

Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica Baseado na Relaxação Sigmoidal de Variáveis de Decisão Binárias e Análise de Sensibilidade por Multiplicadores de Lagrange

Guilherme Leonidas Santana Portela, Guilherme Guimarães Lage

Resumo—Este trabalho de conclusão de curso apresenta o desenvolvimento de um algoritmo heurístico para a resolução do problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão (PEST). As variáveis de decisão binárias associadas à decisão de construção de linhas de transmissão no problema de PEST são modeladas pela imagem de uma função sigmoidal, transformando o problema de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) original em um problema de Programação Não Linear (PNL) equivalente cujos ótimos locais coincidem com a região factível do problema original, permitindo o uso de *solvers* comerciais de PNL de grande porte. No algoritmo heurístico proposto, o plano final de investimentos é obtido após sucessivas resoluções do PEST com a relaxação sigmoidal das variáveis binárias de decisão da expansão, seguidas da acomodação da solução relaxada a uma solução inteira mista baseada na análise de sensibilidade local por multiplicadores de Lagrange. Juntamente, são utilizados dados de referência de preços da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) para a definição do custo unitário de expansão das linhas de transmissão candidatas. A eficácia do algoritmo heurístico desenvolvido é demonstrada através de sua aplicação aos sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras.

Index Terms—multiplicadores de Lagrange, planejamento da expansão de sistemas de transmissão, programação não linear inteira mista, relaxação sigmoidal, variáveis binárias.

I. INTRODUÇÃO

O setor elétrico possui características e especificidades que tornam sua operação técnica e econômica bastante complexa, sendo imperativos o planejamento, a coordenação e o controle de toda a cadeia produtiva ao longo de diferentes horizontes de planejamento. No contexto de planejamento da operação da rede básica, o fluxo de potência em uma linha de transmissão é estritamente definido em função de leis físicas, sendo influenciado pelas características/propriedades do material da linha. Torna-se possível, portanto, o alcance de uma série de benefícios operacionais técnicos e econômicos como a definição das margens de estabilidade e/ou segurança de tensão do sistema, o atendimento a provisões de demandas futuras, a mitigação do congestionamento em troncos específicos, e a definição dos níveis de transação entre os agentes do

mercado de energia elétrica [1]. Por outro lado, no contexto de planejamento da expansão da rede básica, a topologia da rede é definida em função do aumento dos benefícios operacionais técnicos e econômicos acima citados. Para o auxílio à tomada de decisões neste sentido, modela-se o problema de Planejamento de Expansão do Sistema de Transmissão (PEST) por meio de uma abordagem de análise estática de sistemas de energia elétrica para horizontes de longo prazo. O problema de PEST é formulado como um problema de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) de grande porte, com restrições de igualdade e desigualdade associadas à operação da rede básica, e cujas variáveis inteiras (binárias) são associadas à tomada de decisão de construção de novas linhas de transmissão [1], [2].

Nas últimas décadas, diversos estudos foram desenvolvidos acerca do PEST. Nacionalmente, em [3] e [4] é desenvolvido um conjunto de pesquisas orientadas ao desenvolvimento e implementação de técnicas de solução heurísticas e metaheurísticas desse problema. Atualmente, trabalhos se orientam a implementação e análise de novas técnicas heurísticas de resolução do PEST, incluindo abordagens por técnicas de decomposição [5], programação inteira mista [6], [7], lógica *fuzzy* [8], [9] e algoritmos genéticos [2], [10], [11].

As linhas de pesquisa atuais buscam implementar novas restrições e/ou considerações do problema real ao processo de desenvolvimento do plano de investimentos final, tais como a implementação de diferentes fontes de geração (com suas especificidades de operação e custo) na modelagem do problema [6], [12]. Juntamente, são realizadas modificações aos algoritmos de resolução do PEST para incorporação da análise de sensibilidade junto a heurística do desenvolvida [13], [14]. Em [13] é proposto um algoritmo heurístico construtivo modificado com uso da relaxação da condição de integralidade atrelada a análise de sensibilidade do ponto ótimo identificado e esta linha de pesquisa é de grande relevância para a proposta de estudo deste trabalho de conclusão de curso.

Dadas as características combinatorial e de elevada complexidade computacional para a resolução de problemas de PNLIM de grande porte como o PEST, a principal contribuição deste trabalho de conclusão de curso é o desenvolvimento de um algoritmo heurístico no qual as variáveis de decisão

binárias são modeladas pela imagem de uma função sigmoïdal, transformando o problema de PNLIM original em um problema de Programação Não Linear (PNL) equivalente cujos ótimos locais coincidem com a região factível do problema original. A solução identificada é acomodada em uma solução inteira mista por meio na análise de sensibilidade local por multiplicadores de Lagrange associados a variável de decisão.

O restante deste trabalho de conclusão de curso está organizado da seguinte forma. Na Seção II é apresentado o banco de preços de referência da ANEEL para a construção de novas linhas de transmissão. Na Seção III é apresentada a modelagem do problema de PEST cujas variáveis de decisão binárias são modeladas pela imagem de uma função sigmoïdal. A Seção IV apresenta os principais conceitos de análise de sensibilidade local por multiplicadores de Lagrange e sua aplicação ao problema de PEST. A heurística proposta para a resolução do PEST é apresentada na Seção V. Os resultados numéricos obtidos para o PEST considerando-se os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras são apresentados na Seção IV. Na Seção V são apresentadas as principais conclusões deste trabalho de conclusão de curso.

II. BANCO DE PREÇOS DE REFERÊNCIA DA ANEEL

O PEST, no seu conceito mais amplo, consiste essencialmente na determinação de novas instalações na rede básica visando o atendimento a determinadas restrições normalmente atreladas ao atendimento de demandas futuras e/ou reforços de trechos para o aumento da estabilidade e segurança de tensão. São dados do problema de PEST a configuração inicial da rede, os dados das linhas de transmissão candidatas a expansão e a demanda no horizonte de planejamento [2].

Neste contexto, EPE é responsável por coordenar, orientar e acompanhar as atividades de elaboração dos estudos necessários para o desenvolvimento dos planos de expansão da geração e transmissão de energia elétrica a nível nacional [15]. Os estudos de expansão da rede de transmissão resultam na elaboração do documento PET/PELP - Programa de Expansão da Transmissão/Plano de Expansão de Longo Prazo, sendo o primeiro de caráter determinativo abrangendo um horizonte de curto prazo (6 anos), e o segundo de caráter indicativo (cujos resultados poderão ser reavaliados) e contempla as instalações recomendadas para entrar em operação em médio e longo prazo (a partir do 7º ano) no Sistema Interligado Nacional (SIN) [16].

As metodologias empregadas no desenvolvimento dos relatórios do PET/PELP e relatórios R1, R2, R3, R4 e R5 (estudos de caso desenvolvidos pela EPE) abrangem um nível de detalhamento além da aplicação direta dos modelos e técnicas de resolução usuais do PEST. Entretanto, esses relatórios gerenciais possuem uma base de dados de custos comum, o Banco de Preços de Referência da ANEEL (REH nº 2.514/2009). Essa estrutura de dados é atualizada periodicamente pela própria agência em consonância com os principais índices de preço do mercado e permite estimar o valor de investimento para novas obras de subestações e de linhas de transmissão [17].

Até o ano de 2019, os valores atualizados do Banco de Preços eram disponibilizados pela ANEEL por meio de planilhas anexas a resoluções específicas. Contudo, a partir de 2020 os dados passaram a ser disponibilizados exclusivamente via uma plataforma online de orçamentação denominada BPR Simulador [18], [19].

No cenário do PEST, a ferramenta fornece uma interface para a estimativa de custo da construção de linhas de transmissão considerando seus aspectos técnicos de construção (extensão estimada, classe de tensão, tipo de estrutura etc.) e localização geográfica, permitindo, inclusive, a aplicação de juros incidentes durante o período estimado de obras e/ou a determinação se a linha de transmissão a ser construída será composta apenas pela instalação de um novo conjunto de cabos (uso de um trecho existente) ou a construção de uma estrutura completa para a passagem dos condutores. A Tabela I apresenta os macro itens que compõem o orçamento gerado.

TABELA I
COMPOSIÇÃO DO CUSTO TOTAL PARA CONSTRUÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Parâmetros
+ Custo Instalação
+ Inspeção (2,14% do valor do custo instalação)
+ Canteiro de Obras (3,36% do valor do custo instalação)
+ Engenharia (14,10% do valor do custo instalação)
+ Montagem (53,72% do valor do custo instalação)
+ Custos SocioAmbientais (0,62% do valor do custo instalação)
+ Comissionamento/Administração local (9,24% do valor do custo instalação)
+ Custos Indiretos (0,9% do valor do custo instalação)
= Custo total da linha

O item “Custo de Instalação” é gerado a partir dos parâmetros técnicos da linha de transmissão, tanto as informações inseridas pelo usuário quanto os dados calculados automaticamente pelo sistema e detalhados na planilha final fornecida pela ferramenta. A Tabela II apresenta alguns itens presentes na composição da despesa final de instalação.

Assim, o simulador de orçamento BPR torna-se uma ferramenta de alta relevância nos estudos de PEST, visto que subsidia dados reais acerca do principal parâmetro (valor fixo) da modelagem do problema, isto é, o custo de construção das linhas de transmissão candidatas a expansão.

III. MODELAGEM DO PROBLEMA DE PEST

Dados os longos períodos do horizonte de planejamento, problemas de PEST são usualmente formulados com uma representação simplificada da rede a ser estudada [2] como alternativa prática à representação pelo modelo não linear. Quatro principais tipos de modelos da rede são largamente utilizados na literatura: modelo de transportes, modelo híbrido, modelo linear disjuntivo e modelo de fluxo de potência linearizado [3].

Neste trabalho de conclusão de curso opta-se pelo emprego do de fluxo de potência linearizado, pois esse é considerado o modelo mais indicado para estudos de PEST. A formulação matemática do PEST consiste em maximizar a função objetivo,

TABELA II
DETALHAMENTO DA COMPOSIÇÃO DO CUSTO PARA A INSTALAÇÃO DE
LINHAS DE TRANSMISSÃO

Parâmetros
+ <i>Terrenos e Servidões (por m² estimado)</i>
+ <i>Aquisição de materiais</i>
- Estruturas
<i>Cabo Condutor</i>
<i>Cabo pára-raio convencional</i>
<i>Aterramento</i>
...
+ <i>Construção</i>
Limpeza de faixa
<i>Escavação para execução de fundações</i>
<i>Concretagem de fundação</i>
...
+ <i>Serviços técnicos</i>
Topografia
<i>Geologia/Sondagem</i>
= Custo Instalação

sujeito às restrições de balanço de fluxo de potência ativa nas barras da rede, dos limites máximos e mínimos de despacho dos geradores, dos limites mínimos e máximos de fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão existentes e candidatas à instalação; desconsideram-se as potências reativas e as magnitudes das tensões nodais [20].

Entretanto, no modelo empregado neste trabalho de conclusão de curso, considera-se a inclusão das perdas de transmissão no modelo de fluxo de potência linearizado, dada pela adição do termo representante das perdas por efeito Joule no equacionamento do fluxo de potência ativa (P_{ij}) no ramo $i - j$ [20]. Assim, o fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão existentes da rede é dado por:

$$P_{ij}^E = b_{ij}\theta_{ij} + g_{ij}\frac{\theta_{ij}^2}{2}, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{E} \quad (1)$$

onde b_{ij} e g_{ij} são, respectivamente, a susceptância e condutância da linha de transmissão $i - j$, θ_{ij} é a diferença angular entre os ângulos de fase das tensões nodais das barras i e j , e \mathcal{E} é o conjunto de linhas de transmissão existentes na rede.

Por outro lado, o fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão candidatas à construção é dado por:

$$P_{ij}^C = ED_{ij}(x_{ij}) \left(b_{ij}\theta_{ij} + g_{ij}\frac{\theta_{ij}^2}{2} \right), \quad \forall (i, j) \in \mathcal{C} \quad (2)$$

onde $ED_{ij}(x_{ij})$ corresponde à variável de decisão binária associada à decisão de construção da linha de transmissão ligando a barra i à barra j modelada pela imagem de uma função sigmoidal [21], e \mathcal{C} é o conjunto de linhas de transmissão candidatas à construção.

A função sigmoidal ED_{ij} é dada por:

$$ED_{ij}(x_{ij}) = \frac{e^{\alpha x_{ij}} - 1}{e^{\alpha x_{ij}} + 1} \quad (3)$$

onde α é o coeficiente de inclinação da função sigmoidal, dado pelo valor 1 [21].

Essa alteração na formulação matemática do problema de PEST permite relaxar a condição de integralidade exigida pelas variáveis de decisão de expansão de novos recursos ao sistema, tal que x_{ij} passa a representar a variável de decisão de expansão do ramo candidato $i - j$.

Sendo assim, a formulação matemática do problema de PEST é dada por:

$$\min \sum_{i \in \mathcal{G}} c_i G_i + \sum_{(i,j) \in \mathcal{C}} L_{ij} c_{ij} ED_{ij}(x_{ij}) \quad (4a)$$

$$\text{s.a: } G_i - \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} P_{ij}^E - \sum_{(i,j) \in \mathcal{C}} P_{ij}^C = d_i, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (4b)$$

$$ED_{ij}(x_{ij}) = \frac{e^{x_{ij}} - 1}{e^{x_{ij}} + 1}, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{C} \quad (4c)$$

$$G_i^{\min} \leq G_i \leq G_i^{\max}, \quad \forall i \in \mathcal{G} \quad (4d)$$

$$P_{ij}^{\min} \leq P_{ij} \leq P_{ij}^{\max}, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{E} \cup \mathcal{C} \quad (4e)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq 20, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{C} \quad (4f)$$

onde:

- \mathcal{G} é o conjunto de todas as barras de geração do sistema;
- c_i é o custo de operação da unidade geradora $i \in \mathcal{G}$, em R\$/MW;
- L_{ij} é o comprimento estimado da linha de transmissão candidata $i - j$, em km;
- c_{ij} é o custo unitário de construção da linha de transmissão candidata $i - j$, em R\$/km;
- x_{ij} é a variável de controle da função sigmoidal;
- G_i é a potência gerada injetada na barra i , em p.u.;
- d_i é a demanda prevista na barra i , em p.u.;
- \mathcal{B} é o conjunto de todas as barras do sistema;
- G_i^{\min} e G_i^{\max} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo de injeção de potência ativa na barra i , em p.u.;
- P_{ij} é o fluxo de potência ativa na linha de transmissão existente ou candidata $i - j$;
- e P_{ij}^{\min} e P_{ij}^{\max} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo de fluxo de potência ativa na linha de transmissão existente ou candidata $i - j$, em p.u.

IV. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

É de grande relevância em estudos de otimização o uso dos multiplicadores de Lagrange, pois permitem e qualificação dos pontos extremos de uma função $f(x)$ sujeita a um ou mais vínculos $g(x)$ (restrições), desde que esses valores extremos existam e os gradientes dos vínculos em seus respectivos domínios não sejam nulos [22].

Assim, considerando o problema de otimização genérico:

$$\min f(x) \quad (5a)$$

$$\text{s.a: } g_i(x) = 0, \quad i = \dots, m \quad (5b)$$

onde $f : R^n \mapsto R$ e $g_i : R^n \mapsto R$, a função Lagrangiana associada a (5) é dada por:

$$\mathcal{L}(x, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (6)$$

onde $x = (x_1, \dots, x_n)$ e λ_i representa o multiplicador de Lagrange associado à restrição $g_i(x)$, quantificando a taxa de variação do valor ótimo da função objetivo $\partial f(x)$ em relação a uma variação no vínculo $\partial g(x)$ [23]:

$$\partial f(x) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \partial g_i(x) \quad (7)$$

Em um problema com m vínculos, os valores de λ_i indicam quais variações nos vínculos impactarão de forma mais relevante, ou não, o valor ótimo da função objetivo. Esse valor numérico consiste na avaliação de sensibilidade local após a identificação do ponto ótimo do problema.

O algoritmo heurístico proposto neste trabalho de conclusão de curso se baseia na utilização dessas informações contidas nos multiplicadores de Lagrange associadas à restrição (4c) para o tratamento dos resultados do PEST modificado (4).

No domínio de ED_{ij} em (4), no intervalo $[0; 20]$, o valor da variável de decisão x_{ij} pode ser interpretada como [24]:

- para $0 \leq x_{ij} \leq 0,0001$, tem-se $ED_{ij} \approx 0$, indicando que o ramo $i - j$ não será selecionado para expansão;
- para $0,0001 \leq x_{ij} \leq 11$, *range* de relaxação contínua da função sigmoidal, propiciando que ED_{ij} assumam valores contínuos dentro do intervalo $[0; 1]$;
- e para $11 \leq x_{ij} \leq 20$, tem-se $ED_{ij} \approx 1$, indicando que o ramo $i - j$ será selecionado para expansão.

Para $0,0001 \leq x_{ij} \leq 11$, a solução não corresponde a uma solução factível do problema de PNLIM original e seu simples arredondamento não garante o atendimento das restrições do problema, nem da otimização da função objetivo. Deste modo, torna-se imperativo acomodar a solução relaxada a uma solução inteira mista, isto é, conduzir heurísticamente os resultados obtidos pelo problema de PNL em direção a uma solução factível do problema de PNLIM, como demonstrado na Figura 1.

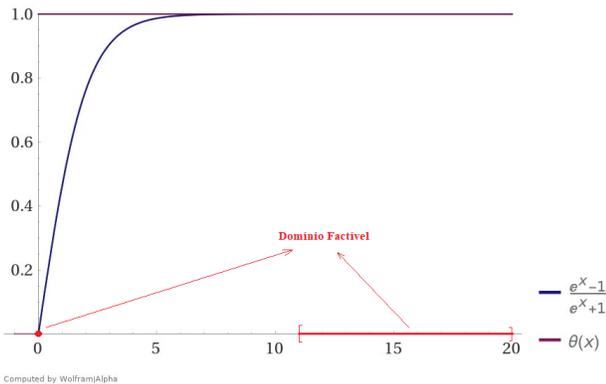


Figura 1. Função sigmoidal (em azul) e função degrau unitário $\theta(x)$ (em roxo).

Para tal finalidade, define-se o seguinte índice de sensibilidade local M_{ij} para todo elemento pertencente ao conjunto \mathcal{C}_S formado pelas linhas candidatas $i - j$ cuja variável de decisão de expansão associada pertence ao *range* $0,0001 \leq x_{ij} \leq 11$. A definição matemática do conjunto \mathcal{C}_S é dada por:

$$\mathcal{C}_S = \{(i, j) \in \mathcal{C} \mid 0,0001 < x_{ij} < 11\} \quad (8)$$

O indicador M_{ij} é matematicamente calculado como a diferença entre 1 e o valor de ED_{ij} para cada par $(i, j) \in \mathcal{C}_S$ multiplicada pelo valor do multiplicador de Lagrange λ_{ij}^{ED} associado à restrição dada por (4c) para $i - j$. A principal característica de M_{ij} é que seu resultado carrega a informação do impacto que a acomodação da função contínua para discreta causará no resultado da função objetivo do problema, dada por (4a), ponderado pelo nível de adequação ∂ED_{ij} necessário. Seu propósito é garantir a factibilidade da solução gerada pelo PEST e fornecer um senso de prioridade para as tomadas de decisão nas iterações do algoritmo.

A formulação matemática para o cálculo do índice M_{ij} é dada por:

$$M_{ij} = \lambda_{ij}^{ED} \Delta ED_{ij} \quad (9)$$

onde:

$$\Delta ED_{ij} = 1 - ED_{ij} \quad (10)$$

Entretanto, os multiplicadores de Lagrange obtidos a cada iteração do algoritmo heurístico correspondem à solução ótima local obtida para problema modificado. Desse modo, para cada ajuste realizado na função de decisão, deve-se recalcular os valores de λ_{ij}^{ED} para elencar M_{ij} e, conseqüentemente, redefinir qual (ou quais) pares (i, j) intervir. A ordem de mérito é alcançada ordenando de forma crescente os valores dos indicadores de sensibilidade.

V. ALGORITMO HEURÍSTICO DESENVOLVIDO

A. Obtenção dos Dados do Sistema

Para a análise da rede de transmissão existente e definição do planejamento de sua expansão deve-se, em um primeiro momento, obter de maneira determinística, além das informações gerais da rede em análise, os seguintes parâmetros do problema relativos às linhas de transmissão candidatas:

- Extensão dos ramos;
- Classe de tensão: tensão de operação de 69 kV, 138 kV, 230 kV, 345 kV, 440 kV, 500 kV ou 750 kV para linhas de transmissão CA, ou 600 kV para linhas de transmissão CC;
- Tipo de circuito: circuito duplo, circuito duplo – instalação do segundo circuito, circuito duplo – um circuito instalado ou circuito simples.

De forma conjunta, segundo a ferramenta BPR Simulador, o custo por unidade de comprimento do ramo candidato é dado pela indicação do tipo de estrutura das torres de transmissão, tipo de fundação, tipo de obra e localização geográfica por região e estado de instalação.

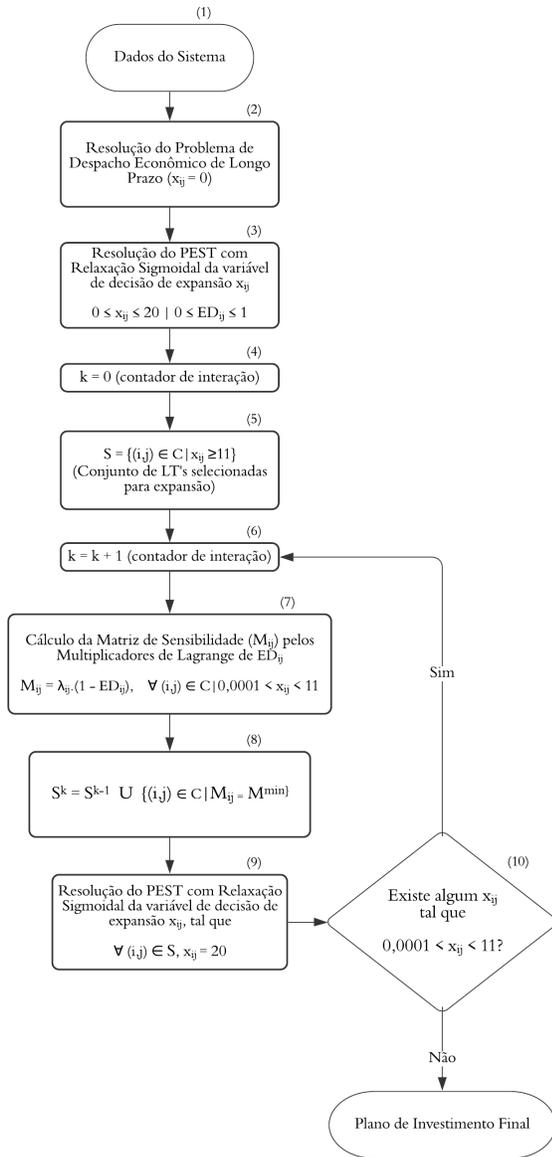


Figura 2. Fluxograma do algoritmo heurístico proposto para a resolução do problema de PEST.

Assim, o conjunto de parâmetros de cada linha de transmissão candidata é submetido ao Banco de Preços de Referência da ANEEL e agrupam-se os resultados obtidos em uma matriz de custos unitários que representam o termo c_{ij} .

B. Resolução do Problema de Despacho Econômico

Submetendo a variável de decisão de expansão x_{ij} a 0 (etapa 2 do fluxograma da Figura 2), inviabiliza-se a adição de novos trechos à configuração original da rede e o problema de expansão de recursos passa a ser um problema de despacho econômico de longo prazo, ou seja, busca-se unicamente programar as injeções de potência ativa de todas as unidades de geração de forma a minimizar o custo operacional.

Tem-se por objetivo nessa etapa avaliar se os recursos existentes (unidades de geração e linhas de transmissão) são

capazes de suprir a projeção da demanda no horizonte de planejamento avaliado.

C. Relaxação Sigmoideal do PEST

A etapa 3 do fluxograma da Figura 2 consiste na resolução do PEST considerando $ED_{ij}(x_{ij})$ relaxada pela imagem da função sigmoideal para todas as linhas candidatas, isto é, x_{ij} pode assumir quaisquer valores no intervalo $[0; 20]$.

O conjunto S das linhas de transmissão selecionadas será dado por todas as linhas de transmissão candidatas cujo valor da variável de decisão x_{ij} estiver acima do limiar 11, como mostrado em (11) e indicado na etapa 5 do fluxograma da Figura 2.

$$S = \{(i, j) \in C \mid x_{ij} \geq 11\} \quad (11)$$

D. Análise de Sensibilidade

A determinação da matriz de sensibilidade é dada pelo cálculo de M_{ij} (etapa 7 do fluxograma da Figura 2) por (9) e (10) para toda linha de transmissão candidata $i - j$, tal que $0,0001 < x_{ij} < 11$.

Na etapa 8 do fluxograma da Figura 2, os valores de M_{ij} são elencados de forma que o par (i, j) candidato com menor índice de sensibilidade ponderada irá compor o conjunto de linhas selecionadas para expansão, juntamente com as linhas previamente selecionadas na etapa 5, como disposto em (12).

$$S^k = S^{k-1} \cup \{(i, j) \in C \mid \min(M_{ij})\} \quad (12)$$

Em complemento, realiza-se novamente a resolução do PEST com relaxação contínua considerando selecionadas ($x_{ij} = 20$) as linhas de transmissão pertencentes ao conjunto S (etapa 9 do fluxograma da Figura 2).

E. Critério de Parada

As etapas que compõem a análise de sensibilidade por multiplicadores de Lagrange e posterior resolução do PEST são repetidas sucessivamente até que todas as variáveis de decisão associadas à construção de linhas de transmissão assumam valores binários (0 ou 1) e a demanda futura seja atendida. Enquanto houver uma solução inteira mista para o PEST, serão repetidas as etapas 7, 8 e 9 do fluxograma da Figura 2. O critério definido é apresentado na etapa 10 do fluxograma da Figura 2 e representado matematicamente por:

$$\{(i, j) \in C \mid 0,0001 < x_{ij} < 11\} = \emptyset \quad (13)$$

Neste estágio, o plano ótimo obtido pela relaxação contínua é acomodado para uma solução inteira mista, gerando, por fim, um de plano final factível de expansão de recursos.

VI. RESULTADOS NUMÉRICOS

Visando verificar a eficácia do algoritmo heurístico desenvolvido para a resolução do problema de PEST, são realizados testes numéricos com os sistemas Garver de 6 barras [24], IEEE 24 barras e, por fim, o sistema Sul Brasileiro de 46 barras.

O problema de PEST foi implementado no ambiente para a modelagem de problemas de programação matemática AMPL [25] e resolvido pelo *solver* LOQO para a resolução de problemas de PNL com restrições suaves [26].

Nesse estudo foi avaliado unicamente a possibilidade de instalação de novas linhas de transmissão de circuito simples nos trechos candidatos. Definiu-se a classe de tensão de 440 kV e o Estado de São Paulo como referência de localização geográfica para identificação do custo unitário de construção por meio da ferramenta BRP Simulador.

A Tabela III apresenta os parâmetros construtivos selecionados para o posterior cálculo do custo de expansão das linhas de transmissão candidatas (apresentado na Tabela IV) via Banco de Preços de Referência da ANEEL. As obras de caráter determinativo minuciadas no Programa de Expansão da Transmissão 2021 - 1º Ciclo [17] orientaram a escolha das características construtivas das torres e circuitos definidos para as linhas de transmissão candidatas.

TABELA III
PARÂMETROS CONSTRUTIVOS CONSIDERADOS

Estado	São Paulo
Data Referência da Cotação	Julho de 2021
Classe de Tensão	440 kV
Tipo de Circuito	Circuito Simples
Tipo de Estrutura	Aço Autoportante Convencional
Tipo de Fundação	Concreto
Tipo de Obra	Instalação
Cabo Condutor	CAA 636 321.84 GROSBEAK 26 X 7 (N=4)
Cabo Para-Raio	Aço 7.94 Aço 5/16 (N=1)

TABELA IV
CUSTO UNITÁRIO DE EXPANSÃO GERADO PELO BRP SIMULADOR.

Classe de Tensão [kV]	Tipo de Obra	Custo de Instalação [R\$/km]
440	Circuito Simples	R\$ 2.107.164,22

Para o cálculo do custo operacional das unidades geradoras considera-se única e exclusivamente a operação de hidrelétricas aos sistemas avaliados. A constituição do custo de geração foi definida conforme o Modelo de Decisão de Investimentos (MDI) adotado pelo Plano Decenal de Expansão de Energia [27], desenvolvido pela EPE. A Tabela V apresenta os custos de Operação e Manutenção (O&M) e de Encargos/Impostos para usinas hidrelétricas de acordo com o Caderno de Parâmetros de Custos [28].

O custo de operação das hidrelétricas foi definido pela soma das médias de despesas em O&M e o previsto em Encargos/Impostos, resultando em um c_i estimado de R\$ 635.000,00/MW.

TABELA V
CUSTOS DE O&M, ENCARGOS/IMPOSTOS PARA USINAS HIDRELÉTRICAS

Tipo de Oferta	O&M [R\$/kW/ano]	Encargos/Impostos [R\$/kW/ano]
Hidrelétricas	30 a 50	490 a 700

A. Sistema Garver de 6 Barras

O dados do sistema Garver de 6 barras são apresentados na Figura 3 e nas Tabelas VI e VII.

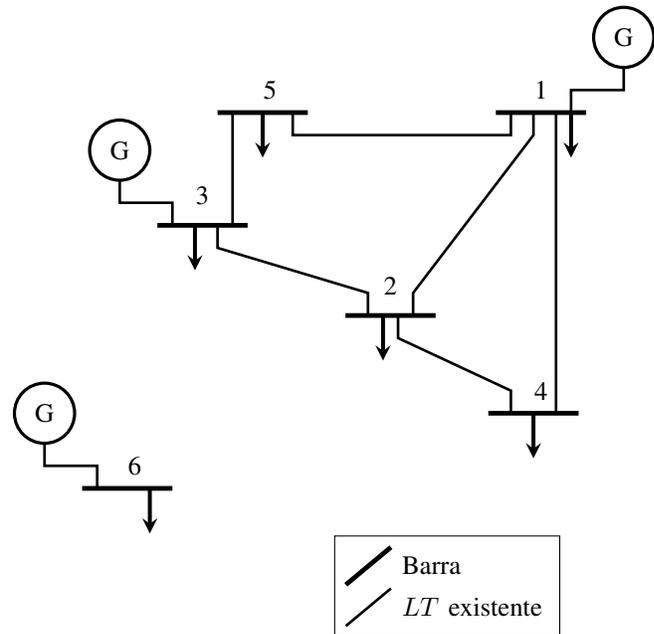


Figura 3. Configuração inicial do sistema Garver de 6 barras [29].

TABELA VI
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS [24]

Barra [i]	G_i^{\min} [MW]	G_i^{\max} [MW]	d_i [MW]
1	0	150	80
2	0	-	240
3	0	360	40
4	0	-	160
5	0	-	240
6	0	600	0

Além disso, o sistema Garver de 6 barras possui as seguintes características:

- a barra 6 é a barra de referência angular para a representação da rede pelo modelo de fluxo de carga linearizado;
- 15 linhas de transmissão candidatas;
- limite de 3 linhas paralelas por ramo.

No entanto, de acordo com a modelagem matemática do problema de PEST em (4) e a metodologia empregada no desenvolvimento do algoritmo heurístico desenvolvido, assume-se como premissa a adição de apenas uma linha de transmissão paralela por linha já existente. Essa característica é considerada

TABELA VII
DADOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO CANDIDATAS DO SISTEMA
GARVER DE 6 BARRAS [24]

De - Para [i - j]	Resistência [p.u.]	Reatância [p.u.]	Comprimento [mi]	Capacidade [MW]
1 - 2	0,10	0,4	40	100
1 - 3	0,09	0,38	38	100
1 - 4	0,15	0,6	60	80
1 - 5	0,05	0,2	20	100
1 - 6	0,17	0,68	68	70
2 - 3	0,05	0,20	20	100
2 - 4	0,1	0,40	40	100
2 - 5	0,08	0,31	31	100
2 - 6	0,08	0,30	30	100
3 - 4	0,15	0,59	59	82
3 - 5	0,05	0,20	20	100
3 - 6	0,12	0,48	48	100
4 - 5	0,16	0,63	63	75
4 - 6	0,08	0,30	30	100
5 - 6	0,15	0,61	61	78

nas demais simulações para os sistemas IEEE de 24 barras e o sistema Sul Brasileiro de 46 barras.

Na etapa 2 do algoritmo heurístico definido pelo fluxograma da Figura 2, que consiste na resolução do problema de despacho econômico sem a adição de nenhuma linha de transmissão à rede básica, não foi obtido um ponto de operação factível dado o ilhamento da barra 6, dado que a capacidade de geração dos geradores conectados às barras 1 e 3 não é suficiente para atender toda da demanda prevista de 760 MW.

Em seguida, foram realizadas as demais etapas do algoritmo heurístico definido pelo fluxograma da Figura 2, atingido-se um plano de investimentos final factível. Os resultados do despacho econômico e investimentos previstos são apresentados nas Tabelas VIII e IX, respectivamente. O valor da função objetivo de custo total foi de R\$ 1.459.186.325,05, sendo R\$ 976.586.325,38 destinados a expansão em linhas de transmissão. Todas funções de decisão ED_{ij} satisfizeram o critério de parada. O sistema convergiu após 7 iterações em aproximadamente 0,328 segundo.

A Tabela X apresenta os trechos selecionados para expansão a cada iteração, armazenados no conjunto S , a Figura 4 ilustra a evolução do custo total durante a resolução do problema de PEST, e a Figura 5 apresenta a configuração final do planejamento da expansão do sistema Garver de 6 barras.

A Tabela XI (na próxima página) apresenta os indicadores de sensibilidade M_{ij} ao longo das iterações do algoritmo proposto. Na primeira iteração $k = 1$, o ramo (5, 6) foi selecionado para construção por representar o menor impacto na função objetivo ponderado pelo nível de acomodação da função decisão, seguido pela seleção da linha (4, 6) em $k = 2$. Pela Figura 4, nota-se que, exceto nas iterações $k = 3$ e $k = 4$, os ajustes realizados não resultaram em grandes impactos na magnitude estimada pelos valores de M_{ij} . Caso contrário, a curva de custo total apresentaria um perfil “constante”, com um coeficiente angular pequeno, dada a ordem de grandeza dos valores da função objetivo e dos índices de sensibilidade.

TABELA VIII
DESPACHO ECONÔMICO PARA O SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS

Barra [i]	G_i [MW]	Custo Operacional [R\$]
1	147,35	93.573.563,94
2	0	0
3	357,78	227.193.523,95
4	0	0
5	0	0
6	254,85	161.832.911,77

TABELA IX
PLANO DE INVESTIMENTOS DE EXPANSÃO PARA O SISTEMA GARVER DE
6 BARRAS

LT Selecionada [i - j]	Custo de Expansão [R\$]
1 - 6	230.586.979,64
2 - 3	67.808.544,32
2 - 6	101.733.888,12
3 - 4	200.075.241,86
3 - 5	67.808.544,32
4 - 6	10.173.388,12
5 - 6	206.839.238,98

TABELA X
LINHAS SELECIONADAS PARA O SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS

Iteração [k]	S
1	{(5, 6)}
2	{(5, 6), (4, 6)}
3	{(5, 6), (4, 6), (2, 6)}
4	{(5, 6), (4, 6), (2, 6), (3, 4)}
5	{(5, 6), (4, 6), (2, 6), (3, 4), (1, 6)}
6	{(5, 6), (4, 6), (2, 6), (3, 4), (1, 6), (3, 5)}
7	{(5, 6), (4, 6), (2, 6), (3, 4), (1, 6), (3, 5), (2, 3)}

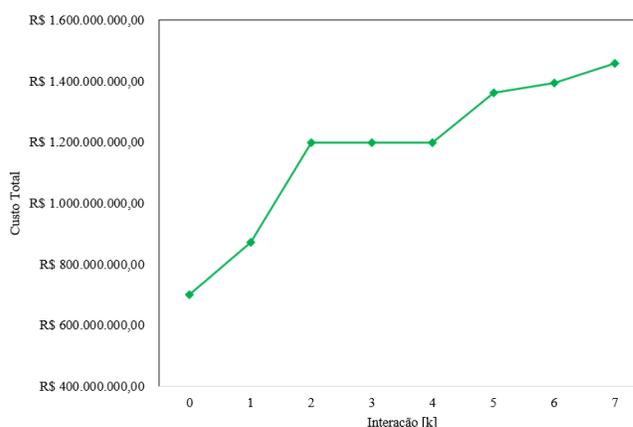


Figura 4. Custo total por iteração.

A divergência observada ocorre pois, primeiramente, os multiplicadores de Lagrange carregam a informação sensibilidade local da função objetivo, isto é, para a presente aplicação,

TABELA XI
ÍNDICES DE SENSIBILIDADE M_{ij} POR ITERAÇÃO

Trecho i-j	Iteração (k)						
	1	2	3	4	5	6	7
2 - 3	$-1,76.10^{-1}$	$5,87.10^3$	$2,90.10^3$	$1,92.10^3$	$2,71.10^{-1}$	$1,51.10^0$	$5,58.10^0$
2 - 6	$-2,24.10^{-2}$	$-1,94.10^{-2}$	$-2,67.10^5$	$-3,06.10^0$	$-3,05.10^0$	$-6,96.10^{-1}$	$-2,57.10^{-1}$
3 - 5	$3,13.10^{-1}$	$1,65.10^3$	$-1,92.10^2$	$5,69.10^1$	$8,88.10^{-2}$	$1,64.10^{-1}$	$-3,03.10^{-1}$
3 - 6	$1,32.10^7$	$8,78.10^7$	$1,55.10^7$	$1,58.10^7$	$1,54.10^7$	$7,51.10^7$	$7,89.10^7$
4 - 6	$-2,36.10^{-2}$	$-4,85.10^3$	$4,07.10^0$	$4,06.10^0$	$4,03.10^0$	$1,36.10^{-1}$	$-5,18.10^{-1}$
1 - 2	$6,00.10^7$	$6,61.10^7$	$7,56.10^7$	$7,54.10^7$	$7,48.10^7$	$6,80.10^7$	$5,85.10^7$
1 - 3	$4,49.10^7$	$5,09.10^7$	$4,48.10^7$	$4,43.10^7$	$4,39.10^7$	$5,70.10^7$	$6,15.10^7$
1 - 4	$7,84.10^7$	$9,76.10^7$	$6,15.10^7$	$6,31.10^7$	$6,51.10^7$	$9,90.10^7$	$1,02.10^8$
1 - 5	$3,24.10^7$	$3,35.10^7$	$4,55.10^7$	$4,55.10^7$	$4,43.10^7$	$3,36.10^7$	$3,73.10^7$
1 - 6	$1,48.10^7$	$1,03.10^8$	$9,31.10^3$	$5,85.10^3$	$-1,09.10^{-1}$	$-1,03.10^0$	$-9,78.10^{-1}$
2 - 4	$5,88.10^7$	$6,82.10^7$	$5,95.10^7$	$5,97.10^7$	$6,05.10^7$	$6,84.10^7$	$6,69.10^7$
2 - 5	$4,85.10^7$	$5,19.10^7$	$5,27.10^7$	$5,25.10^7$	$5,20.10^7$	$5,30.10^7$	$4,58.10^7$
3 - 4	$6,08.10^7$	$7,89.10^7$	$-2,11.10^5$	$-1,77.10^5$	$-1,70.10^0$	$-9,92.10^{-1}$	$-8,62.10^{-1}$
4 - 5	$8,06.10^7$	$1,01.10^8$	$9,28.10^7$	$9,35.10^7$	$9,44.10^7$	$1,07.10^8$	$1,04.10^8$
5 - 6	$-5,99.10^{-1}$	$-4,57.10^{-1}$	$-2,09.10^0$	$-2,09.10^0$	$-2,09.10^0$	$-9,83.10^{-1}$	$-8,65.10^{-1}$

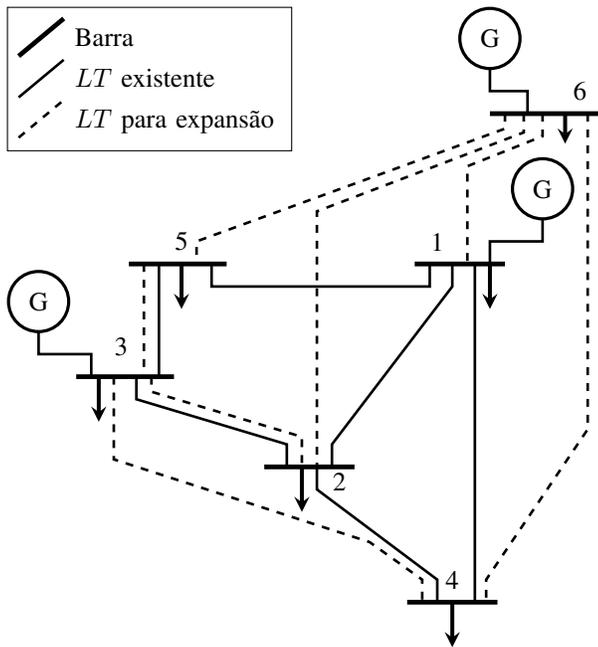


Figura 5. Configuração final do planejamento da expansão do sistema Garver.

o valor é relativo a pequenas mudanças diferenciais ∂ED_{ij} na restrição do ponto ótimo identificado com relaxação contínua. Localmente (para pequenos diferenciais), espera-se que as restrições de desigualdade permaneçam inativas (multiplicador de Lagrange igual a zero) [30], conseqüentemente, sem efeitos no custo total. Entretanto, devido à não linearidade e não convexidade presentes no modelo matemático do problema de PEST, os impactos obtidos pelos ajustes nas variáveis de decisão x_{ij} poderão ser mais relevantes do que o previsto pelo multiplicador de Lagrange ponderado. Conseqüentemente, restrições de desigualdade poderão se tornar ativas, influenciando de forma ainda mais relevante o resultado final

da função objetivo.

É válido ressaltar que o multiplicador de Lagrange pode guiar o algoritmo para a sequência de linhas de transmissão candidatas com um menor perfil de investimento na expansão, sendo que, na metodologia apresentada, a sequência identificada não necessariamente suscitará em um plano de investimentos ótimo mas sim factível.

Com o objetivo de verificar a contribuição da análise de sensibilidade na performance do algoritmo, foi realizada uma simulação comparativa com a flexibilização dos limites de fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão existentes e candidatas. Neste caso, obteve-se um plano de expansão composto unicamente pela construção da linha de transmissão (4, 6). O resultado ilustra a correta operação da metodologia, posto que o principal fator impeditivo para a convergência do sistema é dado pelo isolamento da unidade geradora conectada à barra 6 à rede básica. Portanto, desconsiderando-se os limites de fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão, bastaria a conexão da barra 6 a pelo menos uma das demais barras para propiciar o atendimento da demanda.

B. Sistema IEEE de 24 Barras

Este sistema foi desenvolvido a fim de se fornecer um sistema-teste comum que pudesse ser usado para comparar os resultados por diferentes métodos de resolução de problemas de PEST [31] e é constituído por 24 barras, 41 ramos, uma demanda total prevista de 8.550 MW e a barra 1 definida como barra de referência angular. Os dados desse sistema estão disponíveis em [2] e [32].

Devido a inexistência de dados relativos comprimento das linhas de transmissão candidatas do sistema IEEE de 24 barras, foram utilizados os indicadores de custos das linhas de transmissão candidatas como referências de comprimento das linhas, tal como utilizado em [31]. Deste modo, o compri-

TABELA XII
COMPRIMENTO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO CANDIDATAS DO SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS

De - Para [i - j]	Comprimento [km]	De - Para [i - j]	Comprimento [km]
1 - 2	3,00	12 - 13	66,00
1 - 3	55,00	12 - 23	134,00
1 - 5	22,00	13 - 14	62,00
1 - 8	35,00	13 - 23	120,00
2 - 4	33,00	14 - 16	54,00
2 - 6	50,00	15 - 16	24,00
3 - 9	31,00	15 - 21	68,00
3 - 24	50,00	15 - 24	72,00
4 - 9	27,00	16 - 17	36,00
5 - 10	23,00	16 - 19	32,00
6 - 10	16,00	17 - 18	20,00
7 - 8	16,00	17 - 22	146,00
8 - 9	43,00	18 - 21	36,00
8 - 10	43,00	19 - 20	55,00
9 - 11	50,00	20 - 23	30,00
9 - 12	50,00	21 - 22	94,00
10 - 11	50,00	2 - 8	33,00
10 - 12	50,00	6 - 7	50,00
11 - 13	66,00	14 - 23	86,00
11 - 14	58,00	16 - 23	114,00
19 - 23	84,00		

TABELA XIII
PLANO DE INVESTIMENTOS DE EXPANSÃO PARA O SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS

LT Selecionada	Custo de Expansão [R\$]
1 - 5	R\$ 46.357.612,84
3 - 24	R\$ 105.358.211,00
6 - 10	R\$ 33.714.627,52
7 - 8	R\$ 33.714.627,52
10 - 12	R\$ 105.358.211,00
16 - 17	R\$ 75.857.911,92
13 - 14	R\$ 130.644.181,64

mento das linhas de transmissão consideradas para a resolução do problema são apresentadas na Tabela XII.

O sistema convergiu após 7 iterações em aproximadamente 0,234 segundo. O custo total de investimento em novos recursos é de R\$ 531.005.383,44 e os ramos selecionados para expansão são apresentados na Tabela XIII.

C. Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

O sistema Sul Brasileiro de 46 barras consiste em um sistema equivalente à parte da interconexão da região sul brasileira e sua relevância é dada por possibilitar a aplicação de problemas de PEST reais. O sistema é composto por 46 barras, 62 linhas de transmissão existentes na rede básica, 79 linhas de transmissão candidatas à expansão e não há limites para a adição de novas linhas de transmissão [3]. A demanda total prevista é de 6.800 MW e todos os dados relevantes para sua aplicação estão disponíveis em [32] e [33].

TABELA XIV
COMPRIMENTO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO CANDIDATAS DO SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS

De - Para [i - j]	Comprimento [km]	De - Para [i - j]	Comprimento [km]
1 - 7	43,49	44 - 45	119,24
1 - 2	70,76	19 - 32	234,23
4 - 9	62,17	19 - 46	263,65
5 - 9	77,32	16 - 46	243,19
5 - 8	7,48	18 - 19	81,78
7 - 8	68,23	20 - 21	81,78
4 - 5	40,46	42 - 43	81,78
2 - 5	25,81	2 - 4	59,65
8 - 13	87,93	14 - 15	28,84
9 - 14	112,67	10 - 46	108,89
12 - 14	51,06	4 - 11	142,47
14 - 18	98,03	5 - 11	61,67
13 - 18	11,57	6 - 46	160,05
13 - 20	71,26	3 - 46	243,19
18 - 20	127,32	16 - 28	263,65
19 - 21	326,32	16 - 32	362,13
16 - 17	105,05	17 - 32	275,16
17 - 19	87,15	19 - 25	377,48
14 - 26	104,09	21 - 25	211,21
14 - 22	57,12	25 - 32	371,09
22 - 26	54,09	31 - 32	70,52
20 - 23	62,68	28 - 31	78,19
23 - 24	53,08	28 - 30	83,31
26 - 27	56,62	27 - 29	66,72
24 - 34	106,11	26 - 29	38,94
24 - 33	93,99	28 - 41	392,83
33 - 34	82,88	28 - 43	467,01
27 - 36	61,67	31 - 41	326,32
27 - 38	132,37	32 - 41	359,57
36 - 37	70,25	41 - 43	172,84
34 - 35	35,91	40 - 45	139,94
35 - 38	126,31	15 - 16	81,78
37 - 39	23,29	11 - 46	81,78
37 - 40	83,89	24 - 25	81,78
37 - 42	133,88	29 - 30	81,78
39 - 42	129,34	40 - 41	81,78
40 - 42	62,68	2 - 3	81,78
38 - 42	61,16	5 - 6	81,78
32 - 43	359,57	9 - 10	81,78
42 - 44	79,34		

Devido a localização geográfica já definida deste sistema, o parâmetro construtivo "Estado" utilizado na ferramenta BRP da ANEEL foi alterado para a região sul, mantendo os demais parâmetros apresentados na Tabela III. Foi obtido um custo unitário de instalação das linhas de transmissão de R\$ 2.036.533,75 por km. Além disso, tal como realizado para o sistema-teste IEEE de 24 barras, foram utilizados os indicadores de custos das linhas de transmissão candidatas como referências de comprimento das linhas. Os dados de comprimento são apresentados na Tabela XIV.

O total de 16 linhas de transmissão compõem o plano final

TABELA XV
PLANO DE INVESTIMENTOS DE EXPANSÃO PARA O SISTEMA SUL
BRASILEIRO DE 46 BARRAS

LT Seleccionada	Custo de Expansão [R\$]
4 - 9	R\$ 253.222.606,47
13 - 18	R\$ 47.125.390,98
20 - 21	R\$ 333.095.460,15
42 - 43	R\$ 333.095.460,15
10 - 46	R\$ 443.516.320,07
6 - 46	R\$ 651.894.453,38
19 - 25	R\$ 1.537.501.519,90
28 - 31	R\$ 318.473.147,82
31 - 41	R\$ 1.329.123.386,60
41 - 43	R\$ 703.988.986,70
11 - 46	R\$ 333.095.460,15
24 - 25	R\$ 333.095.460,15
40 - 41	R\$ 333.095.460,15
5 - 6	R\$ 333.095.460,15
9 - 10	R\$ 333.095.460,15
5 - 11	R\$ 251.186.072,72

de investimentos e o algoritmo convergiu após 16 iterações em aproximadamente 1,08 segundo. O custo de instalação das novas linhas de transmissão foi de R\$ 7.867.700.105,70, e os resultados obtidos são apresentados na Tabela XV.

VII. CONCLUSÕES

Este trabalho de conclusão de curso apresentou o desenvolvimento de um algoritmo heurístico eficaz e capaz de auxiliar a tomada de decisões para o PEST, formulado originalmente como um problema de PNLIM, por meio da modelagem das variáveis de decisão binárias pela imagem de uma função sigmoidal, transformando-o em um problema de PNL, e da análise de sensibilidade local por multiplicadores de Lagrange para a identificação de um plano de expansão factível.

A função sigmoidal flexibiliza a integralidade das variáveis de decisão de expansão e propicia, assim, a resolução do problema de PEST por *solvers* comerciais de PNL. Os resultados obtidos foram acomodados em uma solução final inteira mista por meio de um índice de sensibilidade local para priorização dos ajustes em x_{ij} , sendo esse indicador gerado a partir dos multiplicadores de Lagrange associados à restrição matemática do cálculo de ED_{ij} , ponderados pelo nível de ajuste necessário na função de decisão.

Em seguida, o algoritmo desenvolvido foi validado considerando-se o sistema Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e o sistema Sul Brasileiro de 46 barras. Como resultado, obtiveram-se planos factíveis de investimentos pela adição de um conjunto de linhas de transmissão a configuração original da rede, tal que não foram identificadas novas necessidades de expansão de recursos e toda a demanda provisionada foi plenamente suprida.

Recomenda-se para trabalhos futuros a implementação de outras funções de ativação em alternativa a função sigmoidal de perfil tangencial hiperbólico apresentada. Alteração atrelada consequentemente a possível redefinição do domínio de x_{ij} . Do mesmo modo, vale destacar a sugestão de estudos futuros

relacionados a janela de oportunidades de aprimoramento da eficácia do algoritmo para diferentes valores do coeficiente α de inclinação da função sigmoidal. Tem-se por objetivo, melhorar e avaliar o comportamento de convergência do algoritmo em direção a um plano final de investimentos factível.

Por fim, sugere-se também a implementação de uma nova variável de otimização n relativa ao número de linhas de transmissão selecionadas para expansão em cada trecho candidato. Deste modo, torna-se possível a busca do algoritmo por melhores planos de investimento. Surge como principal desafio o desenvolvimento de uma abordagem de relaxação da condição de integralidade associada a variável de otimização n .

REFERÊNCIAS

- [1] N. Gideon Ude, H. Yskandar, and R. Coneth Graham, "A comprehensive state-of-the-art survey on the transmission network expansion planning optimization algorithms," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 123 158–123 181, 2019.
- [2] S. Junior and I. de Jesus, "Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando segurança e planos de programação da geração," Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2005.
- [3] R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia, and S. Haffner, "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning," *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, vol. 149, pp. 27 – 36, 02 2002.
- [4] S. Lopes de Sena Taglialenha and R. Romero, *Electric Transmission Network Expansion Planning with the Metaheuristic Variable Neighbourhood Search*, 07 2019.
- [5] H. Kim, S. Lee, S. Han, W. Kim, K. Ok, and S. Cho, "Integrated generation and transmission expansion planning using generalized bender's decomposition method," in *2015 IEEE International Conference on Computational Intelligence Communication Technology*, 2015, pp. 493–497.
- [6] Y. Zhang, Y. Hu, J. Ma, and Z. Bie, "A mixed-integer linear programming approach to security-constrained co-optimization expansion planning of natural gas and electricity transmission systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 6368–6378, 2018.
- [7] H. Haghghat and B. Zeng, "Bilevel mixed integer transmission expansion planning," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 7309–7312, 2018.
- [8] A. O. Melodi, S. T. Adeniyi, and R. H. Oluwaniyi, "Long term load forecasting for nigeria's electric power grid using ann and fuzzy logic models," in *2017 IEEE 3rd International Conference on Electro-Technology for National Development (NIGERCON)*, 2017, pp. 962–968.
- [9] S. Lu, B. Zhou, W. Yao, and L. Chen, "Transmission network expansion planning towards a low-carbon economy with fuzzy modeling of wind generation," in *2018 IEEE Power Energy Society General Meeting (PESGM)*, 2018, pp. 1–5.
- [10] Z. Zhang, J. Liang, X. Wang, R. Ye, and Z. Lin, "Transmission network including vsc-hvdc expansion planning based on genetic algorithm with shift operation," in *2016 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, 2016, pp. 722–726.
- [11] D. Huamannahui Huanca and L. A. Gallego Pareja, "Chu and beasley genetic algorithm to solve the transmission network expansion planning problem considering active power losses," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 19, no. 11, pp. 1967–1975, 2021.
- [12] H. Xing, H. Fan, S. Hong, J. Lei, S. Li, G. Ren, and Y. Wu, "The integrated generation and transmission expansion planning considering the wind power penetration," in *2019 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT Asia)*, 2019, pp. 3240–3244.
- [13] M. Zeinaddini-Maymand, M. Rashidinejad, M. Mohammadian, A. Mahmoudabadi, H. Khorasani, and M. Rahmani, "An application of a modified constructive heuristic algorithm to transmission expansion planning," in *2011 IEEE Trondheim PowerTech*, 2011, pp. 1–5.
- [14] A. H. Dominguez, A. H. Escobar Zuluaga, L. H. Macedo, and R. Romero, "Transmission network expansion planning considering hvac/hvdc lines and technical losses," in *2016 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exposition-Latin America (PES T D-LA)*, 2016, pp. 1–6.
- [15] E. de Pesquisa Energética, "O que fazemos," EPE, Último acesso em 18 de Setembro de 2021. [Online]. Available: <https://www.epe.gov.br/pt/ape/o-que-fazemos>

- [16] —, “Programa de expansão da transmissão (pet/pelp),” EPE, 2021, Último acesso em 18 de Setembro de 2021. [Online]. Available: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/programa-de-expansao-da-transmissao-plano-de-expansao-de-longo-prazo-pet-pelp>
- [17] —, “Programa de expansão da transmissão (pet) / plano de expansão de longo prazo (pelp) ciclo 2021 – 1º semestre,” 2021, Último acesso em 16 de Agosto de 2021. [Online]. Available: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/programa-de-expansao-da-transmissao-pet-plano-de-expansao-de-longo-prazo-pelp-ciclo-2021-1- semestre>
- [18] —, “Banco de preços de referência da aneel: Atualização dos valores para a data-base março de 2021,” EPE, 3 2021, Último acesso em 18 de Setembro de 2021. [Online]. Available: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/informe-tecnico-banco-de-precos-de-referencia-da-aneel-atualizacao-dos-valores-para-a-data-base-maio-de-2019>
- [19] A. N. de Energia Elétrica, “Agência nacional de energia elétrica,” ANEEL, 2021, Último acesso em 18 de Setembro de 2021. [Online]. Available: <http://bprsimulador.aneel.gov.br/>
- [20] A. J. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1983.
- [21] E. de Oliveira, I. da Silva, J. Pereira, and S. Carneiro, “Transmission system expansion planning using a sigmoid function to handle integer investment variables,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 1616–1621, 2005.
- [22] J. Stewart, *Cálculo: Volume 2*. Cengage Learning, 2016, vol. 2.
- [23] H. Gavin, “Spring 2020 cee 2011. uncertainty, design, and optimization,” 2020.
- [24] L. L. Garver, “Transmission network estimation using linear programming,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 7, pp. 1688–1697, 1970.
- [25] R. Fourer, D. Gay, and B. Kernighan, *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, 01 2002, vol. 36.
- [26] R. Vanderbei, “Loqo user’s manual – version 4.05,” 12 2000.
- [27] E. de Pesquisa Energética, “Modelo de decisão de investimentos para expansão do sin – versão pde 2027,” Empresa de Pesquisa Energética, 2018.
- [28] —, “Estudos do plano decenal de expansão de energia 2030 - parâmetros de custos – geração e transmissão,” 2021, Último acesso em 16 de Agosto de 2021. [Online]. Available: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-490/topico-522/Caderno%20de%20Par%C3%A2metros%20de%20Custos%20-%20PDE%202030.pdf>
- [29] A. B. Cummings, D. Eftekhary, and F. G. House, “The accurate determination of college students’ coefficients of friction,” *Journal of Sketchy Physics*, vol. 13, no. 2, pp. 46–129, 2003.
- [30] E. Castillo, A. J. Conejo, C. Castillo, R. Mínguez, and D. Ortigosa, “Perturbation approach to sensitivity analysis in mathematical programming,” *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 128, no. 1, pp. 40–74, 2006.
- [31] P. M. Subcommittee, “Ieee reliability test system,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 6, pp. 2047–2054, 1979.
- [32] D. de Engenharia Elétrica, “Downloads e sistemas testes,” UNESP, 3 2021, Último acesso em 10 de Outubro de 2021. [Online]. Available: <https://www.feis.unesp.br/index.php/graduacao/transferencia#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/downloads/materiais-de-cursos1193/>
- [33] S. Haffner, A. Monticelli, A. Garcia, J. Mantovani, and R. Romero, “Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model,” *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, vol. 147, pp. 149 – 156, 06 2000.