

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**REDUÇÃO DE RUÍDO POISSON COM O  
ALGORITMO BM3D UTILIZANDO DISTÂNCIAS  
ESTOCÁSTICAS**

**LUCAS TARDIVO**

**ORIENTADOR: PROF. DR. NELSON D. A. MASCARENHAS**

São Carlos – SP

Junho/2021

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**REDUÇÃO DE RUÍDO POISSON COM O  
ALGORITMO BM3D UTILIZANDO DISTÂNCIAS  
ESTOCÁSTICAS**

**LUCAS TARDIVO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, área de concentração: Processamento de Imagens e Sinais

Orientador: Prof. Dr. Nelson D. A. Mascarenhas

São Carlos – SP

Junho/2021



# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

---

## Folha de Aprovação

---

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Lucas Tardivo, realizada em 02/06/2021.

### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Nelson Delfino D'Avila Mascarenhas (UFSCar)

Prof. Dr. Paulo Estevão Cruvinel (EMBRAPA)

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira (EESC/USP)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação.



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço principalmente aos meus avós, por toda a criação e educação que possibilitaram que hoje este trabalho seja realizado. Aos meus pais, por todo o carinho, apoio e motivação. Minha madrinha, por sempre acreditar em mim. E ao meu primo, Paulo Eduardo Nogueira, por me incentivar e ajudar na minha carreira acadêmica.

Agradeço aos meus professores da Universidade Paulista e do PPGCC da UFSCAR, por todo o conhecimento que me ofereceram, e também a todos os meus amigos que me acompanharam nesta jornada, tornando tudo mais acolhedor e deixando boas lembranças.

Agradeço aos meus colegas e veteranos, Cid, André, Daniel e Moacir, pelo apoio oferecido a este trabalho.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa concedida durante o período do programa.

Finalmente, agradeço ao Prof. Dr. Nelson D. A. Mascarenhas, por ter confiado a mim a responsabilidade deste trabalho. E também por todo o conhecimento, atenção, orientação e amizade.



## RESUMO

Ruído é um problema constantemente presente em imagens digitais e proveniente de diversas fontes, sendo importante o estudo de filtros de ruído para melhorar a qualidade das imagens. Quando tratamos de imagens radiográficas, o ruído Poisson é um problema inerente que se mostra mais perceptível numa proporção inversa à dosagem de radiação utilizada para uma mesma energia. A radiação, em altas dosagens, pode ser prejudicial à saúde do paciente, portanto a redução da dose de radiação por meio de novas tecnologias é uma aplicação desejável.

Existem diversas técnicas capazes de reduzir ruído de imagens digitais, sendo elas mais efetivas quando direcionadas a um tipo de ruído específico. Dentre elas, o BM3D é um filtro não-local desenvolvido para a supressão de ruído no domínio da transformada de Wavelets. O BM3D funciona extraíndo pequenos fragmentos similares na imagem, denominados *patches*, tendo sua comparação efetuada pela distância euclidiana e agrupadas em conjuntos de 3 dimensões. Esses *patches* são utilizados para uma dupla filtragem utilizando *hardthresholding* no domínio Wavelet e um Filtro de Wiener, reduzindo o ruído e reconstruindo a imagem. A distância euclidiana, por sua vez, se mostra muito efetiva na comparação de *patches* para ruído AWGN (Additive White Gaussian Noise), porém, se mostra inadequada para o ruído Poisson e menos efetiva quando comparada à distâncias estocásticas. Com base nesta estratégia, este trabalho apresenta uma técnica para a redução de ruído Poisson com o algoritmo BM3D, substituindo o cálculo da distância euclidiana por distâncias estocásticas.

**Palavras-chave:** Filtragem de Imagens, Ruído Poisson, Distâncias Estocásticas, Algoritmo BM3D

## ABSTRACT

Noise is a problem constantly present in digital images incoming from multiple sources, being important to study noise filters to improve the quality of images. When dealing with radiographic images, Poisson noise is an inherent problem that is more noticeable in a proportion that is inverse to the radiation dosage used for the same energy. Radiation, in high dosages, can be harmful to the patient's health, therefore the radiation dose reduction through new technologies is a desirable application.

There are several techniques capable of filtering noise in digital images, which are most effective when directed to a specific type of noise. BM3D is a non-local image noise filter that works on Wavelet transform domain. The BM3D works by extracting similar small fragments in the image, called *patches*, having their comparison made by the Euclidean distance and grouped in sets of 3 dimensions. These *patches* are used for double filtering using hardthresholding on Wavelet domain and a Wiener filter, reducing noise and reconstructing the image. The Euclidean distance is very effective in comparing patches for AWGN noise (Additive White Gaussian Noise), however, it is inappropriate for Poisson noise and less effective when compared to stochastic distances. Based on this strategy, this work presents a technique for the reduction of Poisson noise with BM3D algorithm, replacing the calculation of the Euclidean distance by stochastic distances.

**Keywords:** Image Filtering, Poisson Noise, Stochastic Distances, BM3D Algorithm

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Exemplo de imagem corrompida por ruído Speckle simulado. (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017) . . . . .	23
2.2	Exemplo de amostras para filtragem utilizando estimador por Máxima Verossimilhança	26
2.3	Ilustração do processo do NLM (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013) . . . . .	27
2.4	Exemplo da estratégia do NLM, onde pixels como $w(p, q1)$ e $w(p, q2)$ são mais similares com maior peso, enquanto $w(p, q3)$ possui menos similaridade e um peso menor (BUADES; COLL; MOREL, 2005) . . . . .	28
2.5	Demonstração visual dos pesos de $w(p, q1)$ e $w(p, q2)$ na figura 2.4, definidos no intervalo de tons de cinza de 0 a 1 (BUADES; COLL; MOREL, 2005) . . . . .	28
2.6	Exemplo de filtragem com Non Local Means (BUADES; COLL; MOREL, 2005) . . . . .	29
2.7	Exemplo de filtragem com Poisson NLM (DELEDALLE; TUPIN; DENIS, 2010) . . . . .	29
2.8	Exemplo de agrupamento de blocos do BM3D (DABOV et al., 2006) . . . . .	30
2.9	Exemplo de agrupamento com blocos perfeitamente idênticos (DABOV et al., 2007)	30
2.10	Exemplo do funcionamento padrão do BM3D . . . . .	31
2.11	Resultado obtido através de uma imagem corrompida por ruído Gaussiano aditivo (DABOV et al., 2006) . . . . .	33
2.12	Filtragem de ruído Poisson obtido com algoritmo BM3D utilizando de estabilização de variância (MAKITALO; FOI, 2013) . . . . .	34
2.13	Exemplo de filtragem de ruído sal e pimenta com filtragem mediana utilizando de regra de decisão com distância Euclidiana. Da esquerda para a direita: Imagem original, Imagem ruidosa, Imagem filtrada. (SANTHANAM; CHITHRA, 2014)	34
3.1	Imagens experimentais. Da esquerda para a direita: Baboon, Barbara e Carcinoma	37

3.2	Fluxograma geral do funcionamento do BM3D . . . . .	42
3.3	Fluxograma geral do agrupamento de patches do BM3D e do SPBM3D . . . . .	43
3.4	Transformação 3D em <i>patches</i> (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017). . . . .	44
3.5	Fluxograma do filtro colaborativo do BM3D com as transformadas utilizadas no SPBM3D . . . . .	45
4.1	Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 100 . . . . .	49
4.2	Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 50 . . . . .	50
4.3	Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 10 . . . . .	50
4.4	Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 100 . . . . .	51
4.5	Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 50 . . . . .	52
4.6	Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 10 . . . . .	53
4.7	Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 100 . . . . .	54
4.8	Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 50 . . . . .	55
4.9	Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 10 . . . . .	56
4.10	Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 100 . . . . .	57
4.11	Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 50 . . . . .	58
4.12	Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 10 . . . . .	59
4.13	Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 100 . . . . .	60
4.14	Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 50 . . . . .	61
4.15	Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 10 . . . . .	62
4.16	Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 100 . . . . .	63
4.17	Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 50 . . . . .	64
4.18	Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 10 . . . . .	65
4.19	Resultados obtidos com a imagem Carcinoma corrompida por ruído Poisson com pico 100 . . . . .	67
4.20	Resultados obtidos com a imagem Carcinoma corrompida por ruído Poisson com pico 50 . . . . .	68

4.21 Resultados obtidos com a imagem Carcinoma corrompida por ruído Poisson com pico 10 . . . . .	69
4.22 Resultados obtidos com a imagem Baboon corrompida por ruído Poisson com pico 100 . . . . .	70
4.23 Resultados obtidos com a imagem Baboon corrompida por ruído Poisson com pico 50 . . . . .	71
4.24 Resultados obtidos com a imagem Baboon corrompida por ruído Poisson com pico 10 . . . . .	72
4.25 Resultados obtidos com a imagem Barbara corrompida por ruído Poisson com pico 100 . . . . .	73
4.26 Resultados obtidos com a imagem Barbara corrompida por ruído Poisson com pico 50 . . . . .	74
4.27 Resultados obtidos com a imagem Barbara corrompida por ruído Poisson com pico 10 . . . . .	75

## LISTA DE TABELAS

3.1	Expressões de divergência métrica . . . . .	39
3.2	Distâncias estocásticas para ruído Poisson . . . . .	39
4.1	Melhores parâmetros encontrados por imagem e pico . . . . .	66
4.2	Melhoria de PSNR das distâncias estocásticas em relação a distância Euclidiana em dB . . . . .	76
4.3	Comparação de PSNR com Baboon . . . . .	77
4.4	Comparação de PSNR com Carcinoma . . . . .	78
4.5	Comparação de PSNR com Barbara . . . . .	78
4.6	Comparação de SSIM com Baboon . . . . .	79
4.7	Comparação de SSIM com Carcinoma . . . . .	79
4.8	Comparação de SSIM com Barbara . . . . .	80

# SUMÁRIO

<b>GLOSSÁRIO</b>	<b>14</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1 Contexto . . . . .	15
1.2 Motivação . . . . .	16
1.3 Objetivos e justificativas . . . . .	18
1.4 Organização . . . . .	18
<b>CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO</b>	<b>20</b>
2.1 Técnicas para a filtragem de ruído Poisson . . . . .	20
2.2 Ruídos dependentes de sinal . . . . .	22
2.2.1 Ruído Poisson . . . . .	22
2.2.1.1 Características . . . . .	22
2.2.1.2 Distribuição de Poisson . . . . .	23
2.2.2 Ruído Speckle . . . . .	23
2.3 Estimadores para detecção de ruído . . . . .	24
2.3.1 Estimador por Máxima Verossimilhança . . . . .	25
2.4 Técnicas não locais para redução de ruído . . . . .	26
2.4.1 Non Local Means . . . . .	26
2.4.2 Block Matching and 3D Filtering . . . . .	29
2.5 Distância Euclidiana . . . . .	33

2.6	Distância Estocástica . . . . .	34
2.7	Considerações finais . . . . .	35
<b>CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS</b>		<b>37</b>
3.1	Imagens experimentais . . . . .	37
3.2	Simulação do ruído . . . . .	38
3.3	Distâncias estocásticas para o ruído Poisson . . . . .	38
3.4	Estimador por máxima verossimilhança . . . . .	40
3.5	Modificação do algoritmo . . . . .	41
3.6	Medidas comparativas . . . . .	46
3.6.1	Peak Signal-to-Noise Ratio - PSNR . . . . .	46
3.6.2	Structural Similarity Index Measure - SSIM . . . . .	47
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS</b>		<b>48</b>
4.1	Parâmetros utilizados . . . . .	48
4.2	Experimentos . . . . .	66
4.3	Índices obtidos . . . . .	76
4.4	Comparações com outros trabalhos . . . . .	76
4.5	Conclusão . . . . .	80
4.6	Trabalhos futuros . . . . .	81
<b>REFERÊNCIAS</b>		<b>82</b>

# GLOSSÁRIO

---

---

**BM3D** – *Block Matching 3D*

**NLM** – *Non Local Means*

**PSNR** – *Peak Signal-to-Noise Ratio*

**VST** – *Variance-stabilizing Transformation*

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

---

---

### 1.1 Contexto

A aquisição de imagens digitais é um processo de armazenamento do registro visual de um objeto físico, possibilitado através do uso de sensores eletrônicos. Essas imagens, quando digitalizadas, estão sempre sujeitas a diversos fatores de flutuação que podem interferir em sua qualidade, gerando o termo comumente conhecido como ruído. Este possui características próprias para cada tipo de sensor, sendo suas respectivas soluções desenvolvidas e estudadas de maneira específica com a intenção de obter melhores resultados em suas aplicações.

O estado da arte trata estes ruídos em sua maioria como Gaussiano Aditivo, ou também conhecido pela sigla AWGN (Additive White Gaussian Noise). Por mais que este modelo seja matematicamente simples de se resolver, são encontradas limitações em sua prática. (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013).

Para casos como tomografia computadorizada, microscopia de fluorescência, astronomia ótica ou por infravermelho, entre outros (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013), o tipo do ruído é gerado por um processo estocástico de contagem de partículas, e recebe o nome de quântico ou Poisson, pois o ruído presente em seus pixels pode ser modelado obedecendo a distribuição Poisson.

Exames muito frequentes de tomografia computadorizada e raios-x convencional, requeridos para diagnosticar inúmeras doenças e alterações no organismo humano, consistem na exposição de raios-X ao paciente durante um determinado período de tempo, revelando uma fatia interna dos órgãos e ossos do paciente. A exposição excessiva aos raios-x é um risco para qualquer indivíduo, uma vez que altas dosagens de radiação pode ser tóxica para seu organismo, tornando a redução da exposição à radiação cada vez mais necessária na área da saúde. Porém, a redução da dose de radiação causa uma redução da qualidade da imagem digital obtida com

o aparecimento de artefatos, como no aumento relativo do ruído Poisson. A presença do ruído torna-se um problema recorrente para todas as áreas de pesquisa na área de imagens médicas, principalmente as que utilizam raios-X. (VIEIRA, 2005) Além disso, aplicações de avanços científicos como Arqueologia e Paleontologia sofrem com a perda de qualidade devido ao ruído Poisson.

Diversos autores propõem técnicas capazes de reduzir a presença do ruído Poisson, desde algoritmos com soluções clássicas, como também transformadas presentes no estado da arte atual. A combinação dessas técnicas também explorada em busca de melhores resultados, como a filtragem de projeção além da própria filtragem espacial da imagem (LAIA et al., 2008)

Melhorias sempre são propostas em trabalhos científicos para avanços das técnicas dentro do estado da arte. O algoritmo BM3D (Block Matching and 3D Filtering) (DABOV et al., 2006), como exemplo, é uma solução não-local inicialmente desenvolvida para ruído AWGN que veio a ser adaptada para diversos outros ruídos, entre eles, o próprio ruído Poisson. A técnica apresenta bons resultados no atual estado da arte, localizando regiões (*Patches*) semelhantes na imagem e efetuando comparações de suas distâncias como meio para suprimir o ruído da imagem. Porém, a distância em questão não se trata de uma distância estatística, efetuando apenas a distância euclidiana entre as regiões. É neste ponto onde este trabalho se aplica, propondo que, no caso do ruído Poisson, por ser derivado de um processo estocástico, a aplicação de distâncias estocásticas é mais adequada ao algoritmo no lugar de sua original distância euclidiana.

## 1.2 Motivação

Toda imagem obtida por meio da contagem de fótons ou detectores de integradores de energia está sujeita a ruído Poisson, e sua aplicação se encontra além de somente a área médica. Na microscopia por fluorescência, uma técnica para a filtragem de ruído Poisson foi publicada em 2010 (BOULANGER et al., 2010). O método primeiro estabiliza a variância por meio da transformada de Anscombe, e em um segundo momento assumindo que a imagem possui variância constante, reduz o ruído com um novo modelo estatístico baseado em blocos similares, método comumente encontrado em outros trabalhos de filtros não-locais no estado da arte, como o BM3D. Esta técnica de estabilização de variância, também denominada VST (Variance-stabilizing transformation), é muito efetiva ao transformar diversos ruídos dependentes do sinal para ruídos independentes do sinal, porém, o mesmo não ocorre com tanta facilidade na prática, uma vez que os parâmetros para a VST em cada caso requerem o conhecimento de parâmetros intrínsecos aos sensores de aquisição (BRITO et al., 2018). Estudos mais recentes do estado arte

como Brito et al. (2018) foram desenvolvidos para a solução deste problema, sendo necessário o treinamento de uma rede neural com amostras clínicas em busca de um menor índice de erro geral, indicando que, apesar de efetiva, o uso de uma VST em uma solução prática pode se tornar uma tarefa mais árdua do que aparenta. Quanto a este quesito, principalmente onde a imagem está fortemente corrompida pelo ruído, soluções específicas como a apresentada neste trabalho se mostram mais aptas à prática.

A baixa contagem de fótons também é um problema na obtenção de imagens astronômicas, deixando-as suscetíveis ao ruído Poisson. Portanto, uma nova técnica é apresentada utilizando blocos da imagem, mas baseando seu método no Exponential Principal Component Analysis (EPCA), uma extensão do método Principal Component Analysis (PCA) (SHAMSHAD; RIAZ; GHAFOR, 2018). Seu novo método é aplicável tanto para imagens como vídeos astronômicos, mostrando-se mais eficiente que outras técnicas dentro do estado da arte, entre eles, a própria transformada de Anscombe e o CBM3D, uma variação do BM3D utilizado neste trabalho.

Uma solução rápida para o ruído Poisson é simplesmente aumentar o tempo de exposição durante a aquisição do sinal, porém na aplicação médica, este ato acarreta diretamente em consequências, como o aumento da dosagem da radiação, prejudicando a saúde do paciente, e também aumentando a chance de ocorrência de artefatos ou perda de qualidade devido a movimentos ao longo do período de exposição. (EVANGELISTA, 2017)

Devido a isso, o uso de filtragem de ruído se apresentou uma solução rápida e simples para manter a qualidade e integridade das imagens, principalmente no ramo da medicina. O estado da arte se encontra cada vez mais preenchido de técnicas e aprimoramentos de algoritmos para supressão de ruído de imagens, se estendendo não só aos mais diversos domínios, como também sendo aplicados em diversos momentos da captura e reconstrução da imagem, apresentando diversos comportamentos e resultados ao serem combinados entre si. Algumas técnicas da literatura, tanto para pré como pós filtragem, foram abordadas, combinadas e comparadas entre si em (ASSIS et al., 2015).

Entretanto, existe uma divergência entre a teoria e a prática dentre os algoritmos encontrados no estado da arte. Algoritmos desenvolvidos para lidar com ruídos independentes de sinal por exemplo, podem ser utilizados para outros tipos de ruído uma vez que uma VST (Variance-Stabilizing Transform) seja utilizada (BODDUNA; WEICKERT, 2019). De fato, esta técnica se torna bem prática uma vez que dispensa a necessidade de adaptar algoritmos para diversos tipos de ruído, tornando-se uma linha de pesquisa adotada por diversos autores no estado da arte. Até mesmo o próprio algoritmo BM3D já se mostrou uma aplicação útil para o ruído Poisson com bons índices ao se utilizar de uma VST (MAKITALO; FOI, 2013). Porém, a aplicação prática de VSTs possui desvantagens quando comparadas à adaptação de algoritmos para tipos

específicos de ruído. A presença do ruído Poisson com fator de escala dificulta a aplicação da transformada de Anscombe, sendo necessário o uso da Generalized Anscombe Transform (MAKITALO; FOI, 2013) onde um novo parâmetro é inserido. A otimização deste parâmetro adiciona uma preocupação a mais na aplicação prática da GAT, abrindo espaço para outros trabalhos do estado da arte desenvolvidos que filtram o ruído Poisson em específico sem a necessidade de explorar tal otimização. (QIAN, 1990) (BARBU, 2019) (BODDUNA; WEICKERT, 2019) (CASTELLANO et al., 2019) (DEGUCHY et al., 2019) (KUMWILAISAK et al., 2020) Com isso, este trabalho assume que a adaptação do algoritmo BM3D para o ruído Poisson é uma tentativa viável para a melhora de desempenho do filtro, utilizando como adaptação a troca da original distância euclidiana do algoritmo por distâncias estocásticas, neste caso, sem a necessidade do uso de VSTs.

### 1.3 Objetivos e justificativas

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma melhoria para a técnica do BM3D, direcionada à supressão de ruído Poisson, utilizando distâncias estocásticas previamente estimadas no lugar de sua original distância euclidiana.

Os objetivos específicos deste trabalho incluem:

- Adaptar a aplicação da redução de ruído Gaussiano Aditivo do BM3D para que seja compatível com o ruído Poisson, estimando seu parâmetro de distribuição  $\lambda$  através de uma imagem pré-suavizada.
- Apresentar e descrever quatro distâncias estocásticas estimadas para ruído Poisson, e como efetuar sua aplicação no lugar da original distância euclidiana do BM3D.
- Demonstrar e comparar a efetividade das distâncias estocásticas entre si, assim como apresentar dados comparativos de outros algoritmos de supressão de ruído, tanto no estado atual da arte como técnicas clássicas.

### 1.4 Organização

Este trabalho é organizado da seguinte maneira:

- No capítulo 2 são apresentadas as fundamentações teóricas que tornaram este trabalho possível, assim como os estudos referentes que o embasam no estado da arte divididos por

seções individuais importantes, sendo eles o ruído Poisson (2.2.1), estimadores (2.3.1), não locais (2.4) para supressão de ruído, distância Euclidiana (2.5) e estocásticas (2.6) respectivamente.

- No capítulo 3 os materiais e métodos utilizados no trabalho são apresentados, começando pelas imagens experimentais (3.1), seguidas do algoritmo do ruído simulado(3.2), seu estimador por máxima verossimilhança (3.4), as distâncias previamente estimadas para ruído Poisson (3.3), e a definição das medidas de qualidade: PSNR e SSIM (3.6.1 e 3.6.2).
- No capítulo 4 os resultados são apresentados, inicialmente analisando os melhores parâmetros a serem utilizados (4.1), passando pelos resultados dos experimentos (4.2), índices obtidos através dos testes (4.3) e suas devidas comparações com outras técnicas (4.4), finalizando assim com a conclusão (4.5).

# Capítulo 2

## FUNDAMENTAÇÃO

---

---

### 2.1 Técnicas para a filtragem de ruído Poisson

A filtragem de ruído dependente de sinal é uma problemática complexa a ser abordada. No caso da degradação do ruído Poisson, sua variação se estende pelo espaço de forma que a baixa incidência de fótons resulta em uma pior relação sinal-ruído. Contudo, diversos trabalhos abordam diferentes técnicas para a filtragem do ruído Poisson.

Hong Qian (1990), como um dos primeiros trabalhos a tratar do ruído Poisson, apresenta uma técnica de filtragem que utiliza da transformação inversa de sua distribuição, obtida através da taxa de contagem do ruído. A problemática do uso da inversa inspirou outros trabalhos para sua análise e também em busca de melhores soluções (BYRNE; HAUGHTON; JIANG, 1993) (EARNSHAW; HAUGHEY, 1996). Makitalo e Foi (2013) utilizaram, 2 décadas depois, a prática da inversa na transformação de Anscombe para aplicar uma VST no ruído Poisson e filtrá-lo com o uso do algoritmo BM3D. Esta VST já havia sido explorada anteriormente em busca de uma forma fechada da exata imparcial para o ruído Poisson (MÄKITALO; FOI, 2011). Além disto, em trabalhos mais recentes, Bodduna e Weickert (2019) também exploraram o uso de uma VST para a conversão de ruído Poisson em ruído aproximadamente Gaussiano, possibilitando a filtragem com o algoritmo BM3D padrão. As VSTs, apesar de suas vantagens e desvantagens devido à problemática da inversa, acabam por tornar os algoritmos de redução mais receptíveis para diversos tipos de origem de ruído, sendo uma técnica muito útil no ramo da filtragem.

Apesar dessa prática, outras técnicas são exploradas com o foco em um tipo de ruído específico, descartando o uso de VSTs. Delledalle, Tupin e Denis (2010) exploraram o uso da técnica Non Local Means para a redução de ruído Poisson, assim como Bindilatti e Mascarenhas (2013) atribuíram o uso de distâncias estocásticas para o ruído Poisson combinados, também, com a técnica do Non Local Means. Outra extensão do mesmo algoritmo foi explorada posteriormente

por Evangelista e Mascarenhas (2016), diferenciando-se pelo uso de uma abordagem Bayesiana e utilizando as distâncias estocásticas com a distribuição de Gamma.

Avançando um pouco no tempo para os trabalhos mais recentes, Barbu (2019) apresenta uma nova técnica também desprovida do uso de VST, baseada em um novo método de diferenças finitas (MDF) adaptada para a distribuição de Poisson, obtendo bons resultados de PSNR e SSIM. No mesmo ano, Castellano et al. (2019) apresentam um novo método para a filtragem em tempo real de ruído Poisson em vídeos, utilizando de um filtro IIR (Infinite Impulse Response) possibilitando assim a implementação via hardware, que, apesar da limitação devido à otimização do custo computacional, supera até mesmo outros trabalhos do estado da arte em alguns momentos. O mesmo foco em redução de ruído em imagens de tomografia também se aplica ao trabalho de Góes e Mascarenhas (2020), onde uma aproximação Bayesiana foi explorada no algoritmo Non Local Means utilizando também novos cálculos de divergência, denominadas de distâncias geodésicas, obtendo bons resultados quando comparados a outras técnicas baseadas no algoritmo Non Local Means.

Recentemente, o uso da técnica de redes neurais (*Deep Learning*) nos trabalhos para a filtragem de ruído vem sendo explorada. Kumwilaisak et al. (2020) apresentam uma nova técnica elaborada em duas etapas, onde a primeira utiliza uma rede neural convolucional para extrair bases do ruído, enquanto a segunda utiliza uma rede LSTM (Long-Short Term Memory) multi-direcional para reconhecer os dados esparsos do ruído através das estatísticas de componentes residuais, os quais são utilizados como melhoria para o algoritmo de filtragem DCNN (Deep Convolutional Neural Network), que possui tal dificuldade em camadas profundas da rede neural (HE et al., 2016). Além disso, DeGuchy et al. (2019) apresentam uma nova técnica utilizando autocodificadores na rede neural para solucionar o problema do ruído Poisson, obtendo bons resultados quando comparados a outros trabalhos de filtragem com rede neural, além de um ótimo desempenho de custo computacional. As redes neurais se apresentam como tendência no estado-da-arte para futuras gerações de algoritmos devido aos seus resultados extremamente satisfatórios, porém, a sua complexidade atualmente representa um desafio para a compreensão e inspiração para novos estudos, assim como o uso abundante de amostras e seu treinamento intenso tornam o processo de aprendizagem da rede um trabalho exaustivo.

## 2.2 Ruídos dependentes de sinal

### 2.2.1 Ruído Poisson

O ruído Poisson é uma espécie de ruído que ocorre em imagens formadas por emissão de fótons, especificamente onde a resposta é proporcional ao número de fótons que atingem a um ou mais sensores. Dado que a detecção do fóton ao longo do período de exposição é um evento aleatório, sua contagem é definida por uma variável aleatória.

As imagens de tomografia atualmente são adquiridas através desta técnica de detecção de fótons, podendo ser afetadas pelo ruído Poisson. O ruído recebe este nome por obedecer à distribuição de Poisson, servindo como modelo estocástico para diversos pesquisadores da área. Neste capítulo, são descritas fundamentações teóricas sobre o ruído Poisson como um tipo de ruído e também como um modelo estocástico.

#### 2.2.1.1 Características

O surgimento do ruído é frequente em imagens digitais adquiridas através de contagem por emissores de energia, tornando mais perceptível o seu surgimento à medida que o tempo de exposição diminui. Na área da saúde, por exemplo, este tipo de problema gera um impasse, onde aumentar o tempo de exposição aumenta a qualidade da imagem e a dose de radiação que pode ser prejudicial à saúde do paciente, e reduzir o tempo de exposição diminui sua qualidade dificultando ou até impossibilitando a realização de um diagnóstico diante de uma tomografia computadorizada. Como solução a isso, especialistas utilizam o conhecimento a priori sobre o ruído para desenvolver soluções capazes de recuperar a qualidade da imagem perdida (GONZALEZ R. C.; WOODS, 2002).

Sua caracterização é dada por possuir uma taxa média de contagem de fótons proporcional à variância do ruído, o que torna o modelo Poisson como um ruído dependente de sinal (ROSS, 2009). Apesar de possuir um modelo distinto do ruído independente de sinal, onde a variância é constante, o conhecimento a respeito do ruído Poisson permite que alguns algoritmos da atualidade o tratem como um modelo AGN (Additive Gaussian Noise) através de transformadas capazes de estabilizar sua variância. Como uma das aplicações mais comuns, a própria Transformada de Anscombe (ANSCOMBE, 1948) permite que uma imagem corrompida por ruído Poisson possua variância constante e unitária.

### 2.2.1.2 Distribuição de Poisson

A distribuição de probabilidade do ruído Poisson foi proposta por Siméon Denis Poisson, em que uma variável aleatória define a probabilidade de um determinado evento ocorrer durante um período de tempo. Esta distribuição foi adaptada e apresentada em (BERRY R.; BURNELL, 2011) como:

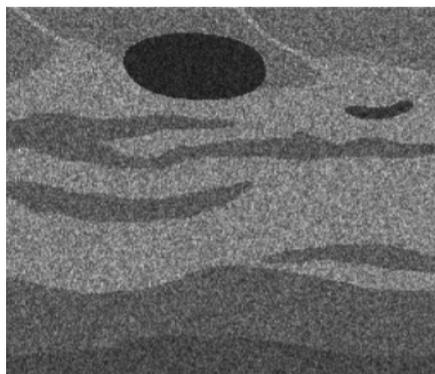
$$P(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (2.1)$$

O  $\lambda$  é a taxa média esperada de ocorrências durante o determinado período de tempo, correspondendo ao número médio de fótons no caso de imagens.  $x$  é um valor inteiro que determina a quantidade exata de ocorrências, fazendo com que  $P(x; \lambda)$  seja a probabilidade desta quantidade realmente ocorrer. E  $e$  representa a base do logaritmo natural.

### 2.2.2 Ruído Speckle

O ruído conhecido como Speckle é um ruído dependente de sinal presente principalmente em imagens de ultrassonografia, mas também pode se apresentar em imagens adquiridas por sonar, laser, tomografia de coerência ótica e radares de abertura sintética (em inglês: Synthetic Aperture Radar - SAR). Seu fenômeno ocorre quando há uma interferência na leitura dos ecos emitidos pelo aparelho de aquisição visual, gerando uma degradação da imagem semelhante a um aspecto de granulado como demonstrado na Figura 2.1.

Sua intensidade varia de acordo com diversos fatores que podem impactar no surgimento do ruído, tais como posicionamento, seja aleatório ou regular, ou partículas que geram reflexão, tornando o Speckle um fenômeno imprevisível.



**Figura 2.1:** Exemplo de imagem corrompida por ruído Speckle simulado. (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017)

O fenômeno físico do Speckle foi descrito em modelos estatísticos através das premissas de densidade e organização dos espalhadores. Com isto, diversas abordagens já foram estudadas em busca de uma solução ótima para a distribuição do ruído, explorando ambos domínios logarítmico ou original (GOODMAN, 2007) (SLABAUGH; UNAL; CHANG, 2006) (SHANKAR, 2000). Estas distribuições também já foram analisadas e comparadas entre si. (DESTREMPES; CLOUTIER, 2010)

O Speckle, similarmente a este trabalho, já recebeu uma proposta para melhoria utilizando distâncias estocásticas com filtragens não-locais (PENNA; MASCARENHAS, 2019) e inclusive no algoritmo próprio BM3D como cálculo de comparação entre *patches* (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017), apresentando resultados satisfatórios e contribuindo para a motivação desta dissertação.

## 2.3 Estimadores para detecção de ruído

Estimadores e classificadores são algoritmos que tratam do reconhecimento de padrões. O desenvolvimento dessas técnicas gera um trabalho de dificuldade variável e muito estudado dentro do estado da arte, já que algumas tarefas simples para humanos como a identificação de objetos podem ser tarefas engenhosas para um computador, em contrapartida, tarefas humanamente impossíveis como a detecção e estimativa exata de pixels ruidosos em uma imagem são trabalhos computacionalmente capazes, uma vez que microprocessadores se destacam por sua rápida capacidade de processamento para cálculo e manuseio de dados.

Enquanto classificadores apresentam seus resultados de uma maneira discreta, os estimadores os apresentam de maneira contínua. E quando tratamos de reconhecimento de ruído, torna-se inviável a utilização de classificadores na maioria de seus casos, já que em um ambiente matricial de imagens onde as intensidades são afetadas de maneira inconstante, a discretização para pixels ruidosos e não ruidosos acaba sendo uma discrepância rude para as diferentes técnicas de filtragem.

Estimadores são presentes em trabalhos de filtragem de ruído até a atualidade, como exemplo, Salina e Mascarenhas (2007) apresentam quatro densidades para um estimador Maximum a Posteriori (MAP) em reconstrução tomográfica, partindo do princípio do teorema de Bayes.

$$P(g|y) = \frac{P(y|g)P(g)}{P(y)} \quad (2.2)$$

O  $g$  é o sinal a ser estimado, maximizando-o face ao ruído encontrado em  $y$ . Este teorema foi adaptado para as densidades gaussianas, chi-quadrado, gama e beta, e aplicado na filtragem de ruído Poisson em tomografia computadorizada em (SALINA, 2011).

### 2.3.1 Estimador por Máxima Verossimilhança

Dado um modelo estatístico, é possível estimar seus parâmetros através do método da máxima verossimilhança. De modo geral, o método busca encontrar a distribuição dentre os indivíduos, partindo da maximização da verossimilhança entre as mesmas dentro de um espaço amostral. Portanto, na suposição de um modelo estatístico de  $n$  elementos dentro um espaço  $X_1, \dots, X_n$ , para se obter a estimativa de uma variável desconhecida  $Y$  é necessário denotar uma função  $f$  que calcule a massa de semelhança das variáveis  $X_1, \dots, X_n$  e retorne a estimativa de  $Y$ . Logo, o objetivo final é encontrar  $f(X_1, \dots, X_n|Y)$ . Para o estimador por máxima verossimilhança, o objetivo de encontrar o valor real de  $Y$  está na maior semelhança da variável dentre os valores previamente observados, portanto a maximização de  $Y$  na função  $f(X_1, \dots, X_n|Y)$  é dada como solução do método, denotada como função de probabilidade de  $Y$ . (ROSS, 2009)

Em aplicações de imagens, é suposto que uma projeção  $y$  possui uma probabilidade de ter sido originada a partir de uma imagem  $f$  (PORTAL, 1992), assumindo a fórmula:

$$P[Y = y/f] \quad (2.3)$$

A aplicação da equação (2.3) em um ambiente espacial de uma imagem é capaz de estimar a distribuição dos pixels, sendo favorável a diversos trabalhos dentro do reconhecimento de padrões. Em redução de ruído, a divergência entre as intensidades dos pixels é um fator determinante para efetuar não só a identificação de um elemento ruidoso, como também a reconstrução do mesmo. Bindilatti e Mascarenhas (2013), apresentam em sua proposta um estimador por máxima verossimilhança que auxilia na filtragem de ruído da imagem por meio do algoritmo Non Local Means (2.4.1), onde os  $K$  elementos em uma janela  $N \times N$  com a intensidade mais semelhante ao pixel central  $p$  irão definir a estimativa final de  $P$ . Portanto, assumindo que  $N \times N$  dará origem às amostras  $X_1, \dots, X_{N^2-1}$ , onde o próprio pixel central  $p$  não pertence ao grupo das amostras, a fórmula final de  $P$  é dada por:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^K X_i}{K} \quad (2.4)$$

Em uma aplicação de exemplo, considere uma situação ilustrada na figura 2.2 em que uma matriz de tamanho  $N \times N$  e  $N = 3$  é representada. Assumindo de que  $K = 5$  e o conjunto de amostras  $X$  é dado por:

50	51	52
53	60	54
55	56	57

**Figura 2.2:** Exemplo de amostras para filtragem utilizando estimador por Máxima Verossimilhança

Dado que  $p = 60$ , os  $K$  elementos mais próximos resultarão no vetor:

57	56	55	54	53
----	----	----	----	----

Ao efetuar a aplicação de (2.4) na região mostrada na figura 2.2, o valor de  $P$  é atualizado concluindo uma iteração de filtragem:

50	51	52
53	55	54
55	56	57

## 2.4 Técnicas não locais para redução de ruído

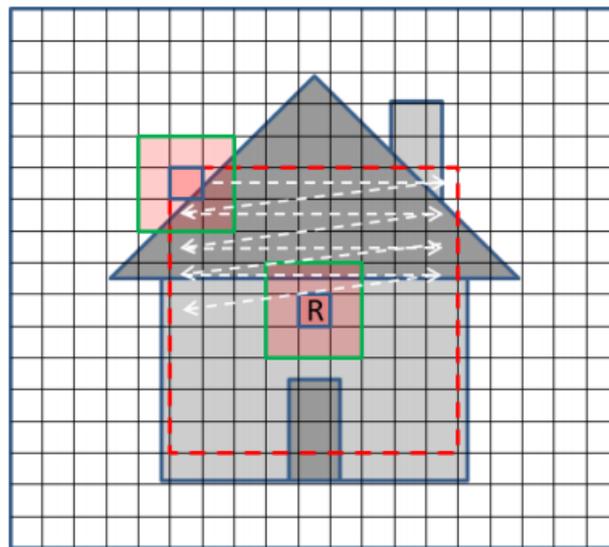
Técnicas não-locais são caracterizadas por efetuar sua filtragem a partir do cálculo do valor médio do sinal considerando regiões similares ao longo de toda a imagem, independente da posição espacial. Ao contrário de técnicas locais como filtro bilateral, média, mediana e afins, as técnicas descritas nesta seção se diferenciam por não permanecerem presas ao redor de um pixel central. Os detalhes de algumas técnicas do estado atual da arte são descritos abaixo nas seções a respeito do Non Local Means (2.4.1) e algoritmo BM3D (2.4.2).

### 2.4.1 Non Local Means

O Non Local Means é um algoritmo originalmente proposto por Buades, Coll e Morel (2005) para filtragem de ruído utilizando de uma técnica não-local. A proposta assume que a

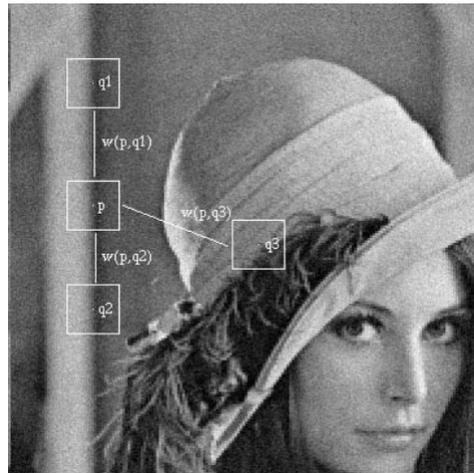
imagem é composta por regiões similares distribuídos através de todo o domínio espacial. Tais regiões, também denominadas "patches", servem como parâmetro para estimar a imagem livre de ruído, prometendo uma melhora significativa quando comparada com outras técnicas de filtragem local no estado da arte.

O funcionamento do NLM é composto por um número relativamente alto de parâmetros, com isso, o resultado de sua filtragem pode melhorar ou piorar de acordo com cada caso em específico, como quantidade de ruído, tamanho da imagem, quantidade e tamanho de seus detalhes, entre outros. Com isso, pode-se considerar a configuração do algoritmo como relativamente empírica. A técnica ocorre ao redor de um pixel central de interesse  $R$ , onde seu *patch* é definido em uma janela ao redor de tamanho parametrizável. Este parâmetro também é utilizado para a janela de busca por outros *patches* similares. Além disso, uma área limite de busca, também parametrizável, é definida ao redor do pixel de interesse, determinando o limite de busca dentro do domínio espacial, que percorre os pixels sequencialmente da esquerda para a direita e de cima para baixo como descreve a figura 2.3.

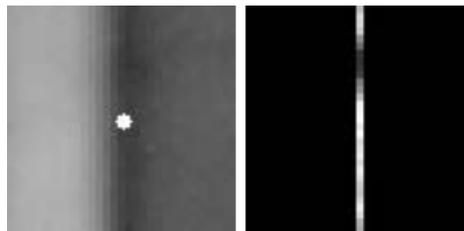


**Figura 2.3: Ilustração do processo do NLM (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013)**

Todos os *patches* analisados durante o processo de busca passam por uma comparação de distância, que os assume de acordo com sua similaridade, conforme as figuras 2.4 e 2.5 apresentam visualmente. Esta distância define a similaridade que os pixels de um *patch* tem com a janela do ponto de interesse, dando origem a uma família de pesos  $w(i, j)$  que prioriza um valor maior para pixels mais similares, onde  $0 \leq w(i, j) \leq 1$  e  $\sum_j w(i, j) = 1$  (BUADES; COLL; MOREL, 2005).



**Figura 2.4:** Exemplo da estratégia do NLM, onde pixels como  $w(p, q1)$  e  $w(p, q2)$  são mais similares com maior peso, enquanto  $w(p, q3)$  possui menos similaridade e um peso menor (BUADES; COLL; MOREL, 2005)



**Figura 2.5:** Demonstração visual dos pesos de  $w(p, q1)$  e  $w(p, q2)$  na figura 2.4, definidos no intervalo de tons de cinza de 0 a 1 (BUADES; COLL; MOREL, 2005)

Estes pesos contribuem diretamente na fórmula para a estimativa da imagem livre de ruído, onde o valor estimado  $NL[v](i)$  é definido através da média ponderada dos pixels da imagem, em que  $i$  é o pixel alvo e  $v$  representa a imagem ruidosa.

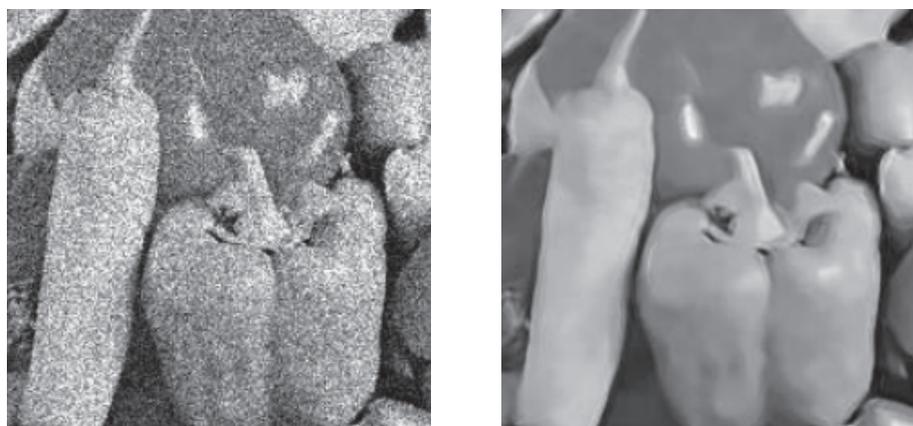
$$NL[v](i) = \sum_{j \in I} w(i, j)v(j) \quad (2.5)$$

Com isso, o NLM apresenta ótimos índices de PSNR em seus resultados, como demonstrado pela figura 2.6, mostrando-se mais efetivo em imagens periódicas ou com textura, evitando também a presença de artefatos.



**Figura 2.6: Exemplo de filtragem com Non Local Means (BUADES; COLL; MOREL, 2005)**

Além disso, o NLM tornou-se uma aplicação de alta adaptação e flexibilidade, originando diversos outros trabalhos e melhorias dentro do estado da arte. Entre eles, uma aplicação específica para o ruído Poisson retratado neste trabalho, apresentada por Deledalle, Tupin e Denis (2010), que se adapta à necessidade de uma imagem pré-estimada do ruído efetuando comparações de *patches* entre ela e a imagem ruidosa, além de otimizar a técnica com um estimador de risco para definir os parâmetros de filtragem do NLM. Seu resultado é visualmente apresentado pela figura 2.7.



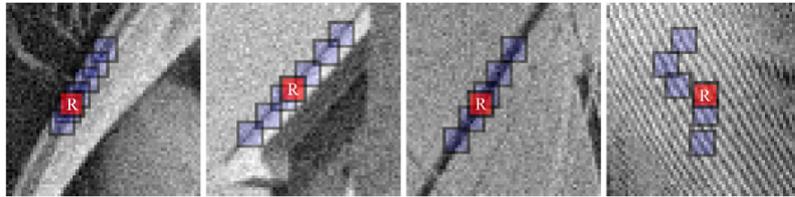
**Figura 2.7: Exemplo de filtragem com Poisson NLM (DELEDALLE; TUPIN; DENIS, 2010)**

Outras melhorias, como o SPNLM, apresentado por Bindilatti e Mascarenhas (2013), utiliza o NLM com distâncias estocásticas. As distâncias previamente estimadas para o ruído Speckle por Nascimento, Cintra e Frery (2010) foram posteriormente adaptadas para o ruído Poisson, resultando em melhores índices quando aplicadas entre as comparações de *patches* do NLM.

### 2.4.2 Block Matching and 3D Filtering

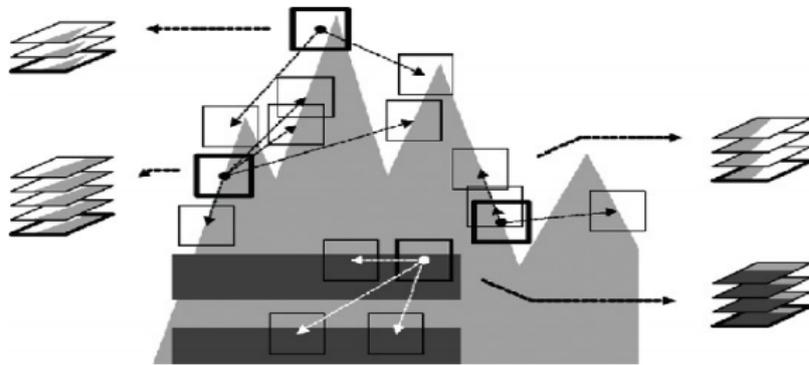
O BM3D é uma técnica não-local para filtragem de imagens que agrupa blocos similares da imagem em um bloco de 3 dimensões. A busca compara pequenos fragmentos similares

de mesmo tamanho e é efetuada através de toda a imagem ruidosa, como demonstrado nas figuras 2.8 e 2.9, resultando em diversos agrupamentos que são utilizados pelo algoritmo em seu processo de filtragem.



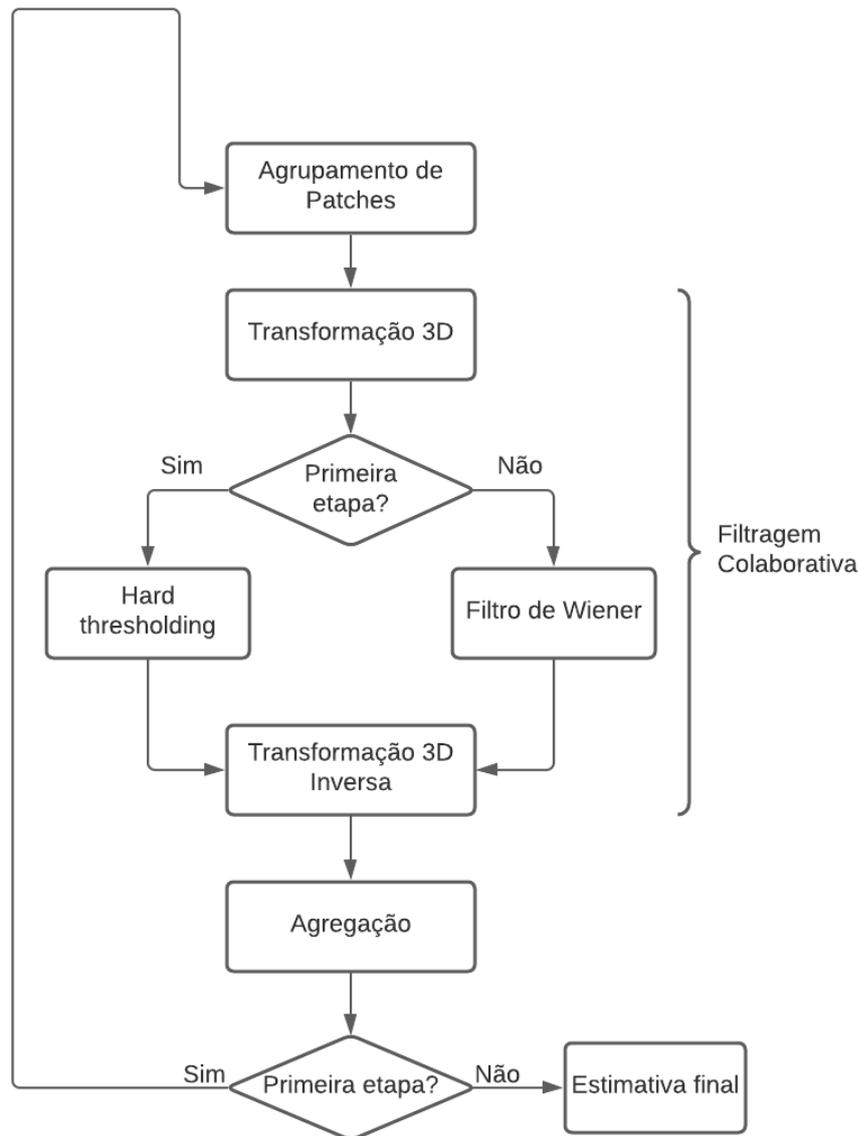
**Figura 2.8:** Exemplo de agrupamento de blocos do BM3D (DABOV et al., 2006)

O cálculo para a distância entre os blocos é efetuado após uma pré-filtragem para reduzir o impacto do ruído. Esse cálculo de distância é inversamente proporcional à similaridade (DABOV et al., 2006), que define um fragmento da imagem como relevante ou não para o algoritmo, portanto, os blocos agrupados são assumidos como blocos idênticos à imagem livre de ruído, e um estimador ótimo é obtido através da média dos seus pixels correspondentes.



**Figura 2.9:** Exemplo de agrupamento com blocos perfeitamente idênticos (DABOV et al., 2007)

As etapas de funcionamento do BM3D são descritas como um filtro colaborativo (LEBRUN, 2012), podendo ser representado visualmente pelo fluxograma contido na figura 2.10.



**Figura 2.10: Exemplo do funcionamento padrão do BM3D**

Esse filtro colaborativo é efetuado duas vezes ao longo do processo do BM3D, denotando uma pré-filtragem e pós-filtragem.

A pré-filtragem é caracterizada por estimar a imagem livre de ruído através de um Hard Thresholding no domínio da transformada Wavelet. Esta pré-filtragem é utilizada como auxílio para a pós-filtragem, uma vez que seus blocos são mantidos para comparação na primeira etapa. A pós-filtragem é caracterizada pelo uso de um Filtro de Wiener, mas por já ter obtido a estimativa da imagem livre de ruído após a pré-filtragem, esta etapa utiliza a imagem já estimada como referência da aplicação do filtro. Portanto, assumindo que  $P$  seja a matriz de blocos similares que serão extraídos da imagem ruidosa,  $p$  seja uma região de busca e  $Q$  um bloco qualquer a ser comparado, a fórmula geral que corresponde à comparação dos blocos durante a pré-filtragem

será (LEBRUN, 2012):

$$P(p) = \{Q : d(p, Q) \leq \tau^{hard}\} \quad (2.6)$$

Onde:

- $d(p, Q)$  seja a distância quadrática normalizada entre os blocos.
- $\tau^{hard}$  seja a distância aceita para que  $d$  seja um bloco similar.

Enquanto a pós-filtragem, por utilizar da estimativa prévia, resultará em um segundo grupo de blocos  $P^{basic}$ , definido pela fórmula:

$$P^{basic}(p) = \{Q : d(p, Q) \leq \tau^{wien}\} \quad (2.7)$$

Onde:

- $\tau^{wien}$  seja a distância aceita para que  $d$  seja um bloco similar.

O segundo grupo de blocos  $P^{basic}$  é utilizado para calcular os coeficientes empíricos de Wiener  $\omega P$ , que entram na filtragem colaborativa de  $P(p)$  como uma multiplicação de elementos da transformação linear 3D, concluindo com:

$$P^{wien} = \tau_{3D}^{wien-1}(\omega P \cdot \tau_{3D}^{wien}(P(p))) \quad (2.8)$$

Como resultado, o BM3D se mostra um algoritmo altamente parametrizado, capaz de filtrar imagens altamente afetadas por ruído Aditivo Gaussiano com um alto índice de PSNR, mas apresentando às vezes pequenos artefatos visuais (LEBRUN, 2012) (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013). Um resultado visual da filtragem do BM3D pode ser conferido na figura 2.11.



**Figura 2.11:** Resultado obtido através de uma imagem corrompida por ruído Gaussiano aditivo (DABOV et al., 2006)

## 2.5 Distância Euclidiana

A distância euclidiana é um cálculo de distância entre dois pontos. Devido à sua simplicidade e eficiência, este cálculo é popularmente utilizado na literatura em várias áreas aplicáveis da estatística. Provada pelo teorema de Pitágoras, a distância obtém a raiz da somatória da diferença dos pontos ao quadrado, originando sua propriedade de simetria (onde a inversão da ordem dos pontos não afeta o produto final).

Supondo um espaço  $N$ -dimensional, onde se deseja calcular a distância entre os pontos  $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  e  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ , a fórmula da distância euclidiana é dada por:

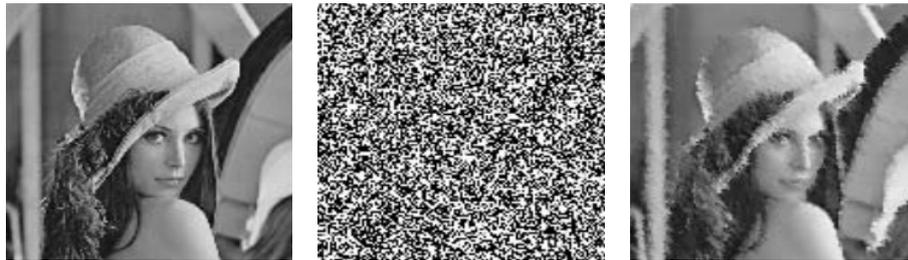
$$D_e = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2} \quad (2.9)$$

Apesar de sua fórmula consideravelmente simples, a Distância Euclidiana possui uma utilidade muito versátil dentro das aplicações estatísticas do estado da arte. Na filtragem de imagens, mesmo algoritmos avançados como o BM3D (DABOV et al., 2006) utilizam a distância Euclidiana como cálculo comparativo entre seus *patches*, mostrando-se efetiva para a redução de ruído aditivo Gaussiano. Ainda para outros tipos de ruído como o Poisson, é possível utilizar de transformadas que estabilizam sua variância, como a própria transformada de Anscombe (ANS-COMBE, 1948), e utilizar a mesma distância. Obtendo-se o ruído aditivo Gaussiano, a distância Euclidiana continua se mostrando efetiva no algoritmo BM3D (MAKITALO; FOI, 2013) como apresentado na figura 2.12.



**Figura 2.12:** Filtragem de ruído Poisson obtido com algoritmo BM3D utilizando de estabilização de variância (MAKITALO; FOI, 2013)

Ainda em outros trabalhos do estado da arte, a distância Euclidiana se mostra efetiva como melhoria para técnicas clássicas. Ao utilizar de regras de decisão na filtragem mediana, a distância Euclidiana apresentou melhores resultados para imagens altamente corrompidas por ruído sal e pimenta (Salt and Pepper) (SANTHANAM; CHITHRA, 2014) apresentado na figura 2.13.



**Figura 2.13:** Exemplo de filtragem de ruído sal e pimenta com filtragem mediana utilizando de regra de decisão com distância Euclidiana. Da esquerda para a direita: Imagem original, Imagem ruidosa, Imagem filtrada. (SANTHANAM; CHITHRA, 2014)

## 2.6 Distância Estocástica

As distâncias estocásticas, diferentemente da distância Euclidiana, são distâncias que não obedecem a todas as regras formais que compõem um espaço métrico, portanto, não são consideradas distâncias métricas como a distância Euclidiana. Conforme a definição formal de um espaço métrico, existem quatro regras que precisam ser satisfeitas (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017):

(a)  $d(x, y) > 0$  para  $x \neq y$

(b)  $d(x, y) = 0$  para  $x = y$

(c)  $d(x, y) = d(y, x)$  (simetria)

(d)  $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$  (desigualdade triangular)

Qualquer distância que obedeça às regras (a), (b), (c) e (d) é considerada uma métrica, mas esta regra formal não é universal dentre todas as distâncias estatísticas de distribuição de probabilidade. As métricas de divergência por exemplo, são cálculos de discrepância que aumentam conforme dois elementos se distanciam, portanto, são boas aplicações em distribuições de probabilidade (PARDO, 2006). Mas apesar de serem aplicáveis estatisticamente, satisfazem apenas as regras (a) e (b).

As distâncias estocásticas por sua vez, podem ser formuladas através de uma métrica de divergência ao forçar o uso da simetria, apenas por calcular a média das distâncias espelhadas. Portanto, dado um cálculo de divergência  $d(x, y)$ , a sua versão simétrica é dada por (NASCI-MENTO; CINTRA; FRERY, 2010):

$$D(x, y) = \frac{d(x, y) + d(y, x)}{2} \quad (2.10)$$

O uso de distâncias estocásticas abrangem mais possibilidades dentro da área de filtragem de ruído, permitindo com que os trabalhos explorem seus resultados fora da distância Euclidiana. Na aplicação de imagens, novos métodos de filtragem de ruído Poisson (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013) e ruído Speckle (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017) foram desenvolvido utilizando distâncias estocásticas, abrangendo até o reconhecimento de padrões para classificação de imagens (BRAGA, 2016).

## 2.7 Considerações finais

A filtragem de ruído é um problema abordado em diversos trabalhos do estado da arte, sendo constantemente explorado em busca de uma melhoria na relação sinal-ruído. A maioria destes trabalhos assume o ruído como aditivo Gaussiano, mas devido a estudos e adaptações, são desenvolvidas adaptações dessas técnicas para diferentes tipos de ruído.

O ruído Poisson (2.2.1) é um problema constante em imagens obtidas por contagem de fótons, e devido a isso, diversas técnicas são propostas para melhorar a qualidade de seus filtros. O ruído é conhecido como um ruído dependente de sinal que obedece à distribuição de Poisson, e para sua filtragem, é necessária uma estimativa da imagem livre de ruído  $\lambda$ . A máxima verossimilhança (2.3.1) se mostra uma técnica útil ao ser combinada com outros filtros (2.4), sendo uma ótima pré-filtragem para a estimativa de  $\lambda$ . Dentre elas, o algoritmo BM3D (2.4.2) é a técnica principal

explorada por este trabalho, trocando a distância Euclidiana (2.5) por distâncias estocásticas (2.6).

# Capítulo 3

## MATERIAIS E MÉTODOS

---

---

Este capítulo descreve quais os materiais utilizados para os experimentos deste trabalho e a metodologia do mesmo. A partir deste capítulo, o novo método aqui apresentado recebe a sigla de SPBM3D (Stochastic Poisson BM3D).

### 3.1 Imagens experimentais

Para possibilitar os experimentos deste trabalho, foram escolhidas 3 imagens genéricas: Baboon, Barbara e Carcinoma.



**Figura 3.1: Imagens experimentais. Da esquerda para a direita: Baboon, Barbara e Carcinoma**

Baboon e Barbara são imagens constantemente utilizadas em outros trabalhos referentes ao processamento de imagens e sinais, porém, com o intuito de testar o comportamento dos algoritmos com imagens pouco detalhadas, a imagem Carcinoma foi elaborada manualmente e adicionada à lista de experimentos. Por se tratar de um novo método para tratamento genérico do ruído Poisson, nenhuma imagem de tomografia computadorizada foi selecionada para os testes.

## 3.2 Simulação do ruído

Para danificar uma imagem livre de ruído  $I$  com um ruído sintético Poisson, tornando possível sua comparação pós-filtragem para obter os resultados de PSNR e SSIM, o ruído foi simulado em cada pixel  $i$  através da seguinte fórmula:

$$I_i = \frac{Q}{\Lambda} K_i \quad (3.1)$$

$K_i$  é a imagem livre de ruído e  $\Lambda$  é o maior valor entre os pixels encontrados em  $K_i$ . O valor de  $Q$  controla a intensidade do ruído, também descrito como pico de ruído, onde a relação sinal-ruído piora a medida que  $Q \rightarrow 0$ .

## 3.3 Distâncias estocásticas para o ruído Poisson

Como mencionado no capítulo 2.6, as distâncias estocásticas são divergências métricas providas da propriedade de simetria (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010).

O algoritmo BM3D a ser estudado e aplicado neste trabalho (2.4.2) utiliza da distância euclidiana (2.5) como sua distância original. A mesma não se trata de uma distância estocástica, tornando-a ideal para o tratamento de AWGN mas não adequada quanto à aplicação de outros modelos paramétricos de ruído.

Em (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010), 8 divergências métricas foram apresentadas e adaptadas em distâncias estocásticas para o ruído Speckle, ao aplicar da propriedade de simetria através da equação (2.10) apresentada no capítulo 2.6 deste trabalho. As distâncias exploradas são as de Kullback Leibler, Hellinger, Rényi, Bhattacharyya, Aritmética-Geométrica, Triangular, Média-Harmônica e Jensen-Shannon. (KULLBACK; LEIBLER, 1951) (DIACONIS; ZABELL, 1982) (RÉNYI, 1961) (BHATTACHARYYA, 1946) (TANEJA, 1995) (TANEJA, 2006) (BURBEA; RAO, 1982) As expressões destas divergências para duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  são:

**Tabela 3.1: Expressões de divergência métrica**

Distância	Equação
Kullback-Leibler	$d_{KL}(X, Y) = \frac{1}{2} \int (f_x - f_y) \ln\left(\frac{f_x}{f_y}\right)$
Hellinger	$d_H(X, Y) = 1 - \int \sqrt{f_x f_y} = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} d_R^{1/2}(X, Y)\right)$
Rényi	$d_R^\beta(X, Y) = \frac{1}{\beta-1} \ln\left(\frac{\int f_x^\beta f_y^{1-\beta} + f_x^{1-\beta} f_y^\beta}{2}\right)$
Bhattacharyya	$d_B(X, Y) = -\ln\left(\int \sqrt{f_x f_y}\right) = -\ln(1 - d_H(X, Y))$
Aritmética-Geométrica	$d_{AG}(X, Y) = \frac{1}{2} \int (f_x + f_y) \ln\left(\frac{f_y + f_x}{2\sqrt{f_y f_x}}\right)$
Triangular	$d_T(X, Y) = \int \frac{(f_x - f_y)^2}{f_x + f_y}$
Média-Harmônica	$d_{HM}(X, Y) = -\ln\left(\int \frac{2f_x f_y}{f_x + f_y}\right) = -\ln\left(1 - \frac{d_T(X, Y)}{2}\right)$
Jensen-Shannon	$d_{JS}(X, Y) = \frac{1}{2} \left[ \int f_x \ln\left(\frac{2f_x}{f_y + f_x}\right) + \int f_y \ln\left(\frac{2f_y}{f_y + f_x}\right) \right]$

Em (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013), as mesmas divergências foram adaptadas para o ruído Poisson. As variáveis  $X$  e  $Y$  foram substituídas por  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$  contidas na distribuição de Poisson, e a equação de simetria (2.10) foi aplicada. Entretanto, assim como em (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010), somente 4 distâncias conseguiram ser formadas a partir das divergências de Kullback-Leibler (KULLBACK; LEIBLER, 1951), Hellinger (DIACONIS; ZABELL, 1982), Bhattacharyya (BHATTACHARYYA, 1946) e Rényi (RÉNYI, 1961). Tendo suas respectivas distâncias estocásticas para ruído Poisson apresentadas por Bindilatti e Mascarenhas (2013) calculadas através das seguintes fórmulas fechadas:

**Tabela 3.2: Distâncias estocásticas para ruído Poisson**

Distância	Equação
Kullback-Leibler	$\frac{1}{2} [(\lambda_x - \lambda_y) \cdot \ln\left(\frac{\lambda_x}{\lambda_y}\right)]$
Hellinger	$1 - \exp\left(-\frac{1}{2}(\lambda_x + \lambda_y) + \sqrt{\lambda_x \cdot \lambda_y}\right)$
Rényi	$\frac{1}{\beta-1} \ln\left[\frac{1}{2} \left( e_y^{\lambda(1-\beta)} x^{\beta} - [(1-\beta)\lambda_y + \beta\lambda_x] + e_x^{\lambda(1-\beta)} y^{\beta} - [(1-\beta)\lambda_x + \beta\lambda_y] \right)\right]$
Bhattacharyya	$\frac{1}{2}(\lambda_x + \lambda_y) - \sqrt{\lambda_x \cdot \lambda_y}$

Como conclusão, as distâncias estocásticas se mostraram cálculos efetivos de discrepância tanto para o ruído Specke (NASCIMENTO; CINTRA; FRERY, 2010) como para o ruído Poisson (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013). Para o algoritmo BM3D, o uso das distâncias estocásticas para ruído Speckle se mostrou mais efetivo que a distância Euclidiana (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017). Com isto, este trabalho utiliza das distâncias estocásticas para ruído Poisson apresentadas neste capítulo como distância métrica do algoritmo BM3D.

### 3.4 Estimador por máxima verossimilhança

O algoritmo BM3D apresentado por Dabov e Foi (2006) e também demonstrado por Lebrun (2012), requer como parâmetro a estimativa da variância do ruído a ser filtrado. No caso do ruído Poisson, a sua estimativa é definida pela taxa média de contagem  $\lambda$ , encontrada na fórmula (2.1) descrita no capítulo 2.2.1. Além disso,  $\lambda$  também pode ser obtido através de uma estimativa da imagem livre de ruído, realizada através de uma pré-filtragem (HE; GREENSHIELDS, 2009). A prática pode ser efetuada por qualquer filtro, inclusive, abre espaço para futuras melhorias deste trabalho (Seção 4.6) em busca de explorar uma opção ótima para a pré-filtragem. Porém, a técnica utilizada na pré-filtragem possui impacto direto com o resultado final, o uso de um algoritmo simples demais resultará em uma má estimativa, enquanto um algoritmo robusto demais resultará em borrimento, artefatos ou perda de informação, prejudicando a pós-filtragem. Através dessa suposição, foi selecionado um filtro por NLM (2.4.1), utilizando do princípio da máxima verossimilhança (2.3.1) para a estimativa de  $\lambda$  neste trabalho. Esta técnica, por sua vez, mostrou-se efetiva em Bindilatti e Mascarenhas (2011) atuando no mesmo papel de pré-filtragem da SPNLM (Stochastic Poisson Non Local Means). Sua versão é uma técnica de NLM reduzida, composta da distância euclidiana para a comparação de patches e de um filtro gaussiano para filtragem do ruído. Além disso, a presença de um parâmetro, descrito por  $\sigma$ , permite o controle da intensidade do filtro, reduzindo o índice de borrimento e não interferindo em perda de qualidade. Estas características concluíram a técnica de pré-filtragem do SPNLM como uma boa candidata para a estimativa de  $\lambda$  neste trabalho, não se apresentando simples demais como um filtro bilateral ou robusta demais quanto o próprio NLM, como também já se mostrou efetiva ao interagir com distâncias estocásticas para o ruído Poisson. Supondo uma imagem livre de ruído  $X = \{x_i | i \in I\}$  onde  $Y = \{y_i | i \in I\}$  seja a imagem ruidosa obtida através de  $X$ , desejamos encontrar um valor mais próximo para cada  $x$  na coordenada  $i$  através dos pixels  $y$  encontrados em  $Y$  na respectiva coordenada, já que  $X$  neste contexto é um parâmetro desconhecido. Esta estimativa nos levará a  $\Lambda = \{\lambda_i | i \in I\}$ , que é obtida através de uma média ponderada dos pixels ao redor de um pixel central, delimitado por uma janela parametrizável do algoritmo NLM. Com isso,  $\Lambda$  é definido pela fórmula:

$$\Lambda_i = \sum_{j \in i} w_j y_j \quad (3.2)$$

Conhecendo-se os valores de  $y_i$ , o algoritmo permite o uso da média ponderada entre os  $k$  pixels mais similares a  $y_i$ , onde  $k$  é um parâmetro configurável, caracterizando o princípio da máxima verossimilhança em  $w_i$ . Como as distâncias estocásticas são definidas para a filtragem

do algoritmo BM3D neste trabalho, esta filtragem utiliza da distância euclidiana (2.5) como métrica para o cálculo de  $w_i$ . Sendo  $i$  e  $j$  as coordenadas horizontais e verticais da imagem,  $w_i$  é definido pela fórmula:

$$w_{ij} = \frac{1}{W_i} \exp\left(-\frac{1}{h^2} \|y_i - y_j\|_{2,\sigma}^2\right) \quad (3.3)$$

Onde  $W_i = \sum_{j \in i} w_{ij}$  é um fator de normalização e  $h$  um parâmetro configurável que controla a intensidade do filtro. A intensidade  $h$  determina o intervalo de divergência entre a imagem ruidosa (quando  $h \rightarrow 0$ ) e um filtro de médias ( $h \rightarrow \infty$ ). Já  $\|y_i - y_j\|_{2,\sigma}^2$  efetua um filtro gaussiano com desvio padrão  $\sigma$ , ponderando a distância euclidiana.

Por se tratar de uma pré-filtragem onde a redução do custo computacional do algoritmo é um fator relevante, a movimentação da janela de busca é simplificada e não obedece à proposta original descrita no NLM (2.4.1), percorrendo, neste método, um trajeto fixado em volta de cada pixel contido em  $Y$ . Com essa modificação, a complexidade do algoritmo em uma imagem de tamanho  $N$  para uma janela de vizinhanças  $|J|$  de pixels é reduzida para  $O(N^2|J|)$ .

Por fim, assume-se que  $\Lambda$  é a melhor estimativa para  $X$ , servindo como parâmetro de distribuição para o algoritmo BM3D.

### 3.5 Modificação do algoritmo

O novo método apresentado neste trabalho difere do BM3D, especificamente, no processo onde os *patches* similares são selecionados, tanto na primeira etapa com o uso de *hardthresholding* como a segunda utilizando do filtro de Wiener. Para o desenvolvimento do projeto, foi utilizada a implementação do BM3D com código aberto fornecida por Marc Lebrun (2012).

De uma maneira resumida, a visão geral do funcionamento do BM3D poderia ser descrita com o seguinte fluxograma:

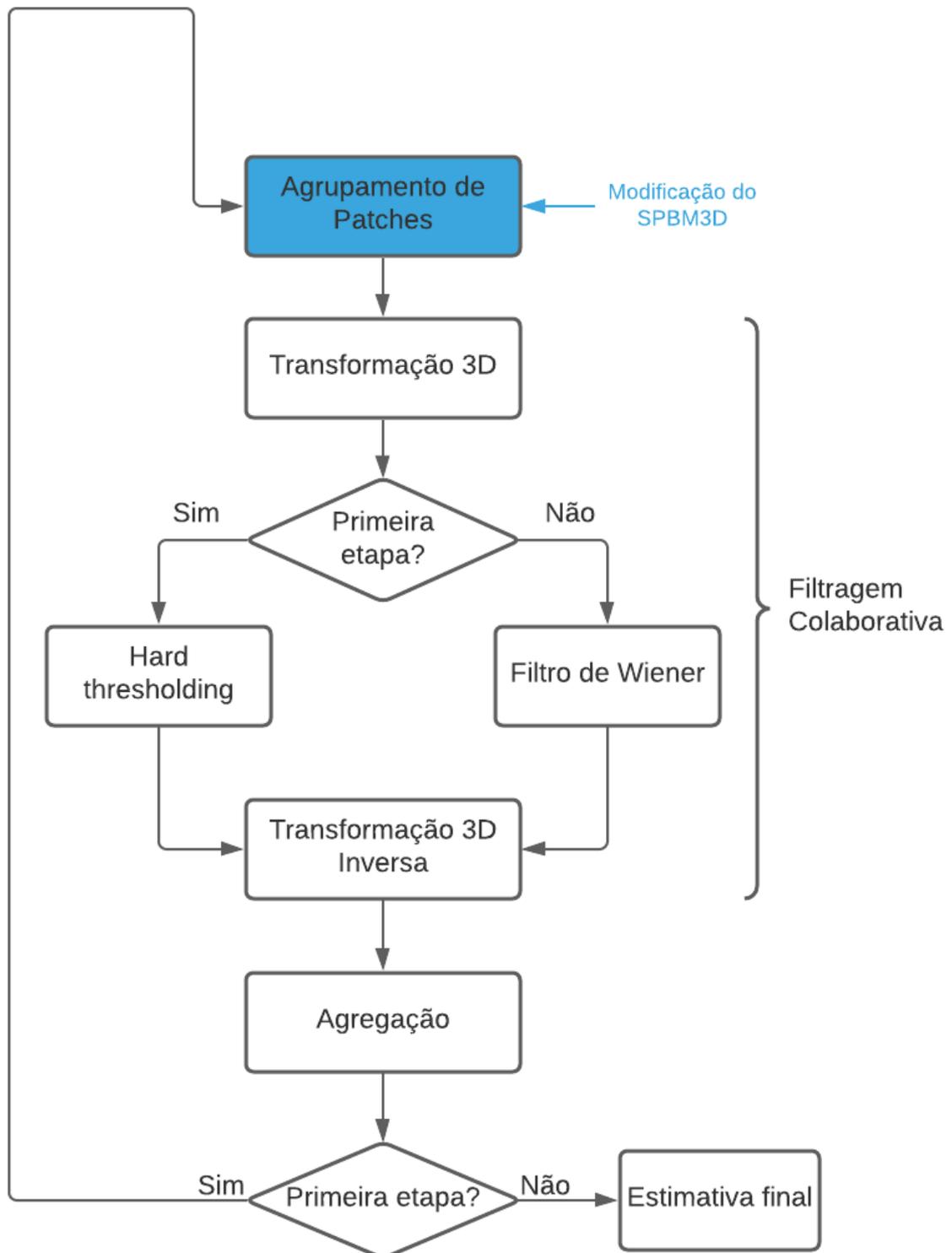


Figura 3.2: Fluxograma geral do funcionamento do BM3D

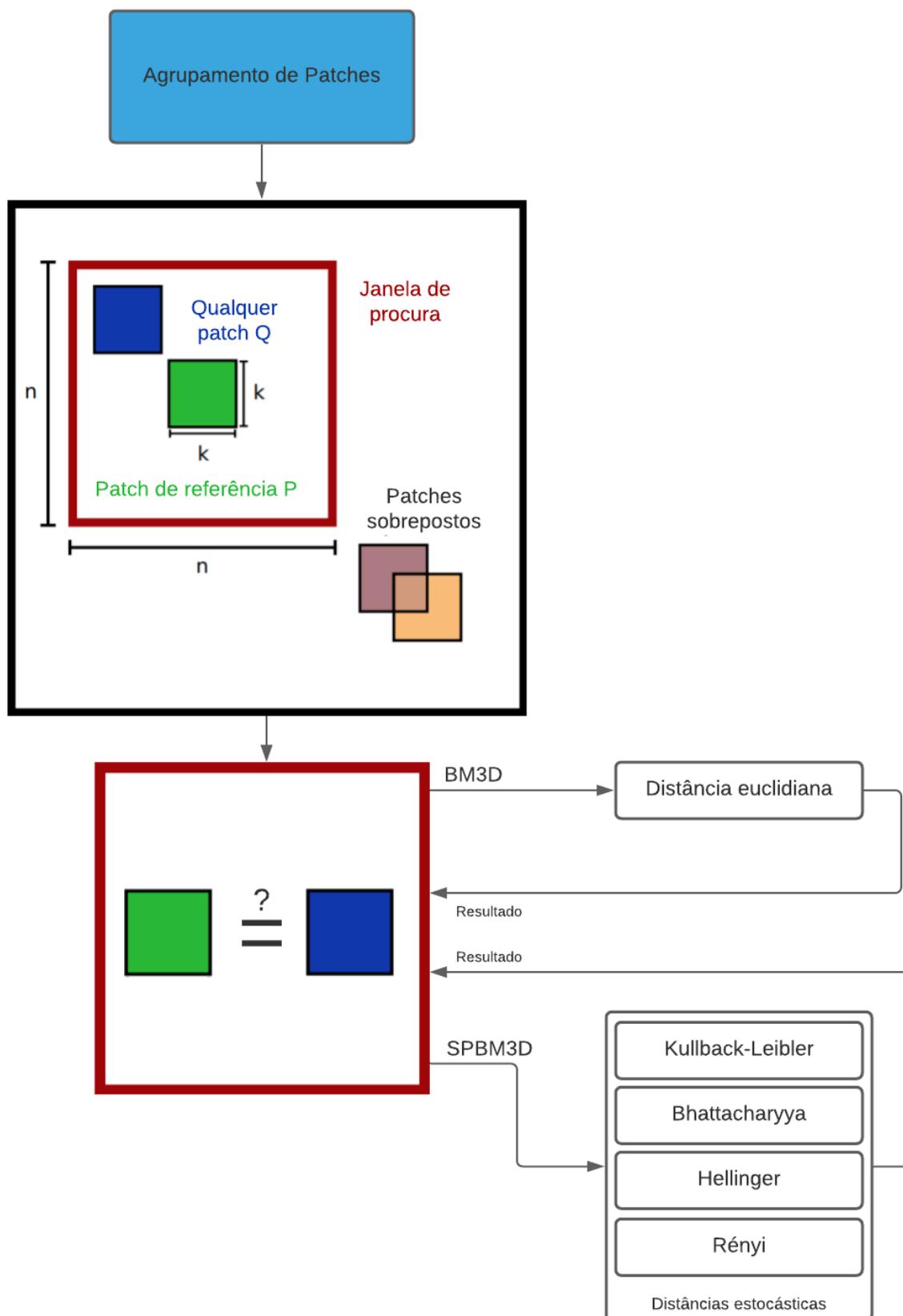


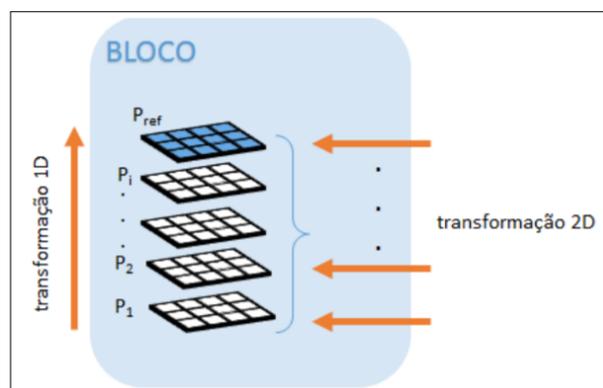
Figura 3.3: Fluxograma geral do agrupamento de patches do BM3D e do SPBM3D

O realce no primeiro processo da figura 3.2 indica onde a modificação deste trabalho se encontra. De uma maneira visualmente mais detalhada, o processo de agrupamento de patches pode ser descrito pelo fluxograma apresentado na figura 3.3.

Objetivamente, o processo de procura por *patches* utiliza de uma janela de procura para a identificação de possíveis fragmentos similares contidos na imagem. Quando encontrados, os fragmentos candidatos são comparados entre si através de um valor real gerado por uma distância métrica, onde caso se enquadrem nos coeficientes de *threshold* configurados ( $\tau^{hard}$  e  $\tau^{wien}$ ), são classificados como *patches* e finalmente agrupados (LEBRUN, 2012).

Neste trabalho, um novo fluxo foi criado durante a comparação entre os dois fragmentos. Mais especificamente, um novo parâmetro orienta qual distância estocástica será utilizada durante a execução, podendo ser alternada entre a primeira e segunda etapa do algoritmo.

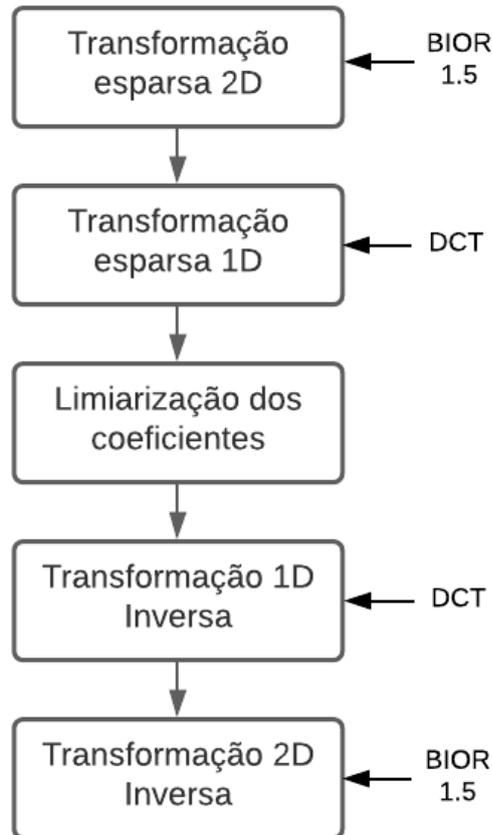
Outro ponto relevante do desenvolvimento se encontra no fluxo do filtro colaborativo do BM3D, onde as transformadas *Wavelet* são efetuadas em prol da limiarização dos coeficientes. Esta etapa, visualmente apresentada na figura 3.4, é nomeada pelos autores como "Transformada 3D", onde duas transformadas *Wavelet* são aplicadas, sendo a primeira executada em 2D em cada *patch* e a segunda em 1D na vertical da terceira dimensão do agrupamento.



**Figura 3.4:** Transformação 3D em *patches* (SANTOS; MARTINS; MASCARENHAS, 2017).

Ambas as transformadas são executadas duas vezes por filtragem colaborativa, sendo a primeira com transformadas esparsas e a segunda na ordem contrária com transformadas inversas. Neste intermeio, é efetuada a limiarização dos coeficientes.

As transformadas *Wavelet* escolhidas em cada etapa podem ser configuradas e intercaladas entre si. Haar e Bior1.5 para duas dimensões, assim como transformadas discretas de seno e cosseno para uma dimensão são exemplos apresentados em Dabov et al. (2007). Para este trabalho, foram utilizadas as transformadas Bior1.5 para a transformação 2D e DCT para a transformação 1D. Todo este processo, assim como as transformadas utilizadas no SPBM3D, estão visualmente descritos no fluxograma apresentado na figura 3.5.



**Figura 3.5:** Fluxograma do filtro colaborativo do BM3D com as transformadas utilizadas no SPBM3D

Adicionalmente, uma modificação externa ao algoritmo BM3D foi efetuada para aprimorar o controle sobre a intensidade do filtro. Por padrão, o BM3D possui um parâmetro  $\sigma$  que representa, especificamente, a quantidade de ruído assumido na imagem a ser filtrada. Este parâmetro, inicialmente, utiliza uma estimativa do desvio padrão, dado pela raiz quadrada da variância amostral:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n} \quad (3.4)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}} \quad (3.5)$$

Onde  $\mu$  representa a média amostral.

Em Lebrun (2012), o parâmetro  $\sigma$  é definido pelo produto de uma constante com a fórmula 3.5 aplicada em uma imagem, gerando a expressão:

$$\sigma = 5(\hat{\sigma}) \quad (3.6)$$

Neste trabalho, o valor de  $\sigma$  foi definido com o acréscimo de um novo parâmetro, denominado  $\theta$ , que apenas substitui a constante presente na fórmula 3.6, resultando na expressão final:

$$\sigma = \theta(\hat{\sigma}) \quad (3.7)$$

O valor de  $\theta$  é um numero real que multiplica o desvio padrão da imagem, onde o resultado pós-filtragem se aproxima da imagem ruidosa quando  $\theta \rightarrow 0$  e a uma imagem opaca quando  $\theta \rightarrow \infty$ , possibilitando assim o controle da intensidade e borramento do filtro.

Por fim, com a conclusão dessas modificações, todo o fluxo restante permanece como um algoritmo BM3D padrão descrito no capítulo 2.4.2.

## 3.6 Medidas comparativas

### 3.6.1 Peak Signal-to-Noise Ratio - PSNR

O PSNR ou "Relação de sinal-ruído de pico" é uma medida de qualidade baseada na similaridade entre a imagem restaurada e uma imagem de referência, utilizada neste trabalho como medida comparativa. (WANG; BOVIK, 2009) Consiste basicamente em definir a relação máxima de um sinal e o ruído que o corrompeu. O cálculo do PSNR é uma normalização do erro médio quadrático, denominado como  $MSE$  e dado pela expressão:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \|I(i, j) - K(i, j)\|^2 \quad (3.8)$$

$I$  é uma imagem livre de ruído e  $K$  sua respectiva versão corrompida por um ruído qualquer.  $M$  e  $N$  são as resoluções de largura e altura das imagens. Para casos como neste trabalho onde os valores de  $M$  e  $N$  são iguais, o  $MSE$  pode ser reescrito como:

$$MSE = \sum_{i=1}^N (I_i - K_i)^2 \quad (3.9)$$

Com isso, o PSNR se descreve como:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{MAX_I^2}{MSE} \right) \quad (3.10)$$

$MAX_I^2$  é o maior valor possível do sinal, para o caso de imagens 8-bits utilizadas neste trabalho, seu valor padrão é de  $255^2$  e  $256 \times 256$  o tamanho da imagem bidimensional.

### 3.6.2 Structural Similarity Index Measure - SSIM

O termo *SSIM*, cuja a tradução da abreviação se refere ao índice de similaridade estrutural, é uma medida comparativa entre imagens que leva em consideração a visão humana, podendo descrever em um valor real o quanto uma imagem é similar a outra. Fatores como contraste, estrutura e iluminação são aspectos relevantes que impactam na comparação de similaridade. Apresentado por Wang e Bovic (2002) e aprimorado futuramente em outros trabalhos, o SSIM possui a seguinte expressão:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1) + (2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (3.11)$$

Onde  $C_1 = (0.01r)^2$  e  $C_2 = (0.03r)^2$ .

Como resultado, um valor real é obtido e pode descrever a similaridade das imagens em questão, onde -1 representa dissimilaridade total e 1 representa completa semelhança. (WANG; BOVIK, 2002)

Com isso, o SSIM permite que uma medida comparativa seja obtida entre duas imagens, no caso desde trabalho, a imagem livre de ruído e o resultado gerado pela pós-filtragem, permitindo que a visão humana seja um fator relevante nas comparações entre os algoritmos.

# Capítulo 4

## RESULTADOS

---

---

### 4.1 Parâmetros utilizados

O BM3D é um algoritmo constituído por diversos parâmetros que necessitam ser alterados para cada execução, uma vez que, para cada textura de imagem e pico de ruído, são apresentados resultados com artefatos, borramento e perda de detalhes. Dentre os parâmetros abordados no BM3D, os mesmos são descritos com as seguintes notações e funcionalidades (LEBRUN, 2012):

- $k^{hard}$  e  $k^{wien}$ : tamanho dos *patches*.
- $N^{hard}$  e  $N^{wien}$ : quantidade máxima de *patches* armazenados.
- $p^{hard}$  e  $p^{wien}$ : parâmetros que visam acelerar o processamento pulando uma quantidade inteira de pixels nas linhas e colunas na imagem para cada iteração.
- $n^{hard}$  e  $n^{wien}$ : tamanho da janela de busca.
- $\tau$  a distância mínima para comparação entre dois *patches* similares.
- $\lambda_{3D}^{Hard}$ : coeficiente de *thresholding* dos grupos de 3 dimensões do BM3D utilizado na pré-filtragem.

Com a exceção dos dois últimos parâmetros  $\tau$  e  $\lambda_{3D}^{Hard}$  apresentados na lista 4.1, todos os outros parâmetros mantiveram os seus valores padrões apresentados na aplicação explorada por Lebrun (2012). Para o valor de  $\tau$  foi utilizado o valor fixo de 0.1, pois internamente o valor do *thresholding* para a comparação de *patches* é calculado através da função de distância entre 0.1 e  $\tau$ , sendo assim, o valor 0.1 para  $\tau$  resulta em um *thresholding* zerado, mostrando-se o único cenário propenso para a livre atuação das distâncias estocásticas com resultados melhores que a



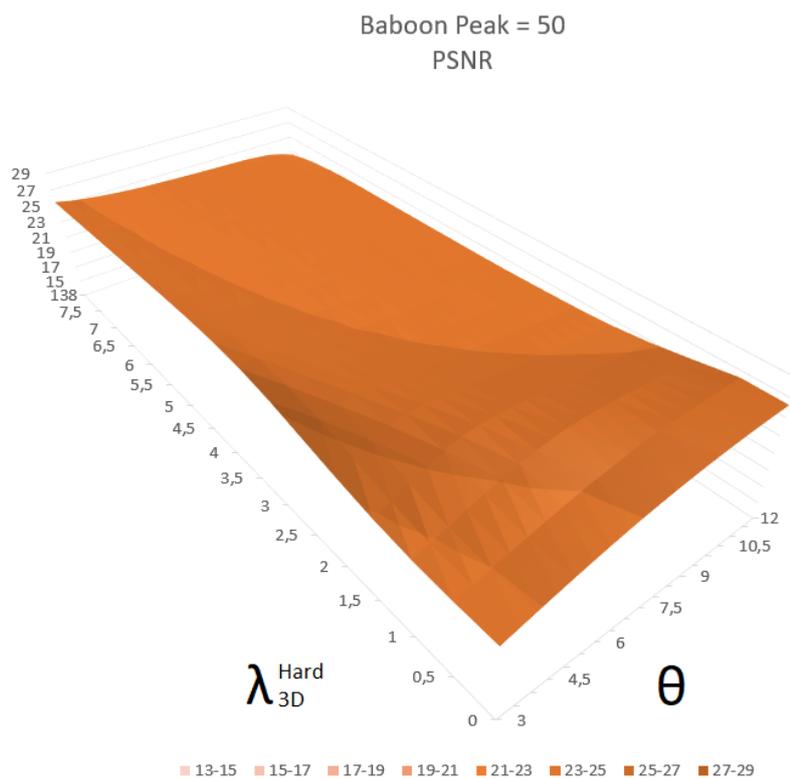


Figura 4.2: Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 50

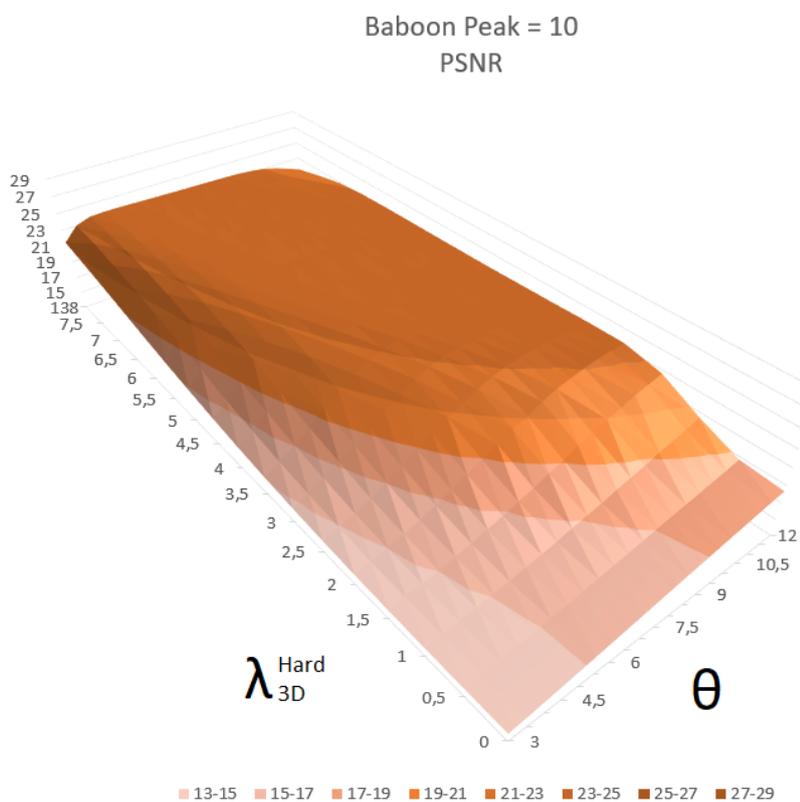
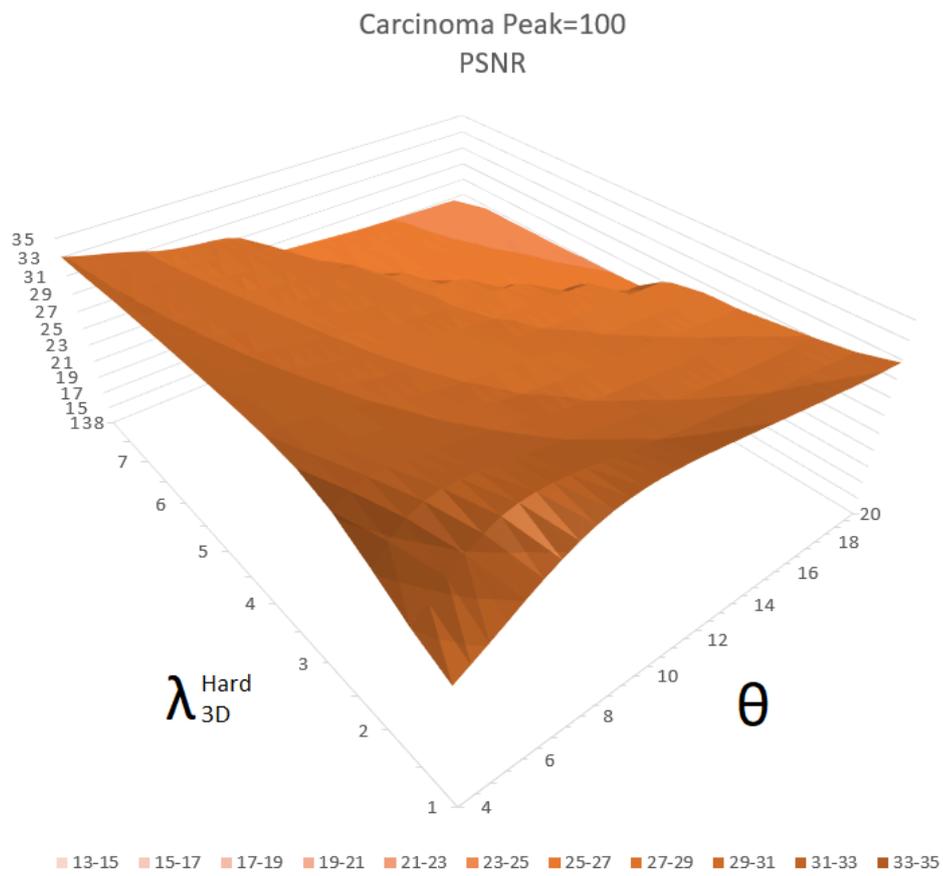


Figura 4.3: Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 10



**Figura 4.4:** Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 100

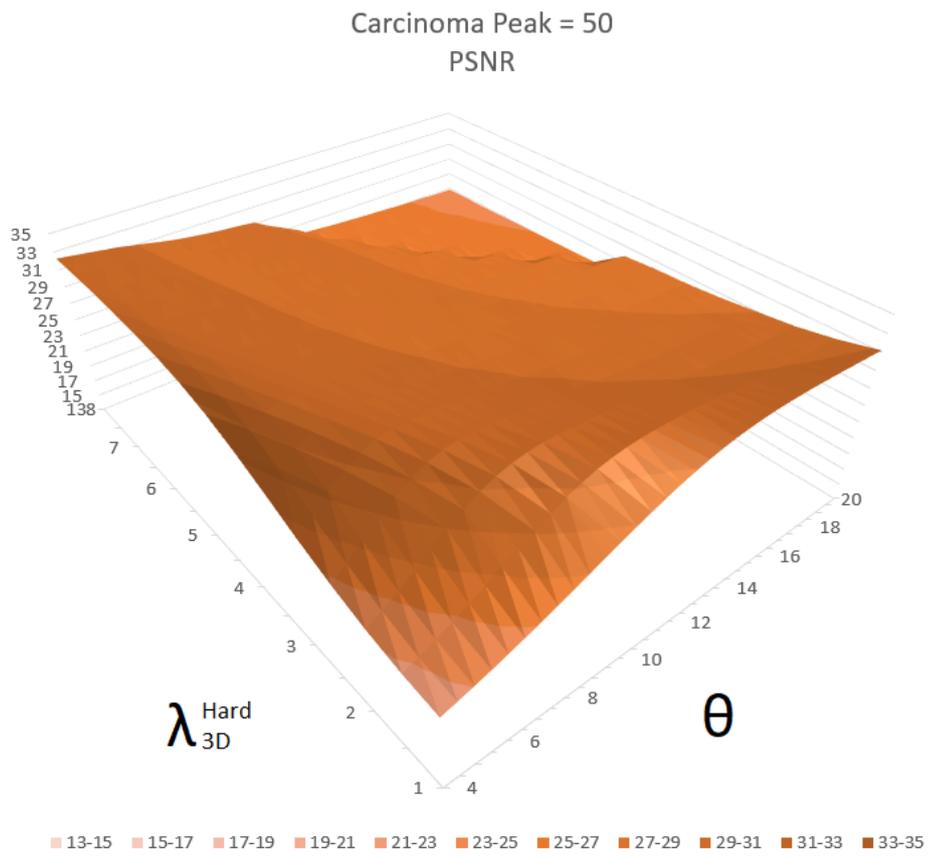


Figura 4.5: Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 50

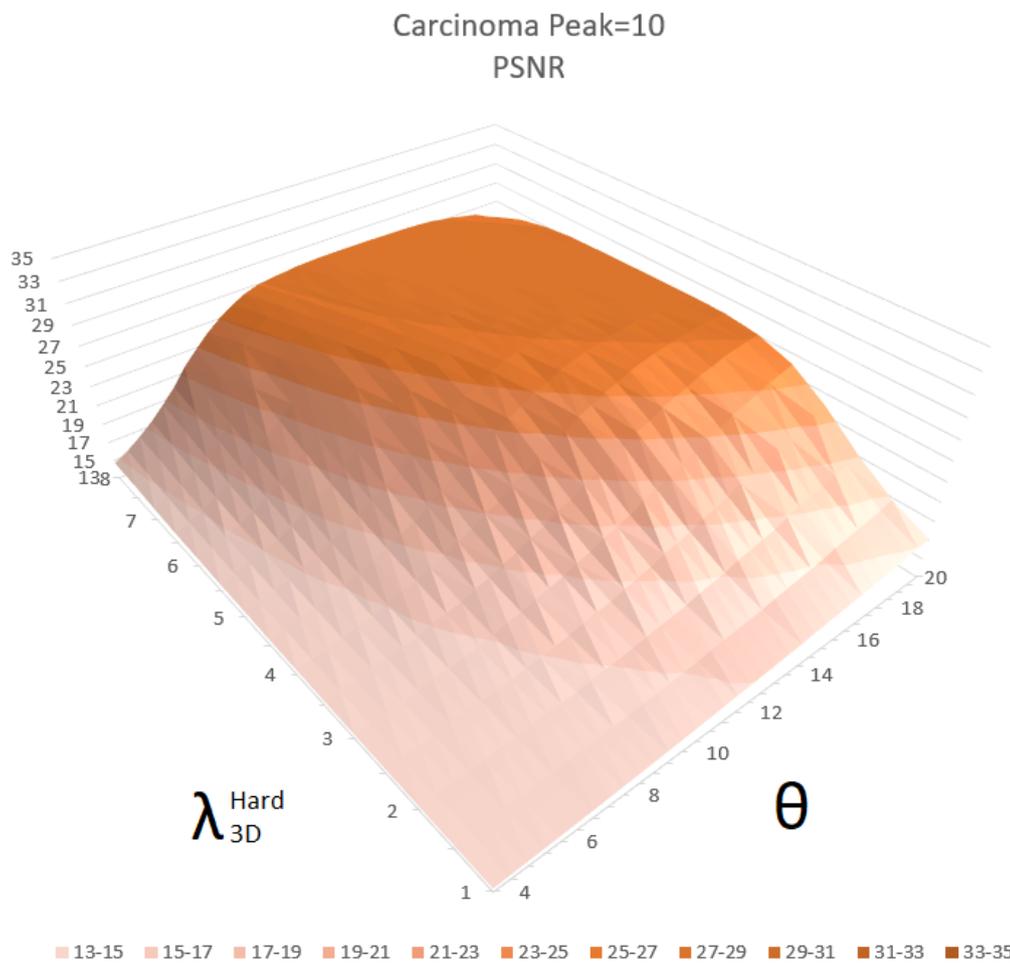


Figura 4.6: Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 10

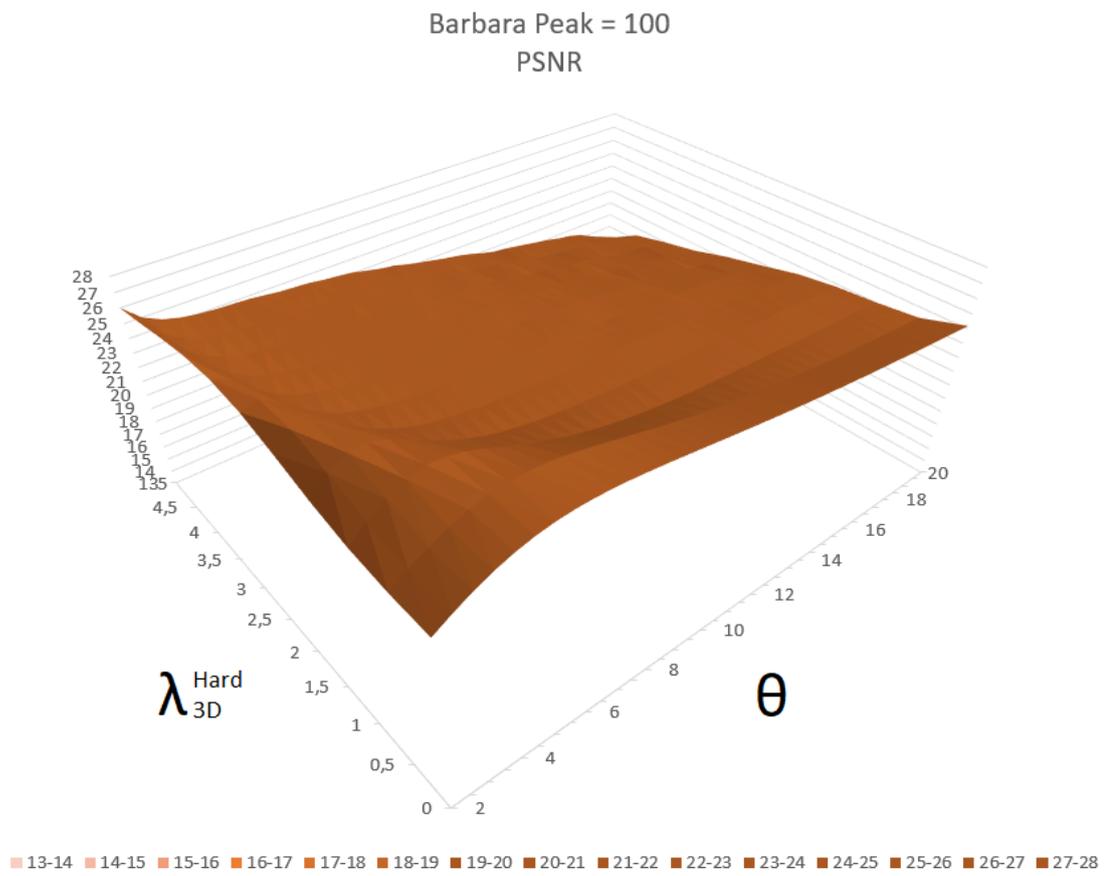


Figura 4.7: Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 100

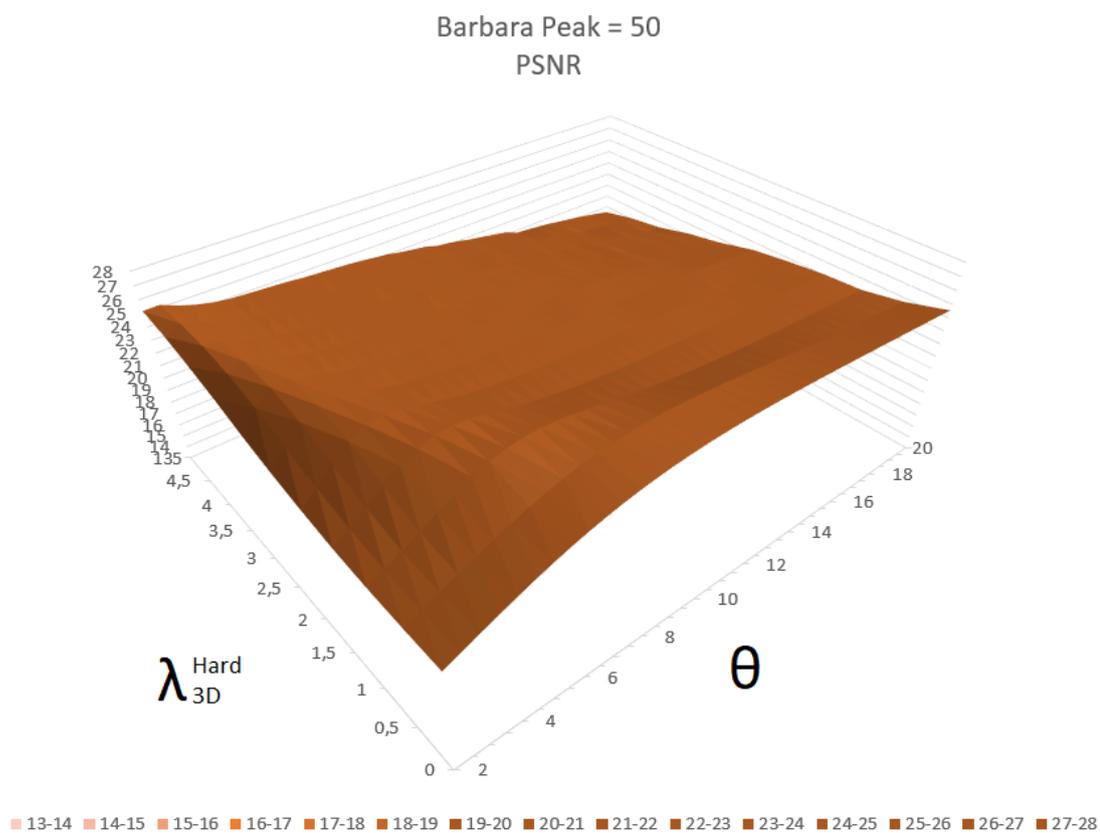
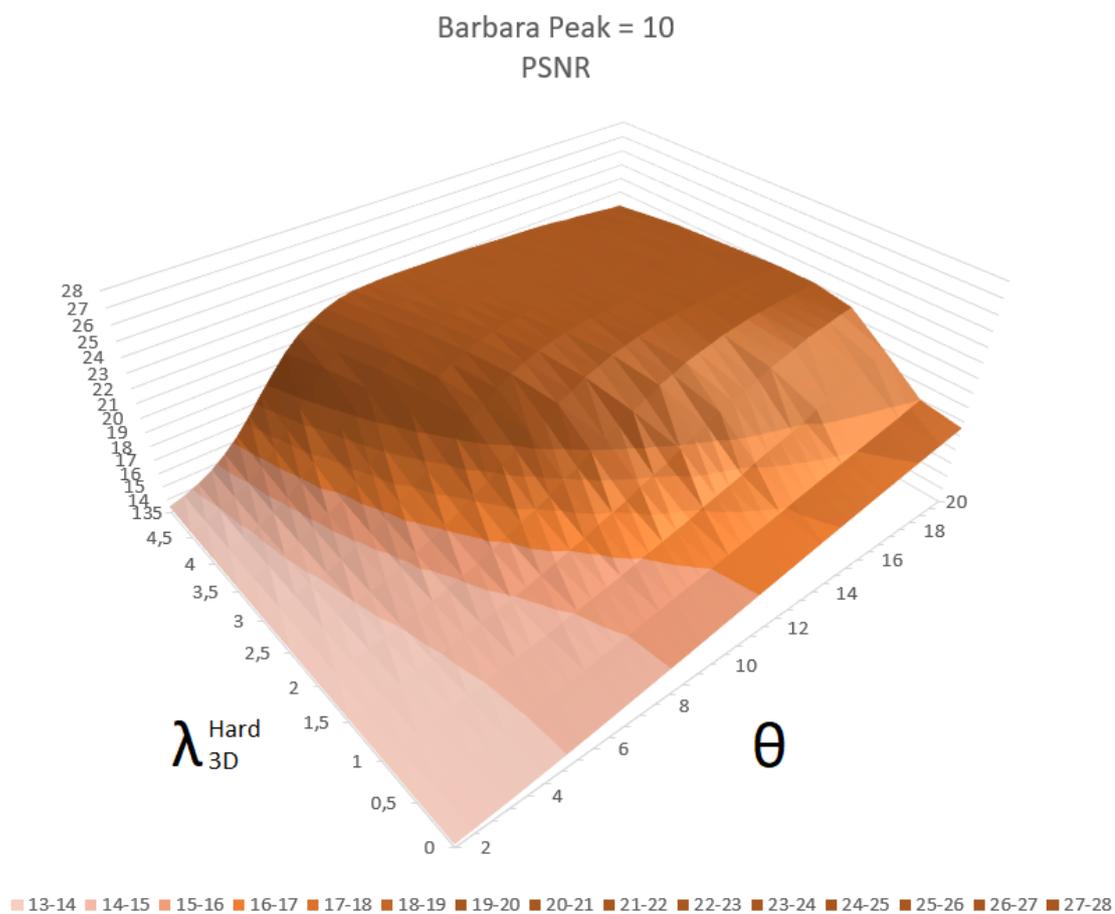


Figura 4.8: Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 50



**Figura 4.9:** Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 10

A seguir, as figuras de 4.10 a 4.18 apresentam a comparação de resultados de SSIM.

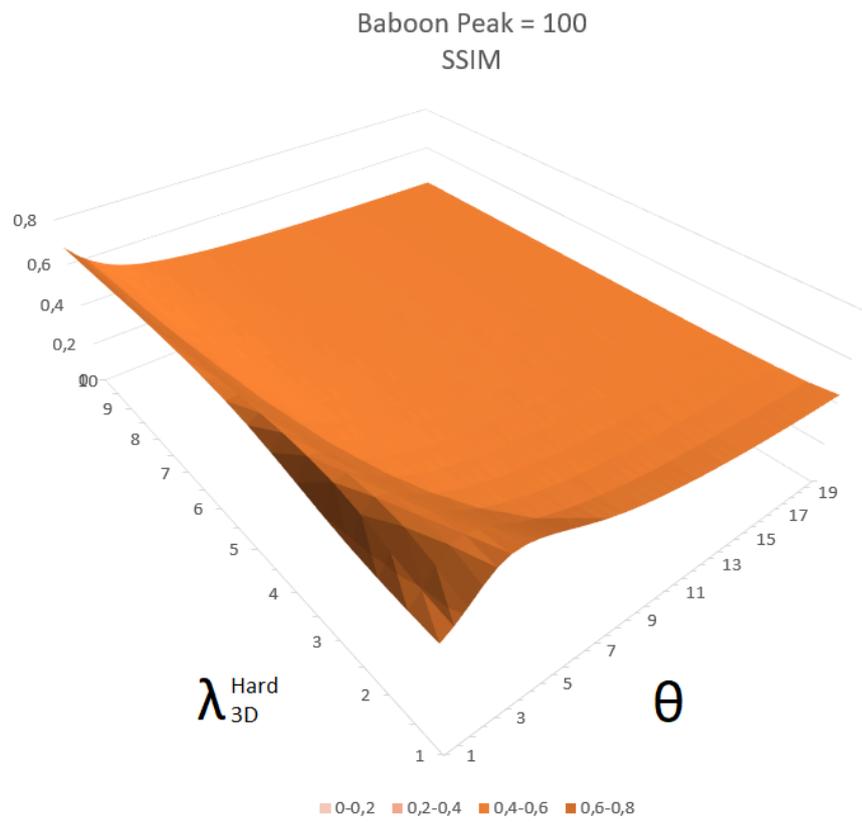


Figura 4.10: Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 100

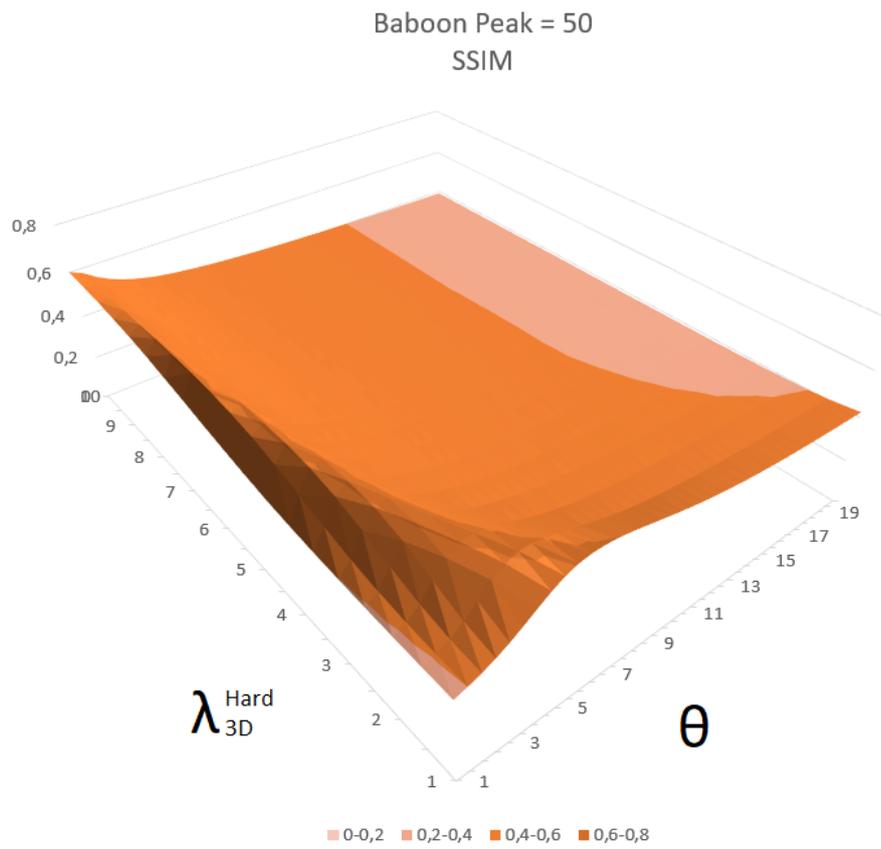


Figura 4.11: Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 50

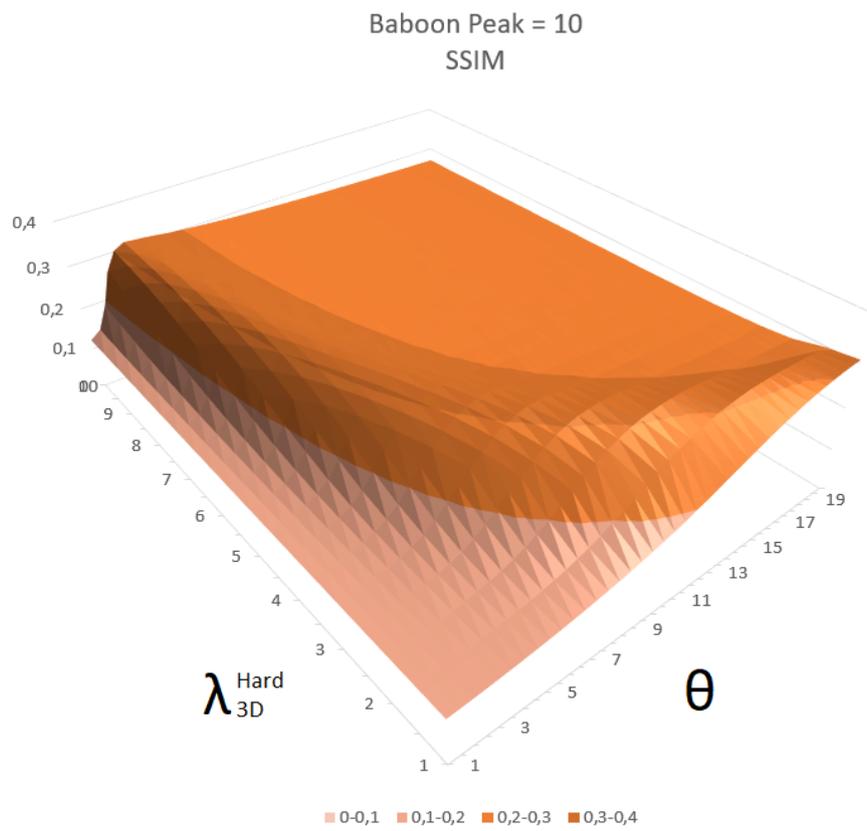
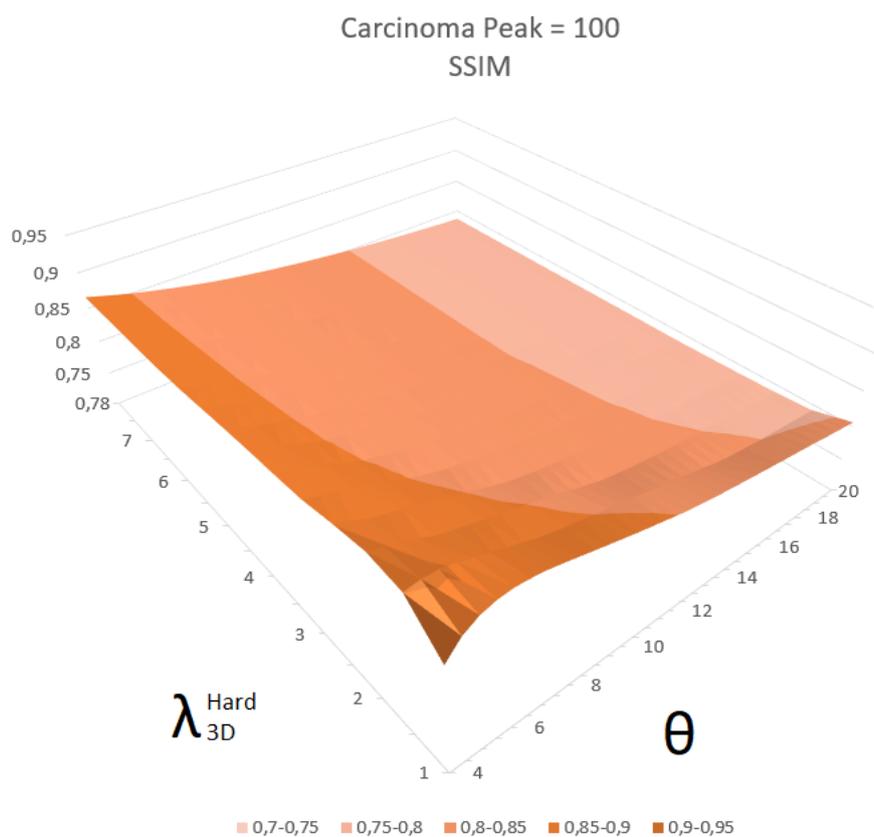
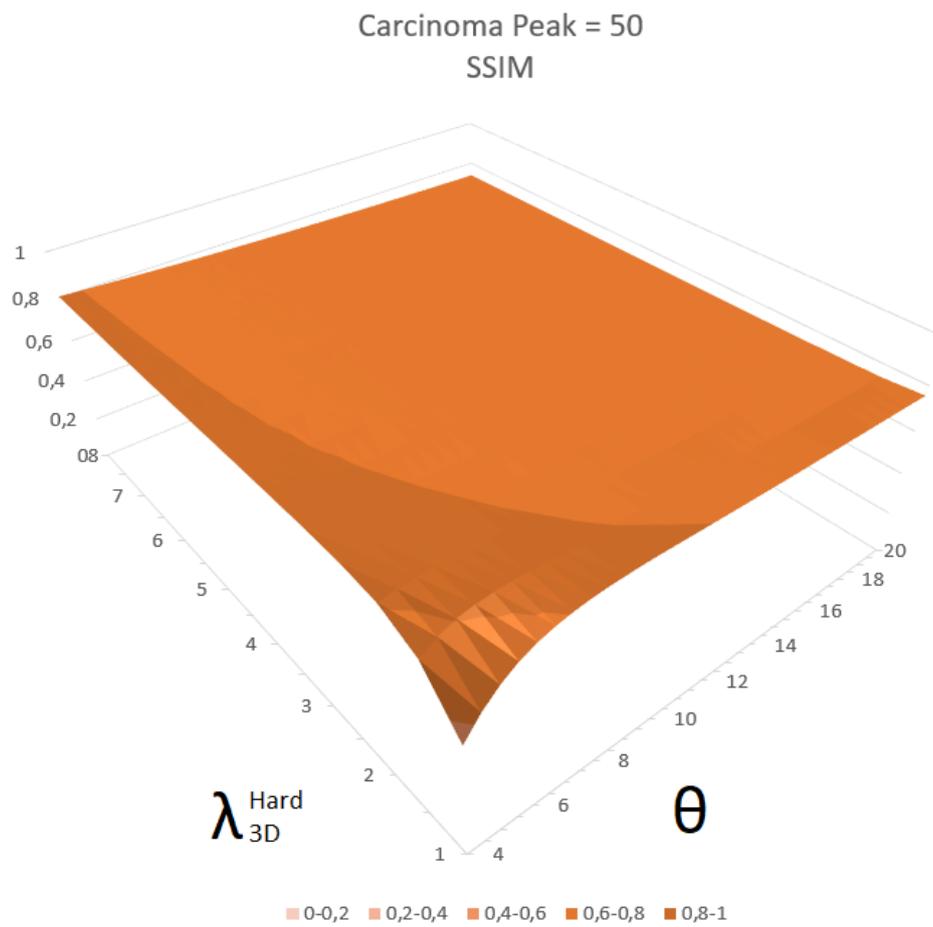


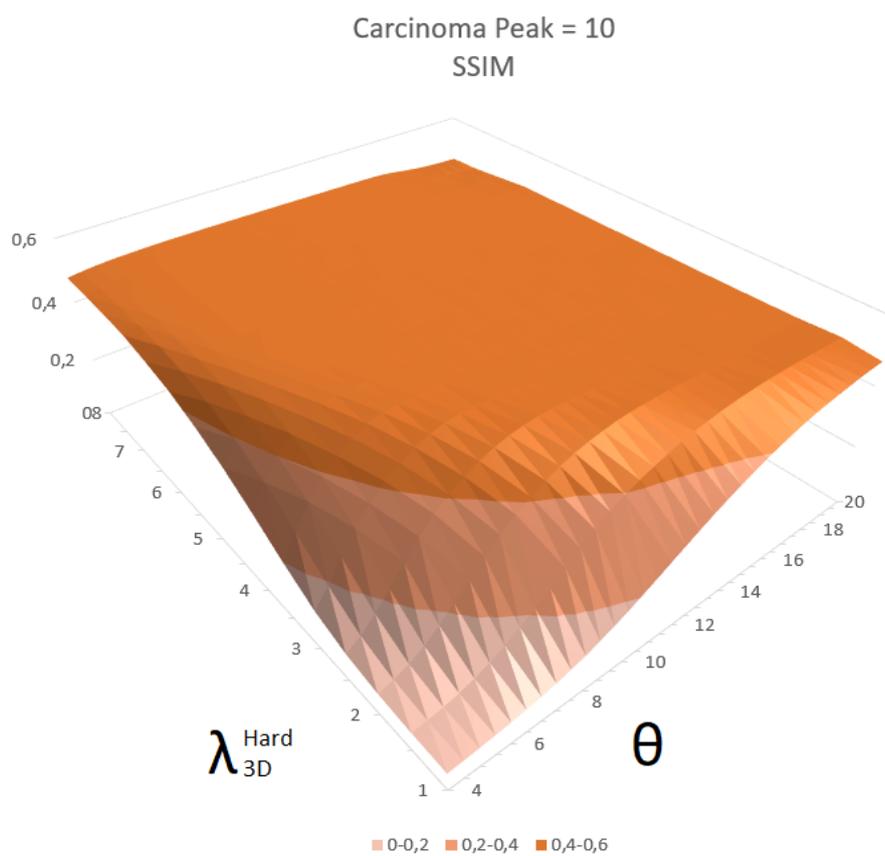
Figura 4.12: Comparação de valores de parâmetros com Baboon em pico 10



**Figura 4.13: Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 100**



**Figura 4.14:** Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 50



**Figura 4.15:** Comparação de valores de parâmetros com Carcinoma em pico 10

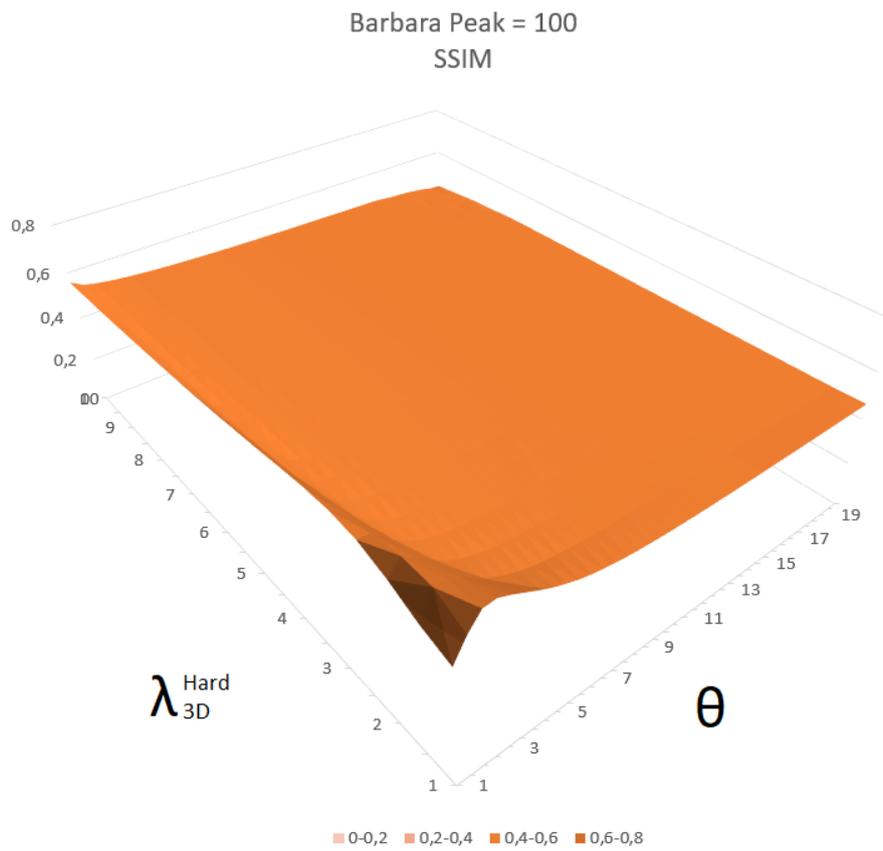


Figura 4.16: Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 100

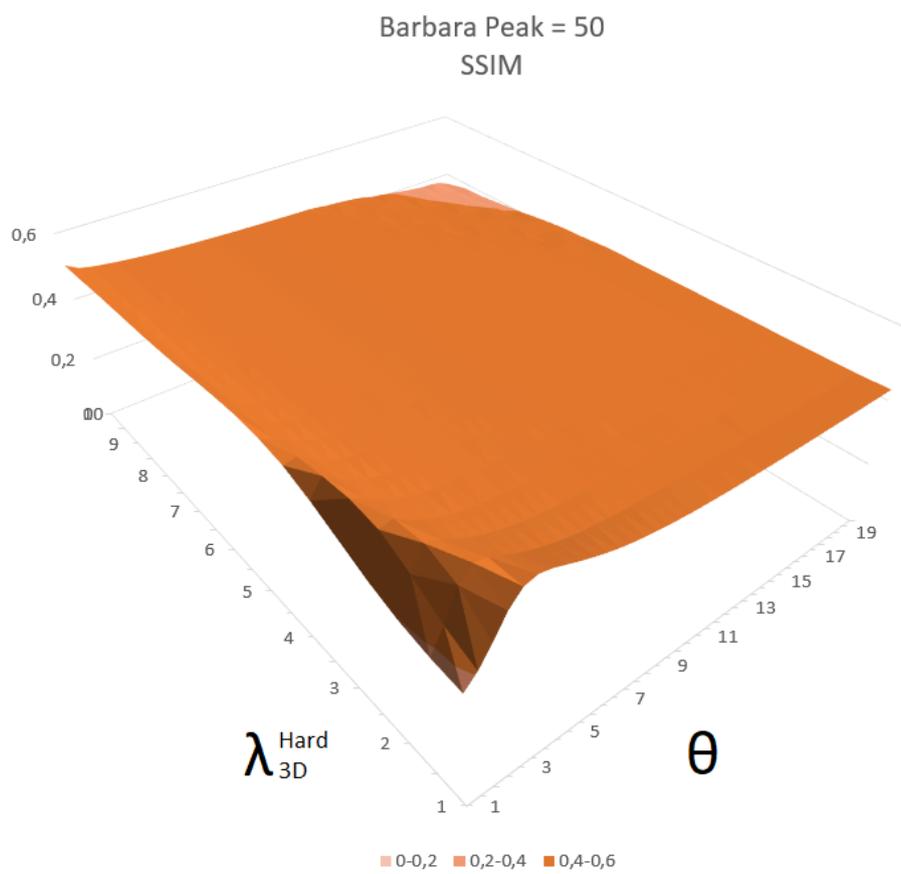
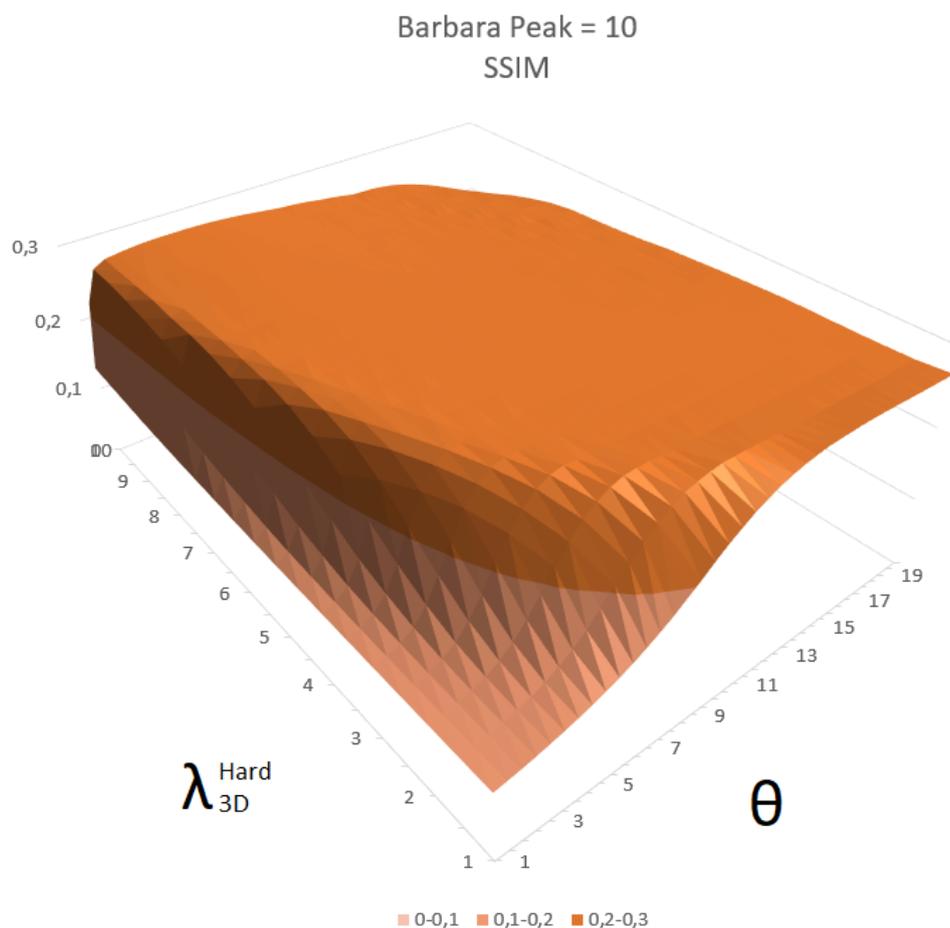


Figura 4.17: Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 50



**Figura 4.18: Comparação de valores de parâmetros com Barbara em pico 10**

A seleção dos valores dos parâmetros aparenta exigir uma abordagem dependente da quantidade de detalhes da imagem, como pode ser notado nos valores dos parâmetros de Bárbara e Baboon, que são mais próximos do que Carcinoma, por se tratarem de imagens com alto índice de detalhamento. Analisando o conjunto de resultados de teste em cada imagem e pico, os melhores parâmetros dos valores encontrados para a relação entre PSNR e SSIM são descritos na tabela 4.1. Dessa forma, qualquer aplicação simples que possa estimar a quantidade de detalhes da imagem antes da filtragem pode ser usada como ferramenta para selecionar os parâmetros do SPBM3D, sejam eles mais próximos de Carcinoma, para imagens menos detalhadas, ou mais próximos de Barbara ou Baboon, para imagens mais detalhadas. Os valores utilizados foram os mesmos tanto para a *hardthresholding* como o filtro de Wiener do algoritmo BM3D.

**Tabela 4.1: Melhores parâmetros encontrados por imagem e pico**

	<b>Baboon</b>		
	<b>Pico 100</b>	<b>Pico 50</b>	<b>Pico 10</b>
$\lambda_{3D}^{Hard}$	0,5~1	0,5~1	2~2,5
$\theta$	4,5~7	7~8	11~12
	<b>Carcinoma</b>		
	<b>Pico 100</b>	<b>Pico 50</b>	<b>Pico 10</b>
$\lambda_{3D}^{Hard}$	2~3,5	4,5~5,5	5,0~5,5
$\theta$	4~6	4~5,5	17~17,5
	<b>Barbara</b>		
	<b>Pico 100</b>	<b>Pico 50</b>	<b>Pico 10</b>
$\lambda_{3D}^{Hard}$	0,5~1	0,5~1	2,5~3
$\theta$	3~4	8,5~9	14~15

## 4.2 Experimentos

Todas as imagens experimentais foram expostas à simulação do ruído Poisson de intensidade 100, 50 e 10, onde o pico de intensidade representa o maior valor possível entre os pixels. Para cada teste existe uma estimativa de  $\lambda$  que se trata de uma pré-filtragem da imagem ruidosa com o algoritmo apresentado no item 3.4. O posicionamento das imagens se encontra na ordem da imagem original, imagem ruidosa, pré-filtragem da imagem ruidosa, filtragem com o BM3D usando distância euclidiana, Kullback Leibler, Renyi, Hellinger e Bhattacharyya respectivamente. Os resultados visuais obtidos neste trabalho são apresentados em seguida pelas figuras 4.19 a 4.24.

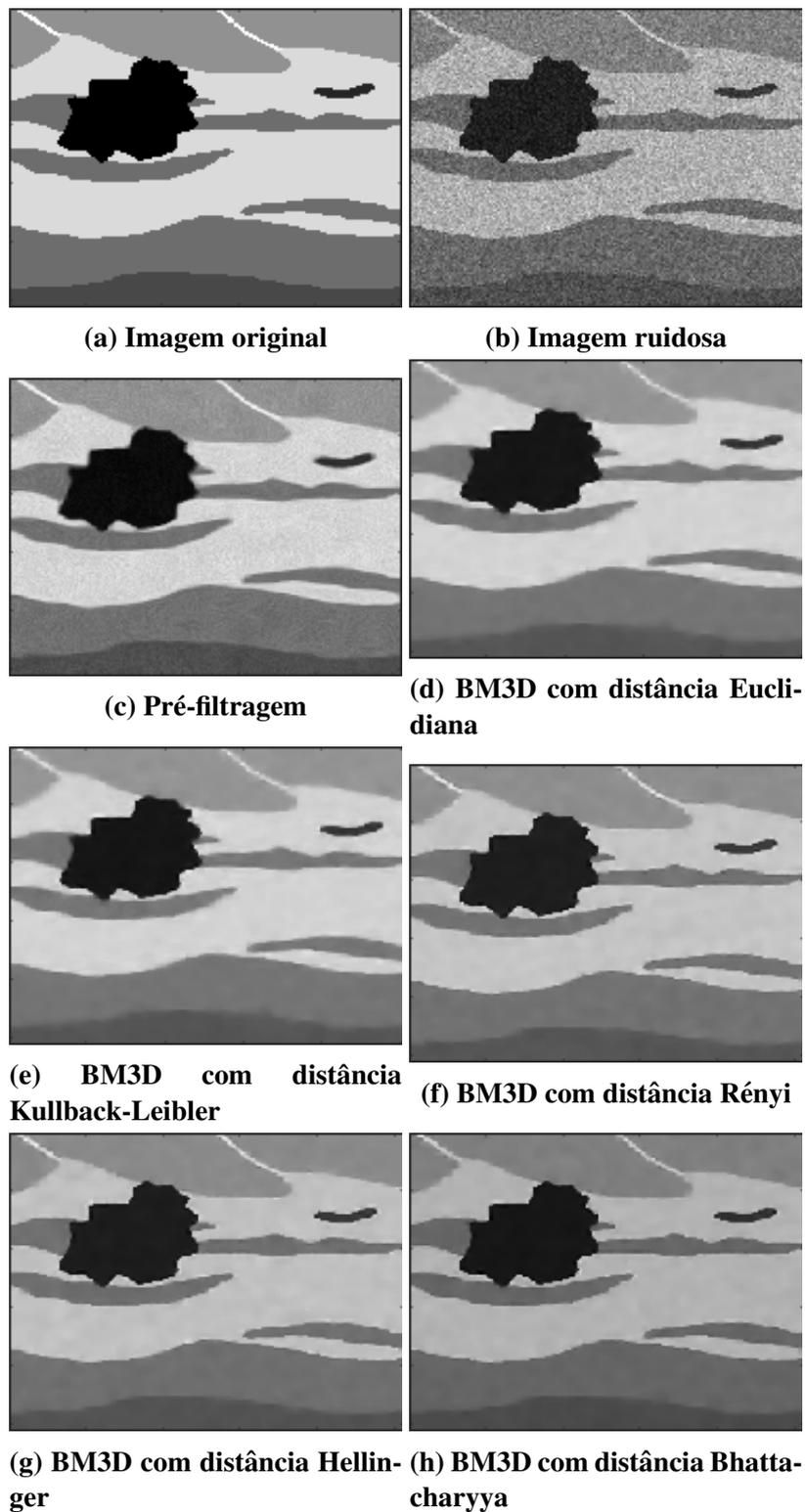


Figura 4.19: Resultados obtidos com a imagem Carcinoma corrompida por ruído Poisson com pico 100

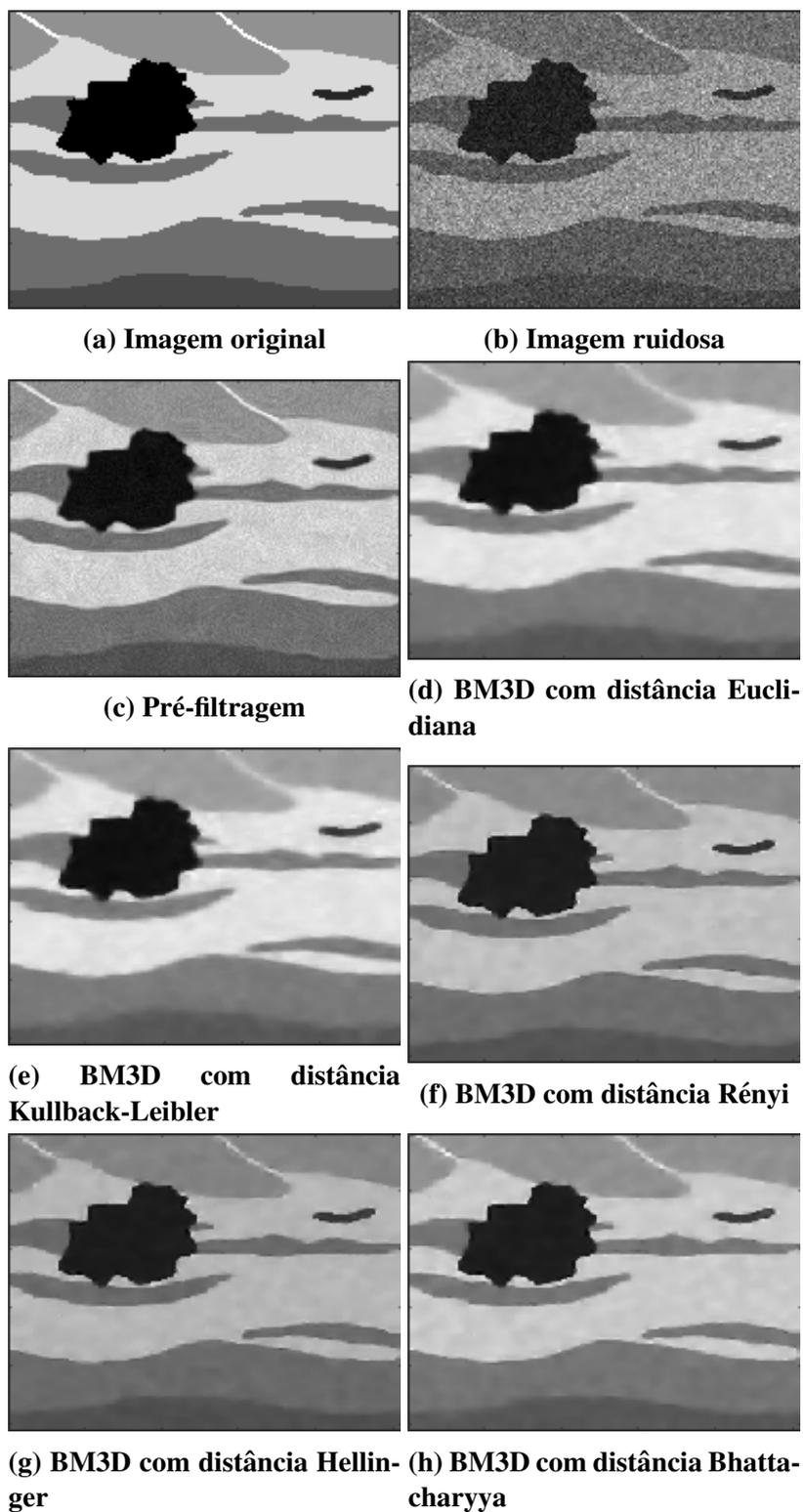


Figura 4.20: Resultados obtidos com a imagem Carcinoma corrompida por ruído Poisson com pico 50

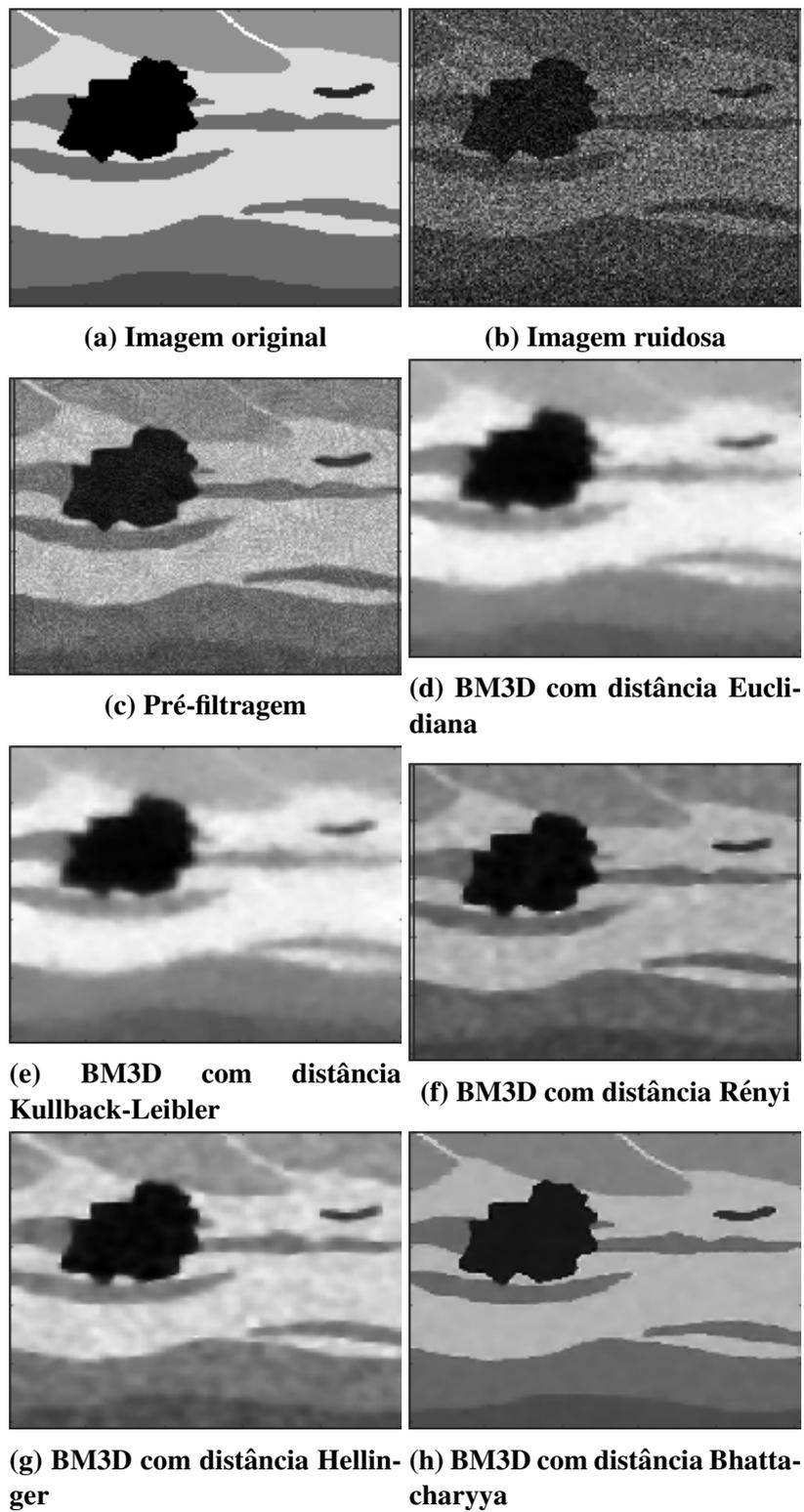
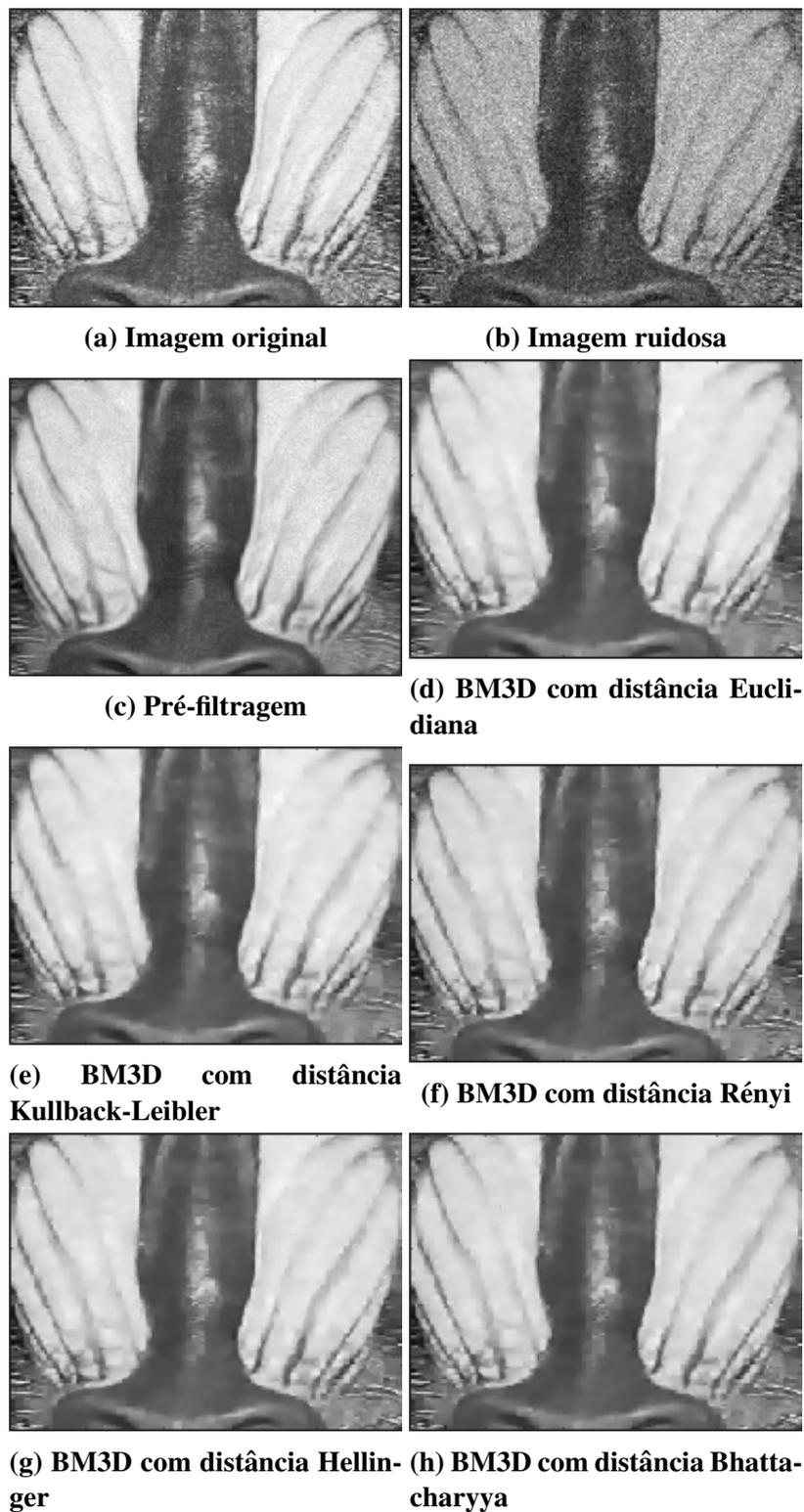


Figura 4.21: Resultados obtidos com a imagem Carcinoma corrompida por ruído Poisson com pico 10



**Figura 4.22:** Resultados obtidos com a imagem Baboon corrompida por ruído Poisson com pico 100

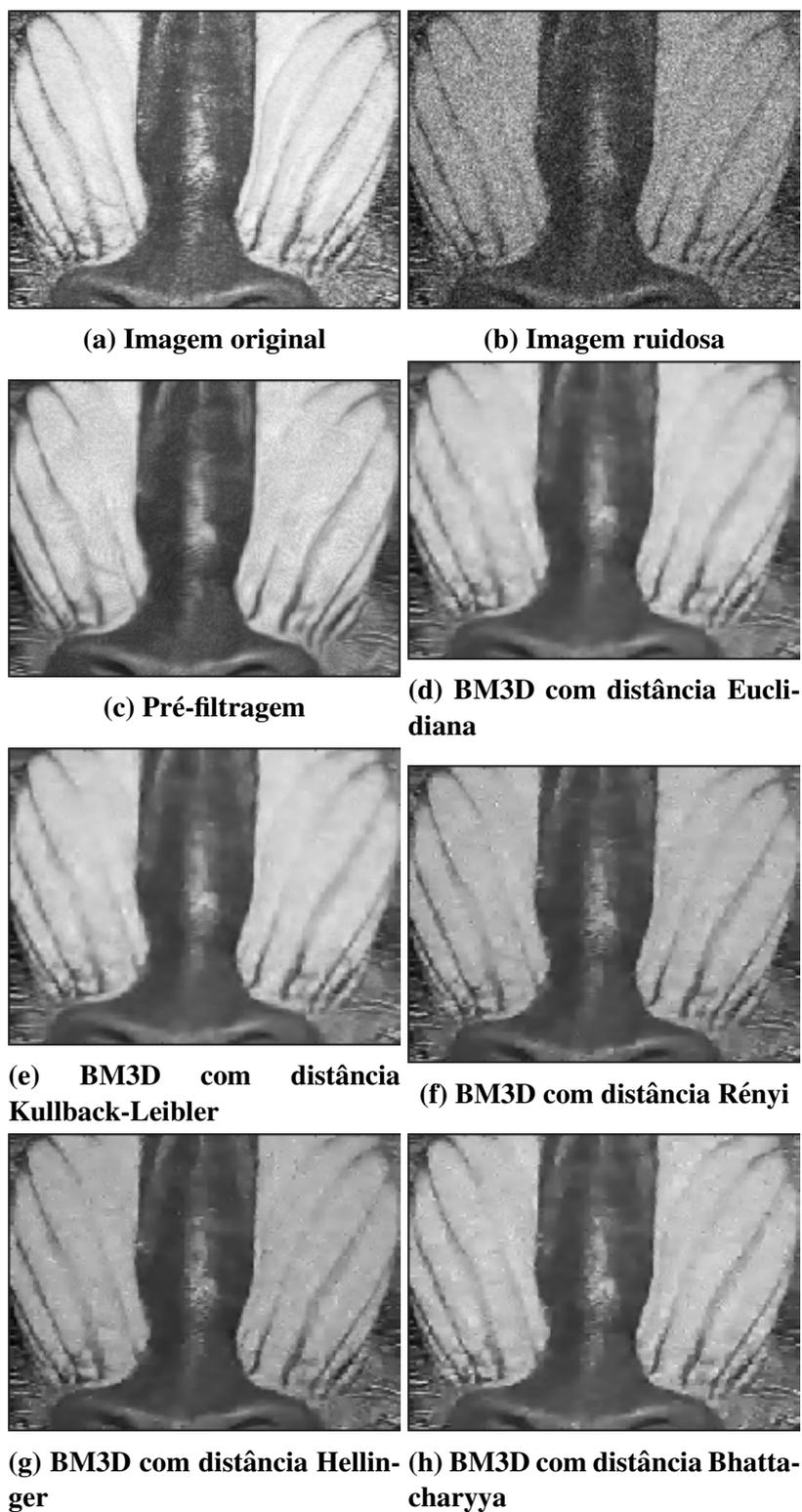


Figura 4.23: Resultados obtidos com a imagem Baboon corrompida por ruído Poisson com pico 50

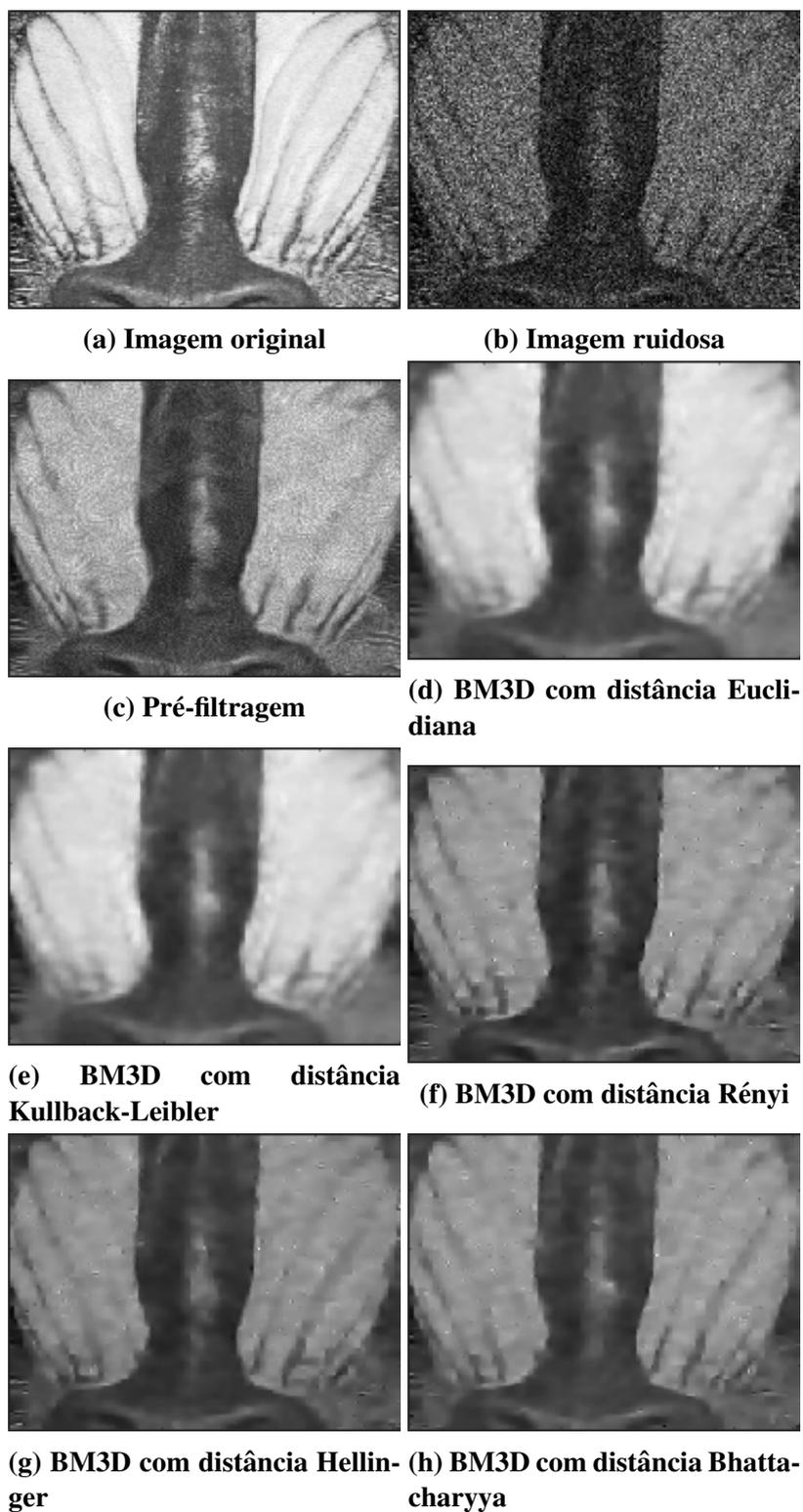
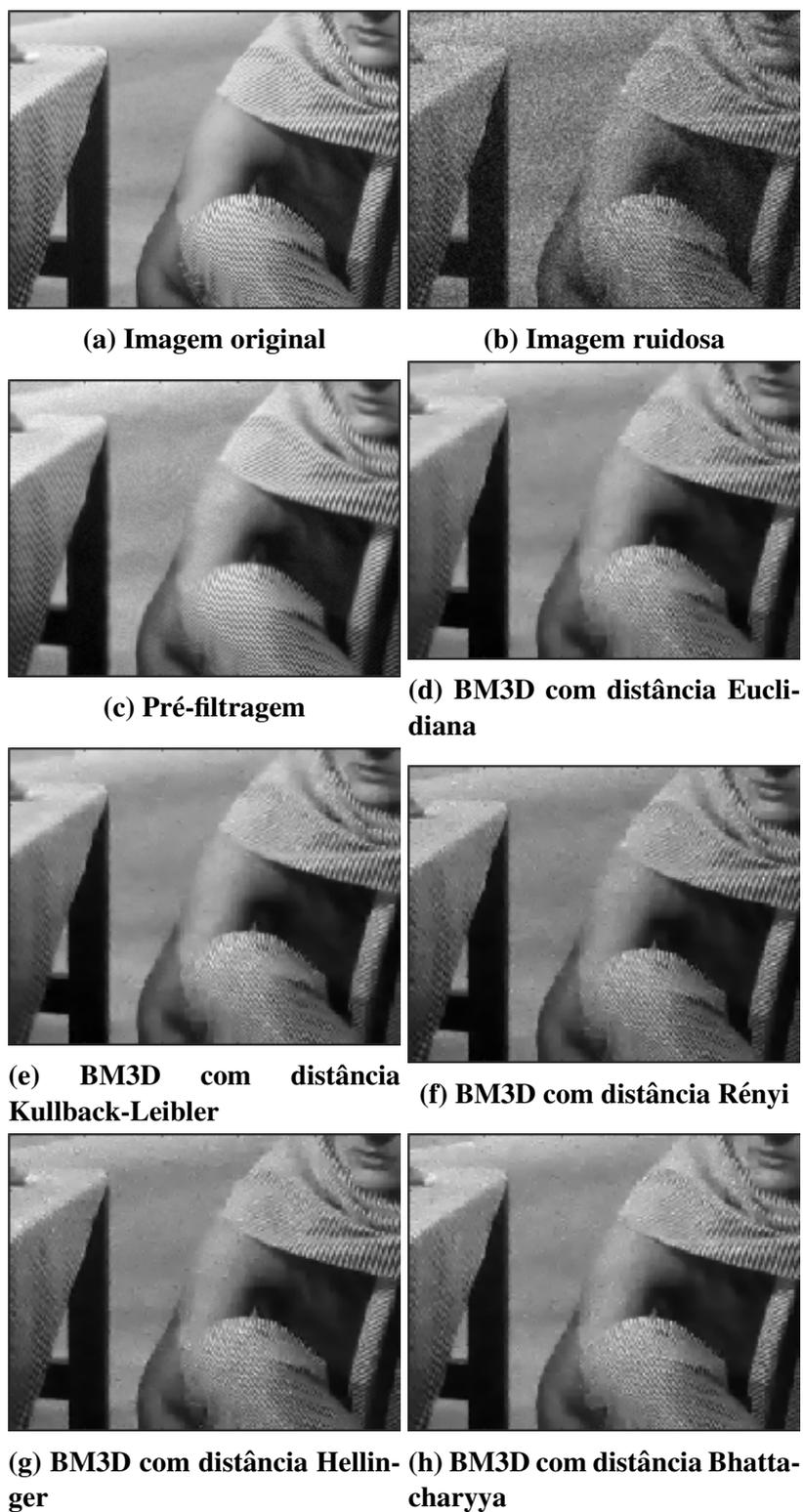


Figura 4.24: Resultados obtidos com a imagem Baboon corrompida por ruído Poisson com pico 10



**Figura 4.25:** Resultados obtidos com a imagem Barbara corrompida por ruído Poisson com pico 100

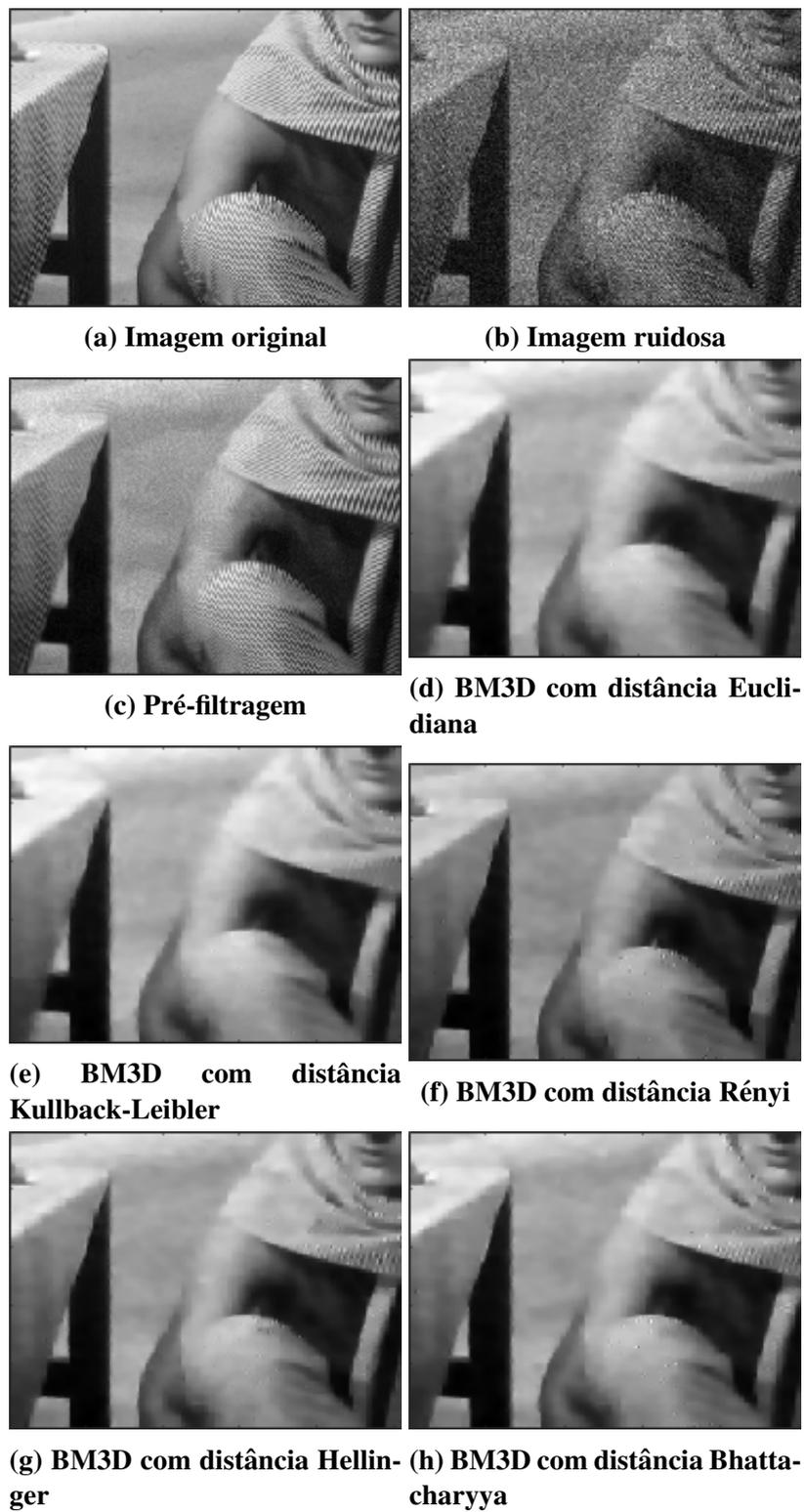


Figura 4.26: Resultados obtidos com a imagem Barbara corrompida por ruído Poisson com pico 50

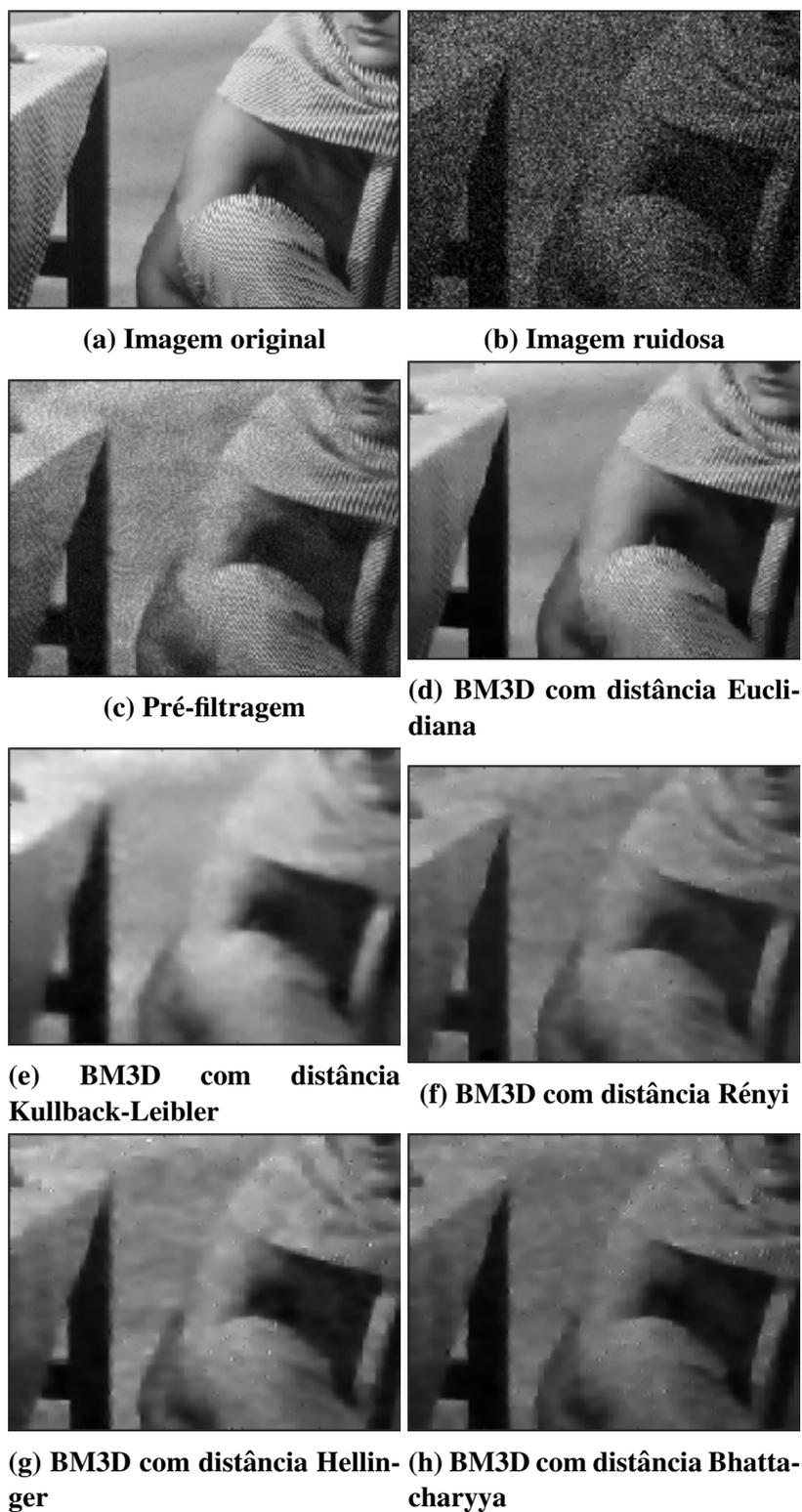


Figura 4.27: Resultados obtidos com a imagem Barbara corrompida por ruído Poisson com pico 10

### 4.3 Índices obtidos

Como resultados deste trabalho, os índices de PSNR foram medidos em cada teste referente a cada distância utilizada. Segundo os levantamentos do cálculo de *thresholding* apresentados dentro do BM3D, os valores da distância Euclidiana com a Kullback-Leibler se aproximaram demasiadamente, conseqüentemente obtendo a mesma quantidade de *patches* e resultando em filtragens absolutamente idênticas. As demais distâncias estocásticas se apresentaram melhores que a distância Euclidiana, porém com resultados minimamente próximos, por conta disso, os ganhos de PSNR apresentados na tabela 4.2 se referem ao melhor resultado das distâncias de Bhattacharyya, Hellinger e Rényi, como um valor absoluto do resultado deste trabalho.

Analisando o cenário de melhor ganho, foi notado de que o ganho de PSNR depende exclusivamente da seleção de *patches* do BM3D, partindo da premissa de que a melhoria das distâncias estocásticas atuam diretamente nesta etapa. Porém, como o ruído da imagem influencia nos *patches* selecionados em cada teste, não foi possível concluir que o pico de ruído leva ao melhor cenário de ganho de PSNR, visto que o ruído é gerado aleatoriamente. Porém, quando uma média é calculada entre os resultados dos 3 picos, notou-se de que imagens com baixo nível de detalhamento mostraram um ganho de PSNR maior, saltando de aproximadamente 5 por cento em Bárbara e Baboon para quase 10 por cento em Carcinoma, concluindo que o novo método se aproxima do melhor cenário quando as imagens para a filtragens possuem menos detalhes.

**Tabela 4.2: Melhoria de PSNR das distâncias estocásticas em relação a distância Euclidiana em dB**

	Ganho de PSNR		
	Pico 100	Pico 50	Pico 10
<b>Barbara</b>	0,89	0,96	0,80
<b>Baboon</b>	1,01	1,13	1,60
<b>Carcinoma</b>	3,29	3,14	2,23

### 4.4 Comparações com outros trabalhos

Para comparação de PSNR e SSIM, as técnicas Stochastic Poisson NLM (SPNLM) (BINDILATTI; MASCARENHAS, 2013), Anscombe + NLM (ANLM), Nonlocal Bayes Techniques for Poisson Noise Filtering with Stochastic Distances (SPNLB) (EVANGELISTA, 2017) e Poisson NLM (PNLM) (DELEDALLE; TUPIN; DENIS, 2010) foram selecionadas e testadas na mesma condição entre imagens e picos de ruído, ou seja, a mesma Random Seed (semente para determinação de valores computacionais aleatórios) foi utilizada para gerar exatamente mesmo ruído em qual-

quer experimento, finalmente escolhendo apenas o melhor resultado para cada teste. No caso deste novo método, denominado Stochastic Poisson Block Matching 3D (SPBM3D), o melhor PSNR não combina com o melhor resultado SSIM usando os mesmos valores de parâmetros. No entanto, eles estão próximos um do outro. Com isso, podemos selecionar o melhor valor SSIM ao redor de onde o PSNR atinge seu melhor valor. Além disso, como o Kullback-Leibler, Hellinger e as distâncias estocásticas de Bhattacharyya mostraram quase o mesmo PSNR e SSIM para todos os testes, apenas o melhor resultado nessas três distâncias foi selecionado para SPBM3D. O SPNLM e o SPBM3D apresentaram os melhores resultados em todos os experimentos de PSNR e são descritos nas tabelas 4.3, 4.4 e 4.5. A quantidade e o tamanho dos detalhes da imagem são grandes fatores que impactam o desempenho do SPNLM e do SPBM3D, uma vez que o SPNLM obteve melhores resultados em imagens detalhadas como Bárbara e Baboon enquanto SPBM3D aumenta seu desempenho em imagens de baixa quantidade de detalhamento com regiões mais uniformes como Carcinoma. Procurando pelo melhor cenário, o SPBM3D só obteve o melhor resultado em cada distância estocástica no pico 10 de Carcinoma, provando ser uma boa técnica para imagens detalhadas baixas em alta intensidade do ruído. Em uma visão geral, o SPBM3D obteve melhores resultado do que quase todas as técnicas comparadas, exceto para SPNLM, aparecendo entre a 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> posição em cenários ruins e 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> em cenários bons.

**Tabela 4.3: Comparação de PSNR com Baboon**

PSNR	Baboon		
	Pico 100	Pico 50	Pico 10
SPBM3D	28,08	26,42	23,66
SPNLM KL	<b>28,62</b>	26,80	23,69
SPNLM Hellinger	27,04	26,84	23,80
SPNLM Bhatt	27,65	<b>27,05</b>	<b>23,90</b>
SPNLM Rényi	28,60	27,00	23,72
ANLM	25,00	22,44	15,86
SPNLB KL	27,53	24,79	17,55
SPNLB Hellinger	27,58	26,24	22,17
SPNLB Bhatt	27,52	26,24	22,01
SPNLB Rényi	27,64	26,01	20,08
PNLM	27,83	26,34	21,76

**Tabela 4.4: Comparação de PSNR com Carcinoma**

	Carcinoma		
<b>PSNR</b>	<b>Pico 100</b>	<b>Pico 50</b>	<b>Pico 10</b>
SPBM3D	34,82	32,50	<b>27,56</b>
SPNLM KL	33,15	32,21	27,38
SPNLM Hellinger	32,75	33,44	27,15
SPNLM Bhatt	<b>35,29</b>	<b>33,65</b>	27,38
SPNLM Rényi	32,31	32,64	27,40
ANLM	25,66	22,84	15,94
SPNLB KL	29,94	26,80	17,51
SPNLB Hellinger	31,16	29,77	23,55
SPNLB Bhatt	31,18	29,75	23,32
SPNLB Rényi	31,33	28,98	20,39
PNLM	30,17	27,75	21,30

**Tabela 4.5: Comparação de PSNR com Barbara**

	Barbara		
<b>PSNR</b>	<b>Pico 100</b>	<b>Pico 50</b>	<b>Pico 10</b>
SPBM3D	27,77	25,79	23,11
SPNLM KL	<b>30,47</b>	27,57	18,95
SPNLM Hellinger	28,69	28,24	23,79
SPNLM Bhatt	26,75	<b>28,46</b>	<b>23,89</b>
SPNLM Rényi	30,47	28,07	23,18
ANLM	25,13	22,39	15,68
SPNLB KL	27,47	24,89	16,78
SPNLB Hellinger	26,55	25,57	21,60
SPNLB Bhatt	26,57	25,59	21,41
SPNLB Rényi	27,39	25,81	19,11
PNLM	26,13	24,49	19,98

Na análise de SSIM, o SPNLM apresentou os melhores resultados em quase todos os testes. Para o SPBM3D, o SSIM mantém um bom cenário com picos baixos mostrando resultados de comparação ainda melhores, mas, diferentemente do PSNR, imagens altamente detalhadas não reduzem mais os resultados. Baboon apresentou o único melhor resultado dentre os algoritmos

comparados no pico 10, enquanto em outros picos e imagens o SPBM3D se aproxima do melhor SSIM ficando sempre entre o 2º e o 4º lugar. Concluindo, o SPBM3D só obteve resultados inferiores ao SPNLM, superando inclusive algumas distâncias do SPNLM conforme o pico de ruído diminui, mostrando-se como uma boa técnica para uma má relação sinal x ruído. Os resultados da comparação por similaridade estão descritos nas tabelas 4.6, 4.7 e 4.8.

**Tabela 4.6: Comparação de SSIM com Baboon**

SSIM	Baboon		
	Peak 100	Peak 50	Peak 10
SPBM3D	0,7155	0,6090	<b>0,3148</b>
SPNLM KL	0,7571	<b>0,6132</b>	0,3140
SPNLM Hellinger	0,7372	0,6004	0,2938
SPNLM Bhatt	0,7395	0,6012	0,2939
SPNLM Rényi	<b>0,7591</b>	0,6127	0,3134
ANLM	0,6859	0,6085	0,3109
SPNLB KL	0,6184	0,5083	0,2649
SPNLB Hellinger	0,6281	0,5027	0,2482
SPNLB Bhatt	0,6287	0,5029	0,2494
SPNLB Rényi	0,6315	0,5051	0,2547
PNLM	0,6485	0,5933	0,2733

**Tabela 4.7: Comparação de SSIM com Carcinoma**

SSIM	Carcinoma		
	Peak 100	Peak 50	Peak 10
SPBM3D	0,9063	0,8269	0,4982
SPNLM KL	0,9423	<b>0,8270</b>	0,3950
SPNLM Hellinger	0,9487	0,7756	<b>0,5091</b>
SPNLM Bhatt	<b>0,9488</b>	0,7669	0,4910
SPNLM Rényi	0,9465	0,8243	0,4377
ANLM	0,8630	0,7584	0,4790
SPNLB KL	0,8462	0,6510	0,4400
SPNLB Hellinger	0,8930	0,6796	0,4378
SPNLB Bhatt	0,8712	0,6809	0,4383
SPNLB Rényi	0,8954	0,6809	0,4398
PNLM	0,8611	0,7164	0,4755

**Tabela 4.8: Comparação de SSIM com Barbara**

SSIM	Barbara		
	Peak 100	Peak 50	Peak 10
SPBM3D	0,6845	0,5622	0,2796
SPNLM KL	<b>0,7659</b>	<b>0,6023</b>	0,2585
SPNLM Hellinger	0,6411	0,5072	<b>0,2969</b>
SPNLM Bhatt	0,6414	0,5077	0,2900
SPNLM Rényi	0,7192	0,5790	0,2841
ANLM	0,7004	0,5855	0,2734
SPNLB KL	0,5150	0,4512	0,2271
SPNLB Hellinger	0,5133	0,4501	0,2259
SPNLB Bhatt	0,5138	0,4515	0,2271
SPNLB Rényi	0,5250	0,4587	0,2281
PNLM	0,6124	0,5013	0,2481

## 4.5 Conclusão

O uso das distâncias estocásticas se mostrou mais efetivo que a distância Euclidiana na maioria dos casos, com a única exceção da Kullback-Leibler que sempre possui índice idêntico à distância Euclidiana. Entre as outras distâncias estocásticas, seus valores se tornam minimamente próximos, praticamente impossibilitando uma conclusão sobre qual possui o melhor desempenho.

Em um levantamento feito com a aplicação do algoritmo BM3D, foi notado que o número de *patches* para a distância Euclidiana e Kullback-Leibler sempre é o mesmo, concluindo que seus cálculos próximos sempre resultam em *patches* idênticos, conseqüentemente resultando em uma filtragem idêntica. O mesmo ocorre entre as distâncias que superaram o índice da Euclidiana, sempre buscando os mesmos *patches* entre elas na maioria dos casos. Isso ocorre devido à característica empírica do algoritmo BM3D e seu método para comparação e agrupamento de *patches*, já que na demonstração de Bindilatti e Mascarenhas (2013) a comparação de *patches* resultou em índices diferentes para cada distância.

Após os experimentos, foi notado de que o SPBM3D possui uma alta efetividade em imagens com pouco nível de detalhamento devido a sua baixa tendência a borramento e perda de detalhes, mostrando-se como um dos melhores resultados quando comparados com outras técnicas de filtragem de ruído Poisson. Quanto ao SSIM, o nível de detalhamento das imagens deixa

de ser um fator impactante, sendo prioritariamente afetado pela intensidade do ruído. Para casos onde há muito ruído, o algoritmo se comporta entre 2º e 4º melhor resultado, até mesmo o melhor no caso específico de Baboon com pico 10. Já em casos onde existe pouco ruído, como pico 100 e 50, o algoritmo não se apresenta entre os melhores resultados, mas sempre se mantém próximo.

Por não utilizar de uma transformada de estabilização de variância, este trabalho também viabiliza sua aplicação prática, uma vez que não possui problemas com inversa em sua transformação e sua seleção de parâmetros pode ser definida apenas por considerar a quantidade de detalhes contidos na imagem.

Como conclusão final, o SPBM3D se mostrou como uma melhoria em função da relação sinal-ruído para a filtragem de ruído Poisson com o algoritmo BM3D, e por não utilizar de uma VST, seus problemas com a seleção de parâmetros na aplicação prática são menos preocupantes. Além disso, devido ao seu cenário ideal, o algoritmo se mostra como uma boa solução em imagens com pouco detalhamento, mantendo um bom SSIM da imagem original em casos com baixa intensidade de ruído, e obtendo um bom PSNR em casos com alta intensidade de ruído.

## 4.6 **Trabalhos futuros**

Neste trabalho, distâncias estocásticas foram utilizadas no BM3D para a comparação de *patches*, substituindo a distância original Euclidiana. Além disto, uma pré-filtragem com NLM por máxima verossimilhança foi utilizada como estimativa para a imagem livre de ruído.

Os resultados se mostraram satisfatórios quando comparados com outras técnicas não-locais, porém, a aplicação de redes neurais para a filtragem de ruídos vem se tornando notória na literatura mais recente, o que leva a comparação com tais filtros um futuro trabalho relevante.

A pré-filtragem utilizada também não foi explorada, visto que somente uma técnica foi fixada nos experimentos deste trabalho. Por conta disto, um futuro experimento com diversas técnicas para a pré-filtragem é uma possibilidade, considerando desde técnicas clássicas com menos custo computacional, passando por filtros não-locais e finalizando na nova geração de filtros com redes neurais.

## REFERÊNCIAS

---

---

ANSCOMBE, F. J. The transformation of poisson, binomial and negative-binomial data. *Biometrika*, v. 35, n. 3/4, p. 246, 1948.

ASSIS, V. C. et al. Double noise filtering in ct: Pre- and post-reconstruction. In: *2015 28th SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 313–320. ISSN 1530-1834.

BARBU, T. Second-order anisotropic diffusion-based technique for poisson noise removal. *IFAC-PapersOnLine*, v. 52, n. 18, p. 174–178, 2019. ISSN 2405-8963. 15th IFAC Workshop on Time Delay Systems TDS 2019. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896319321056>>.

BERRY R.; BURNELL, J. *The handbook of astronomical image processing*. [S.l.]: Willmann-Bell, 2011.

BHATTACHARYYA, A. On a measure of divergence between two statistical populations defined by probability distributions. *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics*, v. 7, n. 4, p. 401–406, 1946.

BINDILATTI, A. A.; MASCARENHAS, N. D. A. A nonlocal poisson denoising algorithm based on stochastic distances. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 20, n. 11, p. 1010–1013, Nov 2013. ISSN 1558-2361.

BODDUNA, K.; WEICKERT, J. Poisson noise removal using multi-frame 3d block matching. In: *2019 8th European Workshop on Visual Information Processing (EUVIP)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 58–63.

BOULANGER, J. et al. Patch-based nonlocal functional for denoising fluorescence microscopy image sequences. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 29, n. 2, p. 442–454, 2010.

BRAGA, B. C. *Distâncias estocásticas e testes de hipóteses associados aplicados à classificação de imagens provenientes de múltiplos sensores independentes*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, SP, Brasil, 2016.

BRITO, F. A. et al. Application of neural networks to model the signal-dependent noise of a digital breast tomosynthesis unit. In: LO, J. Y.; SCHMIDT, T. G.; CHEN, G.-H. (Ed.). *Medical Imaging 2018: Physics of Medical Imaging*. SPIE, 2018. v. 10573, p. 136 – 146. Disponível em: <<https://doi.org/10.1117/12.2293659>>.

- BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J. . A non-local algorithm for image denoising. In: *2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 2, p. 60–65 vol. 2. ISSN 1063-6919.
- BURBEA, J.; RAO, C. On the convexity of some divergence measures based on entropy functions. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 28, n. 3, p. 489–495, 1982.
- BYRNE, C.; HAUGHTON, D.; JIANG, T. High-resolution inversion of the discrete poisson and binomial transformations. *Inverse Problems*, IOP Publishing, v. 9, n. 1, p. 39–56, feb 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0266-5611/9/1/002>>.
- CASTELLANO, G. et al. An fpga-oriented algorithm for real-time filtering of poisson noise in video streams, with application to x-ray fluoroscopy. *Circuits Syst. Signal Process.*, Birkhauser Boston Inc., USA, v. 38, n. 7, p. 3269–3294, jul. 2019. ISSN 0278-081X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00034-018-01020-x>>.
- DABOV, K. et al. Image denoising with block-matching and 3d filtering. *Proc. SPIE Electronic Imaging: Algorithms and Systems V*, vol. 6064A-30, p. 354–365, 2006.
- DABOV, K. et al. Image denoising by sparse 3-d transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 16, n. 8, p. 2080–2095, 2007.
- DEGUCHY, O. et al. Deep neural networks for low-resolution photon-limited imaging. In: *ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 3247–3251.
- DELEDALLE, C.; TUPIN, F.; DENIS, L. Poisson nl means: Unsupervised non local means for poisson noise. *Proceeding of the International Conference on Image Processing*, p. 801 – 804, 2010.
- DESTREMPES, F.; CLOUTIER, G. A critical review and uniformized representation of statistical distributions modeling the ultrasound echo envelope. *Ultrasound in medicine biology*, v. 36, p. 1037–51, 07 2010.
- DIACONIS, P.; ZABELL, S. L. Updating subjective probability. *Journal of the American Statistical Association*, [American Statistical Association, Taylor Francis, Ltd.], v. 77, n. 380, p. 822–830, 1982. ISSN 01621459. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2287313>>.
- EARNSHAW, J. C.; HAUGHEY, D. Inversion of the poisson transform using proportionally spaced cubic b-splines. *Review of Scientific Instruments*, v. 67, n. 12, p. 4387–4391, 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1147540>>.
- EVANGELISTA, R. C. *Abordagens Bayesianas Não-Locais Para Filtragem De Ruído Poisson Em Imagens Tomográficas Com Baixas Taxas De Contagem Utilizando Distâncias Estocásticas*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade Campo Limpo Paulista, Campo Limpo Paulista, SP, Brasil, 2017.
- GONZALEZ R. C.; WOODS, R. E. *Digital Image processing*. 3. ed. [S.l.]: Pearson, 2002.
- GOODMAN, J. W. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. [S.l.]: Roberts Co., 2007.

- HE, K. et al. Deep residual learning for image recognition. In: *2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 770–778.
- HE, L.; GREENSHIELDS, I. A nonlocal maximum likelihood estimation method for rician noise reduction in mr images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 28, n. 2, p. 165–172, 2009.
- KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A. On information and sufficiency. *Ann. Math. Statist.*, The Institute of Mathematical Statistics, v. 22, n. 1, p. 79–86, 03 1951. Disponível em: <<https://doi.org/10.1214/aoms/1177729694>>.
- KUMWILAISAK, W. et al. Image denoising with deep convolutional neural and multi-directional long short-term memory networks under poisson noise environments. *IEEE Access*, v. 8, p. 86998–87010, 2020.
- LAIA, M. A. M. et al. A novel model for combining projection and image filtering using kalman and discrete wavelet transform in computerized tomography. In: *2008 11th IEEE International Conference on Computational Science and Engineering*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 219–226.
- LEBRUN, M. An analysis and implementation of the bm3d image denoising method. *Image Processing On Line*, v. 2, p. 175–213, Aug 2012.
- MAKITALO, M.; FOI, A. Optimal inversion of the generalized anscombe transformation for poisson-gaussian noise. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 22, n. 1, p. 91–103, Jan 2013. ISSN 1941-0042.
- MÄKITALO, M.; FOI, A. A closed-form approximation of the exact unbiased inverse of the anscombe variance-stabilizing transformation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, v. 20, p. 2697 – 2698, 10 2011.
- NASCIMENTO, A. D. C.; CINTRA, R. J.; FRERY, A. C. Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 48, n. 1, p. 373–385, Jan 2010. ISSN 1558-0644.
- PARDO, L. *Statistical Inference Based on Divergence Measures*. [S.l.]: Taylor Francis Group, 2006.
- PENNA, P. A. A.; MASCARENHAS, N. D. A. Sar speckle nonlocal filtering with statistical modeling of haar wavelet coefficients and stochastic distances. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 57, n. 9, p. 7194–7208, 2019.
- PORTAL, A. L. S. *Refinamentos nos métodos de estimação das projeções para a reconstrução tomográfica de imagens com ruído poisson*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, Brasil, 1992.
- QIAN, H. Inverse Poisson transformation and shot noise filtering. *Review of Scientific Instruments*, v. 61, n. 8, p. 2088–2091, aug 1990. ISSN 0034-6748. Disponível em: <<http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1141422>>.
- ROSS, S. M. *Introduction to probability and statistics for engineers and scientists*. [S.l.]: Elsevier Academic Press, 2009.

RÉNYI, A. On measures of entropy and information. In: *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Contributions to the Theory of Statistics*. Berkeley, Calif.: University of California Press, 1961. p. 547–561. Disponível em: <<https://projecteuclid.org/euclid.bsm/1200512181>>.

SALINA, F. V. *Metodos híbridos para reconstrução tomográfica de imagens usando POCS e teoria da estimação*. Tese (Doutorado) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil, 2011. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/76/76132/tde-06042011-091943/publico/FernandoVernalSalinaDOcorrigida.pdf>>.

SANTHANAM, T.; CHITHRA, K. A new decision based unsymmetric trimmed median filter using euclidean distance measure for removal of high density salt and pepper noise from images. In: *International Conference on Information Communication and Embedded Systems (ICICES2014)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–5.

SANTOS, C. A. N.; MARTINS, D. L. N.; MASCARENHAS, N. D. A. Ultrasound image despeckling using stochastic distance-based bm3d. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 26, n. 6, p. 2632–2643, 2017.

SHAMSHAD, F.; RIAZ, M. M.; GHAFOR, A. Poisson denoising for astronomical images. *Advances in Astronomy*, v. 2018, p. 621–638, 2018.

SHANKAR, P. M. A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, v. 47, n. 3, p. 727–736, 2000.

SLABAUGH, G.; UNAL, G.; CHANG, T. Information-theoretic feature detection in ultrasound images. In: *2006 International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 2638–2642.

TANEJA, I. Bounds on triangular discrimination, harmonic mean and symmetric chi-square divergences. *Journal of Concrete and Applicable Mathematics*, v. 4, p. 91–111, 01 2006.

TANEJA, I. J. New developments in generalized information measures. In: HAWKES, P. W. (Ed.). Elsevier, 1995, (*Advances in Imaging and Electron Physics*, v. 91). p. 37–135. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S107656700870106X>>.

VIEIRA, M. A. C. *Metodologia baseada nas funções de transferência para pré-processamento de imagens mamográficas digitais e sua aplicação em esquema computacional de auxílio ao diagnóstico*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil, 2005.

WANG, Z.; BOVIK, A. A universal image quality index. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 9, n. 3, p. 81–84, 2002.

WANG, Z.; BOVIK, A. C. Mean squared error: Love it or leave it? a new look at signal fidelity measures. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 26, n. 1, p. 98–117, 2009.