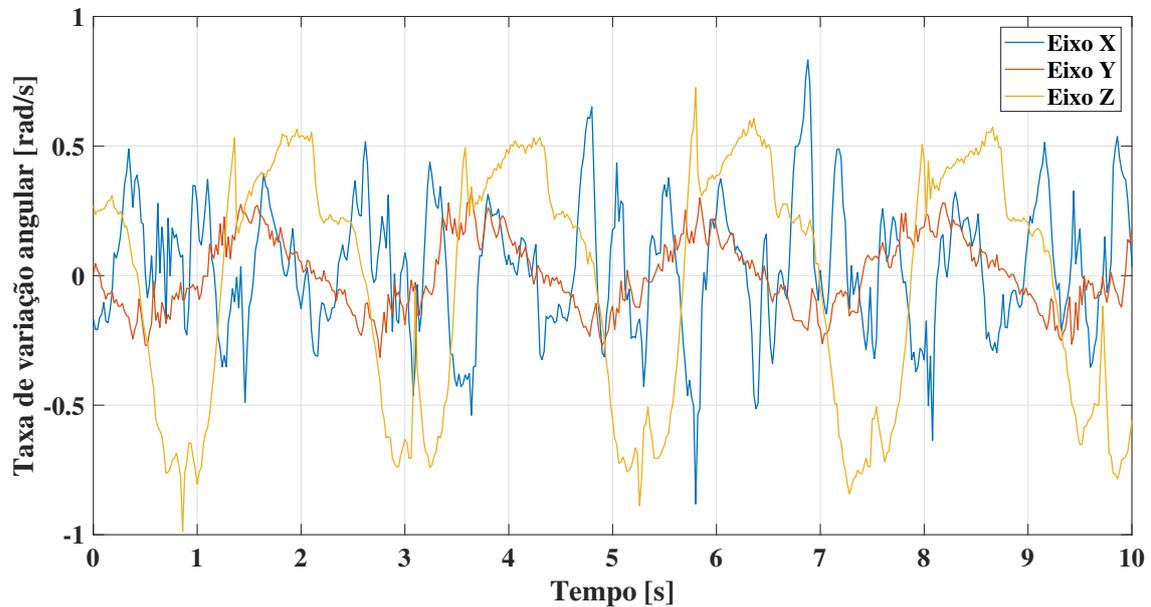
sendo:

- $\omega_g(t)$, a taxa de variação angular medida/sentida em torno dos eixos do giroscópio,
- $b_g(t)$, a polarização do giroscópio,
- $\eta_g(t)$, o ruído branco Gaussiano com variância σ_g^2 ,
- τ_g é a constante de tempo ou tempo de correlação do processo Gauss-Markov,
- $\eta_{b_g}(t)$, o ruído branco Gaussiano de polarização do giroscópio com variância $\sigma_{b_g}^2$,
- $\dot{b}_g(t)$ é definido como:

$$\dot{b}_g(t) = \frac{db_g(t)}{dt}. \quad (6)$$

Assim, como no acelerômetro, os dados do giroscópio também são registrados a uma frequência de amostragem e medidos em *rad/s*. Veja a Figura 7 o exemplo de uma captura durante um curto período a uma taxa de $50Hz$.

Figura 7 – Sinais do giroscópio fixado em exoesqueleto para captura de movimentos da coxa esquerda.



Fonte: Próprio Autor.

Contudo, deve-se atentar que o giroscópio apenas fornece taxas angulares em condições de movimento e que posições angulares são obtidas por um processo de integração numérica fornecendo-se informações angulares prévias.

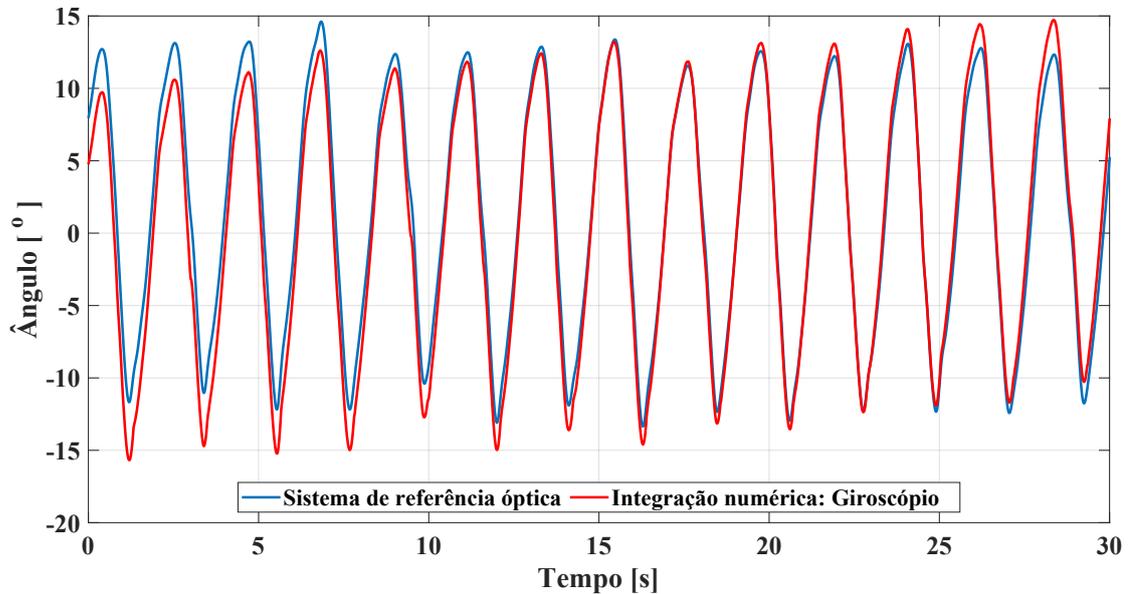
2.1.3 Estimativa de atitude baseada somente em acelerômetros ou giroscópios

As estimativas de atitude tem por finalidade fornecer informações angulares de corpos rígidos em relação a um plano referencial processando-se as informações de sensores inerciais que estão fixados junto ao corpo que se move. Estas informações não estão prontamente preparadas para serem interpretadas, no ponto de vista da posição angular, uma vez que registram suas medidas em escalas dimensionais distintas. Portanto é preciso adequar todas as medidas numa mesma dimensão de escala antes de serem combinadas.

O giroscópio tem a função de dar a informação de orientação a partir de uma referência e após um processo de integração matemática. Entretanto, os sinais captados por este dispositivo sofrem variações no sinal devido a alterações de temperatura e este comportamento é chamado de *offset*. O *offset* provoca alterações no ponto de operação do sinal do sensor na saída. Porém, para se obter orientações angulares do giroscópio, há a necessidade de se realizar uma integração numérica dos dados obtidos e este valor constante, quando integrado, provoca uma soma contínua deste erro causando um efeito de escorregamento ou inclinação do sinal, consequência do processo de integração

do sinal do giroscópio mais o *offset*. Este erro, quando integrado, chama-se *drift*, veja uma ilustração comparativa na Figura 8.

Figura 8 – Comparação entre os dados angulares de um sistema de referência óptica e a integração numérica dos sinais do giroscópio (ângulos absolutos da coxa esquerda).



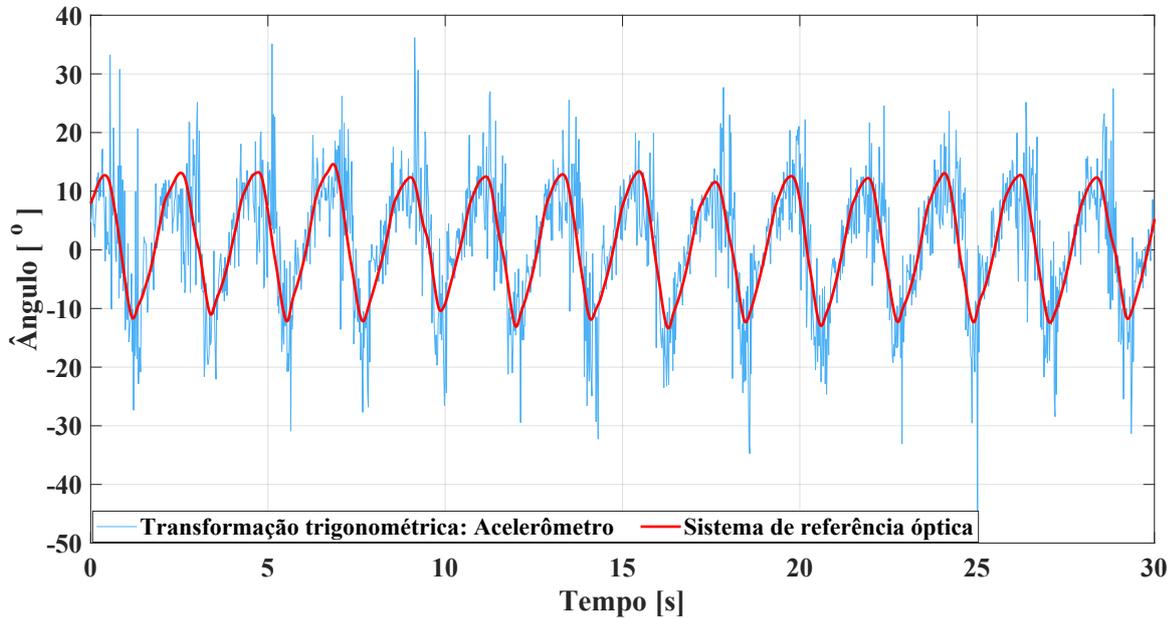
Fonte: Próprio autor.

Por outro lado, as informações obtidas dos acelerômetros não são influenciadas pela integração uma vez que o vetor gravidade pode ser empregado como referência. Com isso, funções trigonométricas podem ser empregadas diretamente sobre as medidas fornecidas pelo sensor inercial relacionado estas informações com o vetor gravidade. No entanto, o acelerômetro é bastante sensível a vibrações indesejadas, o que torna seu sinal bastante ruidoso quando comparado com um sistema de câmeras ou mesmo o acelerômetro, veja a Figura 9.

As Figuras 8 e 9 demonstram que o emprego de um único sensor para estimativas de atitude pode comprometer o resultado final, uma vez que cada sensor, acelerômetro ou giroscópio, produz ruídos incertezas em suas medidas. Isso compromete o resultado final da estimativa, o que enseja na diminuição da precisão do resultado final. Estas características, apresentadas acima, demonstram as principais limitações ao emprego de um único sensor para estimativas de atitude. São, ao mesmo tempo, motivações para o desenvolvimento de um sistema de estimativas que visa compensar os erros de desvios, gerados pelo giroscópio, e os erros devido ao ruído ao empregar o acelerômetro.

Para compensar estes erros, recorre-se ao método de fusão de sensores que parte do princípio de se empregar sensores com características distintas entre si com relação ao espectro de sinais e à dinâmica de ambos utilizando a configuração de filtro complementar. A ideia do filtro complementar é reunir sensores e combiná-los de forma que cada sensor

Figura 9 – Comparação entre os dados angulares de um sistema de referência óptica e a transformação trigonométrica dos sinais do acelerômetro (ângulos absolutos da coxa esquerda).



Fonte: Próprio autor.

complemente as deficiências inerentes de outro. A configuração de filtro complementar reunindo giroscópios e acelerômetros, neste trabalho, tem a finalidade de gerar um sinal e entregá-lo ao FK para realizar estimativas angulares e fusão dos sinais com o giroscópio baseadas no modelo de erro dos sinais dos sensores.

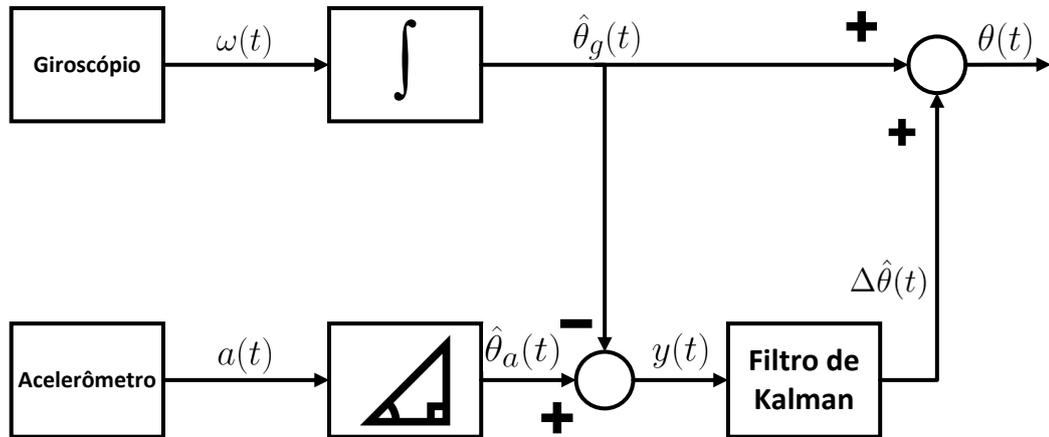
2.1.4 Filtro de Kalman Complementar (FKC)

Sistemas de navegação inercial empregam sensores e necessitam que os sinais medidos do ambiente em que estão inseridos sejam filtrados antes de serem entregues às etapas posteriores de processamento. Empregar somente um tipo de sensor apenas para realizar medidas torna as estimativas imprecisas, uma vez que o mesmo possui deficiências e imprecisões inerentes ao seu processo construtivo.

Combinando-se sinais de múltiplos sensores, com características distintas entre si, faz com que as deficiências de um sensor sejam complementadas com as qualidades do outro, de modo a se formar um sistema de sensores em que o processo de filtragem remova ruídos específicos de cada sensor. Um modelo com sensores monoaxiais, representado em um esquema de blocos do FKC empregado neste trabalho, baseado em Nogueira (2015), é mostrado na Figura 10 abaixo.

Os dados de taxas angulares, $\omega(t)$, medidos no eixo y , do giroscópio, são submetidos a uma integração numérica em relação ao tempo t , a partir de uma posição angular inicial

Figura 10 – Modelo de FKC proposto.



Fonte: Adaptado de Nogueira (2015).

θ_0 fornecida, que resulta no posicionamento angular $\hat{\theta}_g(t)$, conforme a Equação 7.

$$\hat{\theta}_g(t) = \int_0^t \omega_g(t) dt + \theta_0. \quad (7)$$

Já com os dados do acelerômetro, $a(t)$, medidos no eixo x , (a_x), um processo de cálculo com função trigonométrica resulta no posicionamento angular $\hat{\theta}_a(t)$ baseado na aceleração linear fornecida por este dispositivo, tendo a gravidade, g , como referência, conforme a Equação 8.

$$\hat{\theta}_a(t) = \arcsen\left(\frac{a_x}{g}\right) = \theta(t) + \eta_a. \quad (8)$$

Os posicionamentos fornecidos pelas Equações 7 e 8, são combinados por meio da filtragem complementar através da diferença destes, conforme a Equação 9. O termo $\Delta\theta$ significa um sinal de erro baseado na diferença de posicionamento entre o acelerômetro e o giroscópio e é sobre este sinal, então, que o filtro de Kalman realizará as correções fornecendo uma estimativa corrigida do erro, $\Delta\hat{\theta}$.

$$\hat{\theta}_a(t) - \hat{\theta}_g(t) = \underbrace{\theta(t) - \hat{\theta}_g(t)}_{\Delta\theta} + \eta_a = \Delta\theta + \eta_a = y(t). \quad (9)$$

Por fim, a combinação da estimativa corrigida $\Delta\hat{\theta}$ com a estimativa gerada pela operação da Equação 7, $\hat{\theta}_g(t)$, produzirá o ângulo de posicionamento do giroscópio, $\hat{\theta}$, agora corrigido, conforme a Equação 10.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}_g(t) + \Delta\hat{\theta}(t). \quad (10)$$

Para se implementar um FKC é necessário, antes de tudo, estabelecer um modelo matemático do sistema em questão. Este modelo se baseará na representação matemática dos sensores envolvidos nas medidas dos movimentos com seus parâmetros atribuídos às equações de estado que representam modelo no espaço de estados do erro. Tais equações

são a Equação 11 (equação dinâmica do sistema) e a Equação 12 (equação de saída de espaço de estados)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t), \quad (11)$$

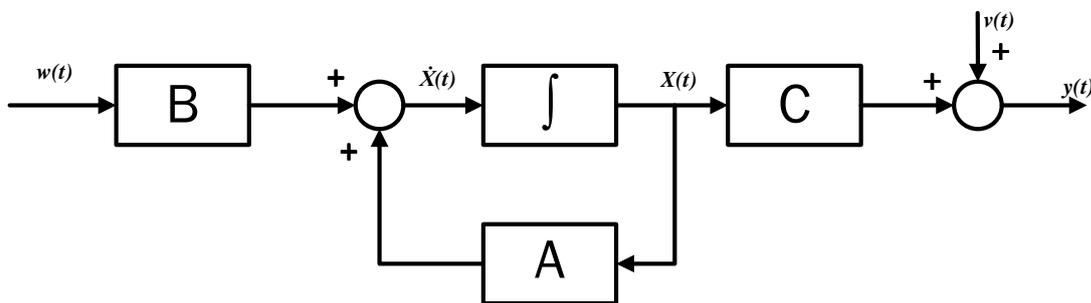
$$y(t) = Cx(t) + v(t), \quad (12)$$

sendo:

- $x(t)$ o vetor de estados,
- A é a matriz do modelo do sistema,
- B é a matriz que conecta o vetor de ruídos $w(t)$ ao modelo do sistema,
- C é a matriz de observação que conecta o vetor de estados $x(t)$ à saída $y(t)$,
- $w(t)$ e $v(t)$, são processos estocásticos denominados de ruído no estado (ou processo) e ruído de medida aditivo, respectivamente, onde são supostos brancos, Gaussianos e independentes entre si.

Um diagrama em blocos do modelo do sistema para as Equações 11 e 12 é apresentado pela Figura 11. O objetivo é encontrar uma estimativa ótima, $\hat{x}(t)$, para o estado $x(t)$ a partir das observações da saída $y(t)$ e que compense os erros de desvio do giroscópio e os ruídos do acelerômetro por meio da fusão dos sinais destes sensores.

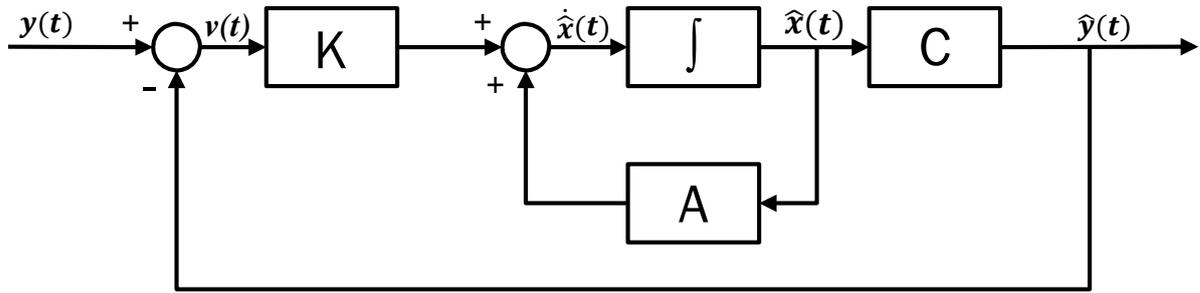
Figura 11 – Diagrama de blocos do sistema.



Fonte: Próprio autor.

Para este caso, emprega-se o FK que tem a estrutura representada pelo diagrama em blocos simplificado mostrado na Figura 12, em que K é uma matriz de ganhos. Assim sendo, a estimativa ótima desejada é atingida quando a variância do erro da estimativa é mínima de modo que $x(t) - \hat{x}(t)$ seja tão pequena quanto possível.

Figura 12 – Diagrama de blocos simplificado do FK.



Fonte: Próprio autor.

Com isso, a dinâmica do FK para o diagrama em blocos da Figura 12 é dada por

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K[y(t) - \hat{y}(t)] = A\hat{x}(t) + K[y(t) - C\hat{x}(t)], \quad (13)$$

em que a estimativa ótima $\hat{x}(t)$ é atingida desde que

$$\min \sum_{i=1}^N E\{[x_i(t) - \hat{x}_i(t)]^2\}, \quad (14)$$

sendo:

- $E\{ \}$, o operador esperança que associa a cada variável aleatória ao seu valor esperado,
- N , o número de dados.

O emprego do FK requer um modelo linearizado do sistema de estimativas baseado no giroscópio e acelerômetro. Sendo $\hat{\theta}(t)$ a saída corrigida estimada fornecendo o posicionamento angular, a velocidade angular estimada $\dot{\hat{\theta}}(t)$ é dada pela Equação 15:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \hat{\omega}(t) = \omega_g(t) + \hat{b}(t). \quad (15)$$

A polarização (*bias*) $\hat{b}(t)$ estimada é dada pela Equação 16:

$$\dot{\hat{b}}(t) = -\frac{1}{\tau_g} \Delta \hat{b}(t). \quad (16)$$

Rearranjando de maneira conveniente as Equações 15 e 16, obtém-se as equações para a representação matricial da equação dinâmica do erro conforme o conjunto das Equações 17 e 18 abaixo, que representam as variáveis de estado de interesse.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\hat{\theta}}(t) &= \Delta \omega(t) = \omega(t) - \hat{\omega}(t), \\ &= b_g(t) - \hat{b}_g(t) + \eta_{b_g}(t), \\ &= \Delta b(t) + \eta_g(t). \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\hat{b}}(t) &= \dot{b}(t) - \dot{\hat{b}}(t), \\ &= -\frac{1}{\tau_g} (b_g(t) - \hat{b}_g(t)) + \eta_{b_g}(t), \\ &= -\frac{1}{\tau_g} \Delta b(t) + \eta_g(t). \end{aligned} \quad (18)$$

Das Equações 17 e 18 obtém-se a Equação 19, representação matricial da Equação 11, abaixo.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \Delta\dot{\theta}(t) \\ \Delta\dot{b}_g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta(t) \\ \Delta b_g(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_g(t) \\ \eta_{b_g}(t) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Com a Equação (12), de saída de estados, recorre-se à Equação 9, que representa a diferença de posição entre o acelerômetro e o giroscópio, de onde se obtém a sua forma matricial, Equação 20.

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta(t) \\ \Delta b_g(t) \end{bmatrix} + \eta_a(t). \quad (20)$$

Resta, para que seja feita a implementação com o FK, a discretização das Equações 19 e 20. Os modelos discretizados podem ser vistos abaixo:

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k, \quad (21)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k, \quad (22)$$

em que:

$$\square x_k = [\Delta\theta_k \ \Delta b_k]^T,$$

$$\square F = I + AT, \text{ sendo } I \text{ uma matriz identidade e } T, \text{ o tempo de amostragem,}$$

$$\square G = A^{-1}(F - I)\bar{B},$$

$$\square H = C,$$

$$\square w_k \text{ e } v_k, \text{ os ruídos brancos Gaussianos associados ao modelo do sistema e ao processo de medida.}$$

O FKC para realizar estimativas baseado no modelo proposto nesta seção é mostrado abaixo, no Algoritmo 1.

As matrizes Q e R , são dadas por:

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_g^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{b_g}^2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$R = [\sigma_a^2]. \quad (24)$$

Os valores de σ_g^2 , $\sigma_{b_g}^2$ e σ_a^2 , podem ser obtidos conforme a metodologia de Xing e Gebre-Egziabher (2008) ou por algum método de otimização.

O modelo de FKC aqui apresentado, serve para representações para um segmento em um único eixo do sistema de estimativas. Para os demais eixos segmentos o mesmo modelo se aplica. Para aplicações onde necessita-se que todos os segmentos sejam calculados

Algoritmo 1 : ESTIMATIVA ANGULAR ABSOLUTA UTILIZANDO O FKC

//Predição:

$$\hat{x}_{k+1} = F\hat{x}_{k|k}$$

$$P_{k+1} = FP_{k|k}F^T + GQG^T$$

//Correção:

$$K_{k+1} = P_{k+1}H^T(HP_{k+1}H^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - H\hat{x}_{k+1})$$

$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H)P_{k+1}$$

//Saída:

$$// \text{ Desde que } \hat{x}_{k+1|k+1} := [\Delta\hat{\theta}_{k+1|k+1} \quad \Delta\hat{b}_{k+1|k+1}]^T$$

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_{k+1}^g + \Delta\hat{\theta}_{k+1|k+1};$$

Fonte: Adaptado de Nogueira (2015)

simultaneamente pode-se combinar o arranjo matricial dos modelos individuais em apenas uma representação matricial.

No Apêndice A.1 existe um comparativo entre os modelos de estimativas locais e globais(colaborativas).

2.2 Sistema Markoviano Planar (SMp)

Em sistemas de estimativas angulares envolvendo múltiplos segmentos em que há diversas modelagens individuais de sistemas de sensores inerciais, existem momentos em que um ou mais sensores inerciais não possuem medidas confiáveis para realizar o processo de fusão de sinais. Realizar a fusão de dados sob estas condições poderia contribuir para o aumento das imprecisões das estimativas.

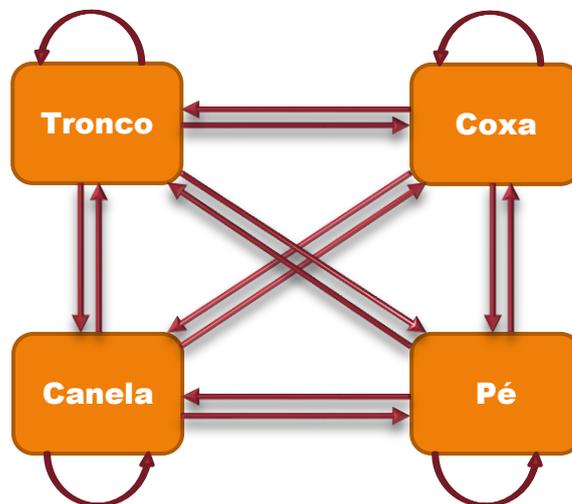
Associado ao problema da confiabilidade de determinados sensores para a fusão de dados, o modo colaborativo dos sistemas de sensores para estimativas angulares relativas pode ser empregado para a melhoria da estimativa, desde que se observe os momentos em que as medidas registradas pelos sensores sejam confiáveis. Empregar dois sistemas de estimativas de ângulos absolutos que contém medidas provenientes de processos de fusão de dados não confiáveis para estimativas angulares também significaria um aumento de imprecisão.

Neste momento, o emprego de Sistemas Lineares Sujeitos a Saltos Markovianos (SLSM), apresenta-se como um chaveador entre estados lineares de uma cadeia Markoviana finita. Tratando-se de sistemas reais, todos são não lineares em algum instante, ou seja, estes são projetados para operarem linearmente dentro de uma faixa determinada mas se comportam como não lineares fora desta.

O objetivo, então, é empregar, em conjunto com um FK, determinado acelerômetro desde que este esteja dentro de um limiar de medidas imposto ao sistema. O sistema, então, chaveará para sistemas que contém medidas lineares (dentro da faixa aceitável) mas realizará saltos entre os sensores que contém medidas fora da faixa determinada, rejeitando não linearidades para realizar a fusão acelerômetro mais confiável com o seu respectivo giroscópio configurado-se, assim, um Filtro de Kalman Sujeito a Saltos Markovianos (FKSM). Mais especificamente, o FKSM apresentado nesta seção é empregado para estimativas angulares planares, no plano sagital do ser humano. Para diferenciá-lo dos demais FK's apresentados neste texto, será referenciado como Filtro de Kalman Sujeito a Saltos Markovianos Planar (FKSMp).

O modelo Markoviano proposto é baseado tomando-se como princípio quatro segmentos do corpo humano de onde as informações dos sensores serão extraídas, veja a Figura 13 abaixo. Para quaisquer segmentos, a cada instante, as informações dos acelerômetros são calculadas por meio de suas normas Euclidianas (dos três eixos). Respeitando-se um determinado limiar, o acelerômetro que fornecer o menor índice da norma subtraída do vetor gravidade local entre todos os acelerômetros, dentro da faixa de linearidade aceitável, estará habilitado a realizar a fusão de seus dados com o giroscópio, ambos relativos ao mesmo segmento, fornecendo estes dados para o FKSMp realizar as correções baseadas no modelo de sistema de sensores.

Figura 13 – Modelo Markoviano proposto.



Fonte: Adaptado de Nogueira et al. (2014).

Deste modo, o FKSMp promoverá saltos entre os sistemas de sensores quando os critérios de confiabilidade de medidas não obedecerem determinado parâmetro podendo, inclusive, permanecer em um determinado sistema quando este possuir as medidas mais confiáveis. Sendo assim, a escolha entre os sistemas de sensores se baseará tendo-se como referências apenas as medidas atuais, concluindo-se que as observações anteriores não exercem influência sobre a escolha do melhor sistema.

As equações de estado e saída do modelo do sistema são apresentadas logo abaixo, de acordo com as Equações 25 e 26 abaixo.

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}w(t), \quad (25)$$

$$y(t) = \bar{C}(\Xi(t))x(t) + v(t), \quad (26)$$

em que:

$$\square x(t) = [x_B(t), x_T(t), x_S(t), x_F(t)]^T,$$

$$\square x_i(t) = [\Delta\hat{\theta}_i(t) \ \Delta b_i(t)], \text{ para } i = \{B, T, S, F\},$$

$\square w(t)$ e $v(t)$ são ruídos brancos Gaussianos brancos associados ao modelo do sistema e às medidas realizadas, respectivamente,

$\square \bar{A}$ e \bar{B} são matrizes relacionadas à modelagem do sistema, e são idênticas ao modelo proposto na Equação 19 mas com arranjo matricial para os quatro segmentos do corpo humano (tronco, coxa, canela e pé) com seus respectivos sistemas de sensores.

O termo $y(t)$ representa o vetor de saída das medidas realizadas e é representado conforme a Equação 27 abaixo.

$$y(t) = [\Delta_{IMU} \ \Delta_h \ \Delta_k \ \Delta_a]^T, \quad (27)$$

em que:

$\square \Delta_j$, para $j = \{h, k, a\}$, são os erros relacionados às medidas de ângulos relativos para segmentos consecutivos,

$\square \Delta_{IMU} = [\hat{\theta}_{a_{IMU}} - \hat{\theta}_{g_{IMU}}]$ representa os erros calculados para os ângulos absolutos registrados pelos acelerômetros $\hat{\theta}_{a_{IMU}}$ e giroscópios $\hat{\theta}_{g_{IMU}}$, sendo esta variável relacionada, em determinado instante, a quaisquer dos segmentos (tronco, coxa, canela e pé), de acordo com uma cadeia de *Markov* estabelecida conforme a Figura 13.

A atribuição de qualquer segmento do conjunto $i = \{B, T, S, F\}$ à variável Δ_{IMU} é realizada segundo um critério baseado em um limiar de medidas das acelerações registradas pelos acelerômetros dos segmentos em questão. Estas medidas são comparadas com a constante gravitacional, onde se buscará o menor valor entre os sensores dos quatro segmentos $i = \{B, T, S, F\}$, conforme a Equação 28 e 29 abaixo.

$$\rho(k) := \min_i (|||a_i|| - g|) \quad (28)$$

$$\Xi(k) := \arg \min_i (|||a_i|| - g|), \quad (29)$$

sendo:

- $\rho(k)$, descreve o grau de confiabilidade do acelerômetro a_i , para $i = \{B, T, S, F\}$ descontando-se a constante gravitacional local g ,
- $\Xi(k)$, assume um dos estados possíveis $\{B, T, S, F\}$ seguindo o limiar de confiança para $\rho(k) \leq \zeta$, sendo $0 \leq \zeta \leq 1$ tendo ζ como um valor empírico e pequeno.

Sendo assim, o sistema Markoviano definirá um entre quatro estados possíveis para $M_i(t)$ em cada instância de dados para $i = \{B, T, S, F\}$. Os demais estados, com menor confiabilidade de sinais dos acelerômetros serão levados a um estado de valor zero, veja a Tabela 1 abaixo, sendo $S = [1 \ 0]$ o vetor que seleciona o plano angular de maior confiabilidade de acordo com o estado Markoviano atual.

Tabela 1 – Estados Markovianos.

Modos de Operação ($\Xi(t)$)	$M_B(t)$	$M_T(t)$	$M_S(t)$	$M_F(t)$
B	S	$0_{1 \times 2}$	$0_{1 \times 2}$	$0_{1 \times 2}$
T	$0_{1 \times 2}$	S	$0_{1 \times 2}$	$0_{1 \times 2}$
S	$0_{1 \times 2}$	$0_{1 \times 2}$	S	$0_{1 \times 2}$
F	$0_{1 \times 2}$	$0_{1 \times 2}$	$0_{1 \times 2}$	S

Fonte: Adaptado de Nogueira et al. (2014)

Desta maneira, a matriz $\bar{C}(\Xi(t))$, da equação de saída de estados, assume uma forma em que seus elementos $M_i(t)$ variam com o tempo de acordo com o estado Markoviano atual, tornando-a variante no tempo de acordo com o modo de operação do argumento $\Xi(t)$, veja a Equação 30, abaixo.

$$\bar{C}(\Xi(t)) = \begin{bmatrix} M_B(t) & M_T(t) & M_S(t) & M_F(t) \\ r & -r & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & r & -r & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & r & -r \end{bmatrix}. \quad (30)$$

em que $r = [1 \ 0]$ é um vetor constante e responsável por relacionar as medidas entre dois segmentos consecutivos.

Para a implementação do Filtro de Kalman Markoviano, usa-se o modelo discreto das equações do modelo de estado e de saída que é dado pelas seguintes Equações 31 e 32 abaixo.

$$x_{k+1} = Fx_k + Gw_k, \quad (31)$$

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad (32)$$

em que:

$$\square F = I + \bar{A}T,$$

$$\square G = \bar{A}^{-1}(F - I)\bar{B},$$

$$\square H = \bar{C}.$$

As equações de predição para o FKM são:

$$\hat{x}_{k+1} = F_{k,\Xi(k)}\hat{x}_{k|k}, \quad (33)$$

$$P_{k+1} = F_{k,\Xi(k)}P_{k|k}F_{k,\Xi(k)}^T + G_{k,\Xi(k)}Q_kG_{k,\Xi(k)}^T. \quad (34)$$

Para as equações de correção tem-se:

$$K_{k+1} = P_{k+1}H_{k+1,\Xi(k)}^T(H_{k+1,\Xi(k)}P_{k+1}H_{k+1,\Xi(k)}^T + R_{k+1})^{-1}, \quad (35)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - H_{k+1,\Xi(k)}\hat{x}_{k+1}), \quad (36)$$

$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1,\Xi(k)})P_{k+1}. \quad (37)$$

Os termos Q e R são matrizes das etapas de predição e correção, respectivamente, conforme abaixo:

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{g_B}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{b_{g_B}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{g_T}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_{g_T}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{g_S}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_{g_S}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{g_F}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_{g_F}}^2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \sigma_{a_\theta(k)}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{e_h}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{e_a}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{e_k}^2 \end{bmatrix}$$

em que:

- \square Q é uma matriz de covariâncias e invariante no tempo, em que os parâmetros podem ser obtidos com algum método de otimização,
- \square R é variante no tempo de acordo com a cadeia de Markov para $\sigma_{a_\Xi(k)}^2$ onde $\Xi(k) = \{B, T, S, F\}$.

2.3 Sistema Markoviano Espacial (SMe)

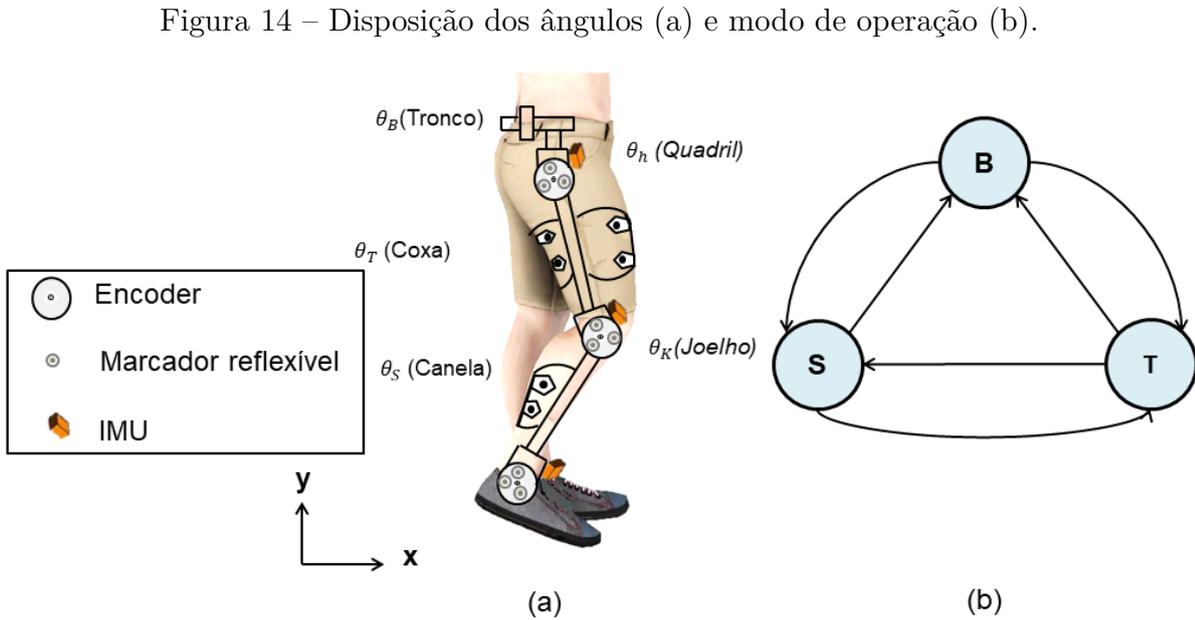
O SMe consiste no emprego de sensores inerciais em conjunto com um exoesqueleto para membros inferiores com a finalidade de obter estimativas angulares absolutas no plano tridimensional. Esta abordagem é apoiada pelas metodologias desenvolvidas em Nogueira et al. (2014), Nogueira et al. (2017) no sentido planar e, posteriormente ampliada para orientação tridimensional das estimativas, como em Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021). O número de segmentos ficou estabelecido como três (tronco, coxa

e canela) para simplicidade do modelo, veja a Figura 14(a). Conseqüentemente, os estados Markovianos também reduziram-se a três como na Figura 14(b). As informações angulares adotadas absolutas obtidas por meio dos sensores inerciais são as seguintes:

- θ_B (tronco),
- θ_T (coxa),
- θ_S (canela),

e, para os ângulos relativos fornecidos pelos *encoders*:

- θ_h (quadril),
- θ_k (joelho).



Fonte: Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021).

Da mesma forma como acontece com o Sistema Markoviano Planar (SMp), o SME alternará entre os estados modelados assumindo-se, conforme em Nogueira et al. (2014), as seguintes equações dinâmica e de saída para descrever o sistema de estimativas para três segmentos

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}w(t), \quad (38)$$

$$y(t) = \bar{C}(\Xi(t))x(t) + v(t), \quad (39)$$

com:

- $x(t)$, como vetor de estados,

- $w(t)$ e $v(t)$ como ruídos associados ao modelo do sistema e medidas, respectivamente,
- $\bar{C}(\Xi(t))$, a matriz que conecta o vetor de estados à saída $y(t)$, responsável pelas medidas externas. Esta matriz alterna entre os três estados Markovianos, $\{B, T, S\}$, de acordo com o argumento $\Xi(t)$, com base na confiabilidade da IMU por meio da análise dos acelerômetros,
- \bar{A} e \bar{B} são matrizes associadas à modelagem do sistema (NOGUEIRA et al., 2014).

Os vetores $x(t)$ e $y(t)$, de estado e saída, são apresentados abaixo

$$x(t) = [x_B \quad x_T \quad x_S]^T, \quad (40)$$

$$y(t) = [\Delta\theta_{\Xi(t)R} \quad \Delta\theta_{\Xi(t)P} \quad \Delta\theta_{\Xi(t)Y} \quad \Delta_h \quad \Delta_k]^T, \quad (41)$$

em que:

- $x_i = [\Delta\theta_{iR} \quad \Delta b_{iR} \quad \Delta\theta_{iP} \quad \Delta b_{iP} \quad \Delta\theta_{iY} \quad \Delta b_{iY}]^T$, para $i = \{B, T, S\}$,
- $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_{g_i}$ corresponde aos erros de estado relacionados às estimativas dos ângulos atitude (*roll*, *pitch* e *yaw*), em todos os segmentos (i) e nas medidas em função do salto Markoviano ($\Xi(t)$) em que θ_i corresponde aos ângulos absolutos (para correção) e $\hat{\theta}_{i_g}$ às estimativas angulares dos giroscópios
- Δ_h e Δ_k correspondem aos erros de estado relacionados aos ângulos das articulações, dados pelos *encoders*.

O coeficiente \bar{A} é definido é a representação triaxial equivalente ao modelo de sistema de um eixo, descrito em Nogueira et al. (2014), como a seguir

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_B & 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & A_T & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} & A_S \end{bmatrix}, \quad (42)$$

em que,

- A_i , para $i = \{B, T, S\}$, é a representação dos modelos dos sensores relativos a cada segmento de membro inferior, sendo cada elemento A_i disposto conforme

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{g_{iR}}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{g_{iP}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{g_{iY}}} \end{bmatrix}, \quad (43)$$

snedo,

- $\tau_{g_{i_j}}$, para $j = \{R, P, Y\}$, a constante de tempo ou tempo de correlação de Gauss-Markov, com $\{R, P, Y\}$, referentes às medidas angulares, em torno dos eixos x , y e z de rotação.

A matriz $\bar{B} = I_n$ é uma matriz identidade de ordem $n = 18$. Já $\bar{C}(\Xi(t))$ é disposta como:

$$\bar{C}(\Xi(t)) = \begin{bmatrix} M_B(t) & M_T(t) & M_S(t) \\ -r & r & 0 \\ 0 & r & -r \end{bmatrix}. \quad (44)$$

sendo,

- r , o vetor responsável por selecionar o plano das articulações consideradas no modelo e definido como

$$r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

A matriz $\bar{C}(\Xi(t))$ conecta o vetor de estados $x(t)$ à saída $y(t)$. Esta é a única matriz variante no tempo do espaço de estados, sendo a mesma dependente do estado Markoviano $\Xi(t)$. O argumento $\Xi(t)$ varia de acordo com a confiabilidade de medida dos acelerômetros utilizados. Para avaliar a confiabilidade, é calculada a norma euclidiana do acelerômetro e comparando a mesma com o valor nominal da gravidade terrestre, sendo este valor nomeado como $\rho(k)$, e descrito abaixo:

$$\rho(t) := \min_i (||a_i||_2 - g), \quad (46)$$

sendo,

- a_i , para $i = \{B, T, S\}$, o vetor contendo acelerações triaxiais do acelerômetro em análise,
- g , o valor nominal da gravidade local.

Neste sentido, $\Xi(t)$ assume um dos estados $i \in \{B, T, S\}$ mediante o seguinte critério:

$$\Xi(k) := \arg \min_i (||a_i||_2 - g). \quad (47)$$

A alternância entre estados assumidos pelo argumento $\Xi(t)$ influencia na configuração interna da matriz \bar{C} pelo fato de seus elementos, $M_i(t)$, alternarem entre os estados $\{B, T, S\}$.

Assim, de acordo com o estado assumido por $\Xi(t)$, tem-se $M_i(t) = S_{RPY}$ para $i = \Xi(t)$ e $M_i(t) = 0_{3 \times 6}$ para $i \neq \Xi(t)$.

$$S_{RPY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (48)$$

A matriz S_{RPY} conecta o sistema de estimativas e correção de atitude às variáveis de estado. Estas estarão submetidas a todo o processo corrente do Filtro de Kalman, bem como o giroscópio e o acelerômetro relativos ao segmento determinado pelo argumento $\Xi(k)$. Os sensores selecionados realizarão a fusão de seus dados no modo complementar, que alimentará o Filtro de Kalman. O processo envolvendo o elemento $M_i(t)$, da matriz $\bar{C}(\Xi(t))$, é relacionado com a orientação tridimensional do sistema de estimativas.

Abaixo, é apresentada a Tabela 2 do diagrama de operações dos modos atribuídos à matriz $M_i(t)$ para as três combinações condizentes aos três possíveis estados assumidos pelo argumento $\Xi(t)$.

Tabela 2 – Modos de operação do SMe

Estados ($\Xi(t)$)	$M_B(t)$	$M_T(t)$	$M_S(t)$
B	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$0_{3 \times 6}$	$0_{3 \times 6}$
T	$0_{3 \times 6}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$0_{3 \times 6}$
S	$0_{3 \times 6}$	$0_{3 \times 6}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Fonte: Próprio autor.

A equações dinâmicas para implementação do SMe sujeito à saltos Markovianos Kalman (FKSM) foram estabelecidas de acordo com Nogueira et al. (2014). Sendo assim, as equações dinâmicas e de saída (38) e (39), discretizadas no tempo

$$x_{k+1} = Fx_k + Gw_k, \quad (49)$$

$$z_k = H_{\Theta_k}x_k + v_k \quad (50)$$

com:

□ $F \cong I + \bar{A}T$, onde I é uma matriz identidade de ordem 18 e T , o tempo de amostragem.

□ $G = \bar{A}^{-1}(F - I)\bar{B}$

□ $H_{\Theta_k} = \bar{C}$

Devido as restrições físicas de posicionamento, os sensores inerciais foram fixados de forma que os ângulos de rotação das articulações fossem o de rolagem (*roll*), do ponto de vista das IMUs. Portanto, o vetor r foi modificado para $r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

O processo de filtragem será feito de acordo com as equações de predição e correção do FKSM definidas por:

Equações de predição:

$$\hat{x}_{k+1} = F\hat{x}_{k|k} \quad (51)$$

$$\hat{P}_{k+1} = FP_{k|k}F^T + GQ_kG^T \quad (52)$$

Equações de correção:

$$K_{k+1} = P_{k+1}H_{\Xi(k)}^T(H_{\Xi(k)}P_{k+1}H_{\Xi(k)}^T + R)^{-1} \quad (53)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - H_{\Xi(k)}\hat{x}_{k+1}) \quad (54)$$

$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{\Xi(k)})P_{k+1} \quad (55)$$

A matriz de covariância Q_k , em (52), associada à etapa de predição do erro de covariância \hat{P}_{k+1} e ao modelo do giroscópio, tem como parâmetros as variâncias, $\sigma_{g_{i_j}}^2$, relacionada à variância do ângulo do giroscópio e, $\sigma_{b_{g_{i_j}}}^2$, à variância dinâmica (aleatória) do mesmo.

Estas variâncias podem ser levantadas em folhas de dados fornecidas pelo fabricante. Na ausência de tais informações, pode-se obtê-las por algum método de otimização, uma vez que contribuem diretamente para um melhor desempenho do Filtro de Kalman.

Considerando-se um giroscópio monoaxial, a matriz Q pode ser montada como:

$$Q_{i_j} = \begin{bmatrix} \sigma_{g_{i_j}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{b_{g_{i_j}}}^2 \end{bmatrix}, \quad (56)$$

onde, como mostrado anteriormente, $i = \{B, T, S\}$ e $j = \{R, P, Y\}$. Para os três eixos, o arranjo matricial que representa o sensor para um único segmento é:

$$Q_i = \begin{bmatrix} Q_{i_R} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & Q_{i_P} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & Q_{i_Y} \end{bmatrix}. \quad (57)$$

Por fim, o modelo completo para o atual sistema de estimativas é:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{BRPY} & 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & Q_{TRPY} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} & Q_{SRPY} \end{bmatrix}. \quad (58)$$

A matriz de covariância R relacionada às medidas, é dependente da sensibilidade do acelerômetro. Além disso seu modelo matricial não contempla a representação de todos os acelerômetros simultaneamente, mas por um único sensor a cada instante e obedecendo às regras de seleção do sensor mais confiável pela cadeia de Markov para três segmentos. Adicionalmente, à mesma matriz, as variâncias para os ângulos relativos do quadril e

joelho são obtidas do *encoder*.

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{a_R}^2(\Xi(k)) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_P}^2(\Xi(k)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{a_Y}^2(\Xi(k)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{e_h}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{e_k}^2 \end{bmatrix}, \quad (59)$$

onde,

- $\sigma_{a_R}^2(\Xi(k))$, $\sigma_{a_P}^2(\Xi(k))$ e $\sigma_{a_Y}^2(\Xi(k))$, são as variâncias do acelerômetro atual utilizado no sistema Markoviano para $\Xi(k) = \{B, T, S\}$,
- $\sigma_{e_h}^2$ e $\sigma_{e_k}^2$ são variâncias relativas entre dois sensores consecutivos causadas pelas restrições articulares, estando as mesmas associadas à acelerômetros e giroscópios.

2.4 Sistema Markoviano Espacial Articular (SMeA)

Nesta seção serão abordadas modelagens equivalentes a dois segmentos consecutivos, referentes ao SMe apresentado na subseção 2.4.1, ao ângulo articular entre segmentos na subseção 2.4.2, e por fim a junção paralela de ambos os modelos na subseção 2.4.3.

2.4.1 Sistema Markoviano Espacial para dois segmentos consecutivos (SMe)

O SMe proposto por Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021) em parceria com o autor dessa dissertação, modelou um sistema Markoviano multicorpos com estimativa angular de atitude (inclinações e orientações) de um exoesqueleto de membros inferiores, sendo este estudo baseado nos modelos anteriormente propostos Nogueira et al. (2014), Nogueira et al. (2017), os quais consideravam apenas o ângulo de inclinação no plano sagital. Nesta seção, o mesmo será reduzido para um sistema com dois segmentos consecutivos. Tal mudança foi realizada para que seja possível a comparação entre o SMe e o SMeA.

Por motivos de comparação, tanto o SMe quanto o SMeA utilizaram dados coletados de um exoesqueleto de membros inferiores, contendo sensores inerciais em dois segmentos consecutivos (coxa, e canela) e um encoder (joelho).

Na Figura 15, é apresentado o diagrama de transição de estados do modelo SMe, com os dois estados modelados T (*thigh*) e S (*shank*). As transições realizadas são nomeadas de saltos Markovianos $\Xi(t)$, podendo assumir os estados $\{T, S\}$. Tais estados representam o segmento selecionado com acelerômetro fixado possuindo o menor índice de aceleração dinâmica, a cada instante, sendo modelado como:

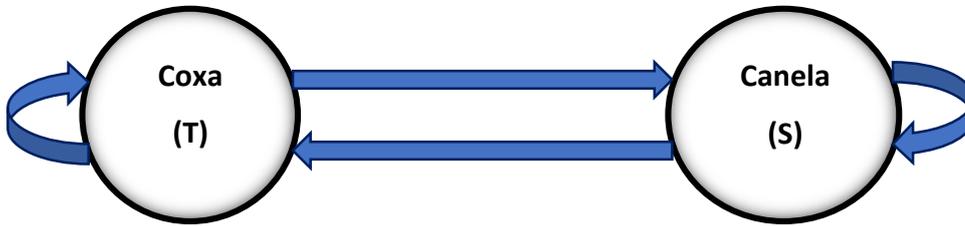
$$\Xi(t) := \arg \min_i (||a_i(t)|| - g_e). \quad (60)$$

em que,

- $a_i(t)$, para $i = \{T, S\}$, é o vetor de medidas de um acelerômetro triaxial para cada instante de tempo t ,
- g_e é a aceleração gravitacional, local.

Assim, o acelerômetro que, comparado à gravidade, possuir a menor diferença absoluta, será selecionado como o mais confiável, promovendo o salto do segmento atual para o segmento selecionado.

Figura 15 – Diagrama de transição de estados Markovianos.



Fonte: Adaptado de Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021).

As equações, dinâmica e de saída, para o modelo Markoviano de três estados proposto na Figura 15, são apresentadas abaixo:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}w(t), \quad (61)$$

$$y(t) = \bar{C}(\Xi(t))x(t) + v(t). \quad (62)$$

O vetor de estados $x(t)$, de (61) e (62), é definido como

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_T(t) & x_S(t) \end{bmatrix}^T, \quad (63)$$

sendo $x_i(t)$ para $i = \{T, S\}$ definidos como:

$$x_i(t) = \begin{bmatrix} \Delta\theta_{i_R}(t) & \Delta b_{i_R}(t) & \Delta\theta_{i_P}(t) & \Delta b_{i_P}(t) & \Delta\theta_{i_Y}(t) & \Delta b_{i_Y}(t) \end{bmatrix},$$

em que,

- os subíndices R, P e Y atendem para ângulos rolagem (*Roll*), arfagem (*Pitch*) e guinagem (*Yaw*) sobre os eixos x, y e z de cada sensor,
- $\Delta\theta_{i_j}$ e Δb_{i_j} , respectivamente, os erros de medida angular e de polarização (*bias*) de cada eixo dos sensores, para $j = \{R, P, Y\}$. Para maiores detalhes sobre esta modelagem, veja Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021).

Já a equação de saída $y(t)$, de (62), compreende os erros de estado, $\Delta\theta_{i_j}$ e Δb_{i_j} , em função do estado Markoviano atual $\Xi(t)$. Sendo definida como

$$y(t) = \begin{bmatrix} \Delta\theta_{\Xi(t)_R} & \Delta\theta_{\Xi(t)_P} & \Delta\theta_{\Xi(t)_Y} & \Delta_k \end{bmatrix}. \quad (64)$$

O estado Markoviano corrente $\Xi(t)$, em (64), pode assumir os valores de estado $\{T, S\}$. Nesta equação, o termo $\Delta\theta_{\Xi(t)_j} = \theta_{\Xi(t)_j} - \theta_{g_{\Xi(t)_j}}$ corresponde ao erro entre a medida de ângulo obtida através acelerômetro mais confiável $\theta_{\Xi(t)_j}$ e o giroscópio correspondente $\theta_{g_{\Xi(t)_j}}$. Já o termo $\Delta_k = \alpha_{enc_k}(t) - (\theta_{g_T}(t) - \theta_{g_S}(t))$ contempla o erro de medida entre o ângulo articular do joelho obtido pelo *encoder* $\alpha_{enc_k}(t)$ e o plano de maior movimento da articulação $\theta_{g_T}(t) - \theta_{g_S}(t)$.

As matrizes no espaço de estados para (61) e (62), são definidas abaixo:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_T & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & A_S \end{bmatrix}, \quad (65)$$

sendo,

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{g_{i_R}}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{g_{i_P}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{g_{i_Y}}} \end{bmatrix}, \quad (66)$$

em que $\tau_{g_{i_j}}$ a constante de tempo ou tempo de correlação de Gauss-Markov.

A matriz \bar{B} é uma matriz identidade de ordem $n = 12$. Já a matriz $\bar{C}(\Xi(t))$ é disposta como

$$\bar{C}(\Xi(t)) = \begin{bmatrix} M_T(t) & M_S(t) \\ -r & r \end{bmatrix}, \quad (67)$$

sendo os elementos da primeira linha (M_T e M_S) dependentes do estado Markoviano atual $\Xi(t)$ e definidos de acordo com a Tabela 3. Já o termo $r = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ é um vetor constante definido de acordo com o plano de maior movimento articular. Neste caso os ângulos da articulação estão dispostos no plano sagital humano (equivalente ao ângulo e rolagem dos sensores inerciais, do inglês *roll*).

Assim, através dos modos de operação definidos na Tabela 3 e inferidos na Equação (67), é possível a seleção dos sensores do segmento com acelerômetro mais confiável, em cada instante de tempo t . O processo geral de estimativa angular absoluta do SMe é apresentado resumidamente na Figura 16. Como pode ser visto, o SMe seleciona os sensores utilizados segundo sua confiabilidade, e combina os mesmos em uma estratégia baseada em filtro de Kalman complementar. Na Seção 3.1, são apresentados detalhes da implementação computacional do SMe.

Tabela 3 – Modos de operação do SME

Estados ($\Xi(t)$)	$M_T(t)$	$M_S(t)$
T	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$0_{3 \times 6}$
S	$0_{3 \times 6}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

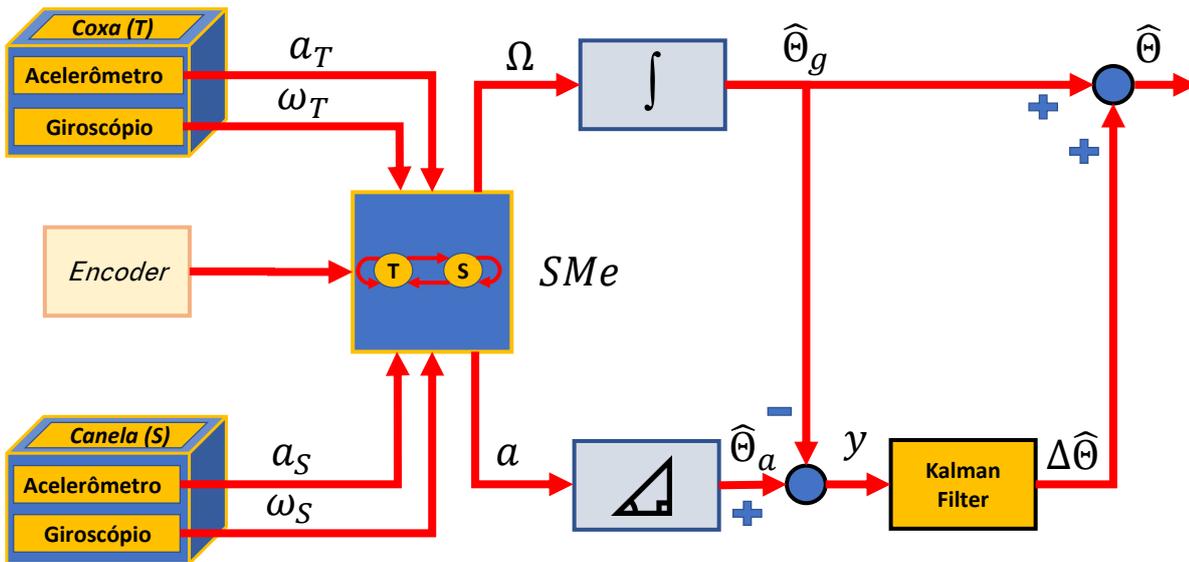


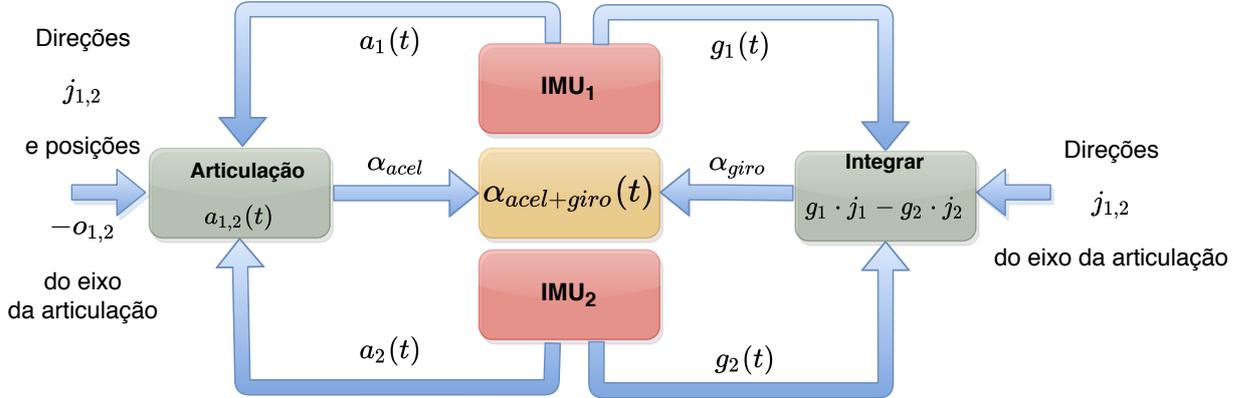
Figura 16 – Diagrama de funcionamento do SME.

2.4.2 Ângulos Articulares Utilizando Sistema de Sensores Inerciais Autoalinháveis

Nesta seção será utilizada a metodologia, proposta por Seel, Raisch e Schauer (2014), para cálculo de ângulos articulares entre dois segmentos consecutivos, utilizando sensores inerciais (giroscópios e acelerômetros). Tal metodologia se faz necessário para a modelagem da restrição articular em sistemas que possuam apenas sensores inerciais, como é o caso do SMEA, sendo desconsiderado o uso de *encoders*.

Segundo Seel, Raisch e Schauer (2014), a obtenção de ângulos articulares entre dois segmentos consecutivos só é possível quando os sensores inerciais estão alinhados no plano de movimento da articulação. No entanto, como a fixação de sensores inerciais no corpo humano não apresenta alinhamentos minimamente razoáveis para obtenção do ângulo articular, é necessário alinhar computacionalmente as IMU's utilizadas, e tal metodologia é apresentada na sequência. Um diagrama de blocos do sistema de estimativas angular articular é apresentado mostrado na Figura 17.

Figura 17 – Diagrama em blocos do sistema de estimativas angular articular autoalinhável.



Fonte: Adaptado de Seel, Raisch e Schauer (2014).

Para alinhar os dois sensores, cada giroscópio triaxial $g_i(t)$, para $i = \{T, S\}$, deve ser rotacionado por seu respectivo versor j_i , de modo que a diferença da norma euclidiana entre ambos seja tão pequena quanto possível, conforme

$$e_{joint}(t) = \|g_T(t) \times j_T\|_2 - \|g_S(t) \times j_S\|_2, \quad (68)$$

sendo $e_{joint}(t)$ o resíduo de alinhamento entre os giroscópios $g_i(t)$.

Os versores j_i , para $i = \{T, S\}$, são valores constantes e expressos em coordenadas esféricas conforme

$$j_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i)\cos(\theta_i) & \cos(\phi_i)\sin(\theta_i) & \sin(\phi_i) \end{bmatrix}^T, \quad (69)$$

sendo ϕ_i e θ_i os argumentos que descrevem a orientação do vetor resultante do sistema de cada sensor em coordenadas esféricas. Assim, o funcional $\Psi(\phi_T, \theta_T, \phi_S, \theta_S) = \sum_{t=1}^N e_{joint}^2(t)$, para N igual ao número de amostras, foi minimizado através do método *Gauss-Newton* como em Seel, Schauer e Raisch (2012), Seel, Raisch e Schauer (2014).

Uma vez definido o método para alinhamento dos giroscópios, segue-se ao alinhamento dos acelerômetros, sendo este obtido pela definição de um ponto de origem para sistema articular. Tal ponto possibilita que, após a remoção das acelerações radiais e tangenciais de ambos os segmentos, os resíduos definidos pela Equação 70 sejam mínimos.

$$e_{origem}(t) = \|a_T(t) - \Gamma_{g_T(t)}(o_T)\|_2 - \|a_S(t) - \Gamma_{g_S(t)}(o_S)\|_2, \quad (70)$$

em que, $e_{origem}(t)$ é o erro da diferença entre as normas euclidianas de cada acelerômetro $a_i(t)$ para $i = \{T, S\}$ subtraídas as acelerações radiais e tangenciais, $\Gamma_{g_i(t)}(o_i)$, em torno do eixo da junta.

O termo $\Gamma_{g_i(t)}(o_i)$, para $i = \{T, S\}$, pode ser calculado conforme a seguir

$$\Gamma_{g_i(t)}(o_i) = \underbrace{g_i(t) \times (g_i(t) \times o_i)}_{acel.radial} + \underbrace{\dot{g}_i(t) \times o_i}_{acel.tangencial}, \quad (71)$$

sendo o_i a origem da articulação, definida como

$$o_i = \hat{o}_i - j_i \frac{\hat{o}_T \cdot j_T + \hat{o}_S \cdot j_S}{2}. \quad (72)$$

Assim, pode-se definir um funcional $\tilde{\Psi}(o_T, o_S) := \sum_{t=1}^N e_{origin}^2(t)$ e, como anteriormente, minimiza-lo com o método *Gauss-Newton*.

Finalmente, os ângulos articulares podem ser calculados através de giroscópios e acelerômetros como:

$$\alpha_{k_{giro}}(t) = \int_0^t (g_T(t) \cdot j_T - g_S(t) \cdot j_S) dt. \quad (73)$$

$$\alpha_{k_{accel}}(t) = \text{acos} \left(\frac{u \cdot v}{\|u\|_2 \cdot \|v\|_2} \right), \quad (74)$$

sendo:

- $u = (\tilde{a}_T(t) \cdot x_T, \tilde{a}_T(t) \cdot y_T)$,
- $v = (\tilde{a}_S(t) \cdot x_S, \tilde{a}_S(t) \cdot y_S)$,
- $\tilde{a}_i(t) = a_i(t) - \Gamma_{g_i(t)}(o_i)$, as projeções do acelerômetro descontadas as acelerações radiais tangenciais.

2.4.3 Sistema Markoviano Espacial com Restrição Articular

Nesta seção é apresentado o Sistema Markoviano espacial com restrição Articular autoalinhável (SMeA), proposto nesse trabalho. O mesmo foi baseado nas metodologias anteriormente apresentadas nas Seções 2.4.1 e 2.4.2.

Diferentemente do SMe apresentado na Seção 2.4.1, esta modelagem inclui um estado Markoviano adicional contemplando o modelo nominal do sistema e substitui o *encoder* pelo cálculo do ângulo articular através da metodologia apresentada na Seção 2.4.2.

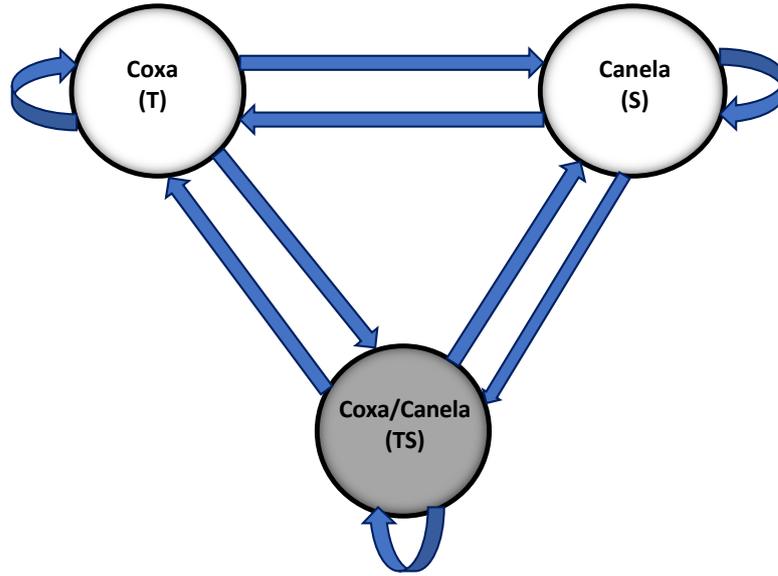
O modelo de sistema aqui proposto, SMeA, é baseado em dois segmentos consecutivos, sendo o diagrama de transição de estados apresentado na Figura 18. Os estados Markovianos utilizados são T (*thigh*), S (*shank*) e TS (nominal), sendo que este último engloba ambos os segmentos. As regras para salto entre sistemas são definidas como:

$$\Xi(t) := \begin{cases} 3, & \text{para } \lambda = 2 \\ \arg \min_i (||a_i|| - g_e), & \text{para } \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (75)$$

em que:

- os saltos $\{1, 2, 3\}$ atendem para $\{T, S, TS\}$,
- λ é igual ao número de acelerômetros com baixo nível de aceleração dinâmica em determinado instante.

Figura 18 – Diagrama de transição de estados do SMeA.



Fonte: Próprio autor.

As equações no espaço de estados deste modelo seguem definições iniciais semelhantes às Equações 61 e 62, da Seção 2.4.1. Com as matrizes de estado \bar{A} e $\bar{B} = I_n$ idênticas as apresentadas pelas Equações 65 e 66, com \bar{B} sendo uma matriz identidade de ordem $n = 12$. Já na matriz $\bar{C}(\Xi(t))$, é adicionado um estado Markoviano contemplando o modelo nominal do sistema e, portanto, englobando ambos os segmentos em um único salto.

A adição do estado Markoviano TS torna necessário o uso de dois sensores observáveis simultaneamente, sendo necessário uma nova modelagem para a matriz $\bar{C}(\Xi(t))$, apresentada abaixo:

$$\underbrace{\bar{C}(\Xi(t))}_{SMeA} = \begin{bmatrix} M_T(t) & 0_{3 \times 6} \\ 0_{3 \times 6} & M_S(t) \\ -r & r \end{bmatrix}, \quad (76)$$

Portanto, através da matriz de estado $\bar{C}(\Xi(t))$, das condições de salto, da Equação 75 e dos modos de operação equivalentes definidos na Tabela 4 é possível a seleção de todos os estados Markovianos previstos, com seleção unitária de sensores confiáveis ou mesmo do modelo nominal.

Na sequência, a modelagem de articulação do joelho foi realizada como na Seção 2.4.2. Assim, uma vez estabelecidos os ângulos com base em acelerômetros e giroscópios, Equações 73 e 74, será utilizado um Filtro de Kalman Complementar (FKC) unitário simples para fusão de dados e obtenção do ângulo articular do joelho, dado pela Equação 77.

$$\alpha_{k_{acel+giro}}(t) = FKC(\alpha_{k_{giro}}(t), \alpha_{k_{acel}}(t)). \quad (77)$$

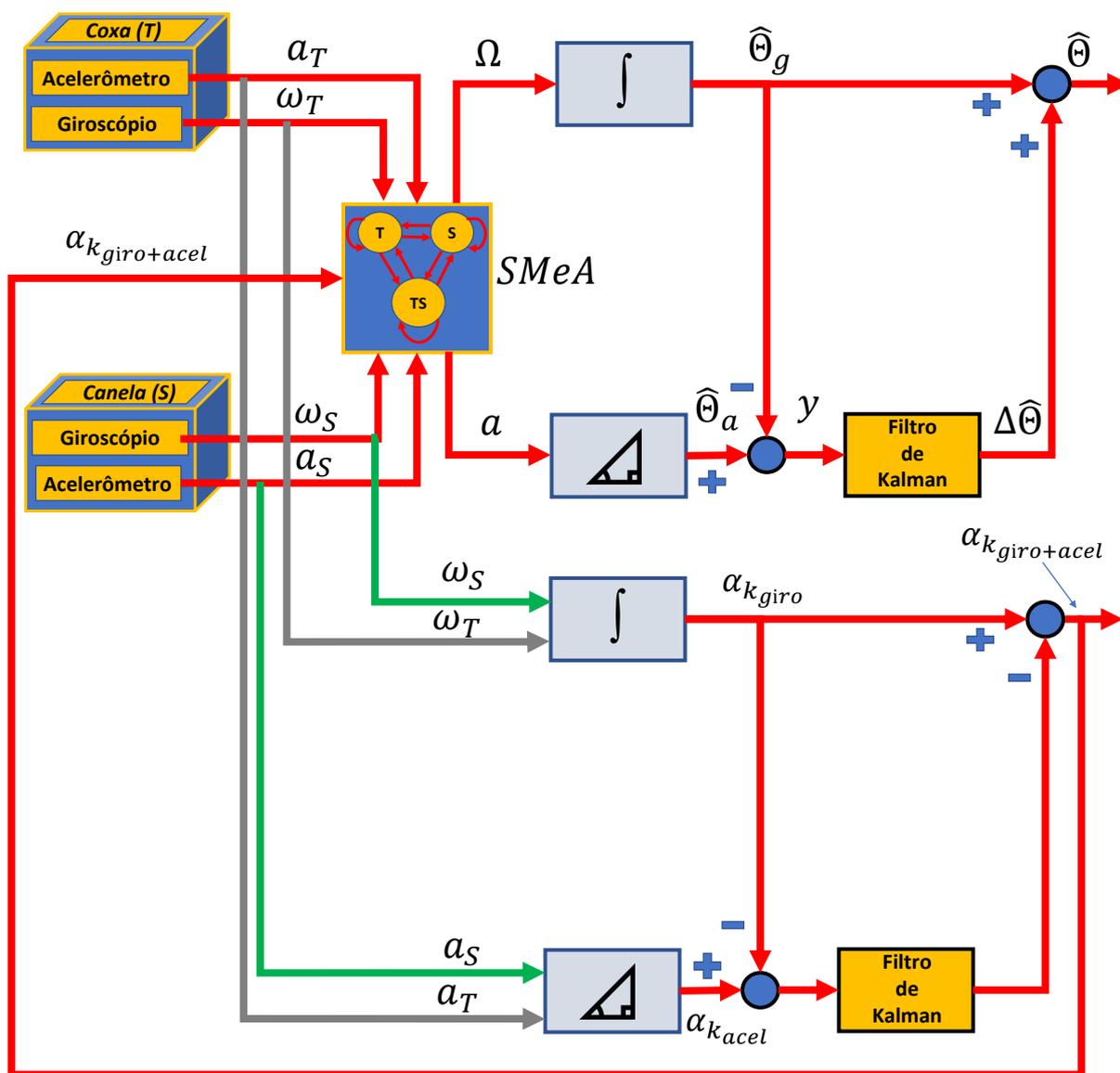
Por fim, a Figura 19 apresenta o funcionamento geral de estimativa do sistema pro-

Tabela 4 – Modos de operação do SMeA

Estados ($\Xi(t)$)	$M_T(t)$	$M_S(t)$
T	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$0_{3 \times 6}$
S	$0_{3 \times 6}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
TS	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

posto. Verifique que diferentemente do SMe, o modelo proposto substitui o *encoder* pelos sensores já existentes (acelerômetros e giroscópios), e realiza a estimativa angular da articulação do joelho. Tais detalhes tornam o modelo atrativo tanto para uso em exoesqueletos e dispositivos robóticos, quanto para análise humana de movimento, uma vez que simplifica o desenho experimental. Na Seção 3.1, são apresentados detalhes da implementação computacional do SMeA.

Figura 19 – Diagrama de funcionamento do SMeA.



Fonte: Próprio autor.

Capítulo 3

Implementação e Resultados

Neste capítulo serão introduzidos a implementação do sistema de estimativas, bem como os resultados do sistema proposto. Os resultados do Sistema Markoviano Espacial (SMe) de dois segmentos consecutivos para membros inferiores foram comparados aos do Sistema Markoviano Espacial Articular (SMeA) para mostrar o desempenho das metodologias propostas para este trabalho. No Capítulo 3.1 será mostrada a implementação dos sistemas SMe e SMeA, sendo o primeiro empregado como modelo para comparação com o sistema proposto para esta dissertação. No Capítulo 3.2 serão exibidos os resultados comparativos obtidos do sistema proposto, SMeA, com o SMe.

3.1 Implementação

Para implementação dos sistemas Markovianos propostos nas seções anteriores, pelos modelos SMe e SMeA, a definição das condições de salto dadas pelas Equações 60 e 75, definem os sensores com maior confiabilidade em determinado instante. No entanto, é necessário a definição de parâmetros de confiabilidade mínima para uso dos acelerômetros, sendo os mesmos dados por:

$$\rho(t) := \begin{cases} \min_i (||a_i(t)|| - g), & \text{para SMe} \\ \begin{bmatrix} ||a_T(t)|| - g_e \\ ||a_S(t)|| - g_e \end{bmatrix}, & \text{para SMeA} \end{cases} \quad (78)$$

Assim, para ambos os sistemas Markovianos, serão utilizadas as Equações 78 e 79 para avaliar a confiabilidade mínima dos acelerômetros. Esta confiabilidade influenciará o cálculo de resíduo do Filtro de Kalman Markoviano apresentado no Algoritmo 2, ou

seja, na atualização de z_{k+1} a cada instante de tempo discreto k .

$$\rho(t) \leq \zeta, \text{ para } \zeta \rightarrow 0 \quad (79)$$

No caso do SMe, o acelerômetro selecionado pelo salto Markoviano a cada instante de tempo, desde que satisfaça a Equação 79, atualizará o termo z_{k+1} termo de correção do filtro de Kalman Markoviano. Já para o SMeA, todos os acelerômetros que satisfizerem a Equação 79 em um dado instante. serão utilizados no processo de atualização do filtro de Kalman Markoviano, veja o Algoritmo 2.

Algoritmo 2 Filtro de Kalman Markoviano Espacial

Predição:

$$\hat{x}_{k+1} = F\hat{x}_{k|k}$$

$$\hat{P}_{k+1} = FP_{k|k}F^T + GQ_kG^T$$

Correção:

$$K_{k+1} = P_{k+1}H_{\Xi(k)}^T(H_{\Xi(k)}P_{k+1}H_{\Xi(k)}^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - H_{\Xi(k)}\hat{x}_{k+1})$$

$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{\Xi(k)})P_{k+1}$$

Como descrito acima, o Algoritmo 2 corresponde ao filtro de Kalman Markoviano, que é utilizado por ambos os sistemas, SMe e SMeA. Este algoritmo, considera a matriz de observação H_{Ξ_k} variante no tempo, sendo a modificação desta dependente das condições de salto definidas por (60) e (75). Além disso, que todas as matrizes de estado dos sistemas, que são utilizadas no Algoritmo 2, estão em sua forma discreta sendo as mesmas aproximadas para:

$$\square F \cong I_n + \bar{A} \cdot T, \text{ sendo } I_n \text{ uma matriz identidade de ordem } n = 18 \text{ e } T, \text{ o tempo de amostragem}$$

$$\square G = \bar{A}^{-1} \cdot (F - I)\bar{B}$$

$$\square H_{\Xi_k} = \bar{C}(\Xi(k)).$$

Na sequência são definidas as matrizes Q e R , associadas ao ruído do processo e à medida. A matriz R possui diferentes configurações dependendo do sistema utilizado (SMe e SMeA).

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{TRPY} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & Q_{SRPY} \end{bmatrix}, \quad (80)$$

em que cada elemento $Q_{i_{RPY}}$ para $i = \{T, S\}$, de Q , faz referência ao ruído no processo e ao modelo do giroscópio e é definida como

$$Q_{i_{RPY}} = \begin{bmatrix} \sigma_{g_R}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{b_{g_R}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{g_P}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_{g_P}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{g_Y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_{g_Y}}^2 \end{bmatrix}, \quad (81)$$

com $\sigma_{g_j}^2$, para $j = \{R, P, Y\}$ relacionado à variância do ângulo do giroscópio e $\sigma_{b_{g_j}}^2$ à variância dinâmica (aleatória) do mesmo.

Para o SMe, a matriz R associada à variância do acelerômetro, *encoder* e ao ruído aditivo nas medidas, é definida como

$$R(SMe) = \begin{bmatrix} \sigma_{a_R(\Xi(k))}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_P(\Xi(k))}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{a_Y(\Xi(k))}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{e_k}^2 \end{bmatrix}, \quad (82)$$

sendo os termos $\sigma_{a_j(\Xi(k))}^2$, para $j = \{R, P, Y\}$, as variâncias dos sinais do acelerômetro em função do argumento $\Xi(k)$ e $\sigma_{e_k}^2$ a variância associada ao *encoder* do joelho.

Para o SMeA, a matriz R associada à variância do acelerômetro, ao ângulo articular e ao ruído aditivo nas medidas, também é variante no tempo em função do estado Markoviano $\Xi(t)$. Nesta, tanto os parâmetros quanto a dimensionalidade é alterada nos saltos. Nos instantes em que o argumento $\Xi(t)$ assume os estados T ou S , a matriz R é definida como:

$$\underbrace{R(SMeA)}_{T,S} = \begin{bmatrix} \sigma_{a_R(\Xi(k))}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_P(\Xi(k))}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{a_Y(\Xi(k))}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{g_k}^2 \end{bmatrix}, \quad (83)$$

sendo $\sigma_{g_k}^2$ a variância associada a articulação do joelho pelos giroscópios.

Já os instantes em que o argumento $\Xi(k)$ assume o estado Markoviano TS , a matriz R tem o seguinte arranjo:

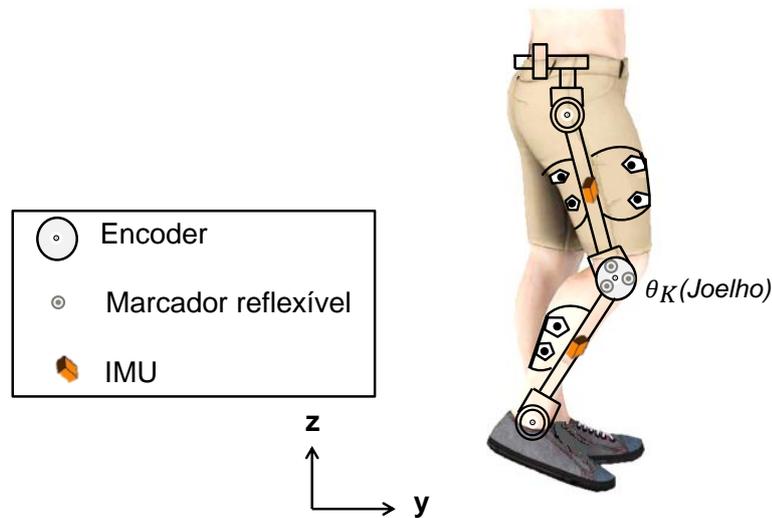
$$\underbrace{R(SMeA)}_{TS-nominal} = \begin{bmatrix} R_T & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & R_S & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \sigma_k^2 \end{bmatrix} \quad (84)$$

sendo os elementos R_i para $i = \{T, S\}$ idênticos a (83) mas com seus elementos definidos pelos dois estados Markovianos T e S .

3.2 Resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados do processamento dos sinais comparando os sistemas SMe e o SMeA. Tais sistemas utilizaram coletas com sensores inerciais em dois segmentos consecutivos de membros inferiores (coxa e canela), sendo utilizado um *encoder* para medição do ângulo relativo. Também foi utilizado um sistema de câmeras para validação das informações cinemáticas. Sendo a disposição dos sensores apresentada na Figura 20.

Figura 20 – Desenho experimental.



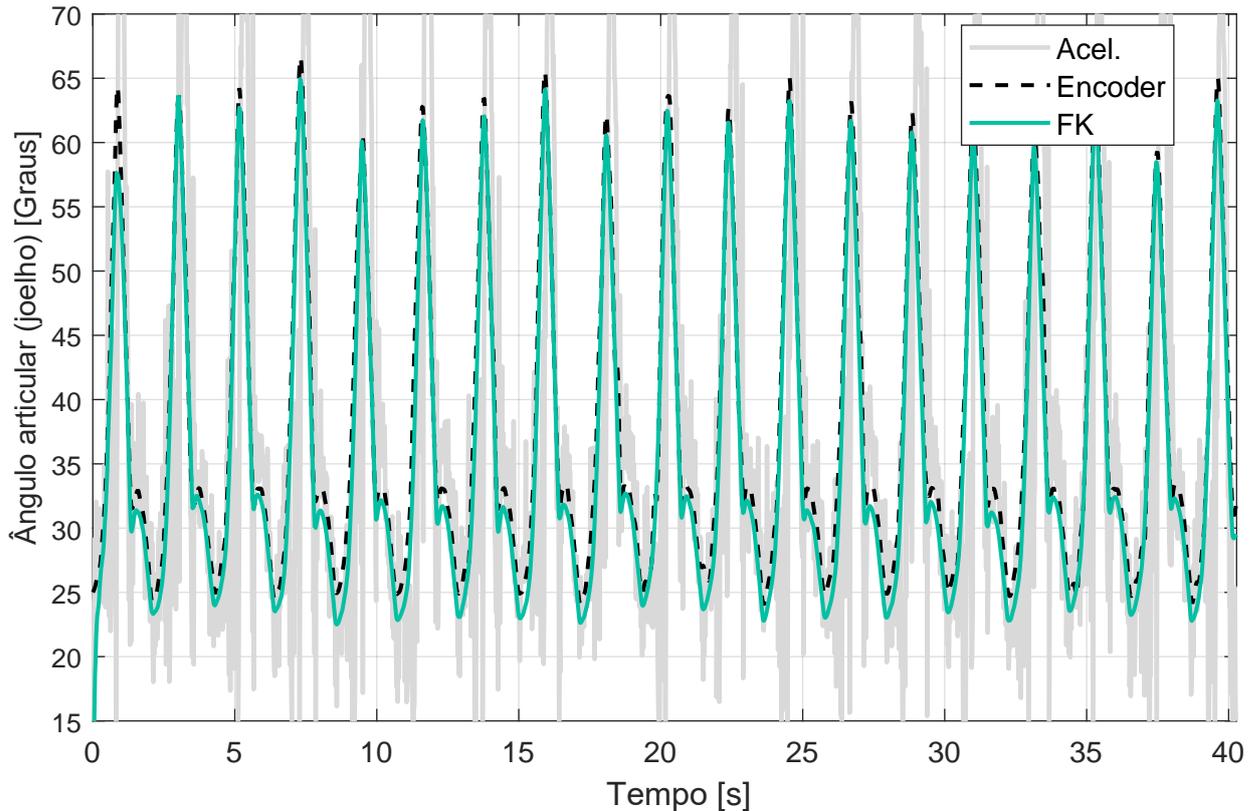
Fonte: Adaptado de Albuquerque, Francelino e Nogueira (2021)

Foi utilizada uma taxa de amostragem dos sensores inerciais e encoders de 50Hz. Além disso, foram utilizados marcadores óticos para gerar ângulos de referência do movimento. No entanto, devido a quantidade de câmeras disponíveis para o estudo, foi possível obter a referência com razoável precisão somente no plano sagital do movimento humano que, pela disposição dos sensores inerciais, equivale ao ângulo de rolagem (*roll*).

Para comparação dos resultados obtidos pelos sistemas, SMe e SMeA, foram utilizados dois índices de desempenho: correlação de *Pearson* e o *Root Mean Square Erro (RMSE)*. Aqui, os desempenhos foram calculados sempre após o tempo de acomodação dos filtros utilizados, em torno de 1.2s .

Nas Figuras 21, 22, 23 e 24, são apresentadas as estimativas angulares da articulação do joelho e dos ângulos dos segmentos *thigh* e *shank* nos três planos do movimento humano: coronal (ângulo *pitch*), sagital (ângulo *roll*) e transversal (ângulo *yaw*). Cabe ressaltar que a alternância entre os planos coronal e sagital, comumente utilizados em alinhamentos respectivos à *roll* e *pitch*, ocorreu devido a disposição dos sensores inerciais ao serem fixados no exoesqueleto. Como pode ser visto na Figura 21, as estimativas angulares da articulação (*knee*) realizadas pelo SMeA, apresentam bom acompanhamento do *encoder*,

Figura 21 – Ângulo articular do joelho



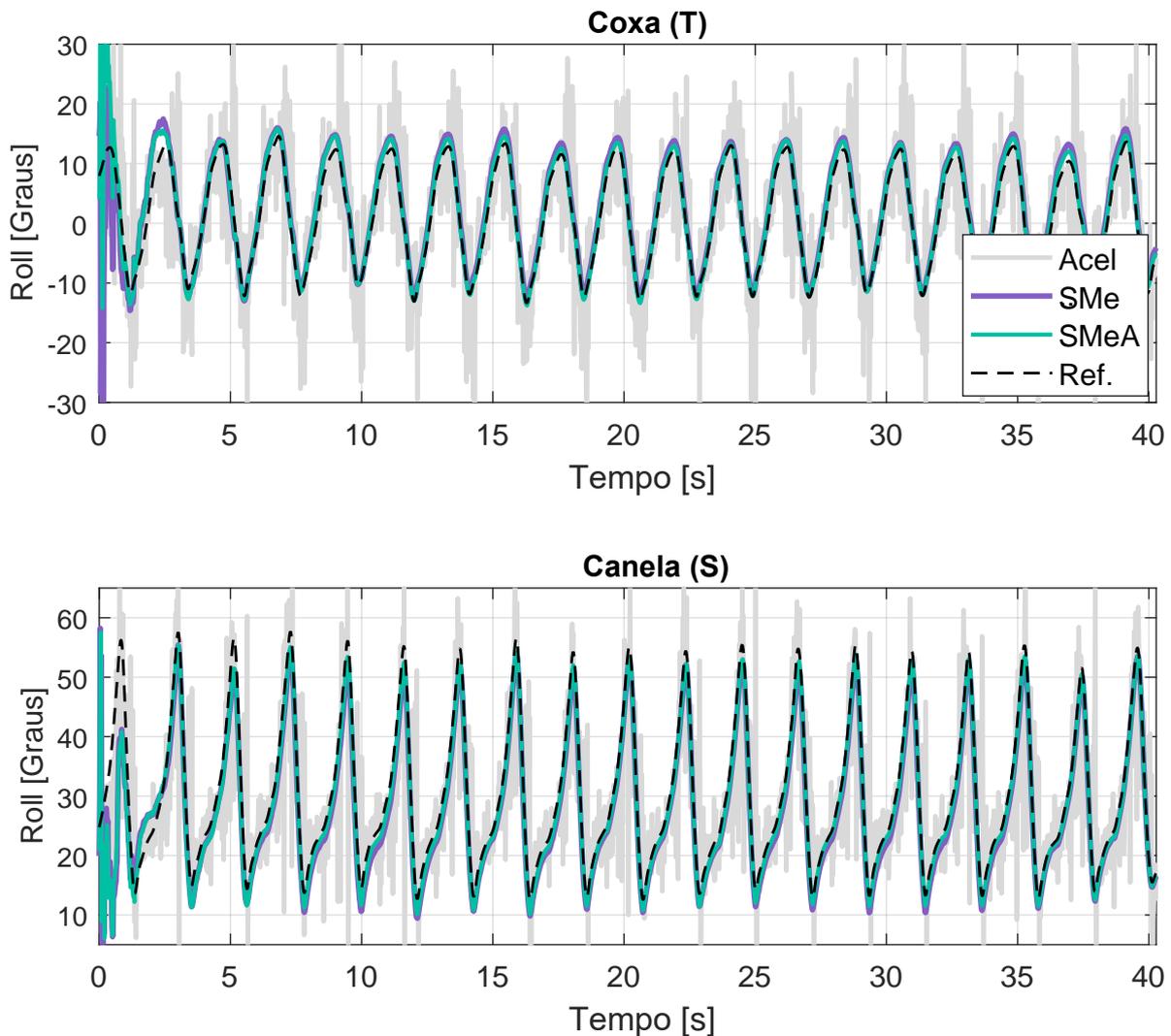
Fonte: Próprio autor

com correlação de 0.9966 e $RMSE = 1.7912$ quando comparado o ângulo do *encoder*. Nos demais gráficos de estimativa angular (Figura 22, 23 e 24), os sinais referentes aos ângulos obtidos pelos giroscópios foram omitidos por questões de visualização, uma vez que os mesmos apresentam significativo desvio em função do erro de integração, e não contribuem diretamente para análise dos resultados.

A Figura 22 apresenta os ângulos de rolagem (*roll*) nos dois segmentos modelados (*Thigh* e *Shank*). Esta contém os ângulos obtidos através do acelerômetro, dos dois sistemas modelados (SMe e SMeA) e da referência através do sistema ótico utilizado. Como pode ser visto, ambos os sistemas apresentam respostas equivalentes, acompanhando a referência com boa precisão, sendo que o SMe possui valores médios de $RMSE = 2.1156^\circ$ e Correlação = 0.9941, já o SMeA apresenta valores médios de $RMSE = 1.6164^\circ$ e Correlação = 0.9951. Assim, ângulos de rolagem do SMeA apresentam uma melhora de estimativa quando comparados ao SMe, em torno de 26.6%. Nas Tabelas 6 e 7, tais valores são apresentados individualmente para cada segmento.

Como descrito anteriormente, as limitações de configuração do sistema ótico utilizado permitiram precisão somente no plano de maior movimento do sistema, no caso plano sagital (ângulo *roll*). Assim, as Figuras 23 e 24 não apresentam um sinal de referência, contemplando somente os ângulos obtidos através do acelerômetro e dos sistemas mode-

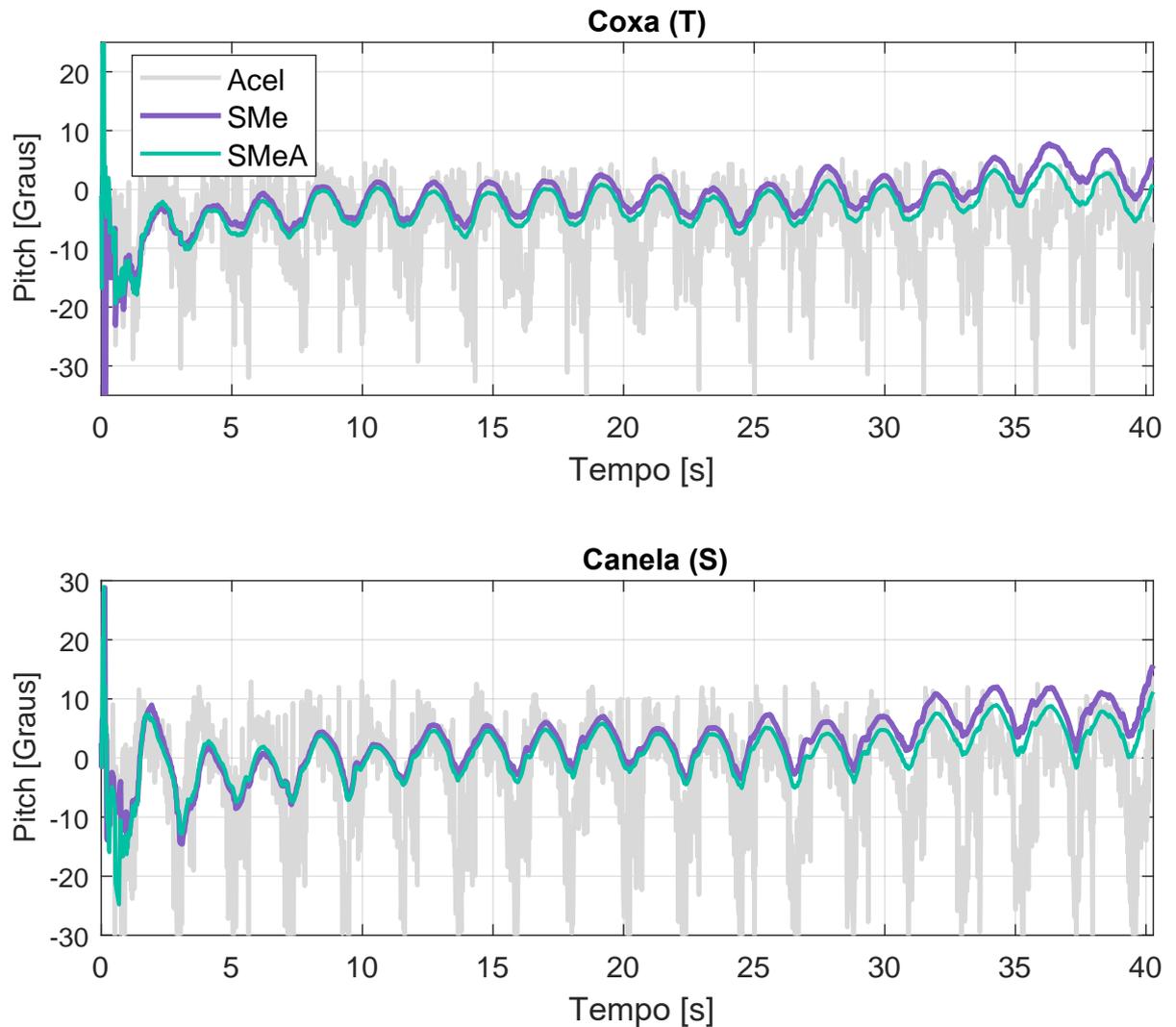
Figura 22 – Ângulo de rolagem (plano sagital), sendo *Acel.* o ângulo obtido através do acelerômetro, *SMe* e *SMeA* os ângulos obtidos através dos sistemas de estimativas modelados, e *Ref.* o ângulo de referência gerado pelo sistema ótico.



lados (SMe e SMeA). Em tais figuras, é verificado que ambos os sistemas apresentam respostas visuais semelhantes, como maior nível de correção do desvio em favor do SMeA, o que também pode ser verificado pela correlação média entre os ângulos obtidos dos sistemas $\text{Correlação}(\text{pitch}) = 0.9718$ e $\text{Correlação}(\text{yaw}) = 0.9885$. As correlações obtidas para os ângulos de *pitch* e *yaw*, são realizadas entre os sistemas SMe e SMeA, uma vez que não possuímos um sistema de referência nestes planos. Nas Tabelas 6 e 7, são apresentados as correlações individuais de cada segmento.

Já o RMSE médio para os ângulos *pitch* e *yaw*, são: $RMSE(\text{pitch}) = 7.0769$ e $RMSE(\text{yaw}) = 5.4146$ para o sistema SMe, e $RMSE(\text{pitch}) = 5.3952$, e $RMSE(\text{yaw}) = 4.2511$ para o SMeA, veja as Tabelas 6 e 7 para os valores individuais por segmento. Estes índices utilizaram como referência os ângulos obtidos através dos acelerômetros e, portanto, refletem a distância entre o valor de correção dos sistemas (ângulos pelos

Figura 23 – Ângulo de arfagem (plano coronal), sendo *Acel.* o ângulo através do acelerômetro, *SMe* e *SMeA* os ângulos através dos sistemas de estimativas modelados.

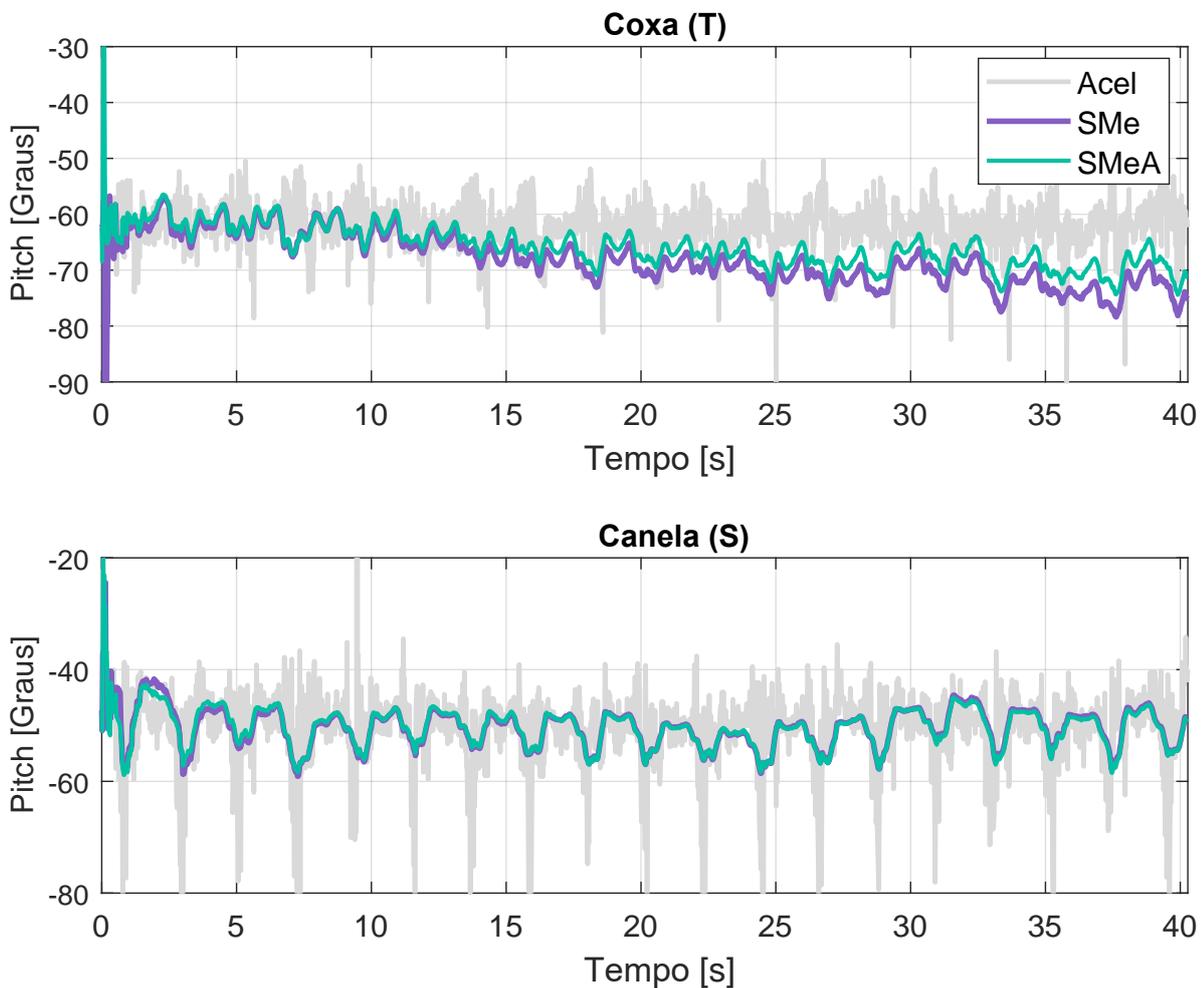


Fonte: Próprio autor.

acelerômetros) e os valores de estimativa (ângulos pelos SMe e SMeA), e não a precisão de estimativa. No entanto, estes índices demonstram que o SMeA promove maior nível de correção do desvio de integração, sem deteriorar o índice de correlação de estimativa entre SMe e SMeA.

Tal resultado já era almejado através do SMeA, uma vez que o mesmo utiliza a metodologia de alinhamento de sensores inerciais proposta por Seel, Raisch e Schauer (2014) para cálculo do ângulo articular, enquanto o SMe utiliza um *encoder* entre os segmentos. Assim alinhamento dos sensores inerciais, possibilita maior precisão do ponto de vista de alinhamento para fusão de sinais. Já o uso *encoder* exige bom nível de alinhamento, podendo adicionar erros de desalinhamento entre sensores inerciais e *encoders*, além da necessidade de correção de *offset* entre ambos.

Figura 24 – Ângulo guinada (plano transversal), sendo *Acel* o ângulo através do acelerômetro, *SMe* e *SMeA* os ângulos através dos sistemas de estimativas modelados.



Fonte: Próprio autor.

Em (NOGUEIRA et al., 2017) foi apresentado a comparação entre filtros locais e colaborativos, veja o Apêndice A.1 para maiores detalhes, sendo utilizado os valores referentes a matriz K_{k+1} de calculada do ganhos do filtro de Kalman Markoviano, Algoritmo 2. Neste trabalho utilizamos a mesma comparação, mas entre dois sistemas colaborativos: o SMe e SMeA. Sendo a decomposição da matriz K_{k+1} apresentada nas Figuras 25 e 26.

Como pode ser visto na Figura 25, a única colaboração de termos cruzados (da matriz K_{k+1}) para correção do SMe estão nos ângulos θ_R dos segmentos *thigh* e *shank*, e estes possuem influência de aproximadamente 20% dos termos cruzados de correção pelo ângulo articular do *encoder*. Já na Figura 26, os termos de correção cruzados do SMeA são mais distribuídos, influenciando as estimativas angulares de θ_R para segmentos *shank* (14%) e *thigh* (31%), e de θ_P e θ_Y para o segmento *shank* (ambos em torno de 9%).

Assim, as Figuras 25 e 26 demonstram em parte que o melhor alinhamento dos sensores inerciais para calculo do ângulo articular utilizado nas Equações 68 e 70, propicia ao filtro

Kalman Markoviano utilizado no SMeA o uso colaborativo de termos de correção no processo de estimativa de forma mais eficiente.

As Figuras 27 e 28, descrevem a distribuição de saltos entre os estados Markovianos de ambos os sistemas. Como pode ser visto na Figura 27, o sensor do segmento *thigh* é selecionado 55% do tempo com uso do acelerômetro em 38% do tempo. O segmento *shank* é selecionado apenas 45% do tempo, possuindo aproximadamente 37% de uso do acelerômetro, o que sugere que os intervalos de baixa aceleração dinâmica são em grande parte coincidentes para ambos os segmentos. Tal afirmação pode ser confirmada através da Figura 28, na qual 51% do tempo é utilizado o estado Markoviano nominal *TS* do SMeA, o que significa que ambos os segmentos possuem baixo nível de aceleração dinâmica, nestes instantes.

Ainda na Figura 28 pode-se verificar que estado Markoviano nominal *TS* do SMeA, amplia significativamente o uso do acelerômetro pelo filtro de Kalman Markoviano nos instantes coincidentes. Por outro lado, diminui o uso dos estados Markovianos seletivos *T* e *S* nos casos individuais, sugerindo que tais instantes podem ter maiores níveis de aceleração dinâmica. Isto significa que a melhor seleção dos termos de correção cruzadas pelo filtro de Kalman Markoviano impactaram diretamente a correção realizada com uso acelerômetro e, portanto, espera-se que o resultado da fusão seja menos impactado pelo desvio causado pela integração do giroscópio. Isto se verifica tanto pelos erros de RMSE, apresentados na Tabela 7 e resumidos na Figura 29, quanto pelas estimativas angulares apresentadas nas Figuras 22, 23 e 24.

Assim, o melhor desempenho do SMeA está relacionado tanto ao alinhamento automático dos sensores inerciais para cálculo do ângulo articular, quanto a inclusão do modelo nominal ao sistema (estado Markoviano *TS*).

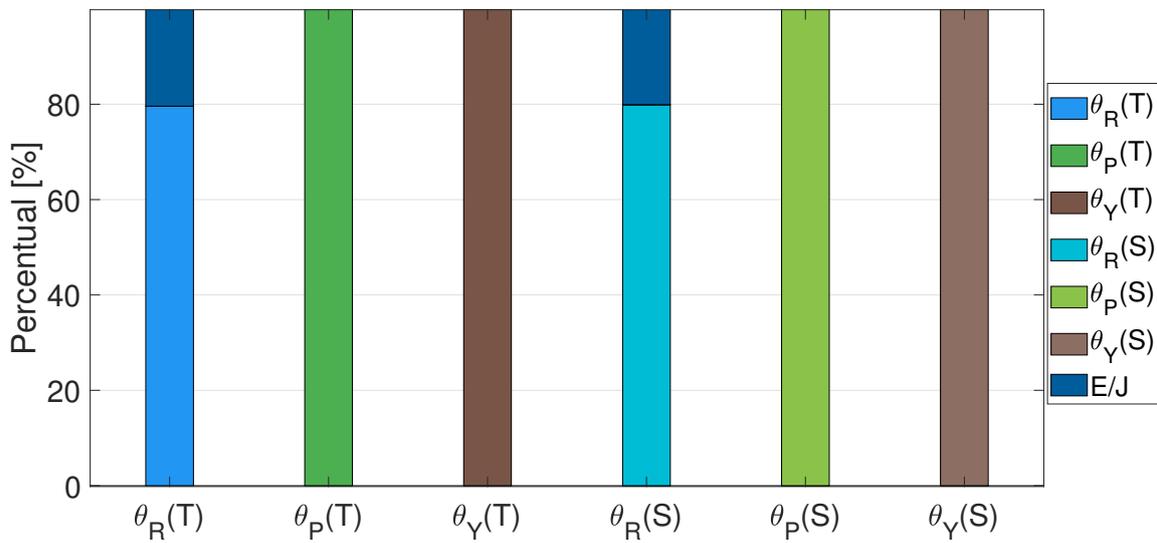
Tabela 5 – Parâmetros dos sensores

Segm.	σ_g^2	σ_{bg}^2	τ_g	σ_g^2	$\sigma_{enc/joint}^2$
Thigh	10^{-7}	10^{-7}	10^{15}	0.0014	0.5
Shank	10^{-7}	10^{-7}	10^{15}	0.0017	0.5

Tabela 6 – Correlação de Pearson.

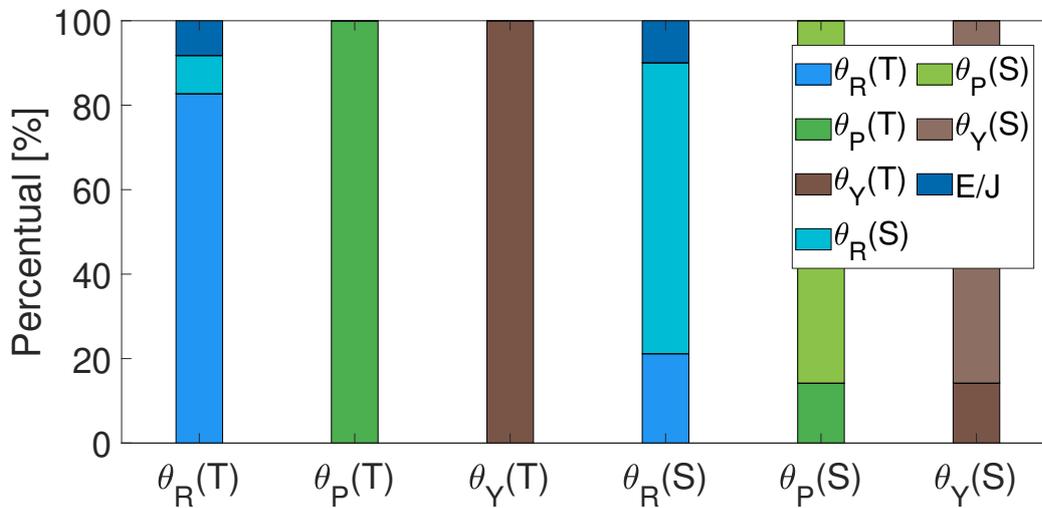
Sistema	Roll (reff.)	Pitch (SMe)	Yaw (SMe)
SMe (Thigh)	0.9934	-	-
SMe (Shank)	0.9948	-	-
SMeA (Thigh)	0.9943	0.9702	0.9878
SMeA (Shank)	0.9959	0.9735	0.9892

Figura 25 – Ganhos cruzados - SMe



Fonte: Próprio autor.

Figura 26 – Ganhos cruzados - SMeA

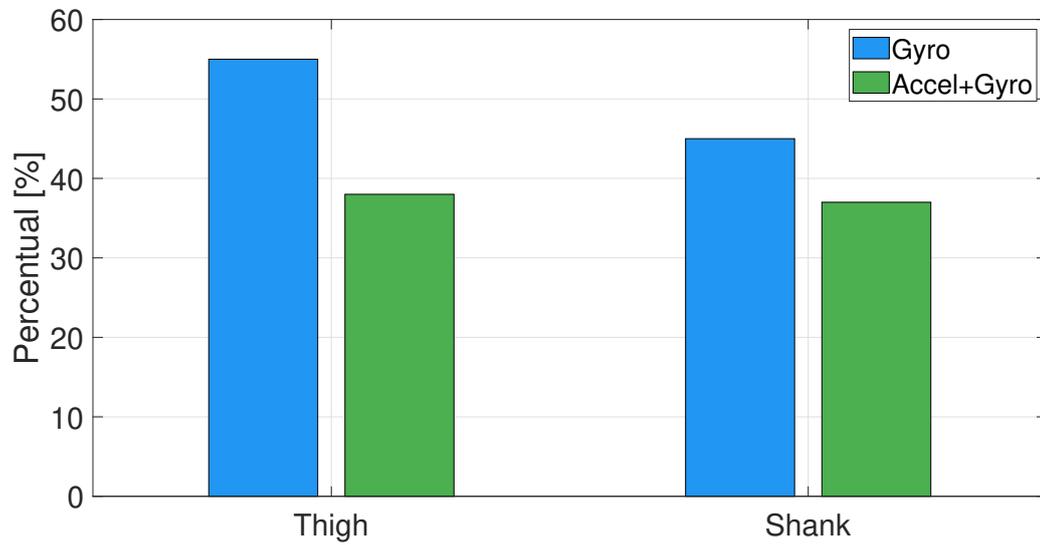


Fonte: Próprio autor.

Tabela 7 – Root Mean Square Error

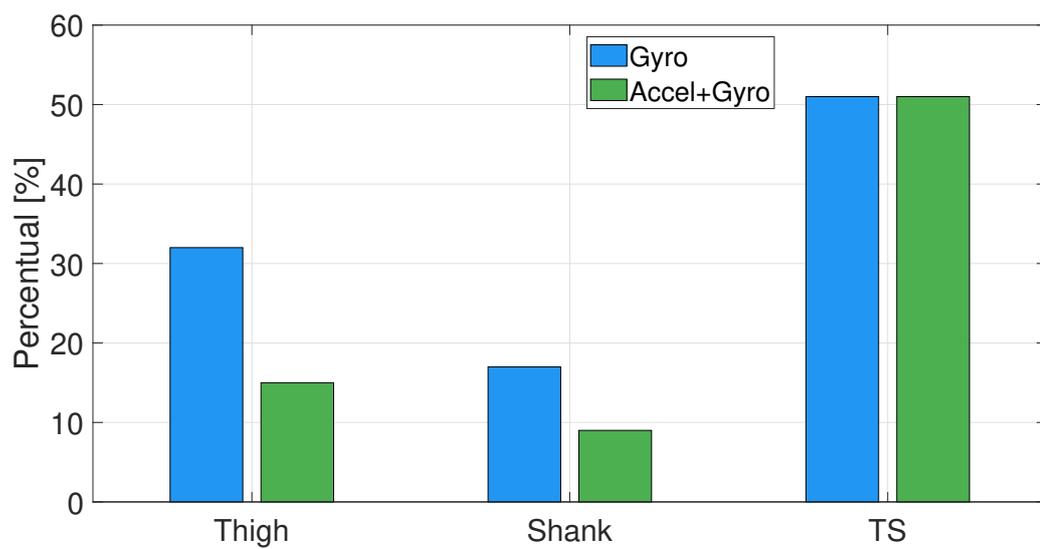
Sistema	Roll (ref.)	Pitch (acel.)	Yaw (acel.)
SMe (<i>Thigh</i>)	1.7594	6.2193	7.4997
SMe (<i>Shank</i>)	2.4718	7.9345	3.3295
SMeA (<i>Thigh</i>)	1.3233	4.5896	5.2809
SMeA (<i>Shank</i>)	1.9095	6.2008	3.2213

Figura 27 – Saltos Markovianos - SMe.

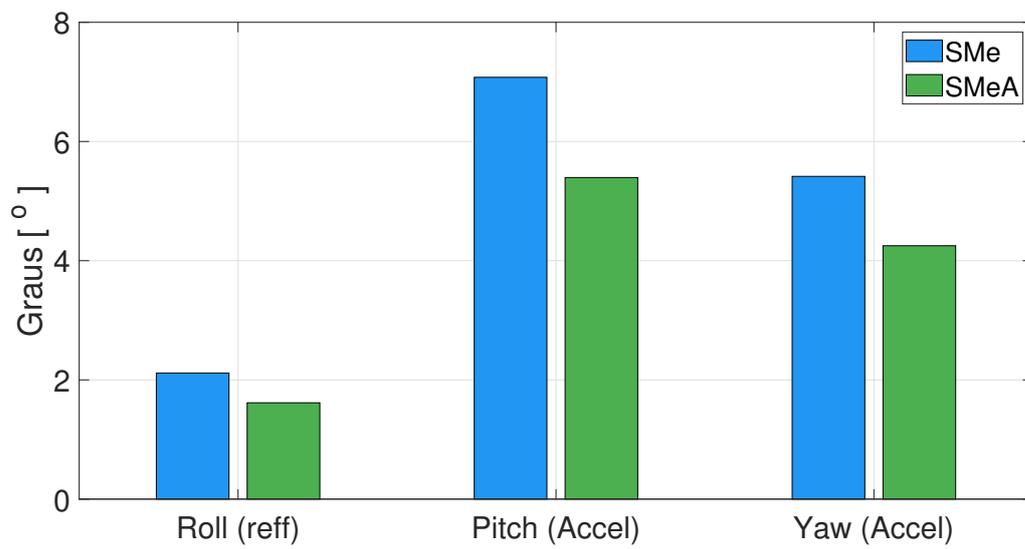


Fonte: Próprio autor.

Figura 28 – Saltos Markovianos - SMeA.



Fonte: Próprio autor.

Figura 29 – Resumo *RMSE*

Fonte: Próprio autor.

Conclusão

Neste trabalho foram apresentados dois modelos para estimativas angulares em segmentos consecutivos, sendo o primeiro o Sistema Markoviano espacial (SMe), anteriormente proposto em (ALBUQUERQUE; FRANCELINO; NOGUEIRA, 2021), sendo este realizado em parceria com o autor desta dissertação, e o segundo o Sistema Markoviano espacial com restrição Articular autoalinhável (SMeA), proposto neste trabalho.

Foi demonstrado que ambos os sistemas apresentam resultados equivalentes nas estimativas angulares do segmentos, com bons resultados de estimativa, atingindo correlação de Pearson acima de 0.99 quando comparados com a referência ótica, e acima de 0.97 quando comparados entre si. Já referente ao erro de estimativa e o sistema ótico, temos uma precisão de RMSE com valores entre 1.3° e 2.5° por segmento.

Quando comparados entre si, temos que o SMeA apresenta um leve aprimoramento referente aos erros de estimativas, diminuindo o RMSE em aproximadamente 23.6% em relação a referência do sistema ótico. Estes resultados foram impactados diretamente pelo sistema de autoalinhamento dos sistemas dos sensores, que também forneceram informações angulares articulares, em substituição ao *encoder*, tornando as medidas articulares também alinhadas aos sensores inerciais. Outro fator importante foi o aumento da redundância do sistema devido a inclusão de um segundo estado Markoviano em momentos que ambos os sistemas apresentaram medidas confiáveis. Para trabalhos futuros pode-se investigar o aumento da quantidade de estados Markovianos onde, pelos resultados apresentados neste trabalho, espera-se uma melhora na qualidade das estimativas.

Além disso, as principais vantagens do SMeA são: (a) estimativa do ângulo articular entre segmentos consecutivos, e (b) não uso de *encoders* nas articulações. Tal fato, torna o SMeA apropriado para análise e monitoramento de pessoas e dispositivos sem a necessidade de uma estrutura rígida que comporte o uso de *encoders*, ou mesmo um laboratório dedicado para esse fim. No entanto, o uso do SMe apresenta maior simplicidade de implementação computacional, podendo ser uma solução com equipamentos rígidos desde que o *encoder* esteja bem alinhado.

Referências

- AHMED, H.; TAHIR, M. Improving the Accuracy of Human Body Orientation Estimation With Wearable IMU Sensors. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 66, n. 3, p. 535–542, mar 2017. ISSN 00189456. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7811233/>>.
- ALBUQUERQUE, P. R.; FRANCELINO, E. H.; NOGUEIRA, S. L. Orientação espacial em exoesqueletos de membros inferiores utilizando filtros markovianos. In: **IEEE/IAS International Conference on Industry Applications**. [S.l.]: unpublished, 2021.
- ALTIOK, H. et al. Quality of life, satisfaction with life, and functional mobility of young adults with arthrogyposis after leaving pediatric care. **American Journal of Medical Genetics Part C: Seminars in Medical Genetics**, Wiley, v. 181, n. 3, p. 461–468, jul 2019.
- ATALLAH, L. et al. Sensor positioning for activity recognition using wearable accelerometers. **IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems**, IEEE, v. 5, n. 4, p. 320–329, 2011. ISSN 19324545.
- BAKER, R. The history of gait analysis before the advent of modern computers. **Gait and Posture**, v. 26, n. 3, p. 331–342, 2007. ISSN 09666362.
- BEAK, S.-H. et al. Upper torso and pelvis linear velocity during the downswing of elite golfers. **BioMedical Engineering OnLine**, Springer Science and Business Media LLC, v. 12, n. 1, p. 13, 2013.
- BOHANNON, R. W.; ANDREWS, A. W. Normal walking speed: a descriptive meta-analysis. **Physiotherapy**, Elsevier BV, v. 97, n. 3, p. 182–189, sep 2011.
- BOUTEN, C. V. et al. A triaxial accelerometer and portable data processing unit for the assessment of daily physical activity. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 44, n. 3, p. 136–147, 1997. ISSN 00189294.
- BOVONSUNTHONCHAI, S. et al. Effect of speed on the upper and contralateral lower limb coordination during gait in individuals with stroke. **The Kaohsiung Journal of Medical Sciences**, Wiley, v. 28, n. 12, p. 667–672, dec 2012.
- BURNS, S. P. et al. Recovery of ambulation in motor-incomplete tetraplegia. **Archives of Physical Medicine and Rehabilitation**, Elsevier BV, v. 78, n. 11, p. 1169–1172, nov 1997.

CALLISAYA, M. L. et al. Longitudinal relationships between cognitive decline and gait slowing: The tasmanian study of cognition and gait. **The Journals of Gerontology Series A: Biological Sciences and Medical Sciences**, Oxford University Press (OUP), v. 70, n. 10, p. 1226–1232, may 2015.

DEBES, C. et al. Monitoring activities of daily living in smart homes: Understanding human behavior. **IEEE Signal Processing Magazine**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 33, n. 2, p. 81–94, mar 2016.

EL-GOHARY, M.; MCNAMES, J. Shoulder and elbow joint angle tracking with inertial sensors. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 59, n. 9, p. 2635–2641, sep 2012. ISSN 00189294. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6239576/>>.

FATORI, C. de O. et al. Dupla tarefa e mobilidade funcional de idosos ativos. **Revista Brasileira de Geriatria e Gerontologia**, FapUNIFESP (SciELO), v. 18, n. 1, p. 29–37, mar 2015.

Ghazali, N. F. et al. Common sport activity recognition using inertial sensor. In: **2018 IEEE 14th International Colloquium on Signal Processing Its Applications (CSPA)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 67–71.

HALL, J. G. et al. Part i. amyoplasia: A common, sporadic condition with congenital contractures. **American Journal of Medical Genetics**, Wiley, v. 15, n. 4, p. 571–590, aug 1983.

HANLEY, B. Gait alterations during constant pace treadmill racewalking. **Journal of Strength and Conditioning Research**, Ovid Technologies (Wolters Kluwer Health), v. 29, n. 8, p. 2142–2147, aug 2015.

INOUE, R. S. et al. Markovian jump linear systems-based filtering for visual and GPS aided inertial navigation system. In: **IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems**. [S.l.]: IEEE, 2017. v. 2017-Septe, p. 4083–4089. ISBN 9781538626825. ISSN 21530866.

KADABA, M. P.; RAMAKRISHNAN, H. K.; WOOTTEN, M. E. Measurement of lower extremity kinematics during level walking. **Journal of Orthopaedic Research**, Wiley, v. 8, n. 3, p. 383–392, may 1990.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of Basic Engineering**, ASME International, v. 82, n. 1, p. 35–45, mar 1960.

KATZ, S. Studies of illness in the aged. **JAMA**, American Medical Association (AMA), v. 185, n. 12, p. 914, sep 1963.

LANG, C. E. et al. Observation of amounts of movement practice provided during stroke rehabilitation. **Archives of Physical Medicine and Rehabilitation**, Elsevier BV, v. 90, n. 10, p. 1692–1698, oct 2009.

LANG, P. et al. Inertial tracking for mobile augmented reality. In: **IMTC/2002. Proceedings of the 19th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IEEE Cat. No.00CH37276)**. [S.l.]: IEEE, 2002.

- LI, C. et al. Use of mems accelerometers/inclinometers as a geotechnical monitoring method for ground subsidence. **Acta Geodynamica et Geomaterialia**, v. 11, n. 4, p. 337–349, 2014. ISSN 12149705.
- LIU, Q. et al. Gazelle: Energy-efficient wearable analysis for running. **IEEE Transactions on Mobile Computing**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 16, n. 9, p. 2531–2544, sep 2017.
- LUINGE, H. **Inertial Sensing of Human Movement**. Tese (phdthesis) — University of Twente, Netherlands, out. 2002. Disponível em: <<https://research.utwente.nl/en/publications/inertial-sensing-of-human-movement>>.
- LUINGE, H. J.; VELTINK, P. H. Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscopes and accelerometers. **Medical and Biological Engineering and Computing**, v. 43, n. 2, p. 273–282, 2005. ISSN 01400118.
- MATHIE, M. J. et al. Detection of daily physical activities using a triaxial accelerometer. **Medical & Biological Engineering & Computing**, Springer Science and Business Media LLC, v. 41, n. 3, p. 296–301, may 2003.
- MERCURI, E. et al. Congenital form of spinal muscular atrophy predominantly affecting the lower limbs: a clinical and muscle MRI study. **Neuromuscular Disorders**, Elsevier BV, v. 14, n. 2, p. 125–129, feb 2004.
- MIELKE, M. M. et al. Assessing the temporal relationship between cognition and gait: Slow gait predicts cognitive decline in the mayo clinic study of aging. **The Journals of Gerontology Series A: Biological Sciences and Medical Sciences**, Oxford University Press (OUP), v. 68, n. 8, p. 929–937, dec 2012.
- MONTERO-ODASSO, M. M. et al. Association of dual-task gait with incident dementia in mild cognitive impairment. **JAMA Neurology**, American Medical Association (AMA), v. 74, n. 7, p. 857, jul 2017.
- NG, S. S.; HUI-CHAN, C. W. The timed up & go test: Its reliability and association with lower-limb impairments and locomotor capacities in people with chronic stroke. **Archives of Physical Medicine and Rehabilitation**, Elsevier BV, v. 86, n. 8, p. 1641–1647, aug 2005.
- NOGUEIRA, S. et al. Markov jump linear systems-based position estimation for lower limb exoskeletons. **Sensors**, MDPI AG, v. 14, n. 1, p. 1835–1849, jan 2014.
- NOGUEIRA, S. L. **Sistemas Markovianos para Estimativa de Ângulos Absolutos em Exoesqueletos de Membros Inferiores**. Tese (phdthesis) — Universidade de São Paulo - USP, São Carlos, SP - Brasil, jan. 2015. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-19052015-172242/publico/NOGUEIRA_SL_2015.pdf>.
- NOGUEIRA, S. L. et al. Global Kalman filter approaches to estimate absolute angles of lower limb segments. **BioMedical Engineering OnLine**, Springer Science and Business Media LLC, v. 16, n. 1, dec 2017. ISSN 1475-925X. Disponível em: <<http://biomedical-engineering-online.biomedcentral.com/articles/10.1186/s12938-017-0346-7>>.

- PADULO, J. et al. Footstep analysis at different slopes and speeds in elite race walking. **Journal of Strength and Conditioning Research**, Ovid Technologies (Wolters Kluwer Health), v. 27, n. 1, p. 125–129, jan 2013.
- PATE, R. R. et al. Physical Activity and Public Health: A Recommendation From the Centers for Disease Control and Prevention and the American College of Sports Medicine. **JAMA**, v. 273, n. 5, p. 402–407, 02 1995. ISSN 0098-7484. Disponível em: <<https://doi.org/10.1001/jama.1995.03520290054029>>.
- PATTERSON, S. L. et al. Determinants of walking function after stroke: Differences by deficit severity. **Archives of Physical Medicine and Rehabilitation**, Elsevier BV, v. 88, n. 1, p. 115–119, jan 2007.
- PODSIADLO, D.; RICHARDSON, S. The timed “up & go”: A test of basic functional mobility for frail elderly persons. **Journal of the American Geriatrics Society**, Wiley, v. 39, n. 2, p. 142–148, feb 1991.
- ROETENBERG, D. et al. Compensation of magnetic disturbances improves inertial and magnetic sensing of human body segment orientation. **IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 13, n. 3, p. 395–405, sep 2005.
- SABATINI, A. Quaternion-based extended kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 53, n. 7, p. 1346–1356, jul 2006.
- SEEL, T.; RAISCH, J.; SCHAUER, T. IMU-based joint angle measurement for gait analysis. **Sensors (Switzerland)**, MDPI AG, v. 14, n. 4, p. 6891–6909, apr 2014. ISSN 14248220.
- SEEL, T.; SCHAUER, T.; RAISCH, J. Joint axis and position estimation from inertial measurement data by exploiting kinematic constraints. In: **2012 IEEE International Conference on Control Applications**. [S.l.]: IEEE, 2012.
- SILVA, J. R. S. R. F. da. **Human motion reconstruction and based on body-worn sensors**. Dissertação (mathesis) — Faculdade de Engenharia Universidade do Porto - FEUP, out. 2018. Disponível em: <<https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/116347/2/294712.pdf>>.
- Van Nguyen, L.; LA, H. M. Real-Time Human Foot Motion Localization Algorithm with Dynamic Speed. **IEEE Transactions on Human-Machine Systems**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 46, n. 6, p. 822–833, dec 2016. ISSN 21682291.
- VELTINK, P. et al. Detection of static and dynamic activities using uniaxial accelerometers. **IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 4, n. 4, p. 375–385, 1996.
- WATANABE, T. et al. A Preliminary Test of Measurement of Joint Angles and Stride Length with Wireless Inertial Sensors for Wearable Gait Evaluation System. **Computational Intelligence and Neuroscience**, Hindawi Limited,

v. 2011, p. 1–12, 2011. ISSN 1687-5265, 1687-5273. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/cin/2011/975193/>>.

XING, Z.; GEBRE-EGZIABHER, D. Modeling and bounding low cost inertial sensor errors. In: **2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium**. [S.l.]: IEEE, 2008.

YAZDI, N.; AYAZI, F.; NAJAFI, K. Micromachined inertial sensors. **Proceedings of the IEEE**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 86, n. 8, p. 1640–1659, 1998.

YI, C. et al. Estimating three-dimensional body orientation based on an improved complementary filter for human motion tracking. **Sensors**, MDPI AG, v. 18, n. 11, p. 3765, nov 2018.

Apêndices

APÊNDICE A

Abordagens Locais versus Globais (colaborativas) de Estimativas

A.1 Introdução

Com a finalidade de se obter estimativas precisas em cada segmento, a fusão dos dados do giroscópio, com o acelerômetro por meio do FC aliados ao FK, tem como objetivo de realizar estimativas de atitude de maneira local, ou seja, obter ângulos de determinado segmento com seu respectivo conjunto de sensores. Este método pode promover estimativas precisas desde que o valor absoluto da aceleração a_i , para $i = \{x, y, z\}$, do acelerômetro seja menor que $0.5g$, onde $g \approx 9.81m/s^2$.

Esta dependência do sensor auxiliar, no caso o acelerômetro, para realizar devidamente as fusões de dados, pode gerar estimativas imprecisas, uma vez que este sensor não contém sinais confiáveis a todo instante. Nestas situações, o sistema de estimativas não emprega a combinação de dados e passa a confiar unicamente nas medidas do giroscópio e este modo de operação contribui para uma estimativa menos precisa das leituras do giroscópio.

Com o objetivo de contornar estes momentos de imprecisão que podem contribuir para o declínio da confiabilidade do sistema, outro sistema de estimativas com múltiplos sensores, também baseado na fusão de sensores, é empregado. Para que isso seja possível, é necessário que existam restrições de movimento entre os múltiplos sensores, e que tal restrição esteja descrita no modelo do sistema. A fusão de sinais ocorre, a partir de agora, selecionando-se o sensor com o acelerômetro mais confiável no momento, e assim realiza-se a estimativa de atitude, sendo que as restrições descritas no modelo corrigirão os demais sensores. Este emprego de um sensor auxiliar de modo colaborativo recebe o nome de Estimativa de Atitude Global.

A.1.1 Estimativa de Atitude Local

As estimativas de atitudes realizadas de forma local podem fornecer relativa precisão desde que os dados fornecidos pelo sensor auxiliar, no caso o acelerômetro, apresentem baixos níveis de acelerações dinâmicas. Nesta configuração, caso os dados do acelerômetro contenham acelerações bruscas, o FK não realizará a fusão apropriada dos sinais deste com o giroscópio sendo obrigado a confiar somente nas medidas de integração do giroscópio.

Desse modo, o modelo de estimativa de atitude local segue o modelo apresentado na Seção 2.1.4, mas que agora conta com a representação matricial envolvendo os sensores relacionados aos quatro segmentos (B , T , F e S). Portanto, as estimativas, correções e fusões dos sensores ocorrem de maneira idêntica. Para efeito comparativo veja as Equações 19 e 20.

As equações de sistema e saída, bem como suas representações matriciais do sistema de estimativa apresentado em Seção 2.1.4, agora para quatro segmentos consecutivos do corpo humano, podem ser vistas nas Equações 85 e 86 abaixo:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}w(t), \quad (85)$$

$$y(t) = \bar{C}x(t) + v(t), \quad (86)$$

em que,

□ $x(t)$ é o vetor que contém as variáveis de estado de interesse que serão estimadas pelo FK, conforme a Equação 87,

□ B , T , S e F referem-se às iniciais das palavras em inglês *body*, *thigh*, *shank* e *foot* que correspondem a tronco, coxa, canela e pé, respectivamente, locais onde serão fixados os sensores inerciais.

$$x(t) = [\Delta\theta_B \quad \Delta b_B \quad \Delta\theta_T \quad \Delta b_T \quad \Delta\theta_S \quad \Delta b_S \quad \Delta\theta_F \quad \Delta b_F]^T \quad (87)$$

Os coeficientes \bar{A} , \bar{B} e \bar{C} das Equações 85 e 86 acima, são matrizes relacionadas à modelagem do sistema, sendo que \bar{A} contém os parâmetros do sistema modelados, \bar{B} é uma matriz identidade que está relacionada ao ruído modelado e \bar{C} relaciona as medidas realizadas ao modelo do sistema, veja as Equações 88, 89 e 90. Os termos $w(t)$ e $v(t)$ das Equações 85 e 86 são ruídos brancos Gaussianos associados ao modelo do sistema e às

medidas realizadas, respectivamente.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{gB}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{gT}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{gF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{gS}} \end{bmatrix} \quad (88)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (90)$$

A.1.2 Estimativa de Atitude Global

Em sistemas de estimativas de atitude de segmentos conectados por elos, juntas ou articulações que empregam sensores inerciais mas que não utilizam *encoders*, uma vez que não há exoesqueleto envolvido, um modo colaborativo entre vários sensores de cada segmento pode auxiliar na estimativa de ângulos relativos. Este modo de operação emprega sensores fixados em segmentos que possuem elos em comum.

Deste modo, as estimativas de ângulos absolutas, antes empregadas para estimativas angulares de um segmento específico, agora contribuem, juntamente com o segmento adjacente, para realizar estimativas angulares relativas aos segmentos unidos por articulações. Deseja-se, então, realizar estimativas empregando-se sinais envolvidos a vários segmentos e, para tanto, é preciso levar em conta possíveis perturbações que podem induzir a estimativas angulares imprecisas das articulações.

Por isso, o FK, antes empregado para operar somente nas estimativas de ângulos absolutos, deve ser remodelado para que e, agora, também sejam incluídos os cálculos relativos às articulações envolvidas. Basicamente, o novo modelo conta com alterações no

vetor de medidas $z(t)$ e na matriz \bar{C} do sistema de estimativa local mostrado na Seção A.1.1 conforme a Equação 90, agora renomeada de $\bar{C}_c(t)$.

As equações de estado e saída do modelo do sistema são apresentadas logo abaixo de acordo com as Equações 91 e 92:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}w(t) \quad (91)$$

$$z(t) = \bar{C}_c(t)x(t) + v(t) \quad (92)$$

onde, $x(t) = [x_B \ x_T \ x_S \ x_F]^T$ é o vetor de variáveis de estados em que $x_i = [\Delta\theta_i \ \Delta b_i]$ onde o índice $i = \{B, T, S, F\}$ corresponde ao conjunto dos quatro segmentos (tronco, coxa, canela e pé). A variável de estado $\Delta\theta_i = \hat{\theta}_i - \hat{\theta}_{g_i}$ é a correção angular realizada pelo FK empregada para corrigir os erros de estimativa relacionadas à integração dos sinais do giroscópio enquanto que, Δb_i é a variável de estado relacionada ao *bias*.

Os termos $w(t)$ e $v(t)$ são ruídos brancos Gaussianos relacionados ao modelo de sistema e às medidas realizadas respectivamente. Os coeficientes \bar{A} e \bar{B} são matrizes relacionadas à modelagem do sistema, que é idêntico ao modelo proposto na Seção A.1.1, e às Equações 85 e 86. As diferenças ocorrem sobre as variáveis relacionadas à Equação 93 onde as variáveis de interesse, agora, incluem mais três estimativas de correção realizadas pelo FK. Trata-se de variáveis relacionadas aos cálculos dos ângulos relativos aos segmentos adjacentes às articulações que se deja estimar. Portanto, $\Delta\theta_h, \Delta\theta_k$ e $\Delta\theta_a$ são correções para compensar o erros de estimativas angulares do quadril, representado pelo subíndice h , do joelho, representado pelo subíndice k e do tornozelo, representado pelo subíndice a .

$$z(t) = \left[\Delta\theta_B \ \Delta\theta_T \ \Delta\theta_S \ \Delta\theta_F \ \Delta\theta_h \ \Delta\theta_k \ \Delta\theta_a \right]^T \quad (93)$$

Deseja-se, agora, além dos ângulos absolutos $\theta_B, \theta_T, \theta_S$ e θ_F , obter os seguintes ângulos relativos corrigidos após as estimativas do FK:

$$\theta_i = \hat{\theta}_{g_i} + \Delta\theta_i, \quad \text{para } i = \{h, k, a\}$$

onde, $\hat{\theta}_{g_i}$ são as estimativas de ângulos relativos aos segmentos envolvidos baseadas somente na integração dos sinais dos respectivos giroscópios:

$$\hat{\theta}_{g_h} = \hat{\theta}_{g_B} - \hat{\theta}_{g_T}, \quad \hat{\theta}_{g_k} = \hat{\theta}_{g_T} - \hat{\theta}_{g_S}, \quad \hat{\theta}_{g_a} = \hat{\theta}_{g_S} - \hat{\theta}_{g_F}.$$

As correções $\Delta\hat{\theta}_i$ são definidas como:

$$\Delta\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{a_i} - \hat{\theta}_{g_i}, \quad \text{para } i = \{h, k, a\}$$

onde, $\hat{\theta}_{a_i}$ são as estimativas relativas a seus segmentos adjacentes baseadas nas medidas apenas dos acelerômetros (ângulos absolutos):

$$\hat{\theta}_{a_h} = \hat{\theta}_{a_B} - \hat{\theta}_{a_T}, \quad \hat{\theta}_{a_k} = \hat{\theta}_{a_T} - \hat{\theta}_{a_S}, \quad \hat{\theta}_{a_a} = \hat{\theta}_{a_S} - \hat{\theta}_{a_F}.$$

enquanto que $\hat{\theta}_{g_h}$, $\hat{\theta}_{g_k}$ e $\hat{\theta}_{g_a}$ são as estimativas relativas a seus segmentos adjacentes baseadas nas medidas apenas das integrações dos giroscópios (ângulos absolutos):

$$\hat{\theta}_{g_h} = \hat{\theta}_{g_B} - \hat{\theta}_{g_T}, \quad \hat{\theta}_{g_k} = \hat{\theta}_{g_T} - \hat{\theta}_{g_S}, \quad \hat{\theta}_{g_a} = \hat{\theta}_{g_S} - \hat{\theta}_{g_F}.$$

A matriz $\bar{C}_c(t)$ da Equação 91 apresenta diferenças em relação à matriz $\bar{C}(t)$ da Equação 86, pois a primeira acrescenta três linhas que irão promover o cálculo das variáveis de estado ($\Delta\hat{\theta}_h$, $\Delta\hat{\theta}_k$ e $\Delta\hat{\theta}_a$) do vetor $z(t)$ que estão relacionadas às correções dos ângulos relativos θ_h , θ_k e θ_a . Esta é, portanto, a única diferença em relação ao modelo de estimativa local apresentado na seção anterior. Veja a Equação 90 e compare-a com a Equação A.1.2 abaixo:

$$\bar{C}_c(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \sigma_{a_B}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_T}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{a_S}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_F}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_{BT}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_{TS}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_{SF}}^2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Comparando-se o modelo local com o global e tomando como exemplo apenas dois segmentos, como o tronco, B , e coxa, T , a matriz H de observação, as variáveis de estado representadas por $\hat{x}_{k+1|k}$, as medidas dos sensores provenientes da fusão do acelerômetro com o giroscópio z_{k+1} e o ganho de Kalman K_{k+1} ficam matricialmente dispostos conforme abaixo:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_{k+1|k} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{\theta}_{B_{k+1|k}} & \Delta\hat{b}_{B_{k+1|k}} & \Delta\hat{\theta}_{T_{k+1|k}} & \Delta\hat{b}_{T_{k+1|k}} \end{bmatrix}^T,$$

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{\theta}_{B_{k+1}} \\ \Delta\hat{\theta}_{T_{k+1}} \end{bmatrix}, \quad K_{k+1} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ k_5 & k_6 & k_7 & k_8 \end{bmatrix}^T$$

A equação de atualização das variáveis de estado, $\hat{x}_{k+1|k+1}$, pode ser vista abaixo:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1} &= \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(z_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k}) \\ &= \begin{bmatrix} \Delta\hat{\theta}_{B_{k+1|k}} \\ \Delta\hat{b}_{B_{k+1|k}} \\ \Delta\hat{\theta}_{T_{k+1|k}} \\ \Delta\hat{b}_{T_{k+1|k}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1(\Delta\hat{\theta}_{B_{k+1}} - \Delta\hat{\theta}_{B_{k+1|k}}) \\ k_2(\Delta\hat{b}_{B_{k+1}} - \Delta\hat{b}_{B_{k+1|k}}) \\ k_7(\Delta\hat{\theta}_{T_{k+1}} - \Delta\hat{\theta}_{T_{k+1|k}}) \\ k_8(\Delta\hat{b}_{T_{k+1}} - \Delta\hat{b}_{T_{k+1|k}}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_5(\Delta\hat{\theta}_{T_{k+1}} - \Delta\hat{\theta}_{T_{k+1|k}}) \\ k_6(\Delta\hat{b}_{T_{k+1}} - \Delta\hat{b}_{T_{k+1|k}}) \\ k_3(\Delta\hat{\theta}_{B_{k+1}} - \Delta\hat{\theta}_{B_{k+1|k}}) \\ k_4(\Delta\hat{b}_{B_{k+1}} - \Delta\hat{b}_{B_{k+1|k}}) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Como pode-se notar, o fato da matriz H ser bloco-diagonal, faz com que as correções relacionadas aos segmentos B e T não tenham relações entre si, uma vez que para estes segmentos os ganhos k_3, k_4, k_5 e k_6 estão em estado 0. A este sistema, denomina-se desacoplado, fato que pode ser observado pela disposição dos elementos das matrizes, ou

seja, os parâmetros estão dispostos na diagonal ou em arranjos bloco-diagonais, veja abaixo.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \sigma_{a_B}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_T}^2 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1/(\sigma_{a_B}^2 + 1) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/(\sigma_{a_T}^2 + 1) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_{1|1} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{\sigma_{a_B}^2 + 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{1}{\sigma_{a_T}^2 + 1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -\frac{(\sigma_{a_B}^2 + 1)\left(\frac{1}{\sigma_{a_B}^2 + 1} - 1\right)}{\sigma_{a_B}^2(\sigma_{a_B}^2 + 2)} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(\sigma_{a_T}^2 + 1)\left(\frac{1}{\sigma_{a_T}^2 + 1} - 1\right)}{\sigma_{a_T}^2(\sigma_{a_T}^2 + 2)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Como pode-se observar, os arranjos matriciais não se alteram após as sucessivas iterações do algoritmo, tome por exemplo as matrizes K_{k+1} e P_{k+1} . Quando k assume o valor 1 e, posteriormente, 2, a diagonalidade das matrizes P_{k+1} e K_{k+1} são alteradas apenas nos parâmetros de seus elementos tendo, assim, seus arranjos diagonais inalterados.

Na abordagem global, a matriz H é alterada de modo que, agora, as medidas de dois sistemas de sensores possam operar em modo colaborativo. Esta alteração pode ser observada pelo acréscimo de uma linha na matriz H que fará a conexão entre as variáveis de interesse, veja abaixo o exemplo para dois segmentos consecutivos B e T .

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \sigma_{a_B}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_T}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{a_{BT}}^2 \end{bmatrix}$$

Desta forma o ganho K_{k+1} se altera e passa a incluir os fatores de correção para as relações angulares de membros adjacentes, veja abaixo.

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{a_B}^2 + 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sigma_{a_T}^2 + 1 & -1 \\ 1 & -1 & \sigma_{a_{BT}}^2 + 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ k_5 & k_6 & k_7 & k_8 \\ k_9 & k_{10} & k_{11} & k_{12} \end{bmatrix}^T,$$

Abaixo, está o algoritmo FKG Matricial proposto.

Algoritmo 3 : ALGORITMO FKG MATRICIAL

//Predição:

$$\hat{x}_{k+1|k} = \bar{F} \hat{x}_{k|k}$$

$$P_{k+1} = \bar{F} P_{k|k} \bar{F}^T + \bar{G} Q \bar{G}^T$$

//Correção:

$$z_{k+1} = 0$$

Para $i \leftarrow \{B, T, S, F\}$ **Faça****Se** $((\rho_{i,k} < \zeta_i) \text{ E } (\Psi_s))$ **Então**

$$\hookrightarrow z_{k+1}(i) = \hat{\theta}_{a,k+1}(i) - \hat{\theta}_{g,k+1}(i)$$

FimSe**FimPara**

$$z_{e,k+1} = 0$$

Para $j \leftarrow \{h, k, a\}$ **Faça****Se** $((\Upsilon_{j,k}) \text{ E } (\Psi_s))$ **Então**

$$\hookrightarrow z_{e,k+1}(i) = \hat{\theta}_{a,k+1}(i) - \hat{\theta}_{g,k+1}(j)$$

FimSe**FimPara**

$$z_{k+1} = [z_{k+1} \ z_{e,k+1}]^T$$

$$K_{k+1} = P_{k+1} \bar{H}_c^T (H_c P_{k+1} \bar{H}_c^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} (z_{k+1} - \bar{H}_c \hat{x}_{k+1|k})$$

$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1} \bar{H}_c) P_{k+1}$$

//Saída:

$$// \text{ Desde que } \hat{x}_{k+1|k+1} := [\Delta \hat{\theta}_{k+1|k+1} \ \Delta \hat{\delta}_{k+1|k+1}]^T$$

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_{g,k+1} + \Delta \hat{\theta}_{k+1|k+1};$$

Fonte: Adaptado de Nogueira et al. (2017)